### POLITECNICO DI MILANO FACOLTA' DI INGEGNERIA INDUSTRIALE CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA



Progettazione e sviluppo di un assorbitore dinamico adattativo basato su leghe a memoria di forma e principio delle correnti parassite

Relatore: Prof. Ing. Stefano Manzoni Correlatore: Ing. Marta Berardengo

> Tesi di Laurea di : Francesco Guanziroli matricola: 782813

Anno Accademico 2012-2013

# Indice

Sommario I Abstract S			
Stat	o dell'a	arte	9
1.1	Princip	pi di funzionamento del TVA	9
	1.1.1	Trattazione analitica TVA non smorzato	11
	1.1.2	Trattazione analitica TMD	16
1.2	Sistem	i adattativi per l'attenuazione delle vibrazioni meccaniche .	20
1.3	Impieg	go delle leghe a memoria di forma nel campo specifico	26
1.4	Smorz	atori adattativi	29
1.5	Mass o	damper adattativo di nuova concezione	33
Leg	he a m	emoria di forma, caratterizzazione sperimentale	37
2.1	Cenni	storici	37
2.2	Propri	età delle leghe NiTi	38
	2.2.1	La trasformazione martensitica termoelastica	39
	2.2.2	Effetto memoria di forma	46
	2.2.3	Effetto pseudoelastico	50
	2.2.4	Effetto memoria di forma a due vie e training	52
	2.2.5	La transizione di fase R	54
2.3	Defini	zione delle grandezze termo-meccaniche caratteristiche di	
	una SM	МА	56
	2.3.1	Proprietà termoelastiche	57
	2.3.2	Sforzi e temperature critiche	57
	omma ostrac trodu 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 Leg 2.1 2.2 2.3	ommario ostract troduzione Stato dell's 1.1 Princip 1.1.1 1.1.2 1.2 Sistem 1.3 Impieg 1.4 Smorz 1.5 Mass of Leghe a m 2.1 Cenni 2.2 Propris 2.2.1 2.2.2 2.2.3 2.2.4 2.2.5 2.3 Defini una SN 2.3.1 2.3.2	Destract         troduzione         Stato dell'arte         1.1         Principi di funzionamento del TVA         1.1.1         Trattazione analitica TVA non smorzato         1.1.2         Trattazione analitica TMD         1.2         Sistemi adattativi per l'attenuazione delle vibrazioni meccaniche         1.3         Impiego delle leghe a memoria di forma nel campo specifico         1.4         Smorzatori adattativi         1.5         Mass damper adattativo di nuova concezione         1.5         Mass damper adattativo di nuova concezione         2.1         Cenni storici         2.2.1         La trasformazione martensitica termoelastica         2.2.2         Effetto memoria di forma         2.2.3         Effetto pseudoelastico         2.2.4         Effetto memoria di forma a due vie e training         2.2.5         La transizione di fase R         2.3         Definizione delle grandezze termo-meccaniche caratteristiche di una SMA         2.3.1       Proprietà termoelastiche         2.3.2       Sforzi e temperature critiche

### Indice

		2.3.3	Deformazione dovuta alla trasformazione	59
	2.4	Descriz	zione del processo di caratterizzazione sperimentale	60
	2.5	Caratte	rizzazione sperimentale del filo SmartFlex	63
		2.5.1	Prova DSC	63
		2.5.2	Prove di trazione	65
		2.5.3	Prove di recupero	65
3	Pro	getto de	el Mass Damper Adattativo	75
	3.1	Introdu	zione	75
	3.2	Progett	o preliminare del sistema	79
		3.2.1	Modello dinamico del filo tesato: moto libero non smorzato	84
	3.3	Progett	o esecutivo	87
4	Dim	iensiona	imento dello smorzatore elettromagnetico	107
	4.1	Princip	io di funzionamento dello smorzatore elettromagnetico	107
	4.2	Concet	ti fondamentali e modello costitutivo	108
	4.3	Progett	o dello smorzatore elettromagnetico	113
		4.3.1	Magneti di neodimio-ferro-boro	117
		4.3.2	Dimensionamento del magnete permanente	117
5	Prog	getto de	el layout di prova	125
	5.1	Progett	o del sistema principale	125
	5.2	Identifi	cazione modale del sistema principale	130
	5.3	Taratur	a ponte estensimetrico per la misura del tiro	145
	5.4	Descriz	zione del layout per i test sull'ATMD	147
6	Мо	dello Nı	umerico e strategie di controllo	157
	6.1	Modell	o dinamico a parametri concentrati	157
	6.2	Modell	o dei fili in lega a memoria di forma	167
		6.2.1	Modello costitutivo	167
		6.2.2	Modello termodinamico	176
		6.2.3	Stima coefficiente di convezione	179
		6.2.4	Tecnica di controllo dei fili SMA	181

	6.3	Model	lo dello smorzatore a correnti parassite e tecnica di control-	
		lo .		. 184
	6.4	Prima	strategia di tuning	. 185
		6.4.1	Stima dei parametri on-line	. 187
	6.5	Secon	da strategia di tuning	. 191
	6.6	Impler	mentazione sperimentale	. 194
7	Prov	/e sper	imentali e confronto con il modello numerico	201
	7.1	Verific	ca sperimentale del range di variazione della frequenza ca-	
		ratteris	stica dell'ATMD	. 201
	7.2	Prove	sperimentali dell'ATMD controllato	. 203
	7.3	Risulta	ati della prima strategia di controllo	. 204
		7.3.1	Risultati della prova sperimentale (in assenza di smorza-	
			mento relativo)	. 207
		7.3.2	Confronto numerico sperimentale (in assenza di smorza-	
			mento relativo)	. 210
		7.3.3	Risultati della prova sperimentale (con smorzamento re-	
			lativo)	. 215
		7.3.4	Confronto numerico sperimentale (con smorzamento re-	
			lativo)	. 220
	7.4	Risulta	ati della seconda strategia di controllo	. 220
		7.4.1	Risultati della prova sperimentale (in assenza di smorza-	
			mento relativo)	. 223
		7.4.2	Confronto numerico sperimentale (in assenza di smorza-	
			mento relativo)	. 225
		7.4.3	Risultati della prova sperimentale (con smorzamento re-	
			lativo)	. 231
		7.4.4	Confronto numerico sperimentale (con smorzamento re-	
			lativo)	. 238
	7.5	Confro	onto tra le due logiche di controllo	. 238
Co	onclus	sioni e	sviluppi futuri	247
Ap	pend	lice		251

1.1.1 Assorbitore dinamico non smorzato	9
1.1.2 Funzione di Trasferimento $\frac{X_1}{F_1}$ [m/N] di un generico sistema ad 1	
g.d.l. non smorzato	11
1.1.3 Funzione di Trasferimento $\frac{X_1}{F_1}$ [m/N] di un generico sistema con	
TVA non smorzato	12
1.1.4 Andamento delle risonanze del sistema a 2 g.d.l. in funzione dei	
parametri di progetto del TVA non smorzato	14
1.1.5 Esempio di modifica della F.d.T. del sistema fissati i parametri di	
progetto del TVA non smorzato	14
1.1.6 Assorbitore dinamico smorzato	15
1.1.7 $\left \frac{X_1}{\delta_{st}}\right $ fissati i parametri $\mu = \frac{1}{10}$ e $f = 1$ al variare di $h$	18
1.1.8 Condizione ottima parametro $f$	19
1.1.9 Condizione ottima parametro $\mu$	19
1.2.1 ATVA con molle pneumatiche	22
1.2.2 ATVA con piastre a curvatura variabile	23
1.2.3 ATVA con supporti mobili servo-attuati	23
1.2.4 "beam like ATVAs" servo-attuati studiati da Brennan in [7]	24
1.2.5 ATVA a supporti mobili con telaio V-Type	24
1.2.6 Pre-stressable leaf-spring ATVA	25
1.3.1 "beam-like" SMA ATVA	27
1.3.2 Modello a 2 g.d.l. SMA ATVA	27
1.3.3 Impedenza meccanica prevista mediante il modello a 2 g.d.l.:	
fase austenitica, - fase martensitica	28
1.4.1 Funzionamento smorzatori magneto-reologici	30
1.4.2 Prototipo smorzatore a correnti parassite di tipo "motional"	31
1.4.3 Smorzatori a correnti parassite di tipo "transformer"	32

1.4.4 Smorzatore elettromagnetico a geometria cilindrica	32
1.5.1 Modello CAD del mass damper adattativo	33
2.2.1 Diagramma temperatura-sforzo di una SMA	39
2.2.2 Celle cristalline di austenite e martensite	40
2.2.3 Piano di scorrimento della cella austenitica fcc	41
2.2.4 Andamento del potenziale di Gibbs al variare della temperatura di	
austenite $\gamma$ e martensite $\alpha'$	41
2.2.5 Regioni di deformazione plastica nell'austenite causata dalla tra-	
sformazione in martensite	42
2.2.6 Orientazione ideale del reticolo durante la trasformazione marten-	
sitica	43
2.2.7 Meccanismi di deformazione martensitica	43
2.2.8 Temperatura Martensite start per deformazione	44
2.2.9 Ciclo d'isteresi della trasformazione termoplastica	45
2.2.10 Trasformazione di fase indotta dalla variazione di temperatura a	
sforzo nullo	46
2.2.1 Diagramma stress-strain di una SMA	47
2.2.12 Effetto memoria di forma ad una via	48
2.2.13Grafico sforzo-deformzione-temperatura: effetto memoria di for-	
ma per una tipica lega NiTi	49
2.2.14Traiettoria di carico pseudoelastica	50
2.2.15 Tipico ciclo di carico pseudoelastico per una lega SMA	51
2.2.1 Effetto pseudoelastico: confronto del comportamento di una lega	
NiTi a diversi livelli di temperatura	52
2.2.17Effetto memoria di forma a due vie	53
2.2.18 Effetto sull'isteresi termica della comparsa della fase R $\ldots$ .	55
2.3.1 Rappresentazione schematica di un diagramma di stato con l'i-	
dicazione delle grandezze che identificano i bordi delle aree di	
trasformazione	58
2.4.1 DSC: "Differential Scanning Calorimeters"	61
2.4.2 Generico risultato di una prova di recupero a sforzo costante $\ldots$	62
2.5.1 Risultati della prova DSC	64

2.5.2 Prove di trazione	66
2.5.3 Prove di recupero	67
2.5.4 Strumentazione	68
2.5.5 Prove di recupero	70
2.5.6 Determinazione degli "stress influence coefficients"	71
2.5.7 Correzione numerica temperatura $M_f$	72
3.1.1 Schema semplificato TMD	76
3.2.1 Schematizzazione del diagramma di stato dei fili SmartFlex con	10
rappresentazione dell'area di lavoro	81
3.2.2 Schema TMD ottenuto sfruttandone la simmetria	81
3.2.3 Schema di supporto per la definizione della rigidezza delle molle	01
di recupero	82
3.2.4 Concio di fune tesata	84
3.2.5 Condizione di equilibrio in corrispondenza della massa	86
3.2.6 Identificazione delle frequenze proprie del sistema mediante l'i-	
dentificazione dei minimi locali di $f$ nel range di frequenze [0-	
500]Hz	88
3.2.7 Deformate modali	89
3.3.1 T-crimp	90
3.3.2 Laminetta per il montaggio dei fili mediante "T-crimp"	91
3.3.3 Sistema di montaggio dei fili sulla massa dell'assorbitore	91
3.3.4 Montaggio dell'ATMD sulla struttura principale	92
3.3.5 Montaggio dei componenti mediante spine cilindriche	99
3.3.6 Schema del filo e delle molle che determinano la rigidezza a recu-	
pero	00
3.3.7 Schema per il dimensionamento molle delle molle di recupero 1	00
3.3.8 Schema fittizio per l'applicazione del PLV	01
3.3.9 Sezione resistente molle flessionali	01
3.3.108chema di calcolo delle laminette di alluminio	02
3.3.1 Sistema di collegamento dei fili alle molle flessionali 1	02
3.3.12Schema isostatico	03
3.3.13 Esecutivo molle flessionali	03

3.3.14Esecutivo laminette
3.3.15Telaio in acciaio
3.3.1@rototipo
4.1.1 <i>"Eddy current"</i>
4.2.1 Smorzatore elettromagnetico a geometria cilindrica
4.2.2 Schema del circuito magnetico
4.2.3 Vista dall'alto del circuito magnetico
4.3.1 Nucleo centrale del circuito magnetico
4.3.2 Cilindro esterno per la chiusura del circuito magnetico
4.3.3 Assieme del circuito magnetico
4.3.4 Generico circuito magnetico di magnete permanente
4.3.5 Curva caratteristica di un magnete permanente
4.3.6 Curva di smagnetizzazione di un magnete permanente
4.3.7 Circuito magnetico equivalente con l'inserimento del magnete per-
manente
4.3.8 Disegno in sezione del TMD con smorzatore elettromagnetico 122
4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico
4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico       123         5.1.1 Modello del sistema principale       126
4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico       123         5.1.1 Modello del sistema principale       126         5.1.2 Proprietà inerziali della struttura d'acciaio       127
4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico       123         5.1.1 Modello del sistema principale       126         5.1.2 Proprietà inerziali della struttura d'acciaio       127         5.1.3 Modello utilizzato per prevedere la frequenza caratteristica dei
<ul> <li>4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico</li></ul>
4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico       123         5.1.1 Modello del sistema principale       126         5.1.2 Proprietà inerziali della struttura d'acciaio       127         5.1.3 Modello utilizzato per prevedere la frequenza caratteristica dei moti di rotazione attorno agli assi principali d'inerzia del sistema       129         5.1.4 Dimensioni caratteristiche della struttura di prova       130         5.1.5 Disegno quotato supporti per le molle ad elica       131         5.2.1 Set-up di prova       132         5.2.2 Prova di caratterizzazione dinamica del sistema principale       133         5.2.3 Storie temporali       134         5.2.4 Esempio di "force window"       134         5.2.5 Finestra esponenziale       135         5.2.6 Coerenza valutata sui segnali degli accelerometri colocati       136
4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico       123         5.1.1 Modello del sistema principale       126         5.1.2 Proprietà inerziali della struttura d'acciaio       127         5.1.3 Modello utilizzato per prevedere la frequenza caratteristica dei moti di rotazione attorno agli assi principali d'inerzia del sistema       129         5.1.4 Dimensioni caratteristiche della struttura di prova       130         5.1.5 Disegno quotato supporti per le molle ad elica       131         5.2.1 Set-up di prova       132         5.2.2 Prova di caratterizzazione dinamica del sistema principale       133         5.2.3 Storie temporali       134         5.2.4 Esempio di "force window"       134         5.2.5 Finestra esponenziale       135         5.2.6 Coerenza valutata sui segnali degli accelerometri colocati       136         5.2.7 Funzioni di trasferimento colocate       139
4.3.9 Costruzione dello smorzatore elettromagnetico       123         5.1.1 Modello del sistema principale       126         5.1.2 Proprietà inerziali della struttura d'acciaio       127         5.1.3 Modello utilizzato per prevedere la frequenza caratteristica dei moti di rotazione attorno agli assi principali d'inerzia del sistema       129         5.1.4 Dimensioni caratteristiche della struttura di prova       130         5.1.5 Disegno quotato supporti per le molle ad elica       131         5.2.1 Set-up di prova       132         5.2.2 Prova di caratterizzazione dinamica del sistema principale       133         5.2.3 Storie temporali       134         5.2.4 Esempio di "force window"       134         5.2.5 Finestra esponenziale       135         5.2.6 Coerenza valutata sui segnali degli accelerometri colocati       139         5.2.7 Funzioni di trasferimento colocate       139

5.2.10Confronto analitico sperimentale
5.2.1 Confonto FdT misurate-stiamte
5.3.1 Posizione di incollaggio degli estensimetri sulla molla flessionale . 151
5.3.2 Andamento temporale dell'uscita del ponte estensimetrico duran-
te la prova di taratura
5.3.3 Diagramma di taratura del ponte estensimetrico
5.4.1 Layout di prova
5.4.2 Prova con il sistema montato direttamente sullo shaker 154
5.4.3 Schema layout di prova
5.4.4 Esempio di autospettro dell'accelerazione del basamento misurata
durante una prova
6.1.1 Modello dinamico non lineare
6.1.2 Risultati di un generico test sul dispositivo
6.2.1 "Experimentally-Based 1-D Material Model"
6.2.2 Regola della leva modificata
6.2.3 Soluzioni
6.2.4 Simulazione di un ciclo di temperatura
7.1.1 funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : fili a temperatura ambiente 202
7.1.2 funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : fili a $T = 110 ^{\circ}\text{C}$
7.3.1 Stima preliminare del tiro ottimale: solo struttura principale 205
7.3.2 Stima preliminare del tiro ottimale: struttura principale + $100 \text{ g}$ 206
7.3.3 Stima preliminare del tiro ottimale: struttura principale + 200 g 207
7.3.4 Tiro dei fili SMA
7.3.5 Confronto tra tiro misurato e stimato
7.3.6 Andamento temporale di tensione e corrente di alimentazione dei
fili SMA
7.3.7 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : condizioni iniziali
7.3.8 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 38.09 N a regime
7.3.9 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 34.96 N a regime
7.3.10 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 31.66 N a regime
7.3.1 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 38.09 N a regime

7.3.12Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni
di regime
7.3.13Tiro dei fili SMA: confronto numerico sperimentale
7.3.14Confronto corrente di alimentazione
7.3.1 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale :
condizioni iniziali
7.3.1 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
tiro 38.09 N a regime
7.3.17 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale;
tiro 34.96 N a regime
7.3.18 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
tiro 31.66 N a regime
7.3.19 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
tiro 38.09 N a regime
7.3.20 Tiro dei fili SMA: confronto numerico sperimentale (ingrandimento) 219
7.3.21Stima preliminare dei parametri ottimali: test TMD smorzato 221
7.3.2 <sup>2</sup> Confronto tra tiro misurato e stimato
7.3.23Andamento temporale di tensione e corrente di alimentazione dei
fili SMA
7.3.24 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$
7.3.25 Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni
di regime
7.3.26 Tiro dei fili SMA: confronto numerico sperimentale
7.3.27Confronto corrente di alimentazione
7.3.28 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : confronto numerico sperimentale 226
7.4.1 Andamento temporale del Tiro dei fili SMA: misura
7.4.2 Andamento temporale del Tiro dei fili SMA: stima 227
7.4.3 Andamento temporale di tensione e corrente di alimentazione dei
fili SMA
7.4.4 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : condizioni iniziali
7.4.5 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : $m_1 = 1.950 kg$ a regime
7.4.6 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : $m_1 = 2.050 kg$ a regime
7.4.7 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : $m_1 = 2.150 kg$ a regime

7.4.8 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : $m_1 = 1.950 kg$ a regime
7.4.9 Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni
di regime
7.4.10Tiro dei fili SMA: simulazioni con diverse intensità di rumore
sulla misura dell'accelerazione del sistema primario
7.4.1 lAutospettri spostamento $(x_1)$ del sistema da proteggere: confronto
tra diverse intensità di rumore di misura
7.4.12 Misura del tiro dei fili SMA: ingrandimento primo gradino 233
7.4.1 <i>3</i> Tiro dei fili SMA: simulazione
7.4.14Corrente di alimentazione dei fili SMA: simulazione
7.4.1 <b>5</b> Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
condizioni iniziali
7.4.1 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
$m_1 = 1.950 kg$ a regime $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 235$
7.4.17 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
$m_1 = 2.050 kg$ a regime
7.4.18 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
$m_1 = 2.150 kg$ a regime
7.4.19 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:
$m_1 = 1.950 kg$ a regime $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 236$
7.4.20 Tensione e corrente di alimentazione dello smorzatore elettroma-
gnetico
7.4.2 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$
7.4.22 Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni
di regime
7.4.23 Tensione e corrente di alimentazione dello smorzatore elettroma-
gnetico: simulazione
7.4.24 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : confronto numerico sperimentale 243
7.5.1 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto tra le due logiche di con-
trollo: $m_1 = 1.950 kg$ a regime $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 244$
7.5.2 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto tra le due logiche di con-
trollo: $m_1 = 2.050 kg$ a regime $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 244$

7.5.3 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto tra le due logiche di con-	
trollo: $m_1 = 2.150 kg$ a regime	
7.5.4 Funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_3}$ : confronto tra le due logiche di controllom <sub>1</sub>	=
$1.950kg$ a regime $\ldots \ldots 245$	,

# Elenco delle tabelle

2.5.1 Temperature di trasformazione
2.5.2 Deformazione recuperata
2.5.3 Tabella riassuntiva delle caratteristiche del filo Smartflex 73
3.3.1 Caratteristiche geometriche molla flessionale
3.3.2 Caratteristiche geometriche delle lamine per il montaggio dei fili . 96
4.3.1 Dimensioni geometriche del circuito magnetico
4.3.2 Dimensioni del magnete permanente cilindrico
5.1.1 Proprietà inerziali della struttura d'acciaio
5.1.2 Caratteristiche molle ad elica
5.1.3 Moti di rotazione del telaio
5.2.1 Strumentazione di misura
5.2.2 Deformata modale sperimentale del primo modo verticale 143
5.2.3 Modi di vibrare
5.2.4 Deformate modali sperimentali
5.3.1 Caratteristiche estensimetri
5.3.2 Carichi utilizzati per la taratura del ponte estensimetrico 147
5.4.1 Strumentazione
6.6.1 Parametri del filtro Butterworth
6.6.2 Parametri della prima logica di controllo
6.6.3 Parametri della seconda logica di controllo
7.3.1 Tiro ottimale
7.5.1 Tiro dei fili SMA durante le prove senza smorzatore relativo: con-
fronto tra le due logiche di controllo

## Sommario

Il "*Tuned Vibration Absorbers*" (TVA) è un dispositivo per il controllo delle vibrazioni di sistemi meccanici che, fin dalla dalla sua concezione ad opera di Frahm nel 1909, è stato oggetto di innumerevoli studi ed applicato con successo per risolvere problemi reali. Anche se questo dispositivo può essere realizzato in diversi modi e quindi assumere diverse forme, dal punto di vista dinamico può essere assimilato ad un sistema massa-molla-smorzatore, i parametri del quale sono progettati in modo da abbattere l'ampiezza delle oscillazioni legate ad una risonanza problematica della struttura sulla quale è montato.

L' inconveniente, a cui vanno spesso incontro questi apparecchi, è il così detto "*mis-tuning*" che si verifica a causa della variazione nel tempo delle caratteristiche della struttura da proteggere. In questo lavoro di tesi di laurea è stato concepito un sistema che, grazie all'utilizzo di fili in lega a memoria di forma (SMA) e di uno smorzatore elettromagnetico, è in grado di modificare la propria frequenza di risonanza e il proprio coefficiente smorzamento in tempo reale, in modo che possa lavorare sempre nelle condizioni ottimali; un dispositivo con queste proprietà viene definito "*adaptive tuned mass damper*" (ATMD).

Il dispositivo concepito è costituito da una massa centrale appesa alla struttura da proteggere attraverso quatto fili SMA; per modificarne la frequenza di risonanza, viene sfruttata la variazione del carico assiale a cui sono soggetti i fili, vincolati alle estremità da molle, per effetto della variazione della loro temperatura. Uno smorzatore a correnti parassite, costituito da un manicotto in rame montato sulla massa dell'ATMD e da un circuito elettromagnetico fissato alla struttura da proteggere, permette di introdurre una forza dissipativa variabile in funzione della tensione di alimentazione della bobina che genera il campo magnetico responsabile della nascita delle correnti parassite nel manicotto.

Del sistema appena descritto è stato realizzato inizialmente un modello nume-

### Sommario

rico che ha consentito di sviluppare due logiche per il controllo delle sue caratteristiche meccaniche e di prevederne le prestazioni. In seguito è stato prodotto un prototipo che è stato testato per valutarne l'efficacia.

## Abstract

The "*Tuned Vibration Absorber*" (TVA) is a device for vibration control of mechanical systems that, from its conception by Frahm in 1909, has been the subject of a number of studies and successfully applied to solve real problems. Even if this device can be realized in different ways, and then take various forms, from the dynamic point of view it can be rapresented by a mass-spring-damper system, whose parameters are designed so as to reduce the amplitude of the motion related to a problematic resonance of the structure on which it is mounted.

The main drawback of such devices is the so called "*mis-tuning*" that occurs due to the variation in time of the characteristics of the structure to be protected. In this thesis work a system was conceived which is able to change its resonance frequency and its damping coefficient in real time, thanks to the use of shape memory alloy (SMA) wires and an electromagnetic damper, so that it can always work in optimal conditions; a device with these properties is called "*adaptive tuned mass damper*" (ATMD).

The device conceived is constituted by a central mass hanged to the structure to be protected through four SMA wires; the resonance frequency of the ATMD is changed by varying temperature of the SMA wires and thus their axial load. An eddy current damper, consisting of a copper sleeve mounted on the mass of the ATMD and by an electromagnetic circuit attached to the structure, allows to introduce a dissipative force variable as a function of the supplied voltage to the coil therefore, the basic principle is that of the eddy currents.

The system just described was first implemented into a numerical model that has allowed for develop two approaches to the control of its mechanical properties and predict yhe performance. A prototype was later produced and it has been tested to evaluate its effectiveness.

## Introduzione

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è la descrizione del progetto, della costruzione e delle fasi di test e valutazione delle performance di un prototipo di "*adaptive tuned mass damper*" (ATMD). Il lavoro è inoltre volto a dimostrare i notevoli vantaggi, in termini di abbattimento delle vibrazioni, che comporta l'impiego di questo dispositivo quando le caratteristiche della struttura da proteggere sono variabili nel tempo dato che, rispetto ad un classico TMD, può operare sempre in condizioni di "*tuning*".

Sfruttando le peculiari caratteristiche delle leghe a memoria di forma (SMA) e le forze dissipative prodotte su un elemento conduttore per effetto del suo moto in un campo magnetico, è stato possibile concepire un dispositivo in grado di modificare in modo continuo la propria frequenza di risonanza e il proprio coefficiente di smorzamento.

Il sistema in questione è costituito da una massa centrale appesa alla struttura da proteggere attraverso quattro fili SMA; per modificarne la frequenza di risonanza viene sfruttata la variazione del carico assiale a cui sono soggetti i fili, vincolati alle estremità da molle di recupero, per effetto della variazione della loro temperatura. Uno smorzatore a correnti parassite, costituito da un manicotto in rame montato sulla massa dell'ATMD e da un circuito elettromagnetico fissato al sistema da proteggere, permette, inoltre, di introdurre una forza dissipativa variabile in funzione della tensione di alimentazione della bobina che genera il campo magnetico responsabile della nascita delle correnti parassite nel manicotto.

Al fine permettere al dispositivo di lavorare sempre in condizioni ottimali, sono state sviluppate due logiche di controllo per i suoi parametri. La prima si basa sulla stima on-line dei parametri della struttura da proteggere dai quali ricavare istantaneamente le condizioni di esercizio ottimali dell'assorbitore. La seconda invece è di tipo empirico e prevede che le condizioni di tuning dell'ATMD siano

#### Introduzione

fissate in base al risultato di alcune tecniche di analisi dei segnali vibratori.

Dell'ATMD appena presentato è stato implementato un modello numerico per poterne simulare il comportamento; inoltre, è stato realizzato un prototipo montato su un struttura di prova per poter valutare sperimentalmente le sue prestazioni.

Il motivo che ha spinto questo lavoro è stato quello di verificare, partendo dallo stato dell'arte, la possibilità di impiegare questa particolare categoria di leghe metalliche per realizzare un assorbitore dinamico adattativo in grado di avere prestazioni rilevanti in termini di variazione di frequenza di risonanza e tempo di adattamento alle condizioni ottimali di esercizio.

La prima parte di questo documento è volta a descrivere il dispositivo realizzato e i concetti principali su cui si basa il suo funzionamento facendo riferimento agli studi già fatti in materia nel corso degli anni.

Si prosegue con la presentazione delle prove sperimentali necessarie per definire le caratteristiche particolari delle leghe a memoria di forma, i risultati delle quali saranno utilizzati per il progetto del prototipo e per la realizzazione del suo modello numerico.

Si passa, quindi, al progetto del sistema; inizialmente vengono dimensionate le molle di recupero necessarie affinchè i fili SMA possano deformarsi con conseguente variazione dell'azione assiale, da cui dipende la frequenza caratteristica del sistema; quindi si passa al progetto del circuito che costituisce lo smorzatore elettromagnetico.

Una volta definito il modello numerico del sistema e le modalità con cui si è previsto di testarlo, è stato possibile fare un confronto tra le prestazioni reali del dispositivo e quelle previste dalla modellazione.

Il lavoro di tesi si conclude con le opportune osservazioni sui risultati finali, suggerendo una serie di sviluppi futuri.

## Ringraziamenti

Vorrei ringraziare il Prof. Stefano Manzoni e l'Ing. Marta Berardengo per l'indispensabile aiuto che mi hanno fornito durante lo svolgimento di questo lavoro; l'istituto CNR-IENI di Lecco che ha messo a disposizione le proprie stutture per l'esecuzione delle prove sperimentali nonchè l'ing. Paola Bassani per il supporto tecnico; SAES Getters e la società RAM s.r.l che ci hanno gentilmente fornito i materiali necessari per la costruzione del prototipo di assorbitore dinamico. Un grandissimo grazie va alla mia famiglia per il supporto costante e la pazienza. Un altro grazie va ai piccoli Alessandro e Leonardo, a cui auguro un roseo futuro, e a tutte le persone che mi hanno sempre sostenuto. Un grazie va a tutti gli amici che hanno passato con me il periodo universitario. In particolare grazie a Ivan Maj, Luca Maggiori e al carissimo Mosè Tavecchio.

### 1.1 Principi di funzionamento del TVA

Con la definizione *"Tuned Vibration Absorbers"* (TVAs) vengono indicati tutti quei dispositivi passivi utilizzati con successo per l'abbattimento delle vibrazioni meccaniche in diversi settori quali: civile, automotive, aerospaziale, ecc.

Un tuned vibration absorber, nella sua forma più generica, è un sistema meccanico ausiliario i cui parametri vengono progettati in modo da sopprimere le vibrazioni della struttura principale nel punto in cui viene montato, grazie all'applicazione di forze relative. Per meglio comprendere la definizione riportata so-



Figura 1.1.1: Assorbitore dinamico non smorzato

pra, in figura 1.1.1 è rappresentato il classico modello dinamico di un TVA non smorzato, rispetto a questo modello a parametri concentrati è possibile definire:

- 1. Per la struttura da proteggere:
  - *x*<sup>1</sup> la coordinata libera

- $m_1$  la massa
- *k*<sub>1</sub> la rigidezza
- 2. Per l'assorbitore dinamico:
  - *x*<sup>2</sup> la coordinata libera
  - *m*<sub>2</sub> la massa
  - *k*<sub>2</sub> la rigidezza
- 3. Per la forzante esterna:
  - F<sub>1</sub> l'ampiezza
  - $\Omega$  la pulsazione

Consideriamo un sistema meccanico che, nel campo di frequenze in cui risulta essere normalmente eccitato, sia ben approssimato da un modello ad 1 grado di libertà (1 g.d.l.), in figura indicato come: "sistema da proteggere", sul quale agisce una forzante che, inizialmente, supporremo applicata direttamente sul g.d.l. e della forma:  $f_1(t) = F_1 cos(\Omega t)$ ; nel caso in cui si verifichi che la frequenza di eccitazione sia uguale a quella di risonanza del sistema:  $\Omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \omega_1$ , o quantomeno prossima a tale valore, le vibrazioni meccaniche possono arrivare a livelli intollerabili per il buon funzionamento del sistema, in particolare nel caso in cui lo smorzamento associato al g.d.l. sia così piccolo da essere trascurabile (vedi figura 1.1.2). Al fine di ridurre le ampiezze di oscillazione si potrebbe intervenire:

- cambiando le caratteristiche meccaniche del sistema, in modo da allontanarlo dalla condizione: $\Omega = \omega_1$ .
- aumentando lo smorzamento associato al g.d.l.

Questi rimedi possono essere eccessivamente onerosi o fisicamente irrealizzabili, in alternativa è possibile montare un assorbitore dinamico delle vibrazioni (inventato da Frahm nel 1909, si veda Den Hartog, 1956 come precisato in [1]), ossia un ulteriore sistema meccanico ad 1g.d.l. (in figura 1.1.1 indicato come "*assorbitore*") la cui massa è di qualche punto percentuale quella del sistema primario e rigidezza tale che:  $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \Omega$ . In questo modo alla frequenza di eccitazione l'ampiezza dello spostamento relativo tra le due masse  $m_1$  e  $m_2$  è così elevata

### 1.1 Principi di funzionamento del TVA



Figura 1.1.2: Funzione di Trasferimento  $\frac{X_1}{F_1}$ [m/N] di un generico sistema ad 1 g.d.l. non smorzato

che la forza scaricata sul sistema da proteggere attraverso la molla  $k_2$ è in grado di equilibrare la forzante esterna e quindi annullarne la vibrazione, come mostrato in figura 1.1.3.

### 1.1.1 Trattazione analitica TVA non smorzato

E' possibile, quindi, tradurre quanto detto finora in formule matematiche. Considerando il sistema rappresentato in figura 1.1.1, utilizzando il metodo degli equilibri dinamici, è possibile scrivere il seguente sistema di equazioni di moto:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F_1 cos(\Omega t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 - k_2 x_1 = 0 \end{cases}$$
(1.1.1)

Imponendo la soluzione a regime è possibile riscrivere il sistema (1.1.1) in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} -m_1\Omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -m_2\Omega^2 + k_2 \end{bmatrix} \begin{cases} X_1 \\ X_2 \end{cases} = \begin{cases} F_1 \\ 0 \end{cases}$$

Da cui è possibile ricavare le Funzioni di Trasferimento degli spostamenti dei due gradi di libertà rispetto alla forzante esterna:



Figura 1.1.3: Funzione di Trasferimento  $\frac{X_1}{F_1}$  [m/N] di un generico sistema con TVA non smorzato

$$\frac{X_1}{F_1} = \frac{-m_2\Omega^2 + k_2}{(-m_1\Omega^2 + k_1 + k_2)(-m_2\Omega^2 + k_2) - k_2^2}$$
(1.1.2)

$$\frac{X_2}{F_1} = \frac{k_2}{(-m_1\Omega^2 + k_1 + k_2)(-m_2\Omega^2 + k_2) - k_2^2}$$
(1.1.3)

Il modulo della F.d.T. (1.1.2), il cui andamento in funzione della pulsazione della forzante  $\Omega$  è rappresentato in figura 1.1.3, è nulla per  $\Omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ . Questo fatto conferma quanto espresso precedentemente; inoltre dalla (1.1.3), per lo stesso valore di pulsazione della forzante si può ricavare:  $\frac{X_2}{F_1} = -\frac{1}{k_2}$  ossia  $F_1 = -k_2X_2$  riportandoci nel dominio del tempo:  $F_1 cos(\Omega t) = -k_2X_2 cos(\Omega t)$ . Quindi, per questo valore di pulsazione, istante per istante il moto dell'assorbitore è tale per cui la forza elastica scaricata sul sistema da proteggere attraverso la molla di caratteristica  $k_2$ equilibri la forzante esterna.

Per rendere più geneale la trattazione è opportuno, come indicato in [1], esprimere la (1.1.2) e la (1.1.3) in termini adimensionali introducendo i seguenti parametri:

### 1.1 Principi di funzionamento del TVA

$$a_{1} = \frac{\Omega}{\omega_{1}}; \qquad f = \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}}; \mu = \frac{m_{2}}{m_{1}}; \qquad \frac{k_{2}}{k_{1}} = \frac{\omega_{2}^{2}m_{2}}{\omega_{1}^{2}m_{1}} = f^{2}\mu;$$
(1.1.4)

Indicando con  $\delta_{st} = \frac{F_1}{k_1}$  si ottiene:

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{f^2 - a_1^2}{(1 + \mu f^2 - a_1^2)(f^2 - a_1^2) - \mu f^4}$$
(1.1.5)

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{f^2}{(1 + \mu f^2 - a_1^2)(f^2 - a_1^2) - \mu f^4}$$
(1.1.6)

In questo modo i parametri di progetto del TVA non smorzato risultano essere i numeri adimensionali  $f \in \mu$  inoltre, annullando il denominatore di una tra la (1.1.5) e la (1.1.6) è possibile ricavare le due frequenze di risonanza (in termini adimensionali) del sistema con il TVA montato, in funzione dei parametri ora introdotti:

$$a_{11} = \frac{\Omega_1}{\omega_1} = \frac{(1+f^2(1+\mu))}{2} - \sqrt{\frac{(1+f^2(1+\mu))^2}{4} - f^2}}a_{12} = \frac{\Omega_2}{\omega_1} = \frac{(1+f^2(1+\mu))}{2} + \sqrt{\frac{(1+f^2(1+\mu))^2}{4} - f^2}}$$
(1.1.7)

In cui  $\Omega_1$  rappresenta la prima frequenza di risonanza del sistema a g.d.l. in  $[\frac{rad}{s}]$ , mentre  $\Omega_2$  rappresenta la seconda frequenza di risonanza in  $[\frac{rad}{s}]$ . Un esempio dell'andamento dell'equazione (1.1.7) è riportato in figura (1.1.4), mentre in figura (1.1.5) è rappresentato un esempio di come potrebbe modificarsi il modulo della Funzione di Trasferimento colocata del sistema una volta fissati i parametri di progetto del TVA.



Figura 1.1.4: Andamento delle risonanze del sistema a 2 g.d.l. in funzione dei parametri di progetto del TVA non smorzato



Figura 1.1.5: Esempio di modifica della F.d.T. del sistema fissati i parametri di progetto del TVA non smorzato

A questo punto è necessario fare un'osservazione, infatti, l'assorbitore dinamico non smorzato svolge al meglio la funzione per la quale è progettato solo nei casi in cui la forzante  $F_1(t)$  sia:

- monoarmonica;
- a banda di frequenza sufficientemente stretta in modo da non influenzare le due zone di risonanza del sistema accoppiato.

Al contrario se  $F_1(t)$  agisce su una banda larga di frequenze è necessario ricorrere ad un assorbitore smorzato. Come è possibile osservare dalla figura 1.1.6, in



Figura 1.1.6: Assorbitore dinamico smorzato

questo caso si può agire anche sulla caratteristica dello smorzatore  $r_2$  in modo che il modulo della F.d.T.  $\frac{X_1}{F_1}$  rimanga il più limitato possibile all'interno della banda di frequenze associata alla forzante  $F_1(t)$ .

Quindi, da ciò che è stato descritto finora e da quanto indicato in [2] è possibile utilizzare un TVA per risolvere due grandi categorie di problemi relativi alle vibrazioni dei sistemi meccanici, a cui corrispondono diversi criteri di "tuning":

- 1. Se l'energia introdotta dalla forzante è limitata ad un piccolo range di frequenze, il TVA può essere realizzato in modo da agire sul sistema come un notch filter; in questo caso prende il nome di "*Tuned Vibration Neutralizer*" (TVN), il quale non richiede l'introduzione di ulteriore smorzamento nella struttura e il criterio di "*tuning*" corrisponde a quello precedentemente trattato per l'assorbitore dinamico non smorzato,1.1.14 ossia imponendo f = 1.
- 2. Se la struttura primaria è soggetta ad una forzante che introduce energia su un range di frequenze tale da rendere problematica la componente di vibrazione legata ad un singolo modo di vibrare della stessa, è possibile progettare il TVA in modo da allargare il suo campo d'azione; in questo caso prende il nome di *"Tuned Mass Damper"* (TMD) e richiede l'introduzione di forze dissipative.

### 1.1.2 Trattazione analitica TMD

Anche in questo caso è possibile partire ricostruendo le equazioni di moto relative al modello rappresentato in figura 1.1.6:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + r_2 \dot{x}_1 - r_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = F_1 cos(\Omega t) \\ m_2 \ddot{x}_2 - r_2 \dot{x}_1 + r_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - k_2 x_1 = 0 \end{cases}$$
(1.1.8)

A questo punto, secondo quanto fatto in [2], possiamo isolare e riscrivere la seconda equazione del sistema 1.1.8 in questo modo:

$$m_2\ddot{x}_2 + r_2\dot{x}_2 + k_2x_2 = k_2x_1 + r_2\dot{x}_1 \tag{1.1.9}$$

La 1.1.9 rappresenta l'equazione di moto del solo TMD il quale è soggetto ad una forzante equivalente derivante dalla vibrazione del sistema da proteggere:

$$F_{2eq} = k_2 x_1 + r_2 \dot{x}_1$$

Quindi è possibile riscrivere la 1.1.9 come:

$$m_2\ddot{x}_2 + r_2\dot{x}_2 + k_2x_2 = F_{2eq} \tag{1.1.10}$$

### 1.1 Principi di funzionamento del TVA

Imponendo la soluzione:  $x_2(t) = X_2 cos(\Omega t)$  è possibile valutare la risposta del solo TMD a regime:

$$\frac{X_2}{F_{2eq}} = |H(i\Omega)|e^{i\varphi} \tag{1.1.11}$$

Dove  $|H(i\Omega)|$  rappresenta il modulo della Funzione di Trasferimento mentre  $\varphi$  la sua fase. Sfruttando la 1.1.11 si può esprimere l'energia che il TMD è in grado di asportare dal sistema primario:

$$E_d = \int_0^T F_{2eq} \dot{x}_2 dt = -\pi |H| |F_{2eq}|^2 \sin(\varphi)$$
 (1.1.12)

Dalla 1.1.12 è facile osservare che l'energia dissipata dal TMD è massima quando questo si trova in risonanza ( $\Omega = \omega_2$ ) dato che in questa condizione:

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \Longrightarrow E_d = \pi \left| H \right| \left| F_{2eq} \right|^2$$

Come fatto in precedenza si ricavano le espressioni delle F.d.T. dei due gradi di libertà del sistema:

$$\frac{X_1}{F_1} = \frac{-m_2\Omega^2 + i\Omega r_2 + k_2}{(-m_1\Omega^2 + i\Omega r_2 + k_1 + k_2)(-m_2\Omega^2 + i\Omega r_2 + k_2) - (k_2 + i\Omega r_2)^2} \quad (1.1.13)$$

$$\frac{X_1}{F_1} = \frac{i\Omega r_2 + k_2}{(-m_1\Omega^2 + i\Omega r_2 + k_1 + k_2)(-m_2\Omega^2 + i\Omega r_2 + k_2) - (k_2 + i\Omega r_2)^2} \quad (1.1.14)$$

Analogamente è possibile esprimere le F.d.T. 1.1.13 e1.1.14 in termini adimensionali sfruttando le 1.1.4 e introducendo il nuovo parametro di progetto:  $h = \frac{r_2}{2m_2\omega_2}$ , in particolare i loro moduli assumono la forma:

$$\left|\frac{X_1}{\delta_{st}}\right| = \sqrt{\frac{(f^2 - a_1^2)^2 + (2a_1hf)^2}{\left[(1 - a^2)(f^2 - a^2) - \mu f^2 a_1^2\right]^2 + \left[2a_1hf(1 - a_1^2 - \mu a_1^2)\right]^2}} \quad (1.1.15)$$



Figura 1.1.7:  $\left|\frac{X_1}{\delta_{st}}\right|$  fissati i parametri  $\mu = \frac{1}{10}$  e f = 1 al variare di h

In figura 1.1.15 è rappresentata la 1.1.15 in funzione della pulsazione adimensionale  $a_1$ al variare del parametro h; si nota come l'ascissa dei punti indicati con le lettere A e B non dipenda da tale parametro. Il valore dell'ordinata di tali punti può essere ricavato sfruttando l'osservazione appena fatta:

$$\left|\frac{X_1}{\delta_{st}}\right|_{h=0} = \pm \frac{(f^2 - a_1^2)^2}{\left[(1 - a^2)(f^2 - a^2) - \mu f^2 a_1^2\right]^2}$$
(1.1.17)

$$\left|\frac{X_1}{\delta_{st}}\right|_{h=\infty} = \pm \frac{1}{(1-a_1^2 - \mu a_1^2)}$$
(1.1.18)

Uguagliando la 1.1.17 con la 1.1.18 si ottiene la seguente equazione algebrica del quarto ordine biquadratica in  $a_1$ :

$$a_1^4 - a_1^2 \frac{2 + 2f^2(1+\mu)}{2+\mu} + \frac{2f^2}{2+\mu} = 0$$
(1.1.19)

A partire dall'equazione 1.1.19, Hartog in [21], propose una procedura analitica per definire il valore ottimale dei parametri di progetto: il suo obiettivo era quello

di fare in modo che il modulo della F.d.T si mantenesse il più basso possibile tra le frequenze proprie del sistema accoppiato. E', innanzitutto, evidente che la 1.1.19 non dipende dal parametro h; è quindi possibile, una volta fissato il rapporto tra le masse  $\mu$ , definire come valore ottimo per il parametro f, quello che garantisce che l'ascissa dei punti A e B sia uguale (vedi figura1.1.8) :



Figura 1.1.8: Condizione ottima parametro f

$$f = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{1+\mu}$$
(1.1.20)

per limitare l'effetto dei picchi di risonanza è possibile imporre come valore ottimale per il parametro h quello che garantisce che la derivata del modulo della F.d.T. sia nulla in corrispondenza dei punti A e B (vedi figura1.1.9) :



Figura 1.1.9: Condizione ottima parametro  $\mu$ 

$$h = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \tag{1.1.21}$$

Per precisione si fa notare che Bakrez e Jangid in [31], definiscono in modo dettagliato altri metodi di ottimizzazione dei parametri di un TMD e specificano che

nel caso in cui lo smorzamento della struttura da proteggere non sia trascurabile non è possibile definire in forma chiusa i parametri ottimali per il funzionamento del sistema, ma questi devono essere ricavati numericamente in relazione al problema affrontato.

Si può concludere dicendo che il *"Tuned Mass Damper"* non deve essere considerato come un elemento che esercita sul sistema da proteggere una forza aggiuntiva che equilibri la forzante esterna, ma come un sistema opportunamente smorzato che, lavorando in risonanza, dissipa una notevole quantità di energia. L'effetto di questa dissipazione è tale da aumentare lo smorzamento complessivo del sistema a 2 g.d.1. e diminuirne le ampiezze di vibrazione.

## 1.2 Sistemi adattativi per l'attenuazione delle vibrazioni meccaniche

Come visto nel paragrafo precedente, eseguire il "tuning" di un TVA consiste nel progettarlo in modo che i corrispondenti parametri f e h siano ottimali. Il "mistuning", ossia una modifica delle condizioni ottimali, che potrebbe essere causato da variazioni in esercizio delle caratteristiche meccaniche del sistema da proteggere ad esempio per effetto di una variazione della temperatura ambientale (sistema tempo-variante), determinerebbe uno scadimento delle prestazioni dell'assorbito-re dinamico e quindi, causare un incremento dell'ampiezza delle vibrazioni del sistema.

Per evitare che il sistema si trovi in condizioni di "mistuning", sono stati sviluppati dispositivi in grado di modificare le proprie caratteristiche in "*real-time*" in modo da operare sempre nelle condizioni ottimali; questi prendono il nome di "Adaptive Tunable Vibration Absorbers" (ATVAs).

Come indicato in [2] le caratteristiche fondamentali per un ATVA sono:

 basso smorzamento strutturale: questo è fondamentale per un ATVN, il quale deve agire su una singola frequenza e, come si vedrà in seguito, affinchè il criterio di *"retuning"* sia efficace. Per un ATMD è, invece, è opportuno che lo smorzamento venga introdotto esclusivamente da un smorzatore adattativo;
#### 1.2 Sistemi adattativi per l'attenuazione delle vibrazioni meccaniche

- 2. ogni attuatore necessario per modificare le caratteristiche dell'ATVA deve aggiungere la minor massa possibile al sistema da proteggere;
- 3. il dispositivo deve essere in grado di eseguire il *"retuning"* in un grande range di frequenze;
- 4. il "retuning" deve essere rapido (per ATVN) e con bassa richiesta di energia;
- 5. il dispositivo deve essere poco costoso e semplice da realizzare.

Di seguito vengono descritti alcuni dispositivi già proposti in passato da diversi progettisti.

Un assorbitore dinamico in grado di modificare la propria rigidezza è stato presentato da Longbottom in [3]; come mostrato in figura 1.2.1 si tratta di una massa d'acciaio compresa tra due molle pneumatiche la rigidezza delle quali è regolabile variando la pressione dell'aria al loro interno. Ulteriori studi fatti su questo dispositivo da Long in [4] hanno portato allo sviluppo di sistemi di controllo in grado di modificarne automaticamente la rigidezza. Il grosso svantaggio di tale tecnologia è la grande dissipazione di energia prodotta dai soffietti in gomma che costituiscono le molle. Più recentemente Bonello in [5] propose un ATVA costituito da piastre, la rigidezza longitudinale delle quali è funzione della curvatura modificabile grazie ad attuatori piezoceramici (vedi figura 1.2.2). Questo sistema è in grado di garantire elevata rapidità di "retuning" su un grande range di frequenze 36-56 Hz (56% di variazione), ma, a causa di effetti inerziali delle piastre, utilizzabile solo a bassa frequenza. Altri lavori si sono focalizzati sullo sviluppo di "beam like" ATVA a forma di trave con l'utilizzo di servo-attuatori per modificarne le caratteristiche geometriche che influiscono su massa e rigidezza modale. Il primo esempio di questo tipo di sistemi è quello presentato in [6] da Hong & Ryu dotato di supporti mobili, come mostrato in figura 1.2.3. Brennan in [7] propose il confronto tra le due tecnologie riportate in figura1.2.4. L' ATVA di figura 1.2.4a è composto da due travette incastrate agli estremi che, grazie ad un servo-attuatore posizionato centralmente in corrispondenza del punto d'attacco alla struttura da proteggere, possono essere allontanate tra di loro in modo da modificare la sezione resistente effettiva del sistema e quindi la sua frequenza propria. Questa configurazione risulta tra quelle a più rapida risposta

## 1 Stato dell'arte



Figura 1.2.1: ATVA con molle pneumatiche

dato che l'attuatore deve garantire piccoli spostamenti, ma allo stesso tempo deve supportare forze elevate: deve essere di dimensioni relativamente grandi e quindi aggiunge elevata massa al sistema da proteggere; infine la variazione della frequenza propria è limitata dalla massima deformazione supportabile dalle travi ed è stata stimata attorno al 35%. Brennan, quindi, studiò due configurazioni che garantissero una maggiore flessibilità, ossia quelle a travi mobili o a masse mobili rappresentate in figura 1.2.4b. La prima configurazione non è mai stata realizzata in quanto richiederebbe l'utilizzo di un dispositivo telescopico sottoposto a sforzi di flessione: tecnologicamente troppo complesso da realizzare e attuare; la secon-



1.2 Sistemi adattativi per l'attenuazione delle vibrazioni meccaniche

Figura 1.2.2: ATVA con piastre a curvatura variabile



Figura 1.2.3: ATVA con supporti mobili servo-attuati

da, invece è più fattibile: la lunghezza delle travi è fissa mentre la variazione della frequenza propria è ottenuta posizionando opportunamente le masse. Il problema

#### 1 Stato dell'arte



Figura 1.2.4: "beam like ATVAs" servo-attuati studiati da Brennan in [7]

che accomuna tutti questi progetti è costituito dal fatto che l'attuatore costituisce una massa aggiuntiva più o meno considerevole per il sistema da proteggere aumentandone, di conseguenza, le ampiezze di vibrazione. Questo inconveniente è stato risolto da Carneal nel documento [8] in cui propose una variante dell'ATVA a supporti mobili presentato da Hong & Ryu in cui il servo-attuatore è parte integrante della massa dell'assorbitore stesso (vedi figura1.2.5). Questo, comunque,



Figura 1.2.5: ATVA a supporti mobili con telaio V-Type

richiede l'utilizzo di un telaio detto a V che deve essere sufficientemente leggero ma allo stesso tempo molto rigido in modo tale da non introdurre dinamiche non desiderate nel sistema. Un ATVA in grado di sfruttare un principio alternativo per modificare la frequenza propria è stato sviluppato nel 2007 da Gsell in [9] e mostrato in figura 1.2.6. Questo è costituito da una massa centrale supportata da



1.2 Sistemi adattativi per l'attenuazione delle vibrazioni meccaniche

Figura 1.2.6: Pre-stressable leaf-spring ATVA

molle flessionali; la frequenza propria del sistema è funzione della rigidezza delle molle e del precarico ad esse fornito attraverso degli attuatori piezoceramici che sono in grado di garantirne un incremento del 48.5%. Questo, tuttavia presenta una problematica non indifferente: la rigidezza assiale del telaio esterno deve essere molto più elevata rispetto a quella delle molle flessionali affinchè la forza esercitata dagli attuatori si scarichi su quest'ultime, ciò comporta che il telaio sia realizzato con profili d'acciaio di sezione importante e quindi aggiunga notevole massa alla struttura. Tuttavia, gli autori fanno notare che in molti casi la rigidezza del sistema da proteggere è sufficiente a garantire questa condizione e l'ATVA può essere montato direttamente su questo senza l'aggiunta del telaio.

## 1.3 Impiego delle leghe a memoria di forma nel campo specifico

Le leghe a memoria di forma, di cui si parlerà più approfonditamente nel prossimo capitolo, presentano tre caratteristiche particolari che le rendono interessanti per la realizzazione di dispositivi applicabili nell'ambito del controllo delle vibrazioni meccaniche, queste sono:

- la modifica delle proprie caratteristiche meccaniche, in particolare un aumento del modulo elastico, nel passaggio dallo stato (o fase) martensitico a bassa temperatura, a quello austenitico ad alta temperatura;
- la possibilità di indurre una stato di sforzo interno sfruttando la capacità di recupero della deformazione con l'aumento della temperatura;
- la grande capacità di dissipazione di energia grazie allo smorzamento dovuto alla così detta *"inelastic hysteresis*".

Liang e Rogers nel 1989 nei documenti [10, 11] valutarono due possibili modalità di impiego delle leghe a memoria di forma nel campo del controllo delle vibrazioni: la prima consistette nel controllo attivo delle caratteristiche dinamiche di una piastra realizzata in materiale composito nella cui matrice vennero inseriti fili SMA il modulo elastico dei quali poteva essere variato in modo continuo attraverso riscaldamento o raffreddamento. La seconda, invece, prevedeva l'introduzione di fili pre-deformati nella matrice della piastra composita in modo che con il loro riscaldamento fosse possibile controllarne le frequenze proprie e i modi di vibrare.

Tuttavia queste tecniche di abbattimento delle vibrazioni richiedono una riprogettazione completa del sistema strutturale e quindi non sempre applicabili. L'interesse dei progettisti si è quindi spostato verso la possibilità di sfruttare le proprietà prima elencate per la realizzazione di ATVA.

In particolare Rustighi in [12] propose un "beam-like" ATVN costituito da quattro barrette a sezione circolare di 2 mm di diametro di lega NiTi unite grazie a due elementi in legno incollati tra di loro con resina epossidica, che costituiscono anche il punto di ancoraggio al sistema primario, come si può notare in figura 1.3.1 . Le barrette in lega NiTi, sono state collegate elettricamente in serie in modo



1.3 Impiego delle leghe a memoria di forma nel campo specifico

Figura 1.3.1: "beam-like" SMA ATVA

da essere riscaldate per effetto Joule in modo omogeneo. Nello stesso documento Rustighi propose anche un modello a paramenti concentrati a 2 g.d.l. del suo ATVN applicato al sistema da proteggere, come rappresentato in figura1.3.2, in



Figura 1.3.2: Modello a 2 g.d.l. SMA ATVA

grado di prevederne le prestazioni; in particolare in figura 1.3.3 viene riportata l'impedenza del sistema nei due stati di completa trasformazione nei quali il materiale può trovarsi: martensitico e austenitico, dalla quale è possibile ricavare una variazione di circa il 42% della frequenza propria dell' ATVA . In realtà i dati sperimentali indicano un incremento massimo della frequenza propria del 21% ottenuto alimentando il circuito costituito dalle barrette in Nitinol con una

### 1 Stato dell'arte



Figura 1.3.3: Impedenza meccanica prevista mediante il modello a 2 g.d.l.: —fase austenitica, - fase martensitica

corrente di 9 A con un transitorio di 2 minuti; quindi, ritornando all'elenco delle caratteristiche che deve avere un ATVA presentato nel paragrafo precedente, Questo soddisfa appieno i punti 1, 2 e 5 ma, lascia molto a desiderare per quanto riguarda i punti 3 e 4. In [13] Rustighi affronta il problema del controllo realtime dell'ATVN; in particolare per questo tipo di dispositivi il segnale di errore più frequentemente utilizzato è il  $\cos(\Phi)$  dove  $\Phi$  rappresenta la fase relativa tra la velocità del sistema da proteggere e quella dell'assorbitore, la condizione di "*tuning*" è raggiunta se  $\cos(\Phi) = 0$ , infatti, se il sistema complessivo è eccitato da una forzante monoarmonica l'assorbitore risulta essere in risonanza quando si muove in quadratura rispetto al sistema da proteggere, come è possibile ricavare facilmente dalla 1.1.9. La stima del parametro  $\cos(\Phi)$  può essere fatta sfruttando la media del prodotto tra le velocità su un periodo  $T = \frac{2\pi}{\Omega}$  dove  $\Omega$  è la pulsazione della forzante:

$$\overline{\dot{x}_h \dot{x}_a} = \int_0^T \dot{x}_h \dot{x}_a dt = \frac{\dot{X}_h \dot{X}_a}{2} \cos(\Phi)$$
(1.3.1)

dove  $\dot{x}_h e \dot{x}_a$  rappresentano rispettivamente la velocità del sistema da proteggere e quella dell'assorbitore mentre  $\dot{X}_h e \dot{X}_a$  i loro moduli. è quindi possibile normalizzare la 1.3.1 per ottenere:

$$\cos(\Phi) = 2\frac{\dot{x}_h \dot{x}_a}{\dot{X}_h \dot{X}_a} \tag{1.3.2}$$

In [13] Rustighi propone anche il confronto tra diverse logiche di controllo tra cui: una logica fuzzy un proporzionale e un proporzionale derivativo.

## 1.4 Smorzatori adattativi

Con questo nome vengono definiti quei dispositivi di dissipazione di energia meccanica il cui coefficiente o, più genericamente la curva, di smorzamento può essere variato in modo continuo in funzione di una opportuna logica di controllo. L'interesse per questo tipo di smorzatori è nato in ambito automobilistico con lo sviluppo di sospensioni semi-attive: la necessità di ottenere un compromesso tra i parametri caratteristici di comfort di guida, tenuta di strada e ampiezza di scuotimento della sospensione con l'utilizzo di smorzatori passivi e l'eccessivo costo di sistemi di sospensione attivi, ha portato allo sviluppo di questi sistemi che sono in grado di sviluppare la stessa forza dei dispositivi attivi solo quando questa può essere considerata dissipativa; di conseguenza hanno una richiesta di energia molto inferiore. In questo settore sono molto utilizzati smorzatori di tipo magneto-reologico: questi strutturalmente sono riconducibili a classici ammortizzatori idraulici ma, a differenza di questi, sono caricati con un fluido magneto-reologico e presentano un elettromagnete in corrispondenza delle luci di trafilamento. I fluidi magneto-reologici (MR) sono materiali che presentano la proprietà di cambiare istantaneamente e reversibilmente la viscosità interna in modo proporzionale al campo magnetico applicato. In particolare sono costituiti da particelle di ferro di dimensioni di 3 – 10 micron sospese in un liquido che può essere a base di acqua, oli minerali, sintetici, o siliconici, per una percentuale di circa un 10/40 % in volume. Essendo magnetizzabili, in assenza di un campo applicato presentano un comportamento reologico assimilabile a quello dei liquidi newtoniani, mentre, a seguito dell'applicazione di un campo magnetico svilup-

### 1 Stato dell'arte

pano al loro interno una resistenza viscosa che dipende dall'intensità del campo stesso, effetto della polarizzazione indotta nelle particelle sospese, manifestando un comportamento non-newtoniano. Le modalità con cui funzionano questi tipi di dispositivi sono ben rappresentate in figura 1.4.1. Questi dispositivi dal punto di



## Ammortizzatori Magneto-Reologici (MR)

Figura 1.4.1: Funzionamento smorzatori magneto-reologici

vista costruttivo sono riconducibili a giunti prismatici: a meno di essere connessi mediante cerniere agli elementi meccanici in vibrazione relativa, sono soggetti a problemi di attrito di primo distacco e impuntamenti, quindi, sono utilizzati in applicazioni che richiedono forze dissipative elevate. Negli ultimi venti anni, tuttavia, questo interesse si è allargato anche al campo del controllo delle vibrazioni di strutture flessibili, in particolare per elementi di piccola dimensione l'attenzione si è spostata su dispositivi di smorzamento elettromagnetici non a contatto che non richiedono l'interconnessione degli elementi vibranti. A tal proposito quelli che hanno riscosso maggiore interesse sono gli smorzatori a correnti parassite: ossia correnti indotte in masse metalliche a causa del movimento rispetto al campo magnetico in cui sono immerse. Come descritto in [18] la variazione di flusso può essere generata in due modi differenti:

• Mediante il moto relativo del conduttore in un campo magnetico variabile

lungo la sua coordinata spaziale.

• Mediante il moto di una parte mobile del circuito magnetico concatenato con un conduttore elettrico fisso.

Per la prima tipologia di smorzatori, il moto del conduttore genera forze di Lorentz che in prima approssimazione sono proporzionali alla velocità relativa del conduttore stesso. Questi tipi di smorzatori sono definiti come "*motional*" o "*di Lorentz*" per il principio su cui si basano. In [19] Inman propone un modello numerico per questa categoria di smorzatori e presenta il confronto con i risultati sperimentali ottenuti mediante un prototipo in cui il campo magnetico è prodotto da magneti permanenti, quindi non adattativo, montati su di una travetta di alluminio, come rappresentato in figura.



Figura 1.4.2: Prototipo smorzatore a correnti parassite di tipo "motional"

Per la seconda tipologia lo smorzamento è dovuto alla dissipazione di energia che si ha in un conduttore fisso che concatena un flusso magnetico variabile. La variazione di flusso nel tempo è dovuta alla variazione di riluttanza del circuito

### 1 Stato dell'arte

magnetico. Questo tipo di smorzatori sono denominati di tipo "*transformer*", per il principio su cui si basano essi sono anche detti "*a riluttanza*". Studi approfonditi su questi sistemi sono stati effettuati da Amati in [18] dove vengono presentati i risultati ottenuti dalle prove sperimentali sui dispositivi riportati in figura 1.4.3.



Figura 1.4.3: Smorzatori a correnti parassite di tipo "transformer"

In conclusione nell'articolo [17] Mirzaei definisce un modello numerico per uno smorzatore elettromagnetico di tipo "*motional*" a geometria cilindrica (vedi figura 1.4.4a) e propone un miglioramento tecnologico a questo dispositivo, incrementandone le prestazioni mediante l'introduzione di fluido magneto-reologico nell'intercapedine tra i due corsoi (vedi figura 1.4.4b).



Figura 1.4.4: Smorzatore elettromagnetico a geometria cilindrica

# 1.5 Mass damper adattativo di nuova concezione

In questo paragrafo si intende introdurre la nuova tipologia di mass damper adattativo oggetto di questo documento, la frequenza propria del quale può essere modificata con continuità sfruttando le peculiari caratteristiche delle leghe a memoria di forma, mentre il suo smorzamento può essere variato grazie all'utilizzo di uno smorzatore elettromagnetico. In figura 1.5.1 è riportato il modello CAD dell'AT-



Figura 1.5.1: Modello CAD del mass damper adattativo

MD sviluppato in questo lavoro montato sulla struttura d'acciaio che, come sarà precisato nei prossimi capitoli, costituirà la massa del sistema da proteggere per i test sperimentali. Come si può notare questo è costituito da una massa centrale realizzata in legno a cui sono connessi quattro cavi di Nitinol, una lega a memoria di forma le cui caratteristiche saranno descritte nel prossimo capitolo, questi sono montati sul sistema principale attraverso molle flessionali che verranno chiamate nel seguito "molle di recupero". Rispetto al dispositivo realizzato da Rustighi e descritto nel paragrafo 1.3 si intende sfruttare una differente proprietà di questi materiali per garantire che il sistema sia in grado di adattare con continuità la propria frequenza di risonanza, ossia il così detto: "effetto memori di forma a due vie". Questo fenomeno, che sarà descritto più approfonditamente nel prossimo capitolo, consiste nella capacità di queste leghe di essere soggette a deformazio-

## 1 Stato dell'arte

ni macroscopiche per effetto di cicli di riscaldamento e raffreddamento quando sottoposte ad un carico meccanico.

L'assorbitore è montato sul sistema da proteggere con un certo precarico. I fili, che risultano essere pre-deformati, quando riscaldati per effetto Joule tenderanno a recuperare la deformazione imposta; essendo, però, vincolati alle molle, il recupero della forma iniziale sarà possibile, nel rispetto delle condizioni di congruenza, solo a patto di un aumento del tiro a cui sono soggetti. Al contrario, quando soggetti a raffreddamento per convezione naturale, le molle garantiscono la forza necessaria per rideformarli. In base a questa descrizione appare evidente il motivo per cui le molle flessionali sono state definite di recupero: consentono al filo a memoria di forma di deformarsi modificando l'azione assiale a cui è soggetto; questo si traduce in una variazione della frequenza propria dell'assorbitore.

Si ritiene, infatti, che in questo modo sia possibile sfruttare più efficacemente le proprietà di queste leghe nel rispetto del caratteristiche fondamentali che deve soddisfare un ATVA elencate nel paragrafo 1.2, infatti, impiegando fili di diametro ridotto la corrente di alimentazione rimane inferiore a 2*A* a differenza dei 9*A* per il modello proposto da Rustighi, allo stesso modo, per effetto della minore inerzia termica, i transitori termici saranno più rapidi. Il dispositivo risulta essere, inoltre, più flessibile: a parità di geometria del sistema è possibile modificare il range di frequenze in cui può agire modificando il precarico o la rigidezza delle delle molle di recupero. Queste caratteristiche saranno riprese più approfonditamente nel paragrafo 3.1 in cui viene anche riportato un semplice metodo per confrontare le prestazioni dei due modelli in termini di variazione percentuale della frequenza propria.

Di fatto, aver sfruttato la variazione del tiro dei fili SMA per controllare la frequenza propria dell'ATMD, ha comportato una maggiore complessità nella modellazione del comportamento del materiale, necessario per progettare il dispositivo e per valutarne le prestazioni. E' stato infatti, necessario tener conto del comportamento fortemente isteretico che caratterizza queste leghe, il quale comporta che il legame tra lo sforzo agente nei fili e la loro temperatura dipenda dalla storia pregressa di carichi meccanici e termici subita dal materiale. Questo problema è già stato risolto da Senthilkumar e Umapathy in [30], mediante l'utilizzo di una rete neurale opportunamente "addestrata" grazie a rilevazioni sperimentali. In questo caso, invece, è stato utilizzato un modello di validità generale, descritto in [16], opportunamente modificato per descrivere il comportamento del nostro sistema.

In conclusione per l'introduzione di smorzamento relativo tra i due sistemi è stato previsto l'utilizzo di uno smorzatore a correnti parassite di tipo "*motional*" a geometria cilindrica costituito da un manicotto in rame montato sulla massa di legno e da un circuito magnetico posto sulla struttura da proteggere in cui la forza magneto-motrice è fornita da un avvolgimento alimentato in corrente continua e da un magnete al neodimio N35 posti in serie; in questo modo il sistema presenterà un valore smorzamento relativo non nullo il quale sarà adattato modificando l'intensità della corrente circolante nella bobina in base alla richiesta della logica di controllo.

## 2.1 Cenni storici

Il fenomeno della memoria di forma fu osservato per la prima volta nel 1932 su una lega Oro - Cadmio ad opera di Chang e Read. Nel 1962, in modo del tutto casuale, l'effetto a memoria di forma fu trovato anche su una lega equiatomica di Nichel - Titanio, per opera di Buehler presso il Naval Ordnance Laboratory (NOL) di White Oak della US Navy in Maryland, e fu da allora che iniziò la ricerca vera e propria, la produzione in notevoli quantità e le applicazioni pratiche di questa classe di materiali [16].

Con l'approfondirsi delle ricerche, furono analizzate molte altre leghe che presentassero le proprietà "shape memory", ma fra tutte, le più interessanti ed utili dal punto di vista applicativo si sono rivelate quelle del gruppo Nichel - Titanio, chiamate Nitinol (Nichel Titanio NOL) [16]; i motivi che supportano questa affermazione sono trattati approfonditamente nel prossimo paragrafo destinato alla descrizione delle loro catteristiche. La scoperta della proprietà di recupero della forma di questa nuova lega metallica, in associazione a elevate prestazioni meccaniche, spinse i ricercatori ad approfondirne lo studio investigando l'effetto di trattamenti termo-meccanici, composizione chimica e microstruttura. In particolare nel 1965 alcuni studi mostrarono che l'aggiunta di un terzo elemento in lega determina un drastico abbassamento delle temperature di trasformazione; questa scoperta portò alla loro prima grande applicazione commerciale: nel 1971 vennero utilizzate dalla Raychem Corporation per la fabbricazione di giunti per l'accoppiamento di tubi in titanio utilizzati sul Grumman F-14 (caccia della Marina Militare Americana), come descritto in [16]. Intorno al 1970, le leghe a memoria

di forma cominciarono a trovare impiego, anche nel campo medico, dove mostrarono delle ottime proprietà di biocompatibilità. Tra gli impieghi più comuni si possono citare fili di sutura, apparecchi ortodontici, cateteri e, più recentemente, stent (vedi [16]). Le leghe a memoria di forma, grazie alle loro enormi potenzialità, trovano ai giorni d'oggi svarianti impieghi ad esempio come attuatori elettrici o termici, nel campo automobilistico o anche nella produzione di montature per occhiali.

Altre leghe studiate furono:

- Rame Alluminio Nickel;
- Rame Zinco Alluminio;
- Ferro Manganese Silicio;

## 2.2 Proprietà delle leghe NiTi

Le leghe a memoria di forma rappresentano una classe di materiali metallici dalle inusuali proprietà meccaniche. Infatti, la loro caratteristica principale è quella di essere in grado di recuperare una forma macroscopica preimpostata per effetto del semplice cambiamento della temperatura o dello stato di sollecitazione applicato. Come già accennato le leghe a memoria di forma che trovano il maggior impiego, nonostante siano più costose e difficili da lavorare, sono quelle di Nichel e Titanio (Nitinol), in quanto, come precisato in [16], sono caratterizzate da:

- maggiore resistenza meccanica;
- migliore stabilità;
- migliore resistenza all'ambiente;
- disponibilità in fili e lamine sottili;
- biocompatibilità (fondamentale per applicazioni biomediche)

Quello che le contraddistingue dalle altre leghe metalliche è la presenza di una trasformazione di fase allo stato solido, cioè in cui sia la fase di partenza che

quella di arrivo sono strutture solide anche se con arrangiamenti cristallografici differenti, questa prende il nome di "*trasformazione martensitica termoelastica*" [16].

## 2.2.1 La trasformazione martensitica termoelastica

Per spiegare questo particolare fenomeno è opportuno appoggiarsi ad un diagramma di fase. In generale un diagramma di fase è una rappresentazione delle condizioni di equilibrio tra diverse fasi di una lega metallica: la forma più classica riporta sull'asse delle ascisse la concentrazione degli elementi in lega e sull'ordinata la temperatura in questo caso le linee di equilibrio, ossia i bordi che separano le zone di esistenza delle varie fasi, individuano, fissata una certa composizione chimica, le trasformazioni che subisce il materiale al variare della temperatura. Come si vedrà nel proseguo di questa sezione, e confermato in [16], la rappresentazione più significativa per questi materiali è quella: temperatura-sforzo (vedi figura2.2.1).



Figura 2.2.1: Diagramma temperatura-sforzo di una SMA

Nel range di temperature di utilizzo una SMA presenta due fasi con differenti configurazioni cristallografiche:

*austenitica* (γ), cristallograficamente più ordinata (cella cubica a facce centrate: FCC) stabile alle alte temperature;

• *martensitica* ( $\alpha'$ ), cristallograficamente meno ordinata (tetragonale, ortorombica o monolitica) e stabile alle basse temperature.

Messe in evidenza in figura 2.2.2. A causa della minor simmetria, in fase marten-



Figura 2.2.2: Celle cristalline di austenite e martensite

sitica possono coesistere diverse orientazioni delle celle all'interno del cristallo, chiamate varianti. Tali varianti sono in tutto ventiquattro e in assenza di sforzo applicato sono tutte presenti; questo tipo di stato è detto di martensite "*twinned*" perché orientazioni dello stesso tipo sono accoppiate tra loro. In figura 2.2.3 sono riportati i 6 piani di scorrimento della cella FCC della fase austenitica; questi sono quelli a massima densità atomica del reticolo, ad ognuno sono associati 4 versi di scorrimento, il che determina le 24 possibili varianti che si potranno sviluppare durante la trasformazione nello stato martensitico per effetto di una riduzione di temperatura. Quando invece è sottoposta ad uno stato di sforzo, la lega si deforma e restano solo le varianti che si adattano maggiormente alla direzione di applicazione del carico; in questo caso la martensite è detta "*detwinned*" o martensite indotta da sforzo (SIM), come descritto in [14].

La prima cosa che va osservata è che la trasformazione martensitica è di tipo non diffusivo. Questo significa che il moto degli atomi avviene in modo cooperativo, ossia si assiste al movimento coordinato di un certo numero di loro che dà luogo alla nuova fase. Questa differenza è molto importante, perché ha come conseguenza il fatto che la trasformazione non avviene in maniera isoterma, ossia non si ha una dipendenza dal tempo (vedi [14]). Perchè avvenga una trasformazione martensitica serve un certo sottoraffreddamento ben definito dalla temperatura  $M_s$ ("Martensite start", vedi figura 2.2.4). Anche per la trasformazione inversa cioè da martensite ad austenite serve un minimo di sovrariscaldamento ben definito rispetto alla temperatura  $A_s$  ("Austenite start").



Figura 2.2.3: Piano di scorrimento della cella austenitica fcc



Figura 2.2.4: Andamento del potenziale di Gibbs al variare della temperatura di austenite  $\gamma$  e martensite  $\alpha'$ 

La forza motrice della trasformazione dalla fase  $\gamma$  ad  $\alpha'$  è legata, quindi, ad una variazione di energia libera  $\Delta G$ . Come spiegato approfonditamente in [14], fissata una certa percentuale volumetrica delle due fasi nel reticolo, esiste una temperatura  $T_{eq}$  dove il  $\Delta G$  si annulla e queste coesistono in equilibrio stabile: a temperature più basse la trasformazione è spinta verso  $\gamma$ , mentre a temperature maggiori verso  $\alpha'$ (come mostrato in figura 2.2.4). Dato che la trasformazione non è diffusiva e non è presente una variazione di composizione chimica, essa dipende solo dal continuo raffreddamento. Abbassando la temperatura inoltre non si avrà un accrescimento delle placchette presenti, bensì la nucleazione di nuove. Il 100% di martensite si otterrà, quindi, solo per una determinata temperatura che prende

il nome di martensite finish ( $M_f$ ). Il moto cooperativo di atomi che portano alla trasformazione, di fatto, causa una deformazione reticolare che determina, come si piò notare in figura 2.2.5, una zona di "*accomodamento plastico*" dell'austenite



Figura 2.2.5: Regioni di deformazione plastica nell'austenite causata dalla trasformazione in martensite

residua in prossimità del fronte di trasformazione; inoltre, come spiegato in [16], durante la trasformazione esiste un piano atomico, che prende il nome di *"habit plane"*, che rimane indeformato e non ruotato ed è proprio su questo piano che la martensite si genera.

Per comprendere meglio come avviene il passaggio dalla struttura cristallina austenitica a quella martensitica durante la trasformazione, è necessario valutare le deformazioni che questa induce nel reticolo. Da figura 2.2.6 è possibile osservare come le deformazioni a cui è soggetta la cella determinerebbero la creazione di una struttura come quella indicata con la lettera d; nella realtà questa configurazione non è raggiungibile poiché la matrice di austenite circostante vincola la deformazione del reticolo, costringendolo a mantenere la posizione originale del cristallo. La trasformazione martensitica introduce quindi uno stato di sforzo che determina una deformazione locale, applicando due possibili meccanismi (figura 2.2.7):

- scorrimento ("*slip*")
- geminazione ("*twinning*").



Figura 2.2.6: Orientazione ideale del reticolo durante la trasformazione martensitica



Figura 2.2.7: Meccanismi di deformazione martensitica

Dato che con quest'ultimo meccanismo non c'è rottura di legami atomici, ma solo un accomodamento degli atomi del reticolo, la deformazione per "*twinning*" è reversibile e in questo caso la trasformazione viene definita termoelastica; ogni grano di martensite generato può essere orientato secondo una delle 24 varianti possibili. In alcune leghe questo può verificarsi solo per determinate configurazioni della matrice e della martensite, o può dipendere dalla formazione di geminati. Applicando uno sforzo di taglio in presenza di martensite termoelastica è possibile mettere in moto il bordo dei geminati ottenendo una variazione di forma netta con un meccanismo chiamato "*detwinning*", in questo caso sarà favorita la formazione di una variante predominante.

Quando il materiale è soggetto ad un carico, la componente di taglio che agisce su di un habit plane tende a deformare le celle austenitiche favorendone la trasformazione in martensite: come si può notare dalla figura 2.2.1 all'aumentare dello sforzo nel materiale aumenta anche il campo di esistenza della fase martensitica. Tuttavia, esiste una temperatura, che prende il nome di "*Martensite start per deformazione*" ( $M_d$ ), sopra la quale la trasformazione in martensite per deformazione non avviene: si definisce  $M_d$  come la temperatura sopra la quale un carico applicato induce una deformazione plastica, mentre sotto di essa si può avere trasformazione martensitica per deformazione (vedi figura2.2.8).



Figura 2.2.8: Temperatura Martensite start per deformazione

Va osservato infine, che compiendo un intero ciclo di trasformazione si ha un'isteresi (come quella di figura 2.2.9 per un cavo di Nitinol) caratterizzata dalle seguenti temperature:

• *M<sub>s</sub>* (*"martensite start"*): temperatura di inizio trasformazione della martensite.

2.2 Proprietà delle leghe NiTi



Figura 2.2.9: Ciclo d'isteresi della trasformazione termoplastica

- $M_f$  ("martensite finish"): temperatura di fine trasformazione della martensite.
- A<sub>s</sub> ("austenite start"): temperatura di inizio trasformazione dell'austenite.
- $A_f$  (*"austenite finish"*): temperatura di fine trasformazione dell'austenite.

Tutti questi parametri sono influenzati dalla composizione del materiale; infatti, aggiungendo un terzo elemento di lega e possibile [14]:

- Aumentare (Nb) o diminuire (Cu) l'isteresi.
- Abbassare (Fe, Cr, Co, Al) le temperature di transizione.
- Alzare (Zr, Pd, Au, Zr) le temperature di transizione.

E' necessario specificare che attualmente l'impiego delle leghe a memoria di forma è limitato dal fatto che le temperature di trasformazione sono relativamente basse. La richiesta del mercato tende, invece, a spostarsi su leghe con temperature di trasformazione elevate, come ad esempio per il campo della robotica. Purtroppo però, quest'ultime presentano minore capacità di recupero di deformazione rispetto alle comuni SMA, a causa della decomposizione della martensite o della fase genitrice e alla formazione di una fase fragile [14, 15].

Definite dal punto di vista metallografico e termodinamico, le motivazioni per cui le SMA sono soggette alla trasformazione martensitica termoelastica, si passa a descrivere come questa si manifesta dal punto di vista macroscopico.

## 2.2.2 Effetto memoria di forma

Partendo dal materiale allo stato austenitico e raffreddandolo in assenza di carico meccanico applicato è possibile ottenere un reticolo di martensite "*twinned*", mentre con un successivo riscaldamento ritorna allo stato austenitico, è quindi possibile indurre una trasformazione della lega per effetto termico in assenza di sforzo applicato come mostrato in figura 2.2.10.



Figura 2.2.10: Trasformazione di fase indotta dalla variazione di temperatura a sforzo nullo

L'applicazione di una sollecitazione esterna ad una lega in fase martensitica "*twinned*", provoca una deformazione macroscopica dovuta al riorientamento preferenziale ("*detwinning*") delle varianti; questo meccanismo permette di ottenere deformazioni notevoli con bassi livelli di sollecitazione applicata, come è possibile osservare dal diagramma stress-strain di figura2.2.11. Affinchè avvenga questo processo, lo sforzo applicato deve essere maggiore del "*detwinning start stress*" ( $\sigma_s$ ), ossia lo sforzo minimo al di sotto del quale il materiale non mostra



Figura 2.2.11: Diagramma stress-strain di una SMA

deformazoni macroscopiche. Allo stesso modo esiste una valore di sforzo per il quale il processo di "*detwinning*" può considerarsi completato e sopra il quale il materiale torna a comportarsi in modo elastico fino allo snervamento come mostrato in figura 2.2.11; questo valore prende il nome di "*detwinning finish stress*" ( $\sigma f$ ). Se il materiale deformato viene portato ad una temperatura adeguata, superiore ad  $A_f$ , ha luogo la trasformazione nella fase austenitica a cui è associata una sola struttura e quindi riporta il materiale nella forma originaria; i passaggi appena descritti sono rappresentati sul diagramma di stato in figura 2.2.12 . Questo fenomeno è detto di *memoria di forma ad una via* ("*One Way Shape Memory Effect*", OWSME) in quanto si verifica una sola volta nel passaggio dalla fase martensitica a quella austenitica; i carichi termici e meccanici a cui deve essere sottoposta la lega affinchè questo si manifesti sono rappresentati nel grafico di figura 2.2.13. e descritti di seguito:

- Tratto A-B: il materiale viene inizialmente portato ad alta temperatura in fase austenitica per eliminare eventuali deformazioni residue e poi raffreddato fino all'ottenimento di martensite twinned.
- Tratto B-C: applicazione del carico a temperatura costante (pari a quella raggiunta nel punto B), in modo che si raggiunga il completo riorientamento delle varianti e quindi si possa osservare una deformazione macroscopica



(a) Deformazione macroscopica dovuta al riorientamento delle varianti martensitiche sotto sforzo a temperatura costante: T < Ms



(b) Recupero della deformazione per effetto del riscaldamento del materiale: T > Af

Figura 2.2.12: Effetto memoria di forma ad una via

del provino, ma in modo che lo sforzo prodotto sia inferiore al limite di snervamento della lega.



Figura 2.2.13: Grafico sforzo-deformzione-temperatura: effetto memoria di forma per una tipica lega NiTi

- Tratto C-D: fase di rimozione del carico che comporta il recupero della sola deformazione elastica del provino.
- Tratto D-A: riscaldamento del materiale per favorire la formazione di fase austenitica: inizialmente il materiale subisce solo deformazione termoelestica, raggiunta la temperatura  $A_s$ (identificata dal punto E), ha inizio la trasformazione del reticolo martensitico detwinned in quello austenitico costituito da celle CFC ordinate, che comporta il progressivo recupero della deformazione macroscopica fino al raggiungimento della temperatura  $A_f$ (punto F), dove tutto il materiale risulta essere in fase austenitica.

Una volta raffreddato, il materiale effettua infine una trasformazione di fase martensitica durante la quale, mantenendo uno sforzo nullo, non si ottiene alcuna variazione di forma.

## 2.2.3 Effetto pseudoelastico

Dall'analisi del diagramma di stato di figura 2.2.14,si può notare che è possibile ottenere transizioni di fase per effetto della variazione di sforzo applicato. Come già detto, esiste una temperatura  $M_d$  sotto la quale si può avere formazione di martensite per deformazione meccanica, se una lega a memoria di forma presenta la temperatura di fine trasformazione austenitica  $A_f$  più bassa della temperatura  $M_d$ , precedentemente citata, si può avere un altro fenomeno molto importante che prende il nome di "*pseudoelasticità*" o "*superelasticità*", cioè la capacità di immagazzinare e recuperare totalmente grandi deformazioni (anche del 6 - 8%).



Figura 2.2.14: Traiettoria di carico pseudoelastica

Mentre viene caricato, il materiale forma progressivamente la struttura martensitica (detta: "martensite indotta da stress"); che permette di "accomodare" grandi deformazioni senza che questo si danneggi in maniera permanente. Poiché tale procedura viene condotta in un intervallo di temperature ( $A_f < T < M_d$ ) in cui la martensite formatasi non potrebbe esistere, in quanto a quella temperatura la fase stabile dovrebbe essere l'austenite, nel momento in cui la forza esterna viene rimossa, essa si trova in una condizione di instabilità termodinamica e tende a ritrasformarsi istantaneamente promuovendo un immediato recupero di forma. La curva carico-deformazione, per una lega NiTi è riportata in figura 2.2.15; come si può notare assume la caratteristica forma a bandiera che rende tanto rinomati questi materiali per il loro effetto dissipativo .



Figura 2.2.15: Tipico ciclo di carico pseudoelastico per una lega SMA

Il fenomeno della superelasticità non è altro che un effetto di memoria meccanica del materiale: esso, sotto l'azione di uno stato di sollecitazione, assume una configurazione deformata, ben oltre il limite elastico, che può essere ripristinata togliendo lo stato di sollecitazione. La possibilità offerta dai metalli a memoria di forma di immagazzinare grandi deformazioni che possono essere integralmente recuperate sono impensabili nei materiali convenzionali e ciò spiega il successo di tali leghe in molte applicazioni comuni.

In figura 2.2.16 si riporta il comportamento di una lega a memoria di forma a tre differenti temperature: come si nota dal grafico, a temperature superiori sia ad  $A_f$ che a  $M_d$ , il comportamento del materiale è dettato dalla presenza della fase austenitica, quindi tipico dei materiali metallici tradizionali. Alle basse temperature, essendo in presenza della fase martensitica, il comportamento è dettato dall'effetto memoria di forma ad una via: il recupero completo della deformazione residua

deve essere realizzato mediante un aumento di temperatura (effettuato tramite un riscaldamento o tramite passaggio di corrente). A temperature intermedie si osserva il comportamento pseudoplastico, dove il recupero totale della deformazione avviene semplicemente togliendo il carico applicato.



Figura 2.2.16: Effetto pseudoelastico: confronto del comportamento di una lega NiTi a diversi livelli di temperatura

## 2.2.4 Effetto memoria di forma a due vie e training

Applicando uno sforzo superiore a  $\sigma_s$  è possibile ottenere un recupero di deformazione macroscopica continuo facendo subire al materiale cicli termici tali che la temperatura minima raggiunta sia inferiore a  $M_f^{\sigma}$ , mentre quella massima superiore a  $A_f^{\sigma}$ ; in questo caso la deformazione recuperabile è legata alla sola componente relativa al processo di riorientamento mentre permangono quelle elastiche dovute ai carichi termo-meccanici, ed il suo valore dipende dall'entità del carico applicato fino ad ottenere un effetto di saturazione del fenomeno per sforzi superiori a  $\sigma_f$ . Da questa descrizione si può notare come tale effetto sia dovuto esclusivamente alle particolari caratteristiche di queste leghe, quindi prende il nome di "Intrinsic Two Way Shape Memory Effect". Con alcune leghe è possibile ottenere l'effetto memoria di forma sia della fase austenitica, sia della fase martensitica, in cui un materiale cambia automaticamente forma in funzione della temperatura in modo continuo anche a sforzo applicato nullo. Questo effetto, che prende il nome di: effetto di memoria di forma a due vie (*"Two Ways Shape Memory Effect"*, TWSME), non è comunque una proprietà intrinseca del materiale, ma è un comportamento che il materiale deve "apprendere" attraverso appositi trattamenti termici.

Si agisce introducendo concentrazioni di dislocazioni per stress nella martensite in direzioni preferenziali in modo che la trasformazione del reticolo  $\gamma \rightarrow \alpha'$ porti ad una forma ben precisa (vedi figura 2.2.17). Il trattamento termico che



Figura 2.2.17: Effetto memoria di forma a due vie

viene utilizzato prende il nome di ciclaggio termico forzato della martensite: il pezzo viene deformato sotto la temperatura  $M_f$  ed immobilizzato in maniera che non modifichi mai il suo stato deformato durante i successivi trattamenti termici condotti a temperature maggiori di  $A_f$  e successivamente inferiori ad  $M_f$ .

Si può ottenere così un materiale che cambia automaticamente forma in dipendenza con la temperatura, infatti, alla fine dell'allenamento "*training*" il materiale si trova sotto forma di martensite parzialmente orientata, cioè allo stato iniziale coesistono una percentuale di martensite twinned e una di martensite detwinned.

Il grosso limite dell'effetto di memoria di forma a due vie risiede nel fatto che esiste un numero finito di cicli che può compiere prima di tornare a comportarsi come una lega OWSME, che dipende dal trattamento di ciclaggio termico forzato. Inoltre, la percentuale di forma che viene recuperata passando da austenite e martensite è inversamente proporzionale al numero massimo di cicli massimi richiesti al materiale. Altro limite è rappresentato dall'esistenza di una temperatura critica oltre la quale la lega perde la sua caratteristica di effetto di memoria di forma a due vie, vanificando così il trattamento di ciclaggio termico forzato.

## 2.2.5 La transizione di fase R

E' stata osservata per le leghe NiTi quasi equiatomiche un'inusuale trasformazione di fase dopo un trattamento di invecchiamento a bassa temperatura. Questa trasformazione è particolare in quanto si ottiene un materiale che, quando sottoposto a riscaldamento presenta la transizione da martensite ad austenite, mentre quando viene raffreddato il passaggio inverso avviene passando attraverso una terza fase, chiamata "*fase R*", caratterizzata da un lieve aumento della resistivita e da un'isteresi termica particolarmente ridotta. Osservazioni sperimentali hanno dimostrato che questa trasformazione segue due strade distinte a seconda della percentuale di Ni presente:

- con la prima via seguita, verificata per una lega Ti-51,14 at % Ni, si ha la trasformazione da austenite a fase R (A → R) seguita dalla formazione di due separate trasformazioni martensitiche dalla fase R (R → M<sub>1</sub> e R → M<sub>1</sub>).
- la seconda via, verificata per una lega Ti-50,2 at % Ni con identico trattamento di invecchiamento, presenta una trasformazione parziale A → R, seguita dalla trasformazione R → M<sub>1</sub> in competizione con la trasformazione A → M<sub>2</sub>.

Ciò che accade, infatti, è che a seguito del trattamento di invecchiamento si ha la formazione di precipitati di Ni4Ti3 all'interno della matrice austenitica i quali generano sforzi che agiscono in modo resistente sulle deformazioni del reticolo cristallino, in particolare su quelle associate alla formazione di martensite; la presenza di particelle favorisce la formazione di fase-R che diminuisce l'energia totale del sistema. Quello che rende estremamente interessante questa trasformazione è il comportamento della lega sotto condizioni di carico ciclico. In particolare osservando la figura 2.2.18 riferita ad una lega Ti50Ni47Fe3, si nota che la variazione dell'isteresi dopo 500.000 cicli termici è molto piccola. Questo risultato indica che la stabilita dell'effetto memoria di forma della fase R e molto maggiore che quello della fase martensite, rendendo estremamente interessanti queste leghe per lo sviluppo di microattuatori termici.



Figura 2.2.18: Effetto sull'isteresi termica della comparsa della fase R

Fino a questo punto si è cercato di descrivere nel modo più esaustivo possibile le peculiari trasformazioni a cui sono soggette le SMA e che si manifestano quando vengono utilizzate in appllicazioni reali. Come indicato in [16], al fine di:

- Trarre valutazioni quantitative sulle loro prestazioni.
- Prevedere il comportamento dei dispositivi realizzati con queste leghe mediante modelli numerici.

sono state introdotte alcune grandezze termo-meccaniche di interesse ingegneristico per la loro caratterizzazione. Nei paragrafi 2.3 2.4 verranno descritte, rispettivamente, queste grandezze e le prove sperimentali necessarie per la loro definizione. Nel paragrafo2.5 vengono riportati i risultati ottenuti dall'esecuzione di tali prove sui fili Smartflex di diametro  $\phi = 0.5mm$ , impiegati per la realizzazione dell'ATMD, i quali verranno utilizzati per lo sviluppo del modello numerico presentato nel capitolo 6.

# 2.3 Definizione delle grandezze termo-meccaniche caratteristiche di una SMA

Le SMAs rappresentano una specifica classe di leghe metalliche, in quanto presentano due fasi solide stabili con diverse caratteristiche metallografiche le quali consentono la creazione e il successivo recupero di deformazioni macroscopiche in seguito all'imposizione di determinate sequenze di carichi termici e meccanici. Le SMAs presentano caratteristiche fortemente non lineari in termini di legame sforzo-deformazione, ma anche di sforzo-temperatura, visto il forte accoppiamento termo-meccanico delle trasformazioni a cui sono soggette che si traduce in un comportamento fortemente isteretico e quindi fortemente dipendente dalla storia di carico a cui è stato sottoposto il provino. La conseguenza di queste caratteristiche peculiari è la grande complessità della fase di caratterizzazione sperimentale, tanto che molti dei metodi utilizzati per la definizione delle caratteristiche dei più comuni materiali non elastici risultano non sufficienti per descrivere in modo completo il comportamento di queste leghe [16]. In questa sezione, quindi, si vuole fornire una descrizione dettagliata dei parametri definiti per descrivere il comportamento delle SMAs, alcuni dei quali (come le temperature di trasformazione e gli sforzi di riorientamento) sono già stati introdotti precedentemente, e delle procedure utilizzate per la loro misurazione sperimentale[16].

E' possibile dividere queste grandezze caratteristiche in tre classi fodamentali ciascuna riferita ad un aspetto particolare del comportamento di queste leghe [16]:

- Proprietà termolastiche di austenite e martensite: queste grandezze, comunemente utilizzate per caratterizzare materiali da costruzione, servono per definire il comportamento delle SMA quando non si verificano fenomeni di trasformazione o riorientamento del reticolo cristallino.
- Sforzi e temperature critiche associate al diagramma di stato: questi parametri permettono di determinare quando iniziano o terminano le trasformazioni in funzione dello stato termodinamico e della storia di carico a cui è stato sottoposto il materiale.
- 2.3 Definizione delle grandezze termo-meccaniche caratteristiche di una SMA
  - *Proprietà che descrivono l'evoluzione della deformazione durante le trasformazioni:* queste proprietà permettono di mettere in relazione lo stato attuale del materiale durante la trasformazione e la deformazione dovuta al riorientamento del reticolo cristallino.

## 2.3.1 Proprietà termoelastiche

Come descritto precedentemente ad ognuna delle tre classi citate corrisponde un set di parametri che permettono di caratterizzare quantitativamente le prestazioni della lega sotto quel punto di vista particolare. Sotto l'ipotesi di materiale isotropo, per descriverne il comportamento elastico (quando non stanno avvenendo trasformazioni e nel materiale è presente esclusivamente una singola fase) è necessario conoscere i moduli di Young, i coefficienti di Poisson (nel caso in cui il materiale fosse soggetto ad uno stato di sforzo pluri-assiale) e quelli di espansione termica relativi a ciascuna fase; inoltre, per scopi progettuali, è necessario definirne i limiti del campo di comportamento elastico[16]. Riassumendo, le grandezze che fanno parte di questa categoria sono:

- Le costati elastiche di martensite e austenite:
  - moduli di Young:  $E^A$  ed  $E^M$ ;
  - coefficienti di Poisson:  $v^A \in v^M$ .
- I coefficienti di espansione termica:  $\alpha^A$  ed  $\alpha^M$
- Le tensioni di snervamento:  $\sigma_Y^A \in \sigma_Y^M$

## 2.3.2 Sforzi e temperature critiche

Queste sono le grandezze che permettono di definire il diagramma di stato della lega [16], infatti una volta note, è possibile identificare le condizioni di sforzo e temperatura alle quali le trasformazioni di fase hanno inizio e fine, in pratica permettono di definire i bordi delle regioni di trasformazione nello spazio sforzo-temperatura. In figura 2.3.1 è riportata la rappresentazione schematica di un diagramma di stato con i quattro bordi delle regioni di trasformazioni che in generale vengono considerati lineari[16]. Detto questo è evidente che le temperature di



Figura 2.3.1: Rappresentazione schematica di un diagramma di stato con l'idicazione delle grandezze che identificano i bordi delle aree di trasformazione

trasformazione a sforzo nullo  $M_s$ ,  $M_f$ ,  $A_s$ ,  $A_f$ , non sono sufficienti a descrivere il grado di accoppiamento termo-meccanico delle SMAs. Per definire in modo univoco il diagramma di stato vengono comunemente utilizzate le pendenze dei bordi di trasformazione che vengono indicate con il nome di "*stress influence coefficients*". In questo modo vengono definite le regioni in cui avviene la trasformazione martensitica termoelastica, è utile determinare anche gli sforzi che definiscono la regione in cui aviene il processo di riorientamento del reticolo martensitico. Riassumendo le grandezze che rientrano a far parte di questa categoria sono:

- le temperature di inizio e fine della trasformazione da austenite a martensite (detta "*trasformazione diretta*") a sforzo nullo: M<sub>s</sub> e M<sub>f</sub>;
- le temperature di inizio e fine trasformazione da martensite ad austenite (detta "*trasformazione inversa*") a sforzo nullo: A<sub>s</sub>ed A<sub>f</sub>;
- gli "*stress influence coefficients*", ossia le pendenze dei quattro bordi di trasformazione valutate a sforzo nullo (vedi [16]): in realtà solitamente se ne identificano solo due (come riportato in figura 2.3.1):

- 2.3 Definizione delle grandezze termo-meccaniche caratteristiche di una SMA
  - $C_A$  per la trasformazione  $M \rightarrow A$ ;
  - $C_M$  per la trasformazione  $A \rightarrow M$ ;

visto che quelle relative ad una singola trasformazione sono, in genere, molto simili.

• gli sforzi di inizio e fine processo di detwinning del reticolo martensitico:  $\sigma_s \in \sigma_f$ .

## 2.3.3 Deformazione dovuta alla trasformazione

Quando si considera il comportamento di una SMA durante la trasformazione diretta è possibile osservare che, in assenza di sforzo applicato, le varianti martensitiche che si vengono a formare dalla fase madre austenitica si "accomodano" nel grano cristallino in modo da determinare variazione di forma macroscopica trascurabile. La presenza di uno sforzo, dovuto ad un carico esterno o generato localmente grazie ad un opportuno processo di training, produce l'effetto di favorire la formazione di quelle varianti che si generano dal reticolo austenitico lungo i piani di scorrimento orientati nel verso del massimo sforzo di taglio, generando un'importante deformazione macroscopica (riorientamento): tale fenomeno, come già detto, prende il nome di "detwinning" e la variazione di forma così prodotta è completamente reversibile; è evidente che la "selezione" delle varianti dipende dal livello di sforzo applicato e, di conseguenza, anche la deformazione recuperabile [16]. E' necessario definire una grandezza che identifichi la dipendenza della deformazione recuperabile in funzione dello sforzo applicato, escludendo l'effetto elastico prodotto dal carico applicato e dalla temperatura, questa prende il nome di "*current maximum transformation strain*", ed è indicata come  $H^{cur}(\sigma)$ [16]. Se lo sforzo applicato è tale da far allineare tutte le varianti lungo una direzione si dice [16] che il materiale si trova nello stato "fully detwinned" e la grandezza  $H^{cur}(\sigma)$ raggiunge il suo valore massimo:  $H^{cur}(\sigma)|_{\sigma > \sigma_{alien}} = H^{max}$  prendendo il nome di *"maximum available transformation strain"*; lo sforzo  $\sigma_{align}$  rappresenta lo sforzo esterno applicato per ottenere il completo allineamento delle varianti per cui:  $\sigma_{align} = \sigma_f$  solo nel caso in cui il materiale non sia stato sottoposto a training, in

caso contrario potrebbe essere anche nulla. Nel prossimo paragrafo tale grandezza verrà definita analiticamente.

## 2.4 Descrizione del processo di caratterizzazione sperimentale

Una volta chiarite le grandezze ingegneristiche necessarie per definire il comportamento di questi materiali è necessario fare una breve descrizione delle prove necessarie per caratterizzarli sperimentalmente per una data lega eventualmente sottoposta a particolari trattamenti. per fare ciò è necessario seguire una certa logica, in particolare è importante che vengano innanzitutto determinate le temperature di trasformazione a sforzo nullo  $M_s$ ,  $M_f$ ,  $A_s$ ,  $A_f$ , infatti, queste permettono una prima definizione di massima del diagramma di stato della lega; senza la conoscenza di queste non sarebbe possibile configurare dal punto di vista termico le prove successive [16]. possiamo quindi elencare le prove necessarie:

- 1. Determinazione delle temperature  $M_s$ ,  $M_f$ ,  $A_s$ ,  $A_f$ ; questo viene fatto mediante l'analisi DSC (vedi figura2.4.1), acronimo della tecnica della calorimetria a scansione differenziale, attraverso cui è possibile anche riconoscere le differenti trasformazioni di fase non solo martensitica e austenica ma anche la romboedrica (fare R) se presente. Il principio di questo strumento è quello di misurare il flusso di calore emesso dal campione analizzato attraverso una misura differenziale con un campione di rifermento inerte, sotto le stesse condizioni. Entrambi i campioni si inseriscono, in due crogioli differenti, in una cella di misura in cui si controlla la temperatura. Nel momento in cui si sviluppa una differenza di temperatura tra i due campioni a causa di eventi endotermici o esotermici dovuti al cambio di fase, allora l'alimentazione di energia viene regolata per annullare la differenza presente. Il riscaldamento avviene tramite una resistenza mentre il raffreddamento tramite l'utilizzo dell'azoto liquido.
- 2. Determinazione dei moduli elastici  $E^A$  ed  $E^M$  mediante prove di trazione monotonica e scarico monotonico:

## 2.4 Descrizione del processo di caratterizzazione sperimentale



Figura 2.4.1: DSC: "Differential Scanning Calorimeters"

- Trazione a  $T < M_f$  per la determinazione del comportamento elastico della fase martensitica
- Trazione a T > A<sub>f</sub> per la determinazione del comportamento elastico della fase martensitica, inoltre con l'analisi della fase di scarico è possibile avere conferme sul modulo elastico della martensite, dato che nel primo tratto di questa il materiale è completamente in fase martensitica, e visualizzare il comportamento pseudoelastico come evidente da figura 2.2.16.
- 3. Determinazione degli "stress influence coefficients":  $C_A$ ,  $C_M$ , del "maximum available transformation strain"  $H^{cur}(\sigma)$ , per la definizione del comportamento a memoria di forma a sforzo non nullo, nonchè dei coefficienti di espansione termica:  $\alpha^A$  ed  $\alpha^M$ . tutte queste grandezze possono essere definite mediante una serie di prove di recupero a sforzo costante. Spesso queste prove vengono eseguite mediante l'analisi DMA "dynamic mechanical analysis"; in questo caso si è scelto di realizzarle in camera climatica vincolando il filo ad una estremità e appendendo all'altra un carico costante, sottoponendolo una variazione lenta a graduale di temperatura; il set up di prova sarà descritto più approfonditamente in seguito.

In figura 2.4.2 è riportato su di un grafico temperatura-deformazione il tipico risultato di una prova di recupero; in particolare è evidenziata la grandezza  $\Delta \varepsilon$  che



Figura 2.4.2: Generico risultato di una prova di recupero a sforzo costante

rappresenta la deformazione recuperata, ossia l'altezza dell'isteresi, che ci permette di definire analiticamente la grandezza  $H^{cur}(\sigma)$ . è possibile infatti esprimere la deformazione di una SMA come somma di tre componenti (come spiegato in [16]):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^t + \boldsymbol{\varepsilon}^{th} \tag{2.4.1}$$

dove:

- $\varepsilon^e = \frac{\sigma}{E}$  rappresenta la componente elastica
- $\varepsilon^t = H^{cur}(\sigma)$  è la componete legata alla trasformazione martensitica termoelastica
- $\varepsilon^{th} = \alpha(T T_0)$  è la componente legata alla dilatazione termica (essendo *T* la temperatura attuale del materiale mentre *T*<sub>0</sub> quella di riferimento)

l'equazione 2.4.1 può essere rielaborata in forma generale come:

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^{t} - \alpha(T - T_{0}))$$
(2.4.2)

Fissato un livello di sforzo possiamo esprimere la 2.4.2 quando il materiale si trova completamente in fase martensitica alla temperatura di riferimento:

2.5 Caratterizzazione sperimentale del filo SmartFlex

$$\boldsymbol{\sigma} = E^{M}(\boldsymbol{\varepsilon} - H^{cur}(\boldsymbol{\sigma})) \tag{2.4.3}$$

mentre in fase austenitica dato che la deformazione dovuta al riorientamento viene completamente recuperata  $\varepsilon^t = 0$  la 2.4.2 diviene:

$$\sigma = E^A(\varepsilon - \alpha^A(T - T_0)) \tag{2.4.4}$$

Dalla2.4.3 e dalla 2.4.4 è possibile ricavare le deformazioni in ogniuno dei due casi:

$$\varepsilon^{M} = \frac{\sigma}{E^{M}} + H^{cur}(\sigma) \tag{2.4.5}$$

$$\varepsilon^{A} = \frac{\sigma}{E^{A}} + \alpha^{A}(T - T_{0}) \tag{2.4.6}$$

Dato che l'altezza dell'isteresi a sforzo costante è definita dalla differenza tra la deformazione a cui è soggetto il materiale in fase martensitica e quella in fase austenitica:  $\Delta \varepsilon = \varepsilon^M - \varepsilon^A$  (vedi [16]), rielaborando la 2.4.2 è possibile definire la grandezza  $H^{cur}(\sigma)$  in funzione delle altre grandezze misurate:

$$H^{cur}(\sigma) = \Delta \varepsilon + \alpha^{A}(T - T_0) + \sigma \frac{E^M - E^A}{E^M E^A}$$
(2.4.7)

## 2.5 Caratterizzazione sperimentale del filo SmartFlex

Definite la procedura per caratterizzare dal punto di vista ingegneristico una lega a memoria di forma, è possibile presentare i risultati delle prove sperimentali eseguite sul filo "*SmartFlex*" di diametro  $\phi = 0.5 mm$  in lega Nitinol già presentata nel paragrafo 2.2.

## 2.5.1 Prova DSC

In figura 2.5.1 è rappresentato il risultato della prova DSC: il grafico riporta sull'asse delle ascisse la temperatura in gradi Celsius della camera di prova mentre

sulle ordinate il flusso termico in milliwatt emesso dal provino; si può notare che, quando questo è soggetto ad una trasformazione di fase con conseguente emissione o assorbimento di calore lo strumento interviene regolando l'alimetazione in modo da mantenere provino e campione in equilibrio. In particolare in corri-



Figura 2.5.1: Risultati della prova DSC

spondenza della trasformazione inversa  $M \longrightarrow A$ , essendo questa endotermica, lo strumento registra una valle, al contrario per la trasformazione diretta  $A \longrightarrow M$ , esotermica, un picco; le temperature di trasformazione  $M_s$ ,  $M_f$ ,  $A_s$ ,  $A_f$ , vengono determinate tracciando le tangenti alla curva sperimentale come evidente in figura. Si nota, inoltre la presenza di un secondo picco che precede quello della trasformazione diretta, ossia quello legato alla trasformazione in fase R (i due quasi si confondono) ciò indica come il filo Smartflex sia stato sottoposto ai trattamenti classici di invecchiamento per raggiungere le prestazioni massime per applicazioni di attuazione, come descritto nella sezione 2.2.5. Si possono quindi definire le temperature:

- $A_s = 68.6 \,^{\circ}\text{C}$
- $A_f = 78.9 \,^{\circ}\text{C}$
- $M_f = 14.2 \,^{\circ}\mathrm{C}$

Infine, la temperatura di inizio trasformazione romboedrica  $R_s = 77.5$  °C; la temperatura di inizio trasformazione martensitica  $M_s$  (nascosta dalla presenza dei due picchi) verrà determinata mediante i risultati delle prove di recupero come descritto nel paragrafo 2.5.3; tuttavia queste hanno permesso di avere una prima indicazione delle temperature in gioco nelle prove eseguite successivamente.

## 2.5.2 Prove di trazione

In figura 2.5.2 sono riportati sui diagrammi sforzo-deformazione i risultati delle due prove di trazione eseguite su un provino di filo, di cui è stato misurato il diametro in tre punti ricavando un valore medio di  $\phi_m = 0.485 mm$ , a due temperature diverse: la prima (figura 2.5.2a) a temperatura ambiente, dopo aver preventivamente scaldato il provino in acqua bollente (in questo modo si è portato il provino in fase austenitica per eliminare deformazioni residue previa l'esecuzione della prova), la seconda eseguita in camera ambientale a temperatura  $T = 112 \ ^{\circ}C$  (ossia oltre la temperatura  $A_f$  ottenuta dalla prova DSC). Da queste è stato possibile ricavare il valore dei moduli elestici delle due fasi:

- $E_A = 39500 MPa$
- $E_M = 32100 MPa$

## 2.5.3 Prove di recupero

Si prosegue quindi con la presentazione delle prove di recupero, come precisato nel paragrafo precedente non potendo utilizzare il DMA del CNR-IENI di Lecco a causa del diametro del filo non compatibile con gli afferraggi disponibili, queste sono state realizzate utilizzando la camera ambientale MTS 651 del laboratorio Clasd, fissando un'estremità del filo ad una struttura appositamente realizzata e appendendo all'altra delle masse calibrate, in particolare in figura 2.5.3 sono riportate le componenti principali del set up di prova. Per eseguire le misurazioni sono stati utilizzati i seguenti strumenti:

- due termocoppie K, posizionate ai capi del provino (vedi figura 2.5.3)
- un estensometro MTS 634.3F con base di misura 15 mm



Figura 2.5.2: Prove di trazione

Sono state eseguite prove a quattro livelli di sforzo applicato differente: [100-150-200-250] MPa, in modo da avere un numero sufficiente di misure per la stima

2.5 Caratterizzazione sperimentale del filo SmartFlex



(a) Camera ambientale MTS



(b) Sitema di afferraggio dei fili

(c) Piattello per appendere le masse calibrate

Figura 2.5.3: Prove di recupero



(a) Termocopie K

(b) Estensometro MTS 634.3F

Figura 2.5.4: Strumentazione

degli "*stress influence coefficients*" nel range di sforzi in cui ogni singolo filo opererà (vedi paragrafo 3.2), sottoponendo il provino ad un ciclo di temperatura tra le condizioni ambientali e  $T_{max} = 130$  °C. Basandosi sul fatto che dalla prova DSC si è ricavata  $A_f = 78.9$  °C, è stato ritenuto che alla massima temperatura impostata, il materiale si trovi completamente trasformato in fase austenitica. In figura 2.5.5 sono riportati i diagrammi deformazione-temperatura relativi a ciascun livello di sforzo applicato. Tracciando le tangenti ai vari rami delle curve sperimetali è stato possibile ricavare le temperature di trasformazione nei diversi livelli di sforzo le quali sono riportate in tabella 2.5.2. E' stato quindi possibile ricavare gli "*stress influence coefficients*" costruendo le rette di regressione sforzotemperatura di trasformazione rispetto ai dati ottenuti dalle prove di recupero e da quelli della prova DSC, essendo questi definiti come i coefficienti angolari dei bordi di trasformazione valutati a sforzo nullo [16] (vedi figura 2.5.6). Mediando le coppie di coefficienti angolari relativi ad ognuna delle due trasformazione si ottengono:

• 
$$C_A = \frac{C_{A_s} + C_{A_f}}{2} = 9.90 \frac{MPa}{^{\circ}\text{C}}$$

• 
$$C_M = \frac{C_{M_s} + C_{M_f}}{2} = 6.83 \frac{MPa}{^{\circ}\text{C}}$$

 Valutando la retta di regressione relativa al bordo di inizio trasformazione martensitica (vedi figura 2.5.6c) in corrispondenza di σ = 0 Mpa è stato possibile ricavare M<sub>s</sub> = 55.2°C.

A questo punto è necessario fare un inciso: infatti, come si può notare da figura 2.5.6d, la temperatura  $M_f$  risulta nettamente disallineata rispetto a quelle ricavate dalle prove sotto sforzo, questo implica che imporre la rettilineità delle superfici di trasformazione risulti essere un'ipotesi eccessivamente semplificativa, come spesso fatto notare in [16]. Dato che nell'applicazione trattata in questo documento i fili saranno sempre soggetti ad un carico assiale, si ritiene che il modello numerico possa dare risultati più conformi con la realtà sperimentale utilizzando un valore della temperatura  $M_f$  ricavato utilizzando i risultati delle prove di recupero: procedendo nello stesso modo in cui si è ricavata  $M_s$ , è stato possibile ottenere  $M_f = 42.7$  °C; come si vedrà nel capitolo 7 anche grazie a questa correzione il modello numerico darà risultati che ricalcano sufficientemente la realtà sperimentale.

Come si può notare da figura 2.5.5a la deformazione iniziale della prova a 100 MPa non corrisponde a quella finale: questo è dovuto alla pre-esistenza di una deformazione nel materiale, questo fatto non costituisce un problema per la determinazione delle temperature di trasformazione ed inoltre si è ridotta notevolmente nelle prove successive, tuttavia si è preferito stimare la deformazione recuperata rispetto alle curve di ritorno (trasformazione inversa) da austenite a martensite; i valori ottenuti sono riassunti in tabella 2.5.2 assieme alla grandezza  $H^{cur}(\sigma)$  calcolata secondo la 2.4.7 come si può notare la variazione di questo parametro è molto limitata, dal punto di vista numerico è possibile considerarlo costante (come indicato in ) e paria a:  $H^{cur}(\sigma) = H_{max} = 4.39\%$  (media dei valori riportati in tabella 2.2).

Si precisa che queste prove sono state ripetute anche presso il laboratorio del CNR-IENI di lecco e hanno portato alle stesse conclusioni.

Per concludere si è considerato un coefficiente di dilatazione termica comune alle due fasi:  $\alpha = 1 * 10^{-6} \frac{1}{c_c}$  come indicato in letteratura [16].



2 Leghe a memoria di forma, caratterizzazione sperimentale



## 2.5 Caratterizzazione sperimentale del filo SmartFlex



Figura 2.5.6: Determinazione degli "stress influence coefficients"

	Temperature di trasformazione			
Sforzo [MPa]	100	150	200	250
$A_s^{\sigma}[C]$	81.36	83.42	85.97	88.55
$A_f^{\sigma}$ [°C]	97.93	101.90	103.91	110.40
$M_s^{\sigma}$ [°C]	67.29	73.42	79.18	85.55
$M_f^{\sigma}$ [°C]	61.20	67.87	76.02	81.82

Tabella 2.5.1: Temperature di trasformazione

In tabella vengono riassunte le caratteristiche del filo Smartflex utilizzate per sviluppare il modello numerico che sarà presentato in segito.



Figura 2.5.7: Correzione numerica temperatura  $M_f$ 

	Deformazione recuperata			
Sforzo [MPa]	100	150	200	250
$\Delta \varepsilon$ [%]	4.26	4.39	4.48	4.61
$H_{cur}(\sigma)$ [%]	4.30	4.41	4.46	4.56

Tabella 2.5.2: Deformazione recuperata

Proprietà termoelastiche				
EA	39500 [MPa]			
$E_A$	32100 [MPa]			
α	$1 * 10^{-6} \left[\frac{1}{oC}\right]$			
Temperature di trasformazione a sforzo nullo				
$A_s$	68.6 [ <sup>o</sup> C]			
$A_f$	78.9 [ <sup><i>o</i></sup> <i>C</i> ]			
$M_s$	42.7 [ <sup>o</sup> C]			
$M_f$	55.2 [°C]			
Stress influence coefficients				
$C_A$	9.90 $\left[\frac{MPa}{oC}\right]$			
$C_M$	6.83 $[\frac{MPa}{oC}]$			
Maximum transformation strain				
H <sub>max</sub>	4.39 [%]			
Altre proprietà				
Densità	$6500 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$			
Resistività media	95 $[\mu \Omega cm]$			

Tabella 2.5.3: Tabella riassuntiva delle caratteristiche del filo Smartflex

## 3.1 Introduzione

In questo capitolo si intende descrivere le modalità con cui è stata eseguita la progettazione del sistema di "adattamento" della rigidezza dell'ATMD mediante l'utilizzo dei fili SmartFlex in Nitinol, le caratteristiche salienti dei quali sono state presentate nel paragrafo 2.5. Per rendere più chiaro quanto trattato in questo capitolo è opportuno riprendere il principio di funzionamento dell'ATMD; facendo riferimento a figura 3.3.4 il sistema in questione è costituito da una massa centrale appesa alla struttura da proteggere attraverso due coppie di fili SMA pre-caricati in direzione assiale. Grazie alle molle di recupero poste agli estremi del sistema è possibile sfruttare il recupero di deformazione del materiale durante la trasformazione della fase martensitica a quella austenitica (vedi paragrafo 2.2.1), in modo da variare la tensione dei fili e quindi la frequenza di risonanza del sistema. Per precisare quanto appena descritto, in figura 3.1.1 è riportato uno schema semplificato del dispositivo; come si può notare, per garantire maggiore stabilità alla massa centrale durante il moto, a ciascuna della sue estremità sono stati montati due cavi, per cui il tiro agente su di essa e da cui dipende la frequenza propria del sistema, sarà pari al doppio dell'azione assiale agente nel singolo filo. Si vogliono, quindi, spiegare i motivi per cui, invece di approfondire gli studi sull'ATVN presentato da Rustighi in [12], si è preferito sfruttare in modo completamente diverso le proprietà di queste leghe, come già presentato nel paragrafo 1.5. Una prima ragione è, senza dubbio, legata alla difficoltà di reperire elementi in lega a memoria di forma delle dimensioni utilizzate da Rustighi. L'azienda alla quale ci si è rivolti per l'approvvigionamento del materiale è stata in grado di fornirci

barre di diametro  $\phi = 2.2mm$  similavorate allo stato ricotto, quindi senza poterci dare indicazioni precise sulle possibili prestazioni. Questo è dovuto al fatto che il mercato è rivolto alla produzione di cavi di piccole dimensioni, per avere una buona efficienza energetica, soggetti ad intensivi trattamenti di training (vedi capitolo 2) in modo da ottimizzarne il recupero di deformazione. La seconda motivazione risiede proprio in questi concetti, infatti, il dispositivo sviluppato da Rustighi richiede una corrente massima di alimentazione a regime di 9 *A*, il che è totalmente in antitesi con una delle caratteristiche fondamentali che deve possedere un AT-VA, ossia la numero quattro dell'elenco presentato nel paragrafo 1.2. Un ulteriore motivo fondamentale sta nelle prestazioni in termini range di frequenze in cui il sistema può agire. Per avere un confronto tra il dispositivo realizzato da Rustighi e l'ATMD trattato in questo documento in termini di incremento percentuale di frequenza propria, è possibile introdurre due semplici formule: .



Figura 3.1.1: Schema semplificato TMD

• iniziando dal "like-beam" ATVN presentato in [12], come già citato in 1.3, per modificare la frequenza propria del sistema viene sfruttato il differente modulo elastico della fase martensitica rispetto a quello della fase austenitica. Possiamo dire che, facendo riferimento a [1], vale il seguente rapporto di proporzionalità tra una generica frequenza proria  $\omega$  di una barra ed il suo modulo elastico:

$$\boldsymbol{\omega} \propto \sqrt{E} \tag{3.1.1}$$

Dalla 3.1.1 è facilmente ricavabile il seguente rapporto percentuale:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{iniziale}} = \left(\frac{\sqrt{E_A}}{\sqrt{E_M}} - 1\right) * 100 \tag{3.1.2}$$

Inserendo nella 3.1.2 il valore dei moduli elastici della lega utilizzata per la sua realizzazione:

- $E_A = 59 GPa$
- $E_M = 40 \ GPa$

si ottiene :  $\frac{\Delta \omega}{\omega_{iniziale}} = 21\%$  proprio come quello effettivamente stimato da Rustighi nell'articolo [12].

• Nel caso trattato in questo documento, come già introdotto all'inizio di questo paragrafo, per modificare la frequenza propria del sistema si vuole sfruttare la variazione del tiro a cui sono soggetti i fili in lega a memoria di forma durante la loro trasformazione di fase quando vincolati agli estremi da molle di recupero. Prendendo come riferimento quanto trattato in [1], è possibile dire che:

$$\omega \propto \frac{\sqrt{S}}{L_f} \tag{3.1.3}$$

Avendo indicato con *S* il tiro a cui sono sottoposti i fili e con  $L_f$  la loro lunghezza. Dato che il costruttore prescrive un valore di sforzo massimo affinchè il filo si comporti in modo ottimale:  $\sigma_{max} = 250 MPa$  è opportuno riscrivere la 3.1.3 in termini di sforzo e deformazione (non avendo ancora definito le dimensioni geometriche del sistema):

$$\boldsymbol{\omega} \propto \frac{\sqrt{\sigma}}{(\varepsilon+1)} \tag{3.1.4}$$

Dove  $\varepsilon$  assume la forma espressa nella 2.4.1 .Come fatto in precedenza dalla 3.1.4 è possibile ricavare il seguente rapporto percentuale:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{iniziale}} = \left(\frac{\sqrt{\sigma^A}}{\sqrt{\sigma^M}} * \frac{(\varepsilon^M + 1)}{(\varepsilon^A + 1)} - 1\right) * 100$$
(3.1.5)

Dove:  $\sigma^A$  rappresenta lo sforzo massimo nei fili, quando il materiale in fase austenitica ha recuperato la sua deformazione tendendo le molle;  $\sigma^M$  rappresenta lo sforzo minimo nei fili, quando il materiale a temperatura ambiente e in fase martensitica ha subito il processo di riorientamento delle varianti. Di conseguenza possiamo esprimere:

$$\varepsilon^{M} = \frac{\sigma^{M}}{E^{M}} + H^{cur}(\sigma);$$

(Si ricorda che a temperatura ambiente il termine legato alla dilatazione termica si annulla)

$$\varepsilon^A = \frac{\sigma^A}{E^A} + \alpha (T - T_0)$$

Supponendo di far operare il sistema nel range: [50-200] MPa e considerando un valore costante di  $H^{cur}(\sigma) = H_{max} = 4.39\%$ , ricavato dalle prove sperimentali trattate nel capitolo 2, si ottine  $\frac{\Delta \omega}{\omega_{iniziale}} = 103\%$ , notevolmente superiore rispetto al caso precedente. E' necessario precisare che il valore massimo di sforzo del range operativo è stato definito tenendo conto del limite imposto dal costruttore, mentre quello minimo è tale che la minima temperatura di trasformazione sotto sforzo, ossia  $M_f^{\sigma}$  (vedi capitolo 2), sia sufficientemente superiore a quella ambiente, in modo che il materiale possa trasformarsi in modo completo. Per i fili utilizzati in questo progetto è stata stimata  $M_f^{50Mpa} = 50$  °C (vedi figura 3.2.1).

Se inoltre facciamo un confronto tra le geometrie dei due dispositivi possiamo dire che:

 Visto che per il dispositivo progettato da Rustighi i carichi dinamici sono equilibrati dalle azioni interne che si generano nelle barrette (in particolare il momento flettente) non è possibile modificare a piacimento la geometria del sistema e quindi la sua frequenza propria minima, infatti, un aumento eccessivo della lunghezza delle barrette o una diminuzione del diametro, comporterebbero deformazioni eccessive. Per l'ATMD di nuova concezione presentato in questo documento invece, come si vedrà in modo più dettagliato nel paragrafo 3.2.1, l'equilibrio delle forze esterne avviene per mezzo della componente verticale del tiro agente sul sistema di fili che si deformano durante il moto, quindi esistono limiti meno stringenti sulla possibilità di impostare la frequenza di risonanza minima del sistema intervenendo sulla lunghezza dei fili o sul valore della massa centrale.

• Le prestazioni dell'ATVA proposto da Rustighi dipendono dalla differenza dei moduli di Young delle due fasi, ossia dalla composizione della lega e dai trattamenti subiti. Nel caso qui trattato, invece, il range di sforzo in cui far lavorare il materiale può essere variato modificando la rigidezza delle molle di recupero (come si vedrà nel paragrafo 3.2). E', quindi, possibile ottimizzare il range di variazione della frequenza propria del sistema in base al particolare caso applicativo, incrementandone l'efficienza, senza cambia-re il materiale utilizzato (il che costituirebbe un problema visto l'elevato costo)

Si può, inoltre, aggiungere che questo presenta un notevole vantaggio anche rispetto all'assorbitore proposto da Gsell in [9], infatti, in questo caso sono i fili stessi che, grazie alla presenza delle molle di recupero, modificano automaticamente il tiro a cui sono soggetti senza la necessità di introdurre un sistema di attuazione esterno e, di conseguenza, un pesante telaio che produce l'effetto di aggiungere massa alla struttura da proteggere, come già precisato nel paragrafo 1.2.

## 3.2 Progetto preliminare del sistema

Si prosegue presentando le modalità con cui è stato eseguito il progetto preliminare del sistema. E' necessario premettere che questo lavoro ha l'obbiettivo di verificare e valutare il funzionamento del sistema, quindi il processo di dimensionamento è avvenuto in modo inverso: solitamente i parametri di un TMD vengono definiti a partire dalle caratteristiche dinamiche del sistema da proteggere; in questo caso, invece, è stato prima definito il range di frequenze in cui far lavorare l'ATMD, imponendo la geometria e la massa del sistema, quindi è stata realizzata la struttura primaria in modo che la frequenza del modo di vibrare che si intende controllare sia compresa nell'intervallo d'azione del dispositivo. Visto che per l'abbattimento delle vibrazioni meccaniche ad alta frequenza esistono altri meto-

di semipassivi che concorrono con la tecnologia del TMD, come l'utilizzo della tecnica definita "*shunt piezoelectric damping*" (vedi [27]), si è scelto un valore medio del range di frequenza in cui opera l'ATMD di circa 20 Hz, dove gli altri metodi falliscono.

Fino a questo punto abbiamo parlato di frequenza propria dell'ATMD ma, di fatto, tutti i dispositivi presi in considerazione in questo documento sono dei sistemi dinamici continui, quindi con infiniti modi di vibrare; è facile, però, intuire che l'assorbitore dinamico permette di attenuare le vibrazioni del sistema da proteggere scaricando su questo, attraverso l'elemento elastico e quello smorzante, la propria forza d'inerzia. E', quindi, evidente che risulta maggiormente efficace sfruttare il modo di vibrare del sistema a cui compete una maggiore massa modale, in questo caso risulta essere il primo. E', inoltre, necessario fare in modo che questa risonanza sia ben distinta dalle altre che potrebbero comportare effetti controproducenti in termini di ampiezza delle vibrazioni della struttura da proteggere. Per questi motivi, come presentato nel paragrafo 1.5 l'ATMD di nuova concezione è costituito da una massa centrale di 100 g vincolata alla struttura da proteggere attraverso due coppie di fili SmartFlex di diametro  $\phi_f = 0.5 mm$  e lunghezza indeformata  $L_{f0} = 50 mm$ , una per ogni estremità della stessa.

Come descritto nel paragrafo 3.1 i fili sono, in ogni condizione di esercizio, soggetti ad uno sforzo di trazione ottenuto precaricando assialmente il sistema in fase di montaggio, pertanto risultano essere pre-deformati in fase di martensite detwinned (vedi capitolo 2). Un incremento della temperatura induce la trasformazione del materiale dallo stato martensitico a quello austenitico, con conseguente riorientamento delle varianti e recupero delle deformazione imposta. Grazie alla presenza delle molle alle estremità del sistema, il recupero di deformazione è permesso solo a patto di un incremento della tensione dei fili, e quindi della frequenza di risonanza del sistema; uno schema semplificato del sistema è rappresentato in figura 3.1.1.

Da quanto detto sopra risulta evidente come la definizione della rigidezza delle molle di recupero sia fondamentale per il bun funzionamento del sistema; di seguito verranno esposti i criteri mediante i quali è stata determinata, una volta fissati i valori di sforzo minimo e minimo (definiti precedentemente rispettivamente come:  $\sigma^M e \sigma^A$ ) in cui far lavorare i fili. Come descritto nel paragrafo precedente,

## 3.2 Progetto preliminare del sistema

per ottenere le massime prestazioni in termini di recupero di deformazione dei fili, si è deciso di fissare un range di sforzo di esercizio di:  $[\sigma^M - \sigma^A] = [50 - 200]$ *MPa* in cui il "*maximum available transformation strain*" può essere considerato costante:  $H^{cur}(\sigma) = H_{max} = 4.39\%$ ; in figura 3.2.1 è rappresentato il diagramma



Figura 3.2.1: Schematizzazione del diagramma di stato dei fili SmartFlex con rappresentazione dell'area di lavoro

di fase dei fili SmartFlex: in verde sono raffigurate le superfici di trasformazione mentre in blu è stata delimitata l'area del diagramma in cui questi opereranno.

Per la definizione della rigidezza delle molle di recupero è opportuno riferirsi allo schema di figura 3.2.2 dato che è possibile sfruttare la simmetria del sistema;



Figura 3.2.2: Schema TMD ottenuto sfruttandone la simmetria

nell'immagine 3.2.3 sono messe in evidenza le grandezze e le convenzioni di se-



Figura 3.2.3: Schema di supporto per la definizione della rigidezza delle molle di recupero

gno che verranno utilizzate a tal fine nel proseguo di questo paragrafo. Facendo riferimento a quest'ultima immagine possiamo dire che, affinchè sia rispettata la congruenza tra lo spostamento dell'estremo del filo e l'allungamento della molla:

$$u = -x \tag{3.2.1}$$

Sfruttando la 3.2.1 e introducendo la legge di Hooke è possibile ricavare il tiro complessivo agente sul sistema:

$$S = Kx = -K\varepsilon L_{f0} \tag{3.2.2}$$

avendo espresso lo spostamento dell'estremo del filo come:  $u = \varepsilon L$ . Dall'equazione 3.2.2 si può ottenere lo sforzo nel filo:

$$\sigma = \frac{S}{A} = \frac{-K\varepsilon L_{f0}}{A} \tag{3.2.3}$$

Dove  $A = 2A_f$ , essendo  $A_f = \frac{\pi \phi_f^2}{4}$  la sezione del singolo filo (si ricorda infatti che ad ogni estremità della massa è fissata una coppia di fili).

Invertendo la 3.2.3 è possibile definire la deformazione totale del filo ad un certo livello di sforzo in funzione dei parametri delle molle:

$$\varepsilon = -\frac{\sigma A}{KL_{f0}} \tag{3.2.4}$$

La deformazine  $\varepsilon$  che compare nella 3.2.4 può essere espressa come indicato nella 2.4.1 le cui componenti sono:

- $\varepsilon^e = \frac{\sigma}{E}$  rappresenta la componente elastica
- $\varepsilon^{th} = \alpha(T T_0)$  è la componente legata alla dilatazione termica (essendo *T* la temperatura attuale del materiale mentre *T*<sub>0</sub> quella di riferimento)
- $\varepsilon^{t} = \begin{pmatrix} H_{max} & martensite \\ 0 & austenite \\ tensitica termoelastica. \end{pmatrix}$  è la componete legata alla trasformazione mar-

Considerando la sola trasformazione inversa  $(M \longrightarrow A)$  possiamo riscrivere l'equazione 2.4.1 nella condizione iniziale (fase martensitica):

$$-\frac{\sigma^{M}A}{KL_{f0}} = \frac{\sigma^{M}}{E_{M}} + \alpha(T_{i} - T_{0}) + H_{max} = \varepsilon_{M}$$
(3.2.5)

e in quella finale in seguito al riscaldamento per effetto Joule (fase austenitica):

$$-\frac{\sigma^A A}{KL_{f0}} = \frac{\sigma^A}{E_A} + \alpha (T_f - T_0) = \varepsilon_A$$
(3.2.6)

Dove la temperatura iniziale coincide con quella ambiente:  $T_i = 20^{\circ}$ C, mentre quella finale:  $T_f = A_f^{200MPa} = 103,91^{\circ}$ C. Sottraendo la 3.2.5 alla 3.2.6 si ottiene:

$$-\frac{(\sigma^A - \sigma^M)A}{KL_{f0}} = \frac{\sigma^A}{E_A} - \frac{\sigma^M}{E_M} + \alpha(T_f - T_i) - H_{max} = \varepsilon_A - \varepsilon_M$$
(3.2.7)

Dalla 3.2.7 è facilmente ottenibile:

$$K = -\frac{(\sigma^A - \sigma^M)A}{(\frac{\sigma^A}{E_A} - \frac{\sigma^M}{E_M} + \alpha(T_f - T_i) - H_{max})L_{f0}}$$
(3.2.8)

Sostituendo nella 3.2.8 la geometria dei fili:  $L_{f0} = 0.05 m \text{ e } A = 2A_f = 3.927 * 10^{-7} m^2$ , si ottiene  $K = 29257 \frac{N}{m}$ .

Avendo definito le modalità con cui è stato eseguito il dimensionamento di massima del sistema è ora possibile dare una stima del suo comportamento dinamico. Facendo riferimento allo schema di figura 3.2.2 è possibile risolvere il problema dinamico applicando il modello dinamico lineare della fune tesata dato che  $\frac{L_f}{\phi_f} = 100$ . Questo modello ha permesso di verificare che il range di frequenze di lavoro del sistema sia tale da determinare un incremento percentuale di frequenza

di risonanza pari a quello stimato nel paragrafo 3.1 e che si sviluppi attorno ad un valore medio prossimo ai 20 Hz.

# 3.2.1 Modello dinamico del filo tesato: moto libero non smorzato

In figura 3.2.4 è riportato un concio infinitesimo del filo rispetto al quale è possi-



Figura 3.2.4: Concio di fune tesata

bile scrivere l'equazione indefinita di equilibrio rispetto alla traslazione nel piano verticale, su di esso agiscono le seguenti azioni (vedi quanto trattato in [1]):

- La forza d'inerzia per unità di lunghezza  $F_I = -mdx \frac{d^2y}{dt^2}$ , avendo indicato la massa per unità di lunghezza  $m = \rho A$  dove la densità  $\rho$  è indicata nella tabella 2.5.3
- Il tiro, sia all'estremo destro che sinistro del concio, è considerato costante e sempre tangente all'asse del filo; di questi ci interessano le componeti in direzione verticale dato che quelle orizzontali sono tali da auto-equilibrarsi

## 3.2 Progetto preliminare del sistema

in assenza di azioni esterne in questa direzione:

$$S_d = Ssin(\varphi_d)$$

$$S_s = Ssin(\varphi_s)$$
(3.2.9)

Si può quindi ricavare l'equazione di equilibrio:

$$-mdx\frac{d^2y}{dt^2} - Ssin(\varphi_s) + Ssin(\varphi_d) = 0 \qquad (3.2.10)$$

Nell'ipotesi di piccole oscillazioni (vedi [1]) nell'intorno della posizione di equilibrio statico possiamo fare la seguente approssimazione:  $sin(\varphi) \approx \frac{\partial y}{\partial x}$  per cui è possibile riscrivere le 3.2.9 come:

$$S_{d} = S \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x+dx}$$
$$S_{s} = S \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x}$$

E' possibile quindi scrivere  $\frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x+dx} = \frac{\partial y}{\partial x} + (\frac{\partial^2 y}{\partial x^2})dx$  (vedi [1]) sostituendo nella 3.2.10 si ottiene l'equazione indefinita di equilibrio per il filo tesato:

$$-m\frac{d^2y}{dt} + S\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{3.2.11}$$

La soluzione stazionaria della quale è del tipo:

$$y(x,t) = \alpha(x)\beta(t) = [A\cos(\frac{\omega}{c}x) + B\sin(\frac{\omega}{c}x)]e^{i\omega t}$$
(3.2.12)

in cui  $\omega$  rappresenta una generica pulsazione propria del sistema, mentre  $c = \sqrt{\frac{S}{m}}$  la velocità di propagazione dell'onda nel materiale, quindi il rapporto  $\frac{\omega}{c}$  rappresenta la frequenza spaziale della deformata modale. Per definire frequenze proprie e modi di vibrare del sistema di figura 3.2.2 è possibile introdurre le seguenti condizioni al bordo:

1. La condizione di congruenza sull'estremo vincolato implica che:

$$y(x=0)|_{t>0} = 0; (3.2.13)$$

2. La condizione di equilibrio nell'estremo opposto (vedi figura 3.2.5 in cui  $S_d = S \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=L_f,t>0}$ ) può esser tradotta come:

$$\frac{m_2}{2} \left. \frac{d^2 y}{dt^2} \right|_{x=L_f, t>0} + S \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=L_f, t>0} = 0; \qquad (3.2.14)$$

Derivando rispetto al tempo la 3.2.11 si ottiene:

$$\frac{dy}{dt} = -i\omega[A\cos(\frac{\omega}{c}x) + B\sin(\frac{\omega}{c}x)]e^{i\omega t}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2[A\cos(\frac{\omega}{c}x) + B\sin(\frac{\omega}{c}x)]e^{i\omega t}$$

mentre derivandola rispetto allo spazio:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\omega}{c} \left[-Asin(\frac{\omega}{c}x) + Bcos(\frac{\omega}{c}x)\right]e^{i\omega t}$$

Da queste è possibile ricavare il sistema di equazioni algebriche 3.2.15:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 \frac{m_2}{2} \cos(\frac{\omega}{c} L_f) - \frac{\omega}{c} Ssin(\frac{\omega}{c} L_f) & -\omega^2 \frac{m_2}{2} sin(\frac{\omega}{c} L_f) + \frac{\omega}{c} Scos(\frac{\omega}{c} L_f) \end{bmatrix} \begin{cases} A \\ B \\ (3.2.15) \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

Questo presenta soluzioni non banali solo se il discriminante della matrice che



Figure 3.2.5: Condizione di equilibrio in corrispondenza della massa

indicheremo come  $H(\omega)$  è nullo:  $\triangle(H(\omega)) = 0$ ; tale funzione è, tuttavia trascen-

dente e presenta infinite soluzioni. Queste vengono definite trovando i minimi locali della funzione:

$$f = log(|\triangle(H(\boldsymbol{\omega})) + \boldsymbol{\delta}|)$$

Dove  $\delta$  rappresenta un addendo molto piccolo in modo che *f* sia sempre definita. Il problema sopra descritto è stato risolto in due casi estremi:

- Materiale in fase martensitica, in cui il tiro può essere definito come:  $S = S_M = \sigma^M A = 19.64$  N, mentre la lunghrzza dei fili  $L_{fM} = (\varepsilon_M + 1)L_{f0}$ .
- Materiale in fase austenitica, in cui il tiro può essere definito come:  $S = S_A = \sigma^A A = 78.54$  N, mentre la lunghrzza dei fili  $L_{fA} = (\varepsilon_A + 1)L_{f0}$ .

L'analisi è stata limitata al campo [0 - 500] Hz in modo da verificare l'esistenza di altre risonanze,oltre a quella prevista nell'intorno di 20 Hz,

In figura 3.2.6 sono riportati gli andamenti della funzione f nei due casi con cerchiato in verde il minimo identificato; come si può notare il sistema presenta, almeno sulla carta e considerando il solo moto nel piano verticale, una risonanza molto ben isolata dovuta all'introduzione della massa centrale; in figura 3.2.7 sono, invece, riportate le deformate modali nelle due condizioni prima citate che saranno molto utili nel proseguo della trattazione. In conclusione si fa notare come dal valore delle frequenze proprie ottenute si verifichi:  $\frac{\Delta \omega}{\omega_{iniziale}} * 100 = (\frac{(28.1-13.8)}{13.8} \frac{H_z}{H_z}) * 100 = 103\%$  proprio come ricavato dalla formula di stima introdotta nel paragrafo 3.1, mentre la frequenza media dell'intervallo è  $f_{med} = \frac{(28.1+13.8)}{2} = 20.95 Hz$  come desiderato.

## 3.3 Progetto esecutivo

Di seguito verranno descritti i criteri seguiti nella progettazione definitiva del sistema. L'elemento più importante che consente all'assorbitore di adattare la sua frequenza caratteristica sono le molle di recupero, la rigidezza K delle quali è stata definita teoricamente nel paragrafo 3.2; queste sono state progettate tenendo conto delle criticità rappresentate:





Figura 3.2.6: Identificazione delle frequenze proprie del sistema mediante l'identificazione dei minimi locali di f nel range di frequenze [0-500]Hz

## 3.3 Progetto esecutivo



Figura 3.2.7: Deformate modali

• dalla necessità di ridurre al minimo fenomeni di attrito statico negli elementi che consentono il recupero di deformazione, in modo da consentire ai fili di

deformarsi liberamente.

• della modalità di vincolamento dei fili alla massa dell' ATMD e al sistema primario.

La prima è stata risolta mediante l'utilizzo di molle flessionali al posto di più comuni molle ad elica. La scelta di quest'ultime avrebbe comportato l'introduzione un giunto prismatico in modo da consentire il trasferimento delle forze relative tra l'assorbitore dinamico e il sistema principale e rendere indipendente la dinamica dell'assorbitore dalla loro rigidezza a taglio e a flessione. Questo tipo di giunto, però, è complesso da realizzare e soggetto a problemi di attrito statico e impuntamenti. Impiegando molle flessionali, calibrandone opportunamente le dimensioni geometriche, è stato possibile ottenere questi effetti senza la necessità di prevedere altri elementi. Per quanto riguarda la seconda, invece, sono stati utilizzati degli elementi di afferraggio detti *"T-crimp"*, prodotti da SAES Getter appositamente per questo tipo di fili, le caratteristiche dei quali sono riportate in figura3.3.1 . Per



Figura 3.3.1: T-crimp

il montaggio dei fili, a due a due paralleli, sono state previste delle laminette di alluminio riportate in figura 3.3.2 con due fori per l'inserimento dei *"T-crimp"*. Dato che la massa centrale è stata realizzata in legno, materiale poco resistente a carichi di trazione, le laminette sono collegate mediante due barrette filettate M5, come si può vedere in figura 3.3.3. Inoltre sono state collegate alle molle flessionali primarie principali (vedi figura 3.3.4) mediante le forcelline di alluminio riportate in figura 3.3.11. Ogni molla flessionale primaria è connessa alla struttura principale mediante due spine cilindriche, come evidente dalla figura 3.3.5, con accoppiamento foro-albero di tipo H7-h6 ossia con gioco che, però, è recuperato



Figura 3.3.2: Laminetta per il montaggio dei fili mediante "T-crimp"



Figura 3.3.3: Sistema di montaggio dei fili sulla massa dell'assorbitore

per effetto del precarico di montaggio del sistema; così facendo si è cercato di rendere più semplice possibile l'assemblaggio delle componenti.

Prima di procedere con la descrizione del processo di dimensionamento degli elementi che costituisco la rigidezza a recupero del sistema, è necessario fare alcune considerazioni. Come descritto in precedenza, per facilitare il montaggio dei fili mediante "*T-crimp*", sono state previste delle laminette di alluminio di spessore limitato (vedi figura 3.3.4), il contributo delle quali sulla rigidezza a recupero non può essere trascurato a priori. Quindi in figura 3.3.6 è riportato uno schema degli elementi che vanno a costituire la rigidezza a recupero del sistema, da cui è facile verificare che le singole rigidezze associate a ciascuno siano tutte in parallelo (si precisa che lo schema appena citato sfrutta la simmetria del sistema).



Figura 3.3.4: Montaggio dell'ATMD sulla struttura principale

Infatti è possibile esprimere il tiro a cui è soggetto il sistema come:

$$S = K_s u_s = K_2 u_d = K u = K (u_s + u_d)$$
(3.3.1)

Dove la rigidezza all'estremo sinistro  $K_s$  è definita della serie tra  $K_1$ , rigidezza della molla flessionale primaria (vedi figura 3.3.4), e  $K_2$ , rigidezza della singola laminetta.

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \tag{3.3.2}$$

Sfruttando le uguaglianze riportate nella 3.3.1 si ricava:

$$u_s = \frac{S}{K_s}$$

$$u_d = \frac{S}{K_2}$$
(3.3.3)

Analogamente sfruttando l'ultima uguaglianza si può scrivere:

$$K = \frac{S}{(u_s + u_d)} \tag{3.3.4}$$
Sostituendo nella 3.3.4 le espressioni degli spostamenti degli estremi dei fili, riportate in 3.3.3, si ottiene:

$$K = \frac{S}{S(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_2})} = \frac{1}{(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_2})}$$
(3.3.5)

Da cui risulta evidente che le varie componenti che costituiscono la rigidezza a recupero siano in serie. Una volta definita la dipendenza di  $K_1$  e  $K_2$ dalle dimensioni geometriche degli elementi sarà possibile sfruttare la 3.3.5 per dimensionarli.

Si passa quindi alla definizione della relazione che intercorre tra le dimensioni geometriche delle molle flessionali primarie e la rigidezza  $K_1$ . Si fa presente che queste sono state montate sulla struttura principale mediante spine cilindriche, quindi, questo vincolo è stato modellato come una cerniera. Lo schema statico mediante il quale è stata ricavata la rigidezza  $K_1$  è rappresentato in figura 3.3.7, sfruttando il principio dei lavori virtuali (vedi [28]) è facile ricavare la freccia *f* in corrispondenza del punto di applicazione della forza. in particolare è possibile esprimere l'andamento dell'azione interna momento flettente al variare della coordinata x indicata in figura 3.3.7 come:

$$M(x) = \frac{S}{2}x\tag{3.3.6}$$

sfruttando lo schema fittizio (vedi [28]) riportato in figura 3.3.8 si può imporre l'uguaglianza tra il lavoro esterno compiuto dalla forza unitaria fittizia per la freccia reale con quello interno compiuto dall'azione interna fittizia per la deformazione effettiva (si precisa che è stato trascurato l'effetto dell'azione di taglio):

$$f = \int_0^l M' d\varphi = \int_0^l M' \frac{xS}{2EI} = \int_0^l \frac{x^2S}{2EI} = \frac{Sl^3}{6EI}$$
(3.3.7)

Avendo indicato con:

•  $d\varphi$  l'angolo di rotazione relativa tra le facce di un concio della trave, che rappresenta la deformazione generalizzata per cui lavora l'azione momento flettente (vedi [28]).

#### 3 Progetto del Mass Damper Adattativo

- *E* il modulo elastico del materiale scelto; si precisa che le molle sono state ricavate sagomando un profilato a c di alluminio.
- $I = \frac{bh^3}{12}$  il momento d'inerzia della sezione resistente riportata in figura 3.3.9

Dalla 3.3.7 è facile ricavare:

$$K_1 = \frac{6EI}{l^3}$$
(3.3.8)

Si passa, quindi, alla descrizione del procedimento utilizzato per definire la rigidezza  $K_2$ delle laminette di alluminio. In figura 3.3.10 è rappresentato lo schema di riferimento per il calcolo. Bisogna osservare che: sia dalla parte della massa dell'assorbitore sia da quella del collegamento mediante forcelline (vedi figura 3.3.11) alle molle flessionali primarie, precedentemente definite, queste sono fissate mediante imbullonaggio, quindi si è modellato il vincolo come un incastro; si precisa che la grandezza  $l_1$ è stata considerata a partire dal bordo della forcellina evidenziato in rosso in figura 3.3.11. A differenza di quanto fatto in precedenza il calcolo è stato fatto utilizzando il metodo della linea elastica (vedi [28]) degradando il sistema ad isostatico come mostrato in figura 3.3.12, dove X rappresenta l'incognita iperstatica. facendo il seguente cambio di variabile:  $F = \frac{S}{2}$  e indicando con M e R le reazioni in corrispondenza dell'incastro, è possibile definire gli andamenti dei momenti flettenti nei due tratti evidenziati:

$$M_1(x_1) = Rx_1 - M = Fx_1 - Fl_1 + X$$
(3.3.9)

$$M_2(x_2) = X (3.3.10)$$

Concentrandoci inizialmente sul tratto di lunghezza  $l_1$  è possibile applicare l'equazione della linea elastica:

$$EI\frac{d^2y_1}{dx_1^2} = -M_1(x) = -Fx_1 + Fl_1 - X$$
(3.3.11)

Dove:

- *E* è il modulo di elasticità del materiale: alluminio.
- $I = \frac{bh^3}{12}$  è il momento d'inerzia della sezione della laminetta, anche in questo caso si può far riferimento all'immagine 3.3.9.

3.3 Progetto esecutivo

Dalla 3.3.11 cui è possibile ricavare:

$$\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{Fx_1^2}{2EI} + \frac{Fl_1x_1}{EI} - \frac{Xx_1}{EI} + c_1$$
(3.3.12)

$$y_1 = -\frac{Fx_1^3}{6EI} + \frac{Fl_1x_1^2}{2EI} - \frac{Xx_1^2}{2EI} + c_1x_1 + c_2$$
(3.3.13)

Passando al tratto di lunghezza  $l_2$  e procedendo analogamente si ottiene:

$$\frac{d^2 y_2}{dx_2^2} = -\frac{X}{EI} \tag{3.3.14}$$

$$\frac{dy_2}{dx_2} = -\frac{Xx_2}{EI} + c_3 \tag{3.3.15}$$

$$y_2 = -\frac{Xx_2^2}{2EI} + c_3x_2 + c_3 \tag{3.3.16}$$

- E', quindi, possibile imporre le condizioni di congruenza:
- 1.  $\left. \frac{dy_1}{dx_1} \right|_{x_1=0} = 0$ ; douto al vincolo di incastro
- 2.  $y_1|_{x_1=0} = 0$ ; douto al vincolo di incastro
- 3.  $\frac{dy_1}{dx_1}\Big|_{x_1=l_1} = \frac{dy_2}{dx_2}\Big|_{x_2=0}$ ; per continuità del materiale in corrispondenza del punto di applicazione del carico
- 4.  $y_1|_{x_1=l_1} = y_2|_{x_2=0}$ ; per continuità del materiale in corrispondenza del punto di applicazione del carico
- 5.  $y_2|_{x_2=l_2} = 0$ ; per simmetria del sistema

Sostituendo nelle uguaglianze sopra riportate le espressioni dalla 3.3.11 alla 3.3.16 si ottiene il seguente sistema di equazioni algebriche:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \frac{l_1}{EI} \\ -l_1 & -1 & 0 & 1 & \frac{l_1^2}{2EI} \\ 0 & 0 & l_2 & 1 & -\frac{l_2^2}{2EI} \end{bmatrix} \begin{cases} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ X \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -\frac{Fl_1^2}{2EI} + \frac{Fl_1^2}{EI} \\ -\frac{Fl_1^3}{6EI} + \frac{Fl_1^3}{2EI} \\ 0 \end{cases}$$
(3.3.17)

#### 3 Progetto del Mass Damper Adattativo

E' stato quindi possibile risolverlo nei casi:

1. 
$$F = \frac{S_A}{2}$$
  
2.  $F = \frac{S_M}{2}$ 

Sostituendo i parametri ottenuti nella 3.3.13 calcolata in  $x_1 = l_1$  è possibile ottenere la freccia in corrispondenza del punto di applicazione della forza nei due casi e quindi definire la rigidezza come:

$$K_2 = \frac{(S_A - S_M)}{2(y_1^A - y_1^M)} \tag{3.3.18}$$

Mediante la minimizzazione della differenza tra il valore ottenuto dalla 3.2.8  $(K = 29257 \frac{N}{m})$  e la 3.3.5 è stato possibile definire la geometria di questi due componenti, nelle tabelle 3.3.1 e 3.3.2 sono riassunte le grandezze trovate. Si nota che le dimensioni delle laminette di supporto dei fili in modo che contribuiscano limitatamente alla rigidezza a recupero del sistema; in figura 3.3.13 è riportato il disegno 2D esecutivo delle molle di recupero mentre in 3.3.14 quello delle laminette per il montaggio dei fili (si fa presente che le quote sono riportate in millimetri).

Molla flessionale		
h	2.00	[mm]
b	28.00	[mm]
L	50.00	[mm]
$K_1$	32256	$\left[\frac{N}{m}\right]$

Tabella 3.3.1: Caratteristiche geometriche molla flessionale

	Lamine	
h	1.50	[mm]
b	10.00	[mm]
<b>l1</b>	11.50	[mm]
12	11.00	[mm]
$K_2$	683396	$\left[\frac{N}{m}\right]$

Tabella 3.3.2: Caratteristiche geometriche delle lamine per il montaggio dei fili

In conclusione è necessario precisare che, essendo il coefficiente di attrito statico tra acciaio e alluminio  $\mu_s = 0.61$ , è possibile ritenere che l'inerzia della forcellina e la rigidezza dalla laminetta non influiscano sulla dinamica dell'assorbitore. Infatti, considerando la forma del modo di vibrare riportata in figura 3.2.7, affinchè venga superata la forza di primo distacco tra la forcellina e la spina conica, il filo dovrebbe deformasi assumendo un angolo rispetto all'orizzontale superiore a  $30^{\circ}$ . I risultati delle prove sperimentali confermeranno quanto detto ora; quindi, è possibile ritenere le previsioni riportate nel paragrafo 3.2.1 sulla dinamica del sistema veritiere.

Fino a questo punto sono state definite le modalità con cui si è fatto in modo di modificare la tensione dei fili per effetto del recupero di deformazione prodotto dalla trasformazione martensitica termoelastica; non si è fatto, però, riferimento alle modalità utilizzate per variare la temperatura dei fili per indurre questa trasformazione. Si precisa, quindi, che il riscaldamento dei fili è avvenuto per effetto Joule; per l'alimentazione elettrica, i fili sono stati connessi in serie in modo da ottenere un riscaldamento uniforme, a tal proposito i "T-crimp" sono stati rivestiti con nastro isolante in modo da escludere le lamine di supporto dal circuito elettrico di cui è stata misurata una resistenza di  $R = 1.53 \Omega$ . Il raffreddamento invece è avvenuto sfruttando il fenomeno di convezione con l'aria ambiente.

Prima di passare a descrivere il processo di dimensionamento dello smorzatore a correnti parassite necessario per introdurre forze dissipative nel sistema, è possibile fare alcune osservazioni in merito al telaio in acciaio su cui è stato montato l'assorbitore, come mostrato in figura 1.5.1, e che costituirà la massa del sistema primario ( $m_1$ ) per l'esecuzione dei test sperimentali (vedi capitolo 5). Le dimensioni del telaio sono state definite in modo che il rapporto tra la massa dell'assorbitore ( $m_2$ ) e la sua sia circa pari a  $\mu = \frac{m_2}{m_1} \sim 0.02$ , valore tipicamente utilizzato in applicazioni reali come indicato in [9]. Oltre a questo è stato seguito un ulteriore criterio per il suo design; infatti, secondo quanto trattato in [9], l'assorbitore è soggetto alle sole forze relative scambiate con il sistema primario, è quindi facile immaginare che l'unica forma di energia che riceve in ingresso sia quella cinetica del sistema primario, la quale può essere definita come:

$$E_c^s = \frac{1}{2}m_1(\Omega x_1)^2 \tag{3.3.19}$$

#### 3 Progetto del Mass Damper Adattativo

Dove il termine  $\Omega x_1$  rappresenta la sua velocità (essendo  $\Omega$  la pulsazione della forzante, che per queste osservazioni puramente concettuali è stata considerata monoarmonica). Per quanto detto prima la 3.3.19 può essere uguagliata all'energia dell' ATMD:

$$E^{ATMD} = \frac{1}{2}m_2(\Omega x_2)^2 = \frac{1}{2}\mu m_1(\Omega x_2)^2 = E_c^s$$
(3.3.20)

Dalla 3.3.20 si ottiene facilmente:  $x_2 = \frac{x_1}{\sqrt{\mu}} \sim 7x_1$ sostituendo il valore scelto per il parametro  $\mu$ . Nonostante non sia stato possibile prevedere in fase di progetto il livello di forzamento del sistema e quindi l'effettiva ampiezza delle vibrazioni del sistema, come si può notare in figura 3.1.1, è stato previsto uno spazio sufficientemente ampio per l'assorbitore tenendo conto anche dell'ingombro dello smorzatore a correnti parassite.

In figura 3.3.16 vengono presentate alcune fotografie del prototipo realizzato.

# 3.3 Progetto esecutivo



Figura 3.3.5: Montaggio dei componenti mediante spine cilindriche

3 Progetto del Mass Damper Adattativo



Figura 3.3.6: Schema del filo e delle molle che determinano la rigidezza a recupero



Figura 3.3.7: Schema per il dimensionamento molle delle molle di recupero



Figura 3.3.8: Schema fittizio per l'applicazione del PLV



Figura 3.3.9: Sezione resistente molle flessionali

3 Progetto del Mass Damper Adattativo



Figura 3.3.10: Schema di calcolo delle laminette di alluminio

У



Figura 3.3.11: Sistema di collegamento dei fili alle molle flessionali

3.3 Progetto esecutivo



Figura 3.3.12: Schema isostatico



Figura 3.3.13: Esecutivo molle flessionali



Figura 3.3.14: Esecutivo laminette

3 Progetto del Mass Damper Adattativo







Figura 3.3.15: Telaio in acciaio

# 3.3 Progetto esecutivo



(a)



(b)



(c)

Figura 3.3.16: Prototipo

# 4.1 Principio di funzionamento dello smorzatore elettromagnetico

Le limitate dimensioni del prototipo di mass damper adattativo e la limitata energia che è destinato ad assorbire, rendono ottimale, per l'introduzione di forze dissipative, l'utilizzo di dispositivi che non comportino interconnessione e contatto tra i due sistemi. A questo proposito è possibile ottenere smorzamento sfruttando le forze elettromagnetiche che agiscono su un conduttore in moto all'interno di un campo magnetico.

Per compattezza e semplicità di costruzione si è scelto di utilizzare uno smorzatore a correnti parassite a geometria cilindrica come descritto in ([17]). Facendo riferimento a figura 4.2.1, questo è composto da una bobina alimentata in tensione costante che genera un campo magnetico uniforme nel traferro del circuito posto sul sistema primario e da un manicotto di rame fissato alla massa dell'ATMD in cui si svilupperanno le così dette "*eddy current*" per effetto del moto relativo dei due sistemi. Come si vedrà nel prossimo paragrafo, questo comporta che i due sistemi si scambino una forza proporzionale alla loro velocità relativa. L'utilizzo di un elettromagnete per generare il campo magnetico responsabile delle correnti parassite (vedi figura 4.2.1), consente di modificarne l'intensità in funzione della corrente di alimentazione dell'avvolgimento e quindi di variare la forza dissipativa scambiata tra l'ATMD e il sistema primario. Le correnti parassite sono delle correnti indotte in masse metalliche conduttrici che si trovano immerse in un campo magnetico variabile o che, muovendosi, attraversano un campo magnetico

costante, come mostrato in figura 4.1.1. Il moto del conduttore, e quindi delle sue



Figura 4.1.1: "Eddy current"

cariche libere, all'interno del campo magnetico, di fatto, è visto da quest'ultimo come una corrente: sulle singole cariche nascono forze di Lorentz le quali provocano la nascita delle correnti parassite in corrispondenza dell'area coperta dal campo, questa è anche causa del loro moto vorticoso da cui deriva il nome "*eddy current*" (dall'inglese *eddy=vortice*). Nel rispetto della legge di Faraday-Lentz il verso in cui circola la corrente indotta è tale da generare un campo magnetico indotto la cui variazione di flusso nel tempo si oppone alla variazione nel tempo del flusso del campo inducente.

Si prosegue descrivendo le modalità con cui è stato concepito lo smorzatore a correnti parassite che agisce nel moto relativo tra l'assorbitore e il sistema da proteggere, si vogliono, innanzitutto, riprendere i concetti fondamentali sui quali si basa il suo funzionamento.

# 4.2 Concetti fondamentali e modello costitutivo

In un conduttore che si muove perpendicolarmente ad un campo di induzione magnetica uniforme nasce una forza elettro-motrice, e, definita dalla legge di

4.2 Concetti fondamentali e modello costitutivo

Faraday-Lentz:

$$e = L_c B_t v \tag{4.2.1}$$

dove  $L_c$  è la lunghezza del conduttore, v la sua velocità relativa al campo magnetico  $B_t$  in cui è immerso. Secondo quanto riportato in [17] è possibile assimilare la



Figura 4.2.1: Smorzatore elettromagnetico a geometria cilindrica

porzione del manicotto in rame che è attraversata dal flusso magnetico, come una singola spira di raggio r (vedi figura 4.2.1) per cui è possibile riscrivere la 4.2.1 come:

$$e = 2\pi r B_t v \tag{4.2.2}$$

mentre la resistenza elettrica ad essa associata, come (vedi [17]):

$$R_m = \frac{2\pi r\rho}{hs} \tag{4.2.3}$$

avendo indicato con  $\rho = 1,69 \times 10^{-8} \Omega m$  la resistività del rame, con *s* lo spessore del manicotto di rame e con *h* l'altezza del traferro considerata pari a quella dell'impronta del campo magnetico sull'elemento conduttore (vedi figura 4.2.1). Le correnti parassite che si generano nel materiale determinano la nascita della forza

di Lorentz sullo stesso:

$$F_L = -L_c B_t i = -L_c B_t \frac{e}{R_m}$$
(4.2.4)

sostituendo la4.2.2 e 4.2.3 si ottiene:

$$F_L = -2\pi r B_t \left(\frac{2\pi r B_t}{\frac{2\pi r \rho}{hs}}\right) v \tag{4.2.5}$$

Come di nota dalla 4.2.5,  $F_L$  dipende linearmente della velocità relativa tra i due sistemi (vedi figura 4.2.1), quindi, rappresenta una forza dissipativa lineare. Dalla 4.2.5 si ricava il coefficiente di smorzamento relativo:

$$r_2 = \frac{2\pi r h s B_t^2}{\rho} \tag{4.2.6}$$

Per regolare il suo valore è stato deciso di produrre il campo magnetico al traferro mediante una bobina alimentata in tensione come rappresentato in figura 4.2.1. Per definire il legame tra la tensione di alimentazione e il campo magnetico  $B_t$ generato nel traferro, è possibile applicare il teorema di circuitazione di Ampere (vedi [29]) rispetto alla linea chiusa, rappresentata in rosso in figura 4.2.1, che concatena l'avvolgimento elettrico:

$$Ni = \int_{r_i}^{r_i + t} \frac{B_t}{\mu_0} dl$$
 (4.2.7)

Dove, *N* rappresenta il numero di spire dell'avvolgimento, *i* è la corrente in esse circolante, Dove  $r_i$  è il raggio del nucleo centrale (vedi figura 4.2.3) e *t* è lo spesso-re del traferro (si è considerato il circuito ideale, trascurando le perdite nel ferro). Dato che, come definito in [29], il secondo membro della 4.2.7 rappresenta per analogia elettrica la caduta di tensione magnetica in corrispondenza del traferro, è evidente che per ricavare il legame prima citato è sufficiente risolvere il circuito magnetico equivalente rappresentato in figura 4.2.2. Per fare questo, si deve prima definire la riluttanza  $\Theta$  del traferro.

Facendo riferimento a quanto trattato in [29], possiamo definire la permeanza

4.2 Concetti fondamentali e modello costitutivo



Figura 4.2.2: Schema del circuito magnetico

del traferro come:

$$\Lambda = \frac{1}{\Theta} = \mu_0 \frac{A_t}{t} \tag{4.2.8}$$

Dove  $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{H}{m}$  è la permeabilità magnetica dell'aria, mentre  $A_t$  è l'area del traferro perpendicolare alle linee di flusso del campo magnetico. Dato che, per il circuito che stiamo trattando, il traferro è un cilindro cavo, la sezione  $A_t$  dipende dalla distanza dal suo asse (vedi figura 4.2.3). Per semplificare il calcolo di  $\Lambda$  ci si è riferiti alla superficie media che. Quindi, considerando un settore angolate  $d\theta$  del traferro, possiamo definire:

$$d\Lambda = \mu_0 \frac{(r_i + \frac{t}{2})h}{t} d\theta \qquad (4.2.9)$$

Integrando sull'angolo giro si ottiene:

$$\Lambda = \int_0^{2\pi} \mu_0 \frac{(r_i + \frac{t}{2})h}{t} d\theta = \mu_0 \frac{2\pi (r_i + \frac{t}{2})h}{t}$$
(4.2.10)

Invertendo la 4.2.10 si ottiene la riluttanza del circuito:

$$\Theta = \frac{1}{\Lambda} = \frac{t}{\mu_0 2\pi (r_i + \frac{t}{2})h}$$
(4.2.11)

(La formula 4.2.11 per il calcolo della riluttanza è di fatto una semplificazione, la formula esatta è riportata in appendice A; come si vedrà nel prossimo paragrafo,



Figura 4.2.3: Vista dall'alto del circuito magnetico

si è verificato che i risultati delle due sono assolutamente compatibili).

Definita la forza magneto-motrice del sistema come: fmm = Ni, per il principio di analogia elettrica possiamo scrivere:

$$Ni = \Theta \Phi \tag{4.2.12}$$

Avendo indicato con  $\Phi$  il flusso magnetico del circuito, da cui è possibile definire il campo di induzione magnetica:

$$B_t = \frac{\Phi}{A_t} \tag{4.2.13}$$

in cui compare l'area media del traferro:  $A_t = 2\pi (r_i + \frac{t}{2})h$  ( in questo modo con la 4.2.13 si intende calcolare l'intensità del campo magnetico in corrispondenza del manicotto in rame; infatti, come si vedrà nel prossimo paragrafo, i raggi medi di traferro e manicotto in rame coincidono). Quindi:

$$B_t = \frac{Ni}{A_t \Theta} \tag{4.2.14}$$

Dato che, come si vedrà nel prossimo paragrafo sarà imposta la corrente mas-

sima circolante nell'avvolgimento, al fine di progettare il circuito ci interessa il numero di spire necessario per generare un certo valore di coefficiente di smorzamento ad una data corrente, sostituendo la 4.2.14 nella 4.2.6 è facile ottenere:

$$r_2 = \frac{2\pi rhs(\frac{Ni}{A_t\Theta})^2}{\rho} \tag{4.2.15}$$

Rielaborando si ricava:

$$N = \left(\sqrt{\frac{r_2\rho}{2\pi rhs}}\right)\frac{\Theta A_t}{i} \tag{4.2.16}$$

# 4.3 Progetto dello smorzatore elettromagnetico

Per l'esecuzione del progetto dello smorzatore elettromagnetico sono state utilizzate le relazioni presentate nel paragrafo precedente, in particolare la geometria dei componenti è stata definita in base a criteri d'ingombro e ai profilati a disposizione, tenendo, però, conto del legame tra il coefficiente di smorzamento e la geometria del circuito espresso nella relazione 4.2.6 si è cercato di:

- massimizzare il diametro del manicotto in rame e il suo spessore.
- massimizzare l'altezza del traferro.
- ridurre al minimo possibile lo spessore del traferro.

Nelle figure dalla 4.3.1 alla 4.3.6 sono rappresentati i componenti che costituiscono il circuito magnetico (le quote sono riportate in millimetri); si precisa che il cilindro esterno di figura 4.3.2, che ha l'obiettivo di evitare che le linee di flusso del campo magnetico si disperdano in aria, è stato incollato mediante resina epossidica ad una rondella di base che svolge le funzioni di chiudere il circuito magnetico e contenere le spire dell'avvolgimento (vedi figura 4.3.3). In tabella 4.3.1 sono riassunte le caratteristiche geometriche principali.

Definite queste grandezze è stato possibile ricavare dalla 4.2.11 la riluttanza del circuito magnetico  $\Theta = 2.189 * 10^6 H^{-1} (2.22 * 10^6 H^{-1} \text{ con la formula esatta riportata in appendice A}). Quindi è stato dimensionato l'avvolgimento elettrico: si è previsto di realizzarlo con un filo di rame smaltato di diametro <math>\phi = 0.2 mm$  quindi, per limitare il calore dissipato e di conseguenza il rischio di bruciarlo, si è



Figura 4.3.1: Nucleo centrale del circuito magnetico

Geomet	ria circuito magnetico
6	[mm]
1.5	[mm]
15.0	[mm]
3.5	[mm]
5.0	[mm]
	Geometr 6 1.5 15.0 3.5 5.0

Tabella 4.3.1: Dimensioni geometriche del circuito magnetico

deciso di limitare la corrente di alimentazione ad un valore massimo:  $I_{max} = 1A$ . Sfruttando la relazione 1.1.21 e i dati ricavati nella definizione delle caratteristiche dinamiche del sistema (vedi capitolo 5) si è ricavato un valore massimo di progetto di smorzamento:  $r_{2max} = 4.6 \frac{Ns}{m}$ , dalla 4.2.16 si ricava il numero di spire della bobina:

$$N = \left(\sqrt{\frac{r_{2max}\rho}{2\pi rhs}}\right)\frac{\Theta A_t}{I_{max}} = 420 \, spire \tag{4.3.1}$$

Una volta montato il componente è stata misurata mediante un misuratore LCR (GW INSTEK LCR-800) l'induttanza del circuito elettrico ottenendo un valore:  $L_{eff} = 0.023 H$  da cui si è ricavata la riluttanza effettiva del circuito:  $\Theta_{eff} = \frac{N^2}{L_{eff}} = 7.6483 \times 10^6 H^{-1}$  valore molto differente da quello previsto con il modello descritto nel paragrafo precedente e non giustificabile con il fatto di aver trascura-

#### 4.3 Progetto dello smorzatore elettromagnetico



Figura 4.3.2: Cilindro esterno per la chiusura del circuito magnetico

to le perdite nel ferro: il circuito magnetico, per problemi di realizzazione non è di fatto in grado di contenere le linee di flusso al suo interno ma, si verifica una forte dispersione in aria. Sostituendo nella 4.3.1 il valore di riluttanza ricavato dalla misura sperimentale il numero di spire necessario è divenuto:  $N = 1500 \, spire$ . Per evitare inconvenienti, si è deciso di limitare il numero di avvolgimenti a 500 e inserire nel circuito un magnete permanente in modo che il suo campo magnetico al traferro si sommi a quello dell'avvolgimento, così da produrre un valore



Figura 4.3.3: Assieme del circuito magnetico

costante di smorzamento. Quindi per il dimensionamento del magnete permanente è necessario calcolare l'intensità del campo magnetico che deve essere in grado di produrre nel traferro. Per fare ciò, sfruttando la 4.2.6è possibile ricavare il campo magnetico massimo richiesto per avere un coefficiente di smorzamento  $r_{2max} = 4.6 \frac{Ns}{m}$ :

$$B_t^{max} = \sqrt{\frac{\rho r_{2mag}}{2\pi rhs}} = 0.2708 T$$
 (4.3.2)

Mentre dalla 4.2.14 quello massimo generato dall'avvolgimento:

$$B_{t,em}^{max} = B = \frac{NI_{max}}{A\Theta_{eff}} = 0.0925 T$$
(4.3.3)

Dove N = 500 è il numero di spire imposto. Dalla sottrazione dei quali è stato possibile ricavare il campo che il magnete permanente deve produrre al traferro:  $B_{t,m} = B^{max} - B^{max}_{t,em} = 0.1783 T$  valore utilizzato per il suo dimensionamento, per un valore di coefficiente di smorzamento medio prodotto dal magnete permanente, ricavato tramite la 4.2.6, di  $r_{2mag} = 1.99 \frac{Ns}{m}$ . In conclusione si precisa che è stata misurata una resistenza complessiva dell'avvolgimento di  $R_b = 14.18 \Omega$ .

#### 4.3.1 Magneti di neodimio-ferro-boro

Sono, assieme a quelli di samario cobalto, i più recenti nel campo dei materiali magnetici, posseggono caratteristiche magnetiche molto elevate e si trovano in ogni forma e dimensione. Gli impieghi sono quelli in cui sono richieste ottime proprietà magnetiche con dimensione dei componenti ridotte (vedi [20]).

Il composto ternario  $Nb_2Fe_{14}B$  è la base per la moderna famiglia dei magneti di questo tipo ed è conosciuto come magnete al neodimio – ferro – boro. Da questa, attraverso sostituzioni parziali e modifiche nella composizione si ottengono vari tipi di magneti con particolari caratteristiche a seconda delle applicazioni: ad esempio, siccome il cobalto presenta una maggiore temperatura di Curie rispetto al ferro, è abitudine sostituire in parte quest'ultimo in modo da migliorare le caratteristiche globali alle alte temperature. Il metodo di produzione più comune è quello per riduzione/diffusione (vedi [20]): le polveri di Nd-Fe-B macinate sono allineate attraverso un campo orientato e poi pressate in uno stampo dove avviene la sinterizzazione e la formatura nelle dimensioni desiderate. Una differente alternativa al processo di produzione di riduzione/diffusione è conosciuta come melt spinning o più diffusamente rapid quenching, nella quale una verga di materiale viene fusa e spinta attraverso un piccolo ugello sulla superficie di una ruota metallica raffreddata con dell'acqua, producendo un sottile nastro di lega. Esistono magneti al neodimio di diversi gradi: il grado è un codice che inizia sempre con la lettera N (abbreviazione di Neodymium) ed è seguito da due cifre (es. N27, N30, N33, N35, N38, N40, N42, N45, N48, N50). I gradi più bassi hanno meno forza attrattiva, i gradi più alti hanno una forza maggiore.

#### 4.3.2 Dimensionamento del magnete permanente

Secondo quanto definito in [20], considerando un generico circuito magnetico (vedi figura 4.3.4) consistente in un magnete permanente e una coppia di espansioni polari in ferro dolce che delimitano il traferro con le seguenti caratteristiche geometriche:  $L_m$  la lunghezza e  $S_m = A_m$  la sezione (che si suppone essere costante) del magnete e analogamente  $L_t = t$  e  $S_t = A_t$  la lunghezza e la sezione del traferro.



Figura 4.3.4: Generico circuito magnetico di magnete permanente

Per un primo calcolo si trascurano i flussi dispersi, cioè assumiamo che le linee di flusso si richiudano su se stesse passando tutte per l'area  $S_t$  del traferro. Ciò permette di scrivere che il flusso nel traferro è uguale a quello del magnete  $\Phi_t = \Phi_m$ , dato che  $\Phi = BA$  si ricavano le seguenti uguaglianze:

$$\Phi_t = B_{t,m}A_t = B_m A_m = \Phi_m \tag{4.3.4}$$

Per il teorema della circuitazione del campo magnetico  $H = \frac{B}{\mu}$ , essendo  $\mu$  la permeabilità del mezzo in cui si sviluppa, lungo una linea chiusa si può ricavare:

$$H_t L_t + H_m L_m = 0 (4.3.5)$$

Si nota che  $H_t = \frac{B_{t,m}}{\mu}$  è di segno opposto a  $H_m$ , cioè la forza magnetica agente sul traferro è opposta a quella all'interno del magnete: un traferro agisce quindi come forza smagnetizzante; infatti, per dimensionare il magnete, si farà riferimento alla curva di smagnetizzazione, ossia alla porzione della curva caratteristica di un magnete che si trova nel quarto quadrante, perchè è su questa che si troverà il punto di funzionamento del magnete (vedi [20] e figura 4.3.5) quando inserito nel circuito. Le supposizioni fatte fino ad ora, e cioè che l'induzione sia costante nella sezione e che il vettore rappresentante il campo magnetico sia parallelo al percorso di circuitazione, però sono solo una prima approssimazione della realtà, solitamente vengono introdotti perciò i fattori F e f. Dalla 4.3.4 si ricava:



Figura 4.3.5: Curva caratteristica di un magnete permanente

$$A_m = f \frac{B_{t,m} A_t}{B_m} \tag{4.3.6}$$

mentre dalla 4.3.5:

$$L_m = F \frac{H_t L_t}{H_m} \tag{4.3.7}$$

Dalla moltiplicazione di quest'ultime si ricava il volume del magnete:

$$V_m = \frac{fF\mu_0 H_t L_t A_t}{B_m H_m} \tag{4.3.8}$$

Premesso che, come descritto in [20], i parametri  $f \in F$  dovrebbero essere ricavati da un modello ad elementi finiti del circuito magnetico; in [20] si specifica che, generalmente, questi assumono valori compresi nei seguenti intervalli:

- f = [1 1.2]
- F = [1 1.75]

Dato che il circuito magnetico che è stato realizzato non è, di fatto, in grado di contenere le linee di flusso del campo magnetico (vedi paragrafo 4.3) ai parametri sono stati assegnati i valori limite di questi intervalli: f = 1.2, F = 1.75.

Fissati f e F, come si vede dalla 4.3.8 il volume del magnete permanente dipende dal valore assunto dal prodotto  $B_m H_m$ . Secondo quanto trattato estesamente in [20], scegliendo un punto di lavoro sulla curva di smagnetizzazione si otterrà un certo volume del magnete; il punto più conveniente è quello a cui corrisponde il minimo volume del magnete (minor ingombro e minor costo). Questo si ottiene ricavando dalla caratteristica di smagnetizzazione la curva dei prodotti  $B_m H_m$  ed andando a scegliere il punto corrispondente al massimo di tale curva  $BH_{max}$  (come mostrato in figura 4.3.6, in cui in rosso è riportata la curva di smagnetizzazione mentre in blu l'andamento del prodotto  $B_m H_m$ ). Per il magnete N35 utilizzato, tale prodotto assume il valore  $BH_{max} = 279 \frac{KJ}{m^3}$  (dato fornito dal produttore), sostituendo le grandezze effettive, dalla 4.3.8 si ottiene  $V_m = 191.26 mm^3$ , ricavando le grandezze geometriche riportate in tabella 4.3.2. Si conclude dicendo che il magnete è stato posto sulla sommità del nucleo del circuito in modo da realizzare il circuito magnetico equivalente di figura 4.2.7. Per le modalità con cui è avvenuto il dimensionamento del magnete, l'incertezza sul parametro  $r_{2mag}$ non è trascurabile; come si vedrà nel capitolo 7, questo ha comportato che il modello numerico (vedi capitolo 5) non corrisponda con la realtà sperimentale. Si precisa, comunque, che la scelta di utilizzare il magnete permanente in supporto all'avvolgimento elettrico ha permesso testare il dispositivo limitandone la corrente assorbita, quindi, in totale sicurezza; tuttavia, sarebbe meglio riprogettare il circuito per poter utilizzare esclusivamente l'avvolgimento elettrico per produrre il campo al traferro, in modo che, all'occorrenza, il sistema possa essere utilizzato come ATVN, che non richiede l'aggiunta di forze dissipative, utilizzando la logica di tuning proposta da Rustighi in [13] e descritta nel paragrafo 1.3. In figura 4.3.8 viene proposta una sezione del modello 3D dell'assorbitore con lo smorzatore montato, mentre in 4.3.9 sono riportate alcune immagini relative alla costruzione del dispositivo.

	Dimensi	oni del magnete permanente cilindrico
Raggio	5	[mm]
Altezza	10	[mm]
Volume effettivo	196.34	$[mm^3]$

Tabella 4.3.2: Dimensioni del magnete permanente cilindrico

#### 4.3 Progetto dello smorzatore elettromagnetico



Figura 4.3.6: Curva di smagnetizzazione di un magnete permanente



Figura 4.3.7: Circuito magnetico equivalente con l'inserimento del magnete permanente



Figura 4.3.8: Disegno in sezione del TMD con smorzatore elettromagnetico

# 4.3 Progetto dello smorzatore elettromagnetico



(a)



(b)

(c)



Figura 4.3.9: Costruzione dello smorzatore elettromagnetico

# 5 Progetto del layout di prova

### 5.1 Progetto del sistema principale

In questo capitolo si intende spiegare le modalità con cui è stato testato il comportamento del mass damper adattativo; per fare ciò è stato, innanzitutto, necessario definire dal punto di vista dinamico il sistema principale. Come descritto in precedenza, è stato previsto di realizzare i test dell'assorbitore montandolo su una struttura rigida in acciaio che costituisce la massa concentrata del sistema da proteggere. La componente elastica è, invece, realizzata da quattro molle ad elica su cui quest'ultima è stata assemblata; per rendere più chiaro quanto appena descritto, in figura 5.1.1a è riportato il modello CAD del sistema principale. Si è cercato, infatti, di renderlo il più coincidente possibile al modello ad 1 g.d.1 di figura 5.1.1b. Per modificare la frequenza di risonanza del sistema primario si è ritenuto che il metodo più semplice ed efficace fosse quello di utilizzare delle masse da aggiungere alla struttura di acciaio, in questo modo è stato possibile evitare l'utilizzo di componenti complessi per variarne la rigidezza.

Nel capitolo 3 è stato presentato un modello dinamico lineare dell' ATMD che ha permesso di stimare il range di frequenze in cui questo può operare: ossia tra 13.8  $H_z$  e 28.1  $H_z$ ; per ovviare ad eventuali errori di modellazione o di stima dei parametri di massa della struttura di acciaio e rigidezza delle molle, si è deciso di dimensionare quest'ultime in modo che il sistema primario abbia una frequenza propria del moto verticale in condizioni standard (senza masse aggiunte) interna all'intervallo prima citato, in particolare pari a:  $f_{max} = 24 Hz$ . Le proprietà inerziali della struttura sono state stimate mediante il modello CAD (vedi figura 5.1.2 in cui è indicato, in rosa, il sistema di riferimento rispetto al quale sono riferiti i momenti d'inerzia) e sono riassunte in tabella 5.1.1; da queste è stato possibile ricavare la rigidezza complessiva del sistema:

#### 5 Progetto del layout di prova



(a) CAD



(b) A parametri concentrati



	i roprieta merzian ucha struttura u acciaio
<b>massa</b> $m_1$	1495 [g]
momento d'inerzia $J_{ZZ}$	2658413.18 [gmm <sup>2</sup> ]
momento d'inerzia $J_{xx}$	1147991.83 [gmm <sup>2</sup> ]
momento d'inerzia J <sub>yy</sub>	5256310.14 [gmm <sup>2</sup> ]

Proprietà inerziali della struttura d'acciaio

Tabella 5.1.1: Proprietà inerziali della struttura d'acciaio

$$k_1 = (2\pi f_{max})^2 m_1 = 35427 \frac{N}{m}$$

#### 5.1 Progetto del sistema principale





Figura 5.1.2: Proprietà inerziali della struttura d'acciaio

Dato che le quatto molle lavorano in parallelo la rigidezza della singola deve essere:

$$k_m = \frac{k_1}{4} = 8856.7 \frac{N}{m}$$

In tabella 5.1.2 sono riassunte le caratteristiche delle molle ad elica utilizzate.

Così è stato definito esclusivamente il primo modo di vibrare in direzione ver-

#### 5 Progetto del layout di prova

	Caratteristiche molle ad elica
rigidezza k <sub>m</sub>	8890 $[\frac{N}{m}]$
diametro del filo	2.8 [mm]
diametro medio della molla	27.2 [mm]
lunghezza libera	47 [mm]
numero di spire	3.5

Tabella 5.1.2: Caratteristiche molle ad elica

ticale del sistema; tuttavia, affinchè la struttura sia adeguata per l'esecuzione dei test, è necessario far si che non presenti modi con frequenza propria prossima a questo, quantomeno quelli con una componente di vibrazione lungo il piano verticale. In particolare si ritiene che i moti del telaio che possano creare maggiori problemi da questo punto di vista siano:

- 1. La rotazione attorno all'asse principale d'inerzia  $I_x$  (vedi figura 5.1.2)
- 2. La rotazione attorno all'asse principale d'inerzia  $I_z$  (vedi figura 5.1.2)

Note le caratteristiche inerziali della struttura è possibile introdurre un semplice modello per avere una stima della frequenza a cui si presentano. Facendo riferimento a figura 5.1.3, che è valida per entrambi i casi indicati, è possibile ricavare l'allungamento equivalente subito delle molle per per piccole rotazioni  $\theta$  del sistema attorno all'asse principale d'inerzia:

$$\Delta l = \theta s \tag{5.1.1}$$

Dove con *s* è stato indicato il semi-braccio tra le molle (vedi figura 5.1.3)

E' quindi possibile ottenere il momento esercitato da queste per effetto della stessa rotazione:

$$M = 4F_m s = 4k_m s \Delta l = k_\theta \theta \tag{5.1.2}$$

Dove:

- $F_m = k_m \Delta l$  è la forza prodotta dalla singola molla.
- $k_{\theta}$  indica la rigidezza equivalente del sistema alla rotazione.
# 5.1 Progetto del sistema principale



Figura 5.1.3: Modello utilizzato per prevedere la frequenza caratteristica dei moti di rotazione attorno agli assi principali d'inerzia del sistema

Sostituendo la 5.1.1 nella 5.1.2 si ottiene:

$$k_{\theta}\theta = 4k_m s^2 \theta \tag{5.1.3}$$

Da cui è facile ottenere:

$$k_{\theta} = 4k_m s^2 \tag{5.1.4}$$

mentre la stima della frequenza caratteristica del modo di vibrare è data da:

$$f_{\theta} = \frac{\sqrt{\frac{k_{\theta}}{J}}}{2\pi} \tag{5.1.5}$$

Dalla 5.1.4 si nota come: aumentando il braccio tra le molle è possibile incrementare la rigidezza equivalente del sistema e quindi anche la sua pulsazione stimata con la 5.1.5; si è cercato quindi di allontanare il più possibile le molle dal centro di massa del telaio, in figura 5.1.4 sono indicati i bracci 2*s* (in millimetri) tra le molle nei due casi. I risultati ottenuti per i due casi sono riassunti in tabella 5.1.3, da cui si deduce che la frequenza caratteristica del primo modo di vibrare in direzione verticale sia sufficientemente isolata. In figura 5.1.5 sono riportati i disegni quo-

tati dei supporti per il montaggio delle molle, mediante imbullonaggio, al telaio; queste sono state fissate con l'utilizzo di colla epossidica per acciaio.



Figura 5.1.4: Dimensioni caratteristiche della struttura di prova

	Moti di rotazione del telaio		
	J [gmm <sup>2</sup> ]	$k_{\theta} \left[\frac{Nm}{rad}\right]$	$f_{\theta}$ [Hz]
Rotazione 1	1147991.83	107.57	48.72
Rotazione 2	2658413.18	164.43	39.58

Tabella 5.1.3: Moti di rotazione del telaio

# 5.2 Identificazione modale del sistema principale

Una volta assemblata la struttura sono state realizzate le prove sperimentali in modo da verificare che il suo comportamento dinamico sia prossimo a quello previsto in fase di progettazione. Per la valutazione della risposta dinamica del sistema è stato deciso di eseguire prove impulsive eccitandolo con un martello dinamometrico, dopo aver fissato, mediante morsetti, la base in alluminio della struttura ad un tavolo massivo; questo di fatto ha costituito, per il sistema primario, una fondazione in grado di filtrare il più possibile le vibrazioni indotte dall'ambiente esterno. In tabella 5.2.1 è riassunta la strumentazione utilizzata, si precisa che sul

# 5.2 Identificazione modale del sistema principale



Figura 5.1.5: Disegno quotato supporti per le molle ad elica

martello dinamometrico è stata montata una punta in nylon, in modo da concentrare una elevata quantità di energia sul range di frequenze in cui opera il sistema e quindi limitare ulteriormente l'effetto dei disturbi esterni sulla risposta misurata. In figura 5.2.1 sono rappresentate due viste della struttura con l'indicazione della posizione degli accelerometri, montati mediante l'utilizzo di cera d'api, e dei punti in cui sono state effettuate le martellate; come si vedrà in seguito il forzamento della struttura e la misura della della sua risposta in più punti, consentono la stima delle deformate modali. In figura 5.2.2 è riportata un'immagine del set-up della prova di identificazione modale. Si specifica che gli obiettivi di questa campagna di test sono stati, in particolare due:

- Verificare che la frequenza propria del primo modo di traslazione verticale della struttura ricada nel range d'azione dell'ATMD (ossia [13.8 - 28.1] Hz) e che risulti sufficientemente isolata rispetto a quelle adiacenti, in modo che non vi siano problematiche nell'esecuzione dei test per valutare le prestazioni del dispositivo, e sia possibile approssimare la dinamica del sistema con un modello a parametri concentrati ad 1g.d.l.
- Stimare gli effettivi parametri meccanici da utilizzare nel modello numerico, per simularne il comportamento e per lo sviluppo degli algoritmi di



(b) Vista laterale

Figura 5.2.1: Set-up di prova

controllo.

Inoltre, dato che, entrambi gli algoritmi di controllo del sistema (vedi capitolo 6) richiedono l'acquisizione del segnale di accelerazione verticale della struttura

5.2 Identificazione modale del sistema principale



Figura 5.2.2: Prova di caratterizzazione dinamica del sistema principale

Accelerometro piezoelettrico PCB 333B30		
Sensistivity (±10%)	$10.2 \left[\frac{mV}{(m/s^2)}\right]$	
Measurment range	$\pm 490 \left[\frac{m}{s^2} \text{ pk}\right]$	
Frequency range $(\pm 5\%)$	0.5 to 3000 [Hz]	
Non-linearity	$\leq 1\%$	
massa	4 [g]	
Martello dinamometrico PCB 086C03		
Sensistivity (±10%)	$2.17 \left[\frac{mV}{N}\right]$	
Measurment range	$\pm 2224$ [N pk]	
Non-linearity	$\leq 1\%$	

Tabella 5.2.1: Strumentazione di misura

ottenuto dall'accelerometro 1 (indicato in figura 5.2.1),è stata riservata maggiore attenzione ai risultati relativi a questo. Per ogni posizione di forzamento sono state eseguite 15 martellate in modo da avere un numero sufficiente di storie temporali da cui ricavare le stime delle funzioni di trasferimento del sistema tra la forzante impulsiva e la risposta misurata dagli accelerometri. A proposito di ciò, in figura 5.2.3 è riportata la storia temporale relativa ad una singola martellata applicata nel punto 1 e la corrispondente risposta del sistema misurata dall'accelerometro 1. Prima dell'esecuzione dell'analisi in frequenza, si è provveduto ad elaborare i segnali nel dominio del tempo: innanzitutto, sono stati rifasati imponendo un tempo di pre-trigger  $t_0 = 1$  s rispetto all'istante di applicazione dell'impulso; quindi



Figura 5.2.3: Storie temporali

è stato eliminato il valore medio duvuto al fatto che lo zero elettrico degli strumenti non corrisponde con quello meccanico. in un secondo momento sono stati finestrati:

• Per il segnale del martello dinamometrico è stata utilizzata una "force window", del tipo riportato in figura 5.2.4 (in linea tratteggiata). Questa per-



Figura 5.2.4: Esempio di "force window"

mette di evitare che l'energia totale del rumore nell'arco dell'acquisizione possa essere consistente rispetto a quella dell'impulso che si concentra in un arco di tempo molto ridotto (vedi [25]).

- 0.8 0.6 0.4 0.2 0 0 0 0 0.2 0.4 [s] 0.6 0.8
- Per i segnali accelerometrici è stata utilizzata una finestra esponenziale (vedi figura 5.2.5): questa limita problemi di leakage nel passaggio in frequenza,

Figura 5.2.5: Finestra esponenziale

visto che forza il segnale a valori prossimi a zero al termine della storia temporale (vedi [25]). Questa è matematicamente definita come:

$$w_e(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < t_0 \\ e^{\frac{-(t-t_0)}{\tau_e}} & t_0 < t < T \end{cases}$$
(5.2.1)

Dove T è la durata complessiva della storia temporale. Il punto P evidenziato in figura 5.2.5 rappresenta l'ampiezza della finestra al tempo t=T, da cui è possibile ricavare:

$$\tau_e = -\frac{(T - t_0)}{\ln(P)}$$
(5.2.2)

Come descritto in [25], l'utilizzo di questa finestra comporta una sovrastima del valore del parametro di smorzamento adimensionale rispetto a quello effettivo; questo errore può essere corretto a posteriori, infatti l'andamento nel tempo del decay della risposta del sistema può essere descritto come:

$$e^{-\frac{t}{\tau_e}}e^{-\xi_{sys}\omega_s t} = e^{-(\frac{1}{\tau_e} + \xi_{sys}\omega_s)t} = e^{-(\xi_{w_e} + \xi_s)\omega_s t} = e^{-\xi_{meas}\omega_s t}$$
(5.2.3)

Avendo definito  $\xi_{w_e} = \frac{1}{\tau_e \omega_{sys}}$ . E' possibile ricavare il valore effettivo di smorzamento adimensionale come:  $\xi_s = \xi_{meas} - \xi_{w_e}$ .

Quindi è stato possibile eseguire l'analisi in frequenza.

In figura 5.2.6 è riportato l'andamento della coerenza in funzione della frequenza f valutata sui segnali degli accelerometri colocati, ossia quelli posizionati in corrispondenza dei punti di eccitazione.



Figura 5.2.6: Coerenza valutata sui segnali degli accelerometri colocati

Questa grandezza, che è indice della correlazione lineare tra l'ingresso e l'uscita misurati di un sistema meccanico, (vedi [25]) è definita come:

$$\gamma_{IA}^2(f) = \frac{|S_{IA}(f)|^2}{S_{II}(f)S_{AA}(f)}$$
(5.2.4)

In cui:

- I pedici I e A indicano rispettivamente il segnale di ingresso al sistema, in questo caso la forzante impulsiva, e quello di uscita, l'accelerazione misurata nei diversi punti prima identificati.
- $S_{IA}(f)$  è il cross-spetto medio calcolato tra la trasformata discreta di Fourier  $I_k(f)$  relativa alla storia temporale di una singola martellata  $i_k(t)$ , e la trasformata  $A_k(f)$  del corrispondente segnale di accelerazione  $a_k(t)$ .

Si ricorda che la trasformata di un segnale è definita per:  $-\frac{N}{2}\Delta f < f < \frac{N}{2}\Delta f$ , dove:

- N è il numero di punti acquisiti
- $\Delta f = \frac{1}{T}$  è la risoluzione in frequenza dello spettro definita come l'inverso del periodo di acquisizione

Quindi, a partire dalle trasformate dei segnali è possibile ricavare il cross-spettro medio definito sullo stesso campo di frequenze come:

$$S_{IA}^{\pm}(f) = E\left[I_k^*(f)A_k(f)\right] = \frac{1}{n_k}\sum_{1}^{n_k}I_k^*(f)A_k(f)$$
(5.2.5)

Dove l'apice \* indica il coniugato della grandezza complessa, mentre con  $n_k$  il numero di martellate effettuate nelle singola posizione.

Dato che il valore assunto dal cross-spettro per le frequenze negative è il complesso coniugato di quello per le frequenze positive, è possibile limitare l'analisi alle sole frequenze positive riscrivendo la 5.2.5 come:

$$S_{IA}(f) = \begin{cases} 2S_{IA}^{\pm}(f) & f > 0\\ S_{IA}^{\pm}(f) & f = 0\\ 0 & f < 0 \end{cases}$$
(5.2.6)

•  $S_{II}(f)$  è l'auto-spettro medio dell'ingresso che, per quanto detto prima, si ricava da:

$$S_{II}^{\pm}(f) = E\left[I_k^*(f)I_k(f)\right] = \frac{1}{n_k} \sum_{1}^{n_k} I_k^*(f)I_k(f)$$
(5.2.7)

considerando le sole frequenze positive:

$$S_{II}(f) = \begin{cases} 2S_{II}^{\pm}(f) & f > 0\\ S_{II}^{\pm}(f) & f = 0\\ 0 & f < 0 \end{cases}$$
(5.2.8)

•  $S_{AA}(f)$  è l'auto-spettro medio dell'accelerazione che, per quanto detto prima, si ricava da:

$$S_{AA}^{\pm}(f) = E\left[A_k^*(f)A_k(f)\right] = \frac{1}{n_k} \sum_{1}^{n_k} A_k^*(f)A_k(f)$$
(5.2.9)

considerando le sole frequenze positive:

$$S_{AA}(f) = \begin{cases} 2S_{AA}^{\pm}(f) & f > 0\\ S_{AA}^{\pm}(f) & f = 0\\ 0 & f < 0 \end{cases}$$
(5.2.10)

Gli andamenti riportati in figura 5.2.6 mostrano come la coerenza assume valori unitari su un range di frequenze compreso tra 0 Hz e 200 Hz, tranne in corrispondenza delle antirisonanze del sistema (vedi [25]); in tale intervallo la stima dei parametri modali può essere ritenuta affidabile. Questo fatto giustifica la scelta di montare sul martello dinamometrico la punta in nylon: L'introduzione di maggiore energia nel sistema, limitando la frequenza di cut-off, ha permesso di minimizzare l'effetto delle componenti di disturbo sui segnali accelerometrici. Al fine di eseguire l'identificazione dinamica della struttura le funzioni di trasferimento tra ingresso impulsivo e accelerazione misurata sono state valutate mediante lo stimatore  $H_1(f)$  definito come:

$$H_1(f) = \frac{S_{IA}(f)}{S_{II}(f)}$$
(5.2.11)

In termini di spostamento:

$$H_{1s}(f) = -\frac{H_1(f)}{(2\pi f)^2}$$
(5.2.12)

Infatti questo stimatore permette di minimizzare gli effetti dei disturbi sull'uscita misurata del sistema, in questo modo si è cercato di ridurre errori dovuti alla presenza di eccitazione ambientale come citato in precedenza; in figura sono riportate le funzioni di trasferimento colocate nei punti di applicazione della forzante.



Figura 5.2.7: Funzioni di trasferimento colocate

Una volta calcolata, a partire dai dati sperimentali, la stima della funzione di trasferimento tra la forzante applicata nel punto j e la risposta misurata nel punto k, è possibile utilizzarla per l'identificazione dei parametri modali del sistema, ovvero:

- La pulsazione propria  $\omega_s$ , la corrispondente frequenza:  $f_s = \frac{\omega_s}{2\pi}$ .
- Il coefficiente di smorzamento caratteristico  $\xi_s$ .
- I residui modali  $A_{jk}^{s}$ , che rappresentano il guadagno della funzione di trasferimento tra la risposta valutata nel punto k e la forzante applicata nella posizione j.

$$A^s_{jk} = \phi^s_j \phi^s_k \tag{5.2.13}$$

Dove  $\phi_j^s$  rappresenta l'ampiezza della deformata modale nel punto di forzamento mentre  $\phi_k^s$  l'ampiezza della deformata nel punto di misura considerata.

In questo caso la stima di questi parmetri è stata effettuata mediante l'utilizzo dei metodi così detti: "a singolo grado di libertà"; alla base di questi c'è l'ipotesi che nell'intorno della risonanza il comportamento della struttura sia dominato da un solo modo di vibrare. La funzione di trasferimento tra la forzante applicata nel punto j e la risposta (in termini di spostamento) valutata nel punto k, per un generico sistema vibrante in funzione della pulsazione  $\omega$  e dei parametri prima citati, può essere espressa analiticamente come (vedi [1]):

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{s=1}^{N} \frac{A_{jk}^s}{\omega_s^2 - \omega^2 + 2i\xi_s \omega \omega_s}$$
(5.2.14)

in cui N rappresenta Il numero di modi di vibrare considerati.

Senza perdere alcuna generalità, è possibile isolare dalla 5.2.14 l'addendo relativo all' r - esimo modo di vibrare:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{s=1}^{r-1} \frac{A_{jk}^{s}}{\omega_{s}^{2} - \omega^{2} + 2i\xi_{s}\omega\omega_{s}} + \frac{A_{jk}^{r}}{\omega_{r}^{2} - \omega^{2} + 2i\xi_{r}\omega\omega_{r}} + \sum_{c=r+1}^{N-1} \frac{A_{jk}^{c}}{\omega_{c}^{2} - \omega^{2} + 2i\xi_{c}\omega\omega_{c}}$$
(5.2.15)

Per l'ipotesi su cui si basano questi metodi, nell'intorno della risonanza considerata la 5.2.15 può essere approssimata come:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{A_{jk}^r}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r \omega \omega_r}$$
(5.2.16)

Passando in frequenza:

140

5.2 Identificazione modale del sistema principale

$$\alpha_{jk}(f) = \frac{A_{jk}^r}{(2\pi f_r)^2 - (2\pi f)^2 + 2i\xi_r(2\pi f)(2\pi f_r)}$$
(5.2.17)

A partire da queste osservazioni sono stati sviluppati diversi criteri di stima dei parametri (per avere una descrizione dettagliata fare riferimento a [1]) tra i quali è possibile citare:

- per la stima della frequenza propria  $f_r$ :
  - Il massimo del modulo della funzione di trasferimento
  - Lo zero della parte reale della funzione di trasferimento
- per la stima del coefficiente di smorzamento caratteristico  $\xi_r$ :
  - I picchi di mezza potenza
  - La derivata della fase
- Dopo l'identificazione di questi, valutando la 5.2.17 in corrispondenza della risonanza è possibile ricavare i coefficienti modali come:  $A_{jk}^r = 8\pi^2 i\xi_r f_r^2 H_{1s}(f_r)$ , ripetendo l'operazione per tutti gli accelerometri della mesh di misura è possibile ricavare la deformata modale:

• 
$$\phi_j^r = \sqrt{A_{jj}^r}$$
  
•  $\phi_k^r = \frac{A_{jk}^r}{\phi_j^r}$ 

I criteri citati fino a questo punto lavorano su un solo punto della funzione di trasferimento; per avere una maggiore confidenza sui parametri oggetto della stima, (vedi [25]) in questo lavoro sono stati ottenuti minimizzando la funzione:

$$g_{jk}(\mathbf{x}, f) = \left[ H_{1s}(f) - \alpha_{jk}(f, \mathbf{x}) \right]^2$$

$$per$$

$$f_s - \delta < f < f_s + \delta$$
(5.2.18)

In cui  $\mathbf{x} = \left\{ f_r \ \xi_r \ A_{jk}^r \right\}$  è il vettore dei parametri modali, mentre  $\delta$  la semiampiezza dell'intervallo di frequenze in cui è stato risolto il problema, in questo modo la stima ottenuta deriva da un maggior numero di dati sperimentali, quindi più affidabile.

Definite le modalità con cui è stata eseguita l'analisi vengono ora presentati i risultati; si precisa nuovamente che l'obiettivo è stato quello di verificare che il primo modo in direzione verticale sia sufficientemente isolato dagli altri e stimarne i parametri modali per poter definire il modello di figura 5.1.1b.

Osservando la funzione di trasferimento colocata ripotata in figura 5.2.7a si nota che presenta un solo picco di risonanza rilevante, un ingrandimento nel suo intorno è riporato in 5.2.8. Il diagramma di Nyquist (figura 5.2.9) delle funzioni



Figura 5.2.8: Ingrandimento funzione di trasferimento

di trasferimento relative a ciascun accelerometro a seguito del forzamento in posizione 1, valutato nell'intorno della risonanza considerata conferma la possibilità di applicare i metodi di identificazione ad 1 g.d.l.: tutte le curve sono assimilabili a circonferenze (vedi [25]).

La risoluzione del problema di minimizzazione 5.2.18 per j = 1 e k = 1, ..., 5, ha portato alla definizione dei seguenti parametri:

- $f_v = 19.19 Hz$
- $\xi_v = 0.44\%$
- La deformata modale è riportata in tabella 5.2.2. Da questa, facendo riferi-



Figura 5.2.9: Diagramma di Nyquist

	Deformata modale	
$\phi_1$	0.86	
<b>\$\$</b> _2	0.81	
<b>ø</b> 3	0.85	
$\phi_4$	-0.17	
<b>\$</b> 5	0.07	
Posizione di forzamento: 1		

Tabella 5.2.2: Deformata modale sperimentale del primo modo verticale

mento a figura 5.2.1, è possibile verificare come il modo sia considerabile esclusivamente verticale.

A conferma della correttezza dell'identificazione, in figura 5.2.10 è riportato il confronto tra la funzione di trasferimento colocata stimata con i dati sperimentali e quella definita analiticamente.

Si nota come la frequenza caratteristica di questo modo sia differente da quella di progetto. Dopo aver pesato la struttura d'acciaio si è ottenuto un valore  $m1 = 1.950 \ kg$ , diversa da quella ricavata dal modello CAD, da cui è stato possibile ricavare una rigidezza  $k_1 = (2\pi f_v)^2 m_1 = 28379 \ \frac{N}{m}$ . Anche il valore di  $k_1$ 



Figura 5.2.10: Confronto analitico sperimentale

stimato sperimentalmente risulta molto diverso rispetto a quello di progetto, questo è sicuramente dovuto al fatto che i supporti di alluminio usati per il montaggio

## 5.3 Taratura ponte estensimetrico per la misura del tiro

della struttura, costituiscono delle rigidezze di valore limitato in serie alle molle ad elica (vedi figura 5.1.1a). In conclusione si ottiene  $r_1 = 4\pi m_1 f_v \xi_v = 2.07 \frac{Ns}{m}$ . Nonostante la frequenza caratteristica effettiva non corrisponda con quella desiderata, rientra nell'intervallo d'azione dell' ATMD, quindi è stato possibile eseguire i test sperimentali sull'ATMD senza ulteriori modifiche alla struttura principale.

Le caratteristiche dei modi adiacenti a quello in direzione verticale appena definito, individuati utilizzando i dati sperimentali relativi alle altre direzioni di forzamento (vedi le tabelle 5.2.4), sono riassunti in tabella 5.2.3; in figura 5.2.11 è riportato il confronto tra le funzioni di trasferimento sperimentali e quelle numeriche ottenute dalla stime nell'intorno della risonanza mentre, in 5.2.4 sono riportate le deformate modali corrispondenti. In particolare si nota come il "MODO 2" a  $f_s = 25.17 Hz$  sia molto prossimo, in termini di frequenza, a quello di interesse ma, si sviluppa prevalentemente nel piano orizzontale. Il fatto che questo presenti una piccola componente anche in direzione verticale, come si può osservare dalla deformata riportata in tabella 5.2.4b e confermato dalla FdT riportata in 5.2.7a, ha richiesto l'applicazione di tecniche di processazione dei dati ma, di questo si parlerà più approfonditamente nel paragrafo 6.6.

	Modi di vibrare del telaio		
	Frequenza propria [Hz]	Coefficiente di smorzamento adimensionale [%]	
Modo 1	9.58	0.56	
Modo 2	25.17	1.02	
Modo 3	30.73	0.72	
Modo verticale	19.19	0.44	

Tabella 5.2.3: Modi di vibrare

# 5.3 Taratura ponte estensimetrico per la misura del tiro

Al fine di misurare il tiro cui sono soggetti i fili SMA durante l'esercizio, su una delle molle di recupero sono stati incollati due estensimetri (vedi figura 5.3.1), le caratteristiche dei quali sono riassunte in tabella 5.3.1, collegati elettricamente in

	Deformata modale	
$\phi_1$	-0.05	
<i>\phi</i> <sub>2</sub>	-0.17	
<b>ø</b> 3	-0.13	
$\phi_4$	1.12	
<b>\$</b> 5	1.13	
Posizione di forzamento: 3		

(a) Modo 1

	Deformata modale	
$\phi_1$	0.13	
<b>\$\$</b> _2	0.03	
<b>ø</b> 3	0.18	
$\phi_4$	1.28	
<b>\$</b> 5	0.04	
Posizione di forzamento: 4		

(b) Modo 2

	Deformata modale	
$\phi_1$	-0.08	
<b>\$\$</b> _2	-1.07	
<b>ø</b> 3	0.95	
$\phi_4$	0.01	
<b>\$</b> 5	0.08	
Posizione di forzamento: 2		
(c) Modo 3		

(0) 11000 5

Tabella 5.2.4: Deformate modali sperimentali

modo da realizzare una configurazione a mezzo ponte di Wheatstone per la misura della flessione.

Caratteristiche estensimetri		
Gauge factor (tolleranza $\pm 1\%$ )	2.05	
Resistenza	120 [Ω]	
Base di misura	6 [mm]	

Tabella 5.3.1: Caratteristiche estensimetri

5.4	Descrizione	del layout	per i test	sull'ATMD
-----	-------------	------------	------------	-----------

Massa [kg]	Peso [N]
0.28	2.75
0.38	3.73
0.58	5.69
0.98	9.61
1.98	19.42
3.98	39.04

Tabella 5.3.2: Carichi utilizzati per la taratura del ponte estensimetrico

La taratura di quest'ultimo è stata effettuata appendendo alla molla flessionale delle masse calibrate in modo da ottenere la successione di carichi riportata in tabella ; sono state eseguite due prove di carico e scarico, come rappresentato in figura5.3.2 (l'unità di misura dell'uscita [kg] è dovuta ad una conversione che viene realizzata direttamente dal sistema di acquisizione) in modo da avere una sufficiente quantità di dati sperimentali, e verificare l'entità dell'isteresi a cui è soggetto. In figura5.3.3 è riportato il diagramma di taratura ottenuto mediante regressione ai minimi quadrati da cui si è ricavata una costante di taratura  $K_p =$  $0.749 \frac{kg}{N}$ . Come evidente da figura 5.3.3, lo zero elettrico del ponte estensimetrico non corrisponde con quello meccanico; è stato verificato che l'uscita del circuito a carico nullo differisce notevolmente tra una prova e l'altra a causa di errori di ripetibilità sulla misura. Si è provveduto a correggere di volta in volta questo errore sfruttando il tiro ottenuto mediante lo stimatore che sarà presentato nel prossimo capitolo (vedi i confronti riportati nel capitolo 7).

# 5.4 Descrizione del layout per i test sull'ATMD

In conclusione di questo capitolo è necessario descrivere come sono stati realizzati i test per valutare le prestazioni dell' ATMD. La strumentazione utilizzata è riassunta in tabella 5.4.1; l'eccitazione del sistema è di tipo pseudo-randomico, in particolare si tratta di: rumore bianco a banda limitata tra i 10  $H_z$  e i 22 Hz (il motivo sarà chiarito nel paragrafo 6.6), ed è stata generata mediante shaker elettrodinamico. In figura 5.4.1 sono riportate due immagini del layout scelto.

Accelerometro piezoelettrico PCB 333B30			
Sensistivity (±10%)	$10.2 \left[\frac{mV}{(m/s^2)}\right]$		
Measurment range	$\pm 490 \left[\frac{m}{s^2} \text{ pk}\right]$		
Frequency range ( $\pm 5\%$ )	0.5 to 3000 [Hz]		
Non-linearity	$\leq 1\%$		
massa	4 [g]		
Shaker elettrodinamico LSD V406			
Sine force peak	196 [N]		
Max random force rms	89 [N]		
Max acceleration sine peak	$100 [g_n]$		
Displacement continuous pk-pk	17.6 [mm]		
Mouving element mass	0.2 [ <i>kg</i> ]		
Usable frequency range	[5-9000] [Hz]		
Power amplifier PA100E			
Rated sinusoidal power output	147 [W]		
Frequency range of rated power output	[10 10000] [Hz]		
Total harmonic distortion	< 0.5%		
Maximum output voltage rms	20 [V]		
Maximum current voltage rms	7 [A]		
Signal-to-noise ratio	75 [dB]		
Real-time controller NI cRIO9022			
Core del processore	533 [MHz]		
Memoria del sistema	256 [MB]		
Tensione di alimentazione consigliata	24 [V]		

Tabella 5.4.1: Strumentazione

E' innanzi tutto necessario precisare che si è escluso fin da subito di testare il sistema forzando direttamente il grado di libertà verticale per i seguenti motivi:

- Evitare problemi legati alla direzione in cui vine trasmessa la forza: come si evince dai risultati riportati nel paragrafo 5.2 affinchè la struttura si comporti come un sistema ad 1 g.d.l. la forzante deve avere un'unica componente verticale.
- Evitare elementi di giunzione tra tavolo vibrante e sistema, che potrebbero introdurre smorzamento aggiuntivo.

• La prima strategia di controllo (vedi paragrafo 6.4) presuppone che il sistema venga forzato per spostamento di vincolo

Detto ciò, probabilmente la modalità più semplice per testare il dispositivo sarebbe stata quella di montare il sistema primario attraverso una base sul tavolo vibrante; questa configurazione è stata effettivamente provata come si vede in figura 5.4.2 ma, presenta alcuni inconvenienti non trascurabili legati alla piastra di collegamento, la quale:

- Deve essere leggera a causa della limitata potenza dello shaker.
- Rappresenta un'ulteriore rigidezza in serie alle molle elicoidali, quindi modifica le caratteristiche del modo di vibrare verticale della struttura.
- E' anch'essa un sistema dinamico i cui modi possono interferire con quello verticale di nostro interesse.

Quindi si è optato per una disposizione come quella schematizzata in figura 5.4.3: il sistema dinamico oggetto dei test e il tavolo vibrante sono stati montati su un basamento molto pesante (vedi figura 5.4.1a) appoggiato sul tavolo di cui si è già parlato in precedenza nel paragrafo 5.2; il forzamento è stato realizzato per effetto inerziale montando sulla testa dello shaker dei piattelli di acciaio (vedi figura 5.4.1). Di fatto il basamento, assieme al piano di legno del tavolo costituiscono un ulteriore stadio di sospensione rispetto all'ambiente esterno facendo in modo che la forzante in ingresso al sistema sia concentrata nella banda di frequenze desiderata; a conferma di ciò, in figura 5.4.4 è riportato l'autospettro filtrato dell'accelerazione del basamento misurato durante una prova, si nota come la massa di questo sia tale che la sua vibrazione non risenta delle forze trasmesse dal sistema in prova.

In conclusione si precisa che per la misura delle vibrazioni è stata realizzata utilizzando tre accelerometri rispettivamente: sul telaio in acciaio in corrispondenza del punto di misura 1 di figura 5.2.1, sul basamento, sulla massa dell'ATMD.



Figura 5.2.11: Confonto FdT misurate-stiamte

# 5.4 Descrizione del layout per i test sull'ATMD



Figura 5.3.1: Posizione di incollaggio degli estensimetri sulla molla flessionale



Figura 5.3.2: Andamento temporale dell'uscita del ponte estensimetrico durante la prova di taratura



Figura 5.3.3: Diagramma di taratura del ponte estensimetrico

# 5.4 Descrizione del layout per i test sull'ATMD



(a)



(b)

Figura 5.4.1: Layout di prova



Figura 5.4.2: Prova con il sistema montato direttamente sullo shaker



Figura 5.4.3: Schema layout di prova



Figura 5.4.4: Esempio di autospettro dell'accelerazione del basamento misurata durante una prova

# 6 Modello Numerico e strategie di controllo

In questo capitolo vengono presentati i modelli numerici che, una volta implementati in ambiente Simulink, hanno permesso di valutare le prestazioni dell'ATMD e sono stati utilizzati per sviluppare le logiche per il controllo semi-attivo delle forze scaricate dall'ATMD sul sistema primario che, si ricorda, dipendono:

- Dal tiro S a cui sono soggetti i fili SMA e dalla loro lunghezza. (capitolo 3)
- Dal campo magnetico *B* generato dall'avvolgimento elettrico in corrispondenza del traferro dello smorzatore. (capitolo 4)

Inizialmente verrà presentato un modello a parametri concentrati utilizzato per simulare la dinamica del sistema complessivo, compreso di ATMD; quindi si passerà alla descrizione del modello costitutivo del materiale a memoria di forma e della logica con cui è stato realizzato il controllo del tiro dei fili. Verrà presentato anche il modello del circuito magnetico che costituisce lo smorzatore e la tecnica per il controllo del coefficiente di smorzamento. Si concluderà con la discussione delle strategie utilizzate per il "tuning" dell'assorbitore.

# 6.1 Modello dinamico a parametri concentrati

Visto che l'abbattimento delle vibrazioni del sistema primario avviene per mezzo di forze che dipendono anche dall'ampiezza delle oscillazioni relative tra struttura principale e ATMD (come già approfonditamente descritto nel capitolo 1), per lo sviluppo di un modello di validità generale non è stato possibile fare l'ipotesi che gli spostamenti relativi tra i due sistemi siano piccoli e, quindi, limitarsi ad un

#### 6 Modello Numerico e strategie di controllo

modello lineare; si è ritenuto, invece, necessario tener conto delle non linearità geometriche che si verificano nel movimento dei fili, che vanno ad influenzarne la dinamica (vedi figura 6.1.1).

Nel seguito di questa trattazione la forza complessiva scambiata tra l'ATMD e il sistema da proteggere verrà indicata con il simbolo  $u(x, \dot{x}, t)$  e sarà considerata come la somma di due elementi:

- $u_k(x,t)$  la componente scambiata attraverso i fili SMA.
- $u_r(\dot{x},t)$  la componente scambiata attraverso lo smorzatore elettromagnetico.

Dove  $x = x_2 - x_1$  rappresenta lo spostamento relativo tra i due sistemi indicato in figura 6.1.1a.

Per rendere più chiara la trattazione del modello si ricorda che:

- Facendo riferimento all'equazione 1.1.9 si nota come le forze scambiate tra i due sistemi attraverso i fili SMA e lo smorzatore elettromagnetico possano essere definite in funzione della coordinata relativa *x*
- Per ricavare lo schema di figura 6.1.1a è stata sfruttata la simmetria dell'AT-MD.
- Ad ogni estremità della massa centrale è attaccata una coppia di fili per cui il tiro complessivo che agisce sul sistema è definito come S<sup>\*</sup> = Aσ<sup>\*</sup> dove A = 2A<sub>f</sub> dove A<sub>f</sub> è la sezione del singolo filo mentre σ<sup>\*</sup> è lo sforzo a cui sono sottoposti che è formato da:
  - una componente  $\sigma$  che si genera a causa del montaggio con precarico del sistema sulle molle di recupero, la cui dipendenza dalla temperatura sarà esplicitata nel prossimo paragrafo.
  - una componente  $\Delta \sigma$  indotta dai carichi esterni agenti sul sistema.

Quindi  $\sigma^* = \sigma + \Delta \sigma$ 

Considerando, inizialmente, la forza scambiata per mezzo dei fili; sulla base del primo modo di vibrare del sistema massa-filo tesato (vedi figura 3.2.7), stimato mediante il modello lineare presentato nel paragrafo 3.2.1, e tenendo presente che,

## 6.1 Modello dinamico a parametri concentrati



(a) Moto relativo



(b) Sistema principale+TVA

Figura 6.1.1: Modello dinamico non lineare

come indicato nel paragrafo 3.2.1, solo la componente verticale del tiro agisce in contrasto alla forzante esterna agente sul sistema primario, è possibile ricavare un'espressione per  $u_k$ .

In particolare l'angolo formato dal filo deformato rispetto all'orizzontale è de-

#### 6 Modello Numerico e strategie di controllo

finito come:

$$\alpha = \arctan(\frac{x}{L_{fs}}) \tag{6.1.1}$$

Qundi la componente verticale del tiro è definita come:

$$u_k(x,t) = 2S^*(t)\sin(\arctan(\frac{x}{L_{fs}}))$$
(6.1.2)

E' necessario precisare che il termine  $L_{fs}$  che compare nella 6.1.1 e nella 6.1.2 rappresenta la lunghezza del filo quando soggetto al solo tiro S indotto dalle molle di recupero, senza considerare l'effetto dei carichi, dinamici e statici, agenti sul sistema. Questo è definito come:

$$L_{fs} = (\varepsilon + 1)L_{f0} = [(\frac{\sigma}{E} + \alpha(T - T_0) + \varepsilon^t) + 1]L_{f0}$$
(6.1.3)

riprendendo quanto trattato nel paragrafo 2.4:

- $\frac{\sigma}{E}$  rappresenta la componente elastica della deformazione.
- $\varepsilon^t$  è la componete di deformazione legata alla trasformazione martensitica termoelastica, la cui dipendenza dallo stato del sistema sarà esplicitata nel prossimo paragrafo.
- $\alpha(T T_0)$  è la componente di deformazione legata alla dilatazione termica (essendo *T* la temperatura attuale del materiale mentre  $T_0$  quella di riferimento)

Mentre  $L_{f0}$  rappresenta la lunghezza indeformata del singolo filo.

Di seguito verrà definita l'espressione di  $S^*(t)$  che rappresenta il tiro dei fili variabile durante la dinamica del sistema; è necessario, però, precisare che nella 6.1.2 questo termine compare raddoppiato perchè l'ATMD è composto da due coppie di fili ai lati della massa come descritto nel capitolo 2.

Considerando di fissare la temperatura del filo e quindi la sua lunghezza in condizioni statiche  $L_{fs}$ , da considerazioni puramente geometriche sullo schema di figura 6.1.1a è possibile esprimere la lunghezza del singolo filo deformato a causa del moto in direzione verticale come:

$$L_{fd} = \sqrt{L_{fs}^2 + x^2} \tag{6.1.4}$$

#### 6.1 Modello dinamico a parametri concentrati

La 6.1.4 può anche essere definita come:

$$L_{fd} = (\Delta \varepsilon + 1)L_{fs} \tag{6.1.5}$$

Dove  $\Delta \varepsilon$  è la variazione di deformazione indotta nel filo dai carichi esterni agenti sull'ATMD. Facendo riferimento alla formula 2.4.1 questa può essere espressa come:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon^e + \Delta \varepsilon^t + \Delta \varepsilon^{th} \tag{6.1.6}$$

Il significato di ciascun termine è già stato definito nel paragrafo 2.4.

Il fatto che, per effetto dei carichi esterni il filo si deformi, implica che in esso nasca una componente di sforzo  $\Delta\sigma$ , che è stata definita in precedenza, che può essere espressa come (vedi l'espressione 2.4.2):

$$\Delta \sigma = E \left[ \Delta \varepsilon - (\Delta \varepsilon^t + \Delta \varepsilon^{th}) \right]$$
(6.1.7)

Da cui si definisce

$$\Delta S = A \Delta \sigma \tag{6.1.8}$$

In cui compaiono:

- $A = 2A_f$  l'area complessiva della coppia di fili di ciascun lato dell'ATMD.
- *E* il modulo elastico della lega la cui dipendenza dallo stato di sforzo e temperatura in cui si trova il materiale verrà descritta nel prossimo paragrafo.

Per cui è possibile esprimere:

$$S^*(t) = (S + \Delta S) \tag{6.1.9}$$

Si ricorda che S è la componente statica del tiro, indotta nei fili attraverso le molle di recupero.

Dato che si sta ragionando a temperatura costante si avrà:  $\Delta \varepsilon^{th} = 0$ ; inoltre è necessario fare una precisazione: per non complicare eccessivamente il modello si fa l'ipotesi che le sollecitazioni dinamiche trasmesse dal sistema primario all'ATMD non siano sufficienti a produrre una variazione di azione assiale nel

## 6 Modello Numerico e strategie di controllo

filo tale da indurre nel materiale il comportamento pseudo-elastico (descritto nel paragrafo 2.2.3), questo comporta che:

- Nel materiale non venga indotta una trasformazione di fase, quindi il modulo elastico *E* dipende solo dalla temperatura e dallo stato di sforzo prodotto dalle molle di recupero (vedi paragrafo 6.2).
- Il contributo alla deformazione dinamica del filo legato alla trasformazione termoelastica sia nullo ( $\Delta \varepsilon^t = 0$ ).

Quindi è possibile riesprimere la 6.1.8 come:

$$\Delta S = AE\Delta\varepsilon \tag{6.1.10}$$

Invertendo la 6.1.10 e sostituendo nella 6.1.5 si ottiene:

$$L_{fd} = \left(\frac{\Delta S}{AE} + 1\right) L_{fs} \tag{6.1.11}$$

Uguagliando quest'ultima espressione con la 6.1.4 si ricava l'espressione della variazione dinamica del tiro del filo in funzione dello spostamento relativo tra i sistemi:

$$\frac{\Delta S}{AE} L_{fs} + L_{fs} = \sqrt{L_{fs}^2 + x^2}$$
(6.1.12)

$$\Delta S(x,t) = \frac{\sqrt{L_{fs}^2 + x^2} - L_{fs}}{\frac{L_{fs}}{AE}}$$
(6.1.13)

Per cui unendo la 6.1.13 con la 6.1.9 e la 6.1.2 si ottiene l'espressione:

$$u_k(x,t) = 2(S + \frac{\sqrt{L_{fs}^2 + x^2} - L_{fs}}{\frac{L_{fs}}{AE}})\sin(\arctan(\frac{x}{L_{fs}}))$$
(6.1.14)

Prendendo come riferimento il procedimento seguito in [26] da Nicholas e Schilderb per la modellazione analitica di un TMD non lineare, per avere un'indicazione sul tipo di non linearità che determina nella dinamica del sistema è stato

#### 6.1 Modello dinamico a parametri concentrati

deciso di espandere la 6.1.14 in serie di Taylor:

$$u_k(x,t) \sim u_k(x_0) + \frac{du_k}{dx} \Big|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2 u_k}{dx^2} \Big|_{x_0} (x - x_0)^2 + \dots \\ + \frac{1}{n!} \frac{d^n u_k}{dx^n} \Big|_{x_0} (x - x_0)^n + O(x^{n+1})$$

Questo passaggio è stato necessario non solo per definire il modello dinamico a parametri concentrati, ma anche per sviluppare l'algoritmo di stima on-line del tiro che verrà presentato nel paragrafo 6.4.1.

Per fare ciò è necessario ricavare la posizione di equilibrio statico  $x_0$  ottenuta risolvendo numericamente l'equazione algebrica non lineare:

$$m_2 g = u_k(x_0) \tag{6.1.15}$$

Che rappresenta l'equilibrio statico in direzione verticale del solo ATMD.

$$m_2 g = 2(S + \frac{\sqrt{L_{fs}^2 + x_0^2} - L_{fs}}{\frac{L_{fs}}{AE}})\sin(\arctan(\frac{x_0}{L_{fs}}))$$
(6.1.16)

Dato che la 6.1.16 dipende dal tiro dei fili e dalla loro lunghezza in condizioni statiche, la posizione di equilibrio statico è funzione dello stato in cui si trova il materiale; questa è stata valutata nelle due condizioni estreme già definite nel paragrafo 3.2.1 ottenendo:

- materiale in fase martensitica  $x_{0M} = 3 * 10^{-4} m$
- materiale in fase austenitica  $x_{0A} = 1.21 * 10^{-4} m$

Dato che i valori ottenuti sono molto piccoli si ritiene di non compiere un errore eccessivo valutando i coefficienti della serie in  $x_0 = 0$ , in questo modo si è evitato di inserire nel modello la relazione tra posizioni di equilibrio statico e lo stato in cui si trova il materiale (come si vedrà nel paragrafo 6.4.1 questa approssimazione risulterà fondamentale per la definizione dell'algoritmo di stima del tiro).

Trascurando i termini di ordine superiore al terzo ([26]) si ottiene:

$$u_k(x,t) \sim u_k(x_0) + 2\left[\frac{S}{L_{fs}}x + \left(\frac{S}{2L_{fs}^3} - \frac{1}{2L_{fs}^2\left(\frac{L_{fs}}{EA}\right)}\right)x^3\right] + \dots + O(x^4)$$
(6.1.17)

#### 6 Modello Numerico e strategie di controllo

Infatti si può verificare che:

$$\frac{du_k}{dx} = \frac{EA(L_{fs}^4 + 2L_{fs}^2 + x^2 - L_{fs}^3\sqrt{L_{fs}^2 + x^2 + x^4}) + L_{fs}^3S\sqrt{L_{fs}^2 + x^2}}{L_{fs}^2(L_{fs}^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{x^2}{L_{fs}^2} + 1}} \rightarrow \frac{du_k}{dx}\Big|_0 = \frac{S}{L_{fs}}\Big|_0 = 0$$
$$\frac{d^2u_k}{dx^2} = \frac{3L_{fs}x(EA - S)}{(L_{fs}^2 + x^2)^2\sqrt{\frac{x^2}{L_{fs}^2} + 1}} \rightarrow \frac{d^2u_k}{dx^2}\Big|_0 = 0$$
$$\frac{d^3u_k}{dx^3} = \frac{3L_{fs}(-EA + 1)(L_{fs}^2 - 4x^2)}{EA(L_{fs}^2 + x^2)^3\sqrt{\frac{x^2}{L_{fs}^2} + 1}} \rightarrow \frac{d^3u_k}{dx^3}\Big|_0 = \frac{3S}{L_{fs}^3} - \frac{3}{L_{fs}^2(\frac{L_{fs}}{EA})}$$

La 6.1.17 rappresenta l'espressione della forza scambiata tra l'ATMD e il sistema primario attraverso i fili SMA per definire completamente u(t) è necessario introdurre anche la forza dissipativa prodotta dallo smorzatore.

La componente della forza scambiata tra i due sistemi attraverso lo smorzatore a correnti parassite, invece, è lineare e, per un dato valore di corrente di alimentazione del'elettromagnete, è definita come:

$$u_r(\dot{x},t) = r_2 \dot{x} \tag{6.1.18}$$

L'espressione completa della forza *u* nel sistema di coordinate assolute (vedi figura 6.1.1b, si ricorda che è stata definita  $x = x_2 - x_1$ ) è:

$$u(x_{1}, \dot{x}_{1}, x_{2}, \dot{x}_{2}, t) = u_{k}(x_{1}, x_{2}, t) + u_{r}(\dot{x}_{1}, \dot{x}_{2}, t) = u_{k}(x_{0}) + 2\left[\frac{S}{L_{fs}}(x_{2} - x_{1}) + \left(\frac{S}{2L_{fs}^{3}} - \frac{1}{2L_{fs}^{2}}(\frac{L_{fs}}{EA})\right)(x_{2} - x_{1})^{3}\right] + r_{2}(\dot{x}_{2} - \dot{x}_{1})$$

$$(6.1.19)$$

Sfruttando il metodo degli equilibri dinamici è facile ricavare il sistema di equazioni differenziali che descrive la dinamica del sistema di figura 6.1.1b:

$$\begin{cases} m_1(t)\ddot{x}_1 + r_1\dot{x}_1 + k_1x_1 - u(x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, t) = r_1\dot{x}_3 + k_1x_3\\ m_2\ddot{x}_2 + u(x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, t) = 0 \end{cases}$$
(6.1.20)
Si precisa che tutti i termini costanti del sistema 6.1.20 sono stati omessi perchè si eliminano per effetto dell'equilibrio statico.

Come descritto nel capitolo 5, per rendere più semplice ed efficace il setup di prova è stato deciso di variare la frequenza propria del sistema primario modificandone la massa, per questo nella prima equazione del sistema 6.1.20 compare il temine  $m_1(t)$  funzione del tempo; inoltre, eliminando le ipotesi che i fili lavorino a temperatura costante e che sia costante anche la tensione di alimentazione dello smorzatore elettromagnetico, sarà possibile definire i parametri *S*,  $L_{fs}$  e  $r_2$ , che compaiono nella 6.1.19, in modo da abbattere il più possibile l'ampiezza delle vibrazioni  $x_1$  del sistema primario.

A proposito di quanto appena detto, nel paragrafo 6.2 verrà ricavato il legame tra la corrente di alimentazione del circuito costituito dai fili SMA e la loro lunghezza e il tiro; nel paragrafo 6.3 verrà specificato il legame tra la tensione di alimentazione dell'elettromagnete e il coefficiente di smorzamento dello smorzatore elettromagnetico. In conclusione, nei paragrafi 6.4 e 6.5, verranno descritte due logiche di "tuning" per il sistema, dalle quali è stato possibile definire i segnali di errore per il controllo dei due componenti che costituiscono l'ATMD.

E' necessario precisare che questo modello non lineare è stato sviluppato prima di testare il sistema dinamico complessivo; in seguito ad alcune prove sperimentali è stato possibile verificare che il comportamento complessivo del sistema risulta essere sufficientemente prossimo alla linearità; a conferma di quanto appena detto in figura 6.1.1b è riportata la coerenza tra gli spostamenti  $x_3$  e  $x_1$ ottenuti mediante integrazione dei segnali di accelerazione acquisiti durante un generico test del dispositivo in cui è stata ottenuta, mediante lo stimatore  $H_1$  (definito nel paragrafo 5.2) la finzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  di figura 6.1.2a. Si nota come nell'intervallo [10-25]  $H_Z$  la coerenza sia bassa solo in corrispondenza dell'antirisonanza del sistema, mentre assume valori pressochè unitari in corrispondenza delle risonanze, ciò è indice del fatto che le non linearità del sistema siano marginali, quindi è possibile trascurare il termine cubico della 6.1.17.



Figura 6.1.2: Risultati di un generico test sul dispositivo

## 6.2 Modello dei fili in lega a memoria di forma

In questo paragrafo ci si propone di dettagliare il legame costitutivo che intercorre tra temperatura e sforzo nei fili a memoria di forma in esercizio per il presente caso applicativo, nonché di derivare un modello termodinamico del sistema necessario per legare il tiro e la lunghezza dei fili alla corrente con cui vengono riscaldati per lo sviluppo della logica di controllo della rigidezza del mass damper adattativo.

## 6.2.1 Modello costitutivo

Come prima indicato, per la realizzazione del modello numerico dell'intero sistema e per la definizione della logica di controllo è, innanzitutto, necessario definire il legame tra la temperatura dei fili e lo sforzo in essi prodotto per effetto delle molle di recupero. Dato che, fino a questo punto, si è considerata come unica sollecitazione del filo l'azione assiale, lo stato di sforzo cui è soggetto è monodimensionale, quindi tra i vari modelli proposti in [16] si è scelto di sviluppare quello definito come: *"Experimentally-Based 1-D Material Model"*. Questo ha permesso di ricavare un legame analitico tra stato di sforzo e temperatura del sistema in forma chiusa, evitando la necessità di risolvere il problema monodimensionale con l'utilizzo di metodi numerici.

Questo modello si basa sull'utilizzo della: "frazione volumetrica di martensite"  $\xi$  nel materiale, per definirne lo stato attuale; in particolare  $\xi$  assume valore unitario quando il materiale si trova completamente in fase martensitica, mentre è nullo in fase austenitica. Di seguito vengono riportate le ipotesi descritte in [16], su cui si basa questo modello, tra queste viene anche definita la modalità con cui varia  $\xi$  durante le trasformazioni:

## • Ipotesi 1

Il modulo elastico del materiale, definito univocamente per ciascuna fase (ricavato dalle prove sperimentali del paragrafo 2.5 sui fili SmartFlex), varia linearmente in funzione di  $\xi$ :

$$E = E_A + \xi (E_M - E_A) = E_A + \xi \Delta E \qquad (6.2.1)$$

## • Ipotesi 2

Il coefficiente di espansione termica  $\alpha$  è costante.

#### • Ipotesi 3

La deformazione legata alla trasformazione  $H^{max}$  (definita nel paragrafo 2.4), è funzione lineare di  $\xi$ :

$$\varepsilon^t = H^{max} \xi \tag{6.2.2}$$

## • Ipotesi 4

Le temperature di inizio e fine trasformazione sono linearmente dipendenti dallo sforzo applicato, e definite come:

$$M_s^{\sigma} = M_s + \frac{\sigma}{C_M} \tag{6.2.3}$$

$$M_f^{\sigma} = M_f + \frac{\sigma}{C_M} \tag{6.2.4}$$

$$A_s^{\sigma} = A_s + \frac{\sigma}{C_A} \tag{6.2.5}$$

$$A_f^{\sigma} = A_f + \frac{\sigma}{C_A} \tag{6.2.6}$$

Da queste formule è evidente il motivo per cui il valore della temperatura  $M_f$  ricavato dalle prove DSC è stato corretto sfruttando i risultati sperimentali delle prove di recupero (come descritto nel paragrafo 2.5). In questo modo infatti le temperature di fine trasformazione stimate mediante la 6.2.4 in corrispondenza del campo di sforzi in cui opera il singolo filo coincidono con la realtà sperimentale.

#### • Ipotesi 5

Quando il materiale si trova in condizioni di sforzo e temperatura interne alle superfici di trasformazione indicate in figura 6.2.1, l'evoluzione della frazione volumetrica di martensite può essere definita mediante il metodo della leva (vedi figura 6.2.1). in particolare:

• Durate la trasformazione diretta: dallo stato austenitico a quello martensitico sarà definita come:

$$\xi = \frac{M_s^{\sigma} - T}{\triangle M} \tag{6.2.7}$$

Avendo definito  $\triangle M = M_s - M_f$  e con *T* la temperatura; sfruttando la 6.2.3 questa diventa:

$$\xi = \frac{M_s + \frac{\sigma}{C_M} - T}{\triangle M} \tag{6.2.8}$$

• Durate la trasformazione inversa: dallo stato martensitico a quello austenitico sarà definita come:

$$\xi = \frac{A_f^{\sigma} - T}{\triangle A} \tag{6.2.9}$$

Avendo definito  $\triangle A = A_f - A_s$ ; sfruttando la 6.2.6 questa diventa:

$$\xi = \frac{A_f + \frac{\sigma}{C_A} - T}{\triangle A} \tag{6.2.10}$$

Dalla 6.2.8 e dalla 6.2.10 si nota che, nel campo di validità di queste formule,  $0 < \xi < 1$ . All'esterno delle regioni di trasformazione, invece,  $\xi$  rimane costante e pari al valore della frazione volumetrica di martensite presente nel materiale al termine dell'ultima trasformazione che ha subito, che nel proseguo della trattazione verrà indicata come  $\xi_{-1}$ .

E' necessario osservare che quest'ultima ipotesi implica che la frazione volumetrica di martensite vari linearmente con la temperatura durante le trasformazioni, inoltre, come indicato in [16], le formule 6.2.8 e 6.2.10 permettono di descrivere solo trasformazioni complete, che si verificano quando, in corrispondenza del bordo di inizio trasformazione, la struttura del materiale è omogenea, ossia:  $\xi_{-1} = 1$ per la trasformazione invera e  $\xi_{-1} = 0$  per quella diretta. In generale, invece, la frazione volumetrica del materiale all'inizio di una trasformazione è tale che:  $0 \le \xi_{-1} \le 1$  ed il valore di  $\xi_{-1}$  dipende dalla storia di carichi temici e meccanici subiti dal materiale. Di seguito viene proposta una modifica a queste relazioni che ha permesso di generalizzare il modello.

Considerando gli schemi di figura 6.2.2 si può dire che:

• per la trasformazione diretta completa, l'equazione 6.2.7 è ricavabile grazie alla proporzione:

$$\frac{b}{1} = \frac{b-a}{1-\xi}$$
(6.2.11)

Dove, come evidente in figura 6.2.2,  $b = \Delta M$  mentre  $a = M_s + \frac{\sigma}{C_M} - T$ , in cui il primo termine è diviso per uno perchè nelle condizioni iniziali  $1 - \xi_{-1} = 1$ , quindi più genericamente può essere riscritta come:

$$\frac{b}{1-\xi_{-1}} = \frac{b-a_1}{1-\xi} \tag{6.2.12}$$

Quindi è possibile riscrivere la 6.2.7 come:

$$\xi = \frac{M_s + \frac{\sigma}{C_M} - T}{\Delta M} (1 - \xi_{-1}) + \xi_{-1}$$
(6.2.13)

• per la trasformazione inversa completa, l'equazione 6.2.9 è ricavabile grazie alla proporzione:

$$\frac{g}{1} = \frac{f}{\xi} \tag{6.2.14}$$

Dove, come evidente in figura 6.2.2,  $g = \Delta A$  mentre  $f = A_f + \frac{\sigma}{C_A} - T$ , in cui il primo termine è diviso per uno perchè nelle condizioni iniziali  $\xi = 1$ , quindi più genericamente può essere riscritta come:

$$\frac{g}{\xi_{-1}} = \frac{f_1}{\xi} \tag{6.2.15}$$

Quindi è possibile riscrivere la 6.2.7 come:

$$\xi = \frac{A_f + \frac{\sigma}{C_A} - T}{\triangle A} \xi_{-1} \tag{6.2.16}$$

Facendo riferimento a quanto fatto in fase di progettazione ed in particolare alla relazione 3.2.7, è possibile definire lo stato di sforzo attuale nel singolo filo in termini differenziali rispetto allo stato iniziale di riferimento (indicato con il pedice 0), in funzione della temperatura come:

$$-\frac{(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\sigma}_0)A}{KL_{f0}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{E} - \frac{\boldsymbol{\sigma}_0}{E_M} + \alpha(T-T_0) - (\boldsymbol{\varepsilon}^t - \boldsymbol{\varepsilon}_0^t)$$
(6.2.17)

Si ricorda che nella condizione di riferimento si è considerato che il materiale si trovi a temperatura ambiente allo stato di martensite detwinned quindi:

- $T_0 = 20 \,^{\circ}\mathrm{C}$
- $\sigma_0 = 50 MPa$
- $\varepsilon_0^t = H_{max}$

Sfruttando la relazione 6.2.2 si riscrive l'equazione 6.2.17 come:

$$-\frac{(\sigma - \sigma_0)A}{KL_{f0}} = \frac{\sigma}{E} - \frac{\sigma_0}{E_M} + \alpha(T - T_0) - H_{max}(1 - \xi)$$
(6.2.18)

Questa espressione è valida in generale in qualsiasi stato metallografico del materiale. E', quindi, possibile valutare come si modifica nelle diverse fasi in cui può trovasi.

## Fasi extra-trasformazione

Quando il materiale si trova all'esterno dei campi di trasformazione:

- fase martensitica:  $T < M_f + \frac{\sigma}{C^M}, \xi = costante = 1.$
- fase austenitica:  $T > A_f + \frac{\sigma}{C^A}$ ,  $\xi = costante = 0$ .
- fasi intermedie per il mancato completamento della trasformazione:
  - $\dot{T} > 0, M_f + \frac{\sigma}{C^M} < T < A_s + \frac{\sigma}{C_A}$
  - $\dot{T} < 0, M_s + \frac{\sigma}{C_M} < T < A_f + \frac{\sigma}{C_A}$

In cui  $0 < \xi < 1$  e rimane costante.

Dato che la frazione volumetrica di martensite rimane costante il legame sforzo temperatura è lineare perchè legato al termine di dilatazione termica del metallo e definito rielaborando la 6.2.18 come:

$$\sigma(T) = \frac{\left[\sigma_0\left(\frac{A}{K*L_{f0}} + \frac{1}{E_M}\right) - \alpha(T - T_0) + H_{max}(1 - \xi)\right]}{\left(\frac{A}{KL_{f0}} + \frac{1}{E}\right)}$$
(6.2.19)

per cui all'aumentare della temperatura diminuirà il precarico del filo: il materiale si dilata .

## Fasi di trasformazione

Quando, invece, il materiale si trova nelle condizioni in cui hanno luogo le trasformazioni:

- Diretta  $A \to M$ :  $\dot{T} < 0$ ,  $M_f + \frac{\sigma}{C_M} < T < M_s + \frac{\sigma}{C_M}$
- Inversa  $M \to A$ :  $\dot{T} > 0, A_s + \frac{\sigma}{C_A} < T < A_f + \frac{\sigma}{C_A}$

rientra in gioco anche il termine legato al recupero di deformazione ed, in modo meno sensibile anche la variazione di modulo elastico. Possiamo iniziare ricavando il legame tra sforzo e temperatura nel caso di trasformazione inversa, sfruttando le relazioni 6.2.1 e 6.2.16 l'espressione 6.2.18 può essere riscritta come:

$$\frac{\sigma_{A}}{KL_{f0}} + \frac{\sigma}{E_{A} + \frac{A_{f} \triangle E}{\triangle A} \xi_{-1} + \frac{\triangle E}{C_{A} \triangle A} \xi_{-1} \sigma - \frac{\triangle E}{\triangle A} \xi_{-1} T} - \sigma_{0} \left[\frac{A}{KL_{f0}} + \frac{1}{E_{M}}\right] - \alpha T + \alpha T_{0} - \xi_{0} H_{max} + \frac{H_{max}A_{f}}{\triangle A} \xi_{-1} + \frac{H_{max}}{C_{A} \triangle A} \xi_{-1} \sigma - \frac{H_{max}}{\triangle A} \xi_{-1} T = 0$$
(6.2.20)

per rendere più semplice l'elaborazione dell'equazione 6.2.20 vengono definiti i seguenti coefficienti:

$$\bar{K} = -\begin{bmatrix} \frac{A}{KL_{f0}} + \frac{1}{E^M} \end{bmatrix}; \qquad A_i = E_A + \frac{A_f \triangle E}{\triangle A} \xi_{-1}; \qquad B_i = \frac{\triangle E}{C_A \triangle A} \xi_{-1}; \\
C_i = -\frac{\triangle E}{\triangle A} \xi_{-1}; \qquad D_i = -\xi_0 H_{max} + \frac{H_{max}A_f}{\triangle A} \xi_{-1}; \qquad E_i = \frac{H_{max}}{C_A \triangle A} \xi_{-1}; \\
F_i = -\frac{H_{max}}{\triangle A} \xi_{-1}; \qquad G_i = \frac{A}{KL_{f0}} + E_i; \qquad H_i = \overline{K} \sigma_0 - \alpha T_0 + D_i; \\
I_i = \alpha + F_i;$$
(6.2.21)

quindi la 6.2.20 si riduce a :

$$G_i \sigma + \frac{\sigma}{A_i + B_i \sigma + C_i T} + H_i + I_i T = 0$$
(6.2.22)

Il denominatore del secondo termine della 6.2.22 è sempre positivo: rappresenta il modulo elastico attuale del materiale, quindi è possibile premoltiplicare per questo ambo i membri dell'equazione, e definendo i seguenti coefficienti:

$$a_{i} = G_{i}B_{i}; \quad b_{1i} = G_{i}A_{i} + 1 + H_{i}B_{i}; \quad b_{2i} = C_{i}G_{i} + I_{i}B_{i}; c_{1i} = H_{i}A_{i}; \quad c_{2i} = H_{i}C_{i} + I_{i}A_{i}; \quad c_{3i} = I_{i}C_{i};$$
(6.2.23)

Si ottiene l'equazione algebrica di secondo grado:

$$a_i \sigma^2 + [b_{1i} + b_{2i}T]\sigma + [c_{1i} + c_{2i}T + c_{3i}T^2] = 0$$
(6.2.24)

La 6.2.24 ammette la seguente coppia di soluzioni:

$$\sigma_{12} = \frac{-[b_{1i} + b_{2i}T] \pm \sqrt{[b_{1i} + b_{2i}T] - 4a_i[c_{1i} + c_{2i}T + c_{3i}T^2]}}{2a_i}$$
(6.2.25)

Non è possibile fare delle previsioni su quale delle due sia quella reale, quindi sono state valutate numericamente nel caso di una trasformazione completa; come si può notare della figura 6.2.3 la soluzione esatta è quella con il segno positivo infatti lo sforzo calcolato con questa nell'intervallo di temperature in cui avviene la trasformazione inversa è comprese tra i 50 *MPa* e i 200 *MPa* come previsto in fase di progettazione, mentre quella con segno negativo è esclusivamente dovuta alla rielaborazione matematica dell'equazione e non ha alcun senso fisico. Si precisa che questa condizione si è verificata corretta anche per la trasformazione inversa e quelle non complete, come testimoniato dal risultato di una simulazione numerica riportato in figura 6.2.4.

Quindi possiamo concludere che il legame sforzo temperatura durante la trasformazione diretta è definito come:

$$\sigma(\theta) = \frac{-[b_{1i} + b_{2i}T] + \sqrt{[b_{1i} + b_{2i}T] - 4a_i[c_{1i} + c_{2i}T + c_{3i}T^2]}}{2a_i} \qquad (6.2.26)$$

Procedendo in modo del tutto analogo la relazione tra sforzo e temperatura è stata definita anche per la trasformazione diretta:

$$\sigma(\theta) = \frac{-[b_{1d} + b_{2d}T] + \sqrt{[b_{1d} + b_{2d}T] - 4a_i[c_{1d} + c_{2d}T + c_{3d}T^2]}}{2a_d} \quad (6.2.27)$$

In cui compaiono i seguenti coefficienti:

$$a_{d} = G_{d}B_{d}; \quad b_{1d} = G_{d}A_{d} + 1 + H_{d}B_{d}; \quad b_{2d} = C_{d}G_{d} + I_{d}B_{d}; \quad (6.2.28)$$

$$c_{1d} = H_{d}A_{d}; \quad c_{2d} = H_{d}C_{d} + I_{d}A_{d}; \quad c_{3d} = I_{d}C_{d}; \quad (6.2.28)$$

$$\bar{K} = -[\frac{A}{KL_{f0}} + \frac{1}{E^{M}}]; \quad A_{d} = E_{A} + \triangle E\xi_{-1} + \frac{M_{S}\triangle E}{\triangle M}(1 - \xi_{-1}); \quad C_{d} = -\frac{\triangle E}{\triangle M}(1 - \xi_{-1}); \quad C_{d} = -\frac{\Delta E}{\triangle M}(1 - \xi_{-1}); \quad C_{d} = -\frac{\Delta E}{\triangle M}(1 - \xi_{-1}); \quad E_{d} = \frac{H_{max}}{C_{A}\triangle A}(1 - \xi_{-1}); \quad E_{d} = \frac{H_{max}}{C_{A}\triangle A}(1 - \xi_{-1}); \quad C_{d} = -\frac{H_{max}}{C_{A}\triangle A}(1 - \xi_{-1}); \quad C_{d} = -\frac{H_{max}}{C_{A}(1 - \xi_{-1})}; \quad C_{d} = -\frac{H_{max}}{C_{A}(1 - \xi_{-1}$$

A dimostrazione che il comportamento del modello corrisponde a quanto ci si aspettava, in figura 6.2.4 sono riportati i risultati ottenuti per un ciclo di carichi termici così definito:

- Partenza dalle condizioni di riferimento con materiale nello stato di martensite detwinned: ξ = 1.
- Riscaldamento da 20 °C a 73.1 ; il materiale si trova all'esterno del campo di trasformazione inversa ξ = costante = 1 il modello richiama la relazione 6.2.19 per valutare lo sforzo.
- Riscaldamento da 73.1 °C a 100.3 °C ; il materiale si trova all'interno del campo di trasformazione inversa con ξ<sub>-1</sub> = 1, il modello richiama la relazione 6.2.26 per valutare lo sforzo; al termine di questa fase, dalla 6.2.16, si ricava ξ = 0.
- Riscaldamento da 100.3 °C a 120 ; il materiale si trova all'esterno del campo di trasformazione inversa nello stato austenitico: ξ = costante = 0, il modello richiama la relazione 6.2.19 per valutare lo sforzo.

- Raffreddamento da 120 °C a 84.8 °C; il materiale si trova all'esterno del campo di trasformazione diretta nello stato austenitico: ξ = costante = 0, il modello richiama la relazione 6.2.19 per valutare lo sforzo.
- Raffreddamento da 84.8 °C a 60 °C; il materiale si trova all'interno del campo di trasformazione diretta con ξ<sub>-1</sub> = 0, il modello richiama la relazione 6.2.27 per valutare lo sforzo; al termine di questa fase, dalla 6.2.13, si ricava ξ = 0.706.
- Riscaldamento da 60 °C a 78 °C ; il materiale si trova all'esterno del campo di trasformazione inversa con ξ = costante = 0.706, il modello richiama la relazione 6.2.19 per valutare lo sforzo.
- Riscaldamento da 78 °C a 80 °C ; il materiale si trova all'interno del campo di trasformazione inversa con ξ<sub>-1</sub> = 0.706, il modello richiama la relazione 6.2.19 per valutare lo sforzo; al termine di questa fase, dalla 6.2.16, si ricava ξ = 0.63.
- Raffreddamento da 80 °C a 78.8 °C ; il materiale si trova all'esterno del campo di trasformazione diretta con:  $\xi = costante = 0.63$ , il modello richiama la relazione 6.2.19 per valutare lo sforzo.
- Raffreddamento da 78.8 °C a 50.4 °C; il materiale si trova all'interno del campo di trasformazione diretta con ξ<sub>-1</sub> = 0, il modello richiama la relazione 6.2.27 per valutare lo sforzo; al termine di questa fase, dalla 6.2.13, si ricava ξ = 1.
- Raffreddamento da 50.4 °C a 20 °C ; il materiale si trova all'esterno del campo di trasformazione diretta con:  $\xi = costante = 1$ , il modello richiama la relazione 6.2.19 per valutare lo sforzo.

(Si precisa che per questa simulazione la temperatura è stata riaggiornata con passo  $\Delta T = 0.1$  °C).

Riassumendo: in questa sezione sono stati determinati i legami tra lo stato di sforzo indotto nei fili per effetto delle molle di recupero al variare della temperatura nelle diverse condizioni in cui può trovarsi una lega a memoria di forma:

- 6 Modello Numerico e strategie di controllo
  - nei campi extra-trasformazione è definito dalla 6.2.19:

$$\sigma(\theta) = \frac{\left[\sigma_0\left(\frac{A}{K*L_{f0}} + \frac{1}{E_M}\right) - \alpha(T - T_0) + H_{max}(1 - \xi_i)\right]}{\left(\frac{A}{KL_{f0}} + \frac{1}{E}\right)}$$

• durante la trasformazione diretta è definito dalla 6.2.27:

$$\sigma(\theta) = \frac{-[b_{1d} + b_{2d}T] + \sqrt{[b_{1d} + b_{2d}T] - 4a_i[c_{1d} + c_{2d}T + c_{3d}T^2]}}{2a_d}$$

• durante la trasformazione inversa è definito dalla 6.2.26:

$$\sigma(\theta) = \frac{-[b_{1i} + b_{2i}T] + \sqrt{[b_{1i} + b_{2i}T] - 4a_i[c_{1i} + c_{2i}T + c_{3i}T^2]}}{2a_i}$$

(I coefficienti costanti di quest'ultime due formule sono stati definiti nel testo di questo paragrafo)

Grazie a queste formule possono essere definiti i parametri da cui dipende la forza trasmessa tra l'ATMD e il sistema primario attraverso i fili e definita dalla relazione 6.1.17 presentata nel paragrafo 6.1, infatti:

- $S = A\sigma(T)$
- $L_{fs} = (\varepsilon + 1)L_{f0} = [(\frac{\sigma(T)}{E} + \alpha^A(T T_0) + H^{max}\xi) + 1]L_{f0}$ , questa formula è stata ottenuta dalla 6.1.3 sostituendo al posto di  $\varepsilon^t$  la relazione 6.2.2.

Inoltre hanno permesso di ricavare il modello termodinamico dei fili, alla descrizione del quale è dedicato il prossimo paragrafo, necessario per valutarne la risposta ad un ingresso di corrente.

## 6.2.2 Modello termodinamico

Di seguito viene descritto il modello termodinamico dei fili SMA che è stato implementato in Simulink per la simulazione del sistema. Come descritto nel paragrafo precedente per modificare il precarico e la lunghezza dei fili SMA e, di conseguenza, la frequenza propria dell' ATMD, è necessario modificarne la temperatura. In particolare per riscaldare i fili si sfrutta il calore prodotto dalla corrente circolante nei fili per effetto Joule, mentre il raffreddamento avviene per convezione. La dinamica di evoluzione della temperatura per effetto della corrente è governata dal primo principio della termodinamica, il quale può essere espresso in forma locale per unità di volume come:

$$\rho c \dot{T} = \sigma \dot{\varepsilon} - \frac{hS_{ext}}{V} (T - T_{\infty}) + \frac{R_f I^2}{V}$$
(6.2.30)

La 6.2.30 ha validità generale in ogni condizione in cui si trova il materiale ed in essa possiamo distinguere:

- La variazione di energia interna  $\rho c T$ , dove  $\rho c$  rappresenta la capacità termica per unità di volume del materiale mentre *T* la sua temperatura.
- Il lavoro per unità di tempo e volume compiuto dal tiro per deformare il filo  $\sigma \dot{\varepsilon}$
- La potenza ceduta all'ambiente esterno per convezione  $\frac{hS_{ext}}{V}(T T_{\infty})$ , dove *h* rappresenta il coefficiente di convezione,  $S_{ext} = \pi \phi_f L_{f0}$  la superficie esterna del singolo filo,  $V = \frac{\pi \phi_f^2}{4} * L_{f0}$  il volume del singolo filo e  $T_{\infty}$  la temperatura ambientale. Si ricorda che  $\phi_f$  rappresenta il diametro del filo, mentre  $L_{f0}$  la sua lunghezza indeformata (è stato trascurato l'aumento di volume e superficie sesterna dovuto alla deformazione).
- La potenza termica generata per effetto Joule nell'unità di volume  $\frac{R_f I^2}{V}$ , dove  $R_f = \frac{rL_{f0}}{A}$  rappresenta la resistenza associata al singolo filo di resistività media  $r = 95[\mu\Omega cm]$ , mentre *I* la corrente di alimentazione.

Questa equazione vale per ognuno dei quattro fili che costituiscono il sistema infatti, come descritto nel capitolo 3, è stato previsto di collegare i fili in serie di modo che in essi circoli sempre lo stessa intensità di corrente.

E', quindi, necessario valutare come sia possibile esprimere termine  $\sigma \dot{\varepsilon}$  dell'equazione 6.2.30 nelle diverse fasi in cui il materiale può trovarsi. Innanzitutto è

possibile rielaborare il termine  $\dot{\varepsilon}$  sfruttando la regola di derivazione a catena:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \dot{T}$$
(6.2.31)

Ma come definito nella 3.2.4 il legame sforzo deformazione complessiva nel nostro caso particolare è definito come  $\varepsilon = -\frac{\sigma A}{KL_{f0}}$  per cui il primo termine della 6.2.31 è definito:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = -\frac{A}{KL_{f0}} \tag{6.2.32}$$

Invece il termine  $\frac{\partial \sigma}{\partial T}$  sara funzione dello stato del materiale secondo il modello costitutivo prima descritto.

## Fasi extra-trasformazione

Nel caso extra-trasformazione il legame sforzo temperatura è lineare, quindi è possibile esprimere la 6.2.19 come:

$$\sigma = a + bT \tag{6.2.33}$$

Dove:

$$a = \frac{\left[\sigma_0\left(\frac{A}{K*L_{f0}} + \frac{1}{E_M}\right) + \alpha T_0 + H_{max}(1 - \xi_i)\right]}{\left(\frac{A}{KL_{f0}} + \frac{1}{E}\right)}$$
$$b = -\frac{\alpha}{\left(\frac{A}{KL_{f0}} + \frac{1}{E}\right)}$$

Derivando rispetto alla temperatura la funzione 6.2.33:  $\frac{\partial \sigma}{\partial T} = b$ , sostituendo nella 6.2.30 si ottiene:

$$\rho c \dot{T} = -\frac{A}{KL_{f0}} (a+bT) b \dot{T} - \frac{hS_{ext}}{V} (T-T_{\infty}) + \frac{RI^2}{V}$$
(6.2.34)

## Fasi di trasformazione

Per semplificare le operazioni necessarie per ricavare l'equazione differenziale 6.2.30 in queste condizioni le espressioni 6.2.26 e 6.2.27 possono essere riscritte

raccogliendo ulteriormente i termini costanti,ottenendo rispettivamente:

$$\sigma = \frac{-[b_{1i} + b_{2i}T] \pm \sqrt{A_{si} + B_{si}T + C_{si}T^2}}{2a_i}$$
(6.2.35)

$$A_{si} = b_{1i}^2 - 4a_i c_{1i}; \quad B_{si} = 2b_{1i}b_{2i} - 4a_i c_{2i}; \quad C_{si} = b_{2i}^2 - 4a_i c_{3i}; \tag{6.2.36}$$

$$\sigma = \frac{-[b_{1d} + b_{2d}T] \pm \sqrt{A_{sd} + B_{sd}T + C_{sd}T^2}}{2a_d}$$
(6.2.37)

$$A_{sd} = b_{1d}^2 - 4a_d c_{1d}; \quad B_{sd} = 2b_{1d}b_{2d} - 4a_d c_{2d}; \quad C_{sd} = b_{2d}^2 - 4a_d c_{3d}; \quad (6.2.38)$$

da cui si ricava:

• per la trasformazione diretta:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = \frac{-2b_{2d}\sqrt{A_{sd} + T(B_{sd} + C_{sd}T)} + B_{sd} + 2C_{sd}T}{4a_d\sqrt{A_{sd} + T(B_{sd} + C_{sd}T)}}$$
(6.2.39)  
$$\rho c\dot{T} = -\frac{A}{Kl_0} \frac{-[b_{1d} + b_{2d}T] \pm \sqrt{A_{sd} + B_{sd}T + C_{sd}T^2}}{2a_d} \frac{-2b_{2d}\sqrt{A_{sd} + T(B_{sd} + C_{sd}T)} + B_{sd} + 2C_{sd}T}{4a_d\sqrt{A_{sd} + T(B_{sd} + C_{sd}T)}} \dot{T} + \frac{-\frac{hS_{ext}}{V}(T - T_{\infty}) + \frac{RI^2}{V}}{(6.2.40)}$$

• per la trasformazione inversa:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = \frac{-2b_{2i}\sqrt{A_{si} + T(B_{si} + C_{si}T)} + B_{si} + 2C_{si}T}{4a_i\sqrt{A_{si} + T(B_{si} + C_{si}T)}}$$
(6.2.41)

## 6.2.3 Stima coefficiente di convezione

Prima di proseguire è necessario spendere qualche parola a riguardo del coefficiente di scambio termico per convezione che compare in 6.2.30. Anche se l'aria dell'ambiente in cui opera il sistema è ferma, ogni filo vibra al suo interno, quindi

si ritiene eccessivamente approssimativo considerare il coefficiente di convezione naturale ma piuttosto è utile stimare un coefficiente di convezione forzata.

Il coefficiente di convezione termica è definito come:

$$h = \frac{N_u k}{\phi} \tag{6.2.43}$$

In cui:

•  $N_u$  è il numero adimensionale di Nusselt, che per un corpo cilindrico immerso in una corrente fluida è definito come:

$$N_{u} = 0.3 + (0.62Re^{0.5} * Pr^{(1/3)} / (1 + (0.4/Pr)^{(2/3)})) * (1 + (Re/282000)^{(5/8)})^{(4/5)}$$
(6.2.44)

e dipende dal numero di Reynolds:

$$R_e = \frac{V_{\infty}\phi}{v} \tag{6.2.45}$$

e da quello di Prandl:

$$P_r = \frac{\rho_a v c p_a}{k} \tag{6.2.46}$$

- $k = 0.026 \frac{W}{mK}$  è la conducibilità dell'aria
- $\phi = 5 mm$  è il diametro del filo
- $\rho_a = 1.2 \frac{kg}{m^3}$  è la densità dell'aria
- $v = 1.69e 5 \frac{m^2}{s}$  è la viscosità cinematica dell'aria
- $cp_a = 1 \frac{kJ}{kgK}$  è il calore specifico a pressione costante dell'aria
- $V_{\infty}$  la velocità relativa del filo rispetto all'aria. Dato che il moto del singolo filo nello spazio non è puramente traslatorio la sua velocità non sarà distribuita uniformemente nella sua lunghezza, Quindi il parametro  $V_{\infty}$  è stato stimato con la velocità del filo nel punto medio:

$$V_{\infty} = \frac{\overline{\sigma}_{\dot{x}_2}}{2} \tag{6.2.47}$$

Dove  $\overline{\sigma}_{\dot{x}_2}$  rappresenta il valore rms medio della velocità assoluta della massa del TMD. Sfruttando un campione di cinque acquisizioni sperimentali, è stato stimato:  $\overline{\sigma}_{\dot{x}_2} = 1.17 * 10^{-4} \frac{m}{s}$ , da cui è stato possibile ricavare  $h = \frac{N_u k}{d_{filo}} = 130 \left[\frac{W}{m^{\circ}C}\right]$ . E' necessario precisare che il valore di  $\overline{\sigma}_{\dot{x}_2}$  è relativo ad un valore rms medio di velocità dalla base di  $\overline{\sigma}_{\dot{x}_3} = 2.34 * 10^{-5} \frac{m}{s}$ .

Quanto sviluppato fino a questo momento è stato utilizzato esclusivamente per lo sviluppo del modello numerico per la simulazione del comportamento del sistema implementato in Simulink. Le tecniche di controllo che saranno presentate in questo capitolo, invece sono state sviluppate anche in ambiente Labwiew per il controllo real-time del prototipo.

## 6.2.4 Tecnica di controllo dei fili SMA

Il modello numerico presentato fino a questo momento, pur rappresentando un'approssimazione del reale comportameto dei fili di Nitinol, ha permesso di ricavare informazioni utili per lo sviluppo delle logica per il controllo del tiro. In particolare grazie a questo è stato possibile verificare il legame fortemente non lineare tra la temperatura dei fili e lo sforzo in essi indotto tramite le molle di recupero a causa dalla deformazione macroscopica (vedi figura 6.2.4). Questo comportamento si traduce in differenti modalità di risposta del sistema ad un ingresso in corrente nelle diverse condizione in cui può trovarsi il materiale. In particolare, facendo riferimento a figura 6.2.4 si nota che, affinchè vi sia un'effettiva variazione del tiro, il materiale deve essere sempre in fase di trasformazione.

Altro aspetto che ha influito sulla scelta della tecnica di controllo dei fili è il tipo di segnale di riferimento che il sistema deve essere in grado di seguire in applicazioni reali; questo dipende sostanzialmente, anche se in modo diverso per le due logiche di "tuning" che saranno presentate nei paragrafi 6.4 e 6.5, dalla variazione della frequenza di risonanza del sistema primario, quindi assimilabile a gradini, ad esempio per una variazione istantanea della massa del sistema primario dovuta allo smontaggio di componenti per interventi di manutenzione, o a rampe, ad esempio a causa della variazione della temperatura di esercizio del sistema o alla propagazione di difetti. Dato che non è richiesto al sistema di seguire dinamiche complesse, è possibile progettare un controllore semplice che non debba, neces-

sariamente, tener conto del comportamento non lineare del materiale durante la fasi di trasformazione.

Per quanto appena detto è stato realizzato un controllo di tipo gain-scheduling già utilizzato con successo per un' applicazione analoga di cavi SMA da Senthilkumar e Umapathy in [22].

## Controllo gain-scheduling

Come descritto in [24] il gain-scheduling è una soluzione empirica per rendere un controllore adattativo, che ha riscosso un notevole successo nell'ambito delle applicazioni aeronautiche e successivamente in quelle automobilistiche. Il gain scheduling si applica su sistemi non lineari, per i quali un controllo lineare classico non riesce a soddisfare le specifiche in termini di stabilità e prestazioni. L'idea alla base del gain-scheduling è quella di progettare il controllore per diverse regioni di funzionamento del sistema da controllare. Queste regioni sono definite in base ad una cosiddetta variabile di scheduling, ovvero un parametro che caratterizza le variazioni del sistema. La scelta della variabile di scheduling determina in maniera importante le prestazioni del controllore e viene effettuata attraverso considerazioni sulla natura del sistema da controllare

Per quanto appena detto il gain-scheduling si basa sulla divisione del range operativo del sistema in regioni in cui progettare un controllo lineare rispetto ad un punto di equilibrio. Per questa applicazione si è ritenuto sufficiente individuare due regioni definite in funzione del segnale di errore  $e_f(t)$  (variabile di scheduling), in cui è stato progettato un controllo di tipo proporzionale integrale (Si precisa che il segnale di errore è stato definito come riferimento meno segnale di retroazione, definiti per le due logiche di tuning nei paragrafi 6.4 e 6.5).

• **Regione 1** Trasformazione inversa:  $e_f(t) > \frac{tolleranza}{2}$ , in cui la corrente di alimentazione è definita come:

$$I_{if}(t) = I_{0if} + k_{pif}e_f(t) + k_{Iif}\int e_f(t)$$
(6.2.48)

• **Regione 2** Trasformazione diretta:  $e_f(t) < -\frac{tolleranza}{2}$ , in cui la corrente di alimentazione è definita come:

6.2 Modello dei fili in lega a memoria di forma

$$I_{df}(t) = I_{0df} + k_{pdf}e_f(t) + k_{Idf}\int e_f(t)$$
(6.2.49)

 Quando l'errore è compreso nell'intervallo di tolleranza l'algoritmo non esegue mai il passaggio da una regione all'altra ma mantiene i coefficienti del controllo relativi all'ultima condizione in cui è stato. Il motivo per cui è stata fatta questa scelta è precisato in seguito in questo paragrafo.

 $I_{0if}$  e  $I_{0df}$  rappresentano i valori di corrente media attorno ai quali sono stati progettati i coefficienti di controllo nei due casi. Queste sono state definite in modo che, imponendo pari a zero i guadagni del controllo, il sistema si porti naturalmente nelle regioni di trasformazione. Considerando la 6.2.30 è possibile calcolare la corrente con cui alimentare i fili affinchè raggiungano una data temperatura a regime regime:

$$-\frac{hS_{ext}}{V}(\theta - \theta_{\infty}) + \frac{RI^2}{V} = 0$$
(6.2.50)

$$I_{0f} = \sqrt{\frac{hS_{ext}}{R}(\theta - \theta_{\infty})}$$
(6.2.51)

Imponendo come valori di temperatura rispettivamente di:  $\theta_i = 80$  °C  $\theta_d = 75$  °C che sono intermedi nelle aree di trasformazione (vedi figura 6.2.4) si ottiene:

- $I_{0if} = 1.05 A$
- $I_{0df} = 0.95 A$

Dato che l'alimentazione del circuito costituito dalla serie dei fili SMA (vedi paragrafo 3.3) si definisce:

$$V_{alim}(t) = \begin{cases} RI_{if}(t) & regione1\\ RI_{df}(t) & regione2 \end{cases}$$
(6.2.52)

Dove R è la resistenza del circuito definita nel paragrafo 3.3

Per quanto riguarda invece i coefficienti del controllo proporzionale  $k_{pif}$ ,  $k_{pdf}$  e di quello integrale  $k_{Iif}$ ,  $k_{Idf}$ , il loro valore è stato determinato separatamente per le due logiche di "tuning" trattate nei paragrafi 6.4 e 6.5. Si precisa fin da ora però che non è stato effettuato un processo di ottimizzazione ma, sono stati definiti in modo che il tiro si porti nelle condizioni ottimali in modo monotono: senza

che si verifichino variazioni di segno dell'errore, in modo da evitare che il sistema entri in un ciclo limite dovuto al continuo passaggio tra i due controllori progettati; infatti come descritto in [24] se le transizioni da una condizione di equilibrio a un'altra sono troppo veloci, il gain-scheduling progettato non consente di raggiungere le performance desiderate. Per lo stesso motivo nella definizione delle regioni di progetto del controllo è stata definita una regione di tolleranza, in modo che in caso di variazioni di tiro di piccola entità ma, che comportino l'inversione del segno del segnale di errore, non si verifichi lo "switch" del controllore e il sistema si porti in modo regolare nelle condizioni ottimali. Un esempio di prova sperimentale in cui si è verificata questa condizione è riportata nel paragrafo 7.3.3.

# 6.3 Modello dello smorzatore a correnti parassite e tecnica di controllo

Come già descritto in modo approfondito nel capitolo 4 il legame tra la corrente circolante nell'avvolgimento che costituisce l'elettromagnete e lo smorzamento  $r_2$  è definito come:

$$r_2(I) = \frac{2\pi rhsB}{\rho} + r_{2mag} \tag{6.3.1}$$

Dove *r h s* sono le grandezze che definiscono la geometria dello smorzatore a correnti parassite (vedi figura 4.2.1), mentre  $\rho$  è la resistivita del rame (materiale con cui è stato realizzato il manicotto appeso alla massa dell'ATMD).

Essendo il campo magnetico prodotto al traferro del circuito magnetico  $B = \frac{NI}{\Theta A_t}$ , è possibile ricavare la corrente che deve circolare nella bobina per produrre un certo coefficiente di smorzamento:

$$I = \left(\sqrt{\frac{(r_2 - r_{2mag})\rho}{2\pi rhs}}\right)\frac{\Theta A}{N}$$
(6.3.2)

Dove  $r_{2mag} = 1.99 \frac{Ns}{m}$  è lo smorzamento prodotto dal magnete permanente; la 6.3.2 sarà utilizzata nel paragrafo 6.4 per la definizione della prima strategia di "tuning". Dato che la bobina è stata alimentata in tensione, per simulare il comportamento del sistema è necessario introdurre l'equazione differenziale lineare del primo ordine che descrive l'evoluzione della corrente nella bobina per

#### 6.4 Prima strategia di tuning

un ingrasso in tensione:

$$L_{eff}\frac{di}{dt} + R_b i = V(t) \tag{6.3.3}$$

Dove induttanza  $L_{eff}$  e resistenza  $R_b$  del circuito sono stati definiti nel capitolo 4.

Per il controllo dello smorzatore si è deciso di utilizzare un controllore proporzionale integrale:

$$V_r(t) = k_{pr} e_r(t) + k_{Ir} \int e_r(t)$$
(6.3.4)

Dove:

- il segnale di errore  $e_r(t)$
- Il guadagno proporzionale k<sub>pr</sub>
- Il guadagno integrale  $k_{Ir}$

Dipendono dalle logiche di "tuning" presentate nei paragrafi 6.4 e 6.5

Una volta definite le tecniche per il controllo dei parametri del'ATMD, è necessario definire le strategie per ricavare i segnali di errore in modo che questo lavori sempre in condizioni di "tuning". E' necessario precisare fin da ora che per la prima logica di tuning del dispositivo presentato nel paragrafo 6.4, il controllo feedback dello smorzatore a correnti parassite è stato solo simulato. Dato che, come si vedrà nel paragrafo 6.4, questa logica consente di definitre la corrente che deve circolare nell'avvolgimento affinchè venga prodotto il valore di smorzamento ottimale, è stato possibile testare un controllo feedforward del dispositivo mentre, è stato necessario utilizzare una tecnica feedback per i test della seconda logica di tuning (vedi paragrafo 6.5).

## 6.4 Prima strategia di tuning

La prima strategia di tuning dell'ATMD si basa sulla possibilità di stimare online i parametri di massa m1(t) e di pulsazione propria  $\omega_1(t) = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$ del sistema principale da cui, applicando le formule di Hartog (vedi capitolo 1), è possibile

ricavare i paramtri ottimali del TMD:

$$\boldsymbol{\omega}_{TMD}(t) = \frac{\boldsymbol{\omega}_1(t)}{1 + \boldsymbol{\mu}(t)} \tag{6.4.1}$$

$$\xi_{TMD}(t) = \sqrt{\frac{3\mu(t)}{8(1+\mu(t))}}$$
(6.4.2)

Essendo  $\mu(t) = \frac{m_2}{m_1(t)}$  il rapporto tra le masse del sistema.

Come descritto in [26] per un assorbitore dinamico non lineare non è possibile definire analiticamente i parametri ottimali in funzione delle caratteristiche del sistema primario, quindi è stato fatto un tentativo imponendo le condizioni definite da Hartog, trascurando l'effetto della non linearità del sistema. Di fatto, però, le prove sperimentali hanno evidenziato che il sistema si comporta in modo lineare, quindi tali condizioni si sono verificate valide.

Quindi considerando il solo termine lineare dell'espansione in serie di Taylor della forza scambiata tra i sistemi attraverso i fili SMA espressa dalla 6.1.17, è possibile ricavare:

$$\omega_{TMD} = \sqrt{\frac{2S}{L_{f0}m_2}} \tag{6.4.3}$$

Invertendo la 6.4.3 si ricava tiro ottimale che il sistema deve raggiungere a regime:

$$S_{rif} = \frac{\omega_{TMD}^2 m_2 L_{f0}}{2}$$
(6.4.4)

Nella 6.4.4 è stato trascurato l'effetto della variazione della lunghezza del filo che si è comunque verificato avere un effetto assolutamente esiguo. Si può quindi definire il segnale di errore per il controllore dei fili SMA come:

$$e_f(t) = S_{rif}(t) - S(t)$$
 (6.4.5)

Inoltre sfruttando la 6.4.2 si ricava:

$$r_{2ott}(t) = 2\omega_{TMD}(t)m_2\xi_{TMD}(t)$$
(6.4.6)

## 6.4 Prima strategia di tuning

Introducendo in valore di smorzamento ottenuto dalla 6.4.6 nella 6.3.2 si ricava:

$$I_{rif}(t) = \left(\sqrt{\frac{(r_{2ott}(t) - r_{2mag})\rho}{2\pi rhs}}\right)\frac{\Theta A}{N}$$
(6.4.7)

$$e_r(t) = I_{rif}(t) - I(t)$$
(6.4.8)

## 6.4.1 Stima dei parametri on-line

L'algoritmo di stima dei parametri utilizzato in questo lavoro è quello che in [23] viene definito "*gradient estimator*". Come descritto in [23] alla base di questo c'è la necessità di ricondursi ad un modello linere che leghi le grandezze misurate ai parametri incogniti del sistema, questo può essere scritto in forma generale come:

$$\mathbf{y}(\mathbf{t}) = W(t)\mathbf{a}(\mathbf{t}) \tag{6.4.9}$$

Dove:

- **y**(t) rappresenta il vettore delle uscite del sistema
- W(t) è la matrice che contine le grandezze misurate del sistema
- **a**(t) è il vettore che contiene i parametri incogniti.

a partire dall'espressione 6.4.9 è possibile definire l'errore di stima:

$$\mathbf{e}_{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{\hat{y}}(t) - \mathbf{y}(t) \tag{6.4.10}$$

Dove  $\hat{\mathbf{y}}(t)$  è l'uscita prevista dalla 6.4.9 utilizzando i parametri stimati  $\hat{\mathbf{a}}(t)$ :

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = W(t)\hat{\mathbf{a}}(t) \tag{6.4.11}$$

Sostituendo la 6.4.9 e la 6.4.11 nella 6.4.10 si ottiene:

$$\mathbf{e}_{\mathbf{s}}(t) = W(t)\mathbf{\hat{a}}(t) - \mathbf{y}(t) = W(t)(\mathbf{\hat{a}}(t) - \mathbf{a}(t))$$
(6.4.12)

L'idea base di questo metodo è quella di riaggiornare i parametri stimati nel tempo in modo da ridurre l'errore definito dalla 6.4.12, questo formalmente si

traduce:

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}}(t) = -p_0 \frac{\partial [\mathbf{e_s}^t \mathbf{e_s}]}{\partial \hat{\mathbf{a}}(t)}$$
(6.4.13)

Dove l'apice t identifica il vettore trasposto mentre il coefficiente  $p_0$  il passo del metodo di stima. Sfruttando la regola di derivazione a catena e l'espressione 6.4.12 quest'ultima viene riscritta come:

$$\dot{\mathbf{\hat{a}}}(t) = -p_0 W^t(t) \mathbf{e_s}(t) \tag{6.4.14}$$

Integrando numericamente nel tempo la 6.4.14 è possibile ottenere una stima dei parametri che converga nel tempo a quelli reali.

Per la stima dei parametri ottimali dell' ATMD è stata ricavata una formulazione del tipo 6.4.9 sfruttando la somma delle equazioni che compongono il sistema 6.1.20:

$$m_1\ddot{x}_1 = -m_2\ddot{x}_2 - r_1\dot{x}_1 - k_1x_1 + r_1\dot{x}_3 + k_1x_3 \tag{6.4.15}$$

Dividendo ambo i membri della 6.4.15 per la massa del sistema primario *m*1 e definendo  $\omega_1^2 = \frac{k_1}{m_1}$ si ottiene l'equazione:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\ddot{x}_2 - \frac{r_1}{m_1}\dot{x}_1 - \omega_r^2 \frac{\omega_1^2}{\omega_r^2} x_1 + \frac{r_1}{m_1}\dot{x}_3 + \omega_r^2 \frac{\omega_1^2}{\omega_r^2} x_3$$
(6.4.16)

Dalla 6.4.16 si nota il motivo per cui questa strategia è limitata al caso in cui il forzamento avvenga per spostamento di vincolo e richieda la misura delle vibrazioni della base: se non fosse così la forzante, di fatto non misurabile, comparirebbe nel vettore dei parametri da stimare ma, come riportato in [23] la convergenza e la stabilità del metodo sono garantite solo se questo vettore può essere considerato quasi-stazionario rispetto alle grandezze misurate.

Quindi è possibile scrivere:

$$\ddot{x}_1 = \left[ \left( -m_2 \ddot{x}_2 - r_1 \dot{x}_1 + r_1 \dot{x}_3 + k_1 x_3 \right) + \omega_r^2 (x_3 - x_1) \right] * \left\{ \begin{array}{c} a \\ b \end{array} \right\}$$
(6.4.17)

Dove:

•  $a = \frac{1}{m_1}$ 

• 
$$b = \frac{\omega_{10}^2}{\omega_r^2}$$

sono i parametri incogniti; mentre i parametri noti:

- $\omega_r = 125 \left[\frac{rad}{s}\right]$  è un valore di frequenza propria costante utilizzato per la normalizzazione del parametro b in modo che sia dello stesso ordine di grandezza di a e quindi poter definire un unico parametro  $p_0$
- $m_2 = 0.1 \ kg$  è la massa dell'ATMD
- $r_1 = 2.07 \frac{N_s}{m}$  è il coefficiente di smorzamento di sistema primario
- $k_1 = 28379 \frac{N}{m}$  è la rigidezza del sistema primario

(Si ricorda che  $r_1$  e  $k_1$  sono stati definiti nel capitolo 5).

Le grandezze  $\dot{x}_1$ ,  $\dot{x}_3$ ,  $x_1$  e  $x_1$  sono state ricavate mediante integrazione nel dominio del tempo dei segnali accelerometrici filtrati con il filtro passa banda definito nel paragrafo 6.6. Quindi dalla 6.4.17 è possibile definire il funzionamento dell'algoritmo di stima. Definendo:

- $W_1^k(t) = [(-m_2\ddot{x}_2 r_1\dot{x}_1 + r_1\dot{x}_3 + k_1x_3) + \omega_r^2(x_3 x_1)]$  il vettore riga delle grandezze misurate in corrispondenza della k esima iterazione dell'algoritmo di stima
- $\hat{\mathbf{a}}_{1}^{k}(t) = \begin{cases} a \\ b \end{cases}$  il vettore colonna dei parametri stimati in corrispondenza della k esima iterazione dell'algoritmo di stima
- $p_{01}$  il passo di integrazione dello stimatore
- $y_1^k(t) = \ddot{x}_1$ l'uscita del sistema in corrispondenza della k esima iterazione dell'algoritmo di stima

per cui il problema può essere riscritto come:

$$\hat{\mathbf{a}}_1(t) = -p_{01} W_1^{kt}(t) e_{s1}^k(t)$$
(6.4.18)

Dove

$$e_{s1}(t) = W^{k}(t)\mathbf{\hat{a}_{1}^{k}}(t) - y^{k}(t)$$
(6.4.19)

La stima dei parametri all'iterazione k + 1 sarà ottenuta integrando numericamente la 6.4.18.

Dato che durante l'esecuzione delle prove sperimentali si è verificata l'esistenza di un errore di ripetibilità sulla misura del tiro dei fili attraverso il ponte estensimetrico montato su una molla di recupero (vedi capitolo 5), è stato previsto di calcolare l'errore di retroazione 6.4.5 utilizzando la stima fatta mediante la seconda equazione del sistema 6.1.20 linearizzata:

$$m_2 \ddot{x}_2 + r_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + 2 \frac{S}{L_{f0}} (x_2 - x_1) = 0$$
(6.4.20)

Nella 6.4.20 è stato trascurato l'effetto di variazione di lunghezza del filo. Questa può essere rielaborata come:

$$\ddot{x}_2 = -\frac{r_2}{m2}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - 2\frac{S}{L_{f0}m2}(x_2 - x_1)$$
(6.4.21)

che in termini matriciali diviene:

$$\ddot{x}_2 = \left[ -\frac{1}{m2} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - \frac{2}{L_{f0}m2} (x_2 - x_1) \right] * \left\{ \begin{array}{c} r^2 \\ S \end{array} \right\}$$
(6.4.22)

Si precisa che i segnali accelerometrici sono stati trattati nello stesso modo del caso precedente.

Quindi dalla 6.4.17 è possibile definire il funzionamento dell'algoritmo di stima. Definendo:

- $W_2^k(t) = \left[-\frac{1}{m^2}(\dot{x}_2 \dot{x}_1) \frac{2}{L_{f0}m^2}(x_2 x_1)\right]$  il vettore riga delle grandezze misurate in corrispondenza della k - esima iterazione dell'algoritmo di stima
- $\hat{\mathbf{a}}_{2}^{k}(t) = \begin{cases} r^{2} \\ S \end{cases}$  il vettore colonna dei parametri stimati in corrispondenza della k esima iterazione dell'algoritmo di stima
- $p_{02}$  il passo di integrazione dello stimatore
- $y_2^k(t) = \ddot{x}_2$  l'uscita del sistema in corrispondenza della k esima iterazione dell'algoritmo di stima

#### 6.5 Seconda strategia di tuning

per cui il problema può essere riscritto come:

$$\hat{\mathbf{a}}_2(t) = -p_{02}W_2^{kt}(t)e_{s2}^k(t)$$
(6.4.23)

Dove

$$e_{s2}(t) = W^{k}(t)\mathbf{\hat{a}_{2}^{k}}(t) - y^{k}(t)$$
(6.4.24)

La stima dei parametri all'iterazione k + 1 sarà ottenuta integrando numericamente la 6.4.23.

## 6.5 Seconda strategia di tuning

La seconda strategia per il tuning può essere definita di tipo empirico, nel senso che non si prefigge il raggiungimento delle condizioni ottimali di esercizio del TMD definite da Hartog in [20] ma, si basa sullo stesso obiettivo, ossia fare in modo che nell'intervallo di frequenze compreso tra le due risonanze l'autospettro medio dello spostamento della struttura principale risulti più basso possibile. Di conseguenza le condizioni ricavate sono:

- 1. Il tiro *S* si ritiene ottimizzato quando la differenza tra le ordinate dei picchi delle due risonanze è compresa in un piccolo range di tolleranza ( $\eta_f$ ) attorno allo zero.
- 2. Lo smorzamento assume un valore ottimo quando la differenza tra il valore medio delle altezze dei picchi e l'ordinata valutata per  $f_{min} = \frac{\sqrt{\frac{2S}{L_{f0}m_1}}}{2\pi}$ , ossia in corrispondenza della frequenza di risonanza dell'ATMD, dove è posto il minimo dell'autospettro (vedi capitolo 1), è compresa in un piccolo range di tolleranza ( $\eta_r$ ) attorno allo zero.

La frequenza  $f_{min}$  è stata ricavata sfruttando il tiro ricavato per mezzi dello stimatore on-line presentato nel paragrafo 6.4.1

E' evidente, quindi, che questa logica di controllo si basa sul calcolo dell'autospettro medio dello spostamento  $G_{x_1x_1}(f)$ , rispetto ai dati acquisiti in un intervallo di tempo *T*. Si precisa che prima del passaggio nel dominio delle frequenze, il segnale accelerometrico in un intervallo di tempo *T* è stato elaborato nel dominio del tempo; si provveduto a:

- 1. filtrare il segnale con il filtro Butterworth definito nel paragrafo 6.6
- 2. integrare nel tempo

Il segnale risultante è stato suddiviso in N sottointervalli (costituiti da n punti) ognuno dei quali è stato moltiplicato per una finestra Hanning. In questo modo è stato possibile calcolare l'autospettro:

$$G_{x_1x_1}^{\pm}(f) = E\left[X_{1k}^{*}(f)X_{1k}(f)\right] = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}X_{1k}^{*}(f)X_{1k}(f)$$
(6.5.1)

definito nell'intervallo  $-\frac{n}{2}\Delta f < f < \frac{n}{2}\Delta f$  (si ricorda che l'apice \* indica il coniugato di una grandezza complessa).

Dove

- *n* è il numero di punti che costituiscono il sottointervallo
- $\Delta f = \frac{f_{samp}}{n}$  è la risoluzione in frequenza,  $f_{samp}$  è la frequenza di acquisizione del segnale il cui valore è definito nel paragrafo

Quindi è stata calcolata la

$$G_{x_1x_1}(f) = \begin{cases} 2G_{x_1x_1}^{\pm}(f) & f > 0\\ G_{x_1x_1}^{\pm}(f) & f = 0\\ 0 & f < 0 \end{cases}$$
(6.5.2)

Dato che l'autospettro 6.5.2 è funzione dell'intensità della forzante, per rendere indipendenti i coefficienti dei controllori dalle condizioni di esercizio del sistema i segnali di errore di retroazione nei due casi sono stati definiti in funzione dell'autospettro normalizzato rispetto al suo valore massimo:

$$G_{norm}(f) = \frac{G_{x_1 x_1}(f)}{max\{G_{x_1 x_1}(f)\}}$$
(6.5.3)

Dalla 6.5.3 è possibile definire:

$$p_1 = max(G_{norm}(f)) \quad per \quad 0 < f < f_{min}$$

$$(6.5.4)$$

$$p_2 = max(G_{norm}(f)) \quad per \quad f_{min} < f < \frac{N}{2}\Delta f \tag{6.5.5}$$

6.5 Seconda strategia di tuning

$$p_3 = G_{norm}(f_{min}) \tag{6.5.6}$$

Da cui si ricavano i segnali di errore:

1. Per il controllore del tiro dei fili SMA:

$$e_{f} = \begin{cases} p_{2} - p_{1} & se \quad |p_{1} - p_{2}| > \eta_{f} \\ 0 & se \quad |p_{1} - p_{2}| > \eta_{f} \end{cases}$$
(6.5.7)

Si noti che  $e_f$  è positivo quando il picco a frequenza minore è più basso dell'altro ossia quando la frequenza propria dell'ATMD è troppo bassa quindi è necessario scaldare i fili; in questo modo non è stato necessario modificare la tecnica di controllo definita nel paragrafo 6.2.4

2. Per il controllore dello smorzatore elettromagnetico:

$$e_r = \begin{cases} \frac{p_1 + p_2}{2} - p_3 & se \quad |p_1 - p_2| > \eta_r \\ 0 & se \quad |p_1 - p_2| > \eta_r \end{cases}$$
(6.5.8)

In conclusione si precisa che è stato previsto di aggiornare i segnali di alimentazione dei circuito formato dai fili SMA e della bobina dello smorzatore a correnti parassite solo quando il valore del tiro stimato nell'intervallo di tempo T può essere considerato costante ossia:

$$[max\{S(t)\} - min\{S(t)\}] < \tau \quad per \quad t_k < t < t_k + T \tag{6.5.9}$$

Dove il pedice k indica La generica finestra temporale mentre  $\tau$  l'ampiezza dell'intervallo di tolleranza sulla variabilità del tiro.

In questo modo gli attuatori sono stati alimentati con valori di tensione derivanti dalla valutazione dell'autospettro del sistema in condizioni di regime, evitando effetti indesiderati legati al calcolo di quest'ultimo durante i transitori. Da questa condizione deriva l'andamento a gradini del tiro dei fili SMA durante le prove presentate nel paragrafo 7.4

## 6.6 Implementazione sperimentale

Al fine di testare sperimentalmente il comportamento del sistema, le due logiche di tuning e le tecniche di controllo di smorzatore elettromagnetico e fili SMA sono state implementate in ambiente Labview in modo da consentire l'interfacciamento del computer con il controller real-time NI cRIO 9022 uno schema del banco di prova è riportata in figura. Prima di definire nello specifico i parametri utilizzati relativamente a ciascuna logica, si precisa chi i segnali degli accelerometri posti in corrispondenza:

- del telaio che costituisce la massa del sistema principale  $\ddot{x}_1$
- della massa di legno  $\ddot{x}_2$
- della base  $\ddot{x}_3$

Sono stati acquisiti ad una frequenza  $f_{samp} = 200 Hz$  e filtrati con un filtro passa banda digitale di tipo Butterworth, i cui parametri sono definiti in tabella 6.6.1. Questo passaggio è stato fondamentale per l'esecuzione dei test sperimentali sulla prima logica di controllo, infatti entrambi gli algoritmi di stima on-line dei parametri si basano su un modello a due gradi di libertà, quindi è stato necessario depurare il segnale dai contributi derivanti dagli altri modi di vibrare del sistema. I segnali ottenuti sono stati integrati nel tempo per ricavare velocità e spostamenti necessari per definire le logiche di controllo.

	Parametri del filtro Butterworth
Frequenza di taglio minima	10 [Hz]
Frequenza di taglio massima	22 [Hz]
Ordine	5

Tabella 6.6.1: Parametri del filtro Butterworth

## prima logica di controllo

I parametri relativi alla prima logica, determinati sfruttando le simulazioni numeriche sono riassunti in tabella 6.6.2. Si precisa che questi non derivano da un processo di tuning del sistema ma, si è solo verificato che garantissero un buon compromesso tra prestazioni e stabilità: particolarmente critica è stata la definizione del passo del metodo di stima del tiro dei fili infatti, come definito in [23] un valore eccessivo di  $p_{02}$  può portare ad instabilità del metodo e ad errori della stima dei parametri a regime ma, allo stesso tempo è necessario che non vi sia una eccessivo ritardo nella stima; si ricorda, infatti, che il segnale di errore per il controllo dei fili è definito sulla base del tiro stimato quindi è fondamentale ridurre al minimo lo sfasamento rispetto a quello reale. Sempre per questo motivo si è previsto di inviare i segnale di alimentazione agli attuatori ogni 5 *s* in modo da lasciare allo stimatore un tempo sufficiente per tracciare il segnale reale.

In conclusone si precisa che i parametri ottimali dell'assorbitore sono stati definiti per ogni condizione di prova (vedi capitolo 7) grazie ad una stima preliminare mediante l'algoritmo 6.4.18 implementato in Simulink che si è rivelato più affidabile. Inoltre è necessario far notare che i guadagni relativi al controllo dello smorzatore a correnti parassite sono stati ricavati da simulazioni numeriche ma non sono stati utilizzati nelle prove sperimentali visto che il dispositivo è stato controllato con una tecnica feedforward.

Parametri del controllo dei fili SMA		
k <sub>pdf</sub>	0.05	
k <sub>pif</sub>	0.02 [cc]	
k <sub>Idf</sub>	0.3	
k <sub>Iif</sub>	0.6	
Parametri del controllo dello smorzatore elettromagnetico		
k <sub>pr</sub>	1.3	
k <sub>Ir</sub>	0.8	
Posso di integrazione degli algoritmi di stima dei parametri on-line		
<i>p</i> <sub>01</sub>	2.5	
<i>p</i> <sub>02</sub>	1.5	
tolleranza	0.5 [N]	

Tabella 6.6.2: Parametri della prima logica di controllo

## seconda logica di controllo

I parametri relativi alla seconda logica di tuning sono stati ricavati sperimentalmente seguendo gli stessi principi utilizzati nel caso precedente. I valori ottenuti

sono riassunti in tabella 6.6.3. Si precisa che il vantaggio fondamentale di questa logica sta nel fatto che richiede del solo segnale di acquisizione dell'accelerazione del sistema principale  $x_1$ , quindi può essere utilizzato in qualsiasi applicazione reale.

Parametri del controllo dei fili SMA			
k <sub>pdf</sub>	5		
k <sub>pif</sub>	2.5		
k <sub>Idf</sub>	7.5		
klif	6		
Parametri del controllo dello smorzatore elettromagnetico			
k <sub>pr</sub>	2.5		
k <sub>Ir</sub>	3.5		
tolleranze			
tolleranza	0.05		
$\eta_f$	0.1		
$\eta_r$	0.05		
au	0.1 [N]		
Altri parametri			
Lunghezza intervallo T	50 [s]		
Numero di medie (sotto-intervalli) N	10		
Risoluzione in frequenza degli autospettri	0.2 [Hz]		

Tabella 6.6.3: Parametri della seconda logica di controllo



Figura 6.2.1: "Experimentally-Based 1-D Material Model"



(a) Trasformazione diretta



(b) Trasformazione inversa

Figura 6.2.2: Regola della leva modificata



Figura 6.2.3: Soluzioni



Figura 6.2.4: Simulazione di un ciclo di temperatura
# 7.1 Verifica sperimentale del range di variazione della frequenza caratteristica dell'ATMD

Prima di procedere con i test sperimentali sul prototipo controllato in real-time, si è provveduto a verificare l'effettivo range di variazione della sua frequenza caratteristica. Per fare ciò, sono state eseguite due prove dinamiche, in diverse condizioni di temperatura dei fili (si precisa che in questo caso l'eccitazione pseudo-random del sistema è stata generata in una banda di frequenze compresa tra i 10Hz e i 50Hz):

- 1. In condizioni ambiente, per poter ricavare il valore minimo dell'intervallo prima citato. In figura 7.1.1 è riportata la funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ (vedi capitolo 6) rilevata sperimentalmente quando il filo ha raggiunto le condizioni di equilibrio termico.
- 2. A temperatura  $T = 110 \,^{\circ}\text{C}$ , ossia oltre la temperatura di fine trasformazione austenitica per sforzo applicato  $\sigma = 200 \, MPa$  (vedi capitolo 3). Per poter ricavare il valore massimo della frequenza di risonanza che il dispositivo può raggiungere. Mediante la relazione 6.2.51 si è ricavata la corrente di alimentazione dei fili pari a I = 1.55 A, per raggiungere la temperatura prima citata. In figura 7.1.2 è riportata la funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  rilevata sperimentalmente quando il filo ha raggiunto le condizioni di equilibrio termico.



Figura 7.1.1: funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : fili a temperatura ambiente



Figura 7.1.2: funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : fili a  $T = 110 \,^{\circ}\text{C}$ 

Sia in figura 7.1.1 che in 7.1.2 sono riportate, in linea rossa tratteggiata, le funzioni di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  valutate mediante il modello dinamico presentato nel capitolo

6, grazie alle quali è stata stimata la frequenza caratteristica dell'ATMD nei due casi:

- 1.  $\omega_{min} = 13.95 Hz$
- 2.  $\omega_{max} = 27.66 Hz$

Da cui è stato possibile verificare:  $\frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{min}} * 100 = 98.3\%$ , valore molto prossimo a quello previsto in fase di progetto.

### 7.2 Prove sperimentali dell'ATMD controllato

Si passa quindi alla presentazione dei risultati delle prove sperimentali eseguite secondo le modalità descritte nel capitolo 5. Si propone anche un confronto di questi risultati con quelli ottenuti mediante le simulazioni numeriche con il modello presenato nel capitolo 6 in modo da poter ricavare valutazioni in merito alla sua affidabilità e, di conseguenza, alla possibilità o meno di utilizzarlo per eventuali sviluppi futuri ed applicazioni reali.

E' necessario, innanzitutto, fare una breve descrizione di come sono state svolte le prove sperimentali: si è proceduto, inizialmente, a testare il comportamento del solo filo a memoria di forma, senza montare lo smorzatore a correnti parassite. La frequenza propria della struttura primaria è stata modificata aggiungendo di volta in volta masse da 100 g, per i motivi descritti nel capitolo 5. In particolare è stata testata la risposta dell'ATMD a variazioni a gradino della frequenza propria della struttura primaria di diversa ampiezza, ottenute mediante l'aggiunta delle masse, secondo la seguente procedura:

- 1. Partenza della prova da condizioni iniziali di sistema non tarato.
- 2. Attesa della risposta del filo fino alle condizioni di regime.
- 3. Aggiunta di un primo carico di 100 g.
- 4. Attesa del raggiungimento delle condizioni di regime.
- 5. Aggiunta di un ulteriore carico di 100 g.

- 6. Attesa del raggiungimento delle condizioni di regime.
- 7. Rimozione di tutta la massa aggiunta precedentemente.
- 8. Attesa del raggiungimento delle condizioni di regime.
- 9. fine prova

In questo modo è stato possibile verificare la capacita dell'ATMD di "adattare" la propria frequenza caratteristica in seguito a diverse variazioni della frequenza propria della struttura primaria. E' da specificare che le diverse condizioni di regime sono state mantenute per un tempo sufficiente a garantire una stima sufficientemente accurata delle funzione di trasferimento del sistema.

Per quanto riguarda il test del sistema con l'aggiunta di smorzamento relativo si è deciso di valutarne la risposta ad un singolo gradino, dato che in questo caso l'algoritmo di controllo è lineare (vedi capitolo 5) e quindi altre prove sarebbero sovrabbondanti.

Si procederà con l'analisi critica dei risultati relativi alla prima strategia di controllo nel caso non smorzato (vedi 6) e quindi con con l'introduzione di smorzamento relativo; lo stesso sarà fatto con la seconda strategia di controllo. Si precisa che nel seguito di questo capitolo il tiro a cui è soggetto il sistema, e da cui dipende la sua frequenza di risonanza, sarà indicato come tiro dei fili SMA.

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo

Come detto nella breve introduzione riportata sopra, si intende iniziare con la presentazione dei risultati delle prove sperimentali per quanto riguarda il primo algoritmo di controllo dell'assorbitore. E' necessario premettere che, come già citato nel capitolo 6, la stima del tiro ottimale del sistema nelle tre condizioni di regime differenti è stata eseguita preventivamente, utilizzando le tre accelerazioni acquisite come ingresso dell'algoritmo 6.4.18 implementato in Simulink. In particolare nelle figure 7.3.1, 7.3.2 e 7.3.3 sono riportate: la funzione di trasferimento tra lo spostamento verticale della struttura  $(x_1)$  e quello di vincolo  $(x_3)$ , ottenute dai segnali accelerometrici utilizzati per la stima preliminare del tiro ottimale (a) e l'andamento della stima stessa (b). I valori della stima a regime, riassunti in

tabella 7.3.1, sono poi stati imposti come segnale di riferimento, come previsto dalla strategia di controllo..



(b) Tiro ottimo stimato dall'algoritmo implementato in Simulink

Figura 7.3.1: Stima preliminare del tiro ottimale: solo struttura principale

#### Funzione di trasferimento X1/X3 (stimatore h1) modulo fase [rad] -2 -4 frequenze [Hz] (a) funzione di trasferimento $\frac{X_1}{X_2}$ Stima del tiro ottimale Tiro ottimo [N] 18└─ 0 tempo [s]

### 7 Prove sperimentali e confronto con il modello numerico

(b) Tiro ottimo stimato dall'algoritmo implementato in Simulink

Figura 7.3.2: Stima preliminare del tiro ottimale: struttura principale + 100 g

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo



(b) Tiro ottimo stimato dall'algoritmo implementato in Simulink

Figura 7.3.3: Stima preliminare del tiro ottimale: struttura principale + 200 g

# 7.3.1 Risultati della prova sperimentale (in assenza di smorzamento relativo)

Di seguito vengono riportati i dati acquisiti durante l'esecuzione della prova sperimentale. In figura 7.3.4 sono riportati gli andamenti temporali del tiro misurato 207

Massa [kg]	Tiro ottimale [N]
1.950 (struttura principale)	38.09
2.050	34.96
2.150	31.66

Tabella 7.3.1: Tiro ottimale

mediante il ponte estensimetrico presentato nel capitolo 5 (a) e stimato (b) a cui sono stati soggetti i fili SMA durante la prova; in figura 7.3.5 sono riportati i due andamenti sovrapposti: si può notare come il ritardo di stima sia decisamente contenuto; inoltre, è necessario precisare che i parametri del controllo sono stati scelti in modo tale che tale ritardo non costituisca un problema (come descritto nel capitolo 6). Sempre da figura 7.3.5 si può notare come l'errore di stima a regime sia veramente limitato, quindi, come si vedrà nel prossimo capitolo, non ha influito sulle prestazioni del dispositivo in termini di abbattimento delle vibrazioni del sistema primario (si ricorda che per la prima logica di controllo il tiro stimato costituisce il segnale di retroazione).

In figura 7.3.6 sono riportati gli andamenti di tensione elettrica e corrente con cui sono stati alimentati i fili, come previsto la corrente è inferiore ad 1.2 A; si nota in corrispondenza del secondo e dell'ultimo gradino, proprio dove si verifica un'inversione del verso del salto richiesto, l'effetto del controllo di tipo gainscheduling con l'impostazione di una diversa corrente media, in modo tale che il materiale non permanga per troppo tempo nei campi "extra-trasformazione" (come descritto nel capitolo6).

In conclusione nelle figure [7.3.7 - 7.3.11] vengono riportate le funzioni di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  del sistema nelle diverse condizioni di regime mentre in figura 7.3.12 è mostrato un confronto tra queste per rendere meglio l'idea del comportamento del dispositivo, ed in testimonianza della bontà del criterio scelto per il controllo del sistema e della capacita dell ATMD di adattare le proprie caratteristiche in funzione di quelle del sistema primario..

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo



Figura 7.3.4: Tiro dei fili SMA



Figura 7.3.5: Confronto tra tiro misurato e stimato

### 7.3.2 Confronto numerico sperimentale (in assenza di smorzamento relativo)

Si prosegue, quindi, con il confronto tra i risultati sperimentali presentati e commentati nel paragrafo precedente, con quelli ottenuti mediante simulazione numerica con il modello descritto nel capitolo 6. In particolare in figura 7.3.13 è rappresentato il confronto tra gli andamenti temporali del tiro dei fili SMA sperimentale, di cui si è già parlato, e quelli previsti mediante modello numerico. in figura 7.3.14 viene proposto lo stesso confronto in termini di corrente di alimentazione mentre nelle figure [7.3.15 - 7.3.19] in termini di funzioni di trasferimento. Si può notare come ci sia buona corrispondenza tra i due risultati sia per quanto rigurada il modello del materiale, come testimoniato dall'andamento temporale del tiro a cui sono soggetti i fili SMA, sia per quello dinamico del TMD come evidente dalle figure [7.3.15 - 7.3.19].Tuttavia è necessario fare alcune osservazioni: in figura 7.3.20 è riportato un ingrandimento del confronto tra gli andamenti temporali del Tiro in corrispondenza dell'ultimo gradino da 31.66 N a 38.09 N; proprio in corrispondenza di questo è evidente il limite maggiore del modello numerico utilizzato, ossia l'incapacità di descrivere il vero comportamento

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo



Figura 7.3.6: Andamento temporale di tensione e corrente di alimentazione dei fili SMA



Figura 7.3.7: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : condizioni iniziali



Figura 7.3.8: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 38.09 N a regime

del materiale in termini di legame sforzo temperatura nel passaggio dal campo "extra-trasformazione" a quello di "trasformazione" (vedi paragrafo 6.2). Si nota,

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo



Figura 7.3.9: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 34.96 N a regime



Figura 7.3.10: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 31.66 N a regime

infatti, come il tiro reale abbia un andamento più regolare in questa fase rispetto a quello stimato numericamente. Questo accade perchè nella realtà la transizione



Figura 7.3.11: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : tiro 38.09 N a regime



Figura 7.3.12: Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni di regime

tra i due campi avviene in un intervallo di temperature, mentre il modello assume che questo avvenga in corrispondenza di una determinata temperatura. Tuttavia

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo

questo fatto non influisce in modo rilevante sulla stima dei tempi di risposta del sistema, ciò significa che il modello utilizzato può essere comunque considerato affidabile. Per concludere è possibile imputare la piccola differenza tra le fasi delle funzioni di trasferimento riportare nelle figure [7.3.15 - 7.3.19] alla presenza di modi di vibrare della struttura con smorzamento rilevante prossimi a quelli di interesse, le transizioni di fase dei quali vanno a modificare quelle adiacenti.



Figura 7.3.13: Tiro dei fili SMA: confronto numerico sperimentale

### 7.3.3 Risultati della prova sperimentale (con smorzamento relativo)

In questa sezione vengono riportati i risultati della prova sperimentale del TMD con lo smorzatore elettromagnetico presentato nel capitolo 4 montato; si precisa che il test è stato eseguito aggiungendo alla struttura principale una massa di 100 g. Come per il caso trattato precedentemente, la stima dei parametri ottimali dell'ATMD è stata eseguita preventivamente mediante l'algoritmo 6.4.18 implementato in Simulink; i risultati della stima sono riportati in figura 7.3.21. Si ricorda che, come precisato nel capitolo 6, per la prima logica di tuning, ci si è limitati a testare un controllo di tipo feedforward infatti, questa si basa sulla definizione



Figura 7.3.14: Confronto corrente di alimentazione



Figura 7.3.15: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale : condizioni iniziali

della corrente che deve circolare a regime nella bobina per produrre il coefficiente di smorzamento ottimale (vedi paragrafo 6.4). Dato che il valore di smorzamento

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo



Figura 7.3.16: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale: tiro 38.09 N a regime



Figura 7.3.17: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale; tiro 34.96 N a regime



Figura 7.3.18: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale: tiro 31.66 N a regime



Figura 7.3.19: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale: tiro 38.09 N a regime

### 7.3 Risultati della prima strategia di controllo



Figura 7.3.20: Tiro dei fili SMA: confronto numerico sperimentale (ingrandimento)

ottimo stimato per questa condizione di prova è di 3.125  $\frac{Ns}{m}$  (vedi paragrafo 6.4 e figura 7.3.21c), dal modello presentato nel capitolo6 si ricava un valore di corrente che deve circolare a regime nell'avvolgimento di 0.452 A.

In figura 7.3.22 è riportato il confronto tra il tiro effettivo dei fili e quello stimato durante la prova: come si può notare, c'è stato un notevole ritardo iniziale nella stima, il che ha determinato una eccesso nella corrente di alimentazione come possibile notare in figura 7.3.23 con conseguente "sovraelongazione" del tiro rispetto al riferimento. Questo fenomeno è indesiderato rispetto a come stato progettato il sistema di controllo ma, allo stesso tempo previsto: come si può notare dall'andamento della corrente in figura 7.3.23 non c'è stato il passaggio alla condizione di "trasformazione diretta" come, invece, era successo regolarmente nella prova precedente in corrispondenza del secondo gradino; questo perchè il modulo dell'errore è rimasto contenuto entro la condizione di tolleranza di 0.5 N (vedi paragrafo 6.2.4), quindi il sistema si è adattato con maggiore lentezza ma anche regolarità. Si può, inoltre, osservare come la corrente di alimentazione del filo in questo caso sia molto diversa da quella raggiunta nel test presentato nel paragrafo precedente nelle stesse condizioni di tiro. Questo è dovuto al forte comportamen-

to isteretico che caratterizza il materiale il quale fa dipendere il suo stato attuale dalla storia temporale di sforzo e temperara a cui è stato sottoposto. Infatti, in questa prova si è arrivati a regime con tiro S = 34.96 N direttamente dalle condizioni iniziali, mentre in quella precedente questa condizione è stata raggiunta dopo aver compiuto un primo gradino a S = 38.09 N; quindi in quest'ultimo caso il materiale ha compiuto un ciclo di isteresi parziale. Per concludere in figura 7.3.24 sono riportate le funzioni di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  nelle diverse condizioni di regime, ed in particolare in figura 7.3.25 è rappresentato il loro confronto.

### 7.3.4 Confronto numerico sperimentale (con smorzamento relativo)

Di seguito viene proposto il confronto tra i risultati del test sperimentale prima descritto e quelli del modello numerico. Le figure 7.3.26 e 7.3.27 confermano la bontà del modello numerico utilizzato per simulare il comportamento dei fili in lega a memoria di forma. Lo stesso non si può dire per il modello dello smorzatore elettromagnetico: come si può notare da figura 7.3.28b è evidente come lo smorzamento prodotto dal magnete al neodimio sia inferiore rispetto a quello stimato in fase di progettazione (vedi capitolo 4); per avere una previsione precisa del campo magnetico al traferro da questo generato, sarebbe stato necessario modellare il circuito con elementi finiti. Dato che, per le ragioni citate nel paragrafo precedente, la corrente di alimentazione del'avvolgimento elettrico è stata impostata, secondo una logica feedforward, a 0.452A, a cui corrisponde il valore di smorzamento ottimale previsto dal modello numerico, tale errore si è propagato anche sui risultati a regime con smorzatore adattativo alimentato, come si evince da figura 7.3.28c. Questa problematica è risolvibile con una logica di controllo feedback sul valore dello smorzamento stimato con l'algoritmo 6.4.23, in questo modo è possibile eliminare tutti gli errori di modellazione.

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo

Si prosegue presentando i risultati dei test sperimentali sull'assorbitore adattativo controllato con la seconda logica presentata nel capitolo 6. Si ricorda che questa

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo



(b) Tiro ottimo stimato dall'algoritmo implemen-(c) Smorzamento ottimale stimato dall'algoritmo tato in Simulink implementato in Simulink

Figura 7.3.21: Stima preliminare dei parametri ottimali: test TMD smorzato

prevede di ricavare i segnali di errore (sia quello relativo al tiro a cui sono soggetti i fili SMA sia quello dello smorzamento) dall'autospettro dello spostamento della struttura principale, quindi, ha permesso di evitare gran parte delle problematiche riscontrate nel caso precedente. E' necessario precisare che: visto che il ponte estensimetrico montato sulla molla flessionale di recupero è soggetto ad una forte deriva termica, è stato comunque utilizzato il segnale dell'accelerometro montato



Figura 7.3.22: Confronto tra tiro misurato e stimato



Figura 7.3.23: Andamento temporale di tensione e corrente di alimentazione dei fili SMA

sulla massa di legno dell' ATMD per la stima del tiro (l'affidabilità dello stimatore è stata confermata dalle prove descritte precedentemente).

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo



Figura 7.3.24: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ 

# 7.4.1 Risultati della prova sperimentale (in assenza di smorzamento relativo)

Come fatto in precedenza vengono prima riportati i risultati della prova sperimentale sul sistema in assenza di smorzamento relativo. In figura 7.4.1 è riportato l'andamento temporale del tiro dei fili SMA misurato mediante il ponte estensimetrico montato su una molla di recupero (vedi capitolo 5), mentre in figura 7.4.2 quello stimato: come si può notare la prova è durata più di 3 ore, in questo arco di tempo il fenomeno di deriva termica prima citato ha prodotto effetti non trascurabili sulla misura del tiro quindi il confronto con il modello numerico che sarà



Figura 7.3.25: Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni di regime



Figura 7.3.26: Tiro dei fili SMA: confronto numerico sperimentale

proposto in seguito, verrà fatto rispetto all'andamento stimato.

In figura 7.4.3 sono riportati gli andamenti di tensione e corrente di alimen-



Figura 7.3.27: Confronto corrente di alimentazione

tazione dei fili, anche in questo caso si può notare l'effetto del controllo di tipo gain-scheduling. Per concludere nelle figura [7.4.4 - 7.4.8] sono rappresentate le funzioni di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  nelle diverse condizioni di regime mentre in figura 7.4.9 è riportato il loro confronto.

## 7.4.2 Confronto numerico sperimentale (in assenza di smorzamento relativo)

Prima di presentare i risultati relativi ad una simulazione complessiva della prova, è necessario fare alcune considerazioni. In figura 7.4.10 è riportato l'andamento temporale del tiro dei fili relativo a tre diverse simulazioni del primo gradino di adattamento della frequenza propria dell'ATMD, con diverse intensità di rumore di misura sull'accelerazione  $\ddot{x}_1$  del sistema da proteggere (l'intesità del rumore di misura è indicata in figura 7.4.10 come percentuale del valore rms del segnale). si nota come i tempi di convergenza del sistema alla condizione di regime siano molto diversi nei tre casi; di seguito si cercherà di motivare questo fenomeno.

In figura 7.4.11 è riportato un confronto tra gli autospettri a regime dello spostamento  $x_1$  (come descritto nel capitolo 6 il segnale accelerometrico è stato pre-



(c) Tiro 34.96 con smorzatore adattativo a regime

Figura 7.3.28: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : confronto numerico sperimentale

cedentemente filtrato); da questo si può osservare, come l'altezza e la larghezza dei picchi di risonanza sia molto simile tra le simulazioni e i dati sperimentali; questo dovrebbe escludere errori legati ai parametri del modello numerico (in particolare per quanto riguarda lo smorzamento). Alla base dei picchi di risonanza, dove il segnale di spostamento della struttura ha meno energia, gli autospettri relativi alle diverse simulazioni discostano notevolmente l'uno dall'altro per effetto della differente intensità del rumore di misura. E', quindi possibile immaginare che il rumore influisca sulla logica di controllo in particolar modo quando il dispositivo è molto "distante" dalle condizioni di tuning, ossia quando ha maggiore influenza sulla differenza di quota tra i picchi relativi alle due risonanze. Tuttavia

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo



Figura 7.4.1: Andamento temporale del Tiro dei fili SMA: misura



Figura 7.4.2: Andamento temporale del Tiro dei fili SMA: stima

confrontando figura 7.4.10 con figura 7.4.12, in cui è riportato un ingrandimento della misura del tiro durante il primo primo step di adattamento della frequenza propria dell'ATMD, è evidente come il modello numerico ne rispetti sia l'anda-



Figura 7.4.3: Andamento temporale di tensione e corrente di alimentazione dei fili SMA

mento a gradini nei transitori, dovuto al fatto che la logica di controllo prevede di riaggiornare la tensione di alimentazione dei fili solo se questi sono a regime termico (vedi paragrafo 6.5), sia il valore a regime.

Vengono, quindi, proposti i risultati di una simulazione completa della prova. Dalle figure 7.4.13 e 7.4.14 è possibile verificare come: a meno dei tempi impiegati per compiere la prova, gli andamenti ed in particolare, i valori a regime di tiro e corrente di alimentazione dei fili coincidono con quelli sperimentali (vedi figure 7.4.2 e 7.4.3).

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo



Figura 7.4.4: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : condizioni iniziali



Figura 7.4.5: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ :  $m_1 = 1.950 kg$  a regime

Nelle figure [7.4.15 - 7.4.19] è riportato il confronto numerico-sperimentale tra le funzioni di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  valutate a regime.



Figura 7.4.6: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ :  $m_1 = 2.050 kg$  a regime



Figura 7.4.7: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ :  $m_1 = 2.150 kg$  a regime

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo



Figura 7.4.8: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ :  $m_1 = 1.950 kg$  a regime



Figura 7.4.9: Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni di regime

# 7.4.3 Risultati della prova sperimentale (con smorzamento relativo)

Di seguito vengono presentati i risultati della prova sperimentale relativa alla seconda logica di controllo con lo smorzatore elettromagnetico alimentato. In que-231



Figura 7.4.10: Tiro dei fili SMA: simulazioni con diverse intensità di rumore sulla misura dell'accelerazione del sistema primario



Figura 7.4.11: Autospettri spostamento  $(x_1)$  del sistema da proteggere: confronto tra diverse intensità di rumore di misura

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo



Figura 7.4.12: Misura del tiro dei fili SMA: ingrandimento primo gradino



Figura 7.4.13: Tiro dei fili SMA: simulazione

sto caso risulta fondamentale verificare che il criterio di controllo si comporti in modo soddisfacente anche in ternini di smorzamento. In figura 7.4.20 è riportato l'andamento temporale della tensione e corrente di alimentazione dello smorza-



Figura 7.4.14: Corrente di alimentazione dei fili SMA: simulazione



Figura 7.4.15: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale: condizioni iniziali

tore, a regime il valore di corrente ottenuto è di  $\frac{V_{reg}}{R_b} = \frac{10.61V}{14.18\Omega} = 0.748A$  molto diverso dagli 0.452A stimati con il modello numerico. In figura 7.4.21 sono ripor-

### 7.4 Risultati della seconda strategia di controllo



Figura 7.4.16: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:  $m_1 = 1.950 kg$  a regime



Figura 7.4.17: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:  $m_1 = 2.050 kg$  a regime



Figura 7.4.18: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:  $m_1 = 2.150 kg$  a regime



Figura 7.4.19: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto numerico sperimentale:  $m_1 = 1.950 kg$  a regime
tate le funzioni di traferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  nelle tre fasi salienti della prova: si può notare come il valore di smorzamento ottenuto in questo caso è molto più prossimo alla condizione ottimale: il valore di corrente elevato è giustificabile dall'erronea previsione sullo smorzamento garantito dal magnete al neodimio (vedi capitolo 4). Per concludere la figura 7.4.22 rappresenta il confronto tra le funzioni di trasferimento prima citate: anche in questo caso visto che il valore di smorzamento vine modificato con tiro dei fili SMA, quindi frequenza propria dell'ATMD, costante si nota come i picchi della funzione di trasferimento vengano abbattuti.



Figura 7.4.20: Tensione e corrente di alimentazione dello smorzatore elettromagnetico

## 7.4.4 Confronto numerico sperimentale (con smorzamento relativo)

Quindi si propone il confonto con i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche. In figura 7.4.23 è riportato l'andamento di tensione e corrente di alimentazione dello smorzatore a correnti parassite stimati mediante il modello numerico: in questo caso si può notare come la durata del transitorio per raggiungere le condizioni di regime sia paragonabile a quello ottenuto sperimentalmente. Ciò è imputabile a due fatti:

- L'algoritmo di controllo dello smorzatore agisce quando il sistema risulta in condizioni di "tuning" dal punto di vista della frequenza propria: i due picchi di risonanza sono ben definiti.
- Il magnete permanente introduce un valore di smorzamento medio: il minimo tra i picchi di risonanza assume un valore non nullo.

Quindi, in questa condizione di esercizio, la logica risente meno dei problemi relativi al rumore di misura citati nel paragrafo 7.4.2. Come detto in precedenza non vi è alcuna corrispondenza rispetto ai livelli di tensione e corrente di alimentazione a regime dell'avvolgimento elettrico dello smorzatore a causa dell'errore commesso nella stima del coefficiente di smorzamento introdotto dal magnete permanente. In figura 7.4.24 è riportato il confronto tra le funzioni di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ .

#### 7.5 Confronto tra le due logiche di controllo

Per concludere viene proposto un confronto tra le due logiche di controllo. Si precisa, innanzitutto, che non si intende esprimere valutazioni in merito ai tempi di risposta del sistema nei due casi; solitamente, in natura, la variazione delle caratteristiche dinamiche di un sistema avviene più lentamente rispetto a quelle imposte per l'esecuzione di questi test, di conseguenza entrambi i criteri possono ritenersi soddisfacenti sotto questo punto di vista. Si osserva, inoltre, che ana-lizzando la seconda logica si è visto come la durata dei transitori sia fortemente

dipendente dal rumore di misura, quindi anche dallo strumento utilizzato per la misura dell'accelerazione del sistema primario.

Per quanto riguarda le prestazioni in termini di "adattamento" della frequenza propria dell'ATMD nelle figure [7.5.1 - 7.5.4] sono riportati i confronti tra le funzioni di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$  nelle diverse condizioni di regime raggiunte nella prova eseguita in assenza di smorzamento, mentre in tabella 7.5.1 sono riassunti i valori assunti dal tiro di fili SMA. Si nota come, in particolare nelle due condizioni intermedie, la seconda logica produca un tiro eccessivo, questo si deduce analizzando le figure 7.5.2 e 7.5.3 dove si nota come il picco relativo alla prima risonanza sia più alto rispetto a quello della seconda; questo è sicuramente dovuto al livello di tolleranza impostato sulla differenza tra le ascisse dei picchi di risonanza. Tuttavia, è evidente come questo non produca una significativa differenza tra i livelli di vibrazione del sistema principale nei due casi.

Nel caso, invece, del sistema con smorzamento relativo, dato che per la prima logica è stato, di fatto, realizzato un controllo di tipo feedforward, si ritiene poco significativo fare un confronto tra i risultati ottenuti.

	Tiro dei fili SMA: valori a regime			
<i>m</i> <sub>1</sub> [ <b>kg</b> ]	1.950	2.050	2.150	1.950
Logica 1: Tiro [N]	38.09	34.96	31.66	38.09
Logica 2: Tiro [N]	38.40	35.75	33.77	38.29

Tabella 7.5.1: Tiro dei fili SMA durante le prove senza smorzatore relativo: confronto tra le due logiche di controllo





Figura 7.4.21: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ 

#### 7.5 Confronto tra le due logiche di controllo



Figura 7.4.22: Confronto tra le funzioni di trasferimento nelle diverse condizioni di regime



Figura 7.4.23: Tensione e corrente di alimentazione dello smorzatore elettromagnetico: simulazione

#### 7.5 Confronto tra le due logiche di controllo



(c) Tiro 34.96 con smorzatore adattativo a regime

Figura 7.4.24: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : confronto numerico sperimentale



Figura 7.5.1: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto tra le due logiche di controllo:  $m_1 = 1.950 kg$  a regime



Figura 7.5.2: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto tra le due logiche di controllo:  $m_1 = 2.050 kg$  a regime

#### 7.5 Confronto tra le due logiche di controllo



Figura 7.5.3: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ , confronto tra le due logiche di controllo:  $m_1 = 2.150 kg$  a regime



Figura 7.5.4: Funzione di trasferimento  $\frac{X_1}{X_3}$ : confronto tra le due logiche di controllo $m_1 = 1.950 kg$  a regime

## Conclusioni e sviluppi futuri

In questo documento è stato presento il progetto e lo sviluppo di un prototipo di assorbitore dinamico adattativo mediante l'impiego di fili in lega a memoria di forma e di uno smorzatore a correnti parassite. La fase di progettazione è stata svolta basandosi sul "like-beam" SMA ATVN presentato da Rustighi nell'articolo [12], che rappresenta l'unico assorbitore dinamico basato sull'impiego dei leghe a memoria di forma finora prodotto. In questo caso, il progettista ha previsto di modificare la frequenza di risonanza del dispositivo sfruttando la variazione del modulo elastico del materiale che si verifica durante la trasformazione martensitica termoelastica. Partendo da questo riferimento si è cercato di realizzare un dispositivo in grado di garantire maggiori prestazioni sotto diversi punti di vista.

In seguito ad un approfondito studio del particolare comportamento delle leghe a memoria di forma si è ritenuto che la loro proprietà più vantaggiosa da sfruttare fosse il così detto "effetto memoria di forma a due vie". Questo fenomeno consiste nella capacità del materiale di modificare la propria forma quando sottoposto a cicli termici e ad un carico meccanico. Il sistema che è stato concepito è costituito da due coppie di fili SmartFlex di diamento  $\phi_f = 0.5 mm$  e lunghezza  $L_{f0} = 50 mm$  posti ai lati estremi di una massa  $m_1 = 100 g$  realizzata in legno e montati con precarico (quindi pre-deformati) su molle di recupero fissate al sistema da proteggere. Riscaldando i fili, questi tenderanno a recuperare la forma originale ma, a causa della presenza delle molle di recupero, questo può avvenire solo con un incremento del tiro a cui sono soggetti, con conseguente aumento della frequenza caratteristica del sistema. Durante il raffreddamento, invece, i fili tendono a recuperare la loro forma originaria riducendo l'allungamento delle molle, con conseguente riduzione del tiro agente sul sistema e quindi della sua frequenza caratteristica. Dalle prove sperimentali si è verificato un incremento percentuale della frequenza di risonanza pari al 98% per l'ATMD di nuova con-

#### Conclusioni e sviluppi futuri

cezione, contro il 21% del "like-beam" SMA ATVA. Come fatto da Rustighi i fili sono stati collegati in serie e alimentati in tensione in modo da essere riscaldati per effetto Joule; la ridotta sezione dei fili utilizzati ha consentito di mantenere la corrente di alimentazione al di sotto di 2*A* contro i 9*A* del dispositivo presentato in [12]. La particolare geometria scelta, rende il dispositivo più flessibile e facilmente modificabile per diverse condizioni di esercizio, infatti:

- Modificando il valore della massa centrale o la lunghezza dei fili è possibile spostare a piacimento l'intervallo di frequenza in cui può operare l'ATMD. Questo non è vero per il dispositivo presentato da Rustighi per il quale la sezione non può essere ulteriormente incrementata senza aumentare la corrente di alimentazione, mentre il diametro minimo e la lunghezza massima sono limitati da problemi di resistenza strutturale delle barrette.
- Le prestazioni del ATMD di nuova concezione non dipendono esclusivamente dalle proprietà di recupero di deformazione del materiale: progettando adeguatamente le molle di recupero è possibile ottenere le stesse prestazioni da materiali con diverse caratteristiche. Se ad esempio dovesse essere richiesto al dispositivo di lavorare ad elevate temperature perchè prossimo ad una sorgente di calore, potrebbero essere utilizzati fili in leghe create ad hoc per queste applicazioni; le quali, però, garantiscono minori capacità di recupero. Modificando la rigidezza delle molle non si verificherebbe uno scadimento delle prestazioni.

Aver sfruttato il fenomeno della memoria i forma a due vie ha, però, comportato una maggiore complessità delle fasi di progettazione, modellazione e realizzazione del sistema.

Per ampliare ulteriormente i possibili campi di applicazione si è previsto di montare sul sistema uno smorzatore a correnti parassite. In questo modo è possibile ottenere l'abbattimento delle vibrazioni della struttura principale anche nel caso in cui l'energia della forzante esterna sia distribuita su un'ampia banda di frequenza e quindi divengano eccessivamente ampie le vibrazioni legate ad un particolare modo di vibrare. Alcune problematiche sono state riscontrate durante le fasi di progettazione e realizzazione di questo componente. In particolare in fase di progettazione è stata stimata una riluttanza del circuito magnetico, componente fondamentale dello smorzatore, inferiore rispetto a quella ricavata sperimentalmente; per produrre un campo magnetico al traferro sufficiente ad ottenere il coefficiente di smorzamento massimo richiesto dall'ATMD, il dispositivo è stato modificato aumentando il numero di spire dell'avvolgimento elettrico e aggiungendo un magnete permanente in serie a quest'ultimo che ha permesso di produrre un valore medio di smorzamento non nullo. Questi interventi hanno consentito di limitare la corrente assorbita dalla bobina e, quindi, di testare il dispositivo in sicurezza. Per eventuali sviluppi futuri o applicazioni reali sarebbe possibile realizzare uno smorzatore completamente controllabile, in modo che, all'occorrenza, il dispositivo possa svolgere la funzione di ATVN.

Inoltre, dato che l'obiettivo di questo lavoro di tesi si è basato sulla definizione del principio di funzionamento del sistema e sulla sua validazione sperimentale, il prototipo costruito è stato montato direttamente sul sistema primario realizzato appositamente per ospitarlo. Per applicazioni reali è necessario progettare sistemi di montaggio sulla struttura da proteggere ad hoc, tenendo presente che, se possibile, è meglio evitare l'utilizzo di telai di supporto per non modificarne la massa.

Due logiche di tuning sono state utilizzate per il controllo dei parametri di tiro dei fili e smorzamento dello smorzatore elettromagnetico, in modo da minimizzare in ogni condizione di esercizio l'ampiezza delle vibrazioni della struttura principale:

- La prima basata sulla stima on line dei parametri ottimali dell'ATMD.
- La seconda, empirica, basata sulla geometria dell'autospettro medio dello spostamento del sistema primario.

Il comportameto dell'ATMD è stato prima valutato mediante il modello numerico sviluppato in ambiente Simulink, quindi sono state realizzate delle prove sperimentali sul prototipo.

Dal confronto tra i risultati delle prove sperimentali e quelli ottenuti mediante simulazioni numeriche si è verificato che:

#### Conclusioni e sviluppi futuri

- Il tempo di adattamento del sistema controllato attraverso la seconda logica di tuning dipende molto dal rumore di misura dell'accelerazione del sistema primario.
- Le modalità con cui è stato dimensionato il magnete permanente hanno prodotto una grande incertezza sul valore del coefficiente di smorzamento da esso prodotto.

Il lavoro ha mostrato come si possibile avere prestazioni più che soddisfacenti dall'utilizzo di leghe a memoria di forma per realizzare un ATMD e sono stati apportati significativi avanzamenti rispetto allo stato dell'arte. Inoltre il modello analitico-numerico sviluppato ha dimostrato di essere affidabile e, dunque, capace di costituire la base per sviluppi futuri e applicazioni reali.

### Appendice

# A. Formula esatta per il calcolo della riluttanza del circuito magnetico

Il teorema di circuitazione espresso dall'equazione 4.2.7 può essere riscritto come:

$$Ni = \int_{r_i}^{r_i+t} \frac{BA}{\mu_0 A} dr \tag{5.1}$$

Definendo il flusso magnetico  $\Phi = BA$  e sfruttando il terorema di Gauss, il quale afferma che il flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie chiusa non dipende dalla posizione di quest'ultima; è possibile riscrivere la 5.1 come:

$$Ni = \Phi \int_{r_i}^{r_i + t} \frac{1}{\mu_0 A} dr$$
 (5.2)

Da cui si ricava per definizione (vedi [29]):

$$\Theta = \int_{r_i}^{r_i+t} \frac{1}{\mu_0 A} dr = \int_{r_i}^{r_i+t} \frac{1}{\mu_0 2\pi r h} dr = \frac{1}{\mu_0 2\pi h} (\ln(r_i+t) - \ln(r_i+t)) \quad (5.3)$$

Sostituendo nella 5.3 i valori numerici si ottiene  $\Theta = 2.21 * 10^{-7} H - 1$  contro i  $2.1890 * 10^6 H^{-1}$  della formula approssimata utilizzata per il progetto.

## Bibliografia

- [1] Diana, G. & Cheli, F. (2003). "Dinamica e vibrazione dei sistemi". Utet.
- [2] Bonello, P. (2011). "Adaptive Tuned Vibration Absorbers: Design Principles, Concepts and Physical Implementation". InTech.
- [3] Longbottom, C.J.; Day M.J. & Rider, E. (1990). "A self tuning vibration absorber". UK Patent No. GB218957B.
- [4] Long, T.; Brennan, M.J. & Elliott, S.J. (1998). "Design of smart machinery installations to reduce transmitted vibrations by adaptive modification of internal forces". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering Part I: Journal of Systems and Control Engineering, Vol.212, No.13, pp. 215-228.
- [5] Bonello, P.; Brennan, M. J. & Elliott, S. J. (2005). "Vibration control using an adaptive tuned vibration absorber with a variable curvature stiffness element". Smart Mater. Struct., Vol.14, No.5, pp. 1055-1065.
- [6] Hong, D.P. & Ryu, Y.S. (1985). "Automatically controlled vibration absorber". US Patent No. 4935651.
- [7] Brennan, M.J. (2000). "Actuators for active control tunable resonant devices". Applied Mechanics and Engineering, Vol.5, No.1, pp. 63-74.
- [8] Carneal, J.P.; Charette, F. & Fuller, C.R. (2004). "Minimization of sound radiation from plates using adaptive tuned vibration absorbers". J. Sound and Vibration, Vol.270, pp. 781-792.
- [9] Gsell, D.; Feltrin, G. & Motavalli, M. (2007). "Adaptive Tuned Mass Damper based on Pre-stressable Leaf-springs". Journal of Intelligent Material

Systems and Structures 2007 18: 845 originally published online 29 March 2007.

- [10] Liang, C. and Rogers, C. A. (1989). "Behavior of shape memory alloy reinforced composite plates part I: model formulations and control concepts". Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. 89-1389-CP 2011–7.
- [11] Liang, C. and Rogers, C. A. (1989). "Behavior of shape memory alloy reinforced composite plates part II: results" Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. 89-1331-CP 1504–13.
- [12] Rustighi, E.; Brennan, M.J. & Mace, B.R. (2005). "A shape memory alloy adaptive tuned vibration absorber: design and implementation". Smart Mater. Struct., Vol.14, No.1, pp. 19–28.
- [13] Rustighi, E.; Brennan, M.J. & Mace, B.R. (2005). "Real-time control of a shape memory alloy adaptive tuned vibration absorber". Smart Mater. Struct., Vol.14, No.1, pp. 1184-1195.
- [14] Schwartz, M. (2002)."Enciclopedia of Smart Materials", Wiley-Interscience.
- [15] Tuissi, A.; Mitchell, M.R.; San Juan, J. SMST-2008, ASM International.
- [16] Lagoudas, D.C. (2010). "Shape Memory Alloys. Modeling and Engineering Application". Springer.
- [17] Mirzaei,S. (2007). "A Flexible Electromagnetic Damper". Electric Machines & Drives Conference.
- [18] Amati, N.; Carabelli, S.; Cavalli, F.; Macchi, P.; Silvagni, M.; Tonoli, A. (2005). "Smorzamento con correnti parassite di strutture vibranti".XXXIV Convegno Nazionale AIAS – Milano, 14-17 settembre 2005.
- [19] Bae, J.S.; Kwak, M.K.; Inman, D.J. (2005). "Vibration suppression of a cantilever beam using eddy current damper". Journal of Sound and Vibration 284 (2005) 805–824.

- [20] Franceschetti, G. (2007). "Guida ai magneti permanenti". Sandit Editore.
- [21] Ormondroyd, J; D.Hartog, D. (1928). "The theory of the dynamic vibration absorber". Journal of Applied Mechanics, 49 – 50 (1928) A9 – A22.
- [22] Senthilkumar, P; Umapathy, M. (2013). "Use of load generated by a shape memory alloy for its position control with a neural network estimator". Journal of Vibration and Control published online 7 May 2013
- [23] Slotine, E; Li, W. (1991). "applied nonlinear control". Prentice Hall
- [24] Sivasundaram, S. (2004). "Advances in Dynamics and Control". CRC Press, 2004
- [25] Bendat,J. and Piersol, A.G. "Engineering applications of correlation and spectral analysis". John Wiley and Sons
- [26] Nicholas, A. Schilderb, N. (2009). "Exploring the performance of a nonlinear tuned mass damper". Journal of Sound and Vibration 319 (2009) Pag. 445–462
- [27] Behrens, S. Flemingan, A.J. Moheimani S.O.R. (2002). "A broadband controller for shunt piezoelectric damping of structural vibration". Smart Mater. Struct. 12 (2003) 18–28.
- [28] Taliercio, A. (2006). "Introduzione alla meccanica dei solidi". Esculapio
- [29] Rizzoni, G. (2013). *"Elettrotecnica. Principi e applicazioni"*. The McGraw-Hill Companies
- [30] Senthilkumar, P. Umapathy, M. (2013). "Use of load generated by a shape memory alloy for its position control with a neural network estimator".
  Journal of Vibration and Control 1–11
- [31] Bakrez, S. V. Jangid, R. S. (2007). "Optimum parameters of tuned mass damper for damped main system". Struct. Control Health Monit. 2007; 14:448–470