

**POLITECNICO DI MILANO**  
FACOLTA' DI INGEGNERIA INDUSTRIALE  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aeronautica



Identificazione di modelli di pilota di  
elicottero volontario/involontario per lo  
studio dei fenomeni di accoppiamento  
pilota-veicolo

Candidato:  
Marco Marforio:  
Matricola: 764793

Relatore:  
Prof. Giuseppe Quaranta

Anno Accademico 2012-2013



## Sommario

Negli ultimi anni è stata dedicata una particolare attenzione alle problematiche di accoppiamento fra pilota ed elicottero (RPC, *Rotorcraft Pilot Coupling*), col tentativo di dare una giustificazione teorica e sperimentale alle dinamiche che ne favoriscono la comparsa e l'evoluzione. In tale contesto risulta chiaro il ruolo del pilota, per il quale sono stati proposti diversi modelli matematici, nel tentativo di riprodurre il comportamento durante una tipica operazione di volo. Partendo da quest'idea, col presente lavoro si cercherà di individuare una correlazione fra il tipo di missione di volo, il carico di lavoro e l'attitudine del pilota a manifestare dinamiche di RPC. Per far ciò verranno sfruttati i risultati di una campagna sperimentale, costruita ad *hoc* per esaltare le dinamiche di accoppiamento sopra citate, in un processo di identificazione che riesca a modellare opportunamente il comportamento dei diversi piloti.

In una prima fase si analizzerà il comportamento di diversi algoritmi di identificazione in anello chiuso, in modo da trovare il metodo più adatto a tale problematica. Successivamente si applicherà tale algoritmo ai segnali misurati durante la campagna sperimentale condotta presso l'UoL (*University of Liverpool*), al fine di ricavare un modello matematico che descriva il comportamento del pilota nelle varie condizioni di volo. Per ultimo verranno analizzati i risultati ottenuti e si discuterà di un loro possibile utilizzo futuro nel tentativo di ridurre le problematiche legate al RPC.

## Abstract

In recent years a particular attention has been dedicated to rotorcraft-pilot coupling (RPC), in order to explain, both theoretically and practically, the dynamics that favour its trigger and evolution. In this context, the pilot has a leading role and therefore several mathematical models have been proposed, attempting to reproduce his behaviour during a typical flight task. Starting from this idea, the present work aims to find a correlation between the specific task, the workload and the pilot's attitude in developing RPC events. To do so, the results of an experimental activity (specifically developed to highlight the above mentioned coupling dynamics) will be used.

In the first part, the behaviour of several closed loop identification algorithms is analysed, in order to find the most suitable one. Afterwards, the chosen algorithm is applied to signals coming from the experimental campaign at the UoL (*University of Liverpool*), in order to obtain a mathematical model which describes pilot behaviour in different flying conditions. Finally, a discussion about the results is reported, pointing out possible future applications in the attempt to reduce RPC accidents.



# Indice

<b>I</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>2 Aircraft/Rotorcraft-Pilot Coupling</b>	<b>7</b>
2.1 Fenomenologia . . . . .	8
2.2 Eventi Scatenanti . . . . .	14
2.3 Metodi per l'individuazione del PIO . . . . .	14
2.4 Metodi per l'individuazione dei livelli di carico di lavoro . . . . .	15
2.4.1 <i>Pilot Inceptor Workload</i> . . . . .	16
2.4.2 <i>Phase Aggression Criterion</i> . . . . .	17
2.5 Caratterizzazione dei fenomeni di PAO per elicotteri . . . . .	17
2.6 Mezzi di prevenzione per il PAO . . . . .	18
<b>3 Metodi per l'identificazione del modello di pilota</b>	<b>21</b>
3.1 Modello semplificato del velivolo . . . . .	21
3.1.1 Elicottero . . . . .	22
3.1.2 Pilota Attivo . . . . .	24
3.1.3 Pilota Passivo . . . . .	26
3.1.4 Chiusura dell'Anello di Controllo . . . . .	28
3.1.5 Ingressi e Rumori . . . . .	28
3.2 Qualità dell'identificazione . . . . .	32
3.2.1 $R_T^2$ , $YIC$ e Cross-Validazione . . . . .	35
3.3 Confronto Algoritmi di Identificazione . . . . .	37
3.3.1 Identificazione nel dominio del tempo . . . . .	37
3.3.2 <i>N4SID</i> . . . . .	39
3.3.3 <i>PBSID</i> . . . . .	44
3.3.4 <i>IVSVF</i> . . . . .	48
3.3.5 <i>RIVC</i> . . . . .	52
3.3.6 Analisi al variare del ritardo temporale . . . . .	55
3.4 Conclusioni . . . . .	60
<b>II</b>	<b>63</b>
<b>4 Identificazione del Modello</b>	<b>65</b>
4.1 Campagna Sperimentale . . . . .	66
4.1.1 Manovra verticale - <i>Altitude Hold</i> . . . . .	69
4.1.2 <i>Roll Step</i> . . . . .	70

4.2	Trattamento dei Segnali . . . . .	71
4.2.1	Filtraggio . . . . .	72
4.2.2	Scelta dell'Intervallo Temporale . . . . .	72
4.2.3	Ricostruzione della Posizione Desiderata . . . . .	73
4.3	Tecniche di Identificazione . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Modelli a 2 gradi di libertà</b>	<b>77</b>
5.1	<i>Position Hold Task</i> . . . . .	77
5.1.1	Filtro per gli ingressi del pilota attivo . . . . .	84
5.1.2	Aggiunta del terzo ingresso . . . . .	86
5.2	Confronto dei risultati e analisi di stabilità . . . . .	88
5.2.1	<i>Test pilot 1</i> . . . . .	92
5.2.2	<i>Test pilot 5</i> . . . . .	98
5.2.3	<i>Test pilot 9</i> . . . . .	101
5.3	Considerazioni . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Modelli a più gradi di libertà</b>	<b>107</b>
6.1	<i>Roll Step Task</i> . . . . .	107
6.1.1	Scelta dei segnali I/O . . . . .	108
6.2	Risultati identificazione e analisi di stabilità . . . . .	110
6.2.1	Identificazione a tratti . . . . .	113
<b>7</b>	<b>Conclusioni e Sviluppi Futuri</b>	<b>121</b>
<b>III</b>	<b>Appendici</b>	<b>123</b>
<b>A</b>	<b>Identificazione di modelli nel dominio del tempo</b>	<b>125</b>
A.1	Metodo ai minimi quadrati . . . . .	126
<b>B</b>	<b>Stabilità dei sistemi in retroazione</b>	<b>129</b>
B.1	Schema a blocchi di un sistema retroazionato . . . . .	129
B.2	Criterio di Nyquist . . . . .	130
B.2.1	Sistemi con retroazione positiva . . . . .	131
B.2.2	Sistemi con ritardo . . . . .	132
<b>C</b>	<b>Risultati supplementari identificazione - <i>test pilot 5</i></b>	<b>133</b>
<b>D</b>	<b>Risultati supplementari identificazione - <i>test pilot 9</i></b>	<b>137</b>

# Elenco delle figure

2.1	Schema generale di pilotaggio. . . . .	8
2.2	Schema dettagliato delle interazioni pilota-elicottero. . . . .	8
2.3	Esempi di PIO . . . . .	10
2.4	Modello biodinamico discreto del pilota . . . . .	12
2.5	Interazione pilota-elicottero in frequenza. . . . .	12
2.6	Statistiche RPC/APC . . . . .	13
2.7	Calcolo della <i>larghezza di banda</i> e del <i>ritardo di fase</i> . . . . .	15
2.8	<i>Bandwidth/Phase delay criterion</i> - esempi (ADS 33) . . . . .	16
2.9	<i>Pilot Inceptor Workload</i> . . . . .	16
2.10	<i>Disposizione dei comandi di volo in un elicottero.</i> . . . . .	17
2.11	Caratteristiche degli elicotteri implementati nel modello . . . . .	18
2.12	Funzioni di trasferimento d'anello del sistema accoppiato elicottero-pilota. . . . .	19
2.13	Diagrammi di Nyquist associati alle FdT d'anello del sistema accoppiato elicottero-pilota. . . . .	19
3.1	Set-up sperimentale della manovra verticale . . . . .	22
3.2	modello di elicottero semplificato a due gradi di libertà - angolo di flappeggio collettivo ( $\beta_0$ ) e coordinata baricentrica lungo l'asse verticale ( $z$ ) . . . . .	23
3.3	Schematizzazione del modello Biodinamico di pilota passivo secondo Mayo . . . . .	26
3.4	schema a blocchi del sistema pilota-elicottero in anello chiuso . . . . .	28
3.5	ingressi del sistema in anello chiuso: traiettoria desiderata (in alto), raffica (in basso) . . . . .	29
3.6	Schema a Blocchi del sistema ( <i>Simulink</i> ) . . . . .	30
3.7	Dettaglio dei sotto sistemi del modello ( <i>Simulink</i> ) . . . . .	31
3.8	Filtro di Wash Out . . . . .	31
3.9	Andamento temporale di $z$ , $\dot{z}$ e $\ddot{z}$ . . . . .	32
3.10	YIC - andamento al variare dei parametri . . . . .	36
3.11	<i>n4sid</i> - differenza tra identificazione <i>classica</i> e a sottospazi . . . . .	39
3.12	N4SID - confronto segnale vero/simulato . . . . .	42
3.13	N4SID - $R_T^2$ . . . . .	43
3.14	Relazione tra spazio $z$ e spazio $s$ . . . . .	44
3.15	PBSID - prestazioni al variare del polo di ritardo . . . . .	46
3.16	PBSID - $R_T^2$ . . . . .	47
3.17	PBSID - confronto FdT identificate . . . . .	49

3.18	IVSVF - prestazioni al variare del polo di ritardo ( $\lambda$ ) . . . . .	51
3.19	IVSVF - $R_T^2$ . . . . .	52
3.20	IVSVF - confronto FdT identificate . . . . .	53
3.21	Schema di filtraggio ibrido usato nell'implementazione di <i>RIVC</i> . . . . .	55
3.22	RIVCBJ - $R_T^2$ . . . . .	56
3.23	RIVCBJ - confronto FdT identificate . . . . .	57
3.24	Approssimazione alla Padè . . . . .	58
3.25	$R_T^2$ - confronto al variare del ritardo $\tau_e$ - comportamento a bassa frequenza (sopra), comportamento ad alta frequenza (sotto) . . . . .	58
3.26	Poli e Zerì - confronto al variare del ritardo $\tau_e$ - differenza norma- lizzata fra valore vero e stima . . . . .	59
3.27	Confronto degli algoritmi adottati per l'identificazione . . . . .	61
4.1	Simulatore di volo dell'UoL . . . . .	67
4.2	Simulatore di volo - Blocco di filtraggio . . . . .	68
4.3	Manovra Verticale ( <i>Altitude Hold</i> ) - Specifiche . . . . .	69
4.4	Manovra Verticale ( <i>Altitude Hold</i> ) - campo di volo . . . . .	70
4.5	Manovra di <i>Roll Step</i> . . . . .	70
4.6	Manovra di <i>Roll Step</i> - Specifiche . . . . .	71
4.7	Coerenza fra l'uscita e i due ingressi nel modello LTI del pilota . . . . .	71
4.8	Diagramma di Bode del filtro passabasso usato nella preprocessa- zione dei segnali . . . . .	73
4.9	Segnali I/O - manovra <i>Position Hold</i> . . . . .	74
5.1	Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Steve Cheyne (Pilota) . . . . .	80
5.2	FdT pilota - Test 1,2,3,4,6,7 . . . . .	83
5.3	Test Pilot 1 - Test 11 - Confronto segnale vero/simulato . . . . .	84
5.4	Test Pilot 1 - Test 11 - Funzioni di trasferimento del pilota . . . . .	85
5.5	Confronto segnale vero/filtrato . . . . .	86
5.6	esempio dei profili di quota e velocità desiderati . . . . .	87
5.7	Confronto segnali ottenuti con modelli a 2 e 3 ingressi . . . . .	89
5.8	Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Test Pilot 1 (SC) . . . . .	92
5.9	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 6 . . . . .	94
5.10	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 7 . . . . .	94
5.11	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 9 . . . . .	95
5.12	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 11 . . . . .	95
5.13	Confronto Funzioni di trasferimento - Test Pilot 1 (SC) - MISO3 . . . . .	96
5.14	Confronto diagramma di Nyquist delle funzioni ad anello - Test Pilot 1 (SC) . . . . .	97
5.15	Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Test Pilot 5 (VM) . . . . .	98
5.16	Confronto Funzioni di trasferimento - Test Pilot 5 (VM) . . . . .	99
5.17	Confronto diagramma di Nyquist delle funzioni ad anello - Test Pilot 5 (VM) . . . . .	100
5.18	Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Test Pilot 9 (PM) . . . . .	101



5.19	Confronto Funzioni di trasferimento - Test Pilot 9 (PM) . . . . .	103
5.20	Confronto diagramma di Nyquist delle funzioni ad anello - Test Pilot 9 (PM) . . . . .	104
6.1	Confronto della coerenza ottenuta con $y$ e $\psi$ . . . . .	109
6.2	Segnali utilizzati per l'identificazione . . . . .	110
6.3	Confronto FdT identificate e analisi di stabilità . . . . .	111
6.4	Roll Step - confronto segnali temporali . . . . .	112
6.5	<i>Confronto temporale test 4 - 5</i> . . . . .	113
6.6	Scomposizione dei segnali in tratti rettilinei . . . . .	115
6.7	Identificazione nei tratti rettilinei . . . . .	116
6.8	Diagrammi di Nyquist - Test 4 . . . . .	117
6.9	Diagrammi di Nyquist - Test 5 . . . . .	118
B.1	Schema a blocchi di un sistema controllato in retroazione . . . . .	130
B.2	Funzione d'anello . . . . .	130
B.3	Diagramma di Nyquist . . . . .	131
B.4	Margini di guadagno e fase - rappresentazione grafica . . . . .	132
B.5	Diagramma di Nyquist in presenza di ritardo . . . . .	132
C.1	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM) - test 4 . .	133
C.2	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM)- test 5 . .	134
C.3	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM) - test 8 . .	134
C.4	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM) - test 12 .	135
D.1	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 5 . .	137
D.2	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 7 . .	138
D.3	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 9 . .	138
D.4	FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 12 .	139



# Elenco delle tabelle

2.1	PIO/PAO . . . . .	9
3.1	dati del modello semplificato di elicottero (SA330 PUMA) . . . . .	24
3.2	caratteristiche biodinamiche pilota . . . . .	26
3.3	poli e zeri <i>veri</i> del sistema pilota . . . . .	34
3.4	<i>n4sid</i> - confronto poli e zeri - rumore assente . . . . .	43
3.5	<i>ivsvf</i> - confronto poli e zeri . . . . .	50
3.6	confronto poli e zeri . . . . .	60
4.1	Caratteristiche del IAR330 e BO105 . . . . .	66
4.2	Piloti . . . . .	69
5.1	Specifiche delle prove - manovra verticale 2 DOFs . . . . .	79
5.2	poli e zeri - Test pilot 1 . . . . .	81
5.3	Test Pilot 1 - Test 11 - Poli e zeri . . . . .	85
5.4	Tecniche di Identificazione . . . . .	88
6.1	Specifiche Roll Step - Bo105 . . . . .	108



# Parte I



# Capitolo 1

## Introduzione

Un pilota di elicottero, nello svolgimento di una generica operazione di volo, si trova ad operare in un contesto molto complesso, in cui la presenza di input visuali e accelerometrici, unitamente alla moltitudine di sotto-sistemi che costituiscono la macchina, possono portare a delle interazioni potenzialmente pericolose per la stabilità del sistema. L'operatore umano gioca un ruolo fondamentale nel fenomeno di accoppiamento, in quanto, con la sua azione sui comandi di volo, porta alla chiusura dell'anello di controllo. Senza scendere nel dettaglio del problema, in particolari condizioni può capitare che le percezioni sensoriali del pilota sia fuorvianti, e si traducano in un'azione sui comandi tale da portare il sistema all'instabilità. Secondo la definizione data da McRuer, sono necessari tre elementi affinché si instauri un fenomeno di RPC: una dinamica della macchina sfavorevole, la chiusura dell'anello di controllo da parte del pilota, e per ultimo un evento scatenante (*trigger*) che porti il pilota ad alterare improvvisamente la strategia di pilotaggio. Il fatto che in un elicottero la problematica sia particolarmente sentita è dovuto al fatto che in questa classe di aeromobili coesiste una moltitudine di dinamiche prossime (per quanto riguarda il loro valore in frequenza) a quelle dell'essere umano, che ne determinano quindi un maggior numero di scenari di accoppiamento possibili.

Il presente lavoro si inserisce nell'ambito del progetto europeo *ARISTOTEL* (*Aircraft and Rotorcraft Pilot Couplings – Tools and Techniques for Alleviation and Detection*), che mira allo studio e alla comprensione dei fenomeni di A/RPCs (*Aircraft/Rotorcraft - Pilot Coupling*), così da poter ampliare la conoscenza del fenomeno e sviluppare metodologie atte a ridurne il manifestarsi.

In particolare, da una collaborazione fra *Politecnico di Milano* e la *University of Liverpool* è nato uno studio sperimentale allo scopo di mettere in luce gli elementi maggiormente influenti nello sviluppo di fenomeni di accoppiamento pilota-elicottero. La campagna sperimentale ha visto impegnati diversi piloti professionisti, ai quali è stato chiesto di eseguire alcune manovre al simulatore, durante le quali si è agito opportunamente sui parametri del sistema, al fine di incrementare il carico di lavoro e di conseguenza la riduzione del margine di stabilità del sistema.

Una volta concluso l'*iter* sperimentale, è possibile sfruttare i risultati ottenu-

ti per trovare una relazione che lega il tipo di task e il carico di lavoro svolto dal pilota con la risposta dinamica mostrata dal pilota stesso? Che strumenti si possono adottare per caratterizzare il comportamento del pilota durante lo svolgimento di una missione di volo? Considerando il tipo di problema sotto analisi, è possibile adottare un schema identificativo lineare per modellare la risposta del pilota? Con queste domande possiamo ben riassumere i principali obiettivi che ci si è posti all'inizio del presente lavoro di tesi.

La ricerca di modelli è di primaria importanza in quasi tutti i campi della ricerca scientifica. La loro funzione è di descrivere il comportamento di un sistema in funzione del tempo e delle condizioni al contorno. Le applicazioni sono molteplici; dalla comprensione di fenomeni di cui si hanno a disposizione misure sperimentali, la simulazione di un esperimento (qualora l'esperimento vero fosse di difficile realizzazione), analisi parametriche, *operator training*, fino allo sviluppo di sistemi di controllo automatici. Tali modelli si distinguono in *modelli fisici*, quando il comportamento del sistema è descritto in funzione del comportamento di tutti i sotto-sistemi, in accordo con le leggi generali che li governano, oppure *modelli matematici*, in cui la dinamica da descrivere è ridotta ad una relazione ingresso/uscita, una sorta di *scatola nera*, i parametri della quale non hanno necessariamente una diretta correlazione con quantità fisiche. Noi saremo interessati principalmente a quest'ultima categoria, nella ricerca di un modello matematico che descriva il comportamento del pilota di elicottero, durante lo svolgimento delle operazioni di volo sopra citate. Tale modello dovrà essere rappresentativo sia del comportamento volontario che di quello involontario (verrà più chiaro nel seguito cosa si intende con questi termini).

Come si vedrà nel seguito della trattazione, l'identificazione di un modello di pilota agente in un simile contesto comporterà non pochi problemi. Oltre al fatto che alcuni degli schemi classici di identificazione trovano difficoltà in presenza di sistemi operanti in anello chiuso, la maggiore fonte di difficoltà deriva dal fatto che il comportamento di un essere umano differisce sostanzialmente da quello di una macchina o da un sistema meccanico in generale (per i quali la riduzione ad un modello equivalente risulta molto fedele al comportamento reale). Da qui la necessità di condurre uno studio dettagliato delle tecniche identificative a disposizione e l'adozione di opportuni accorgimenti che tengano conto delle non linearità in gioco.

La descrizione dell'attività svolta è suddivisa in due parti, nella prima (capitoli 2,3) si fornirà un inquadramento del problema e una descrizione degli strumenti utilizzati per l'identificazione del modello e l'analisi dei dati, mentre nella seconda parte (capitoli 4,5,6,7) si entrerà nello specifico dell'attività di identificazione del modello vera e propria, e delle implicazioni teoriche e pratiche che ne conseguiranno.

Più in dettaglio, all'interno del capitolo 2 descriveremo il fenomeno del RPC, con particolare attenzione alle cause e le modalità con cui si presenta, presentando una panoramica degli studi condotti fin ora e delle attuali soluzioni progettuali proposte. Nel capitolo 3 presenteremo i diversi metodi che verranno utilizzati per l'identificazione, valutandone poi il comportamento su un modello di prova,



che sia rappresentativo della natura del problema in esame. L'analisi condotta permetterà di scegliere il metodo più adatto, che verrà quindi applicato ai dati veri, generati dalla campagna sperimentale condotta presso il simulatore di volo dell'UoL, la spiegazione della quale è argomento del capitolo 4; l'identificazione del modello di pilota *vero* è trattata nei capitoli 5 e 6, all'interno dei quali saranno spiegate nel dettaglio tutte le problematiche affrontate. Al capitolo 7 verrà lasciato il compito di trarre le conclusioni e discutere circa eventuali sviluppi e applicazioni future.



## Capitolo 2

# Aircraft/Rotorcraft-Pilot Coupling

Con il termine A/RPC (*Aircraft/Rotorcraft - Pilot Coupling*) si indica un fenomeno oscillatorio causato dall'accoppiamento fra pilota e macchina (aeromobile ad ala fissa o a decollo verticale). Come vedremo nel seguito del capitolo, questi fenomeni di accoppiamento possono coinvolgere il pilota su due livelli distinti, volontario e involontario. Durante una generica operazione di volo, il pilota si trova ad operare in un ambiente soggetto a numerosi ingressi (input visuali, profili di accelerazione, vibrazioni, ecc.), in questo contesto, se la dinamica dell'aeromobile è sfavorevole e gli ingressi sono fuorvianti o insufficienti, c'è la possibilità che si inneschi un'interazione potenzialmente pericolosa tra il pilota e la macchina che sta pilotando. Questo sfavorevole accoppiamento può portare ad una risposta instabile, oppure a fastidiose oscillazioni a *ciclo limite*, con il risultato immediato di ridurre notevolmente le qualità di pilotaggio (*Handling Qualities*). In questo secondo caso, anche se non si ha un effetto catastrofico immediato, vi può comunque essere una significativa riduzione della vita a fatica dei componenti maggiormente interessati dal fenomeno, il quale, se prolungato nel tempo, può portare di conseguenza al cedimento strutturale.

Il progetto europeo *ARISTOTEL (Aircraft and Rotorcraft Pilot Couplings – Tools and Techniques for Alleviation and Detection)*, all'interno del quale si inserisce il presente lavoro, vede il Politecnico di Milano, congiuntamente ad altre università partners, impegnato a condurre un'indagine approfondita del fenomeno, con il fine ultimo di limitare quanto più possibile il numero di incidenti attribuibili al RPC.

Le cause di questa fenomenologia possono essere di diversa natura e variabili in funzione delle caratteristiche del pilota e dell'aeromobile. Nel presente capitolo si vuole dare una spiegazione dettagliata del fenomeno, soffermandosi sulle cause scatenanti e sui fattori che ne favoriscono l'evoluzione.

## 2.1 Fenomenologia

In figura 2.1 sono rappresentati schematicamente gli elementi principali che definiscono una classica configurazione di pilotaggio. Tralasciando l'azione autonoma del FCS (*Flight Control System*) (considerabile come parte integrante dell'elicottero), è possibile individuare due percorsi principali che definiscono l'interazione uomo-macchina, da un lato l'insieme di input visuali esterni e dei display in cabina, che indicano al pilota l'assetto e la traiettoria dell'aeromobile, dall'altro il profilo di accelerazione trasmesso dalla cabina al sedile e quindi al pilota stesso.

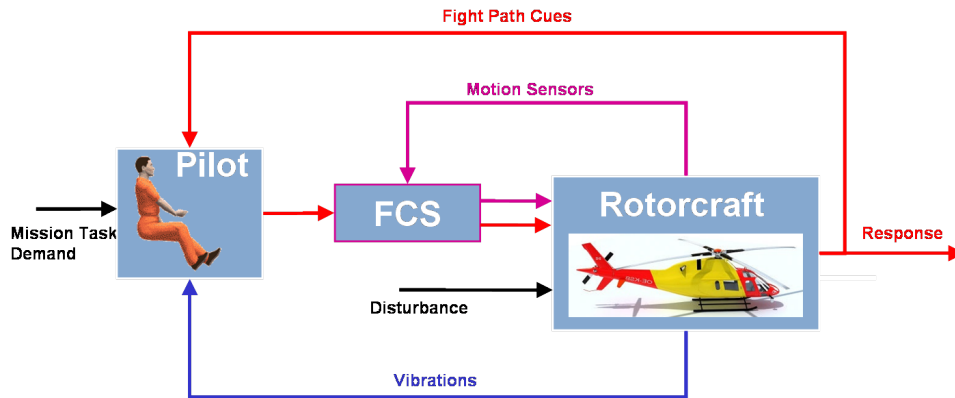


Figura 2.1: Schema generale di pilotaggio.

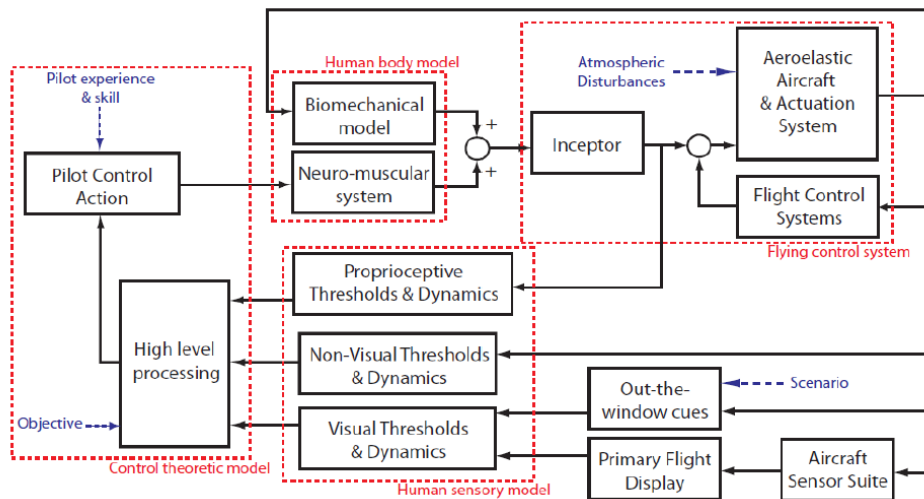


Figura 2.2: Schema dettagliato delle interazioni pilota-elicottero.

La rappresentazione estremamente semplificata appena vista da solo un'idea del complesso sistema di interazione che si viene ad instaurare tra il pilota e

l'elicottero durante una normale missione di volo. L'essere umano, data la sua complessità, viene coinvolto su diverse sfere sensoriali e decisionali in virtù della moltitudine di ingressi a cui è sottoposto durante il pilotaggio (input visuali, display in cabina, accelerazioni verticali e laterali, task da compiere, ecc.). In figura 2.2 si può cogliere meglio questo grado di complessità, che mostra come il feedback fra pilota ed elicottero si possa verificare su più livelli. In particolare, sulla base del tipo di interazione si possono classificare due tipologie principali di RPC, riassunte in tabella 2.1, che differiscono sostanzialmente per il valore di frequenza che ne caratterizza il relativo fenomeno oscillatorio.

Tabella 2.1: PIO/PAO

PIO	<p><i>(Pilot Induced Oscillations)</i></p> <p>Fenomeno generalmente spiegato da un accoppiamento sbagliato fra l'elicottero e il modello mentale che il pilota ha della macchina. Essendo indotte dal pilota, le oscillazioni generate sono al di sotto di <math>1Hz</math> (limite di controllabilità volontaria).</p>
PAO	<p><i>(Pilot Assisted/Augmented Oscillations)</i></p> <p>Fenomeno di accoppiamento <i>involontario</i> fra pilota e aeromobile, dovuto alla biodinamica del corpo umano. Le oscillazioni generate risiedono nella banda <math>1 - 10Hz</math>.</p>

In un caso, l'accoppiamento avviene ad un valore di frequenza tipico della meccanica del volo, mentre nel secondo caso il pilota è coinvolto passivamente, a frequenze caratteristiche della biodinamica del corpo umano. Viene riportata di seguito una spiegazione più dettagliata dei due fenomeni.

## PIO

Con la nascita e lo sviluppo delle tecnologie di pilotaggio assistito (Fly by Wire), il grado di complessità installata sugli aeromobili è andato via via aumentando. Quella che prima era una semplice trasmissione meccanica dei comandi è diventata una fitta rete di sensori, attuatori, sistemi di filtraggio ed elaboratori dei segnali. Ciascun sotto-componente, interpretato come sistema dinamico, è caratterizzato da un certo ritardo di fase; se a questi si aggiunge il tempo di elaborazione dei segnali, ne risulta un ritardo complessivo nella trasmissione dei comandi, il cui effetto può essere non trascurabile. Tale ritardo può portare ad una situazione in cui l'azione del pilota e la risposta dell'aeromobile sono in controfase.

$$\angle\left(\frac{output}{input}\right) \simeq 180 \text{ deg}$$

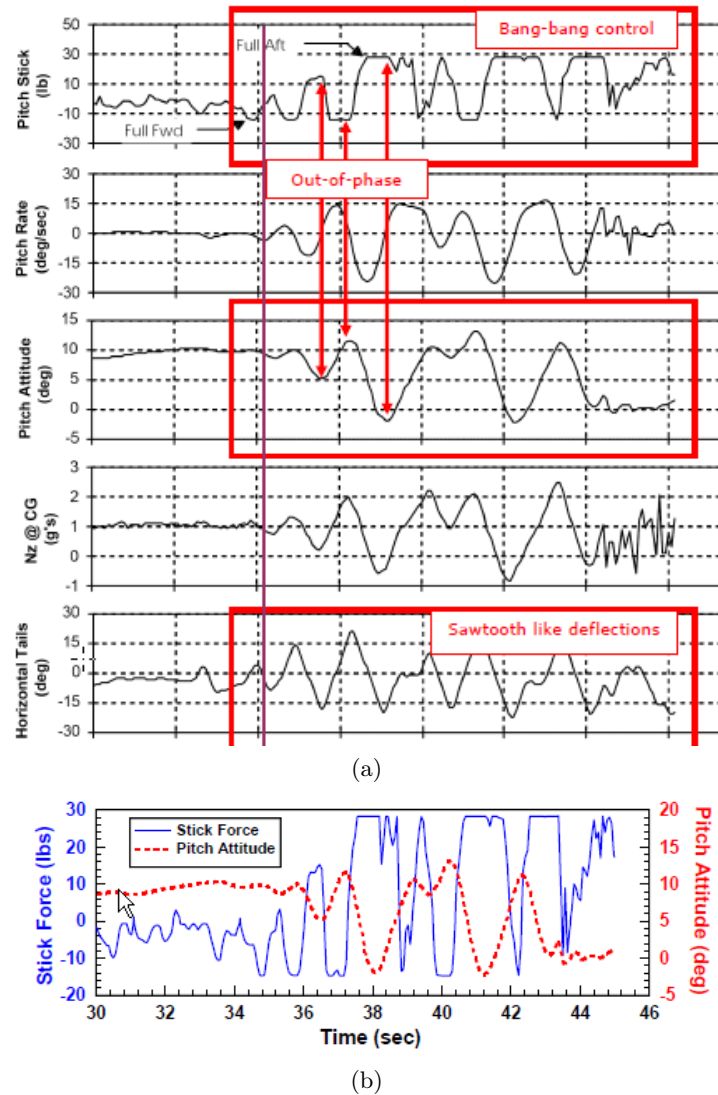


Figura 2.3: Esempi di PIO

In figura 2.3 sono diagrammati i segnali di ingresso e uscita, registrati durante alcuni episodi di PIO. E' possibile notare alcuni dei tratti distintivi del fenomeno, come l'angolo di fase fra ingressi e uscite, che è circa 180 gradi. Riferendosi a questi episodi, il pilota lamentava di essersi sentito come se fosse *disconnesso dalla leva di comando*. Un altro aspetto caratteristico del fenomeno è la *saturazione dei comandi*; dopo che il fenomeno oscillatorio viene innescato, il pilota, nel tentativo di ripristinare la stabilità dell'aeromobile, incrementa il carico di lavoro, portando i comandi a fine corsa. Tuttavia, non rendendosi conto di agire in controfase rispetto alla risposta della macchina, la sua azione porta l'aeromobile ad instabilizzarsi ulteriormente. Conseguentemente alla saturazione dei comandi, la risposta assume il tipico andamento a *dente di sega*, frequente nei fenomeni di RPC.

In entrambi gli esempi presentati, le oscillazioni caratteristiche del fenomeno risiedono al di sotto di  $1Hz$ . Tale valore viene convenzionalmente assunto come

limite del regime di controllabilità volontaria dell'essere umano. Infatti, per come è stato presentato il fenomeno, si è capito che tale comportamento è legato principalmente ad una discrepanza fra il modello mentale che il pilota ha dell'elicottero e il modello reale dell'elicottero stesso, che porta di conseguenza ad un'azione inconsapevolmente errata da parte del pilota.

## PAO

Nel tipo di RPC appena trattato (PIO), definibile *volontario*, si è visto un pilota che partecipa attivamente allo sviluppo dell'instabilità<sup>1</sup>. Al contrario, nei fenomeni di PAO (definiti in tabella 2.1) il pilota è coinvolto su un piano completamente diverso.

Durante il volo, l'aeromobile trasmette in cabina un certo spettro di vibrazioni (trasmissione del motore, movimento collettivo del rotore, modi aeroelastici, ecc.), le quali, passando per il sedile, vengono trasmesse al pilota e quindi ai comandi di volo. In questa sede, il comportamento del pilota non risiede più nella sfera della volontarietà, in quanto viene coinvolto ad un livello *biodinamico*. In pratica il corpo umano si comporta come un sistema meccanico sotto l'azione di una forzante (profilo di accelerazione del sedile). Secondo questa logica, la risposta del *sistema pilota* può essere attenuata/amplificata e ritardata a seconda della frequenza della forzante. Evidenze sperimentali hanno mostrato che intorno a  $3-5Hz$  il pilota può amplificare *passivamente*<sup>2</sup> la risposta dell'aeromobile solamente mantenendo il contatto con la leva di comando, determinando la chiusura dell'anello di controllo del sistema.

Anche in questa dinamica l'evoluzione progettuale ha giocato un ruolo importante. La tendenza di ottimizzare il peso in campo aeronautico è una costante. Strutture sempre più esili hanno come conseguenza di ridurre le frequenze proprie, e quindi sempre più vicine alle frequenze caratteristiche della biodinamica del pilota. Se queste dinamiche non vengono adeguatamente smorzate, è possibile che nascano delle interazioni potenzialmente pericolose.

Il fatto che il pilota possa essere soggetto ad un ambiente vibratorio potenzialmente avverso, ha portato negli anni allo sviluppo di diversi modelli rappresentativi del comportamento biodinamico del corpo umano. Con questi modelli è possibile investigare l'effetto che hanno le accelerazioni e le vibrazioni sulle capacità di controllo del pilota. A seconda delle caratteristiche distintive possiamo individuare tre principali categorie di modelli biodinamici: *continui* (in cui la spina dorsale è trattata come una trave flessibile), *discreti* (costituiti da corpi rigidi connessi da molle e smorzatori) e *a parametri concentrati* (in cui il sistema complessivo è ridotto ad un sistema massa-molla-smorzatore equivalente). A titolo di esempio, in figura 2.4 viene riportato un tipo di modello biodinamico discreto (ref. [24]).

---

<sup>1</sup>Con questo non si intende che il pilota abbia l'intenzione di instabilizzare l'aeromobile, ma che la sua azione è cosciente, nel senso che risiede in una banda di frequenza tipica della meccanica del volo.

<sup>2</sup>Intendendo con *passivo* il comportamento involontario del pilota.

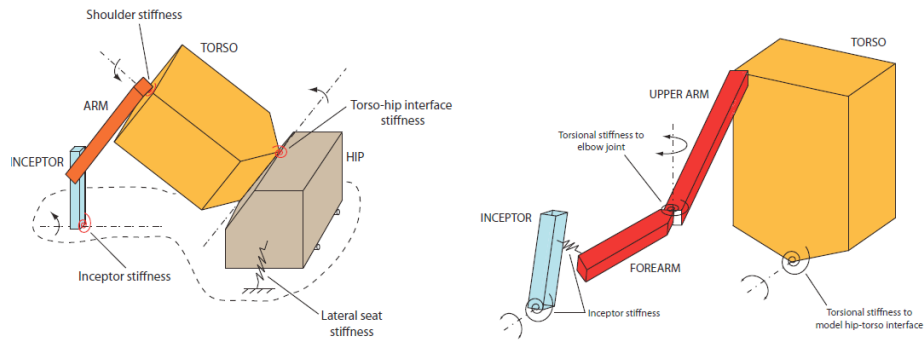


Figura 2.4: Modello biodinamico discreto del pilota

Quanto spiegato permette di comprendere la generica dinamica di accoppiamento di un pilota che opera in feedback con una macchina, di qualsiasi tipo essa sia. Non è invece chiaro il motivo per il quale il presente lavoro si concentri esclusivamente sugli accoppiamenti che vedono protagonisti gli elicotteri. Il fatto è che l'elicottero è caratterizzato da una moltitudine di modi (rigidi e di deformazione) in un range di frequenza tipico della dinamica del corpo umano, aspetto che in altre macchine non è altrettanto significativo. In figura 2.5 viene data una rappresentazione grafica di quanto appena detto.

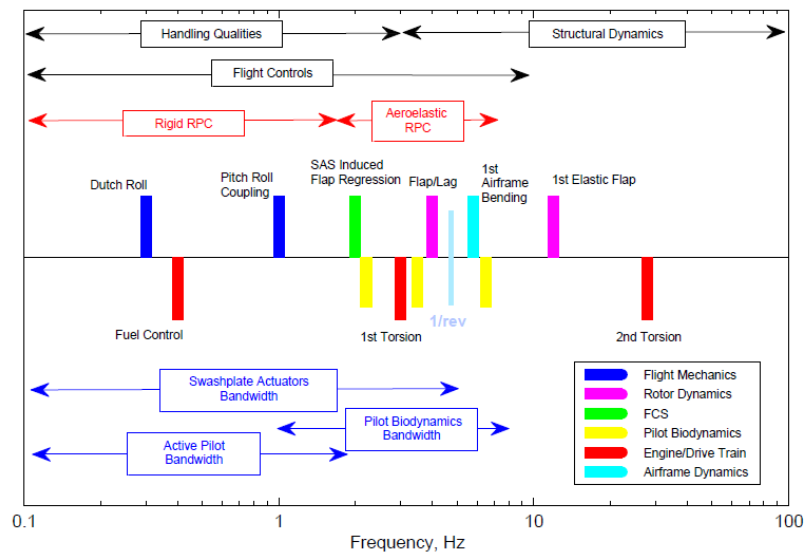


Figura 2.5: Interazione pilota-elicottero in frequenza.

Quindi, non deve sorprendere che in ambito elicotteristico i fenomeni di RPC si manifestino in forme ben più diversificate e complesse che non per quanto riguarda gli aeromobili ad ala fissa (figura 2.6). Da qui nasce la necessità di un'indagine più approfondita del mondo degli aeromobili ad ala rotante.



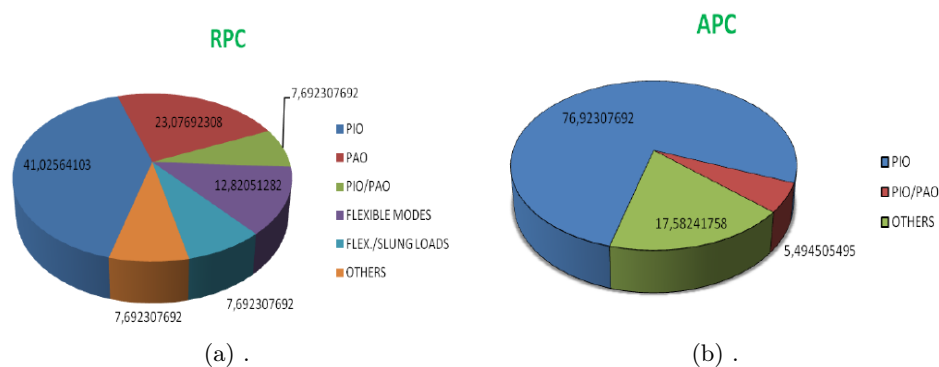
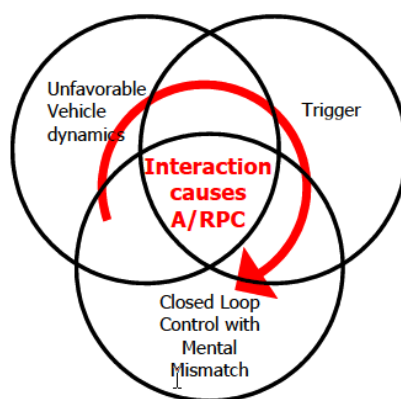


Figura 2.6: Statistiche RPC/APC

Fin ora si è presentato un quadro generale sulla fenomenologia, senza però soffermarsi sui fattori specifici che ne determinano l'insorgere e l'evoluzione. Secondo la definizione fornita da Mc Ruer, affinché si manifesti un fenomeno di A/RPC devono concorrere tre fattori:

1. DINAMICA DELLA MACCHINA SFAVOREVOLE, tale da eccitare certe dinamiche pericolose per l'accoppiamento.
2. CHIUSURA DELL'ANELLO DI CONTROLLO, in cui il pilota e la macchina interagiscono.
3. EVENTO SCATENANTE - *Triggering Events*.



La crescente complessità dei progetti aeronautici insieme alla comparsa dei fenomeni di A/RPC hanno richiesto una conoscenza supplementare del problema progettuale, di conseguenza si è iniziato a sviluppare dei modelli che includessero le interazioni tra la risposta dinamica dell'aeromobile, i modi strutturali flessibili, il sistema di controllo e il feedback biodinamico del pilota, in modo da poter valutare la predisposizione del sistema globale all'insorgere di accoppiamenti potenzialmente pericolosi. In questo senso, la dinamica della macchina deve essere *sfavorevole*, cioè tale da esaltare nocivamente l'interazione col pilota.

## 2.2 Eventi Scatenanti

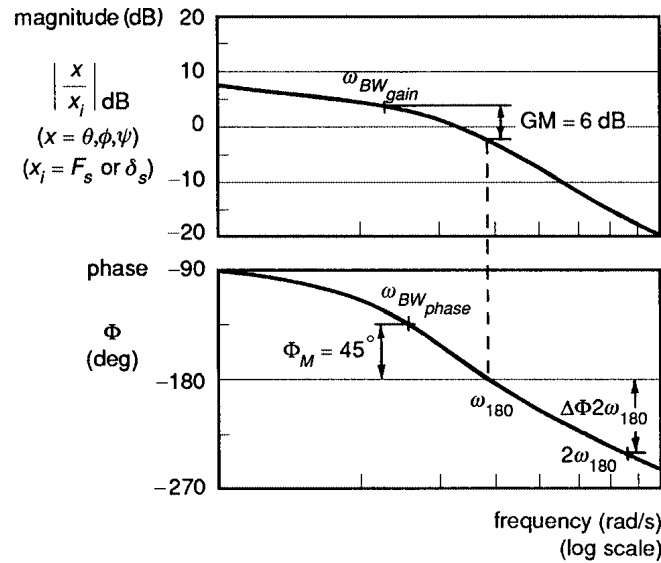
Al punto precedente abbiamo analizzato la fenomenologia dell'interazione pilota-macchina, ponendo l'accento sui fattori umani e sulle caratteristiche dinamiche del sistema tali da favorire l'insorgenza di fenomeni di A/RPC. Tuttavia, questi aspetti non sono sufficienti da soli a generare un'instabilità. Anzitutto è necessario un evento innescante, che porti il pilota ad alterare improvvisamente la sua strategia di controllo della macchina. Tali eventi, noti in letteratura come *Trigger Events*, possono essere di diversa natura (interni od esterni al sistema). Talvolta è sufficiente una manovra brusca che instauri un movimento oscillatorio, il quale viene propagato, se l'accoppiamento uomo-macchina è sfavorevole. Di seguito si riporta un elenco di potenziali eventi scatenanti:

- Raffiche, turbolenza, e altri fenomeni metereologici.
- Azione brusca sui comandi di volo. Ad esempio la necessità di intervenire sui comandi per evitare una collisione può portare ad una risposta non lineare.
- Necessità di compiere una manovra di elevata precisione e/o protratta nel tempo.
- Eventi legati ad un malfunzionamento o a un guasto nei sistemi dell'aeromobile, tale da indurre un disturbo improvviso e una riduzione delle *handling qualities*.
- Una combinazione del ritardo associato al sistema di controllo (FCS) e l'elevato guadagno del pilota in una manovra di inseguimento, che porta alla saturazione dei comandi di volo, risultanti in un comportamento non lineare del sistema da controllare.
- Un cambio improvviso della configurazione di carico dell'aeromobile, tale quindi da cambiarne significativamente la dinamica. Ad esempio, per un elicottero, la sospensione di un carico al verricello.
- Manovre errate involontarie del pilota, favorite eventualmente da una condizione di stress fisico e mentale.

## 2.3 Metodi per l'individuazione del PIO

Una volta compreso il ruolo della macchina nella nascita dei suddetti fenomeni di RPC, si cerca di fornire un criterio di valutazione che permetta di quantificare l'attitudine dell'elicottero ad un accoppiamento pericoloso col pilota. In particolare, per la valutazione del PIO, viene riportato di seguito il criterio suggerito dalla normativa ADS 33 (*Aeronautical Design Standard - Handling qualities for military helicopters*, [25],[26]), secondo il quale l'attitudine al PIO è data da una combinazione di due parametri, la *larghezza di banda* e il *ritardo di fase*, il cui significato è illustrato in figura 2.7.

I parametri calcolati in questo modo permettono di inquadrare la macchina in una delle tre aree mostrate in figura 2.8, le quali definiscono un livello crescente di pericolosità (livello 1: PIO improbabile, livello 3: PIO probabile). Come si



(a) larghezza di banda.

$$\tau_p = \frac{\Delta\Phi_{2\omega_{180}}}{57.3 \times 2\omega_{180}}$$

(b) ritardo di fase.

Figura 2.7: Calcolo della larghezza di banda e del ritardo di fase

nota, gli esempi riportati riguardano la dinamica dell'elicottero attorno all'asse di imbardata ( $\psi$ ) nello svolgimento di task specifiche, chiaramente tale valutazione va svolta anche per le altre manovre attorno agli assi di rollio ( $\phi$ ) e beccheggio ( $\theta$ ).

## 2.4 Metodi per l'individuazione dei livelli di carico di lavoro

Dato per acquisito il ruolo della macchina, evidenze sperimentali hanno mostrato che esiste uno stretto legame fra il carico di lavoro del pilota e l'instaurarsi di fenomeni di PIO. Alla luce di quest'ultima considerazione, per fronteggiare la problematica dell'accoppiamento pilota-elicottero sono stati sviluppati negli anni alcuni metodi in grado di fornire una valutazione in tempo reale del fenomeno oscillatorio<sup>3</sup>. Tali metodi dovrebbero indicare al pilota che si sta instaurando un andamento oscillatorio potenzialmente instabile, causato dalla sua stessa azione di pilotaggio, in modo tale che esso possa mettere in atto una qualche tipo di azione correttiva.

Questo tipo di metodi trovano applicazione anche in fase di analisi dei dati, in

<sup>3</sup>In realtà capita spesso di riferirsi a tali metodi col termine *near real time*, in quanto l'individuazione del fenomeno necessita del campionamento ed elaborazione di una porzione di segnale, che quindi richiede una certa frazione di tempo.

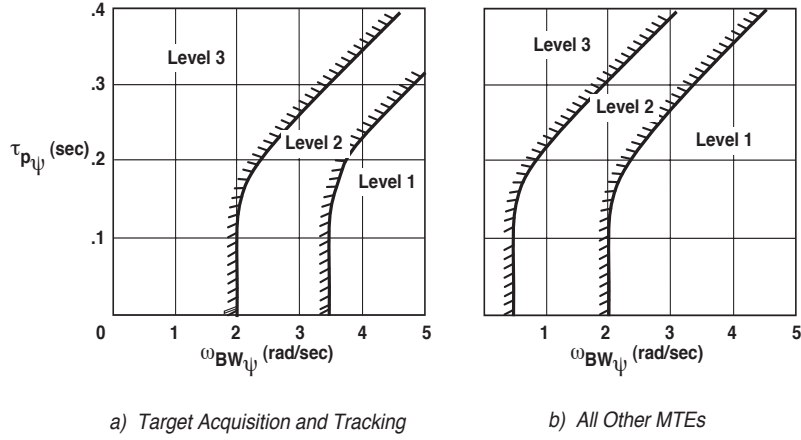


Figura 2.8: *Bandwidth/Phase delay criterion* - esempi (ADS 33)

seguito ad un'operazione di volo, per valutare in quali situazioni si sia sviluppato un PIO.

#### 2.4.1 Pilot Inceptor Workload

Il metodo PIW si basa unicamente sull'attività del pilota sulla leva di comando. In tal senso sono definite due grandezze: *duty cycle* (DC) che esprime la percentuale di tempo in cui il pilota agisce sul comando rispetto al tempo complessivo della task di volo, e *Aggression* ( $A_G$ ) che da una misura della velocità con cui il comando viene movimentato. Si riporta di seguito l'espressione per il calcolo di  $A_G$ .

$$A_G = \frac{H_s}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |\dot{\delta}| dt$$

Dove  $\dot{\delta}$  è la misura della velocità con cui viene

movimentata la leva di comando,  $t_1$  e  $t_2$  definiscono l'intervallo temporale in cui si calcola l'indice, e  $H_s$  esprime il rapporto fra la deflessione della superficie di controllo e la rotazione della leva di comando corrispondente. Solitamente la misura fornita viene aggiornata in tempo reale con frequenza di 1 Hz (tale che  $t_2 - t_1 = 1s$ ), in modo tale da fornire continuamente al pilota una misura aggiornata del WL (Workload).

Essendo parenti stretti ( $DC$  e  $A_G$ ), è chiaro che le due grandezze in questione assumono entrambe un valore significativo durante un fenomeno di PIO. Anche se può sembrare un metodo molto semplice, indagini sperimentali hanno dimostrato che il pilota può trovare molto utile avere a disposizione una misura visuale dell'attività della propria azione sui comandi.

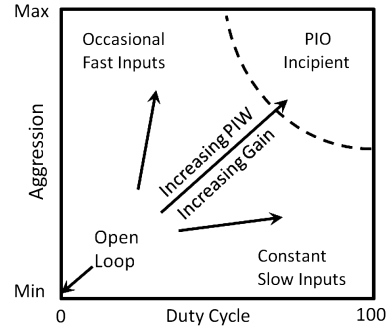


Figura 2.9: *Pilot Inceptor Workload*

### 2.4.2 Phase Aggression Criterion

Il PAC nasce dal tentativo di arricchire l'informazione fornita dal PIW con un dato relativo alla dinamica del sistema. Come suggerisce il nome stesso del metodo, viene aggiunto un indicatore del ritardo di fase tra l'azione del pilota e la risposta dell'aeromobile. Come spiegato in precedenza, è proprio tale ritardo di fase uno degli ingredienti caratteristici dell'RPC. Senza scendere troppo nei dettagli del metodo, si riporta di seguito l'espressione per il calcolo del ritardo di fase (per una spiegazione dettagliata si rimanda a [21]).

$$\Phi = 360 \left( \frac{T_{qPK2} - T_{\delta PK2}}{T_{\delta PK2} - T_{\delta PK1}} \right)$$

Dove  $T_{qPK2}$  rappresenta l'istante temporale a cui si ha il picco della risposta dell'aeromobile (in un'ottica di andamento oscillatorio), mentre  $T_{\delta PK2}$  e  $T_{\delta PK1}$  rappresentano rispettivamente l'istante temporale dell'ultimo e del penultimo picco della rotazione del comando.  $\Phi$  è quindi una misura del ritardo fra ingresso e risposta della macchina, normalizzata rispetto al periodo caratteristico con cui il pilota agisce sui comandi.

## 2.5 Caratterizzazione dei fenomeni di PAO per elicotteri

Come si è visto, l'RPC può occorrere a diversi valori di frequenza, a seconda delle cause innescanti. Nei punti precedenti si sono illustrati brevemente i metodi di identificazione dei fenomeni di accoppiamento a bassa frequenza, cioè caratteristica della meccanica del volo. Di seguito si riporta uno studio relativo alle dinamiche di accoppiamento biodinamico ad alta frequenza, che coinvolgono il pilota in modo passivo.

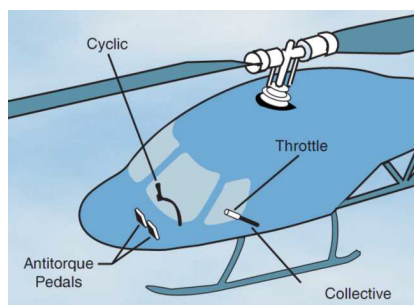


Figura 2.10: *Disposizione dei comandi di volo in un elicottero.*

La necessità di far luce sulle dinamiche del fenomeno ha portato ad uno studio, condotto all'interno del progetto *ARISTOTEL*, allo scopo di analizzare nello specifico la tendenza del sistema ad instabilizzarsi, e il ruolo di alcuni parametri significativi in questo senso. Per come è tipicamente configurato lo schema dei comandi di volo, un elicottero presenta due principali fonti di accoppiamento biodinamico, uno lungo l'asse verticale, in cui è il modo di flap-poggio collettivo del rotore principale a giocare un ruolo di primo piano, e uno che coinvolge la dinamica laterale, in particolare attorno all'asse di rollio, nel quale sono i modi di ritardo ciclico ad influenzare maggiormente il fenomeno.

La necessità di far luce sulle dinamiche del fenomeno ha portato ad uno studio, condotto all'interno del progetto *ARISTOTEL*, allo scopo di analizzare nello specifico la tendenza del sistema ad instabilizzarsi, e il ruolo di alcuni parametri significativi in questo senso. Per come è tipicamente configurato lo schema dei comandi di volo, un elicottero presenta due principali fonti di accoppiamento biodinamico, uno lungo l'asse verticale, in cui è il modo di flap-poggio collettivo del rotore principale a giocare un ruolo di primo piano, e uno che coinvolge la dinamica laterale, in particolare attorno all'asse di rollio, nel quale sono i modi di ritardo ciclico ad influenzare maggiormente il fenomeno.

Nello specifico, di seguito sono riportati i risultati più significativi dello studio condotto su una particolare forma di PAO definita *collective bounce* (lo studio completo è riportato in [1]). A supporto di quest'analisi ci si è serviti di un modello semplificato (che verrà trattato estesamente in 3.1), rappresentante della dinamica pilota-elicottero lungo l'asse verticale. In figura 2.12 e 2.13 è riportato un importante risultato delle analisi condotte su questo modello, che ha permesso di individuare come il modo di flappeggio collettivo (o modo di cono) si accoppi alla dinamica involontaria dovuta alla biodinamica del pilota. Per quest'analisi sono stati implementati diversi modelli di elicottero, le cui caratteristiche principali sono riportate in figura 2.11.

		AB204	SA330 <sup>a</sup>	CH-53	UH-60	BO105	Lynx
Rotor type		teeter	articulated	articulated	articulated	hingeless	hingeless
Total mass	$m$ (kg)	4310.0	7345.0	15227.0	7537.0	2055.0	4313.7
Number of blades	$n_b$	2	4	6	4	4	4
Rotor radius	$R$ (m)	7.32	7.49	11.01	8.1778	4.9	6.4
Rotation speed	$\Omega$ (Hz)	4.9	4.5	3.07	4.3	7.07	5.67
Lock number	$\gamma$	6.8 <sup>b</sup>	8.7	12.4 <sup>b</sup>	8.1936	4.31	7.12
Blade mass	$m_b$ (kg)	88.0	91.64	135.84 <sup>c</sup>	116.5	50.61	49.67 <sup>c</sup>
Flap static moment	$S_\beta$ (kg·m)	322.1 <sup>d</sup>	276.48	819.0	385.7	80.17	158.94 <sup>d</sup>
Flap inertia moment	$I_\beta$ (kg·m <sup>2</sup> )	1571.8 <sup>e</sup>	1339.19	5489.0	2052.1	249.85	678.14
Flap frequency ratio	$\nu_\beta$	1.2 <sup>f</sup>	1.0294	1.0475	1.0352	1.0757	1.0922
Coning mode damping	$\xi_\beta$	0.35	0.53	0.74	0.49	0.25	0.41
Heave time constant <sup>g</sup>	$T$ (s)	1.40	1.25	0.94	1.04	1.03	1.03

Figura 2.11: Caratteristiche degli elicotteri implementati nel modello

In virtù degli alti valori di smorzamento  $\xi_\beta$  la presenza del modo di cono non comporta una significativa amplificazione del segnale di uscita, tuttavia, in prossimità delle dinamiche passive del pilota (indicate in figura 2.12 dalle due linee verticali rosse) si ha un ritardo di fase intorno ai 180 gradi. E' proprio questo ritardo, piuttosto che l'amplificazione modale, a definire la predisposizione dell'elicottero a sviluppare fenomeni di PAO. In questo senso lo smorzamento del modo di cono costituisce uno dei parametri più influenti.

In figura 2.13 viene analizzato lo stesso comportamento con un approccio diverso. I modelli di elicottero con smorzamento più elevato e frequenza più vicina alla biodinamica del pilota, pur mantenendosi stabili, presentano un margine di guadagno ridotto. Inoltre, ciò che accomuna tutti i casi è la presenza di un lobo, più o meno pronunciato, che si avvicina pericolosamente al cerchio di raggio unitario. Come noto dal criterio di stabilità di Nyquist (si veda appendice B per approfondimenti), la presenza di un ulteriore fonte di ritardo nel sistema si tradurrebbe in una rotazione in senso orario dei diagrammi polari rappresentati, con una conseguente riduzione del margine di guadagno.

## 2.6 Mezzi di prevenzione per il PAO

Avendo a questo punto fatto un po' più di chiarezza sul fenomeno, risulta più facile capire la logica di alcune delle più comuni soluzioni progettuali che sono state proposte per alleviare il fenomeno:

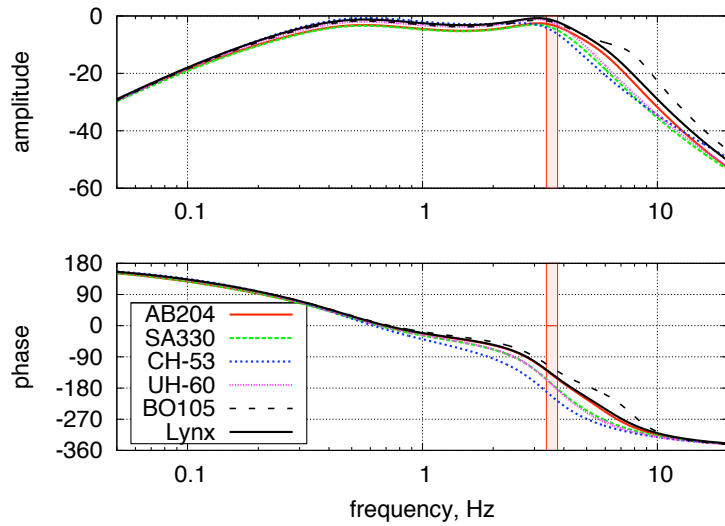


Figura 2.12: Funzioni di trasferimento d'anello del sistema accoppiato elicottero-pilota.

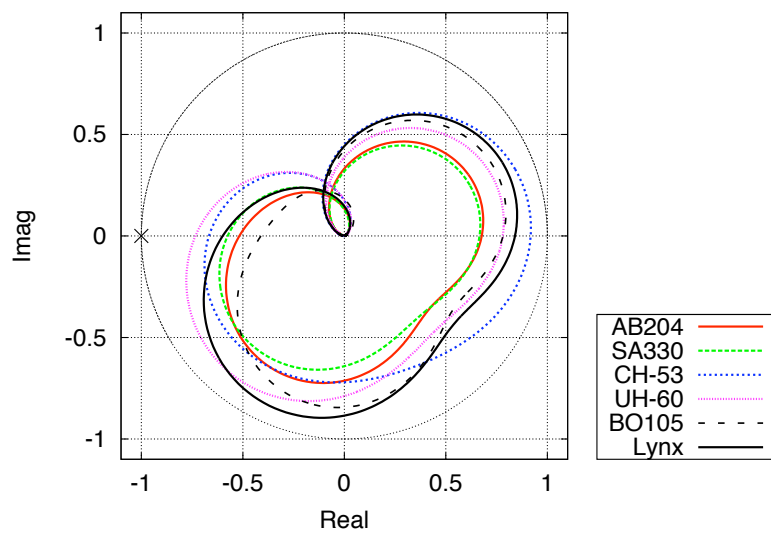


Figura 2.13: Diagrammi di Nyquist associati alle FdT d'anello del sistema accoppiato elicottero-pilota.

- L'apertura dell'anello di controllo mediante l'introduzione di elementi non lineari, che richiedano al pilota il superamento di un certo valore di soglia affinché corrisponda un'effettiva rotazione del passo collettivo.
- L'aggiunta di *bobweights* alla leva di comando, tali da modificarne la dinamica, riducendone la frequenza propria.
- L'introduzione a livello di FCS di filtri opportuni per eliminare le dinamiche sfavorevoli.
- L'adozione di una leva laterale per il comando verticale. In questo caso si realizzerebbe il disaccoppiamento, ma l'azione sui comandi risulterebbe non intuitiva per il pilota.



## Capitolo 3

# Metodi per l'identificazione del modello di pilota

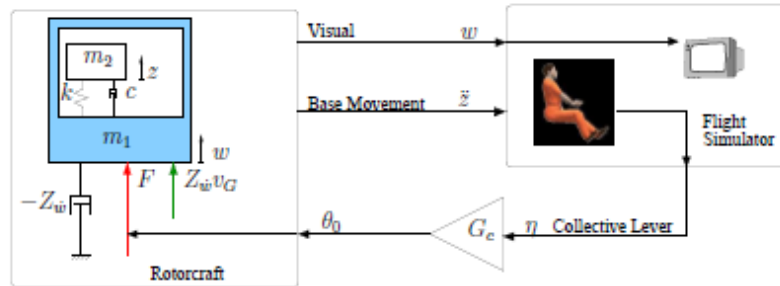
Nel capitolo precedente si è data una spiegazione della fenomenologia del RPC al fine di poterne comprendere meglio le cause. Con il presente capitolo si introduce la problematica dell'identificazione dei modelli, con particolare attenzione ai sistemi operanti in anello chiuso, cominciando con una panoramica delle tecniche identificative adottate, di cui verranno trattate brevemente le basi teoriche, e proseguendo con la presentazione dei criteri usati per valutarne le prestazioni. A tal proposito verrà creato un modello semplificato, rappresentativo del fenomeno in esame, che assume il ruolo di banco di prova per poter confrontare i risultati ottenuti con i diversi metodi identificativi. L'idea è quella di avere a disposizione un sistema che generi delle sequenze di segnali ingresso/uscita con le quali verificare i diversi algoritmi *candidati*, valutandone consistenza e robustezza a fronte di disturbi esterni.

Per lo sviluppo del modello sopra descritto si è fatto riferimento alla task di manovra verticale descritta nella normativa ADS 33 (rif. [25]), con l'obiettivo di riprodurre tale missione nell'ambito della campagna sperimentale condotta al simulatore di volo del UoL, cui si è fatto riferimento nei precedenti capitoli (e che verrà trattata nel dettaglio all'interno di 4.1). In figura 3.1 è riportato lo schema adottato per modellare la prova e il corrispondente input visuale generato dal simulatore.

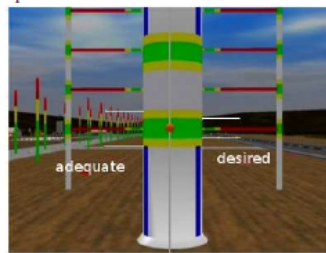
Il capitolo è organizzato nel modo seguente: si procederà con lo sviluppo del sistema di prova, dopo di che verranno presentati i diversi metodi utilizzati e i criteri adottati per valutare la qualità dell'identificazione, infine verranno confrontati i risultati ottenuti, arrivando così alla scelta dell'algoritmo che meglio si presta all'identificazione del modello di pilota, a partire dai dati sperimentali.

### 3.1 Modello semplificato del velivolo

L'idea di base è quella di avere a disposizione un modello semplificato, noto a priori, costruito sulla base di equazioni del moto dell'elicottero e modelli descrittivi la dinamica volontaria e involontaria del pilota, nello svolgimento di un



(a) Descrizione del modello.



(b) input visuale.

Figura 3.1: Set-up sperimentale della manovra verticale

generico compito assegnato. Con tale modello sarà possibile generare le sequenze di dati ingresso/uscita necessarie per il processo identificativo, a fronte di una generica manovra assegnata e con la possibilità di variare arbitrariamente i segnali di rumore esterno, così come i parametri caratteristici del fenomeno. Nel lavoro presente ci si pone come priorità di fornire un quadro generale dei sottosistemi che definiscono il problema, soffermandosi sugli aspetti fisici che hanno più stretto legame con le cause del RPC. Per una trattazione più dettagliata si rimanda il lettore a [1] e [2].

### 3.1.1 Elicottero

Per quanto riguarda l'elicottero si ricorre ad un modello costituito da un rotore ed una massa (puntiforme in prima approssimazione) ad esso appesa, in cui i gradi di libertà sono l'angolo di flappeggio collettivo ( $\beta_0$ ) e la coordinata baricentrica lungo l'asse verticale ( $z$ ) (figura 3.2), e gli ingressi sono il passo collettivo ( $\theta_0$ ) e una raffica esterna ( $V_g$ ), che ricopre il ruolo di disturbo. Tale modello fornisce gli ingredienti minimi indispensabili per l'insorgere di un accoppiamento fra macchina e pilota. La dinamica di flappeggio (caratteristica di ciascun elicottero) comporta un certo profilo di accelerazione in cabina, che influisce sul comportamento volontario e involontario del pilota, il quale agirà di conseguenza sulla leva del passo, chiudendo l'anello di controllo.

Dal punto di vista analitico le equazioni che governano il moto dell'elicottero possono essere semplicemente espresse nel modo seguente:

$$\begin{cases} M\ddot{z} + Mg = T(\theta_0, V_g, \dot{\beta}) \\ M\ddot{\beta}(\theta_0, V_g, \beta, \dot{\beta}) = 0 \end{cases}$$

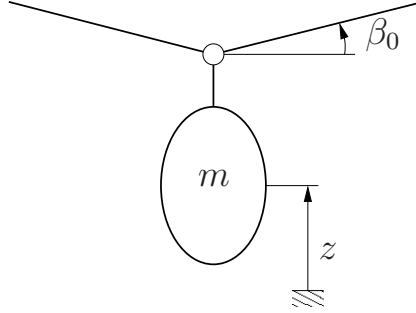


Figura 3.2: modello di elicottero semplificato a due gradi di libertà - angolo di flappeggio collettivo ( $\beta_0$ ) e coordinata baricentrica lungo l'asse verticale ( $z$ )

Dove la prima equazione altro non è che un equilibrio dinamico in direzione verticale, mentre la seconda è l'equazione della dinamica della pala rigida, ottenuta sempre mediante un equilibrio dinamico dei momenti agenti attorno all'asse di flappeggio. Si fa notare che nella prima equazione è presente un termine costante di forza peso, tale contributo può essere facilmente eliminato, a patto di ridefinire l'origine di  $\theta_0$  in una posizione di equilibrio statico. D'ora in avanti quindi il termine  $Mg$  verrà ommesso.

Andando ad analizzare i singoli elementi:

Massa totale (cabina + rotore):

$$M = M_{eli} + n_b M_b$$

Trazione del rotore:

$$\begin{aligned} T &= n_b \int_0^R 1/2\rho(\Omega r)^2 cC_{L/\alpha} \left( -\frac{\dot{\beta}r}{\Omega r} - \frac{\dot{z}}{\Omega r} + \theta_0 + \frac{V_g}{\Omega r} \right) dr \\ &= n_b 1/2\rho\Omega^2 cC_{L/\alpha} \frac{R^3}{3} \left( \theta_0 - \frac{\dot{\beta}}{\Omega} \right) + n_b 1/2\rho\Omega^2 cC_{L/\alpha} \frac{R^2}{2\Omega} (-\dot{z} + V_g) \end{aligned}$$

Momento attorno all'asse di flappeggio:

$$\begin{aligned} M_\beta &= \int_0^R 1/2\rho(\Omega r)^2 cC_{L/\alpha} \left( -\frac{\dot{\beta}r}{\Omega r} - \frac{\dot{z}}{\Omega r} + \theta_0 + \frac{V_g}{\Omega r} \right) r dr \\ &\quad - \int_0^R m\Omega^2 (e + r \cos \beta) r \sin \beta dr - \int_0^R m\ddot{\beta}r^2 dr \\ &= 1/2\rho\Omega^2 cC_{L/\alpha} \frac{R^4}{4} \left( \theta_0 - \frac{\dot{\beta}}{\Omega} \right) - 1/2\rho\Omega^2 cC_{L/\alpha} \frac{R^3}{3\Omega} (-\dot{z} + V_g) \\ &\quad - \Omega^2 (I_\beta + eS_\beta \cos \beta) \sin \beta - I_\beta \ddot{\beta} \end{aligned}$$

Linearizzando attorno a  $\beta = 0$  e introducendo il *numero di Lock* ( $\gamma = \frac{\rho c C_{L/\alpha} R^4}{I_\beta}$ ) si ottiene il sistema:

$$M\ddot{z} + n_b \frac{\gamma}{4} \Omega \frac{I_\beta}{R^2} \dot{z} + n_b S_\beta \ddot{\beta} + n_b \frac{\gamma}{6} \Omega \frac{I_\beta}{R} \dot{\beta} = n_b \frac{\gamma}{6} \Omega^2 \frac{I_\beta}{R} \theta_0 + n_b \frac{\gamma}{4} \Omega \frac{I_\beta}{R^2} V_g$$

$$I_\beta \ddot{\beta} + \frac{\gamma}{8} \Omega I_\beta \dot{\beta} + I_\beta \nu_\beta^2 \Omega^2 \beta + S_\beta \ddot{z} + \frac{\gamma}{6} \Omega \frac{I_\beta}{R} \dot{z} = \frac{\gamma}{8} \Omega^2 I_\beta \theta_0 + \frac{\gamma}{6} \Omega \frac{I_\beta}{R} V_g$$

Una volta portato agli stati, il sistema può essere utilizzato per simulazioni temporali in ambiente *Matlab* o *Simulink*, così come per i sottosistemi trattati nel seguito del capitolo.

Per completezza si riportano i dati caratteristici usati nella costruzione del modello (tabella 3.1).

Tabella 3.1: dati del modello semplificato di elicottero (SA330 PUMA)

Rotore		articolato
Massa del rotore	M (Kg)	7345
Numero di pale	$n_b$	4
Raggio del rotore	R (m)	7.49
Velocità di rotazione del rotore	$\Omega$ (Hz)	4.5
Numero di Lock	$\gamma$	8.7
Massa delle pale	$M_b$ (Kg)	91.64
Momento statico di flappeggio	$S_\beta$ (Kg m)	276.48
Momento d'inerzia di flappeggio	$I_\beta$ (Kg $m^2$ )	1339.19
Frequenza adimensionale di flappeggio	$\nu_\beta$	1.0294
Smorzamento del modo di flappeggio	$\xi_\beta$	0.53

### 3.1.2 Pilota Attivo

Con il termine *Attivo* si intende il comportamento volontario del pilota, il quale, a fronte di una specifica manovra richiesta (o *task*), agisce opportunamente sul comando di passo collettivo ( $\theta_0$ ). Non potendo conoscere a priori e in modo esatto il comportamento del pilota, in questa prima fase ci si affiderà al modello comportamentale di McRuer (*Crossover Model*), noto in letteratura (vedere [12] per approfondimenti). E' importante precisare che questo modello non è indicato specificatamente per descrivere la tecnica di pilotaggio di un pilota di elicottero, quello che si propone di descrivere è l'atteggiamento di un essere umano nello svolgimento di una *task* del tutto generica.

$$H_p(s)H_c(s) = \frac{\omega_c}{s} e^{\tau_e s}$$

L'idea di base di McRuer è che il pilota ( $H_p$ ) si adatti al velivolo che sta pilotando ( $H_c$ ) risultando in un comportamento che in prima approssimazione può essere descritto da un integratore e un ritardo temporale ( $\tau_s$ ). La frequenza di *crossover* ( $\omega_c$ ) definisce la banda passante. Valori tipici di questi parametri sono:

- $\omega_c < 1Hz$
- $\tau_s = 0.1 - 0.2s$

Conoscendo il modello dell'elicottero, la FdT del pilota attivo è presto ricavata:

$$H_p(s) = H_c(s)^{-1} H_f(s) \frac{\omega_c}{s} e^{\tau_e s}$$

Dove  $H_f$  è un filtro passabasso di frequenza opportuna<sup>1</sup>, aggiunto per ottenere un sistema proprio.

La  $H_c$  può essere ulteriormente semplificata in questo contesto specifico, in quanto la dinamica di flappeggio (generalmente compresa tra 3 e 7 Hz) risiede ben al di fuori della banda passante del pilota<sup>2</sup>. E' quindi possibile ricavare una  $H_c$  che rappresenti unicamente la meccanica del volo dell'elicottero, mediante una semplificazione delle equazioni viste al punto precedente, ponendo  $\beta = 0$  nell'equazione di equilibrio in direzione  $z$ . Chiameremo  $H_{task}(s)$  la nuova FdT, in quanto non più rappresentativa della dinamica dell'elicottero, bensì di una generica missione di volo. Si prende ad esempio una *hold position task*, in cui al pilota è richiesto di mantenere una certa posizione lungo l'asse verticale.

$$M\ddot{z} + n_b \frac{\gamma}{4} \Omega \frac{I_\beta}{R^2} \dot{z} = n_b \frac{\gamma}{6} \Omega^2 \frac{I_\beta}{R} \theta_0$$

nel dominio di Laplace<sup>3</sup>:

$$Z(s) = \frac{n_b \frac{\gamma}{6} \Omega^2 \frac{I_\beta}{R}}{\underbrace{s(sM + n_b \frac{\gamma}{4} \Omega \frac{I_\beta}{R^2})}_{H_{task}(s)}} \Theta_0(s)$$

Si hanno ora tutti gli elementi necessari a definire  $H_{APf}$

$$H_{APf}(s) = \frac{\omega_c}{n_b \frac{\gamma}{6} \Omega^2 \frac{I_\beta}{R}} \cdot \frac{s(sM + n_b \frac{\gamma}{4} \Omega \frac{I_\beta}{R^2})}{1 + \sqrt{2} \frac{s}{\omega_l} + (\frac{s}{\omega_l})^2} \cdot \frac{e^{\tau_e s}}{s}$$

<sup>1</sup>In questo caso specifico si è scelta una frequenza di taglio di 0.5 Hz, ritenuta adeguatamente distante dalle dinamiche attive e passive

<sup>2</sup>Si ricorda che in questa sede ci si sta riferendo solo al comportamento volontario (pilota attivo). Infatti, come si vedrà nel seguito, la frequenza di flappeggio non risiede al di fuori della banda passante del pilota nella sua totalità, ma solo della sua componente attiva.

<sup>3</sup>In questo caso specifico si cerca una relazione fra  $Z(s)$  e  $\Theta(s)$  perchè la missione richiede il mantenimento di una certa *posizione*. Se fosse richiesto il mantenimento di un profilo di *velocità* assegnato, la relazione cercata sarebbe stata fra  $\dot{Z}(s)$  e  $\Theta(s)$ . Per completezza si riporta di seguito il relativo procedimento.

$$\dot{Z}(s) = \frac{n_b \frac{\gamma}{6} \Omega^2 \frac{I_\beta}{R}}{\underbrace{(sM + n_b \frac{\gamma}{4} \Omega \frac{I_\beta}{R^2})}_{H_{task}(s)}} \Theta_0(s)$$

e quindi:

$$H_{APf}(s) = \frac{\omega_c}{n_b \frac{\gamma}{6} \Omega^2 \frac{I_\beta}{R}} \cdot \frac{(sM + n_b \frac{\gamma}{4} \Omega \frac{I_\beta}{R^2})}{1 + \sqrt{2} \frac{s}{\omega_l} + (\frac{s}{\omega_l})^2} \cdot \frac{e^{\tau_e s}}{s}$$

Dove, com'era logico aspettarsi, si nota che la FdT appena ricavata è uguale a quella in posizione, ma con l'aggiunta di un termine derivativo  $s$ .

### 3.1.3 Pilota Passivo

Con il termine *Passivo* viene indicato il comportamento involontario. In questo contesto il pilota non viene più visto come essere pensante, ma come sistema biodinamico, il quale riceve un ingresso (profilo di accelerazione della cabina), che trasmette a sua volta ai comandi di volo con una certa amplificazione e ritardo di fase. Secondo il modello di Mayo (adottato in questa sede), il pilota agisce come un filtro, di caratteristiche variabili in funzione della sua stessa corporatura (tabella 3.2). Si possono individuare due diverse tipologie, una più esile (*ectomorphic*) e una più robusta (*mesomorphic*).

Tabella 3.2: caratteristiche biodinamiche pilota

Mesomorphic Pilot	
$k_p/m_p = \omega_p^2 = 555.4 \text{ radian}^2/s^2$	$\omega_p = 3.75 \text{ Hz}$
$(r_p + r_c)/m_p = 2\xi_p\omega_p = 13.31 \text{ radian/s}$	$\xi_p = 0.28$
$r_p/m_p = 4.02 \text{ radian/s}$	$\tau_p = m_p/r_c = 0.10764 \text{ s}$
Ectomorphic Pilot	
$k_p/m_p = \omega_p^2 = 452.3 \text{ radian}^2/s^2$	$\omega_p = 3.38 \text{ Hz}$
$(r_p + r_c)/m_p = 2\xi_p\omega_p = 13.7 \text{ radian/s}$	$\xi_p = 0.32$
$r_p/m_p = 5.19 \text{ radian/s}$	$\tau_p = m_p/r_c = 0.11751 \text{ s}$

In figura 3.3 è mostrato lo schema dinamico presentato da Mayo, da cui segue l'equazione seguente:

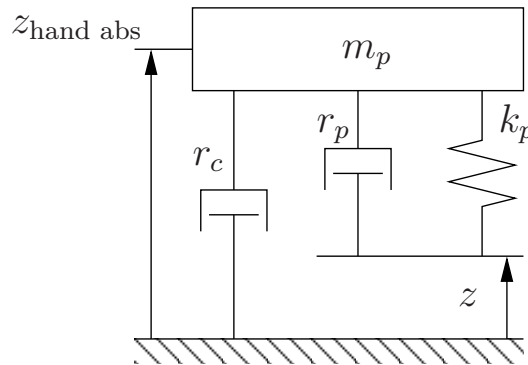


Figura 3.3: Schematizzazione del modello Biodinamico di pilota passivo secondo Mayo

$$m_p \ddot{z}_{hand_{abs}} + (r_p + r_c) \dot{z}_{hand_{abs}} + k_p z_{hand_{abs}} = r_p \dot{z} + k_p z$$

Il pedice *p* (*pilot*) indica i parametri del modello del pilota, mentre *r<sub>c</sub>* (*control*) rappresenta un termine di smorzamento direttamente associato alla rotazione della leva di passo collettivo. Questo termine nasce dal bisogno di rappresentare una

sorta di *feedback* fra pilota e comando, che svolga il ruolo di indicatore dell'intensità dell'azione di controllo. Nella realtà questo termine può essere dovuto alle dissipazioni degli organi di trasmissione meccanica, o, in presenza di attuazione idraulica, aggiunto artificialmente, allo scopo di conferire una maggiore sensibilità. Solitamente non ci sono forze che si oppongono alla rotazione della leva, quindi il pilota può correre il rischio di fornire un'azione eccessiva. La possibilità di aggiungere e regolare questo termine permette al pilota stesso di adattare la macchina alle sue esigenze personali.

Nel dominio di Laplace si ottiene la seguente espressione:

$$\ddot{z}_{hand_{abs}} = \frac{s \frac{r_p}{m_p} + \frac{k_p}{m_p}}{s^2 + s \frac{r_p+r_c}{m_p} + \frac{k_p}{m_p}} \ddot{z}$$

Essendo interessati non all'accelerazione assoluta trasmessa ai comandi, ma a quella relativa, la relazione assume la forma:

$$\ddot{z}_{hand} = \ddot{z}_{hand_{abs}} - \ddot{z} = -s \frac{s + \frac{r_c}{m_p}}{s^2 + s \frac{r_p+r_c}{m_p} + \frac{k_p}{m_p}} \ddot{z}$$

Integrando due volte si ricava la posizione relativa della mano del pilota, che è quella che definisce la posizione della leva e quindi il comando di passo collettivo ( $z_{hand} = \ddot{z}/s^2$ ). Tuttavia il comportamento di un integratore puro non è fisico, in quanto comporterebbe amplificazione infinita per  $\omega$  tendente a 0. Per questo motivo si sceglie di adottare uno *pseudo integratore* (filtro passabasso), con frequenza di taglio sufficientemente separata dalla dinamica passiva del pilota<sup>4</sup>. Alla luce di quest'ultima considerazione, si ottiene:

$$H_{PPf}(s) = -s \frac{s + 1/\tau_p}{s^2 + 2\xi_p \omega_p s + \omega_p^2} \frac{1}{1 + \sqrt{2} \frac{s}{\omega_h} + (\frac{s}{\omega_h})^2}$$

Quanto appena ricavato rappresenta la funzione di trasferimento fra  $\ddot{Z}(s)$  e  $Z_{hand}(s)$  nel dominio di Laplace. Per ricavare il contributo del pilota passivo al passo collettivo occorre prima definire il rapporto di trasmissione fra  $z_{hand}$  e  $\theta_0$ .

$$\theta_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta\phi} \frac{1}{L_\phi} z_{hand}$$

Dove  $L_\phi = 0.35m$  è la lunghezza della leva di comando, che, dividendo la posizione verticale  $z_{hand}$  fornisce l'angolo di rotazione della stessa (sotto l'ipotesi di angoli piccoli).  $\Delta\theta = 18deg$  e  $\Delta\phi = 35deg$  sono le escursioni massime rispettivamente di passo collettivo e di rotazione della leva. Come si vedrà più avanti nel seguito di questa relazione, il rapporto fra le due potrà essere regolato artificialmente per aumentare il guadagno del pilota.

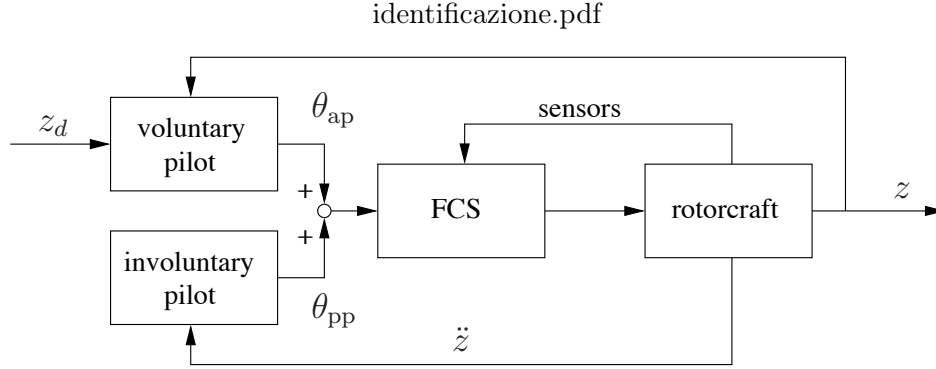


Figura 3.4: schema a blocchi del sistema pilota-elicottero in anello chiuso

### 3.1.4 Chiusura dell'Anello di Controllo

Con riferimento allo schema di figura 3.4, tralasciando il blocco FCS, che in questo caso non è stato modellato, si può ricavare l'espressione che lega  $\theta$  a  $z$  e  $z_d$ :

$$\theta = H_{APf}(z_d - z) + \frac{G_c}{L_\phi \Delta_\phi} H_{PPf} s^2 z$$

Sostituendo questo risultato in ( $z = H_{z\theta}\theta$ ) si ottiene:

$$(1 + H_{z\theta}(H_{APf} - \frac{G_c}{L_\phi \Delta_\phi} H_{PPf} s^2))z = H_{z\theta} H_{APf} z_d$$

Da cui si ricava facilmente la funzione di trasferimento d'anello fra  $z$  e  $z_d$ :

$$H_L = H_{z\theta}(H_{APf} - \frac{G_c}{L_\phi \Delta_\phi} H_{PPf} s^2)$$

Utilizzabile per analisi di stabilità del sistema controllato in retroazione (vedere appendice B sulla stabilità dei sistemi in anello chiuso).

### 3.1.5 Ingressi e Rumori

Viene scelto un profilo di quota desiderata ( $z_0$ ) caratterizzato dall'alternarsi fra due valori finiti di altitudine. L'inseguimento e il mantenimento di tale quota costituisce la missione del pilota. L'aggiunta di una raffica di disturbo, generata in modo tale da eccitare opportunamente entro la banda d'interesse del pilota (sia attivo che passivo), ricopre il ruolo di ingresso stocastico. Entrambi gli andamenti sono diagrammati in figura 3.5.

Fino a questo punto sono stati forniti tutti gli ingredienti che concorrono allo sviluppo del modello semplificato del sistema in anello chiuso. La sua realizzazione numerica, in ambiente *Simulink*, è raffigurata in figura 3.6 e 3.7, mentre in figura 3.9 sono diagrammate le storie temporali di posizione, velocità e accelerazione dell'elicottero lungo l'asse verticale, ottenute dalla simulazione numerica.

Nello schema a blocchi sono presenti altri elementi di cui non si è fatta menzione. Brevemente:

<sup>4</sup>Per questa operazione viene scelta la stessa frequenza di taglio adottata per il filtro di  $H_{AP}$ .



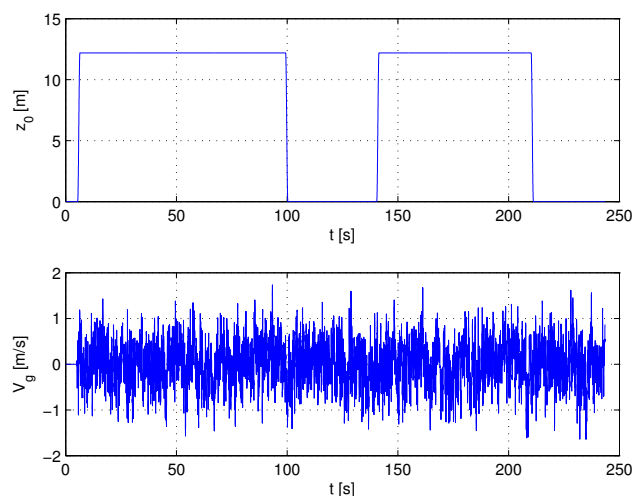


Figura 3.5: ingressi del sistema in anello chiuso: traiettoria desiderata (in alto), raffica (in basso)

- Un rumore applicato agli ingressi del blocco elicottero. Tale rumore trova riscontro nella realtà per la vicinanza del comando ai motori elettrici del simulatore di volo, i quali, producendo un campo magnetico, possono disturbare il segnale di ingresso di passo collettivo definito dal pilota. Un altro aspetto da tenere in considerazione è la mancanza di un modello che descriva la dinamica degli attuatori. Questa differenza tra modello e ambiente di simulazione reale può essere descritto anch'esso come un disturbo sugli ingressi del sistema elicottero. Tutti questi aspetti ricoprono il ruolo di *rumore circolatorio*, il quale, come vedremo più avanti, costituisce la maggior fonte di problemi per l'identificazione di un sistema in anello chiuso.
- Un rumore in uscita, dovuto all'errore di misura dell'accelerometro.
- Un ritardo temporale del simulatore, che rappresenta il tempo che intercorre tra l'azione del comando da parte del pilota e la corrispondente azione del simulatore. Questo parametro riassume il tempo complessivo di elaborazione del FCS.
- Un blocco *simulatore*, che restituisce in uscita un'accelerazione filtrata. Questo è dovuto al fatto che la posizione verticale della cellula del pilota è limitata dalla corsa degli attuatori idraulici del simulatore. In questa configurazione, i valori di accelerazione a bassa frequenza (se non addirittura nulla), integrati nel tempo, porterebbero la cabina oltre la posizione massima. Per questo motivo le accelerazioni a bassa frequenza vengono filtrate da un opportuno filtro di *washout*, di cui se ne riporta l'andamento in figura 3.8 (frequenza di taglio di circa  $0.5Hz$ ).
- Un elemento di *saturazione* ( $\pm 2m/s$ ), sempre all'interno del blocco simulatore, il quale impedisce che vengano trasmesse accelerazioni troppo elevate

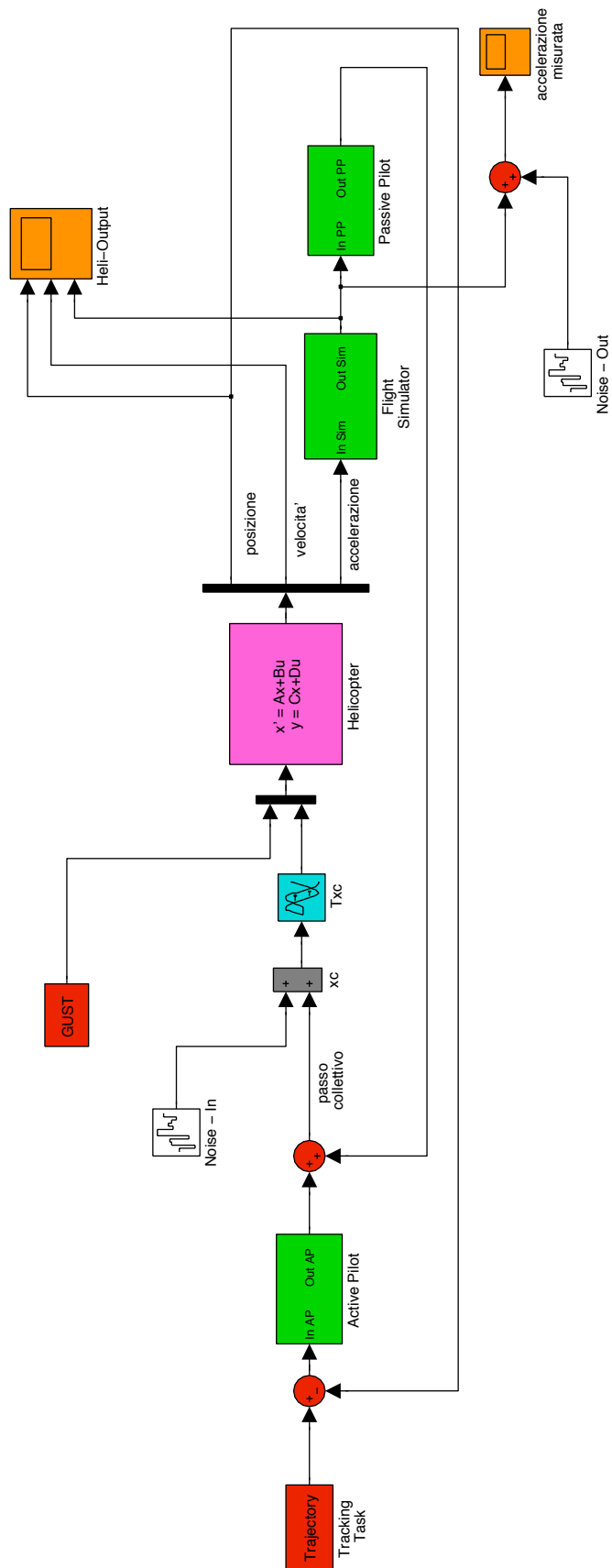
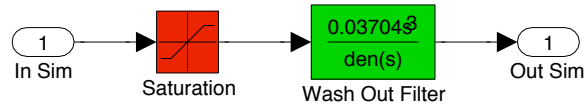
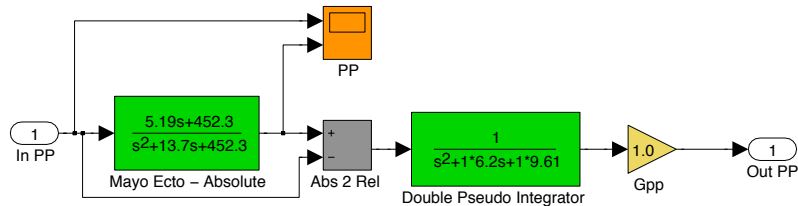


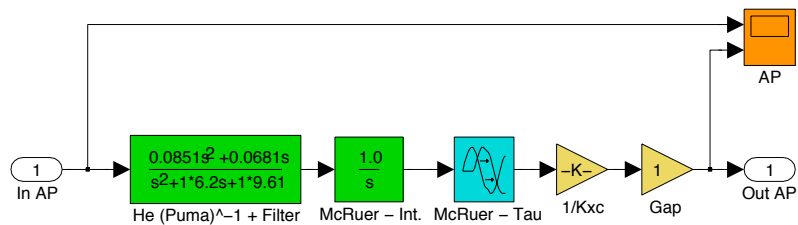
Figura 3.6: Schema a Blocchi del sistema (*Simulink*)



(a) *Simulatore di volo.*



(b) *Pilota passivo.*



(c) *Pilota Attivo.*

Figura 3.7: Dettaglio dei sotto sistemi del modello (*Simulink*)

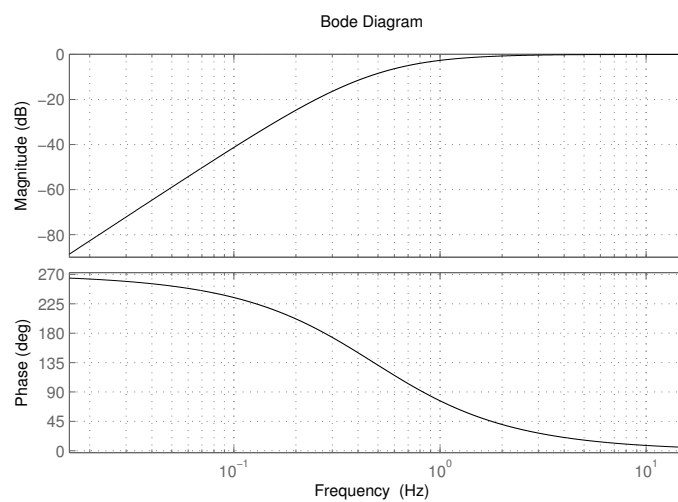


Figura 3.8: Filtro di Wash Out

per l'integrità della cellula e per la sicurezza del pilota al suo interno.

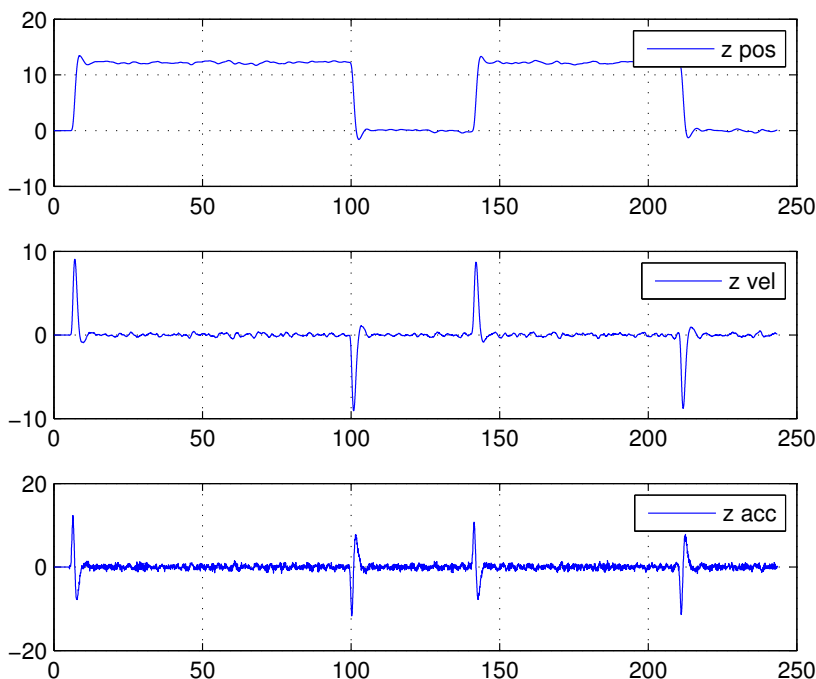


Figura 3.9: Andamento temporale di  $z$ ,  $\dot{z}$  e  $\ddot{z}$

## 3.2 Qualità dell'identificazione

Nel paragrafo precedente si è sviluppato uno strumento in grado di fornire la storia temporale dei segnali ingresso/uscita (I/O) del sistema pilota, con la possibilità di far variare arbitrariamente i diversi parametri (rumori esterni, di misura e ritardi temporali). Tali segnali costituiscono l'ingrediente fondamentale per poter identificare il modello di pilota cercato.

Con riferimento alla figura 3.4, che riporta uno schema rappresentativo del problema in esame, il pilota è assimilabile ad un sistema MISO (*multi-input-single-output*), con i due ingressi di errore di *tracking* ( $e = z_0 - z$ ), il cui valore è fornito in modo esatto dal simulatore, e accelerazione trasmessa dalla cabina ( $\ddot{z}$ , affetta da errore di misura), e dall'unica uscita costituita dal comando di passo collettivo ( $\theta_0$ , ottenuta come misura della rotazione della leva di comando). Contrariamente a quanto rappresentato in figura, quest'ultima misura è unica, in quanto la separazione dei due contributi (attivo e passivo) può essere fatta solo a posteriori e non senza perdita di informazione del segnale<sup>5</sup>. Il sistema cercato assume quindi la forma seguente:

<sup>5</sup>La separazione delle due componenti del segnale, attiva e passiva, può avvenire per effetto di un filtro in frequenza. Tuttavia, anche se in questo caso semplificato le dinamiche sono ben separate, in un caso reale i comportamenti volontario e involontario del pilota potrebbero non essere così distinti, correndo quindi il rischio di distorcere il segnale originale per effetto dell'operazione di filtraggio.

$$\Theta_0(s) = H_{AP}(s)E(s) + H_{PP}(s)\ddot{Z}(s)$$

Le FdT identificate dovranno rispettare sia il comportamento alle basse frequenze che alle alte. Come vedremo più avanti, questo si traduce nel confrontare il segnale vero e identificato sia su un arco temporale ampio (basse frequenze) che ristretto (alte frequenze) separatamente, tenendo conto di entrambi i risultati nella valutazione finale.

Per quanto riguarda i rumori introdotti nel sistema si sceglie in modo arbitrario di definirli rispetto al sistema pilota, essendo il protagonista delle analisi che verranno condotte da questo momento, quindi d'ora in avanti vanno interpretati nel modo seguente:

- *rumore in ingresso* sulla misura di  $\ddot{z}$
- *rumori in uscita* su  $\theta_0$

Questa scelta può creare un po' di confusione in quanto per il sistema elicottero ingresso e uscita sono invertiti. Purtroppo questo rischio è inevitabile, avendo a che fare con un sistema in anello chiuso.

Entrando nel merito dell'identificazione, è necessario definire a priori il metro di giudizio da adottare per la valutazione della qualità dei modelli identificati. A tal proposito, solitamente si ricorre ad un confronto diretto delle FdT (vera e identificata) attraverso i parametri che ne definiscono il comportamento in frequenza:

- poli e zeri
- diagramma in frequenza di modulo e fase (BODE)

Un criterio di valutazione basato questi elementi sarebbe sufficiente di per se, tuttavia l'applicabilità è ristretta ai casi in cui si conosce a priori la forma esatta del sistema da identificare. Se ciò è verificato in questa fase di studio preliminare, non sarà altrettanto vero quando si andrà ad identificare il sistema a partire dai segnali *veri*, raccolti nella campagna sperimentale<sup>6</sup>. I criteri di cui sopra trovano comunque la loro utilità nella valutazione dei punti di forza e debolezza dei diversi algoritmi, successivamente però sarà necessario ricorrere ad ulteriori metodi, applicabili con la sola conoscenza dei segnali I/O.

Di seguito (tabella 3.3) si riportano i valori di poli e zeri dei sistemi *AP* e *PP*<sup>7</sup>. Si nota subito la presenza di un polo e uno zero coincidenti (nell'origine)

<sup>6</sup>Di fatti un confronto del genere non è quasi mai applicabile in quanto non avrebbe senso identificare un modello di cui si conosce già la forma esatta. Piuttosto, come vedremo nel seguito del presente lavoro, il confronto può essere fatto fra le FdT identificate e degli andamenti plausibili/attesi, magari ottenuti mediante altri metodi, o un andamento teorico ipotizzato, cioè un riferimento che permetta di capire se il modello identificato sia verosimile oppure no.

<sup>7</sup>Nei valori in tabella si può notare una coppia di poli e zeri complessi coniugati di identico valore. Questi valori non appartengono realmente alla FdT del pilota attivo, ma saranno utili per confrontare i risultati dell'identificazione. Nel seguito il loro significato diventerà più chiaro.

Tabella 3.3: poli e zeri *veri* del sistema pilota

	poli	zeri
Pilota Attivo	0	0
	-3.1	-0.7999
	-3.1	
	$-6.79 + 20.12i$	$-6.79 + 20.12i$
	$-6.79 - 20.12i$	$-6.79 - 20.12i$
Pilota Passivo	-3.1	0
	-3.1	-0.85099
	$-6.79 + 20.12i$	
	$-6.79 - 20.12i$	

nel AP<sup>8</sup>. Anticipiamo che, in funzione dell'algoritmo utilizzato, la struttura del sistema identificato potrebbe differire da quella vera, aspetto di cui bisognerà tenere conto in fase di confronto delle FdT, in modo tale da non essere tratti in inganno da risultati apparentemente non confrontabili.

Per meglio comprendere questa scelta, si analizza di seguito una tipica struttura polinomiale del modello identificato:

$$A(s)Y(s) = B_1(s)U_1(s) + B_2(s)U_2(s)$$

e quindi:

$$Y(s) = \left[ \frac{B_1(s)}{A(s)} \right] U_1(s) + \left[ \frac{B_2(s)}{A(s)} \right] U_2(s)$$

Si nota che questa struttura impone alle FdT lo stesso denominatore<sup>9</sup>. Per poter confrontare i risultati occorre quindi ridefinire le FdT del sistema analitico nel modo seguente:

$$H_{AP}(s) = \frac{B_1(s)}{A(s)} = \frac{N_{AP}(s)}{D_{AP}(s)}$$

$$H_{AP}(s) = \frac{B_2(s)}{A(s)} = \frac{N_{PP}(s)}{D_{PP}(s)}$$

$$\Theta_0(s) = \frac{N_{AP}(s)D_{PP}(s)}{D_{AP}(s)D_{PP}(s)}E(s) + \frac{N_{PP}(s)D_{AP}(s)}{D_{PP}(s)D_{AP}(s)}\ddot{Z}(s)$$

A questo punto il contenuto riportato in tabella risulta chiaro; come già anticipato, la  $H_{AP}$  ha un polo e uno zero coincidenti nell'origine, il comportamento dei quali non può essere visto dal processo di identificazione. Cercando di far identificare queste dinamiche nascoste, l'algoritmo restituirebbe un polo e uno zero in eccesso, con valori completamente diversi da quelli attesi. Tornando ora al modo in cui sono state ridefinite le FdT, si nota che solo la  $H_{AP}$  risulta effettivamente

<sup>8</sup>Si è scelto di indicare esplicitamente questi due valori per rimanere coerenti con l'espressione analitica di  $H_{APf}$  ricavata in precedenza, consapevoli del fatto che il loro contributo non sarà rilevato dal processo identificativo.

<sup>9</sup>Se il modello identificato fosse definito nello spazio agli stati il concetto sarebbe lo stesso, avendo un comune denominatore definito da  $D(s) = \det(sI - A)$

modificata, in quanto la  $H_{PP}$  possiede già i due poli del pilota attivo. Quello che si ottiene è una  $H_{AP}$  con due poli e due zeri in più, rappresentativi della dinamica ad alta frequenza del pilota passivo.

### 3.2.1 $R_T^2$ , $YIC$ e Cross-Validazione

Il *Coefficiente di Determinazione* ( $R_T^2$ ) è un indice statistico per la valutazione della correlazione di due segnali, espresso nel modo seguente:

$$R_T^2 = 1 - \frac{\text{var}(y - \hat{y})}{\text{var}(y)}$$

Dove  $y$  rappresenta l'insieme di valori assunti dalla variabile in uscita (misura) e  $\hat{y}$  i valori assunti dall'uscita stimata, lungo lo stesso arco temporale di simulazione. Un valore unitario di  $R_T^2$  sta a significare una correlazione perfetta. Tale indice statistico ha l'importante pregio di non richiedere la conoscenza analitica del sistema, infatti la valutazione avviene mediante un confronto diretto del segnale vero e del segnale simulato dal sistema identificato. Sarà quindi uno degli strumenti principali al momento dell'identificazione dai dati sperimentali.

In alternativa al coefficiente di determinazione è possibile affidarsi ad un altro indice, anch'esso applicabile ai soli dati di ingresso e uscita. L'*YIC* (*Young's Information Criterion*), espresso qui di seguito, arricchisce l'informazione contenuta in  $R_T^2$  con un ulteriore termine, funzione del numero di parametri del modello identificato (per entrambi gli indici si faccia riferimento a [3], cap. 9).

$$YIC = \log_e \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_y^2} + \log_e \{ NEVN \}$$

$$NEVN = \frac{1}{n_\theta} \sum_{i=1}^{n_\theta} \frac{\hat{p}_{ii}}{\hat{\theta}_i^2}$$

dove:

- $\hat{\sigma}^2 = \text{var}(y - \hat{y})$ : varianza del residuo
- $\sigma_y^2$ : varianza del segnale di riferimento
- $n_\theta$ : numero di parametri del modello identificato
- $\hat{p}_{ii}$ : varianza del  $i$ -esimo parametro stimato
- $\hat{\theta}_i^2$ : quadrato del  $i$ -esimo parametro stimato

che possiamo riscrivere nel modo seguente:

$$YIC = \log_e \{ 1 - R_T^2 \} + \log_e \{ NEVN \}$$

In modo da far emergere la dipendenza fra i due indici.

Nel processo di minimizzazione dei residui tra segnale vero e simulato, l'aggiunta di poli e zeri in eccesso può avere un effetto benefico sul  $R_T^2$ , in quanto le dinamiche in aggiunta possono catturare nel dettaglio l'andamento del segnale,

pur non avendo alcuna interpretazione fisica. Quindi l' $R_T^2$  da solo non è in grado di assicurare che il modello trovato sia rappresentativo della dinamica vera. L'indice NEVN (*Normalised Error Variance Norm*) è in pratica una misura normalizzata dell'incertezza della stima dei parametri da parte dell'algorithm, la quale assume valori tanto più elevati quanti più sono i parametri in eccesso del modello. Il motivo della scelta di questo indice è dovuta al fatto che l' $R_T^2$  da solo non dà informazioni sul numero di parametri utilizzati nell'identificazione, comportando così il rischio di ottenere un modello sovrapparametrizzato.

Per avere una maggiore familiarità con i valori assunti da  $YIC$  si riporta in figura 3.10 l'andamento dell'indice in funzione di  $R_T^2$  e  $NEVN$ <sup>10</sup>.

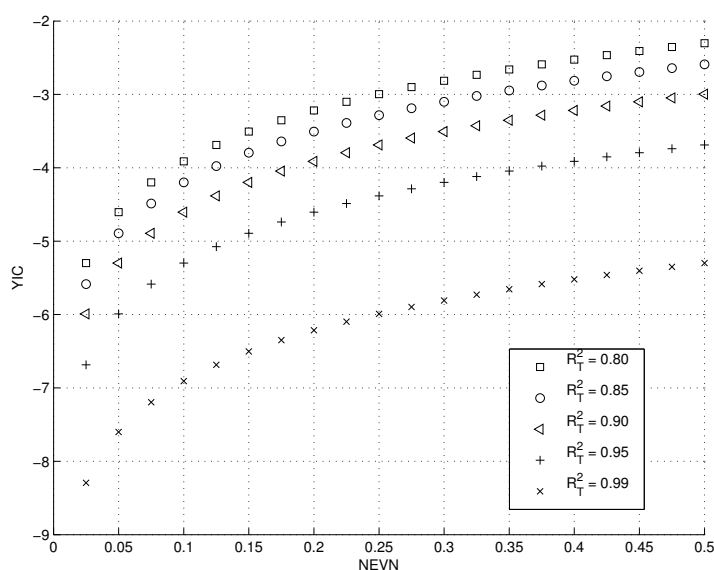


Figura 3.10:  $YIC$  - andamento al variare dei parametri

L'inconveniente nel calcolo di questo  $YIC$  è la necessità di avere a disposizione la varianza dei parametri stimati, che non sempre è possibile ricavare con semplicità.

#### CROSS - VALIDAZIONE

Nel processo di identificazione la storia temporale riportata in figura 3.9 verrà divisa in due parti, la prima utilizzata dai diversi algoritmi per la stima del modello, la seconda per confrontare il segnale vero con quello generato dal modello stimato. La cosiddetta *Cross-Validazione* costituisce un modo di operare necessario se si vuole valutare la robustezza del modello identificato, il quale potrebbe essere perfettamente rappresentativo dell'andamento temporale, limita-

<sup>10</sup>L'informazione contenuta in  $NEVN$  è un indicatore affidabile quando il numero di parametri del modello è ben rappresentativo del sistema reale. Tuttavia, in caso di sovrapparametrizzazione, la stima relativa ai parametri in eccesso può essere anche molto incerta (in termini di varianza,  $\hat{p}_{ii}$ ), portando quindi  $YIC$  ad assumere valori anche molto diversi da quelli diagrammati in figura. E' quindi necessario analizzare caso per caso, per valutare la soglia di accettabilità di tale indice.



tamente all'intervallo utilizzato per l'identificazione vera e propria, e allo stesso tempo inaffidabile una volta usciti da quest'intervallo. E' possibile interpretare tale procedimento come una verifica delle capacità di previsione del modello su un intervallo temporale estraneo al processo identificativo, in modo da avere una conferma dell'affidabilità dei parametri stimati.

#### METODO MONTE CARLO

Un altro accorgimento adottato per ottenere una stima affidabile consiste nell'adozione del *metodo montecarlo*, secondo il quale, la stima dei parametri passa dalla generazione di  $N$  segnali casuali in ingresso<sup>11</sup>, utilizzati in altrettante simulazioni numeriche. I risultati presentati in questo capitolo sono stati ottenuti mediando i risultati di  $N = 50$  simulazioni.

### 3.3 Confronto Algoritmi di Identificazione

Di seguito sono presentati brevemente i metodi identificativi utilizzati, con un accenno alla teoria su cui si fondano, e i risultati ottenuti con ciascuno di essi nella stima dei parametri del modello di pilota. Il lavoro presente non ha come obiettivo di trattare esaurientemente i diversi algoritmi, ma di valutarne pregi e difetti, al fine di scegliere quello più adatto al problema specifico in esame. Per approfondire nel dettaglio le basi teoriche si rimanda ai riferimenti bibliografici citati nel seguito della trattazione.

#### 3.3.1 Identificazione nel dominio del tempo

L'obiettivo dell'identificazione, per come è inteso in questo lavoro, è quello di trovare una relazione matematica che riesca a cogliere il legame tra un segnale di ingresso e un segnale di uscita, misurati durante un generico esperimento. Una classe molto ampia di algoritmi identificativi, noto con il termine PEM (*Prediction Error Method*), si basa sull'idea di poter trovare il modello matematico cercato attraverso la minimizzazione dell'errore di stima, definito come differenza fra le misure e il segnale simulato dal modello stesso (rif. [3], cap. 1).

$$\varepsilon(t_k, \theta) = y(t_k) - \hat{y}(t_k, \theta) \quad k = 1, \dots, N$$

Dove la stima del segnale di uscita è definita da un *predittore*, che in questo caso una forma polinomiale incognita del tipo:

$$\hat{y}(t_k, \theta) = g(\theta, Z^{k-1})$$

Dove  $\theta$  sono i parametri del modello, incognita del problema di identificazione, e  $Z^{k-1}$  indica la sequenza dei segnali di ingresso e uscita, misurati agli istanti precedenti quello attuale ( $t_k$ ). In modo del tutto generale è possibile definire una certa funzione  $l(*)$ , tale da ridefinire opportunamente l'errore di predizione:

---

<sup>11</sup>Logicamente questo processo di randomizzazione interessa i soli segnali stocastici, quali la raffica e i due segnali di rumore, i quali vengono generati a partire dalla stessa distribuzione statistica.

$$l(\varepsilon(t_k, \theta))$$

Con la quale si definisce una funzione di costo, data dalla somma di tutti gli errori puntuali misurati nell'intervallo di campionamento, opportunamente ridefiniti tramite  $l(*)$ :

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_k l(\varepsilon(t_k, \theta))$$

Minimizzando tale espressione rispetto al vettore dei parametri incogniti  $\theta$  si ottiene la stima cercata:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} V_N(\theta)$$

Partendo da questo procedimento generale si arriva alla definizione di uno dei metodi di identificazione (usato anche nell'interpolazione dei dati) più noti, il *metodo ai minimi quadrati*<sup>12</sup>. Di seguito viene illustrato brevemente il metodo, che parte dalla definizione dell'uscita stimata:

$$y(t_k) + a_1 y(t_{k-1}) + \dots + a_{n_a} y(t_{k-n_a}) = b_1 u(t_{k-1}) + \dots + b_{n_b} u(t_{k-n_b}) + \nu(t_k)$$

in cui l'uscita al tempo  $k$ -esimo è espressa in funzione del valore di uscita e ingresso agli istanti precedenti più un termine di errore di predizione. È importante notare che il numero di coefficienti a numeratore e denominatore è un'incognita del problema, non può essere noto a priori. Nell'esempio presentato il sistema è a tempo discreto (DT) ma il procedimento riportato di seguito è sostanzialmente lo stesso per sistemi a tempo continuo (CT). È possibile esprimere in forma compatta:

$$\varphi^T(t_k) = [-y(t_{k-1}) \dots - y(t_{k-n_a}) u(t_{k-1}) \dots u(t_{k-n_b})]$$

$$\theta = [a_1 \dots a_{n_a} b_1 \dots b_{n_b}]^T$$

e quindi

$$\hat{y}(t_k, \theta) = \varphi^T(t_k) \theta$$

$$y(t_k, \theta) = \hat{y}(t_k, \theta) + \nu(t_k)$$

A questo punto una stima dei coefficienti ( $\theta$ ) è possibile attraverso una minimizzazione della sommatoria degli errori di predizione, espressa di seguito<sup>13</sup>:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_k (y(t_k, \theta) - \hat{y}(t_k, \theta))^2$$

che porta al risultato:

$$\theta_{LS} = \left[ \frac{1}{N} \sum_k \varphi(t_k) \varphi^T(t_k) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_k \varphi(t_k) y(t_k)$$

<sup>12</sup>Una trattazione del metodo alternativa è riportata in appendice.

<sup>13</sup>Ciò che caratterizza il metodo ai minimi quadrati è appunto la norma quadratica con cui viene ridefinito l'errore di predizione, mentre per il resto non differisce dalla logica del *PEM*.

In questo caso si è supposto di conoscere senza incertezze la sequenza di dati ingresso/uscita, il che porta ad un minimo esatto, ricavato analiticamente. In un caso reale una stima esatta sarebbe impossibile, in quanto la misura di ingressi/uscite è normalmente affetta da rumore, e quindi la ricerca del minimo deve passare per un processo iterativo (ricerca del minimo di una funzione non lineare, *es.*: metodo gradiente). Pur presentando una versione idealizzata del problema, il procedimento appena esposto da un'idea di come sia strutturata una classe che racchiude un gran numero di algoritmi di identificazione.

Come si è visto, gli algoritmi di tipo *PEM* così come il metodo ai minimi quadrati, richiedono la scelta a priori di una serie di parametri (struttura del predittore, numero coefficienti del numeratore/denominatore), oltre all'impiego di un processo iterativo di minimizzazione, con tutte le problematiche che ne conseguono (convergenza del metodo, ricerca di un minimo locale, problema mal condizionato numericamente in particolare se il sistema ha più ingressi e uscite, e specialmente per sistemi di ordine elevato). Il tentativo di superare questi inconvenienti ha portato allo sviluppo di una seconda classe di algoritmi per l'identificazione, i cosiddetti *metodi a sottospazi vettoriali*. La forza di questa classe di algoritmi, si basa sull'utilizzo di strumenti di algebra lineare per manipolare opportunamente i segnali ingresso/uscita, al fine di produrre una stima dei parametri del modello, senza che si debba passare attraverso un processo di minimizzazione non lineare.

### 3.3.2 N4SID

L'N4SID (*Numerical algorithms for Subspace State Space System Identification*) è uno dei principali metodi a sottospazi. In figura 3.11 è riportato uno schema che cerca di spiegare, in modo estremamente semplificato, in cosa differiscano gli algoritmi a sottospazi dai metodi tradizionali.

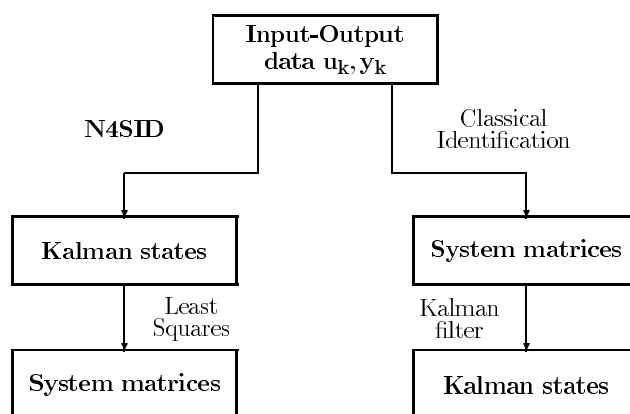


Figura 3.11: *n4sid* - differenza tra identificazione *classica* e a sottospazi

Nello schema identificativo *tradizionale* si parte da una sequenza di dati ingres-

so/uscita e un modello polinomiale opportuno, di forma nota e parametri incogniti, ai quali si giunge in seguito ad un processo di minimizzazione dell'errore residuo. Solo a posteriori è possibile ricavare un'equivalente rappresentazione agli stati, con cui implementare uno stimatore dello stato (filtro di Kalman<sup>14</sup>). La possibilità di disporre di una stima dello stato è quindi una conseguenza dell'identificazione.

Nei metodi a sottospazi tale ordine viene invertito, includendo lo stato nel processo identificativo. Il concetto di base è quello di utilizzare un banco di filtri di Kalman, nei quali però le matrici sono lasciate incognite. Lo stato stimato, insieme alla sequenza dei segnali ingresso/uscita, viene trattato con strumenti di algebra lineare (proiezioni geometriche, SDV, fattorizzazione QR<sup>15</sup>) per ricondurre il problema di minimizzazione dell'errore ad un semplice problema ai minimi quadrati (nelle incognite  $A, B, C, D$  del sistema agli stati), di cui quindi si conosce la soluzione esatta, senza passare da processi iterativi. Una trattazione estesa

<sup>14</sup>Il *filtro di Kalman* è un *osservatore ottimo* che permette di stimare l'andamento di tutti gli stati di un sistema dinamico, a partire da una serie di misure soggette a rumore, a patto che esso sia definibile come *bianco* e a distribuzione gaussiana (ref. [28]). Si è citato come esempio in virtù della sua vasta applicabilità nella teoria dei sistemi, in particolare nell'implementazione pratica di un controllore, per il quale è richiesta la conoscenza integrale dello stato, che sarebbe di difficile realizzazione con le sole misure.

<sup>15</sup>La decomposizione ai valori singolari (o SVD, Singular Value Decomposition) è una particolare fattorizzazione basata sull'uso di autovalori e autovettori:

$$A = U\Sigma V^*$$

Dove

- $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$
- $U$  è una matrice unitaria di dimensioni  $m \times m$
- $\Sigma$  è una matrice diagonale di dimensioni  $m \times n$
- $V^*$  è la trasposta coniugata di una matrice unitaria di dimensioni  $n \times n$

Gli elementi della diagonale di  $\Sigma$  sono detti valori singolari di  $A$  e hanno le proprietà:

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_n$$

la decomposizione ai valori singolari trova applicazione nel calcolo della *pseudo-inversa* di una matrice rettangolare.

La fattorizzazione QR trova applicazione nella risoluzione di sistemi lineari del tipo  $Ax = b$ , tramite la scomposizione

$$A = QR$$

Dove:

- $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$
- $Q$  è una matrice ortogonale
- $R$  è una matrice triangolare superiore

A questo punto la risoluzione del sistema lineare è espressa dalla seguente:

$$x = R^{-1}(Q^t b)$$

la fattorizzazione QR trova ulteriori applicazioni nel calcolo di basi ortonormali e per la risoluzione di sistema ai minimi quadrati.

Di questi elementi si fa largo uso nell'identificazione a sottospazi, in quanto vengono manipolate matrici rettangolari di grandi dimensioni (per maggiori dettagli si faccia riferimento a [27])

delle basi teoriche dell'algoritmo e della sua implementazione numerica si trovano in [5] e [6].

Il sistema identificato è in una forma agli stati a tempo discreto (DT)

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + \nu_k \end{cases}$$

dove  $\omega_k$  e  $\nu_k$  sono sequenze discrete di rumore bianco, con distribuzione Gaussiana e media nulla. Essendo  $k$  e  $l$  due istanti temporali generici:

$$E\begin{pmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_l^T & \nu_l^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{kl} \geq 0^2$$

Dove  $\delta_{kl}$  è il delta di Kronecker <sup>16</sup>.

Se da un lato si ha il vantaggio di dover scegliere un solo parametro (cioè l'ordine del sistema), dall'altro si ha lo svantaggio di non poter controllare il numero di poli e zeri di ciascuna FdT del sistema identificato<sup>17</sup>. Più precisamente, dopo aver portato il sistema in tempo continuo, le funzioni di trasferimento sono ricavate nel modo seguente:

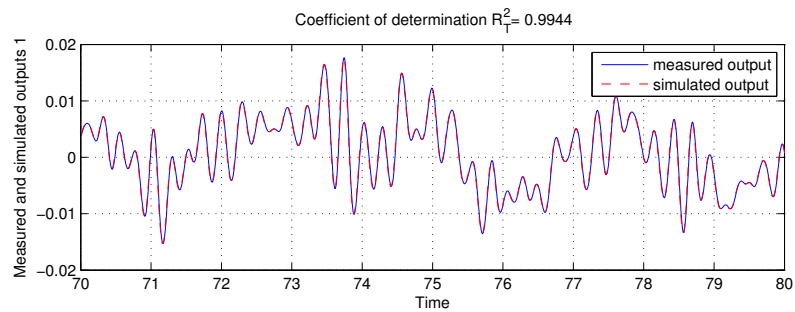
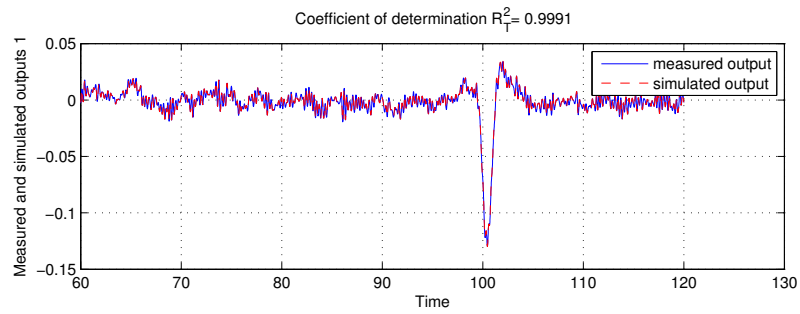
$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Questa forma comporta un denominatore unico per  $H_{AP}$  e  $H_{PP}$  ( $\det(sI - A)$ ), entrambe espresse in forma *semplicemente propria* (ugual numero di poli e zeri) per la presenza della matrice  $D$ . Alla luce di questa considerazione diventa chiaro il contenuto di tabella 3.3, nella quale l'imposizione di due poli *extra* in  $H_{AP}$  viene equilibrata con l'aggiunta di due zeri di identico valore. Fatte queste premesse è possibile fare un confronto fra poli e zeri (tabella 3.4), ottenuti identificando il sistema in assenza di rumore. Si nota una buona corrispondenza tra i valori veri e le relative stime, inoltre l'algoritmo gestisce bene i parametri in *eccesso* cui si è fatto riferimento, confinandoli ad un valore in frequenza che non disturba le dinamiche effettive del pilota. In figura 3.12(a) è riportato un confronto fra l'uscita vera del sistema e l'uscita del sistema identificato, che testimonia l'elevata qualità dell'identificazione.

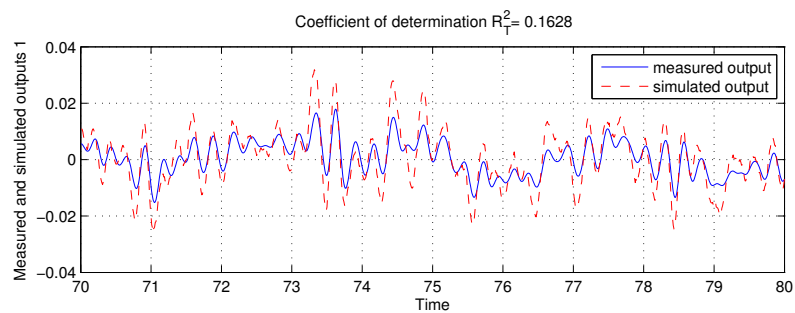
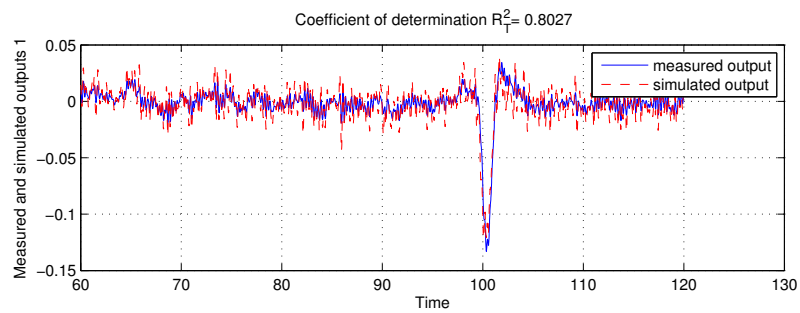
L'algoritmo *N4SID* è uno strumento molto efficace per la stima di sistemi operanti in anello aperto, come si può apprezzare dai risultati appena presentati, infatti, fintanto che il rumore viene escluso dalla simulazione, il comportamento di un sistema ad anello chiuso non differisce sostanzialmente da un anello aperto (dal punto di vista identificativo). Una volta aggiunta una componente di rumore, anche di piccola entità, le prestazioni dell'algoritmo decadono rapidamente, il confronto temporale riportato in figura 3.12(b) ne è la prova. Ad essere precisi, non tutti i tipi di rumore hanno lo stesso effetto sulle prestazioni dell'algoritmo, infatti, come evidenziato dai risultati in figura 3.13, il rumore di misura che contamina il segnale in ingresso non comporta un calo significativo di qualità, mentre

<sup>16</sup>In questo caso il delta di Kronecker rappresenta la controparte a tempo discreto della funzione impulsiva ( $\delta(t)$ ).

<sup>17</sup>Questa limitazione potrà comportare un eccesso di parametri rispetto al sistema vero. Più avanti, nel corso del presente capitolo si comprenderanno meglio gli effetti di questa sovrapparametrizzazione.



(a) *rumore assente.*



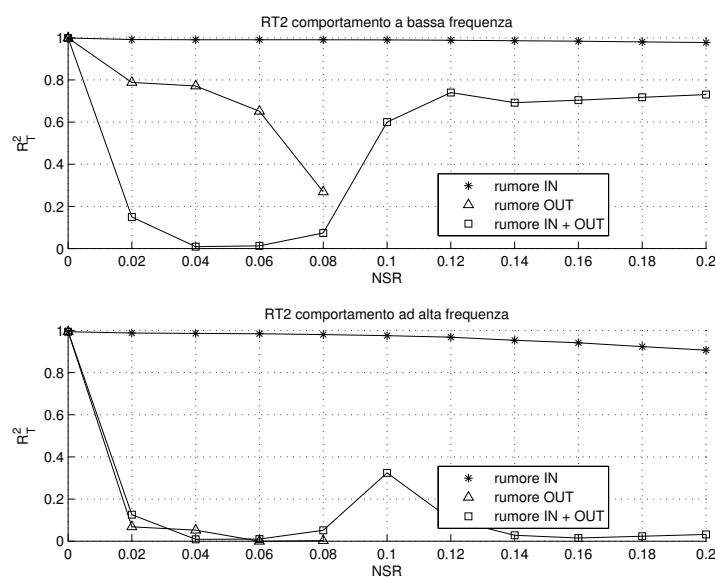
(b) *rumore sulle uscite (nsr = 0.04).*

Figura 3.12: N4SID - confronto segnale vero/simulato

Tabella 3.4:  $n4sid$  - confronto poli e zeri - rumore assente

	veri	$N4SID$
poli	-3.1	-3.12 + 0.50i
	-3.1	-3.12 - 0.50i
	-6.79 + 20.12i	-6.80 + 20.10i
	-6.79 - 20.12i	-6.80 - 20.10i
zeri AP	-0.7999	-0.83
	-6.79 + 20.12i	-6.33 + 20.16i
	-6.79 - 20.12i	-6.33 - 20.16i
		-209.5
zeri PP	0	-0.19
	-8.5099	-8.34
		-226.74 + 198.14i
		-226.74 - 198.14i

il rumore in uscita compromette l'identificazione. La differenza sta nel fatto che quest'ultimo entra in circolo nel sistema ad anello, portando il segnale in ingresso ad essere correlato con i rumori esterni e in particolare con la componente stocastica dell'uscita, proprietà che non è compresa tra le ipotesi fondanti dall'algoritmo, che quindi perde la sua efficacia. Per questo motivo il presente metodo non verrà considerato da qui in avanti come un possibile candidato per l'identificazione del modello.

Figura 3.13:  $N4SID - R_T^2$

### 3.3.3 PBSID

Nella sezione precedente si è messo in evidenza come l'algoritmo *N4SID* non sia adatto per sistemi operanti in anello chiuso. L'algoritmo *CT – PBSID* (*Continuous Time Predictor Based System Identification*) rappresenta un'evoluzione del suo predecessore, appositamente studiato per trattare questo tipo di casi. La differenza tra i due metodi si basa sulle ipotesi di correlazione fra rumori esterni e misure. Nel sezione precedente si è accennato al fatto che gli algoritmi della classe *N4SID* si basano sull'ipotesi di scorrelazione fra misure e rumori, ipotesi che invece non è richiesta dall'algoritmo *PBSID*, che quindi si presta all'applicazione a sistemi operanti in anello chiuso.

In generale, esso si basa su una conversione del modello in tempo continuo (CT) ad uno equivalente a tempo discreto (DT), a cui è possibile applicare le diverse tecniche di identificazione a sottospazi. Com'è noto, la relazione tra tempo continuo e discreto (rappresentati dalle variabili  $s$  e  $z$ ) normalmente non è biunivoca.

Espandendo la nota relazione:

$$z = e^{sT_s}$$

si ottiene:

$$z = e^{(x+jy)T_s} = e^{xT_s} e^{jyT_s} = e^{xT_s} [\cos(yT_s) + j\sin(yT_s)]$$

$$z = e^{xT_s} [\cos((y \pm \frac{k2\pi}{T_s})T_s) + j\sin((y \pm \frac{k2\pi}{T_s})T_s)]$$

con  $k = 1, 2, \dots, \infty$ . Quindi, se ad un valore di  $s$  corrisponde un unico valore di  $z$ , non è vero il contrario. Tale concetto è espresso graficamente in figura 3.14. Nello spazio della variabile  $s$  si vengono a creare una serie infinita di sottodomini,

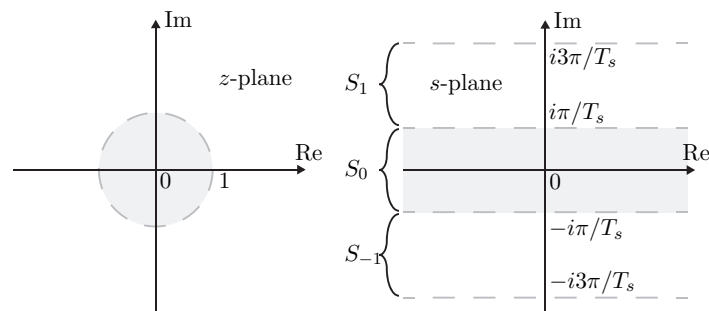


Figura 3.14: Relazione tra spazio  $z$  e spazio  $s$

all'interno dei quali ricadono gli infiniti risultati del passaggio  $z \rightarrow s$  (quanto appena detto è la spiegazione matematica di fenomeni quali l'*aliasing*).

Uno dei principali aspetti innovativi del metodo qui presentato è l'introduzione di due diversi domini nel tempo discreto, grazie ai quali la trasformazione  $s \longleftrightarrow z$  è resa biunivoca. Il modello a tempo discreto definito in questi due



domini viene stimato direttamente dai dati I/O, o meglio da una proiezione o da una versione filtrata dei segnali originali. A questo punto le matrici del sistema a tempo continuo vengono ricavate attraverso semplici relazioni algebriche (il metodo viene esaurientemente trattato in [7]). Nel processo di identificazione i dati I/O vengono preprocessati attraverso una particolare operazione di filtraggio.

#### TRATTAMENTO DEL RUMORE

Dopo il passaggio a tempo discreto il sistema assume la forma seguente:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + \nu_k \end{cases}$$

Attraverso il filtro Filtro di Kalman è possibile esprimere il sistema nella cosiddetta forma di *Innovazione*:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + Ke_k \\ y_k = C\hat{x}_k + Du_k + e_k \end{cases}$$

Dove  $\hat{x}_k$  indica lo stato *osservato* dal filtro ed  $e_k = y_k - \hat{y}_k$  indica l'errore di osservazione. Quindi:

$$e_k = y_k - Cx_k + Du_k$$

Sostituendo nel sistema si ottiene:

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + K(y_k - Cx_k + Du_k)$$

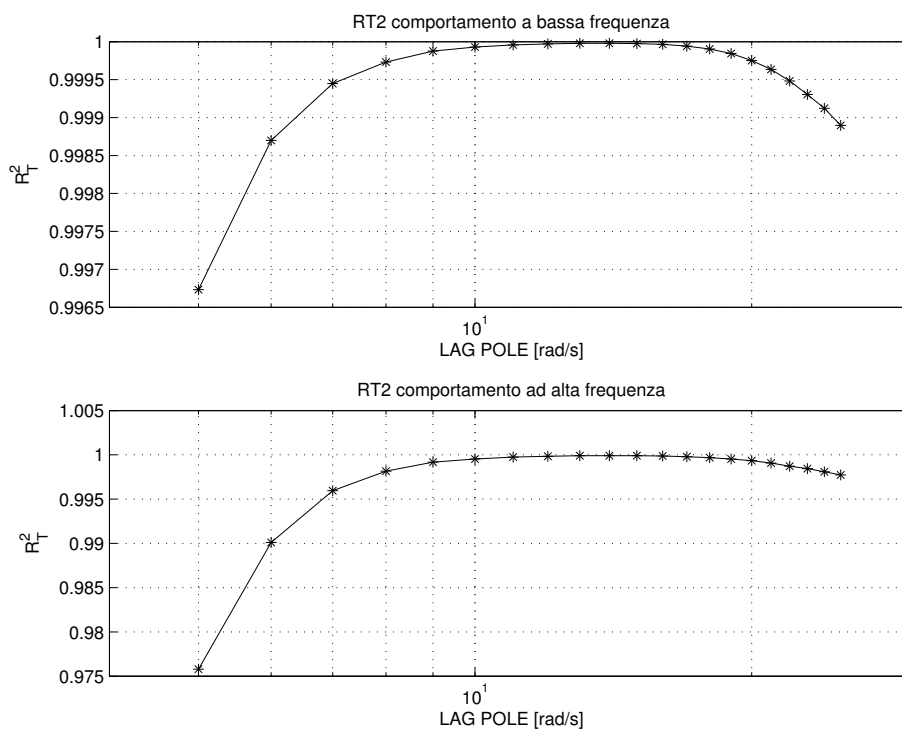
$$\hat{x}_{k+1} = (A - KC)\hat{x}_k + (B - KD)u_k + Ky_k$$

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{A}\hat{x}_k + \bar{B}u_k + Ky_k$$

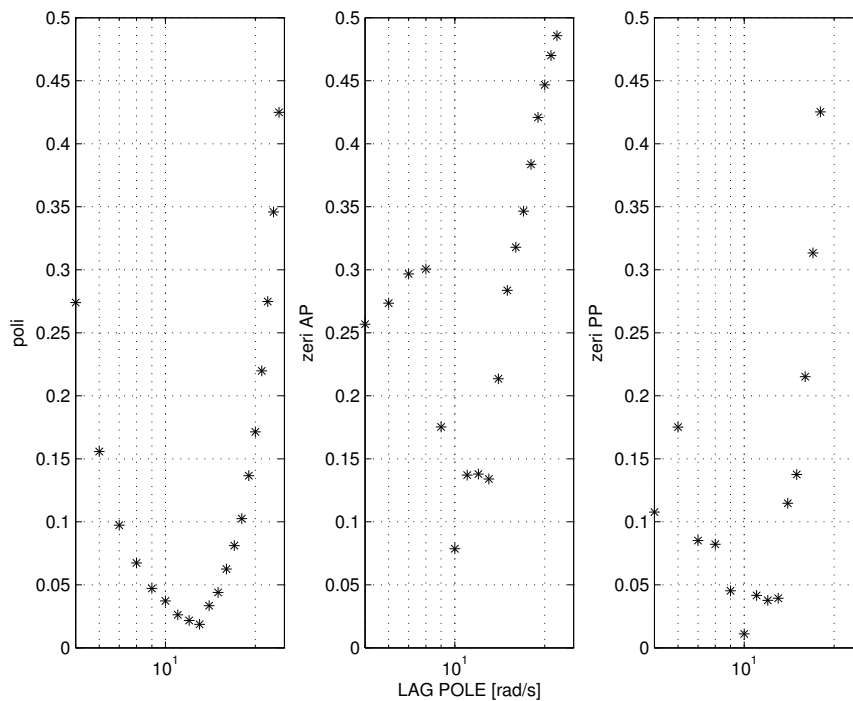
Una volta superato l'inconveniente di dover estrapolare le matrici  $A$  e  $B$  da  $\bar{A} = A - KC$  e  $\bar{B} = B - KD$  rispettivamente, si può notare che il sistema così espresso ha il vantaggio di essere puramente deterministico.

In figura 3.15 sono riportati i risultati di un'analisi che mostra il comportamento dell'algoritmo al variare del parametro che gestisce questa operazione. Per la presente analisi (così come per quelle relative agli algoritmi presentati successivamente) è stato considerato un livello leggero di rumore sia sulle uscite che sugli ingressi ( $NSR = 0.05$ ). Il confronto avviene su due livelli, temporale ( $R_T^2$ ) e parametrico. Quest'ultimo consiste nel confronto di poli e zeri del modello identificato attraverso una loro differenza normalizzata:

- poli  $\delta p = \frac{\|p - \hat{p}\|^2}{\|p\|^2}$
- zeri pilota attivo  $\delta z_{AP} = \frac{\|z_{AP} - \hat{z}_{AP}\|^2}{\|z_{AP}\|^2}$
- zeri pilota passivo  $\delta z_{PP} = \frac{\|z_{PP} - \hat{z}_{PP}\|^2}{\|z_{PP}\|^2}$



(a) coefficiente di determinazione -  $R_T^2$ .



(b) poli e zeri.

Figura 3.15: PBSID - prestazioni al variare del polo di ritardo

Dove il simbolo  $\hat{\cdot}$  sta ad indicare i poli e gli zeri *stimati*.

Alla luce dei risultati ottenuti, non si può trovare un valore esatto che minimizzi tutti gli indici presi in considerazione, ma un intervallo relativamente ridotto tra i 10 e 15  $rad/s$ <sup>18</sup> all'interno del quale si ha un buon compromesso fra  $R_T^2$ , poli e zeri.

In figura 3.16 è riportato l'andamento del coefficiente di determinazione all'aumentare del rumore esterno. In tutti i casi analizzati il confronto temporale restituisce degli ottimi risultati. Ancora una volta è il rumore in uscita ad avere la maggiore influenza sulla qualità dell'identificazione.

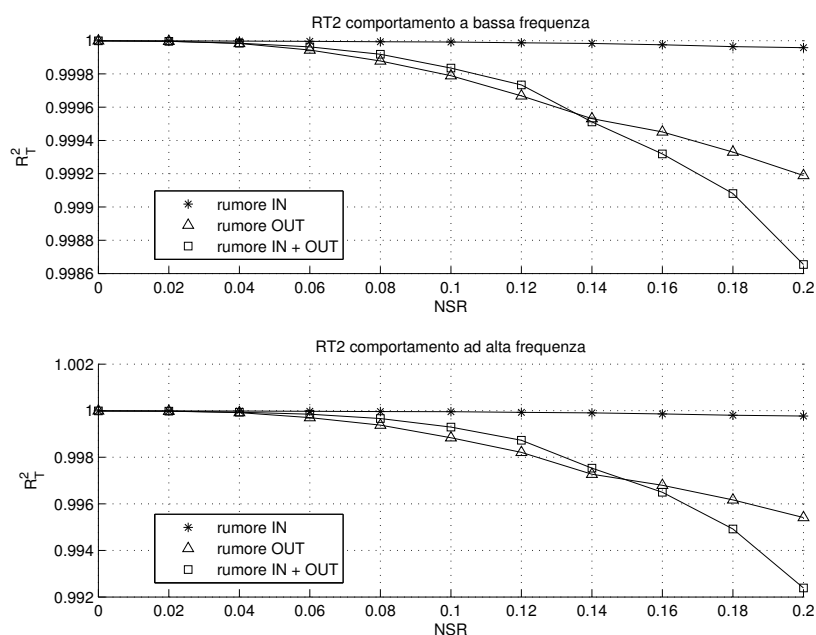


Figura 3.16: PBSID -  $R_T^2$

In figura 3.17 è invece riportato l'andamento dell'insieme di funzioni di trasferimento identificate, per alcuni valori significativi di rumore in uscita (linee nere), e le relative funzioni analitiche (linee rosse). In assenza di rumore esterno la corrispondenza col modello analitico è perfetta. Non si può dire lo stesso una volta che viene introdotto un certo livello di rumore d'anello ( $nsr = 0.1$  e  $nsr = 0.2$ ). La parte attiva del modello è quella che subisce la maggiore distorsione. Tale comportamento è dovuto alla cattiva gestione della coppia di poli e zeri in *eccesso* (di modulo compreso fra i 3-4 Hz), che l'algoritmo tende a separare, avanzando il polo e arretrando lo zero. Tuttavia tale distorsione, sebbene evidente in un'analisi in frequenza, non si è riscontrata nel confronto temporale. Questo comportamento è facilmente spiegabile se si pensa al modello analitico adottato, nel quale la parte volontaria del pilota non è interessata da ingressi ad alta frequenza<sup>19</sup>. Infatti la distorsione del modello identificato avviene in un intervallo di frequenza in cui non si ha un sostanziale contributo da parte degli ingressi. Come risulterà chiaro nel seguito di questo lavoro, la distinzione appena fatta è possibile solo in un'ottica

<sup>18</sup>Le analisi riportate nel seguito sono state eseguite con un polo di ritardo a 15 $rad/s$ .

<sup>19</sup>Un discorso duale può essere fatto per la parte involontaria del pilota.

di semplificazione analitica, mentre in un caso reale sarà quasi impossibile avere due modelli comportamentali ben separati in parte attiva e passiva.

### 3.3.4 IVSVF

Facente parte della classe di algoritmi di identificazione *PEM*, l'algoritmo *IVSVF* (*Instrumental Variable State Variable Filter*) si basa su un metodo iterativo a variabili strumentali, in cui un modello ausiliario fornisce la stima degli strumenti. Tali strumenti non sono altro che delle variabili ausiliarie per le quali deve valere  $E[x(t)\xi(t) = 0]$ , definendo in pratica la parte deterministica delle uscite. Rispetto al metodo ai minimi quadrati tradizionale, le variabili strumentali permettono di trattare sistemi in cui gli ingressi sono affetti da rumore, separandone (tramite un processo iterativo) la parte deterministica da quella stocastica.

$$\begin{cases} x(t) = G_i(p)u(t) \\ \xi(t) = H_i(p)e_i(t) \\ y(t) = x(t) + \xi(t) \end{cases}$$

Dove:

- $x(t)$  è la parte deterministica delle uscite.
- $\xi(t_k)$  è la parte stocastica delle uscite.
- $e(t_k)$  è un rumore bianco a media nulla e distribuzione normale.
- $p(\cdot) = \frac{d}{dt}(\cdot)$  è l'operatore di derivazione temporale<sup>20</sup>.
- $\rho$  e  $\eta$  sono rispettivamente i parametri che descrivono il modello deterministico e stocastico.

L'indice  $i$  sta a significare che il sistema, sia nella sua parte deterministica che stocastica, viene aggiornato ad ogni iterazione. In realtà, nel dominio delle frequenze, l'operazione di derivazione viene sostituita da un'operazione di filtraggio. L'idea che sta alla base è quella di ottenere un derivatore puro nella banda di frequenza di interesse, e un filtro alle alte frequenze, che limiti l'effetto dei disturbi. Una possibile scelta è la seguente

$$SVF : f_{ik}(s) = \frac{s^k}{(s + \lambda)^i}$$

con  $k \leq i$ , dove  $k$  definisce l'ordine di derivazione e  $i$  l'ordine del filtro passabasso (consultare [3] e [4] per approfondimenti).

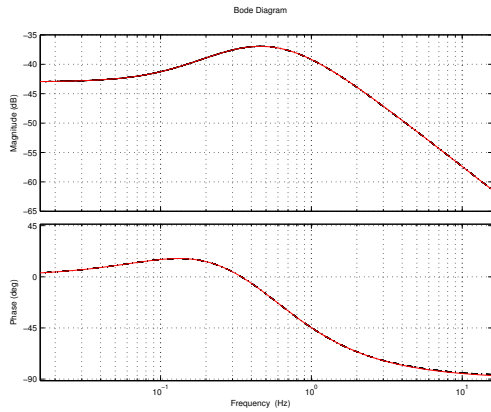
La stima del sistema prodotto dall'algoritmo è nella forma seguente a tempo continuo (*CT*):

$$A(s)Y(s) = B_1(s)U_1(s) + B_2(s)U_2(s)$$

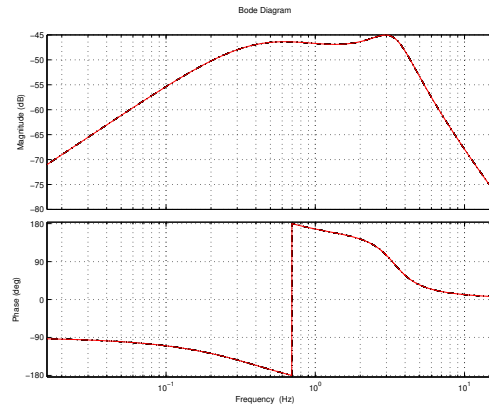
e quindi:

$$Y(s) = \left[ \frac{B_1(s)}{A(s)} \right] U_1(s) + \left[ \frac{B_2(s)}{A(s)} \right] U_2(s)$$

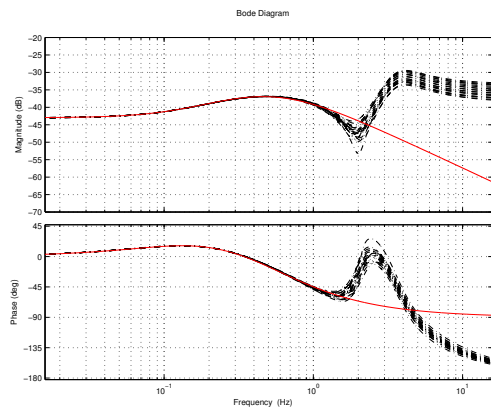
<sup>20</sup>E' facile riconoscere il legame fra  $p$ , definito nel dominio del tempo, e la variabile complessa  $s$  del dominio di Laplace.



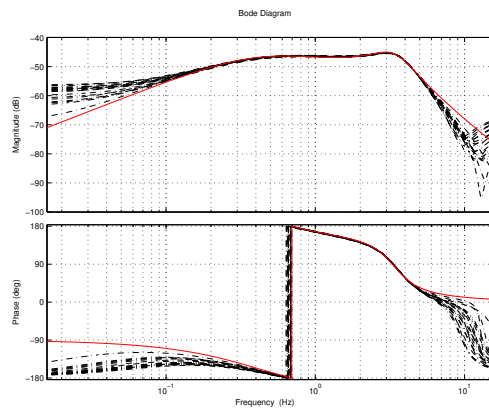
(a) *Pilota attivo - no rumore.*



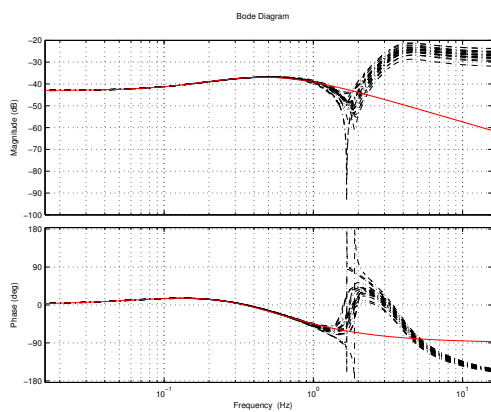
(b) *Pilota passivo - no rumore .*



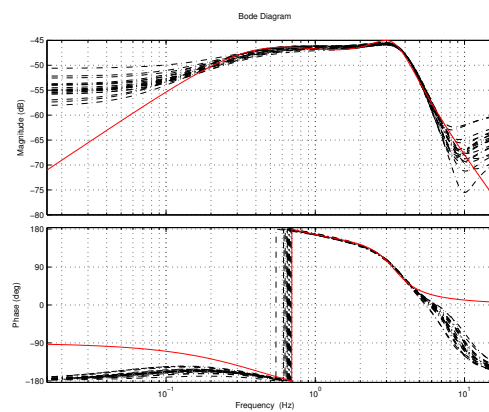
(c) *Pilota attivo - rumore in uscita (nsr = 0.1).*



(d) *Pilota passivo - rumore in uscita (nsr = 0.1).*



(e) *Pilota attivo - rumore in uscita (nsr = 0.2).*



(f) *Pilota passivo - rumore in uscita (nsr = 0.2).*

Figura 3.17: PBSID - confronto FdT identificate

I parametri da definire come ingressi del metodo sono il numero di coefficienti incogniti di  $A(s)$ ,  $B_1(s)$  e  $B_2(s)$ , oltre che alla frequenza di taglio del *state variable filter (SVF)*. Conoscendo le FdT analitiche, si sceglie di procedere imponendo la stessa struttura del sistema vero, in termini di numero di poli e zeri (normalmente è un dato incognito).

Per quanto riguarda la scelta di  $\lambda$  si procede in modo del tutto equivalente a quanto già fatto per l'algoritmo PBSID. I risultati dello studio parametrico sono riportati di seguito (figura 3.18).

In questo caso è ancor meno definibile un andamento continuo, caratterizzato da un minimo relativo. Tuttavia, tenendo conto di entrambi i criteri di valutazione si sceglie di adottare un valore  $\lambda = 13\text{rad/s}$  (nell'intorno di tale frequenza non si hanno cambiamenti sostanziali), valore che verrà utilizzato di seguito per analizzare il comportamento dell'algoritmo al variare del rumore.

Tabella 3.5: *ivsvf* - confronto poli e zeri

	veri	ivsvf		
		$nsr = 0$	$nsr_{in} = 0.2$	$nsr_{out} = 0.2$
poli	-3.1	-2.844	-2.711 + 1.458i	-3.075 + 0.885i
	-3.1	-3.398	-2.711 - 1.458i	-3.075 - 0.885i
	-6.79 + 20.12i	-6.714 + 20.162i	-6.838 + 19.978i	-5.77 + 21.03i
	-6.79 - 20.12i	-6.714 - 20.162i	-6.838 - 19.978i	-5.77 - 21.03i
zeri AP	-0.7999	-0.7986	-0.9031	-0.8362
	-6.79 + 20.12i	-6.483 + 20.128i	-5.45 + 16.48i	-1.72 + 16.78i
	-6.79 - 20.12i	-6.483 - 20.128i	-5.45 - 16.48i	-1.72 - 16.78i
zeri PP	0	-0.0104	-0.234	0.109
	-8.5099	-8.64	-5.833	-10.57

In tabella 3.5 sono riportati i risultati ottenuti. Soffermandoci sul caso senza rumore si vede come l'algoritmo lavori bene, attribuendo alla coppia di poli e zeri di AP un valore molto prossimo. Aggiungendo progressivamente il rumore tale precisione viene meno. In figura 3.20, così come in tabella, si osserva come i poli e gli zeri complessi coniugati di AP non vengano gestiti bene dall'algoritmo, il quale assegna loro valori sempre più distanti. Ne risulta, dai diagrammi di Bode, un picco isolato, intorno ai 3 Hz, quindi vicino alla frequenza caratteristica del comportamento involontario del pilota passivo. E' da notare comunque che IVSVF mostra un comportamento più robusto, se confrontato con PBSID, sia in un confronto temporale che in un'analisi in frequenza.

Indugiando sui risultati ottenuti, si può notare ancora una volta che il rumore sugli ingressi disturba meno i risultati di quanto non facciano i rumori sulle uscite (figura 3.19).

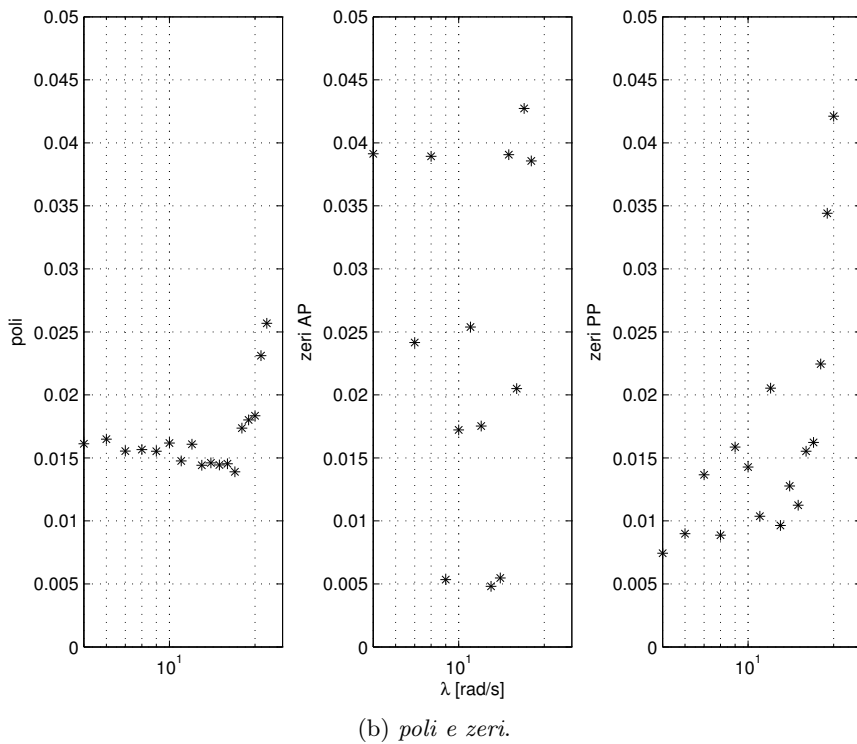
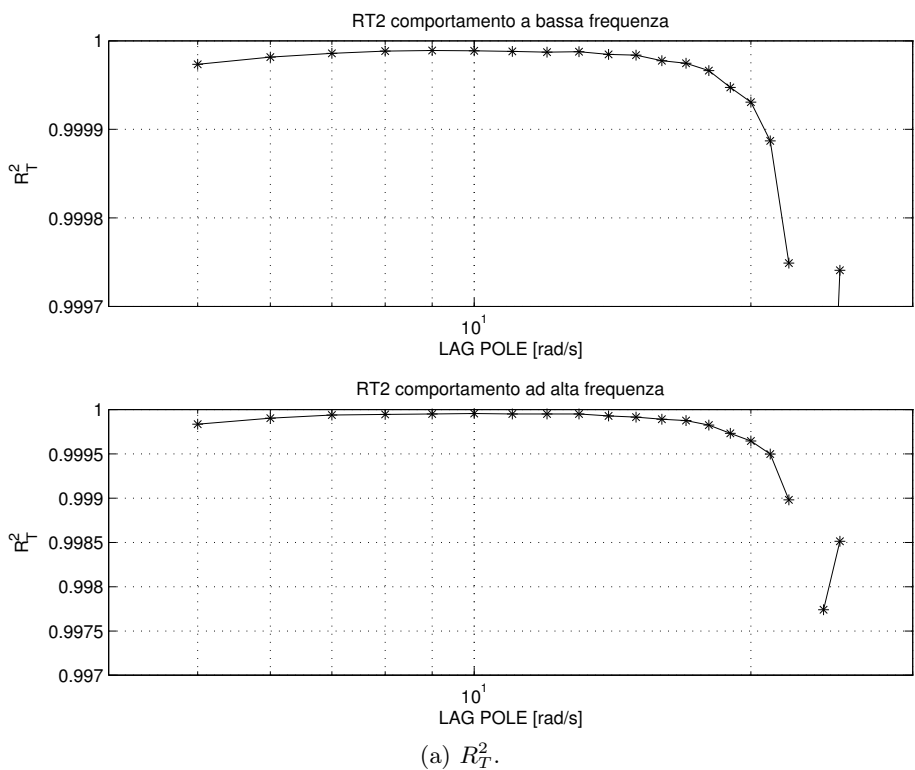
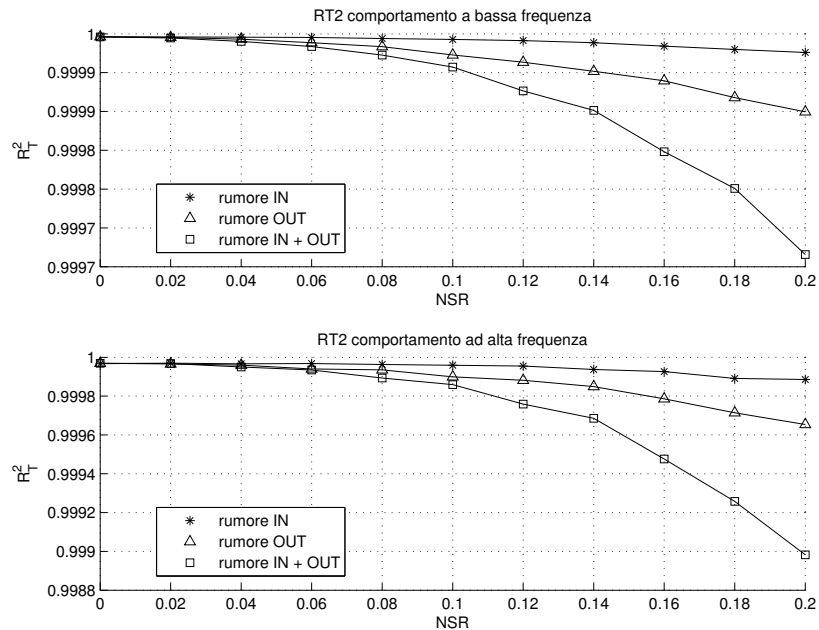


Figura 3.18: IVSVF - prestazioni al variare del polo di ritardo ( $\lambda$ )

Figura 3.19: IVSVF -  $R_T^2$ 

### 3.3.5 RIVC

L'algoritmo *RIVC* (Refined Instrumental Variable identification for Continuous-time models, ref. [3] cap. 4) rappresenta una sorta di evoluzione del metodo descritto al punto precedente. Esso consiste in un metodo ottimo, dal punto di vista statistico (stima dei parametri consistente e minima varianza), nella stima di un modello nella forma ibrida descritta da Box-Jenkins (BJ), il cui punto di forza consiste nell'introduzione di un sotto-modello per la stima del rumore, al fine di migliorarne l'efficienza statistica:

$$\begin{cases} x(t) = G(p, \rho)u(t) \\ \xi(t_k) = H(q^{-1}, \eta)\varepsilon(t_k) \\ y(t_k) = x(t_k) + \xi(t_k) \end{cases}$$

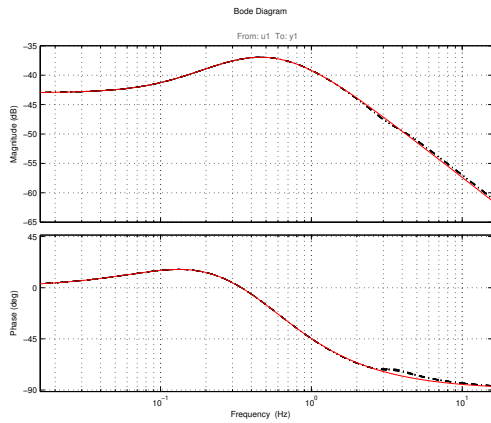
Dove:

- $x(t)$  è la parte deterministica delle uscite.
- $G(p, \rho) = \frac{B(p, \rho)}{A(p, \rho)}$  è la parte deterministica del modello, definita in tempo continuo.
- $\xi(t_k)$  è la parte stocastica delle uscite, definita come un modello *ARMA* (Auto-Regressive Moving Average) <sup>21</sup>.

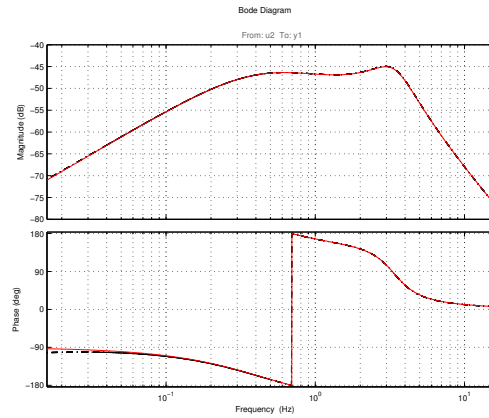
<sup>21</sup>Tipo di modello matematico lineare che fornisce istante per istante un valore di uscita basandosi sui precedenti valori in entrata e in uscita. Il modello è solitamente indicato con  $ARMA(p, q)$  dove  $p$  è l'ordine della parte autoregressiva e  $q$  è l'ordine della parte a media mobile.

$$X(t_k) = \sum_{i=1}^p \phi_i X(t_{k-i}) + \varepsilon_{t_k} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon(t_{k-i})$$

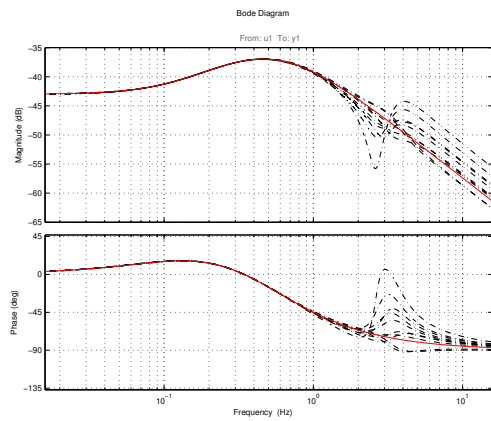




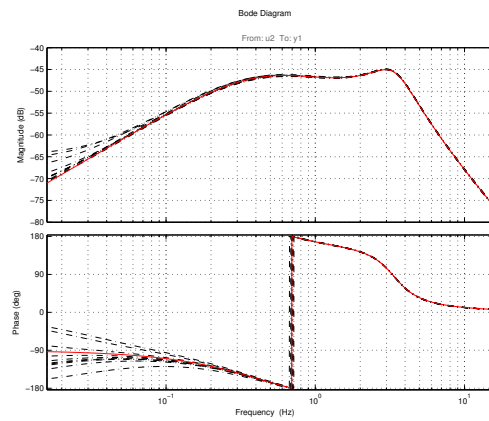
(a) *Pilota attivo - no rumore.*



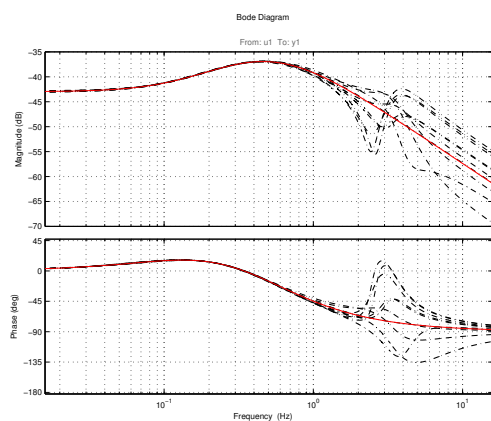
(b) *Pilota passivo - no rumore .*



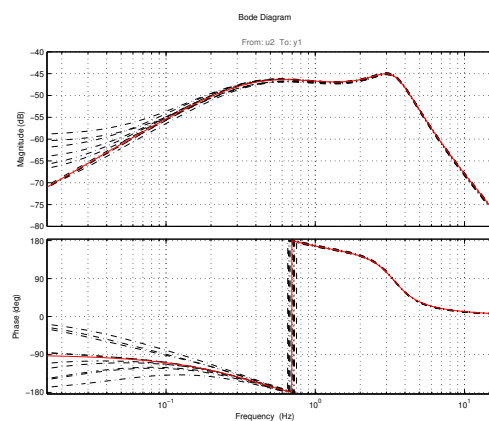
(c) *Pilota attivo - rumore in uscita (nsr = 0.1).*



(d) *Pilota passivo - rumore in uscita (nsr = 0.1).*



(e) *Pilota attivo - rumore in uscita (nsr = 0.2).*



(f) *Pilota passivo - rumore in uscita (nsr = 0.2).*

Figura 3.20: IVSVF - confronto FdT identificate

- $H(q^{-1}, \eta) = \frac{C(q^{-1}, \eta)}{D(q^{-1}, \eta)}$  è la parte stocastica del modello, definita in tempo discreto (*ARMA*).
- $\varepsilon(t_k)$  è un rumore bianco a media nulla e distribuzione normale.
- $p[x(t)] = \frac{d}{dt}x(t)$  e  $q^{-1}[x(t_k)] = x(t_{k-1})$  sono rispettivamente gli operatori di derivazione temporale (CT) e backward shift (DT).
- $\rho$  e  $\eta$  sono rispettivamente i parametri che descrivono il modello deterministico e stocastico.

La principale differenza fra *RIVC* e *IVSVF*, presentato al punto precedente, consiste nella struttura ibrida del modello, in cui la parte deterministica assume la classica forma polinomiale a tempo continuo, mentre per la parte di rumore è stato scelto un modello a tempo discreto, per motivi di semplificazione implementativa.

A partire dalla struttura del modello presentata, è possibile esprimere l'errore come differenza fra misura e parte deterministica delle uscite:

$$\varepsilon(t_k) = \frac{D(q^{-1}, \eta)}{C(q^{-1}, \eta)} \left\{ \frac{1}{A(p, \rho)} [A(p, \rho)y(t_k) - B(p, \rho)u(t_k)] \right\}$$

Ovvero:

$$\varepsilon(t_k) = A(p, \rho)y_f(t_k) - B(p, \rho)u_f(t_k)$$

In cui sono indicati i termini di ingresso e uscita col pedice  $f$ , che sta ad indicare l'operazione di *pre-filtraggio ibrido* con cui vengono trattati i segnali misurati. In questa notazione vengono mischiate in modo informale operazioni nel dominio discreto e continuo, questo per sottolineare la natura ibrida del modello. In figura 3.21 viene data una rappresentazione di questo processo, che chiaramente racchiude al suo interno una serie di operazioni per il passaggio da CT a DT (e viceversa).

A questo punto, attraverso i segnali ridefiniti opportunamente attraverso l'operazione di filtraggio, viene applicata una procedura di minimizzazione di una funzione di costo, in modo del tutto analogo a quanto visto nei metodi presentati nel corso del capitolo<sup>22</sup>.

Il metodo appena descritto trova diverse applicazioni pratiche nelle routine Matlab:

- RIVC/SRIVC
- RIVCBJ
- RIVCBJID

<sup>22</sup>Tale passaggio di minimizzazione avviene ad ogni iterazione del metodo. Come forse si è notato, la prima iterazione richiede una stima preliminare del sistema  $(A(p, \rho), B(p, \rho), C(q^{-1}, \eta), D(q^{-1}, \eta))$ , che viene utilizzato per filtrare i segnali. A tal proposito si possono utilizzare di versi metodi per l'inizializzazione dell'algoritmo, come ad esempio l'adozione di un *svf* (come visto per l'algoritmo *IVSVF*) per l'operazione di filtraggio al primo passo iterativo.

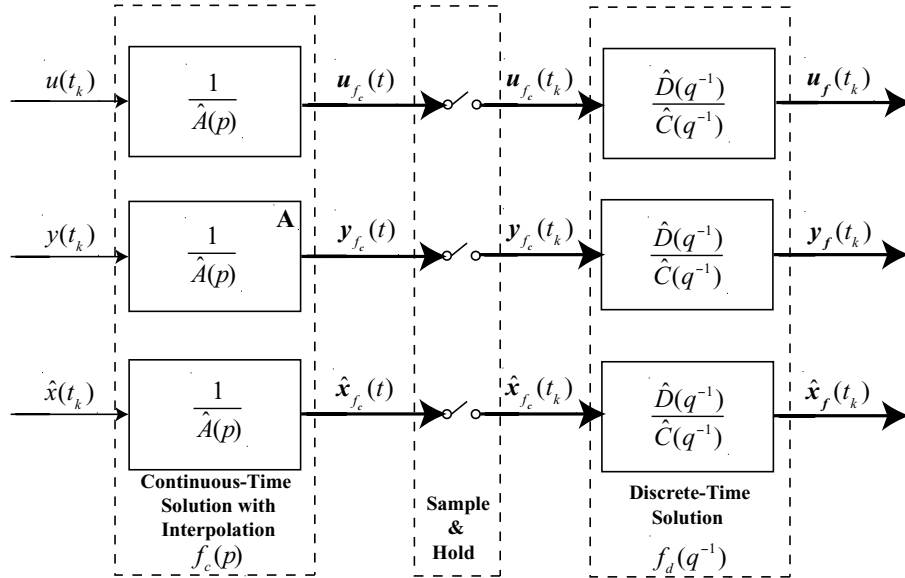


Figura 3.21: Schema di filtraggio ibrido usato nell'implementazione di *RIVC*.

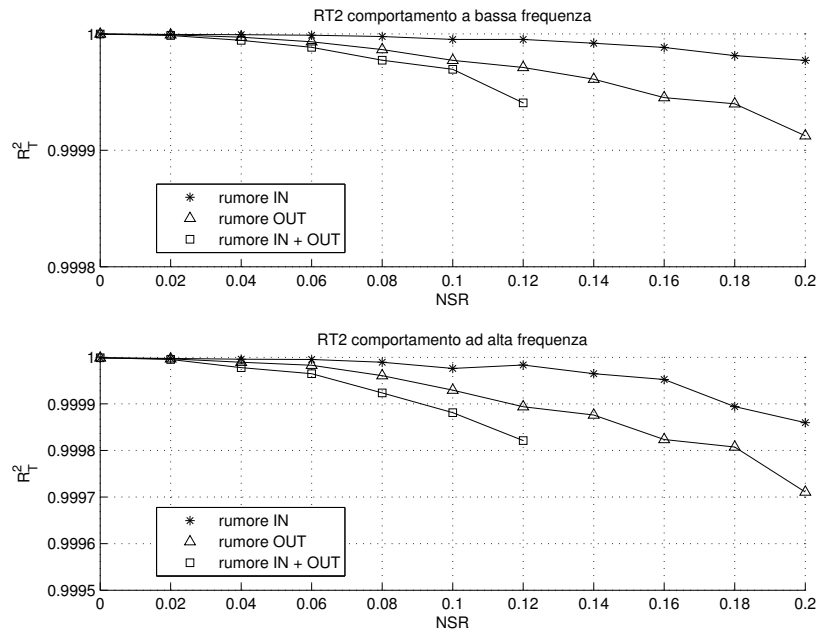
tutte disponibili all'interno del toolbox CAPTAIN. L'algoritmo di base è lo stesso, quello che cambia è l'applicabilità e le opzioni offerte all'utente. In questa sede si sono utilizzati *rivcbj* e *rivcbjid*. Il secondo, in particolare, offre la possibilità di indagare un ampio range di modelli (sia per la parte deterministica che stocastica), ricercando la miglior struttura per il problema specifico, oltre a fornire una valutazione del parametro *YIC*, di cui abbiamo già esaltato le proprietà in 3.2.1. Tale funzionalità troverà applicazione non tanto in questa prima fase, in cui si conosce già la forma esatta del modello, quanto nel seguito della trattazione, quando si dovrà ricercare il modello incognito a partire dai dati sperimentali.

Ancora una volta si può apprezzare un'ottima qualità nel confronto temporale (figura 3.22), unita ad una certa robustezza a fronte del rumore. Il confronto del comportamento in frequenza mostra ancora una volta una certa distorsione nell'intorno della frequenza passiva del pilota, ma come già spiegato, sarà inevitabile un errore in un intervallo di frequenza dove la coerenza fra i dati I/O è molto bassa.

### 3.3.6 Analisi al variare del ritardo temporale

Nelle analisi fatte fin ora si è posto il ritardo temporale del pilota uguale a 0. L'identificazione di tale parametro è una questione piuttosto complessa. Nel dominio di Laplace un ritardo puro è rappresentato dalla ben nota forma irrazionale, riportata di seguito:

$$\mathcal{L}[x(t - \tau_e)] = X(s)e^{-\tau_e s}$$

Figura 3.22: RIVCBJ -  $R_T^2$ 

Per l'implementazione numerica è consigliabile adottare un'approssimazione razionale alla *Padè*<sup>23</sup>:

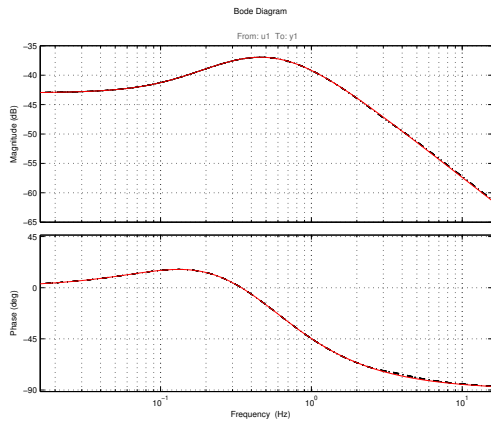
- $e^{\tau_e s} \simeq \frac{1-\tau_e s/2}{1+\tau_e s/2}$  approssimazione di ordine 1
- $e^{\tau_e s} \simeq \frac{1-\tau_e s/2+(\tau_e s)^2/12}{1+\tau_e s/2+(\tau_e s)^2/12}$  approssimazione di ordine 2
- ...

In figura 3.24 è mostrato come l'approssimazione alla Padè, al crescere dell'ordine, riesca a riprodurre il ritardo puro con qualità sempre maggiore. Nell'ambito dell'identificazione di sistemi, il problema della stima del ritardo temporale è ancora una questione aperta, pertanto in questa sede ci limiteremo ad analizzare il comportamento dei diversi algoritmi al variare del parametro  $\tau_e$ , augurandoci che la qualità dell'identificazione ne risulti sufficientemente insensibile. Nelle analisi che seguono il ritardo è stato fatto variare tra 0 e 0.1 secondi. A giudicare dai risultati presentati in figura 3.25, anche se in presenza di un andamento lievemente decrescente, le variazioni di  $R_T^2$  non sono per nulla significative. E' quindi necessario andare ad osservare come variano i poli e gli zeri (figura 3.26) del sistema identificato. Qui è possibile osservare una maggiore dipendenza dal ritardo temporale. Secondo questo criterio di valutazione si fa preferire, anche se di poco,

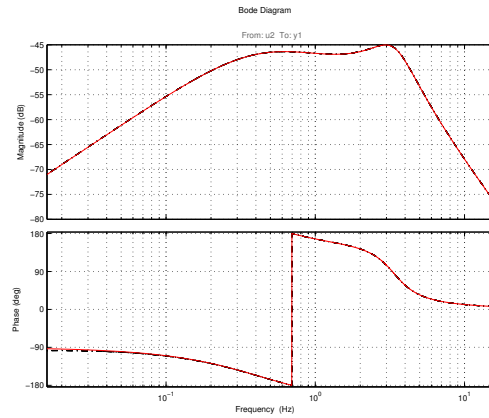
<sup>23</sup>L'approssimazione alla Padè deriva dall'espansione in serie di McLaurin della funzione esponenziale ritardo e di una generica funzione polinomiale razionale:

$$e^{\tau_e s} \simeq \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s + a_1}$$

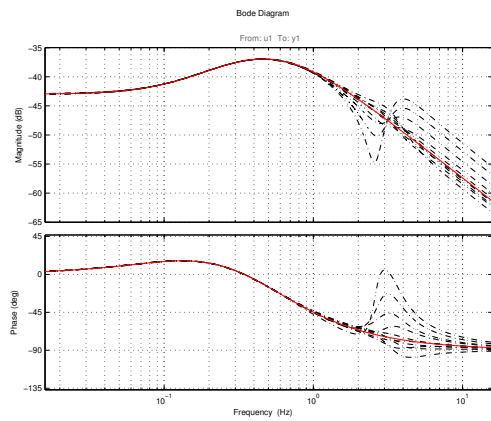
i coefficienti incogniti dell'approssimazione di Padè vengono ricavati andando ad uguagliare le due espressioni risultanti.



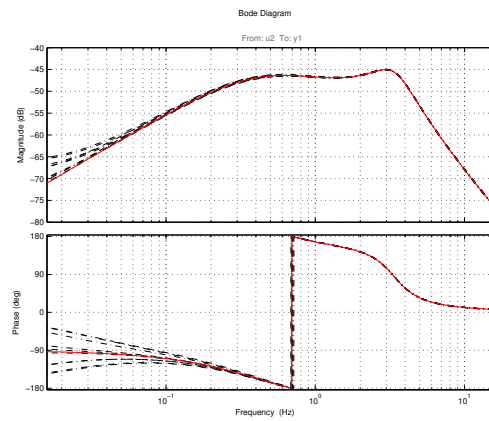
(a) *Pilota attivo - no rumore.*



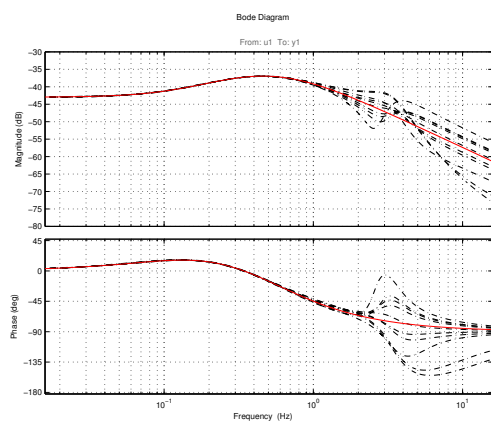
(b) *Pilota passivo - no rumore .*



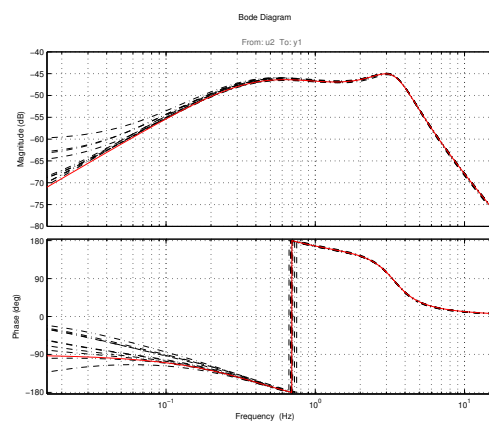
(c) *Pilota attivo - rumore in uscita (nsr = 0.1).*



(d) *Pilota passivo - rumore in uscita (nsr = 0.1).*



(e) *Pilota attivo - rumore in uscita (nsr = 0.2).*



(f) *Pilota passivo - rumore in uscita (nsr = 0.2).*

Figura 3.23: RIVCBJ - confronto FdT identificate

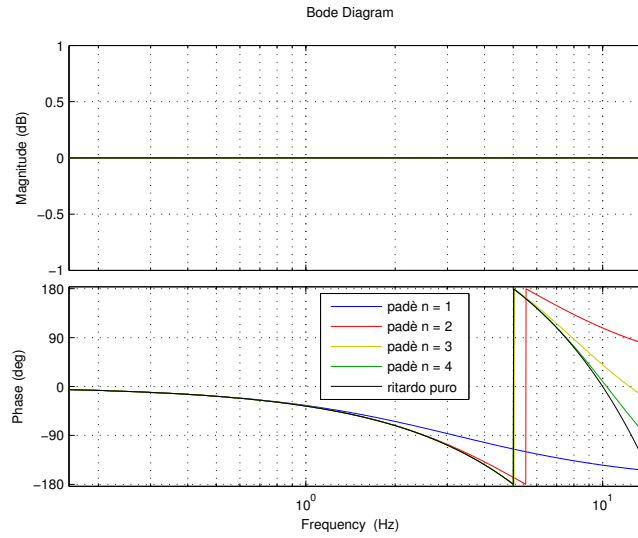


Figura 3.24: Approssimazione alla Padè

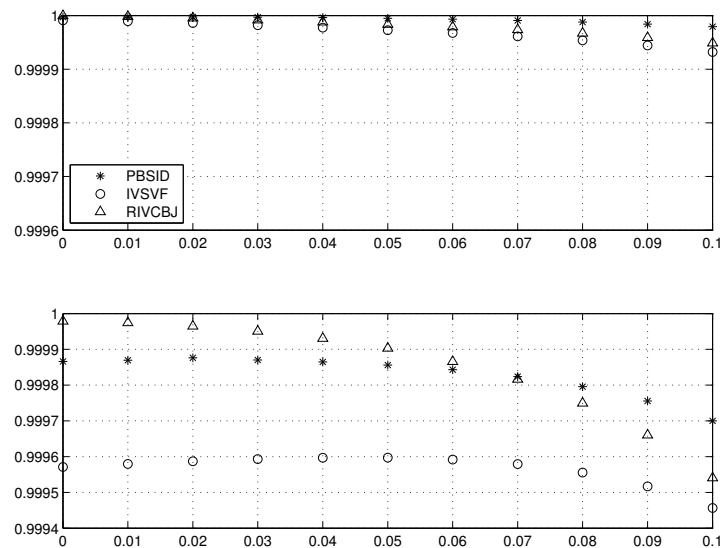


Figura 3.25:  $R_T^2$  - confronto al variare del ritardo  $\tau_e$  - comportamento a bassa frequenza (sopra), comportamento ad alta frequenza (sotto)

l'algoritmo PBSID.

Osservando più attentamente si nota una certa variabilità nella stima degli zeri (in modo particolare per quanto riguarda la parte attiva), aspetto che nella stima dei poli risulta decisamente più contenuto.

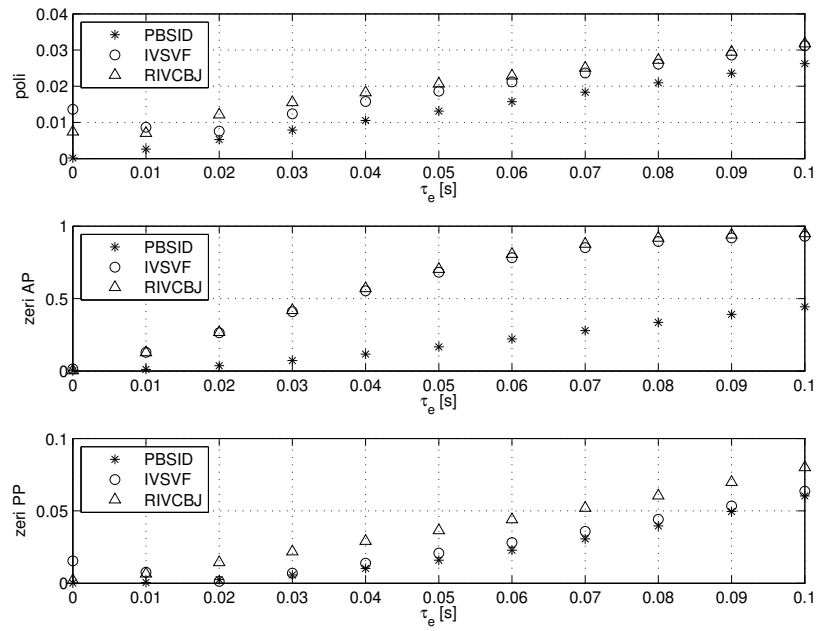


Figura 3.26: Poli e Zeri - confronto al variare del ritardo  $\tau_e$  - differenza normalizzata fra valore vero e stima

La qualità dei risultati ottenuti ci permette, almeno per il momento, di trascurare la questione relativa all'identificazione del ritardo. Rimane comunque argomento di discussione lo sviluppo di una tecnica per la stima di  $\tau_e$ , in modo tale da ottimizzare ulteriormente i risultati dell'algoritmo.

### 3.4 Conclusioni

In figura 3.27 sono riportati due diagrammi che ben riassumono i risultati ottenuti in questa fase, sia in termini di confronto temporale sia per quanto riguarda i poli e gli zeri. si nota come l'algoritmo PBSID dimostri una maggiore sensibilità della stima all'aumentare del livello di rumore esterno. Questo comportamento è dovuto probabilmente alla sovra-parametrizzazione intrinseca del metodo, il quale, identificando un modello nella forma agli stati, richiede la stima di un numero superiore di parametri rispetto a quelli che definiscono effettivamente le funzioni di trasferimento del pilota. Gli altri due metodi, operando direttamente su una struttura polinomiale, non risentono dello stesso problema. Volendo fare un esempio fedele al caso trattato in questo capitolo (modello ordine 4):

MODELLO AGLI STATI

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

$$\theta_0 = [c_{11} \quad c_{12} \quad c_{13} \quad c_{14}] \mathbf{x} + [d_{11} \quad d_{12}] \begin{pmatrix} e \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

MODELLO POLINOMIALE

$$\Theta(s) = \underbrace{\frac{\beta_1 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_3 s + \beta_4}{s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_3}}_{H_{AP}(s)} E(s) + \underbrace{\frac{\gamma_1 s^2 + \gamma_2 s + \gamma_3}{s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_3}}_{H_{PP}(s)} \ddot{Z}(s)$$

Tabella 3.6: confronto poli e zeri

	veri	PBSID	IVSVF	RIVCBJID
poli	-3.1	-3.0999 + 0.0036i	-2.844	-2.9468
	-3.1	-3.0999 - 0.0036i	-3.398	-3.2674
	-6.79 +20.12i	-6.7951 +20.1192i	-6.714 +20.162i	-6.7866 +20.1324i
	-6.79 -20.12i	-6.7951 -20.1192i	-6.714 -20.162i	-6.7866 -20.1324i
zeri AP	-0.7999	-0.7998	-0.7986	-0.7995
	-6.79 + 20.12i	-6.756 +20.12i	-6.483 +20.128i	-6.7125 +20.1093i
	-6.79 - 20.12i	-6.756 -20.12i	-6.483 -20.128i	-6.7125 -20.1093i
zeri PP	0	0.00005	-0.0104	-0.0062
	-8.5099	-8.51	-8.64	-8.5264



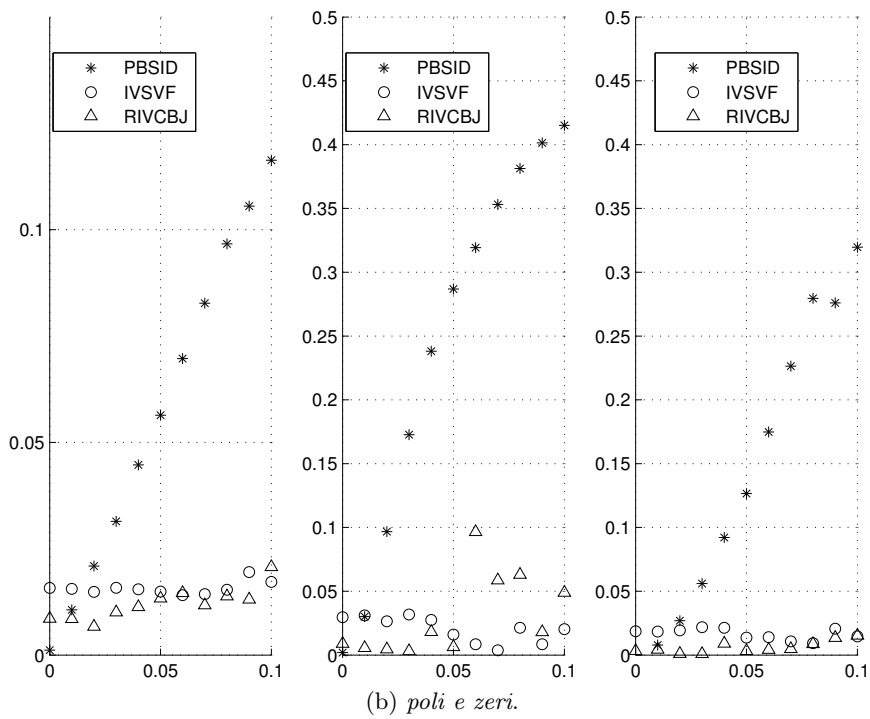
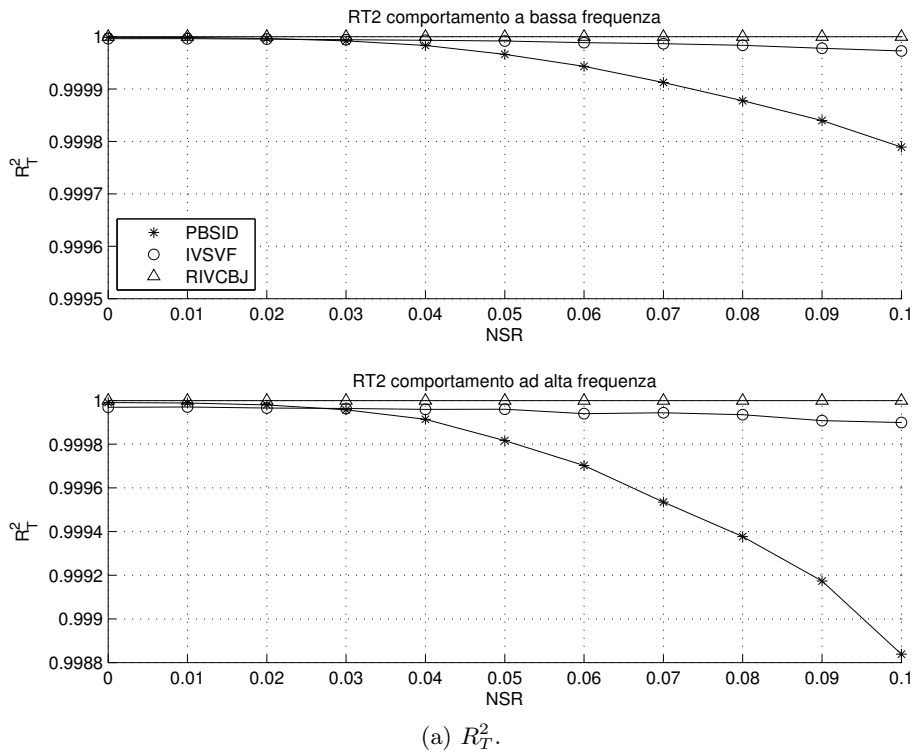


Figura 3.27: Confronto degli algoritmi adottati per l'identificazione

Questa rappresentazione mostra quantitativamente l'entità della sovra - parametrizzazione nel problema in esame. Il modello agli stati è definito da 30 parametri, mentre il modello vero ne conta solo 11. Inoltre, la gestione degli zeri in eccesso (derivanti dalla presenza della matrice  $D$ ) è ulteriore fonte di inefficienza computazionale. In pratica, l'algoritmo PBSID arriva alla stima dei parametri d'interesse tramite un passaggio intermedio (modello agli stati) che non si dimostra efficiente nell'economia del processo numerico di identificazione.

Alla luce delle analisi svolte ci si trova davanti ad una scelta. Nonostante l'estrema precisione mostrata dall'algoritmo PBSID nella stima dei parametri veri, in assenza di rumore, in virtù della natura del problema in esame non si può pensare di trascurare la presenza di disturbi esterni dei segnali. Anche nella valutazione al variare del ritardo temporale, sebbene PBSID si sia comportato leggermente meglio degli altri due candidati, la differenza non è tale da giustificare un suo utilizzo. Dei due algoritmi rimanenti si riscontra una stima più precisa da parte di RIVCBJ in assenza di rumore, simile a quella ottenuta con PBSID, ma allo stesso tempo una sensibilità molto ridotta ai livelli di rumore contenuti che sono stati adottati nell'analisi.

## Parte II



## Capitolo 4

# Identificazione del Modello

Con il presente capitolo si vuole dare un'introduzione al problema dell'identificazione del modello di pilota vero, a partire dai dati raccolti durante la campagna sperimentale svolta presso il simulatore di volo dell'Università di Liverpool (UoL). Come risulterà chiaro nel seguito, si sta abbandonando l'idealità che ha caratterizzato le analisi riportate all'interno del capitolo precedente. Il lavoro svolto finora ha portato a definire uno strumento ottimale per l'identificazione di sistemi in anello chiuso, operanti in un ambiente contaminato da rumore, tuttavia, la sua applicabilità è stata testata su segnali provenienti da un sistema LTI (lineare e tempo invariante). Inutile dire che un essere umano non rispetti alcuna di queste proprietà<sup>1</sup>. Anche limitandosi all'osservazione di una semplice missione di volo, il comportamento del pilota si dimostra in continua evoluzione. Oltre che per i più svariati fattori esterni ed interni, tale variabilità temporale è dovuta all'esperienza che il pilota ha della macchina, la quale evolve anche nello svolgimento della singola operazione di volo<sup>2</sup>. Lo sviluppo stesso dei fenomeni di PIO è dovuto per definizione ad un cambio nella strategia di pilotaggio del pilota, e la saturazione dei comandi che ne consegue è un'ulteriore fonte di non linearità. Come vedremo, questi aspetti creeranno non pochi problemi nella ricerca di un modello che sia rappresentativo di tutte le dinamiche del pilota, sia ad alta che a bassa frequenza.

Un altro importante aspetto su cui porre l'attenzione riguarda l'obiettivo principale che ha portato alla definizione della campagna sperimentale. Le due manovre adottate, descritte nel seguito del capitolo, sono state pensate a priori in modo tale da portare i diversi *piloti collaudatori* all'instabilità, attraverso la variazione progressiva dei parametri maggiormente influenti nel fenomeno (guadagno sui controlli, il ritardo nell'attuazione dei comandi, lo smorzamento interno ed esterno,

---

<sup>1</sup>Un essere umano è un sistema estremamente complesso. Un modello lineare e tempo invariante non è certo il miglior modo per rappresentare tale complessità, tuttavia, se ci si limita a comportamenti molto specifici, osservati all'interno di un ristretto arco temporale, è possibile riscontrare una certa ripetibilità. Sulla base di questa considerazione, e dati gli obiettivi del presente lavoro, che mira all'individuazione di specifiche dinamiche, piuttosto che alla ricerca di un modello fedele del comportamento umano, si è deciso di procedere con l'utilizzo di un approccio lineare, coscienti del fatto che in futuro un approccio non lineare potrebbe dare risultati migliori nella ricerca di un modello comportamentale più rappresentativo.

<sup>2</sup>Quest'aspetto è maggiormente riscontrabile in piloti non esperti, per questo motivo i test effettuati da piloti professionisti verranno presi in maggior considerazione, aspettandoci da questi una maggior qualità in termini di ripetibilità della prova.

ecc), in modo tale da poter indagare sulle dinamiche caratteristiche dell'accoppiamento. Non si hanno quindi a disposizione dei segnali pensati appositamente per l'identificazione di un modello matematico, e ciò costituirà un ulteriore limite.

Nel seguito del presente capitolo tratteremo nel dettaglio le diverse manovre eseguite dai *piloti collaudatori* durante la campagna sperimentale, con particolare attenzione ai parametri maggiormente influenti nell'analisi. Dopo di che verranno elencate le difficoltà riscontrate nell'identificazione del modello, e gli accorgimenti adottati per superarle.

## 4.1 Campagna Sperimentale

La campagna sperimentale ha come obiettivo la creazione di un archivio di dati utili per indagare il fenomeno dell'accoppiamento fra macchina e pilota (A/RPC). Con i segnali generati si tenterà di sviluppare un modello che rappresenti il comportamento bio-dinamico del pilota durante lo svolgimento di un'operazione di volo.

I modelli di elicottero scelti per le simulazioni sono stati selezionati perché rappresentativi delle categorie di medie dimensioni con rotore articolato (IAR330) e di piccole dimensioni con rotore *hingeless* (BO105). Le caratteristiche generali dei due elicotteri sono riassunte in tabella 4.1.

Tabella 4.1: Caratteristiche del IAR330 e BO105

	IAR330	BO105	Unità di misura
Massa totale	7345	2055	kg
Posizione baricentri	4724	3318	mm
Max. velocità di volo	120	140	kts
Raggio rotore principale	7.49	4.90	m
Solidità rotore principale	9.13	7.02	%
Numero di Lock rotore principale	8.70	4.31	n.d.
Velocità rotazione rotore principale	270	424	rpm
Frequenza di flappeggio rotore principale	1.03	1.10	1/rev
Frequenza di ritardo rotore principale	0.25	0.68	1/rev

Le prove sono state predisposte presso il simulatore di volo dell'UoL. L'ambiente di simulazione (HELIFLIGHT) è composto da un piattaforma vibrante a sei gradi di libertà (figura 4.1), movimentata da 6 attuatori lineari con banda passante di 25 Hz, in grado di portare fino a 1000 Kg di carico pagante. Al fine di indagare il comportamento dei piloti in diverse condizioni operative, sono stati implementati modelli di elicottero differenti (semplificati e completi), come riassunto di seguito:

- un modello 2 DoF per la dinamica verticale.
- due modelli completi **rigidi** del IAR330 (*PUMA*) e del BO105.
- i modelli degli stessi elicotteri, completi e comprensivi dei gradi di libertà **aeroelastici**.

Le prove sono state ripetute più volte su tutti i modelli a disposizione, in modo da mettere in luce l'influenza delle diverse dinamiche nell'insorgere dell'instabilità. Di particolare interesse sarà osservare come varia la tecnica di pilotaggio di ciascun pilota con l'aggiunta dei modi aeroelastici.

Sempre allo scopo di portare il pilota a sviluppare fenomeni di RPC, si è agito su diversi parametri di *disturbo*:

- guadagni sui controlli.
- ritardo puro sui controlli.
- smorzamento.
- raffica esterna.

Per la generazione dei modelli ci si è serviti di un ambiente di simulazione sviluppato presso il Politecnico di Milano. Il MASST (*Modern Aeroservoelastic state space tool*, ref. [31]), pensato per simulazioni aeroservoelastiche di aeromobili ad ala fissa e rotante, è in grado di generare modelli linearizzati eterogenei, composti da sottosistemi di diversa natura (modelli FE, modelli multibody, sistemi di controllo, ecc.), integrati in un unico modello definito nello spazio agli stati <sup>3</sup>. I



Figura 4.1: Simulatore di volo dell'UoL

---

<sup>3</sup>Ad esempio, per descrivere la dinamica strutturale della fusoliera sono stati implementati modelli di ordine ridotto (*Reduced Order Models, ROMs*), comprensivi dei 6 gradi di libertà rigidi e i modi di deformazione fino a 35 Hz per il IAR330 e fino a 15 Hz per il BO105 rispettivamente (ref. [18]).

segnali di tutte le simulazioni sono stati campionati con una frequenza di 100 Hz<sup>4</sup>.

Va fatto presente che il sistema di movimentazione del simulatore è corredato di una sequenza di filtri tra l'ingresso di accelerazione teorica<sup>5</sup> e l'accelerazione effettivamente applicata dagli attuatori, al fine di limitare l'escursione di movimento del simulatore in accordo con i limiti strutturali, la corsa degli attuatori e la sicurezza per gli occupanti. L'ingresso del sistema è in forza specifica richie-

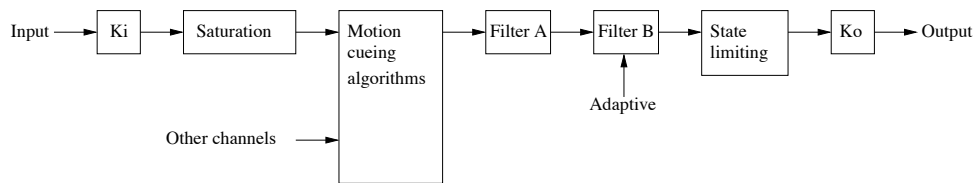


Figura 4.2: Simulatore di volo - Blocco di filtraggio

sta ( $m/s^2$ ), mentre l'uscita consiste nella lunghezza delle braccia degli attuatori ( $mm$ ). In figura 4.2 è riportato lo schema a blocchi della sequenza di filtri, che può essere suddivisa nei seguenti sotto-componenti:

- Un guadagno in ingresso  $K_i$  (uguale a 1).
- Un elemento di *saturazione*, che limita l'accelerazione fornita a  $2 m/s^2$ .
- Un algoritmo per il controllo del movimento.
- Un filtro passa-alto per l'eliminazione di componenti stazionarie di accelerazione, che porterebbero la cabina oltre i propri limiti operativi.
- Un filtro passa-basso adattivo (opzionale).
- Uno *state limiting* (disattivato in queste prove).
- Un guadagno in uscita  $K_o$  (pari a 1000, per il passaggio da metri a millimetri).

Va comunque detto che tali filtri non influenzano significativamente le dinamiche nella banda d'interesse (1-10 Hz) che caratterizza i fenomeni in fase di studio. Discorso a parte per l'elemento di saturazione, il cui effetto può diventare evidente nei casi di maggior richiesta di controllo (in particolar modo nei fenomeni di RPC).

Si riporta per completezza l'elenco dei *test pilots* coinvolti nelle simulazioni al simulatore (tabella 4.2), distinguendo tra piloti professionisti e non.

<sup>4</sup>Se si considera la banda passante di 25 Hz degli attuatori e le caratteristiche dei modelli ridotti di elicottero, con una frequenza di campionamento di 100 Hz si è in grado di cogliere tutte le dinamiche comprese nella banda 0-50 Hz, evitando il rischio di *aliasing* (secondo il teorema del campionamento di Nyquist-Shannon).

<sup>5</sup>Cioè calcolata come uscita del modello agli stati implementato nel simulatore.



Tabella 4.2: Piloti

Pilota	PP (Professional Pilot) NP (Non Professional)	
1	AB	PP
2	SC	PP
3	MM	PP
4	GQ	NP
5	VM	NP
6	MJ1	NP
7	MJ2	NP
8	LL	NP
9	PM	NP
10	SR	NP
11	ET	NP
12	MMC	NP

#### 4.1.1 Manovra verticale - *Altitude Hold*

La manovra verticale, trattata estesamente nel precedente capitolo, consiste in una *altitude hold task*, nella quale è richiesto al pilota di passare da una quota all'altra (indicate in figura 4.4 dai riquadri bianchi), stabilizzare l'aeromobile per qualche secondo e ritornare alla quota di partenza. Questa manovra si pone l'obiettivo di indagare la capacità del pilota di iniziare/interrompere le fasi di salita/discesa quando lo desidera, e il tempo necessario a completare la manovra. Limitatamente ai modelli completi, al pilota è anche stato chiesto di mantenere l'assetto laterale e longitudinale (entro certi limiti) durante lo svolgimento della prova. Le specifiche sono riportate in figura 4.3 (ref. [25]).

Desired Performance	Moderate Aggression	High Aggression
Maintain the longitudinal and lateral position within $\pm X$ ft of a point on the ground	3 ft	6ft
Maintain start/finish altitude within $\pm X$ ft	3 ft	3 ft
Maintain heading within $\pm X$ deg	5 deg	3 deg
Complete the manoeuvre within:	13 seconds	10 seconds
Adequate Performance	Moderate Aggression	High Aggression
Maintain the longitudinal and lateral position within $\pm X$ ft of a point on the ground	6 ft	10ft
Maintain start/finish altitude within $\pm X$ ft	6 ft	6 ft
Maintain heading within $\pm X$ deg	10 deg	6 deg
Complete the manoeuvre within:	18 seconds	15 seconds

Figura 4.3: Manovra Verticale (*Altitude Hold*) - Specifiche

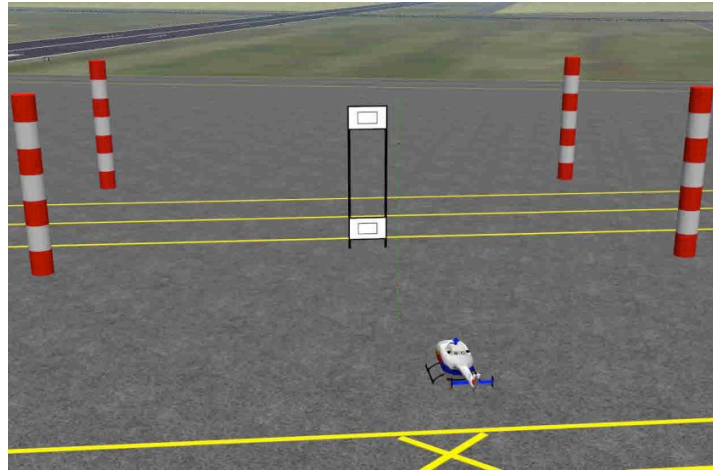
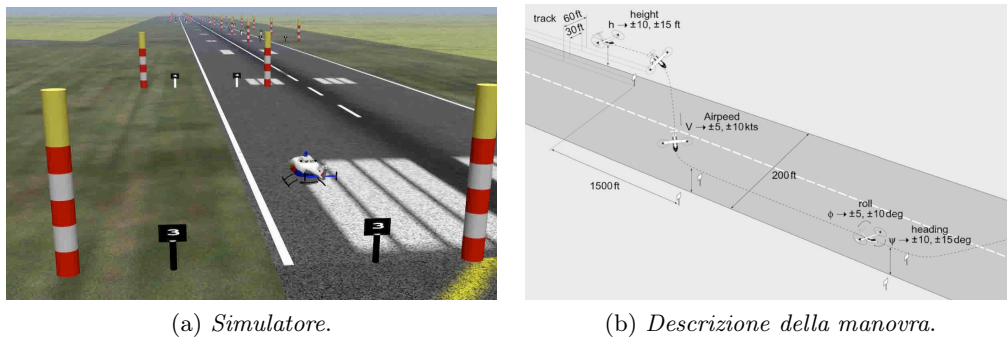


Figura 4.4: Manovra Verticale (*Altitude Hold*) - campo di volo



(a) *Simulatore.*

(b) *Descrizione della manovra.*

Figura 4.5: Manovra di *Roll Step*

#### 4.1.2 *Roll Step*

Come si è potuto constatare, le due manovre appena descritte interessano la sola fase di *Hover*. Caratterizzata da una maggior complessità, la manovra di *Roll Step* interessa direttamente più gradi di libertà di movimento rispetto alle precedenti. Al pilota è stato chiesto di seguire un percorso alternato da tratti rettilinei lunghi 500 ft e larghi 200 ft, paralleli fra loro e sfalsati, da percorrere a diverse velocità di avanzamento (figura 4.5). Gli aspetti che si vogliono maggiormente osservare sono:

- capacità di mantenere una quota fissa in volo avanzato.
- verificare la coordinazione nel controllare la fase di virata.
- rilevare gli accoppiamenti fra i diversi assi.

Le specifiche della prova sono riportate in figura 4.6 (ref. [25]).

	Desired	Adequate
Speed	±5 kts	±10 kts
Lateral Deviation (gates)	±15 ft	±30 ft
Heading (gates)	±10 deg	±15 deg
Roll Attitude (gates)	±5 deg	±10 deg
Height	±10 ft	±15 ft

Figura 4.6: Manovra di *Roll Step* - Specifiche

## 4.2 Trattamento dei Segnali

All'inizio del presente capitolo si è fatto riferimento alle difficoltà a cui si andrà incontro nell'identificazione di un modello unico quando si è in presenza di un comportamento non lineare e variabile nel tempo. Per avere un'idea a priori sull'entità di questi aspetti si può ricorrere all'indice di Coerenza<sup>6</sup>. Come confronto, si riporta in figura 4.7 la coerenza fra ingressi ed uscita caratteristica del modello utilizzato nel capitolo precedente.

Se si fosse osservato questo diagramma prima dell'identificazione, sarebbe stato

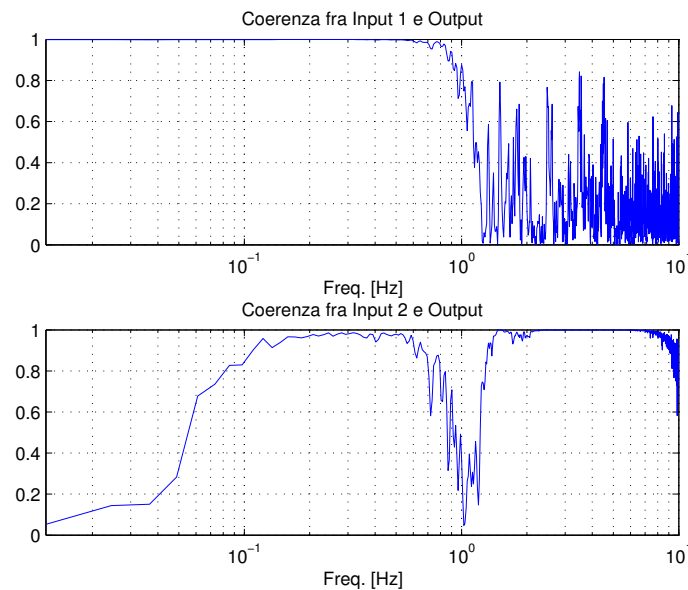


Figura 4.7: Coerenza fra l'uscita e i due ingressi nel modello LTI del pilota

<sup>6</sup>La coerenza è un indice che definisce la correlazione tra una coppia di segnali I/O. Definito nel modo seguente:

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|S_{uy}(\omega)|^2}{S_{uu}(\omega)S_{yy}(\omega)}$$

tale indice da una misura di quanto la variabile in uscita ( $y$ ) sia *spiegata* dalla variabile in ingresso ( $u$ ) (in termini percentuali), per ogni contributo in frequenza. In questo modo è possibile individuare facilmente la presenza di non linearità e/o di rumori esterni.

logico aspettarsi un'elevata qualità nei risultati, come si è effettivamente ottenuto. Le due funzioni si riferiscono rispettivamente agli ingressi del pilota attivo e passivo e, relativamente alle loro bande di interesse, la coerenza è massima. Per quanto già detto, in questo particolare caso d'interesse sarà impossibile ottenere una qualità dell'identificazione così alta<sup>7</sup>. Il risultato appena visto vuole piuttosto essere un riferimento, che permetterà di valutare l'affidabilità dei risultati che otterremo. Di seguito verranno spiegati nel dettaglio tutti gli accorgimenti messi in atto per ridefinire i segnali, in modo tale da ottimizzare il processo identificativo.

### 4.2.1 Filtraggio

Arrivati a questo punto dovrebbe essere chiaro che l'azione del pilota può essere scomposta in una componente volontaria, indicativamente entro 1 Hz, e una involontaria, a frequenza variabile, indicativamente entro gli 8-10 Hz. Oltre tale frequenza la biodinamica del corpo umano si comporta come un filtro, è quindi ragionevole assumere che non vi siano alcune dinamiche associate a frequenze superiori.

La presenza di dinamiche non modellate, rumori di misura, ingressi non deterministici, di cui l'ambiente di simulazione è ricco, sono tutti elementi riscontrabili ad alta frequenza, che costituiscono solo un disturbo per l'identificazione del modello. La soluzione più semplice e immediata per cercare di limitare tale effetto è l'utilizzo di un filtro passabasso con cui processare i segnali da utilizzare nel processo identificativo. In figura 4.8 è riportato il diagramma di Bode del filtro utilizzato.

Per corrompere il meno possibile il comportamento nella banda d'interesse si è scelta una frequenza di taglio di *15 Hz* e quindi sufficientemente distante dalle dinamiche del pilota passivo.

### 4.2.2 Scelta dell'Intervallo Temporale

All'avvio di una prova generica il pilota riceve un certo input ad un istante iniziale ( $t_0$ ). E' chiaro che a quest'avvio seguirà una fase transitoria, nella quale sono eccitate maggiormente le non linearità del sistema. Osservando i segnali misurati, durante uno qualsiasi dei test a disposizione, si nota una certa differenza di comportamento tra segnale d'ingresso e di uscita agli istanti iniziali rispetto alla condizione di regime.

Un altro aspetto da tenere in considerazione sono le instabilità. Avendo già spiegato lo scopo d'indagine della presente campagna sperimentale, non ci si deve stupire di trovarsi di fronte ad un andamento divergente. Per indagare sull'accoppiamento fra elicottero e pilota ci si è infatti spinti al limite di controllabilità da parte del pilota stesso.

---

<sup>7</sup>Non deve sorprendere che la coerenza sia così alta, infatti il modello utilizzato per la generazione dei segnali è lineare, quindi l'uscita è interamente spiegata dagli ingressi se si è in assenza di rumore, mentre in un caso reale non può essere così.

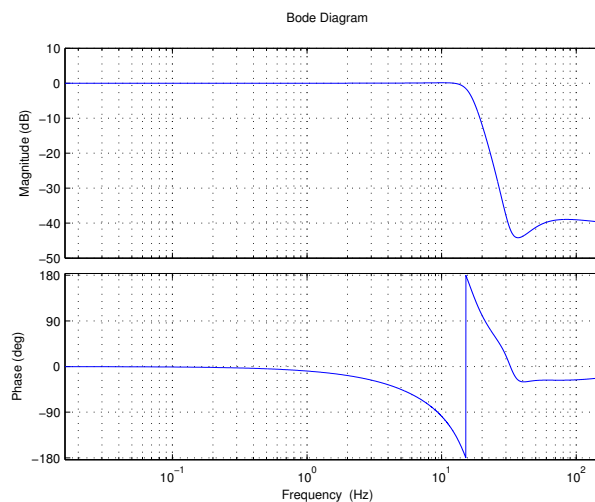


Figura 4.8: Diagramma di Bode del filtro passabasso usato nella preprocessazione dei segnali

Entrambe le problematiche sono state risolte *ritagliando* opportunamente la storia temporale.

### 4.2.3 Ricostruzione della Posizione Desiderata

In figura 4.9 è riportata una delle sequenze dei segnali ottenuta durante una manovra di mantenimento della posizione. A partire dall'alto sono rappresentati il passo collettivo (uscita del sistema) e i due ingressi di posizione (con relativa posizione desiderata, tratteggiata in rosso) e accelerazione lungo l'asse  $z$ .

A seconda della manovra analizzata, è presente un certo grado d'incertezza nella ricostruzione della quota e/o della posizione desiderata. In alcuni casi al pilota veniva chiesto di portarsi da una posizione all'altra in un certo intervallo di tempo, senza però vincolare l'esecuzione della manovra con l'imposizione di precisi istanti temporali. Difatti in questi casi non è presente un vero e proprio input esterno, in quanto la decisione e le modalità del cambio vengono direttamente dal pilota<sup>8</sup>. Quest'aspetto apre una problematica nella ricostruzione a posteriori della posizione desiderata. Infatti non è dato sapere esattamente come il pilota intendesse effettuare la manovra, e se alcune differenze di comportamento siano dovute a fattori esterni o interni. Essendo necessario ai fini dell'identificazione la conoscenza del segnale d'ingresso, non resta che ipotizzarne un andamento ragionevole, pur essendo consapevoli che i risultati ottenuti in tali casi non saranno completamente attendibili.

<sup>8</sup> ad esempio si sono riscontrate differenze nel rateo di salita/discesa tra una quota e l'altra

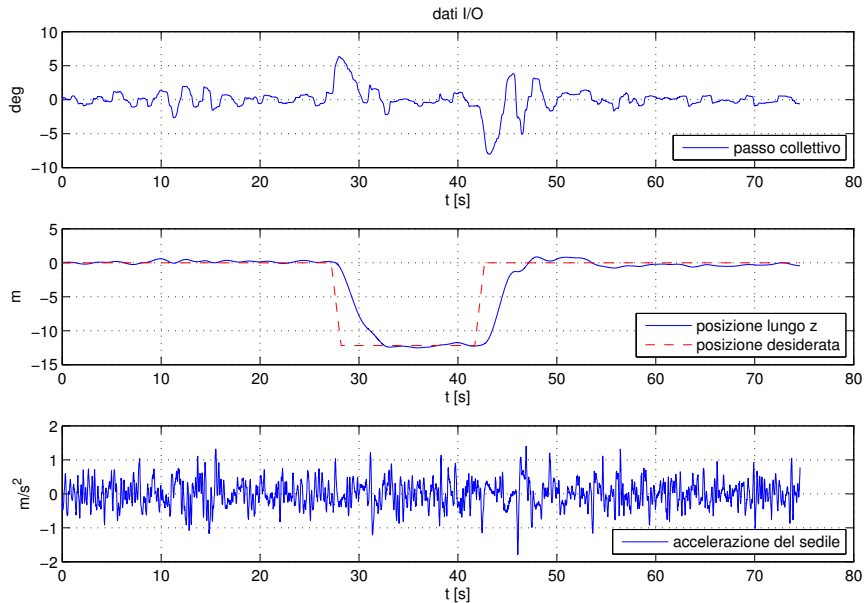


Figura 4.9: Segnali I/O - manovra *Position Hold*

In alcuni casi ci si è serviti di un semplice algoritmo di ottimizzazione<sup>9</sup>, al fine di scegliere l'ampiezza del cambio di traiettoria in modo tale da massimizzare la coerenza fra segnale d'ingresso e uscita alle basse frequenze<sup>10</sup>. Va comunque precisato che anche con quest'ultimo accorgimento la qualità non aumenta significativamente, e come già detto, è richiesta una valutazione critica di ogni caso specifico, che permetta di individuare eventuali comportamenti anomali da parte del pilota.

### 4.3 Tecniche di Identificazione

La natura intrinseca del sistema da identificare ci porta inevitabilmente a dover adottare un atteggiamento critico nei confronti dei risultati. Oltre alla processazione preliminare dei segnali, sarà più prudente adottare diverse tecniche di identificazione, confrontando i risultati con quelli analitici, già utilizzati nel capitolo 3. In questa fase, il confronto con le FdT analitiche non ha lo stesso significato avuto in precedenza. Le funzioni di McRuer e Mayo non sono le vere funzioni di

<sup>9</sup>In particolare ci si è serviti della routine *fminbnd* di Matlab, applicata nel modo seguente:

$$x_{min} = fminbnd(@fun, x_1, x_2)$$

$$fun(x) = 1 - coherence(x)$$

dove  $x$  è il punto finale del cambio di traiettoria, che viene fatto variare all'interno di un intervallo ragionevole, mentre il punto di inizio della manovra è facilmente individuabile osservando i segnali.

<sup>10</sup>In questa fase l'attenzione è chiaramente rivolta al comportamento volontario del pilota, che sceglie come effettuare la manovra di cambio di posizione.

trasferimento cercate, tuttavia possono fornire un andamento qualitativo plausibile.

Si ricorda che il metodo identificativo adottato basa il suo funzionamento sulla minimizzazione di una cifra di merito, quindi quello che ne risulta potrà essere ottimale in un confronto dei segnali temporali, ma allo stesso tempo avere un andamento in frequenza poco realistico.

Di seguito vengono elencati e spiegati brevemente i diversi approcci adottati, applicabili a modelli semplificati o completi a seconda della simulazione analizzata:

1. IDENTIFICAZIONE DEL MODELLO MISO TRAMITE *routine RIVCBJ*:  
 si identifica il modello di pilota in un unico passaggio, limitandosi a filtrare le alte frequenze del segnale di errore di posizione (ad esempio  $e = z_d - z$  per la manovra verticale). Questo procedimento di norma è quello che fornisce i risultati migliori in termini di confronto segnale vero/simulato, tuttavia le FdT identificate non sono sempre realistiche e quindi, in tali casi, non confrontabili con i modelli analitici di *McRuer* (AP) e *Mayo* (PP). L'algoritmo non riesce sempre a fare una distinzione fra parte *attiva* e *passiva*. Andando quindi a diagrammare in frequenza le funzioni di trasferimento è possibile osservare in entrambe sia le dinamiche veloci che quelle lente<sup>11</sup>.
2. IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI EQUIVALENTI SISO (AP e PP) TRAMITE *routine RIVCBJ*:  
 seguendo questa seconda procedura si cerca di separare le dinamiche a bassa frequenza da quelle ad alta frequenza, andando ad identificare due sistemi distinti di tipo *single-input-single-output* (SISO). Il pilota è un sistema unico che presenta al suo interno diverse dinamiche, quindi questa tecnica prende un po' le distanze da un approccio fedele alla realtà. D'altronde in questo modo si cerca di ottenere risultati confrontabili con il comportamento teorico del pilota. Per favorire ulteriormente la separazione delle dinamiche si applica un filtro sui segnali di ingresso e uscita, avendo cura che la conseguente perdita d'informazione dei segnali originali sia trascurabile<sup>12</sup>. Si rileva il fatto che non sempre questa procedura fornisce il risultato sperato.
3. IDENTIFICAZIONE TRAMITE IMPOSIZIONE DEI MODELLI DI *McRuer* E *Mayo*:

$$J(p) = \sum \frac{(y_i - \hat{y}_i(p))^2}{y_i^2}$$

$$J_{opt}(p) = \text{fminunc}(J, p_0)$$

la tecnica presente consiste nel impostare una procedura di minimizzazione di una cifra di merito costruita con il *residuo* fra il segnale vero e i segnali

<sup>11</sup>Intendendo con *veloci* e *lente*, le dinamiche ad *alta* e *bassa* frequenza.

<sup>12</sup>Per assicurare che il segnale risulti invariato, si è scelto in questo caso di ricavare la componente passiva di  $\theta_0$  come differenza fra segnale originario e segnale filtrato:

$$\Theta_{PP}(s) = \Theta(s) - \underbrace{H_f(s)\Theta(s)}_{\Theta_{AP}(s)}$$

simulati utilizzando le funzioni di *McRuer* e *Mayo*. In questo modo la struttura del modello identificato è vincolata, garantendo un immediato confronto delle FdT, ma rinunciando allo stesso tempo alle proprietà dell'algoritmo di identificazione. Questa strada potrebbe essere utile per valutare come cambiano alcuni parametri specifici al variare delle simulazioni (ad esempio la banda passante<sup>13</sup>). Tuttavia questo metodo non fornisce i risultati migliori nel confronto fra i segnali misurati e simulati. Oltretutto la struttura imposta alla FdT non sempre garantisce la convergenza del metodo<sup>14</sup>.

4. PROCEDURA DI OTTIMIZZAZIONE SUL RESIDUO:

Questa tecnica è un ibrido fra quelle precedenti. Consiste nell'identificare tramite RIVCBJ il sistema pilota nel suo complesso, e utilizzare il residuo ottenuto in questo modo come uscita di un secondo sistema da identificare, che parta da una struttura analitica di Mayo (PP), e tramite un processo di minimizzazione cerchi di trovare la funzione che meglio identifichi le dinamiche passive.

5. IDENTIFICAZIONE DI MODELLI MIMO:

Nelle simulazioni dei test su modelli completi sarà necessario applicare una routine di identificazione *multi-ingresso-multi-uscita*. Riferendosi ai metodi implementati nel capitolo 3, la routine RIVCBJ è risultata il miglior compromesso fra consistenza nella stima dei parametri e robustezza a fronte dell'aggiunta di rumori, tuttavia la sua applicabilità è limitata a modelli MISO. L'adattabilità dell'algoritmo a sistemi multi-uscita non costituisce un problema eccessivo, ma gli autovalori ottenuti non saranno comuni all'intero sistema. Si valuterà quindi l'utilizzo di algoritmi alternativi in questo caso (come ad esempio il CT-PBSID).

Al di là del metodo utilizzato, sarà fondamentale la scelta di quali ingressi e uscite includere nel processo identificativo, tali da cogliere il comportamento del pilota, evitando allo stesso tempo una sovra-parametrizzazione.

Tra le tecniche candidate, risulta un po' azzardata la scelta di imporre una struttura alle FdT da identificare, soprattutto considerando lo sforzo fatto nella ricerca dell'algoritmo ottimale, condotta nel capitolo 3. In effetti questa strada non verrebbe percorsa se non si fosse interessati a confrontare i risultati con le funzioni analitiche di riferimento. Va comunque detto che nella maggioranza dei casi questa tecnica non ha portato alcun risultato. Non sembra infatti che le FdT di *McRuer* e *Mayo* siano in grado di cogliere il legame ingresso/uscita nei test analizzati.

In verità, l'elenco riportato vuole essere più che altro una panoramica di tutti i possibili approcci applicabili. Si anticipa che, come prevedibile, l'applicazione dell'algoritmo RIVCBJ a un modello MISO risulta il miglior compromesso nell'ottenimento di un modello affidabile sia in un confronto temporale che in frequenza.

<sup>13</sup>Affidando l'identificazione ad alla routine RIVCBJ il modello migliore potrebbe essere non strettamente proprio, nei quali casi non è possibile parlare di banda passante.

<sup>14</sup>La convergenza del metodo sarebbe migliore se venisse fornito il valore iniziale del gradiente, che per un modello di tale complessità non è di facile calcolo.



## Capitolo 5

# Modelli a 2 gradi di libertà

Obiettivo del presente capitolo è l'identificazione del modello di pilota a partire dai segnali ottenuti durante la campagna sperimentale, e la conseguente analisi dei risultati. In questa fase ci concentreremo sulle prove condotte dal pilota su modelli semplificati di elicottero a 2 DoFs, rappresentativi della dinamica verticale. Come già più volte anticipato, l'indagine sperimentale condotta si è posta l'obiettivo di smascherare alcuni fenomeni di RPC, tentando di individuare al contempo i parametri maggiormente influenti nell'accoppiamento.

Riallacciandosi al già citato lavoro condotto dal Politecnico di Milano sul ruolo del modo di cono nello sviluppo del PAO (rif. [1]), un modello a due gradi di libertà potrebbe sembrare un po' troppo semplificato per un'analisi di questo tipo, ma in realtà al suo interno sono contenuti tutti gli ingredienti necessari allo sviluppo di un accoppiamento potenzialmente instabile fra il pilota e la macchina. Infatti, nello studio citato, viene mostrato il ruolo dei parametri che maggiormente influenzano tale dinamica di accoppiamento.

Quello che si propone il presente capitolo è di dare un seguito alla suddetta analisi, condotta solo a livello di simulazione numerica, osservando il comportamento di un pilota reale, messo di fronte allo stesso ambiente di simulazione, sperando quindi di trovare una giustificazione pratica ai modelli teorici adottati.

### 5.1 *Position Hold Task*

Secondo il modello comportamentale di McRuer un operatore generico adatta la propria strategia di controllo sulla base dell'operazione di volo da eseguire e della macchina su cui opera. Andando a variare i parametri caratteristici del modello ci si aspetterà quindi una certa variabilità di comportamento. Il modello implementato nel simulatore di volo consiste in un sistema a due gradi di libertà ( $z$  e  $\beta$ ), rappresentativo della dinamica verticale dell'elicottero, lo sviluppo del quale è già stato trattato ampiamente in 3.1.

Per poter ritenere affidabili i risultati si è scelto di analizzare le prove di tre diversi piloti collaudatori. Il dettaglio dei parametri adottati nelle diverse prove

per i tre piloti è riportato in tabella 5.1.

Brevemente, si notano i parametri modali che definiscono il modo di cono, responsabile dell'accoppiamento passivo pilota-macchina, seguiti dai parametri di ritardo e guadagno sui controlli e dal parametro di raffica, che ricopre il ruolo di forzante stocastica esterna. Avendo come obiettivo di portare il sistema al limite di stabilità, risulta chiaro il ruolo dei parametri sull'azione di controllo<sup>2</sup>. Si fa notare che il ritardo può essere ottenuto imponendo direttamente un valore al parametro  $\tau$ , per avere un effetto costante in frequenza, oppure regolando lo smorzamento del sistema<sup>3</sup>. In tabella sono evidenziate in grassetto le prove nelle quali si sono manifestati in modo più evidente fenomeni di RPC per la parte passiva, e quindi di fondamentale importanza nell'identificazione di entrambe le dinamiche del pilota.

Un ultimo dato importante consiste nel giudizio dato dai piloti sulla stabilità del sistema. Collegando quest'ultimo al valore dei parametri del modello e alla presenza di fenomeni di PAO, si ottiene già una prima conferma di quanto ipotizzato. Nell'instabilità del sistema ricoprono un ruolo fondamentale il guadagno sui controlli e il ritardo di fase associato alla variazione dello smorzamento rispetto al suo valore nominale.

Come si noterà più avanti, osservando le storie temporali dei segnali, l'instabilità del sistema non troverà riscontro in un andamento divergente. Questo è spiegato dal fatto che i piloti, a fronte di fenomeni di PAO, si sono spesso trovati a dover interrompere il contatto con il comando, aprendo di fatti l'anello di controllo. In questo modo l'instabilità, anche se presente, non ha avuto modo di manifestarsi in modo evidente<sup>4</sup>.

Le considerazioni appena fatte troveranno riscontro anche nell'analisi delle manovre sul modello di elicottero completo.

In figura 5.1 e in tabella 5.2 sono riportati i risultati ottenuti da una prima serie di analisi, effettuate identificando il sistema come modello MISO a due ingressi. In questa prima fase ci si è limitati a dare un andamento plausibile all'ingresso di posizione desiderata, come già spiegato nel capitolo precedente.

Già da queste prime analisi l'identificazione produce dei risultati discreti. Si nota come venga colto l'andamento a bassa frequenza (senza tuttavia un'elevatissima precisione). Osservando il valore dei poli identificati è già possibile fare alcune considerazioni qualitative. Si nota una coppia di poli complessi e coniugati a bassa frequenza, caratteristici della dinamica volontaria del pilota. Osservandone il valore, si nota una tendenza a crescere man mano che il sistema viene perturbato rispetto alla sua condizione originaria. Chiaramente questo comportamento è testimonianza del fatto che, all'aumentare dei disturbi esterni (che siano in termini di ingressi veri e propri, quali la raffica, o di un aumento del guadagno

<sup>2</sup>E' noto che, facendo variare il guadagno e la fase di un controllore (ruolo ricoperto dal pilota in questo caso) si porta un sistema, originariamente stabile, all'instabilità.

<sup>3</sup>Ad un aumento dello smorzamento modale segue un ritardo di fase maggiore in un intervallo di frequenze inferiori a quella caratteristica del modo corrispondente.

<sup>4</sup>Oltre a quanto detto, ai piloti non è stato permesso di mantenere il sistema in condizione di instabilità per tempi prolungati al fine di non sottoporre il simulatore di volo ad uno stress eccessivo.

Tabella 5.1: Specifiche delle prove - manovra verticale 2 DOFs

	$k/k_{ref}$	$c/c_{ref}$	$\omega$ [Hz]	$\xi$ [%]	$\tau$ [ms]	Guadagno sui controlli	Raffica Instabile	Sistema
<b>Test Pilot 1 - SC (PP)</b>								
Test 1	1.00	1.00	3.98	51.47	0	1.0	off <sup>1</sup>	no
Test 2	1.00	1.00	3.98	51.47	0	2.0	1	no
Test 3	1.00	1.00	3.98	51.47	0	2.5	1	no
Test 4	1.00	1.00	3.98	51.47	0	3.0	1	no
Test 5	1.00	1.00	3.98	51.47	0	3.5	1	no
Test 6	1.00	1.00	3.98	51.47	0	4.0	1	no
Test 7	1.00	1.00	3.98	51.47	0	5.0	1	no
Test 8	1.00	0.80	4.26	40.99	0	5.0	1	no
Test 9	1.00	1.20	3.62	62.11	0	5.0	1	no
Test 10	1.00	1.00	3.98	51.47	100	5.0	1	no
<b>Test 11</b>	<b>1.00</b>	<b>1.50</b>	<b>2.83</b>	<b>78.48</b>	<b>0</b>	<b>5.0</b>	<b>1</b>	<b>si</b>
Test 12	1.00	0.60	4.46	30.64	0	5.0	1	no
<b>Test Pilot 5 - VM (NP)</b>								
Test 1	1.00	1.00	3.98	51.47	0	1.0	2	no
Test 2	1.00	1.00	3.98	51.47	0	2.0	2	no
Test 3	1.00	1.00	3.98	51.47	0	3.0	2	no
Test 4	1.00	1.20	3.62	62.11	0	3.0	2	no
Test 5	1.00	1.50	2.83	78.48	0	3.0	2	no
Test 6	1.00	0.60	4.46	30.64	0	3.0	2	no
Test 7	1.00	1.00	3.98	51.47	0	3.5	2	si
Test 8	1.00	1.20	3.62	62.11	0	3.5	2	si
Test 9	1.00	1.50	2.83	78.48	0	3.5	2	si
Test 10	1.00	1.00	3.98	51.47	0	4.0	2	si
Test 11	1.00	1.20	3.62	62.11	0	4.0	2	si
<b>Test 12</b>	<b>1.00</b>	<b>0.60</b>	<b>4.46</b>	<b>30.64</b>	<b>0</b>	<b>4.0</b>	<b>2</b>	<b>si</b>
Test 13	1.00	0.60	4.46	30.64	0	3.5	2	no
<b>Test Pilot 9 - PM (NP)</b>								
Test 1	1.00	1.00	3.98	51.47	0	1.0	2	no
Test 2	1.00	1.00	3.98	51.47	0	1.0	2	no
Test 3	1.00	1.00	3.98	51.47	0	2.0	2	no
Test 4	1.00	1.00	3.98	51.47	0	3.0	2	no
Test 5	1.00	1.20	3.62	62.11	0	3.0	2	no
Test 6	1.00	1.50	2.83	78.48	0	3.0	2	no
Test 7	1.00	1.00	3.98	51.47	0	4.0	2	si
Test 8	1.00	1.20	3.62	62.11	0	4.0	2	si
<b>Test 9</b>	<b>1.00</b>	<b>0.60</b>	<b>4.46</b>	<b>30.64</b>	<b>0</b>	<b>4.0</b>	<b>2</b>	<b>si</b>
Test 10	1.00	1.00	3.98	51.47	0	3.5	2	si
Test 11	1.00	1.20	3.62	62.11	0	3.5	2	si
Test 12	1.00	0.60	4.46	30.64	0	3.5	2	si
Test 13	1.00	0.60	4.46	30.64	0	3.0	2	si

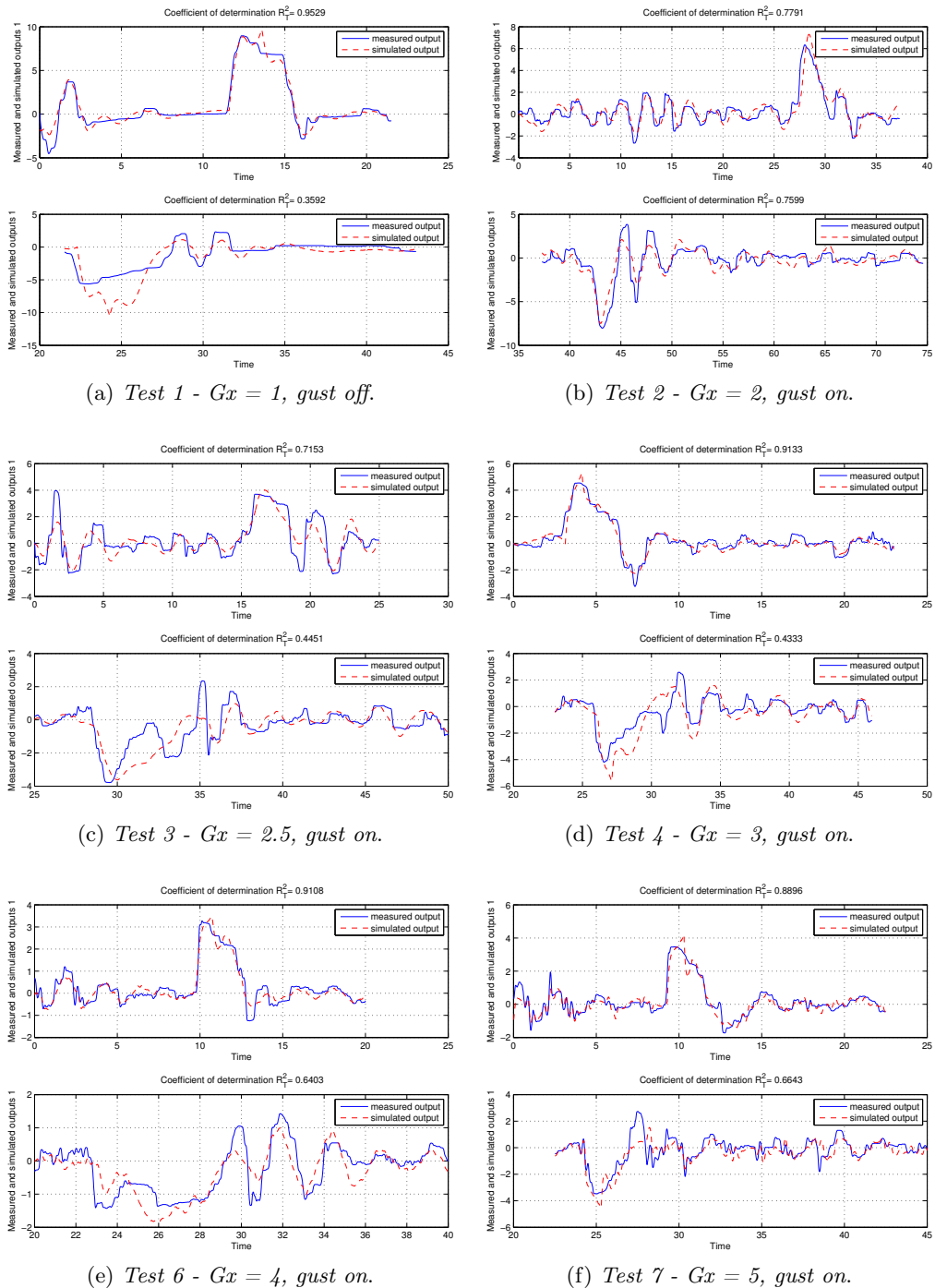


Figura 5.1: Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Steve Cheyne (Pilota)

Tabella 5.2: poli e zeri - Test pilot 1

	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 6	Test 7
Poli	-0.05					
	-0.33 +0.89i	-0.02 +0.88i	-0.51 +1.49i	-0.12 +1.53i	-0.68 +1.98i	-0.54 +1.48i
	-0.33 -0.89i	-0.02 -0.88i	-0.51 -1.49i	-0.12 -1.53i	-0.68 -1.98i	-0.54 -1.48i
	-0.79 +2.58i	-2.59 +5.46i		-6.62	-3.23 +5.80i	-4.93 +5.38i
	-0.79 -2.58i	-2.59 -5.46i			-3.23 -5.80i	-4.93 -5.38i
Zeri AP	-0.06					
	-0.47 +0.66i	-0.11 +0.83i		-1.17	-1.06	-1.74 +0.61i
	-0.47 -0.66i	-0.11 -0.83i				-1.74 -0.61i
	-0.09 +1.82i		-1.92 +1.52i	-0.07 +1.87i	-0.08 +2.44i	-0.36 +2.21i
	-0.09 -1.82i		-1.92 -1.52i	-0.07 -1.87i	-0.08 -2.44i	-0.36 -2.21i
Zeri PP	-0.36					
	-0.61 +2.21i	-2.99		-4.29 +2.84i	-2.81 +4.00i	0.16 +0.79i
	-0.61 -2.21i			-4.29 -2.84i	-2.81 -4.00i	0.16 -0.79i
	4.83 +7.24i				11.03 +5.76i	-10.15
	4.83 -7.24i	-95.55			11.03 -5.76i	

sui controlli), il carico di lavoro del pilota aumenta, portando la sua azione ad avvicinarsi al limite di controllabilità volontaria.

Un'ulteriore osservazione può essere fatta sul test 1, nel quale compare un polo prossimo allo zero. Tale dinamica può essere associata a quella di un integratore puro. Se si ricorda il modello teorico di comportamento proposto da McRuer, questo risultato sembra dare una conferma a tale ipotesi. Il fatto che l'identificazione non trovi la stessa dinamica nelle altre simulazioni è probabilmente dovuto alla presenza dell'eccitazione ad alta frequenza (raffica esterna) che ridimensiona l'effetto dell'integratore, a beneficio di dinamiche a frequenza più alta (rimanendo sempre nella sfera della volontarietà).

Analizzando invece il comportamento passivo del pilota, l'identificazione non sembra essere molto sensibile. L'algoritmo preposto all'identificazione si basa sulla minimizzazione di una cifra di merito, calcolata sul segnale temporale. In quest'ottica è normale che esso si concentri maggiormente sull'andamento globale del segnale (bassa frequenza) per trovare la miglior correlazione<sup>5</sup>. E' anche ragionevole pensare che il comportamento ad alta frequenza non sia eccitato significativamente, e quindi non in modo tale da essere identificato dall'algoritmo. A sostegno di quanto appena detto, nei segnali analizzati si possono notare solo fenomeni di PIO (*Pilot Induced Oscillations*, oscillazioni a frequenza inferiore a 1 Hz), ma non di PAO (o perlomeno non di intensità tale da poter essere considerati).

Per quanto riguarda la componente passiva, osservando i diagrammi di confronto fra segnale misurato e simulato, è possibile osservare andamenti oscillatori a frequenze superiori a 1 Hz (si osservi ad esempio il risultato del test 7), ciò non deve però trarre in inganno. Questo comportamento non è infatti associato ad autovalori del sistema, ma al guadagno asintotico della funzione di trasferimento,

<sup>5</sup>E' bene precisare che l'algoritmo è a scatola chiusa, la sua implementazione in ambiente Matlab è criptata. Se così non fosse si potrebbe ricorrere ad una pesatura in frequenza, agendo direttamente sul codice per forzare l'algoritmo a tenere in maggior considerazione le dinamiche passive. Non potendo percorrere questa strada, risulta necessario ricorrere a metodi alternativi, che lavorino all'esterno del codice, pre/post-processando i segnali I/O.

il quale fa in modo che gli ingressi vengano riportati all'uscita del sistema con un certo fattore di amplificazione. L'ordine del modello, che in questo caso è *semplicemente proprio*, viene scelto automaticamente dell'algoritmo per ottenere il miglior indice di correlazione, quindi i risultati non hanno necessariamente un'interpretazione fisica, quello appena presentato ne è un esempio. L'obiettivo dell'identificazione è di trovare la struttura del modello tale da minimizzare l'errore tra segnale misurato e simulato, è quindi possibile che il modello identificato non sia paragonabile alle funzioni analitiche di McRuer e Mayo, come ci si potrebbe aspettare. D'altra parte, imporre al modello una struttura diversa sarebbe possibile, in linea di principio, ma il risultato non sarebbe ottimale<sup>6</sup>, inoltre si limiterebbero le funzionalità dell'algoritmo.

In figura 5.2 sono riportati gli andamenti delle FdT corrispondenti ai risultati appena trattati. Senza voler analizzare nel dettaglio le singole funzioni, si possono notare alcune caratteristiche comuni, come i poli a bassa frequenza, localizzati tutti nell'intervallo 0.1 - 0.4 Hz, e l'assenza di poli ad alta frequenza. Un'ulteriore doverosa osservazione è sull'andamento asintotico, che in alcuni casi è costante. La presenza di un andamento non strettamente proprio è una riprova del fatto che l'algoritmo fornisce dei risultati non sempre realistici nel dominio delle frequenze.

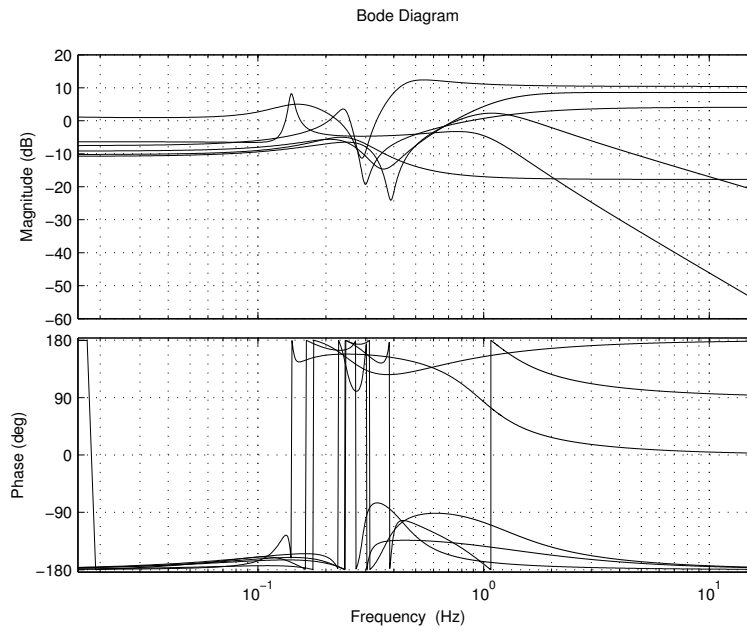
Soffermandosi sull'assenza delle dinamiche ad alta frequenza, da quanto detto fin ora, si potrebbe pensare che sia dovuto ad un comportamento errato dell'identificatore, ciò tuttavia non è esatto, in quanto le prove analizzate, non avendo mostrato particolari fenomeni di accoppiamento involontario, non hanno eccitato adeguatamente le dinamiche ad alta frequenza, quindi nel processo identificativo le dinamiche a bassa frequenza hanno un peso predominante. Volendo dare un'interpretazione alternativa, si può affermare che per questa prima serie di prove la coerenza fra accelerazione del sedile e l'azione involontaria dei comandi sia bassa, tale da impedire l'identificazione delle relative dinamiche.

Per poter identificare correttamente i poli ad alta frequenza del pilota involontario è necessario analizzare le prove in cui i fenomeni di PAO si sono dimostrati più evidenti. Di seguito (figure 5.3 e 5.4) si riportano le analisi condotte sulla prova 11 del test pilot 1 (vedere tabella 5.1), della quale è già stata sottolineata l'importanza. In effetti si nota immediatamente che sia l'unica prova ad aver portato il pilota ad instabilizzare il sistema.

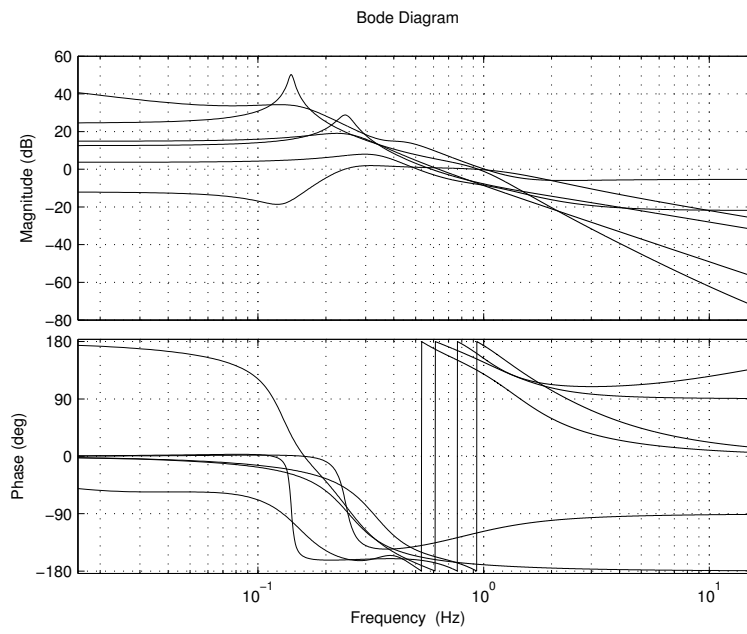
Anche se l'ampiezza delle oscillazioni non viene identificata correttamente, tale andamento trova riscontro nelle FdT, le quali mostrano un polo ad una frequenza tipica della biodinamica del pilota (tabella 5.3). E' interessante notare che tale dinamica sia presente anche nella funzione di trasferimento del pilota volontario. Analiticamente questo è dovuto alla presenza di un denominatore comune alla due FdT, e al fatto che l'identificatore non riesce sempre a far corrispondere degli zeri, tali da eliminare l'effetto dei poli ad alta frequenza nel modello di pilota attivo identificato. In effetti, la suddivisione in pilota attivo e passivo è puramente teorica, mentre nella realtà il modello di pilota è unico. La risposta del pilota ai due

---

<sup>6</sup>Una struttura proposta sulla base delle funzioni analitiche di McRuer e Mayo potrebbe, in alcuni casi, non rispecchiare l'andamento dei segnali temporali della prova specifica, non permettendo all'algoritmo di convergere ad una una soluzione.



(a) *Pilota Attivo.*



(b) *Pilota Passivo.*

Figura 5.2: FdT pilota - Test 1,2,3,4,6,7

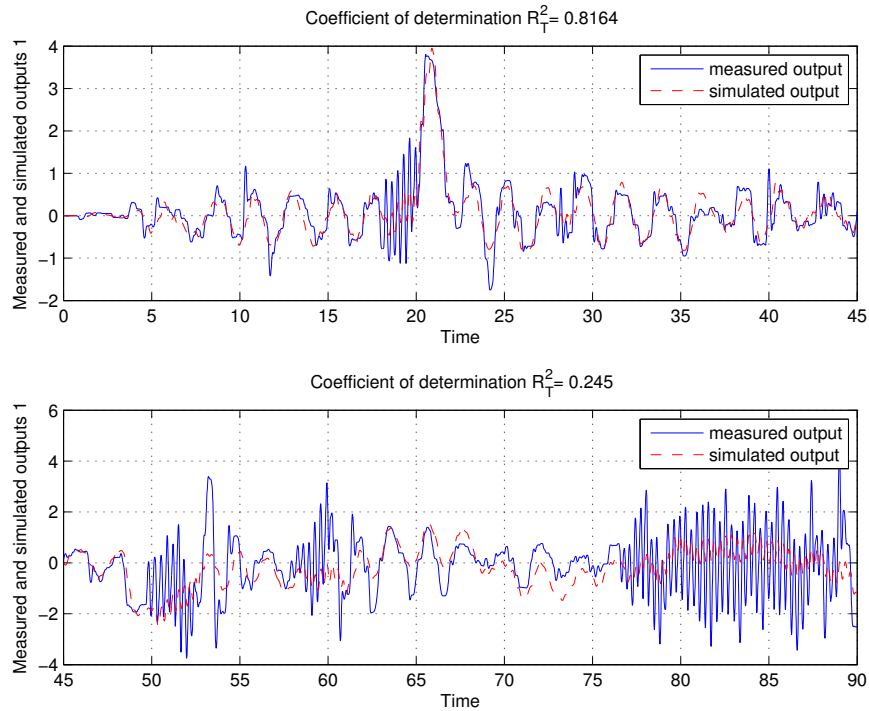


Figura 5.3: Test Pilot 1 - Test 11 - Confronto segnale vero/simulato

ingressi può mettere in luce comportamenti differenti<sup>7</sup>, ma pensare che le dinamiche attive e passive siano perfettamente divise non è possibile in un contesto reale. D'ora in avanti ci si continuerà a riferire alle funzioni di trasferimento mediante i termini *attive* e *passive*, non volendo creare un elemento di confusione nel lettore, e di rottura rispetto alla terminologia adottata nel resto della trattazione; è bene tuttavia precisare che i termini *pilota attivo* e *passivo* non sono del tutto esatti in questo contesto<sup>8</sup>.

Da queste prime analisi si sono già ottenuti alcuni risultati interessanti, volendo però migliorare la qualità complessiva dell'identificazione, di seguito vengono illustrati alcuni accorgimenti adottati in questa direzione.

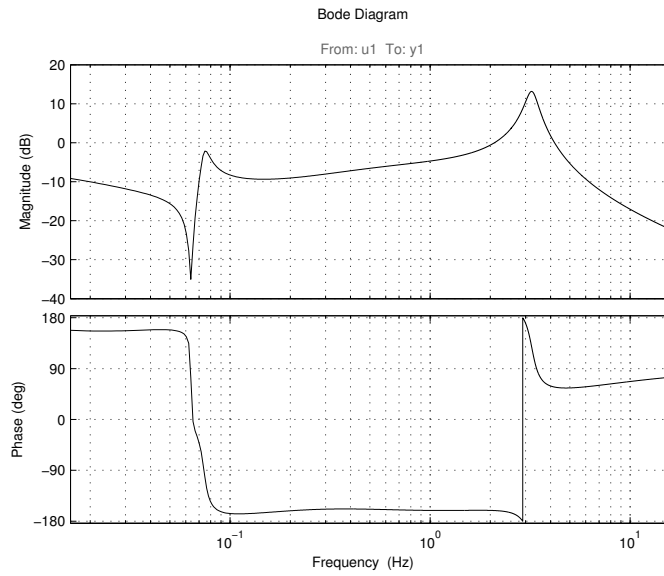
### 5.1.1 Filtro per gli ingressi del pilota attivo

Al fine di migliorare l'identificazione e separare le dinamiche attive da quelle passive si è ricercato un ulteriore filtro passa-basso per segnali d'ingresso per la sola parte volontaria. Considerando l'intervallo di frequenza teorico del pilota attivo (0.5 - 1 Hz), e mediante un confronto fra il segnale originale e quello filtrato, si

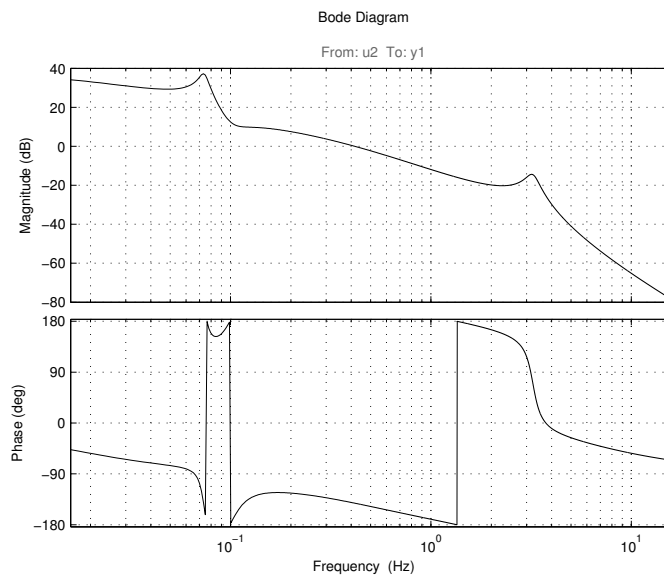
<sup>7</sup>Logicamente la FdT che ha come ingresso l'errore di posizione dovrebbe essere più sensibile alle dinamiche a bassa frequenza (e quindi quelle attive), mentre la FdT che ha come ingresso l'accelerazione del sedile dovrebbe essere più sensibile alle dinamiche involontarie ad alta frequenza.

<sup>8</sup>Sarebbe più corretto riferirsi alle funzioni di trasferimento identificate semplicemente indicando la relativa variabile di ingresso.





(a) *Pilota Attivo.*



(b) *Pilota Passivo.*

Figura 5.4: Test Pilot 1 - Test 11 - Funzioni di trasferimento del pilota

Tabella 5.3: Test Pilot 1 - Test 11 - Poli e zeri

Poli	Zeri AP	Zeri PP
-0.09	-31.97	38.09
<b>-1.44 + 20.23i</b>	-1.23	-0.11 + 0.62i
<b>-1.44 - 20.23i</b>	-0.23	-0.11 - 0.62i
-2.61	0.004 + 0.40	
-0.02 + 0.46i	0.004 - 0.40i	
-0.02 - 0.46i		

sono ottenuti dei buoni risultati con una frequenza di taglio di **0.7 Hz**. Di seguito si riporta un esempio di confronto fra il segnale iniziale e dopo l'applicazione del filtro (figura 5.5).

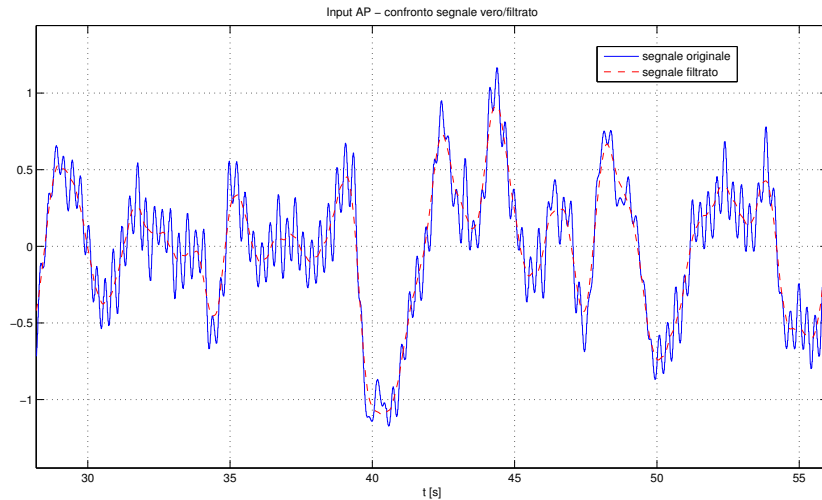


Figura 5.5: Confronto segnale vero/filtrato

### 5.1.2 Aggiunta del terzo ingresso

Nelle analisi condotte fin ora si è ipotizzato che il pilota riceva come unico ingresso, per il solo comportamento volontario, l'errore di posizione lungo l'asse verticale, rispetto ad un certo andamento desiderato. Nella realtà, i segnali che influenzano il comportamento del pilota sono molteplici e pensare di poterli individuare e rappresentare tutti sarebbe impossibile, oltre che eccessivo per gli scopi di questo lavoro. Per contro, ridurre il pilota attivo ad un modello SISO potrebbe risultare in alcuni casi un'approssimazione eccessiva, troppo distante dalla realtà. Anche se la task del pilota consiste nel mantenimento della posizione, è verosimile che esso prenda in considerazione anche un certo profilo di velocità nell'effettuare il passaggio da una quota all'altra, dando più peso all'errore rispetto a questo profilo piuttosto che a all'errore di posizione. Ovviamente questa è solo un'ipotesi, e il calcolo del profilo di velocità desiderata risente inevitabilmente della stessa problematica già affrontata per la posizione, non essendo possibile decifrare con assoluta certezza le intenzioni del pilota. E' comunque interessante confrontare la qualità dell'identificazione nei due casi.

L'aggiunta di un secondo ingresso per la parte attiva, oltre ad essere potenzialmente utile per migliorare la qualità complessiva dell'identificazione, può avere un ruolo importante nel rendere più coerenti i risultati delle altre funzioni di trasferimento stimate. Avere un ingresso in più fa sì che gli altri ingressi debbano *spiegare* un contenuto ridotto dell'uscita, evitando di doversi adattare all'incoerenza dei segnali I/O misurati. Per utilizzare un linguaggio intuitivo e poco rigoroso, l'aumento del numero di ingressi permette una miglior *divisione dei compiti* nel cercare di riprodurre l'uscita, alleggerendo il compito degli altri

due ingressi che sono stati utilizzati fin ora. Va comunque detto che, anche se in questo caso i risultati possono essere migliori, non si deve correre il rischio di eccedere nell'aggiunta di ingressi che possono avere una scarsa coerenza con l'uscita, avendo quindi come effetto di peggiorare la qualità dell'identificazione.

Per ricavare l'andamento di velocità desiderato, si è scelto di rimanere coerenti con l'input di posizione. Per ogni fase di cambio si sono presi gli istanti iniziale e finale, e calcolato la velocità media semplicemente dividendo la distanza percorsa per l'intervallo temporale. Per il profilo di velocità si è scelta una funzione *seno* con un ulteriore fattore moltiplicativo di  $\pi/2$ <sup>9</sup>:

$$v(t) = v_{max} \sin\left(\frac{\pi}{(t_f - t_i)}(t - t_i)\right); v_{max} = \frac{\pi}{2} \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)}$$

Si riporta in figura 5.6 un esempio della stima condotta.

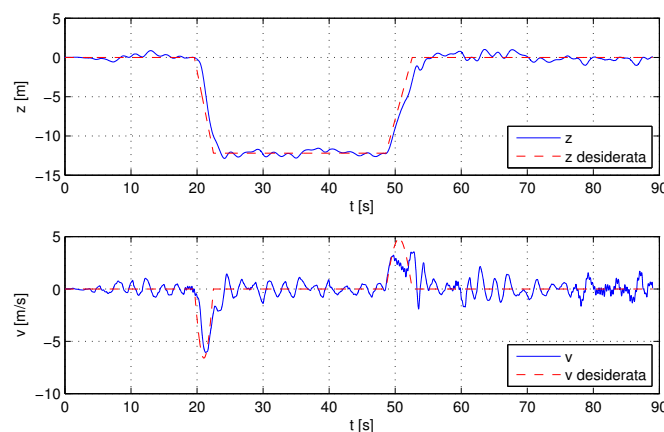


Figura 5.6: esempio dei profili di quota e velocità desiderati

A questo punto si hanno a disposizione diverse tecniche di identificazione. Relativamente all'utilizzo dei tre ingressi, a seconda dei casi si opterà per un'identificazione diretta del modello pilota, costituito da 3 ingressi e un'unica uscita, piuttosto che una separazione in parte attiva (2 ingressi e un'uscita) e passiva (SISO). In tabella 5.4 si riporta un riassunto aggiornato delle tecniche di identificazione, con le relative sigle, che verranno adottate d'ora in avanti.

In figura 5.7 sono riportati due esempi di confronto fra il risultato dell'identificazione a due e a tre ingressi. Nei casi presentati si nota un netto miglioramento della qualità rispetto al segnale vero. I benefici più grandi si riscontrano soprattutto alle basse frequenze, è infatti evidente la migliore approssimazione dei picchi del segnale. Evidentemente in questi casi il peso relativo dell'errore di velocità è stato maggiore che per quello in posizione. Va detto che quelli presentati sono tra i risultati in cui si nota maggiormente questa differenza di comportamento. Spesso l'aggiunta del terzo ingresso non produce sostanziali miglioramenti. Effettivamente i due errori di tracking (in posizione e in velocità) sono parenti stretti,

<sup>9</sup>L'aggiunta del fattore  $\pi/2$  è necessaria per rispettare la relazione che lega la distanza percorsa con l'integrale della velocità nello stesso intervallo temporale.

Tabella 5.4: Tecniche di Identificazione

sigla	descrizione tecnica
<b>SISO</b>	modelli AP e PP identificati separatamente come sistemi SISO. Filtri applicati sia agli ingressi che all'uscita.
<b>MISO</b>	identificazione del modello integrale di pilota come sistema MISO, con 2 ingressi e un'uscita. Ingressi eventualmente filtrati.
<b>IMPOSED MODEL</b>	modelli AP e PP identificati separatamente, tramite imposizione della struttura dei modelli di Mc Ruer e Mayo. Filtri applicati sia agli ingressi che all'uscita.
<b>MISO2</b>	modelli AP e PP identificati separatamente, il primo come sistema MISO (2 ingressi), il secondo come sistema SISO.
<b>MISO3</b>	identificazione del modello integrale di pilota come sistema MISO, con 3 ingressi e un'uscita. Ingressi eventualmente filtrati.

non è quindi per niente scontato che si ottengano risultati diversi adottandone uno solo o entrambi. Alla luce di queste considerazioni è sempre opportuno tenere in considerazione le diverse tecniche proposte, valutando caso per caso quale sia la scelta ottimale.

## 5.2 Confronto dei risultati e analisi di stabilità

Il lavoro illustrato fino a questo punto del capitolo può essere considerato ancora come fase preliminare. E' stato infatti necessario risolvere le problematiche legate all'identificazione del modello sperimentale, prima di poter proseguire con la stima dei parametri del modello. Nonostante ciò, le informazioni raccolte fin ora hanno già permesso di trarre alcune conclusioni importanti sui modelli teorici.

A questo punto si può affermare di essere pienamente coscienti dei limiti intrinseci dello schema identificativo adottato, potendo quindi proseguire in un'analisi approfondita delle diverse prove. Oltre ad un confronto temporale fra i segnali misurati e simulati, è stata condotta un'indagine del comportamento in frequenza. In particolare, come rimanda il titolo della sezione, sarà interessante studiare la stabilità dei modelli identificati<sup>10</sup>. oltre che per avere un ulteriore indice della variabilità del modello in funzione delle condizioni al contorno, tale studio per-

<sup>10</sup>La stabilità dei sistemi in anello chiuso, com'è il caso in esame, viene analizzata in questa sede per mezzo del criterio di Nyquist. Per approfondire l'argomento si rimanda il lettore all'appendice B.

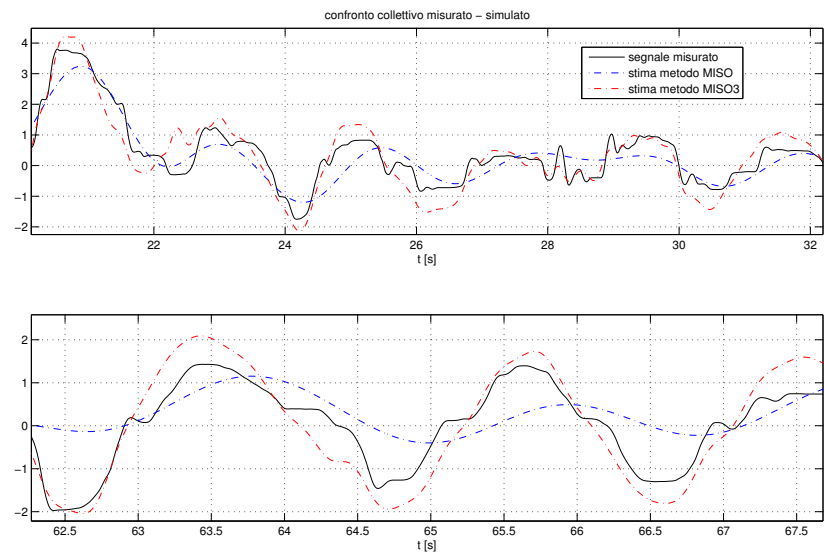
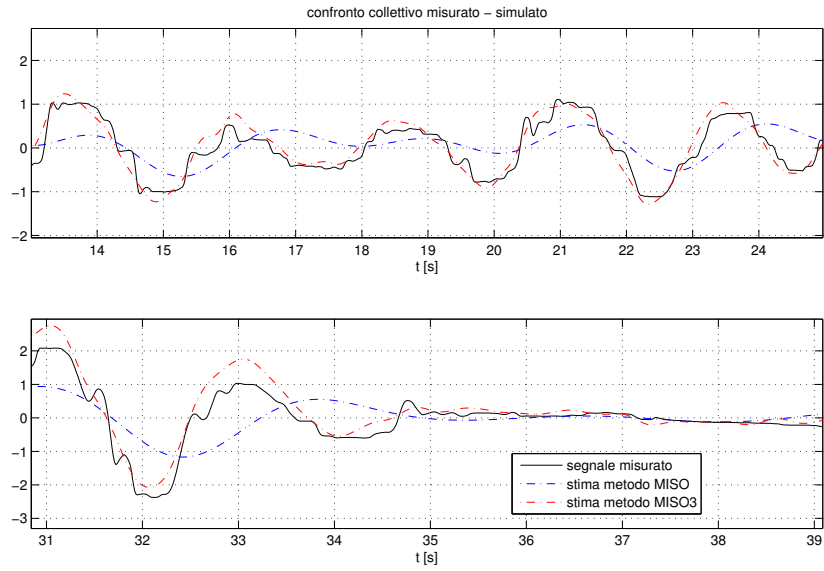


Figura 5.7: Confronto segnali ottenuti con modelli a 2 e 3 ingressi

metterà di esprimere un giudizio sulla qualità dell'identificazione stessa. Infatti, con riferimento al contenuto di tabella 5.1, la valutazione espressa dai test pilots circa la stabilità del sistema potrà essere confrontata con i risultati mostrati dai diagrammi di Nyquist riportati di seguito, combinando quindi due criteri di valutazione distinti, soggettivo e oggettivo<sup>11</sup>. In caso il confronto fornisse la stessa informazione si avrebbe una riprova dell'affidabilità del modello di pilota identificato.

La valutazione della stabilità del sistema prevede l'analisi del diagramma polare della funzione d'anello (criterio di Nyquist) che in questo caso assume la forma riportata di seguito:

$$L(s) = H_{tras}(s)H_{eliz}(s)(\hat{H}_{AP_z} + \hat{H}_{AP_v}s - \hat{H}_{PP}s^2)$$

dove:

- $H_{tras}$  rappresenta la trasmissione fra il comando del pilota e l'effettiva variazione di passo collettivo, comprensiva di guadagno e un termine di ritardo temporale.
- $H_{eliz}$  rappresenta la relazione fra  $\theta$  e posizione verticale  $z$ , definita dal modello linearizzato di elicottero che viene implementato nel simulatore<sup>12</sup>.
- $\hat{H}_{AP_z}, \hat{H}_{AP_v}$  e  $\hat{H}_{PP}$  sono le funzioni di trasferimento identificate.

Si può notare qualche differenza rispetto all'espressione riportata in 3.1.4, come ad esempio la presenza di una terza FdT per l'errore di velocità verticale, adottata nei casi di identificazione a tre ingressi.

Di seguito verrà riportato un resoconto dei risultati più significativi ottenuti per ogni pilota. In particolare, viene riportato un confronto temporale fra segnale identificato e segnale misurato di riferimento. Successivamente sono diagrammate le funzioni di trasferimento identificate e la relativa funzione di coerenza. Come già ampiamente detto, una buona correlazione temporale non assicura che l'andamento in frequenza corrispondente sia altrettanto realistico. In tal senso, la coerenza fra ingresso e uscita fornisce una misura immediata ed intuitiva dell'affidabilità delle funzioni di trasferimento identificate.

Oltre all'analisi delle FdT singole, sarà utile fare un confronto delle stesse al variare dei parametri caratteristici del modello. E' proprio da tale confronto che emergeranno i risultati più interessanti circa la variabilità del comportamento del pilota. In merito a quest'ultimo diagramma, è stato riportato anche l'andamento delle funzioni di pilota attivo e passivo proposte da Mc Ruer e Mayo. Queste non sono da considerare come riferimento in senso stretto, infatti esse forniscono più che altro un andamento plausibile, basato su ragionamenti teorici circa il comportamento volontario e involontario del pilota, non è affatto detto che il comportamento reale debba essere fedele a tali modelli, sarà anzi probabile che la complessità dell'essere umano porti a delle differenze più o meno significative.

<sup>11</sup>In verità, il criterio di Nyquist sarebbe oggettivo se non si avesse a che fare con l'incertezza dei modelli identificati, quindi in questa sede i risultati del suddetto criterio saranno da valutare unitamente alle valutazioni fornite dai piloti.

<sup>12</sup>Come vedremo nel capitolo successivo, la formulazione di  $L(s)$  non cambierà nella sostanza. Gli elementi di differenza risiedono nel modello di elicottero adottato e nella scelta degli ingressi opportuni.

Oltre alla FdT teorica di Mayo si potranno notare degli andamenti sperimentali per la parte in accelerazione. Questi diagrammi (relativi ai test pilots 1 e 5) sono il risultato di uno studio precedentemente condotto al fine di ricavare sperimentalmente la funzione di trasferimento del comportamento passivo del pilota. L'indagine è stata condotta sottoponendo il pilota ad un profilo di accelerazione e misurando il corrispondente movimento del polso, connesso ai comandi di volo. In questo caso il comportamento del pilota può essere inteso realmente come passivo, in quanto non impegnato attivamente in alcun tipo di manovra. Ancora una volta, questo dato non vuole essere un termine di confronto fedele per il modello identificato, in quanto rappresentativo di una dinamica semplificata, potrà comunque fornire un elemento di valutazione supplementare. E' chiaro che in una condizione simile le dinamiche interessate siano ben diverse che nello svolgimento di una manovra completa, nella quale gli ingressi di vario genere influenzano la risposta del pilota, producendo un comportamento più complesso, dove risulta impossibile parlare di parte attiva e passiva separatamente. Per ultimo verranno riportati i diagrammi di Nyquist, utilizzati per la valutazione della stabilità del sistema ad anello chiuso.

Prima di proseguire con l'analisi dei risultati per i singoli piloti, è necessario fare alcune premesse. Nel corso del capitolo, elencando gli accorgimenti adottati per massimizzare la qualità dell'identificazione, si è accennato all'utilizzo di un filtro passabasso applicato agli ingressi della parte attiva del pilota. Volendo dare un'interpretazione fisica, questi filtri rappresentano l'incapacità del pilota di rispondere ad ingressi ad alta frequenza, costituiscono quindi un limite interno del pilota. Per questo motivo i diagrammi di Bode delle FdT attive identificate, rappresentati di seguito, sono comprensivi del suddetto filtro, considerato parte integrante del modello di pilota.

Un altro accorgimento, questa volta dovuto alle limitazioni imposte dal simulatore, consiste nell'applicazione di un filtro di washout alle FdT del comportamento passivo (fra accelerazione del sedile e passo collettivo), tale da escludere il comportamento alle basse frequenze. In questo caso il filtro non è considerabile come parte del modello di pilota, di conseguenza nella rappresentazione in frequenza (diagrammi di Bode) non ne viene considerato l'effetto. Tuttavia, nei diagrammi di Nyquist si otterrebbero dei risultati poco affidabili alle basse frequenze, tali da non permettere una valutazione dell'instabilità, ragion per cui viene considerato l'effetto del filtro di washout<sup>13</sup>.

---

<sup>13</sup>Anche se potrebbe sembrare incoerente, tale scelta di rappresentazione è giustificata dall'assenza di componenti di accelerazioni a bassa frequenza. L'andamento delle FdT alle basse frequenze per la parte in accelerazione è caratterizzato da un basso valore di coerenza, quindi non si commette un errore significativo escludendo dall'analisi tale andamento.

### 5.2.1 Test pilot 1

L'indagine svolta sul test pilot 1 da una prima conferma circa quanto anticipato al punto precedente. I risultati dell'identificazione riguardano quattro prove che descrivono l'avvicinarsi ad una condizione di instabilità da PAO, e il raggiungimento della stessa. Una prima considerazione importante può essere fatta osservando l'andamento a bassa frequenza della FdT fra errore di posizione e comando di passo collettivo (figura 5.13(a)). Coerentemente con quello che ci si potrebbe aspettare, per bassi valori di frequenza si riscontra una progressiva riduzione del guadagno. Questo comportamento è dovuto al fatto che il pilota, percependo una maggior sensibilità ai comandi, modula la sua azione di conseguenza, infatti le maggiori differenze si hanno rispetto al test 6, nel quale il guadagno è inferiore rispetto agli altri test.

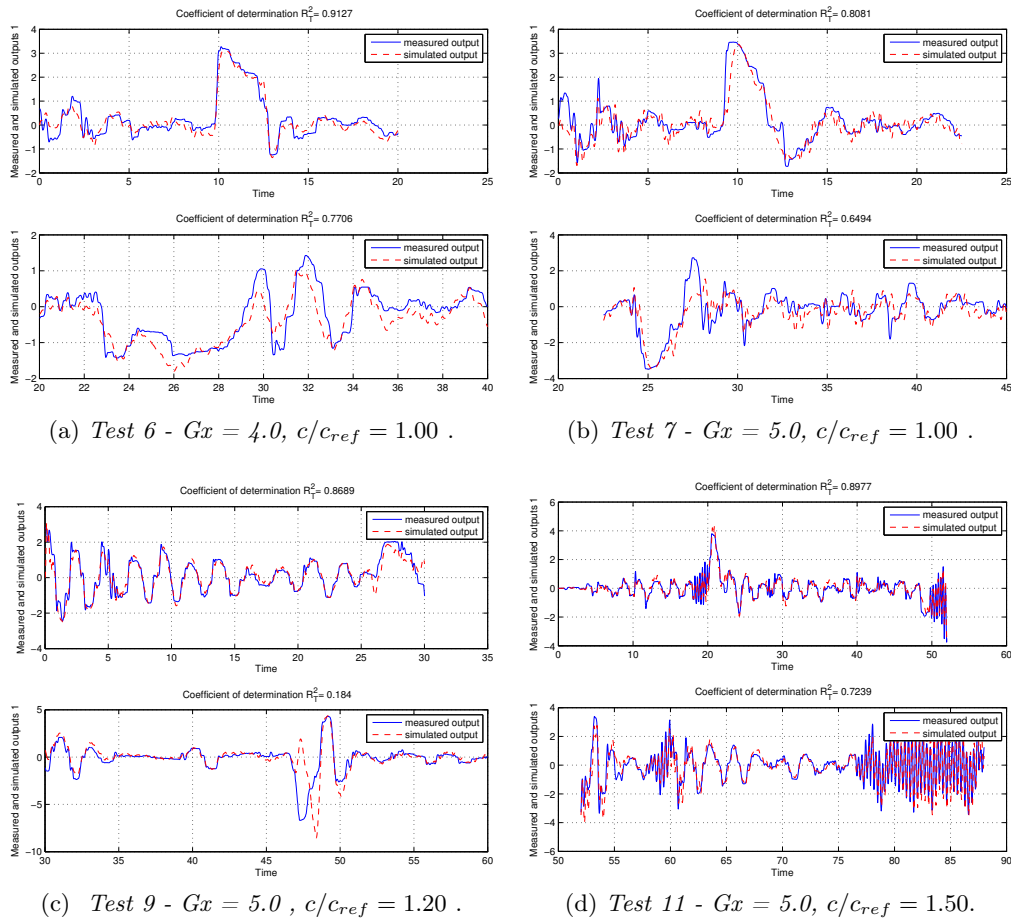


Figura 5.8: Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Test Pilot 1 (SC)

Per quanto riguarda l'analisi di stabilità, riportata in figura 5.14, si nota come l'identificazione colga perfettamente l'insorgere del PAO nel test 11, che instabilizza il sistema. In questo caso, oltre che sul guadagno dei controlli, è stato necessario agire sullo smorzamento per instabilizzare il sistema, aumentandone il valore rispetto alla condizione iniziale. Sembra quindi che il responsabile dell'in-



stabilità sia l'aumento del ritardo di fase che ne consegue. La differenza principale tra questa e le altre prove è la presenza del polo passivo nell'intorno dei 3 Hz (come descritto dal modello di Mayo). Come già detto, l'identificazione non riesce sempre a separare le dinamiche attive e passive tra i due ingressi del sistema. In figura 5.14(e) può sembrare erroneamente che sia il pilota attivo a contribuire maggiormente all'instabilità. In realtà è il polo caratteristico del comportamento involontario a portare il sistema all'instabilità, il quale però risulta presente in entrambe le FdT, sarà quindi necessario analizzare i diagrammi di Nyquist nel loro complesso, evitando di cercare una fuorviante separazione dei contributi.

Per ricordare la natura del problema in esame, si è scelto di riportare un risultato che mostra la difficoltà nel processo identificativo di un sistema soggetto a continua evoluzione. La prima parte della storia temporale riportata in figura 5.8(c), utilizzata per identificare il modello, presenta una correlazione numerico sperimentale ottima, se invece si osserva il confronto nell'intervallo utilizzato per crossvalidare il risultato notiamo subito un andamento differente (nell'intervallo 45-50 s). Quanto indicato è un chiaro esempio di cambio di stato del sistema pilota, avvenuto in seguito del cambio di direzione<sup>14</sup>. In questo caso è inutile sperare di ottenere risultati migliori, in quanto un modello unico non può descrivere tale variabilità. La variazione fra il primo e il secondo tratto è testimoniata anche in figura 5.11 dove il valore di coerenza è minore rispetto agli altri casi.

---

<sup>14</sup>Il caso in questione può essere interpretato come un evento di trigger al contrario. Se si osserva la storia temporale nei due sottointervalli si nota come inizialmente il pilota agisca sui comandi con una tendenza oscillatoria pronunciata (PIO a circa 0.2 Hz), mentre dopo il cambio di direzione quest'andamento risulta assente.

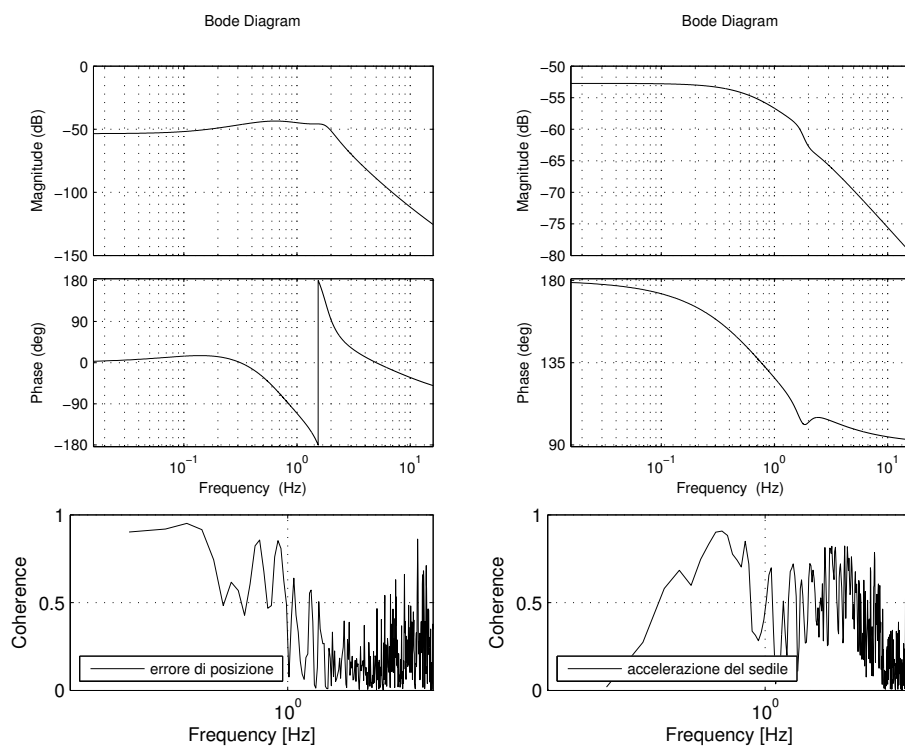


Figura 5.9: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 6

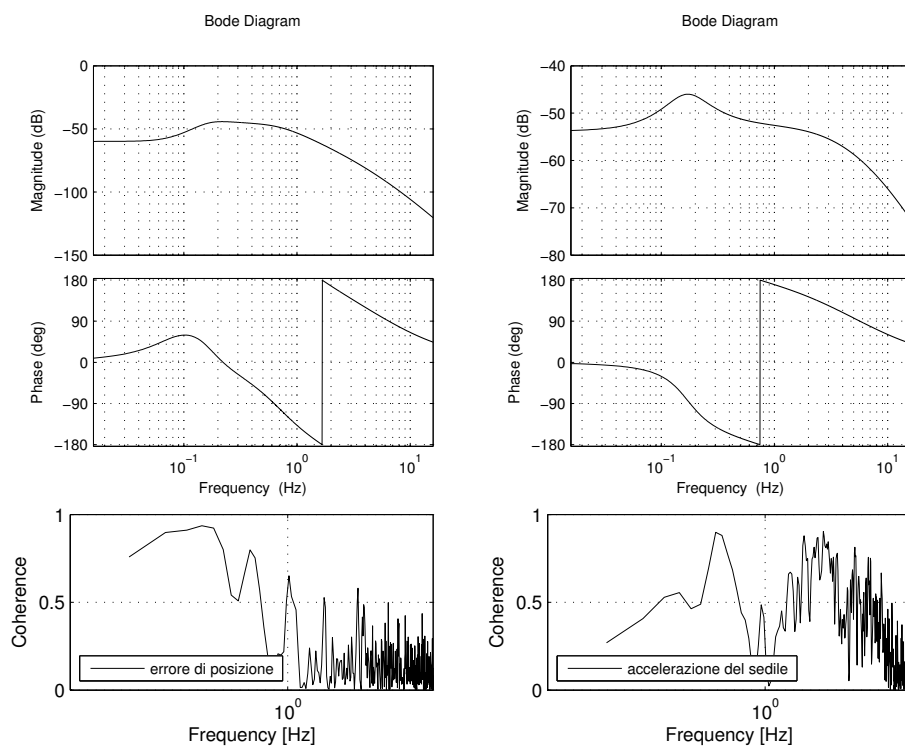


Figura 5.10: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 7

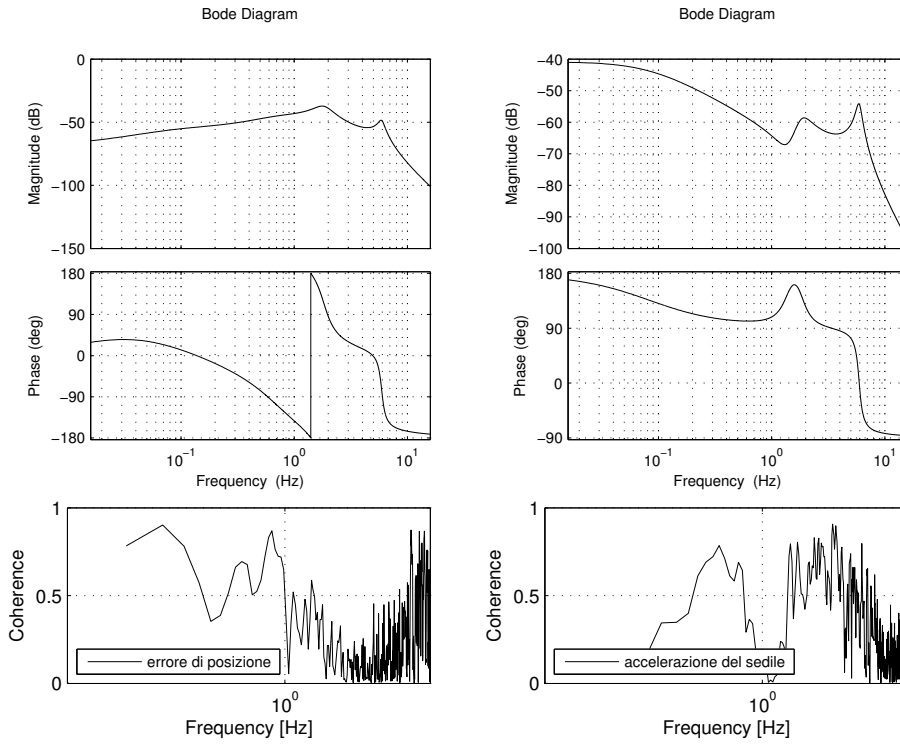


Figura 5.11: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 9

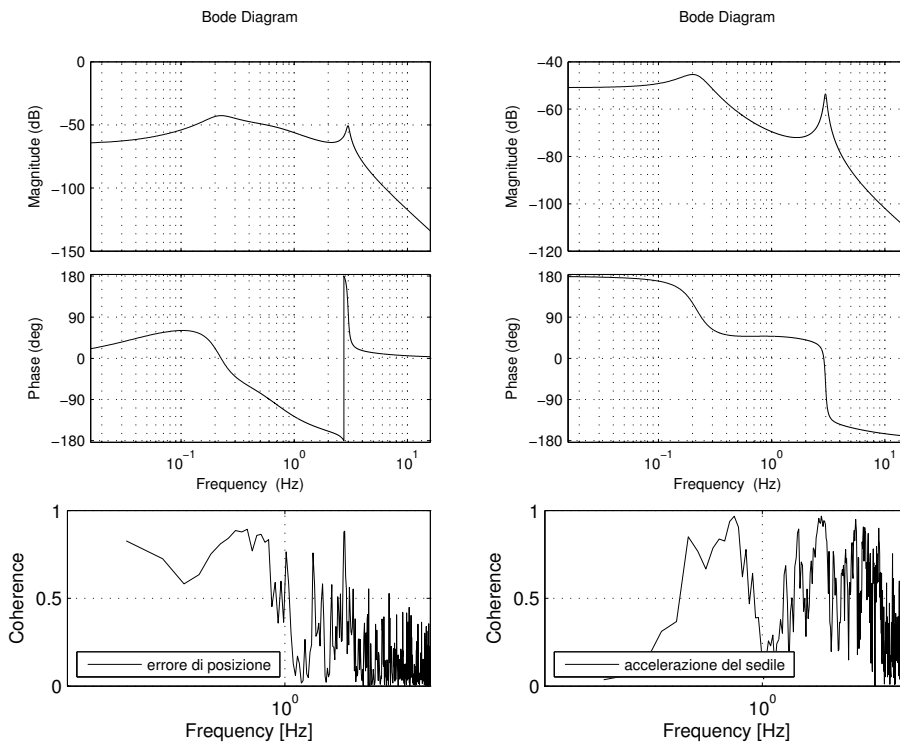


Figura 5.12: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 1 (SC) - test 11

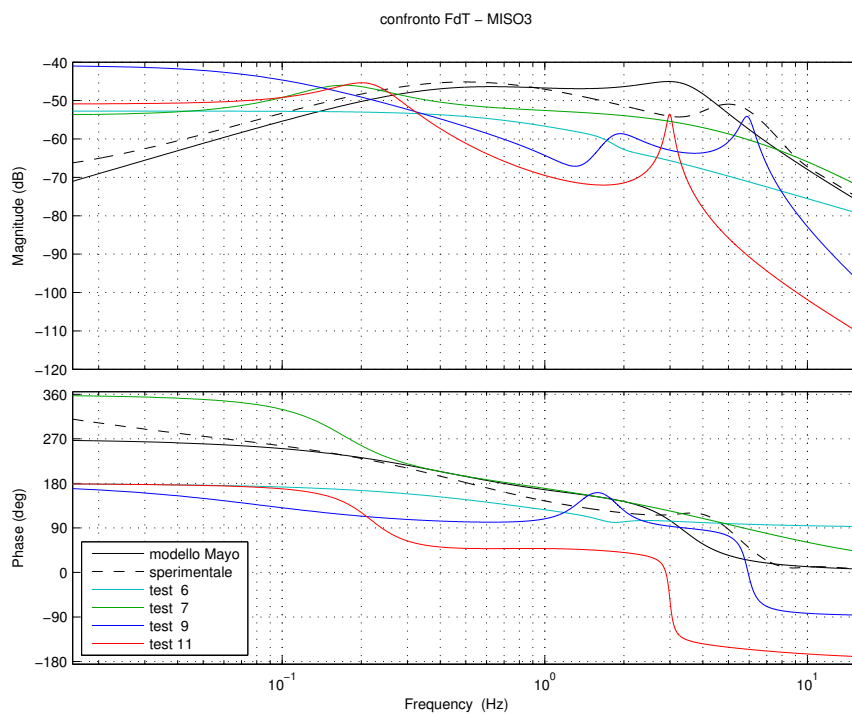
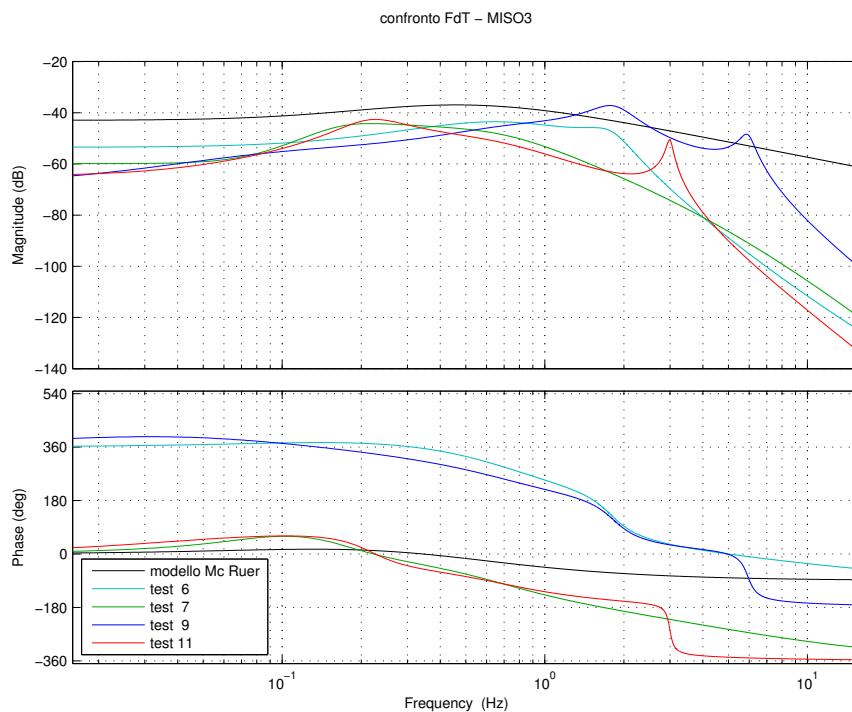
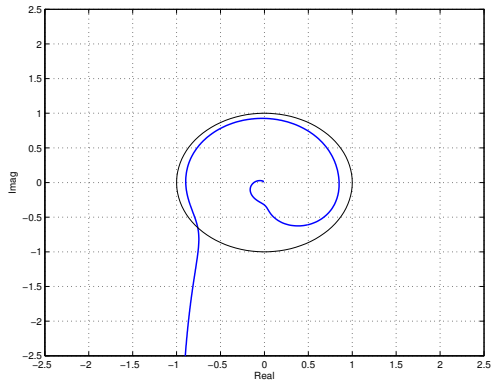
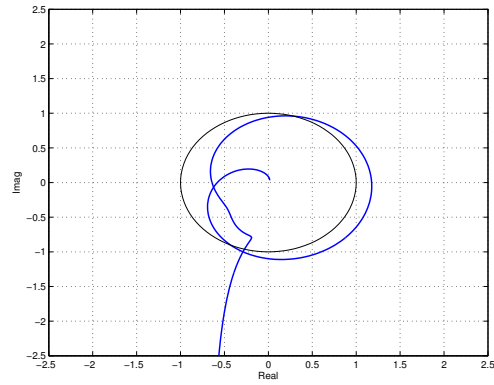


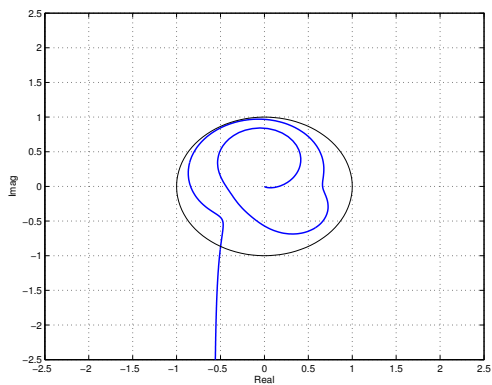
Figura 5.13: Confronto Funzioni di trasferimento - Test Pilot 1 (SC) - MISO3



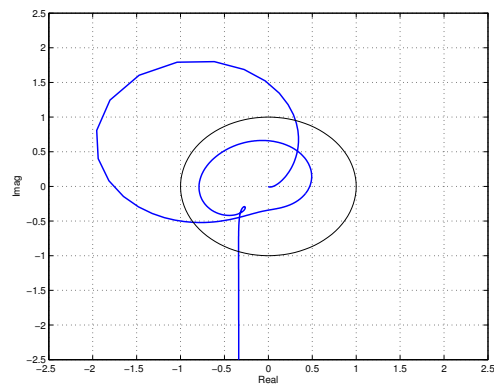
(a) Test 6 -  $Gx = 4.0$ ,  $c/c_{ref} = 1.00$ .



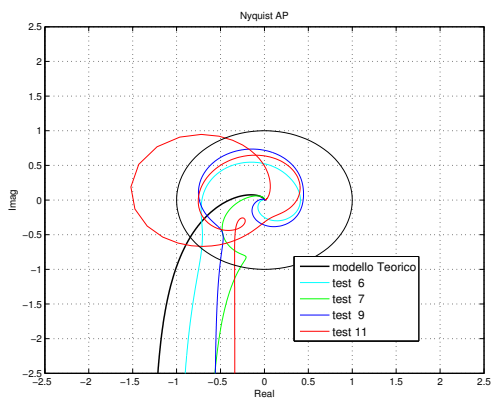
(b) Test 7 -  $Gx = 5.0$ ,  $c/c_{ref} = 1.00$ .



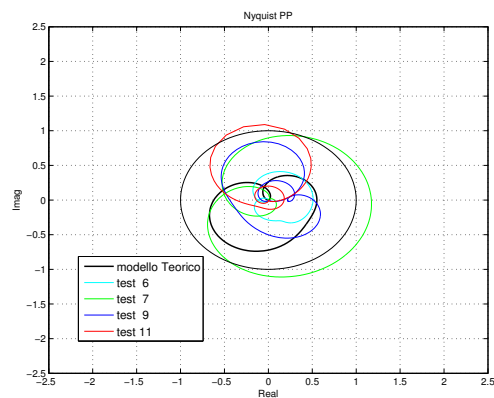
(c) Test 9 -  $Gx = 5.0$ ,  $c/c_{ref} = 1.20$ .



(d) Test 11 -  $Gx = 5.0$ ,  $c/c_{ref} = 1.50$ .



(e) *Pilota Attivo.*



(f) *Pilota Passivo.*

Figura 5.14: Confronto diagramma di Nyquist delle funzioni ad anello - Test Pilot 1 (SC)

### 5.2.2 Test pilot 5

Analizzando i risultati del secondo test pilot si possono fare considerazioni simili al caso precedente. Ancora una volta il guadagno alle basse frequenze risulta maggiore nelle prime due prove, caratterizzate da una condizione stabile e un guadagno del controllo inferiore rispetto alle due prove instabili.

Per non appesantire la trattazione non sono riportati di seguito i diagrammi delle singole FdT con la relativa coerenza, mentre è possibile trovare tali risultati in appendice (lo stesso vale per i risultati del pilota 9, riportati nella sezione successiva).

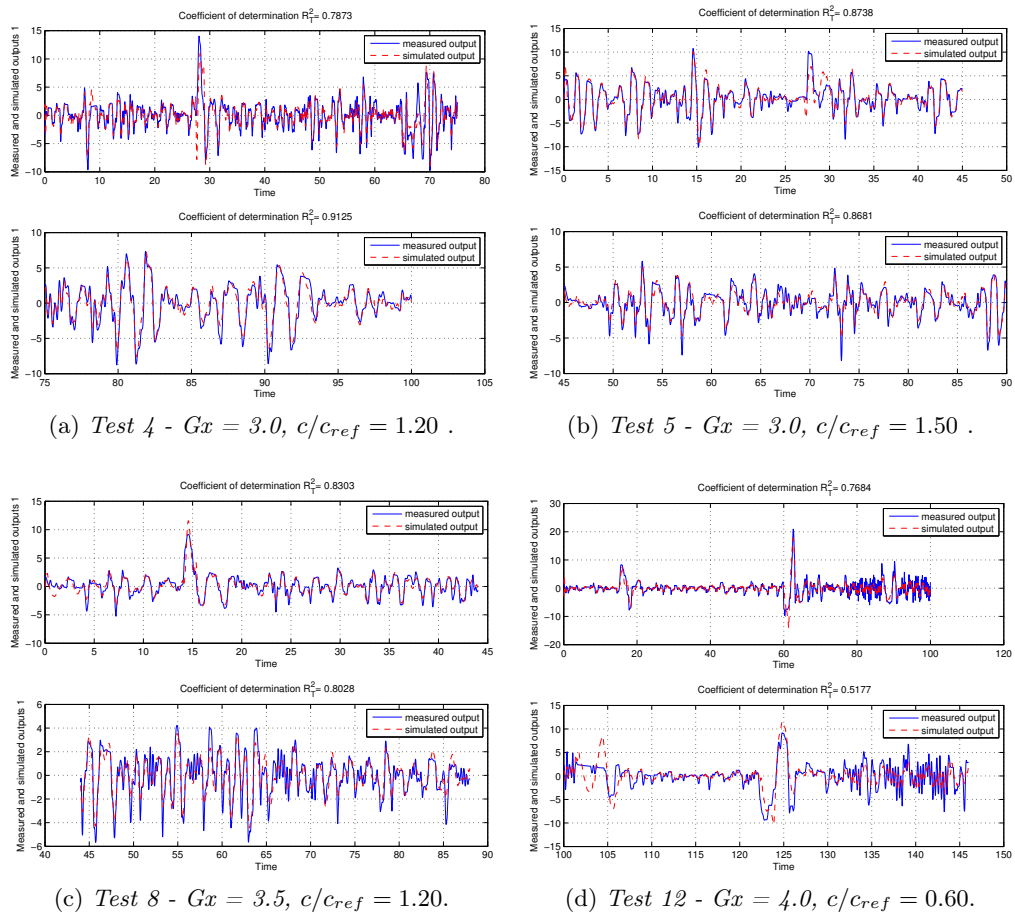


Figura 5.15: Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Test Pilot 5 (VM)

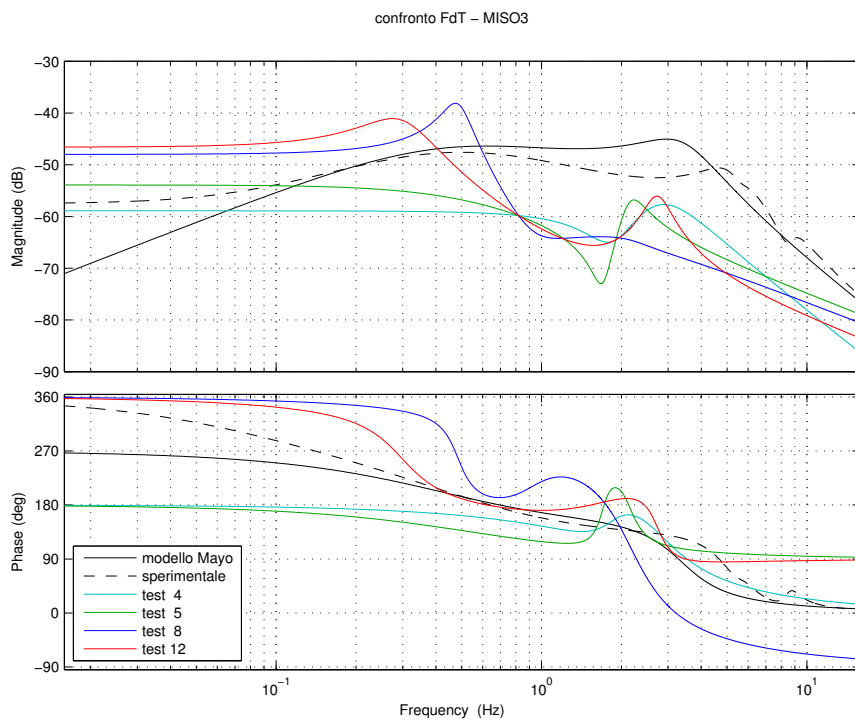
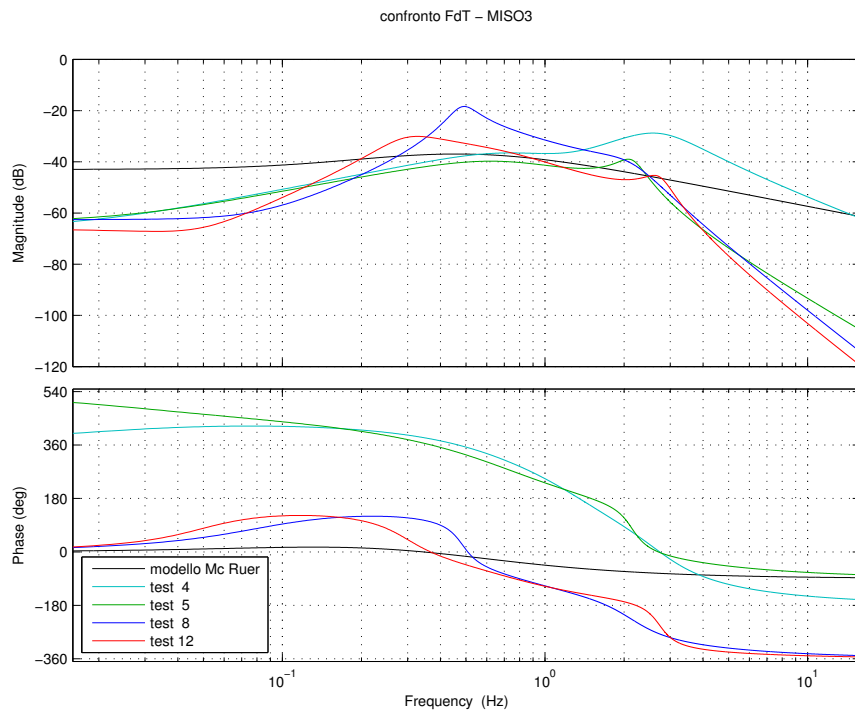


Figura 5.16: Confronto Funzioni di trasferimento - Test Pilot 5 (VM)

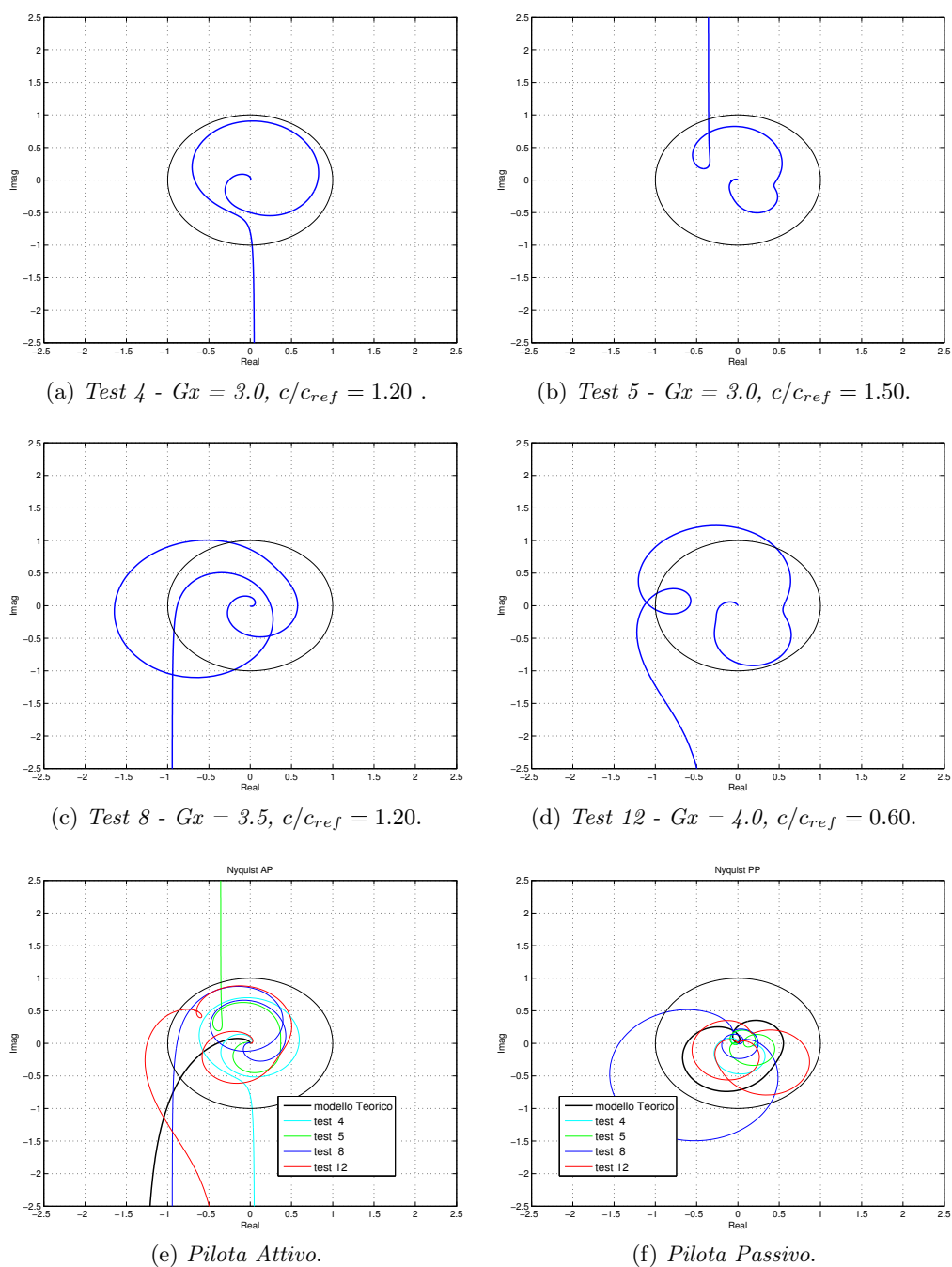


Figura 5.17: Confronto diagramma di Nyquist delle funzioni ad anello - Test Pilot 5 (VM)



## 5.2.3 Test pilot 9

Per quanto riguarda i risultati del test pilot 9 si può riscontrare lo stesso comportamento osservato per il test pilot 1. In particolare (figura 5.19(a)) si nota che il pilota presenta una tendenza a variare il proprio guadagno sui controlli in funzione del cambiamento dei parametri del sistema. Tale comportamento però non è univocamente imputabile ad un parametro piuttosto che ad un altro. E' interessante notare come ciascun test pilot abbia percepito una condizione di instabilità per valori differenti dei parametri. Chiaramente il fenomeno in questione, coinvolgendo la biodinamica del corpo umano oltre che alle capacità di pilotaggio, può presentarsi in condizioni anche molto diverse tra loro, non deve quindi stupire la differenza dei risultati da un caso all'altro. Per tener conto di tale variabilità, i risultati delle prove non sono stati ordinati in funzione di parametri oggettivi (come ad esempio il guadagno dei controlli), ma nel senso della crescente percezione di instabilità da parte del pilota. In questo caso è proprio in funzione del crescente sentire di instabilità che il pilota adatta il suo comportamento, riducendo la propria azione alle basse frequenze (atteggiamento volontario).

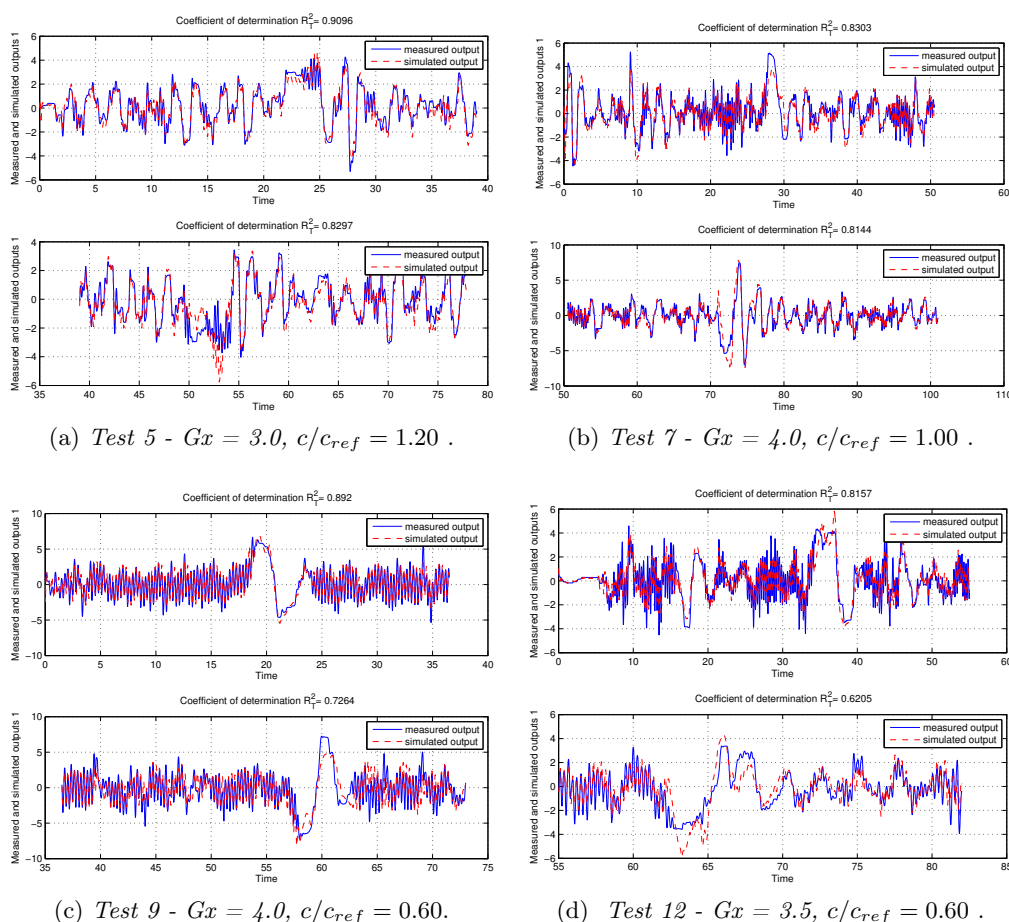


Figura 5.18: Identificazione modello nelle prove di manovra verticale - Test Pilot 9 (PM)

Osservando il comportamento a bassa frequenza della parte in accelerazione si può riscontrare una tendenza opposta a quanto appena detto, ciò però non deve trarre in inganno, in quanto questa regione è caratterizzata da una coerenza molto bassa, e i relativi ingressi sono filtrati dal Wash Out.

Sempre a voler sottolineare l'imprevedibilità del comportamento umano, si fa notare come il pilota abbia trovato un sistema meno controllabile con un valore di guadagno inferiore, mentre questa variazione avrebbe dovuto portare dei benefici<sup>15</sup>. Purtroppo la conoscenza del fenomeno e del comportamento del pilota è tale da poter fare solo delle congetture per spiegare questo particolare risultato<sup>16</sup>.

Fin ora, parlando della variabilità del modello del pilota, ci si è concentrati sul comportamento alle basse frequenze per quanto riguarda la FdT in errore di posizione. Se si osserva lo stesso intervallo per la parte in accelerazione tale tendenza non sembra esserci. L'andamento in tale regime di frequenza presenta risultati molto differente da prova a prova. Questo non devo confondere il lettore, in quanto a tale andamento non corrisponde un adeguato valore di coerenza, quindi la variabilità volontaria del pilota, cioè quella descritta dal modello di Mc Ruer, si osserva solo dalla parte attiva.

---

<sup>15</sup>In figura 5.20 (c) e (d) sono riportati casi caratterizzati da valori identici dei parametri, tranne che per il guadagno, che è appunto inferiore nel secondo caso.

<sup>16</sup>Una possibile ipotesi è che il pilota si fosse tarato sul modello di elicottero precedente e, complice magari uno stato di stanchezza dovuto alle ripetute prove effettuate, abbia risentito del cambiamento di stato della macchina.

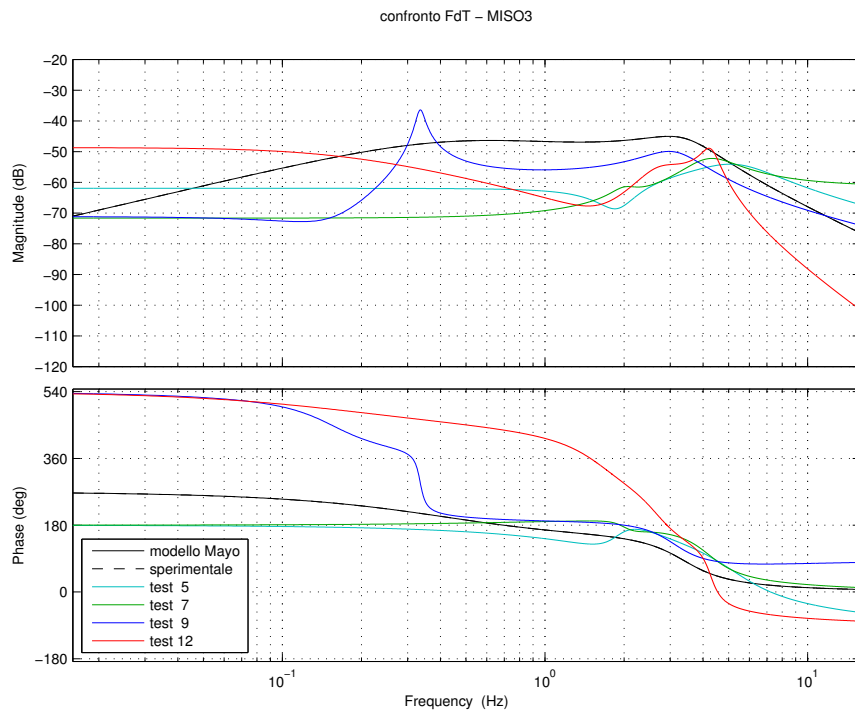
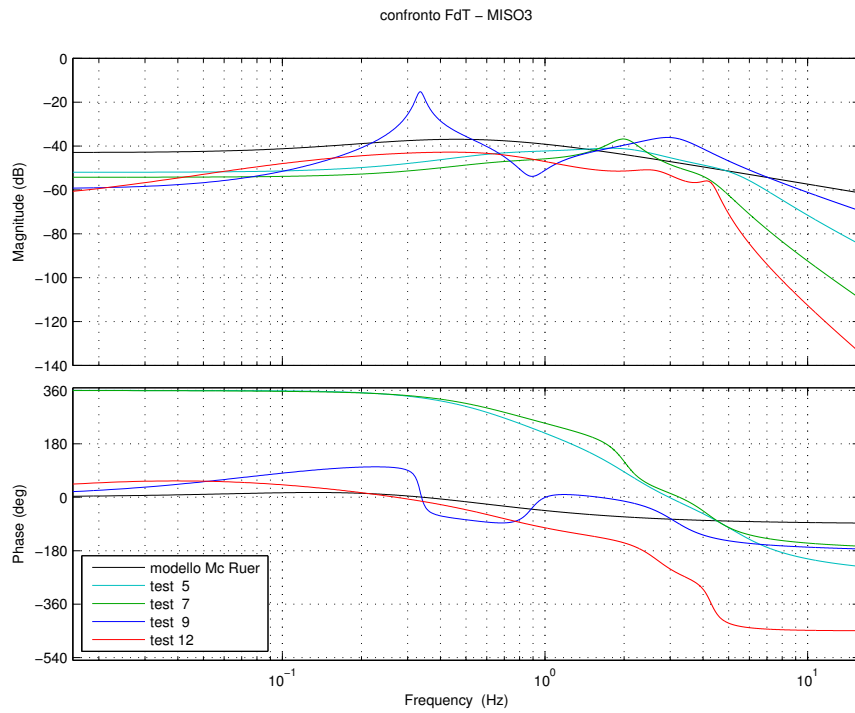


Figura 5.19: Confronto Funzioni di trasferimento - Test Pilot 9 (PM)

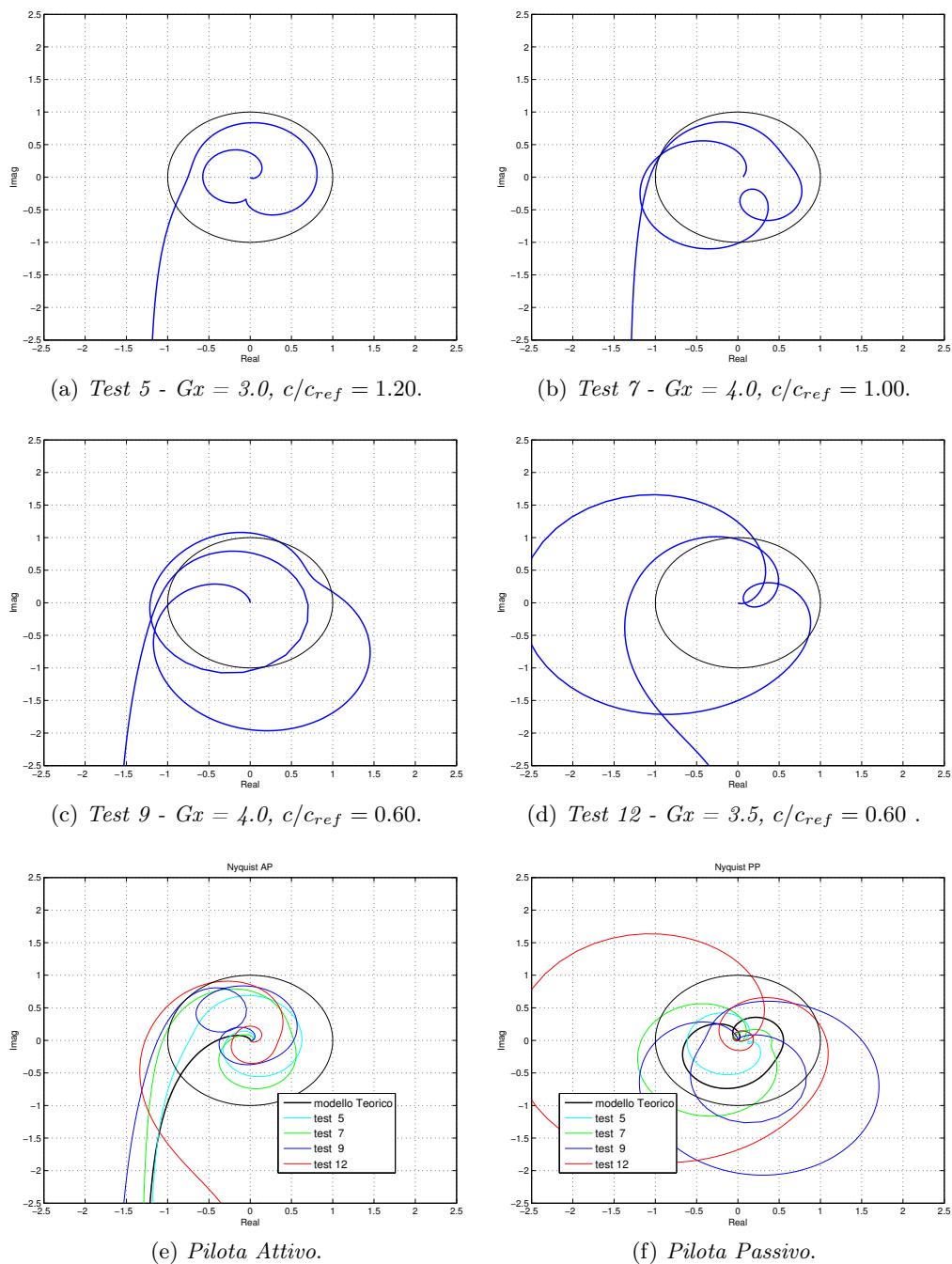


Figura 5.20: Confronto diagramma di Nyquist delle funzioni ad anello - Test Pilot 9 (PM)

### 5.3 Considerazioni

A questo punto, dopo aver analizzato un certo numero di prove, rappresentative di un ampio ventaglio di condizioni (sia per quanto riguarda la macchina che il pilota), si può affermare che l'identificazione del modello abbia dato dei buoni risultati se si considerano tutte le limitazioni spiegate nel corso della seconda parte. A testimonianza di ciò, se si analizzano i risultati del singolo pilota, le funzioni di trasferimento identificate hanno mostrato una certa ripetibilità e coerenza<sup>17</sup>. Infatti, nonostante la normale variabilità di cui si è ampiamente discusso, non sarebbe realistico riscontrare con comportamento del pilota radicalmente differente fra un test e un altro. Con le dovute proporzioni, anche il confronto con i modelli teorici di Mc Ruer e Mayo ha portato a risultati confrontabili, seppure limitandosi ad un range di frequenza ridotto.

A queste considerazioni si aggiunge il fatto che l'analisi di stabilità, secondo il criterio di Nyquist, ha fornito un responso coerente con il giudizio espresso dai piloti stessi in tutti i casi analizzati, questo ad ulteriore riprova dell'affidabilità delle stime prodotte.

Un aspetto su cui non si è posta la dovuta attenzione è la comparsa di dinamiche a bassa frequenza più o meno pronunciate. Talvolta un accoppiamento passivo fra accelerazione del sedile e azione dei comandi (PAO) può ripercuotersi anche a livello di dinamiche attive (PIO), come risulta evidente in alcuni dei risultati riportati nel capitolo. E' intuitivo capire che un accoppiamento biodinamico, abbassando il margine di stabilità del sistema, possa comportare una manovrabilità ridotta anche ad una frequenza appartenente alla sfera della volontarietà (nei casi presentati si osservano dinamiche intorno ai 0.2-0.3 Hz).

Si potrebbe andare avanti analizzando la variabilità del modello di pilota a fronte dei diversi parametri, piuttosto che le possibili cause di instabilità del sistema nel suo complesso, questioni che peraltro vengono trattate ampiamente nella bibliografia esistente. In realtà, il risultato più significativo che l'identificazione ha messo in luce è la dimostrazione stessa della teoria proposta da Mc Ruer con il suo modello comportamentale. Può sembrare intuitivo che un essere umano adatti la sua strategia di pilotaggio per far fronte alle condizioni più diverse, tuttavia questa semplice intuizione non aveva ancora trovato una conferma sperimentale fino a questo punto del lavoro, aspetto che permette di confermare ancora una volta l'affidabilità dell'identificazione svolta.

---

<sup>17</sup>In questo caso il termine coerenza non è utilizzato con un'accezione matematica, quanto per indicare che le FdT dei singoli test pilots, pur avendo mostrato una certa variabilità fra le diverse prove, sono rimaste sempre confrontabili fra loro.



## Capitolo 6

# Modelli a più gradi di libertà

L'analisi svolta nel capitolo precedente mirava a mettere in luce la variabilità del comportamento del pilota, a tal proposito ci si è serviti di un modello semplificato, che ha permesso di comprendere a pieno la fenomenologia dell'accoppiamento. In un modello a due gradi di libertà le dinamiche in gioco sono sufficienti per lo sviluppo di un fenomeno di RPC, ma non certo adeguate se si vuole simulare una situazione di pilotaggio realistica.

Nel presente capitolo si cerca di dare un seguito allo studio di cui sopra, estendendo l'analisi a modelli di elicottero completi, implementati in un contesto di pilotaggio più complesso (manovra di Roll Step). Con riferimento al lavoro descritto in [18], l'adozione di modelli completi ha messo in evidenza un particolare comportamento da parte del pilota, il quale, passando da un elicottero rigido ad uno comprensivo dei modi aeroelastici, ha dimostrato una sensibile riduzione delle HQs, a tal punto da sfociare in un fenomeno di instabilità (PAO). Ciò che stupisce di questo risultato è il fatto che i modi aeroelastici risiedono ben al di fuori di quello che dovrebbe essere l'intervallo di frequenze del modello di pilota, inteso sia come volontario che come involontario (attivo/passivo), coerentemente con i modelli di Mc Ruer e Mayo considerati nel resto del lavoro. E' ipotizzabile che la presenza di queste dinamiche aggiuntive agisca in qualche modo sulla percezione del pilota, che di conseguenza adotta una strategia di pilotaggio tale da instabilizzare la macchina. L'analisi descritta nel seguito del capitolo si concentrerà su questo e altri aspetti significativi del comportamento del pilota.

### 6.1 *Roll Step Task*

All'interno di 4.1 è stata descritta la manovra di Roll Step. In tabella 6.1 si riassumono brevemente i casi su cui si è basata l'indagine sperimentale. Questa task di pilotaggio ha visto impegnati solo i tre *professional test pilot*. Anticipiamo che solo con uno dei piloti e in un'unica configurazione del modello si è raggiunta la condizione di instabilità, ed è proprio su questa condizione che si concentrerà l'indagine del presente capitolo.

Come si nota, anche in questo caso la scelta dei parametri del modello è tale da ridurre progressivamente il margine di stabilità del sistema. In particolare, le prove 4 e 5 presentano gli stessi valori, quello che cambia sono i modelli implementati (*ASE* e *RB*). E' importante rilevare il fatto che il cambio di modello

non è stato notificato al test pilot durante l'esecuzione della prova, in modo tale da non influenzare l'approccio adottato nel pilotaggio.

Come risulterà chiaro al punto successivo, la task di *Roll Step* è studiata in modo da eccitare le dinamiche laterali, cioè quelle che legano l'assetto latero-direzionale al comando di passo ciclico. In particolare, l'obiettivo delle prove effettuate era lo sviluppo di un fenomeno di accoppiamento aeromeccanico (*Air Resonance*) in cui gioca un ruolo principale il modo di ritardo regressivo del rotore principale, caratterizzato da una frequenza propria di 2.26 Hz.

Tabella 6.1: Specifiche Roll Step - Bo105

n test	Modello	Gy	ritardo [ms]
1	ASE	1.0	0
2	ASE	2.5	0
3	ASE	2.5	100
4	ASE	3.0	100
5	RB	3.0	100

ASE: *Aero Servo Elastic*  
 RB: *Rigid Body*

### 6.1.1 Scelta dei segnali I/O

Come già detto, la manovra in questione consiste in un percorso ad ostacoli in volo avanzato, durante il quale è richiesto di mantenere un certo assetto attorno ai tre assi principali, oltre che di seguire il percorso indicato. In questo caso la dinamica maggiormente coinvolta è lungo l'asse laterale ( $y$ ). Prendendo come riferimento la scelta adottata nel capitolo precedente per la manovra verticale, sembrerebbe logico considerare come ingressi del sistema:

1. errore rispetto alla posizione desiderata lungo  $y$ .
2. errore rispetto all'assetto desiderato attorno all'asse di rollio ( $\phi$ ).
3. accelerazione laterale trasmessa dal sedile al pilota.

Tuttavia, nella task di volo in questione, più che la posizione laterale, assume un'importanza maggiore la direzionalità dell'aeromobile, e quindi attorno all'asse di imbardata ( $\psi$ ). Proseguendo su questa considerazione, si riporta in figura 6.1 un confronto fra la coerenza I/O ottenuta con le due possibili scelte. Proprio come ipotizzato, si nota che l'azione del pilota sembra essere maggiormente influenzata dall'assetto direzionale della macchina, piuttosto che dalla posizione laterale, che in effetti non subisce variazioni significative durante lo svolgimento della manovra. Risulta quindi ovvia la scelta di un errore rispetto a  $\psi$ , e non rispetto a  $y$  come fatto per la manovra verticale.



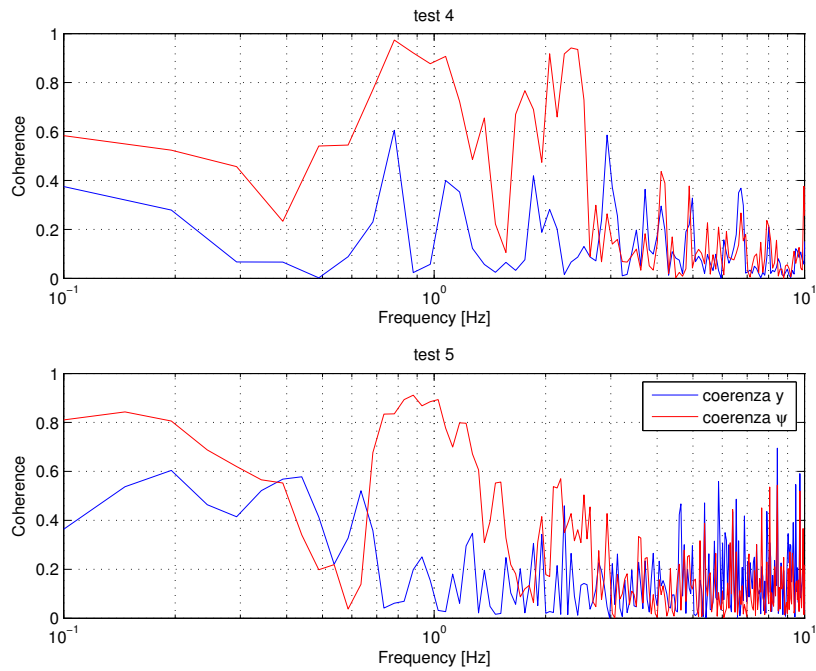


Figura 6.1: Confronto della coerenza ottenuta con  $y$  e  $\psi$

In figura 6.2 è riportato un esempio dei segnali elencati, con i relativi andamenti desiderati<sup>1</sup>, ancora una volta ricavati in modo tale da massimizzare la coerenza ingresso/uscita.

<sup>1</sup>Va fatta una precisazione circa il segnale di riferimento per  $\phi$ . Trattandosi di una prova in volo avanzato, il trimmaggio dell'elicottero richiede che si voli con un assetto leggermente rollato, quindi il riferimento non sarà lo zero, come si potrebbe pensare, ma un valore di volta in volta definito in funzione della velocità di volo e del modello di elicottero implementato.

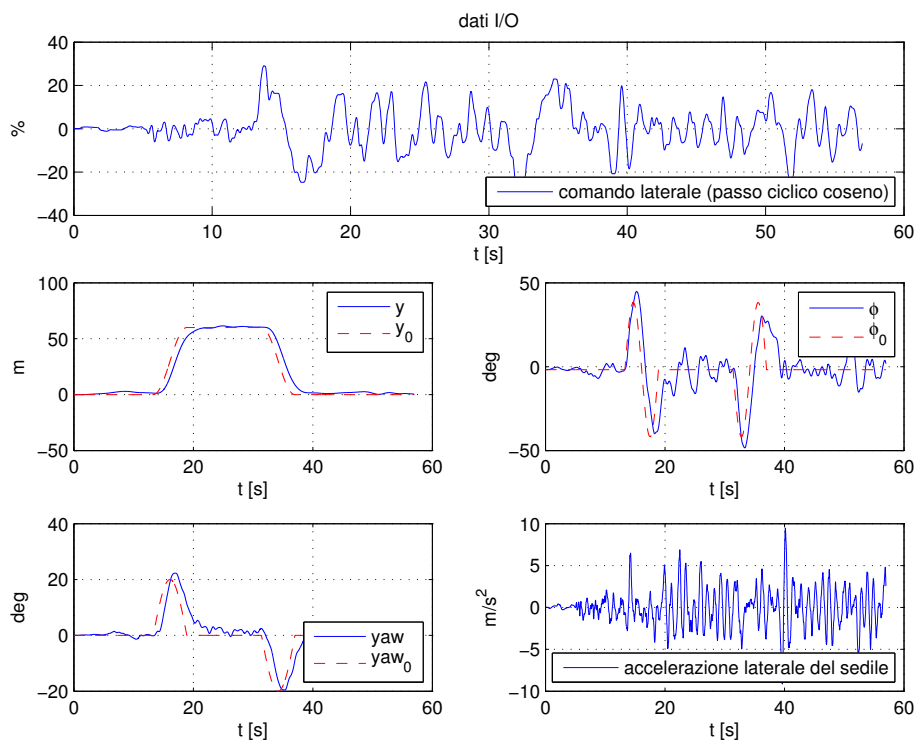


Figura 6.2: Segnali utilizzati per l'identificazione

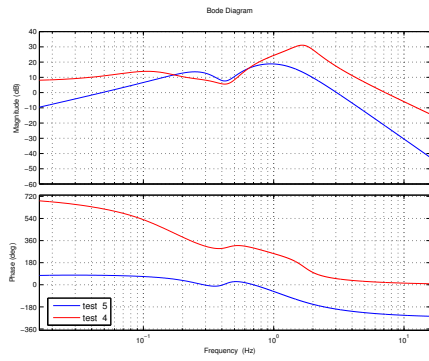
## 6.2 Risultati identificazione e analisi di stabilità

Avendo già ampiamente verificato l'affidabilità dell'algoritmo di identificazione, oltre che la variabilità del comportamento del pilota a fronte di variazioni più o meno significative del sistema, nel presente capitolo ci si concentrerà nell'analisi dei due test che hanno fornito i risultati più importanti, tralasciando le altre prove della campagna sperimentale, le quali hanno mostrato una sensibilità ai parametri del sistema relativamente contenuta.

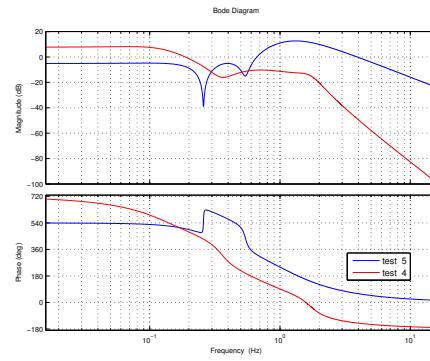
Da un lato il test 4, cioè l'unico in cui si sia riuscito ad instabilizzare il sistema, dall'altro il test 5, cioè la ripetizione dello stesso test con un modello di elicottero rigido, nel quale non si sono registrati problemi di manovrabilità.

In figura 6.3 è riportato un confronto dei risultati ottenuti nelle due prove sopra citate. Va anticipato il fatto che l'identificazione del test 4 ha presentato diverse difficoltà e ne da testimonianza la correlazione numerico sperimentale riportata in figura 6.4. Non deve stupire questo risultato, infatti se si considera la natura stessa della prova, nella quale il cambio di traiettoria ha determinato l'insorgere del PAO, è logico aspettarsi una certa incoerenza tra il primo e il secondo tratto, aspetto che non può essere facilmente riprodotto da un modello unico. I risultati del test 5 testimoniano invece un ottimo livello di correlazione.

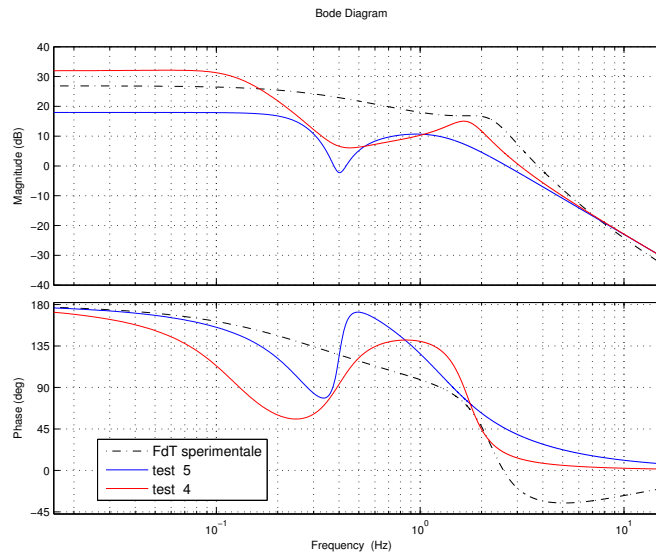
Alla luce delle difficoltà riscontrate, è possibile analizzare i risultati ottenuti. Con particolare attenzione alla funzione di trasferimento che lega il comando laterale all'accelerazione del sedile, si può registrare la presenza di due aspetti determinanti nella generazione dell'instabilità. Nell'intorno di 2 Hz, oltre ad un



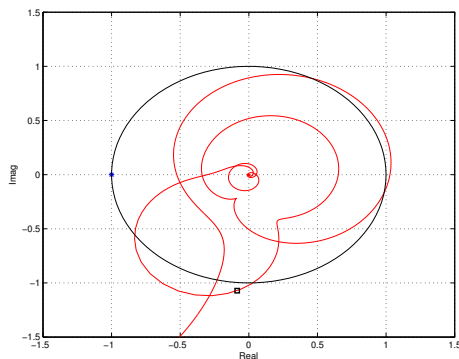
(a) *FdT input 1 - yaw ( $\psi$ ).*



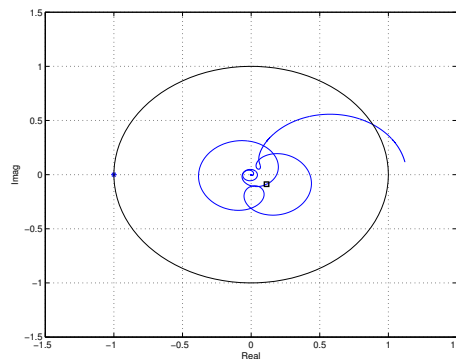
(b) *FdT input 2 - roll ( $\phi$ ).*



(c) *FdT input 3 - accelerazione laterale ( $ij$ ).*



(d) *Diagramma di Nyquist - test 4.*



(e) *Diagramma di Nyquist - test 5.*

Figura 6.3: Confronto FdT identificate e analisi di stabilità

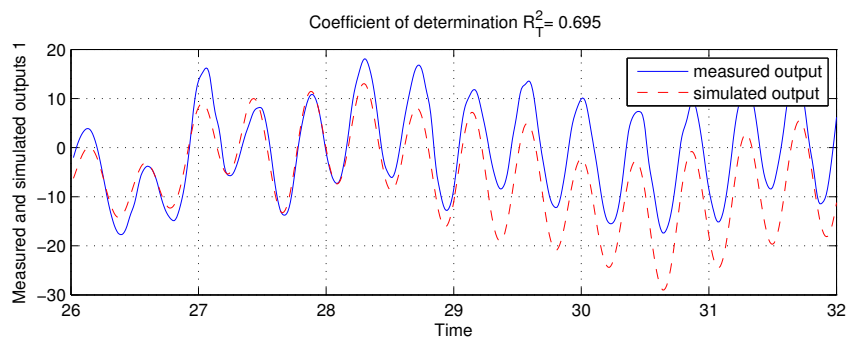
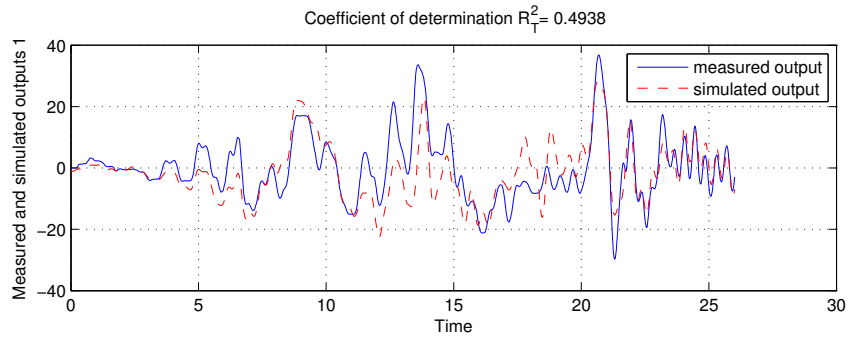
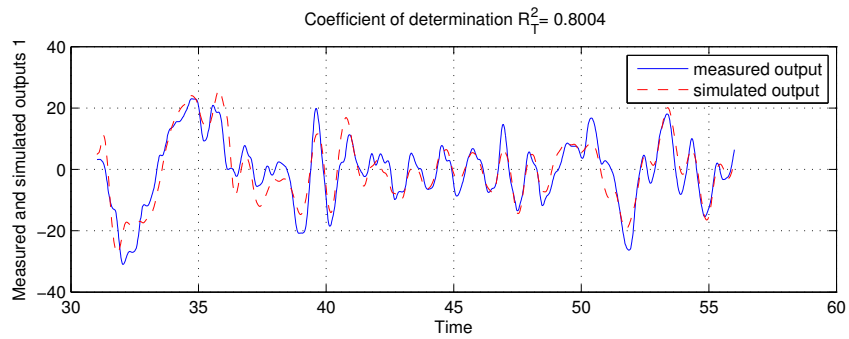
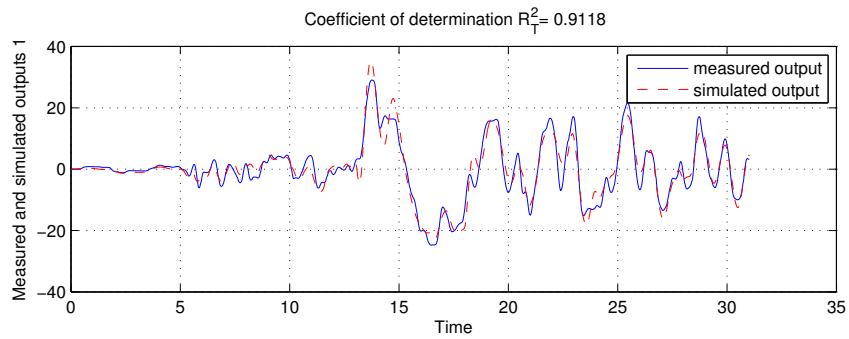
(a) *Test 4.*(b) *Test 5.*

Figura 6.4: Roll Step - confronto segnali temporali

polo più accentuato, si ha un maggior ritardo di fase di quanto non sia presente nel test 5. L'effetto combinato di questi due elementi fa sì che il sistema sia maggiormente pronò nei confronti del PAO.

Se si passa all'analisi di stabilità tramite i diagrammi di Nyquist, sebbene non venga riscontrata l'instabilità del sistema, si rileva una netta differenza nei due sistemi, in termini di margine di guadagno e di fase. In particolare è apprezzabile l'espansione del lobo caratteristico del comportamento passivo (figura 6.3(d)).

Non deve stupire il fatto che l'instabilità non sia identificata tramite questo metodo, infatti, come già detto, l'andamento precedente al cambio di traiettoria differisce molto rispetto a quello successivo perché possa essere colto adeguatamente dall'algoritmo.

Osservando più attentamente il confronto numerico sperimentale di figura 6.3(c) si nota che l'andamento in frequenza è relativamente fedele a quello misurato sperimentalmente, in modo particolare per quanto riguarda il test 4, in cui le dinamiche ad alta frequenza sono più eccitate.

Un'ultima considerazione può essere fatta circa l'andamento temporale. In figura 6.4 è riportato un dettaglio del segnale di comando di passo ciclico laterale. Questo confronto è particolarmente significativo in quanto mette in luce una dinamica ben distinta da quella relativa al PAO. Quello che si vuole dimostrare è che le dinamiche d'accoppiamento ad alta frequenza influenzano il comportamento in un intervallo intermedio fra comportamento attivo e passivo del pilota<sup>2</sup>, risultando in un andamento oscillatorio di ampiezza elevata, praticamente assente nel test 5.

### 6.2.1 Identificazione a tratti

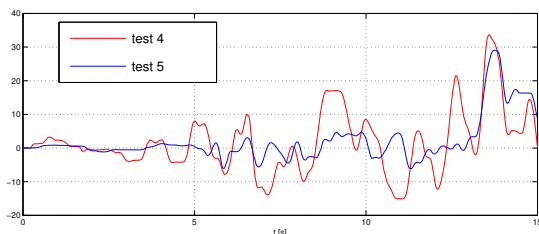


Figura 6.5: *Confronto temporale test 4 – 5*

Nonostante i risultati dell'identificazione siano stati abbastanza coerenti con le osservazioni sperimentali, non ci si può dire completamente soddisfatti della qualità del modello stimato, in particolare per quanto riguarda il test 4. Se si riprende il digramma dell'andamento dell'indice

di coerenza (figura 6.1) si nota immediatamente che sono le basse frequenze a rendere difficile la stima di un modello lineare unico. Trattandosi quindi di un regime in frequenza tipico della meccanica del volo, e cioè delle fasi di manovra, si potrebbe tentare di escludere dall'identificazione gli intervalli in cui si hanno i cambi di traiettoria, al fine di massimizzare la qualità dei modelli trovati. Identificare il sistema pilota unicamente nei tratti rettilinei del percorso previsto dal *Roll Step* permette di massimizzare la coerenza fra ingressi e uscita. Volendo dare un'interpretazione alternativa, si può paragonare tale processo ad un'identificazione non lineare, o meglio ancora, ad un'identificazione lineare a tratti (in

<sup>2</sup>Possiamo definire quest'intervallo (indicativamente fra 0.5 e 1 Hz) come una sorta di *zona grigia*, non propriamente legata alla meccanica, ma neanche attribuibile ad un accoppiamento biodinamico.

quanto la struttura del modello è lineare). In figura 6.6 è riportato l'insieme di segnali adottati nell'identificazione e la relativa scomposizione, che prevede l'esclusione dei passaggi da un tratto rettilineo a quello successivo. Proprio com'era prevedibile, la qualità si è dimostrata ottima<sup>3</sup>.

Passando ora ad un confronto qualitativo dei risultati ottenuti, in figura 6.7 sono riportati gli andamenti in frequenza delle FdT identificate. Analizzando tali andamenti è possibile riscontrare una differenza comune rispetto ai modelli ottenuti al punto precedente. L'aver escluso le manovre di cambio dal processo identificativo ha portato ad avere un'amplificazione alle basse frequenze sensibilmente ridotta rispetto a prima. Chiaramente quest'andamento non può essere considerato realistico in un'ottica globale, ma è ampiamente giustificato dall'ipotesi semplificativa adottata in questa sede<sup>4</sup>.

Oltre a questa prima dovuta considerazione, se si analizzano i risultati del test 5 si può notare una buona ripetibilità delle FdT, in modo particolare per quanto riguarda il legame fra  $\phi$  e il comando di passo ciclico. Questo risultato è coerente con la linearità dimostrata nei risultati riportati al punto precedente.

Le analisi appena fatte rispecchiano comportamenti che erano ampiamente preventivabili, mentre è il test 4 a mostrare il risultato più significativo. In tutti i digrammi in frequenza si riscontra un cambio netto nella dinamica fra primo e secondo tratto. L'interpretazione del fenomeno è immediata e racchiude in se molti aspetti chiave della fenomenologia del RPC vista nel presente lavoro di tesi. Il sistema elicottero, modificato opportunamente per avere una dinamica sfavorevole, cioè favorevole all'RPC in questo caso, sviluppa un accoppiamento biodinamico col pilota, risultante in un andamento oscillatorio divergente; tale dinamica viene innescata in seguito alla manovra di cambio di direzione, che in questo caso ricopre il chiaro ruolo di *trigger event*.

Come anticipato, il caso in esame racchiude in se molto bene la fenomenologia dell'RPC, e l'identificazione del modello nei due tratti rettilinei mette in luce perfettamente questo cambio di stato, in cui diventa evidente la presenza del polo passivo ad una frequenza prossima ai 2.26 Hz, cioè la frequenza propria del modo regressivo di ritardo del rotore principale, che è appunto il responsabile dell'accoppiamento e della conseguente instabilità.

I diagrammi riportati nelle figure 6.8 e 6.9 non servono che a sottolineare i risultati ottenuti. L'unica nota doverosa riguarda l'analisi di stabilità riportata in figura 6.8(c). Ancora una volta, il risultato dell'identificazione non rileva un comportamento instabile del sistema (digramma di Nyquist). Questo potrebbe risultare strano se si considera l'elevata qualità dell'identificazione. Osservando meglio si nota che il sistema, pur essendo stabile, ha un margine di guadagno e di fase ridottissimi, mentre il valore in modulo testimonia la presenza di un andamento oscillatorio molto pronunciato.

Il fatto che l'instabilità non sia identificata può essere dovuto al sistema di saturazione dei comandi di volo implementato dal simulatore, che probabilmente applica un'azione tale da mantenere la soglia stabilità. A riprova di ciò, in fi-

<sup>3</sup>Si è ritenuto superfluo riportare un confronto temporale dei segnali in quanto in tutti i casi la correlazione fra misura/simulazione si è dimostrata perfetta ( $R_T^2$  superiori al 99%).

<sup>4</sup>Limitandosi ai tratti rettilinei, il pilota viene impegnato solo nel mantenimento di una posizione/assetto, dinamica nella quale le basse frequenze non sono adeguatamente interessate. D'altronde l'obiettivo di questa semplificazione è proprio quello di escludere tali dinamiche.

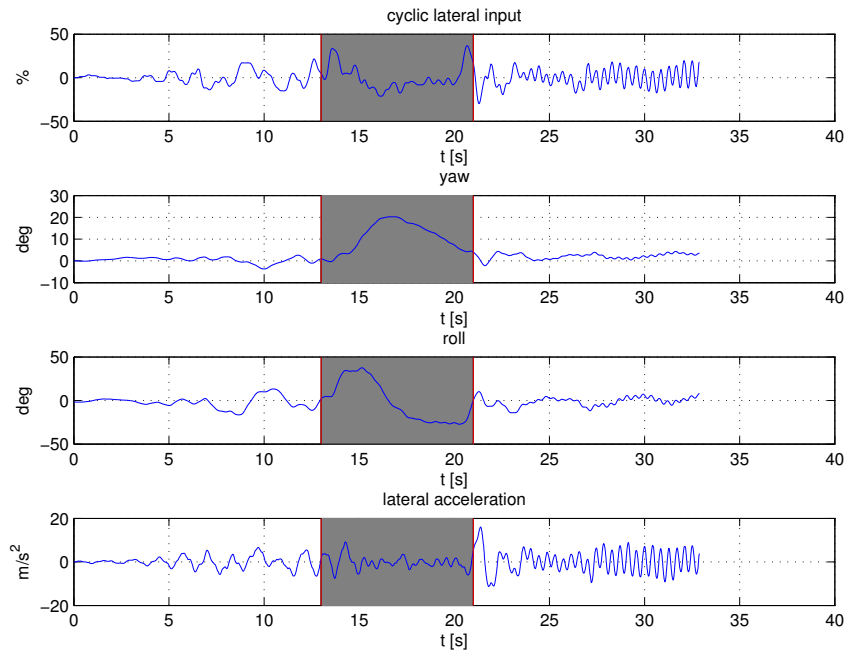
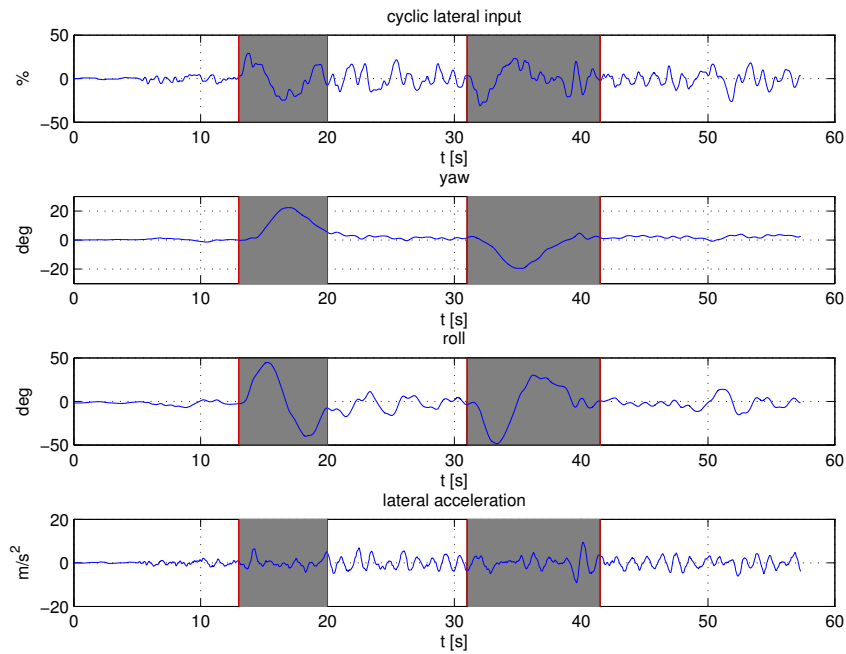
(a) *Test 4.*(b) *Test 5.*

Figura 6.6: Scomposizione dei segnali in tratti rettilinei

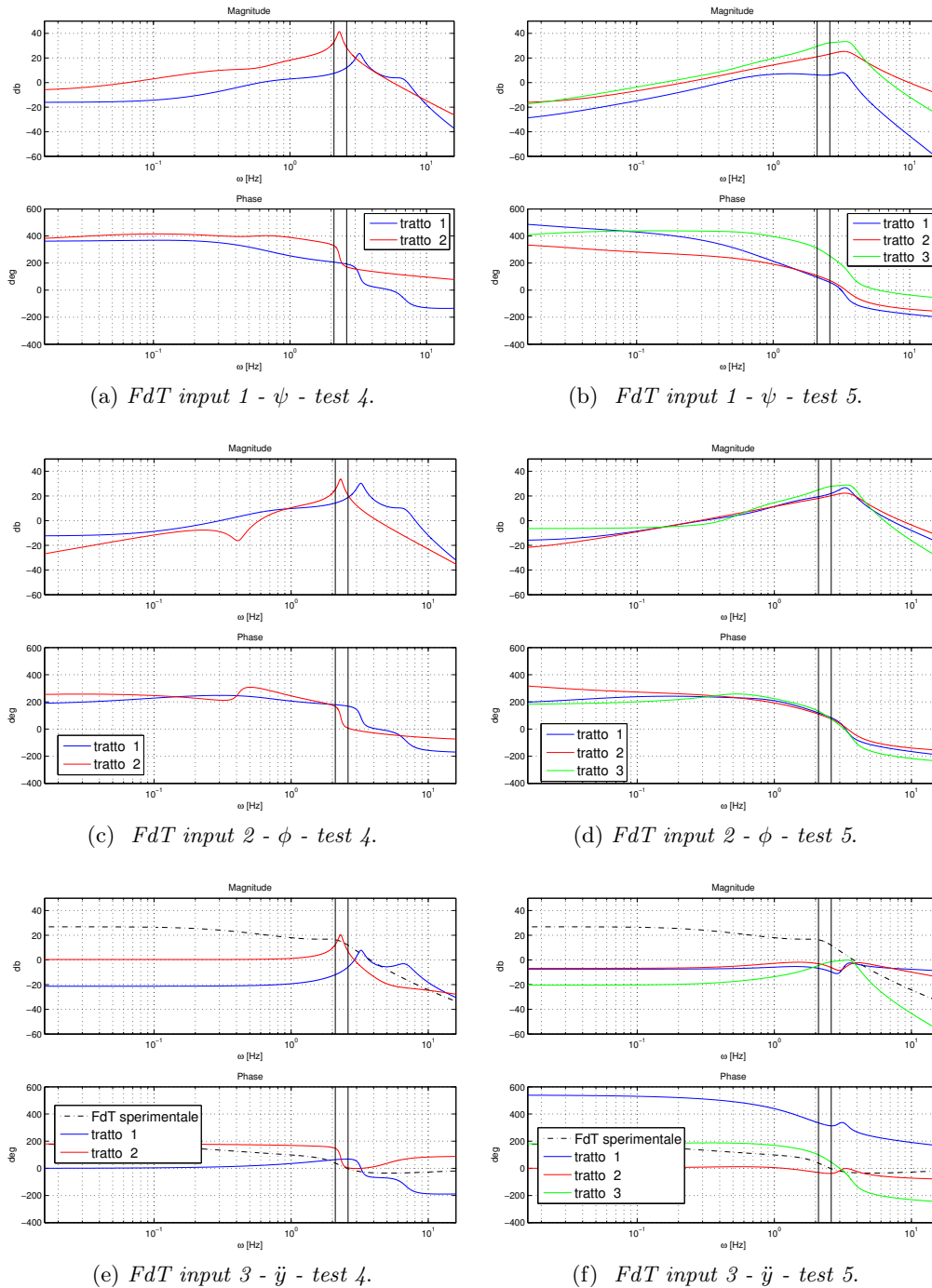
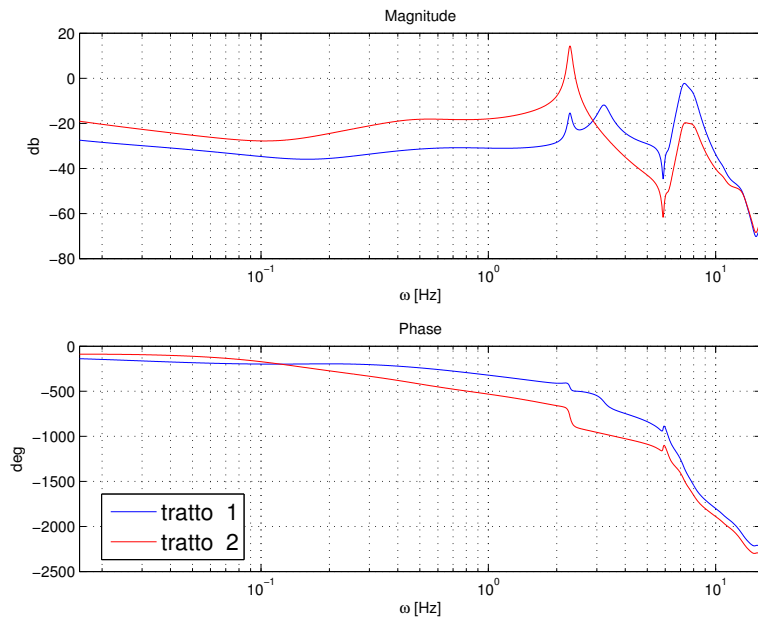
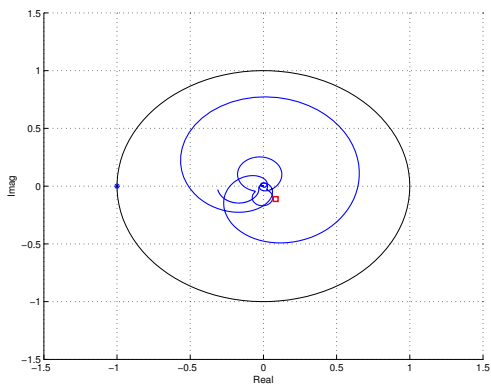


Figura 6.7: Identificazione nei tratti rettilinei

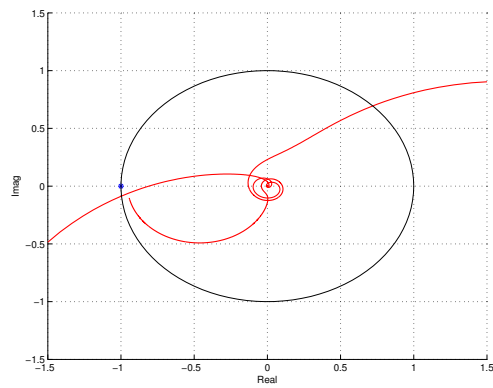




(a) diagramma di Bode della funzione ad anello  $L(s)$ .



(b) *tratto 1*



(c) *tratto 2*

Figura 6.8: Diagrammi di Nyquist - Test 4

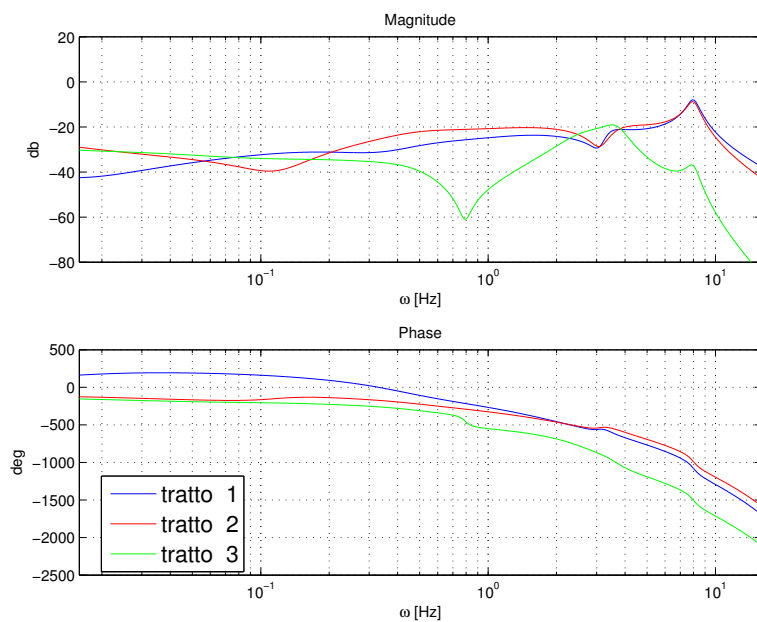
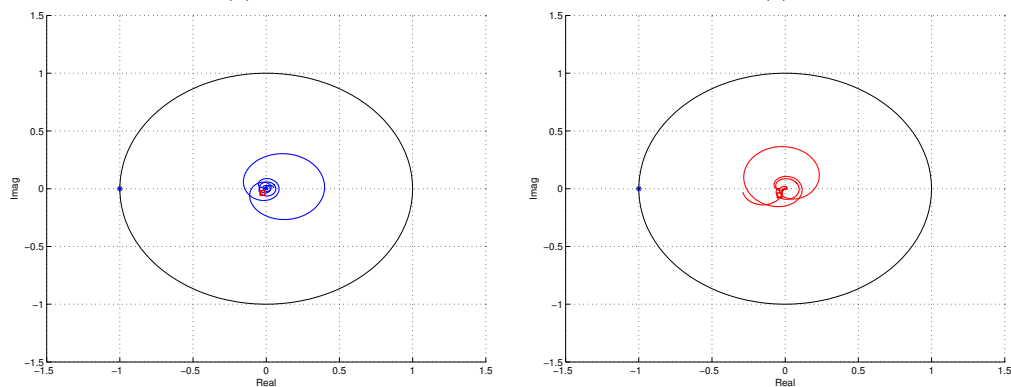
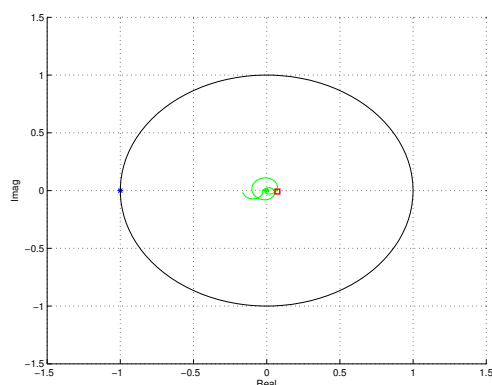
(a) *diagramma di Bode della funzione ad anello  $L(s)$ .*(b) *tratto 1*(c) *tratto 2*(d) *tratto 3*

Figura 6.9: Diagrammi di Nyquist - Test 5

gura 6.6(a) si nota come l'accoppiamento biodinamico produca delle oscillazioni di ampiezza elevata, ma con una tendenza a divergere appena percettibile. E' quindi ragionevole che il modello identificato, anche alla luce delle considerazioni fatte, non sia in grado di cogliere perfettamente l'instabilità del sistema nel suo complesso.

Per ultimo, osservando figura 6.9 si nota che nei primi due tratti il comportamento del pilota è coerente con se stesso, mentre nell'ultimo tratto vi è un cambio netto. Alla base di questo risultato non sembrano esserci particolari motivi legati alla dinamica del sistema o alle caratteristiche della prova. E' possibile che il pilota abbia semplicemente *rilassato* la sua azione sui comandi in quanto la simulazione volgeva al termine. Come già capitato in precedenza, trovare una spiegazione analitica a tutte le dinamiche identificate non è sempre facile, nei casi come questi è possibile solo formulare delle ipotesi ragionevoli.



## Capitolo 7

# Conclusioni e Sviluppi Futuri

All'inizio di questo lavoro ci si era posti l'obiettivo di trovare una correlazione tra il pilota, la *task* di volo, e l'elicottero, attraverso l'identificazione di un modello lineare che descrivesse il comportamento dell'essere umano, a fronte di cambiamenti più o meno significativi dell'ambiente di pilotaggio. Come era stato ampiamente pronosticato, durante tale analisi si sono registrate complicazioni di varia natura, legate alla qualità dei segnali e soprattutto alla indeterminabilità intrinseca di un essere umano, le quali non hanno comunque impedito di arrivare alla formulazione di modelli rappresentativi della sua azione di controllo, limitatamente allo svolgimento di manovre specifiche. I diversi criteri adottati nella valutazione dei risultati hanno permesso di certificare in un certo senso l'affidabilità dei modelli stimati.

La conclusione forse più significativa che è possibile trarre, riguarda la variabilità del modello di pilota in funzione della tendenza del sistema ad instabilizzarsi, legata a sua volta all'insorgere di fenomeni di RPC. La giustificazione teorica di questo comportamento, spiegata a livello preliminare dal modello di McRuer, è data dalla necessità da parte del pilota di adattarsi alla dinamica della macchina sotto controllo. Nello specifico, partendo dalla condizione nominale, nella quale i fenomeni di accoppiamento erano essenti (o comunque trascurabili), agendo progressivamente sui parametri influenti per la manovrabilità, si è potuta apprezzare una riduzione del guadagno nelle dinamiche lente accompagnata da un aumento dello stesso alle alte frequenze. Volendo dare al fenomeno un'interpretazione fisica, il pilota, percependo la crescente sensibilità della macchina, è portato ad incrementare la precisione nella propria azione di controllo, attraverso un irrigidimento del sistema muscolare. In questo contesto è chiara l'analogia con un sistema dinamico in cui viene incrementata la rigidità e ridotto lo smorzamento, portando di conseguenza all'aumento della relativa banda passante, che favorisce l'accoppiamento con dinamiche ad alta frequenza tipiche della macchina.

Per contro, non è stato possibile riscontrare una precisa correlazione tra il carico di lavoro (*workload*, WL) e la tendenza al manifestarsi del RPC. Infatti, al variare dei casi, la condizione più gravosa per la manovrabilità dell'aeromobile non è stata sempre associabile alla condizione di maggior distorsione dei parametri di controllo rispetto alla configurazione nominale (guadagno, ritardo, smorzamento,

ecc.). E' difficile capire se tale risultato sia maggiormente attribuibile alla qualità dell'identificazione piuttosto che alla difficoltà di definire in modo meccanico la variabilità di un generico pilota. Infatti, come già rilevato in più occasioni, il numero di variabili in gioco è talmente elevato da rendere quasi impossibile la giustificazione di tutte le dinamiche di accoppiamento, soprattutto se si tiene conto del ridotto numero di parametri considerati nell'analisi.

Per una serie di ragioni, all'inizio del presente lavoro si è partiti con l'idea di adottare un approccio lineare nell'identificazione del modello di pilota. Con opportuni accorgimenti, questa scelta ha prodotto dei risultati significativi; è anche vero che rimane un ampio margine di miglioramento per quanto riguarda la fedeltà dei modelli trovati con la realtà. Questo apre la strada alla possibilità di applicare un approccio non lineare, confrontando i risultati ottenuti nei due diversi casi. Deve comunque essere chiaro che, nonostante tale proposta trovi riscontro teorico nella non linearità del comportamento umano, l'implementazione pratica di un algoritmo di identificazione non lineare potrebbe non dare i risultati sperati. Sempre con l'attenzione rivolta alla qualità dell'identificazione, ma volendosi mantenere su un approccio lineare, si potrebbe pensare di sfruttare le misure a disposizione in un modo alternativo. L'idea di base consiste nell'implementazione di un *Filtro di Kalman* in un'ottica di *sensor fusion*, al fine di produrre un'uscita che pesi opportunamente le diverse misure, ottimizzando il processo identificativo. L'efficacia teorica di questo metodo consiste nel fatto che la combinazione delle diverse misure, performata dal filtro di Kalman, può dimostrarsi più adatta all'identificazione di quanto non lo siano le misure prese singolarmente.

Tornando al lavoro svolto, e in particolare concentrandoci sull'ultimo risultato presentato nel capitolo 6, si è notato come l'identificazione a tratti sia riuscita a catturare molto bene i principali aspetti caratteristici del RPC, quali l'accoppiamento ad alta frequenza, la transizione del modello di pilota (*trigger*) e l'influenza dei modi aeroelastici. Prendendo spunto da questa considerazione, e vista l'elevata affidabilità dei modelli identificati con questa tecnica, si potrebbe pensare alla definizione di un sistema di controllo non lineare-adattivo che riesca a registrare ed aggiornare in tempo reale (o quasi) il comportamento del pilota, applicando di conseguenza un'opportuna azione preventiva qualora fossero messe in evidenza delle significative dinamiche di accoppiamento. Questa proposta progettuale comporterebbe una serie di attività connesse, in particolare si dovrebbe pensare alla definizione di una nuova campagna sperimentale, pensata appositamente per l'identificazione dei modelli, che tenga conto delle difficoltà riscontrate in questa sede. A questo punto sarebbe possibile, in linea teorica, costruire un involucro comportamentale all'interno del quale sia racchiuso uno spettro significativo di dinamiche di accoppiamento. Solo dopo quest'attività sarà possibile valutare la reale applicabilità del metodo.

Parte III  
Appendici





## Appendice A

# Identificazione di modelli nel dominio del tempo

La modellistica di sistemi trova applicazioni pratiche in quasi tutte le discipline scientifiche (ingegneria, matematica, biologia, economia, sociologia, ecc.). La ricerca di un modello matematico che riesca a catturare il comportamento di un particolare fenomeno, di qualsiasi natura esso sia, risulta di fondamentale importanza per poterne capire le cause e ipotizzare la sua evoluzione nel tempo, a partire dalla condizione iniziale, a fronte di una serie più o meno vasta di input dal mondo esterno. Detto così il problema potrebbe sembrare un po' generico, ma se si pensa nello specifico di una disciplina è possibile trovare numerosi esempi di modelli (la crescita della popolazione o della produzione di un paese possono essere stimate attraverso modelli, ricavati sulla base di dati raccolti in un certo arco temporale, piuttosto che un simulatore di volo, il quale implementa al suo interno un modello rappresentativo della dinamica di un aeromobile).

Il problema dell'Identificazione di modelli può essere definito nel modo seguente:

*Data una serie di variabili di ingresso ( $u(t)$ ) e di variabili di uscita ( $y(t)$ ) misurate con una certa frequenza agli istanti temporali  $t_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ), si trovi un modello che meglio riproduca l'andamento delle uscite  $y(t)$  in funzione degli ingressi noti  $u(t)$ .*

Le variabili di ingresso, indicate con  $u(t)$  costituiscono gli input al sistema, elementi esterni che influenzano il fenomeno in esame. Le variabili di uscita, indicate con  $y(t)$  rappresentano il manifestarsi del fenomeno. La scelta di quali e quanti segnali adottare per la costruzione del modello non è univoca, così come la scelta del tipo di modello e del relativo ordine sono tutti aspetti variabili in funzione della complessità del fenomeno che si deve analizzare e delle applicazioni pratiche cui si vuole giungere. Per questi motivi la ricerca di un modello matematico che ben rappresenti la dinamica reale, non può prescindere dalla profonda conoscenza dell'ambito disciplinare specifico a cui il fenomeno appartiene, oltre che agli strumenti della teoria dell'identificazione.

Prima di proseguire, è utile introdurre alcuni concetti basilari nell'identificazione dei sistemi. Le uscite  $y(t)$  possono essere interpretate in due modi equivalenti che mettono in luce diverse problematiche:

$$\underbrace{\tilde{y}}_{\text{segnale misurato}} = \underbrace{y}_{\text{segnale vero}} + \underbrace{v}_{\text{errore di misura}}$$

I segnali utilizzati nel processo di identificazione non sono mai perfetti. Nel processo di misura vengono sempre commessi degli errori, che possono essere dovuti allo strumento o a disturbi associati al mondo esterno. Ad ogni modo il processo di stima dei parametri è sempre influenzato di questi errori, in una certa misura. Un secondo modo di vedere le misure è il seguente:

$$\underbrace{\tilde{y}}_{\text{segnale misurato}} = \underbrace{\hat{y}}_{\text{segnale simulato}} + \underbrace{e}_{\text{residuo}}$$

in cui sono presenti il segnale ricostruito dal modello identificato e l'errore residuo di stima. Questo è dovuto al fatto che il modello non sarà mai in grado di riprodurre perfettamente il fenomeno osservato, salvo casi particolarmente semplici. La minimizzazione dell'errore residuo è la logica che sta alla base di una vasta gamma di metodi di identificazione nel dominio del tempo.

Per semplicità, la trattazione riportata di seguito verrà applicata ad un sistema SISO.

## A.1 Metodo ai minimi quadrati

Si supponga di avere a disposizione una serie di misure della variabile di uscita  $y$ :

$$\{\tilde{y}_1, t_1, \dots, \tilde{y}_m, t_m\}$$

e un modello matematico *candidato*

$$y(t) = \sum x_i h_i(t)$$

dove  $h_i(t) \in \{h_1(t), \dots, h_n(t)\}$  sono una base di funzioni indipendenti e  $x_i$  sono i coefficienti incogniti che ci si propone di stimare ( $m > n$ , cioè il numero di misure è superiore all'ordine del sistema, e quindi al numero di coefficienti da stimare). Secondo quest'ultima espressione risulta evidente che le variabili  $y$  e  $x$  sono legate fra loro da un modello di regressione lineare. Il problema a questo punto consiste nel trovare la migliore stima dei coefficienti  $\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n\}$  che minimizzi l'errore residuo  $e = y(t) - \hat{y}(t)$ . Si ricordi che una cattiva stima dei parametri può essere dovuta a:

- errori di misura
- scelta di una base di funzioni inappropriata (o comunque non ottimale)

Traducendo il tutto in formule si ottiene:

$$e_j = \tilde{y}_j - \hat{y}_j$$

riscritto in forma matriciale compatta:

$$\tilde{y} = H\hat{x} + e$$

dove:

$$\begin{aligned}\tilde{y} &= [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n]^T = \text{uscita misurata} \\ e &= [e_1, e_2, \dots, e_n]^T = \text{errore residuo} \\ \hat{x} &= [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n]^T = \text{coefficienti stimati}\end{aligned}$$

$$H = \begin{bmatrix} h_1(t_1) & h_2(t_1) & \dots & h_n(t_1) \\ h_1(t_2) & h_2(t_2) & \dots & h_n(t_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_1(t_m) & h_2(t_m) & \dots & h_n(t_m) \end{bmatrix}$$

Definiamo una cifra di merito come termine quadratico dell'errore residuo:

$$J = \frac{1}{2} e^T e$$

che può essere esplicitata in funzione dei coefficienti stimati:

$$J(\hat{x}) = \frac{1}{2} (\tilde{y}^T \tilde{y} - 2\tilde{y}^T H \hat{x} + \hat{x}^T H^T H \hat{x})$$

A questo punto la minimizzazione risulta immediata, ponendo a 0 la matrice Jacobiana:

$$\nabla_{\hat{x}} J = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial \hat{x}_1} \\ \frac{\partial J}{\partial \hat{x}_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial J}{\partial \hat{x}_n} \end{bmatrix} = H^T H \hat{x} - H^T \tilde{y} = 0$$

si ottiene la stima dei coefficienti  $\hat{x}$  (a patto che la matrice Hessiana  $\nabla_{\hat{x}}^2 J = H^T H$  sia definita positiva):

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T \tilde{y}$$

#### RELAZIONI INGRESSO/USCITA

Nel procedimento appena mostrato l'uscita stimata è stata a priori costruita su una base  $h_i(t) \in \{h_1(t), \dots, h_n(t)\}$ , che possono assumere un significato generico. Se si vuole ricavare un modello ingresso/uscita allora la base di funzioni sarà semplicemente costituita dai valori assunti dalla variabile di ingresso, ed eventualmente i valori delle uscite stesse.

$$\tilde{y}(t_k) = -a_1 \tilde{y}(t_{k-1}) + \dots - a_{n_a} \tilde{y}(t_{k-n_a}) + b_1 u(t_{k-1}) + \dots + b_{n_b} u(t_{k-n_b}) + e(t_k)$$



## Appendice B

# Stabilità dei sistemi in retroazione

Gli ingredienti fondamentali per l'applicazione di un'azione di controllo sono: un *trasduttore*, che misuri uno o più stati del sistema da controllare e trasformi tale misura in un linguaggio decifrabile dal *controllore*, rappresentabile da un sistema dinamico, ed un *attuatore*, il cui scopo è di tradurre le istruzioni fornite dal controllore in un'azione effettiva, agente sul sistema (una forza, il movimento di una superficie di controllo, ecc.). I requisiti di un sistema di controllo sono molteplici: precisione statica e dinamica, rapidità della risposta, robustezza; ma il requisito fondamentale consiste nella *stabilità asintotica* che il sistema deve avere nel suo complesso, a seguito dell'applicazione del controllore.

Lo studio della stabilità di un sistema di controllo è quindi essenziale, prima ancora di valutare le sue prestazioni, ed è reso complicato dal fatto che la stabilità di un sistema in anello chiuso non può essere garantita a priori connettendo tra loro sottosistemi asintoticamente stabili.

### B.1 Schema a blocchi di un sistema retroazionato

Di seguito (figura B.1) si riporta una rappresentazione schematica di un generico sistema ( $G(s)$ ) controllato in retroazione. Per semplificare la rappresentazione non si riportano le dinamiche del trasduttore e dell'attuatore, implicitamente contenuti in  $R(s)$ . L'ingresso del sistema complessivo è solitamente un profilo desiderato per l'uscita  $y$  sotto controllo, in questo modo l'ingresso del controllore è l'errore  $e = y_0 - y$ . Nello schema a blocchi sono presenti anche due ingressi stocastici, che disturbano la misura di  $y$  e influenzano l'azione di dell'ingresso  $u$ .

Essendo noto che la stabilità di un sistema non dipende dagli ingressi esterni, è possibile giungere ad una nuova rappresentazione (figura B.2), nella quale il sistema è ridotto alla cosiddetta *funzione d'anello*  $L(s) = R(s)G(s)$ , che sarà oggetto dei criteri di stabilità.

Definendo la relazione che lega l'ingresso del sistema in anello chiuso ( $y_0$ ) alla sua uscita ( $y$ ), otteniamo:

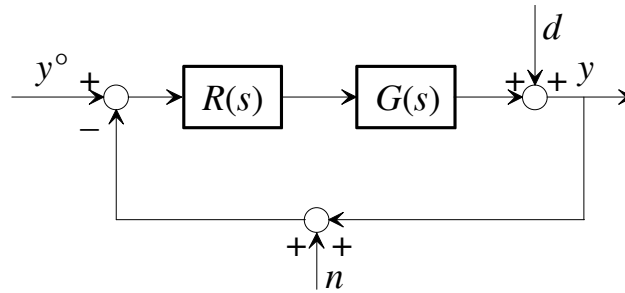


Figura B.1: Schema a blocchi di un sistema controllato in retroazione

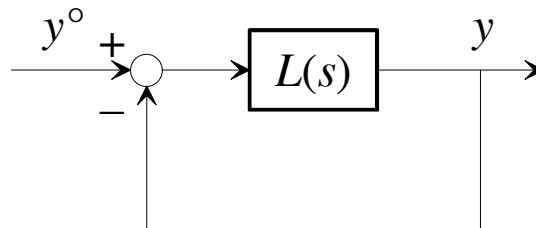


Figura B.2: Funzione d'anello

$$Y(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} Y_0(s) = \frac{\frac{N(s)}{D(s)}}{1 + \frac{N(s)}{D(s)}} Y_0(s) = \underbrace{\frac{N(s)}{D(s) + N(s)}}_{H(s)} Y_0(s)$$

Come è noto, l'asintotica stabilità del sistema sotto controllo è verificata se tutti i poli di  $H(s)$  hanno parte reale strettamente positiva.

## B.2 Criterio di Nyquist

Il criterio di Nyquist costituisce un'alternativa grafica al criterio di stabilità definito al punto precedente. Esso parte dalla rappresentazione grafica del digramma polare di  $L(s)$  (in questo caso la verifica interessa la funzione di trasferimento d'anello, e non  $H(s)$ ) nell'intervallo  $(-\infty; +\infty)$  (figura B.3). Tale rappresentazione si ottiene aggiungendo al diagramma polare definito sul dominio  $[0; +\infty)$  il suo simmetrico rispetto all'asse reale.

Definendo:

- $N$ : numero di giri che il diagramma di Nyquist compie attorno al punto  $[-1, 0]$ , contate positivamente in senso antiorario. Se il diagramma passa esattamente per tale punto  $N$  è non definito.
- $P$ : numero di poli con parte reale maggiore di 0 di  $L(s)$ .

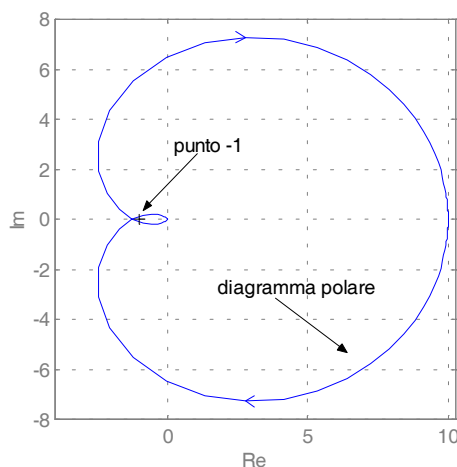


Figura B.3: Diagramma di Nyquist

Secondo il Criterio di Nyquist: *è condizione necessaria e sufficiente affinché il sistema retroazionato sia stabile asintoticamente che  $\mathbf{N}$  sia ben definito e che risulti uguale a  $\mathbf{P}$ .*

### B.2.1 Sistemi con retroazione positiva

Nelle applicazioni pratiche il controllo può prevedere una retroazione positiva, nella quale l'uscita  $y$  è allo stesso tempo un ingresso del sistema (non più sotto forma di errore  $e = y_0 - y$ ). In questi casi il criterio di stabilità di Nyquist rimane invariato, a patto di considerare  $-L(s)$  al posto di  $L(s)$  nel diagramma polare, o alternativamente, considerando il punto  $[1, 0]$  al posto di  $[-1, 0]$ .

#### STABILITÀ IN CONDIZIONI PERTURBATE

La funzione di trasferimento del sistema da controllare ( $G(s)$ ) può essere ricavata mediante un processo di identificazione, oppure tramite approssimazione modale da un modello ad elementi finiti. In entrambi i casi, il sistema *vero*, effettivamente sotto controllo, sarà diverso dalla  $G(s)$  utilizzata per il progetto di  $R(s)$ . In quest'ottica è utile quantificare la *robustezza* del sistema di controllo. Tale proprietà è un indice della capacità del sistema di far fronte alle inevitabili differenze fra  $G(s)$  e il sistema vero, assicurando il mantenimento della stabilità.

Per poter dare una stima di tale proprietà ci vengono in aiuto due quantità:

- *Margine di Fase* ( $Pm$ ):
- *Margine di Guadagno* ( $Gm$ ):

Definite graficamente in figura B.4. Quanto maggiore è il valore assunto da  $Pm$  e  $Gm$ , tanto maggiore è la robustezza del sistema nel suo complesso. Si fa notare che un valore alto del margine di fase o del margine di guadagno singolarmente

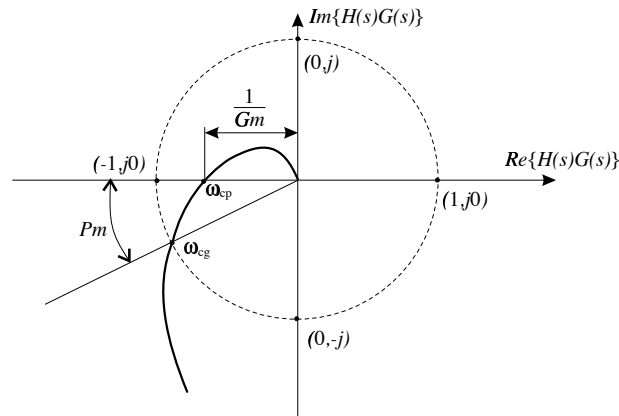


Figura B.4: Margini di guadagno e fase - rappresentazione grafica

non è sufficiente ad assicurare robustezza, è quindi opportuno quantificare entrambe le misure per avere un'idea di come il sistema risponderà alle incertezze di modellazione.

### B.2.2 Sistemi con ritardo

Il criterio di stabilità di Nyquist si applica di norma a funzioni di trasferimento razionali, ma la sua validità può essere estesa anche a sistemi caratterizzati da un ritardo esponenziale ( $H_\tau(s) = e^{-\tau s}$ ). Di

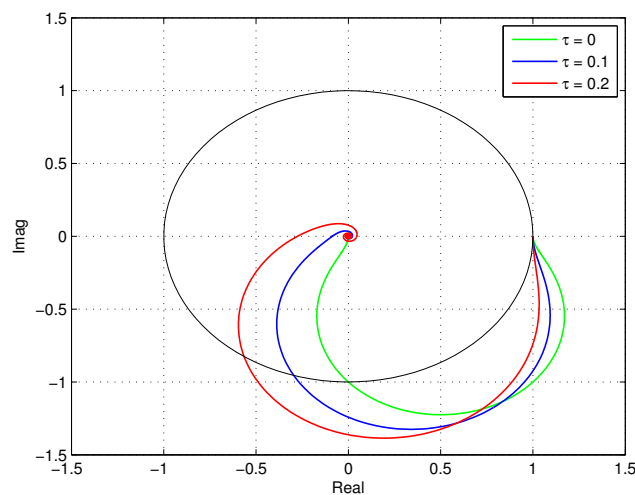


Figura B.5: Diagramma di Nyquist in presenza di ritardo

E' da notare che la presenza del ritardo, in virtù del cambiamento di fase ad esso associato, porta una riduzione del margine di guadagno e fase, come si nota in figura B.5.



## Appendice C

# Risultati supplementari identificazione - *test pilot 5*

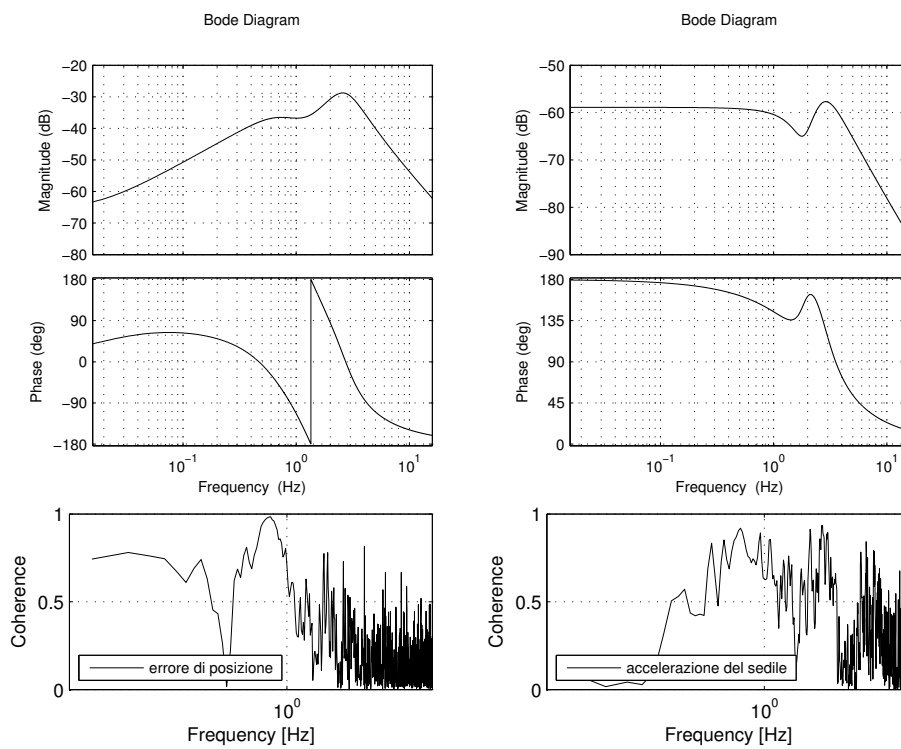


Figura C.1: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM) - test 4

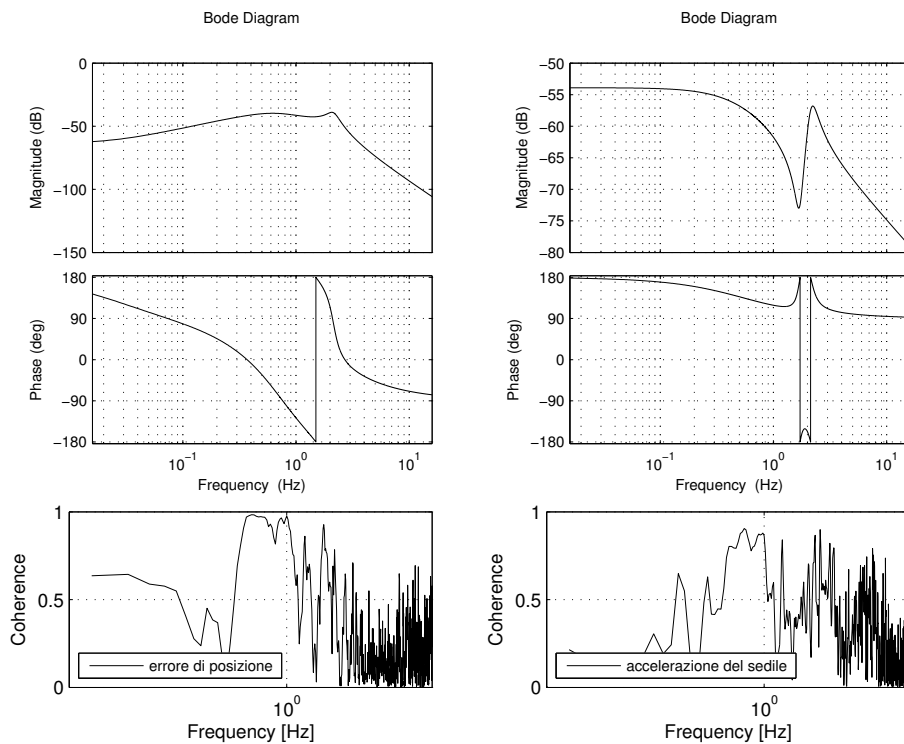


Figura C.2: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM)- test 5

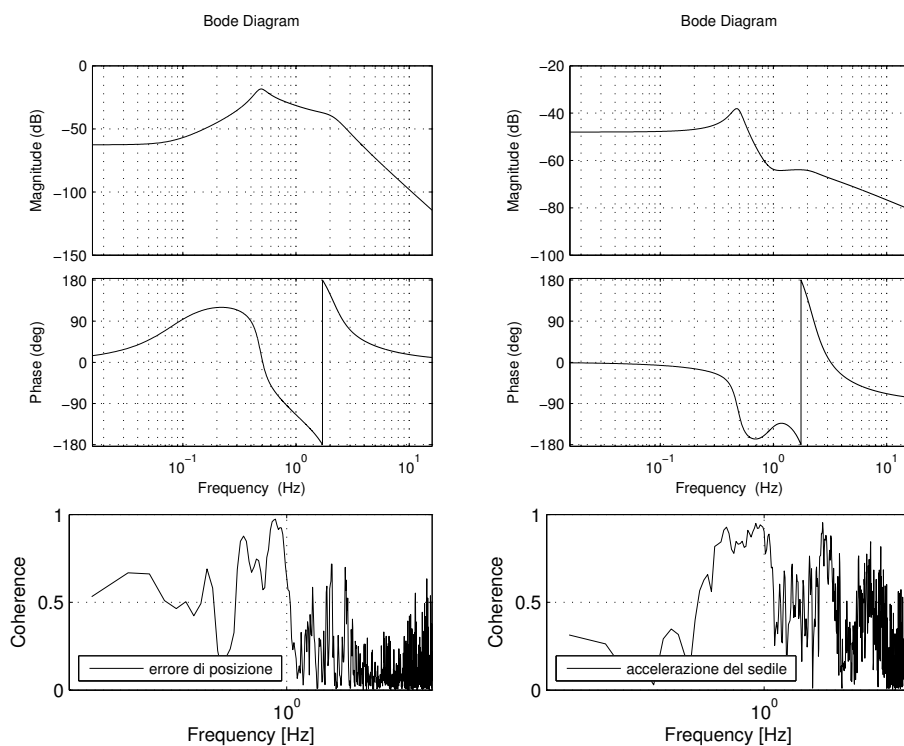


Figura C.3: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM) - test 8

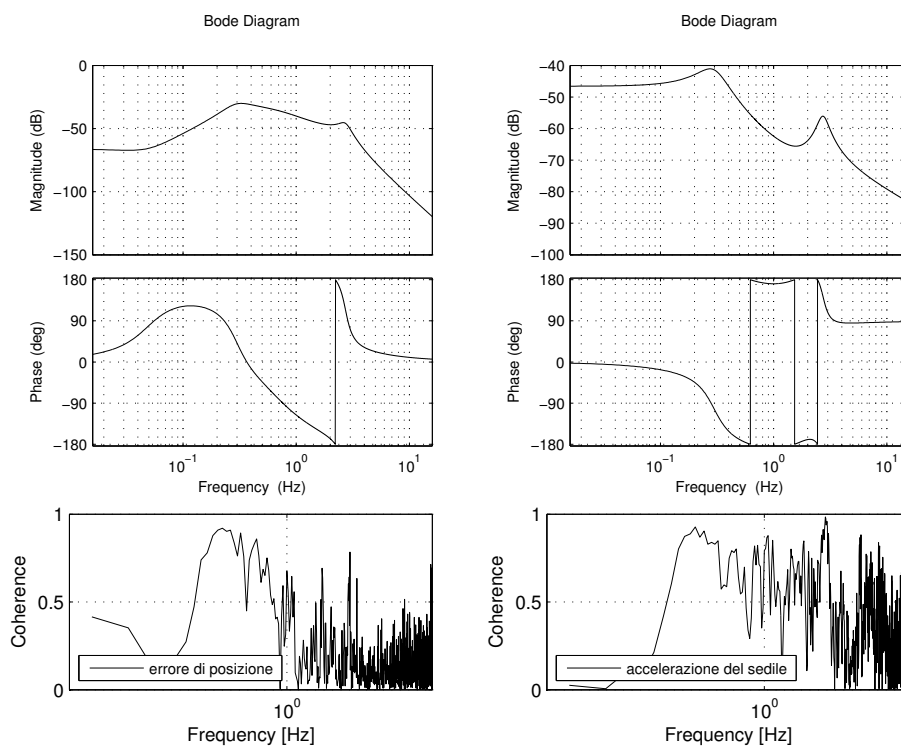


Figura C.4: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 5 (VM) - test 12



## Appendice D

# Risultati supplementari identificazione - *test pilot 9*

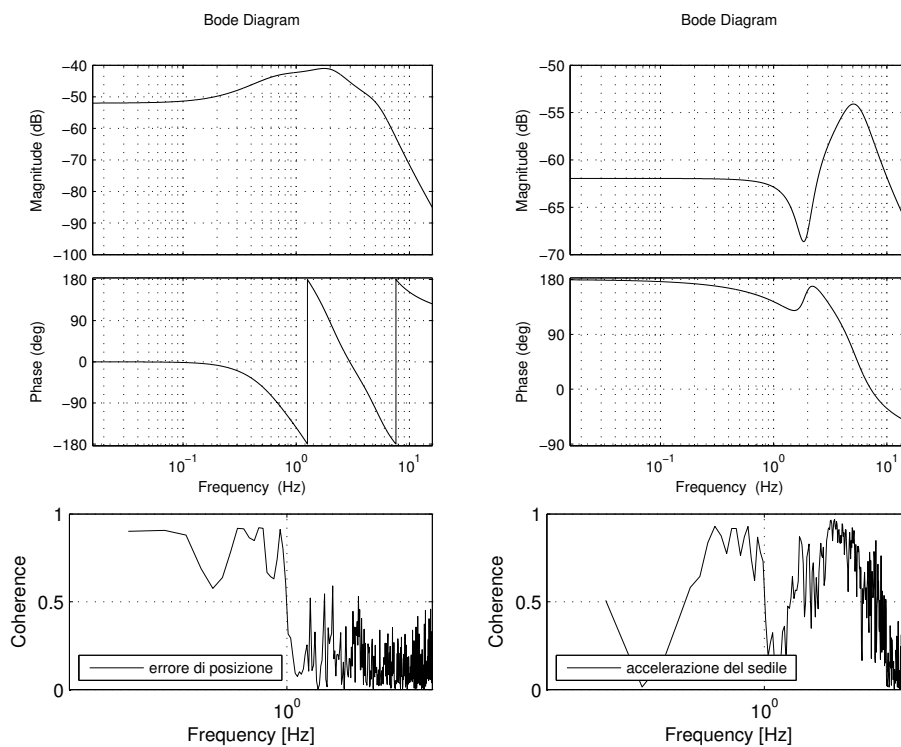


Figura D.1: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 5

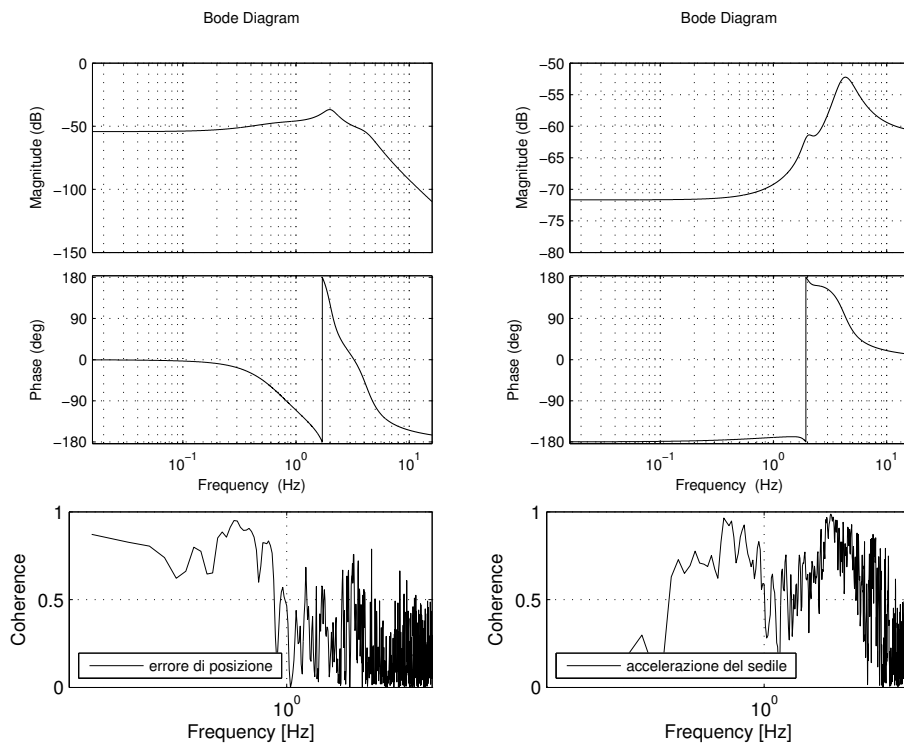


Figura D.2: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 7

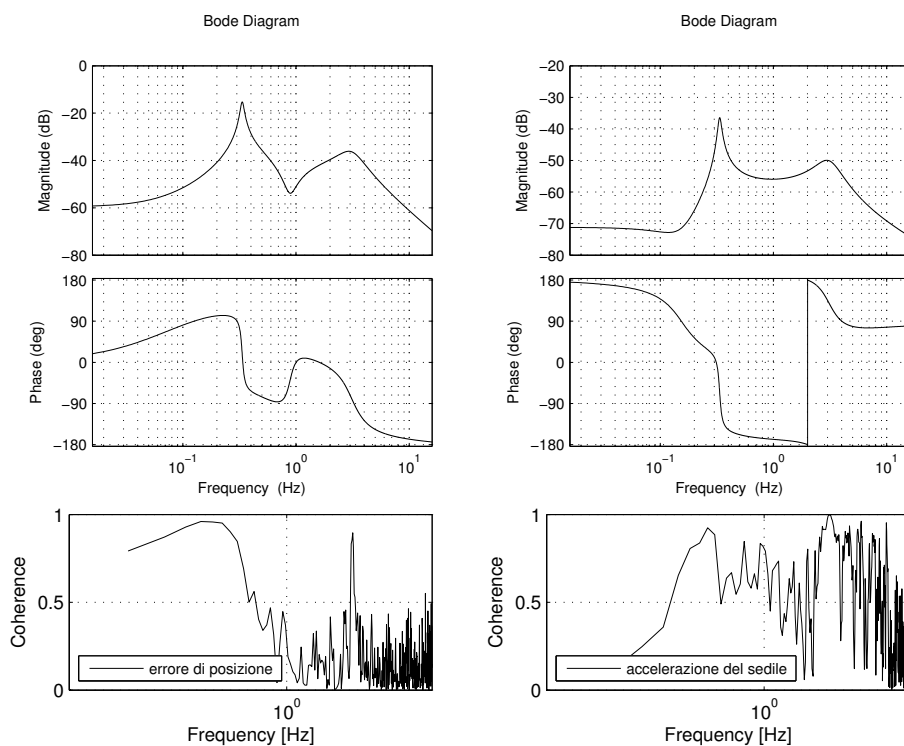


Figura D.3: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 9

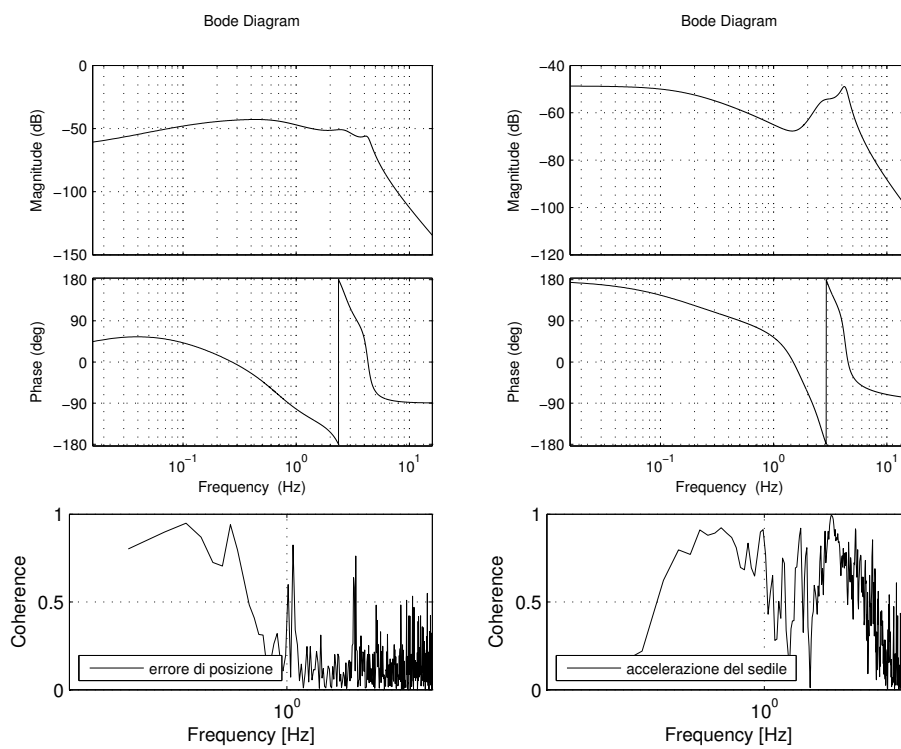


Figura D.4: FdT identificate e relativa coerenza - Test Pilot 9 (PM) - test 12





# Bibliografia

- [1] Vincenzo Muscarello, Giuseppe Quaranta, Pierangelo Masarati, *The Role of Rotor Coning in Helicopter Proneness to Collective Bounce*, in validazione presso *Aerospace Science and Technology*
- [2] Pierangelo Masarati, Giuseppe Quaranta (POLIMI), Linghai Lu, Michael Jump (UoL), *Theoretical and Experimental Investigation of Aeroelastic Rotorcraft-Pilot Coupling*, In AHS 68th Annual Forum, Fort Worth, Texas, May 1- 3, 2012
- [3] Hugues Garnier, Liuping Wang, *Identification of Continuous-time Models from Sampled Data*, Springer, 2008.
- [4] Rachid Malti, Stéphane Victor, Alain Oustaloup, and Hugues Garnier *An optimal instrumental variable method for continuous time fractional model identification*. In 17th IFAC World Congress, 2008.
- [5] Peter Van Overschee, Bart De Moor, *Subspace Identification for Linear Systems: theory, implementation, applications*, Kluwer Academic Publishers, 1996
- [6] Peter Van Overschee, Bart De Moor, *N<sub>4</sub>SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems*, Automatica, 1994, 30.1: 75-93.
- [7] Marco Bergamasco, *Continuous-time model identification with application to rotorcraft dynamics*, 2013. PhD Thesis. Italy
- [8] Marilena D. Pavel, Deniz Yilmaz, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D1.1) Background, definition and classification of A/RPC*, TUD, 2010  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [9] Achim Ionita, Marilena D. Pavel, Yuri Yashin, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D1.2) Potential triggers for A/RPC*, 2011  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [10] Jacek Małeckı, Binh Dang-Vu, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D1.3) Present and future trends for A/RPC*, 2011  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [11] M. Molica Colella, J. Serafini, M. Gennaretti, P. Desyatnik, M. D. Pavel, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D1.4) Potential Sources fro Aero-Servo-Elastic*

- Instabilities*, 2011  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [12] Deniz Yilmaz, Michael Jump, Lu Linghai, Michael Jones, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D2.3) State-of-the-art pilot model for RPC prediction report*, 2011  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [13] Linghai Lu, Mike Jump, Mike Jones, Binh.Dangvu, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D2.4) Report Detailing Novel Pilot Models Developed for RPC Prediction*, 2012  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [14] Pierangelo Masarati, Giuseppe Quaranta, Deniz Yilmaz, Michael Jump, Larisa Zaichik, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D4.1) Preliminary Bio-Dynamical Test Plan/Matrix*, 2011  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [15] Linghai Lu, Mike Jump, Mike Jones, Pierangelo Masarati, Giuseppe Quaranta, Vincenzo Muscarello, Marcel Verbeek, Hafid Smaili, *ARISTOTEL - (Deliverable No. D4.3) Complete Bio-Dynamical Test Plan/Matrix*, 2011  
<http://aristotel-project.eu/publications/deliverables/>
- [16] John L. Crassidis, Jhon L. Junkins, *Optimal Estimation of Dynamic Systems*, Chapman & Hall/CRC, 2004
- [17] Mc Ruer, D.T., et al., *Aviation Safety and Pilot Control: Understanding and Preventing Unfavorable Pilot – Vehicle Interactions*, Washington DC: National Research Council, National Academy Press, 1997.
- [18] Vincenzo Muscarello, Pierangelo Masarati, Giuseppe Quaranta, Linghai Lu, Michael Jump, Michael Jones, *Investigation of Adverse Aeroelastic Rotorcraft-Pilot Coupling Using Real-Time Simulation*, In: 69th American Helicopter Society International Annual Forum 2013
- [19] Paolo Bolzern, Riccardo Scattolini, Nicola Schiavoni, *Fondamenti di controlli automatici*, McGraw-Hill Libri Italia, 2008
- [20] Paolo Rocco, *Fondamenti di automatica*, Milano, Ottobre 2001
- [21] Michael Jones, Michael Jump, Linghai Lu, *Development of the Phase-Aggression Criterion for Rotorcraft—Pilot Coupling Detection*, In: Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 36.1: 35-47.
- [22] Wayne Johnson, *Helicopter Theory*, Courier Dover Publications, 2012.
- [23] Daniel N. Miller, Raymond A. de Callafon, *Subspace Identification From Classical Realization Methods*, In: 15th IFAC Symposium on System Identification, Saint-Malo, France. 2009.
- [24] Hohne, G., *A biomechanical pilot model for prediction of roll ratcheting*, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 1999.

- [25] Anonymous, *Aeronautical Design Standard (ADS) 33C – Handling qualities for military helicopters*, US Army AVSCOM, 1989.
- [26] Gareth D. Padfield, *Helicopter flight dynamics – The theory and application of flight qualities and simulation modelling*, AIAA Educational series, 2nd edition, 2007 (Chapter 6-7) .
- [27] Gene H. Golub, Charles F. Van Loan, *Matrix computations*, 3a edizione, Johns Hopkins University Press, 1996.
- [28] Bernard Friedland, *Control System Design - An Introduction to State-Space Methods*, Courier Dover Publications, 1986.
- [29] Mayo, J. R., *The Involuntary Participation of a Human Pilot in a Helicopter Collective Control Loop* 15th European Rotorcraft Forum , Amsterdam, The Netherlands, 12–15 September 1989, pp. 81.1–12.
- [30] McRuer, D. T. and Jex, H. R., *A Review of Quasi-Linear Pilot Models* Human Factors in Electronics, IEEE Transactions on , Vol. HFE-8, No. 3, September 1967, pp. 231–249
- [31] Masarati P., Muscarello V., Quaranta G., *Linearized Aeroservoelastic Analysis of Rotary-Wing Aircraft*, In: 36th European Rotorcraft Forum, Paris, France, 7-9 Sept. 2010, p. 1-10