

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

Laurea Magistrale in Ingegneria Civile
Orientamento Infrastrutture di Trasporto



Metodi di ottimizzazione di una rete ferroviaria cadenzata
in funzione della domanda di trasporto espressa dal territorio

Relatore: Prof. Ing. Roberto MAJA

Correlatore: Dott. Maurizio BRUGLIERI

Studente: Samuel TOLENTINO

matricola 783490

Anno accademico 2012/2013

Vorrei ringraziare

Il relatore Roberto Maja,
che mi ha proposto questa Tesi
introducendomi alle meraviglie della tecnica oraristica;
il correlatore Maurizio Bruglieri,
che mi ha illustrato i trucchi della ricerca operativa
per aiutarmi a superare gli ostacoli.

Vorrei ringraziare

La mia famiglia,
che ha come sempre creduto nelle mie capacità
lasciandomi nel contempo libero di seguire le mie strade;
i miei amici,
parte fondamentale della quotidianità
e bellezza dello straordinario;
e Roberta,
senza la quale sarei una persona diversa
e difficilmente migliore.

INDICE GENERALE

1	PREMESSA	1
1.1	Perché una Tesi sul trasporto ferroviario passeggeri	1
1.2	Obiettivo del lavoro.....	1
2	INTRODUZIONE	3
2.1	Mobilità.....	3
2.2	Domanda e offerta di trasporto.....	3
2.2.1	Definizioni.....	3
2.2.2	Modellazione	4
2.2.3	Modelli di utilità aleatoria per la simulazione dei comportamenti di scelta	8
2.3	L'orario ferroviario cadenzato	10
2.3.1	Principi di progettazione di un orario ferroviario	10
2.3.2	Teoria ed effetti del cadenzamento	12
2.4	Modellazione e ottimizzazione del servizio ferroviario	15
2.4.1	Modellazione dell'infrastruttura	15
2.4.2	Ottimizzazione del servizio: stato dell'arte.....	18
2.5	Ricerca Operativa	21
2.5.1	Programmazione matematica	21
2.5.2	I generatori algebrici di modelli.....	24
3	IL MODELLO CREATO	26
3.1	Logica operativa	26
3.1.1	Obiettivo.....	26
3.1.2	Metodo.....	26
3.1.3	Ipotesi di base.....	28
3.2	La base dati: modellazione dell'infrastruttura e del servizio.....	30
3.2.1	L'interfaccia di inserimento dati e la loro struttura.....	30
3.2.2	Il grafo.....	32
3.2.3	La creazione dei lati	33
3.2.4	Il processo di assegnazione	34
3.3	Variabili ed equazioni	35
3.3.1	Variabili fondamentali	35
3.3.2	Variabili derivate e di servizio.....	35
3.3.3	Equazioni fondamentali.....	37
3.3.4	Equazioni di servizio	39
3.4	Vincoli e parametri.....	42

Indici

3.4.1	Vincoli	42
3.4.2	Parametri	54
3.5	Modello AMPL	56
3.5.1	Struttura dei file	56
3.5.2	Il codice del modello	59
4	APPLICAZIONE DI ESEMPIO	60
4.1	Introduzione	60
4.2	Generazione dei dati	60
4.2.1	La rete ferroviaria	60
4.2.2	L'utenza.....	62
4.2.3	Il modo stradale	67
4.2.4	La rete autobus	68
4.3	Scenari	69
4.3.1	Parametri del modello	69
4.3.2	Scenario I – Scenario di base.....	71
4.3.3	Considerazioni sul raggiungimento dell’ottimo globale	88
4.3.4	Scenario I-Bis – Modifiche alla linea Cremona-Mantova	90
4.3.5	Scenario II – Collegamenti diretti.....	92
4.3.6	Scenario II-Bis – Fermate aggiuntive sui servizi veloci	103
5	CONCLUSIONI	109
5.1	Conclusioni.....	109
5.1.1	Raggiungimento degli obiettivi	109
5.1.2	Tempo di calcolo	109
5.1.3	Limiti del modello	110
5.1.4	Efficacia ed utilità.....	111
5.2	Ulteriori sviluppi	113
6	APPENDICE.....	114
6.1	A – File .mod	114
6.1.1	#Insiemi principali	114
6.1.2	#Parametri principali modello rete.....	114
6.1.3	#Insiemi derivati	114
6.1.4	#Altri parametri componenti il modello della rete	115
6.1.5	#Parametri di modellizzazione del servizio	115
6.1.6	#Parametri del modello logit	115
6.1.7	#Parametri calcolati	116
6.1.8	#Variabili fondamentali	117
6.1.9	#Variabili di servizio	117
6.1.10	#Variabili derivate.....	117
6.1.11	#Parametri per la costruzione del logit lineare.....	118

6.1.12	#Formula del logit lineare:.....	119
6.1.13	#parametri per la costruzione del logit piecewise.....	119
6.1.14	#Formula del logit piecewise (non utilizzata):	120
6.1.15	#Funzione obiettivo	120
6.1.16	#Blocco di variabili e vincoli per la gestione degli incroci nelle linee a binario singolo.....	120
6.1.17	#Blocco di variabili e vincoli per la gestione degli archi di viaggio appartenenti a più linee a binario singolo	122
6.1.18	#Blocco di vincoli per la gestione degli incroci misti su linee a binario singolo.....	124
6.1.19	# Vincoli di distanziamento versione BigM.....	125
6.1.20	#Vincoli relativi alla disattivazione di Stazione	127
6.1.21	#Vincolo fondamentale del cadenzamento.....	127
6.1.22	#Linearizzazione alla McCormick di $\Lambda*(DomandaGenerale*\Gamma_{OD})$ per il calcolo di DomandaTrenoOD (la cui somma è soggetta a ottimizzazione)	127
6.1.23	#Calcolo interscambi generalizzato	128
6.1.24	#Vincolo distanziamento ai capolinea BigM.....	129
6.1.25	#Vincolo sul tempo di viaggio.....	129
6.1.26	#Vincoli per il calcolo della velocità di viaggio con McCormick.....	129
6.1.27	#Vincoli sui tempi di sosta	130
6.1.28	#Versione originale Mc Cormick per il calcolo della velocità di viaggio (in quella finale è stata evidenziata l'incognita).....	130
6.1.29	#Variabile Λ non linearizzata per l'elaborazione dell'output	131
6.1.30	#Blocco di variabili e vincoli per garantire il tempo di SemiGiroBanco dalla parte vicina al semiperiodo di cadenzamento	131
6.2	B – File .run	132
6.2.1	#Richiamo del file di modello	132
6.2.2	#Dichiarazioni di corrispondenza fra tabelle in DB e set di dati in AMPL.....	132
6.2.3	#Dichiarazioni di definizione tabelle in DB per l'esportazione di dati di output	133
6.2.4	#Comandi di lettura dati.....	133
6.2.5	#Definizione del solver e settaggio opzioni	133
6.2.6	#Lancio dell'ottimizzazione.....	134
6.2.7	#Comandi di scrittura dati	134
6.3	C – Allegati	134
7	BIBLIOGRAFIA	135

INDICE DELLE FIGURE

Figura 2-1: Esempio di operazioni di incrocio e precedenza sull'orario grafico.....	11
Figura 2-2: Esempio di orario grafico con distanziamento a sezioni di blocco.....	12
Figura 2-3: Conseguenze dell'assenza di simmetria sui nodi di interscambio.....	13
Figura 2-4: Esempio di orario grafico con traccia buffer.....	14
Figura 2-5: Incrocio a metà del periodo di cadenzamento con interscambio efficiente con altri modi di trasporto.....	15
Figura 2-6: Esempio di modelli microscopici e macroscopici.....	17
Figura 2-7: Grado di complessità dei problemi.....	23
Figura 2-8: Risoluzione di un problema per via modellistica.....	25
Figura 3-1: Maschera per l'inserimento e la lavorazione dei dati.....	31
Figura 3-2: Esempio di grafo.....	32
Figura 3-3: Esempio di orario grafico con illustrazione delle variabili.....	36
Figura 3-4: Cicli fondamentali per Motta e Russo.....	37
Figura 3-5: Ciclo fondamentale per la LPF.....	38
Figura 3-6: Lati di interscambio per interscambi in linea (o "a stella").....	39
Figura 3-7: Calcolo grafico dei perditempo.....	44
Figura 3-8: Rappresentazione della funzione Logit.....	46
Figura 3-9: Linearizzazione del Logit.....	46
Figura 3-10: Linearizzazione a tratti.....	47
Figura 4-1: Porzione della rete ferroviaria lombarda trattata nel caso di studio.....	61
Figura 4-2: Comuni nel raggio di 5 Km da una stazione con relativo centroide.....	63
Figura 4-3: Dettaglio della costruzione dei centroidi.....	64
Figura 4-4: Comuni origine e destinazione.....	65
Figura 4-5: Log di ottimizzazione di AMPL per lo scenario I.....	75
Figura 4-6: Log di ottimizzazione di AMPL per lo scenario II.....	94

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 3-1: Parametri generali del modello	55
Tabella 3-2: Parametri relativi al modello Logit	55
Tabella 4-1: Parametri generali del modello	70
Tabella 4-2: Dati delle linee, scenario I	73
Tabella 4-3: Orari ai capolinea per lo scenario I	76
Tabella 4-4: Coppie OD con il maggiore errore di linearizzazione del Logit per lo scenario I	77
Tabella 4-5: Utenza attratta da ciascuna stazione per lo scenario I.....	79
Tabella 4-6: Caratteristiche delle linee a binario singolo per lo scenario I.....	84
Tabella 4-7: Archi di viaggio percorsi a velocità maggiormente ridotta per lo scenario I	85
Tabella 4-8: Andamento dei perditempo al variare della velocità	86
Tabella 4-9: Andamento del tempo di viaggio al variare di velocità e lunghezza dell'arco.....	87
Tabella 4-10: Nodi di interscambio e relativa utenza per lo scenario I	87
Tabella 4-11: Andamento della funzione obiettivo al variare del parametro CoeffTvMax	89
Tabella 4-12: Variazione di utenza dovuta alle modifiche delle caratteristiche dei veicoli di una linea	91
Tabella 4-13: Domanda di trasbordo maggiore al nodo di Treviglio nello scenario I-A	92
Tabella 4-14: Dati delle linee, scenario II	93
Tabella 4-15: Orari ai capolinea per lo scenario II	95
Tabella 4-16: Utenza attratta da ciascuna stazione per lo scenario II.....	97
Tabella 4-17: Caratteristiche delle linee a binario singolo per lo scenario II.....	101
Tabella 4-18: Archi di viaggio percorsi a velocità maggiormente ridotta per lo scenario II	102
Tabella 4-19: Nodi di interscambio e relativa utenza per lo scenario I	102
Tabella 4-20: Coppie OD istradate attraverso l'interscambio di rovato	103
Tabella 4-21: Log di ottimizzazione di AMPL per lo scenario II-Bis	104
Tabella 4-22: Utenza attratta da ciascuna stazione per lo scenario II-Bis.....	106
Tabella 5-1: Tabella sinottica dei risultati degli scenari	112

INDICE DEI GRAFICI

Grafico 4-1: Andamento delle differenze percentuali tra costo del viaggio in autobus e in auto	69
Grafici 4-2: Diagrammi di carico della Bergamo-Brescia per lo scenario I	81
Grafici 4-3: Diagrammi di carico della Cremona-Brescia per lo scenario I	81
Grafici 4-4: Diagrammi di carico della Cremona-Mantova per lo scenario I	81
Grafici 4-5: Diagrammi di carico della Cremona-Treviglio per lo scenario I	82
Grafici 4-6: Diagrammi di carico della Milano-Codogno-Cremona per lo scenario I	82
Grafici 4-7: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio per lo scenario I	82
Grafici 4-8: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo per lo scenario I	83
Grafici 4-9: Diagrammi di carico della Treviglio-Brescia per lo scenario I	83
Grafici 4-10: Diagrammi di carico della Piacenza-Brescia per lo scenario I	83
Grafici 4-11: Diagrammi di carico della Bergamo-Brescia per lo scenario II	98
Grafici 4-12: Diagrammi di carico della Cremona-Brescia per lo scenario II	98
Grafici 4-13: Diagrammi di carico della Cremona-Mantova per lo scenario II	98
Grafici 4-14: Diagrammi di carico della Cremona-Treviglio per lo scenario II	99
Grafici 4-15: Diagrammi di carico della Milano-Bergamo (veloce) per lo scenario II	99
Grafici 4-16: Diagrammi di carico della Milano-Codogno-Cremona per lo scenario II	99
Grafici 4-17: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio-Brescia per lo scenario II	100
Grafici 4-18: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo per lo scenario II	100
Grafici 4-19: Diagrammi di carico della Piacenza-Brescia per lo scenario II	100
Grafici 4-20: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio per lo scenario II-Bis	107
Grafici 4-21: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio-Brescia per lo scenario II-Bis	107
Grafici 4-22: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo per lo scenario II-Bis	108
Grafici 4-23: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo (veloce) per lo scenario II-Bis ..	108
Grafico 5-1: Sinossi dei risultati degli scenari ottimizzati	112

INDICE DELLE TAVOLE

Tavola 1: Orario reticolare - Scenario II-Bis

ABSTRACT

In questo lavoro di Tesi ci si è occupati di formulare un modello per l'ottimizzazione di una rete ferroviaria cadenzata che comprendesse degli elementi di mutua interazione fra le caratteristiche del servizio offerto e la quantità di domanda attratta, con l'obiettivo di massimizzare l'utenza catturata rispetto agli modi di trasporto.

Data l'opportunità di costruire un modello di validità generale, si è optato per la creazione di un programma che gestisca in maniera separata i dati dai procedimenti di ottimizzazione. Allo scopo è stata creata una base dati corredata di routine per la loro gestione e riorganizzazione in strutture utili al programma di ottimizzazione, mentre per quest'ultimo ci si è avvalsi delle funzionalità del generatore algebrico di modelli AMPL e del risolutore CPLEX.

Per studiare il comportamento dinamico della domanda in relazione alle caratteristiche del servizio ferroviario si è adottato il modello di scelta modale Logit, prendendo in considerazione tre diversi modi di trasporto: quello ferroviario, l'unico contenente una classe di variabili soggette a ottimizzazione, quello stradale e quello automobilistico.

Poiché il modello Logit è basato su di una funzione non lineare (non concava né convessa), al fine di garantire la risolubilità del problema si è apprestata una sua linearizzazione ad-hoc, giungendo a formulare il modello come un Programma Lineare a Numeri Misti (MILP), ove la componente intera è principalmente dovuta alla modularità tipica dell'orario cadenzato.

Il problema di formulazione di un orario cadenzato è conosciuto in letteratura come CPF: in questo lavoro se ne propone una variante basata sull'adozione di un particolare ciclo di base, possibile grazie all'utilizzo di un grafo non orientato. Il modello proposto prevede inoltre la possibilità di ottimizzare gli orari disattivando le stazioni intermedie, automaticamente o manualmente.

A corredo del lavoro viene illustrata l'applicazione del modello di generazione degli orari al caso di studio di una porzione della rete ferroviaria della Lombardia, composta da una decina di linee di cui la maggior parte a binario singolo, per un totale di una settantina di stazioni.

1 Premessa

1.1 Perché una Tesi sul trasporto ferroviario passeggeri

"Il treno è una bicicletta con tante ruote". Inizio da una frase fantasiosa per legare due interessi che mi hanno accompagnato nel corso degli anni dal periodo dell'infanzia ad oggi: la bicicletta e i treni. Ed è un duplice omaggio: al principale modo di trasporto che negli ultimi anni mi ha permesso di recarmi a seguire i corsi universitari, comunemente denominato "treno+bici" (nell'accezione intermodale piuttosto che multimodale), e al "pensiero laterale", che troppo spesso scarseggia nella visione tecnica del mondo ma che ritengo necessario per affrontare efficacemente qualsiasi questione con un barlume di apertura mentale.

Come laureando in Ingegneria Civile – orientamento Infrastrutture di Trasporto cerco di seguire il più possibile la discussione nazionale (e internazionale) sul tema della mobilità, ed in particolare quella nell'ambito dei grandi centri urbani; da cittadino che si muove sul territorio, e quindi da conducente del mezzo privato e utente del trasporto pubblico, vivo ogni giorno i risvolti pratici di queste tematiche: ecco dunque che studio e vita si fondono nell'esperienza quotidiana quasi senza soluzione di continuità.

Nel quadro di un crescente interesse della collettività verso questi temi mi è stata offerta la possibilità di dare il mio piccolo contributo nella ricerca di soluzioni sempre più efficienti ed efficaci alle sfide che si pongono quotidianamente non solo a me bensì a milioni di persone.

Ringrazio il Professor Maja per avermi dato questa opportunità, nonché per avermi seguito e incoraggiato nel mio lavoro.

1.2 Obiettivo del lavoro

La presente Tesi ha come obiettivo lo sviluppo di un modello per l'ottimizzazione dell'orario cadenzato di una rete ferroviaria di tipo regionale, prendendo in considerazione non solo le caratteristiche dell'offerta di trasporto ma anche la sua interazione con la domanda, nell'ottica della massimizzazione dell'attrattività del sistema ferroviario e quindi dell'utenza da esso trasportata.

La caratteristica principale di un orario cadenzato dal punto di vista dell'utenza (i viaggiatori) è quella di essere ripetitivo durante la giornata: l'utente può quindi memorizzare semplicemente le caratteristiche di una corsa (orario di partenza, tempo di viaggio...) trovandole poi ripetute durante tutto l'arco del servizio. Nel caso del cadenzamento di rete le medesime caratteristiche vengono applicate anche ai nodi di interscambio: le coincidenze sono garantite sempre secondo il medesimo schema e l'utente non deve più preoccuparsi di studiare attentamente l'orario ferroviario per trovare le migliori combinazioni di viaggio durante la giornata.

L'ottimizzazione di un orario cadenzato in una logica di rete diventa quindi cruciale per la sua efficacia: poiché i tempi di viaggio che si vanno a definire all'interno di un periodo di cadenzamento vengono ripetuti durante l'intero arco del servizio, un orario ben calibrato sulle relazioni che presentano maggiore domanda di trasporto aiuta a rendere più efficace l'offerta a parità di risorse impiegate.

Uno strumento di ottimizzazione che a partire dal modello della rete stimi la quantità di passeggeri trasportati a seconda delle diverse configurazioni d'orario può risultare utile non solo per migliorare l'efficacia dell'orario in sé, bensì può aiutare anche ad operare alcune scelte

di intervento sulla rete stessa. Il modello che sarà proposto in questo lavoro si dividerà pertanto in più parti: il modello della rete, la quale è interamente definita dall'utente (il pianificatore) e quindi da esso modificabile, e l'algoritmo di ottimizzazione, che a partire dalla configurazione della rete (e le sue eventuali modifiche) stimi l'utenza acquisita. In tal modo sarà possibile ad esempio disattivare una o più stazioni intermedie lungo una linea, perdendo l'utenza di tali stazioni ma potenzialmente diminuendo i tempi di viaggio sulle altre relazioni (e quindi su queste aumentando l'attrattività del treno); oppure modificare le caratteristiche dell'infrastruttura come la velocità massima o il numero di binari; o ancora valutare l'impatto dell'inserimento di nuove stazioni in termini di ripercussione sulla stima degli utenti serviti dalla rete ferroviaria (ottenendo quindi un dato interessante per una valutazione costi-benefici). Da notare che mentre le ultime due possibilità richiedono l'intervento manuale del pianificatore relativo alla scelta di dove operare le modifiche, per quanto riguarda la disattivazione delle stazioni è utile inserire nel modello la funzionalità di soppressione automatica delle fermate ove questo risulti conveniente secondo la funzione obiettivo di massimizzazione dell'utenza; in questo modo è possibile affidare all'algoritmo di ottimizzazione la valutazione di tutti gli scenari possibili, operazione che svolta manualmente potrebbe portare all'omissione di possibili soluzioni, oltre ad essere eccessivamente onerosa.

Il problema affrontato non sarebbe risolvibile senza l'ausilio di strumenti informatici che prendano in carico soprattutto la parte di calcolo: il numero di variabili in gioco è infatti elevato anche per reti di ridotte dimensioni, basti pensare al numero delle possibili relazioni origine – destinazione (ovvero, a priori, tutte le coppie di stazioni collegabili tramite la rete ferroviaria), la cui quantità è pari al fattoriale del totale delle stazioni stesse, ed in aggiunta a ciò a ciascuna di tali relazioni è associato un certo percorso sulla rete! La struttura del modello porta nel caso rigoroso a trattare un problema di ottimizzazione non lineare a numeri misti (MINLP), successivamente semplificato tramite opportune approssimazioni, in quanto non risolvibile nella sua forma originale, in un problema di ottimizzazione lineare a numeri misti (MILP – Mixed Integer Linear Program). Si tratta comunque di un problema estremamente complesso. La garanzia del raggiungimento dell'ottimo globale del problema viene inevitabilmente compromessa, tuttavia la soluzione raggiungibile ve ne si discosterà probabilmente poco. Di ciò si terrà conto nel corso dello sviluppo del lavoro.

Si opererà quindi per l'utilizzo di un linguaggio di programmazione specializzato che si occupi di generare e gestire l'algoritmo di ottimizzazione (nel caso in esame AMPL) interfacciandosi con un risolutore di MILP adeguato (come CPLEX). Per aiutare l'utente del modello (cioè il pianificatore) verranno sviluppati anche un'interfaccia grafica per l'inserimento dei dati in un database e uno script che esegua alcuni passaggi preliminari e formatti i dati in maniera accessibile all'algoritmo di ottimizzazione, nonché ne recuperi i risultati per integrarli in maniera appropriata nel database rendendoli disponibili all'utente.

2 Introduzione

2.1 Mobilità

La mobilità è un aspetto fondamentale nella vita di ogni individuo, considerato tale anche dalla Costituzione della Repubblica Italiana che vi dedica l'Articolo 16. Ogni persona infatti ha necessità di spostarsi per le più svariate ragioni, che spaziano dalla soddisfazione di bisogni primari al piacere di muoversi e visitare luoghi nuovi; inoltre ciascuno nel corso della propria vita ha bisogno procurarsi dei beni che devono quindi essere reperiti nel luogo di produzione ed eventualmente trasportati di persona o da terzi fino al luogo di utilizzo.

In termini economici a scala più ampia la mobilità di persone e merci è fondamentale per l'economia delle società moderne: infatti *"la mobilità svolge un ruolo vitale per il mercato interno e la qualità di vita dei cittadini che fruiscono della libertà di viaggiare. I trasporti sono funzionali alla crescita economica e dell'occupazione [...]"* (COM 2011).

In questo contesto lo studio dei fenomeni legati alla mobilità assume un ruolo chiave nel predisporre strumenti utili ad una migliore pianificazione dello sviluppo dei territori e delle società, tramite la leva dei sistemi di trasporto. Mobilità e territorio sono infatti estremamente interdipendenti: nel breve periodo l'assetto del sistema delle attività di un territorio condiziona la domanda di mobilità in maniera sostanziale, nel medio-lungo periodo è invece l'offerta di mobilità a favorire cambiamenti nel sistema delle attività e nelle caratteristiche socio-economiche di un territorio.

Numerosi autori hanno proposto il loro contributo nel campo dello studio della mobilità, affrontato da diversi punti di vista, pertanto è disponibile una vasta letteratura sul tema. In questa Tesi si affronterà l'argomento della mobilità delle persone dal punto di vista trasportistico, focalizzandosi sul trasporto ferroviario di breve e media distanza. Per quanto riguarda la teoria relativa all'analisi della domanda di trasporto e ai metodi di modellizzazione si farà riferimento ad un testo la cui validità è ampiamente riconosciuta, ovvero (Cascetta 2006), del quale alcune parti saranno richiamate nei prossimi paragrafi.

2.2 Domanda e offerta di trasporto

Un sistema di mobilità è costituito dall'interazione di un insieme eterogeneo di fattori che insieme concorrono alla realizzazione degli spostamenti di persone o merci. Ogni utente si sposta per soddisfare un suo bisogno, ovvero dallo spostamento ricava una personale utilità: il sistema delle attività di un territorio concorre quindi a formare la domanda di trasporto, la quale può essere soddisfatta solo in presenza di un sistema di trasporto; ne risulta che i due elementi di un sistema di trasporto, domanda e offerta, interagiscono strettamente.

2.2.1 Definizioni

Tralasciando di considerare a monte il sistema delle attività e concentrandosi sugli elementi costituenti un sistema di trasporto, la domanda di trasporto è definibile come l'insieme degli utenti attuali o potenziali che consumano il servizio offerto da questo in un periodo di tempo prefissato. Essa viene espressa generalmente come flusso e si manifesta, una volta soddisfatta, come traffico sugli elementi infrastrutturali del sistema stesso.

L'insieme formato dagli elementi costitutivi di un sistema di trasporto e dal servizio da esso prodotto viene chiamato offerta di trasporto. Nel dettaglio, un sistema di trasporto è costituito da numerosi componenti: l'infrastruttura (elementi lineari e/o elementi puntuali, il cui

insieme prende spesso il nome di rete infrastrutturale), l'organizzazione (ad esempio i sistemi di controllo del traffico, la manutenzione), la normativa, le tariffe.

2.2.2 Modellizzazione

Quando si progetta una qualsiasi nuova infrastruttura nel campo dei trasporti uno dei parametri determinanti per il suo dimensionamento è la domanda di trasporto che essa dovrà soddisfare. Ciò è valido per problemi di qualunque scala: dalla costruzione di un breve tratto viario alla progettazione di una nuova ferrovia o un nuovo aeroporto. Risulta determinante quindi essere in grado di stimare in maniera realistica i flussi di traffico in relazione agli scenari di progetto, in modo da poterne valutare i benefici a fronte dei costi da sostenere per realizzarli. Tali stime richiedono la traduzione della realtà e delle ipotesi progettuali in modelli matematici che, simulando l'interazione fra l'offerta e la domanda di trasporto nell'intervallo temporale più appropriato, siano in grado di fornire le informazioni ricercate.

Vi sono varie tipologie di modelli che compongono i sistemi di modelli utilizzati per simulare un dato sistema di trasporto:

- I modelli di offerta, caratterizzando le prestazioni delle infrastrutture e dei servizi forniti agli utenti, generano le variabili in ingresso dei modelli di domanda;
- I modelli di domanda si occupano di elaborare le informazioni riguardanti il sistema delle attività (quelle ritenute influenti), combinate con le variabili caratteristiche del sistema dell'offerta, per simulare gli aspetti rilevanti della domanda, come ad esempio il numero di spostamenti nel periodo di riferimento e la loro distribuzione spaziale e temporale.
- I modelli di assegnazione si occupano di specificare come i vari flussi di domanda Origine-Destinazione usino i vari elementi del sistema dell'offerta, giungendo al calcolo dei flussi di arco, ovvero la concretizzazione dell'utilizzo dell'infrastruttura da parte dei flussi di domanda.

2.2.2.1 Ipotesi generali

I modelli di trasporto come descritti nel precedente paragrafo si basano su alcune ipotesi generali:

- **Delimitazione:** il sistema di trasporto in esame è sito in una specifica area di studio, l'ambiente esterno ad essa viene considerato soltanto negli effetti di interazione diretti con l'area di studio (come i flussi di scambio o di attraversamento, o le infrastrutture e i servizi che ne varcano i confini).
- **Zonizzazione:** l'area di studio viene suddivisa in zone con un certo livello di aggregazione dei dati, predisposto in maniera differente secondo la scala del problema da modellare e della tipologia e qualità delle informazioni disponibili. Tutte le grandezze socioeconomiche di una data zona si ipotizzano concentrate nel suo centroide.
- **Identificazione della rete di trasporto rilevante:** vengono prese in considerazione e rappresentate solo le infrastrutture e i servizi che collegano i centroidi creati in precedenza (interni all'area di studio o delle zone esterne).
- **Identificazione dei periodi di simulazione:** occorre definire esplicitamente quale periodo temporale si sta modellizzando (orario e dimensione), considerando le variazioni cicliche significative per il problema in esame.
- **Ipotesi sulla variabilità intraperiodale:** se durante il periodo di simulazione domanda e offerta hanno caratteristiche costanti e il sistema ha tempo di raggiungere condizioni stazionarie allora le variabili significative assumeranno valori indipendenti dal

momento considerato, viceversa occorre sviluppare un modello con dinamicità intraperiodale.

- Tipo di interazione domanda-offerta: in assenza di variabilità intraperiodale il sistema è in uno stato di equilibrio in cui i flussi di domanda, i flussi di percorso e i costi sono stabili e mutamente consistenti; nel caso contrario occorre invece simulare l'evoluzione del problema, che risulterà quindi essere dinamico nel periodo di riferimento.

2.2.2.2 I modelli di offerta

La rappresentazione dell'offerta di trasporto è finalizzata alla definizione degli attributi del livello di servizio dell'infrastruttura o dei servizi di trasporto, e permettere la simulazione dei flussi di traffico. I modelli dell'offerta di trasporto in generale combinano elementi di teoria del deflusso su arco con i modelli di teoria del deflusso su rete, in quanto occorre modellizzare non solo le prestazioni dei singoli elementi dell'offerta bensì anche la struttura topologica e funzionale complessiva del sistema.

2.2.2.2.1 Il Grafo

La struttura e le caratteristiche di una rete vengono usualmente rappresentate tramite un grafo, ovvero una configurazione grafica associata ad elementi numerici che ne definiscono grandezze quantitative.

Un grafo può astrarre differenti tipologie di rete: opportunamente definito, può rappresentare una rete stradale, le linee di trasporto collettivo circolanti sulla rete stradale, una rete ferroviaria, e così via. Nel caso di simulazione del traffico stradale è sufficiente rappresentare le infrastrutture, cioè le strade, con le loro caratteristiche geometriche, fisiche e funzionali. Per simulare un sistema di trasporto collettivo, alla rete infrastrutturale deve essere associata la rappresentazione dei servizi su di essa offerti. In questo caso sono rilevanti non tanto le caratteristiche fisiche delle infrastrutture, quanto quelle del servizio offerto, per esempio i percorsi delle linee, le fermate, gli orari, le frequenze.

Dal punto di vista geometrico un grafo è costituito da un insieme finito N di punti $\{i, j, \dots\}$, detti *nod*i, tra loro collegati da un insieme finito L di linee (ij) dette *archi*.

I **nod**i rappresentano eventi significativi per gli spostamenti che si manifestano sulla rete, come possono essere variazioni nelle caratteristiche associate agli archi.

Si definiscono **archi** gli elementi lineari di un grafo che riproducono i tratti elementari delle infrastrutture o dei servizi di trasporto di una rete. Dal punto di vista trasportistico, un arco di un grafo rappresenta il collegamento tra una coppia di nodi. Se sprovvisto di orientamento, cioè è indifferente l'ordine dei due nodi che collega, assume il nome di **lato**.

Agli archi sono associati attributi numerici che ne rappresentano il comportamento agli effetti degli spostamenti che su di essi si manifestano. I vari attributi fisici e funzionali sono normalmente sintetizzati in apposite funzioni di costo.

I **centroidi** sono, invece, particolari nodi fittizi che corrispondono all'inizio e al termine di uno spostamento che si manifesta su una rete, collegati ad opportuni nodi tramite gli **archi connettori**.

2.2.2.2.2 Funzioni di costo e di prestazione

Ogni arco di un grafo è caratterizzato dal **costo di trasporto** che deve essere sostenuto per compiere uno spostamento su di esso dal nodo iniziale i al nodo finale j . È importante

precisare che si tratta di un costo generalizzato, inteso cioè non come costo prettamente monetario, ma come un generico impiego di risorse che rappresenta l'onere che l'utente deve sostenere per spostarsi lungo una certa via di trasporto. Pertanto il costo generalizzato è composto da vari termini, alcuni dei quali rappresentano effettivamente costi monetari, sostenuti per esempio per l'acquisto del carburante, il pedaggio, la sosta, il biglietto, ecc.; altri sono rappresentativi delle cosiddette disutilità, cioè il tempo di percorrenza, il rischio, l'eventuale disagio riscontrato durante lo spostamento. Sommando il costo di trasporto di ogni arco impiegato dallo spostamento, è possibile avere il **costo di percorso**.

Alcune componenti del costo generalizzato sono sostanzialmente differenti a seconda che si riferiscano al trasporto individuale o collettivo. Inoltre alcune componenti del costo di trasporto relativo a un arco sono indipendenti dalla sua lunghezza e sono denominate *costi fissi*, o costi non additivi, per esempio il tempo perso per la ricerca del parcheggio o il tempo di attesa alle fermate, mentre la maggior parte di esse dipende dalla lunghezza dell'arco e in questo caso si parla di *costi variabili*, o costi additivi, per esempio il costo monetario del carburante e dei pedaggi autostradali, il costo del biglietto, il tempo di viaggio trascorso a bordo dei veicoli.

Un'altra considerazione importante riguarda principalmente il caso del trasporto stradale nel quale il costo di trasporto da sostenere per percorrere un asse viario può dipendere non soltanto dalle sue caratteristiche fisico-geometriche ma anche dal flusso che vi transita, infatti generalmente all'aumentare del flusso, e quindi della densità veicolare, aumentano il tempo di percorrenza e altre caratteristiche del deflusso veicolare.

A ogni arco è quindi associata una funzione, definita **funzione di costo**, che ne rappresenta l'andamento al variare del flusso. Generalmente, almeno nei casi meno complessi, le funzioni di costo si definiscono introducendo le seguenti ipotesi:

- il costo generalizzato di percorrenza di un arco viene identificato con il suo tempo di percorrenza in funzione del flusso;
- il tempo di percorrenza di un arco extraurbano viene fatto dipendere essenzialmente dalle caratteristiche dell'asse viario;
- il tempo di percorrenza di un arco urbano viene fatto dipendere dalle caratteristiche dell'asse viario e soprattutto da quelle dell'intersezione di uscita dell'arco;
- il costo di percorrenza di un arco viene normalmente considerato indipendente dalle condizioni di deflusso presenti su altri archi.

2.2.2.3 I modelli di domanda

"Un modello di domanda di mobilità può essere definito come una relazione matematica che consente di associare a un dato sistema di attività e di offerta di trasporto il valore medio del flusso di domanda in un determinato periodo di riferimento con le sue caratteristiche rilevanti" (Cascetta 2006).

La domanda di mobilità che ha luogo in un dato momento è il risultato di numerose scelte dei soggetti che prendono parte alla stessa: tralasciando l'aspetto relativo alle merci e focalizzandosi sulle persone, le scelte possono essere caratterizzate da una certa stabilità temporale (ovvero con un elevato costo di variazione), come quelle relative al luogo di residenza e di lavoro oppure il possesso o meno di un veicolo motore e della relativa patente di guida, fino a scelte molto più frequenti, quali la decisione di fare un determinato spostamento, in una determinata fascia oraria, per un determinato motivo, con un certo modo; o financo immediate come quale percorso seguire con il proprio veicolo. Differenti modelli possono simulare in maniera differente le diverse tipologie di scelta.

Un secondo elemento di classificazione dei modelli di domanda riguarda le ipotesi sul concatenamento dei viaggi. I modelli per la domanda di spostamenti assumono implicitamente che ogni scelta relativa a ciascuno spostamento origine-destinazione sia indipendente da quelle degli altri spostamenti; questa ipotesi è accettabile quando la domanda è composta prevalentemente da viaggi ad anello, tipicamente casa-lavoro e viceversa. I modelli per la domanda di viaggi assumono invece che l'utente effettui scelte a catena in cui l'eventuale destinazione intermedia sarà scelta tenendo conto della destinazione precedente e successiva, e il modo di trasporto tenendo conto del complesso degli spostamenti. Questo secondo tipo di modelli, peraltro ancora oggetto di ricerca, è meglio applicabile in ambito urbano.

Un ulteriore livello di classificazione riguarda la differenza fra i modelli comportamentali e quelli non interpretativi, ove i primi effettuano esplicitamente ipotesi sul comportamento di scelta degli utenti, mentre i secondi descrivono le relazioni fra la domanda e le variabili del sistema di attività e di offerta di trasporto senza formulare ipotesi specifiche sul comportamento di scelta dei decisori.

2.2.2.3.1 Il sistema di modelli a quattro stadi

In generale, un modello di domanda è il risultato dell'integrazione di diversi sottomodelli. Considerandolo come una relazione matematica, si può scrivere nella forma generale come

$$d[K_1, K_2, \dots, K_n] = d(\mathbf{SE}, \mathbf{T}, \boldsymbol{\beta})$$

dove il flusso medio di spostamenti, con caratteristiche K_1, K_2, \dots, K_n , è espresso come una funzione di un vettore \mathbf{SE} di variabili socioeconomiche, relative al sistema delle attività e dei decisori, di un vettore \mathbf{T} di variabili di livello di servizio, relative al servizio offerto dal sistema di trasporto (esempi possono essere tempi di viaggio, costi monetari, distanze da percorrere a piedi, ...), e di $\boldsymbol{\beta}$, vettore di coefficienti o parametri che servono a dare un peso ai vari fattori di \mathbf{SE} e di \mathbf{T} .

Nonostante le dimensioni di scelta degli utenti che intervengono nel modello di domanda siano agli effetti interdipendenti, Cascetta consiglia di suddividere la funzione di domanda globale nel prodotto di sottomodelli interconnessi, ciascuno relativo a una o più dimensioni di scelta, metodo questo variamente utilizzato nella simulazione dei sistemi di trasporto.

Viene utilizzato quindi un sistema di modelli, il cui punto di partenza è la stima del livello di domanda, cioè la domanda di spostamenti complessivamente generata da ciascuna zona di origine nel periodo di riferimento, la quale viene successivamente scomposta nelle destinazioni, secondo i modi e i percorsi possibili.

Una sequenza di sottomodelli ampiamente utilizzata in letteratura è la seguente, detta "sistema di modelli a quattro stadi":

$$d_{od}^i[s, h, m, k] = d_o^i[s, h](\mathbf{SE}, \mathbf{T}) \cdot p^i[d/osh](\mathbf{SE}, \mathbf{T}) \cdot p^i[m/oshd](\mathbf{SE}, \mathbf{T}) \cdot p^i[k/oshdm](\mathbf{SE}, \mathbf{T})$$

dove:

- $d_o^i[s, h](\mathbf{SE}, \mathbf{T})$, *modello di generazione*, fornisce il numero medio di individui di categoria i che si spostano da o per il motivo s nell'intervallo temporale h ;
- $p^i[d/osh](\mathbf{SE}, \mathbf{T})$, *modello di distribuzione degli spostamenti*, fornisce la percentuale di utenti di categoria i che, spostandosi da o per il motivo s nell'intervallo temporale h , si recano nella zona di destinazione d ;

- $p^i[m/oshd](SE, T)$, *modello di ripartizione modale*, fornisce la percentuale di utenti di categoria i che, spostandosi fra o e d per il motivo s nell'intervallo temporale h , utilizzano il modo di trasporto m ;
- $p^i[k/oshdm](SE, T)$, *modello di scelta del percorso*, fornisce la percentuale di utenti di categoria i che spostandosi fra o e d per il motivo s nell'intervallo temporale h con il modo m , utilizzano il percorso k .

Nello sviluppo di questa Tesi si farà riferimento in particolare al modello di ripartizione modale, considerando i due sottomodelli di generazione e distribuzione come analizzati a priori (e dunque utilizzando una matrice di domanda origine-destinazione già costruita), mentre il sottomodello di scelta del percorso come vincolato e quindi non soggetto a variabilità.

2.2.3 Modelli di utilità aleatoria per la simulazione dei comportamenti di scelta

I modelli comportamentali hanno come obiettivo la stima della domanda di trasporto tenendo in considerazione il comportamento di scelta degli utenti. Una prima ipotesi su cui si basa questa famiglia di modelli è che l'utente sia un decisore razionale, ovvero tenda a massimizzare l'utilità che può ricavare dalle proprie scelte. Tale utilità risulta però essere caratterizzata da una certa soggettività, oltre che da approssimazioni di tipo modellistico: non si determina quindi la scelta che il decisore effettuerà, bensì si stima la probabilità che esso scelga una determinata alternativa (in un insieme discreto di possibilità).

Il compito del modello è quindi quello di stimare la probabilità che l'utente i scelga j all'interno dell'insieme I di tutte le alternative, basandosi sull'utilità che dà ad ogni singolo attributo, ovvero

$$p^i[j/I^i] = \Pr[U_j^i > U_k^i; \forall k \neq j, k \in I^i]$$

ove U è l'utilità percepita da ogni utente e viene definita come la somma di due componenti: l'utilità sistematica V , che è la media di tutte le utilità percepite da ogni utente, e il residuo aleatorio ε , che dà la variazione dell'utilità del singolo utente rispetto alla media globale.

$$U_j^i = V_j^i + \varepsilon_j^i$$

Quindi, riscrivendo la formula della probabilità di scelta:

$$p^i[j/I^i] = \Pr[V_j^i - V_k^i > \varepsilon_k^i - \varepsilon_j^i; \forall k \neq j, k \in I^i]$$

La probabilità che l'utente i scelga l'alternativa j dipende, quindi, dall'utilità sistematica V e dal residuo aleatorio ε .

Per quanto riguarda l'*utilità sistematica*, essa è rappresentata come una funzione $V_j^i(\mathbf{X}_{kj}^i)$ di attributi X_{kj}^i relativi alle alternative e al decisore. Sebbene la funzione $V_j^i(\mathbf{X}_{kj}^i)$ possa essere di qualunque tipo, per ragioni di semplicità e di convenienza analitica di solito si assume che l'utilità sistematica V_j^i sia una funzione lineare nei coefficienti β_k degli attributi.

$$V_j^i(\mathbf{X}_j^i) = \sum_k \beta_k X_{kj}^i$$

Gli **attributi** X_{kj}^i possono essere di diverso tipo: ci sono gli *attributi di livello di servizio*, che descrivono il servizio che viene offerto dal sistema di trasporto, gli *attributi del sistema delle attività*, che dipendono dall'utilizzo del territorio dell'area di studio, *attributi socioeconomici*, che sono quelli propri dell'utente o del suo nucleo familiare. Inoltre un attributo è chiamato

generico nel caso in cui è incluso nell'utilità di più alternative, *specifico* se invece viene valutato in modo differente per le diverse alternative.

Infine nell'utilità sistematica della generica alternativa j viene di solito introdotta una variabile ombra che vale 1 per l'alternativa j e 0 per le altre; tale variabile viene denominata Attributo Specifico dell'Alternativa (ASA) o di preferenza modale e il suo coefficiente β Costante Specifica dell'Alternativa (CSA). La sua funzione è di rendere stimabili statisticamente gli altri β , altrimenti qualsiasi combinazione di β che desse luogo alle stesse differenze fra le CSA delle diverse alternative produrrebbe gli stessi valori delle probabilità di scelta.

Nei **residui aleatori** vengono concentrati idealmente tutti gli elementi di incertezza. Non essendo possibile attribuirvi quantitativamente un valore numerico, si ricorre all'utilizzo di una variabile aleatoria per esprimerne la distribuzione probabilistica.

2.2.3.1.1 Logit Multinomiale

Il Logit Multinomiale è un modello di stima delle preferenze applicato alla stima della ripartizione modale, quindi simula una scelta tra diverse opzioni tra loro indipendenti. Tra i modelli di utilità aleatoria è il più semplice e si basa sull'ipotesi che i residui aleatori ε_j relativi alle diverse alternative siano indipendentemente e identicamente distribuiti secondo una variabile aleatoria di Gumbel a media nulla e di parametro θ . La funzione di distribuzione di probabilità marginale di ciascun residuo è data da:

$$F_{\varepsilon_i}(X) = \Pr(\varepsilon_i \leq x) = e^{-e^{-\frac{x}{\theta-\phi}}}$$

dove ϕ è la costante di Eulero, pari a circa 0.577.

La varianza della variabile aleatoria di Gumbel è data da

$$Var[\varepsilon_j] = \sigma_\varepsilon^2 = \frac{\pi^2\theta^2}{6} \quad \forall j$$

A causa dell'ipotesi di identica distribuzione le varianze dei residui aleatori sono tutte uguali e dipendono solamente dal parametro θ . Inoltre l'ipotesi di indipendenza dei residui aleatori implica che la covarianza fra una qualunque coppia di residui sia nulla.

$$Cov[\varepsilon_j, \varepsilon_h] = 0 \quad \forall j, h \in I$$

In questo modo risulta che anche le utilità percepite U_j , essendo la somma della costante V_j , l'utilità sistematica, e della variabile aleatoria ε_j , siano variabili aleatorie di Gumbel, con funzione di distribuzione di probabilità, media e varianza fornite da:

$$F_{U_j}(U) = \Pr[V_j + \varepsilon_j \leq U] = \Pr[\varepsilon_j \leq U - V_j] = e^{-e^{-\frac{U-V_j}{\theta-\phi}}}$$

$$E[U_j] = V_j$$

$$Var[U_j] = \frac{\pi^2\theta^2}{6}$$

La variabile di Gumbel gode di una importante proprietà detta di *stabilità rispetto alla massimizzazione*, ovvero il massimo di variabili di Gumbel indipendenti e di uguale parametro θ è ancora una variabile di Gumbel di parametro θ . In altri termini se le U_j sono variabili di Gumbel indipendenti di uguale parametro θ e con medie diverse V_j , la variabile U_M :

$$U_M = \max\{U_j\}$$

è ancora una variabile di Gumbel con parametro θ e media V_M fornita da:

$$V_M = E[U_M] = \theta \ln \sum_j \exp(V_j/\theta)$$

La variabile V_M è anche denominata utilità inclusiva e la variabile Y ad essa proporzionale è denominata, per la sua struttura analitica, variabile *logsum*:

$$Y = \ln \sum_j \exp(V_j/\theta)$$

La stabilità rispetto alla massimizzazione fa sì che la variabile di Gumbel sia particolarmente conveniente per la distribuzione dei residui nei modelli di utilità aleatoria, in quanto questi esprimono la probabilità di scelta di un'alternativa come la probabilità che l'utilità percepita per tale alternativa sia la massima fra quelle relative a tutte le alternative disponibili. Infatti, nelle ipotesi fatte, la probabilità di scegliere l'alternativa j fra quelle disponibili $(1, 2, \dots, m) \in I$, può essere espressa come:

$$p[j] = \frac{\exp(V_j/\theta)}{\sum_{k=1}^m \exp(V_k/\theta)}$$

nella cui formula non appaiono i residui aleatori, pertanto la probabilità di scelta di una alternativa si può quantificare direttamente inserendo nell'esponentiale che compare al numeratore il valore degli attributi relativi a tutte le alternative. La possibilità di effettuare questa operazione presuppone la conoscenza del parametro θ e dei coefficienti β_k che compaiono nelle utilità sistematiche, e ciò è possibile con il processo di calibrazione.

Per brevità si ometterà, nel corso della trattazione di questa Tesi, di approfondire l'argomento della calibrazione dei modelli, in quanto i parametri β_k saranno considerati come dati noti nell'applicazione del caso di studio.

Appare importante sottolineare come il Logit Multinomiale, in virtù di alcune ipotesi semplificative, non sia applicabile efficacemente in tutti i contesti. L'ipotesi di indipendenza dei residui aleatori, ad esempio, può condurre in alcuni casi a risultati irrealistici: se un insieme di scelta è caratterizzato da diverse alternative con medesima utilità sistematica, ma due (o più) di esse risultano simili agli occhi degli utenti, il modello assegnerà la medesima probabilità di scelta a tutte le alternative, in maniera poco realistica (data l'affinità fra alcune di queste). Sono stati sviluppati numerosi altri modelli per tenere conto anche degli effetti di correlazione fra le possibilità di scelta, a partire dal Logit Gerarchico fino a modelli che prevedono l'utilizzo di una diversa variabile aleatoria come il Probit o altri ancora, con diversi gradi di complessità di formulazione e analitica.

2.3 L'orario ferroviario cadenzato

2.3.1 Principi di progettazione di un orario ferroviario

La ferrovia si compone di due elementi fisici: l'infrastruttura (comprensiva dei binari e di tutti gli impianti fissi) e i treni. Come per tutti i mezzi di trasporto collettivo, il suo obiettivo è quello di permettere l'attuazione dei flussi di domanda di trasporto, interagendo mutuamente con essi. La presenza dell'infrastruttura determina la possibilità fisica che i passeggeri possano recarsi dove devono andare, ma ciò avviene effettivamente solo se è presente anche un treno

che, circolando sull'infrastruttura secondo una determinata organizzazione, realizza il servizio.

La progettazione di un orario ferroviario avviene considerando tutti i vincoli che l'infrastruttura, ovvero le componenti fisiche, e il regime di circolazione con le sue norme, ovvero la componente organizzativo-normativa, pongono rispetto al servizio che si vorrebbe produrre per soddisfare la domanda di trasporto. L'orario ferroviario è quindi quell'apprestamento che mette in relazione i treni con l'infrastruttura in una maniera coerente, strutturata e funzionale alla produzione del servizio, in modo che l'utenza possa consumarlo e dare luogo al *traffico* (nell'accezione di *flusso di utenti sulla rete*). In altre parole, "l'orario è (dovrebbe essere) il modo migliore con cui i treni riescono a sfruttare l'infrastruttura per far sì che i passeggeri arrivino dove vogliono arrivare" (Stagni 2013).

L'orario grafico, o diagramma di traffico, è uno strumento alla base della progettazione del *traffico ferroviario* (nell'accezione di circolazione di veicoli sulla via), che consente di rappresentare tutti i treni presenti su una singola linea descrivendole la posizione istante per istante. Esso consiste in diagramma spazio-tempo che presenta su un asse lo schema della linea e sull'altro il tempo. In Italia è tradizionalmente usato il diagramma che riporta nelle ascisse il tempo e nelle ordinate la linea. Ogni treno è rappresentato nel diagramma da una traccia, la cui pendenza è proporzionale alla velocità del treno (se la linea è rappresentata in scala). I tratti orizzontali (verticali se gli assi sono invertiti) rappresentano le soste, mentre ove due linee sono incidenti deve necessariamente esserci almeno un tratto di linea a doppio binario, oppure un punto d'incrocio o precedenza (e in questi casi almeno uno dei due treni effettua necessariamente una sosta).

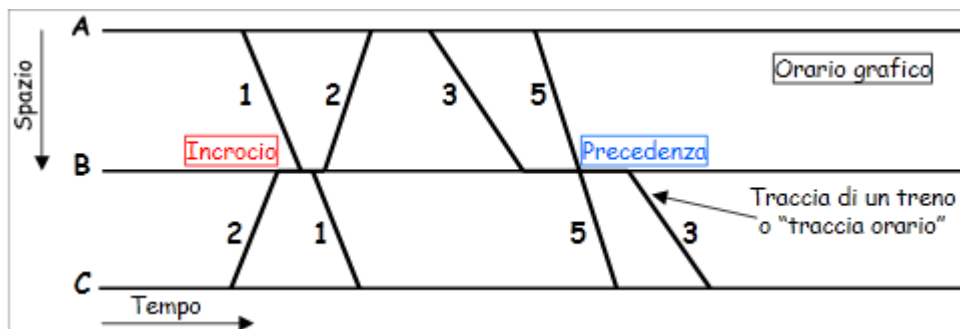


Figura 2-1: Esempio di operazioni di incrocio e precedenza sull'orario grafico [da (Maja, 2011)]

Nella costruzione di un orario ferroviario occorre predisporre tutte le tracce in modo che non vi siano conflitti fra le stesse, ovvero che un treno non debba percorrere una sezione di linea riservata per la protezione della corsa di un altro treno o effettivamente occupata. Mentre all'interno stazioni più complesse questo viene eseguito in maniera molto dettagliata assegnando specifici itinerari a ciascun treno, nell'orario grafico abitualmente si rappresenta, oltre alla traccia, anche il "canale temporale" di protezione di ciascun treno. La forma e l'entità di questo varia sensibilmente in relazione al regime di circolazione adottato e agli apprestamenti tecnologici: nei casi più semplici si tratta di un distanziamento all'ingresso in linea di un definito numero di minuti a seconda della velocità dei treni, ove sia presente invece un sistema di blocco si realizza un diagramma a scalini modellato sulla lunghezza delle sezioni di blocco, come nell'esempio in figura alla pagina seguente.

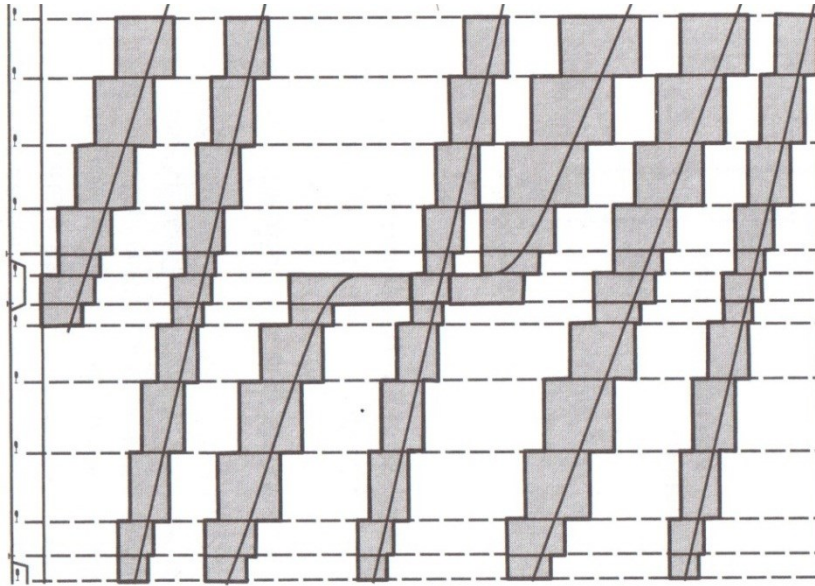


Figura 2-2: Esempio di orario grafico con distanziamento a sezioni di blocco [rielaborazione da (Hansen, Paehl 2008), pag. 34]

2.3.2 Teoria ed effetti del cadenzamento

L'approccio tradizionale alla costruzione dell'orario di un servizio di trasporto pubblico interurbano è quello di considerare la disposizione spaziale dei centri generatori (zone residenziali) ed attrattori (poli industriali, centri di servizi) e progettare i servizi di trasporto tenendo conto degli orari dei centri attrattori, nell'ottica di fornire un servizio che tenga conto di specifiche esigenze. Con la polverizzazione delle attività cui si assiste in molti territori questo approccio ha perso la sua efficacia, dato anche l'incremento della mobilità non legata alle relazioni casa-lavoro e ritorno.

Un metodo di programmazione degli orari che introduce delle significative novità rispetto all'approccio "ad hoc" è costituito dal cosiddetto *orario cadenzato*, introdotto inizialmente in Olanda e successivamente diffusosi ampiamente in Europa. Esso si distingue per la ripetizione, durante tutto l'arco del servizio giornaliero, di uno specifico modulo di configurazione. L'orario di partenza di ciascun treno da ciascuna stazione avviene quindi a intervalli regolari, così sono sempre uguali i tempi di percorrenza su ciascuna tratta, e dunque i tempi di interscambio ai nodi, eccetera. In questo modo il tempo di viaggio su due relazioni è sempre lo stesso durante tutto l'arco della giornata, e l'orario di partenza sarà al medesimo minuto di ogni ora, in quanto l'intervallo di cadenzamento, ovvero il tempo che intercorre fra un servizio e il successivo, è definito come un'ora o sottomultiplo intero (oppure 120 minuti, per cui si avrà un convoglio ogni 2 ore), evitando quindi che il minuto considerato slitti durante l'arco della giornata.

Una caratteristica importante per la costruzione di una *rete cadenzata* è la simmetria delle tracce di ciascuna linea. Di per sé sarebbe possibile costruire l'orario di ciascuna linea in maniera ripetitiva senza avvalersi di alcuna simmetria (per esempio velocizzando una tratta finale per arrivare prima al capolinea, mantenendo invece una velocità più bassa per il ritorno), ma così facendo si avrebbero delle situazioni in cui i tempi di percorrenza fra località poste su linee diverse potrebbero essere differenti nelle due direzioni di percorrenza: poiché la maggior parte degli spostamenti sono viaggi ad anello (come quelli casa-lavoro-casa) i vantaggi eventualmente introdotti in una direzione si traducono inevitabilmente in svantaggi nella direzione opposta. Ciò risulta di particolare incisività nel caso di relazioni dominate dal tempo di interscambio: nella configurazione simmetrica il tempo di interscambio fra un servizio e l'altro è indipendente dalla direzione dello stesso, nel caso asimmetrico sono

possibili diversi tempi di interscambio a seconda della direzione, e quindi differenti tempi di viaggio fra andata e ritorno per la stessa relazione.

Volendo esemplificare i concetti di cui sopra, si può fare riferimento alla figura seguente:

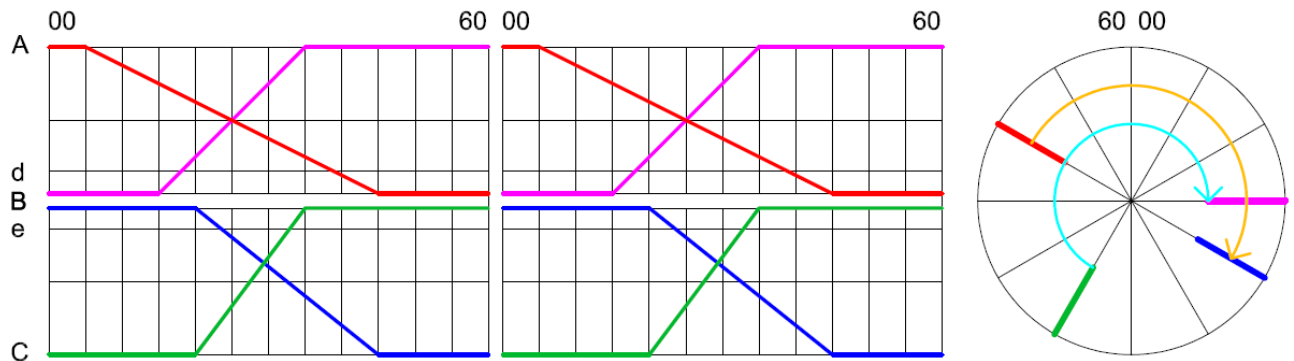


Figura 2-3: Conseguenze dell'assenza di simmetria sui nodi di interscambio

La parte sinistra della figura mostra l'orario grafico di due linee cadenzate (gli eventi si ripetono ogni modulo ora) ma non dotate di simmetria né delle tracce di andata e ritorno né degli orari rispetto all'asse del cadenzamento (minuto 00). Le due linee presentano un estremo in comune in B, ove l'orario degli eventi di arrivo e partenza che vi occorrono è riportato nel diagramma ad orologio. Considerando la relazione A-C, con trasbordo in B, risulta visivamente la differenza tra il tempo di interscambio all'andata di 30 minuti e quello del ritorno di 40 (le quantità sono volutamente esagerate per rendere maggiormente leggibile l'esempio). Se considerassimo la relazione d-e ciò porterebbe ad un sensibile squilibrio dei tempi di viaggio. Inoltre è facile calcolare che il tempo impiegato per andare da A a C è di 100 minuti all'andata mentre al ritorno solo 75 (nonostante il maggior interscambio), a causa della mancanza di simmetria fra le tracce. Poiché la maggior parte degli utenti viaggerà in entrambe le direzioni, è probabile che per la comparazione del treno con modi alternativi di trasporto essi tengano in considerazione in tempo di viaggio più sfavorevole, e quindi una struttura di orario senza simmetria risulti inefficace.

Dal punto di vista della costruzione dell'orario ferroviario l'adozione di una struttura cadenzata permette di semplificare il lavoro in fase di progettazione: tutte le soluzioni trovate per predisporre una circolazione scevra da conflitti all'interno di un periodo di cadenzamento funzionano nello stesso modo durante tutto l'arco del servizio. È sufficiente quindi programmare un modulo per ottenere una struttura sempre funzionante, la quale potrà poi essere in un secondo momento raffinata localmente per far fronte a specifiche esigenze. Risulta inoltre possibile programmare più tracce rispetto a quelle che si andranno effettivamente a sfruttare nella configurazione normale: questa tecnica di prevedere delle tracce "buffer" può essere utile ad esempio in quei contesti ove vi sia del traffico merci occasionale, che quindi andrà in maniera discontinua ad occupare le tracce preventivamente lasciate libere senza condizionare la circolazione normale, oppure sulle linee ove sia preventivata la possibilità avere del traffico di lunga percorrenza effettuato con periodicità discontinua.

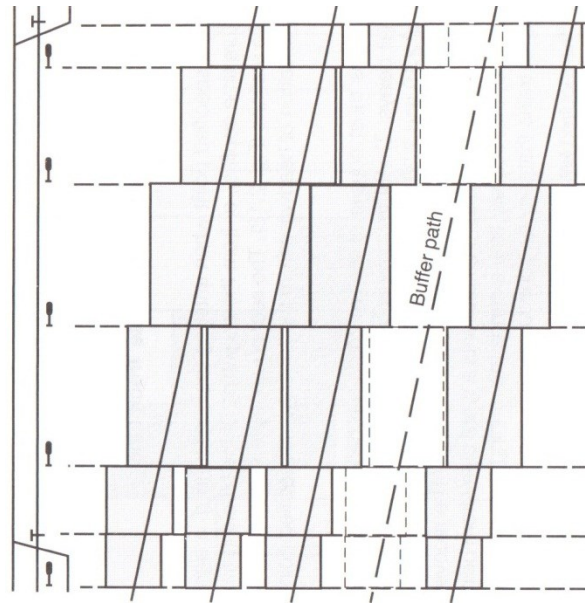


Figura 2-4: Esempio di orario grafico con traccia buffer [rielaborazione da (Hansen, Pachtl 2008), pag. 32]

2.3.2.1 Vantaggi e criticità

Il cadenzamento porta sicuramente numerosi vantaggi, ma presenta anche alcune criticità che è bene prendere in considerazione.

Tra i vantaggi, si può annoverare:

- Maggiore semplicità nella costruzione dell'orario (come detto nel paragrafo precedente, la sua struttura prevede la ripetizione di un modulo base, pertanto è sufficiente risolvere ciascun tipo di problema una volta sola).
- Migliore leggibilità da parte dell'utenza: è sufficiente memorizzare il minuto di partenza dalla propria stazione per ritrovarlo riproposto ad ogni ora (o diverso periodo di cadenzamento). Gli interscambi inoltre presentano sempre le stesse caratteristiche.
- Semplificazione dell'organizzazione dal punto di vista dell'azienda ferroviaria: con una struttura fissa, è più semplice gestire sia i turni del personale che quelli del materiale rotabile.
- La possibilità di creare una più efficace integrazione con gli altri mezzi di trasporto: gli arrivi e le partenze ai capolinea sono concentrati verso l'asse del cadenzamento, mentre gli incroci in linea avvengono sempre a metà del periodo di cadenzamento, come evidente dalla figura alla pagina seguente.

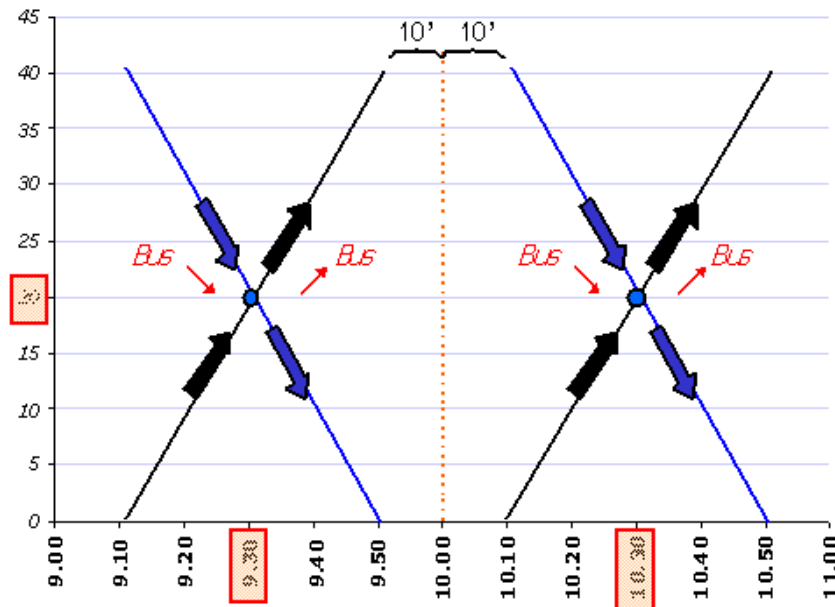


Figura 2-5: Incrocio a metà del periodo di cadenzamento con interscambio efficiente con altri modi di trasporto [da (Stagni 2013)]

Tra le criticità, si può includere:

- La necessità di un compromesso sul dimensionamento del numero di corse (ovvero del periodo di cadenzamento): rispetto allo schema di base, nelle fasce di punta vi è probabilmente necessità di più treni sulle relazioni che presentano una forte domanda pendolare, e viceversa nell'ora di morbida. Nel primo caso occorre prevedere la possibilità di inserire delle corse di rinforzo (cioè il cadenzamento, tenendo conto anche di eventuali treni di categoria superiore, non deve aver saturato la tratta), mentre nel secondo è da valutare l'utilità di saltare delle corse: introdurre delle variazioni rispetto allo schema di base può disorientare l'utenza, e a fronte del solo risparmio dei costi vivi di circolazione (poiché sia il materiale rotabile, sia le tracce, sia in buona parte il personale, sono già a disposizione) si rischia di perdere l'occasione di attrarre la domanda potenziale che si rivolge a modi alternativi. Ogni caso è quindi da valutare attentamente.
- Le partenze ravvicinate: nel caso due linee abbiano un tratto in comune, l'applicazione del cadenzamento porterà probabilmente ad avere su quella tratta due treni ravvicinati e successivamente un "buco" nel servizio. Questo approccio può rimanere valido nel caso in cui sia ragionevole ottimizzare entrambe le linee rispetto alle coincidenze al nodo; nel caso invece vi sia una forte domanda sulle relazioni dirette al nodo che partono dalle stazioni in comune probabilmente è più efficace operare dei servizi equidistanziati.
- La necessità di una buona regolarità d'esercizio: affinché il sistema di interscambi funzioni in maniera efficace (e venga considerato affidabile dall'utenza) questa componente è fondamentale, altrimenti si perdono tutti i vantaggi del cadenzamento.

2.4 Modellizzazione e ottimizzazione del servizio ferroviario

2.4.1 Modellizzazione dell'infrastruttura

Un modello dell'infrastruttura con un certo grado di dettaglio è la base fondamentale per la sua gestione e per la pianificazione del servizio. Qualsiasi gestore di linee ferroviarie moderno per poter programmare la manutenzione della propria rete deve possederne un inventario con

i dati che esso ritiene significativi. La mole di dati da trattare richiede l'adozione di un database organizzato in modo da tenere ordinate e ricercabili le informazioni, ma è possibile adottare strategie ulteriori: costruire e mantenere i propri dati all'interno di un modello rappresentativo della realtà permette di sviluppare applicazioni utili alla programmazione e alla gestione del servizio, ovvero fornisce la base per attività come il calcolo dei tempi di corsa, del distanziamento, la ricerca dei conflitti fra le tracce programmate, fino a fornire la possibilità di simulare l'intero funzionamento del sistema ferroviario.

Può essere utile modellare molti aspetti dell'infrastruttura: alcuni di essi influiscono solo dal punto di vista della gestione della manutenzione, altri hanno impatto anche sulla circolazione. A seconda dello scopo prefissato possono essere costruiti differenti modelli, in ogni caso il buon funzionamento di essi dipende sempre dalla qualità dei dati in ingresso e dalla regolarità del loro aggiornamento; per questo motivo occorre coordinare le attività fra i differenti settori in cui un'impresa ferroviaria è suddivisa anche dal punto di vista della gestione dei dati.

Come suggerito da Radtke (in (Hansen, Pachl 2008), pagg. 43-56, sul cui testo è basato il seguente paragrafo), la best practice nella modellizzazione dell'infrastruttura ferroviaria è l'utilizzo di strutture derivate dalla Teoria dei Grafi, in quanto hanno il pregio di poter ricondurre a forme matematiche semplici anche reti ferroviarie molto complesse, permettendo di evitare la memorizzazione dei medesimi dati sotto diverse categorie. Come in qualsiasi tipo di **grafo**, l'infrastruttura reale è schematizzata secondo archi, connessi fra loro da nodi. Formalmente, un **nodo** è la rappresentazione di un punto arbitrario di una rete ferroviaria, e un **arco** è la connessione fra due nodi.

L'accuratezza del modello dell'infrastruttura, ovvero la quantità di dettagli presa in considerazione, può essere maggiore o minore, a seconda dei possibili utilizzi che si voglia fare dei dati: i modelli microscopici riportano un alto livello di dettaglio degli archi e dei nodi, mentre i modelli macroscopici riproducono l'infrastruttura secondo gli elementi più rilevanti. Sono possibili anche modelli misti che scendono nel dettaglio solo ove sia necessario.

2.4.1.1 Definizione degli attributi

Gli attributi dell'infrastruttura modellati in un grafo possono essere sovente assegnati sia agli archi che ai nodi. Alcuni attributi tipici dei nodi sono ad esempio caratteristiche geografiche (progressiva chilometrica, coordinate, nome etc.) o topologiche (segnale, punto di comunicazione, etc.); per quanto riguarda gli attributi degli archi sono possibili due approcci: quello orientato agli archi, in cui ciascuno di essi contiene le informazioni rilevanti (come velocità massima, gradiente, raggio di curvatura, elettrificazione, etc.), e quello orientato ai nodi, secondo il quale sono previsti speciali nodi che riportano la variazione delle caratteristiche di un arco. In questo secondo approccio, agli archi non è generalmente associato alcun tipo di informazioni: sono i nodi a fornirle tutte, eventualmente per confronto fra le coppie di nodi estremità dell'arco in questione.

Entrambi gli approcci riportati presentano vantaggi ed inconvenienti. Per quanto riguarda l'associazione degli attributi agli archi un effetto collaterale è la ridondanza delle informazioni da memorizzare: per due archi contigui con le medesime caratteristiche (del tutto o in parte) occorre comunque scrivere tutte le informazioni di entrambi. Inoltre volendo modificare un attributo di un insieme di archi è necessario modificare i record di ogni singolo arco, operazione che a volte può risultare onerosa dal punto di vista computazionale (anche se i moderni programmi di gestione dell'infrastruttura e la potenza di calcolo oggi disponibile hanno in parte ovviato a questo problema). Per quanto riguarda invece l'utilizzo del metodo node-oriented si evita il problema di cui sopra, in quanto per variare un attributo è sufficiente modificare lo speciale nodo che lo riguarda. Lo svantaggio però diventa evidente nel momento

in cui occorre considerare gli attributi di specifici archi e lavorare con essi, in quanto occorre eseguire specifici algoritmi per recuperare le informazioni, non essendo queste direttamente associate agli archi bensì da ricavare dai nodi adiacenti.

2.4.1.2 Modelli macroscopici e microscopici

Generalmente i modelli macroscopici sono utilizzati per la pianificazione di lungo termine o particolare problemi di instradamento. Questo tipo di modelli contengono molti meno archi e nodi rispetto a quelli microscopici e riportano uno schema più astratto dell'infrastruttura.

Un nodo in un modello macroscopico rappresenta una stazione o un posto di comunicazione nella rete, cui tipicamente sono associati attributi geografici e denominativi. Un arco può avere invece attributi come la lunghezza, il tipo di linea, il numero di binari, il tempo di corsa medio o minimo, la capacità.

I modelli microscopici combinano informazioni relative alla linea come ad esempio la velocità massima, la pendenza o il raggio di curvatura, con gli elementi dei sistemi di segnalamento e di sicurezza, nonché eventualmente informazioni aggiuntive come quelle relative alla relazione tra itinerari alternativi nelle stazioni. Questo tipo di modelli estremamente dettagliato è necessario per il calcolo del tempo di corsa (unitamente a tutte le informazioni riguardanti il treno in esame), la simulazione del traffico ferroviario, la ricerca dei conflitti fra le tracce e la loro risoluzione.

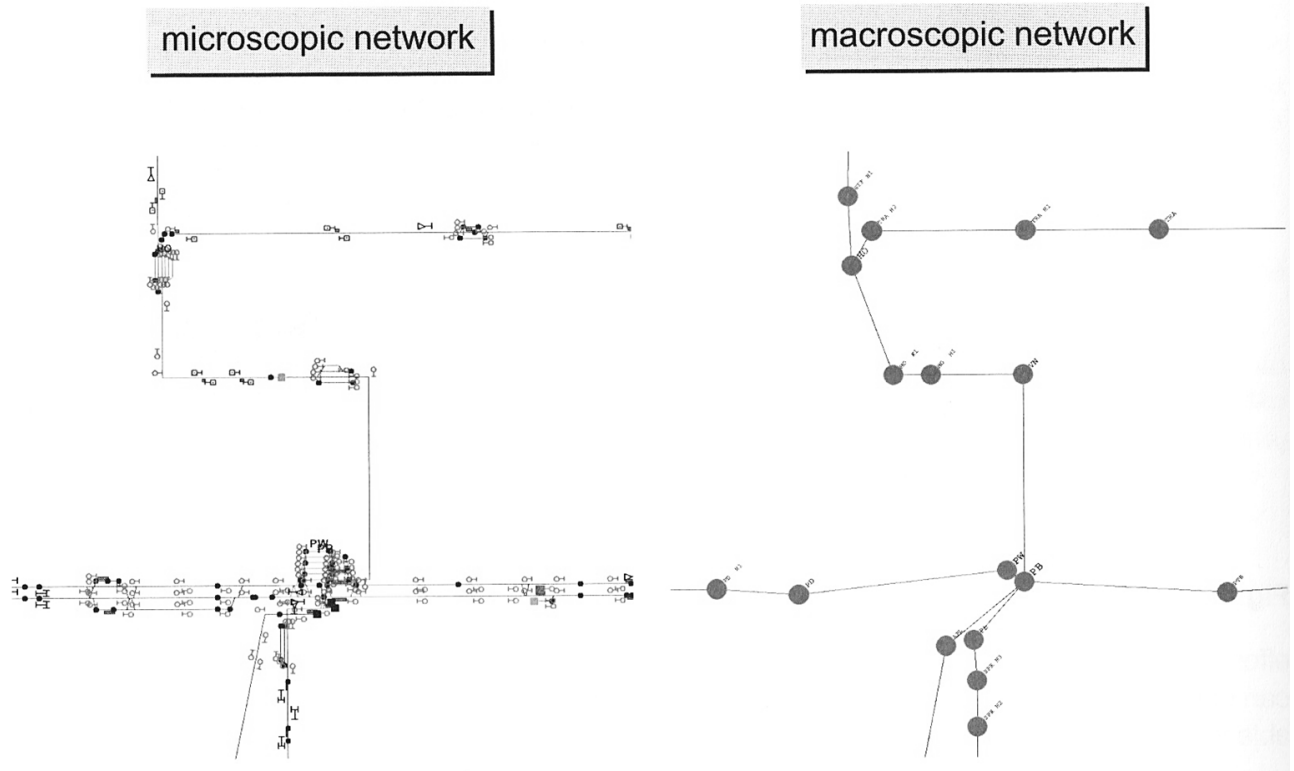


Figura 2-6: Esempio di modelli microscopici e macroscopici [da (Hansen, Pachel 2008), pag. 54]

Per quanto riguarda la costruzione di un orario ferroviario in reti complesse è possibile seguire un processo in due passaggi: innanzitutto si impiega un modello macroscopico della rete per stabilire quali servizi operare, a quali linee assegnarli, le fermate da effettuare e così via, costruendo quindi un orario di massima dell'intera rete; successivamente si passa a modelli più dettagliati per il calcolo dei tempi di viaggio e soprattutto per assicurarsi che siano sufficienti i distanziamenti ipotizzati a seconda delle diverse soluzioni tecnologiche con cui

possono essere equipaggiate le linee e i convogli, nonché per assegnare gli itinerari più funzionali all'interno delle stazioni.

Nel corso di questo lavoro di Tesi si farà riferimento solamente al primo step, giungendo quindi a generare un orario ferroviario di massima basato su un calcolo approssimato dei tempi di percorrenza.

2.4.2 Ottimizzazione del servizio: stato dell'arte

Poiché il modello studiato in questa Tesi riguarda specificatamente ambiti in cui sia applicato il cadenzamento, si farà riferimento in questo paragrafo unicamente alla letteratura riguardante l'ottimizzazione di reti cadenzate. Parte del survey qui brevemente presentato fa riferimento a quello di Cordone e Redaelli in (Cordone, Redaelli 2011), che riporta come il primo approccio al problema del progetto di un orario ferroviario cadenzato "*(...) has been introduced in Voorhoeve (1993) by exploiting the Periodic Event Scheduling Problem (PESP) proposed by Serafini and Ukovich (1989).*"

2.4.2.1 La formulazione ciclica dell'orario e i modelli a domanda fissa

Illustrando un breve sunto del modello PESP nell'applicazione ferroviaria, esso propone di programmare gli eventi $e = 1, \dots$ E secondo un tempo di ciclo T . Pertanto, dato un evento e con accadimento al tempo v , eventi simili si avranno in tutti gli istanti di tempo $\{\dots v - T, v, v + T, \dots\}$. I tempi di accadimento sono il tempo di inizio e di fine di determinati processi, come ad esempio il viaggio fra due stazioni. Il set di processi è denominato con P , ciascuno di essi è identificato con i suoi tempi di inizio e fine, ovvero la coppia (e, e') . Il modello PESP assume che siano noti i limiti inferiori e superiori del tempo di ogni processo $(L_{e,e'}$ e $U_{e,e'}$), preferibilmente contenuti in $[0, T-1]$. La formulazione prevede un vincolo di durata temporale per ogni processo, esplicitato in: $(v_{e'} - v_e) \bmod T \in [L_{e,e'} \text{ e } U_{e,e'}]$ per tutti gli $(e, e') \in P$. Poiché l'operatore modulo è difficile da gestire nella programmazione matematica, il carattere ciclico dell'orario è generalmente modellato introducendo variabili binarie di decisione, denominate $Q_{e,e'}$, che indicano se l'intervallo temporale del processo si estende oltre la fine del periodo. I vincoli sopra riportati vengono quindi sostituiti da: $L_{e,e'} \leq v_{e'} - v_e + T * Q_{e,e'} \leq U_{e,e'}$ per tutti gli $(e, e') \in P$. Se tempo dell'evento finale del processo cade oltre il periodo la variabile $Q_{e,e'}$ assumerà il valore 1, altrimenti 0.

Basandosi su questa impostazione, i progettisti dell'orario ferroviario olandese hanno sviluppato nel 1993 il programma CADANS, che aveva come scopo la ricerca di soluzioni al Cyclic Railway Timetable Problem (CRTTP), senza però affrontare la questione della qualità degli orari generati.

Successivamente Nachtigall nel 1994 ha introdotto una formulazione del problema basata sull'ausilio di un grafo in cui i nodi corrispondono agli eventi e gli archi ai vincoli temporali che li legano. Questa formulazione, nota sotto il nome di Cycle Periodicity Formulation (CPF), è la più usata ancora oggi. La CPF è stata estesa sempre da Nachtigall nel 1996 per considerare linee con differenti periodi.

"Unfortunately, these models assume the trip times of the trains between consecutive stations to be known and fixed a priori. However, in some cases, this assumption is too restrictive. If a feasible solution to the model does not exist, given the fixed trip times, then it would be helpful if the solution space could be enlarged by allowing small deviations from the fixed trip times" (Kroon, Peeters 2003). In questo lavoro gli autori hanno quindi sviluppato un metodo per integrare nella formulazione PESP, tramite vincoli opportuni, variabili relative al tempo di viaggio sugli archi. L'approccio seguito è quello di implementare un modello macroscopico per

quanto riguarda l'infrastruttura, studiando l'istanza del problema senza entrare nei dettagli dell'assegnazione degli itinerari all'interno delle stazioni, e quindi considerando un calcolo approssimato dei diagrammi di trazione. Nelle conclusioni viene notato come in generale il tempo computazionale non subisca variazioni rilevanti dall'introduzione dei tempi di viaggio variabili, specificando però che possono esistere delle istanze di "caso peggiore" per le quali il tempo di risoluzione non è riconducibile a polinomiale. Viene pertanto suggerito di utilizzare i tempi di viaggio variabili in maniera selettiva come raffinamento locale dell'istanza a tempi di viaggio costanti.

Un articolo pubblicato sulla rivista *Interfaces* (Kroon, et al. 2009) illustra il procedimento seguito per la costruzione del nuovo orario ferroviario olandese del dicembre 2006. *"Modifications to the existing timetable, which was constructed in 1970, were not an option; additional growth would require significant investments in the rail infrastructure. Constructing a railway timetable from scratch for about 5,500 daily trains was a complex problem"*. Il problema del nuovo orario è stato quindi affrontato nella sua interezza a partire da zero, organizzando inoltre anche i turni del materiale rotabile e del personale. Per fare ciò è stato scomposto il problema in tre fasi, costruendo dapprima l'orario ferroviario, assegnando in un secondo momento i veicoli ai servizi e in terza battuta il personale ai servizi. Le tre fasi vengono svolte in maniera separata, seppur consequenziale, dai moduli di DONS (Designer of network schedules), sfruttando le proprietà della formulazione PESP. Il problema generale nella formulazione da loro utilizzata è risultato però contenere un numero eccessivo di eventi da modellare con gli appropriati vincoli (approssimativamente 70000 vincoli contenenti una variabile binaria) per essere risolubile come MIP, pertanto hanno utilizzato il programma CADANS soltanto per ottenere una soluzione generica raffinata in un secondo passaggio ottimizzando i tempi di trasbordo in specifiche stazioni. Per cercare una buona soluzione al problema hanno realizzato e comparato 10 differenti orari, giungendo con alcune modifiche a realizzarne un 11esimo che è stato effettivamente adottato (con alcuni aggiustamenti per situazioni contingenti).

Sviluppi più recenti hanno riguardato gli ambiti di una più efficiente definizione delle variabili integrali relative alla periodicità degli eventi nel grafo ausiliario, nonché delle analisi di robustezza e stabilità degli orari rispetto ai ritardi e alla loro propagazione sulla rete.

Per quanto riguarda lo studio dell'orario con differenti tipologie di treni (tipicamente: regionali, interregionali ed intercity) si può citare uno studio sempre olandese del 2004, riportato in (Goossens, van Hoesel et al. 2006). In questo lavoro viene sviluppato un modello per l'ottimizzazione di una rete con differenti servizi, assegnando a ciascuno di essi un differente pattern delle fermate, con l'obiettivo di minimizzare il costo operativo dell'esercizio delle diverse linee. Questo approccio viene introdotto per superare i difetti di quello della massimizzazione dei viaggiatori diretti, che tendeva a generare linee geograficamente lunghe, con l'elevata probabilità di consistenti fluttuazioni del numero di passeggeri lungo i diversi archi, e quindi il rischio di una configurazione dei convogli poco efficiente.

2.4.2.2 Modelli a domanda variabile

Gli studi fino a qui citati non hanno posto fra i loro obiettivi la considerazione dell'interazione fra l'offerta di trasporto progettata e la domanda da servire. Come già presentato nel capitolo 2.2 relativo a questi temi, le caratteristiche della domanda e dell'offerta di trasporto sono in realtà fortemente interconnesse, in particolare quando si voglia ottimizzare un modo di trasporto in un contesto in cui siano presenti diverse alternative. Negli studi fino alla fine degli anni '90 riguardanti la progettazione degli orari ferroviari cadenzati l'aspetto relativo alla domanda è stato sempre trascurato oppure si è assunta questa come fissa, inserendo eventualmente nella funzione obiettivo la minimizzazione dei tempi di viaggio per gli utenti,

considerato il fattore principale di valutazione della qualità del trasporto ferroviario, come riportato ad esempio in (Chang, Yeh et al. 2000): *"Apart from the safety and comfort factors, convenience is the passenger's major concern when choosing railroad travel. Convenience is related to the service frequency and journey time. In the context of train-schedule planning, train schedules that minimize the passenger's travel time can satisfy this passenger's requirement"*.

In un lavoro di ricerca sviluppato alla Beijing Jiaotong University e pubblicato in (Huiling Fu, Lei Nie et al. 2008) viene proposto un modello di ottimizzazione dell'offerta di trasporto di una linea intercity che include un meccanismo di feedback tra l'offerta di trasporto e la variazione della domanda, intesa come scostamento rispetto ad una domanda attesa per un dato periodo futuro. Nel modello viene fatto esplicitamente riferimento solo al modo di trasporto ferroviario (senza quindi prendere in considerazione la competizione fra i diversi modi di trasporto), pertanto la domanda attesa futura è quella già rigidamente assegnata alla ferrovia. Nel loro lavoro gli autori propongono come funzioni obiettivo la minimizzazione dei costi operativi di produzione del servizio e la minimizzazione dei costi generalizzati sostenuti dagli utenti, inclusi quelli relativi ai tempi di spostamento (accesso alla rete, attesa, viaggio, interscambio, etc.), il prezzo del biglietto, e fattori quali l'affollamento. La variabilità della domanda viene intesa come fluttuazione dovuta a differenti livelli del comfort di viaggio, con l'unica variabile del fattore di riempimento dei convogli, ovvero il grado di affollamento (valutato diversamente in funzione della lunghezza dei viaggi); variabile che determina la necessità di un algoritmo ricorsivo per correggere i risultati della funzione di ottimizzazione (statica) con i nuovi valori di domanda ricavati dal fattore di riempimento calcolato ad ogni iterazione.

Un particolare filone di ricerca è oggetto di sviluppo al dipartimento di Design del Politecnico di Milano - Laboratorio Mobilità e Trasporti: successivamente ad una Tesi di Laurea del 1999 relativa allo sviluppo di un software per la progettazione di una rete ferroviaria ad orario cadenzato (Cristiano, Rapinesi 2000), la ricerca sull'orario cadenzato si è spostata verso l'integrazione di modelli di scelta modale nella funzione obiettivo per legare la domanda acquisita non solo a considerazioni interne al sistema ferroviario relative ai soli tempi di viaggio bensì anche ad altri fattori di confronto con gli altri modi di trasporto. Un primo risultato in tal senso viene ottenuto da Chierici in una Tesi di Laurea del 2002 successivamente ripresa dall'articolo (Chierici, Cordone et al. 2004).

Nel lavoro di Chierici è stata presa in considerazione la reciproca influenza tra offerta e domanda con l'obiettivo di determinare la configurazione d'orario che massimizzasse l'utenza catturata dal modo di trasporto ferroviario, tramite l'adozione di un modello di scelta discreta tra le alternative di trasporto e una funzione obiettivo che massimizzasse l'attrattività della ferrovia. La CPF è stata quindi integrata con un modello di scelta modale, identificato nel modello Logit (richiamato precedentemente nel sottoparagrafo 2.2.3.1.1). Il modello risultante nella sua forma generale risulta essere, oltre che NP-hard (termine di cui si illustrerà il significato nel sottoparagrafo 2.5.1.1), anche non lineare, dando luogo ad un MILP di impegnativa risoluzione (nel modello con Logit linearizzato, l'unico effettivamente trattabile). Chierici si è avvalso dell'ausilio del linguaggio di programmazione AMPL per l'informatizzazione del modello e del risolutore CPLEX per il suo calcolo.

Una successiva Tesi di Laurea (Motta, Russo 2007) ha esteso il modello di Chierici introducendo la possibilità di disattivare le fermate intermedie secondo determinate classi di appartenenza. In questo modello vengono introdotte specifiche variabili binarie per simulare la disattivazione delle stazioni, impostando il problema in modo che sia il modello stesso a poter operare le disattivazioni per classi, sempre con la funzione obiettivo relativa alla massimizzazione della domanda soddisfatta dal modo di trasporto ferroviario.

Due ricercatori di Milano hanno ulteriormente raffinato il modello (Cordone, Redaelli 2011) introducendo diverse considerazioni relative alla forma della funzione Logit e alle approssimazioni possibili, nonché analizzando diversi metodi risolutivi per il problema generale, sviluppando un apposito algoritmo di branch-and-bound ibridato con metodi euristici, che hanno dimostrato essere efficace almeno fino a istanze del problema di una decina di linee con una settantina di stazioni. In questo lavoro non si prende però in considerazione la possibilità di disattivare alcuna stazione intermedia.

Entrambi i lavori (Motta, Russo 2007) e (Cordone, Redaelli 2011) presentano come caso di studio un'istanza del problema in cui i tempi di viaggio sugli archi sono stati considerati costanti, mutuati da quelli di un orario preesistente o fissati a valori ipotizzati. Questo approccio potrebbe però ridurre lo spazio dei possibili risultati, allontanando la soluzione raggiungibile da quella ottima dal punto di vista dell'attrattività per la cattura della domanda potenziale: nella progettazione di un orario integralmente nuovo, come quella esposta nel già citato (Kroon, et al. 2009), questo procedimento non può essere seguito. Dal punto di vista della complessità computazionale i tempi di calcolo delle istanze studiate potrebbero essere stati influenzati positivamente dall'accorgimento di porre come fisse a priori una parte delle variabili, anche se questa ipotesi non risulta essere stata indagata da alcuno.

2.4.2.3 Contributo del presente lavoro

La corrente Tesi si inserisce nel filone di ricerca attivo al Politecnico di Milano partendo nuovamente dal lavoro di Chierici, per sviluppare un modello simile a quello di Motta e Russo negli obiettivi ma differente nella forma. Verranno infatti ridefinite le variabili decisionali e le equazioni fondamentali, oltre ad alcune variabili derivate, per giungere ad un modello più generalmente efficace e flessibile, con un elevato grado di adattabilità a contesti e necessità specifiche. Sarà introdotta inoltre nuova metodologia per abilitare il modello ad una valutazione autonoma della eventuale disattivazione di fermate intermedie, abbandonando la disattivazione per classi in favore della valutazione a sé stante di ciascuna.

2.5 Ricerca Operativa

Il problema della progettazione dell'orario ferroviario con l'obiettivo di massimizzare gli utenti ha l'aspetto di un problema di ottimizzazione vincolata. Questo tipo di problemi è tra quelli affrontati dalla Ricerca Operativa, ovvero una disciplina che si occupa dello studio e della messa a punto di metodologie e strumenti quantitativi per la soluzione di problemi decisionali e di ottimizzazione (così come descritta in (Bruglieri, Colorni 2012), su cui si basa il presente capitolo).

2.5.1 Programmazione matematica

Un modello di programmazione matematica è caratterizzato dalla presenza di un unico soggetto decisore (nell'accezione di pianificatore) che sceglie le variabili del problema e definisce la funzione obiettivo, ovvero una formula che gli consenta di esprimere in forma quantitativa le sue preferenze fra le alternative.

Nella formulazione di un modello di programmazione matematica sono tre i punti di fondamentale importanza:

- individuazione delle decisioni che interessano il problema in esame, tradotte in opportune *variabili decisionali*;
- determinazione dell'*obiettivo* da ottimizzare, che deve essere funzione delle variabili decisionali;

- definizione delle soluzioni ammissibili, ovvero quelle che soggiacciono a determinati *vincoli*.

I modelli di programmazione matematica possono essere classificati in tre gruppi principali:

- modelli di programmazione lineare (PL);
- modelli di programmazione lineare intera (PLI);
- modelli di programmazione non lineare (PNL).

I modelli di PL sono modelli di programmazione matematica con funzione obiettivo lineare, vincoli definiti da disuguaglianze lineari e variabili decisionali continue. Nei modelli PLI le variabili sono invece vincolate ad assumere solo valori interi, mentre in quelli PNL la funzione obiettivo e/o i vincoli non sono lineari. Il grado di difficoltà di questi modelli è crescente, e di diversa tipologia: mentre i modelli lineari a variabili intere sono più complessi ma è ancora possibile trovare nella maggior parte dei casi algoritmi efficienti per la loro soluzione, per quanto riguarda i modelli non lineari spesso non è possibile garantire la raggiungibilità di un ottimo globale, qualora sia ancora possibile tentare una soluzione in tempi ragionevoli.

Per ottenere una soluzione di un modello di programmazione matematica è necessario realizzare un algoritmo che a partire dai dati iniziali ottenga i risultati cercati attraverso i calcoli necessari.

2.5.1.1 Complessità computazionale

Avere a disposizione un algoritmo per la soluzione di un problema non garantisce che questo possa essere effettivamente risolto con un impiego di risorse (fisiche e temporali) accettabile. Occorre quindi valutare l'*efficienza* di un algoritmo per certificarne la sua applicabilità con le risorse a disposizione. Affidando l'esecuzione degli algoritmi ad un elaboratore pertanto occorre considerare il **tempo di calcolo** necessario per giungere alla soluzione e la **quantità di memoria** impegnata con i dati.

Per caratterizzare la *complessità* di un algoritmo non si può fare riferimento alle prestazioni di uno specifico elaboratore, altrimenti si perderebbe in generalità: occorre pertanto esprimerla in funzione del **numero di operazioni elementari** necessarie per ottenere la soluzione. La variabile indipendente è la dimensione dell'istanza del problema, indicata con il numero di bit necessari alla sua codifica.

Da notare che non è sufficiente un conteggio del numero di operazioni nella soluzione di una particolare istanza, poiché potrebbe essere un caso fortunato di un problema generalmente più difficile, bensì occorre considerare due diversi parametri, ossia quelli relativi al cosiddetto **caso medio** e al **caso peggiore**. Per questo motivo, anziché determinare il numero esatto di operazioni, è più utile conoscere la loro rapidità di crescita in funzione delle dimensioni dell'istanza: per questo si utilizza il concetto di complessità asintotica.

Una classe di complessità è quella **polinomiale**. Appartengono a questa classe gli algoritmi la cui complessità è esprimibile attraverso un polinomio di grado n . In questi casi l'algoritmo è detto efficiente (rispetto ai tempi di calcolo) e il problema è considerato *trattabile*. Per contro tutti gli algoritmi che presentano complessità diversa dalla polinomiale (ad esempio esponenziale o fattoriale) sono non efficienti, e all'aumentare delle dimensioni dell'istanza le loro performance decadono molto rapidamente.

Complessità $O(\cdot)$	$n=10$	$n=20$	$n=50$
$O(n^2)$ (polinomiale)	10^{-4} sec	$4 \cdot 10^{-4}$ sec	$2,5 \cdot 10^{-3}$ sec
$O(n^5)$ (polinomiale)	0,1 sec	3,2 sec	5,2 min
$O(3^n)$ (esponenziale)	0,6 sec	58 min	10^{10} anni

Figura 2-7: Grado di complessità dei problemi [da (Bruglieri, Colomi 2012), pag. 103]

Un'altra tipologia di complessità è quella dei problemi **NP-hard**. La loro soluzione prevede necessariamente l'uso di algoritmi con difficoltà maggiore della polinomiale (tipicamente esponenziale), che in diversi casi però possono essere eseguiti in tempi ragionevoli per istanze di dimensioni limitate. Per molti dei problemi ci si accontenta di trovare una soluzione ammissibile senza indagarne l'ottimalità, per altri si punta ad ottenere una soluzione sub-ottima con metodi euristici, in altri casi ancora si appropria l'ottimizzazione esatta con metodi enumerativi migliorati come il branch-and-bound.

2.5.1.2 Programmazione lineare

Come già esposto, la programmazione lineare è un caso particolare della programmazione matematica. Data la semplicità computazionale della condizione di linearità, per questa tipologia di problemi sono stati sviluppati metodi risolutivi specifici ed implementabili. Il paragrafo seguente richiama alcuni concetti da (De Giovanni, Zambelli 2009).

Un problema reale presenta condizioni di linearità se sono soddisfatti tre requisiti:

- proporzionalità (non ci sono economie di scala);
- additività (le variabili non si influenzano reciprocamente);
- continuità (qualunque valore delle variabili, anche se non è intero, è accettabile).

Un problema di Programmazione Lineare (PL) è un problema di ottimizzazione in cui la funzione obiettivo e tutti i vincoli sono funzioni lineari delle variabili. Una *soluzione ammissibile* di un problema di PL è un vettore che soddisfa tutti i vincoli; l'insieme di tutte le soluzioni ammissibili si dice regione ammissibile. Una *soluzione ottima* è una soluzione ammissibile che ottimizza (minimizza o massimizza) il valore della funzione obiettivo tra tutte le soluzioni ammissibili.

Non sempre un problema di PL ammette una soluzione ottima. Infatti, ogni problema di PL soddisfa sempre e solo uno dei 3 casi seguenti:

1. il problema è inammissibile: l'insieme delle soluzioni ammissibili è vuoto;
2. il problema è illimitato: è possibile trovare delle soluzioni ammissibili che fanno diminuire (o aumentare per problemi di massimo) il valore della funzione obiettivo a piacere;
3. il problema ammette soluzione ottima: esiste almeno una soluzione ammissibile che ottimizza la funzione obiettivo (e il suo valore è limitato).

Risolvere un problema di PL consiste nel riconoscere uno di questi tre casi, e se l'istanza ricade nel terzo, trovare la soluzione ottima e il relativo valore della funzione obiettivo.

Da un punto di vista geometrico, una soluzione di un Problema Lineare è un punto nello spazio

n -dimensionale e la regione ammissibile è un *poliedro convesso* nello stesso spazio. Una importante proprietà afferma che "dato un problema di PL, se il poliedro P delle soluzioni ammissibili è nonvuoto e limitato, allora esiste almeno una soluzione ottima corrispondente

con un vertice di P (vertice di P ottimo)". In questo modo è possibile ricondurre un problema originario di natura continua a uno di natura discreta, basato sui vertici della regione ammissibile, assicurando l'ottimalità della soluzione (poste le condizioni sulla limitatezza delle soluzioni).

Questo risultato non è tuttavia direttamente utilizzabile, poiché un algoritmo che si basasse sull'enumerazione esplicita di tutti i vertici risulterebbe altamente inefficiente, poiché nel caso di un PL n-dimensionale con regione ammissibile costituita da un ipercubo nello spazio n-dimensionale il numero di vertici sarebbe 2^n , e dunque per problemi con n grande non sarebbe completabile in tempi ragionevoli.

Dall'approccio geometrico è quindi utile tornare ad un approccio algebrico, per una valutazione efficiente della funzione obiettivo nei vertici. Senza voler entrare nel dettaglio della trattazione, dato un PL in forma standard (ed ogni problema di PL è riconducibile a questa), basandosi sul concetto di soluzioni di base (dello spazio vettoriale) è possibile applicare il comprovato **metodo del simplesso**. Sebbene sia noto che questo algoritmo non è efficiente nel caso peggiore, esso nella pratica, cioè nel caso medio, presenta complessità polinomiale di tipo lineare.

2.5.1.2.1 Programmazione lineare intera

Qualora le variabili non siano tutte lineari continue bensì almeno una di esse possa assumere solo valori interi (mentre i vincoli e la funzione obiettivo continuano ad essere lineari) si parla di ottimizzazione lineare discreta. Nel caso tutte le variabili siano intere, si ha la Programmazione Lineare Intera (PLI), mentre nel caso solo un sottoinsieme delle variabili sia a valori interi si parla di Programmazione Lineare Intera Mista (PLIM – in inglese MILP, ossia Mixed Integer Linear Programming).

Nonostante la somiglianza con la PL, i problemi di ottimizzazione discreta sono in generale molto più difficili da risolvere. Si dimostra facilmente che non è un approccio valido cercare la soluzione tramite la via del rilassamento lineare dei vincoli di interezza delle variabili, in quanto la soluzione arrotondata potrebbe non rientrare nella regione ammissibile del PLI ed inoltre non c'è nessuna garanzia che la soluzione ottima del rilassamento lineare sia anche ottima per il PLI originario.

Tali problemi rientrano nella classe dei problemi *NP-hard*, per i quali non esistono algoritmi di risoluzione con complessità di calcolo sicuramente polinomiale: la ricerca della soluzione ottima, con l'impiego di metodi esatti, porta sempre ad un tempo di calcolo nel caso peggiore con crescita esponenziale rispetto alla dimensione dell'istanza. Tra i metodi consolidati più noti per velocizzare il raggiungimento di una soluzione ottima vi sono il *metodo dei piani di taglio* e quello di *branch-and-bound* e *branch-and-cut*.

2.5.2 I generatori algebrici di modelli

La necessaria adozione di uno strumento informatico per la parte di calcolo della soluzione rende la formulazione del modello maggiormente laboriosa per quanto riguarda le operazioni preliminari alla parte di ricerca della soluzione vera e propria. Risulta infatti necessario tradurre il modello (ideato in linguaggio matematico) e i dati (che siano già informatizzati o meno) in strutture dati accessibili ad un risolutore. Queste devono essere elaborate secondo appropriati algoritmi (già esistenti o sviluppati ad hoc), i quali generano una soluzione codificata secondo uno specifico formato, la quale è poi da riportare in un formato accessibile all'utente per l'analisi dei risultati ottenuti. La figura alla pagina seguente schematizza il procedimento di risoluzione di un problema tramite l'adozione di un modello matematico.

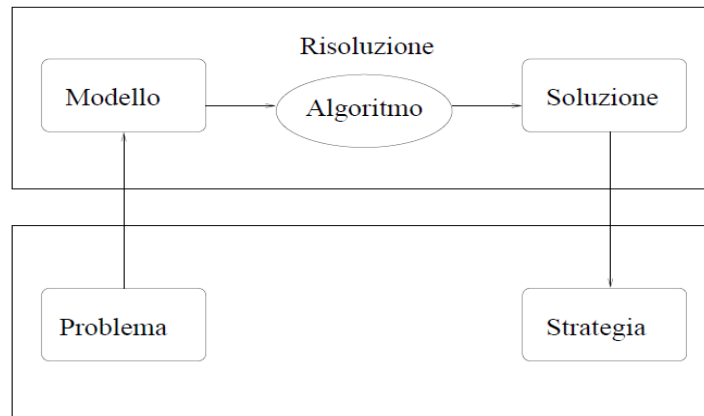


Figura 2-8: Risoluzione di un problema per via modellistica [da (Bruglieri, Cordone et Al. 2005), pag. 1]

I **generatori algebrici di modelli** sono progettati per fungere da interfaccia tra l'utente e il risolutore, rendendo l'utente in grado di gestire il suo modello senza preoccuparsi della specifica forma dei dati elaborati dal risolutore che intende utilizzare (previo controllo di compatibilità del generatore di modelli con il tipo di risolutore adottato).

Le caratteristiche principali dei generatori algebrici di modelli sono:

- fornire un linguaggio semplice per descrivere modelli complessi, che sia contemporaneamente ad alto livello, cioè comprensibile ad un essere umano, e formalmente strutturato, cioè accessibile a un risolutore;
- permettere all'utente di comunicare con il risolutore attraverso file di testo;
- permettere all'utente di comunicare con diversi risolutori;
- tenere distinta la struttura logica del modello (variabili di decisione, obiettivi, vincoli e loro relazioni) dai valori dei dati numerici.

Nello sviluppo del seguente lavoro si è deciso di utilizzare il linguaggio di programmazione AMPL, le cui caratteristiche specifiche sono illustrate nel sottocapitolo 3.5.

3 Il modello creato

3.1 Logica operativa

3.1.1 Obiettivo

La finalità del presente lavoro è la formulazione di un modello per l'ottimizzazione di una rete ferroviaria cadenzata in relazione alla domanda di trasporto espressa dal territorio. Come evidenziato nella parte introduttoria, si tratta in problema piuttosto complesso sia dal punto di vista dell'impostazione teorica sia da quello della risolubilità computazionale.

Una delle principali caratteristiche di un modello valido è quella della sua generalità, di modo che sia il più largamente utilizzabile per la soluzione delle istanze provenienti dal mondo reale. Per questo motivo si è scelto di sviluppare un modello che, all'interno dell'ambito definito, abbia caratteristiche il più possibili generali e possa essere utilizzato dall'utente applicandolo, tramite una procedura guidata, al proprio caso reale (posta la compatibilità di questo con alcune ipotesi di base).

Il modello creato non si limita a considerare come coppie origine-destinazione solo le coppie di stazioni sulla rete ferroviaria, poiché è strutturato per considerare la competizione fra diversi modi di trasporto nel calcolo della quota di utenti catturata dal servizio ferroviario. Questo implica che le coppie OD generali siano sparse in una certa area di studio, e gli utenti in uscita ed in ingresso dai centroidi delle zone debbano essere assegnati a specifiche stazioni ferroviarie, le quali diventano in questo modo le coppie OD della rete ferroviaria.

Nei seguenti paragrafi, ove il contesto è riferito alla sola rete ferroviaria, con il termine "coppia OD" si intenderà una coppia di stazioni, a meno di esplicita osservazione.

3.1.2 Metodo

3.1.2.1 Il programma

La scelta di impiegare un generatore algebrico di modelli (vedere paragrafo 2.5.2) permette di tenere distinta la struttura dei dati dalla forma del modello. Si è pertanto deciso di scorporare il problema, e il modello stesso, in tre parti: la prima riguardante la schematizzazione della rete fisica, ovvero la costruzione del grafo e dei dati ad esso associati; una seconda riguardante alcune operazioni preliminari sui dati per formalizzarli in strutture ad hoc per il problema in esame e la terza relativa al modello di ottimizzazione vero e proprio.

I tre passaggi sono integrati in modo che l'utente debba preoccuparsi quasi unicamente di inserire i dati relativi al problema di cui vuole studiare l'ottimizzazione tramite un'apposita interfaccia, in quanto una volta lanciata e lasciata arrivare a termine l'ottimizzazione i risultati saranno accessibili tramite la stessa. È stato infatti sviluppato un programma trasparente all'utente che manipola i dati in ingresso per preparare tutte le strutture dati necessarie al calcolo dei tempi di percorrenza sulla rete (ciò include anche la determinazione di tutti i percorsi OD), gestisce la comunicazione dei dati al generatore di algoritmi che a sua volta dialoga con il risolutore, e infine recupera l'output dell'ottimizzazione per renderlo apprezzabile all'utente nella struttura dati accessibile tramite l'interfaccia iniziale. Volendo adattare il modello anche a particolari situazioni reali, come ad esempio l'introduzione di linee miste in parte a singolo e in parte a doppio binario, è ancora necessario intervenire manualmente a modificare alcune righe di codice. Di ciò si dà conto nelle conclusioni al paragrafo 5.1.3.

3.1.2.2 Il modello generale

Il modello scelto è basato sulla CPF di Nachtigall, che sintetizza il problema nelle seguenti equazioni e condizioni:

$$\begin{aligned}
 t_{od} &= \sum_{a \in P_{od}} x_a & o, d \in S \\
 \sum_{a \in C^+} x_a - \sum_{a \in C^-} x_a &= P * q_c & C \in \mathcal{C} \\
 l_a &\leq x_a \leq u_a & a \in A \\
 h_c &\leq q_c \leq k_c & C \in \mathcal{C} \\
 x_a &\in R & a \in A \\
 q_c &\in Z & C \in \mathcal{C}
 \end{aligned}$$

ove A è l'insieme degli archi, \mathcal{C} quello dei cicli, S delle stazioni; x_a è la variabile decisionale associata agli archi (ovvero il tempo di percorrenza), limitata inferiormente e superiormente su ciascun arco; q_c è un intero anch'esso limitato inferiormente e superiormente; P è il periodo di cadenzamento e t_{od} il tempo di viaggio su ciascuna coppia OD.

Per tenere conto dell'interazione fra domanda e offerta, il modello sopra viene integrato con il modello di scelta modale, come in (Cordone, Redaelli 2011):

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{od} * \frac{e^{V_{od}^{(t)}(t_{od})}}{e^{V_{od}^{(b)}} + e^{V_{od}^{(b)}} + e^{V_{od}^{(t)}(t_{od})}} &= \lambda_{od} & o, d \in S \\
 \max (z = \sum_{o \in S} \sum_{d \in S} \lambda_{od}) & &
 \end{aligned}$$

ove Λ_{od} è la domanda generale non ripartita per modo; $V_{od}^{(b)}$ sono i vettori degli attributi con i loro coefficienti, di cui quelli relativi al modo ferroviario presentano una componente dipendente da t_{od} ; λ_{od} è la domanda di trasporto per il modo treno; l'ultima è la funzione obiettivo.

Nel lavoro corrente ci si è basati sulla formulazione sopra riportata, adottando però alcune varianti che verranno illustrate nel presente capitolo.

3.1.2.3 Il modello di scelta modale

Nello sviluppo di questa Tesi si è scelto di utilizzare come modello di scelta modale il Logit Multinomiale (in seguito nominato semplicemente Logit), considerando tre differenti modi di trasporto alternativi: l'auto privata, l'autobus e il treno. A ciascuno dei tre modi di trasporto è stato associato un vettore degli attributi, scelti sul modello di quanto illustrato nell'"*Accordo di programma per la riqualificazione e il potenziamento della linea ferroviaria Milano-Mortara*" (Maja, Daleno 1999). Poiché per i valori dei parametri del Logit si farà riferimento alla calibrazione effettuata in quello studio, si è deciso di introdurre direttamente delle semplificazioni, come l'omissione delle costanti specifiche delle alternative, non più necessarie in quanto i parametri saranno considerati calibrati a priori (nello studio citato esse non avevano superato il test di significatività di Student). Nel caso si voglia operare una nuova

calibrazione sarebbe necessario introdurle nuovamente per testare la loro significatività a posteriori.

- Modalità auto:
 - Tempo di viaggio
 - Costo del viaggio

- Modalità treno e autobus:
 - Tempo di viaggio
 - Frequenza (numero di corse nel periodo di cadenzamento)
 - Affollamento (numero di giorni di viaggio alla settimana in piedi)
 - Tempi di accesso ed egresso
 - Prezzo del biglietto

Da notare come il calcolo costo del viaggio in automobile veda considerato unicamente il prezzo del carburante, senza altri costi dovuti ad esempio all'assicurazione, al bollo e alla manutenzione. Questo perché il costo percepito da parte dell'utente è tipicamente solo quello dovuto al carburante, come riportato in (Maja 2009), mentre gli altri costi non sono percepiti come costi direttamente connessi al viaggio, perché comunque dovuti, indipendentemente dal fatto che il viaggio venga effettuato oppure no.

Per quanto riguarda l'affollamento, esso viene valutato a priori prima della stima della ripartizione modale. Se fosse inteso in senso letterale, questo attributo dovrebbe dipendere dal risultato delle scelte degli utenti, in quanto l'affollamento si verifica solo qualora il mezzo considerato sia utilizzato al di sopra della sua capacità in condizioni di comfort. Non è possibile però inserire nel modello un attributo che dipenda dal risultato del modello stesso, pertanto questo attributo viene fissato a priori con l'intento di modellare un parametro soggettivo come il confort associato dall'utente al modo di trasporto in questione.

3.1.3 Ipotesi di base

3.1.3.1 Omogeneità di categoria dei treni

Il modello studiato fa riferimento esplicitamente ad una rete ferroviaria regionale con un certo grado di magliatura. Viene pertanto introdotta l'ipotesi di omogeneità del servizio sulla rete, ovvero tutte le linee sono operate con treni di categoria simile. Non è pertanto prevista la possibilità di operazioni di precedenza, tipiche di linee ove vi sia circolazione promiscua di treni veloci e treni lenti (ad esempio rispettivamente intercity e regionali). Rimane comunque la possibilità di modellare servizi eterotachici sulla medesima tratta, a condizione che non comportino operazioni di precedenza lungo la linea (non supportate dal modello).

Il modello è in realtà applicabile senza alcuna modifica anche a reti di tipo veloce (intercity), posto come sopra che non vi sia circolazione di treni di differenti categorie che richiedano operazioni di precedenza.

3.1.3.2 Perfetta simmetria dei tempi

Una rete ferroviaria cadenzata presenta generalmente simmetria delle tracce nelle due direzioni in cui ogni linea può essere percorsa. Questo assunto viene stressato sottolineando che la simmetria è perfetta in ogni situazione.

Sfruttando la perfetta simmetria è possibile costruire un grafo non orientato che prenda in considerazione come tempi di processo degli intervalli temporali indipendenti dalla direzione del processo che rappresentano, identificabili tramite la loro distanza dall'asse di simmetria del cadenzamento (che assume quindi il significato di origine del sistema di riferimento temporale).

3.1.3.3 Scelta dei capolinea

Il modello costruito prevede che il pianificatore scelga a priori i nodi della rete da ottimizzare a seconda della sua topologia, ponendo questi come capolinea di ipotetiche linee ferroviarie. I nodi capolinea devono essere scelti in base alla ragionevolezza delle distanze da percorrere rispetto al periodo di cadenzamento, ovvero non devono essere troppo vicini (potendo considerare una sola corsa per linea all'interno del periodo di cadenzamento), ed è bene corrispondano alle stazioni più importanti, in quanto gli interscambi fra le linee vengono ottimizzati in maniera potenzialmente più efficace ai capolinea rispetto che nel mezzo di esse. Rimane la possibilità comunque di studiare manualmente diverse configurazioni della rete, semplicemente reinserendo nel database come continue le linee che si intende unire (eventualmente eliminando un nodo) o come separate quelle che si intende dividere (creando un nodo che le spezzi).

3.1.3.4 Coppie Origine-Destinazione ammissibili sulla rete ferroviaria

Vengono considerate ammissibili solo le coppie OD che appartengono alla stessa linea oppure a linee adiacenti (ovvero aventi una stazione in comune).

Si è scelto di introdurre questa ipotesi al fine di semplificare la procedura di assegnazione dei percorsi alle coppie OD. L'utente che deve comparare le caratteristiche del viaggio offerte dal modo di trasporto treno con quelle relative agli altri modo di trasporto cercherà di collegare la stazione di origine con quella di destinazione tramite il percorso più veloce (ritenendo per ipotesi meno influenti altri fattori quali il comfort). All'interno di una rete regionale, soprattutto nel caso origine e destinazione non si trovino sulla stessa linea o su linee adiacenti, potrebbe essere possibile effettuare lo stesso viaggio seguendo un certo numero di percorsi diversi, con differenze temporali non sempre evidenti. Dato un certo intervallo di variabilità dei tempi di viaggio sugli archi (vedere il paragrafo 3.3.1, relativo alle variabili decisionali), maggiore è il numero di linee e di interscambi che compongono il percorso, maggiore è la variabilità dei tempi risultanti dalla soluzione del problema rispetto a quelli di base utilizzati nel processo di assegnazione. Ciò porta ad una minore affidabilità del processo di assegnazione, per cui si potrebbe facilmente verificare che un percorso ritenuto più veloce in fase di assegnazione non lo sia dopo il calcolo dei tempi di viaggio sulla rete, falsando quindi i risultati.

Si ritiene che il numero di potenziali utenti trascurati a causa di questa ipotesi sia piuttosto contenuto rispetto a quello degli utenti potenziali generali sulla rete. Inoltre vengono trascurate le coppie origine-destinazione per le quali il modo di trasporto ferroviario è molto probabilmente meno attrattivo degli altri, vista la necessità di due trasbordi per raggiungere la propria destinazione, pertanto si ritiene che le coppie trascurate non avrebbero in ogni caso inciso in maniera significativa sui risultati del modello.

3.1.3.5 Assegnazione rigida dei percorsi

L'ipotesi di assegnazione rigida dei percorsi fra le coppie OD deriva dalla non convenienza della costruzione di una soluzione in maniera iterativa modificando l'assegnazione dopo il calcolo dell'orario (in base ai risultati ottenuti in termini di modifica ai tempi di viaggio ed

interscambio), a causa del tempo computazionale richiesto dalla soluzione di ogni singola istanza.

Quest'ipotesi sembra comunque ragionevole data la generale limitatezza delle alternative di percorso tipica del trasporto ferroviario, che solo per particolari coppie OD presenta più di una possibilità valida. Viene inoltre rafforzata dall'ipotesi sulle coppie OD ammissibili, che porta a scartare implicitamente tutti i percorsi che abbiano più di un interscambio, ritenuti inefficienti a priori. In ogni caso risulta generalmente utilizzata nello studio dei sistemi ferroviari.

3.1.3.6 Interscambi in linea

Nonostante la predeterminazione dei nodi capolinea, è assicurata in ogni caso la possibilità (affidata al modello stesso) di considerare gli interscambi in tutte le stazioni in cui convergono o si incrociano diverse linee, anche se non sono nodi capolinea: saranno automaticamente minimizzati i tempi di interscambio nelle direzioni ove ciò risulti più conveniente in termini di domanda catturata.

3.2 La base dati: modellazione dell'infrastruttura e del servizio

Il programma creato si compone di un database e di un modello AMPL, nonché delle funzioni e routine che permettono di gestire i dati e il processo di ottimizzazione. Per la gestione della base dati si è scelto di utilizzare Microsoft Access (versione 2010) per questioni di semplicità, ma sarebbe stato possibile utilizzare un qualsiasi database management system (DBMS) moderno. Le routine sono realizzate tramite Visual Basic for Application (VBA), mentre è direttamente AMPL a leggere il database che quindi non necessita di essere esportato in un formato di comunicazione (tipicamente file .txt variamente codificati)

3.2.1 L'interfaccia di inserimento dati e la loro struttura

3.2.1.1 La maschera per la gestione delle linee

Per l'inserimento e la gestione dei dati l'utente ha a disposizione una maschera che gli consente di specificare la topologia e le caratteristiche associate alla rete, ordinare la lavorazione dei dati e lanciare l'ottimizzazione, ed infine richiamare i risultati. Un suo snapshot è riportato alla pagina seguente.

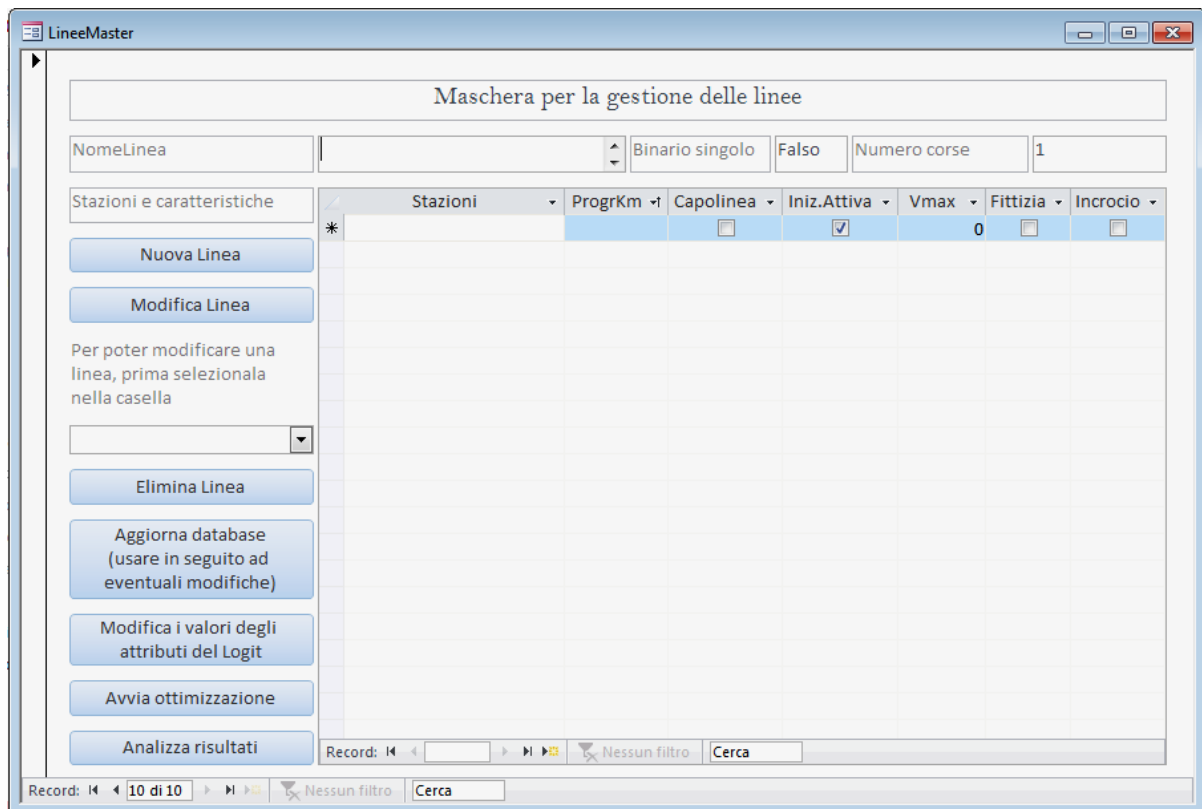


Figura 3-1: Maschera per l'inserimento e la lavorazione dei dati

3.2.1.2 I dati associati al grafo

L'utente può creare una nuova linea immettendone il nome (ovvero un identificatore univoco) ed inserendo nella tabella i dati relativi alle stazioni (intese nella duplice accezione sia di stazioni che di fermate, in questo capitolo generalmente non distinta). Ogni stazione è caratterizzata da:

- un nome, univoco all'interno della rete (se su linee differenti appare la stessa stazione questa è considerata dal modello nodo di interscambio);
- una progressiva chilometrica (pari a 0 a uno dei due capolinea);
- un booleano da impostare su vero se è capolinea (solo gli estremi della linea possono avere questo stato);
- un booleano da impostare su falso per la disattivazione manuale a priori;
- una velocità massima (riferita all'arco ferroviario successivo);
- un booleano da impostare su vero se la stazione è fittizia, ovvero ha la sola funzione di nodo per il cambio di velocità massima e non presenta operazioni passeggeri (poiché il modello creato è node-oriented).
- un booleano da impostare su vero se la stazione è possibile punto di incrocio per una linea a binario singolo.

Tramite la definizione delle linee l'utente modella sia il grafo che implicitamente anche il servizio, in quanto ad ogni linea è associato un treno all'interno del periodo di cadenzamento (od eventualmente con frequenza multipla con le medesime caratteristiche, ad esempio una linea con cadenzamento ai 30 minuti in una rete cadenzata a 60) e non è possibile ve ne circoli uno con caratteristiche diverse. Questo approccio risulta comunque abbastanza versatile in quanto più linee possono condividere degli archi (ovvero un tratto di linea compreso fra due stazioni, che in questo caso debbono essere inserite distinte per ciascuna linea), pertanto

possono coesistere più linee sulle medesime tratte, fino alla possibilità di duplicare fittiziamente una linea per creare un servizio "veloce" con poche fermate ove ne circola già uno "lento", con l'unico vincolo come da ipotesi generali di non poter effettuare operazioni di precedenza.

3.2.2 Il grafo

Si è optato per l'adozione di un grafo non orientato, basandosi sull'ipotesi di perfetta simmetria. Costruendo gli eventi "di andata" seguendo la direzione fisica delle linee (data dalle progressive chilometriche) è sempre possibile fare riferimento agli eventi "di ritorno" tramite la simmetria rispetto all'asse del periodo di cadenzamento. Quest'impostazione inoltre è agevole quando, anziché fare riferimento ai singoli eventi temporali, i calcoli siano sviluppati prendendo in considerazione gli intervalli temporali delimitati dagli eventi, che quindi risultano avere lo stesso valore numerico in entrambe le direzioni. All'interno di un grafo non orientato gli archi sono denominati *lati*, pertanto si utilizzerà questa terminologia nel seguito dell'esposizione.

Con l'adozione di un grafo di questo tipo è possibile evitare di duplicare le variabili fra archi di andata e ritorno, scongiurando la generazione di un problema con variabili simmetriche che risulta di più difficile ottimizzazione tramite i metodi di branching utilizzati dal solutore, in quanto esso è costretto a valutare due volte due nodi uguali, duplicando sostanzialmente l'albero di branching.

3.2.2.1 Configurazione

Un esempio di grafo è riportato in figura:

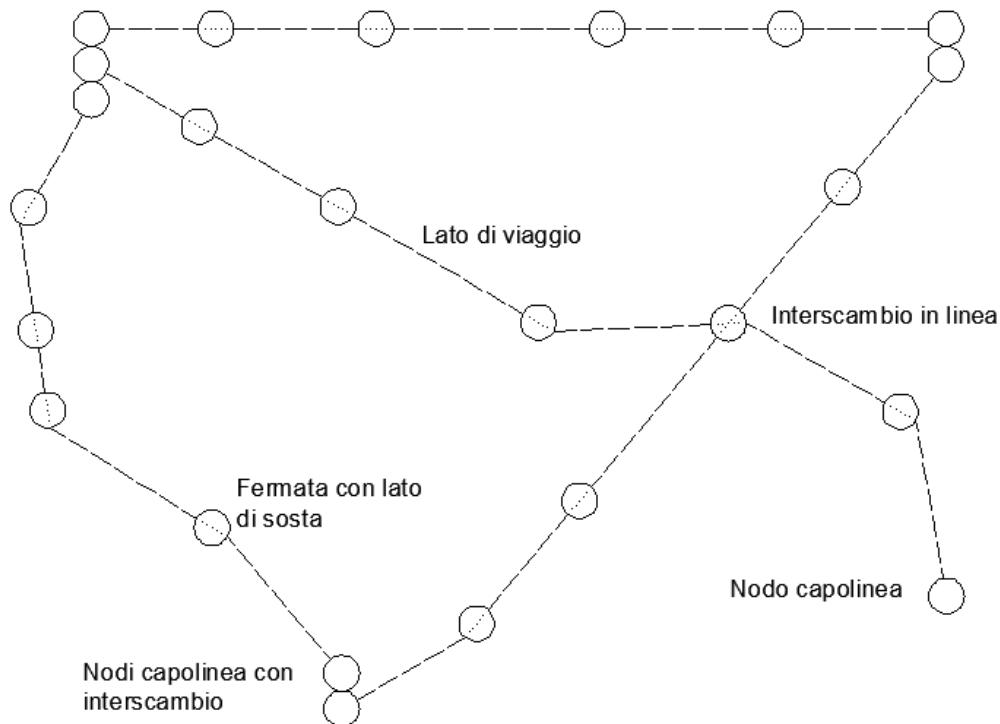


Figura 3-2: Esempio di grafo

Per semplicità grafica sono stati omessi gli archi di interscambio, che legano i nodi confinanti appartenenti a diverse linee.

3.2.2.2 Peculiarità

Dal punto di vista delle operazioni con i dati all'interno del database la struttura non orientata diminuisce sicuramente la quantità di informazioni da immagazzinare e da trattare, aumentando però in alcuni casi la complessità del codice da scrivere per trattare i dati: i valori identificativi degli archi derivano per chiarezza dal nome dei nodi, suggerendo quindi implicitamente una direzione; nel momento in cui occorre considerarli come percorsi nella direzione opposta è necessario far comunque riferimento alla denominazione originaria e questo in alcuni casi porta a dover inserire condizioni di ordinamento sui nomi, che si sarebbero potute evitare nel caso di un grafo orientato (quindi con archi con denominazione distinta per le due direzioni). Si è optato comunque di mantenere la forma non orientata in quanto ritenuta più coerente con il modello da sviluppare, visti anche i benefici in termini di complessità computazionale derivati dall'eliminazione della simmetria delle variabili.

3.2.3 La creazione dei lati

I lati vengono creati automaticamente da una routine VBA a partire dalla definizione dei nodi. Vi sono tre differenti tipologie di lati: i lati di viaggio, quelli di sosta e quelli di interscambio.

3.2.3.1 Lati di viaggio

Le caratteristiche associate ai lati di viaggio sono la lunghezza, ricavata dalla differenza delle progressive delle due stazioni di estremità, e la velocità massima, descritta dal nodo di estremità con progressiva inferiore. Da queste due viene ricavato il tempo minimo di percorrenza. In questo modo è possibile slegare la rappresentazione dell'infrastruttura da altre variabili che potrebbero condizionare la velocità massima lungo un arco: sarà sufficiente poi confrontare le diverse velocità massime (ad esempio quella dei veicoli che circolano sul tratto di linea) per determinare quale sia la più stringente. Risulta pertanto più agevole verificare come diverse combinazioni di layout dell'infrastruttura e materiale rotabile incidano sulla creazione dell'orario.

3.2.3.2 Lati di sosta

I lati di sosta vengono creati per tutte quelle stazioni e fermate che non sono capolinea. Formalmente sono autoanelli (cioè vanno da un nodo a sé stesso) e vi sono associate le seguenti informazioni: il tempo di sosta di base, ovvero quello deputato alla salita e discesa dei passeggeri, la velocità massima media sui due lati di viaggio adiacenti e la media dei valori di accelerazione e decelerazione dei treni circolanti. Da questi tre valori viene calcolato il tempo di sosta complessivo, che risulta essere un valore fittizio dato da una componente dovuta alla sosta vera e propria e una componente che modella i perditempo di decelerazione e accelerazione, giungendo quindi a definire il delta totale di tempo rispetto ad un treno che non effettua la fermata. Ciascun tempo di sosta è limitato superiormente da quello calcolato per le velocità massime (condizione in cui sono massimi i perditempo). Nel caso il treno non effettui sosta l'autoanello viene escluso dal percorso senza che questo sia di conseguenza interrotto.

3.2.3.3 Lati di interscambio

I lati di interscambio sono definiti all'interno di un nodo di interscambio, ovvero una stazione appartenente a più linee, schematizzata nel grafo come più stazioni attaccate. Vi è associato il tempo di interscambio. Nel caso la stazione sia di capolinea per entrambe le linee considerate vi è un solo arco di interscambio che le collega, viceversa se è una stazione di transito per entrambe vi sono 4 differenti lati di interscambio, uno per ciascuna combinazione di direzioni possibili (vedasi il sottoparagrafo 3.3.4.2).

Il tempo di interscambio è sempre limitato inferiormente da un parametro di accettabilità, fissato dal pianificatore.

3.2.4 Il processo di assegnazione

All'interno del sistema di modelli a quattro stadi per la modellizzazione della domanda di trasporto (vedere sottoparagrafo 2.2.2.3.1) figura il sottomodulo di scelta del percorso. Si è già accennato come questo venga considerato vincolato, specificando questa scelta con l'ipotesi di rigidità del processo di assegnazione dei percorsi.

Il processo di assegnazione scelto prevede la determinazione dei tempi di viaggio di base per tutti i possibili percorsi fra le stazioni di origine e destinazione. Tramite il confronto fra questi si determina il percorso di tempo minimo e l'intero flusso di domanda viene assegnato a questo. I tempi di base sono costruiti ipotizzando che le tratte vengano percorse alla velocità massima e il treno fermi a tutte le fermate. Vengono inoltre preferiti i percorsi diretti rispetto a quelli con trasbordi.

3.2.4.1 L'algoritmo di scelta del percorso

Il programma creato esegue l'assegnazione a livello della struttura dati tramite una routine VBA. Si noti che il problema di scelta del percorso è un tipico problema affrontabile con l'algoritmo di Dijkstra, anche se, in questo specifico caso, vista la particolare forma della struttura dati e le ipotesi sulle coppie OD, si è ritenuto più semplice implementare una routine ad hoc.

Il confronto fra tutti i possibili percorsi è complicato dal fatto che gli utenti che afferiscono ad una stazione con più linee non possono essere assegnati a priori ad una di esse, ma occorre considerare tutti i tempi di viaggio per ciascuna possibilità di assegnazione.

La routine creata è quindi basata sui seguenti passaggi:

1. elencazione delle linee di appartenenza per l'origine e per la destinazione (una stazione può essere su più linee in caso sia di interscambio fra queste);
2. controllo sulla possibile appartenenza delle stazioni di origine e di destinazione alla stessa linea: se affermativo, passaggio al punto (a), altrimenti al 3;
 - a. considerazione di tutte le linee che comprendono entrambe le stazioni e confronto del tempo di viaggio di base su queste, selezionando la linea che presenta tempo inferiore, e quindi il percorso di tempo minimo [fine dell'algoritmo].
3. ricerca di tutti i possibili nodi di interscambio fra ciascuna delle coppie di linee candidate (ogni linea O per ogni linea D ove sia verificata la condizione di almeno una stazione in comune);
4. somma dei tempi di base dei percorsi sulle coppie di linee candidate secondo lo schema Origine → Nodo interscambio → Destinazione;
5. confronto fra i tempi e scelta del percorso che presenta il tempo di base minore [fine dell'algoritmo].

Il codice VBA relativo alla routine in oggetto (con inserti SQL per gestire alcune operazioni direttamente sulle tabelle) viene eseguito nel giro di qualche minuto per l'istanza maggiore del caso di studio considerato, generando i percorsi per i viaggi tra circa 3300 coppie OD ammissibili. Si osserva come sia sicuramente possibile scrivere del codice più performante, in quanto la versione della routine creata comprende numerose istruzioni dispendiose in termini di memoria impegnata e numero di operazioni; d'altronde considerare anche l'aspetto di ottimizzazione del tempo di esecuzione del codice per la gestione della base dati avrebbe

richiesto una conoscenza approfondita del linguaggio VBA, non raggiungibile con poche settimane di studio da un neofita. Si è preferito focalizzare lo studio sul linguaggio di programmazione AMPL, che viene utilizzato per quello che è effettivamente il nocciolo di questo lavoro di Tesi, ovvero il modello di ottimizzazione.

La scrematura dei percorsi creati basata sul loro effettivo utilizzo viene fatta in un passaggio successivo, in modo da non mancare di generalità rispetto a tutte le istanze che possono venire create con l'utilizzo di diverse matrici OD.

3.3 Variabili ed equazioni

3.3.1 Variabili fondamentali

Le variabili indipendenti, dette decisionali, sono da considerare come le radici del problema. Tutte le variabili utili a modellarlo devono poter discendere da queste, che si trovano quindi nella condizione di governare l'intero modello. Un'oculata scelta delle variabili decisionali contribuisce a snellire il procedimento di ricerca della soluzione.

Nella trattazione corrente le variabili decisionali sono state impostate con il criterio di limitarne il numero, in quanto si ritiene che meno variabili indipendenti ci siano, più snello sia il problema, considerando però tutte quelle necessarie affinché il problema abbia la massima generalità possibile; inoltre per sfruttare le caratteristiche del grafo non orientato devono essere associate anch'esse a quantità non orientate.

Sono state pertanto scelte le seguenti variabili (i cui nomi, per chiarezza, sono quelli utilizzati nel codice):

- Tempo di percorrenza dei lati di viaggio (una variabile continua per ogni lato di viaggio): T_v .
- Tempo di permanenza ai capolinea (due variabili continue per linea, associate rispettivamente ai due capolinea): $OrarioCapo$.
- Tempo di sosta alle fermate (una variabile continua per ogni lato di sosta): T_s .
- Variabile di disattivazione delle fermate (una variabile binaria per ogni fermata disattivabile su ciascuna linea), necessaria per annullare il tempo di sosta corrispondente: Γ .

La trattazione tradizionale secondo la CPF di Nachtigall associa una variabile decisionale x_a ad ogni arco a , il cui valore rappresenta l'intervallo temporale tra due eventi modellati dai nodi di testa e di coda. Rispetto a questa, il modello creato introduce anche un nuovo tipo di variabile, $OrarioCapo$, associata all'intervallo temporale fra l'asse del cadenzamento e l'evento di partenza di un treno al capolinea (e ugualmente di arrivo del treno nella direzione inversa, per simmetria). Questa può anche essere considerata immaginando un tipo di nodo fittizio associato all'evento dello scadere del periodo di cadenzamento. L'utilità di questa nuova variabile è discussa nel paragrafo 3.3.3 relativo alle equazioni fondamentali.

3.3.2 Variabili derivate e di servizio

3.3.2.1 Variabili derivate

Le variabili derivate sono tutte quelle che sono utili per il calcolo dell'orario ma non sono indipendenti, bensì sono espressione delle variabili fondamentali, di altre variabili e di parametri, come le seguenti:

- Velocità sui lati di viaggio.

- Perditempo per le operazioni di decelerazione e accelerazione, funzione della velocità sui lati di viaggio adiacenti a quello di sosta in cui sono riferiti.
- Tempo di sosta minimo, dato dai perditempo sommati al tempo di salita e discesa dei passeggeri, con eventualmente il contributo del tempo di incrocio.
- Il tempo di incrocio (per linee a binario singolo), che ha un valore finito nel caso la stazione sia scelta come punto d'incrocio mentre vale 0 altrimenti.
- Quattro tempi di interscambio, calcolati a partire dai tempi degli eventi di arrivo e partenza delle due linee al nodo considerato a seconda della direzione di interscambio (vedere il sottoparagrafo 3.3.4.2); nei nodi capolinea si riducono ad uno.
- Tempo di viaggio sulle relazioni OD: la variabile che somma tutti i tempi associati agli archi appartenenti al percorso OD, utilizzata come unica variabile in ingresso nella formula del Logit Multinomiale.
- Tempo di percorrenza di una linea: somma di tutti gli archi temporali percorsi da un treno di una linea (inclusi i tempi di permanenza al capolinea, ovvero le due variabili OrarioCapo).
- Percentuale di utenti catturata dal treno: il risultato del Logit Multinomiale per ogni coppia OD (in questo caso le coppie OD non sono quelle ferroviarie ma sono quelle generali, infatti il Logit prende in ingresso parametri relativi a tutti i modi di trasporto in competizione).
- Variabile di disattivazione delle coppie OD generali (una variabile binaria per ogni coppia OD), per escluderle dal modello quando risulta disattivata almeno una delle due stazioni di ingresso/uscita dalla rete ferroviaria (da notare che l'assegnazione rigida non prevede la possibilità di riassegnare parte dei flussi ad una stazione eventualmente vicina a quella disattivata).
- Domanda potenziale OD: a partire dal parametro di domanda generale presente nella matrice OD per quella coppia, ne riporta il valore o l'eventuale annullamento in caso di disattivazione delle stazioni di riferimento.
- Somma dei tempi fino ad un nodo del grafo sugli archi di una linea (per ciascun nodo di ciascuna linea), inclusa la variabile OrarioCapo; nel modello creato è una variabile importante per le equazioni di servizio.
- Somma dei tempi da un nodo del grafo in poi sugli archi di una linea (analoga alla variabile precedente).
- Alcune variabili di differenza dei tempi alle fermate e ai nodi (utilizzate nel vincolo di distanziamento).

Le due variabili di somma dei tempi vengono usate in più punti della trattazione e pertanto se ne dà una rappresentazione grafica per maggior chiarezza nella figura seguente.

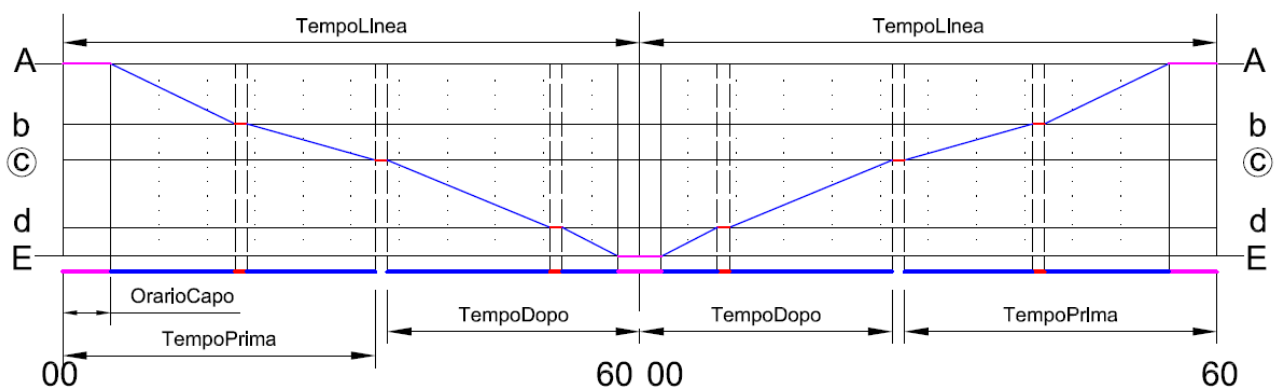


Figura 3-3: Esempio di orario grafico con illustrazione delle variabili

Da notare che essendo il grafo non orientato, "prima" e "dopo" sono da intendere unicamente come convenzione di comodità, utili per nominare univocamente le variabili, considerando il senso di percorrenza nella direzione delle progressive chilometriche, come risulta anche chiaro dalla parte di destra della figura.

3.3.2.2 Variabili di servizio

Le variabili di servizio servono per tenere conto della ciclicità dell'orario o vengono introdotte per specifiche necessità nella costruzione dei vincoli. Sono generalmente variabili intere utilizzate per considerare i multipli del periodo di cadenzamento o per contare determinati eventi all'interno di vincoli.

3.3.3 Equazioni fondamentali

Le equazioni fondamentali sono le relazioni fra variabili che regolano la base del problema, fornendo il quadro di riferimento entro cui sviluppare il modello.

3.3.3.1 Cycle Periodicity Formulation

La trattazione classica del problema secondo la CPF prevede formulazione di equazioni sui cicli del grafo dei vincoli, da porre come base per il calcolo dell'orario cadenzato. Nella Tesi (Motta, Russo 2007) vengono scelti due tipi di cicli il cui insieme unione è posto come base del calcolo: quello relativo a due stazioni adiacenti, formalizzato nell'"equazione del tempo di percorrenza", e quello relativo agli archi temporali interni alle stazioni, formalizzato nell'"equazione del tempo di connessione", rappresentati come in figura.

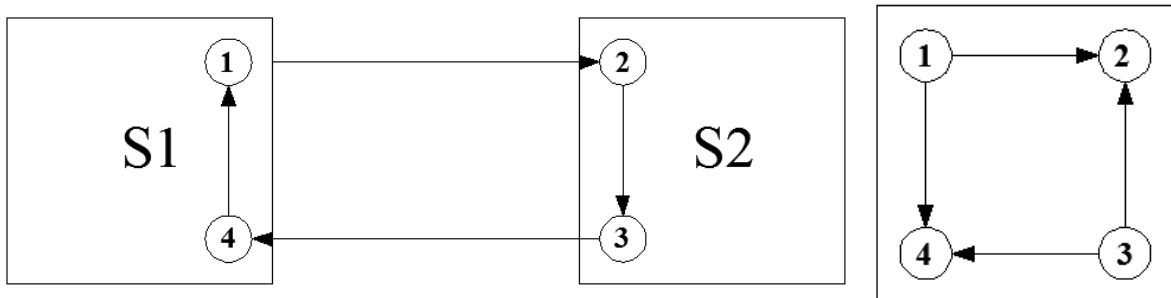


Figura 3-4: Cicli fondamentali per Motta e Russo

Nel primo ciclo compare una coppia di archi di viaggio e due archi di ritorno (che modellano il tempo che intercorre fra l'arrivo di un treno in una direzione e la partenza di quello in direzione opposta), e l'equazione ha la forma $(Tr_{l_A l_R}^{S_1} + Tr_{l_R l_A}^{S_1} + Tv_{l_A}^{S_1 S_2} + Tv_{l_R}^{S_2 S_1}) = k_l^{S_2 S_1} \cdot P$, con k intero. Nel secondo ciclo compaiono due archi di sosta e due archi di ritorno, e l'equazione ha la forma $(Ts_{l_A l_R}^{S_1} + Ts_{l_R l_A}^{S_1} - Tr_{l_A l_A}^{S_1} - Tr_{l_R l_R}^{S_1}) = i_{l_A l_R}^{S_1} \cdot P$, con i intero analogamente a k.

L'interazione fra le variabili decisionali nella CPF con le equazioni formulate sopra porta al calcolo dei tempi di ritorno di tutti i treni in tutte le stazioni.

Motta e Russo evidenziano come la disattivazione delle stazioni intermedie, che comporta la scomparsa degli archi di sosta e di quelli di ritorno dai cicli ad esse associati, non compromette la validità delle equazioni fondamentali, in quanto il nuovo ciclo di base deriva dalla somma dei due cicli adiacenti alla stazione disattivata.

In (Liebchen, Peeters 2009) viene studiato il problema di definire quale base di cicli sia meglio prendere in considerazione al fine di diminuire il tempo di risoluzione del problema, con una valutazione dell'efficacia sotto l'utilizzo di differenti algoritmi euristici. La disattivazione delle

stazioni intermedie non è però considerata, pertanto non è possibile valutare l'eventuale effetto della riduzione tramite somma del numero di cicli.

3.3.3.2 Line Periodicity Formulation

In questo paragrafo si vuole mostrare un particolare approccio, sviluppato nel presente lavoro, che si è scelto di chiamare "Line Periodicity Formulation" (abbreviato in LPF), sfruttando le ipotesi di perfetta simmetria (unita all'adozione di un grafo non orientato) e di predeterminazione dei nodi.

In maniera sicuramente semplicistica rispetto all'ampio e dettagliato lavoro di Liebchen e Peeters sopra citato si è cercato di trovare il modo di rendere più veloce la soluzione del problema, studiando una diversa formulazione delle equazioni, ovvero con una particolare scelta dei cicli di base.

L'idea consiste nello stressare il concetto di ciclo compiendo alcune operazioni di scomposizione e considerando un grafo non orientato.

Un possibile ciclo è quello che coinvolge una intera linea, ovvero tutti gli archi di viaggio e sosta compresi fra due nodi capolinea, nonché gli archi di ritorno ai capolinea, come rappresentato in figura:

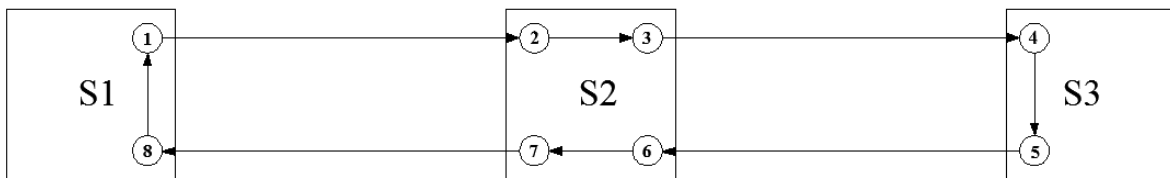


Figura 3-5: Ciclo fondamentale per la LPF

Considerando l'asse del cadenzamento come origine del sistema di riferimento temporale, è possibile spezzare il ciclo in due semi-cicli, composti rispettivamente da tutti gli archi in una direzione e tutti gli archi della direzione inversa, a cui si aggiungono parti degli archi di ritorno (nell'accezione di Motta e Russo). Sotto l'ipotesi di perfetta simmetria, è evidente che l'intervallo temporale degli archi di ritorno viene spezzato sul minuto dell'asse del cadenzamento che si trova esattamente a metà, pertanto è sufficiente una variabile per descrivere le due parti, a cui viene dato il nome di OrarioCapo. Inoltre i due semi-cicli hanno lo stesso valore temporale (sempre per simmetria), pertanto è possibile considerarne solo uno.

Seguendo un semi-ciclo da un nodo capolinea all'altro si nota che si parte (con la variabile OrarioCapo del primo nodo) sull'asse del cadenzamento e si arriva nuovamente sull'asse del cadenzamento (di nuovo con la variabile OrarioCapo, questa volta del secondo nodo). Risulta dimostrato pertanto che la somma dei tempi associati agli archi di un semi-ciclo (con le due nuove variabili) è pari ad un multiplo intero del periodo di cadenzamento.

L'equazione del cadenzamento si può scrivere su ogni linea nella forma:

$$\sum \text{Tempi di viaggio} + \sum (\text{Tempi di sosta} * \text{Gamma}) + \text{Tempi al capolinea} = k * P$$

ove Gamma è la variabile di disattivazione delle stazioni (vale 0 ove il treno non ferma) e k un numero intero (limitabile superiormente per ogni linea), e la somma di tutti i tempi è riassunta nella variabile TempoLinea (vedere Figura 3-3).

Questa equazione è scritta nelle sole variabili decisionali (oltre al fattore intero k), pertanto non prevede il calcolo dei tempi di ritorno, snellendo le operazioni computazionali. Inoltre, come già detto, non prevede variabili simmetriche al suo interno, e di conseguenza dovrebbe semplificare il lavoro per il risolutore rispetto all'adozione di un ciclo classico, anche se per verificare questa affermazione occorrerebbe eseguire delle indagini ad hoc.

3.3.4 Equazioni di servizio

3.3.4.1 Equazione del tempo di percorrenza

L'equazione del tempo di percorrenza riveste una certa importanza: è infatti l'equazione che permette di calcolare il tempo di viaggio fra le coppie OD ferroviarie.

$$TOD = \sum \text{Tempi di viaggio} + \sum (\text{Tempi di sosta} * \text{Gamma}) + \text{Tempo di interscambio}$$

Ovviamente il tempo di interscambio è nullo se origine e destinazione appartengono alla stessa linea.

3.3.4.2 Calcolo degli interscambi

Il calcolo del tempo di interscambio sfrutta le variabili derivate di somma dei tempi fino ad un nodo del grafo. Nel caso più generale di interscambio in stazioni non capolinea, si verifica la situazione rappresentata nella figura seguente (l'orientamento delle linee è puramente indicativo).

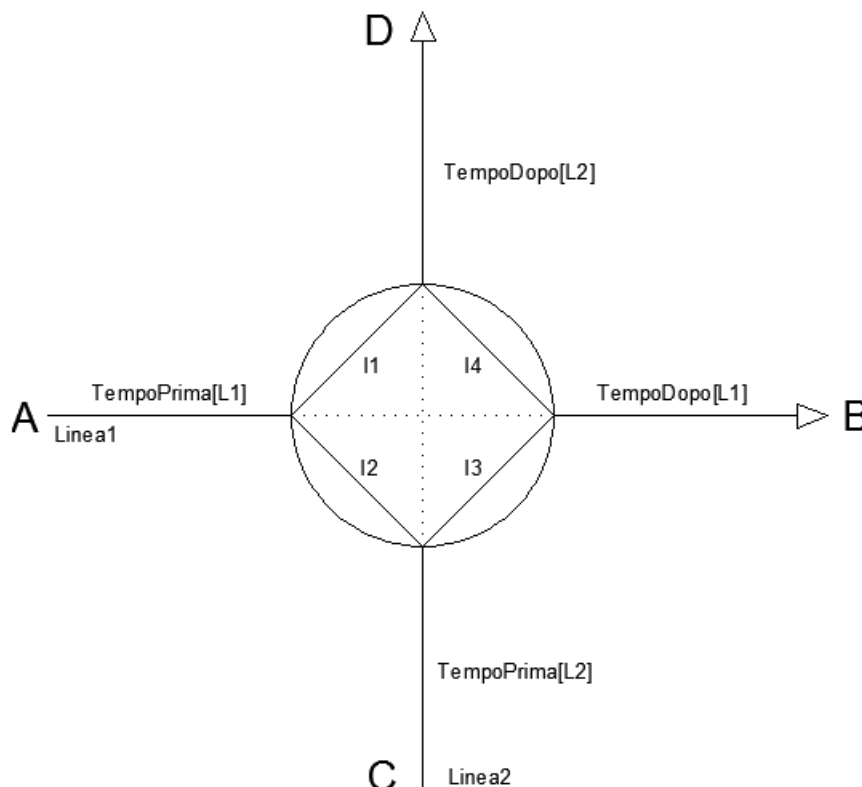


Figura 3-6: Lati di interscambio per interscambi in linea (o "a stella")

Nominando come nell'esempio le linee "Linea 1" e "Linea2", aventi capolinea rispettivamente A, B e C, D, si vede come siano possibili 4 rotte di interscambio (restando nell'ambito di un grafo non orientato), indicate come I1, I2, I3 e I4.

Le equazioni che permettono il calcolo del tempo associato a questi archi hanno la medesima struttura dell'equazione del cadenzamento: poiché le variabili di somma dei tempi comprendono anche le variabili OrarioCapo (la cui proprietà è stata illustrata nel sottoparagrafo 3.3.3.2), percorrendo ciascun tragitto con un interscambio ad un dato nodo, si avrà che la somma dei tempi pregressi su una linea e dei tempi successivi sull'altra linea rispetto alla stazione di interscambio sia pari ad un multiplo del periodo di cadenzamento, a meno del tempo di interscambio considerato, che quindi è ricavabile per differenza di variabili note (ad eccezione del coefficiente intero).

La forma è dunque la seguente:

$$TI_{I1} = C_1 * P - (TempoPrima_{L1} + Tsosta_{L1}/2 + TempoDopo_{L2} + Tsosta_{L2}/2)$$

Ove i tempi di sosta sono aggiunti per considerare i perditempo di decelerazione in ingresso alla stazione e accelerazione in uscita.

Le altre tre equazioni sono simili, sostituendo opportunamente i tempi prima e dopo per ciascun interscambio. Da notare la necessità dell'introduzione dei 4 coefficienti interi C, dovuta al fatto che una linea può essere percorsa in un tempo pari ad un multiplo del periodo del cadenzamento, e quindi anche le variabili TempoPrima e TempoDopo possono arrivare fino ad un valore prossimo a k*P. In ogni caso vincolando ciascun tempo di interscambio ad appartenere all'intervallo [j, P), con j pari ad un tempo minimo ragionevole, le variabili intere risultano univocamente determinate a seconda del valore delle altre presenti nell'equazione. Una peculiarità di queste equazioni è che sommando i tempi di interscambio I1 e I3 oppure I2 e I4 si ottiene un valore pari al periodo di cadenzamento. Nel caso di interscambio al capolinea vi è una sola direzione possibile, per cui le 4 equazioni si riducono ad 1.

Da notare infine che le stazioni che fungono da interscambio non possono mai essere disattivate, per cui presentano di default Gamma = 1.

3.3.4.3 Stima della domanda

La stima della domanda soddisfatta sull'intera rete prevede la sommatoria della stima della domanda catturata su ciascuna coppia OD. Poiché il modello prevede la possibilità della disattivazione delle stazioni, il calcolo deve tenere conto dell'annullamento della domanda sulle coppie OD che hanno come stazioni di riferimento una coppia di stazioni di cui almeno una è stata disattivata. Non è però possibile realizzare ciò tramite un eventuale vincolo diretto di azzeramento della domanda acquisita: la variabile Lambda che la modella è calcolata dalla formula del Logit, in cui l'unica variabile in ingresso è il tempo di viaggio, quindi l'equazione si tradurrebbe nell'imposizione di un valore di tempo di viaggio sulla coppia OD tale che renda nulla la domanda acquisita (e ciò non è consentito in quanto i tempi di viaggio derivano direttamente dalle variabili fondamentali, i cui valori risulterebbero compromessi da questa procedura). Occorre valutare quindi l'annullamento del parametro di domanda generale in ingresso prima di inserirlo nella funzione, pertanto si moltiplica il parametro generale di domanda sulla coppia OD per la variabile di disattivazione della coppia stessa (GammaOD).

La stima della domanda catturata su ciascuna coppia OD è data dalla formula:

$$DomandaTrenoOD = DomandaPotenzialeOD * Lambda$$

Questa espressione non è però lineare, presentando il prodotto fra due variabili. Per ricondursi ad una forma lineare, poiché altrimenti il problema sarebbe agli effetti insolubile, si può

ricorrere alla linearizzazione di McCormick, che consiste nel definire una nuova variabile z come prodotto di due variabili x_j e y_i e di imporre i seguenti vincoli:

$$z_{ij} \geq x_j^L \cdot y_i + y_i^L \cdot x_j - x_j^L \cdot y_i^L$$

$$z_{ij} \geq x_j^U \cdot y_i + y_i^U \cdot x_j - x_j^U \cdot y_i^U$$

$$z_{ij} \leq x_j^U \cdot y_i + y_i^L \cdot x_j - x_j^U \cdot y_i^L$$

$$z_{ij} \leq x_j^L \cdot y_i + y_i^U \cdot x_j - x_j^L \cdot y_i^U$$

in cui x_j^L e x_j^U sono gli estremi inferiore e superiore dell'intervallo di variazione della variabile x , mentre y_i^L e y_i^U sono gli estremi inferiore e superiore dell'intervallo di variazione della variabile y .

Nel caso in esame la funzione obiettivo dipende dalle variabili domanda potenziale (pari al parametro che esprime la domanda generale se entrambe le stazioni di origine e destinazione sono attive, nulla altrimenti) e stima della frazione di utenti del modo treno (λ). Gli intervalli di variazione di queste due variabili sono rispettivamente $[0, DomandaGeneraleOD]$ e $[\lambda_{Inf}, \lambda_{Sup}]$ (il cui significato è dettagliato nel sottoparagrafo 3.4.1.3 relativo alla linearizzazione del Logit), da cui si ricavano i seguenti vincoli:

$$DomandaTreno[OD] \geq \lambda_{Inf} * DomandaPotenzialeOD$$

$$DomandaTreno[OD] \geq DomandaGeneraleOD * \lambda + \lambda_{Sup} * DomandaPotenzialeOD - DomandaGeneraleOD * \lambda_{Sup}$$

$$DomandaTreno[OD] \leq DomandaGeneraleOD * \lambda + \lambda_{Inf} * DomandaPotenzialeOD - DomandaGeneraleOD * \lambda_{Inf}$$

$$DomandaTrenoOD \leq \lambda_{Sup} * DomandaPotenzialeOD$$

Si può vedere come nel caso γ_{OD} sia nulla i vincoli si riducano a:

$$DomandaTrenoOD \geq 0$$

$$DomandaTrenoOD \geq \text{quantità sicuramente negativa}$$

$$DomandaTrenoOD \leq \text{quantità sicuramente positiva}$$

$$DomandaTrenoOD \leq 0$$

che equivale ad imporre $DomandaTrenoOD = 0$, mentre nel caso $\gamma_{OD} = 1$:

$$DomandaTrenoOD \geq \text{estremo inferiore della domanda attraibile}$$

$$DomandaTrenoOD \geq DomandaGeneraleOD * \lambda$$

$$DomandaTrenoOD \leq DomandaGeneraleOD * \lambda$$

$DomandaTrenoOD \leq$ estremo superiore della domanda attraibile

Ottenendo dunque la funzione originale (poiché per $\Gamma_{OD} = 1$ si ha $DomandaGeneraleOD = DomandaPotenzialeOD$)

3.3.4.4 Funzione obiettivo

L'obiettivo è determinare l'orario ferroviario che massimizzi la domanda di trasporto attratta dal modo di trasporto ferroviario. Poiché le variabili decisionali caratterizzano completamente l'orario, è sufficiente imporre che queste vengano valorizzate massimizzando il totale della domanda assegnata al modo treno:

$$\max(\sum DomandaTrenoOD)$$

3.4 Vincoli e parametri

3.4.1 Vincoli

3.4.1.1 Velocità sui lati di viaggio

La velocità di viaggio non è esprimibile purtroppo in forma diretta, essendo inversamente proporzionale alla variabile decisionale del tempo di viaggio. Ciò comporta la necessità di trovare una linearizzazione adeguata, per la quale si rende necessaria una variabile fittizia che vincolata in maniera opportuna ne ricostruisca l'andamento.

Si è optato per sfruttare la già citata linearizzazione alla Mc Cormick (vedere il sottoparagrafo 3.3.4.3), tramite la quale è possibile linearizzare una funzione quadratica, considerando però fissata la variabile fittizia e ricavando di conseguenza una delle altre riordinando i termini.

La funzione originale è: $Vv = (Lungh/Tv)*3600$ (con evidente significato dei termini e del coefficiente di conversione delle unità di misura). Questa può essere riscritta come $Lungh = Vv*Tv/3600$, quindi come vincolo sul prodotto di due variabili.

Poiché Mc Cormick calcola il prodotto come una variabile indipendente opportunamente vincolata, si può operare nello stesso modo ponendo $Prod = Vv*Tv/3600$. Nei vincoli illustrati nel sottoparagrafo 3.3.4.3, $Prod$ assume il ruolo di z .

Ai vincoli di Mc Cormick si aggiunge la condizione $Prod = Lungh$, imponendo quindi che la variabile prima considerata libera sia invece fissata ad un parametro: si ottengono quattro disequazioni lineari nelle variabili Tv e Vv . Riordinando i termini, è possibile isolare Vv , giungendo quindi a vincolare direttamente questa in funzione di Tv e il parametro relativo alla lunghezza del lato di viaggio.

Nel dettaglio, i vincoli di Mc Cormick sono stati riscritti nel seguente modo:

$$Vv \leq (Lungh - Vmin*Tv/3600 + Vmin*Tv_{min}/3600)/(Tv_{min}/3600)$$

$$Vv \leq (Lungh - Vmax*Tv/3600 + Vmax*Tv_{max}/3600)/(Tv_{max}/3600)$$

$$Vv \geq (Lungh - Vmax*Tv/3600 + Vmax*Tv_{min}/3600)/(Tv_{min}/3600)$$

$$Vv \geq (Lungh - Vmin*Tv/3600 + Vmin*Tv_{max}/3600)/(Tv_{max}/3600)$$

3.4.1.2 Intervalli di ammissibilità per le variabili decisionali

3.4.1.2.1 *Tempi di viaggio*

Il tempo di viaggio sulle tratte ferroviarie è limitato inferiormente da vincoli fisici: un treno infatti che circoli in condizioni di sicurezza non può mai superare una certa velocità massima, sia essa quella della linea o del materiale rotabile; pertanto, nota la lunghezza, il limite inferiore della variabile temporale associata ai lati di viaggio si può esprimere come velocità massima ammessa (che è un parametro di più immediata lettura).

Analogamente è possibile definire un tempo di viaggio massimo basato su una velocità di percorrenza minima. Ancorché non sia un vincolo fisico, si può pensare di implementarlo come condizione di ragionevolezza: un treno che è costretto dall'orario a viaggiare troppo lentamente viene percepito negativamente dai passeggeri; inoltre è probabile che una tale configurazione sia lontana da quella che massimizza l'utenza.

3.4.1.2.2 *Tempi di permanenza al capolinea e giro banco*

Le variabili OrarioCapo, due per ogni linea, non hanno strettamente bisogno di vincoli specifici, se non quello di essere contenute nel periodo di cadenzamento. Tuttavia è possibile introdurre dei vincoli di ragionevolezza, a seconda del tipo di esercizio che si vuole avere sulla rete: l'intervallo deputato agli arrivi (e simmetricamente alle partenze) potrebbe venire limitato se si vuole garantire che tutti i treni abbiano un tempo sufficiente di giro banco (10 minuti può essere sufficiente in buona parte dei casi), oppure può essere limitato superiormente ad esempio ad una frazione del periodo di cadenzamento se si vuole garantire che tutti possibili interscambi ai nodi abbiano un ragionevole tempo massimo (nel caso del cadenzamento di periodo 60 minuti, l'intervallo A/P potrebbe essere [5, 20]).

Nel modello si è scelto di implementare il vincolo del tempo di giro banco tramite l'esclusione della possibilità che l'orario di partenza di una corsa in direzione opposta da un nodo possa avvenire prima di 10 minuti. Nel caso di partenza poco dopo l'asse del cadenzamento, è sufficiente che la variabile OrarioCapo sia maggiore del valore 300 (ossia 5 minuti); nel caso la partenza avvenga poco dopo il semiperiodo di cadenzamento (e quindi l'arrivo poco prima), occorre impostare il seguente sistema di disequazioni (contenente una variabile binaria di appoggio), che deve verificato per ogni linea ad ogni nodo:

```
var RegolaOrarioCapo binary;
```

```
RegolaOrarioCapo >= (OrarioCapo - P/2)/(P + 1);
```

```
RegolaOrarioCapo <= 1 + (OrarioCapo - P/2)/(P + 1);
```

```
OrarioCapo >= P/2 + SemiGiroBanco - (1 - RegolaOrarioCapo)*(P + 1);
```

```
OrarioCapo <= P/2 - (if linea in LineeBinarioSingolo then 60 else 0) + (RegolaOrarioCapo)*(P + 1)
```

L'intervallo di non ammissibilità è stato posto come $(P/2, P/2 + \text{SemiGiroBanco})$ per le linee a doppio binario e $(P/2 - 60, P/2 + \text{SemiGiroBanco})$ per quelle a singolo binario.

3.4.1.2.3 Variabile di disattivazione delle stazioni

Essendo una variabile binaria, non necessita di limitazioni. Può essere tuttavia intesa in tal senso la restrizione ad assumere il valore 1 (ovvero stazione non disattivata) per tutte quelle fermate che assumono anche il ruolo di stazioni: oltre a quelle di interscambio (non necessariamente capolinea), vi sono quelle ove il modello sceglie di effettuare le operazioni di incrocio nelle linee a binario singolo. Inoltre può essere fissato (a priori) un parametro di domanda potenziale al di sopra del quale la stazione non può essere disattivabile, in modo da limitare il numero di variabili binarie, che tendono a complicare il problema al risolutore.

3.4.1.2.4 Tempi di sosta

Per quanto riguarda i tempi di sosta, occorre innanzitutto dare conto di come siano calcolati. Essi Sono composti da una quantità fissa, dovuto al tempo di salita/discesa dei passeggeri, più una quota che modella i perditempo. Nel solo caso la stazione sia di incrocio (per linee a binario singolo) viene aggiunta una quantità temporale convenzionale come intervallo di sicurezza per le operazioni incrocio.

Questo ammontare viene calcolato come la somma del tempo impiegato a decelerare più il tempo impiegato ad accelerare, ed è pertanto funzione lineare della velocità sui lati di viaggio adiacenti. Una semplice dimostrazione può venire per via grafica: riportando una traccia come si presenterebbe in caso di sosta nulla, si può vedere come la traslazione della traccia dovuta all'effettuazione della sosta sia effettivamente la somma delle tre componenti.

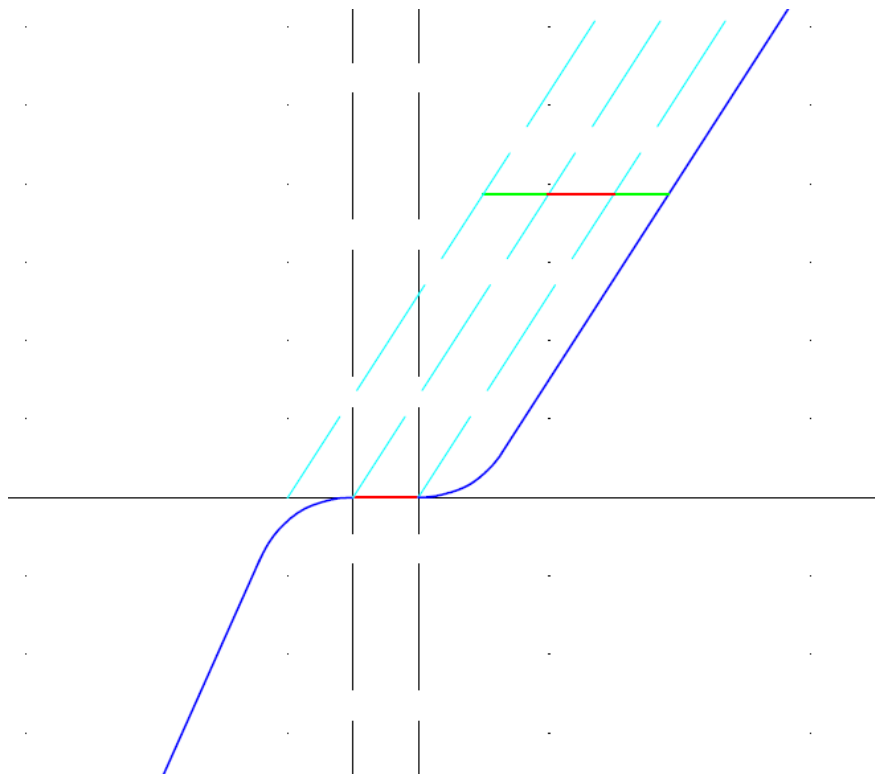


Figura 3-7: Calcolo grafico dei perditempo

Non è possibile però imporre il calcolo del tempo di sosta in maniera rigida: un'equazione che ricavasse la variabile direttamente tramite le considerazioni sopra espresse non potrebbe rendere conto del suo annullamento nel caso la fermata fosse disattivata. Occorre pertanto introdurre un artificio di calcolo tramite un opportuno sistema di disequazioni.

Innanzitutto è necessario calcolare i perditempo tra la fermata e i lati di viaggio adiacenti. A questo punto si può utilizzare una variabile di appoggio, per rendere più chiara la scrittura delle equazioni, come

$$\text{TempSos} = \text{TsBase} + \text{PerditempoLS}$$

per poi impostare i seguenti vincoli per le fermate disattivabili (la variabile TempoIncrocio è aggiunta solo ove le stazioni siano candidabili ad essere punti di incrocio):

$$\text{Ts} \geq \text{TempSos} + \text{TempoIncrocio} - (\text{TsMax}) \cdot (1 - \text{Gamma})$$

$$\text{Ts} \geq 0 + \text{TempoIncrocio}$$

$$\text{Ts} \leq \text{TsMax} \cdot \text{Gamma} + \text{TempoIncrocio}$$

mentre per le fermate non disattivabili è sufficiente imporre l'appartenza di Ts all'intervallo $[\text{TempSos}, \text{TsMax}]$, eventualmente traslato della quantità TempoIncrocio .

Da notare che TempSos è funzione dei perditempo che sono funzione della velocità: il limite inferiore dell'intervallo del tempo di sosta dunque diminuisce con il diminuire della velocità, poiché diminuiscono i perditempo, a partire da un valore pari a TsMax (che si ha quando $V_v = V_{\text{max}}$).

Il tempo di sosta dunque ha un ruolo marginale rispetto alle altre variabili decisionali, potendo variare in un intervallo piuttosto ristretto. Nelle operazioni reali è possibile eventualmente prolungare i tempi di sosta piuttosto che ridurre la velocità di viaggio, mentre nel modello si è preferito non allungare eccessivamente i tempi di sosta ponendosi in una situazione intermedia; sarà poi il gestore del servizio a scegliere la strategia più opportuna basandosi anche su considerazioni derivate da altre necessità (ad esempio ridurre il consumo energetico).

Il sistema di disequazioni scritto sopra sfrutta in parte il cosiddetto "metodo del Big M" in modo da selezionare i vincoli validi a seconda del valore di Gamma . Nel caso questa variabile sia pari a 1, la prima e la terza disequazione esprimono l'intervallo di variazione generale, mentre nel caso Gamma presenti valore 0, la prima disequazione perde di significato e le altre due si riducono a imporre l'annullamento di Ts (o la sua uguaglianza con TempoIncrocio).

Il metodo del Big M, di cui il sistema sopra è un esempio pratico, consiste nell'introdurre nei vincoli una quantità "sicuramente grande" (da cui il nome) che possa attivare o disattivare parte dei vincoli in dipendenza in funzione del valore assunto da una variabile binaria.

3.4.1.3 Linearizzazione del Logit

La funzione Logit così come formulata nel modello (vedasi il sottoparagrafo 3.1.2.2) oltre a essere chiaramente non lineare è anche non convessa. Presenta infatti un punto di flesso, la cui posizione non è fissa a priori ma dipende dal valore dei parametri. La forma generale è quella in figura:

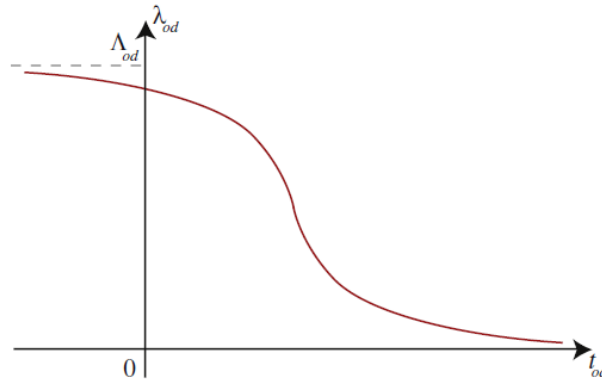


Figura 3-8: Rappresentazione della funzione Logit [da (Cordone, Redaelli 2011), pag. 434]

ove la parte disegnata per $t_{od} < 0$ non ha significato fisico (non avrebbe senso un tempo di viaggio negativo) ma è utile per mostrarne l'andamento, ovvero che non è assicurato la funzione possa raggiungere il suo massimo (cioè 1) all'interno del dominio.

Per ricondurre il problema ad una forma lineare una possibile soluzione consiste nello studiare un'approssimazione lineare della funzione anziché l'originale. Date le caratteristiche del problema è infatti possibile calcolare un intervallo di variazione per la variabile del tempo di viaggio, ottenendo quindi dei valori estremi di λ_{od} , tra i quali poter approssimare la funzione con una retta.

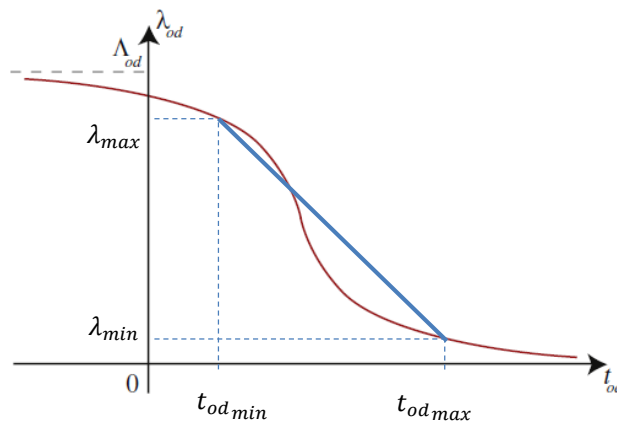


Figura 3-9: Linearizzazione del Logit [rielaborazione da (Cordone, Redaelli 2011), pag. 434]

Poiché l'entità dell'errore introdotto con questo tipo di linearizzazione non è facilmente ipotizzabile a priori (dato che la funzione sulle diverse OD può presentarsi diversa, pur conservando l'andamento generale), si è pensato di linearizzare la funzione su più tratti, calcolando anche un valore λ_{od} intermedio fra gli estremi.

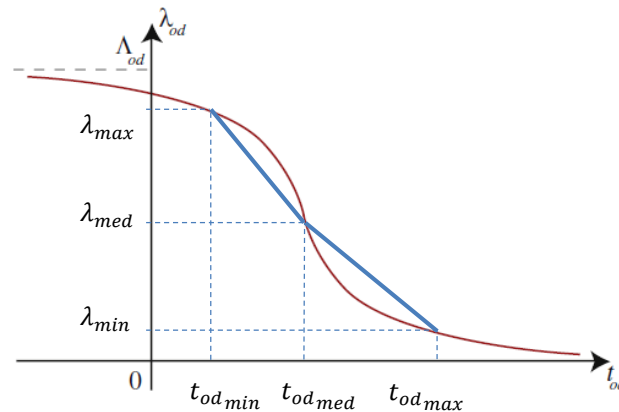


Figura 3-10: Linearizzazione a tratti [rielaborazione da (Cordone, Redaelli 2011), pag. 434]

Questo approccio aggrava tuttavia la complessità del problema per il risolutore, in quanto può venire tradotto nel modello solamente attraverso una formulazione piecewise (per un esempio di questa formulazione, vedere il sottoparagrafo 3.4.1.4.1 relativo al distanziamento in linea), che introduce implicitamente delle variabili binarie di servizio. Si è pertanto optato di predisporre il modello sia per la linearizzazione semplice che per quella a tratti, preferendo però porre di default la prima.

La linearizzazione operata prevede il calcolo di Lambda in funzione di TOD su una retta fissata da LambdaInf e LambdaSup corrispondenti ai tempi di viaggio minimi e massimi. Questi sono stati presi rispettivamente come la somma dei tempi minimi e la somma dei tempi massimi ammissibili sui lati appartenenti al percorso.

Da notare che la linearizzazione comporta anche alcuni difetti nel modello: oltre all'inevitabile errore di discostamento dalla funzione Logit, occorre menzionare anche il caso degli interscambi in linea. Questi infatti presentano una variabilità maggiore sui tempi associati rispetto a quelli ai nodi: come esposto nel sottoparagrafo 3.3.4.2 la somma dei tempi di interscambio "opposti" è pari al periodo di cadenzamento, e dunque se uno è ridotto l'altro è necessariamente aumentato. A causa di ciò potrebbero presentare un tempo di interscambio maggiore di quello massimo fissato dal parametro TcoincMax (che vale infatti solo per i nodi), e dunque le coppie OD che li annoverano nel percorso potrebbero presentare un tempo di viaggio superiore a quello massimo previsto (calcolato con TcoincMax). Non sarebbe però possibile introdurre un tempo di interscambio massimo ad hoc, perché dovrebbe essere troppo grande (quasi come il periodo di cadenzamento stesso), introducendo un errore non accettabile nella linearizzazione del Logit. La scelta quindi è stata quella di ammettere, per le coppie OD che presentano un percorso transitante da un interscambio in linea, valori di λ_{od} eventualmente inferiori a LambdaInf.

In ogni caso si è preferito mantenere questo approccio piuttosto che limitare gli interscambi ai soli nodi, in quanto, pur nell'incertezza di modellizzazione, si rimane più aderenti alla possibile realtà delle reti. Comunque, pare poco probabile che su una intera rete vi siano molti interscambi in piena linea, dunque le approssimazioni introdotte paiono ragionevoli.

3.4.1.4 Distanziamento in linea e ai nodi della rete

Le regole di distanziamento dei convogli in linea possono essere molto differenti a seconda del regime normativo, nonché all'interno delle medesime reti sulle differenti linee a seconda del traffico e degli impianti tecnologici di supporto alla circolazione. Come accennato nel capitolo introduttivo, nel paragrafo relativo alla modellizzazione del servizio ferroviario, un modello può prendere in considerazione questi dettagli o meno, a seconda della scala alla quale opera.

Poiché quello oggetto di studio è un modello alla macroscale, ancorché estendibile verso un maggior grado di dettaglio, si è deciso di introdurre dei vincoli di distanziamento di carattere generale, che possano venire eventualmente integrati da vincoli specifici in caso di necessità.

Il vincolo di distanziamento implementato è di tipo temporale, ovvero stabilisce un certo intervallo di tempo prima che un treno successivo possa presentarsi alla medesima stazione. Da notare che questo vale per treni appartenenti a linee differenti, in quanto per ipotesi di cadenzamento i treni della medesima linea seguono tracce identiche e sono sempre equidistanziati (anche dovessero esserci più invii sulla medesima linea in sottomultipli del periodo di cadenzamento).

3.4.1.4.1 Distanziamento in linea

Per il via del tipo di distanziamento scelto, due treni su due linee differenti convergenti sulla stessa tratta devono essere distanziati almeno di una certa quantità temporale ad entrambe le stazioni di un arco di viaggio condiviso. Poiché i due treni potrebbero tenere velocità di viaggio differenti, occorre ripetere il medesimo controllo su tutti gli archi appartenenti a tratte condivise.

Nel modello ciò viene realizzato tramite il confronto fra le variabili TempoDopo di due differenti linee alla medesima stazione, imponendo che lo stesso sia maggiore o al limite uguale ad un parametro di distanziamento. Poiché le variabili TempoDopo non tengono conto del modulo del periodo di cadenzamento, è stata preparata un'apposita variabile intera che tenga traccia di quante volte lo superino, per simulare l'aritmetica modulare nelle equazioni successive.

```
var VoltePeriodoTempoDopo integer;
```

```
VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1] >= TempoDopo[s1, l1]/P - 1;
```

```
VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1] <= TempoDopo[s1, l1]/P;
```

Il confronto fra le variabili TempoDopo delle due linee alla stessa stazione non può essere scritto come una semplice sottrazione, poiché non si conosce a priori l'ordine con cui i treni si presentano all'imbocco dell'arco considerato (quindi il segno del risultato della sottrazione), ed anzi questo può venire modificato in fase di ottimizzazione: di conseguenza occorrerebbe far riferimento al modulo della sottrazione. Sfortunatamente però la funzione valore assoluto non è lineare, pertanto occorre utilizzare una differente soluzione.

Si è deciso di utilizzare due variabili binarie di appoggio per memorizzare l'ordinamento dell'orario di arrivo dei treni alle estremità degli archi interessati, il cui valore rappresenta il segno della differenza:

```
var QualePrimalIngresso
```

```
QualePrimalIngresso >= ((TempoDopo[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) - (TempoDopo[s3, l3] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]))/P;
```

```
QualePrimalIngresso <= 1 + ((TempoDopo[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) - (TempoDopo[s3, l3] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]))/P;
```

ed analogamente per la variabile QualePrimaUscita.

Il vincolo di distanziamento consta di due parti. Una prima parte è volta a controllare che l'ordinamento dei due treni sia ancora il medesimo, cioè che uno non abbia superato l'altro.

Questo vincolo è leggermente complicato dal fatto che il segno del confronto fra le due variabili TempoDopo modularizzate si inverte se una delle due linee attraversa nel frattempo l'asse del periodo di cadenzamento, nel qual caso si ha una variazione unitaria di una delle variabili VoltePeriodoTempoDopo, che può essere registrata da un'altra variabile binaria:

var ControlloSomma binary;

ControlloSomma >= ((VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2] - VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) +
(VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4] - VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]))/4;

ControlloSomma[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= ((VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1] -
VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2]) - (VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3] -
VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4]))*4;

Nel caso entrambe le linee attraversassero il periodo di cadenzamento, ciò non sarebbe rilevato dalla variabile ControlloSomma, ma quest'eventualità è sicuramente remota dato che le due linee dovrebbero contemporaneamente rispettare anche il secondo vincolo di cadenzamento, che le impone distanziate di una certa quantità. Occorrerebbe fare attenzione a questo caso particolare, ed eventualmente modificare di conseguenza il vincolo, solamente qualora si adotti un distanziamento in linea molto ridotto.

Il vincolo di ordinamento di costanza dell'ordinamento ai due estremi dell'arco di viaggio può quindi venire scritto con la tecnica del Big M:

QualePrimaIngresso >= QualePrimaUscita - ControlloSomma*4;

QualePrimaIngresso <= QualePrimaUscita + ControlloSomma*4;

ovvero le due variabili sono forzate ad avere lo stesso segno, cioè l'ordinamento dei treni alle due stazioni ad essere uguale, se nessuna delle due TempoDopo passa il periodo di cadenzamento; in caso contrario hanno segno libero (ma se fosse per assurdo fosse diverso senza che si sia verificato lo sfioramento rispetto al periodo di cadenzamento, sarebbe violata la condizione che in questo caso pone ControlloSomma = 0, dunque il vincolo è dimostrato).

La seconda parte del vincolo è volta ad imporre la condizione che la differenza fra le due variabili TempoDopo, associate alle due linee alla medesima stazione per entrambi gli estremi dell'arco in comune, si mantenga superiore al periodo di distanziamento. Anche questa parte sfrutta il meccanismo del Big M per la corretta selezione delle disequazioni.

((TempoDopo[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) - (TempoDopo[s3, l3] -
P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3])) >= DistMin - (1 - QualePrimaIngresso)*(2*P);

((TempoDopo[s3, l3] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]) - (TempoDopo[s1, l1] -
P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1])) >= DistMin - QualePrimaIngresso*(2*P);

3.4.1.4.2 Distanziamento ai nodi

Il distanziamento ai nodi può essere stabilito per evitare che il modello proponga degli eventi di movimento dei treni troppo ravvicinati, in quanto nelle operazioni reali questo potrebbe tradursi in un conflitto di itinerari. Ciò non è sempre vero, in quanto ad esempio due treni potrebbero partire su linee differenti attestate su binari diversi; in ogni caso sembra ragionevole prevedere un vincolo di questo tipo, data la scala del modello in cui non è possibile

studiare nel dettaglio tutte le singole circostanze (inoltre è probabilmente più semplice rilassare localmente un vincolo già strutturato piuttosto che imporlo senza che sia dichiarato globalmente).

Il distanziamento ai nodi soffre della medesima complicazione di quello in linea, ovvero non è possibile porre condizioni dirette sulla differenza del valore temporale associato agli eventi, in quanto non si conosce il loro ordinamento temporale. Per questo secondo caso si è scelto di utilizzare nuovamente il metodo del Big M, utilizzando una variabile binaria per tenere conto del segno della differenza:

Yprima binary

$Yprima \geq 0 + (OrarioCapo_{ii} - OrarioCapo_{ij}) / (N * P);$

$Yprima \leq 1 - (OrarioCapo_{ii} - OrarioCapo_{ij}) / (N * P);$

$OrarioCapo_{ii} - OrarioCapo_{ij} \geq DistOrarioCapo - N * P * (1 - Yprima);$

$OrarioCapo_{ii} - OrarioCapo_{ij} \geq DistOrarioCapo - N * P * Yprima;$

Nelle relazioni sopra riportate si è inserito N che è un valore intero (sufficientemente grade) noto da altri interi già calcolati nel problema. Si può notare come il segno della differenza fra le due variabili OrarioCapo determini i vincoli di Yprima, che quindi avrà il valore 0 oppure 1 determinando quale delle due disuguaglianze successive sia significativa.

3.4.1.5 Incrocio e occupazione di tratta per linee a binario singolo

Nelle linee a binario singolo i treni marcianti in direzione opposta possono incrociarsi solo ove siano presenti posti di movimento con due o più binari, siano essi stazioni o meno. Nella struttura delle tracce cadenzata è sufficiente imporre che questa condizione sia correttamente verificata all'interno di un modulo del periodo di cadenzamento, in quanto (come ogni altro evento) si riproporrà secondo il medesimo schema ogni modulo successivo. Come per tutti gli altri dati riguardanti la rete, l'utente del modello può specificare per ogni linea a binario singolo quali siano le stazioni abilitate all'incrocio.

Qualora più linee a binario singolo convergano sulla medesima tratta ferroviaria per condividere lo stesso binario, occorre che le finestre di occupazione del binario delle differenti linee non si sovrappongano per i treni marcianti in direzione opposte. È pertanto necessario introdurre dei vincoli che assegnino l'occupazione del binario all'una od all'altra direzione, e all'interno della finestra di ciascuna direzione garantire comunque il distanziamento qualora i treni di più linee dovessero essere inviati nella stessa direzione in successione.

Queste due tipologie di vincolo, particolarmente gravose per la progettazione degli orari, hanno un forte impatto sul processo di ottimizzazione.

3.4.1.5.1 Vincoli di incrocio

Una proprietà dell'orario cadenzato è che i treni circolanti in direzione opposta sulla medesima linea si incontrano sempre a metà del periodo di cadenzamento. Questa osservazione è utile per imporre dei vincoli concettualmente semplici: è sufficiente imporre che ad ogni metà del periodo di cadenzamento (ed ogni intero per linee percorse in un tempo maggiore di questo) i treni si trovino a sostare in una stazione.

Il numero di punti in cui si verifica un incrocio dipende dalla lunghezza della linea: se questa viene percorsa in un tempo minore di P , ne è sufficiente uno solo; diversamente, aumentano secondo un preciso schema. Il loro numero è dato da: $2*n-1$, ove n è dato da $\text{TempoLinea}/P$, ad eccezione del caso in cui l'orario di partenza da uno dei capolinea superi la metà del periodo di cadenzamento: in questa condizione è come se un incrocio avvenisse quando i treni sono fermi al capolinea, e dunque è necessario un punto di incrocio in linea in meno. Si osserva che è altamente improbabile che entrambe le variabili OrarioCapo presentino questa caratteristica, altrimenti la linea potrebbe essere percorsa in un multiplo inferiore del periodo di cadenzamento e il problema non si presenterebbe (l'unica evenienza sarebbe data da dei tempi di giro banco elevati su una linea fortemente vincolata).

L'attivazione degli specifici vincoli sui tempi nelle stazioni identificate dal modello come punto di incrocio viene effettuata nuovamente tramite il meccanismo del Big M, come illustrato di seguito.

Per la creazione dei vincoli ci si appoggia ad una variabile intera, C , per impostare la posizione temporale all'interno del periodo di cadenzamento, ed una binaria, B , che assume valore 1 qualora la stazione sia attiva come incrocio; nonché ad un'altra binaria, BinDef , vincolata ad assumere valore 1 se almeno delle due OrarioCapo associate alla linea è maggiore di $P/2$ e zero se entrambe non presentano questa caratteristica.

Le condizioni di vincolo sono:

$$\text{sum } B = 2*k - 1 - \text{BinDef}$$

$$\text{TempoPrima} \geq C*P/2 - \text{TsBase}/2 - (k\text{Max}*P)*(1 - B)$$

$$\text{TempoPrima} \leq C*P/2 - \text{TsBase}/2 + (k\text{Max}*P)*(1 - B)$$

$$C \leq 2*k - 1;$$

ove la prima esprime che la somma delle B , ovvero delle stazioni attive, deve eguagliare il numero di punti di incrocio necessari; le due seguenti pongono che la variabile TempoPrima , diminuita di metà del tempo di sosta (in modo che il treno abbia il tempo di rallentare e fermarsi in stazione) centri un multiplo del semiperiodo, ove B valga 1 (con $k\text{Max}*P$ che ha funzione di Big M); l'ultima pone un limite superiore al valore di C per stringere la formulazione, snellendo il lavoro per il risolutore.

A queste occorre aggiungere un controllo sulla disattivazione della stazione: nel caso questa sia stata disattivata (a priori o dal modello), non è più disponibile come punto di incrocio: B deve dunque assumere il valore 0.

$$B \leq \text{Gamma}$$

Infine, per ottenere una formulazione più stretta del problema, è bene imporre che dove $B = 0$ sia anche $C = 0$, tramite la disequazione

$$C \leq k\text{Max}*B$$

che lascia il dovuto margine di variabilità qualora $B = 1$ ovvero la stazione sia effettivamente di incrocio.

Tutte le condizioni scritte sopra sono da valutare per ogni stazione di ciascuna linea a binario singolo.

Le stazioni che presentano $B = 1$, cioè quelle che sono individuate come stazioni di incrocio dal modello, presentano un tempo di sosta maggiorato di 80 secondi per garantire la sicurezza delle operazioni di incrocio, come ad esempio la protezione della discesa dei passeggeri rispetto all'ingresso del secondo treno.

Si osserva infine che è stata implementata la possibilità di incrocio fra due differenti linee a binario singolo che siano circolanti sullo stesso binario singolo, tramite l'imposizione della presenza contemporanea in stazione dei due treni provenienti dalle opposte direzioni (e appartenenti alle due diverse linee) se la stazione viene selezionata come incrocio (questo ovviamente disattiva la possibilità che sia anche d'incrocio per una medesima linea).

var StatoIncrocioEtero binary;

$$((\text{TempoPrima}[s1, l1] - \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s1, l1]*P) + \text{Ts}[s1, l1, s1, l1]/2) \geq (P - ((\text{TempoPrima}[s2, l2] - \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s2, l2]*P) - \text{Ts}[s2, l2, s2, l2]/2)) - 1 - (1 - \text{StatoIncrocioEtero}[s1, l1, s2, l2])*((k\text{Max}[l1]+k\text{Max}[l2])*P);$$
$$((\text{TempoPrima}[s1, l1] - \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s1, l1]*P) + \text{Ts}[s1, l1, s1, l1]/2) \leq (P - ((\text{TempoPrima}[s2, l2] - \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s2, l2]*P) - \text{Ts}[s2, l2, s2, l2]/2)) + 1 + (1 - \text{StatoIncrocioEtero}[s1, l1, s2, l2])*((k\text{Max}[l1]+k\text{Max}[l2])*P);$$

Le due disequazioni sopra riportate consistono sostanzialmente nell'imporre la compresenza in stazione dei treni delle due linee circolanti in senso opposto se la variabile StatoIncrocioEtero assume valore 1, nel qual caso si impone che la stazione non sia disattivabile (per entrambe le linee) con le disequazioni sotto.

$$\text{Gamma}[s1, l1] \geq \text{StatoIncrocioEtero}[s1, l1, s2, l2];$$
$$\text{Gamma}[s2, l2] \geq \text{StatoIncrocioEtero}[s1, l1, s2, l2];$$

3.4.1.5.2 Vincoli di occupazione di tratta

I vincoli per l'occupazione di tratta sono piuttosto complessi da scrivere in un modello di rete cadenzata: è necessario infatti riferirsi anche alle finestre temporali di occupazione in aritmetica modulare (modulo P), cosa che con l'utilizzo di un grafo node-oriented risulta effettivamente macchinoso.

In primo luogo è necessario, per ciascun arco di viaggio fra due punti del grafo appartenente a più linee a binario singolo, calcolare l'intervallo del tempo di viaggio su entrambe le linee. Le variabili temporali associate alle stazioni sono relative alla percorrenza in ordine di progressiva, affinché i vincoli lavorino correttamente è necessario che gli archi di viaggio in questione siano memorizzati nel database con lo stesso ordine di progressiva fra i due estremi (crescente o decrescente che sia).

$$\text{Intervallo1} = \text{TempoPrima}[s2, l2] - \text{TempoPrima}[s1, l1];$$
$$\text{var Intervallo2} = \text{TempoPrima}[s4, l4] - \text{TempoPrima}[s3, l3];$$

Entrambi gli intervalli sono eventualmente diminuiti di una quantità specifica per tenere in conto del tempo di sosta aggiuntivo dedicato all'incrocio, qualora l'estremo inferiore sia sede di un incrocio fra i treni delle due linee circolanti in senso opposto. Il tempo di sosta dedicato a incroci di questo tipo è pari a due minuti.

Poiché a priori non è noto quale sia fra i due l'intervallo maggiore, è utile impostare un confronto fra di essi in modo che il risultato determini il valore di una variabile binaria:

QualeIntervallo binary;

QualeIntervallo \geq (Intervallo1 – Intervallo2)/BigM;

QualeIntervallo \leq 1 + (Intervallo1 – Intervallo2)/BigM;

Ora, sempre tramite il metodo del Big M, è possibile vincolare una variabile MaxIntervallo ad assumere il valore dell'intervallo prescelto (con l'aggiunta di 60 secondi come margine di sicurezza):

MaxIntervallo \geq Intervallo1 + 60 - (1 - QualeIntervallo)*BigM;

MaxIntervallo \leq Intervallo1 + 60 - (1 - QualeIntervallo)*BigM;

MaxIntervallo \geq Intervallo2 + 60 + QualeIntervallo*BigM;

MaxIntervallo \leq Intervallo2 + 60 + QualeIntervallo*BigM;

A questo punto è necessario provvedere a gestire la complicazione data dal fatto che le variabili TempoPrima, analogamente alle TempoDopo viste nel distanziamento in linea, non sono modulari rispetto a P bensì progressive fra 0 e TempoLinea (che può assumere un qualsiasi valore multiplo del tempo di cadenzamento).

VoltePeriodoTempoPrima integer;

VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1] \geq TempoPrima[s1, l1]/P - 1;

VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1] \leq TempoPrima[s1, l1]/P;

Per operare il confronto fra i tempi ai nodi, la cui differenza dovrà essere maggiore delle finestre temporali precedentemente calcolate, è nuovamente necessario l'ausilio di una variabile binaria e del metodo del Big M, in quanto non è dato sapere il segno della differenza (e può cambiare in fase di ottimizzazione). Da notare che la differenza viene fatta tra la prima variabile e la simmetrica della seconda rispetto all'intero del periodo di cadenzamento, in quanto si vuole confrontare l'orario di passaggio di un treno su una linea con l'orario di passaggio di un treno su un'altra linea circolante nella direzione opposta sul medesimo binario.

ScegliConcordeUsc binary;

ScegliConcordeUsc \geq ((TempoPrima[s2, l2] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]) - (P - (TempoPrima[s4, l4] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s4, l4]))) / BigM;

ScegliConcordeUsc \leq 1 + ((TempoPrima[s2, l2] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]) - (P - (TempoPrima[s4, l4] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s4, l4]))) / BigM;

Infine rimane da imporre che la differenza in questione dia un valore che non appartenga all'intervallo (-60, MaxIntervallo)

$$((\text{TempoPrima}[s2, l2] - P \cdot \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s2, l2]) - (P - (\text{TempoPrima}[s4, l4] - P \cdot \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s4, l4]))) \geq \text{MaxIntervallo} - (1 - \text{ScegliConcordeUsc}) \cdot \text{BigM};$$

$$((\text{TempoPrima}[s2, l2] - P \cdot \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s2, l2]) - (P - (\text{TempoPrima}[s4, l4] - P \cdot \text{VoltePeriodoTempoPrima}[s4, l4]))) \leq -60 + \text{ScegliConcordeUsc} \cdot \text{BigM};$$

Questi ultimi due passaggi si ripetono anche per i nodi di ingresso a ciascuno degli archi di viaggio in comune, completando così il vincolo di occupazione delle tratte.

3.4.1.6 Disattivazione delle coppie OD

La disattivazione delle coppie OD viene modellizzata tramite la variabile binaria GammaOD . Questa variabile deve essere messa in relazione con le variabili di disattivazione delle stazioni di riferimento in ingresso e uscita dal modo ferroviario relative al percorso associato a quella coppia. Come già anticipato, la coppia OD deve risultare disattivata se anche solo una delle due stazioni non è attiva. Si possono pertanto scrivere i seguenti vincoli:

$$\text{GammaOD} \leq \text{Gamma}_{\text{OF,DF}}$$

ove Gamma è indicizzata sulle due stazioni (se disattivabili) che formano la coppia OD ferroviaria associata alla coppia OD su cui è indicizzata GammaOD (tutto ciò è omesso per brevità, e il vincolo presentato ne sintetizza due).

Al fine di garantire una formulazione più stretta del problema sembra utile aggiungere anche i seguenti vincoli:

$$\text{GammaOD} \geq \text{Gamma}_{\text{OF}} + \text{Gamma}_{\text{DF}} - 1$$

$$\text{GammaOD} \geq \text{Gamma}_{\text{OF}}$$

$$\text{GammaOD} \geq \text{Gamma}_{\text{DF}}$$

ove il primo forza GammaOD al valore 1 se entrambi i Gamma delle stazioni sono pari a 1, mentre gli ultimi due (combinati a quello sopra) realizzano l'uguaglianza di GammaOD con uno dei due Gamma nel caso l'altra stazione rientri nell'insieme di quelle non disattivabili.

3.4.2 Parametri

3.4.2.1 Parametri generali

Nella tabella alla pagina seguente sono elencati i vari parametri presenti nel modello corredati di unità di misura e breve spiegazione.

Parametro	Unità di misura	Significato
P	secondi	Il periodo di cadenzamento
kMax	secondi	Utilizzato per limitare k stringendo la formulazione
OrarioCapoMin	secondi	L'estremo inferiore dell'intervallo di ammissibilità per gli eventi di arrivo / partenza ai capolinea (per imporre il tempo di giro banco).
SemiGiroBanco	secondi	Metà del tempo desiderato per il giro banco (il totale è dato dalla simmetria)
APmax	secondi	L'estremo superiore dell'intervallo di ammissibilità per gli eventi di arrivo / partenza ai capolinea
DomandaGeneraleOD	utenti	Il parametro di domanda fra le coppie OD da matrice non ripartita per modo
TcoincMin	secondi	Il tempo minimo di interscambio
TcoincMax	secondi	Il tempo massimo stabilito per gli interscambi ai nodi
DistMin	secondi	Il valore del distanziamento in linea
DistOrarioCapo	secondi	Il valore del distanziamento fra eventi ai nodi
CoeffTvMax	#	Coefficiente moltiplicativo del tempo di viaggio minimo per definire il tempo di viaggio ragionevole (ovvero il suo limite superiore)
Vmin	Km/h	Vmax/CoeffTvMax su ciascun lato di viaggio
Tv_max	secondi	Ottenuto su ciascun arco dalla velocità minima e la lunghezza

Tabella 3-1: Parametri generali del modello

3.4.2.2 Parametri del modello Logit

I parametri in ingresso nel modello Logit sono gli attributi dei modi di trasporto considerati. Nel presente lavoro, data la scala regionale del problema, è sembrato opportuno prendere in considerazione tre modi di trasporto concorrenti: l'auto privata, l'autobus extraurbano e il treno.

3.4.2.2.1 Attributi

La scelta degli attributi per ogni alternativa di trasporto è una parte importante del processo di definizione del modello: più gli attributi scelti sono in grado di rappresentare correttamente i tratti salienti dei diversi modi di trasporto, migliore sarà la stima degli utenti consentita dal modello. Gli attributi comuni a tutti i modi di trasporto sono detti generali, mentre quelli relativi ai singoli modi sono detti specifici.

Nella tabella seguente seguente sono riportati tutti gli attributi utilizzati.

Parametri treno	Parametri autobus	Parametri auto	Unità di misura
CorseTreno	CorseAutobus	-	#
CostoTreno	CostoAutobus	CostoAuto	Euro
TempoTreno (variabile)	TempoAutobus	TempoAuto	secondi
TInOutTreno	TInOutAutobus	-	secondi

Tabella 3-2: Parametri relativi al modello Logit

3.4.2.2.2 Coefficienti soggetti a stima

Ognuno degli attributi è corredato da un coefficiente moltiplicativo con segno appropriato (negativo per tutti quei parametri che rappresentano "disutilità") che ne stabilisce il peso

attribuitogli dagli utenti. Questi coefficienti sono a priori incogniti, e devono essere determinati tramite una procedura di stima.

"La stima dei parametri dei modelli comportamentali può essere fatta attraverso sia studi volti all'analisi dell'effettivo comportamento di viaggio di un utente in un contesto reale (indagini RP, Revealed Preferences) sia analisi del comportamento di viaggio su ipotetici scenari progettuali [tramite le] indagini SP (Stated Preferences), che sono indagini utili per ottenere delle informazioni riguardanti i possibili comportamenti di mobilità su scenari ipotetici. Infatti indagano le possibili scelte di mobilità che gli utenti farebbero in riferimento a dei contesti che al momento non sono reali. In questo modo è possibile sottoporre scenari riguardanti politiche e soluzioni completamente nuove, descrivendo le varie alternative secondo le variabili decise in sede di progettazione" (Lampiano 2013).

Nel presente lavoro i coefficienti degli attributi sono considerati come dati noti in ingresso, derivati da una calibrazione pregressa su modelli simili. Questo approccio non sarebbe in realtà spesso utilizzabile nella pratica, data la scarsa implementazione di studi reali con modelli simili a quello costruito; in ogni caso la calibrazione del modello esula dagli obiettivi di questa Tesi e viene pertanto demandato ad eventuali lavori successivi.

3.5 Modello AMPL

L'interfaccia di AMPL prevede l'utilizzo della riga di comando per impartire le istruzioni. Una volta avviato, compare un prompt (*AMPL:*) che invita a digitare istruzioni, le quali devono sempre terminare con un ";".

Poiché una delle caratteristiche principali di AMPL è quella di permettere la separazione tra le istruzioni del modello e i dati sui quali esso lavora, può essere utile utilizzare due file differenti, che possono essere richiamati nella sessione di lavoro tramite il comando *include*.

La procedura di ottimizzazione viene lanciata dal comando *solve*, il quale considererà l'ultima funzione obiettivo inserita per passarla, insieme al resto del modello e ai dati, al risolutore specificato tramite l'istruzione *option solver* seguita dal relativo nome.

I seguenti paragrafi fanno riferimento al testo (Fourer, Gay et al. 2002).

3.5.1 Struttura dei file

3.5.1.1 Il file .mod

Il file di modello contiene tutte le istruzioni atte a descrivere i dati, le equazioni che li legano, i vincoli sulle variabili e le quantità da ottimizzare. Di seguito una breve descrizione degli elementi e delle parole chiave, basata su (Motta, Russo 2007):

- Gli **insiemi** descrivono il dominio del problema e la sua dimensione e si indicano nel modello con la parola chiave *set*;
- I **parametri** sono valori numerici che definiscono tutti i valori fissi del modello e una volta assegnati non possono essere modificati durante la risoluzione del problema; si indicano nel modello con la parola chiave *param* (in realtà si trovano sovente nel file .dat anziché in quello .mod);
- Le **variabili** descrivono la soluzione del problema: il loro valore è determinato dal risolutore per individuare la soluzione ottima e si indicano nel modello con la parola chiave *var*;

- La **funzione obiettivo** specifica l'espressione della quale si vuole determinare il valore ottimale (massimo o minimo); è introdotta dalla parola chiave *minimize* o *maximize*;
- I **vincoli** descrivono le relazioni ammissibili fra le variabili o fra queste e valori numerici, consistendo in espressioni (equazioni o disequazioni) introdotte nel modello dalla parola chiave *subject to*.

3.5.1.2 Cenni sull'indicizzazione

AMPL offre una vasta gamma di possibilità per definire set di dati e operazioni fra di essi. I membri di un set possono essere stringhe o numeri, eventualmente ordinati secondo certi criteri; possono inoltre presentarsi singoli, come coppie, triplette, o tuple di qualsiasi dimensione.

I set possono essere costruiti per via esplicita, assegnando direttamente i dati, oppure tramite operazioni su altri set, o ancora specificando condizioni algebriche o logiche sui dati. Qualsiasi componente del modello od operazione iterata può essere indicizzata su qualsiasi tipo di set tramite un'appropriata espressione di indicizzazione. Anche i set stessi possono essere dichiarati come collezioni indicizzate su altri set. Infine, poiché tutti i modelli di un certo grado di complessità necessitano di set di tuple con numerosi elementi, AMPL prevede la possibilità di considerare proiezioni di queste su dimensioni a scelta, in modo da poterle descrivere per gruppi.

L'indicizzazione avviene facendo seguire al nome dei parametri o delle variabili l'indicazione del set sul quale la si vuole realizzare: $\{nomet, (nomet), \dots\}$. Per indicizzare secondo un criterio è necessario aggiungere un'espressione di indicizzazione, che può assumere una forma come la seguente:

$$\{(p, j) \text{ in } nomet2d, k \text{ in } nomet1d: p \neq k \text{ and } nomet1d[k] > 1\}$$

(quest'esempio si legge nel seguente modo: indicizzazione sulle triplette p,j,k tali che la coppia p,j sia contenuta nel set nomet2d e l'elemento k in nomet1d, a condizione che p sia diverso da k e che il valore identificato da questo sia maggiore di 1).

3.5.1.3 Il file .dat

I dati di input possono provenire da un file formattato in maniera che AMPL possa riconoscerli e assegnarli ai corretti descrittori. Per parametri singoli è sufficiente definirli tramite il loro nome seguito da " := " e il valore assegnato. Per poter definire i dati è necessario che siano stati preventivamente dichiarati nel file di modello.

La definizione di un set monodimensionale può avvenire con lo stesso operatore seguito da una lista di membri separati da uno spazio. Da notare che AMPL considera qualsiasi combinazione di spazio, tabulazione e nuova linea come uno spazio unico. Volendo assegnare dei valori a parametri indicizzati su set monodimensionali è sufficiente utilizzare l'operatore " := " accompagnato da una lista di membri del set seguiti ciascuno dal valore loro assegnato.

Nel caso di un set pluridimensionale è possibile inserire i componenti direttamente per tuple oppure procedere con l'utilizzo di un template. Nel caso bidimensionale ad esempio è possibile specificare il template come (nome, *) e specificare i membri della coppia. Gli esempi che seguono sono presi direttamente da (Fourer, Gay et al. 2002).

```
set LINKS :=  
  
(GARY,*)  DET  LAN  STL  LAF  
  
(CLEV,*)  FRA  DET  LAN  WIN  STL  LAF  
  
(PITT,*)  FRA  WIN  STL  FRE ;
```

Per tuple di dimensioni maggiori si può procedere secondo schemi analoghi.

I valori dei parametri indicizzati su più set possono essere formattati in tabelle come la seguente:

param cost:	FRA	DET	LAN	WIN	STL	FRE	LAF :=
GARY	39	14	11	14	16	82	8
CLEV	27	9	12	9	26	95	17
PITT	24	14	17	13	28	99	20 ;

ove l'esempio si riferisce ad una indicizzazione bidimensionale, con il primo set in colonna e il secondo in riga. Per indicizzazioni su un numero maggiore di set occorre procedere con proiezioni bidimensionali secondo un meccanismo di dichiarazione per parti che per brevità non sarà approfondito.

Nel lavoro corrente non si è fatto uso del file .dat avendo preferito utilizzare una funzionalità di AMPL che permette la lettura diretta dei dati da database, nonché la scrittura dei risultati nello stesso, come descritto nel prossimo sottoparagrafo.

3.5.1.4 Il file .run

AMPL supporta lo scripting per l'automazione della gestione del modello e dell'ottimizzazione. Sebbene non siano state utilizzate molte delle funzioni disponibili, come i cicli per l'iterazione di comandi, è stato creato ugualmente un file .run per evitare di dover impartire manualmente i comandi di lettura del modello, dei dati e di soluzione ad ogni esecuzione del programma.

3.5.1.4.1 Comunicazione con il database

In AMPL la struttura dei dati indicizzati presenta numerose analogie con la struttura dei database relazionali. Il linguaggio sfrutta questa similarità fornendo la possibilità di accesso diretto ai dati contenuti in un database tramite il comando *table*, il quale permette di dichiarare esplicite connessioni fra set, parametri e variabili e le tabelle del database. In un secondo passaggio, tramite il comando *read table*, i dati vengono effettivamente importati in AMPL. Analogamente il comando *write table* permette di scrivere dati nel database (e quindi anche i risultati del processo di ottimizzazione).

Per lavorare con i file di database presenti nel sistema dell'utente, AMPL si appoggia ad appositi table-handlers, ovvero programmi che implementano procedure standard per l'accesso e la lettura delle tabelle, che possono essere caricati come add-ons quando necessario. Nel codice prodotto si è utilizzata l'API standard ODBC.

3.5.1.4.2 Istruzioni per il solver

Oltre a specificare quale solver utilizzare, all'interno del file `.run` è possibile anche specificare apposite istruzioni, la cui disponibilità e sintassi dipendono dal solutore utilizzato. All'utilizzo di CPLEX sono state abbinare le seguenti opzioni di carattere generale: `show_stats 1` e `mipdisplay=2` che permettono di visualizzare informazioni sull'andamento della ricerca della soluzione ottima, `threads=4` che impone l'utilizzo di tutti i core disponibili del processore; nonché alcune che impattano sull'algoritmo di ricerca della soluzione: `mipgap=1e-5` e `timelimit=7200` che indicano rispettivamente di terminare il processo ove sia stato raggiunto un gap di ottimalità inferiore allo 0.01% oppure un tempo di esecuzione pari a due ore.

3.5.1.4.3 Comandi di controllo e visualizzazione dei dati

AMPL fornisce la possibilità di eseguire alcuni controlli sia sui dati specificati per il modello sia sui parametri calcolati al suo interno. Sono quindi stati imposti alcuni controlli fra parametri in ingresso per garantire la consistenza dei dati utilizzati tramite il comando `check` seguito dalle appropriate espressioni.

Per visualizzare a video dei dati (siano essi parametri o variabili conseguenti dall'ottimizzazione) si può usare il comando `display` seguito dal nome dell'entità di cui si desidera conoscere il valore. Questo comando prevede tra l'altro diverse possibilità di formattazione.

3.5.2 Il codice del modello

Il codice integrale è riportato nell'appendice 6.1 per quanto riguarda il modello e nell'appendice 6.2 per quanto riguarda il file di istruzioni `.run`.

4 Applicazione di esempio

4.1 Introduzione

In questo capitolo si vuole mostrare come il modello creato possa essere un utile supporto sia alla pianificazione sia dell'orario sia all'analisi della funzionalità dell'infrastruttura stessa. Allo scopo verrà presentata una sua applicazione realistica al caso di una rete ferroviaria di tipo regionale.

In questo lavoro di Tesi ci si è focalizzati sulla costruzione di un modello robusto ed adattabile alle diverse realtà in cui il pianificatore dei trasporti si può trovare ad operare. Il caso di studio vuole esemplificare come il modello risponda ad una istanza di ottimizzazione qualsiasi, pertanto i dati utilizzati sono aderenti alla realtà ove rinvenibili entro un grado di sforzo ragionevole, ed approssimati con rappresentazioni realistiche di tipo inferenziale ove questi fossero troppo difficili da reperire.

Con i dati a disposizione saranno preparati diversi scenari per valutare la capacità del modello di operare simulando diverse condizioni, corredando i risultati delle appropriate considerazioni.

4.2 Generazione dei dati

Il sottomodello di scelta modale a tre alternative, utilizzato all'interno del modello di ottimizzazione, necessita di una notevole quantità di dati in ingresso. Non è sufficiente infatti limitarsi a modellare la rete ferroviaria: gli utenti che vi afferiscono non sono più stabili, come in un modello di generazione degli orari a domanda rigida, bensì variano in risposta alle differenti configurazioni che sia la rete ferroviaria che gli altri modi di trasporto possono assumere. Il centro del modello diventa dunque la disposizione spaziale degli utenti, unita ai modi che questi hanno a disposizione per compiere i loro viaggi su ciascuna coppia origine-destinazione esistente all'interno dell'area di studio; il modo di viaggio ferroviario, che è quello soggetto ad ottimizzazione, sarà poi l'unico a contenere elementi variabili al suo interno (anche se questa impostazione può essere estesa considerando altre variabilità, non affrontate in questo lavoro).

Per lo sviluppo di un modello di questo tipo diventa dunque necessario partire dalla definizione dell'area di studio in relazione alla rete ferroviaria di cui si vuole eseguire l'ottimizzazione, caratterizzandone l'utenza ovvero recuperando il dato di domanda sulle coppie OD, per scendere poi nel dettaglio dei diversi modi di trasporto considerati.

4.2.1 La rete ferroviaria

La rete ferroviaria scelta per l'applicazione del modello è una porzione della rete lombarda, nella zona centrale della regione, caratterizzata da una certa magliatura e numerosi tratti a binario singolo, riportata nella figura alla pagina seguente.

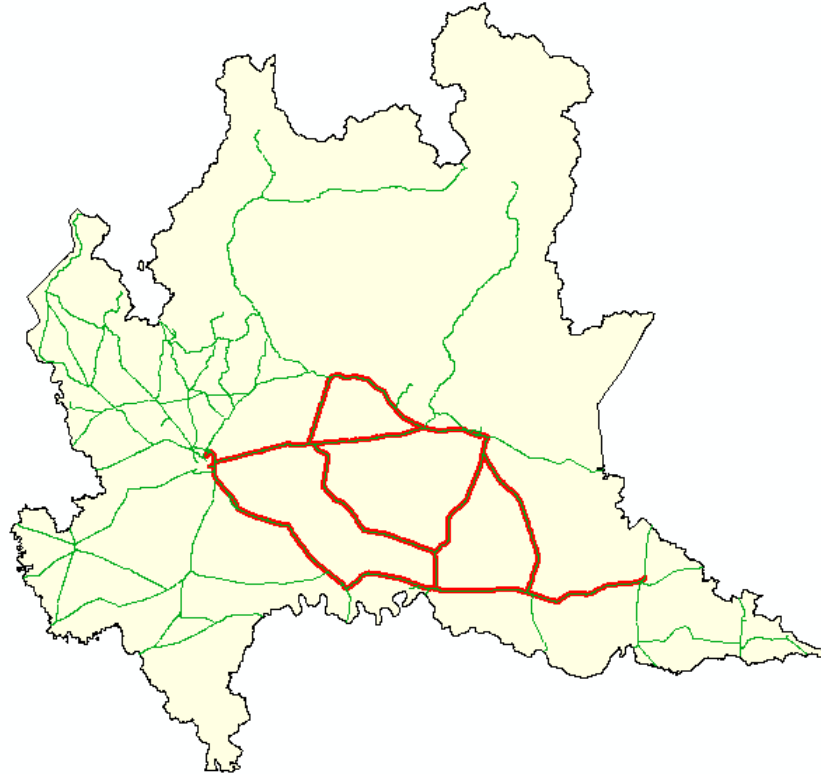


Figura 4-1: Porzione della rete ferroviaria lombarda trattata nel caso di studio [elaborazione fonti Shapefile reperite su (Regione Lombardia, 2014)]

4.2.1.1 L'infrastruttura e il servizio

Sono state scelte come nodi della rete le seguenti stazioni: Milano, Treviglio, Bergamo, Brescia, Cremona e Mantova, e le tratte ferroviarie fra queste come linee di base, con l'aggiunta della linea tra Piadena e Brescia, nella realtà proveniente da Parma.

Il nodo di Milano, a causa della sua complessità morfologica, non viene considerato come nodo in cui sia possibile effettuare interscambi. Ciò appare ragionevole dal momento che si trova in una posizione estrema della rete; in caso contrario occorrerebbe stabilire una serie di stazioni interne alla città cui assegnare i corretti interscambi e l'adeguata ripartizione di utenza.

I dati delle linee sono stati ricavati dalle relative fiancate di linea, reperibili sul sito del gestore della rete (RFI 2013). In particolare sono stati inseriti nel modello della rete i dati relativi alle stazioni, corredate di progressiva chilometrica, nonché le velocità massime consentite sugli archi.

La sola linea Milano-Cremona è nella realtà una linea composta, risultante dalla somma delle porzioni di linea Milano-Codogno (proseguente per Piacenza), a doppio binario, e Codogno-Cremona (proveniente da Pavia), a binario singolo. Nel modello è stata pertanto trattata in maniera particolare, considerando nella porzione Milano-Codogno la sola fermata di Lodi, come se il treno da Cremona in questa parte di linea assumesse le caratteristiche dei regionali veloci in circolazione tra Milano e Piacenza. Si è deciso di impostare il modello della rete in questo modo per meglio aderire alla situazione reale, altrimenti, considerando Codogno come nodo della rete, sarebbe diventato irragionevolmente lungo il tragitto da Mantova a Milano.

Su ciascuna linea all'interno di ciascun modulo di cadenzamento è stato considerato circolante un solo servizio. Ove siano presenti nella realtà servizi con cadenzamento sottomultiplo del periodo, ciò è stato modellato unicamente tramite la modifica del parametro di frequenza del modello Logit (come per la Milano-Treviglio). Eventuali considerazioni specifiche sono riportate negli scenari.

Ove due o più linee condividessero un certo tratto di infrastruttura, nel modello creato è necessario inserirlo più volte, come se fossero linee separate: è questo il caso ad esempio della decina di chilometri fra Cremona e Olmeneta, su cui insistono le tratte Cremona-Treviglio e Cremona-Brescia, modellate come separate ma effettivamente circolanti sullo stesso binario fisico. Risulta ovviamente necessario che i parametri associati siano i medesimi; sarà poi il modello ad implementare il vincolo di distanziamento predisposto affinché non sia possibile che i treni siano programmati sulla stessa tratta in maniera troppo ravvicinata. Una limitazione della versione corrente della logica di programma è che le linee sovrapposte siano immesse nel database con la stessa direzione di progressiva chilometrica.

4.2.1.2 Costo di viaggio

Il costo di viaggio relativo al modo ferroviario viene determinato nel modello calcolando la lunghezza del viaggio a partire dai dati delle tratte ferroviarie percorse, per associarvi il relativo biglietto come da tariffario Trenord, reperito da (Trenord 2013) ed importato nel database.

4.2.2 L'utenza

4.2.2.1 L'area di studio

Per definire un'area di studio adatta al problema in esame occorre innanzitutto scegliere un adeguato bacino d'utenza per la rete ferroviaria. Questo passaggio richiede attenzione particolare: a seconda delle caratteristiche del territorio e della rete ferroviaria potrebbe essere opportuno utilizzare differenti criteri.

Per lo sviluppo di questo caso di studio si è scelto di utilizzare un criterio che garantisca un certo bacino di utenza delle stazioni anche al di fuori del centro abitato in cui sono site (o quello più vicino di riferimento), in modo da mostrare la validità del modello anche nel caso di coppie OD non adiacenti alla rete ferroviaria.

Si è optato quindi per considerare come area di studio l'insieme dei comuni compresi nel raggio di 5 Km da una stazione appartenente alla rete ferroviaria scelta. La distanza è stata valutata in linea d'aria tra il centroide di ciascun comune ragionevolmente distante dalla rete e le stazioni più vicine. Questo metodo richiede la definizione di un centroide per ciascun comune candidato a far parte dell'area di studio.

Per portare a termine le operazioni sopra descritte ci si è avvalsi di un applicativo GIS, elaborando dati ricavati da diversi shapefile scaricati da (Regione Lombardia 2014), come l'uso del suolo (basato sul DUSAF del 2007), i confini amministrativi (regionali e comunali) e gli shapefile della rete ferroviaria.

4.2.2.1.1 Creazione dei centroidi

I centroidi dei comuni sono stati definiti sulla base dei dati relativi all'uso del suolo. Si è ipotizzato che gli usi del suolo che generano o attraggono spostamenti siano quelli di tipologia residenziale, produttiva e commerciale. Selezionando solo queste aree all'interno di ciascun comune, si è trovato il centroide geometrico con gli appositi strumenti del programma GIS utilizzato. La scelta effettuata è sembrata un buon compromesso fra la qualità del posizionamento e la complessità operativa: non sarebbe possibile infatti posizionare

manualmente i centroidi se non nel caso di poche decine di comuni, a meno di impiegare ingenti risorse di tempo e manodopera. La creazione dei centroidi come semplici centri geometrici delle intere superfici comunali, inizialmente provata, è stata scartata per via dell'inaccuratezza del risultato dovuta alla variabilità dell'effettiva posizione dei centri abitati (e degli insediamenti produttivi e commerciali) rispetto alla forma geometrica delle superfici.

Le figure seguenti mostrano rispettivamente l'intera area di studio e un dettaglio del posizionamento dei centroidi.

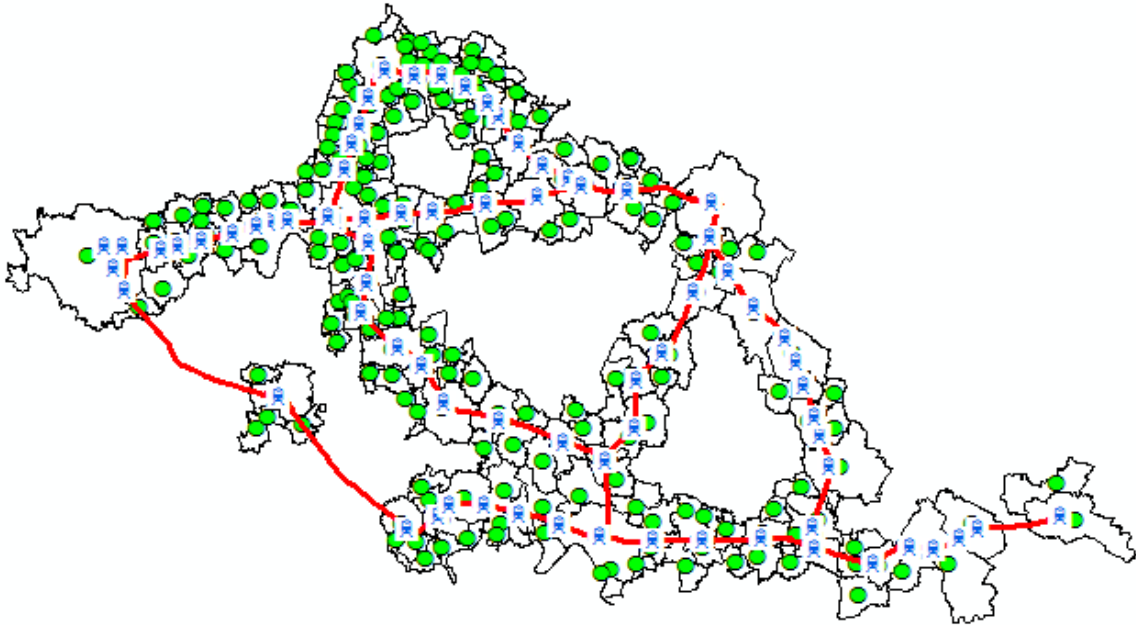


Figura 4-2: Comuni nel raggio di 5 Km da una stazione con relativo centroide [elaborazione fonti Shapefile reperite su (Regione Lombardia, 2014)]

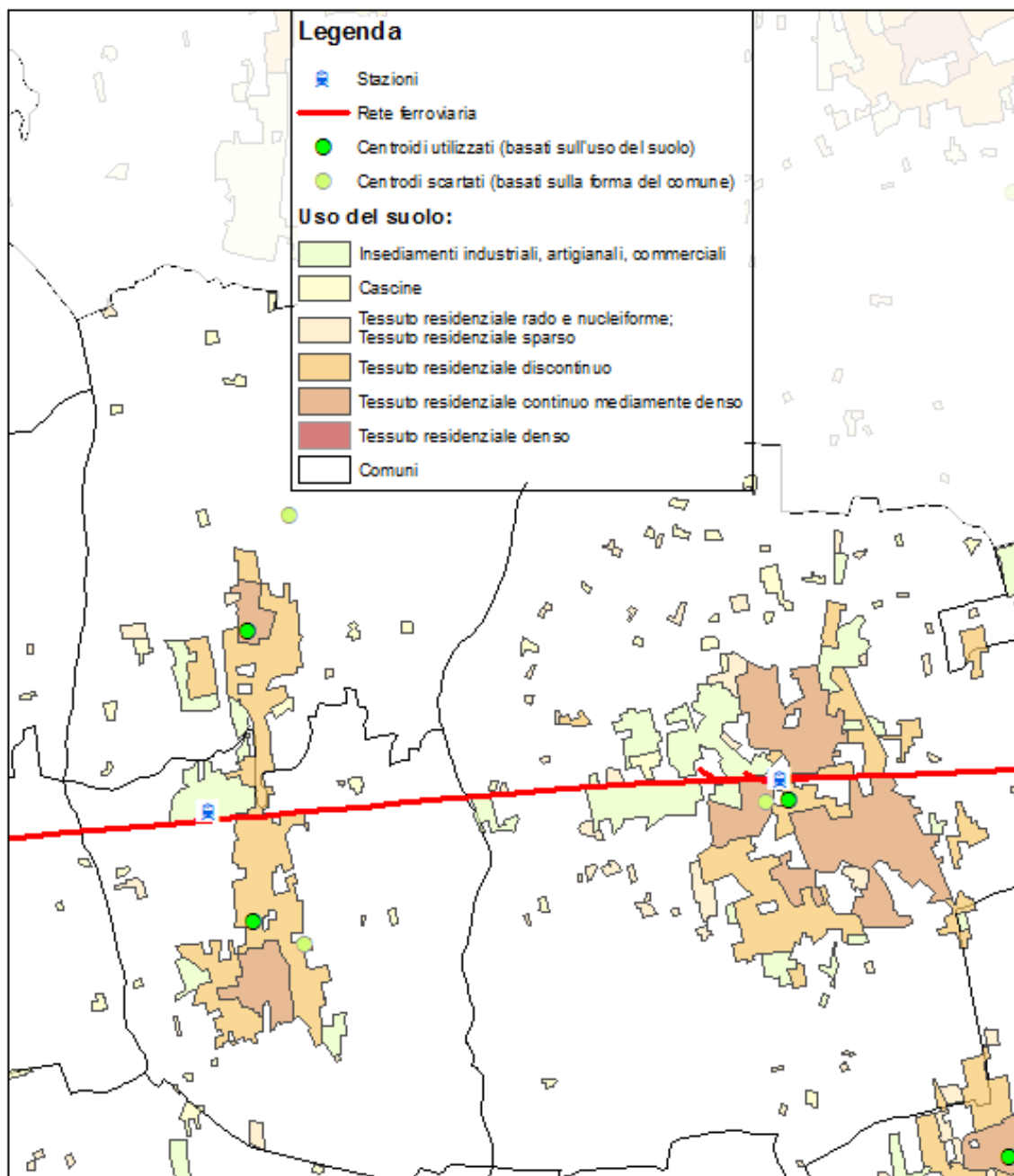


Figura 4-3: Dettaglio della costruzione dei centroidi [elaborazione fonti Shapefile reperite su (Regione Lombardia, 2014)]

4.2.2.1.2 I comuni origine e i comuni destinazione

Sono stati considerati come origini valide tutti i comuni il cui centroide è compreso nel raggio di 5 Km da almeno una stazione appartenente alla rete in esame (ovvero tutti i comuni appartenenti all'area di studio). Per quanto riguarda le destinazioni non è possibile utilizzare lo stesso criterio, in quanto sarebbe necessaria la presenza di un mezzo che dalla stazione di arrivo porti alla destinazione finale. Nel caso dell'origine è lecito ipotizzare che nell'eventualità della mancanza di un mezzo di trasporto collettivo diretto alla stazione (o in alternativa ad esso) l'utente possa sempre fare affidamento sul proprio mezzo privato, mentre per il raggiungimento della destinazione sarebbe sempre necessaria la presenza di un mezzo di trasporto pubblico per coprire il cosiddetto "ultimo miglio" (l'ipotesi di intermodalità bici+treno

non è contemplata dal modello, così come l'ipotesi della disponibilità di un mezzo privato, auto o velocipede che sia, parcheggiato alla stazione di destinazione). Per questo motivo sono state considerate destinazioni valide solamente i comuni il cui centroide è posto in un raggio di 500 m. dalla stazione (ipotizzato come estremo superiore di una distanza media pedonale accettabile) oppure quelli dotati di un sistema di TPL urbano. Si è deciso di non considerare come destinazioni valide i comuni sprovvisti dei precedenti requisiti ma attraversati da linee su gomma extraurbane (collegate alla stazione di riferimento) per via della estrema difficoltà di reperire sistematicamente i dati relativi; inoltre la gestione modellistica di un interscambio fra mezzi pubblici sarebbe meglio attuabile con un modello multimodale (nell'accezione stretta del termine, ovvero un modello che contempra la possibilità di un utilizzo multiplo in sequenza di diversi mezzi di trasporto).

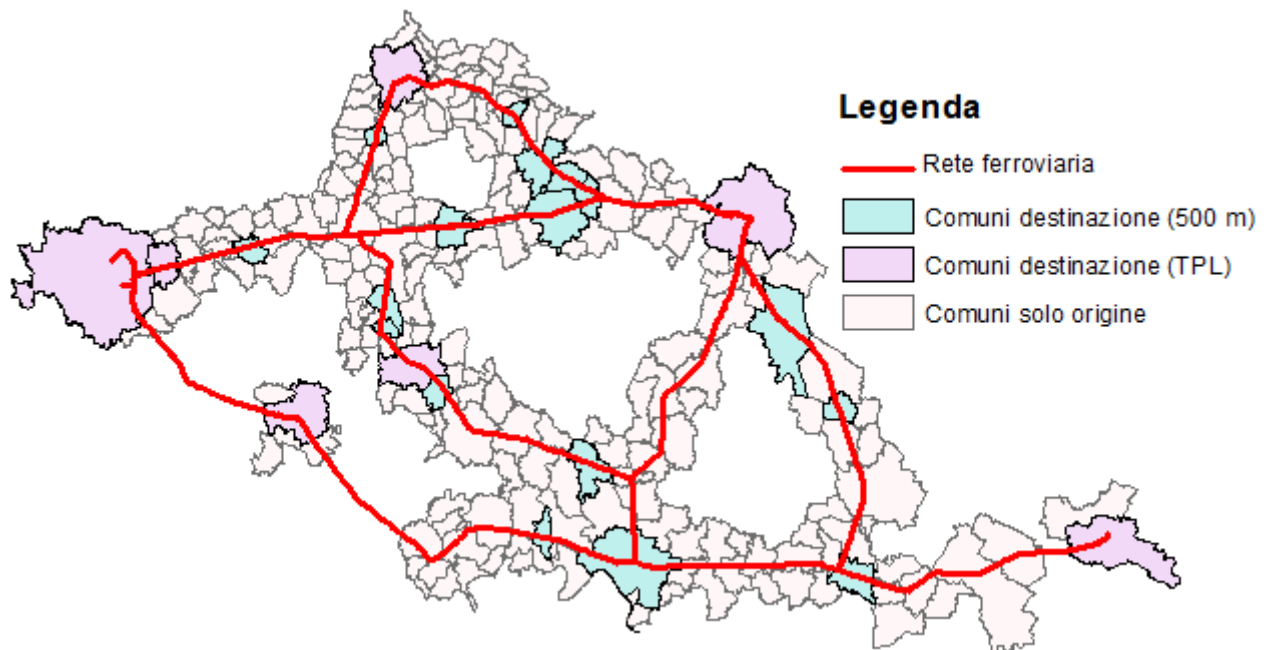


Figura 4-4: Comuni origine e destinazione [elaborazione fonti Shapefile reperite su (Regione Lombardia, 2014)]

4.2.2.2 La matrice OD utilizzata

I dati relativi alla domanda di trasporto nell'area di studio sono stati ricavati dalla matrice Origine-Destinazione regionale del 1991, relativa alla domanda di spostamenti nell'ora di punta mattutina. Sebbene questa matrice sia particolarmente datata e dunque non possa rispecchiare lo stato attuale della domanda, è comunque rappresentativa di una possibile struttura di questa: al fine di dimostrare la validità generale del modello non è necessario procurarsi una matrice più recente, senza contare lo sforzo e/o la spesa che sarebbe necessario mettere in campo (la matrice costruita da Regione Lombardia nel 2002 è infatti acquistabile a titolo oneroso per diverse migliaia di euro).

I dati disaggregati relativi alla domanda suddivisa su ogni coppia per ciascun modo di trasporto sono stati selezionati e parzialmente riaggregati, ottenendo così la domanda non ripartita fra tutte le coppie OD presenti nell'area di studio.

4.2.2.3 Attribuzione delle coppie OD alla rete ferroviaria

Come illustrato nei paragrafi precedenti l'area di studio è composta da tutti quei comuni il cui centroide è posto entro i 5 Km in linea d'aria da una stazione appartenente alla rete. Numerosi comuni possono però avere diverse stazioni di riferimento: diventa necessario, al fine di

attribuire gli utenti alle stazioni corrette, distribuire i viaggi che hanno origine all'interno di un comune alla stazione più utile per il raggiungimento della rispettiva destinazione. Si è deciso di assegnare i flussi di domanda alla stazione che, fra quelle candidate, massimizzi l'utilità del viaggio (cioè ne minimizzi il costo). Per fare ciò si è stabilito innanzitutto di calcolare il parametro del tempo di ingresso nella rete come divisione della distanza in linea d'aria dal centroide di origine alla stazione considerata per la velocità di trasferimento, posta convenzionalmente pari a 20 Km/h, nonché il parametro relativo al tempo di uscita, ottenuto nella stessa maniera considerando una velocità di trasferimento pari a 5 Km/h. Con questi dati, uniti alla quantificazione dei tempi di base sulla rete (vedi paragrafo 3.2.4), è possibile calcolare il tempo di viaggio di base fra l'origine e la destinazione (i comuni) per ciascuna delle stazioni di ingresso e uscita della rete ferroviaria associate alle coppie OD, e tramite un confronto fra i tempi trovare la coppia di stazioni che garantisce il percorso migliore. La domanda che ha origine in un comune può quindi essere riferita a diverse stazioni ferroviarie a seconda di quale di queste massimizzi l'utilità degli utenti in relazione alle loro destinazioni. Da notare che questo assegnamento, analogamente alla fase di creazione dei percorsi ferroviari, è rigido e viene effettuato unicamente prima dell'ottimizzazione. Di conseguenza non è possibile reindirizzare ad altra stazione gli utenti assegnati ad una stazione che dovesse venire disattivata, a meno di intervenire manualmente nel database e lanciare un nuovo processo di ottimizzazione.

4.2.2.3.1 Incidenza delle ipotesi modellistiche sulla matrice OD

Il modello creato presenta una ipotesi sulle coppie origine-destinazione di cui è opportuno discutere il peso stante il caso di studio considerato. L'ipotesi in questione è di considerare ammissibili solo le coppie OD che appartengono alla stessa linea oppure a linee adiacenti (descritta nel sottoparagrafo 3.1.3.4).

La parte del programma creato che si occupa di elaborare i dati forniti in ingresso dall'utente esegue, tra le varie operazioni, la determinazione delle coppie di stazioni ferroviarie ammissibili (ovvero tutte quelle su linee adiacenti, escludendo l'adiacenza data dall'interscambio al nodo di Milano, come motivato nel paragrafo 4.2.1). Una volta note queste, è possibile valutare quante siano le coppie della matrice origine-destinazione che non possono essere assegnate ad alcuna coppia di stazioni. Oltre a quelle dovute all'ipotesi, sono da escludere tutte che presentano una stazione uguale fra quelle candidate ad essere associate come origine e come destinazione (in quanto ciò starebbe a significare che i due comuni sono adiacenti o molto vicini e quindi l'utente non ha necessità di prendere il treno per raggiungere la propria destinazione).

Sommando la domanda sulle coppie OD sopravvissute si ottiene, nel caso base, una domanda trascurata pari a 1632 viaggi, che rappresenta lo 0.16% del totale della domanda effettivamente assegnata alla rete (140909 viaggi). Pur non essendo un valore percentualmente trascurabile, occorre però considerare che si tratta delle coppie OD sulle quali ci si aspetterebbe in ogni caso un'attrazione di utenza piuttosto modesta per il modo ferroviario, in quanto l'utente dovrebbe effettuare almeno due trasbordi per giungere a destinazione con il treno, e dunque si tratterebbe di un viaggio probabilmente più lungo e disagiata che con l'auto privata.

Ad una analisi più approfondita si è notato come la maggior quota di domanda mancata abbia un'origine concentrata nelle vicinanze di Bergamo in direzione est. Ammettendo nel modello l'esistenza di una linea diretta tra Bergamo a Milano, ovvero che colleghi i due capoluoghi con un servizio diretto, si ottiene che la domanda trascurata per via dell'ipotesi iniziale si riduce drasticamente attestandosi sulla quota dello 0.22%, peraltro imputabile quasi totalmente all'inibizione dell'interscambio a Milano. Nella definizione dei diversi scenari per l'analisi del

caso di studio si è tenuto conto di questo fatto, implementando in alcuni casi la linea diretta Bergamo-Milano.

4.2.3 Il modo stradale

La maggior parte della ripartizione modale è solitamente catturata dal modo stradale. All'interno del modello questo è caratterizzato dal tempo di viaggio fra le coppie OD e dal costo sostenuto per percorrere il tragitto, inteso unicamente come costo del carburante, come già detto nel sottoparagrafo 3.1.2.3.

4.2.3.1 Tempo di viaggio

Volendo sviluppare una procedura automatica per la valutazione dei tempi di viaggio che fosse il più semplice possibile si è pensato in primo luogo di effettuare un calcolo approssimato tramite GIS, determinando la distanza in linea d'aria fra i centroidi e calcolando i tempi assumendo una velocità convenzionale. I risultati ottenuti non sono però sembrati accettabili come rappresentativi di una situazione reale, pertanto si sono sviluppate altre strategie, limitando questo approccio al solo calcolo dei tempi di ingresso e uscita dalla rete ferroviaria (come precedentemente illustrato).

Le applicazioni GIS più avanzate offrono la possibilità di costruire grafi stradali accurati a partire dai database georeferenziati delle infrastrutture stradali, tramite i quali poter calcolare i tempi di viaggio su qualsiasi coppia OD; questa possibilità richiede però una conoscenza approfondita dei software in questione ed è sembrata eccessivamente onerosa da portare avanti in questo lavoro.

Si è optato pertanto per una via più semplice ma egualmente efficace, ovvero l'utilizzo delle API di Google Maps per ottenere i dati relativi al tempo di viaggio fra le coppie di coordinate geografiche. È stato pertanto preparato un breve script nel linguaggio di programmazione Python che interrogasse la "Google Distance Matrix API" (Google 2014) per ottenere i dati di distanza e tempo di viaggio con i quali popolare il database locale. Occorre osservare che il calcolo del tempo di viaggio effettuato da Google Maps si basa non solo sulla velocità legalmente ammessa sulle strade percorse (dato che potrebbe essere non aggiornato ove vi siano state variazioni), bensì anche su considerazioni legate all'orario del viaggio e alla velocità effettivamente tenuta dagli utenti della strada (Google Maps infatti raccoglie informazioni anonime dai device mobili degli utenti registrati ai servizi Google riguardo alla loro posizione e velocità). I parametri del calcolo potrebbero quindi cambiare leggermente per ogni coppia OD, ma in ogni caso la qualità dei dati è sicuramente adeguata per lo scopo per cui si vuole utilizzarli.

4.2.3.2 Costo di viaggio

Per quanto riguarda il costo di viaggio, si è assunto un consumo di carburante convenzionale di 1 litro ogni 10 Km ed un prezzo alla pompa di 1.6 E/litro, considerando un coefficiente di occupazione degli autoveicoli pari a 1.2 e quindi ripartendo il prezzo del carburante rispetto a questo coefficiente. Si è scelto di non introdurre altri eventuali costi additivi come il pedaggio autostradale e il prezzo del parcheggio, in quanto prendere in considerazione questi costi avrebbe comportato la gestione di un notevole grado di dettaglio nella costruzione dei percorsi alternativi al modo ferroviario, con un carico di lavoro non proporzionato all'obiettivo del caso di studio. Nulla impedisce comunque di migliorare il modello di scelta modale introducendo funzioni di costo più raffinate, purché gli addendi vengano sommati prima di essere inseriti nella formula di stima della ripartizione.

4.2.4 La rete autobus

Per quanto riguarda la rete di trasporto pubblico extraurbano su gomma si sono avute difficoltà maggiori nel reperimento dei dati. Non esiste infatti un database unico interrogabile se non quello mantenuto da Regione Lombardia, accessibile al pubblico mediante caselle di ricerca sul portale regionale, dal quale però non è possibile estrarre più record in maniera automatica. Si è reso necessario dunque un lavoro di interrogazione del motore di ricerca completamente manuale, integrando i risultati con i siti internet delle aziende operanti i servizi (ove disponibili) per cercare di ricavare in modo più preciso il dato relativo alla frequenza e trovare quello relativo al prezzo del biglietto.

Visto l'elevato numero di coppie OD (oltre 1500 già nello scenario di base) si è deciso di reperire i dati reali solamente di un campione di queste, e definire fittiziamente sulla base di questi i dati mancanti. Sono stati pertanto ricavati i dati reali di tempo di viaggio, frequenza e tariffa in una fascia oraria di riferimento di un'ottantina delle coppie OD presentanti la maggiore domanda di trasporto generale (dalle 9600 alle 300 unità). Il criterio di scelta si è basato sull'ipotesi che sia più interessante ai fini del modello avere dati il più possibile realistici sulle coppie che generano più traffico. Al fine di avere dati omogenei si è fatto riferimento ad un giorno standard in tutte le ricerche, ovvero lunedì 16 dicembre 2013 nella fascia oraria tra le 07:30 e le 08:30.

4.2.4.1 Tempo di viaggio

Il calcolo dei tempi di viaggio fittizi è stato svolto nei seguenti termini. Innanzitutto è stato operato un confronto fra i tempi di viaggio reali in autobus e i corrispettivi tempi di viaggio in auto, avendo cura di epurare quelli relativi alle coppie non collegate nonché alcuni valori estremi (ovvero che presentassero una differenza percentuale inferiore a -10% o superiore a +100%). Sono stati utilizzati pertanto una sessantina di valori di confronto fra il tempo di viaggio in autobus e quello in auto, che presentano differenza media percentuale di circa il 39% e deviazione standard delle differenze percentuali pari al 26%. Si è quindi generata una distribuzione casuale normale di circa 1500 valori con media e deviazione pari a quelle del campione, ottenendo così una distribuzione di differenze percentuali fra tempo in autobus e tempo in auto simile a quella del campione reale. Dalla distribuzione di differenze fittizia, assegnata casualmente, e il tempo di viaggio reale in auto, si è quindi ottenuto il tempo di viaggio fittizio in autobus su ciascuna coppia OD.

4.2.4.2 Costo di viaggio

Per quanto riguarda il costo di viaggio in autobus si è notato nei dati reali un andamento decrescente del confronto con il costo di viaggio in auto all'aumentare della distanza percorsa. Poiché il costo di viaggio in auto è direttamente proporzionale ad essa, si è deciso di ricavare una funzione che approssimi il legame fra i due costi, anziché utilizzare una distribuzione normale delle differenze percentuali, poiché quest'ultima una volta applicata causalmente ai costi dei tragitti in auto avrebbe portato ad avere un pattern delle differenze percentuali altrettanto casuale, non in linea con l'andamento dei dati del campione reale.

Sfruttando un tool di Excel che consente di ricavare in maniera semplice una linea di tendenza da un set di dati, si è scelta una linea di tipo logaritmico che sembra rappresentare ragionevolmente l'andamento dei valori, come mostrato nel grafico alla pagina seguente.

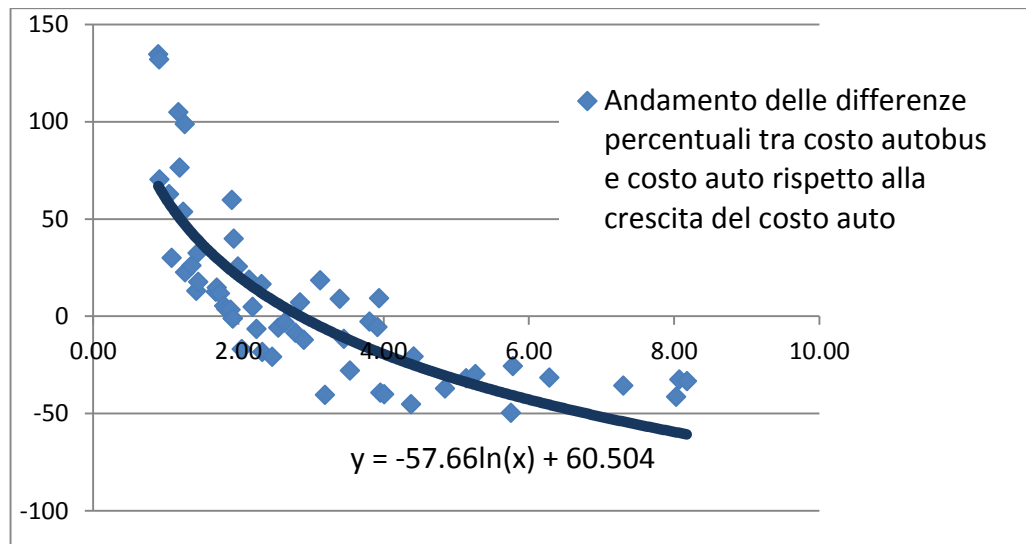


Grafico 4-1: Andamento delle differenze percentuali tra costo del viaggio in autobus e in auto

Poiché nel set campione nessun valore del prezzo del biglietto dell'autobus è inferiore alla metà del costo dell'auto, si è deciso di tenere questo valore come estremo inferiore della differenza percentuale, sostituendolo al valore calcolato tramite regressione logaritmica ove quest'ultimo risultasse minore.

La formula risulta essere:

$$CostoAutobus = CostoAuto * \left(1 + \frac{-57.66 * \log CostoAuto + 60.504}{100} \right)$$

ove $(-57.66 * \log CostoAuto + 60.504) < -50$; e $CostoAutobus = CostoAuto/2$ altrimenti.

4.2.4.3 Frequenza

La frequenza infine è stata convenzionalmente posta a 1 su tutte le coppie per le quali non sono stati cercati i dati reali, simulando la presenza di un'alternativa di trasporto su gomma pervasiva ma a debole frequenza, tipica di contesti in cui le linee autobus sono caratterizzate da corse soprattutto destinate agli studenti (fascia di popolazione che per sua natura tende ad avvalersi del mezzo pubblico) e quindi limitate a poche corse giornaliere.

4.3 Scenari

4.3.1 Parametri del modello

I parametri utilizzati nel modello sono quelli descritti al paragrafo 3.4.2. In questo paragrafo si dà conto dei valori utilizzati nel caso di studio.

4.3.1.1 Parametri generali

Il modello è dotato di una serie di parametri che ne favoriscono l'adattabilità a diversi contesti ed esigenze. Nella tabella alla pagina seguente sono riepilogati insieme al valore generalmente assegnato loro.

Parametro	Descrizione e valore
P	Periodo di cadenzamento. In tutti gli scenari sviluppati sarà di 60 minuti. Può in generale assumere tutti i valori tipici di questo parametro.
OrarioCapoMin	Quantità temporale che nella definizione delle variabili OrarioCapo le limita inferiormente, imponendo una sosta minima al capolinea dedicata all'inversione di banco.
SemiGiroBanco	Metà del tempo desiderato per il giro banco (il totale è dato dalla simmetria). Valore pari a 5 minuti.
APmax	Descrive l'estremo dell'intervallo ammissibile per gli eventi di arrivo/partenza ai nodi. Può essere utile per impostare vincoli di addensamento degli eventi di movimento verso l'asse del cadenzamento ove se ne ravvisi l'utilità. Valore pari a (P-1), ovvero vincolo soppresso, ove non diversamente specificato.
TcoincMin	Quantità temporale minima per consentire ai viaggiatori l'interscambio con altro treno. In tutti gli scenari sarà posto a 5 minuti.
TcoincMax	Quantità temporale massima per forzare i tempi di interscambio a non assumere valori troppo elevati (solo ai nodi), utile per imporre una configurazione degli orari che enfatizzi il comportamento di rete piuttosto che l'ottimizzazione libera. Valore pari a (P-1), ovvero vincolo soppresso, ove non diversamente specificato.
DistMin	Utilizzato nel distanziamento in linea come intervallo temporale prima dell'arrivo (e partenza) di un altro treno ad una fermata o stazione. Valore: 4 minuti
DistOrarioCapo	Distanziamento per gli eventi ai nodi. Valore: 2 minuti
CoeffTvMax	Coefficiente per la costruzione dei tempi di viaggio massimi accettabili sugli archi in funzione di quelli minimi. È un parametro delicato poiché influisce sia sul tempo computazionale di ottimizzazione sia sull'accuratezza dei risultati, in quanto vi dipende indirettamente uno degli estremi di linearizzazione del Logit.

Tabella 4-1: Parametri generali del modello

4.3.1.2 Parametri del modello Logit

I valori relativi al numero di corse e al costo di viaggio per i modi ferroviario e automobilistico sono trattati come dati in ingresso forniti dall'utente del modello tramite il database, così come il tempo di viaggio in autobus e in auto e il costo del viaggio in auto, nonché il tempo di ingresso ed uscita dal sistema ferroviario. Rimangono da valorizzare i seguenti parametri:

- TInOutAutobus: posto convenzionalmente pari a 10 minuti;
- AffollamentoAutobus: posto convenzionalmente pari a 1;
- AffollamentoTreno: posto convenzionalmente pari a 2.

Per quanto riguarda i valori dei coefficienti β , come già accennato essi sono stati mutuati da quelli calibrati nello studio sulla linea Milano-Mortara di (Maja, Daleno 1999). Occorre osservare che questo approccio non sarebbe a rigore corretto: la scala del problema è piuttosto diversa, poiché il lavoro di Maja e Daleno è focalizzato sull'analisi di un sistema sostanzialmente suburbano, mentre il modello proposto è dichiaratamente orientato alla scala regionale, pertanto le caratteristiche dei viaggi e degli utenti potrebbero essere sensibilmente differenti. Si è optato però di non procedere ad una nuova calibrazione dei coefficienti per via dell'onerosità del lavoro: per i fini puramente dimostrativi del caso di studio è sufficiente utilizzare i coefficienti già conosciuti; nel caso si volesse invece applicare il modello per ottenere risultati reali sarebbe probabilmente fondamentale una nuova calibrazione basata sul caso reale. Questo aspetto verrà commentato anche nelle conclusioni.

Di seguito sono elencati i coefficienti con il relativo valore. L'unità di misura di ciascun coefficiente è l'inverso dell'unità di misura del relativo attributo.

- bCorseAutobus: -0.0476602
- bCostoAutobus: -0.987591*a (ove a è un coefficiente di conversione del costo da migliaia di lire a euro, pari a 1000/1936.27)
- bTInOutAutobus: -0.0729303/60 (ove il valore a denominatore è necessario per convertire i minuti in secondi, poiché tutti i tempi nel modello sono valutati in secondi);
- bTInOutAutobus: -0.0729303/60
- bAffollamentoAutobus: -0.145776
- bTempoAutobus: -0.0633131/60
- bCostoAuto: -0.987591*a
- bTempoAuto: -0.0633131/60
- bCorseTreno: -0.0476602
- bCostoTreno: -0.987591*a
- bTInOutTreno: -0.0729303/60
- bAffollamentoTreno: -0.145776
- bTempoTreno default -0.0633131/60

4.3.2 Scenario I – Scenario di base

4.3.2.1 Linee

Lo scenario di base è costruito a partire dalla configurazione minima della rete ferroviaria, costituita dalla presenza di un solo servizio su ciascuna tratta ferroviaria esistente fra due nodi, per il quale siano abilitate tutte le fermate. Le linee implementate sono di conseguenza 9. La tabella di seguito riporta le stazioni corredate del numero di utenti potenziali, ovvero la somma dell'intera quota di domanda in origine ed eventualmente destinazione assegnata a quella data stazione (ed utilizzante la specifica linea, eventualmente in combinazione con un'altra), nonché le stazioni abilitate all'incrocio nel caso la linea sia a binario singolo interamente o parzialmente.

NomLinea	Stazioni	Progr. Km	Vmax [Km/h]	Incrocio	Utenti potenziali
Bergamo-Brescia	Bergamo	0.00	85		7771
	Seriate	4.16	110	Ok	3321
	Albano S. Alessandro	7.63	110		1731
	Montello-Gorlago	11.22	110	Ok	1310
	Chiuduno	14.99	110		453
	Grumello Del Monte	17.23	110	Ok	639
	Palazzolo su Oglio	21.59	110	Ok	2642
	CCKm23.639	23.64	110		
	Cologne	25.89	110		726
	Coccaglio	29.62	90	Ok	819
	Rovato	31.72	150	-	282
	Ospitaletto	49.77	135	-	90
	Brescia	60.96	135	-	1652
	Cremona-Brescia	Cremona	0.00	60	
CippoKm2CT		2.00	120		
PMKm5		5.42	120	Ok	
Olmeneta		10.83	120	Ok	322
CippoKm13CT		13.00	120		

Capitolo 4 – Applicazione di esempio

	Robecco-Pontevecio	16.38	120	Ok	540
	Verolanuova	22.93	100	Ok	452
	Manerbio	28.21	100	Ok	875
	Bagnolo Mella	37.15	140	Ok	1257
	S.Zeno-Folzano	44.53	150	Ok	4134
	CippoKm36	46.83	120		
	Brescia	50.19	80		6758
Cremona-Mantova	Cremona	0.00	135		3327
	Villetta Malagnino	7.51	135	Ok	1412
	Gazzo	13.63	135	Ok	1096
	Torre Dei Picenardi	21.26	135	Ok	485
	Piadena	27.96	135	Ok	477
	Bozzolo	36.47	135	Ok	579
	Marcaria	41.84	135	Ok	80
	S. Michele In Bosco	45.37	135		25
	Ospitaletto Mantovano	47.59	135		686
	Castellucchio	51.33	135	Ok	488
	CCKm86.972	59.65	105		
	Mantova	62.23	105		2011
Cremona-Treviglio	Cremona	0.00	60		2138
	CippoKm2CT	2.00	120		
	PMKm5	5.42	120	Ok	
	Olmeneta	10.83	105	Ok	64
	CippoKm13CT	13.00	120		
	Casalbuttano	17.13	105	Ok	1066
	Soresina	25.98	120	Ok	1073
	Castelleone	33.50	120	Ok	1343
	Madignano	39.00	120		697
	Crema	42.89	120	Ok	6246
	Casaletto Vaprio	49.84	120	Ok	2200
	Capralba	53.77	120		979
	Caravaggio	59.54	110	Ok	1655
	CippoKm63CT	63.00	65		
	Treviglio	64.57	30		66
Milano-Treviglio	Milano TUTTE	0.00	60		73708
	Bivio PC Lambro	6.24	85		
	CippoKm7	7.00	145		
	CippoKm9	9.00	160		
	Segrate	9.90	160		29620
	Pioltello-Limito	12.31	160		12177
	Vignate	16.20	160		7475
	Melzo	19.60	160		7003
	Pozzuolo Martesana	22.61	160		2529
	Trecella	24.58	160		23
	CippoKm25	25.00	140		

	Cassano di Adda	27.15	140		2445
	CippoKm29	29.00	105		
	BivioAdda	29.20	105		
	Treviglio	33.14	105		1760
Treviglio-Bergamo	Treviglio	0.00	30		39
	Treviglio Ovest	1.34	150		619
	Arcene	7.55	150		1435
	Verdello-Dalmine	11.17	150		2332
	Levate	13.44	150		2049
	Stezzano	17.22	150		5640
	Bergamo	21.88	150		15684
Treviglio-Brescia	Treviglio	0.00	150		137
	Vidalengo	4.00	150		442
	Morengo-Bariano	8.97	150		860
	Romano Di Lombardia	12.91	150		2355
	Calcio	19.87	150		1396
	Chiari	26.63	140		3066
	Rovato	32.68	150		2025
	Ospitaletto	38.51	135		5037
	Brescia	49.70	135		8965
Milano-Codogno-Cremona	Milano TUTTE	0.00	120	-	6864
	Lodi	26.07	155	-	4789
	Codogno	49.80	105	-	1272
	Maleo	55.24	105		328
	Pizzighettone	57.51	105	Ok	256
	Ponte di Adda	58.56	135		587
	Acquanegra Cremonese	66.39	135	Ok	567
	Cava Tigozzi	71.95	135	Ok	1753
	Cremona	77.12	135		3695
Piadena-Brescia	Piadena	0.00	65		35
	CippoKm41	1.27	120		
	Canneto Su Oglio	3.09	120	Ok	170
	Asola	11.32	120	Ok	279
	Remedello Sotto	15.59	120		6
	Remedello Sopra	18.03	120	Ok	101
	Visano	22.31	120	Ok	119
	Calvisano	26.85	120		39
	Viadana Bresciana	29.28	120	Ok	319
	Ghedi	34.97	120	Ok	1504
	Montirone	40.68	120	Ok	1719
	S.Zeno-Folzano	45.75	120	Ok	38
	CippoKm36	48.15	80		
	Brescia	51.51	65		3219

Tabella 4-2: Dati delle linee, scenario I

4.3.2.2 Scelta dei parametri

Il periodo di cadenzamento è di 60 minuti. I parametri che incidono sul servizio utilizzati nello scenario di base prediligono la risolubilità generale del modello: sono stati infatti resi inefficaci i vincoli dell'orario massimo di partenza/arrivo ai nodi ($AP_{max} = P-1$) e quello relativo alla durata ragionevole degli interscambi ai nodi ($T_{coincMax} = P-1$). Il distanziamento per gli eventi ai nodi è posto a 120 secondi mentre quello in linea a 240 secondi. Per il tempo di coincidenza minimo si è scelto un valore pari a 5 minuti.

Il parametro $CoeffTvMax$, che regola la velocità minima dei treni lungo gli archi di viaggio, è stato posto pari a 2, ovvero un treno non può viaggiare a meno di metà della velocità massima ammissibile per ogni arco di viaggio (la quale è data dalla velocità massima inferiore tra quella propria dell'arco e quella associata al treno in circolazione).

Per quanto riguarda le caratteristiche dei treni si sono assunti dei coefficienti di accelerazione e decelerazione medi uniformi su ciascuna linea di 0.7 m/s^2 nonché delle velocità massime dei convogli di 100 o 120 Km/h.

La sola linea Milano-Treviglio presenta 2 corse nel periodo di cadenzamento (distanziate di un semiperiodo, ovvero 30 minuti), dunque il parametro $CorseTreno$ associato ha valore 2. In virtù di ciò si è scelto di porre nullo il parametro $GiroBanco$, ipotizzando di utilizzare per la corsa successiva il convoglio che ha effettuato la corsa del semiperiodo precedente. Questo assunto pare ragionevole in quanto introduce anche una certa elasticità nell'orario con una ventina di minuti di tempo di margine per evitare la propagazione dei ritardi da una corsa all'altra sulla linea che si rivela come la più carica della rete.

Relativamente alla possibilità di disattivare le stazioni, si è assunto un parametro di soglia di utenza potenziale al di sopra del quale considerare le stazioni come non disattivabili pari ad $1/50$ della domanda potenziale massima rilevata sulle stazioni della rete. Nel caso specifico il valore di domanda massima è assegnato a Milano con 73708 viaggi, pertanto la soglia è posta a 1474 viaggiatori potenziali, che lascia come disattivabili 40 stazioni sulle 63 che non sono sede d'interscambio (oltre a 2 posti di movimento senza servizio passeggeri).

4.3.2.3 Complessità

Il grafo della rete per il caso di studio considerato comprende 9 linee, di cui 6 a binario singolo (due solo parzialmente), con 106 nodi e 193 lati. Le stazioni (o fermate) sono 72, il numero di quelle disattivabili è pari a 40 (in generale il loro numero con questa configurazione della rete può variare fra 0 e 63). Tre coppie di linee sono parzialmente sovrapposte e dunque vi sono attivi i vincoli di distanziamento, determinando potenzialmente una forte interazione delle variabili in fase di ottimizzazione; ciò comporta anche la presenza di tre interscambi in linea oltre a quello canonico di incrocio extra nodale. Una certa interazione è data pure ai nodi della rete non solo dall'utenza sugli archi di interscambio ma anche dai vincoli di distanziamento delle operazioni di arrivo / partenza. Le coppie di stazioni ammissibili come origine e destinazione sulla rete ferroviaria sono 3456.

Il bacino di utenza della rete è composto da 220 comuni, con una matrice origine-destinazione che presenta 1815 relazioni, di cui ne vengono utilizzate 1554 (associate a coppie di stazioni ammissibili). La somma degli archi percorsi da tutte le relazioni vede l'ammontare di 6932: è questo quindi il numero di volte in cui le variabili decisionali legate ai tempi di viaggio sugli archi entrano nelle equazioni che regolano il sottomodulo di ripartizione modale, cuore del problema. A queste bisogna sommare le variabili binarie legate alla disattivazione delle stazioni, particolarmente impegnative da gestire, e le variabili di orario ai nodi, nonché tutte le variabili di servizio associate ai diversi vincoli come il distanziamento, gli incroci, eccetera.

Dalle considerazioni sopra esposte si evince come il modello debba trattare una problema di notevole complessità, possibilmente in maniera efficiente ed efficace.

4.3.2.4 Risultati dell'ottimizzazione

Una volta definiti nel database tutti i dati relativi ai modi di trasporto e all'utenza, il programma prevede degli script per riordinarli automaticamente in strutture accessibili al modello di ottimizzazione. Terminato questo passaggio si può lanciare l'ottimizzazione vera e propria, durante la quale il programma scritto in AMPL si occupa di tradurre il modello, costruito in forma prevalente dichiarativa, in equazioni e vincoli scritti in linguaggio matematico interpretabile dal risolutore CPLEX. Quest'ultimo, implementando le tecniche di branching e cutting più appropriate a seconda della forma dell'istanza e dei passaggi algoritmici, impiega un certo tempo a determinare la soluzione, la quale viene recuperata da AMPL e restituita all'interno del database. L'utente del modello ha quindi a disposizione gli orari ottimizzati secondo alcune specifiche da lui controllate (tramite i parametri di input) ed alcuni indicatori utili ad analizzare la bontà della soluzione e le caratteristiche della rete ottimizzata.

L'immagine seguente riporta la parte del log di AMPL dedicata al report dell'ottimizzazione.

```

GUB cover cuts applied: 2
Clique cuts applied: 5
Cover cuts applied: 4
Implied bound cuts applied: 48
Flow cuts applied: 17
Mixed integer rounding cuts applied: 239
Zero-half cuts applied: 7
Lift and project cuts applied: 21
Gomory fractional cuts applied: 14

Root node processing (before b&c):
  Real time = 21.47 sec. (5418.42 ticks)
Parallel b&c, 4 threads:
  Real time = 149.29 sec. (38105.35 ticks)
  Sync time (average) = 20.81 sec.
  Wait time (average) = 0.01 sec.
Total (root+branch&cut) = 170.76 sec. (43523.77 ticks)

Times (seconds):
Input = 0.0468003
Solve = 495.303
Output = 0.109201
#Total 3.41642
CPLEX 12.6.0.0: optimal (non-)integer solution within mipgap or absmipgap; objective 35857.75264
285497 MIP simplex iterations
21196 branch-and-bound nodes
absmipgap = 0.496777, relmipgap = 1.38541e-05
Tried aggregator 2 times
3 integer variables rounded (maxerr = 1.27157e-07).

```

Figura 4-5: Log di ottimizzazione di AMPL per lo scenario I

Il messaggio del risolutore rispetto alla soluzione non integrale non deve destare preoccupazione, in quanto significa semplicemente che alcune variabili intere sono state trattate con una certa approssimazione durante l'algoritmo risolutivo. Poiché il massimo errore introdotto nella loro approssimazione è dell'ordine di $10e-7$, il modello non risente certamente di alcuna conseguenza.

Per quanto riguarda la funzione obiettivo, essa non ha valore intero poiché i risultati del sottomodello di ripartizione modale sono espressi in percentuale, pertanto una volta applicati alla domanda sulle coppie OD si ottengono i numeri decimali che sommati danno il valore della funzione obiettivo. Ovviamente questi verranno poi arrotondati all'intero più vicino, in quanto non ha senso tenere numeri decimali parlando di utenza acquisita da un sistema di trasporto.

4.3.2.4.1 Orari

Il principale risultato del modello di ottimizzazione è la configurazione degli orari dell'intera rete che massimizza l'utenza attratta dal modo di trasporto ferroviario, secondo quanto stimato dal sottomodulo di ripartizione modale utilizzato.

Gli orari generati dal modello non sono immediatamente utilizzabili per l'esercizio: presentano infatti un certo grado di astrazione rispetto alla realtà, in quanto modellano degli eventi che nella pratica funzionano in modo leggermente diverso. In particolare, gli orari di arrivi e partenza dalle stazioni ottenuti all'interno del modello sono al netto dei perditempo, mentre il tempo di sosta li comprende: sono da intendersi quindi piuttosto che come degli orari effettivi come delle linee guida per la costruzione dettagliata del diagramma di trazione relativo a ciascuna linea. Solo sulla base di questo è poi possibile generare gli orari effettivi degli eventi e quindi infine costruire l'orario d'esercizio e quello per il pubblico. In ogni caso è possibile approssimarli tramite appropriati ragionamenti per ottenere degli orari fittizi che difficilmente si scosteranno di più di uno o due minuti dagli orari corretti.

Nell'accezione di risultati da rielaborare post-ottimizzazione devono intendersi anche le precisioni dei singoli numeri: è evidentemente senza senso pratico considerare degli orari in secondi con diversi decimali, viceversa per il calcolatore è importante poter operare il più possibile con variabili continue per non complicare inutilmente la ricerca della soluzione. Nel database saranno quindi restituiti dei valori con numerose cifre significative, che possono essere poi approssimati agevolmente nella maniera più opportuna prima del loro utilizzo.

Di seguito si riportano per brevità solamente gli orari ai capolinea (evidentemente post-trattati), ritenendoli quelli più interessanti.

NomeLinea	Stazioni	Orario andata	Orario ritorno
Bergamo-Brescia	Bergamo	↓ 35:00	↑ 25:00
	Brescia	↓ 33:47	↑ 26:13
Cremona-Brescia	Cremona	↓ 9:48	↑ 50:12
	Brescia	↓ 53:59	↑ 6:01
Cremona-Mantova	Cremona	↓ 7:28	↑ 52:32
	Mantova	↓ 53:44	↑ 6:16
Cremona-Treviglio	Cremona	↓ 24:17	↑ 35:43
	Treviglio	↓ 35:03	↑ 24:57
Milano-Codogno-Cremona	Milano	↓ 52:34	↑ 7:26
	Cremona	↓ 47:58	↑ 12:02
Milano-Treviglio	Milano	↓ 26:34	↑ 33:26
	Treviglio	↓ 60:00	↑ 0:00
Piadena-Brescia	Piadena	↓ 44:34	↑ 15:26
	Brescia	↓ 40:39	↑ 19:21
Treviglio-Bergamo	Treviglio	↓ 11:28	↑ 48:32
	Bergamo	↓ 35:01	↑ 24:59
Treviglio-Brescia	Treviglio	↓ 5:00	↑ 55:00
	Brescia	↓ 45:38	↑ 14:22

Tabella 4-3: Orari ai capolinea per lo scenario I

4.3.2.4.2 Utenti totali

L'utenza totale della rete ferroviaria con l'orario ottimizzato risulta essere di 35858 persone, a fronte di una domanda complessiva di 140909 viaggi, pertanto risulta che nell'area di studio considerata (che si ricorda essere limitata ai comuni distanti meno di 5 Km da una stazione e con una ristretta selezione di destinazioni) la rete ferroviaria ottimizzata attrae circa il 25.4% dei viaggiatori. Per brevità non si riporta il risultato di percentuale attratta per ciascuna coppia OD (essendo in totale 1554), dato comunque disponibile all'utente del modello tra i risultati riportati nel database.

4.3.2.4.3 Errore dovuto alla linearizzazione del Logit

L'operazione di linearizzazione del Logit è il passaggio più critico dell'intera costruzione del modello di ottimizzazione. L'utilizzo di un'approssimazione lineare di una funzione non lineare, necessaria per garantire la risolubilità del problema, si paga con l'introduzione di un certo errore nell'ottimizzazione: le funzioni secondo le quali si calcola il massimo non coincidono infatti con quelle originali, determinando una probabile discrepanza fra l'ottimo globale raggiunto e quello reale, ma non raggiungibile. Una stima dell'errore può essere ottenuta sostituendo le variabili dei tempi di viaggio, fissate nella soluzione, nelle equazioni originali non linearizzate, per calcolare le percentuali di ripartizione modale corrette e confrontarle con quelle ottenute nel modello.

Una stima del grado di errore può quindi essere data dalla formula:

$$\frac{\sum((\lambda_{lin} - \lambda_{corr}) * Domanda)}{\sum Domanda}$$

che, poiché i valori λ , rappresentanti la ripartizione modale, sono già in percentuale (o meglio, in frazione del totale), identifica l'errore medio pesato sulla domanda.

Lo scenario di base presenta un errore di linearizzazione in termini di utenza stimata dello 1.46%, che sale all'1.68% considerando gli errori in valore assoluto (poiché su un certo numero di coppie OD l'errore consiste in una sottostima degli utenti anziché una sovrastima). L'errore di linearizzazione non si presenta distribuito omogeneamente su tutte le coppie origine-destinazione: cinque di esse sono infatti responsabili per oltre un quarto del totale. Si riportano i loro dettagli nella tabella seguente.

Origine	Destinazione	Domanda	Utenti (lin.)	Utenti (esp.)	Diff. relativa	Diff. assoluta
Bergamo	Milano	3348	410	184	226	226
Crema	Milano	1610	177	38	139	139
Brescia	Milano	1475	1047	930	118	118
Caravaggio	Milano	509	193	93	99	99
Cremona	Milano	870	713	781	-68	68

Tabella 4-4: Coppie OD con il maggiore errore di linearizzazione del Logit per lo scenario I

In termini di viaggiatori il numero totale è sovrastimato di 2055 unità, pertanto la quantità di domanda soddisfatta dalla rete ferroviaria stimata con il Logit nella sua forma esponenziale originale si attesta sui 33803 viaggiatori, ovvero circa il 24.0%. Nel prosieguo dell'esposizione dei risultati si farà riferimento al numero di utenti corretto su ciascuna coppia origine-destinazione.

Rimane da osservare come l'errore di linearizzazione analizzato non sia in senso stretto un parametro che indica quanto la soluzione trovata si discosti da quella ottima globale con le

equazioni originali. Una ipotetica ottimizzazione operata mantenendo la forma esponenziale del Logit potrebbe portare infatti anche ad un risultato simile se non identico in termini di variabili decisionali, in quanto non è possibile conoscere lo scostamento fra l'andamento del modello non lineare e quello lineare in termini di funzione obiettivo al variare delle variabili decisionali. Il parametro proposto è quindi da intendersi solamente come un tentativo di avere un'idea della qualità della soluzione: ovviamente minore è l'errore più si ha possibilità che la soluzione ottima del problema originale si discosti poco dalla soluzione trovata, senza che questo sia però un meccanismo proporzionale.

4.3.2.4.4 Utenza per stazione e considerazioni sulla loro disattivazione

Il dato relativo all'utilizzo delle stazioni somma gli utenti in partenza a quelli in arrivo (per le stazioni abilitate anche come destinazione). In questo modo è possibile osservare quali sono le stazioni più cariche e il grado di attrattività di ciascuna di esse. Successivamente all'ottimizzazione si può confrontare la domanda potenziale con quella acquisita. Quest'ultima è nulla per le stazioni che il modello ha individuato come quelle che conviene disattivare per raggiungere la soluzione ottima. La tabella alle pagine seguenti riepiloga i dati relativi all'utenza di ciascuna stazione, sommando gli utenti relativi ad eventuali diverse linee.

Stazione	Utenti potenziali	Utenti effettivi	Percentuale
Milano TUTTE	80572	17346	21.5
Brescia	20594	8435	41.0
Bergamo	23455	4184	17.8
Segrate	29620	3743	12.6
Cremona	10531	3581	34.0
Lodi	4789	2615	54.6
Pioltello-Limito	12177	1955	16.1
Ospitaletto	5127	1837	35.8
Melzo	7003	1670	23.8
S.Zeno-Folzano	4172	1227	29.4
Romano Di Lombardia	2355	1155	49.0
Treviglio	2002	1113	55.6
Chiari	3066	1108	36.1
Vignate	7475	1105	14.8
Stezzano	5640	1011	17.9
Rovato	2307	934	40.5
Cassano di Adda	2445	851	34.8
Codogno	1272	787	61.9
Crema	6246	755	12.1
Ghedì	1504	628	41.8
Pozzuolo Martesana	2529	617	24.4
Seriate	3321	553	16.6
Bagnolo Mella	1257	551	43.9
Palazzolo su Oglio	2642	517	19.6
Verdello-Dalmine	2332	508	21.8
Cava Tigozzi	1753	426	24.3
Mantova	2011	419	20.9
Levate	2049	410	20.0
Montirone	1719	400	23.3

Manerbio	875	391	44.7
Calcio	1396	380	27.2
Albano S. Alessandro	1731	366	21.1
Morengo-Bariano	860	306	35.6
Montello-Gorlago	1310	301	23.0
Castelleone	1343	272	20.3
Villetta Malagnino	1412	271	19.2
Casalbuttano	1066	263	24.6
Treviglio Ovest	619	257	41.5
Soresina	1073	255	23.8
Verolanuova	452	251	55.5
Arcene	1435	249	17.4
Gazzo	1096	244	22.3
Ponte di Adda	587	206	35.0
Bozzolo	579	205	35.4
Caravaggio	1655	195	11.8
Piadena	512	194	38.0
Cologne	726	193	26.6
Acquanegra Cremonese	567	191	33.6
Casaleto Vaprio	2200	186	8.4
Torre Dei Picenardi	485	170	35.1
Maleo	328	159	48.4
Ospitaletto Mantovano	686	157	22.9
Robecco-Ponteviso	540	155	28.7
Coccaglio	819	152	18.6
Pizzighettone	256	151	58.9
Viadana Bresciana	319	146	45.8
Chiuduno	453	144	31.7
Vidalengo	442	130	29.4
Grumello Del Monte	639	128	20.0
Olmeneta	386	102	26.5
Madignano	697	93	13.3
Capralba	979	81	8.3
Asola	279	62	22.2
Remedello Sopra	101	55	54.1
Visano	119	53	44.9
Canneto Su Oglio	170	51	30.0
Castellucchio	488	0	0.0
Marcaria	80	0	0.0
Calvisano	39	0	0.0
S. Michele In Bosco	25	0	0.0
Trecella	23	0	0.0
Remedello Sotto	6	0	0.0

Tabella 4-5: Utenza attratta da ciascuna stazione per lo scenario I

Come si può vedere in tabella, in questo scenario il modello ha optato per la disattivazione di un numero cospicuo di stazioni. A parte Castellucchio, le altre presentano una domanda piuttosto modesta. Marcaria, S. Michele in Bosco e Castellucchio sono tutte e tre situate sulla Cremona-Mantova, nella tratta tra Piadena e Mantova. Il modello ravvisa l'utilità della loro disattivazione per centrare l'incrocio a Piadena, ottenendo quindi un buon interscambio con la Piadena-Brescia, ed arrivare nel contempo a Mantova entro il periodo di cadenzamento. Questo è un bene anche per tutti quegli interscambi a Mantova che sono stati esclusi dal caso di studio ma nella realtà esistono con le altre linee che ivi si attestano. Per quanto riguarda Trecella, posta sulla Milano-Treviglio, essa risulta essere (dall'algoritmo di assegnazione degli utenti) una stazione a bassa domanda posta su un itinerario molto carico, e quindi il modello ha scelto di favorire il flusso di domanda in transito. Calvisano e Remedello Sotto vengono infine disattivate probabilmente per ottimizzare l'interscambio a Piadena centrando nel contempo i punti di incrocio più proficui.

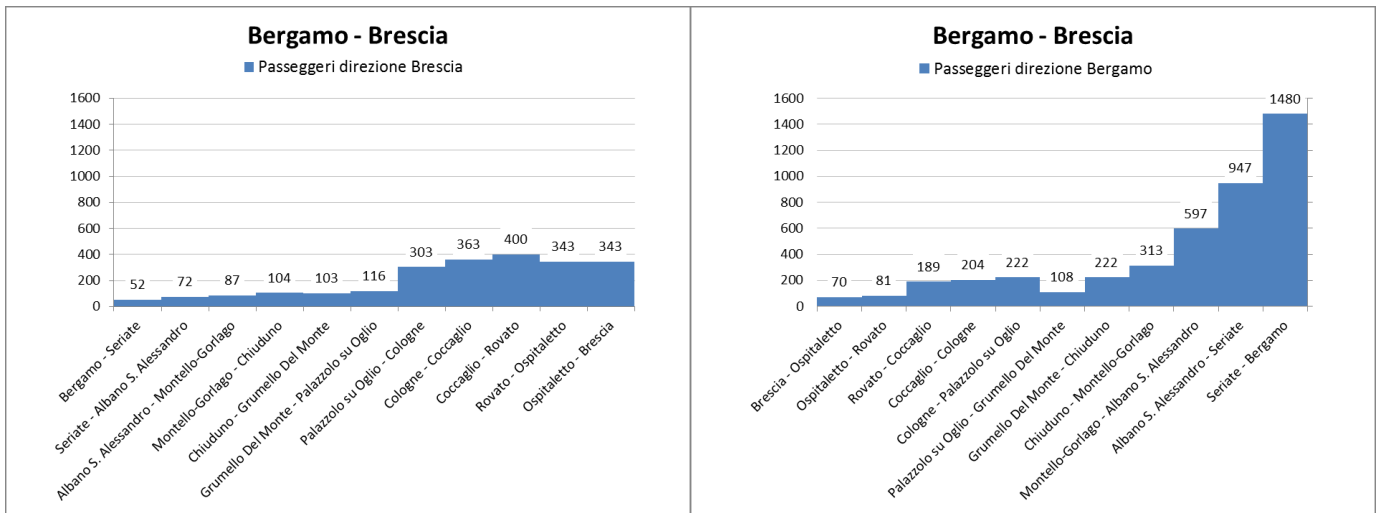
Occorre notare comunque come la quantità di utenza potenziale non sia l'unico parametro che entra in gioco: poiché il sottomodello di ripartizione modale prende in considerazione anche gli attributi dei modi di trasporto alternativi su ciascuna coppia OD, non è automaticamente verificato che una tratta ad alta domanda potenziale veda anche un sostenuto flusso sul modo ferroviario, in quanto l'utenza potrebbe essere maggiormente attratta dagli altri modi di trasporto. L'interazione fra tutti i fattori in gioco, affrontata proprio nel sottomodello di ripartizione modale, è quella che determina l'opportunità o meno della disattivazione di una stazione.

In ogni caso il modello è predisposto per poter effettuare una serie di test con diverse configurazioni: risolvendo il medesimo scenario modificando i dati o i parametri in ingresso si può controllare la ragionevolezza del comportamento del modello stesso.

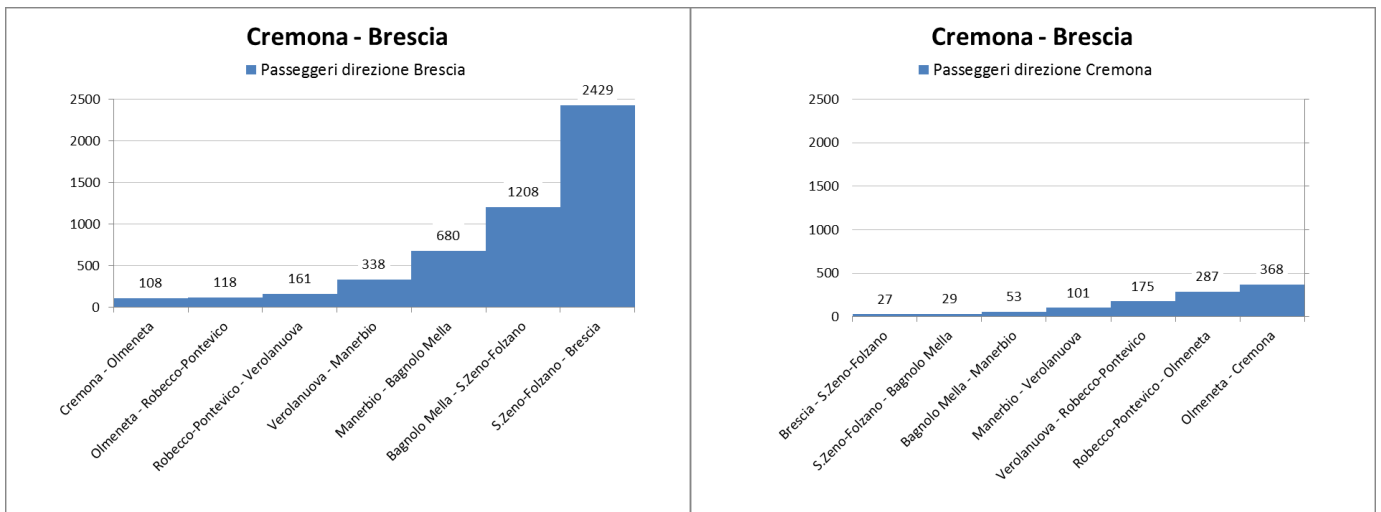
4.3.2.4.5 Utenti per linea

Il modello fornisce il numero di utenti attratti su ciascun lato del grafo rappresentante la rete ferroviaria. A partire da questo dato è facile ricostruire l'andamento del flusso di utenti su ciascuna linea semplicemente sommando il numero di utenti i cui percorsi associati alle coppia OD transitano sugli archi costituenti la linea in questione. In questo modo è possibile stimare il numero di viaggiatori presenti su ciascun treno, dato utile ad esempio per valutare diverse configurazioni del materiale rotabile da impiegare per soddisfare la domanda.

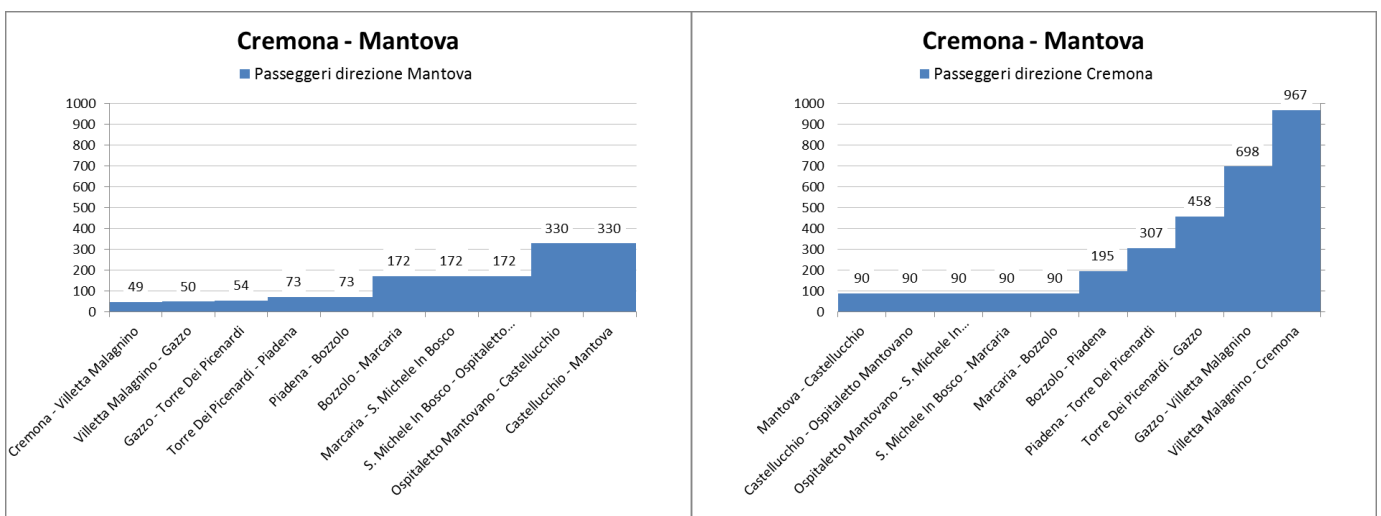
Di seguito sono riportati i grafici degli utenti per ciascuna linea nelle due direzioni. La rappresentazione ha una diversa scala per ogni linea poiché fra esse vi sono delle differenze di utenza anche molto rilevanti.



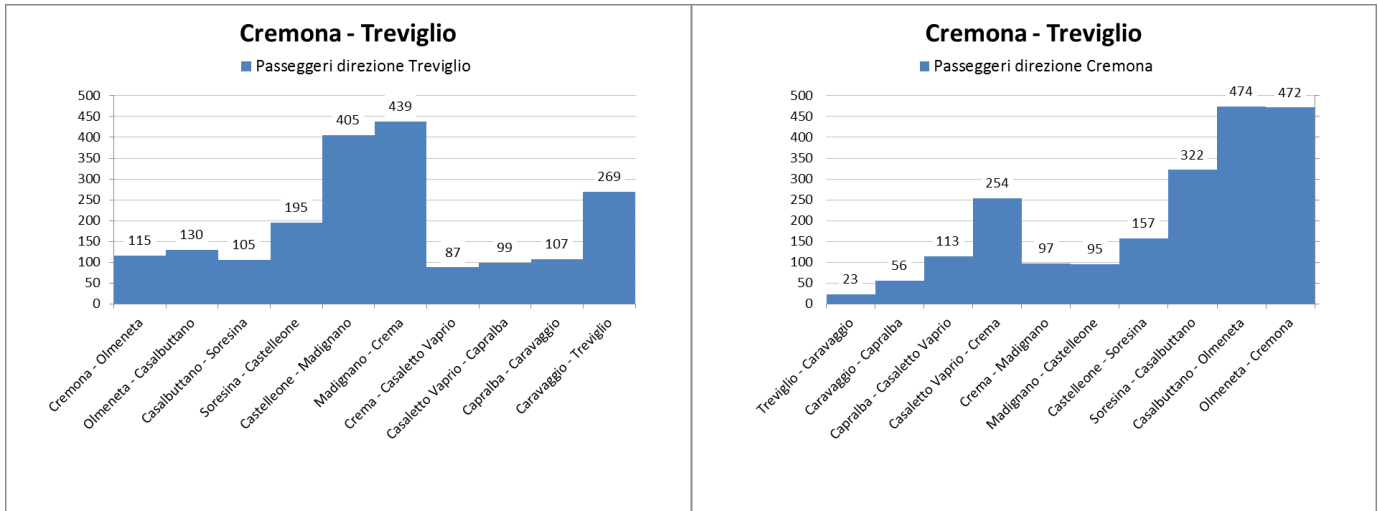
Grafici 4-2: Diagrammi di carico della Bergamo-Brescia per lo scenario I



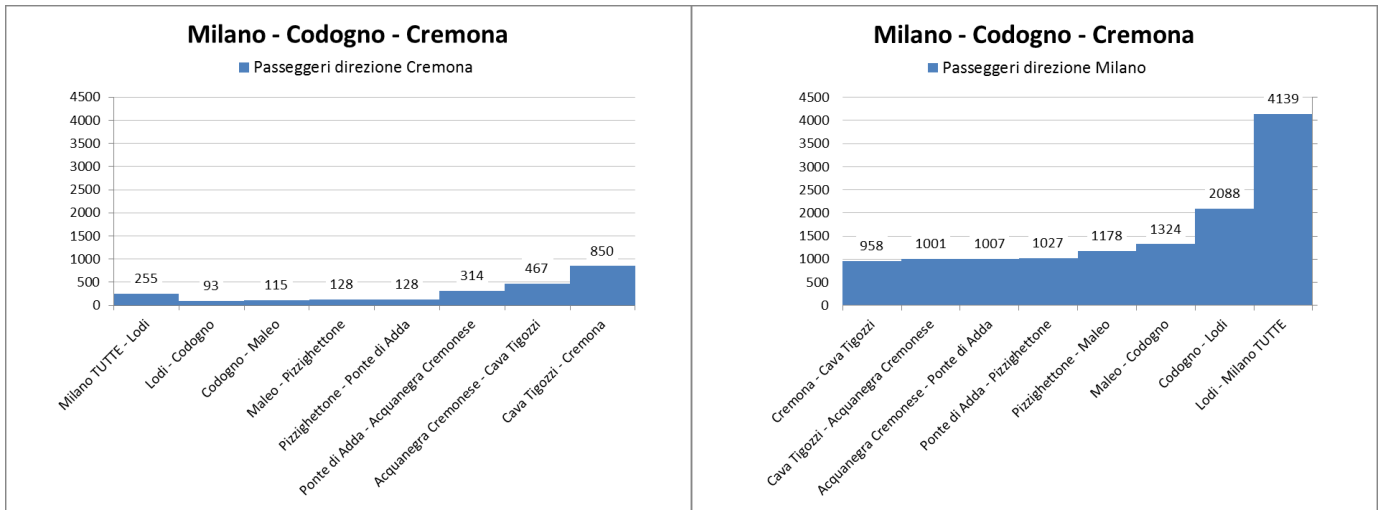
Grafici 4-3: Diagrammi di carico della Cremona-Brescia per lo scenario I



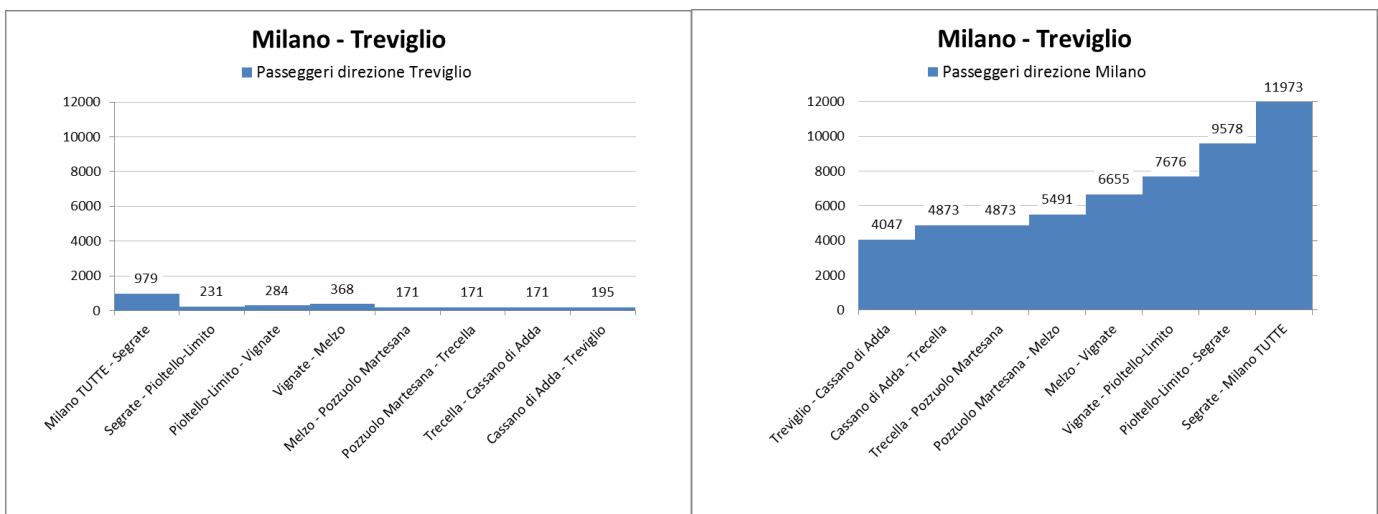
Grafici 4-4: Diagrammi di carico della Cremona-Mantova per lo scenario I



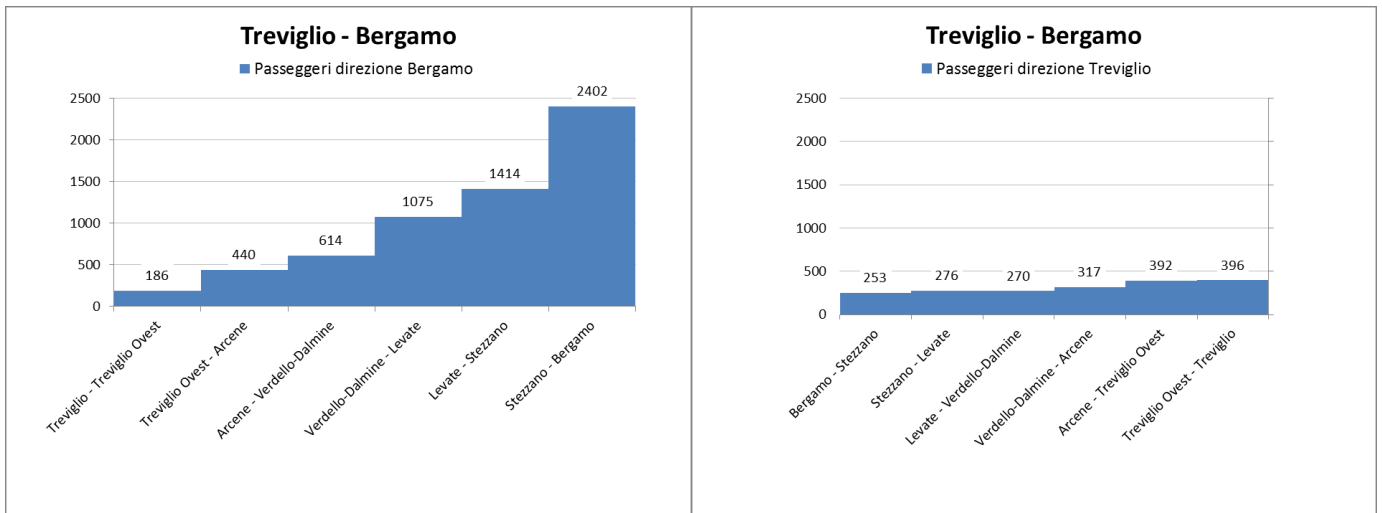
Grafici 4-5: Diagrammi di carico della Cremona-Treviglio per lo scenario I



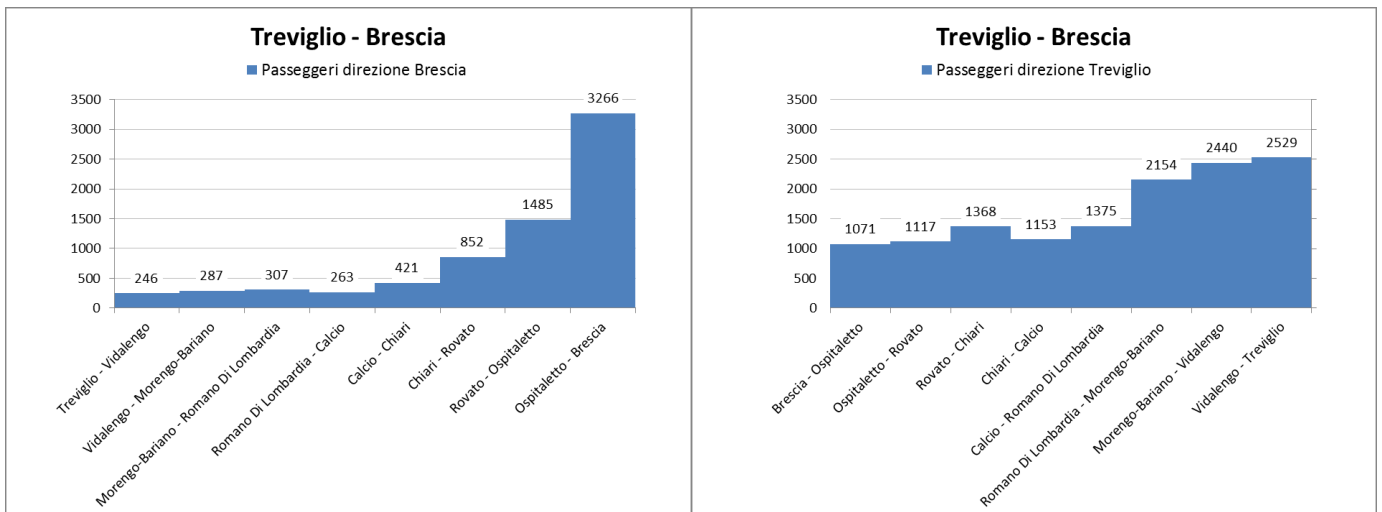
Grafici 4-6: Diagrammi di carico della Milano-Codogno-Cremona per lo scenario I



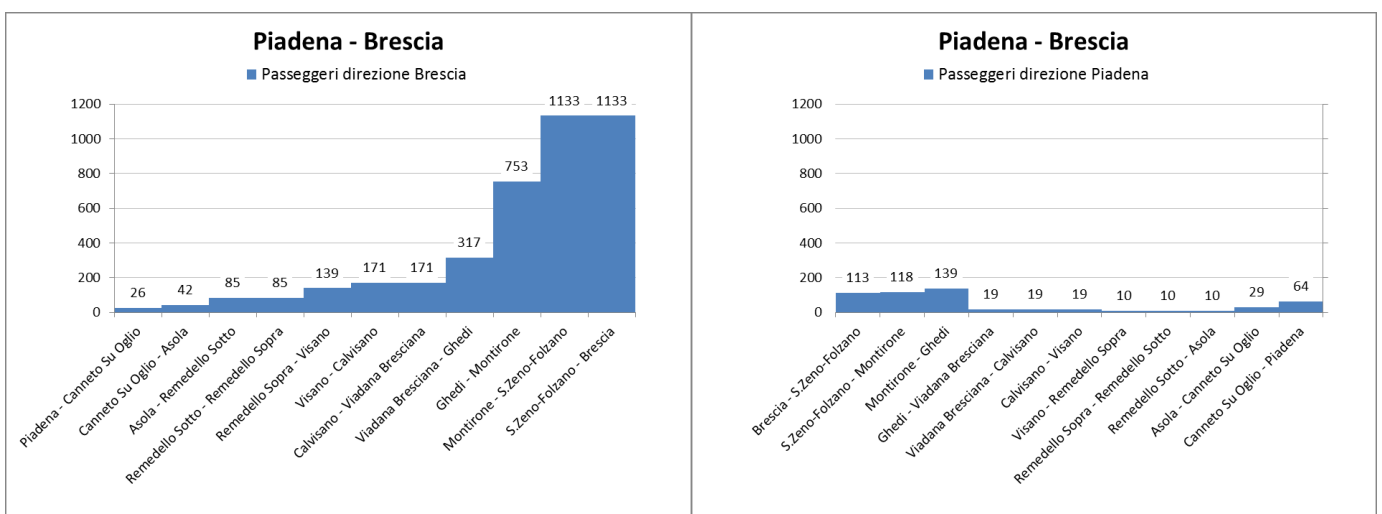
Grafici 4-7: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio per lo scenario I



Grafici 4-8: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo per lo scenario I



Grafici 4-9: Diagrammi di carico della Treviglio-Brescia per lo scenario I



Grafici 4-10: Diagrammi di carico della Piadena-Brescia per lo scenario I

I valori di frequentazione stimati sono generalmente elevati oltre la realistica su molte linee. Ciò è dovuto in primo luogo ai parametri per il calcolo dei tempi in ingresso alla rete ferroviaria, il cui valore è stato deciso arbitrariamente e probabilmente non è il più adatto alla rete in esame, soprattutto nella zona di influenza della Milano-Treviglio. Di questo si darà conto nel sottoparagrafo 5.1.3 delle conclusioni, ritenendo comunque tutti i risultati come pienamente indicativi del funzionamento del modello. Questo risultato può inoltre essere dovuto sia alla scarsa qualità dei dati in ingresso, sia alla metodologia di assegnazione degli utenti alla rete ferroviaria, che potrebbe aver portato a sovrastimare l'utenza in alcuni casi, sia eventualmente ai parametri decisi per il modello Logit (in quanto ne sono stati trascurati altri come ad esempio il costo dei parcheggi eccetera) e al loro valore (non avendo proceduto alla ricalibrazione).

Per quanto riguarda i tempi di percorrenza ferroviari nell'intorno del nodo di Milano, essi sono molto diversi da quelli delle operazioni reali, in quanto non vengono considerati nel modello tutte le interferenze fra le tracce dovuti al complesso routing degli itinerari; ciò contribuisce alla sovrastima degli utenti diretti verso Milano soprattutto dai comuni limitrofi. Per ovviare a questo fattore si può decidere di introdurre delle penalizzazioni sulle velocità massime dichiarate dalle fiancate di linea in quei contesti che presentano massicce interconnessioni. Nel caso di studio attuale non si è voluto scendere oltre un certo di dettaglio e questa soluzione non è stata implementata.

I risultati presentati sono in ogni caso internamente coerenti, a dimostrazione di come il modello di ottimizzazione sia formalmente corretto e necessiti al più di una metodologia di implementazione maggiormente raffinata. Occorre inoltre osservare come le relazioni più cariche siano quelle che nella realtà presentano più servizi di quelli ipotizzati nello scenario analizzato: anche in questo il modello fornisce delle indicazioni realistiche, come nel caso della Milano-Treviglio, tratta oggetto di quadruplicamento completato nel 2007, percorsa anche da numerosi treni diretti data la forte domanda in transito verso Milano.

In linea di massima, i dati sulla frequentazione di ciascuna linea possono servire a scegliere il materiale rotabile e le composizioni da mandare in circolazione, o valutare l'aumento del numero delle corse (ovviamente più complesso sulle linee a binario singolo).

4.3.2.4.6 Punti di incrocio e velocità di viaggio sugli archi

Delle 9 linee implementate nello scenario base del caso di studio, 6 sono a binario singolo. Ciascuna di esse necessita di un certo numero di punti d'incrocio a seconda del tempo di percorrenza e del minuto di partenza ai capolinea. La tabella seguente illustra le caratteristiche delle linee a binario singolo nello scenario corrente.

Linea	Lunghezza	Percorrenza	Posti d'incrocio	Progr. Km
Bergamo-Brescia	60.96 Km	58:47	Palazzolo su Oglio	21.59
Cremona-Brescia	50.19 Km	44:11	Verolanuova	22.93
Cremona-Mantova	62.23 Km	46:16	Piadena	27.96
Cremona-Treviglio	64.57 Km	70:46	PMKm5	5.42
			Castelleone	33.5
			Caravaggio	59.54
Milano-Codogno-Cremona	77.12 Km	55:24	Pizzighettone	57.51
Piadena-Brescia	51.51 Km	56:05	Asola	11.32
			Montirone	40.68

Tabella 4-6: Caratteristiche delle linee a binario singolo per lo scenario I

Le linee Bergamo-Brescia e Milano-Codogno-Cremona sono solo parzialmente a binario singolo: le tratte Rovato-Brescia, di poco meno di 30 Km, e Milano-Codogno, di quasi 50 Km, dispongono infatti di doppio binario, dunque queste ultime non presentano vincoli relativamente all'incrocio dei treni.

Sono possibili in generale due strategie per centrare gli incroci delle linee a binario singolo: la prima consiste nella traslazione rigida della linea, ovvero scegliere l'orario ai nodi che consenta di arrivare all'incrocio contemporaneamente dalle due direzioni, mantenendo invariate le velocità di viaggio; la seconda nella variazione della velocità sugli archi di viaggio, scelta che consente di aggiungere elasticità alla linea per arrivare agli incroci nella maniera più opportuna senza vincolare rigidamente gli orari ai nodi (nel caso di più di un incrocio è spesso necessario adottare anche la seconda strategia).

La tabella seguente riporta gli archi di viaggio la cui velocità è stata scelta dal modello con un valore inferiore a quello massimo.

Linea	Estremo 1	Estremo 2	Vmax	Velocità	Percentuale
Bergamo-Brescia	Rovato	Ospitaletto	100	94.2	94.2
Bergamo-Brescia	Grumello Del Monte	Palazzolo su Oglio	100	94.1	94.1
Cremona-Treviglio	Crema	Casaletto Vaprio	100	92.4	92.4
Treviglio-Bergamo	Arcene	Verdello-Dalmine	120	80.0	66.7
Milano-Treviglio	Melzo	Pozzuolo Martesana	120	80.0	66.7
Treviglio-Bergamo	Verdello-Dalmine	Levate	120	80.0	66.7
Milano-Treviglio	CippoKm9	Segrate	120	80.0	66.7
Milano-Treviglio	Cassano di Adda	CippoKm29	120	80.0	66.7
Cremona-Mantova	S. Michele In Bosco	Ospitaletto Mantovano	120	80.0	66.7
Milano-Treviglio	Segrate	Pioltello-Limito	120	80.0	66.7
Milano-Codogno-Cremona	Pizzighettone	Ponte di Adda	105	70.0	66.7
Milano-Codogno-Cremona	Maleo	Pizzighettone	105	70.0	66.7
Cremona-Treviglio	Capralba	Caravaggio	100	59.0	59.0
Cremona-Treviglio	Casaletto Vaprio	Capralba	100	55.7	55.7
Cremona-Treviglio	Soresina	Castelleone	100	50.9	50.9
Piadena-Brescia	Canneto Su Oglio	Asola	100	50.0	50.0
Piadena-Brescia	Remedello Sotto	Remedello Sopra	100	50.0	50.0

Tabella 4-7: Archi di viaggio percorsi a velocità maggiormente ridotta per lo scenario I

Le linee a binario singolo presentano dunque forti vincoli rispetto all'ottimizzazione: pur di centrare i punti di incrocio migliori i treni finiscono a percorrere delle tratte a velocità ridotta.

Un dato che potrebbe apparire a prima vista anomalo è quello relativo alla riduzione di velocità sugli archi sulla Milano-Treviglio. La linea presenta infatti un estremo libero ed è a doppio binario: in queste condizioni si immagina che tutti gli archi verranno percorsi alla velocità massima possibile. La lunghezza degli archi in questione è però troppo breve perché possa nella realtà venire sviluppata la piena velocità, qualora i due estremi siano fermate o molto vicini ad esse. Il modello è grossolanamente in grado di evitare questa situazione, poiché sarebbe sfavorevole aumentare i perditempo oltre a quanto si possa ipoteticamente

guadagnare in termini di tempo di percorrenza, di conseguenza riduce la velocità facendola rientrare in un campo di valori accettabile.

Per esemplificare quanto affermato, si esprimono alcune considerazioni. Con un coefficiente di accelerazione / decelerazione medio di 0.7 ad ogni incremento di velocità di 10 Km/h corrisponde un incremento dei perditempo tra due fermate di circa 7.9:

a [m/s²]	0.7							
Km/h	120	110	100	90	80	70	60	
m/s	33.3	30.6	27.8	25.0	22.2	19.4	16.7	
Perditempo [s]	95	87	79	71	63	56	48	
Differenza con velocità inferiore:	7.9	7.9	7.9	7.9	7.9	7.9	7.9	

Tabella 4-8: Andamento dei perditempo al variare della velocità

Sotto una certa lunghezza dell’arco di viaggio (o sopra una certa velocità), all’aumentare della velocità la differenza fra i secondi risparmiati e quelli persi per i perditempo non è più positiva. Nella tabella seguente è mostrato l’andamento dei secondi di viaggio al variare della lunghezza di un arco e della sua velocità di percorrenza. I valori evidenziati sono quelli soglia, per controllo a lato sono riportati a valori dei secondi guadagnati aumentando la velocità (quelli persi sono sempre 8).

Km/h	120	110	100	90	80	70	60		
m/s	33.3	30.6	27.8	25.0	22.2	19.4	16.7		
500	15	16	18	20	23	26	30		
600	18	20	22	24	27	31	36		
700	21	23	25	28	32	36	42		
800	24	26	29	32	36	41	48	7	
900	27	29	32	36	41	46	54		
1000	30	33	36	40	45	51	60		
1100	33	36	40	44	50	57	66	7	9
1200	36	39	43	48	54	62	72		
1300	39	43	47	52	59	67	78		
1400	42	46	50	56	63	72	84		
1500	45	49	54	60	68	77	90	8	9
1600	48	52	58	64	72	82	96		
1700	51	56	61	68	77	87	102		
1800	54	59	65	72	81	93	108	7	9
1900	57	62	68	76	86	98	114		
2000	60	65	72	80	90	103	120		
2100	63	69	76	84	95	108	126		
2200	66	72	79	88	99	113	132	7	9
2300	69	75	83	92	104	118	138		
2400	72	79	86	96	108	123	144		
2500	75	82	90	100	113	129	150		
2600	78	85	94	104	117	134	156		
2700	81	88	97	108	122	139	162	7	9
2800	84	92	101	112	126	144	168		

2900	87	95	104	116	131	149	174		
3000	90	98	108	120	135	154	180		
3100	93	101	112	124	140	159	186		
3200	96	105	115	128	144	165	192		9

Tabella 4-9: Andamento del tempo di viaggio al variare di velocità e lunghezza dell'arco

Di conseguenza il modello riduce la velocità di una quantità tale per cui si rientra nel campo di accettabilità, ovvero la velocità utilizzata è effettivamente raggiungibile sull'arco.

Si nota infine come vi siano due archi di viaggio sui quali il modello abbia scelto la velocità minima ammessa dai vincoli per la variabile decisionale del tempo di viaggio: questo induce a pensare che il requisito imposto dal parametro $CoeffTv_{Max}$ sulla velocità dei treni abbia una certa incidenza sulla soluzione. Questo argomento verrà discusso nel paragrafo 4.3.3.

4.3.2.4.7 Interscambi

Il modello restituisce anche il numero di utenti che effettuano il trasbordo a ciascun nodo, riportato nella tabella seguente.

Stazione	Linea 1	Linea 2	Utenti
Treviglio	Milano-Treviglio	Treviglio-Brescia	2572
Treviglio	Milano-Treviglio	Treviglio-Bergamo	427
Treviglio	Cremona-Treviglio	Milano-Treviglio	243
Cremona	Cremona-Mantova	Milano-Codogno-Cremona	115
Treviglio	Treviglio-Bergamo	Treviglio-Brescia	111
Rovato	Bergamo-Brescia	Treviglio-Brescia	101
Piadena	Cremona-Mantova	Piadena-Brescia	80
Cremona	Cremona-Brescia	Milano-Codogno-Cremona	26
Treviglio	Cremona-Treviglio	Treviglio-Bergamo	25
Treviglio	Cremona-Treviglio	Treviglio-Brescia	11
Brescia	Cremona-Brescia	Treviglio-Brescia	7
Cremona	Cremona-Mantova	Cremona-Treviglio	5
Cremona	Cremona-Brescia	Cremona-Mantova	4
Cremona	Cremona-Treviglio	Milano-Codogno-Cremona	3
Olmeneta	Cremona-Brescia	Cremona-Treviglio	3
Bergamo	Bergamo-Brescia	Treviglio-Bergamo	1
Brescia	Bergamo-Brescia	Cremona-Brescia	1
Brescia	Piadena-Brescia	Treviglio-Brescia	1
S.Zeno-Folzano	Cremona-Brescia	Piadena-Brescia	1
Brescia	Bergamo-Brescia	Piadena-Brescia	0

Tabella 4-10: Nodi di interscambio e relativa utenza per lo scenario I

Dai risultati si evince come il nodo di Treviglio presenti il maggior numero di interscambi in ciascuna direzione, particolarmente fra la Milano-Treviglio e le altre linee. I dati presentati in tabella sommano gli interscambi nei due sensi (cioè da una linea all'altra e viceversa); è facile però verificare come gli interscambi che portano alla Milano-Treviglio, e quindi verso Milano, siano quelli preponderanti.

Tralasciando il nodo di Bergamo, che è posto in una posizione piuttosto marginale della rete (e con la linea Bergamo-Brescia che per l'ipotesi di ammissibilità delle coppie OD rimane scollegata da Milano), gli interscambi meno utilizzati sono quelli del nodo di Brescia: questo è il caso tipico di una città di dimensioni preponderanti all'interno di una zona, che funge da "pozzo" per gli spostamenti, ovvero è difficile che un viaggiatore debba solo attraversarla per recarsi ad un'altra destinazione.

Occorre però osservare che nella realtà a Brescia afferiscono anche i servizi per Verona e per Edolo, pertanto, analogamente alla situazione di Mantova (in cui ciò è portato al limite), all'interno del caso di studio sono trascurate delle relazioni che nella realtà potrebbero portare utenti che utilizzano gli interscambi.

Il modello evidenzia dunque quali siano le relazioni con trasbordo più gettonate: è compito del pianificatore valutare poi se vi siano i presupposti per poter offrire delle relazioni dirette ed eventualmente velocizzate alle coppie OD più promettenti, nell'ottica di attrarre un ancor maggiore traffico.

Da notare infine come il modello abbia formulato gli orari in modo da garantire degli interscambi efficienti anche a Piadena, ove la linea Cremona-Mantova è passante, e Rovato, prima stazione in comune fra la Bergamo-Brescia e la Treviglio-Brescia. L'ottimizzazione libera degli eventuali interscambi lungo una linea, caratteristica peculiare di questo modello, permette quindi di gestire anche le situazioni in cui una stazione di interscambio presenti una o più linee passanti.

4.3.3 Considerazioni sul raggiungimento dell'ottimo globale

4.3.3.1 Problema aperto

Come anticipato nel sottoparagrafo 4.3.2.4.6, non vi è la certezza di aver raggiunto effettivamente l'ottimo globale che ci si era proposti di trovare, problema che rimane aperto a causa dell'inevitabile errore di linearizzazione. A questo proposito vengono esposte di seguito alcune considerazioni.

Il coefficiente $CoeffTvMax$ gioca un ruolo di peso nel processo di ottimizzazione: da questo infatti dipende direttamente l'intervallo di variazione della variabile decisionale del tempo di viaggio, nonché indirettamente anche quello della variabile decisionale del tempo di sosta. Inoltre influisce sulla bontà dei risultati di linearizzazione del Logit, tramite gli intervalli di ammissibilità delle variabili stessi: la loro ampiezza infatti influisce sulla distanza fra gli estremi di linearizzazione. Ciò si ripercuote soprattutto su quelle coppie OD che presentano percorsi lunghi, ove il tempo di viaggio massimo corrisponde ad una domanda catturata estremamente bassa, e quindi il secondo punto di linearizzazione si trova sostanzialmente sulla coda della funzione tendente a zero.

La riduzione dell'intervallo di variazione delle variabili decisionali determina sempre il restringimento dello spazio delle soluzioni, poiché le linee perdono in elasticità. In particolari configurazioni ciò potrebbe portare a delle soluzioni sub-ottime rispetto a quelle con gli intervalli di variabilità più larghi, ad esempio ove una linea a binario singolo abbia punti di incrocio con una disposizione particolarmente sfavorevole. Nel caso di studio in esame alcuni archi di viaggio vengono percorsi al limite inferiore della velocità ammissibile, e ciò è indice della possibilità di aver escluso una soluzione migliore rispetto a quella ottenuta; per giunta niente esclude che altri archi possano essere più proficuamente percorsi al di sotto della velocità imposta come limite minimo.

In definitiva occorre valutare se i benefici di un Logit meglio approssimato siano maggiori rispetto all'effetto collaterale della riduzione dello spazio delle soluzioni.

4.3.3.2 Analisi

Il problema del raggiungimento della soluzione ottima può essere affrontato agendo in due modi sul parametro *CoeffTvMax*, che come già detto determina sia la qualità della linearizzazione sia la dimensione dello spazio delle soluzioni. Il primo consiste nel raffinamento della sua scelta, comparando i risultati ottenuti con diversi valori su un'istanza di prova del problema; il secondo consiste nella scelta di valori differenti per diverse porzioni della rete, controllando l'adeguatezza dell'intervallo di variabilità del tempo di viaggio generato localmente (basandosi anche in questo caso su un'istanza di prova).

La strada della determinazione del miglior valore del *CoeffTvMax* per l'intera rete è sicuramente più semplice dal punto di vista operativo, pertanto è quella che viene proposta.

Sono state effettuate diverse prove con la medesima istanza e un valore crescente del coefficiente tra 1.8 e 2.2. La tabella seguente riassume i risultati ottenuti.

CoeffTvMax	1.8	1.9	2	2.1	2.2
Funzione Obiettivo lineare	35562	35726	35858	35979	36098
Funzione Obiettivo corretta	33717	33779	33803	33789	33797
Errore linearizzazione (su domanda totale)	1.31%	1.38%	1.46%	1.55%	1.63%
Tempo esecuzione [secondi]	132	226	171	422	1233
Vmin [percentuale su Vmax]	55.6	52.6	50.0	47.6	45.5

Tabella 4-11: Andamento della funzione obiettivo al variare del parametro *CoeffTvMax*

Il valore della funzione obiettivo corretta è quello da tenere sotto controllo, in quanto rappresenta la stima degli utenti catturati dalla configurazione delle variabili decisionali secondo il sottomodulo di ripartizione modale originale e non la sua versione linearizzata. Come si vede dai risultati ottenuti, il suo massimo si ha in corrispondenza del valore 2 del parametro *CoeffTvMax*. Non è ancora garantito che questo sia l'ottimo globale: all'aumentare del valore del parametro infatti si allarga lo spazio delle soluzioni, e la funzione obiettivo linearizzata dopo il gradino di discesa torna a salire; purtroppo il tempo di soluzione del problema cresce sostanzialmente e oltre il valore di 2.2 non dà modo di eseguire altre prove in un tempo ragionevole. In ogni caso nello scenario proposto si è scelto di non accettare soluzioni che prevedano velocità di viaggio sugli archi inferiori al 50% di quella massima, pertanto non sembra interessante andare a testare soluzioni che si pongano oltre questo vincolo.

L'indagine sopra proposta non è esaustiva, infatti l'errore di linearizzazione potrebbe essere localmente ancora influente e portare ad una configurazione locale degli orari sub-ottima. Lo sforzo però di andare a fare un'analisi dettagliata del suo andamento linea per linea ed eseguire delle prove con valori del parametro *CoeffTvMax* differenti e mirati sulle diverse linee non sembra giustificato dall'ammontare dell'errore: tra la soluzione con parametro pari a 2 e quelle adiacenti intercorrono circa una ventina di utenti, pertanto si suppone che la configurazione delle variabili decisionali non possa cambiare in maniera tale da ottenere risultati di molto diversi da quelli già presentati.

Una volta stabilito dunque quale sia il valore migliore del parametro *CoeffTvMax* per la rete in esame (posto l'intervallo di campionamento pari a 1/10), si ritiene che la restante differenza tra l'ottimo raggiunto e quello globale sia sostanzialmente trascurabile.

Quanto osservato rende comunque chiaro quanto sia difficile garantire il raggiungimento dell'ottimo globale quando si affronta un problema non lineare complesso come quello in esame.

4.3.4 Scenario I-Bis – Modifiche alla linea Cremona-Mantova

La situazione della Cremona-Mantova al termine dell'ottimizzazione vede ben tre stazioni disattivate nella tratta tra Piadena e Mantova. Analizzando il modello si possono fare diverse ipotesi sulla causa della loro disattivazione: potrebbe essere effettivamente maggiore il numero di utenti attratti in questa soluzione di orario, nonostante l'utenza persa sia potenzialmente numerosa (soprattutto per quanto riguarda la stazione di Castellucchio, con 488 utenti potenziali), oppure ciò accade a causa di determinate condizioni al contorno. La configurazione della rete, unita a quella del modello, lascia supporre che si ricada in questo secondo caso: l'orario di arrivo a Mantova al minuto 53 e 44 secondi è molto vicino al vincolo del tempo di giro banco, che impone che l'arrivo ad un nodo non avvenga oltre al minuto 55. Vi è però da considerare anche che la linea presenta binario singolo, e quindi per centrare l'incrocio a Piadena e arrivare in tempo a Mantova non ci sono molte possibilità, stanti i parametri attuali di prestazione della linea e del materiale rotabile: il modello sceglie dunque di salvare solo la stazione con più domanda potenziale, Ospitaletto Mantovano.

Questa è una situazione in cui il pianificatore si trova davanti ad un dilemma: disattivare effettivamente delle stazioni, con tutte le difficoltà del caso, o mantenerle attive, perdendo dell'utenza? Il modello può venire in aiuto nella valutazione dei diversi scenari.

4.3.4.1 Attivazione forzata delle stazioni

Per prendere una decisione più consapevole può tornare utile comparare la situazione ottima con una diversa in cui siano fissati dei vincoli aggiuntivi: è ad esempio possibile decidere di forzare l'attivazione di tutte le stazioni desiderate ponendole come non disattivabili prima di lanciare una nuova istanza del processo di ottimizzazione.

Vengono proposti pertanto i risultati dell'ottimizzazione con la non disattivabilità delle tre stazioni di Marcaria, S. Michele in Bosco e Castellucchio.

4.3.4.1.1 *Utenti totali*

Il nuovo valore della funzione obiettivo è 35847, inferiore di 11 utenti rispetto al valore ottenuto mediante la disattivazione delle stazioni in questione. Il numero da confrontare non è però questo, bensì quello ottenuto correggendo l'errore di linearizzazione, ovvero valutando staticamente le funzioni esponenziali con il set di valori delle variabili decisionali ottenuti. Il risultato in questo caso è un'utenza attratta pari a 33777 persone, inferiore di 26 unità al valore precedente, che si attestava a 33803. La soluzione è pertanto confermata peggiore della precedente.

4.3.4.1.2 *Altre variazioni rilevanti*

Si nota innanzitutto come il nuovo arrivo a Mantova avvenga oltre il minuto 07, ovvero più di un quarto d'ora dopo. Ciò è dovuto al fatto che vi è stata la necessità di definire un altro punto di incrocio per la linea: dovendo arrivare oltre l'asse del periodo di cadenzamento, i due treni in direzione opposta si sarebbero incontrati poco prima di Mantova. La nuova configurazione degli incroci li vede infatti avvenire alle stazioni di Piadena e Castellucchio. Da notare che per centrare questo secondo incrocio ben tre archi di viaggio intermedi vengono percorsi praticamente alla metà della velocità massima (ovvero al limite inferiore di quella ammissibile), ed è probabilmente questo che determina la decrescita del numero di utenti.

La diminuzione della velocità sugli archi tra Piadena e Mantova determina anche una caduta nel numero di utenti che fruiscono dell'interscambio a Piadena verso Brescia: il loro numero passa infatti da 80 a 50.

Infine si osserva come il nuovo orario di arrivo a Mantova non permetta di costruire interscambi efficienti con le altre linee che vi si attestano, anche se non comprese nel caso di studio in analisi, fattore non di poco conto nell'ottimo di un miglioramento globale del servizio ferroviario. In definitiva dunque vi sono sufficienti elementi per scartare l'ipotesi di mantenere semplicemente attive le stazioni

4.3.4.2 Modifiche alle prestazioni del materiale rotabile

Poiché la disattivazione di un elevato numero di stazioni nella stessa zona potrebbe avere delle conseguenze negative di carattere generale che oscurano il guadagno di utenza ottenibile, si vogliono cercare altre soluzioni. Una di queste potrebbe consistere nell'adozione di veicoli più performanti di quelli precedentemente dichiarati nel modello per lo scenario di base.

Il treno che si è ipotizzato circoli sulla linea presenta una velocità massima di 120 Km/h e un parametro di accelerazione e decelerazione medio di 0.7 m/s^2 (analogo a quello associato ai treni di tutti le altre linee).

È possibile variare questi parametri e lanciare un nuovo processo di ottimizzazione per valutare le conseguenze dei valori scelti. Non è purtroppo possibile determinare automaticamente quale sia la configurazione dei parametri migliore che consenta di mantenere attive le stazioni senza avere gli effetti collaterali sopra descritti, per cui è necessario ripetere gli stessi passaggi più volte fino ad ottenere i risultati desiderati, oppure constatare che non è possibile raggiungere l'obiettivo prefissato ed accontentarsi di una soluzione intermedia.

La tabella seguente riporta alcuni valori associati alle prove eseguite.

Coefficiente medio a,d	0.8	0.9	1.0	<i>m/s²</i>
Velocità treno	120	120	120	<i>Km/h</i>
Utenti lineare	35876	35935	35942	<i>num</i>
Utenti esponenziale	33801	33880	33889	<i>num</i>
Arrivo entro minuto 55	No	Si	Si	#
Stazioni disattivate	3	2	2	#
Tempo soluzione	411	2306	1860	<i>s</i>

Tabella 4-12: Variazione di utenza dovuta alle modifiche delle caratteristiche dei veicoli di una linea

Il primo valore del coefficiente di accelerazione/decelerazione media che consente di disattivare una stazione in meno (ossia Castellucchio, che presenta una domanda nettamente più alta delle altre due), mantenendo inalterata la velocità massima, è 0.9 m/s^2 . Tale condizione non è irraggiungibile, pensando di utilizzare elettrotreni TSR, già in dotazione a Trenord, che presentano come valori massimi proprio 0.9 m/s^2 in accelerazione e 1.1 m/s^2 in decelerazione, oltre ad una velocità massima di 140 Km/h. Questa però è solo una soluzione teorica, sarebbe bene valutare infatti quanto sia opportuno progettare l'orario di una linea a binario singolo con un così scarso margine contro i possibili ritardi: è sufficiente che un treno si discosti di qualche minuto dalla traccia programmata per creare seri problemi alla linea intera, dati i vincoli di incrocio a binario singolo e lo scarso tempo di recupero ai nodi al netto del giro banco; dunque è possibile che l'orario proposto in questa soluzione non superi il

requisito di robustezza (ovvero la resistenza al propagarsi dei ritardi) che è sempre bene prendere in considerazione nella costruzione di un orario ferroviario.

Il valore di 1 m/s^2 porta solamente 9 utenti aggiuntivi rispetto al precedente, e dunque sembra del tutto fuori luogo chiedere delle prestazioni così spinte al materiale rotabile a fronte di un ulteriore aumento di utenza così modesto, considerando anche quanto detto sopra.

Negli scenari successivi si continuerà comunque ad utilizzare il coefficiente originario di 0.7 m/s^2 per mantenere la comparabilità dei risultati.

I tempi di calcolo della soluzione verranno commentati nelle conclusioni.

4.3.5 Scenario II – Collegamenti diretti

Nello scenario di base si è visto come la domanda attratta fosse molto alta soprattutto nelle relazioni verso Milano, con un notevole traffico di interscambio al nodo di Treviglio proveniente da tutte e tre le linee che convergono su tale stazione in direzione Milano. La tabella seguente riepiloga i due trasbordi maggiormente effettuati:

Stazione	Linea 1	Linea 2	Utenti
Treviglio	Milano-Treviglio	Treviglio-Brescia	2572
Treviglio	Milano-Treviglio	Treviglio-Bergamo	427

Tabella 4-13: Domanda di trasbordo maggiore al nodo di Treviglio nello scenario I-A

Appare interessante dunque la possibilità di studiare il comportamento di uno scenario che offra delle relazioni dirette ove prima era necessario effettuare questi trasbordi.

La configurazione fisica delle rete vede la possibilità dell’inserimento di una linea diretta tra Bergamo e Milano che salti il nodo di Treviglio, deviando su una bretella tra la stazione di Treviglio Ovest e il posto di movimento Bivio Adda, per inserirsi poi sulla linea veloce per Milano tramite l’interconnessione denominata “Treviglio Ovest”.

4.3.5.1 Linee

Si opta quindi per l’aggiunta di una nuova linea diretta tra Bergamo e Milano, che colleghi non-stop i due capoluoghi, e il prolungamento della Treviglio-Brescia a Milano, anch’essa con un collegamento non-stop tra Milano e Treviglio. L’analisi dei risultati dello scenario mostrerà se e quanto la soluzione ipotizzata possa essere valida.

Le altre linee vengono mantenute identiche alla configurazione degli scenari precedenti, inclusa la Treviglio-Bergamo, pertanto non vengono inserite nella tabella seguente.

NomeLinea	Stazioni	Progr. Km	Vmax [Km/h]	Utenti potenziali
Milano-Bergamo_VELOCE	Milano TUTTE	0.00	60	6821
	Quadrivio Turro	2.02	95	
	CippoKm7	7.00	145	
	CippoKm9	9.00	160	
	FT-Segrate	9.90	160	
	FT-Pioltello-Limito	12.31	160	
	BivioAdda	29.20	105	
	FT-Treviglio Ovest	32.93	150	
	FT-Arcene	39.14	150	

	FT-Verdello-Dalmine	42.76	150	
	FT-Levate	45.03	150	
	FT-Stezzano	48.81	150	
	Bergamo	53.47	150	4233
Milano-Treviglio-Brescia	Milano TUTTE	0.00	60	13231
	Quadrivio Turro	2.02	95	
	CippoKm7	7.00	145	
	CippoKm9	9.00	160	
	FT-Segrate	9.90	160	
	FT-Pioltello-Limito	12.31	160	
	BivioAdda	29.20	105	
	Treviglio	33.14	150	2047
	Vidalengo	37.14	150	373
	Morengo-Bariano	42.11	150	860
	Romano Di Lombardia	46.05	150	2355
	Calcio	53.01	150	1396
	Chiari	59.77	140	3053
	Rovato	65.82	150	1978
	Ospitaletto	71.65	135	5037
	Brescia	82.84	135	8955

Tabella 4-14: Dati delle linee, scenario II

Le stazioni che presentano nome con il prefisso “FT-“ sono inabiliate al servizio passeggeri e rientrano nel database unicamente per la gestione dei vincoli di distanziamento; nel caso si voglia invece attivarle, è sufficiente togliere il prefisso e modificare il booleano associato al campo “fittizia”, dopodiché occorre aggiornare il database tramite l’apposito bottone.

4.3.5.2 Scelta dei parametri

La scelta dei parametri per l’impostazione del secondo scenario ha seguito i medesimi criteri del primo, in modo da poterli mantenere proficuamente confrontabili. Sono pertanto mantenuti tutti i valori precedenti, ivi incluso il parametro di accelerazione/decelerazione per la linea Cremona-Mantova (0.7 m/s^2); l’unica differenza riguarda la velocità massima dei treni sulla linea aggiuntiva Milano-Bergamo, posta a 140 Km/h (contro i 100-120 delle altre linee).

Il parametro CoeffTvMax, la cui criticità è stata discussa nel paragrafo 4.3.3, è stato posto nuovamente pari a 2.

Relativamente alla possibilità di disattivare le stazioni, si è mantenuta la medesima soglia di 1474 viaggiatori potenziali, che in questo scenario lascia come disattivabili 39 stazioni sulle 63 che non sono sede d’interscambio (oltre a 2 posti di movimento senza servizio passeggeri).

4.3.5.3 Complessità

Rispetto alla complessità descritta nel sottoparagrafo 4.3.2.3, lo scenario II propone una linea aggiuntiva, pertanto il totale delle linee sale a 10, di cui 6 sempre a binario singolo. Questa nuova linea presenta interrelazione con la linea Treviglio-Bergamo e con la Milano-Treviglio-Brescia, delle quali condivide i binari, contribuendo all’aumentare del numero dei vincoli di distanziamento da gestire. Il numero generale delle stazioni rimane invece uguale, mentre le coppie OD ammesse salgono a 3490, poiché risultano collegate a Milano anche le stazioni

delle linee Bergamo-Brescia e Piadena-Brescia, che prima risultavano escluse a causa dell'ipotesi di ammissibilità. In virtù di ciò vengono ora utilizzate 1593 relazioni della matrice OD, portando il numero di utenti potenziali ignorati dal modello a calare da 1632 (vedere in proposito il sottoparagrafo 4.2.2.3.1) fino alla trascurabile cifra di 313, ovvero lo 0.22% della domanda effettivamente assegnata alla nuova rete (142228 viaggi).

La complessità del problema risulta dunque aumentata, anche se in maniera sensibilmente minore rispetto all'aggiunta di una linea completamente nuova, pertanto non si può considerare l'andamento dei tempi di calcolo come rappresentativo di un'istanza con un numero di linee maggiore rispetto a quella precedente.

4.3.5.4 Risultati dell'ottimizzazione

L'immagine seguente riporta la parte del log di AMPL dedicata al report dell'ottimizzazione del nuovo scenario:

```

GUB cover cuts applied: 14
Clique cuts applied: 16
Cover cuts applied: 6
Implied bound cuts applied: 118
Flow cuts applied: 18
Mixed integer rounding cuts applied: 470
Zero-half cuts applied: 4
Lift and project cuts applied: 23
Gomory fractional cuts applied: 16

Root node processing (before b&c):
  Real time = 20.25 sec. (4310.25 ticks)
Parallel b&c, 4 threads:
  Real time = 311.53 sec. (68680.03 ticks)
  Sync time (average) = 45.28 sec.
  Wait time (average) = 0.00 sec.
-----
Total (root+branch&cut) = 331.78 sec. (72990.28 ticks)

Times (seconds):
Input = 0.0468003
Solve = 903.917
Output = 0.124801
#Total 3.60362
CPLEX 12.6.0.0: optimal (non-)integer solution within mipgap or absmipgap; objective 39267.4668
730386 MIP simplex iterations
33339 branch-and-bound nodes
absmipgap = 0.486663, relmipgap = 1.23936e-05
Tried aggregator 2 times
79 integer variables rounded (maxerr = 1.27157e-07).
```

Figura 4-6: Log di ottimizzazione di AMPL per lo scenario II

Si nota subito come il valore della funzione obiettivo sia cresciuto in maniera sostanziale, accompagnato da un aumento del tempo di calcolo.

Di seguito si riportano tutti i nuovi risultati del modello.

4.3.5.4.1 Orari

Gli orari dell'intera rete sono, come negli altri casi, disponibili all'utente del modello nel database; la tabella alla pagina seguente si limita a raccogliere gli orari ai nodi.

NomeLinea	Stazioni	Orario andata	Orario ritorno
Bergamo-Brescia	Bergamo	↓ 35:02	↑ 24:58
	Brescia	↓ 31:33	↑ 28:27
Cremona-Brescia	Cremona	↓ 9:55	↑ 50:05
	Brescia	↓ 55:00	↑ 5:00
Cremona-Mantova	Cremona	↓ 7:28	↑ 52:32
	Mantova	↓ 53:44	↑ 6:16
Cremona-Treviglio	Cremona	↓ 24:17	↑ 35:43
	Treviglio	↓ 35:03	↑ 24:57
Milano-Bergamo_VELOCE	Milano TUTTE	↓ 29:23	↑ 30:37
	Bergamo	↓ 55:00	↑ 5:00
Milano-Codogno-Cremona	Milano TUTTE	↓ 52:34	↑ 7:26
	Cremona	↓ 47:58	↑ 12:02
Milano-Treviglio	Milano TUTTE	↓ 26:30	↑ 33:30
	Treviglio	↓ 60:00	↑ 0:00
Milano-Treviglio-Brescia	Milano TUTTE	↓ 51:42	↑ 8:18
	Brescia	↓ 53:00	↑ 7:00
Piadena-Brescia	Piadena	↓ 44:32	↑ 15:28
	Brescia	↓ 46:04	↑ 13:56
Treviglio-Bergamo	Treviglio	↓ 16:18	↑ 43:42
	Bergamo	↓ 39:51	↑ 20:09

Tabella 4-15: Orari ai capolinea per lo scenario II

Le uniche variazioni rilevanti sono quelle evidenziate, oltre ovviamente agli orari delle linee modificate. Una considerazione sugli orari della linea Bergamo-Brescia sarà espressa nel sottoparagrafo 4.3.5.4.6.

4.3.5.4.2 Utenti totali ed errore di linearizzazione

Il valore della funzione obiettivo è salito da 35858 dello scenario di base al nuovo massimo di 39267, con un'utenza acquisita corretta pari a 37685 (3782 in più), ovvero il 26.5% della domanda generale.

L'errore di linearizzazione si attesta all'1.11% in valore relativo e all'1.49% in quello assoluto, con una sovrastima di 1583 utenti contro i 2055 dello scenario precedente.

4.3.5.4.3 Utenza per stazione e considerazioni sulla loro disattivazione

La prossima tabella riporta l'utenza attratta da ciascuna stazione, sommando nuovamente gli utenti in partenza con quelli eventualmente in arrivo. In aggiunta viene presentata la differenza di utenti rispetto allo scenario I.

Stazione	Utenti potenziali	Utenti effettivi	Percentuale	Diff. effettivi
Milano TUTTE	81916	21216	25.9	3871
Brescia	20584	8803	42.8	369
Bergamo	23035	5844	25.4	1660
Segrate	29595	3730	12.6	-12

Capitolo 4 – Applicazione di esempio

Cremona	10531	3576	34.0	-4
Lodi	4789	2615	54.6	0
Pioltello-Limito	12177	1954	16.0	-1
Ospitaletto	5127	1861	36.3	24
Melzo	7003	1660	23.7	-9
Treviglio	2249	1521	67.6	294
S.Zeno-Folzano	4184	1251	29.9	96
Romano Di Lombardia	2355	1245	52.9	132
Chiari	3053	1181	38.7	73
Vignate	7475	1104	14.8	-1
Stezzano	6058	1041	17.2	30
Rovato	2260	955	42.3	21
Crema	6246	915	14.7	65
Codogno	1272	787	61.9	0
Cassano di Adda	2042	731	35.8	-25
Ghedi	1524	652	42.8	24
Pozzuolo Martesana	2529	621	24.6	4
Seriate	4021	590	14.7	37
Verdello-Dalmine	2305	586	25.4	34
Palazzolo su Oglio	2797	572	20.5	55
Bagnolo Mella	1250	560	44.8	52
Caravaggio	1655	476	28.8	49
Calcio	1396	474	34.0	55
Morengo-Bariano	860	437	50.8	27
Cava Tigozzi	1753	426	24.3	26
Montirone	1748	416	23.8	25
Mantova	2011	415	20.6	35
Manerbio	875	393	44.9	28
Levate	1647	387	23.5	81
Albano S. Alessandro	2013	378	18.8	77
Arcene	1435	363	25.3	91
Treviglio Ovest	844	320	37.9	49
Montello-Gorlago	1594	317	19.9	54
Castelleone	1343	295	22.0	38
Soresina	1073	276	25.8	21
Villetta Malagnino	1412	271	19.2	20
Casalbuttano	1066	267	25.0	18
Casaletto Vaprio	2200	263	12.0	20
Verolanuova	452	247	54.7	41
Gazzo	1096	244	22.2	39
Ponte di Adda	587	206	35.0	11
Bozzolo	579	204	35.3	10
Coccaglio	895	202	22.6	9
Cologne	739	202	27.3	11
Piadena	512	193	37.7	8

Acquanegra Cremonese	567	191	33.6	21
Torre Dei Picenardi	485	169	34.9	11
Vidalengo	373	166	44.5	9
Maleo	328	159	48.4	4
Ospitaletto Mantovano	686	157	22.9	5
Robecco-Pontevico	540	154	28.4	3
Pizzighettone	256	151	58.9	5
Viadana Bresciana	328	150	45.6	6
Chiuduno	504	148	29.4	19
Grumello Del Monte	818	135	16.5	7
Capralba	979	118	12.1	16
Madignano	697	105	15.1	12
Olmeneta	386	102	26.5	21
Asola	288	57	19.7	-5
Remedello Sopra	101	52	51.2	-3
Visano	124	52	41.6	-2
Canneto Su Oglio	170	49	28.8	-2
Calvisano	42	6	14.0	6
Remedello Sotto	6	0	6.7*	0
Marcaria	80	0	0.0	0
Castellucchio	488	0	0.0	0
Trecella	23	0	0.0	0
S. Michele In Bosco	25	0	0.0	0

Tabella 4-16: Utenza attratta da ciascuna stazione per lo scenario II

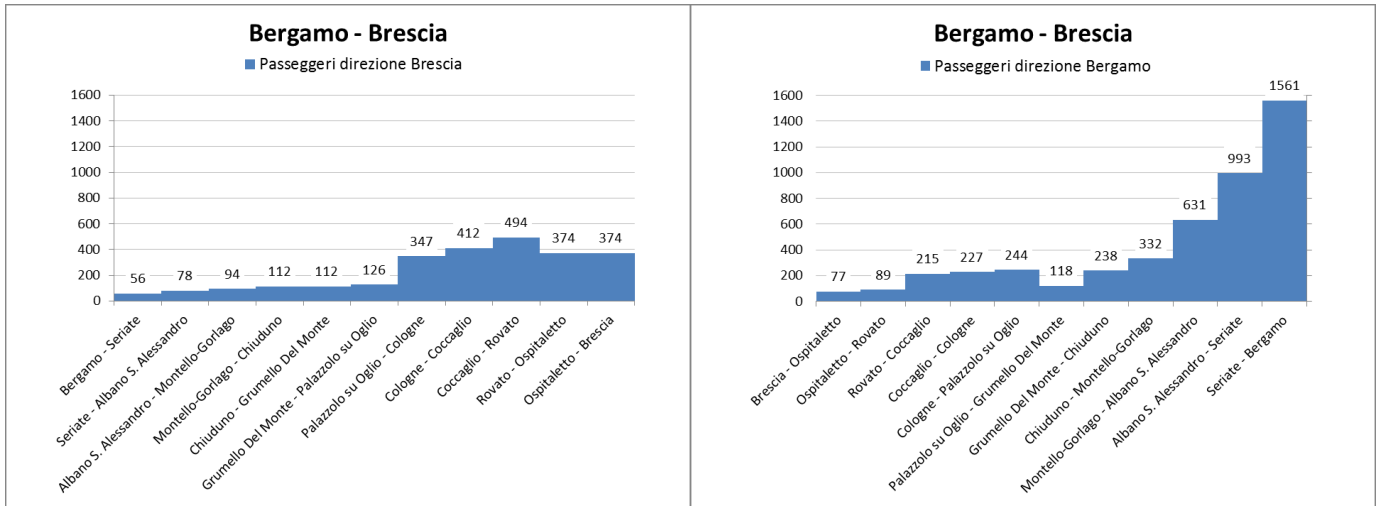
Il dato di Remedello Sotto presentato in tabella con l'asterisco è dovuto alle operazioni di arrotondamento: gli utenti assegnati alla stazione in questione sarebbero 0.4 stando ai risultati del modello, il che è analiticamente sensato in quanto l'utenza attratta deriva da delle stime di tipo probabilistico che restituiscono delle variabili continue, ma non ha ovviamente senso fisico e pertanto in tabella sono presentati numeri arrotondati all'intero. Non sarebbe stato però corretto calcolare la percentuale sull'arrotondamento, in quanto il modello non ha alcun interesse a tenere attiva una stazione ove l'utenza sia effettivamente nulla. Da qui il dato all'apparenza anomalo di una percentuale positiva con utenza inesistente.

La non disattivazione di Remedello Sotto e Calvisano può essere dovuta alle nuove relazioni considerate nel modello, che vedono ora anche queste stazioni in collegamento con Milano via Brescia (anche se per Remedello questo ha poco senso poiché il percorso migliore passerebbe indubbiamente via Piadena, ma questo prevede due interscambi e non è accettato dal modello).

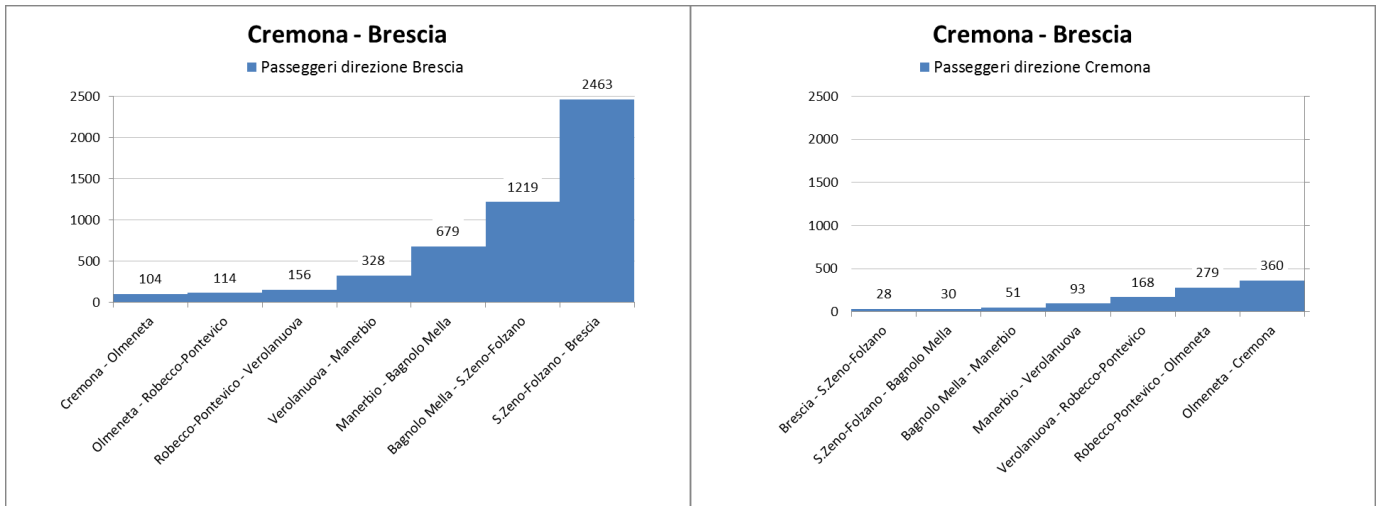
Si osserva che la somma della differenza di utenti è pari esattamente al doppio della nuova utenza attratta, quindi 7764, in quanto ogni utente che viaggia sulla rete utilizza due stazioni, una per salire sul treno e una per scendere.

4.3.5.4.4 Utenti per linea

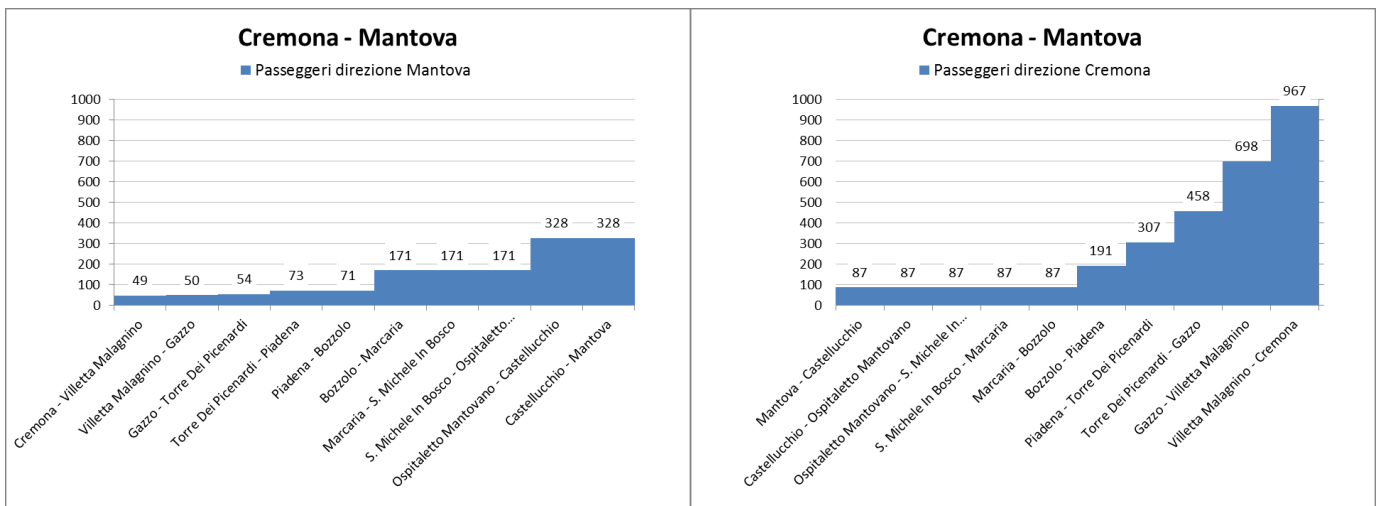
Analogamente a quanto fatto per lo scenario I, si presentano i grafici dell'andamento dell'utenza di ciascuna linea.



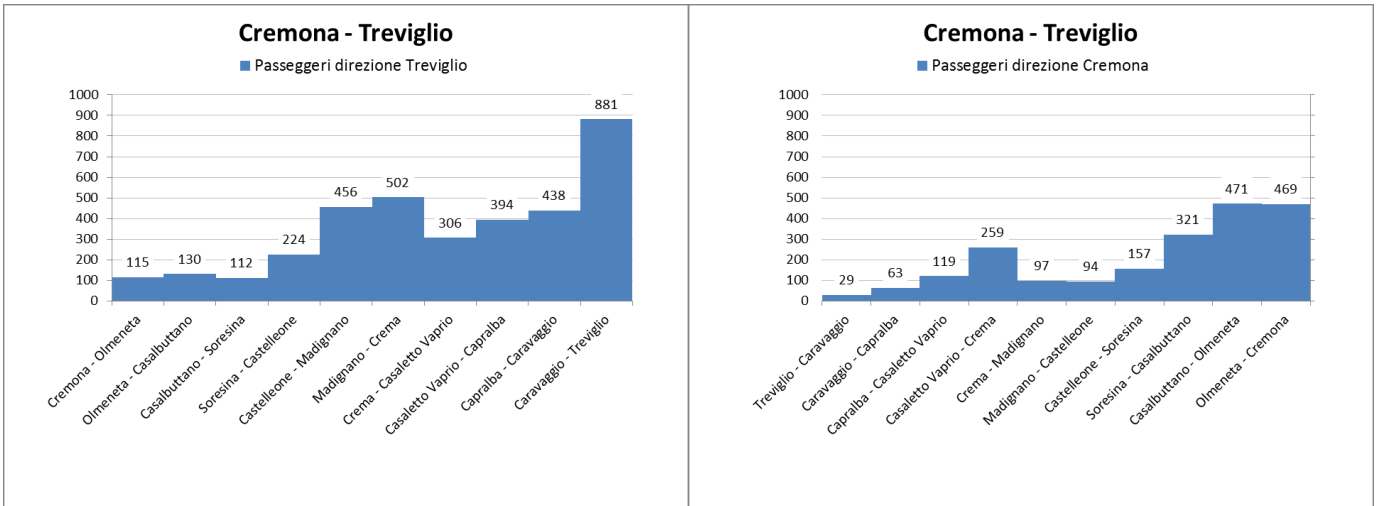
Grafici 4-11: Diagrammi di carico della Bergamo-Brescia per lo scenario II



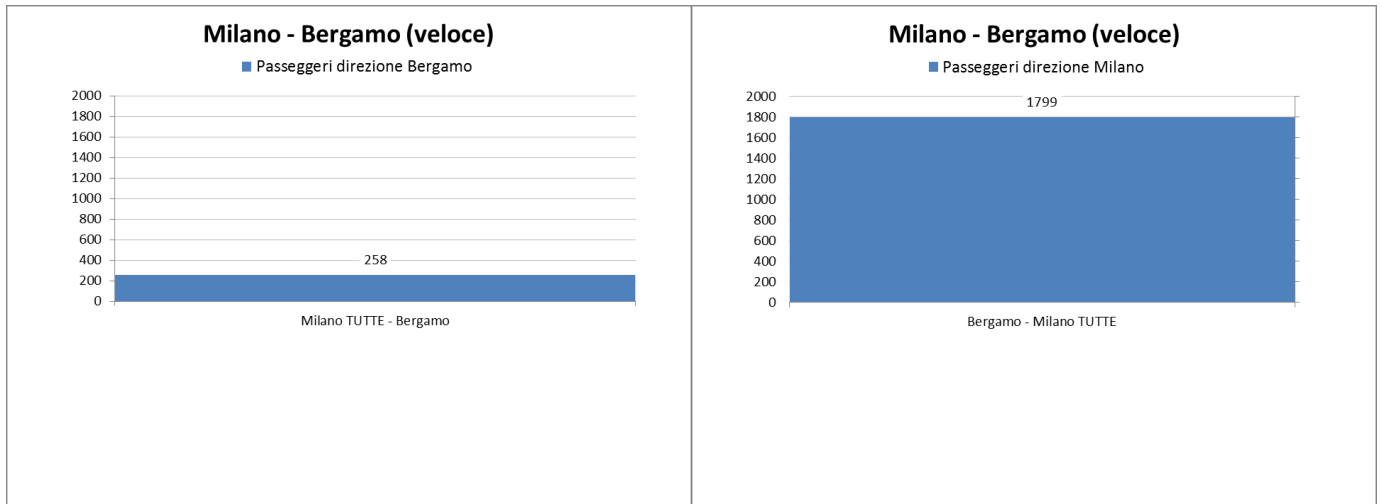
Grafici 4-12: Diagrammi di carico della Cremona-Brescia per lo scenario II



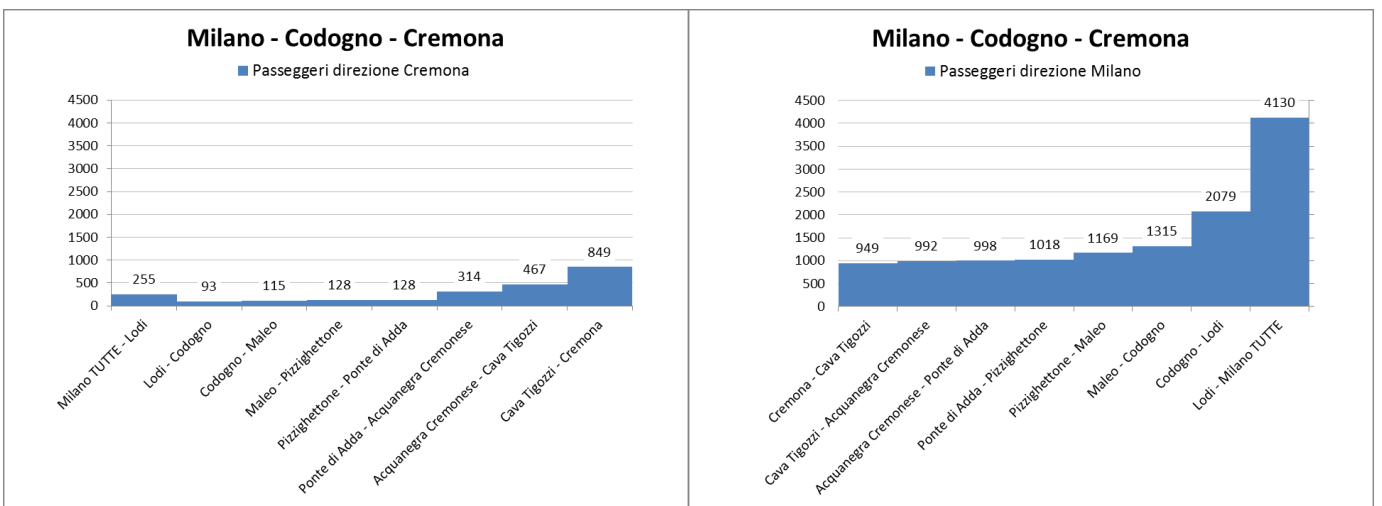
Grafici 4-13: Diagrammi di carico della Cremona-Mantova per lo scenario II



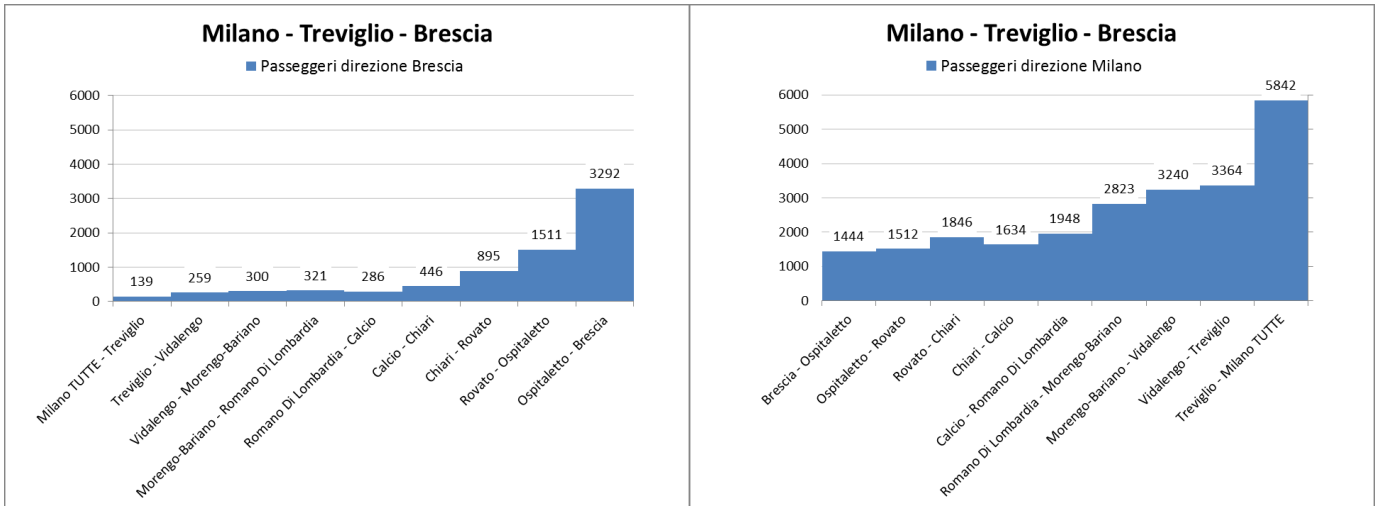
Grafici 4-14: Diagrammi di carico della Cremona-Treviglio per lo scenario II



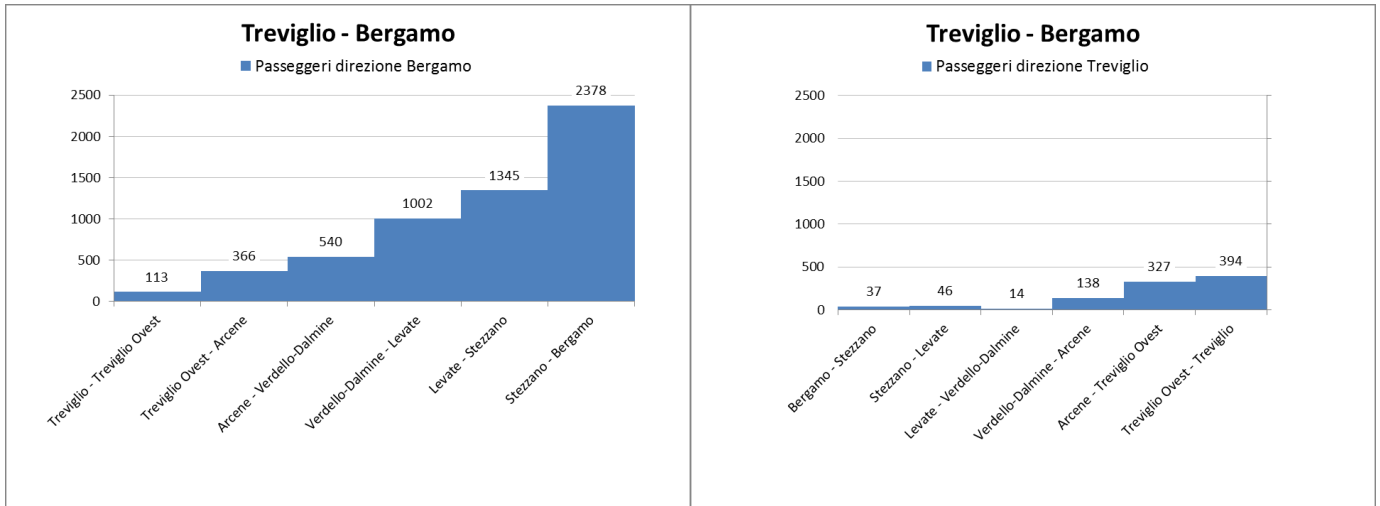
Grafici 4-15: Diagrammi di carico della Milano-Bergamo (veloce) per lo scenario II



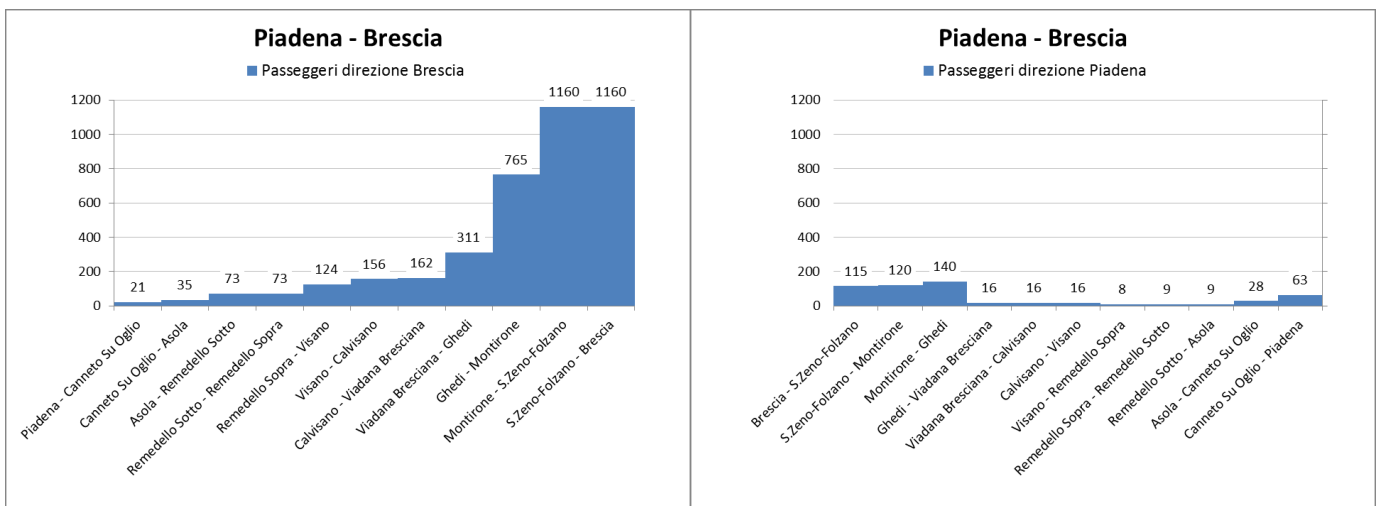
Grafici 4-16: Diagrammi di carico della Milano-Codogno-Cremona per lo scenario II



Grafici 4-17: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio-Brescia per lo scenario II



Grafici 4-18: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo per lo scenario II



Grafici 4-19: Diagrammi di carico della Piadena-Brescia per lo scenario II

Si nota dai nuovi grafici di frequentazione come il valore di picco sulla Milano-Treviglio sia calato in conseguenza del drenaggio degli utenti da parte delle due linee modificate, pur restando ancora molto elevato. La Milano-Bergamo presenta grafico costante in quanto in questo scenario si è ipotizzato un servizio senza fermate intermedie.

4.3.5.4.5 Punti di incrocio e velocità di viaggio sugli archi

Delle 10 linee implementate, 6 sono ancora a binario singolo. La tabella seguente illustra le loro caratteristiche nel nuovo scenario.

Linea	Lunghezza	Percorrenza	Posti d'incrocio	Progr. Km
Bergamo-Brescia	60.96 Km	56:31	Palazzolo su Oglio	21.59
Cremona-Brescia	50.19 Km	45:05	Verolanuova	22.93
Cremona-Mantova	62.23 Km	46:16	Piadena	27.96
Cremona-Treviglio	64.57 Km	70:46	PMKm5	5.42
			Castelleone	33.5
			Caravaggio	59.54
Milano-Codogno-Cremona	77.12 Km	55:24	Pizzighettone	57.51
Piadena-Brescia	51.51 Km	61:32	Asola	11.32
			Ghedi	34.97

Tabella 4-17: Caratteristiche delle linee a binario singolo per lo scenario II

La tabella seguente riporta gli archi di viaggio la cui velocità è stata scelta dal modello con un valore inferiore a quello massimo:

Linea	Estremo 1	Estremo 2	Vmax	Velocità	Percentuale
Cremona-Treviglio	Crema	Casaleto Vaprio	100	92.4	92.4
Treviglio-Bergamo	Arcene	Verdello-Dalmine	120	80.0	66.7
Milano-Codogno-Cremona	Pizzighettone	Ponte di Adda	105	70.0	66.7
Milano-Treviglio	Melzo	Pozzuolo Martesana	120	80.0	66.7
Treviglio-Bergamo	Verdello-Dalmine	Levate	120	80.0	66.7
Bergamo-Brescia	Chiuduno	Grumello Del Monte	110	73.3	66.7
Cremona-Mantova	S. Michele In Bosco	Ospitaletto Mantovano	120	80.0	66.7
	Pozzuolo Martesana	Trecella	120	80.0	66.7
Parma_Piadena-Brescia	Calvisano	Viadana Bresciana	100	66.7	66.7
Milano-Treviglio	Cassano di Adda	CippoKm29	120	80.0	66.7
Milano-Treviglio	CippoKm9	Segrate	120	80.0	66.7
Milano-Treviglio	Segrate	Pioltello-Limito	120	80.0	66.7
Bergamo-Brescia	Grumello Del Monte	Palazzolo su Oglio	110	73.3	66.7
	Maleo	Pizzighettone	105	70.0	66.7
Cremona-Brescia	Verolanuova	Manerbio	100	64.2	64.2
Parma_Piadena-Brescia	Asola	Remedello Sotto	100	61.7	61.7
Cremona-Treviglio	Capralba	Caravaggio	100	59.0	59.0

Cremona-Treviglio	Casaletto Vaprio	Capralba	100	55.7	55.7
Cremona-Treviglio	Soresina	Castelleone	100	50.9	50.9
Parma_Piadena-Brescia	Canneto Su Oglio	Asola	100	50.0	50.0
Parma_Piadena-Brescia	Remedello Sotto	Remedello Sopra	100	50.0	50.0

Tabella 4-18: Archi di viaggio percorsi a velocità maggiormente ridotta per lo scenario II

Dalla tabella si può notare come il numero degli archi percorsi a velocità ridotta sia aumentato, in particolare quelli della Piadena-Brescia, che presenta ancora i due archi percorsi al limite inferiore della velocità, oltre ad alcuni altri necessari per centrare gli incroci e gli interscambi ai nodi nonostante la riattivazione delle stazioni di Remedello Sotto e Calvisano.

4.3.5.4.6 Interscambi

Per quanto riguarda gli interscambi, la tabella seguente riassume l'utenza che effettua trasbordo ai nodi:

Stazione1	Linea 1	Linea 2	Utenti
Treviglio	Cremona-Treviglio	Milano-Treviglio-Brescia	855
Treviglio	Milano-Treviglio-Brescia	Treviglio-Bergamo	430
Rovato	Bergamo-Brescia	Milano-Treviglio-Brescia	181
Cremona	Cremona-Mantova	Milano-Codogno-Cremona	115
Piadena	Cremona-Mantova	Parma_Piadena-Brescia	74
Bergamo	Bergamo-Brescia	Milano-Bergamo_VELOCE	72
Treviglio	Milano-Treviglio	Milano-Treviglio-Brescia	66
Brescia	Cremona-Brescia	Milano-Treviglio-Brescia	52
Bergamo	Milano-Bergamo_VELOCE	Treviglio-Bergamo	49
Treviglio	Milano-Treviglio	Treviglio-Bergamo	39
Treviglio	Cremona-Treviglio	Milano-Treviglio	24
Brescia	Milano-Treviglio-Brescia	Parma_Piadena-Brescia	23
Cremona	Cremona-Brescia	Milano-Codogno-Cremona	19
Treviglio	Cremona-Treviglio	Treviglio-Bergamo	19
Cremona	Cremona-Mantova	Cremona-Treviglio	5
Cremona	Cremona-Brescia	Cremona-Mantova	3
Olmeneta	Cremona-Brescia	Cremona-Treviglio	3
S.Zeno-Folzano	Cremona-Brescia	Parma_Piadena-Brescia	2
Bergamo	Bergamo-Brescia	Treviglio-Bergamo	1
Brescia	Bergamo-Brescia	Cremona-Brescia	1
Cremona	Cremona-Treviglio	Milano-Codogno-Cremona	1
Brescia	Bergamo-Brescia	Parma_Piadena-Brescia	0

Tabella 4-19: Nodi di interscambio e relativa utenza per lo scenario I

Sorprendete è la performance dell'interscambio a Rovato: ottimizzato dal modello per essere efficace nelle direzioni Treviglio-Rovato-Bergamo e viceversa (dato che tutte le altre direzioni non hanno bisogno di interscambio in quanto appartengono già ad una medesima linea), con soli 7 minuti di coincidenza consente di attrarre un numero di passeggeri piuttosto elevato. Scendendo nel dettaglio, la tabella alla pagina seguente riporta le coppie OD che usufruiscono di questo interscambio ottimizzato corredate della relativa utenza acquisita.

Origine	Destinazione	Utenti
Palazzolo su Oglio	Chiari	54
Coccaglio	Milano TUTTE	35
Chiari	Palazzolo su Oglio	29
Coccaglio	Chiari	20
Calcio	Palazzolo su Oglio	12
Chiari	Bergamo	8
Chiari	Coccaglio	3
Chiari	Cologne	2
Chiuduno	Chiari	2
Romano Di Lombardia	Palazzolo su Oglio	2
Albano S. Alessandro	Chiari	1
Bergamo	Chiari	1
Calcio	Coccaglio	1
Calcio	Cologne	1
Chiuduno	Romano Di Lombardia	1
Coccaglio	Romano Di Lombardia	1
Grumello Del Monte	Chiari	1
Montello-Gorlago	Chiari	1
Palazzolo su Oglio	Romano Di Lombardia	1
Romano Di Lombardia	Cologne	1
Seriate	Chiari	1
Treviglio	Coccaglio	1
Albano S. Alessandro	Romano Di Lombardia	0
Chiari	Chiuduno	0
Grumello Del Monte	Romano Di Lombardia	0
Montello-Gorlago	Romano Di Lombardia	0
Morengo-Bariano	Chiuduno	0
Morengo-Bariano	Coccaglio	0
Morengo-Bariano	Palazzolo su Oglio	0
Romano Di Lombardia	Coccaglio	0
Seriate	Romano Di Lombardia	0
Vidalengo	Palazzolo su Oglio	0

Tabella 4-20: Coppie OD istradate attraverso l'interscambio di rovato

Alla luce del successo dell'interscambio a Rovato risultano più chiari gli orari della linea Bergamo-Brescia. Di primo acchito ci si sarebbe infatti aspettato un orario che favorisse l'interscambio a Bergamo; il modello ha invece individuato una soluzione ottima che massimizza l'utenza generale migliorando invece la configurazione dell'interscambio di Rovato.

4.3.6 Scenario II-Bis – Fermate aggiuntive sui servizi veloci

I servizi veloci aggiuntivi ipotizzati presentano relazioni dirette (in tutto o in parte) senza fermate intermedie. Può essere interessante studiare l'andamento della soluzione ottima degli orari al variare di queste condizioni, ovvero aggiungendo fermate lungo il percorso.

Il modello non è di per sé predisposto per valutare in maniera efficace la disattivazione di stazioni che possano essere assegnate a più linee in competizione per la medesima utenza, in quanto prende in ingresso una assegnazione rigida dei percorsi, e l'utenza delle stazioni disattivate viene persa senza che possa essere riassegnata ad un'altra linea. Di conseguenza non è conveniente gestire l'ottimizzazione lasciando al modello la decisione di far saltare o meno le stazioni alla linea veloce. Il modello è stato d'altronde sviluppato secondo l'ipotesi di omogeneità di categoria dei treni, e l'inserimento di linee sovrapposte con velocità differente è supportato solo in parte.

Per studiare il comportamento della funzione obiettivo in presenza di nuove fermate sulle linee veloci è quindi necessario procedere per addizione manuale delle fermate anziché per sottrazione automatica.

4.3.6.1 Configurazione linee e parametri

Si propone di seguito la soluzione di un'istanza in cui sono state abilitate la fermata Verdello-Dalmine sulla Milano-Bergamo e Pioltello-Limito sia su quella che sulla Milano-Treviglio-Brescia. Ad esclusione di ciò, la configurazione della rete è rimasta invariata, analogamente a quella dei parametri.

4.3.6.2 Risultati dell'ottimizzazione

L'immagine seguente riporta l'estratto del log di AMPL dedicata al report dell'ottimizzazione del nuovo scenario:

```
GUB cover cuts applied: 20
Clique cuts applied: 22
Cover cuts applied: 17
Implied bound cuts applied: 143
Flow cuts applied: 41
Mixed integer rounding cuts applied: 610
Zero-half cuts applied: 6
Lift and project cuts applied: 24
Gomory fractional cuts applied: 22

Root node processing (before b&c):
  Real time = 16.08 sec. (4056.67 ticks)
Parallel b&c, 4 threads:
  Real time = 1460.95 sec. (351265.09 ticks)
  Sync time (average) = 96.75 sec.
  Wait time (average) = 0.01 sec.

Total (root+branch&cut) = 1477.03 sec. (355321.76 ticks)

Times (seconds):
Input = 0.0312002
Solve = 4767.52
Output = 0.140401
#Total 2.60522
CPLEX 12.6.0.0: optimal (non-)integer solution within mipgap or absmipgap; objective 39442.81135
4077661 MIP simplex iterations
235068 branch-and-bound nodes
absmipgap = 0.497849, relmipgap = 1.2622e-05
Tried aggregator 2 times
55 integer variables rounded (maxerr = 1.12839e-08).
```

Tabella 4-21: Log di ottimizzazione di AMPL per lo scenario II-Bis

Si nota immediatamente come il tempo di calcolo di quest'istanza sia superiore alla precedente: essa ricade quindi in un "caso sfortunato" in cui il solutore deve compiere molto lavoro per garantire l'ottimalità della soluzione.

4.3.6.2.1 Utenti totali

Il valore della funzione obiettivo è salito ulteriormente raggiungendo quota 39444, segnando un aumento di 177 passeggeri. Come negli altri casi è però più indicativo confrontare il dato della domanda acquisita secondo le equazioni Logit non linearizzate, che si attesta sui 37777 utenti, registrando anch'essa un aumento, precisamente di 92 utenti.

4.3.6.2.2 Utenti per stazione

L'utenza per stazione vede la situazione riportata nella tabella seguente, ove sono anche indicate le differenze rispetto allo scenario non modificato:

Stazione	Utenti potenziali	(Diff.)	Utenti effettivi	(Diff.)	Percentuale
Acquanegra Cremonese	567	0	191	0	33.6
Albano S. Alessandro	2013	0	375	-3	18.7
Arcene	963	-472	121	-242	12.6
Asola	288	0	57	0	19.7
Bagnolo Mella	1250	0	559	-1	44.7
Bergamo	23036	1	5639	-205	24.5
Bozzolo	579	0	204	0	35.3
Brescia	20584	0	8779	-24	42.7
Calcio	1396	0	463	-11	33.2
Calvisano	42	0	6	0	13.7
Canneto Su Oglio	170	0	49	0	28.8
Capralba	979	0	110	-8	11.3
Caravaggio	1630	-25	428	-47	26.3
Casalbuttano	1066	0	266	-1	25.0
Casale Vaprio	2200	0	247	-16	11.2
Cassano di Adda	2042	0	732	1	35.8
Castelleone	1343	0	290	-5	21.6
Castellucchio	488	0	0	0	0.0
Cava Tigozzi	1753	0	426	0	24.3
Chiari	3053	0	1172	-10	38.4
Chiuduno	505	1	148	0	29.3
Coccaglio	895	0	197	-5	22.1
Codogno	1272	0	787	0	61.9
Cologne	739	0	204	2	27.6
Crema	6246	0	881	-34	14.1
Cremona	10531	0	3583	7	34.0
Gazzo	1096	0	244	0	22.3
Ghedì	1524	0	651	-1	42.7
Grumello Del Monte	818	0	134	-1	16.3
Levate	1231	-416	194	-194	15.7
Lodi	4789	0	2615	0	54.6
Madignano	697	0	103	-3	14.7
Maleo	328	0	159	0	48.4
Manerbio	875	0	391	-2	44.7
Mantova	2011	0	415	0	20.6
Marcaria	80	0	0	0	0.0
Melzo	7006	3	1664	4	23.8
Milano TUTTE	81891	-25	21179	-38	25.9
Montello-Gorlago	1594	0	313	-4	19.7
Montirone	1748	0	415	-1	23.8

Morengo-Bariano	861	1	423	-14	49.2
Olmeneta	386	0	102	0	26.5
Ospitaletto	5127	0	1858	-3	36.2
Ospitaletto Mantovano	686	0	157	0	22.9
Palazzolo su Oglio	2797	0	566	-6	20.2
Piadena	512	0	193	0	37.7
Pioltello-Limito	15413	3236	2967	1013	19.3
Pizzighettone	256	0	151	0	58.9
Ponte di Adda	587	0	206	0	35.0
Pozzuolo Martesana	2541	12	622	1	24.5
Remedello Sopra	101	0	52	0	51.2
Remedello Sotto	6	0	0	0	6.7
Robecco-Pontevico	540	0	155	2	28.7
Romano Di Lombardia	2355	0	1239	-6	52.6
Rovato	2260	0	950	-5	42.0
S. Michele In Bosco	25	0	0	0	0.0
S.Zeno-Folzano	4184	0	1248	-3	29.8
Segrate	29633	38	3725	-5	12.6
Seriate	4021	0	580	-10	14.4
Soresina	1073	0	272	-4	25.4
Stezzano	5628	-430	1018	-23	18.1
Torre Dei Picenardi	485	0	169	0	34.9
Trecella	7	-16	0	0	0.0
Treviglio	2145	-104	1423	-98	66.4
Treviglio Ovest	844	0	314	-6	37.2
Verdello-Dalmine	3691	1386	1171	585	31.7
Verolanuova	452	0	251	4	55.5
Viadana Bresciana	328	0	149	0	45.5
Vidalengo	432	59	170	4	39.3
Vignate	4228	-3247	707	-397	16.7
Villetta Malagnino	1412	0	271	0	19.2
Visano	124	0	51	0	41.4

Tabella 4-22: Utenza attratta da ciascuna stazione per lo scenario II-Bis

Si possono osservare alcuni effetti interessanti dell'associazione delle due fermate di Pioltello-Limito e Verdello-Dalmine anche alle linee veloci.

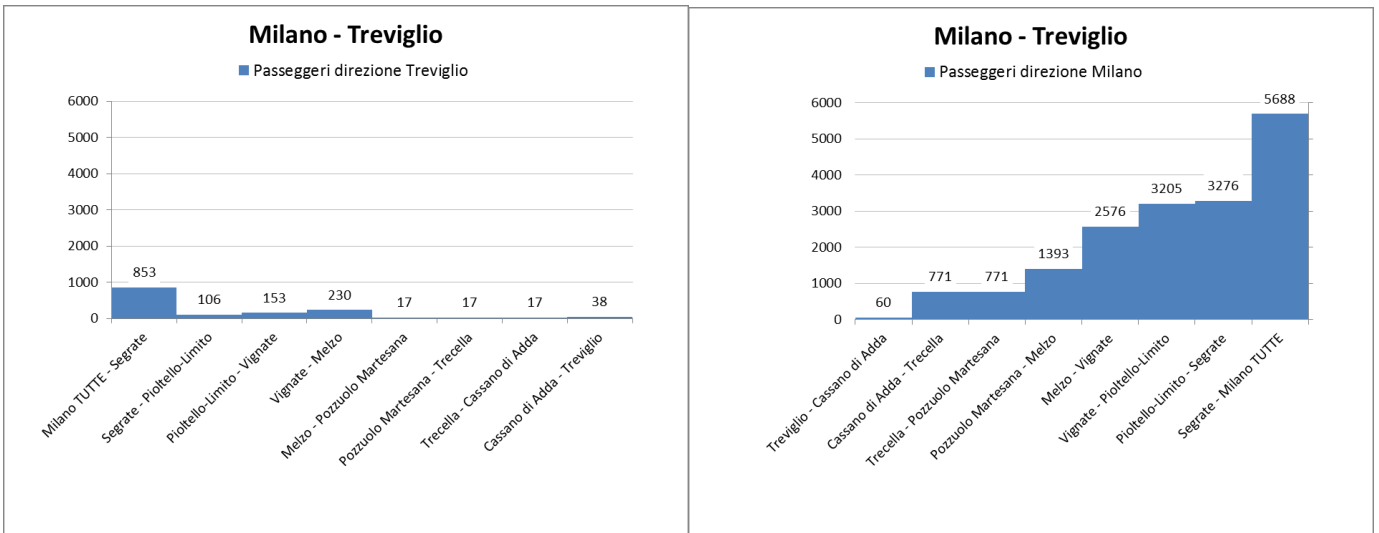
Innanzitutto si nota un notevole incremento della loro utenza potenziale (oltre che ovviamente dell'utenza effettivamente attratta). Poiché la somma dell'utenza potenziale su tutte le stazioni è il doppio della domanda generale associata alle relazioni sulla rete, e questa non può essere cambiata in quanto non si sono aggiunte nuove relazioni (come nel passaggio dallo scenario I allo scenario II), ne consegue che l'aumento dell'utenza potenziale associata ad alcune stazioni va a discapito di altre. Ciò accade poiché le due stazioni in questione drenano utenti dalle stazioni limitrofe, ovvero un certo numero (sostanzioso) delle coppie OD per le quali si ravvisava una certa utilità nell'associazione con le stazioni limitrofe, ora trovano una maggiore utilità nell'associazione con le stazioni situate sulle linee dirette. Si pensi ad esempio a quei comuni, e nell'area di Pioltello-Limito sono numerosi, che presentano centroidi ad una certa

distanza sia da una stazione sulla linea “lenta” che da una stazione che è fermata anche per quella “veloce”: poiché la differenza di distanza non è molta, tutte le relazioni per le quali è valido l’utilizzo della linea “veloce” (almeno per un certo tratto iniziale fino ad un interscambio) saranno dirottate sulla stazione che glielo consente, anche se un po’ più distante. La modifica dei parametri per il calcolo del tempo di ingresso nella rete può incidere su queste situazioni.

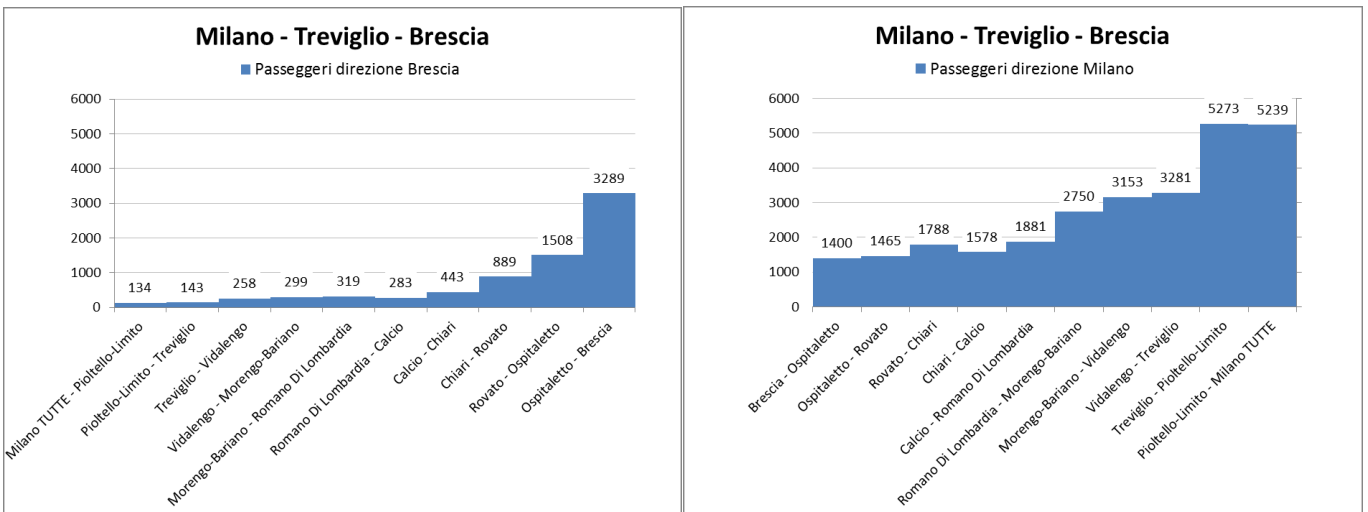
In secondo luogo è evidente l’effetto collaterale dell’attivazione delle nuove stazioni: cala la domanda effettivamente attratta dalle stazioni che sono parte delle relazioni di transito rispetto alle stazioni attivate. L’effetto maggiore si fa sentire sia sulle stazioni in relazione diretta con Milano, come Bergamo, che perde 205 utenti (cui non ha fatto piacere l’introduzione di una perdita di tempo nel tragitto), ma è rilevabile anche sulle stazioni che utilizzano le relazioni con interscambio, come ad esempio Cremona, che perde 34 utenti.

4.3.6.2.3 Utenti per linea

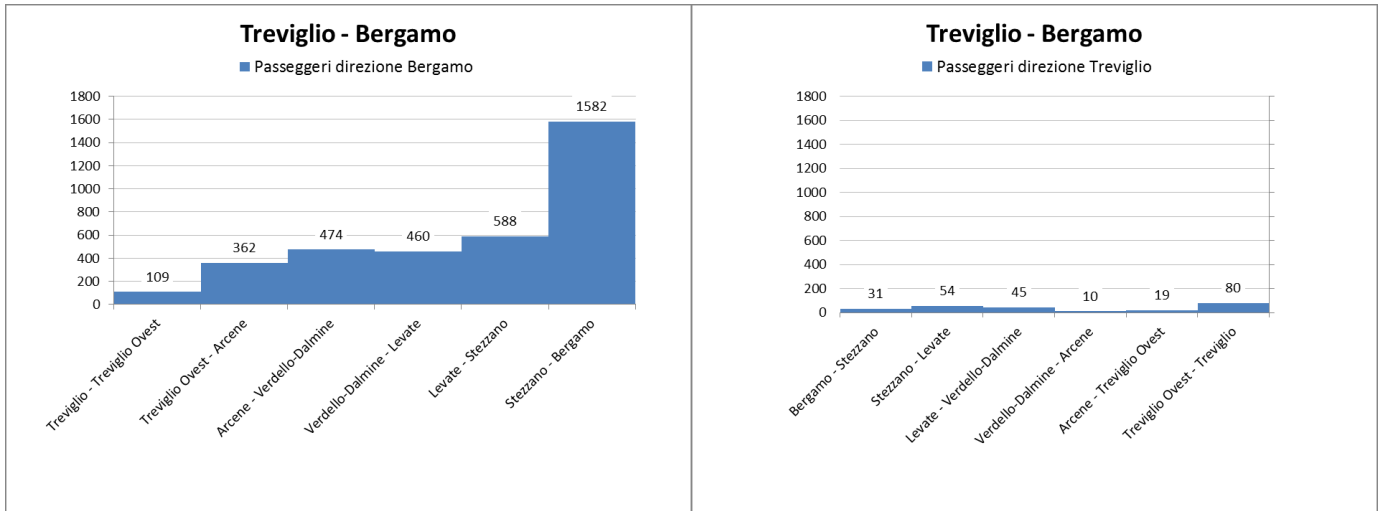
Le variazioni maggiori si hanno ovviamente sulle due linee in questione, nonché sulla Milano-Treviglio e sulla Treviglio-Bergamo, dunque si riportano i diagrammi di carico di queste quattro linee.



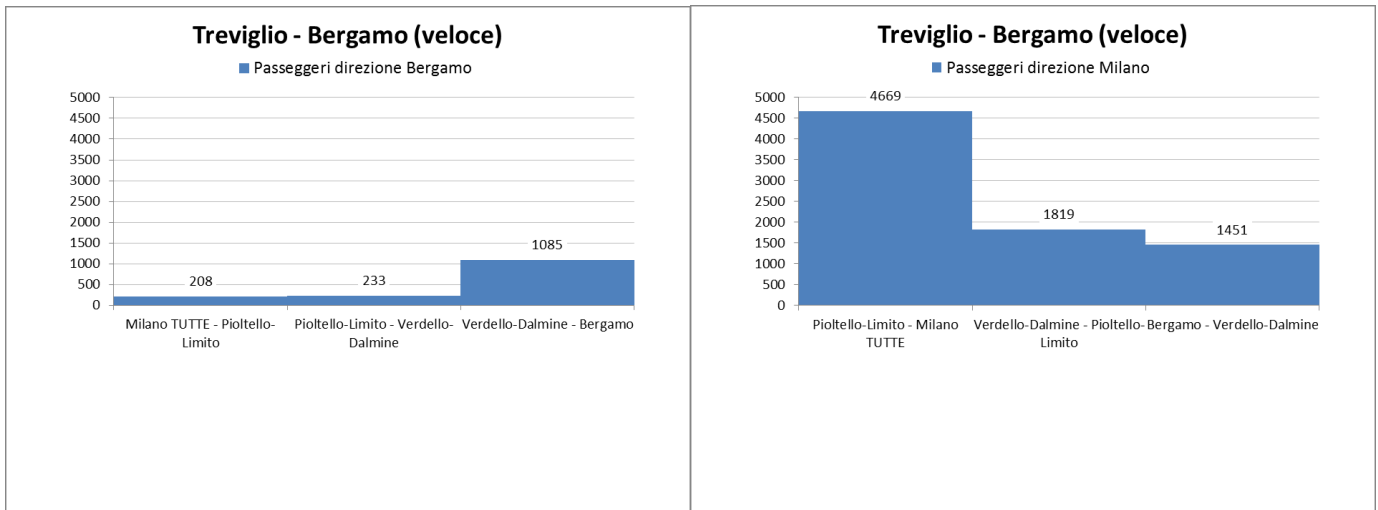
Grafici 4-20: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio per lo scenario II-Bis



Grafici 4-21: Diagrammi di carico della Milano-Treviglio-Brescia per lo scenario II-Bis



Grafici 4-22: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo per lo scenario II-Bis



Grafici 4-23: Diagrammi di carico della Treviglio-Bergamo (veloce) per lo scenario II-Bis

4.3.6.3 Considerazioni

L'aggiunta di fermate intermedie sui servizi rapidi deve essere ponderata con attenzione. La valutazione della sua opportunità non è uno dei punti di forza del modello, poiché l'associazione della medesima stazione a linee con caratteristiche diverse richiede particolare cura, e sarebbero probabilmente da rivedere le dinamiche di attribuzione degli utenti alle stazioni in fase di assegnazione dei percorsi. Inoltre occorre seguire una procedura iterativa manuale nel caso si voglia trovare il numero massimo di stazioni da assegnare alle linee veloci per massimizzare l'utenza: nello scenario II-Bis si sarebbe potuto per esempio aggiungere un'altra fermata alla Milano-Treviglio, senza però la garanzia che il numero totale di utenti attratti raggiungesse l'ottimo.

Il modello è tuttavia in grado di dare un'indicazione di massima anche nello studio degli effetti della sovrapposizione di servizi con caratteristiche differenti, seppure non sia stato specificamente progettato per assolvere anche a questo compito.

5 Conclusioni

5.1 Conclusioni

5.1.1 Raggiungimento degli obiettivi

5.1.1.1 Obiettivi generali

In questo lavoro di Tesi si è trattato lo sviluppo di un modello per il supporto alla progettazione dell'orario cadenzato di una rete ferroviaria di tipo regionale, con l'obiettivo di automatizzare il procedimento di ricerca della soluzione ottima, definendo questa come la particolare soluzione che massimizza l'utenza attratta dal modo di trasporto ferroviario a discapito degli altri modi concorrenti (tipicamente l'auto privata).

Lo sviluppo di un modello di ottimizzazione di un problema decisionale complesso come quello in esame è un lavoro laborioso, che non è possibile ripetere per ogni diversa applicazione reale da ottimizzare. Per questo motivo un principio cardine della sua costruzione è stato garantirne la validità generale, in modo da permettere al pianificatore che vorrà utilizzarlo come supporto la possibilità di gestirne l'implementazione con i propri dati di input in maniera semplice, con al massimo limitate modifiche ai parametri del codice. Il modello creato risponde quindi al requisito di versatilità permettendo la specificazione di qualsiasi tipo di rete che sia compatibile con le ipotesi iniziali.

L'impostazione di base del modello, ovvero la scelta delle variabili e delle equazioni fondamentali, consente inoltre successivi sviluppi, sia nella direzione di una maggiore raffinazione dei vincoli già implementati sia in quella della rimozione di ipotesi restrittive tramite la definizione di nuove funzioni e vincoli, permettendo di allargare ulteriormente lo spazio d'azione del modello stesso.

5.1.1.2 Ottimalità della soluzione

Per consentire la risolubilità analitica del modello si è dovuto derogare alla garanzia del raggiungimento della soluzione ottima, accontentandosi di una soluzione “molto buona”, della quale non è però possibile conoscere con precisione lo scostamento dalla soluzione che massimizzi effettivamente l'utenza; si è in grado al più di elaborare una stima di massima sulla qualità dello scostamento, di cui si è discusso nel sottoparagrafo 4.3.2.4.3.

Il paragrafo 4.3.3 affronta invece in maniera specifica le considerazioni sul mancato raggiungimento dell'ottimo globale, si rimanda pertanto alla sua lettura per ulteriori dettagli.

Infine, il tentativo eseguito di raffinare la linearizzazione delle equazioni che regolano il sottomodello di ripartizione modale, tramite linearizzazione a tratti, non ha dato frutti, complicando enormemente il problema per il risolutore, tanto da impedire il raggiungimento di una qualsiasi soluzione in oltre 8 ore di calcolo. Cordone e Redaelli hanno seguito un approccio simile in (Cordone, Redaelli 2011), raggiungendo risultati molto migliori, ma in combinazione con tecniche di bounding del problema approfondite che qui non sono state prese in considerazione.

5.1.2 Tempo di calcolo

Della complessità delle istanze si è dato più volte conto nel corso dell'esposizione. I tempi di calcolo sono stati tuttavia generalmente contenuti, anche se molto variabili. Tutte le istanze consegnate al risolutore sono state comunque risolte in forma chiusa, con il raggiungimento

dell'ottimo (lineare), pertanto non vi sono stati gap residui di ottimalità; i tempi di calcolo hanno oscillato, per gli scenari realistici, fra i tre e i quaranta minuti, assegnando il lavoro ad una macchina con processore AMD A8-4500M APU a 1.90 GHz.

L'oscillazione dei tempi di calcolo non è stata correlabile in maniera diretta ad alcuna configurazione dei lavori assegnati al risolutore per gli scenari realistici. È evidente come il minor numero di stazioni disattivabili o il minor numero di linee a binario singolo porti generalmente ad una diminuzione dei tempi di calcolo (cosa che pare ragionevole diminuendo il numero di variabili intere da elaborare); non è però strettamente detto che ciò si realizzi, in quanto è possibile capitare in casi più vicini al "caso peggiore", in cui le tecniche utilizzate dal risolutore faticano non tanto a trovare delle soluzioni, quanto a garantire l'ottimalità dell'ultima soluzione trovata, rimanendo con un numero molto elevato di nodi dell'albero di branching da valutare senza che si riesca a trovare una nuova soluzione intera.

Nello sviluppo del lavoro non sono state prese in considerazione tecniche di bounding studiate ad-hoc per il problema in esame, come è invece stato fatto da Cordone e Redaelli in (Cordone, Redaelli 2011). I tempi di calcolo da loro ottenuti non sembrano però essere migliori di quelli del presente lavoro, considerando che nel loro modello non è contemplata la possibilità di disattivare le stazioni intermedie (né automaticamente né manualmente) e che nei casi di studio hanno considerato fissi i tempi sugli archi di viaggio, eliminando di fatto delle variabili dal problema.

In definitiva sarebbero sicuramente utili degli studi mirati a stabilire la reale efficacia della "Line Periodicity Formulation" qui proposta (combinata con l'adozione di un grafo non orientato) nel contenimento dei tempi di calcolo; in ogni caso tale formulazione del ciclo di base sembra essere promettente.

5.1.3 Limiti del modello

Si è già discusso della difficoltà di stabilire se l'orario ferroviario calcolato raggiunge effettivamente la condizione di ottimo della funzione obiettivo ed altrimenti quanto se ne discosti; non è questo però l'unico limite del modello.

Le ipotesi generali impongono infatti alcune restrizioni o accorgimenti da tenere nell'utilizzo, di seguito riepilogati.

- L'ipotesi di ammissibilità delle coppie OD potrebbe portare in alcuni casi a sottostimare il bacino d'utenza della rete ferroviaria.
- La necessità di predeterminare i capolinea delle linee potrebbe portare a dover effettuare un certo numero di prove inserendo nel database diverse configurazioni della rete prima di raggiungere una soluzione che soddisfi le aspettative del pianificatore (non è infatti possibile lasciare la scelta automatica dei capolinea migliori al modello).
- L'assegnazione rigida dei percorsi non permette di redistribuire gli utenti su diversi servizi qualora dovessero diventare più appetibili in fase di ottimizzazione.
- Non è possibile, a meno di ulteriori sviluppi del codice, gestire operazioni di precedenza fra linee sovrapposte.

Un problema da non sottovalutare è la necessità di una adeguata calibrazione del modello Logit: l'utilizzo con parametri non appropriati può infatti inficiare l'utilizzabilità del risultato finale. Occorre quindi che il pianificatore valuti con attenzione le caratteristiche del problema cui si sta riferendo come fonte per i parametri in questione, evitando di utilizzarli ove le caratteristiche fisiche della rete e socioeconomiche del territorio siano troppo difforni da quelle della propria istanza, preferendo invece impostare una nuova calibrazione del modello.

Per quanto riguarda gli scenari del caso di studio presentato, occorre osservare come non sia opportuno l'utilizzo dei loro risultati: l'ottimizzazione è stata infatti eseguita con dei dati in ingresso di scarsa qualità, che comprendevano una matrice origine-destinazione vecchia di oltre vent'anni e una rete autobus fittizia dalle caratteristiche ipotizzate con un procedimento inferenziale i cui risultati, pur realistici, sono sicuramente lontani dalla realtà effettiva.

Infine permangono ancora alcuni problemi noti nel codice e nelle routine di gestione del database allo stato di sviluppo in cui si trova al momento della pubblicazione del lavoro:

- In specifiche condizioni la routine VBA di assegnazione potrebbe dare un risultato non corretto nel calcolo dell'utilità delle stazioni candidate come origine percorso. Ciò può avvenire ove nel raggio di raggiungibilità dai centroidi comunali vi siano più stazioni, di cui almeno una con diverse linee passanti miste lente/veloci. La stazione con più linee in alcuni casi potrebbe essere vista come più attrattiva a discapito di una invece più vicina, anche non in relazione all'effettiva assegnazione alla linea veloce. L'errore riscontrato è a livello di elaborazione del database, la sua entità è molto limitata e non influisce in alcun modo sulla validità del modello, al più influenza in maniera comunque trascurabile il risultato numerico.
- Nel database sono utilizzati parametri per il calcolo del tempo di ingresso e uscita dalla rete probabilmente troppo elevati (20 Km/h e 5 Km/h rispettivamente), e sono indipendenti dalla distanza reale. Un'assegnazione più fine potrebbe prendere in considerazione una funzione di calcolo dei tempi di ingresso modulata su diverse fasce di distanza, e soprattutto calcolata su percorsi reali anziché distanze in linea d'aria. Alle conseguenze dei valori scelti di cui sopra è probabilmente imputabile la sovrastima generale del numero di utenti del trasporto ferroviario (rispetto al bacino di utenza considerato). Ciò comunque non cambia in alcun modo il funzionamento del modello di ottimizzazione, in quanto si tratta di procedure che vengono svolte a livello di database prima di lanciare l'ottimizzazione. L'utente del modello può comunque correggere i valori segnalati semplicemente cambiando dei parametri nel database, oppure può decidere di riscrivere la query di calcolo dei tempi di ingresso / egresso nel modo che ritiene più opportuno, senza influenzare il resto del programma.
- Affinché i vincoli di incrocio fra linee differenti a binario singolo, sovrapposte sul medesimo binario singolo, funzionino correttamente, è necessario che le linee interessate siano inserite nel database con progressiva nella medesima direzione (almeno lungo la parte di infrastruttura fisica in condivisione).
- Sono necessarie ancora alcune piccole modifiche manuali al codice per garantire la compatibilità con particolari situazione specifiche delle reti reali. Nel codice pubblicato in appendice si possono riconoscere dall'utilizzo del colore blu le istruzioni che hanno richiesto modifica manuale (solo per il file .mod). Tali dettagli sono comunque automatizzabili sviluppando ulteriormente il codice e il database.

5.1.4 Efficacia ed utilità

Si ritiene che il modello creato possa costituire un valido supporto alla pianificazione del servizio ferroviario, poiché fornisce la possibilità di migliorare la progettazione degli orari tramite l'adozione di routine automatizzate per la ricerca della soluzione migliore disponibile, stanti le condizioni della rete e le caratteristiche della domanda.

Le operazioni che il modello svolge in larga parte non sarebbero eseguibili manualmente: un pianificatore esperto è sicuramente in grado di costruire un buon orario ferroviario, ma difficilmente potrà avere a disposizione molti dati quantitativi per comparare diverse soluzioni da lui ritenute possibili. Il modello, oltre a fornire una soluzione se non ottima almeno "molto buona" in tempi brevi, restituisce una serie di indicatori utili a valutare rapidamente la

soluzione ottenuta, come quali sono gli interscambi più utilizzati, l'opportunità o meno di disattivare una stazione o eventualmente la disponibilità di margine nella traccia per inserirne una nuova, e così via.

Il quadro che emerge dai dati quantitativi che il modello offre può inoltre suggerire al pianificatore una nuova strategia da seguire per aumentare ancora l'utenza attratta dal modo ferroviario, che sia l'introduzione di un collegamento diretto o delle modifiche alle performance del materiale rotabile o della rete.

Nella tabella e nel grafico seguente si riporta un riassunto delle caratteristiche peculiari degli scenari studiati, con l'aggiunta di tre scenari extra (basati sulla configurazione del II-Bis): TutteAttive, in cui è inibita la disattivazione delle stazioni; BinariDoppi, in cui tutte le linee sono ipotizzate a binario singolo; e TA+BD, che combina queste due caratteristiche.

Scenario	1	1-Bis(2)	2	2-Bis	TutteAttive	BinariDoppi	TA+BD
Linee	9	9	10	10	10	10	10
Utenti (lineare)	35858	35935	39267	39444	39388	40139	40066
Utenti (esponenziale)	33803	33880	37585	37777	37697	38812	38723
Stazioni disattivate	6	5	4	4	0	2	0
Tempo di calcolo [s]	171	2306	332	1477	197	23	8

Tabella 5-1: Tabella sinottica dei risultati degli scenari

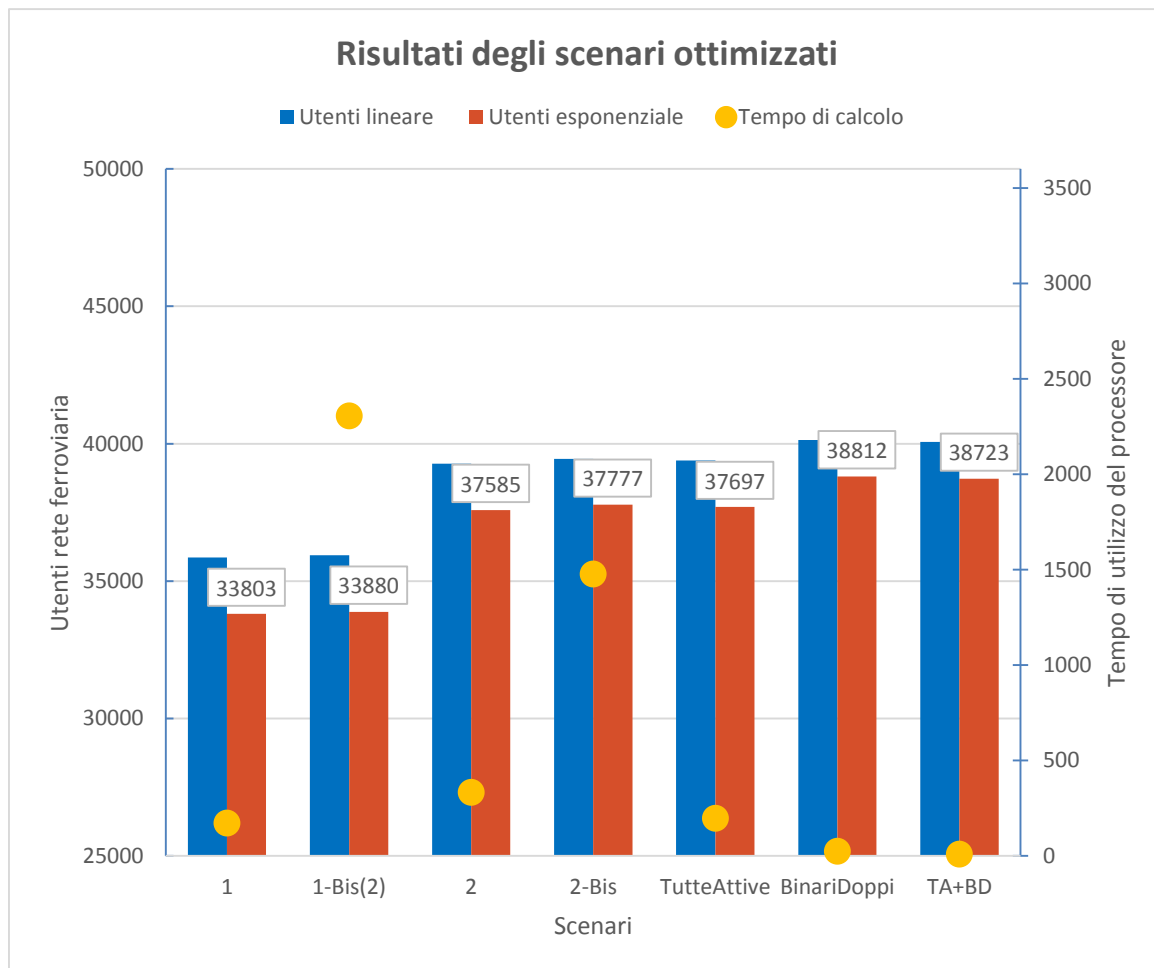


Grafico 5-1: Sinossi dei risultati degli scenari ottimizzati

Dai risultati alla pagina precedente si nota come il modello risponda bene al compito di ottimizzare la rete in presenza delle linee a binario singolo, proponendo una configurazione di orari che presenta una perdita di poco più di un migliaio di utenti, a fronte del risparmio del raddoppio dei binari delle 6 linee a binario singolo.

Per quanto riguarda la disattivazione delle stazioni, si nota come il guadagno complessivo sia di soli 80 utenti, ovvero lo 0.2% di quelli effettivamente attratti inibendo questa possibilità. Potrebbe venire quindi da pensare che non sia una caratteristica particolarmente interessante del modello. Occorre però osservare che localmente sulle singole linee la possibilità di disattivare delle stazioni può portare dati utili nella comparazione delle diverse soluzioni d'orario: la discussione del caso della Cremona-Mantova nel paragrafo 4.3.4 esemplifica questa affermazione.

Infine si osserva come gli scenari di test semplificati portino una drastica riduzione dei tempi di calcolo (il confronto da fare è con lo scenario II-Bis, che presenta medesime condizioni iniziali), dimostrando come l'introduzione della disattivazione delle stazioni e soprattutto i vincoli derivanti dalle condizioni di binario singolo rendano più complesso il problema non solo per lo sviluppatore del codice ma anche in maniera sostanziale per il risolutore.

5.2 Ulteriori sviluppi

Il presente lavoro di Tesi presenta probabilmente degli aspetti di interesse per eventuali approfondimenti futuri, rispetto ai quali si suggeriscono alcune possibilità:

- Elaborazione di algoritmi di ottimizzazione specifici per migliorare la precisione e/o la velocità nel raggiungimento della soluzione ottima, con un'analisi approfondita di quale possa essere l'effettivo contributo della formulazione LPF qui proposta comparata alla CPF classica.
- Sviluppo ulteriore del modello per allargare il suo campo d'azione, giungendo possibilmente ad includere pienamente reti in cui siano presenti linee con caratteristiche diverse.
- Raffinazione dei metodi di definizione del bacino di utenza della rete e attribuzione della domanda alle stazioni.
- Introduzione di meccanismi di feedback fra i risultati dell'ottimizzazione e alcuni input stabiliti arbitrariamente a priori. Fra questi si possono annoverare ad esempio il percorso sulla rete (ove siano possibili più percorsi compatibili con le ipotesi iniziali, quello scelto potrebbe non corrispondere con quello migliore post-ottimizzazione), oppure il parametro di affollamento relativo al Logit. Grazie al tempo di calcolo generalmente contenuto, è possibile ipotizzare l'adozione di qualche ciclo di ripetizione dell'ottimizzazione con feedback sulle condizioni iniziali ad ogni turno. Ovviamente occorrerebbe valutare fino a che dimensione delle istanze questo possa essere ragionevole.
- Introduzione nel modello di ragionamenti di tipo economico, con relativa modifica della funzione obiettivo per massimizzare l'utenza contestualmente alla minimizzazione dei costi operativi. Poiché all'aumentare dei viaggiatori aumentano anche i ricavi, potrebbe essere interessante un modello che valuti anche la convenienza degli investimenti in migliorie all'infrastruttura, al materiale rotabile o all'organizzazione della circolazione.

Si ricorda infine come la qualità dei dati in ingresso relativi ai modi di trasporto in competizione con il treno sia piuttosto critica per ottenere dei risultati che abbia effettivamente senso utilizzare poi nella pratica: non è da sottovalutare quindi un'attenta analisi dei modi di trasporto alternativi nell'area di studio individuata dalla propria rete.

6 Appendice

6.1 A – File .mod

Il codice contenuto nel file di modello viene riportato integralmente in questo sottocapitolo. I titoli dei paragrafi che lo compongono sono realizzati con le righe di commento inserite nel programma per distinguere i vari blocchi di istruzioni.

6.1.1 #Insiemi principali

```
set Stazione dimen 2;
set PuntiNotevoli dimen 2;
set Incroci dimen 2;
set Linee;
set ArchiDistanziamento dimen 8;
```

6.1.2 #Parametri principali modello rete

```
param Capolinea {Stazione} integer;
param Disattivabile {Stazione union Incroci} binary;
param Attiva {Stazione} integer;
param BinarioSingolo {Linee};
```

6.1.3 #Insiemi derivati

```
set Archi_Viaggio dimen 4;
set Archi_Interscambio within {(s1, l1) in Stazione, (s2, l2) in Stazione: s1 = s2
and l1 <> 2};
set Archi_Sosta within {(s1, l1) in (Stazione union PuntiNotevoli), (s2, l2) in
(Stazione union PuntiNotevoli): s1 = s2 and l1 = l2};
set Archi = (Archi_Viaggio union Archi_Interscambio) union Archi_Sosta;
set ODAmmesse dimen 6;
set ODFerroArchi dimen 6;
set Staz_Capolinea = {(s1, l1) in Stazione: Capolinea[s1, l1] <> 0};
set Staz_Fermate_Fisse = {(s1, l1) in Stazione: Disattivabile[s1, l1] = 0 and
Capolinea[s1, l1] = 0 and Attiva[s1, l1] <> 0};
```

```

set Staz_Fermate_Disattivate_Priori = {(s1, l1) in Stazione: Attiva[s1, l1] = 0};

set Staz_Fermate_Disattivabili = {(s1, l1) in (Stazione union Incroci):
  Disattivabile[s1, l1] <> 0};

set LineeBinarioSingolo = {l1 in Linee: BinarioSingolo[l1] <> 0};

```

6.1.4 #Altri parametri componenti il modello della rete

```

param ProgrStazione {Stazione union PuntiNotevoli};

param ProgrStaz_Capolinea {Staz_Capolinea};

param Tv_min {Archi_Viaggio} >0;

param Vmax {Archi_Viaggio} >0;

param Lungh {Archi_Viaggio} >0;

param MediaAD {Archi_Viaggio} >0;

param VmaxMedia {Archi_Sosta} >0;

param TsBase {Archi_Sosta} >0;

param TsMax {Archi_Sosta};

```

6.1.5 #Parametri di modellizzazione del servizio

```

param P default 3600;

param kMax {Linee};

param APmax default (P - 1);

param DomandaGeneraleOD {ODAmmesse};

param TcoincMin default 300;

param TcoincMax default (P - 1);

param DistMin default 240;

param DistOrarioCapo default 120;

param CoeffTvMax default 2;

param SemiGiroBanco default 300;

```

6.1.6 #Parametri del modello logit

```

param CorseAutobus {ODAmmesse};

```

```
param CostoAutobus {ODAmesse};
param TempoAutobus {ODAmesse};
param TInOutAutobus default 600;
param AffollamentoAutobus default 1;
param CostoAuto {ODAmesse};
param TempoAuto {ODAmesse};
param CorseTreno {ODAmesse};
param CostoTreno {ODAmesse};
param TInOutTreno {ODAmesse};
param AffollamentoTreno default 2;
param bCorseAutobus default -0.0476602;
param bCostoAutobus default -0.987591*0.51644569;
param bTInOutAutobus default -0.0729303/60;
param bAffollamentoAutobus default -0.145776;
param bTempoAutobus default -0.0633131/60;
param bCostoAuto default -0.987591*0.51644569;
param bTempoAuto default -0.0633131/60;
param bCorseTreno default -0.0476602;
param bCostoTreno default -0.987591*0.51644569;
param bTInOutTreno default -0.0729303/60;
param bAffollamentoTreno default -0.145776;
param bTempoTreno default -0.0633131/60;
```

6.1.7 #Parametri calcolati

```
param Vmin {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio} = Vmax[s1, l1, s2,
l2]*(1/CoeffTvMax);
param Tv_max {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio} = (Lungh[s1, l1, s2, l2]/Vmin[s1,
l1, s2, l2])*3600;
param TsInf {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta} = (((sum {(s3, l3, s4, l4) in
Archi_Viaggio: ((s3 = s1 and l3 = l1) or (s4 = s2 and l4 = l2))} Vmin[s3, l3,
s4, l4]/MediaAD[s3, l3, s4, l4])/2)/3.6))*2 + TsBase[s1, l1, s2, l2];
```

6.1.8 #Variabili fondamentali

```

var Tv {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio};

var OrarioCapo {(s1, l1) in Staz_Capolinea} >= if (s1 = "Treviglio" and l1 =
  "Milano-Treviglio") then 0 else SemiGiroBanco, <= if (s1 = "Piadena" and l1 =
  "Parma_Piadena-Brescia") then 3600 else APmax;

var Gamma {Staz_Fermate_Disattivabili} binary, := 0;

var Ts {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta};

```

6.1.9 #Variabili di servizio

```

var GammaOD {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} binary;

var k {Linee} integer >= 1;

var C1 {Archi_Interscambio} integer >= 1;

var C2 {Archi_Interscambio} integer >= 1;

var C3 {Archi_Interscambio} integer >= 1;

var C4 {Archi_Interscambio} integer >= 1;

```

6.1.10 #Variabili derivate

```

var Vv {Archi_Viaggio};

var PerditempoLV {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio} = (Vv[s1, l1, s2,
  l2]/MediaAD[s1, l1, s2, l2])/3.6;

var Ti1 {Archi_Interscambio} >= 0;

var Ti2 {Archi_Interscambio} >= 0;

var Ti3 {Archi_Interscambio} >= 0;

var Ti4 {Archi_Interscambio} >= 0;

var TempoOD {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} = (sum {(OF1, DF1, s1,
  l1, s2, l2) in ODFerroArchi: OF1 = OrF and DF1 = DeF} (if (s1, l1, s2, l2) in
  Archi_Viaggio then Tv[s1, l1, s2, l2] else 0 + if (s1, l1, s2, l2) in
  Archi_Interscambio then (if l1 = LiO then (if ProgrStazione[OrF, LiO] <
  ProgrStazione[s1, l1] then (if ProgrStazione[DeF, LiD] > ProgrStazione[s2, l2]
  then Ti1[s1, l1, s2, l2] else Ti2[s1, l1, s2, l2]) else (if ProgrStazione[DeF,
  LiD] > ProgrStazione[s2, l2] then Ti4[s1, l1, s2, l2] else Ti3[s1, l1, s2,
  l2])) else (if ProgrStazione[OrF, LiO] < ProgrStazione[s2, l2] then (if
  ProgrStazione[DeF, LiD] > ProgrStazione[s1, l1] then Ti3[s1, l1, s2, l2] else
  Ti2[s1, l1, s2, l2]) else (if ProgrStazione[DeF, LiD] > ProgrStazione[s1, l1]
  then Ti4[s1, l1, s2, l2] else Ti1[s1, l1, s2, l2]))) else 0 + if (s1, l1, s2,
  l2) in Archi_Sosta then Ts[s1, l1, s2, l2] else 0)) + (if (OrF, LiO) not in
  Staz_Capolinea then Ts[OrF, LiO, OrF, LiO]/2 else 0) + (if (DeF, LiD) not in
  Staz_Capolinea then Ts[DeF, LiD, DeF, LiD]/2 else 0);

```

```

var DomandaTrenoOD {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} >= 0;

var TempoLinea {l0 in Linee} = sum {(s1, l1, s2, l2) in Archi: l1 = l0 and l2 = l0} (if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio then Tv[s1, l1, s2, l2] else 0 + if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta then Ts[s1, l1, s2, l2] else 0) + sum {(s2, l2) in Staz_Capolinea: l2 = l0} OrarioCapo[s2, l2];

var TempoPrima {(s1, l1) in (Stazione union PuntiNotevoli)} = sum {(s2, l2) in Staz_Capolinea: l2 = l1 and ProgrStazione[s2, l2] = min({(s3, l3) in (Stazione union PuntiNotevoli): l3 = l1} ProgrStazione[s3, l3])} OrarioCapo[s2, l2] + sum {(s3, l3, s4, l4) in Archi: l3 = l1 and l4 = l1 and (if (s3, l3) in Staz_Capolinea then ProgrStaz_Capolinea[s3, l3] else ProgrStazione[s3, l3]) < if (s1, l1) in Staz_Capolinea then ProgrStaz_Capolinea[s1, l1] else ProgrStazione[s1, l1]} (if (s3, l3, s4, l4) in Archi_Viaggio then Tv[s3, l3, s4, l4] else 0 + if (s3, l3, s4, l4) in Archi_Sosta then Ts[s3, l3, s4, l4] else 0);

var TempoDopo {(s1, l1) in (Stazione union PuntiNotevoli)} = sum {(s2, l2) in Staz_Capolinea: l2 = l1 and ProgrStazione[s2, l2] = max({(s3, l3) in (Stazione union PuntiNotevoli): l3 = l1} ProgrStazione[s3, l3])} OrarioCapo[s2, l2] + sum {(s3, l3, s4, l4) in Archi: l3 = l1 and l4 = l1 and (if (s4, l4) in Staz_Capolinea then ProgrStaz_Capolinea[s4, l4] else ProgrStazione[s4, l4]) > if (s1, l1) in Staz_Capolinea then ProgrStaz_Capolinea[s1, l1] else ProgrStazione[s1, l1]} (if (s3, l3, s4, l4) in Archi_Viaggio then Tv[s3, l3, s4, l4] else 0 + if (s3, l3, s4, l4) in Archi_Sosta then Ts[s3, l3, s4, l4] else 0);

```

6.1.11 #Parametri per la costruzione del logit lineare

```

param TODMin {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} = sum {(OF1, DF1, s1, l1, s2, l2) in ODFerroArchi: OF1 = OrF and DF1 = DeF} (if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio then Tv_min[s1, l1, s2, l2] else 0 + if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio then TcoincMin else 0 + if ((s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta and (s1, l1) in Staz_Fermate_Fisse) then TsInf[s1, l1, s2, l2] else 0 + if (((s1 = OF1) or (s1 = DF1)) and (s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio) then (Vmax[s1, l1, s2, l2]/3.6)/0.7 else 0 + if (((s2 = OF1) or (s2 = DF1)) and (s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio) then (Vmax[s1, l1, s2, l2]/3.6)/0.7 else 0);

param TODMax {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} = (sum {(OF1, DF1, s1, l1, s2, l2) in ODFerroArchi: OF1 = OrF and DF1 = DeF} (if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio then Tv_max[s1, l1, s2, l2] else 0 + if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio then TcoincMax else 0 + if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta then TsMax[s1, l1, s2, l2] else 0)) + if (OrF, Li0, OrF, Li0) in Archi_Sosta then TsMax[OrF, Li0, OrF, Li0]/2 else 0 + if (DeF, LiD, DeF, LiD) in Archi_Sosta then TsMax[DeF, LiD, DeF, LiD]/2 else 0);

param LambdaInf {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} = exp (bCorseTreno * CorseTreno[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] + bTInOutTreno * TInOutTreno[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] + bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno * TODMax[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD])/(exp (bCorseAutobus * CorseAutobus[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] + bCostoAutobus * CostoAutobus[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] + bTInOutAutobus * TInOutAutobus + bTempoAutobus * TempoAutobus[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] + bAffollamentoAutobus * AffollamentoAutobus) + exp (bCostoAuto * CostoAuto[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] + bTempoAuto * TempoAuto[Com0, ComD,

```



```
OrF, LiO, DeF, LiD]) + exp (bCorseTreno * CorseTreno[ComO, ComD, OrF, LiO,
DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bTInOutTreno * TInOutTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno * TODMax[ComO, ComD, OrF,
LiO, DeF, LiD]));
```

```
param LambdaSup {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} = exp (bCorseTreno
* CorseTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[ComO,
ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTInOutTreno * TInOutTreno[ComO, ComD, OrF, LiO,
DeF, LiD] + bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno *
TODMin[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD])/(exp (bCorseAutobus *
CorseAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bCostoAutobus *
CostoAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTInOutAutobus * TInOutAutobus
+ bTempoAutobus * TempoAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bAffollamentoAutobus * AffollamentoAutobus) + exp (bCostoAuto *
CostoAuto[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTempoAuto * TempoAuto[ComO, ComD,
OrF, LiO, DeF, LiD]) + exp (bCorseTreno * CorseTreno[ComO, ComD, OrF, LiO,
DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bTInOutTreno * TInOutTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno * TODMin[ComO, ComD, OrF,
LiO, DeF, LiD]));
```

6.1.12 #Formula del logit lineare:

```
var Lambda {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} = ((LambdaInf[ComO,
ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] - LambdaSup[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF,
LiD])/(TODMax[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] - TODMin[ComO, ComD, OrF, LiO,
DeF, LiD]))*TempoOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + (LambdaSup[ComO, ComD,
OrF, LiO, DeF, LiD] - ((LambdaInf[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] -
LambdaSup[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD])/(TODMax[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF,
LiD] - TODMin[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]))*TODMin[ComO, ComD, OrF, LiO,
DeF, LiD]);
```

6.1.13 #parametri per la costruzione del logit piecewise

```
param TODMed {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} = (TODMin[ComO, ComD,
OrF, LiO, DeF, LiD] + TODMax[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD])/2;
```

```
param LambdaMed {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} = exp (bCorseTreno
* CorseTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[ComO,
ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTInOutTreno * TInOutTreno[ComO, ComD, OrF, LiO,
DeF, LiD] + bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno *
TODMed[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD])/(exp (bCorseAutobus *
CorseAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bCostoAutobus *
CostoAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTInOutAutobus * TInOutAutobus
+ bTempoAutobus * TempoAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bAffollamentoAutobus * AffollamentoAutobus) + exp (bCostoAuto *
CostoAuto[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTempoAuto * TempoAuto[ComO, ComD,
OrF, LiO, DeF, LiD]) + exp (bCorseTreno * CorseTreno[ComO, ComD, OrF, LiO,
DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bTInOutTreno * TInOutTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno * TODMed[ComO, ComD, OrF,
LiO, DeF, LiD]));
```

```
param Slope1 {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} = (LambdaMed[ComO,
ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] - LambdaSup[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF,
```

```
LiD))/(TODMed[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] - TODMin[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD]);
```

```
param Slope2 {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} = (LambdaInf[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] - LambdaMed[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD])/(TODMax[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] - TODMed[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD]);
```

```
param Q {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} = LambdaMed[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] - Slope2[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD]*TODMed[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD];
```

```
param Zero {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} = (0 - Q[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD])/Slope2[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD];
```

```
/*
```

6.1.14 #Formula del logit piecewise (non utilizzata):

```
var Lambda {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse} >= 0;
```

```
subject to LambdaPiecewise {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}:
    Lambda[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] = <<TODMed[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD]; Slope1[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD], Slope2[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD]>> (TempoOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD], Zero[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD]);
```

```
*/
```

6.1.15 #Funzione obiettivo

```
maximize TotaleDomandaTreno: sum {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}
    DomandaTrenoOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD];
```

6.1.16 #Blocco di variabili e vincoli per la gestione degli incroci nelle linee a binario singolo

```
var C {(s1, l1) in Incroci: l1 in LineeBinarioSingolo} >= 0, integer;
```

```
var B {(s1, l1) in Incroci: l1 in LineeBinarioSingolo} binary;
```

```
subject to IncrocioDisattivato {(s1, l1) in Incroci, (s2, l2) in
    Staz_Fermate_Disattivabili: s1 = s2 and l1 = l2 and l1 in
    LineeBinarioSingolo}: B[s1, l1] <= Gamma[s2, l2];
```

```
var BinPart1 {LineeBinarioSingolo} binary;
```

```
var BinPart2 {LineeBinarioSingolo} binary;
```

```
var BinDef {LineeBinarioSingolo} binary;
```

```
subject to ValBin1A {(s1, l1) in (Staz_Capolinea): l1 in LineeBinarioSingolo and
    ProgrStaz_Capolinea[s1, l1] = 0}: BinPart1[l1] >= (OrarioCapo[s1, l1] -
    P/2)/P;
```

```

subject to ValBin1B {(s1, l1) in (Staz_Capolinea): l1 in LineeBinarioSingolo and
  ProgrStaz_Capolinea[s1, l1] = 0}: BinPart1[l1] <= 1 + (OrarioCapo[s1, l1] -
  P/2)/P;

subject to ValBin2A {(s1, l1) in (Staz_Capolinea): l1 in LineeBinarioSingolo and
  ProgrStaz_Capolinea[s1, l1] <> 0}: BinPart2[l1] >= (OrarioCapo[s1, l1] -
  P/2)/P;

subject to ValBin2B {(s1, l1) in (Staz_Capolinea): l1 in LineeBinarioSingolo and
  ProgrStaz_Capolinea[s1, l1] <> 0}: BinPart2[l1] <= 1 + (OrarioCapo[s1, l1] -
  P/2)/P;

subject to ValBinDef1 {l1 in LineeBinarioSingolo}: BinDef[l1] >= BinPart1[l1];

subject to ValBinDef2 {l1 in LineeBinarioSingolo}: BinDef[l1] >= BinPart2[l1];

subject to ValBinDef3 {l1 in LineeBinarioSingolo}: BinDef[l1] <= BinPart1[l1] +
  BinPart2[l1];

subject to VincoloTotaleIncroci {l1 in LineeBinarioSingolo: l1 != "Milano-Codogno-
  Cremona" and l1 != "Bergamo-Brescia"}: sum {(s1, l1) in Incroci} B[s1, l1] =
  2*k[l1] - 1 - BinDef[l1];

subject to VincoloIncrocioA {(s1, l1) in Incroci, (s2, l2) in (Stazione union
  PuntiNotevoli): s1 = s2 and l1 = l2 and l1 in LineeBinarioSingolo}:
  TempoPrima[s2, l2] >= C[s1, l1]*P/2 - (if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta then
  Ts[s1, l1, s2, l2]/2 else 0) - (kMax[l1]*P)*(1 - B[s1, l1]);

subject to VincoloIncrocioB {(s1, l1) in Incroci, (s2, l2) in (Stazione union
  PuntiNotevoli): s1 = s2 and l1 = l2 and l1 in LineeBinarioSingolo}:
  TempoPrima[s2, l2] <= C[s2, l2]*P/2 - (if (s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta then
  Ts[s1, l1, s2, l2]/2 else 0) + (kMax[l1]*P)*(1 - B[s1, l1]);

subject to MaxC1 {(s1, l1) in Incroci: l1 in LineeBinarioSingolo}: C[s1, l1] <=
  (2*k[l1] - 1);

subject to MaxC2 {(s1, l1) in Incroci: l1 in LineeBinarioSingolo}: C[s1, l1] <=
  (2*kMax[l1] - 1)*B[s1, l1];

subject to VincoloTotaleIncrociPARTICOLARE1A {l1 in LineeBinarioSingolo: l1 =
  "Milano-Codogno-Cremona"}: sum {(s1, l1) in Incroci} B[s1, l1] = 1;

subject to VincoloTotaleIncrociPARTICOLARE1B {l1 in LineeBinarioSingolo: l1 =
  "Bergamo-Brescia"}: sum {(s1, l1) in Incroci} B[s1, l1] = 1;

subject to VincoloTotaleIncrociPARTICOLARE2: B["PMKm5", "Cremona-Treviglio"] +
  B["PMKm5", "Cremona-Brescia"] <= 1;

subject to VincoloTotaleIncrociPARTICOLARE3: B["S.Zeno-Folzano", "Cremona-
  Brescia"] + B["S.Zeno-Folzano", "Parma_Piadena-Brescia"] <= 1;

var TempoIncrocio {Incroci};

var MoltP {(s1, l1) in Incroci, (s2, l2) in Incroci: s1 = s2 and l1 <> l2 and
  ((length(l1)) > (length(l2)))} integer;

var StatoIncrocioEtero {(s1, l1) in Incroci, (s2, l2) in Incroci: s1 = s2 and l1
  <> l2 and ((length(l1)) > (length(l2)))} binary;

```

```
subject to CalcolaTempoIncrocio1 {(s1, l1) in Incroci}: TempoIncrocio[s1, l1] <= 0
+ B[s1, l1]*80 + sum {(s3, l3) in Incroci, (s4, l4) in Incroci: s3 = s4 and l3
<> l4 and ((length(l3)) > (length(l4))) and ((s3 = s1 and l3 = l1) or (s4 = s1
and l4 = l1))} StatoIncrocioEtero[s3, l3, s4, l4]*80;
```

```
subject to CalcolaTempoIncrocio2 {(s1, l1) in Incroci}: TempoIncrocio[s1, l1] >= 0
+ B[s1, l1]*80 + sum {(s3, l3) in Incroci, (s4, l4) in Incroci: s3 = s4 and l3
<> l4 and ((length(l3)) > (length(l4))) and ((s3 = s1 and l3 = l1) or (s4 = s1
and l4 = l1))} StatoIncrocioEtero[s3, l3, s4, l4]*80;
```

6.1.17 #Blocco di variabili e vincoli per la gestione degli archi di viaggio appartenenti a più linee a binario singolo

```
var Intervallo1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) in
Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))} = TempoPrima[s2, l2] - TempoPrima[s1, l1] - sum {(s5, l5) in
Incroci, (s6, l6) in Incroci: s5 = s6 and l5 <> l6 and s5 = s1 and l5 = l1 and
s6 = s3 and l6 = l3} StatoIncrocioEtero[s5, l5, s6, l6]*(max(TsMax[s5, l5, s5,
l5], TsMax[s6, l6, s6, l6]) + 80 + 120);
```

```
var Intervallo2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) in
Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))} = TempoPrima[s4, l4] - TempoPrima[s3, l3] - sum {(s5, l5) in
Incroci, (s6, l6) in Incroci: s5 = s6 and l5 <> l6 and s5 = s1 and l5 = l1 and
s6 = s3 and l6 = l3} StatoIncrocioEtero[s5, l5, s6, l6]*(max(TsMax[s5, l5, s5,
l5], TsMax[s6, l6, s6, l6]) + 80 + 120);
```

```
var MaxIntervallo {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) in
Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))};
```

```
var QualeIntervallo {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) in
Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))} binary;
```

```
subject to CalcolaQualeIntervallo1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3,
s4, l4) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1
in LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: QualeIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] >=
(Intervallo1[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] - Intervallo2[s1, l1, s2, l2, s3,
l3, s4, l4])/((kMax[l1]+kMax[l2])*P);
```

```
subject to CalcolaQualeIntervallo2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3,
s4, l4) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1
in LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: QualeIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= 1 +
(Intervallo1[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] - Intervallo2[s1, l1, s2, l2, s3,
l3, s4, l4])/((kMax[l1]+kMax[l2])*P);
```

```
subject to CalcolaMaxIntervallo1a {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4,
l4) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: MaxIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] >=
```

Intervallo1[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] + 60 - (1 - QualeIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4])*((kMax[l1]+kMax[l2])*P);

subject to CalcolaMaxIntervallo1b {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Viaggio: s1 = s3 **and** s2 = s4 **and** l1 <> l3 **and** l2 <> l4 **and** l1 **in** LineeBinarioSingolo **and** l3 **in** LineeBinarioSingolo **and** ((length(l1)) > (length(l3)))}: MaxIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= Intervallo1[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] + 60 + (1 - QualeIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4])*((kMax[l1]+kMax[l2])*P);

subject to CalcolaMaxIntervallo2a {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Viaggio: s1 = s3 **and** s2 = s4 **and** l1 <> l3 **and** l2 <> l4 **and** l1 **in** LineeBinarioSingolo **and** l3 **in** LineeBinarioSingolo **and** ((length(l1)) > (length(l3)))}: MaxIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] >= Intervallo2[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] + 60 - QualeIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4])*((kMax[l1]+kMax[l2])*P);

subject to CalcolaMaxIntervallo2b {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Viaggio: s1 = s3 **and** s2 = s4 **and** l1 <> l3 **and** l2 <> l4 **and** l1 **in** LineeBinarioSingolo **and** l3 **in** LineeBinarioSingolo **and** ((length(l1)) > (length(l3)))}: MaxIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= Intervallo2[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] + 60 + QualeIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4])*((kMax[l1]+kMax[l2])*P);

var VoltePeriodoTempoPrima {(s1, l1) **in** (Stazione **union** PuntiNotevoli)} **integer**;

subject to CalcolaVoltePeriodoTempoPrima1 {(s1, l1) **in** (Stazione **union** PuntiNotevoli)}: VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1] >= TempoPrima[s1, l1]/P - 1;

subject to CalcolaVoltePeriodoTempoPrima2 {(s1, l1) **in** (Stazione **union** PuntiNotevoli)}: VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1] <= TempoPrima[s1, l1]/P;

var VoltePeriodoTempoDopo {(s1, l1) **in** (Stazione **union** PuntiNotevoli)} **integer**;

subject to CalcolaVoltePeriodoTempoDopo1 {(s1, l1) **in** (Stazione **union** PuntiNotevoli)}: VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1] >= TempoDopo[s1, l1]/P - 1;

subject to CalcolaVoltePeriodoTempoDopo2 {(s1, l1) **in** (Stazione **union** PuntiNotevoli)}: VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1] <= TempoDopo[s1, l1]/P;

var ScegliConcordeUsc {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Viaggio: s1 = s3 **and** s2 = s4 **and** l1 <> l3 **and** l2 <> l4 **and** l1 **in** LineeBinarioSingolo **and** l3 **in** LineeBinarioSingolo **and** ((length(l1)) > (length(l3)))} **binary**;

subject to ScegliConcordeUsc1 {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Viaggio: s1 = s3 **and** s2 = s4 **and** l1 <> l3 **and** l2 <> l4 **and** l1 **in** LineeBinarioSingolo **and** l3 **in** LineeBinarioSingolo **and** ((length(l1)) > (length(l3)))}: ScegliConcordeUsc[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] >= ((TempoPrima[s2, l2] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]) - (P - (TempoPrima[s4, l4] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s4, l4])))/((kMax[l1]+kMax[l2])*P);

subject to ScegliConcordeUsc2 {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Viaggio: s1 = s3 **and** s2 = s4 **and** l1 <> l3 **and** l2 <> l4 **and** l1 **in** LineeBinarioSingolo **and** l3 **in** LineeBinarioSingolo **and** ((length(l1)) > (length(l3)))}: ScegliConcordeUsc[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= 1 + ((TempoPrima[s2, l2] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]) - (P -

```
(TempoPrima[s4, 14] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s4,
14]))/((kMax[11]+kMax[12])*P);
```

```
subject to VincoloConcordeUsc1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4,
14) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: ((TempoPrima[s2, l2] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]) - (P -
(TempoPrima[s4, 14] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s4, 14]))) >= MaxIntervallo[s1,
l1, s2, l2, s3, l3, s4, 14] - (1 - ScegliConcordeUsc[s1, l1, s2, l2, s3, l3,
s4, 14])*(kMax[11]+kMax[12])*P;
```

```
subject to VincoloConcordeUsc2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4,
14) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: ((TempoPrima[s2, l2] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]) - (P -
(TempoPrima[s4, 14] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s4, 14]))) <= -60 +
ScegliConcordeUsc[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, 14]*(kMax[11]+kMax[12])*P;
```

```
var ScegliConcordeIngr {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4, 14) in
Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))} binary;
```

```
subject to ScegliConcordeIngr1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4,
14) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: ScegliConcordeIngr[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, 14] >= ((P -
(TempoPrima[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1])) - (TempoPrima[s3,
l3] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s3, l3]))/((kMax[11]+kMax[12])*P);
```

```
subject to ScegliConcordeIngr2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4,
14) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: ScegliConcordeIngr[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, 14] <= 1 + ((P -
(TempoPrima[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1])) - (TempoPrima[s3,
l3] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s3, l3]))/((kMax[11]+kMax[12])*P);
```

```
subject to VincoloConcordeIngr1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4,
14) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: ((P - (TempoPrima[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1])) -
(TempoPrima[s3, l3] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s3, l3])) >=
MaxIntervallo[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, 14] - (1 - ScegliConcordeIngr[s1,
l1, s2, l2, s3, l3, s4, 14])*(kMax[11]+kMax[12])*P;
```

```
subject to VincoloConcordeIngr2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio, (s3, l3, s4,
14) in Archi_Viaggio: s1 = s3 and s2 = s4 and l1 <> l3 and l2 <> l4 and l1 in
LineeBinarioSingolo and l3 in LineeBinarioSingolo and ((length(l1)) >
(length(l3)))}: ((P - (TempoPrima[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1])) -
(TempoPrima[s3, l3] - P*VoltePeriodoTempoPrima[s3, l3])) <= -60 +
ScegliConcordeIngr[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, 14]*(kMax[11]+kMax[12])*P;
```

6.1.18 #Blocco di vincoli per la gestione degli incroci misti su linee a binario singolo

```
subject to CalcolaMoltP1 {(s1, l1) in Incroci, (s2, l2) in Incroci: s1 = s2 and l1
<> l2 and ((length(l1)) > (length(l2)))}: MoltP[s1, l1, s2, l2] >=
```

$(TempoPrima[s1, l1] + Ts[s1, l1, s1, l1]/2 + TempoPrima[s2, l2] + Ts[s2, l2, s2, l2]/2 - 1)/P;$

subject to CalcolaMoltP2 $\{(s1, l1) \text{ in } Incroci, (s2, l2) \text{ in } Incroci: s1 = s2 \text{ and } l1 <> l2 \text{ and } ((length(l1)) > (length(l2)))\}$: $MoltP[s1, l1, s2, l2] \leq 1 + (TempoPrima[s1, l1] + Ts[s1, l1, s1, l1]/2 + TempoPrima[s2, l2] + Ts[s2, l2, s2, l2]/2 + 1)/P;$

subject to VincoloIncroccioEtero1 $\{(s1, l1) \text{ in } Incroci, (s2, l2) \text{ in } Incroci: s1 = s2 \text{ and } l1 <> l2 \text{ and } ((length(l1)) > (length(l2)))\}$: $((TempoPrima[s1, l1] - VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1]*P) + Ts[s1, l1, s1, l1]/2) \geq (P - ((TempoPrima[s2, l2] - VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]*P) - Ts[s2, l2, s2, l2]/2)) - 1 - (1 - StatoIncroccioEtero[s1, l1, s2, l2])*((kMax[l1]+kMax[l2])*P);$

subject to VincoloIncroccioEtero2 $\{(s1, l1) \text{ in } Incroci, (s2, l2) \text{ in } Incroci: s1 = s2 \text{ and } l1 <> l2 \text{ and } ((length(l1)) > (length(l2)))\}$: $(TempoPrima[s1, l1] - VoltePeriodoTempoPrima[s1, l1]*P) + Ts[s1, l1, s1, l1]/2 \leq (P - ((TempoPrima[s2, l2] - VoltePeriodoTempoPrima[s2, l2]*P) - Ts[s2, l2, s2, l2]/2)) + 1 + (1 - StatoIncroccioEtero[s1, l1, s2, l2])*((kMax[l1]+kMax[l2])*P);$

subject to ControllaGammaIncroccioEtero1 $\{(s1, l1) \text{ in } Incroci, (s2, l2) \text{ in } Incroci: s1 = s2 \text{ and } l1 <> l2 \text{ and } (s1, l1) \text{ in } Staz_Fermate_Disattivabili \text{ and } ((length(l1)) > (length(l2)))\}$: $Gamma[s1, l1] \geq StatoIncroccioEtero[s1, l1, s2, l2];$

subject to ControllaGammaIncroccioEtero2 $\{(s1, l1) \text{ in } Incroci, (s2, l2) \text{ in } Incroci: s1 = s2 \text{ and } l1 <> l2 \text{ and } (s2, l2) \text{ in } Staz_Fermate_Disattivabili \text{ and } ((length(l1)) > (length(l2)))\}$: $Gamma[s2, l2] \geq StatoIncroccioEtero[s1, l1, s2, l2];$

6.1.19# Vincoli di distanziamento versione BigM

var QualePrimaIngresso $\{(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) \text{ in } ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))\}$ **binary**;

var QualePrimaUscita $\{(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) \text{ in } ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))\}$ **binary**;

subject to CalcoloQualePrimaIngresso1 $\{(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) \text{ in } ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))\}$: $QualePrimaIngresso[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] \geq ((TempoDopo[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) - (TempoDopo[s3, l3] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]))/P;$

subject to CalcoloQualePrimaIngresso2 $\{(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) \text{ in } ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))\}$: $QualePrimaIngresso[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] \leq 1 + ((TempoDopo[s1, l1] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) - (TempoDopo[s3, l3] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]))/P;$

subject to CalcoloQualePrimaUscita1 $\{(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) \text{ in } ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))\}$: $QualePrimaUscita[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] \geq ((TempoDopo[s2, l2] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2]) - (TempoDopo[s4, l4] - P*VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4]))/P;$

```

subject to CalcoloQualePrimaUscita2 {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in
  ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: QualePrimaUscita[s1, l1,
  s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= 1 + ((TempoDopo[s2, l2] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2]) - (TempoDopo[s4, l4] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4]))/P;

var ControlloSomma {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in ArchiDistanziamento:
  ((length(l1)) > (length(l3)))} binary;

subject to CalcolaControlloSomma1 {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in
  ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: ControlloSomma[s1, l1,
  s2, l2, s3, l3, s4, l4] >= ((VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2] -
  VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) + (VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4] -
  VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]))/4;

subject to CalcolaControlloSomma2 {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in
  ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: ControlloSomma[s1, l1,
  s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= ((VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1] -
  VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2]) - (VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3] -
  VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4]))*4;

subject to VincoloDistanziamentoOrdineA {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in
  ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: QualePrimaIngresso[s1,
  l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] >= QualePrimaUscita[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4,
  l4] - ControlloSomma[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4]*4;

subject to VincoloDistanziamentoOrdineB {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in
  ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: QualePrimaIngresso[s1,
  l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4] <= QualePrimaUscita[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4,
  l4] + ControlloSomma[s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4]*4;

subject to VincoloDistanziamentoMinutiIngresso1 {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4)
in ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: ((TempoDopo[s1, l1] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1]) - (TempoDopo[s3, l3] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3])) >= DistMin - (1 - QualePrimaIngresso[s1, l1,
  s2, l2, s3, l3, s4, l4])*(2*P);

subject to VincoloDistanziamentoMinutiIngresso2 {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4)
in ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: ((TempoDopo[s3, l3] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s3, l3]) - (TempoDopo[s1, l1] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s1, l1])) >= DistMin - (QualePrimaIngresso[s1, l1, s2,
  l2, s3, l3, s4, l4])*(2*P);

subject to VincoloDistanziamentoMinutiUscita1 {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in
  ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: ((TempoDopo[s2, l2] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2]) - (TempoDopo[s4, l4] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4])) >= DistMin - (1 - QualePrimaUscita[s1, l1,
  s2, l2, s3, l3, s4, l4])*(2*P);

subject to VincoloDistanziamentoMinutiUscita2 {(s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4) in
  ArchiDistanziamento: ((length(l1)) > (length(l3)))}: ((TempoDopo[s4, l4] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s4, l4]) - (TempoDopo[s2, l2] -
  P*VoltePeriodoTempoDopo[s2, l2])) >= DistMin - (QualePrimaUscita[s1, l1, s2,
  l2, s3, l3, s4, l4])*(2*P);

```


6.1.20 #Vincoli relativi alla disattivazione di Stazione

```
subject to DisattivazionePriori {(s1, l1) in Staz_Fermate_Disattivate_Priori}:
    Gamma[s1, l1] = 0;
```

```
subject to CheckOFAttiva {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}:
    GammaOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] <= if (OrF, Li0) in
    Staz_Fermate_Disattivabili then Gamma[OrF, Li0] else 1;
```

```
subject to CheckDFAttiva {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}:
    GammaOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] <= if (DeF, LiD) in
    Staz_Fermate_Disattivabili then Gamma[DeF, LiD] else 1;
```

```
subject to ControlloAttiva1 {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}:
    GammaOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] >= if ((OrF, Li0) in
    Staz_Fermate_Disattivabili and (DeF, LiD) in Staz_Fermate_Disattivabili) then
    (Gamma[OrF, Li0] + Gamma[DeF, LiD] - 1) else 0;
```

```
subject to ControlloAttiva2 {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}:
    GammaOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] >= if ((OrF, Li0) in
    Staz_Fermate_Disattivabili and (DeF, LiD) not in Staz_Fermate_Disattivabili)
then Gamma[OrF, Li0] else 0;
```

```
subject to ControlloAttiva3 {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}:
    GammaOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] >= if ((OrF, Li0) not in
    Staz_Fermate_Disattivabili and (DeF, LiD) in Staz_Fermate_Disattivabili) then
    Gamma[DeF, LiD] else 0;
```

```
subject to ForceOFDFAttiva {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in ODAmmesse}:
    GammaOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] >= if (((OrF, LiD) in (Stazione diff
    Staz_Fermate_Disattivabili)) and ((DeF, LiD) in (Stazione diff
    Staz_Fermate_Disattivabili))) then 1 else 0;
```

```
subject to InterscambiAttivi1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in
    Staz_Fermate_Disattivabili and (s2, l2) in Staz_Fermate_Disattivabili}:
    Gamma[s1, l1] = 1;
```

```
subject to InterscambiAttivi2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in
    Staz_Fermate_Disattivabili and (s2, l2) in Staz_Fermate_Disattivabili}:
    Gamma[s2, l2] = 1;
```

6.1.21 #Vincolo fondamentale del cadenzamento

```
subject to CadenzamentoLinea1 {l1 in Linee}: TempoLinea[l1] = k[l1]*P;
```

6.1.22 #Linearizzazione alla McCormick di

Lambda*(DomandaGenerale*GammaOD) per il calcolo di
DomandaTrenoOD (la cui somma è soggetta a ottimizzazione)

```
var DomandaPotenzialeOD {ODAmmesse};
```

```
subject to CalcoloDomandaPotenzialeOD {(Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD) in
    ODAmmesse}: DomandaPotenzialeOD[Com0, ComD, OrF, Li0, DeF, LiD] =
```

DomandaGeneraleOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*GammaOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD];

subject to McCormick1 {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) **in** ODAmmesse}:
DomandaTrenoOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] >= LambdaInf[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*DomandaPotenzialeOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD];

subject to McCormick2 {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) **in** ODAmmesse}:
DomandaTrenoOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] >= DomandaGeneraleOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*Lambda[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + LambdaSup[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*DomandaPotenzialeOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] - DomandaGeneraleOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*LambdaSup[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD];

subject to McCormick3 {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) **in** ODAmmesse}:
DomandaTrenoOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] <= DomandaGeneraleOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*Lambda[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + LambdaInf[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*DomandaPotenzialeOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] - DomandaGeneraleOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*LambdaInf[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD];

subject to McCormick4 {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) **in** ODAmmesse}:
DomandaTrenoOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] <= LambdaSup[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD]*DomandaPotenzialeOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD];

6.1.23 #Calcolo interscambi generalizzato

subject to CalcoloTi1 {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Interscambio}: Ti1[s1, l1, s2, l2] = **if** ((s1, l1) **in** Staz_Capolinea **and** (s2, l2) **in** Staz_Capolinea) **then** OrarioCapo[s1, l1] + OrarioCapo [s2, l2] **else** (C1[s1, l1, s2, l2])*P - (TempoPrima[s1, l1] + TempoDopo[s2, l2] + (**sum** {(s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Sosta: s3 = s1 **and** l3 = l1} Ts[s3, l3, s4, l4])/2 + (**sum** {(s5, l5, s6, l6) **in** Archi_Sosta: s5 = s2 **and** l5 = l2} Ts[s5, l5, s6, l6])/2);

subject to CalcoloTi2 {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Interscambio}: Ti2[s1, l1, s2, l2] = **if** ((s1, l1) **in** Staz_Capolinea **and** (s2, l2) **in** Staz_Capolinea) **then** OrarioCapo[s1, l1] + OrarioCapo [s2, l2] **else** (C2[s1, l1, s2, l2])*P - (TempoPrima[s1, l1] + TempoPrima[s2, l2] + (**sum** {(s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Sosta: s3 = s1 **and** l3 = l1} Ts[s3, l3, s4, l4])/2 + (**sum** {(s5, l5, s6, l6) **in** Archi_Sosta: s5 = s2 **and** l5 = l2} Ts[s5, l5, s6, l6])/2);

subject to CalcoloTi3 {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Interscambio}: Ti3[s1, l1, s2, l2] = **if** ((s1, l1) **in** Staz_Capolinea **and** (s2, l2) **in** Staz_Capolinea) **then** OrarioCapo[s1, l1] + OrarioCapo [s2, l2] **else** (C3[s1, l1, s2, l2])*P - (TempoPrima[s2, l2] + TempoDopo[s1, l1] + (**sum** {(s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Sosta: s3 = s1 **and** l3 = l1} Ts[s3, l3, s4, l4])/2 + (**sum** {(s5, l5, s6, l6) **in** Archi_Sosta: s5 = s2 **and** l5 = l2} Ts[s5, l5, s6, l6])/2);

subject to CalcoloTi4 {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Interscambio}: Ti4[s1, l1, s2, l2] = **if** ((s1, l1) **in** Staz_Capolinea **and** (s2, l2) **in** Staz_Capolinea) **then** OrarioCapo[s1, l1] + OrarioCapo [s2, l2] **else** (C4[s1, l1, s2, l2])*P - (TempoDopo[s2, l2] + TempoDopo[s1, l1] + (**sum** {(s3, l3, s4, l4) **in** Archi_Sosta: s3 = s1 **and** l3 = l1} Ts[s3, l3, s4, l4])/2 + (**sum** {(s5, l5, s6, l6) **in** Archi_Sosta: s5 = s2 **and** l5 = l2} Ts[s5, l5, s6, l6])/2);

subject to VincoloTi1 {(s1, l1, s2, l2) **in** Archi_Interscambio}: TcoincMin <= Ti1[s1, l1, s2, l2] <= P;

subject to VincoloTi2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio}: TcoincMin <= Ti2[s1, l1, s2, l2] <= P;

subject to VincoloTi3 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio}: TcoincMin <= Ti3[s1, l1, s2, l2] <= P;

subject to VincoloTi4 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio}: TcoincMin <= Ti4[s1, l1, s2, l2] <= P;

subject to TempoMassimoInterscambioCapolinea {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in Staz_Capolinea and (s2, l2) in Staz_Capolinea}: OrarioCapo[s1, l1] + OrarioCapo[s2, l2] <= TcoincMax;

6.1.24 #Vincolo distanziamento ai capolinea BigM

var Yprima {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in Staz_Capolinea and (s2, l2) in Staz_Capolinea} **binary**;

subject to ValoreYprimaA {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in Staz_Capolinea and (s2, l2) in Staz_Capolinea}: Yprima[s1, l1, s2, l2] >= 0 + (OrarioCapo[s1, l1] - OrarioCapo[s2, l2]) / ((kMax[l1] + kMax[l2]) * P);

subject to ValoreYprimaB {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in Staz_Capolinea and (s2, l2) in Staz_Capolinea}: Yprima[s1, l1, s2, l2] <= 1 - (OrarioCapo[s2, l2] - OrarioCapo[s1, l1]) / ((kMax[l1] + kMax[l2]) * P);

subject to VincoloDistanziamentoPrima1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in Staz_Capolinea and (s2, l2) in Staz_Capolinea}: (OrarioCapo[s1, l1] - OrarioCapo[s2, l2]) >= DistOrarioCapo - (kMax[l1] + kMax[l2]) * P * (1 - Yprima[s1, l1, s2, l2]);

subject to VincoloDistanziamentoPrima2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Interscambio: (s1, l1) in Staz_Capolinea and (s2, l2) in Staz_Capolinea}: (OrarioCapo[s2, l2] - OrarioCapo[s1, l1]) >= DistOrarioCapo - (kMax[l1] + kMax[l2]) * P * (Yprima[s1, l1, s2, l2]);

6.1.25 #Vincolo sul tempo di viaggio

subject to VincoloTempo {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: Tv_min[s1, l1, s2, l2] <= Tv[s1, l1, s2, l2] <= Tv_max[s1, l1, s2, l2];

6.1.26 #Vincoli per il calcolo della velocità di viaggio con McCormick

subject to McVeloc1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: Vv[s1, l1, s2, l2] <= (Lungh[s1, l1, s2, l2] - Vmin[s1, l1, s2, l2] * Tv[s1, l1, s2, l2] / 3600 + Vmin[s1, l1, s2, l2] * Tv_min[s1, l1, s2, l2] / 3600) / (Tv_min[s1, l1, s2, l2] / 3600);

subject to McVeloc2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: Vv[s1, l1, s2, l2] <= (Lungh[s1, l1, s2, l2] - Vmax[s1, l1, s2, l2] * Tv[s1, l1, s2, l2] / 3600 + Vmax[s1, l1, s2, l2] * Tv_max[s1, l1, s2, l2] / 3600) / (Tv_max[s1, l1, s2, l2] / 3600);

```
subject to McVeloc3 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: Vv[s1, l1, s2, l2] >=
(Lungh[s1, l1, s2, l2] - Vmax[s1, l1, s2, l2]*Tv[s1, l1, s2, l2]/3600 +
Vmax[s1, l1, s2, l2]*Tv_min[s1, l1, s2, l2]/3600)/(Tv_min[s1, l1, s2,
l2]/3600);
```

```
subject to McVeloc4 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: Vv[s1, l1, s2, l2] >=
(Lungh[s1, l1, s2, l2] - Vmin[s1, l1, s2, l2]*Tv[s1, l1, s2, l2]/3600 +
Vmin[s1, l1, s2, l2]*Tv_max[s1, l1, s2, l2]/3600)/(Tv_max[s1, l1, s2,
l2]/3600);
```

6.1.27 #Vincoli sui tempi di sosta

```
var PerditempoLS {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta} = sum {(s3, l3, s4, l4) in
Archi_Viaggio: ((s3 = s2 and l3 = l2) or (s4 = s1 and l4 = l1))}
PerditempoLV[s3, l3, s4, l4];
```

```
var TempSos {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta} = TsBase[s1, l1, s2, l2] +
PerditempoLS[s1, l1, s2, l2] - 0.001;
```

```
subject to IntervalloSostaA {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta: (s1, l1) not in
Staz_Fermate_Disattivabili}: Ts[s1, l1, s2, l2] >= TempSos[s1, l1, s2, l2] +
if (s1, l1) in Incroci then TempoIncrocio[s1, l1] else 0;
```

```
subject to IntervalloSostaB {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta: (s1, l1) not in
Staz_Fermate_Disattivabili}: Ts[s1, l1, s2, l2] <= TsMax[s1, l1, s2, l2] + if
(s1, l1) in Incroci then TempoIncrocio[s1, l1] else 0;
```

```
subject to IntervalloSosta1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta: (s1, l1) in
Staz_Fermate_Disattivabili}: Ts[s1, l1, s2, l2] >= TempSos[s1, l1, s2, l2] +
(if (s1, l1) in Incroci then TempoIncrocio[s1, l1] else 0) - (kMax[l1]*P)*(1 -
Gamma[s1, l1]);
```

```
subject to IntervalloSosta2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta: (s1, l1) in
Staz_Fermate_Disattivabili}: Ts[s1, l1, s2, l2] >= 0 + if (s1, l1) in Incroci
then TempoIncrocio[s1, l1] else 0;
```

```
subject to IntervalloSosta3 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Sosta: (s1, l1) in
Staz_Fermate_Disattivabili}: Ts[s1, l1, s2, l2] <= TsMax[s1, l1, s2,
l2]*Gamma[s1, l1] + if (s1, l1) in Incroci then TempoIncrocio[s1, l1] else 0;
```

/*

6.1.28 #Versione originale Mc Cormick per il calcolo della velocità di viaggio (in quella finale è stata evidenziata l'incognita)

Lunghezza = Vv*Tv

```
var Vv {Archi_Viaggio};
```

```
subject to McVeloc1 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: z[s1, l1, s2, l2] >=
Vmin[s1, l1, s2, l2]*Tv[s1, l1, s2, l2] + Tv_min[s1, l1, s2, l2]*Vv[s1, l1,
s2, l2] - Vmin[s1, l1, s2, l2]*Tv_min[s1, l1, s2, l2];
```

```

subject to McVeloc2 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: z[s1, l1, s2, l2] >=
    Vmax[s1, l1, s2, l2]*Tv[s1, l1, s2, l2] + Tv_max[s1, l1, s2, l2]*Vv[s1, l1,
    s2, l2] - Vmax[s1, l1, s2, l2]*Tv_max[s1, l1, s2, l2];

subject to McVeloc3 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: z[s1, l1, s2, l2] <=
    Vmax[s1, l1, s2, l2]*Tv[s1, l1, s2, l2] + Tv_min[s1, l1, s2, l2]*Vv[s1, l1,
    s2, l2] - Vmax[s1, l1, s2, l2]*Tv_min[s1, l1, s2, l2];

subject to McVeloc4 {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: z[s1, l1, s2, l2] <=
    Vmin[s1, l1, s2, l2]*Tv[s1, l1, s2, l2] + Tv_max[s1, l1, s2, l2]*Vv[s1, l1,
    s2, l2] - Vmin[s1, l1, s2, l2]*Tv_max[s1, l1, s2, l2];

subject to CoseZ {(s1, l1, s2, l2) in Archi_Viaggio}: z[s1, l1, s2, l2] =
    Lungh[s1, l1, s2, l2]

*/

```

6.1.29 #Variabile Lambda non linearizzata per l'elaborazione dell'output

```

var LambdaReale {(ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD) in ODAmmesse} = exp (bCorseTreno
    * CorseTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[ComO,
    ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTInOutTreno * TInOutTreno[ComO, ComD, OrF, LiO,
    DeF, LiD] + bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno *
    TempoOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD])/(exp (bCorseAutobus *
    CorseAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bCostoAutobus *
    CostoAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTInOutAutobus * TInOutAutobus
    + bTempoAutobus * TempoAutobus[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
    bAffollamentoAutobus * AffollamentoAutobus) + exp (bCostoAuto *
    CostoAuto[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] + bTempoAuto * TempoAuto[ComO, ComD,
    OrF, LiO, DeF, LiD]) + exp (bCorseTreno * CorseTreno[ComO, ComD, OrF, LiO,
    DeF, LiD] + bCostoTreno * CostoTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
    bTInOutTreno * TInOutTreno[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD] +
    bAffollamentoTreno * AffollamentoTreno + bTempoTreno * TempoOD[ComO, ComD,
    OrF, LiO, DeF, LiD]))*GammaOD[ComO, ComD, OrF, LiO, DeF, LiD];

```

6.1.30 #Blocco di variabili e vincoli per garantire il tempo di SemiGiroBanco dalla parte vicina al semiperiodo di cadenzamento

```

var RegolaOrarioCapo {(s1, l1) in Staz_Capolinea} binary;

subject to CalcolaRegolaOrarioCapo1 {(s1, l1) in Staz_Capolinea}:
    RegolaOrarioCapo[s1, l1] >= (OrarioCapo[s1, l1] - P/2)/(P + 1);

subject to CalcolaRegolaOrarioCapo {(s1, l1) in Staz_Capolinea}:
    RegolaOrarioCapo[s1, l1] <= 1 + (OrarioCapo[s1, l1] - P/2)/(P + 1);

subject to SemiGiroBancoLontano1 {(s1, l1) in Staz_Capolinea}: OrarioCapo[s1, l1]
    >= P/2 + SemiGiroBanco - (1 - RegolaOrarioCapo[s1, l1])*(P + 1);

subject to SemiGiroBancoLontano2 {(s1, l1) in Staz_Capolinea}: OrarioCapo[s1, l1]
    <= P/2 - (if l1 in LineeBinarioSingolo then 60 else 0) + (RegolaOrarioCapo[s1,
    l1])*(P + 1);

```

6.2 B – File .run

Analogamente a quanto riportato in appendice 6.1 per il file .mod, si include qui il contenuto di quello .run

6.2.1 #Richiamo del file di modello

```
model "ZTesiVF - 051.mod";
```

6.2.2 #Dichiarazioni di corrispondenza fra tabelle in DB e set di dati in AMPL

```
table ListaLinee IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb": Linee <- [NomeLinea],
    BinarioSingolo, kMax;
```

```
table PerStazioni IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "SQL=SELECT Stazioni,
    NomeLinea, ProgrKm, Capolinea, Disattivabile, InizialmenteAttiva FROM Linee
    WHERE Linee.Fittizia = 0": Stazione <- [Stazioni, NomeLinea], ProgrStazione ~
    ProgrKm, Capolinea, Disattivabile, Attiva ~ InizialmenteAttiva;
```

```
table ArchiViaggio IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb": Archi_Viaggio <- [Estr1,
    LineaEstr1, Estr2, LineaEstr2], Lungh ~ Lunghezza, Tv_min ~ TempoMinimo, Vmax
    ~ VelocitaMassima, MediaAD;
```

```
table ArchiInterscambio IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb": Archi_Interscambio <-
    [StazComune1, Linea1, StazComune2, Linea2];
```

```
table ArchiSosta IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb": Archi_Sosta <- [StazSosta1,
    LineaSosta1, StazSosta2, LineaSosta2], TsMax ~ TempoSosta, TsBase ~
    TempoSostaBase, VmaxMedia;
```

```
table PerODAmmesse IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "MatriceOD_assegnata":
    ODAmmesse <- [NomeO, NomeD, StazioneO, LineaO, StazioneD, LineaD],
    CorseAutobus, CostoAutobus, TempoAutobus, CostoAuto, TempoAuto, TInOutTreno,
    CorseTreno, CostoTreno, DomandaGeneraleOD ~ DomandaGenerale;
```

```
table ODFerroArchi IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb": ODFerroArchi <- [Origine,
    Destinazione, Stazione1, Linea1, Stazione2, Linea2];
```

```
table PerProgressiveCapolinea IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "SQL=SELECT
    Linee.Stazioni AS s1, Linee.NomeLinea AS l1, Linee.ProgrKm AS LP FROM
    ListaLinee INNER JOIN Linee ON ListaLinee.NomeLinea = Linee.NomeLinea WHERE
    (((Linee.NomeLinea)=[ListaLinee].[NomeLinea]) AND ((Linee.Capolinea)=True))":
    [s1, l1], ProgrStaz_Capolinea ~ LP;
```

```
table PerPuntiNotevoli IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "SQL=SELECT Stazioni,
    NomeLinea, ProgrKm FROM Linee WHERE Linee.Fittizia <> 0": PuntiNotevoli <-
    [Stazioni, NomeLinea], ProgrStazione ~ ProgrKm;
```

```
table PerIncroci IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "SQL=SELECT Stazioni,
    NomeLinea, Disattivabile FROM Linee WHERE Linee.Incrocio <> 0": Incroci <-
    [Stazioni, NomeLinea], Disattivabile;
```

```
table ArchiDistanziamento IN "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb": ArchiDistanziamento
    <- [s1, l1, s2, l2, s3, l3, s4, l4];
```

6.2.3 #Dichiarazioni di definizione tabelle in DB per l'esportazione di dati di output

```
table ArchiViaggioOUT OUT "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "ArchiViaggioRISULTATI":  
[Estr1, LineaEstr1, Estr2, LineaEstr2], Tv ~ TempoPercorrenza, Vv ~ Velocita;
```

```
table ODAmmesseOUT OUT "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb"  
"MatriceOD_assegnataRISULTATI": [NomeO, NomeD, StazioneO, LineaO, StazioneD,  
LineaD], DomandaTrenoOD ~ PasseggeriTreno, TempoOD.val ~ TempoDiViaggio,  
LambdaReale.val ~ LambdaReale;
```

```
table LineeOUT OUT "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "LineeRISULTATI": [Stazioni,  
Nomelinea], Capolinea, Disattivabile, Gamma ~ AttivaDopoOttim, TempoPrima.val  
~ OrarioArrivo, TempoDopo.val ~ OrarioPartenza, B ~ Incrocio;
```

```
table TempiSostaOUT OUT "ODBC" "ZTesiV4Build101.accdb" "ArchiSostaRISULTATI":  
[StazSosta1, LineaSosta1, StazSosta2, LineaSosta2], Ts ~ TempoSostaEffettivo;
```

6.2.4 #Comandi di lettura dati

```
read table ListaLinee;  
read table PerStazioni;  
read table ArchiViaggio;  
read table ArchiInterscambio;  
read table ArchiSosta;  
read table PerODAmmesse;  
read table ODFerroArchi;  
read table PerProgressiveCapolinea;  
read table PerPuntiNotevoli;  
read table PerIncroci;  
read table ArchiDistanziamento;
```

6.2.5 #Definizione del solver e settaggio opzioni

```
option solver plex;  
option show_stats 1;  
option times 1;  
option cplex_options 'threads=4 mipdisplay=2 mipgap=1e-6 absmipgap=0.5 timing=1  
timelimit=3600';  
option abs_boundtol 1e-8;
```

```
option rel_boundtol 1e-8;
```

6.2.6 #Lancio dell'ottimizzazione

```
solve;
```

6.2.7 #Comandi di scrittura dati

```
write table ArchiViaggioOUT;
```

```
write table ODAmmesseOUT;
```

```
write table LineeOUT;
```

```
write table TempiSostaOUT;
```

6.3 C – Tavole

In allegato alla Tesi si trova la tavola relativa alla rappresentazione dell'orario in forma reticolare per lo scenario II-Bis.

Si noti che per la linea Milano-Treviglio, in accordo con quanto osservato nel sottoparagrafo 4.2.1.1, sono stati indicati solo gli orari utilizzati nel modello per il calcolo di ottimizzazione, omettendo quelli dovuti alla frequenza doppia, in quanto non sono entrati in alcun modo nel calcolo delle percorrenze.

7 Bibliografia

- BERTINO ELISA ET AL., 1997. *Sistemi di basi di dati: concetti e architetture*. Milano: Città Studi Edizioni.
- BRUGLIERI, M. and COLORNI, A., 2012. *Ricerca operativa*. Bologna: Zanichelli.
- BRUGLIERI, M., CORDONE, R. and LIBERTI, L., 2005. *Breve guida ad AMPL*. Dispensa per i corsi di Ricerca Operativa; Politecnico di Milano.
- CASCETTA, E., 2006. *Modelli per i sistemi di trasporto - Teoria e applicazioni*. Novara: UTET.
- CHANG, Y., YEH, C. and SHEN, C., 2000. A multiobjective model for passenger train services planning: application to Taiwan's high-speed rail line. *Transportation Research Part B: Methodological*, **34**(2), pp. 91-106.
- CHIERICI, A., CORDONE, R. and MAJA, R., 2004. The demand-dependent optimization of regular train timetables. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, **17**(0), pp. 99-104.
- COM, 2011. *WHITE PAPER. Roadmap to a single European transport area - Towards a competitive and resource-efficient transport system*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- CORDONE, R. and REDAELLI, F., 2011. Optimizing the demand captured by a railway system with a regular timetable. *Transportation Research Part B: Methodological*, **45**(2), pp. 430-446.
- CRISTIANO, F. and RAPINESI, P., 2000. *Analisi metodologica e sviluppo di un software per la progettazione di una rete ferroviaria ad orario cadenzato _ tesi di laurea / Relatore: Podesta C.; correl. Maja R., Cordone R*. Milano: Politecnico, 1998/1999.
- DE GIOVANNI, L. and ZAMBELLI, G., 2009. *2. Introduzione al metodo del Simplex*. Dispensa per i corsi di Ricerca Operativa; Università degli Studi di Padova.
- FOURER, R., GAY, D.M. and KERNIGHAN, B.W., 2002. *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. USA: Duxbury Press.
- GOOGLE, 2014-last update, Google Distance Matrix. Available: maps.google.com [Febbraio, 14, 2014].
- GOOSSENS, J., VAN HOESEL, S. and KROON, L., 2006. On solving multi-type railway line planning problems. *European Journal of Operational Research*, **168**(2), pp. 403-424.
- HANSEN, I.A. and PACHL, J., eds, 2008. *Railway timetable & traffic - Analysis, Modelling, Simulation*. Hamburg: Eurailpress.
- HARROD, S.S., 2012. A tutorial on fundamental model structures for railway timetable optimization. *Surveys in Operations Research and Management Science*, **17**(2), pp. 85-96.
- HUILING FU, LEI NIE, HAO YANG and FENG ZHAO, 2008. Study on the dynamic relationship between passenger flow and train service plan for intercity railway lines, *Service Operations and Logistics, and Informatics, 2008. IEEE/SOLI 2008. IEEE International Conference on 2008*, pp. 1443-1448.

Bibliografia

KROON, L.G. and PEETERS, L.W.P., 2003. A Variable Trip Time Model for Cyclic Railway Timetabling. *Transportation science*, **37**(2), pp. 198-212.

KROON, L. and ET AL., 2009. The new Dutch timetable: The OR revolution. *Interfaces*, **39**, pp. 6-17.

LAMPIANO, L., 2013. *Calibrazione di un modello di scelta modale per il potenziamento di linee a scarso traffico _ tesi di laurea / Relatore: Maja R.* Milano: Politecnico, 2012/2013.

LIEBCHEN, C. and PEETERS, L., 2009. Integral cycle bases for cyclic timetabling. *Discrete Optimization*, **6**(1), pp. 98-109.

MAJA, R., 2011. *Circolazione ferroviaria*. Dispense per il corso di Esercizio ferroviario; Politecnico di Milano.

MAJA, R., 2009. *Elementi di economia dei trasporti*. Dispense per il corso di Tecnica ed economia dei trasporti; Politecnico di Milano

MAJA, R., 2009. *Modellizzazione e simulazione dei sistemi di trasporto*. Dispense per il corso di Tecnica ed economia dei trasporti; Politecnico di Milano

MAJA, R. and DALENO, M., 1999. *Accordo di programma per la riqualificazione e il potenziamento della linea ferroviaria Milano-Mortara (raddoppio). Applicazione di modelli di simulazione per la definizione e il dimensionamento delle opere connesse e complementari*. Milano: IRER – Istituto Regionale di Ricerca.

MOTTA, V. and RUSSO, A., 2007. *Il cadenzamento di una rete ferroviaria: il problema delle fermate intermedie per l'ottimizzazione dell'orario _ tesi di laurea / Relatore: Maja R.* Milano: Politecnico, 2005/06.

REGIONE LOMBARDIA, 2014-last update, Geoportale della Lombardia. Available: <http://www.cartografia.regione.lombardia.it/geoportale/> [Novembre, 23, 2013].

RFI, 2013-last update, Circolari Territoriali e Fascicoli Circolazione Linee. Available: <https://normativaesercizio.rfi.it> [November, 18, 2013].

STAGNI, G., 2013-last update, Progettare un servizio ferroviario: l'orario cadenzato integrato. Available: <http://www.miol.it/stagniweb/cadenz00.htm> [Gennaio, 14, 2014].

TRENORD, 2013-last update, Tariffe ferroviarie. Available: <http://www.trenord.it/it/biglietti/tariffe.aspx> [Dicembre, 20, 2013].

WARDMAN, M., SHIRES, J., LYTHGOE, W. and TYLER, J., 2004. Consumer benefits and demand impacts of regular train timetables. *International Journal of Transport Management*, **2**(1), pp. 39-49.