

# POLITECNICO DI MILANO

---

Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale



## Interazione Fluido-Struttura mediante Co-Simulazione: il sistema sfera-asta

Relatori:

**Prof. Ing. Stefano Malavasi**

**Prof. Ing. Federico Perotti**

Correlatori:

**Dott. Ing. Raffaele Ardito**

**Dott. Ing. Simone Mandelli**

Tesi di laurea di:

**Davide Novarina**

**Matricola 770733**



*The purpose of computing is insight,  
not numbers.*

Richard Hamming – 1962



# Indice

<b>Sommario</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Il problema</b>	<b>7</b>
1.1 L'Interazione Fluido-Struttura . . . . .	7
1.1.1 Classificazione . . . . .	8
1.1.2 Metodi di indagine . . . . .	10
1.1.3 L'approccio numerico . . . . .	11
1.2 Caso di studio . . . . .	13
1.3 Inquadramento teorico . . . . .	14
1.3.1 Fluidodinamica . . . . .	14
1.3.2 <i>Vortex-Induced Vibrations</i> . . . . .	18
1.3.3 Effetti geometrici nelle aste snelle . . . . .	21
1.4 La sfera appesa ad un filo . . . . .	23
1.5 Il sistema sfera-asta . . . . .	29
1.5.1 La letteratura . . . . .	31
1.5.2 I lavori di tesi precedenti . . . . .	34
1.6 L'approccio sperimentale . . . . .	40
1.7 Impostazione del lavoro . . . . .	42
<b>2 La struttura</b>	<b>45</b>
2.1 <i>Abaqus</i> e il metodo degli Elementi Finiti . . . . .	46
2.2 Il modello strutturale . . . . .	48
2.2.1 Le ipotesi del modello . . . . .	48
2.2.2 Descrizione del modello numerico . . . . .	49
2.2.3 Modelli lineari a parametri concentrati . . . . .	52
2.3 Oscillazioni libere in aria . . . . .	54
2.3.1 Calibrazione . . . . .	57
2.3.2 L'ipotesi dei piccoli spostamenti . . . . .	60
2.4 Oscillazioni libere in acqua ferma . . . . .	62
2.4.1 Modifiche al modello numerico . . . . .	62
2.4.2 Modifiche ai modelli a parametri concentrati . . . . .	64
2.5 La rigidezza . . . . .	65

2.6	Lo smorzamento . . . . .	67
<b>3</b>	<b>Il fluido</b>	<b>71</b>
3.1	CFD . . . . .	72
3.1.1	<i>Computational Fluid Dynamics</i> . . . . .	72
3.1.2	Il metodo dei Volumi Finiti . . . . .	73
3.1.3	CFD vs meccanica computazionale . . . . .	74
3.1.4	Evoluzione dinamica della griglia . . . . .	75
3.1.5	<i>STAR-CCM+</i> . . . . .	78
3.2	Il modello fluidodinamico . . . . .	80
3.2.1	Le ipotesi del modello . . . . .	80
3.2.2	Descrizione del modello numerico . . . . .	81
3.2.3	La sfera e il filo . . . . .	84
3.3	Sfera ferma in acqua corrente . . . . .	85
3.4	Sfera con filo in acqua ferma: oscillazioni libere . . . . .	86
3.4.1	Modello del pendolo in acqua ferma . . . . .	88
3.5	Sfera con filo in acqua corrente: VIV . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Co-Simulazione</b>	<b>93</b>
4.1	Modellazione numerica di problemi FSI: la Co-Simulazione . . . . .	95
4.1.1	Interazione tra i sottosistemi . . . . .	97
4.1.2	Algoritmi di accoppiamento . . . . .	101
4.1.3	Sincronizzazione . . . . .	108
4.1.4	Stabilità numerica . . . . .	110
4.2	Accoppiamento dei modelli . . . . .	111
4.3	Oscillazioni libere in acqua ferma . . . . .	116
4.3.1	Accoppiamento esplicito sequenziale . . . . .	117
4.3.2	Accoppiamento implicito . . . . .	126
4.3.3	Discretizzazione spaziale . . . . .	128
4.4	Risultati . . . . .	131
4.4.1	Accuratezza . . . . .	131
4.4.2	Stabilità . . . . .	134
4.4.3	Costo computazionale . . . . .	137
4.4.4	Conclusione . . . . .	138
	<b>Conclusioni</b>	<b>141</b>
	<b>A Dettagli operativi della Co-Simulazione</b>	<b>147</b>
	<b>B Trattamento dati</b>	<b>151</b>
	<b>C Smorzamento relativo... a cosa?</b>	<b>155</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>159</b>

# Elenco delle figure

1.1	Tipica misura puntuale di velocità in un flusso turbolento (Versteeg e Malalasekera, 2007) . . . . .	16
1.2	Distacco alternato di vortici da cilindro fermo in corrente stazionaria . . . . .	19
1.3	Effetti geometrici nelle aste snelle: esempi . . . . .	21
1.4	Schema dell'apparato sperimentale: (a) sfera vincolata elasticamente e (b) sfera con filo (Govardhan e Williamson, 2005) . . . . .	24
1.5	Tipica traiettoria delle oscillazioni di una sfera vincolata con filo ( $m^* = 0,26$ ) (Govardhan e Williamson, 1997) . . . . .	25
1.6	Modi VIV di una sfera per diversi rapporti di massa: modo I e modo II (Jauvtis et al., 2001) . . . . .	27
1.7	Frequenza normalizzata delle oscillazioni trasversali al variare della velocità ridotta, per $m^* = 0,76$ (Govardhan e Williamson, 1997) . . . . .	28
1.8	Frequenza normalizzata delle oscillazioni trasversali al variare della velocità ridotta, per diversi valori del rapporto di massa $m^*$ (Govardhan e Williamson, 1997) . . . . .	29
1.9	“Griffin plot” (Govardhan e Williamson, 2005) . . . . .	30
1.10	Amplificazione del coefficiente di <i>drag</i> (valore medio nel tempo) per effetto delle oscillazioni della sfera (Govardhan e Williamson, 1997) . . . . .	30
1.11	Rappresentazione schematica dell'apparato sperimentale (Mirauda et al., 2011) . . . . .	32
1.12	Immagini della sperimentazione (Mirauda et al., 2007) . . . . .	32
1.13	Ampiezza e frequenza delle oscillazioni trasversali a confronto coi dati di letteratura (Mirauda et al., 2007) . . . . .	33
1.14	Traiettorie della sfera in acqua al variare delle condizioni al contorno (Mirauda et al., 2011) . . . . .	34
1.15	Le sfere, le aste e il sistema di innesto a vite (Lefoulon, 2011) . . . . .	35
1.16	L'apparato sperimentale (Lefoulon, 2011) . . . . .	35
1.17	Ampiezza trasversale in funzione della velocità ridotta: sfera grande (Lefoulon, 2011) . . . . .	36
1.18	Ampiezza trasversale in funzione della velocità ridotta: sfera media (Lefoulon, 2011) . . . . .	37

1.19	Sfere, aste a sezione rettangolare e prototipo del generatore utilizzati nella sperimentazione (Sini, 2013) . . . . .	38
1.20	Traiettorie sperimentali di oscillazioni libere in aria a confronto (prove di Lefoulon, 2011) . . . . .	41
2.1	Vincolo interno tra la sfera e la trave nel modello numerico . .	51
2.2	<i>Mesh</i> del modello strutturale . . . . .	52
2.3	Dati sperimentali di una prova di oscillazioni libere in aria, con $D = 6$ cm e $l = 70$ cm . . . . .	56
2.4	Tipica deformata della struttura . . . . .	57
2.5	Analisi in frequenza delle oscillazioni libere in aria del sistema in assenza della massa dell'innesto . . . . .	58
2.6	Effetto dell'aggiunta della massa dell'innesto sulle oscillazioni libere in aria della sfera più piccola ( $D = 4$ cm) . . . . .	59
2.7	Frequenza delle oscillazioni libere in aria della sfera intermedia ( $D = 6$ cm): confronto tra analisi in piccoli spostamenti e analisi in grandi spostamenti . . . . .	61
2.8	Oscillazioni libere in acqua ferma della sfera grande ( $D = 9$ cm)	64
2.9	Risultati numerici delle prove statiche effettuate sulla sfera intermedia ( $D = 6$ cm) . . . . .	67
2.10	Differenti interpolazioni per ottenere lo smorzamento . . . . .	69
3.1	Evoluzione dinamica della griglia – <i>morphing</i> . . . . .	76
3.2	Evoluzione dinamica della griglia – <i>overset mesh</i> . . . . .	77
3.3	Esempio di applicazione combinata di <i>overset mesh</i> e <i>morphing</i>	78
3.4	Geometria del modello numerico del canale e della sfera (Quadri, 2011) . . . . .	81
3.5	Griglia di calcolo utilizzata nelle analisi: visualizzazione d'insieme e particolari . . . . .	82
3.6	Suddivisione del dominio di calcolo in aria e acqua (Quadri, 2011)	83
3.7	Andamento della pressione imposta nel modello alla superficie di <i>outlet</i> (Quadri, 2011) . . . . .	83
3.8	Variazione temporale del coefficiente di <i>Lift</i> in direzione $y$ per differenti gradi di raffinamento della griglia (Quadri, 2011) . .	86
3.9	Particolari della visualizzazione del punto di distacco della vena fluida dalla superficie della sfera (Quadri, 2011) . . . . .	87
3.10	Oscillazioni libere in acqua ferma della sfera appesa al filo: smorzamento . . . . .	89
3.11	VIV del sistema sfera-filo: confronto delle traiettorie sperimentale e numerica per $U = 0,143$ m/s (Quadri, 2011) . . . . .	90
3.12	VIV del sistema sfera-filo: confronto delle traiettorie sperimentale e numerica per $U = 0,113$ m/s (Quadri, 2011) . . . . .	90



4.1	Rappresentazione schematica dell'approccio monolitico ai problemi di FSI . . . . .	96
4.2	Schema concettuale dei passaggi necessari per risolvere un problema di Interazione Fluido-Struttura con un metodo partizionato (Co-Simulazione) . . . . .	99
4.3	Rappresentazione schematica dell'accoppiamento esplicito parallelo	102
4.4	Rappresentazione schematica dell'accoppiamento esplicito sequenziale . . . . .	105
4.5	Rappresentazione schematica dell'accoppiamento implicito . . . . .	107
4.6	Campo di vorticità generato dalle oscillazioni della sfera nell'acqua ferma circostante . . . . .	117
4.7	Instabilità dell'accoppiamento esplicito: effetti torsionali . . . . .	118
4.8	La <i>mesh</i> del modello fluidodinamico collassa sulla superficie della sfera a causa delle oscillazioni torsionali della struttura, dovute all'instabilità dello schema di accoppiamento esplicito . . . . .	119
4.9	Instabilità dell'accoppiamento esplicito: effetti flessionali . . . . .	121
4.10	Oscillazioni libere in acqua ferma: dati sperimentali e primi risultati numerici . . . . .	124
4.11	Schema di accoppiamento esplicito: effetto dell'ampiezza del passo temporale . . . . .	127
4.12	Schema di accoppiamento implicito: effetto della presenza delle iterazioni . . . . .	129
4.13	Accoppiamento esplicito: smorzamento relativo $\zeta$ al variare della durata del segnale analizzato . . . . .	134
4.14	Accoppiamento esplicito: smorzamento relativo $\zeta_{10}$ in funzione del passo temporale $\Delta t$ . . . . .	135
4.15	Accoppiamento implicito ( $\Delta t = 0,01$ s): smorzamento relativo $\zeta$ al variare della durata del segnale analizzato . . . . .	135
4.16	Accoppiamento implicito ( $\Delta t = 0,01$ s): smorzamento relativo $\zeta_{10}$ in funzione del numero di iterazioni . . . . .	136
4.17	Accoppiamento implicito ( $\Delta t = 0,005$ s): smorzamento relativo $\zeta$ al variare della durata del segnale analizzato . . . . .	136
4.18	Accoppiamento implicito ( $\Delta t = 0,005$ s): smorzamento relativo $\zeta_{10}$ in funzione del numero di iterazioni . . . . .	137
4.19	Costo computazionale delle Co-Simulazioni: rappresentazione grafica dei dati della tabella 4.5 a pagina 138. . . . .	139
A.1	Controlli della Co-Simulazione nel caso di accoppiamento implicito, presenti nell'interfaccia grafica di <i>STAR-CCM+</i> . . . . .	149
B.1	Modello approssimato per trasferire i dati sperimentali dal "polo sud" al centro della sfera. . . . .	154



## Elenco delle tabelle

2.1	Geometrie considerate . . . . .	50
2.2	Caratteristiche dell'acciaio dell'asta . . . . .	50
2.3	Differenti interpolazioni per ottenere lo smorzamento . . . . .	68
3.1	Analisi di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-filo	88
4.1	Caratteristiche della prova sperimentale di riferimento per le Co-Simulazioni di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta . . . . .	116
4.2	Schema di accoppiamento esplicito: frequenza e smorzamento relativo . . . . .	126
4.3	Schema di accoppiamento implicito: frequenza e smorzamento relativo . . . . .	130
4.4	Smorzamento relativo percentuale delle storie di spostamento delle differenti Co-Simulazioni, al variare della durata del segnale considerato per l'interpolazione . . . . .	132
4.5	Dati relativi al costo computazionale delle Co-Simulazioni effet- tuate . . . . .	138



# Sommario

I recenti sviluppi nell'ambito dell'analisi numerica e la crescente disponibilità di elevate potenze di calcolo sembrano fornire un ambiente adatto per affrontare lo studio dei problemi di Interazione Fluido-Struttura con metodi computazionali. La tecnica della Co-Simulazione, in particolare, sviluppa l'idea di accoppiare un programma di CFD con uno di analisi strutturale, allo scopo di simulare complessi fenomeni di FSI con un approccio di tipo partizionato, secondo il concetto di modularità del software; in questo modo, infatti, è possibile utilizzare programmi specifici e all'avanguardia nei rispettivi ambiti di impiego.

Questa tesi tratta dell'applicazione della Co-Simulazione ad un caso test, investigato sperimentalmente in precedenti lavori: il comportamento di un sistema sfera-asta, ossia un sistema oscillante costituito da una sfera fissata all'estremo libero di un'asta flessibile incastrata in sommità, immerso in acqua. Questo problema è volutamente semplice, ma presenta diversi aspetti di notevole interesse, oltre a risultare praticamente assente dagli studi di letteratura.

Il lavoro è stato affrontato in maniera graduale.

Inizialmente, sono state svolte analisi dinamiche passo-passo implicite sul modello strutturale, considerando il caso di oscillazioni libere in aria del sistema. La calibrazione dei parametri è stata effettuata grazie al confronto con i dati sperimentali forniti dagli studi precedenti. Sono state inoltre messe in luce le problematiche legate alla modellazione dello smorzamento.

Poi, sono state sviluppate le analisi URANS del modello fluidodinamico, in riferimento ai casi di sfera ferma in acqua corrente e oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-filo (sfera appesa ad un filo inestensibile).

Infine, sono state affrontate le Co-Simulazioni. È stato considerato il caso di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta, nell'ottica di verificare l'accuratezza delle analisi e approfondire i problemi di stabilità numerica legati ai differenti algoritmi di accoppiamento.

Le analisi svolte e i risultati ottenuti aprono la strada all'analisi numerica delle vibrazioni indotte dal distacco di vortici del sistema sfera-asta in acqua corrente. Inoltre, le conoscenze acquisite a riguardo della Co-Simulazione di fenomeni di Interazione Fluido-Struttura sono molto importanti, nell'ottica di applicare tale tecnica all'analisi numerica di problemi di rilevanza pratica nel campo dell'Ingegneria Strutturale.



# Introduzione

Ogni studente di Ingegneria Civile si imbatte, prima o poi, nella sfortunata vicenda del Ponte di Tacoma (*Tacoma Narrows Bridge*), crollato nel 1940 pochi mesi dopo l'apertura, per effetto di oscillazioni torsionali autoeccitate dovute al forte vento che spazzava le acque dello stretto omonimo. Da quel momento, le problematiche di Interazione Fluido-Struttura (*Fluid-Structure Interaction*, FSI), e in particolare le questioni legate alle vibrazioni indotte da distacco di vortici (*Vortex-Induced Vibrations*, VIV) sulle strutture snelle, sono diventate oggetto di numerosi studi, che hanno permesso da un lato di comprendere e approfondire i fenomeni fisici che stanno alla base di situazioni come quella che si è verificata col Ponte di Tacoma, dall'altro di proporre adeguate strategie per evitare il ripetersi di simili collassi.

Anche oggi, tuttavia, la determinazione dei carichi eolici sulle strutture, specialmente gli edifici alti e le strutture snelle, che per loro natura sono i soggetti più sensibili ai fenomeni di interazione dinamica con vento e correnti, risulta uno dei nodi cruciali nella progettazione e il problema è tutt'altro che risolto. Gli sforzi dinamici che il fluido esercita sul corpo della struttura, infatti, hanno come effetto una vibrazione che, in certe condizioni, può autoalimentarsi e, a sua volta, condizionare il campo di moto del fluido. Le azioni che il fluido esercita sul corpo risultano quindi essere il prodotto di tale interazione.

Se per i casi più semplici e ricorrenti le normative propongono soluzioni standardizzate e ampiamente collaudate, le situazioni progettuali che, per particolarità o per importanza, presentano caratteristiche specifiche, che si allontanano dalla strada tracciata dalla normativa, richiedono indagini più approfondite. Il ricorso alle prove sperimentali (in galleria del vento come in canaletta idraulica) è senz'altro una soluzione ampiamente e tradizionalmente praticata, anche se non è priva di inconvenienti: le tempistiche e soprattutto i costi elevati ne rendono difficoltosa l'integrazione all'interno del flusso di lavoro della progettazione.

L'alternativa che si sta proponendo con crescente insistenza è quella dell'analisi numerica. Negli ultimi anni la Fluidodinamica Computazionale (*Computational Fluid Dynamics*, CFD) è infatti emersa come utile strumento per lo studio dei fenomeni che caratterizzano l'interazione fra le sollecitazioni del vento (e in generale delle correnti fluide) e le strutture. In particolare, la possibilità di coinvolgere la CFD all'interno della modellazione numerica strutturale

“tradizionale” sta attirando l’attenzione di diverse *software house*, che sempre più spesso presentano sul mercato soluzioni che promettono di poter affrontare e risolvere con successo anche i problemi di Interazione Fluido-Struttura più complessi. Tuttavia, la simulazione numerica di tali problemi rimane ancora oggi una sfida aperta, a motivo della complessità della fisica che sta alla base dei fenomeni di FSI e del fatto che questi problemi richiedono di unire e mettere in comunicazione due ambiti (quello della dinamica strutturale e quello della fluidodinamica) che tradizionalmente, almeno per quello che riguarda il punto di vista numerico, sono stati affrontati per lo più separatamente. L’indagine computazionale di sistemi multifisici (e più in generale di sistemi accoppiati), pur essendo in realtà presente sulla scena della ricerca da diversi anni, si presenta quindi anche oggi come una tematica stimolante e attuale e si ritiene che essa possa rappresentare uno dei cardini dello sviluppo della meccanica computazionale nel prossimo futuro.

La tecnica della Co-Simulazione costituisce uno dei possibili approcci al problema. Essa permette di accoppiare due *software*, sviluppati indipendentemente per la modellazione strutturale e per l’analisi fluidodinamica, in un’unica simulazione, sfruttandone le rispettive potenzialità per risolvere, grazie allo scambio di informazioni tra i due programmi nel corso dell’analisi, situazioni di FSI anche complesse. Questo anche grazie al fatto che ciascuno dei due sottodomini (il fluido e la struttura), in cui è possibile suddividere il problema, viene trattato con metodi specifici e ampiamente consolidati.

È bene sottolineare fin d’ora, tuttavia, che questo accoppiamento comporta la nascita di problematiche specifiche, che è opportuno conoscere ed analizzare nel dettaglio per poter adottare adeguati accorgimenti, atti a prevenire o contenere effetti indesiderati sui risultati delle analisi.

Nel presente lavoro ci si propone proprio di applicare la tecnica della Co-Simulazione all’analisi di un problema di Interazione Fluido-Struttura, impiegando due prodotti *software* commerciali appositamente predisposti allo scopo: *Abaqus* e *STAR-CCM+*.

Si è scelto come problema di riferimento un caso semplice, apparentemente quasi banale, che però ben rappresentasse la categoria di situazioni che possono essere studiate con questa tecnica e che permettesse comunque di mettere in luce le numerose problematiche che bisogna affrontare in questo ambito. Si tratta di un sistema sfera-asta, immerso in una corrente d’acqua: l’asta, snella e flessibile, è vincolata con un incastro all’estremità superiore, mentre all’estremità inferiore è collegata solidamente ad una sfera (rigida); il sistema viene sollecitato e messo in vibrazione dal distacco alternato di vortici che avviene nel flusso attorno e a valle della sfera.

Lo studio di questo sistema costituisce già di per sé un argomento di ricerca, nel contesto dell’approfondimento del comportamento dinamico di corpi tozzi soggetti a vibrazioni indotte da distacco di vortici. L’interesse è legato al fatto che, in letteratura, è stata da sempre dedicata grande attenzione alle problematiche di FSI dei corpi cilindrici, ma l’analisi di strutture tridimensionali



---

come le sfere non è ancora ben sviluppata; i pochi lavori esistenti, inoltre, trattano quasi esclusivamente di sfere vincolate con un filo (il sistema va così a costituire un pendolo) e non con un'asta deformabile.

Su questo tema, negli ultimi anni, è stata maturata una notevole esperienza all'interno della sezione Ingegneria Idraulica del Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale del Politecnico di Milano, che ha condotto diversi approfondimenti, soprattutto di carattere sperimentale, specificamente rivolti all'indagine del comportamento di sistemi sfera-asta. Tali lavori costituiscono la premessa e, al tempo stesso, il quadro di riferimento in cui si inserisce questa tesi.

Il caso analizzato in questo lavoro è interessante anche perché ben si presta ad applicazioni nel campo della produzione di energia (tematica anch'essa molto attuale e oggetto di notevoli investimenti a tutti i livelli). Il contesto internazionale, infatti, vede una forte domanda di nuovi sistemi che possano produrre energia pulita da fonti rinnovabili e, recentemente, molti ricercatori e ingegneri si sono interessati al problema del recupero di energia (*energy harvesting*) da vibrazioni disponibili nell'ambiente. In particolare, negli ultimi anni, si sono moltiplicati gli studi di generatori alimentati da VIV su diverse scale, prevalentemente con riferimento ad una geometria cilindrica ma anche con un sistema del tipo sfera-asta.

Da quanto fin qui esposto emerge come il presente lavoro di tesi si colloca alla confluenza di due differenti filoni di ricerca: la modellazione numerica, volta alla progettazione strutturale, dei problemi tipici dell'ingegneria del vento da un lato, l'analisi del comportamento di sistemi oscillanti immersi in una corrente dall'altro.

Grazie alla collaborazione tra due distinti gruppi di ricerca, per altro ormai confluiti nell'unico Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, si tratterà quindi, partendo da una convergenza di interessi, di coniugare e conciliare le diverse esigenze, fondere ed armonizzare conoscenze e competenze, interfacciarsi con esperienze maturate negli anni in contesti differenti, con la grande opportunità (se non addirittura il privilegio) di poter attingere a due distinti bagagli culturali, assumendo ed alternando punti di vista e metodologie di lavoro differenti in un processo costruttivo e stimolante.

Il presente lavoro si pone quindi come una tesi di frontiera, che non vuole negare l'ambizione di collocarsi sullo spartiacque (si potrebbe dire anche sulla "superficie di interazione") che separa (o, meglio, che unisce, come tutti i confini, del resto) il mondo delle Strutture da quello della Meccanica dei Fluidi, ma anche sulla frontiera della ricerca nel settore dell'analisi numerica.

La tesi è organizzata in quattro capitoli.

Nel capitolo 1 si presenta un inquadramento generale della situazione da cui prende le mosse questo lavoro, raccogliendo e passando in rassegna le diverse problematiche che sono state in passato messe in evidenza in ambito

teorico, sperimentale e numerico. Dopo una panoramica sui problemi di Interazione Fluido-Struttura, viene illustrato il caso che è stato scelto di studiare; sono richiamati brevemente i fondamenti teorici che stanno alla base del comportamento atteso dal sistema sfera-asta in condizioni di VIV, sia sul versante fluidodinamico che su quello strutturale; sono riproposti i risultati presenti sull'argomento in letteratura e vengono sinteticamente descritti i lavori di tesi che sono stati già sviluppati su questo tema, riassumendo in particolare le campagne sperimentali che sono state condotte (i cui dati costituiscono il termine di paragone con cui sono stati raffrontati i risultati delle analisi numeriche del presente lavoro) e i limiti delle indagini numeriche svolte.

Alla luce delle diverse difficoltà evidenziate da questa prima fase del lavoro, appare più che mai opportuno semplificare ulteriormente il problema, isolando ed affrontando separatamente, per quanto possibile, l'analisi dei vari aspetti che intervengono in un caso comunque complesso come quello di FSI, prima di arrivare all'applicazione vera e propria della Co-Simulazione.

Il capitolo 2 tratta pertanto le analisi preliminari svolte sul solo modello strutturale, necessarie per essere in grado di garantirne la corretta calibrazione dei parametri e un'adeguata validazione dei risultati ottenibili. Si è scelto di considerare prove di oscillazione naturale del sistema in aria (e, in un secondo momento, a patto di introdurre opportune modifiche al modello strutturale, in acqua ferma). Viene descritto il modello che è stato realizzato e sono presentate le analisi svolte e il confronto dei risultati con i dati sperimentali e con un semplice modello di oscillatore ad un grado di libertà. Si mostra poi come le analisi possano integrare le informazioni di origine sperimentale, illustrando un breve approfondimento sul tema della rigidità della struttura, e si presentano alcune criticità legate alla modellazione del sistema strutturale, che riguardano in particolare l'aspetto dello smorzamento (che è risultato uno degli aspetti più delicati).

Il capitolo 3 riguarda invece le analisi preliminari relative al solo modello fluidodinamico. Si presentano brevemente i concetti di base della CFD, si descrive il modello che è stato ereditato dalle tesi precedenti e si illustrano i processi di calibrazione e validazione che in queste erano stati condotti (con riferimento sia alla situazione di sfera ferma immersa in corrente che ai casi di oscillazioni libere in acqua ferma e VIV di una sfera appesa ad un filo).

Il capitolo 4 è dedicato infine alla Co-Simulazione. Si introducono dapprima i concetti relativi alla modellazione numerica di problemi FSI mediante Co-Simulazione, in particolare per quello che riguarda i metodi partizionati, gli algoritmi di accoppiamento dei due *software* e i problemi di stabilità numerica che insorgono in queste situazioni. Si illustrano poi le Co-Simulazioni di oscillazioni libere in acqua ferma che sono state effettuate; queste hanno consentito di mettere in luce gli effetti della discretizzazione spaziale e temporale e dei diversi parametri di accoppiamento. Si sono valutati in particolare accuratezza, stabilità e onere computazionale delle diverse possibilità di accoppiamento, confrontando i risultati ottenuti con i dati sperimentali.

In Appendice si riportano infine i dettagli operativi delle analisi di Co-Simulazione, le procedure impiegate per l'analisi dei dati ricavati dalle simulazioni e alcune riflessioni sul tema dello smorzamento.



# Capitolo 1

## Il problema

L'obiettivo di questo primo capitolo è quello di fornire il panorama della situazione all'interno della quale si inserisce e si colloca il presente lavoro di tesi.

Inizialmente vengono presentati e classificati i diversi problemi di interazione fluido-struttura, esponendo i vari approcci con cui è possibile studiarli, con un particolare accento sull'analisi numerica e sulla tecnica della Co-Simulazione, che è la soluzione adottata nel presente lavoro.

Si introduce poi il caso che sarà oggetto di approfondimento (vibrazioni indotte dal distacco di vortici su corpi sferici) e lo si inquadra brevemente nel contesto teorico di riferimento.

Si passa quindi in rassegna lo stato dell'arte a riguardo delle problematiche di FSI per le sfere, tratteggiando il filone di ricerca in cui è situato questo lavoro e le criticità, emerse negli studi precedenti, che questa tesi dovrà occuparsi di fronteggiare.

Dopo aver messo in luce alcune peculiarità che caratterizzano i lavori sperimentali che sono stati scelti come riferimento per questa tesi, si illustrano sinteticamente le diverse fasi con cui essa è stata organizzata.

### 1.1 L'Interazione Fluido-Struttura

L'Interazione Fluido-Struttura riguarda lo studio delle problematiche legate all'interazione termo-meccanica di una struttura, più o meno deformabile, con un fluido in moto relativo rispetto ad essa. Una struttura a contatto con una corrente fluida liquida (acqua) o gassosa (aria), infatti, è inevitabilmente sottoposta a forze, per lo più di carattere dinamico, indotte dal moto del flusso circostante; come conseguenza di tale sollecitazione, sulla struttura nascono spostamenti e oscillazioni che, a loro volta, possono influenzare il campo di moto del fluido. Tali vibrazioni possono essere di ampiezza trascurabile o importante e possono portare a conseguenze più o meno rilevanti nel breve come nel medio e lungo periodo.

Dalle foglie degli alberi ai cartelli stradali, fino ad arrivare a strutture importanti come i ponti, esempi di FSI sono sotto i nostri occhi tutti i giorni. In particolare, fenomeni di questo tipo si incontrano frequentemente in diversi ambiti tipici dell'Ingegneria (Civile, Meccanica, Aerospaziale, Energetica, Biomedica, per non fare nomi). I campi di interesse applicativo riguardano infatti innumerevoli problemi, come edifici alti, ponti a grande luce, ciminiere, tunnel sommersi, cavi e tralicci di elettrodotti; strutture sommerse, galleggianti o semigalleggianti quali strutture di supporto per aerogeneratori; *risers* e in generale strutture e impianti connessi alle attività *offshore*, cavi sottomarini e sistemi per la produzione di energia.

Nel seguito viene presentata una possibile classificazione dei problemi di FSI, utile per inquadrare le caratteristiche fondamentali del fenomeno che si vuole indagare; vengono illustrate le differenti strategie con cui è possibile affrontarne lo studio; viene infine richiamata una panoramica di ciò che è possibile fare in ambito FSI dal punto di vista dell'analisi numerica, con particolare riferimento alla Co-Simulazione.

### 1.1.1 Classificazione

I problemi di Interazione Fluido-Struttura possono in primo luogo essere suddivisi, in base al tipo di interazione, in due categorie distinte: nella prima rientrano quelli caratterizzati da interazione di tipo monodirezionale, la seconda raccoglie invece quelli in cui l'interazione avviene in maniera bidirezionale.

Si parla di interazione monodirezionale (*one-way interaction*) quando il fluido esercita delle azioni sulla struttura, ma la risposta della struttura all'azione del fluido non ne altera in maniera significativa il campo di moto. Viceversa, rientrano in questo gruppo anche quelle situazioni in cui il movimento della struttura influisce sensibilmente sulle caratteristiche del campo di moto del fluido, anche se questo non ha effetto sul comportamento della struttura. Si tratta di fatto dei casi più semplici di FSI, quali, ad esempio, l'interazione di una persona che cammina con l'aria circostante: il movimento della camminata genera un flusso d'aria, il quale però non è in grado di esercitare forze significative sulla persona che lo ha provocato. Oppure l'accoppiamento di un fluido caldo con una struttura piuttosto rigida (situazione che si verifica spesso in ambito industriale); da un punto di vista termico il problema resta bidirezionale, ma dal punto di vista meccanico si tratta di un caso di interazione monodirezionale: infatti nella struttura insorgono sforzi e deformazioni di natura termica, provocati dall'interazione col flusso, che in generale però non alterano significativamente l'andamento del flusso del fluido. Si può citare anche il caso di un motore a combustione interna: il movimento del pistone determina in modo sostanziale il flusso nella camera di scoppio, anche se il moto del fluido ha un effetto trascurabile sulla deformazione del pistone e delle valvole.

Si parla invece di interazione bidirezionale (*two-way interaction*) nei casi in cui il moto e gli sforzi del fluido contribuiscono alla determinazione di spostamenti e deformazioni della struttura e, al tempo stesso, la risposta della struttura (e in particolare la sua velocità) ha un effetto significativo sul moto della corrente fluida. A questa categoria appartengono, in generale, i problemi più complessi di FSI, in cui l'interconnessione tra la parte strutturale e quella fluidodinamica è fondamentale ai fini della comprensione piena del fenomeno in esame. A titolo di esempio è possibile considerare l'interazione tra un aeroplano e un flusso stazionario incidente (gli sforzi e le conseguenti deformazioni che la corrente fluida fa nascere nella struttura del velivolo alterano la forma dell'aereo e pertanto ne modificano le caratteristiche aerodinamiche), così come le diverse situazioni legate al mondo dell'aeroelasticità (sia nel campo aeronautico e aerospaziale che in quello civile e meccanico).

I problemi di Interazione Fluido-Struttura, e in particolare quelli che presentano natura bidirezionale, possono poi essere classificati sulla base del grado di accoppiamento (cioè sull'entità dell'interazione tra compagine strutturale e dominio fluido): si distinguono pertanto problemi debolmente accoppiati (*weak coupling*) e problemi fortemente accoppiati (*strong coupling*).

Un problema di FSI risulta debolmente accoppiato quando la risposta della struttura ad un disturbo nel fluido è "lenta" rispetto alla scala temporale del fluido e, viceversa, la risposta del campo di moto del fluido ad un disturbo nella struttura è "lenta" rispetto ad essa. Come esempio si può considerare una struttura inflessa in un flusso stazionario. Se l'obiettivo è quello di determinare semplicemente lo stato – stazionario, appunto – assunto dal sistema dopo un certo tempo, è possibile disinteressarsi di tutto quello che accade nel transitorio iniziale (cioè di *come* si raggiunge la situazione finale) e concentrarsi invece sulla deformata assunta dalla struttura in condizioni di regime. In questa situazione si può parlare di *weak coupling* poiché la struttura deformata è ferma (o, meglio, la velocità dei suoi punti è prossima allo zero) e non esercita nessun movimento sul campo di fluido. Il tempo fisico non ha nessun ruolo in questo caso.

Problemi fortemente accoppiati sono, al contrario, quelli in cui la fisica del problema determina tra i due sottosistemi (struttura e fluido) un'interconnessione reciproca e rilevante. Si tratta quasi sempre di situazioni in cui l'aspetto dinamico risulta decisamente significativo, sia per quello che riguarda le spinte idrodinamiche che dal lato delle velocità della struttura. Solitamente rientrano in questa categoria i casi in cui una struttura, tendenzialmente leggera e non eccessivamente rigida, si ritrova ad interagire con un fluido pesante e generalmente incomprimibile: un ruolo chiave in questo senso è giocato dal rapporto tra le masse strutturali e la massa del fluido che viene messo in movimento dall'interazione. Ad esempio, una struttura che interagendo con l'aria può ancora essere ritenuta sufficientemente rigida da realizzare un'interazione debole, quando si ritrova ad interfacciarsi con l'acqua sarà molto più facilmente in condizioni di accoppiamento forte. Un altro esempio è fornito dall'ambito

navale: le navi galleggiano proprio perché sono più leggere della massa d'acqua che spostano, per cui si tratterà sempre di problemi fortemente accoppiati.

In ogni caso occorre ricordare che la distinzione tra le diverse categorie di problematiche che sono state presentate non è sempre immediata e ci sono diverse situazioni reali che si prestano a differenti interpretazioni; tra accoppiamento debole e accoppiamento forte ci possono essere infatti molte condizioni intermedie. Tuttavia, l'inquadramento di un problema di FSI secondo i criteri che sono stati illustrati può essere vantaggioso nell'ottica della scelta del metodo di analisi più opportuno.

### 1.1.2 Metodi di indagine

Come affrontare lo studio dei problemi di Interazione Fluido-Struttura?

In primo luogo si può pensare ad un approccio di tipo sperimentale: riprodurre in canaletta idraulica oppure in galleria del vento i fenomeni che si vogliono indagare, osservando e misurando con opportuna strumentazione il comportamento del sistema nelle condizioni che si è scelto di ricostruire. Questa soluzione, che a prima vista sembrerebbe quella più semplice e quella dall'esito più certo e garantito, non è in realtà priva di ostacoli e insidie (di questo si tratterà più diffusamente al paragrafo 1.6). Per il momento basti pensare ai problemi di scala, ai costi delle prove e degli strumenti di misura, alle incertezze comunque presenti nei dati di origine sperimentale e a tutti quei fattori che non sempre è possibile controllare completamente quando si ha a che fare con un sistema reale.

Si rende pertanto conveniente, se non addirittura necessario, valutare delle alternative.

Un'altra strategia possibile è quella dell'analisi numerica: considerando le capacità di calcolo che oggi sono disponibili a costi relativamente contenuti e le nozioni ormai consolidate nell'ambito nella modellazione matematica sempre più raffinata dei fenomeni fisici, sia dal lato dell'analisi strutturale che sul fronte della fluidodinamica, attualmente l'approccio numerico allo studio dei problemi di FSI risulta praticabile e promettente. Tuttavia occorre considerare che in ambito numerico è sempre opportuno sviluppare una specifica esperienza e sensibilità per impostare modelli coerenti e consistenti ed essere in grado di recepire in maniera critica i risultati forniti dalle simulazioni (i codici di calcolo non sono dei videogiochi); che, anche dove la prassi numerica appare oggi sostanzialmente consolidata (come nel caso dell'analisi strutturale e dell'analisi fluidodinamica considerate singolarmente), quando si tratta di affrontare problemi nuovi, in particolare in ambito multifisico (come avviene con l'Interazione Fluido-Struttura), le complicazioni sono innumerevoli e spesso difficilmente prevedibili; che è sempre necessaria una validazione dei modelli impiegati mediante casi test e confronti con risultati sperimentali o teorici.

Da quanto affermato fino a qui emerge chiaramente come, oggi più che mai, l'indagine sperimentale e l'analisi numerica non possono più essere considerate



come alternative tra cui scegliere, di volta in volta, in funzione del problema in esame, dei tempi e delle risorse disponibili, dell'esperienza e della preferenza soggettiva. Piuttosto, via sperimentale e via numerica sono da riguardare come due approcci complementari e non esclusivi, ciascuno in grado di dire qualcosa (ma sicuramente non tutto) sulla questione che si vuole indagare, ciascuno caratterizzato dai propri vantaggi e dai propri limiti, senza pretese di superiorità e di esaustività. Un approccio di tipo integrato, che sappia armonizzare i risultati ottenuti dalla sperimentazione e dalla simulazione numerica in un quadro unitario, appare quindi come il metodo di indagine auspicabile quando ci si imbatte nello studio di problemi di Interazione Fluido-Struttura.

In parallelo alle possibilità fin qui delineate, è sempre raccomandabile tenere presente il punto di vista teorico, utile per prevedere, comprendere ed interpretare i comportamenti rilevati nelle prove sperimentali e nelle analisi numeriche. Tuttavia lo sviluppo di un quadro teorico robusto e maturo richiede un lungo lavoro di studio e sicuramente anche un raffronto con la sperimentazione e la modellazione numerica.

Un'ultima strada possibile è poi quella della modellazione semplificata del problema. Si tratta sostanzialmente di elaborare dei modelli tendenzialmente semplici, che però siano in grado di cogliere con sufficiente accuratezza un particolare aspetto del fenomeno considerato, in modo da ridurre la complessità del problema iniziale e permettere di affrontarne lo studio più agevolmente. Questo approccio risulta interessante, anche se quello che si ottiene è solitamente qualcosa di specifico, riferito al particolare problema analizzato e difficilmente riutilizzabile in casi differenti, se non a fronte di un ulteriore sviluppo del modello. Un esempio in ambito FSI è quello dell'*oscillatore equivalente*, proposto da Diana e Gasparetto (1980) per simulare il distacco di vortici da corpi cilindrici mediante un sistema di masse, molle e smorzatori opportunamente tarati.

### 1.1.3 L'approccio numerico

Le possibilità di indagare un problema di Interazione Fluido-Struttura da un punto di vista numerico sono molteplici e in generale variano a seconda del tipo di problema considerato. La tecnica della Co-Simulazione adottata in questo lavoro non è infatti l'unica alternativa possibile.

Si può pensare ad un approccio monolitico, che consiste nel riformulare i problemi del comportamento del fluido e della dinamica della struttura all'interno di un unico modello, risolvendo il quale è possibile ottenere contemporaneamente la risposta fluidodinamica e quella strutturale. Il problema è che, spesso, i metodi messi a punto in ambito CFD non sono i più indicati per l'analisi di strutture deformabili e viceversa, e in certi casi questo può comportare delle limitazioni (specialmente per strutture costituite da elementi "monodimensionali" –travi– e "bidimensionali" –gusci e membrane–). Si tratta

comunque di un approccio possibile e sviluppato anche all'interno di codici commerciali.

In particolari situazioni, la struttura può essere, magari in prima approssimazione, assimilata ad un corpo rigido (almeno per quello che riguarda l'interazione con fluido, nel senso che le deformazioni strutturali non modificano sensibilmente le forze di interazione); in questi casi è sufficiente accoppiare alla CFD l'analisi dinamica di un corpo rigido a 6 gradi di libertà (sono sempre possibili successivi approfondimenti della risposta dal lato strutturale che prendano in considerazione anche la deformabilità locale della struttura).

Un'altra possibilità, particolarmente utile quando sia dal lato struttura che dal lato fluido è necessaria una particolare cura nella modellazione, è quella di impiegare due *software* differenti e specifici. Per l'accoppiamento dei due programmi si presentano due modalità alternative: l'accoppiamento basato su file (*file based coupling*) e la Co-Simulazione vera e propria.

In caso di *file based coupling*, più indicato per problemi monodirezionali, lo scambio di dati tra il *software* di CFD e quello di analisi strutturale avviene per mezzo di file ed è gestito dall'utente, che deve preoccuparsi direttamente di esportare e importare informazioni e avviare le due analisi separatamente. Trattare un problema di interazione bidirezionale in questo modo sarebbe davvero molto laborioso.

Dovendo affrontare lo studio di problemi FSI fortemente accoppiati e bidirezionali, la soluzione più appropriata ed efficace è la Co-Simulazione. Si tratta di un'analisi integrata in cui i due programmi lavorano "contemporaneamente" (in sequenza o direttamente in parallelo) e si scambiano automaticamente e in maniera sincronizzata i dati dell'analisi in corso in corrispondenza di determinati istanti temporali. In certi prodotti *software* commerciali (come ad esempio quelli impiegati in questo lavoro) la Co-Simulazione è già stata implementata, negli altri casi è richiesto uno specifico intervento di programmazione da parte dell'utente per gestire la sincronizzazione delle due analisi e il flusso di informazioni tra i due programmi. Per i dettagli relativi alla Co-Simulazione si rimanda al capitolo 4.

I vantaggi che la tecnica della Co-Simulazione porta con sé sono diversi. Il principale, che poi è anche quello che ha determinato la scelta di adottare tale tecnica per affrontare il presente lavoro, e che ne sta causando la crescente diffusione, riguarda sicuramente il concetto di *modularità del software* che inevitabilmente la accompagna, e cioè la possibilità di impiegare per l'analisi di problemi "nuovi" degli strumenti "vecchi": nel senso che la Co-Simulazione permette di confrontarsi con problemi accoppiati di Interazione Fluido-Struttura senza dover ricorrere a formulazioni ed implementazioni originali, specifiche e dedicate, ma utilizzando semplicemente i codici di calcolo già sviluppati e consolidati nei rispettivi ambiti di applicazione (CFD da un lato e meccanica computazionale dall'altro). Questo aspetto rappresenta senza dubbio una grande potenzialità. Ovviamente c'è anche un rovescio della medaglia, che consiste principalmente nell'alto costo computazionale delle analisi e nella

possibilità che, in fase di Co-Simulazione, nascano problemi numerici inattesi e difficilmente identificabili (che non si manifesterebbero invece sui modelli dei due sottosistemi considerati singolarmente).

## 1.2 Caso di studio

Questo lavoro si è occupato di affrontare con un approccio numerico (e in particolare quello della Co-Simulazione) lo studio di un problema di vibrazioni indotte dal distacco di vortici. Si tratta di un problema di Interazione Fluido-Struttura bidirezionale e fortemente accoppiato (che è il caso più complesso e stimolante dal punto di vista computazionale, ma anche quello di gran lunga più ricorrente nelle applicazioni).

I vortici che si staccano alternativamente da un corpo tozzo (*bluff body*) immerso in una corrente fluida esercitano su di esso una sollecitazione trasversale al flusso con andamento temporale oscillatorio, a cui il corpo risponde con un moto altrettanto oscillatorio. Se, in generale, queste oscillazioni hanno ampiezza ridotta e talvolta addirittura trascurabile, perché l'intensità dell'azione del fluido non è mai particolarmente importante, quando la frequenza della sollecitazione si avvicina alla frequenza propria di oscillazione della struttura (cioè del corpo tozzo e del suo sistema di vincolamento) l'ampiezza della risposta aumenta fino a diventare della stessa entità delle dimensioni del corpo. Si parla di vibrazioni indotte da vortici nel senso che, in queste condizioni, il fenomeno del distacco dei vortici è guidato dal moto della struttura e si sincronizza con esso, comportando un trasferimento di energia dal fluido alla struttura, che questa può dissipare solo a fronte di spostamenti molto grandi.

Si è cercato di individuare un caso applicativo semplice, in quanto si tratta di problematiche già di per sé molto complesse, in particolare da trattare in modo numerico. Si è così scelto di analizzare il comportamento di un sistema costituito da una sfera rigida e un'asta flessibile connesse in modo solidale tra loro; l'asta è poi vincolata mediante un incastro all'altra estremità; il tutto viene investito da una corrente d'acqua.

Le particolarità che questo sistema, pur nella sua semplicità, presenta sono molteplici: la geometria sferica in luogo della più tradizionale geometria cilindrica, il sistema di vincolamento realizzato mediante un'asta flessibile al posto di un filo inestensibile (soluzione solitamente adottata per lo studio della sfera), la completa tridimensionalità (il caso di un cilindro sufficientemente lungo può invece essere affrontato anche come problema bidimensionale, anche se si tratta di un approccio comunque limitato perché le strutture vorticosi che si generano a valle dell'ostacolo sono sempre tridimensionali) e la grande deformabilità della struttura, che richiede un'adeguata modellazione.

Il caso scelto si rivela quindi fin da subito tutt'altro che banale: si tratta invece di un problema particolare ed interessante, che ben si presta ad uno specifico approfondimento.

Si propone pertanto nei prossimi paragrafi un breve richiamo dei concetti teorici che stanno alla base del problema e una sintesi dello stato dell'arte riguardo al caso della sfera e in particolare al sistema sfera-asta, spaziando dalla letteratura alle tesi di laurea da cui questo lavoro prende le mosse.

## 1.3 Inquadramento teorico

Non si ha la pretesa di presentare in questa sede una trattazione esaustiva e completa degli argomenti teorici che costituiscono il fondamento dei problemi analizzati in questo lavoro. Si ritiene comunque opportuno farvi cenno, rimandando alla lettura di testi dedicati per un approfondimento delle diverse tematiche elencate.

### 1.3.1 Fluidodinamica

La fluidodinamica si occupa di studiare il comportamento di fluidi (liquidi o gas) in movimento, trattandoli come sistemi continui, attraverso l'elaborazione di modelli che possano interpretare e prevedere tale comportamento.

I due possibili punti di vista che occorre avere sempre presenti in fluidodinamica sono quello lagrangiano e quello euleriano. In particolare, l'*approccio lagrangiano* considera l'evoluzione delle diverse proprietà delle singole particelle di fluido, "seguendole" nel loro moto, mentre l'*approccio euleriano* si concentra su una regione fissa nello spazio e sulle proprietà del fluido che, istante dopo istante, l'attraversa. L'ottica più comunemente adottata in ambito fluidodinamico è quella euleriana.

### Le equazioni di Navier-Stokes

Le equazioni che governano il moto dei fluidi non sono altro che una rielaborazione matematica delle *leggi di conservazione* della fisica: la conservazione della massa del fluido, della sua quantità di moto e della sua energia (quest'ultima è da considerare solo se si vogliono analizzare anche gli aspetti termodinamici della situazione, che però non saranno affrontati in questo lavoro).

Si ottiene l'equazione di continuità imponendo la conservazione della massa per un elementino infinitesimo di fluido: il bilancio avviene tra l'incremento di massa contenuta all'interno dell'elementino e l'apporto netto di massa che attraversa le pareti dell'elemento di controllo stesso (funzione della densità e della velocità del fluido).

La seconda legge di Newton applicata ad una particella di fluido in moto, invece, afferma la conservazione della quantità di moto: la variazione della

quantità di moto della particella eguaglia la somma delle forze agenti su di essa (costituite dagli sforzi<sup>1</sup> presenti nel fluido e dalla gravità, nel caso in esame).

Introducendo l'ipotesi di fluido Newtoniano e isotropo, è possibile esprimere gli sforzi viscosi in funzione della velocità di deformazione del fluido attraverso una costante di proporzionalità, la viscosità dinamica  $\mu$ . Si tratta di una sorta di “legame costitutivo” che, sostituito nelle equazioni di conservazione, permette di ottenere le equazioni di Navier-Stokes (ricavate nel dettaglio, ad esempio, in Versteeg e Malalasekera, 2007), un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali in cui compaiono come incognite le componenti della velocità, la pressione e la densità del fluido.

L'ipotesi di fluido incomprimibile, verificata praticamente sempre in acqua (e in aria solo quando le variazioni di densità con la pressione hanno effetti trascurabili e possono essere ignorate, cioè in caso di velocità del fluido “basse”), permette di semplificare la trattazione del problema, eliminando la densità dalla rosa delle incognite del problema.

Si raggiunge così il bilancio tra il numero di equazioni e il numero di incognite e il problema è formalmente chiuso e può essere teoricamente risolto, a patto di specificare le opportune condizioni iniziali e al contorno per il caso in esame. In pratica non si riesce ad ottenere quasi mai la soluzione in forma chiusa del problema.

## Turbolenza e RANS

Il regime di moto di una corrente fluida può essere laminare o turbolento. Un moto si definisce *laminare* quando la velocità delle particelle tende ad essere coincidente con la velocità media del flusso (filetti di fluido adiacenti scorrono ordinatamente uno accanto all'altro). Al contrario, prende il nome di *turbolento* quel moto per lo studio del quale non è possibile ignorare la componente di turbolenza della velocità. Si tratta, in questo secondo caso, di moti instabili, caotici e casuali, in cui velocità e pressione risultano essere molto variabili sia nel tempo che nello spazio.

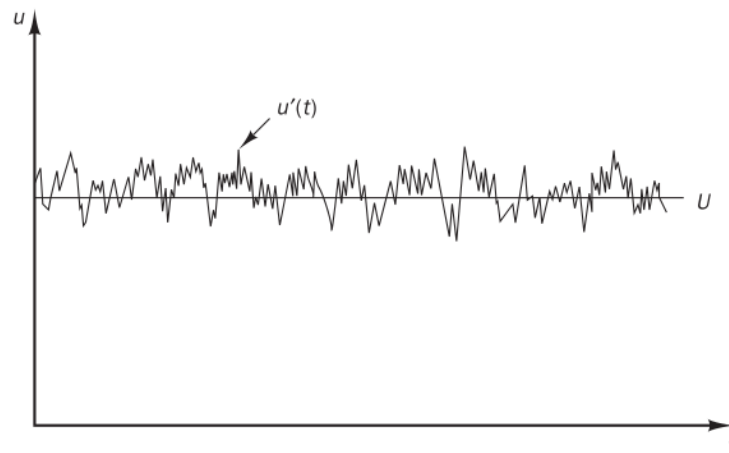
Il parametro di riferimento, per identificare se il moto è laminare o turbolento, è un gruppo adimensionale che prende il nome di *numero di Reynolds* ed è definito come:

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (1.1)$$

dove:  $\rho$  è la densità del fluido,  $U$  è la velocità di riferimento (nel nostro caso è la velocità del flusso lontano dall'ostacolo),  $D$  è una lunghezza di riferimento (nel nostro caso si utilizza il diametro della sfera) e  $\mu$  è la viscosità dinamica del fluido precedentemente introdotta.

---

<sup>1</sup>In fluidodinamica si usa separare la componente isotropa –la pressione– dalla componente deviatorica –gli sforzi che nascono durante il moto per effetto della viscosità– del tensore degli sforzi.



**Figura 1.1** Tipica misura puntuale di velocità in un flusso turbolento (Versteeg e Malalasekera, 2007)

Si può mostrare che il numero di Reynolds rappresenta il rapporto fra le forze d'inerzia e le forze viscosse. Per  $Re$  bassi le resistenze viscosse e le forze di inerzia sono confrontabili e si realizza un moto ordinato, laminare; per numeri di Reynolds elevati, invece, le forze d'inerzia prevalgono e si realizza un regime di moto caotico, di tipo turbolento. Conoscere il numero di Reynolds permette di fare una previsione sul regime di moto che si andrà ad instaurare. Il valore di Reynolds critico, per il quale si dovrebbe avere il passaggio da regime laminare a turbolento, dipende dal problema in esame.

La natura casuale di un flusso turbolento impedisce di ottenere una descrizione “economica” del moto di tutte le particelle fluide. La figura 1.1 mostra che la velocità  $u(t)$  misurata in un punto può essere riguardata come la sovrapposizione di due contributi distinti, il valore medio  $U$  e la variazione rispetto alla media (la componente fluttuante  $u'(t)$ ):

$$u(t) = U + u'(t) \quad (1.2)$$

Anche per la pressione si possono individuare due analoghi contributi. Questo approccio, detto *scomposizione alla Reynolds*, permette di caratterizzare un flusso turbolento in termini dei valori medi delle proprietà del flusso e di una descrizione di tipo statistico delle loro fluttuazioni attorno al valore medio.

La componente turbolenta del moto è legata in particolare alla presenza di vortici, di diverse dimensioni e orientazione spaziale ma sempre tridimensionali, che provocano un effetto di miscelazione del fluido e danno luogo al trasferimento e alla progressiva dissipazione di energia dal flusso medio ai vortici via via più piccoli. La conseguenza è l'aumento delle perdite energetiche connesso ai flussi turbolenti.

Gli effetti delle fluttuazioni dovute ai vortici turbolenti sulle proprietà del flusso medio, poi, riguardano anche la nascita di sforzi aggiuntivi, originati dagli scambi di quantità di moto legati alla turbolenza. Questi possono essere messi

in evidenza introducendo nelle equazioni di Navier-Stokes, valide nel generico istante temporale, la scomposizione alla Reynolds di velocità e pressione, effettuando la media nel tempo e separando poi i termini legati alle proprietà del flusso medio da quelli aggiuntivi in cui compaiono le componenti turbolente: questi termini possono essere interpretati proprio come degli sforzi turbolenti aggiuntivi, noti come *sforzi di Reynolds*, che affiancano gli sforzi viscosi nel caso di moti turbolenti. Si ottengono in questo modo le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (*Reynolds-averaged Navier-Stokes equations*, RANS).

È possibile, a questo punto, considerare come variabili del problema le medie temporali di velocità e pressione al posto del loro valore istantaneo e risolvere con questo set di equazioni il campo di moto medio del flusso. Per la determinazione degli sforzi di Reynolds, è necessario introdurre però una o più equazioni di chiusura del modello: si tratta di equazioni di trasporto aggiuntive, che riguardano quantità globalmente rappresentative della turbolenza (come l'energia cinetica turbolenta e la dissipazione viscosa), in funzione delle quali è possibile ricostruire tutte le diverse componenti degli sforzi di Reynolds. Tali equazioni vanno a costituire i *modelli di turbolenza*.

Una trattazione di quanto illustrato e dei diversi modelli di turbolenza che sono stati sviluppati è presente, ad esempio, in Versteeg e Malalasekera (2007).

L'approccio di tipo RANS è alla base della metodologia più diffusa per l'analisi numerica di flussi turbolenti. Infatti sarebbe molto costoso, in termini computazionali, il calcolo delle componenti fluttuanti del moto, ma è fondamentale invece poter considerare quali sono i suoi effetti sul campo di fluido medio.

Il moto di un fluido turbolento a contatto con una parete solida presenta delle caratteristiche particolari, che lo differenziano da un flusso turbolento generico.

Sulla superficie della parete solida, infatti, la velocità relativa tra il fluido e la parete si annulla e ciò comporta che, in prossimità della parete, nascano elevati gradienti di velocità (della velocità media, in particolare); questi, a loro volta, determinano la nascita di sforzi viscosi nel fluido e una decisa produzione di turbolenza.

Si viene così a configurare nel fluido uno *strato limite*, che, se osservato alla scala opportuna, presenta delle caratteristiche "universali" e indipendenti dalle proprietà del moto del fluido lontano dalla parete.

Per riprodurre adeguatamente il comportamento del fluido in questa situazione, sono state proposte delle *leggi di parete*, che descrivono attraverso un modello l'andamento della velocità del flusso in funzione della distanza dalla parete stessa. In alternativa all'impiego delle leggi di parete, sono attualmente disponibili ed utilizzati dei modelli di turbolenza appositi, detti *low Reynolds number turbulence models*, specificamente adatti a riprodurre correttamente lo strato limite e l'andamento del flusso in prossimità di una parete.

### 1.3.2 *Vortex-Induced Vibrations*

Nei problemi di flussi esterni, si ha un oggetto completamente immerso in un campo di fluido uniforme che lo investe; lo scopo, in generale, è studiare sia il comportamento del fluido che le azioni che esso esercita sul corpo, che rappresenta un ostacolo per il flusso.

La presenza dell'ostacolo modifica le traiettorie del fluido, il campo di velocità e la distribuzione della pressione; le forze che il fluido esercita sul corpo sono le risultanti delle pressioni e degli sforzi viscosi (normali e tangenziali) che agiscono sulla superficie esterna dell'ostacolo, attraverso la quale avviene l'interazione col fluido.

È possibile definire la forza di trascinamento (*drag*) come la componente della risultante nella direzione della velocità  $U$  del flusso incidente (*stream-wise*), mentre la forza di portanza (*lift*) è la componente della risultante in direzione normale al flusso (*cross-flow*).

Solitamente queste forze vengono adimensionalizzate tenendo conto della densità  $\rho$  del fluido, della velocità del flusso e delle dimensioni dell'ostacolo (nel caso della sfera si considera l'area frontale investita dal flusso). Si ottengono così i coefficienti di drag e lift:

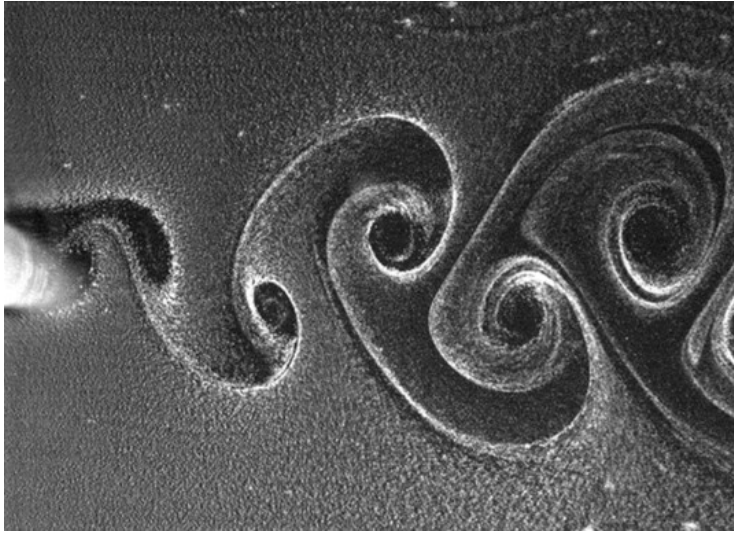
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2(\pi D^2/4)} \quad (1.3)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2(\pi D^2/4)} \quad (1.4)$$

dove  $F_D$  e  $F_L$  sono le forze di drag e lift rispettivamente e  $D$  rappresenta il diametro della sfera. I coefficienti di drag e lift dipendono dalle caratteristiche geometriche del corpo immerso (cioè dalla sua forma) e dal numero di Reynolds, oltre che dalla scabrezza superficiale dell'ostacolo.

A questo punto occorre introdurre la distinzione tra moti separati e moti non separati. Infatti, in funzione della geometria dell'oggetto e delle proprietà del fluido, si possono verificare due situazioni distinte: se la velocità del fluido è molto bassa o si è in presenza di un fluido molto viscoso, quando questo raggiunge l'oggetto è dotato di quantità di moto modesta, le linee di corrente seguono il profilo dell'oggetto senza staccarsene e si parla di moto non separato; quando invece il fluido è dotato di una velocità elevata o ha bassa viscosità, a partire da un certo punto, le linee di corrente cessano di correre lungo l'oggetto e si realizza un distacco di vena fluida (il regime di moto si definisce allora separato). In questo secondo caso, il fluido che si stacca dalla parete del corpo immerso mette in movimento, verso monte, nella direzione dell'ostacolo, il volume di fluido che si trova immediatamente a valle dell'ostacolo stesso, in modo da riempire il vuoto che si verrebbe altrimenti a creare; si forma quindi una zona di ricircolo del fluido, detto vortice. In generale la presenza di spigoli è un fattore che favorisce il distacco di vortici.





**Figura 1.2** Distacco alternato di vortici da cilindro fermo in corrente stazionaria

Il problema della separazione è decisivo nello studio dell'interazione fra il campo fluido e il corpo. Risultano interessanti e particolarmente complessi i casi in cui non si conosce a priori il punto di distacco dei vortici, ad esempio in assenza di sezioni di discontinuità, come spigoli vivi, nella forma dell'oggetto (è il caso della sfera oggetto di questo lavoro, così come quello del cilindro a sezione circolare a cui sono stati dedicati molti studi).

La separazione del flusso, poi, può portare ad un distacco di vortici (*vortex shedding*) in modo alternato da un lato all'altro dell'ostacolo (figura 1.2). Tale fenomeno, unito agli effetti di turbolenza, porta spesso ad avere delle azioni di drag e lift di tipo dinamico, che sono variabili nel tempo in modo armonico, la cui frequenza dipende dalla velocità della vena fluida e dalla geometria del corpo. Per la descrizione del campo di forze sul corpo risulta quindi significativo caratterizzare le due componenti della forzante in termini di valor medio, ampiezza di oscillazione e frequenza.

In questo ambito, è importante l'introduzione del numero di Strouhal, definito come:

$$S_t = \frac{f_s D}{U} \quad (1.5)$$

dove  $f_s$  è la frequenza di distacco dei vortici nel caso di ostacolo fermo. Si tratta in sostanza della costante di proporzionalità che lega velocità del flusso, dimensioni dell'ostacolo e frequenza di distacco dei vortici. Il valore del numero di Strouhal è proprio di ogni oggetto ed è legato al numero di Reynolds (risulta però pressoché costante per un vasto intervallo di valori di quest'ultimo).

Un altro aspetto è quello relativo all'interazione fra il corpo e il campo di fluido. In particolare, le forze dinamiche esercitate dal fluido sul corpo possono metterlo in vibrazione; tali vibrazioni vanno a loro volta a influenzare il campo fluido e, di conseguenza, anche le forze agenti sul corpo stesso. È proprio in

queste situazioni che si parla di *vibrazioni indotte da distacco di vortici*, poiché l'accoppiamento fra il comportamento del fluido e quello della struttura gioca un ruolo molto rilevante.

In particolare, i fenomeni che si osservano nel contesto VIV sono due: un moto oscillatorio significativo in direzione trasversale rispetto al flusso (le ampiezze sono dell'ordine delle dimensioni del corpo immerso), che si esprime però solamente in un intervallo limitato di velocità del fluido, e, al tempo stesso, una significativa variazione delle frequenze di distacco dei vortici.

Entrambi sono dovuti al fatto che l'azione di forze dinamiche su un corpo può portare a un'amplificazione degli effetti sul corpo stesso, quando la frequenza della forzante si avvicina alla frequenza propria del corpo. Si verifica infatti che, se la frequenza di oscillazione dell'ostacolo (la sfera) risulta essere prossima alla frequenza di distacco di vortici nel caso di oggetto fisso, il distacco di vortici si sincronizza con le oscillazioni e si hanno ampiezze elevate (si parla di intervallo di sincronismo o di *lock in*). Al contrario, se le oscillazioni avvengono con una frequenza sufficientemente distante dalla frequenza di distacco dei vortici per l'ostacolo fisso, distacco di vortici e moto oscillatorio interagiscono fra loro, ma non si ha sincronismo né un'eccessiva amplificazione.

La condizione di distacco dei vortici risulta quindi potenzialmente gravosa e pericolosa per strutture snelle. Per ulteriori dettagli si veda, ad esempio, Païdoussis et al., 2010.

È necessario infine introdurre il concetto di *massa aggiunta*, a cui si farà costantemente riferimento nello sviluppo di questo lavoro. Quando un corpo immerso in un fluido è sottoposto ad una accelerazione (come accade in presenza di oscillazioni), esso deve inevitabilmente spostare una parte del volume del fluido che lo circonda, coinvolgendolo nel proprio moto; questo si traduce all'atto pratico in un incremento dell'inerzia del sistema che si sta muovendo. Per tenere conto di questo effetto si introduce allora l'idea della massa aggiunta come massa del volume di fluido che viene coinvolto nel moto del corpo (di fatto è il volume di fluido avente inerzia equivalente a quella "introdotta" nel sistema a causa dell'accelerazione impressa al fluido che circonda il corpo immerso). La massa aggiunta viene solitamente quantificata attraverso un coefficiente adimensionale, il coefficiente di massa aggiunta  $C_A$ , definito come il rapporto tra la massa aggiunta  $m_A$  e la massa del fluido spostato dal corpo  $m_d$  (*displaced mass*), che a sua volta è pari al prodotto tra la densità del fluido  $\rho$  e il volume del corpo immerso:

$$C_A = \frac{m_A}{m_d} \quad (1.6)$$

Si tratta di un coefficiente che dipende dalla forma del corpo immerso e, nel caso della sfera, si ha  $C_A = 0,5$ .

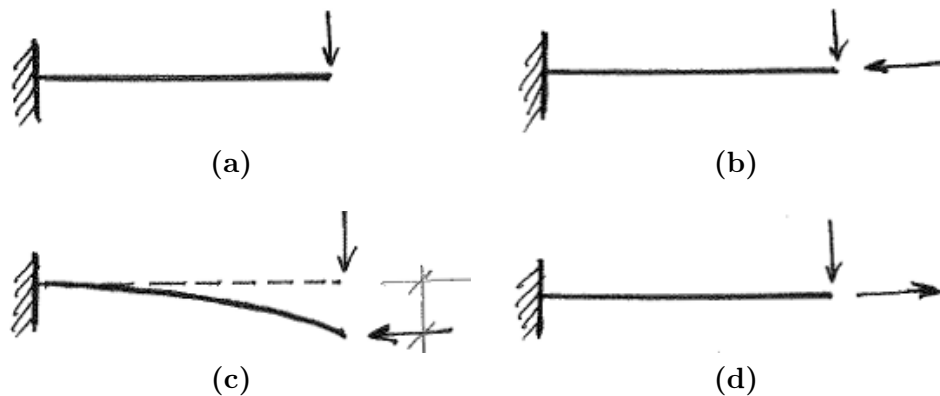


Figura 1.3 Effetti geometrici nelle aste snelle: esempi

### 1.3.3 Effetti geometrici nelle aste snelle

Sul versante strutturale, lo studio del sistema che costituisce l'oggetto del presente lavoro si fonda sulla teoria della trave e sulle nozioni legate all'analisi del comportamento dinamico di sistemi oscillanti smorzati a un grado di libertà e a tanti gradi di libertà, nel dominio del tempo e nel dominio delle frequenze; invita poi a richiamare le problematiche degli effetti geometrici nelle aste snelle.

Solitamente per l'analisi strutturale si utilizza un approccio cosiddetto *al primo ordine*, che si fonda sull'ipotesi di piccoli spostamenti e deformazioni considerata nella sua interezza: non solo quindi spostamenti piccoli (governati pertanto da relazioni geometriche lineari o linearizzate) e deformazioni piccole (ottenibili dagli spostamenti attraverso un operatore di congruenza lineare), ma anche riferimento alla configurazione indeformata della struttura in esame per la valutazione dello stato di sforzo che nasce nella stessa per effetto dei carichi applicati. Se la struttura è sufficientemente rigida e la configurazione di carico lo consente, si considera quindi il solo contributo lineare di spostamenti e deformazioni e si trascura l'effetto che la deformazione strutturale esercita sui carichi e sul modo in cui questi sollecitano la struttura.

Ad esempio, per l'analisi della mensola caricata a flessione di figura 1.3a, un'impostazione di questo tipo è più che sufficiente.

Quando tuttavia ci si imbatte in particolari condizioni di snellezza strutturale, di vincolamento o di carico, un approccio basato su queste ipotesi non è più sufficiente per cogliere con adeguato realismo il comportamento della struttura e si rende necessario abbandonare in tutto o in parte l'ipotesi di piccoli spostamenti e deformazioni.

Basti pensare, per esempio, alla mensola di figura 1.3b, in cui, oltre al carico trasversale, è presente anche un carico assiale di compressione.

Si parla di effetti geometrici quando la configurazione geometrica del sistema in esame, e in particolare una variazione, anche piccola, di tale configurazione, influisce in modo determinante sull'equilibrio e sul regime statico (e talvolta

anche dinamico) della struttura. Via via che la mensola si inflette per effetto del carico trasversale (figura 1.3c nella pagina precedente), infatti, il carico assiale esercita sulla trave un momento flettente aggiuntivo, che si somma a quello dovuto al carico trasversale, deformando ulteriormente la struttura; la presenza del carico assiale si esprime quindi attraverso la riduzione della rigidità della trave, cioè con un contributo aggiuntivo alla rigidità, detto *rigidità geometrica*, che in questo caso ha segno opposto a quella elastica.

Se si rinuncia all'ipotesi del primo ordine nella sua globalità, è possibile formulare delle teorie strutturali che, non introducendo alcuna semplificazione, risultano in grado di interfacciarsi con problemi in cui spostamenti e deformazioni possono essere arbitrariamente grandi e gli eventuali effetti geometrici dovuti ai carichi presenti sono naturalmente considerati. Queste teorie, sempre non lineari, risultano in generale molto complesse e la loro trattazione analitica può presentare non poche difficoltà. D'altra parte esse presentano il vantaggio di poter essere applicate in ogni caso.

In molte situazioni di interesse pratico (e tra queste rientra anche il sistema sfera-asta oggetto del presente lavoro di tesi), tuttavia, appare eccessivo e non necessario rimuovere per intero le ipotesi su cui si basa la teoria del primo ordine, in quanto, almeno per quello che riguarda la possibilità di linearizzare spostamenti e deformazioni, data la loro piccolezza, essa è ancora verificata. Quello che risulta non più sufficiente è invece l'idea di fare riferimento alla struttura indeformata per imporre l'equilibrio, cioè ritenere che gli spostamenti siano così piccoli da non influenzare in alcun modo l'equilibrio della struttura stessa e l'entità delle sue sollecitazioni. L'idea è quindi quella di scrivere le equazioni di equilibrio con riferimento ad una configurazione della struttura che sia sì deformata, ma, essendo comunque in presenza di spostamenti e deformazioni piccoli, deformata poco e cioè prossima alla configurazione indeformata.

In sostanza, quello che accade nei casi in cui è necessario sfoderare la teoria del second'ordine è che il contributo della rigidità geometrica, che si aggiunge o si sottrae alla classica rigidità elastica, non è più trascurabile, anche se, all'apparenza, l'ipotesi dei piccoli spostamenti sembra ancora verificata, nel senso che gli spostamenti subiti dalla struttura sono effettivamente ancora piccoli e linearizzabili senza introdurre approssimazioni eccessive.

Si parla di *teoria del secondo ordine* perché, nella formulazione energetica, in luogo dell'Energia Potenziale Totale, si considera il suo sviluppo in serie attorno alla configurazione di riferimento, troncato ai termini di secondo grado.

Il caso della mensola di figura 1.3d nella pagina precedente merita un'ultima considerazione. Anche qui occorre utilizzare almeno una trattazione al secondo ordine, però questa volta gli effetti geometrici dovuti al carico assiale forniscono un effetto irrigidente alla struttura: la rigidità geometrica infatti è concorde e si somma alla rigidità elastica.

Per approfondire queste tematiche, a cui ci si riferisce solitamente nell'ambito dello studio dei problemi di instabilità strutturale, si veda, ad esempio,

Corradi Dell'Acqua (2010).

## 1.4 La sfera appesa ad un filo

Dopo aver inquadrato il presente lavoro nel suo contesto teorico di riferimento, ci si occupa ora di presentare lo stato dell'arte in merito ai problemi VIV da corpi sferici.

L'indagine nell'ambito delle vibrazioni indotte da distacco di vortici è stata tradizionalmente condotta analizzando il comportamento di cilindri investiti da una corrente fluida trasversale al loro asse (Sarpkaya, 1979; Bearman, 1984; Sarpkaya, 2004; Williamson e Govardhan, 2004), ma la trattazione delle problematiche relative ai corpi cilindrici esula dagli scopi di questo lavoro.

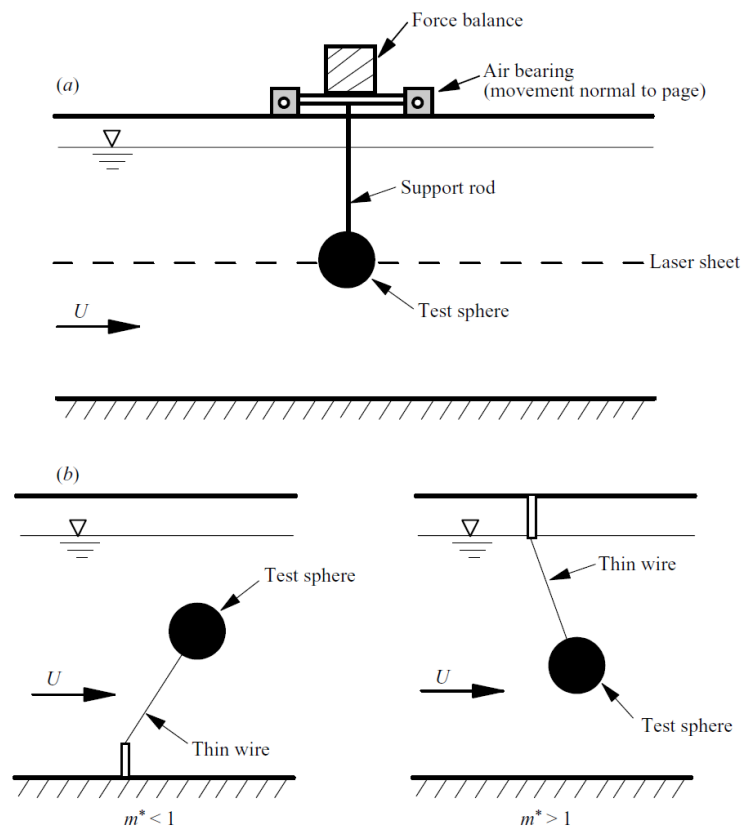
Solo più recentemente, e non altrettanto diffusamente, è stata rivolta l'attenzione anche al caso della sfera. Un riferimento senz'altro utile è dato, in particolare, dal lavoro di Govardhan e Williamson (2005).

Dal punto di vista teorico, i risultati consolidati nel caso di cilindro circolare sul fenomeno delle vibrazioni indotte sono generalmente validi anche per una sfera. Si osserva un certo intervallo di velocità per il quale la sfera si trova in condizioni di risonanza e si registrano spostamenti, principalmente in direzione trasversale al moto della corrente, dell'ordine del diametro della sfera, con la sincronizzazione della frequenza di distacco dei vortici con l'oscillazione.

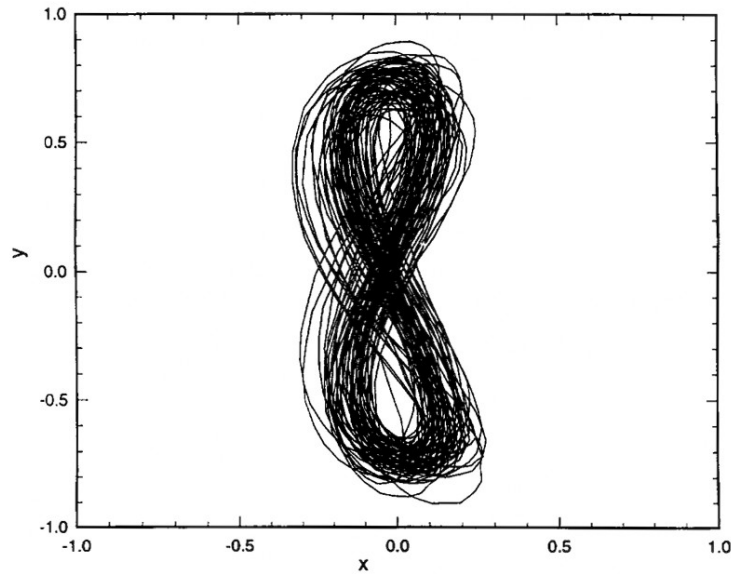
Per quello che riguarda il sistema di supporto della sfera, è stato però fatto principalmente riferimento a due distinte tipologie di vincolo (figura 1.4 nella pagina successiva), entrambe differenti dall'asta flessibile incastrata considerata in questo lavoro. La prima configurazione riguarda sfere supportate elasticamente (la sfera è libera di muoversi soltanto nella direzione trasversale alla corrente, poiché è fissata ad un'asta rigida collegata ad un sistema di molle e cuscinetti d'aria che rende possibile solo tale movimento – oscillatore ad un grado di libertà), la seconda tipologia considerata è quella di sfere sospese (o ancorate) nella corrente per mezzo di un filo inestensibile (che quindi permette un moto spaziale, e in prima approssimazione bidimensionale, alla sfera stessa). Nel primo caso, oltre all'effetto del fluido, sono presenti una rigidità e uno smorzamento dati dal supporto elastico, nel secondo caso è solo l'azione della massa e del fluido a dare rigidità e smorzamento (funzionamento di tipo pendolo).

Si riportano brevemente i risultati ottenuti sperimentalmente da Govardhan e Williamson (1997), Williamson e Govardhan (1997), Jauvtis et al. (2001) e Govardhan e Williamson (2005) per questi sistemi, considerando che il sistema sfera-asta flessibile trattato in questo lavoro riassume in sé le caratteristiche di entrambe le tipologie di supporto illustrate (vincolo elastico ed effetto pendolo), come sarà chiarito in seguito.

Il primo importante studio condotto al fine di studiare le vibrazioni indotte su una sfera ancorata in un flusso stazionario è quello pubblicato da Govardhan



**Figura 1.4** Schema dell'apparato sperimentale: (a) sfera vincolata elasticamente e (b) sfera con filo (Govardhan e Williamson, 2005)



**Figura 1.5** Tipica traiettoria delle oscillazioni di una sfera vincolata con filo ( $m^* = 0,26$ ) (Govardhan e Williamson, 1997)

e Williamson (1997), in cui si propone un'approfondita indagine conoscitiva dei parametri fisici che caratterizzano una simile tipologia di problemi.

Un parametro che si è rivelato molto significativo è il rapporto di massa  $m^*$ , definito come il rapporto tra la massa della sfera  $m$  e la massa del fluido spostato da questa  $m_d = \rho \pi \frac{D^3}{6}$ :

$$m^* = \frac{m}{\rho \pi D^3 / 6} \quad (1.7)$$

Un altro parametro altrettanto importante è legato alla velocità  $U$  del flusso stazionario che investe la sfera; tale velocità però è stata adimensionalizzata tenendo conto del diametro  $D$  della sfera e della frequenza naturale  $f_n$  di vibrazione del sistema, ottenendo la velocità ridotta  $U^*$ :

$$U^* = \frac{U}{f_n D} \quad (1.8)$$

In funzione del rapporto di massa  $m^*$  e della velocità adimensionale  $U^*$ , è possibile analizzare i risultati ottenuti in termini di forma delle traiettorie percorse dalla sfera, ampiezze e frequenze di oscillazione.

Si riporta in figura 1.5 una tipica traiettoria delle oscillazioni della sfera. Da questa immagine si nota, per prima cosa, la forma “a otto”, caratteristica di un certo intervallo di valori di  $m^*$  e  $U^*$ , oltre che l'ordine di grandezza delle oscillazioni: in direzione trasversale al moto del fluido (asse  $y$ ), questo è pari a circa due diametri (considerando l'ampiezza delle oscillazioni da picco a picco), mentre nella direzione della corrente (asse  $x$ ) le oscillazioni sono molto più contenute e al massimo dell'ordine di 0,4 diametri.

Nelle considerazioni seguenti si farà riferimento principalmente alle oscillazioni in direzione trasversale rispetto al flusso. Queste possono essere caratterizzate sia utilizzando la massima ampiezza  $A$  degli spostamenti compiuti, normalizzata rispetto al diametro  $D$  della sfera:

$$A^* = \frac{A}{D} \quad (1.9)$$

sia in funzione dello scarto quadratico medio (RMS) degli spostamenti (questo secondo parametro è molto importante in quanto fornisce informazioni riguardo all'energia del moto della sfera).

La forma della traiettoria e, soprattutto, l'ampiezza delle oscillazioni variano però in funzione del rapporto di massa e della velocità ridotta, permettendo di identificare differenti modi di vibrazioni indotte da distacco di vortici per una sfera. In figura 1.6 nella pagina successiva sono mostrate le ampiezze di oscillazione trasversale normalizzate, in funzione della velocità ridotta, per diversi rapporti di massa: si possono riconoscere un primo modo (modo I), che si verifica in corrispondenza di  $U^* \approx 6$  ed è caratterizzato da un'ampiezza di oscillazione generalmente pari a  $0,5D$ , e un secondo modo (modo II), che nasce per  $U^* > 8$  e permette di raggiungere oscillazioni periodiche con ampiezze anche pari al diametro della sfera. Si osserva come la curva di risposta in ampiezza sia molto influenzata dal rapporto di massa.

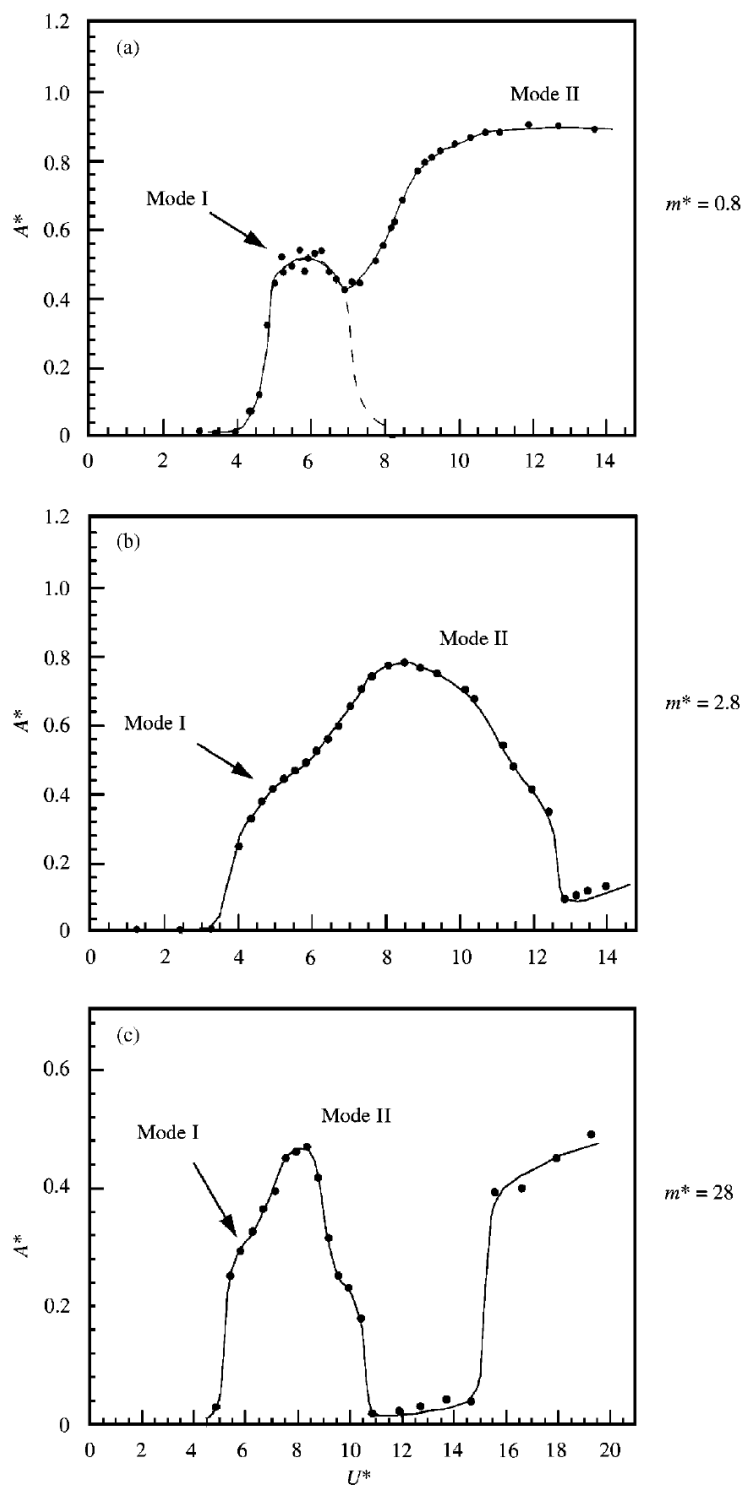
Il modo I è maggiormente evidente per valori di massa adimensionalizzata piccoli e corrisponde alla formazione di vortici con una frequenza prossima alla frequenza naturale del sistema (condizioni di risonanza); in tal caso, si ha la sincronizzazione tra la frequenza di distacco delle strutture vorticosi e quella delle oscillazioni della sfera. Il dominio del modo II si riduce invece al crescere della massa della sfera.

Per valori di  $U^*$  maggiori, Jauvtis et al. (2001) hanno osservato l'esistenza di due ulteriori modi di vibrazioni indotte da vortici, che si verificano rispettivamente per  $20 < U^* < 40$  (modo III, caratterizzato da oscillazioni di grande ampiezza fortemente periodiche) e per  $U^* > 100$  (modo IV, con vibrazioni grandi ma intermittenti e non più periodiche). In queste condizioni, la frequenza di formazione dei vortici di scia è molto superiore rispetto a quella naturale della sfera; di conseguenza, non è presente lo stesso meccanismo di sincronizzazione che caratterizza i modi I e II.

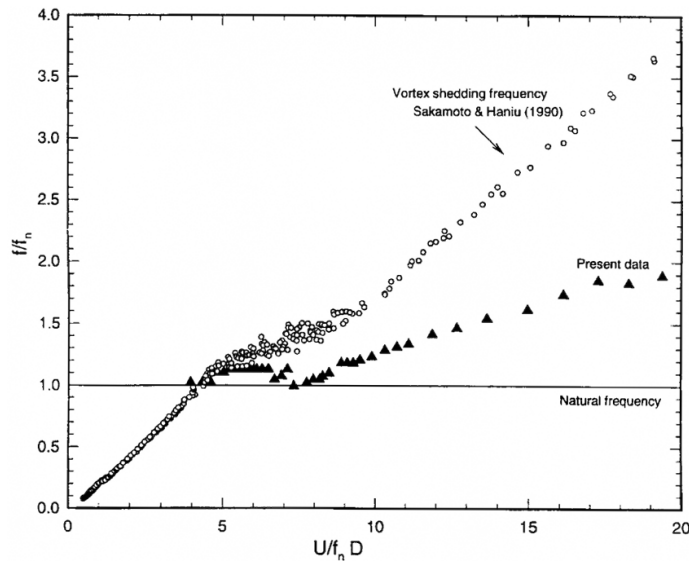
Considerando invece la frequenza delle oscillazioni (per valori di  $U^*$  sufficientemente elevati), si riscontra che essa risulta doppia in direzione longitudinale rispetto a quella in direzione trasversale, nonostante la frequenza naturale del corpo sia indipendente dalla direzione. Questo risultato, tuttavia, non è del tutto inaspettato: esso era già stato osservato nel caso di corpi cilindrici ed è riconducibile a motivi fisici legati al fenomeno di *vortex shedding*.

L'andamento della frequenza trasversale  $f_y$  (adimensionalizzata rispetto alla frequenza naturale di oscillazione del sistema,  $f_y^* = \frac{f_y}{f_n}$ ) in funzione della velocità ridotta  $U^*$  è mostrato in figura 1.7 a pagina 28, dove sono presenti,





**Figura 1.6** Modi VIV di una sfera per diversi rapporti di massa: modo I e modo II (Jauvtis et al., 2001)



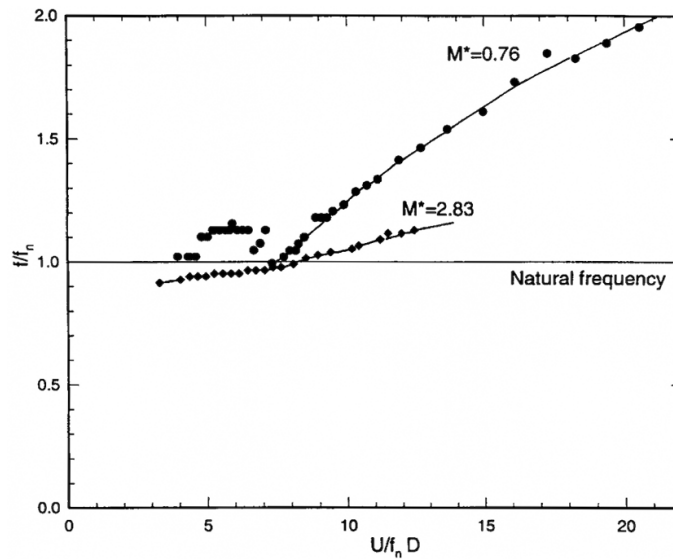
**Figura 1.7** Frequenza normalizzata delle oscillazioni trasversali al variare della velocità ridotta, per  $m^* = 0,76$  (Govardhan e Williamson, 1997)

per confronto, anche i valori della frequenza di distacco di vortici da una sfera ferma, ottenuti da Sakamoto e Haniu (1990). Si può osservare la presenza di un intervallo di velocità in cui la frequenza delle oscillazioni trasversali della sfera rimane prossima alla frequenza propria del sistema sfera-filo, anche se la frequenza con cui si staccano i vortici dalla sfera ferma continua ad aumentare: è il fenomeno della sincronizzazione.

È interessante notare che la frequenza di oscillazione trasversale attraversa la frequenza naturale per lo stesso valore di velocità ridotta per il quale è stato riscontrato il picco del modo I nei grafici della figura 1.6 nella pagina precedente. Questo permette di concludere che tale picco è dato da un fenomeno di risonanza tra la frequenza naturale della sfera e la frequenza di *vortex shedding* della scia.

La frequenza di oscillazione trasversale che si registra per elevati valori della velocità ridotta, però, non coincide né con la frequenza naturale né con la frequenza di distacco di vortici nel caso di sfera stazionaria. Aumentando il valore del rapporto di massa, si nota inoltre come la curva della frequenza di oscillazione tenda ad avvicinarsi alla frequenza naturale (figura 1.8 a fronte), in accordo con quanto evidenziato da studi condotti su strutture cilindriche (ad esempio Khalak e Williamson, 1999).

Concentrando l'attenzione sulla regione di sincronizzazione (in cui sono stati individuati il modo I e il modo II), è stata studiata l'influenza sulla risposta in ampiezza del parametro di massa-smorzamento  $(m^* + C_A)\zeta$  (*mass-damping parameter*), in cui compare, oltre al rapporto di massa  $m^*$  e al coefficiente di massa aggiunta  $C_A$ , lo smorzamento  $\zeta$  relativo allo smorzamento critico del sistema (fattore di smorzamento). Dalla figura 1.9 a pagina 30, che riporta i valori di picco dell'ampiezza delle oscillazioni trasversali, per diversi rapporti



**Figura 1.8** Frequenza normalizzata delle oscillazioni trasversali al variare della velocità ridotta, per diversi valori del rapporto di massa  $m^*$  (Govardhan e Williamson, 1997)

di massa, in funzione del parametro di massa-smorzamento (in gergo “Griffin plot”), si nota un aumento di  $A_y^*$  al diminuire di  $(m^* + C_A)\zeta$ ; ad un certo punto, però, per bassi valori di tale parametro ( $(m^* + C_A)\zeta < 0,02$ ), si registra una saturazione del picco di oscillazione, che si assesta su un valore di  $A_y^* \approx 0,9$  senza più aumentare. Questo si verifica sia per la sfera vincolata elasticamente (moto unicamente trasversale) che per la sfera con filo (moto trasversale e longitudinale).

È stato inoltre osservato (Govardhan e Williamson, 1997) che il valore medio nel tempo del coefficiente di *drag* nel caso di sfera oscillante (ricavabile a partire dallo spostamento medio della sfera in direzione della corrente, rispetto alla sua posizione in assenza di flusso) supera di circa il 90% quello calcolato in caso di sfera ferma (figura 1.10 nella pagina seguente). Un’errata previsione delle oscillazioni della sfera porta quindi inevitabilmente ad una pericolosa sottostima delle forze agenti su di essa.

Si segnala infine che, recentemente, è stato approfondito numericamente il tema del distacco di vortici da corpi sferici vincolati elasticamente a Reynolds bassi (Behara et al., 2011) e sperimentalmente il moto di sfere che liberamente affondano o si portano in superficie in un fluido (Horowitz e Williamson, 2010).

## 1.5 Il sistema sfera-asta

Come in precedenza accennato, il sistema sfera-asta, di cui si occupa questo lavoro, può essere considerato una sintesi dei due sistemi (sfera con filo e sfera

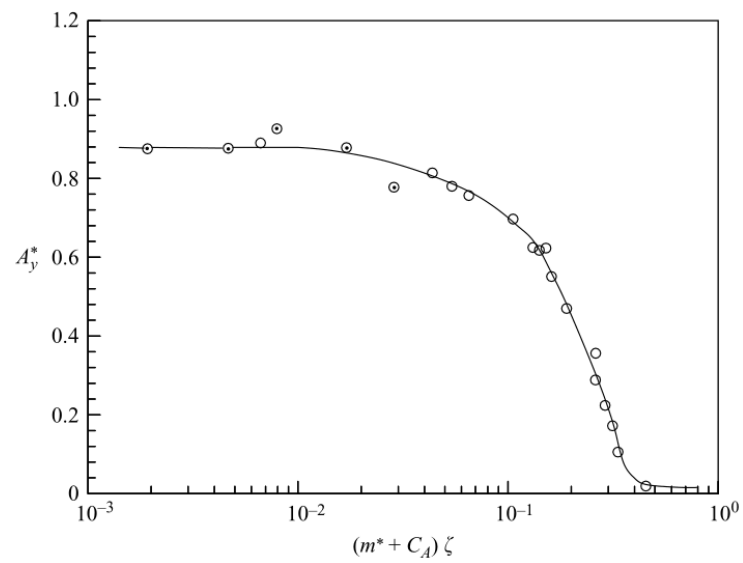


Figura 1.9 “Griffin plot” (Govardhan e Williamson, 2005)

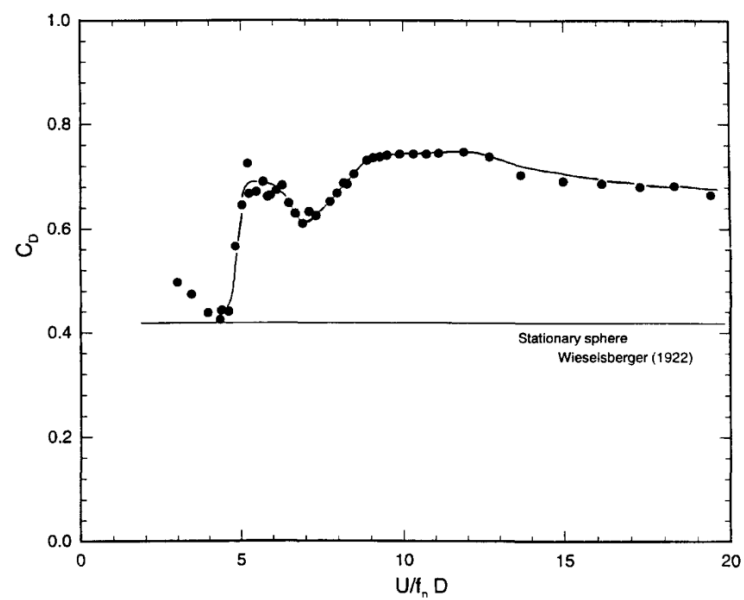


Figura 1.10 Amplificazione del coefficiente di *drag* (valore medio nel tempo) per effetto delle oscillazioni della sfera (Govardhan e Williamson, 1997)

con vincolo elastico) del cui comportamento abbiamo tratteggiato fino a qui le caratteristiche salienti.

Gli unici studi, condotti con approccio sperimentale, che si sono occupati di analizzare il comportamento del sistema sfera-asta (sfera vincolata ad un'asta incastrata), trovano collocazione all'interno di un blocco di ricerche nate dalla collaborazione tra il Politecnico di Milano e l'Università degli Studi della Basilicata negli ultimi anni. A partire da questi ha preso poi avvio un filone di lavori di tesi presso il Politecnico di Milano, sia di carattere sperimentale che di indagine numerica, che hanno voluto approfondire, sotto differenti punti di vista, i principali aspetti della questione.

### 1.5.1 La letteratura

I primi dati sperimentali in cui appare l'asta flessibile al posto del filo sono contenuti nei lavori di Mirauda e Greco (2004) e Greco et al. (2005), a cui seguono gli approfondimenti condotti da Mirauda et al. (2007, 2008, 2011).

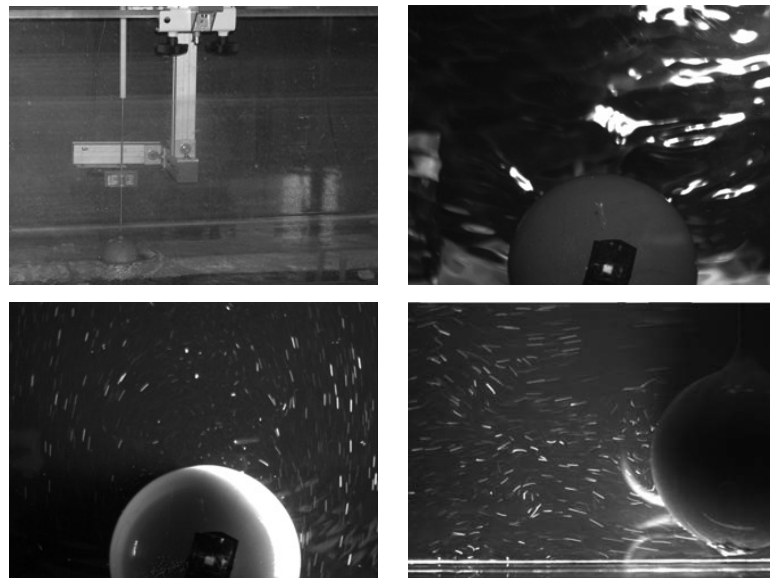
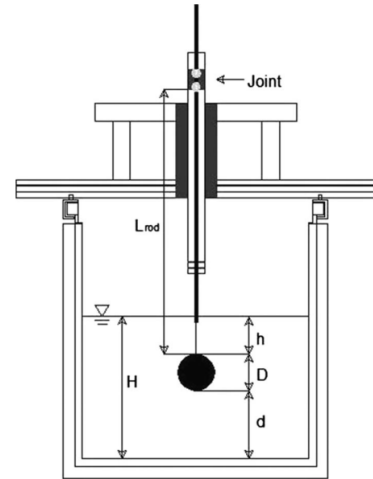
Le prove sperimentali, effettuate in canaletta idraulica, sono state in primo luogo dedicate all'analisi degli spostamenti della sfera, sia nella direzione parallela al flusso che in quella trasversale, e alla descrizione e ricostruzione del campo di moto e delle strutture vorticosse nella scia a valle della sfera stessa, per mezzo di tecniche di misura e visualizzazione specifiche (che non si ritiene opportuno approfondire in questa sede). Successivamente è stata rivolta l'attenzione anche alle condizioni al contorno e all'influenza che queste hanno sulla risposta dinamica della sfera (considerando in particolare la presenza e la prossimità della superficie libera e delle pareti di confinamento del fluido, sia di fondo che laterali).

In questi lavori, il supporto che è stato utilizzato per la sfera è un'asta flessibile composta, con la parte vicino alla sfera realizzata in acciaio con sezione circolare di diametro ridotto e la parte restante costituita da materiale polimerico (Delrin) di sezione circolare di diametro superiore. In figura 1.11 nella pagina successiva è rappresentata una schematizzazione dell'apparato sperimentale utilizzato, mentre in figura 1.12 nella pagina seguente si riportano delle immagini relative alle prove sperimentali effettuate.

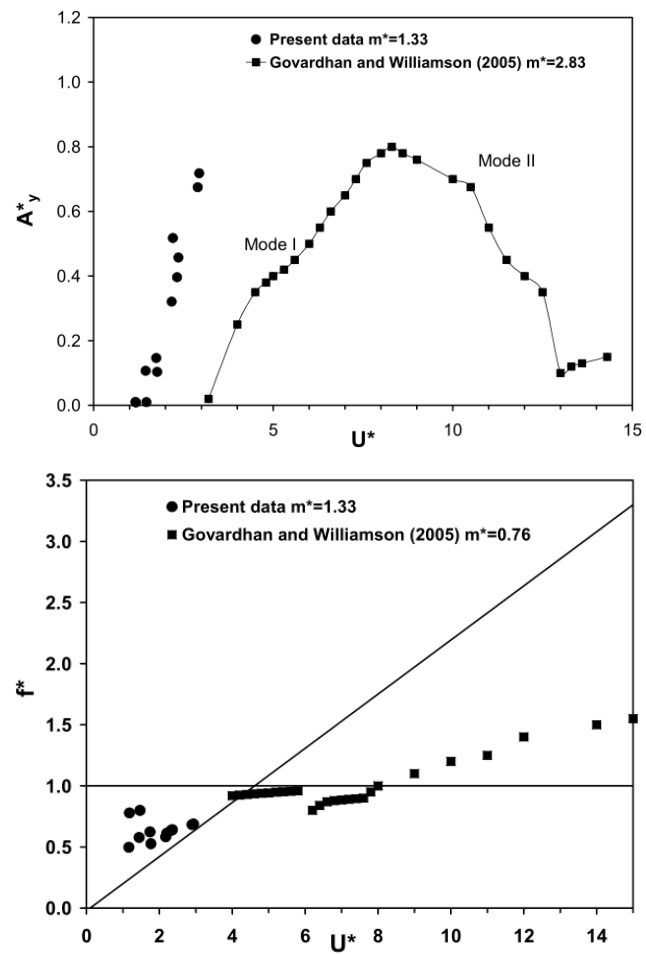
È stato valutato l'andamento del rapporto di ampiezza trasversale  $A_y^*$  e della frequenza adimensionalizzata, sempre riferita alle oscillazioni trasversali, in funzione della velocità ridotta  $U^*$ , con l'obiettivo di comparare i risultati di queste ricerche con la letteratura. Dalla figura 1.13 a pagina 33 si può vedere come i risultati di Mirauda et al. (2007) si avvicinano al modo I di risposta evidenziato da Govardhan e Williamson (1997), Jauvtis et al. (2001) e Govardhan e Williamson (2005); questo significa che il sistema, nelle condizioni analizzate, non ha ancora raggiunto il regime di sincronizzazione, in cui la frequenza di oscillazione è uguale alla frequenza naturale del corpo.

Per quanto riguarda lo studio degli effetti delle condizioni al contorno sul comportamento dinamico della sfera, si rimanda in particolare al lavoro di

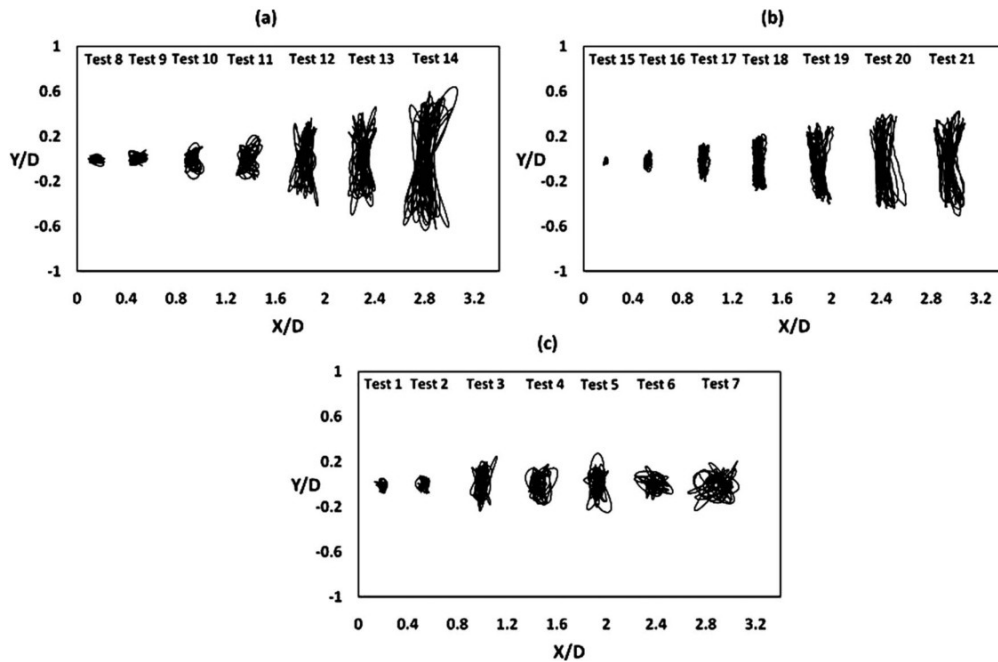
**Figura 1.11** Rappresentazione schematica dell'apparato sperimentale (Mirauda et al., 2011)



**Figura 1.12** Immagini della sperimentazione (Mirauda et al., 2007)



**Figura 1.13** Ampiezza e frequenza delle oscillazioni trasversali, espresse in forma adimensionale, in funzione della velocità ridotta, a confronto coi dati di letteratura (Mirauda et al., 2007)



**Figura 1.14** Traiettorie della sfera in acqua al variare delle condizioni al contorno: (a) condizione simmetrica, (b) effetto della parete di fondo e (c) della superficie libera;  $Re$  crescente da sinistra a destra (Mirauda et al., 2011)

Mirauda et al. (2011). I risultati ottenuti confermano che la presenza della superficie libera influenza in modo significativo la risposta dinamica della sfera, in particolare l'ampiezza delle oscillazioni sia in senso trasversale che nella direzione della corrente. Infatti, sono state effettuate prove con diverse configurazioni (sfera prossima alla parete di fondo del canale, sfera al centro –in posizione simmetrica– e sfera vicina alla superficie libera) e si è riscontrato che la presenza della superficie libera riduce notevolmente l'ampiezza delle oscillazioni trasversali, mentre l'effetto della parete di fondo risulta influente solo nel caso di elevati valori del numero di Reynolds (figura 1.14).

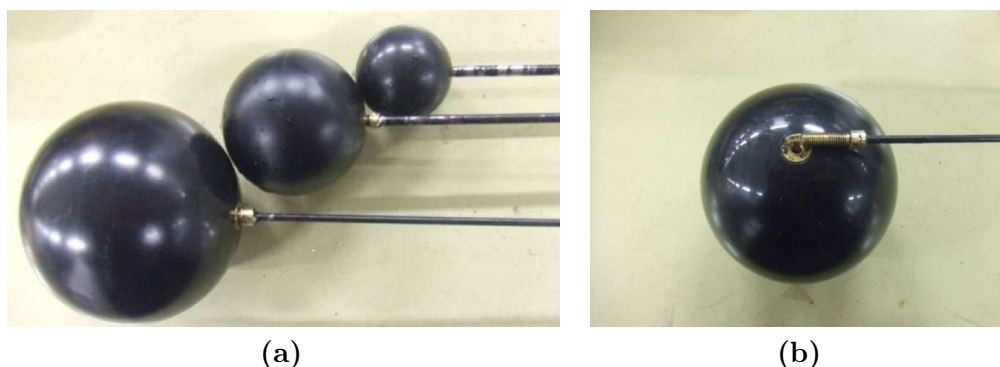
Gli approfondimenti effettuati sui vortici che si formano e si staccano dalla sfera confermano infine la natura fortemente tridimensionale del campo di moto del fluido.

## 1.5.2 I lavori di tesi precedenti

Si passano ora in rassegna i lavori di tesi, svolti presso il Politecnico di Milano negli ultimi anni, che riguardano lo studio delle vibrazioni indotte da distacco di vortici su corpi sferici vincolati con aste flessibili. In particolare, sono presenti sia indagini condotte per via sperimentale che approfondimenti di natura numerica.

Per quello che riguarda la sperimentazione, è molto importante il lavoro di Lefoulon (2011), che si è occupato di caratterizzare le vibrazioni indotte da





**Figura 1.15** Le sfere, le aste e il sistema di innesto a vite (Lefoulon, 2011)

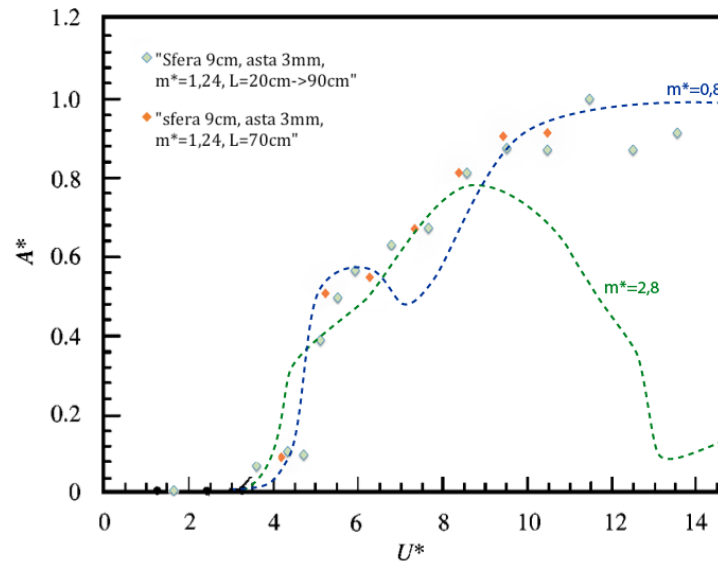


**Figura 1.16** L'apparato sperimentale (Lefoulon, 2011)

distacco di vortici di una sfera vincolata ad un'asta incastrata.

In tale lavoro, sono state effettuate numerose prove in canaletta idraulica, considerando sfere di diversi diametri e diversi rapporti di massa, aste di diverse sezioni e lunghezze, diversi valori della velocità del flusso d'acqua. In particolare, come sistema di supporto per la sfera sono state impiegate per la prima volta aste di acciaio di sezione circolare uniforme per tutta la lunghezza dell'asta stessa. In figura 1.15 si riportano le sfere e le aste utilizzate per la sperimentazione, con un particolare del sistema di innesto a vite con cui la sfera e l'asta sono state rese solidali tra loro. La figura 1.16 mostra invece l'apparato sperimentale utilizzato per le prove.

I risultati ottenuti da tutte queste prove, in termini di frequenze e ampiezze di oscillazione, sono stati confrontati con i dati di letteratura riferiti al sistema sfera-filo (pendolo); si è osservato che le prove di Lefoulon (2011) mostrano un leggero scostamento rispetto al caso del pendolo discusso al paragrafo 1.4.



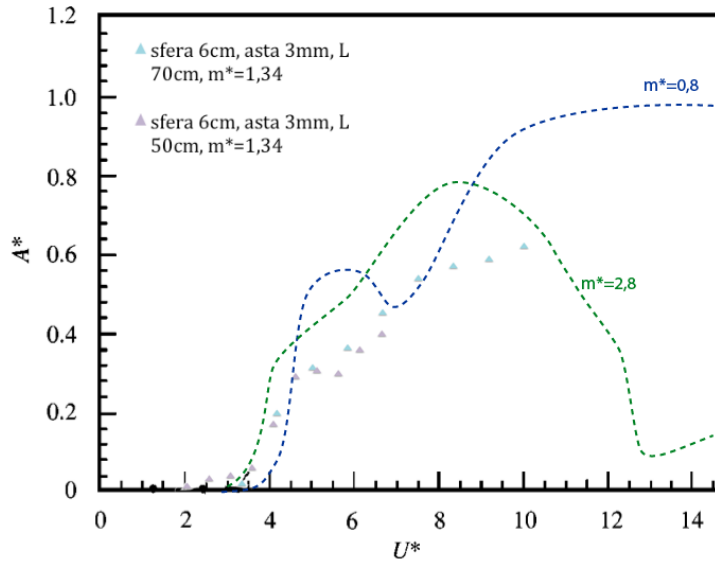
**Figura 1.17** Ampiezza trasversale in funzione della velocità ridotta: confronto tra i risultati sperimentali di Jauvtis et al. (2001) relativi al pendolo –linee tratteggiate– e i dati di Lefoulon (2011) per la sfera grande (Lefoulon, 2011)

In particolare, considerando le ampiezze di oscillazione trasversale, le prove in cui la componente di rigidità elastica data dall'asta deformabile è poco significativa (sfera grande e pesante, asta lunga) presentano un comportamento ancora simile al caso del pendolo (figura 1.17), mentre, quando la rigidità elastica dell'asta comincia a diventare una componente importante della rigidità globale del sistema (sfera più piccola e più leggera, accoppiata con aste più corte e più rigide), lo scostamento rispetto al caso del pendolo è maggiore (figura 1.18 a fronte).

Inoltre, esaminando i risultati in frequenza che si sono ottenuti, si osserva che, sempre nel caso di sistemi più rigidi, non si arriva, per i valori di velocità ridotta considerati, alle condizioni di sincronizzazione in cui la frequenza trasversale diventa doppia rispetto alla frequenza longitudinale, come accade invece nel caso del pendolo e di sistemi sfera-asta poco rigidi.

Infine, si è rilevato che il coefficiente di *drag* medio sembra essere, nel caso dei sistemi sfera-asta, ancora superiore rispetto a quello rilevato da Govardhan e Williamson (1997) per la sfera con filo (già visto in figura 1.10 a pagina 30).

Nella tesi di Lefoulon (2011) sono stati sviluppati inoltre due modelli di oscillatore semplice, per descrivere il comportamento dinamico del sistema sfera-asta; in particolare, il primo modello trascura il contributo della forza peso della sfera (ipotesi del primo ordine), mentre nel secondo modello è stato considerato anche tale contributo (però nelle ipotesi del second'ordine, cioè per piccoli spostamenti), differenziando inoltre il caso in aria da quello in acqua. In entrambi i modelli è stata trascurata la massa dell'asta rispetto a quella della sfera. Per verificare la bontà dei modelli, sono state effettuate delle prove



**Figura 1.18** Ampiezza trasversale in funzione della velocità ridotta: confronto tra i risultati sperimentali di Jauvtis et al. (2001) relativi al pendolo –linee tratteggiate– e i dati di Lefoulon (2011) per la sfera media (Lefoulon, 2011)

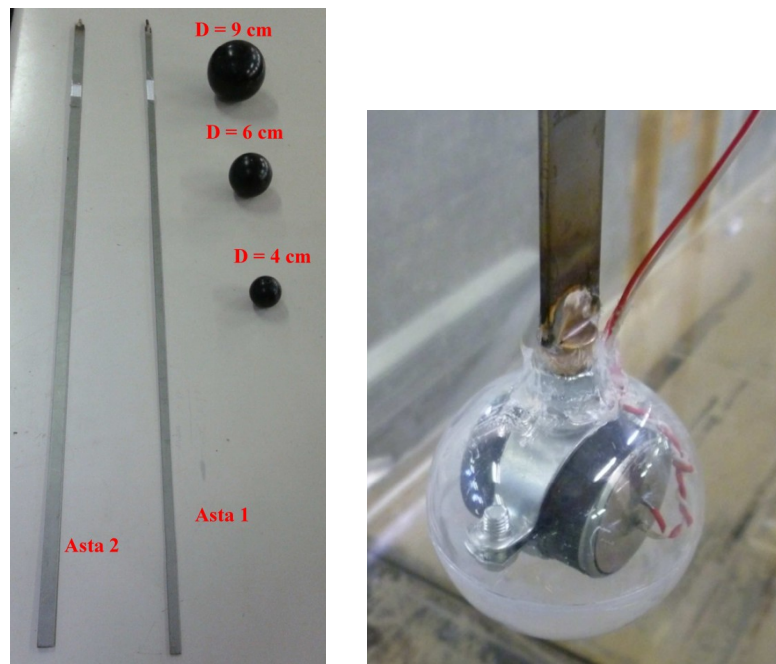
di oscillazione libera dei sistemi sfera-asta sia in aria che in acqua ferma e le frequenze ottenute sono state confrontate con le previsioni dei due modelli. Si è verificato che nei sistemi più rigidi il peso della sfera è trascurabile, mentre nei sistemi meno rigidi, il cui comportamento si avvicina maggiormente a quello del pendolo, l'effetto del peso non può essere trascurato: un'analisi al primo ordine non è più sufficiente e si rende necessario seguire un approccio ancora lineare ma del second'ordine.

Sempre nell'ambito della modellazione del comportamento dinamico della struttura sfera-asta, sono state fatte delle considerazioni importanti sullo smorzamento strutturale del sistema, mettendo in evidenza le problematiche connesse all'identificazione di tale parametro.

Nelle conclusioni è stato evidenziato che, per confermare le ipotesi fatte sul comportamento del sistema sfera-asta alla luce delle condizioni sperimentate, sarebbe necessario esplorare altre situazioni: ampliare l'intervallo dei rapporti di massa (sia con sfere più leggere che con sfere più pesanti) e della velocità ridotta (con valori maggiori) e analizzare sistemi più rigidi di quelli considerati.

I dati registrati nella campagna sperimentale di Lefoulon (2011) saranno il principale termine di confronto per le analisi numeriche svolte nel presente lavoro.

Rimanendo in ambito sperimentale, merita di essere citato il lavoro di Sini (2013), che si è occupato di studiare il possibile impiego di un sistema sfera-asta soggetto a VIV per la realizzazione di un dispositivo per il recupero di energia (*energy harvesting*) da un flusso d'acqua.



**Figura 1.19** Sfere, aste a sezione rettangolare e prototipo del generatore utilizzati nella sperimentazione (Sini, 2013)

Il suo lavoro suscita interesse nel contesto della presente tesi, in quanto, per studiare il dispositivo, sono state effettuate numerose prove sperimentali in canaletta idraulica di VIV di una sfera. Il sistema di vincolo è costituito sempre da un'asta flessibile in acciaio, però di sezione rettangolare allungata e non più circolare; questo comporta per la sfera, data l'elevata inerzia della sezione dell'asta nella direzione della corrente, la possibilità di muoversi soltanto in senso trasversale al flusso, percorrendo quindi traiettorie rettilinee e non più spaziali. In figura 1.19 sono rappresentati le sfere e le aste utilizzate nelle prove preliminari e il prototipo del dispositivo analizzato.

Nell'ambito del lavoro di Sini (2013), inoltre, è stato sviluppato per il sistema sfera-asta un modello di oscillatore armonico smorzato più raffinato di quello di Lefoulon (2011), in quanto include anche l'effetto di una porzione della massa della trave sulla risposta dinamica del sistema complessivo. Il modello di Sini (2013), però, è stato sviluppato nelle ipotesi del primo ordine e non considera pertanto il contributo alla rigidità geometrica del sistema dato dal peso della sfera.

Dal punto di vista dell'analisi numerica, invece, il lavoro più rilevante che si è occupato di vibrazioni indotte da distacco di vortici da corpi sferici è la tesi di Quadri (2011), in cui è stato messo a punto un modello numerico per la simulazione di fenomeni VIV di una sfera oscillante posta in un canale a superficie libera, con il programma commerciale di CFD *STAR-CCM+*.

Gli aspetti prettamente fluidodinamici della modellazione sono stati approfonditi con riferimento al caso della sfera ferma immersa in una corrente stazionaria; questo ha permesso una calibrazione accurata dei parametri che governano i principali aspetti del comportamento del fluido.

Per quello che riguarda invece l'interazione fluido-struttura vera e propria, sono state considerate due condizioni di vincolo: sia quella del filo che quella dell'asta deformabile. Il caso del filo è stato modellato in maniera soddisfacente, in quanto il programma utilizzato ingloba un modello per descrivere la dinamica di un corpo rigido, cioè la sfera, per la quale il filo rappresenta soltanto un vincolo di natura cinematica (che impone che la sfera ruoti rigidamente attorno all'estremità superiore del filo stesso). È stato possibile quindi ampliare con le analisi numeriche il ventaglio delle situazioni esplorate nel corso delle precedenti indagini sperimentali, facendo variare il rapporto di massa per simulare condizioni nuove (che, a loro volta, sarebbe interessante valutare sperimentalmente).

Il caso dell'asta elastica, invece, merita qualche osservazione, nell'ottica di quanto sarà sviluppato nello svolgimento del presente lavoro. Infatti, nella tesi di Quadri (2011) l'asta non è stata modellata, perché ciò non è possibile all'interno del programma di CFD utilizzato (o, meglio, *STAR-CCM+* non contiene il modello di trave, ma permette esclusivamente la modellazione di solidi deformabili mediante un approccio a volumi finiti, che però non è indicato per elementi strutturali snelli e molto deformabili, come invece sono le aste considerate). Si è cercato allora di includere la presenza dell'asta attraverso gli effetti che essa esercita sulla sfera e sul suo moto: il contributo alla rigidità del sistema è stato inglobato tarando opportunamente, in funzione dello spostamento medio nella direzione della corrente rilevato sperimentalmente, una forza verticale aggiuntiva che andasse ad incrementare fittiziamente il peso della sfera (di fatto si tratta di una sfera con filo, ma più pesante), ma non è stato possibile in alcun modo considerare l'effetto dissipativo dello smorzamento proprio dell'asta. L'ampiezza delle oscillazioni trasversali, pertanto, risulta inevitabilmente maggiore rispetto a quella misurata sperimentalmente.

L'esito di questa strategia di modellazione è stato ritenuto insoddisfacente dallo stesso autore, che nelle conclusioni del suo lavoro auspica che in futuro venga modellata anche l'asta deformabile, per tenere conto in maniera adeguata di tutte le particolarità del comportamento di questa struttura. Ed è proprio in quest'ottica che si inserisce il presente lavoro di tesi.

Sempre nel contesto della modellazione numerica di VIV, infine, è interessante anche la tesi di Mandelli (2012), il quale, pur essendosi dedicato principalmente all'analisi sperimentale e numerica delle vibrazioni indotte da vortici su cilindro, ha riservato una parte del suo lavoro anche alla sfera.

In particolare, è stato ripreso il modello numerico sviluppato da Quadri (2011), estendendo la campagna di prove numeriche (confrontate poi con i dati sperimentali e di letteratura) e approfondendo l'aspetto della modellazione

della turbolenza (senza raggiungere però risultati soddisfacenti in proposito). Le simulazioni tuttavia sono state condotte con riferimento alla sfera vincolata con filo (condizione che aveva dato i risultati più promettenti) e non al sistema sfera-asta.

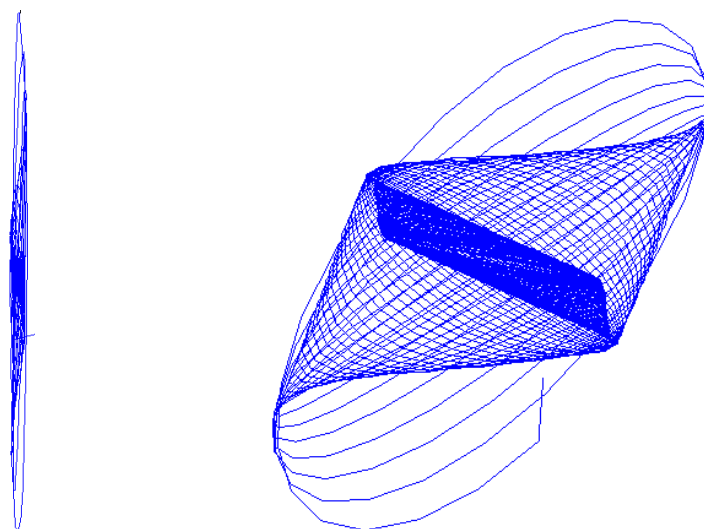
## 1.6 L'approccio sperimentale

È interessante riprendere e mettere meglio a fuoco alcuni aspetti delle indagini sperimentali che sono state condotte e presentate, per meglio comprenderne il valore, ma anche i limiti e le maggiori criticità che sono state incontrate e messe in evidenza nel corso delle varie campagne di acquisizione.

In generale, le problematiche con cui bisogna inevitabilmente confrontarsi quando ci si trova nel mondo sperimentale sono molteplici e riguardano diversi aspetti, quali ad esempio la definizione dell'apparato sperimentale, la scelta dei parametri che si vogliono monitorare e del sistema da usare per misurarli, l'incertezza che inevitabilmente accompagna gli strumenti di misura, gli effetti di scala (se i modelli da provare in laboratorio sono in scala geometrica ridotta rispetto alla realtà, le quantità fisiche in gioco non sono scalabili altrettanto facilmente). A questi si aggiungono anche i limiti dati dai costi delle prove e dalla specificità del setup sperimentale utilizzato, che spesso non può essere impiegato per analizzare situazioni diverse da quelle per cui è stato pensato, se non a fronte di consistenti modifiche, e la difficoltà di controllare tutti i fattori che influiscono sull'esito della prova.

In particolare, per quello che riguarda invece la campagna sperimentale che costituisce il substrato del presente lavoro di tesi (Lefoulon, 2011) e i dati che essa ha fornito, si possono fare alcune osservazioni, che permetteranno di riguardare i risultati delle prove con un adeguato spirito critico.

Le prove di oscillazioni libere, effettuate sia in aria che in acqua ferma, hanno permesso di ottenere l'evoluzione temporale degli spostamenti della sfera, da cui è possibile ricavare l'andamento decrescente dell'ampiezza nel tempo e la frequenza di tali oscillazioni; tuttavia, si tratta di traiettorie che il più delle volte non sono propriamente rettilinee, come sarebbe lecito aspettarsi imponendo alla sfera ferma uno spostamento iniziale e lasciando poi evolvere liberamente il sistema, ma assumono un andamento spaziale. L'oscillazione principale risulta quindi "inquinata" da una componente oscillatoria nell'altra direzione, che allontana il dato sperimentale dalla situazione teorica di riferimento (oscillatore con un solo grado di libertà). Come cause di questo comportamento sono state ipotizzate la presenza di una velocità iniziale non nulla (ma comunque piccola) attribuita involontariamente al sistema e la presenza di una lieve eccentricità tra l'asse della trave e il baricentro della sfera. In figura 1.20 nella pagina successiva sono riportate le traiettorie di due prove di oscillazioni libere in aria, una quasi rettilinea e l'altra molto bidimensionale. Nel seguito sarà considerata



**Figura 1.20** Traiettorie sperimentali di oscillazioni libere in aria a confronto (prove di Lefoulon, 2011)

solamente la componente principale delle oscillazioni ottenute mediante prove di vibrazioni libere.

Un altro aspetto da considerare è quello della turbolenza. Infatti, dalle misurazioni effettuate (Lefoulon, 2011), essa risulta decisamente elevata rispetto ai casi sperimentali di letteratura, nonché anisotropa nelle diverse direzioni, nonostante l'adozione di specifici accorgimenti, mirati appunto alla riduzione della turbolenza nel canale di prova. Gli effetti che tale situazione provoca sui risultati della sperimentazione sono difficilmente prevedibili e quantificabili.

La materializzazione dei vincoli di incastro (sia quello tra sfera e asta che quello all'estremo superiore dell'asta) dell'apparato sperimentale merita un commento. Infatti, se in prima approssimazione questi possono sicuramente essere considerati degli incastri perfetti, non è detto che, specialmente per quanto riguarda l'incastro della trave, siano sufficientemente rigidi e non diventino invece fonte di una dissipazione energetica che può essere difficilmente controllata e quantificata.

È bene inoltre ricordare che i parametri che sono oggetto di monitoraggio e misura durante la sperimentazione, e anche le modalità con cui le misure vengono realizzate, sono sempre il frutto di una scelta, che inevitabilmente influisce sull'esito e sulla bontà delle prove. Ci sono poi misure che risultano più agevoli (come ad esempio la misura di spostamenti di un corpo) e altre che sono decisamente più complesse (come la misura delle velocità di un campo di fluido in moto, per cui sono state sviluppate recentemente delle tecniche di visualizzazione specifiche, e la misura più o meno diretta delle forze).

La questione dello smorzamento strutturale, inoltre, è molto delicata. Da un lato, sperimentalmente, è difficile identificare e controllare i diversi fattori che influiscono su questo parametro. D'altra parte, in letteratura si è visto per

il caso del filo che, quando il parametro di massa-smorzamento è sufficientemente piccolo, esso non ha effetto sull'ampiezza delle oscillazioni della sfera (figura 1.9 a pagina 30). L'estensione di questo risultato al caso dei sistemi sfera-asta, tuttavia, per quanto si sia registrato che in molte situazioni il loro comportamento non si discosta in maniera sensibile da quello del pendolo, richiederebbe un approfondimento specifico e ulteriore che, a tutt'oggi, non è stato ancora affrontato.

Per quanto riguarda le limitazioni imposte dall'apparato sperimentale utilizzato, come già accennato, è stata rilevata l'esigenza di ampliare il campo di indagine considerando sfere di dimensioni e soprattutto rapporti di massa differenti (sia più leggere che più pesati), studiare sistemi più rigidi e indagare il fenomeno con velocità della corrente più elevata.

Un'ultima considerazione: i dati ottenuti dalle prove sperimentali vanno poi opportunamente interpretati e collocati all'interno della cornice teorica di riferimento, e questo non è sempre così banale.

Concludendo, quindi, possiamo senza dubbio affermare che la vita dello sperimentatore è tutt'altro che facile. Specialmente per il problema di cui si occupa questo lavoro (e cioè l'analisi delle VIV su corpi sferici), poi, l'attività sperimentale e le informazioni che da questa è possibile ricavare sono ancora un *work in progress* tutt'altro che consolidato; i riferimenti presenti in letteratura sono pochi e recenti; i segnali ottenuti dalle prove sperimentali sono spesso irregolari e non semplici da interpretare univocamente. In ogni caso, il bagaglio acquisito attraverso la sperimentazione (e in particolare con il lavoro di Lefoulon, 2011) rappresenta ugualmente un utile, e forse addirittura insostituibile, termine di paragone per le analisi numeriche condotte in questa tesi.

## 1.7 Impostazione del lavoro

Alla luce di quanto è stato esposto nelle due sezioni precedenti, è possibile collocare ora il lavoro della presente tesi all'interno del filone di ricerca che è stato presentato.

In particolare, sono state messe in luce sia le criticità intrinseche del problema delle vibrazioni indotte dal distacco di vortici su sfere immerse in una corrente stazionaria (e nello specifico del caso in cui il vincolo della sfera sia costituito da un'asta flessibile incastrata alla sommità), per quanto semplice esso possa essere ritenuto, sia le limitate potenzialità dell'approccio numerico seguito finora per la simulazione di fenomeni di FSI. Infatti, si è avuto modo di constatare come sia insufficiente pensare di risolvere dal punto di vista numerico un problema di interazione fluido struttura rimanendo unicamente all'interno di un programma di fluidodinamica computazionale. Per modellare adeguatamente anche la risposta della struttura (l'asta flessibile nel caso in esame) risulta necessario quindi affiancare alla CFD un *software* di analisi strutturale.



Proprio in quest'ottica, la tecnica della Co-Simulazione si presenta come una soluzione possibile e al tempo stesso molto promettente.

Un approccio di questo tipo è stato già sperimentato, tra l'altro, con riferimento al caso del cilindro (Besana, 2013). Tuttavia il programma di CFD impiegato in quell'occasione (*Abaqus/CFD*) ha mostrato, allo stato attuale di sviluppo, dei limiti nella modellazione dei flussi turbolenti che non hanno permesso di ottenere risultati soddisfacenti per situazioni caratterizzate da numeri di Reynolds elevati.

L'idea alla base del presente lavoro è quindi quella di

- partire dai modelli CFD della sfera con filo, già sviluppati con *STAR-CCM+* da Quadri (2011) e ripresi poi da Mandelli (2012),
- sviluppare e validare in *Abaqus* un modello strutturale adeguato per il sistema sfera-asta e infine
- accoppiare il modello fluidodinamico e il modello strutturale, mediante la Co-Simulazione, per provare a simulare numericamente l'interazione fluido-struttura nel caso della sfera con l'asta.

Il lavoro è stato svolto in modo graduale, scomponendo il problema in sotto-problemi più semplici, affrontati separatamente e progressivamente.

In primo luogo si è rivolta l'attenzione alla definizione del modello strutturale, valutando le ipotesi di modellazione, calibrando i diversi parametri e validando poi il modello stesso a fronte dei risultati sperimentali di Lefoulon (2011). In particolare, sono state considerate in questa fase le prove di oscillazioni libere in aria, che consentono di isolare la risposta dinamica della componente strutturale dal resto del problema.

Successivamente, ma sempre rimanendo all'interno di *Abaqus*, si è cercato di estendere il modello strutturale alle prove di oscillazioni libere in acqua ferma: il fluido non viene direttamente modellato, in quanto il *focus* resta sempre quello della risposta strutturale, ma si è cercato di comprendere e includere nel modello della struttura gli effetti della presenza dell'acqua in quiete.

Per quanto riguarda il modello fluidodinamico, si è ritenuto valido per il sistema sfera-asta il processo di calibrazione e validazione svolto in riferimento al caso di sfera ferma e al caso del filo (Quadri, 2011), senza effettuare indagini ulteriori. Sono state considerate inoltre le prove di oscillazioni libere in acqua ferma e di vibrazioni indotte dalla corrente, sempre relative alla sfera con filo (Quadri, 2011; Mandelli, 2012).

Infine, il modello strutturale e il modello fluidodinamico, dopo essere stati approfonditi e validati singolarmente, sono stati accoppiati nella Co-Simulazione, che per la prima volta ha permesso di realizzare con successo la simulazione numerica dell'interazione fluido-struttura del sistema sfera-asta. Il riferimento, anche in quest'ultima fase, è stato quello delle oscillazioni libere in acqua ferma del sistema e dei risultati delle prove sperimentali di Lefoulon (2011).



## Capitolo 2

### La struttura

Nel presente capitolo si illustrano le diverse analisi numeriche effettuate sul solo modello strutturale con il software *Abaqus* e i risultati che da queste si sono ottenuti, ponendoli a confronto con i risultati delle prove sperimentali eseguite nel Laboratorio di Idraulica del Politecnico di Milano (Lefoulon, 2011).

Nel contesto dell'analisi numerica di problemi di interazione fluido-struttura con la tecnica della Co-Simulazione, infatti, è fondamentale e imprescindibile dedicare le fasi iniziali del lavoro allo sviluppo dei due modelli di base, quello strutturale da un lato e quello fluidodinamico dall'altro, prima di cimentarsi nel loro accoppiamento. Poter disporre di due modelli che, singolarmente considerati, abbiano dimostrato di essere consistenti e accurati è infatti una premessa fondamentale per l'esito positivo dell'interazione.

Le motivazioni che hanno spinto ad affrontare questa fase di approfondimento preliminare degli aspetti strutturali della modellazione sono quindi molteplici. In particolare, è importante sottolineare che le analisi che stanno per essere presentate non sono accessorie, ma vanno a costituire un lavoro che deve sempre essere affrontato, prima di procedere nello svolgimento di analisi più elaborate, come le Co-Simulazioni. Lo scopo delle analisi sul solo modello strutturale, anche in un contesto di interazione fluido-struttura, è così sintetizzabile:

- validazione del modello strutturale: verificare le capacità predittive e l'affidabilità del comparto strutturale della modellazione;
- calibrazione del modello strutturale: acquisire un'adeguata esperienza e sensibilità riguardo ai parametri (geometrici, meccanici e di modellazione) che entrano in gioco e comprendere come questi influenzano i risultati delle analisi;
- potenzialità e limiti della modellazione di un problema di FSI all'interno di un software di analisi strutturale: esplorare le differenti possibilità che si offrono per studiare e simulare problematiche di interazione fluido-

struttura in un contesto prettamente strutturale, valutando che tipo di risultati è possibile ottenere in assenza di un software di CFD;

- Co-Simulazione: come già affermato in precedenza, prima di procedere con le analisi di Co-Simulazione (in cui complessità e onere computazionale aumentano notevolmente), è indispensabile dedicarsi singolarmente al modello strutturale e a quello fluidodinamico, per avere la certezza di accoppiare due modelli che, considerati individualmente, siano stabili, accurati e privi di errori.

## 2.1 *Abaqus* e il metodo degli Elementi Finiti

Il software *Abaqus* garantisce grandi capacità di modellazione in un vastissimo ambito di applicazioni, sempre più orientate ad un contesto multifisico. In particolare, si presta molto bene alla simulazione numerica della risposta statica e dinamica di strutture e componenti strutturali e permette di spaziare all'interno di un ampio repertorio di situazioni tipiche dell'ingegneria strutturale (e non solo): problemi statici e dinamici, lineari e non lineari, materiali caratterizzati da legami costitutivi complessi, problemi di contatto, di meccanica della frattura e di impatto, solo per fare alcuni esempi.

*Abaqus* impiega il metodo degli Elementi Finiti (*Finite Element Method*, FEM) per risolvere i problemi della meccanica strutturale. L'idea di base del metodo è quella di discretizzare il dominio di indagine (cioè la struttura) in elementi, all'interno dei quali l'andamento spaziale della soluzione è stabilito a priori dalla scelta di opportune funzioni di forma: i valori degli spostamenti di un generico punto sono dati da combinazioni lineari di tali funzioni, pesate sugli spostamenti dei nodi dell'elemento a cui il punto appartiene. Le incognite del problema diventano pertanto le componenti di spostamento dei nodi della griglia (si tratta di fatto di una procedura di algebrizzazione). All'interno dello spazio delle configurazioni ammissibili dall'approssimazione cinematica adottata, si impone poi l'equilibrio, mediante un approccio di tipo energetico, in termini di Principio degli Spostamenti Virtuali (ovvero, nel caso elastico, principio di stazionarietà e minimo dell'Energia Potenziale Totale). Gli Elementi Finiti sono molto diffusi grazie alla loro versatilità e alla possibilità che offrono di trattare problemi di geometria complessa con facilità.

Quando bisogna affrontare la soluzione di un problema strutturale in ambito dinamico, tuttavia, occorre definire, accanto alla discretizzazione spaziale appena presentata, anche una strategia per affrontare dal punto di vista numerico l'evoluzione nel tempo della risposta del sistema.

A questo proposito, sono possibili diversi approcci: è possibile infatti affrontare il problema con una discretizzazione totale o con un approccio semi-discreto. Nel primo caso, si prevede l'introduzione di elementi finiti "accoppiati" nelle variabili spaziali e temporali; in generale tale approccio,

tuttavia, non presenta vantaggi sostanziali rispetto all'approccio semi-discreto. Questa seconda alternativa è quella che è stata tradizionalmente sviluppata e impiegata nell'ambito della dinamica delle strutture; sostanzialmente, si tratta di trovare un modo di integrare in via approssimata nel tempo le equazioni che governano il problema, le quali, a valle del processo di discretizzazione nello spazio operata nell'ottica degli Elementi Finiti, sono diventate di fatto delle equazioni differenziali ordinarie.

I cosiddetti *metodi passo-passo* si occupano di tale integrazione: operando una suddivisione del dominio temporale in intervalli finiti, si impiega una relazione di ricorsività che permette di ricavare il valore delle incognite ad un dato istante temporale a partire dallo stato del sistema all'istante precedente (oppure ad una serie di istanti precedenti) e dall'entità delle azioni esterne agenti sulla struttura. In altre parole, occorre sostituire alle derivate temporali uno schema tipo differenze finite che permetta di approssimare l'evoluzione temporale delle incognite di spostamento con cui è stato impostato il problema. Molto diffusi, nell'ambito della dinamica delle strutture, sono i metodi che appartengono alla famiglia dei *metodi di Newmark*: si tratta di una formulazione che raccoglie, al variare di due parametri, diversi operatori di integrazione temporale, a cui corrispondono differenti qualità di stabilità e accuratezza della soluzione approssimata che si ottiene.

In sintesi quindi, per affrontare numericamente il problema dinamico strutturale, *Abaqus* utilizza la seguente strategia: metodo degli Elementi Finiti per la discretizzazione spaziale e integrazione diretta con metodo implicito o esplicito per l'avanzamento in tempo. Per le analisi svolte nel presente lavoro di tesi è stato utilizzato il metodo implicito (lo schema implicito determina lo stato del sistema a fine passo in funzione dei valori delle incognite non solo all'istante di inizio passo, ma anche alla fine del passo medesimo, rendendo necessaria la soluzione di un sistema di equazioni, in generale non lineare, per ogni passo temporale), che presenta migliori caratteristiche di stabilità e permette di considerare passi temporali più grandi.

In particolare, per l'integrazione diretta nel tempo delle analisi dinamiche implicite è implementato in *Abaqus* il metodo noto come  $\alpha$ -*method*, o metodo Hilber-Hughes-Taylor (HHT), proposto da Hilber et al. (1977). Tale operatore costituisce un'estensione del metodo di Newmark che permette di introdurre lo smorzamento numerico (utile in molte situazioni) mantenendo un'accuratezza del secondo ordine (risultato in generale non possibile con altri metodi); in base alla scelta dei parametri di *input*, poi, può risultare anche incondizionatamente stabile (la stabilità della soluzione non dipende dall'ampiezza del passo temporale utilizzato). Anche l'entità dello smorzamento algoritmico introdotto può essere controllata agevolmente attraverso uno dei parametri del metodo; inoltre, lo smorzamento di questo operatore agisce prevalentemente sulle alte frequenze (tipiche di errori e rumori numerici), disturbando poco le basse frequenze significative nella risposta dinamica dei sistemi strutturali.

Queste tematiche sono approfonditamente trattate, ad esempio, nel libro

di Hughes (2000).

## 2.2 Il modello strutturale

### 2.2.1 Dal problema reale al modello numerico: le ipotesi di calcolo

La prima, inevitabile, fase di astrazione riguarda le ipotesi che vengono poste per passare dal sistema meccanico reale allo schema di calcolo con cui questo viene interpretato. Anche se spesso questo passaggio logico viene dato per scontato, a meno di non essere in quelle situazioni in cui occorre discutere e approfondire in quali casi una certa ipotesi possa essere applicata o non sia lecita, si ritiene opportuno invece raccogliere qui le ipotesi che sono state fatte prima di sviluppare il modello numerico del sistema sfera-asta.

La prima, in realtà, riguarda l'intero problema di interazione fluido-struttura e non solo il modello strutturale:

- in prima approssimazione, considerate le ridotte dimensioni trasversali della sezione dell'asta rispetto al diametro delle sfere considerate, si è deciso di trascurare l'effetto dell'interazione del fluido con la parte di asta che risulta immersa nella corrente; l'interazione fluido-struttura avviene quindi solamente attraverso la superficie della sfera e l'asta risulta essere "trasparente" alla corrente fluida che investe la struttura;

questa ipotesi semplificativa è stata ritenuta accettabile, rimandando ad indagini future l'approfondimento del ruolo che l'interazione tra il fluido e la parte inferiore della trave esercita nella determinazione della risposta globale del sistema. Dalla scelta di questa impostazione del problema discendono le ipotesi relative al modello della struttura:

- la sfera viene considerata un corpo rigido;
- l'asta metallica, a cui la sfera è solidamente vincolata, viene modellata come un continuo monodimensionale, sfruttando le ipotesi della teoria della trave;

questo è una diretta conseguenza della prima ipotesi che è stata introdotta (cioè della volontà di trascurare l'interazione tra il fluido e l'asta, date le ridotte dimensioni della sua sezione, nelle analisi FSI di cui al capitolo 4). Volendo considerare anche l'interazione coll'asta, infatti, sarebbe stato necessario modellarla come solido deformabile tridimensionale, in modo tale da materializzarne la superficie esterna, con cui il fluido viene a contatto; questo avrebbe comportato un aumento della complessità sia del modello strutturale che di quello fluidodinamico, oltre all'aumento del costo computazionale delle analisi, già sufficientemente elevato, senza peraltro introdurre una sostanziale differenza qualitativa nel lavoro svolto. Proseguendo con le ipotesi:

- il comportamento meccanico dei materiali (cioè dell'acciaio della trave) è elastico lineare;
- i vincoli sono stati modellati come incastri perfetti, sia per quello che riguarda la connessione tra la sfera e la trave che per quanto riguarda il vincolo presente alla sommità della trave;

a questo proposito, si osserva che ciò può essere ritenuto valido solamente in prima approssimazione. Alla luce dei risultati che verranno presentati nel seguito, infatti, si vedrà che potrebbe essere opportuno introdurre alla sommità della trave, al posto dell'incastro perfetto, una cerniera elasto-plastica con comportamento isteretico, per avere una fonte di dissipazione energetica non lineare e migliorare così la corrispondenza con lo smorzamento esibito dai dati sperimentali (v. più avanti il paragrafo 2.6). Infine:

- assenza di imperfezioni ed eccentricità (l'asse della trave è perfettamente rettilineo e il baricentro della sfera è allineato ad esso);
- sono stati considerati sia il caso di piccoli spostamenti (e rotazioni), sia il caso di spostamenti (e rotazioni) genericamente grandi, come sarà illustrato in seguito.

### 2.2.2 Descrizione del modello numerico

Si descrivono ora brevemente i passaggi fondamentali con cui è stato realizzato il modello strutturale del problema oggetto di studio e le sue principali caratteristiche, con riferimento al modulo di *pre-processing* del software *Abaqus* (*Abaqus/CAE*) che è stato utilizzato.

Si è considerato un sistema di riferimento con origine nel baricentro della sfera (in configurazione indeformata), asse  $x$  orientato nella direzione della corrente, asse  $y$  ortogonale al flusso e asse  $z$  diretto verso l'alto.

Le unità di misura, in *Abaqus*, non hanno scelte predefinite, ma è lasciato all'utente di sapere che cosa si stia utilizzando e quale fattore di scala sia presente nelle relazioni che legano tra loro le diverse grandezze. Nei modelli di questo lavoro si sono espresse le lunghezze in metri, le masse in kilogrammi e il tempo in secondi (e quindi le forze in Newton e così via).

Il primo passo è quello della definizione della geometria del modello. Si sono create due **Parti**, entrambe deformabili nello spazio, una solida di rivoluzione per la sfera e una **planar wire** per l'asta; le dimensioni geometriche, insieme con i dati relativi alla massa delle sfere, sono riportate in tabella 2.1 nella pagina successiva. In particolare, sono state considerate tre sfere, di diametro rispettivamente 4 cm, 6 cm e 9 cm, tutte vincolate con asta a sezione circolare di 3 mm di diametro e lunghezza complessiva (dall'incastro dell'asta al centro della sfera) di 70 cm (nella sperimentazione erano state utilizzate anche aste di diametro maggiore e lunghezze differenti).

**Tabella 2.1** Geometrie considerate:  $D$  diametro,  $m_s$  massa e  $\rho_s$  densità delle sfere; con  $l_a$  si indica, invece, la lunghezza “netta” dell’asta, dall’incastro superiore al punto di innesto con la sfera

$D$ (m)	$m_s$ (kg)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$l_a$ (m)
0,04	0,042	1253	0,68
0,06	0,152	1344	0,67
0,09	0,472	1237	0,655

**Tabella 2.2** Caratteristiche dell’acciaio dell’asta

Proprietà	Simbolo	Valore	Unità di misura
Modulo elastico	$E$	$210 \times 10^9$	(Pa)
Coefficiente di Poisson	$\nu$	0,3	(-)
Densità	$\rho_{acc}$	7850	(kg/m <sup>3</sup> )

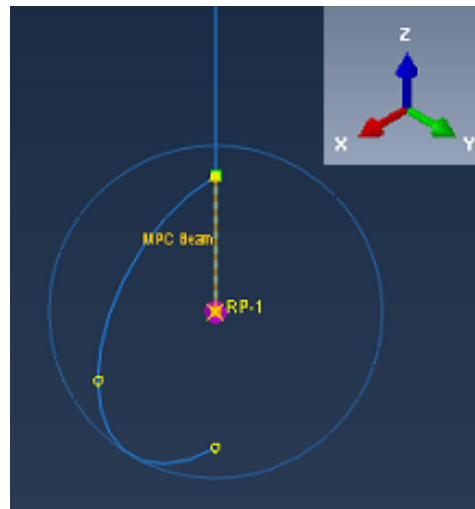
Nel modulo **Property** sono state definite le caratteristiche dei materiali: parametri elastici e densità per l’acciaio dell’asta (tabella 2.2), massa per unità di volume per il plexiglass delle sfere (ottenuta dividendo la massa misurata per il volume calcolato, tabella 2.1); in realtà il programma richiede che siano specificati modulo elastico e coefficiente di Poisson anche per il materiale della sfera, nonostante il fatto che i valori numerici attribuiti a questi parametri non abbiano alcuna influenza nelle analisi, dato che è stato introdotto un vincolo di corpo rigido per la sfera. È stata definita inoltre la sezione della trave.

Il modulo **Assembly** ha permesso di assemblare la sfera e la trave in un unico modello, mediante opportune traslazioni e rotazioni.

La definizione delle diverse fasi di analisi è stata effettuata all’interno del modulo **Step**. In particolare, le analisi di oscillazioni libere sono state effettuate in due **Step** successivi: nel primo, di tipo statico, è stata imposta la condizione iniziale sugli spostamenti della struttura (spostandola dalla posizione di riposo alla posizione da cui hanno inizio, con velocità nulla, le oscillazioni), mentre il secondo, rimosso il vincolo con cui è stata introdotta la condizione iniziale di spostamento, lascia il sistema libero di evolvere in maniera dinamica. Per i diversi **Step** occorre impostare i parametri che governano la durata (riferita al tempo fisico) e l’incrementazione temporale dell’analisi e definire le informazioni (spostamenti, ecc. di quali nodi/elementi...) che devono essere salvate nel corso dell’analisi per essere poi disponibili come output.

Nel modulo **Interaction** è stato assegnato al comportamento della sfera il vincolo di corpo rigido (specificando il centro della sfera come punto di riferimento per calcolare gli spostamenti) ed è stato introdotto il vincolo di incastro perfetto tra la sfera e l’estremità inferiore della trave: si tratta di un





**Figura 2.1** Vincolo interno tra la sfera e la trave nel modello numerico

Connector di tipo MPC Beam (*Multi-Point Constraint Beam*, vincolo interno di tipo trave), che cioè mette in relazione spostamenti e rotazioni di un nodo (il centro della sfera) a spostamenti e rotazioni di un altro nodo (l'estremo dell'asta) in modo che la situazione finale corrisponda alla presenza di una travetta rigida che collega i due nodi (figura 2.1).

È poi stato possibile introdurre delle masse aggiuntive non strutturali, sia puntiformi (come la massa dell'innesto tra la trave e la sfera, si veda più avanti il paragrafo 2.3.1) che distribuite per unità di volume (in questo modo è stato invece considerato il contributo della massa aggiunta, nel caso delle oscillazioni in acqua ferma, illustrate in seguito al paragrafo 2.4).

Sono stati inoltre introdotti due smorzatori viscosi lineari (*Dashpot*), applicati al centro della sfera, sia in direzione  $x$  che in direzione  $y$ , per inserire nel modello gli effetti dello smorzamento strutturale (anche questo aspetto sarà discusso nel dettaglio in seguito).

Nel modulo **Load** è stata curata la definizione dei carichi e delle condizioni al contorno per il modello. Per quello che riguarda i carichi, inizialmente è presente soltanto il peso proprio (calcolato dal programma in funzione dell'accelerazione di gravità, a partire dalle masse delle diverse componenti); quanto ai vincoli, è stato introdotto un incastro al nodo superiore della trave e uno spostamento imposto al centro della sfera (rimosso poi nella fase dinamica dell'analisi).

Infine è stata realizzata la **Mesh** del modello: la sfera è stata discretizzata con elementi tetraedrici lineari a quattro nodi (il numero complessivo di nodi nei diversi modelli varia all'incirca tra 4000 e 9000), mentre per la trave sono stati utilizzati 20 elementi finiti di trave nello spazio alla Eulero-Bernoulli (figura 2.2 nella pagina successiva).

La durata indicativa delle analisi svolte in questa fase varia da una a due ore.

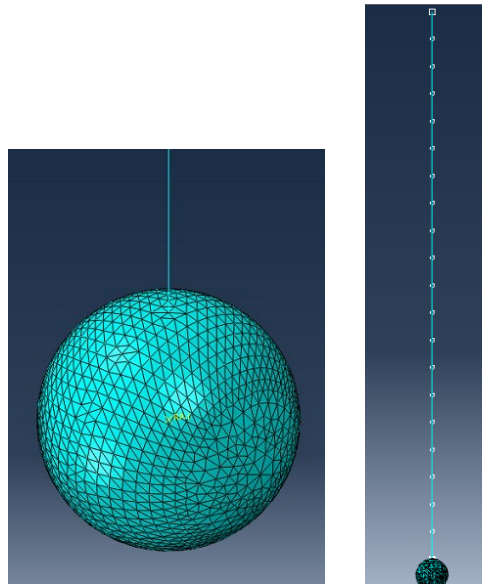


Figura 2.2 *Mesh* del modello strutturale

### 2.2.3 Modelli lineari a parametri concentrati

Per validare i risultati numerici ottenuti dalle analisi, oltre ai dati forniti dalle prove sperimentali, si sono considerati anche dei modelli lineari di oscillatore semplice ad un grado di libertà; questi, pur nella loro semplicità, appunto, permettono di tenere sotto controllo il fenomeno che si sta esaminando, di fare previsioni su quello che si vuole raggiungere e di avere immediato riscontro della bontà dei valori numerici dei parametri che caratterizzano la risposta del sistema. In particolare, il comportamento della struttura che è stata studiata è ben rappresentabile, nei suoi tratti fondamentali, con un solo grado di libertà e questa circostanza ha reso i modelli di cui si occupa il presente paragrafo molto utili e significativi.

Già Lefoulon (2011) e Sini (2013) si sono dedicati allo sviluppo e all'analisi di modelli di oscillatori semplici per la rappresentazione del comportamento di sistemi sfera-asta in aria e in acqua, pertanto la presente trattazione sarà limitata ad una sintetica revisione del loro lavoro, con l'aggiunta di qualche osservazione.

Nel capitolo della tesi di Lefoulon (2011) dedicato all'analisi dinamica della struttura, vengono presentati due differenti modelli, entrambi declinati sia nel caso di oscillazioni libere in aria che nel caso di oscillazioni libere in acqua ferma. Questo paragrafo si limita ad analizzare il caso in aria, in quanto le questioni che riguardano la modellazione degli effetti della presenza dell'acqua sono rimandate al paragrafo 2.4.

Il primo modello, sviluppato nelle ipotesi della teoria del primo ordine (vedi paragrafo 1.3.3), trascura il contributo della forza peso alla rigidità (effetto pendolo) e trascura inoltre la massa della trave rispetto a quella della sfera; si

ottiene:

$$m\ddot{y} + c_a\dot{y} + ky = 0 \quad (2.1)$$

con  $y$ ,  $\dot{y}$  e  $\ddot{y}$  spostamento trasversale del centro della sfera (con le sue derivate),  $m$  massa della sfera,  $c_a$  smorzamento strutturale (smorzamento del sistema in aria) e  $k$  rigidezza costituita dal solo contributo elastico dell'asta ( $l = l_a + \frac{D}{2}$  è la distanza del centro della sfera dall'incastro della trave,  $J = \pi \frac{D^4}{64}$  è il momento d'inerzia della sezione circolare della trave rispetto ad uno dei suoi assi principali):

$$k = \frac{3EJ}{l^3} \quad (2.2)$$

Come è noto, la frequenza naturale (in aria)  $f_{n,a}$  per valori sufficientemente bassi di smorzamento (o in assenza di questo) è:

$$f_{n,a} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

e lo smorzamento  $\zeta$  relativo allo smorzamento critico (in aria) è:

$$\zeta = \frac{c_a}{2\sqrt{km}} \quad (2.4)$$

Già Lefoulon (2011) osservava che questo modello riesce ad interpretare sufficientemente bene il comportamento dei sistemi composti dalle sfere più piccole (e quindi più leggere) associate alle aste più rigide (diametro della sezione maggiore e lunghezza inferiore): si tratta infatti dei sistemi più lontani dal comportamento a pendolo, in cui quello che prevale è la rigidezza elastica della trave; il modello comincia invece ad esibire i suoi limiti se applicato alle sfere più pesanti associate alle aste più lunghe e sottili: in tali casi, in cui è evidente un comportamento che si avvicina a quello di un pendolo classico (massa attaccata ad un filo), alla rigidezza elastica si aggiunge l'effetto geometrico irrigidente della forza peso, che non è stata inclusa in questo primo modello. A queste osservazioni si ritiene opportuno aggiungere che, almeno in certi casi, la massa della trave risulta essere confrontabile con quella della sfera, pertanto sarebbe auspicabile considerare anche quella.

Il secondo modello, invece, è stato sviluppato (senza dichiararlo esplicitamente) in accordo alla teoria del second'ordine: è stata introdotta la forza peso con il suo contributo all'equilibrio dinamico del sistema, pur continuando a considerare valide le approssimazioni geometriche legate alla ridotta entità degli spostamenti in gioco. Considerando ancora valida l'espressione della deformata della trave calcolata in assenza di peso, si è ottenuto:

$$m\ddot{y} + c_a\dot{y} + \left(k + \frac{3mg}{2l}\right)y = 0 \quad (2.5)$$

da cui si ricava la frequenza naturale del corrispondente sistema non smorzato:

$$f_{n,a} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{3g}{2l}} \quad (2.6)$$

Con questo secondo modello, le previsioni sono soddisfacenti anche per i casi di sfere più pesanti e aste meno rigide.

Una prima indicazione che è stato possibile trarre per lo svolgimento del presente lavoro è il fatto che un'analisi al primo ordine, in alcune situazioni, potrebbe essere insufficiente. Si osserva inoltre che entrambi i modelli presentano un comportamento lineare.

Anche Sini (2013) ha utilizzato un modello di oscillatore armonico per il sistema sfera-asta, tornando però ad un approccio al primo ordine: come rigidità, dunque, si considera solo quella elastica. Per quello che riguarda la massa, invece, ha incluso, oltre a quella della sfera, anche quella dell'asta,<sup>1</sup> determinando la porzione di trave da considerare attraverso un'equivalenza in termini di energia cinetica; quello che ha ottenuto è:

$$m = m_s + 0,24 m_{asta} \quad (2.7)$$

anche se nel suo lavoro è stata analizzata direttamente la situazione del sistema immerso in acqua e quindi compare anche la massa aggiunta.

Nel presente lavoro si sono considerati modelli al primo e, all'occorrenza, al second'ordine, includendo in entrambi, però, anche la massa della trave.

### 2.3 Oscillazioni libere in aria

Come si è già avuto modo di accennare, la fase di validazione del modello strutturale si è concentrata sulle prove di oscillazioni libere del sistema; in particolare, considerando il caso di oscillazioni libere in aria (e ammettendo di trascurare l'effetto dell'aria sulla risposta del sistema strutturale), è possibile "isolare" la struttura, in quanto non si ha interazione con alcun fluido e la risposta del sistema è governata soltanto dalle caratteristiche meccaniche della struttura.

Le problematiche da affrontare nelle analisi, pertanto, sono quelle in cui comunemente ci si imbatte nell'ambito della modellazione numerica strutturale in campo dinamico.

Si è deciso di riprodurre numericamente alcune delle prove sperimentali di oscillazioni libere in aria (Lefoulon, 2011), per confrontare poi la risposta in termini di frequenza e smorzamento delle oscillazioni del sistema sfera-asta.

In figura 2.3 a pagina 56 si riporta una delle prove sperimentali utilizzate per la validazione del modello numerico: si tratta in particolare delle oscillazioni libere in aria della sfera da 6 cm. Data la particolare tecnica di misura utilizzata nella sperimentazione, i dati sono riferiti al "polo sud" della sfera e non al centro di questa (che è invece stato considerato per i modelli a un grado di libertà e per l'imposizione della condizione iniziale al modello numerico). Si può osservare, in particolare, l'andamento della traiettoria sul piano  $xy$  (bidimensionale come

<sup>1</sup>Bisogna ridefinire il rapporto di massa  $m^*$ ?

si è già avuto modo di sottolineare), l'evoluzione temporale della componente in direzione  $y$  degli spostamenti e il contenuto in frequenza di tali spostamenti. La componente trasversale del moto è quella che è stata utilizzata per la validazione del modello numerico (la cui risposta oscilla lungo un'unica direzione, date le condizioni iniziali che sono state considerate); si può notare anche ad occhio come lo smorzamento, che si manifesta nella progressiva riduzione delle ampiezze delle oscillazioni, presenti un valore non costante nel tempo, ma decrescente col procedere della prova. L'analisi in frequenza mostra inoltre che si tratta di un segnale sufficientemente monocromatico, tale da poter essere considerato un sistema ad un grado di libertà senza eccessive approssimazioni.

In figura 2.4 a pagina 57, invece, è riportata una tipica deformata assunta dalla struttura nel corso delle oscillazioni, che ricalca piuttosto fedelmente la prima forma modale della struttura stessa.

Le simulazioni numeriche sono state condotte in questo modo: in un primo Step statico dell'analisi, la sfera viene allontanata dalla configurazione rettilinea di equilibrio del sistema (imponendo un cedimento vincolare al centro della sfera stessa); in un secondo momento, così come è stato fatto in laboratorio, il vincolo viene rimosso e ha inizio la simulazione dinamica vera e propria, in cui il sistema è libero di oscillare, con ampiezze decrescenti, intorno alla sua posizione di riposo.

Per quello che riguarda il valore del coefficiente di smorzamento  $c$  da attribuire agli elementi Dashpot del modello, esso è stato calibrato sui dati sperimentali, mediante interpolazione lineare in scala logaritmica dei massimi (e minimi) di spostamento (metodo del *decremento logaritmico*). Nello specifico, il coefficiente angolare  $q$  della retta che interpola nel piano semilogaritmico i picchi delle oscillazioni, a meno del segno, è pari al prodotto del fattore di smorzamento  $\zeta$  per la pulsazione propria del sistema  $\omega_n$ :

$$|q| = \zeta \omega_n \quad (2.8)$$

Da questo è possibile ottenere facilmente sia il fattore di smorzamento  $\zeta$

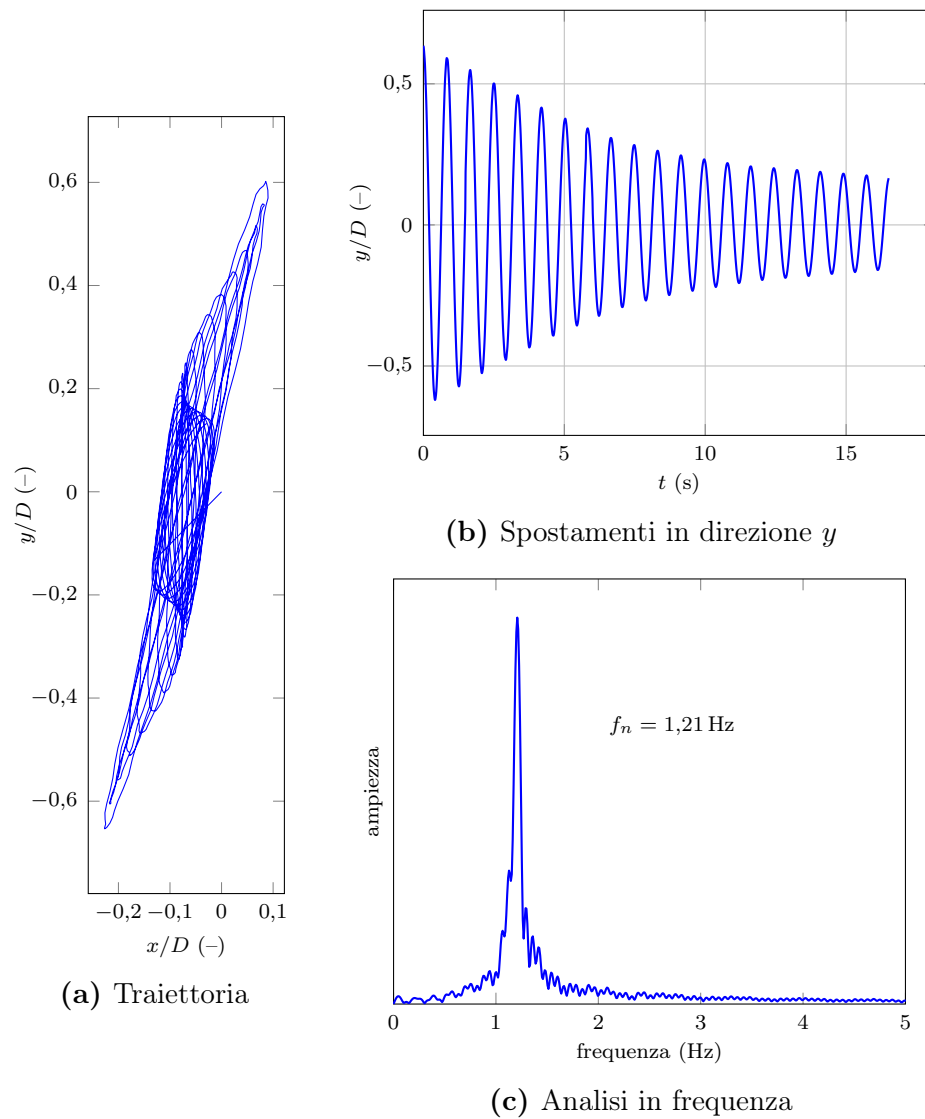
$$\zeta = \frac{|q|}{\omega_n} = \frac{|q|}{2\pi f_n} \quad (2.9)$$

che il coefficiente di smorzamento  $c$

$$c = 2m |q| \quad (2.10)$$

dove  $m$  è la massa del sistema (cioè la massa della sfera, a cui va aggiunta una parte della massa della trave) e  $f_n$  è la frequenza propria del sistema, ricavata dall'analisi dei dati sperimentali della prova di riferimento.

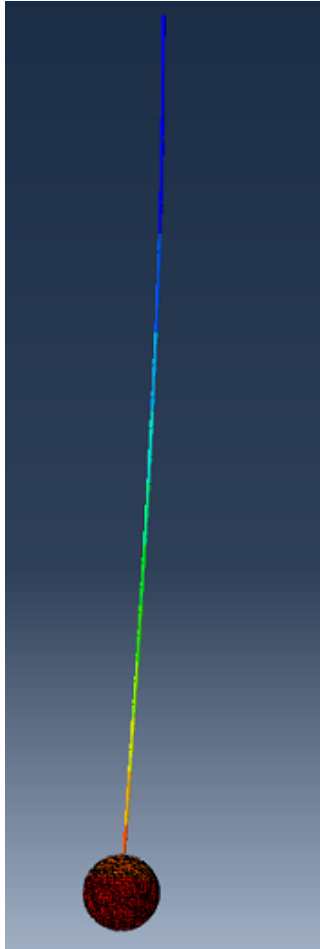
Alle questioni e alle problematiche relative allo smorzamento è stato riservato il paragrafo 2.6.



**Figura 2.3** Dati sperimentali di una prova di oscillazioni libere in aria, con  $D = 6 \text{ cm}$  e  $l = 70 \text{ cm}$

### 2.3.1 Calibrazione

I parametri considerati per la calibrazione del modello, oltre allo smorzamento, sono l'infittimento della discretizzazione spaziale e temporale, il ruolo della massa e la lunghezza dell'asta. Non sono stati considerati, invece, i parametri costitutivi dei materiali, per cui sono stati assunti i valori nominali, già introdotti, senza alcuna ulteriore indagine.



**Figura 2.4** Tipica deformata della struttura

Per quello che riguarda la **mesh**, sono stati considerati separatamente la discretizzazione della sfera e dell'asta.

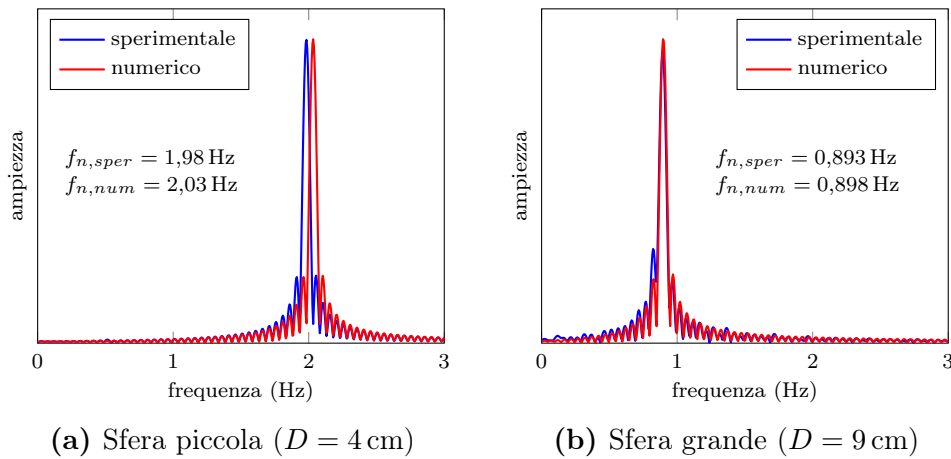
A proposito della sfera, infatti, si osserva che, data la presenza del vincolo di corpo rigido a cui essa è sottoposta, nella matrice risolvete del sistema compaiono solamente i gradi di libertà relativi al nodo di riferimento (che è il centro della sfera), a cui sono attribuite le proprietà inerziali dell'intera sfera, e non i nodi di tutti gli elementi in cui essa è stata suddivisa. Da un lato, quindi, l'infittimento della *mesh* della sfera non influenza l'esito delle analisi, dall'altro, tuttavia, è necessario che la discretizzazione sia sufficientemente fitta in modo da permettere una ricostruzione delle proprietà inerziali e una descrizione della geometria della superficie esterna, attraverso la quale avverrà in seguito l'interazione con il dominio fluido, della sfera di partenza sufficientemente fedele.

Quanto alla trave, invece, il numero di elementi in cui essa viene suddivisa influenza sia le dimensioni del sistema risolvete, sia, in generale, l'accuratezza della risposta che si ottiene; data la regolarità della deformata che si vuole riprodurre, tuttavia, sono sufficienti pochi elementi per cogliere adeguatamente il comportamento della struttura. È stato comunque verificato che la discretizzazione utilizzata non irrigidisse ingiustificatamente il sistema: più che raddoppiando il numero di elementi, infatti, si ottiene un andamento della risposta difficilmente

distinguibile da quello di partenza.

L'entità dell'**incremento temporale** è un parametro molto importante nelle analisi dinamiche passo-passo: esso infatti incide prepotentemente sia sull'accuratezza che sull'onere computazionale delle analisi e, in certe situazioni (in funzione della procedura numerica utilizzata), anche sulla stabilità.

Se, da un lato, per campionare con sufficiente precisione un segnale con frequenze di pochi hertz (ed evitare fenomeni di sottocampionamento o *aliasing*)



**Figura 2.5** Analisi in frequenza delle oscillazioni libere in aria del sistema in assenza della massa dell'innesto. I valori identificati per il fattore di smorzamento in aria, a partire dalle rispettive prove sperimentali, sono  $\zeta = 0,2\%$  per la sfera piccola e  $\zeta = 0,3\%$  per la sfera grande.

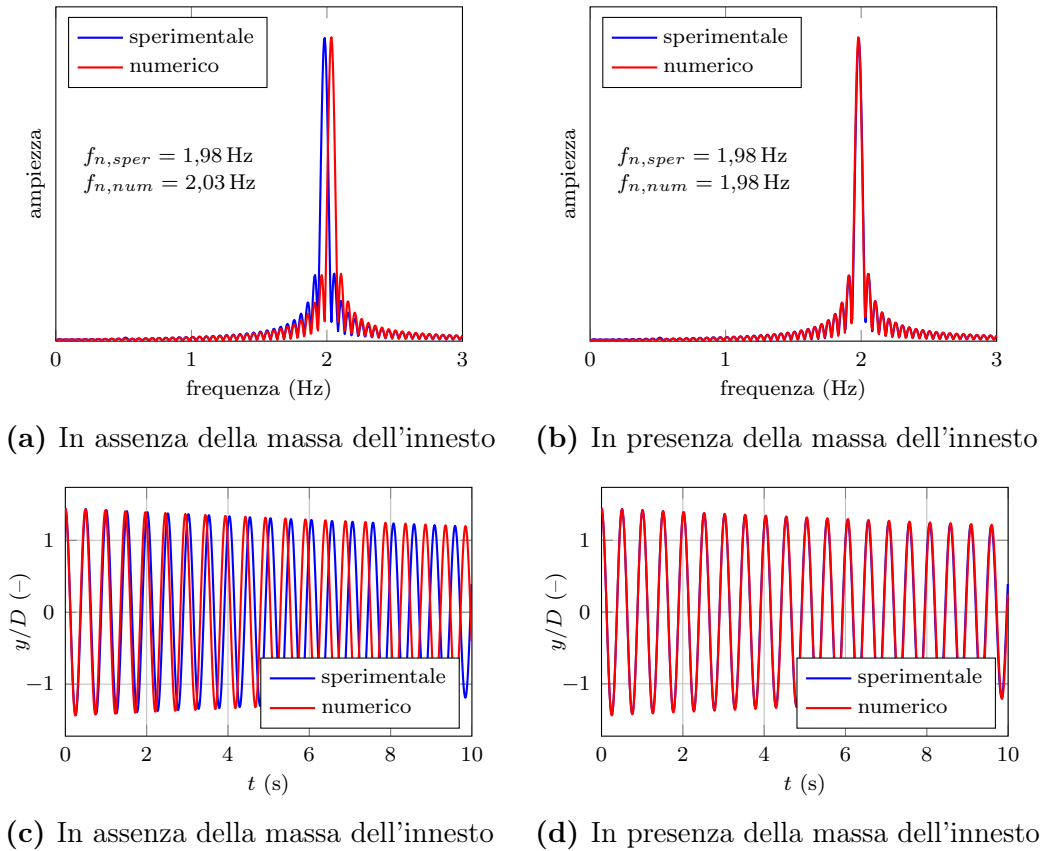
basterebbero passi temporali dell'ordine del decimo di secondo, dall'altro per avere una risposta sufficientemente accurata è necessario utilizzare incrementi più piccoli; ancora, per facilitare il confronto con i dati sperimentali, si è cercato di allineare il passo temporale delle analisi alla frequenza di campionamento impiegata nella sperimentazione, ottenendo incrementi di circa un centesimo di secondo.

In ogni caso, come per la discretizzazione spaziale, è stato verificato che una ulteriore riduzione del passo temporale impiegato nelle analisi non comportasse significative variazioni sulla risposta in termini di spostamento delle oscillazioni della sfera.

Un parametro che si è rivelato invece molto importante, a causa della grande influenza che esso esercita sulla frequenza delle oscillazioni del sistema, è la **massa**. In particolare, si è osservato che le analisi compiute su sfere piccole e leggere ( $D = 4$  cm) mostravano una frequenza superiore (anche se non di tanto) a quella ricavata dalle misure sperimentali, mentre le simulazioni riferite a sfere più pesanti ( $D = 9$  cm) non manifestavano tale comportamento (figura 2.5).

Riflettendo sul modello numerico considerato, è emerso che non era stata inclusa nella definizione del sistema strutturale la parte di innesto filettato con cui l'asta viene solidarizzata alla sfera (dato che questa è stata pesata in assenza dell'asta e la trave del modello non compenetra il volume occupato dalla sfera), ben evidente in figura 1.15b a pagina 35. Pertanto, è stato stimato il peso di tale componente (circa 3 g): mentre nel caso della sfera più grande questo costituisce solamente meno dell'1% della massa della sfera, e quindi non altera in maniera sensibile la risposta del sistema in termini di frequenza





**Figura 2.6** Effetto dell'aggiunta della massa dell'innesto sulle oscillazioni libere in aria della sfera più piccola ( $D = 4$  cm): (a) e (b) frequenza di oscillazione, (c) e (d) evoluzione nel tempo degli spostamenti trasversali

di oscillazione, per la sfera più piccola la massa dell'innesto rappresenta più del 7% della massa della sfera e così è in grado di influire sulla frequenza. In figura 2.6 si riporta il confronto in termini di frequenze e di andamento degli spostamenti per la sfera più piccola con e senza la massa dell'innesto (che è stata inserita nel modello come massa puntiforme concentrata nel punto in cui asta e sfera si toccano).

La conclusione è che la massa è un parametro molto influente sulla risposta del sistema e che, se per le sfere più grandi la massa dell'innesto può essere trascurata senza conseguenze sensibili, nel caso della sfera piccola essa deve necessariamente essere considerata. Si osserva inoltre che la corrispondenza tra la risposta numerica e quella sperimentale è molto buona e il modello numerico risulta sostanzialmente validato.

Si è deciso inoltre di valutare la sensibilità della risposta del modello (e nello specifico della frequenza delle oscillazioni) alla variazione della geometria del sistema, in particolare per quello che riguarda la **lunghezza dell'asta** flessibile che funge da vincolo per la sfera, con l'obiettivo di ricavare informa-

zioni sull'importanza di un'eventuale incertezza associata a questo parametro, proveniente dalla sperimentazione. La lunghezza dell'asta, infatti, è uno dei principali fattori che interviene nella determinazione della rigidità del sistema.

Le analisi effettuate, tuttavia, mostrano che una modifica anche importante della lunghezza dell'asta (1 cm) non comporta delle variazioni significative nella frequenza della risposta del sistema (questo soprattutto a causa del valore elevato di tale lunghezza) e quindi l'incertezza sperimentale associata a tale parametro non è ritenuta rilevante.

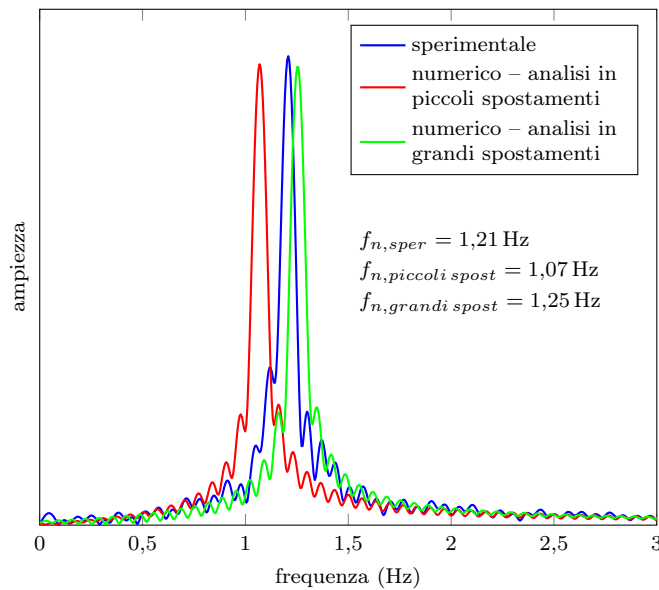
### 2.3.2 L'ipotesi dei piccoli spostamenti

Riprendendo le osservazioni del paragrafo 1.3.3 e del paragrafo 2.2.3, le possibilità offerte da *Abaqus* che riguardano i concetti di primo ordine e secondo ordine, piccoli spostamenti, grandi spostamenti ed effetti geometrici, ecc. sono soltanto due:

- disattivando le non-linearità geometriche (cosa che può essere effettuata indipendentemente per ogni Step dell'analisi) si ottiene un modello che rispetta fedelmente le ipotesi poste alla base della teoria del primo ordine; si tratta di un modello quindi lineare, a meno delle caratteristiche meccaniche dei materiali, che, nel caso in esame, non considera l'effetto irrigidente della forza che corrisponde al peso della sfera e calcola gli spostamenti della struttura mediante relazioni geometriche linearizzate (trascurando quindi la componente verticale di tali spostamenti);
- attivando invece le non-linearità geometriche nel modello, il programma svolge un'analisi in cui vengono correttamente presi in considerazione, senza approssimazioni, spostamenti e rotazioni di entità generica, sono correttamente risolte configurazioni strutturali anche molto lontane da quella indeformata di partenza e tutti gli effetti geometrici sono quindi considerati; i modelli ottenuti in questo modo esibiscono in generale un comportamento non lineare;

non è possibile, tuttavia, seguire una strategia intermedia come quella del secondo ordine, che è in grado di cogliere, almeno in parte, il contributo degli effetti geometrici, senza però considerare relazioni non lineari per gli spostamenti.

Si è già avuto modo di osservare che il primo approccio è accettabile solamente per i sistemi sfera-asta più rigidi, in quanto non considera il contributo dell'“effetto pendolo” alla risposta della struttura (che, in questi casi, può risultare trascurabile rispetto alla forza di richiamo elastico esercitata dall'asta). Il secondo approccio, invece, è più generale e quindi va bene sempre; in particolare è necessario per le situazioni di sfera pesante e asta lunga e snella, in cui il contributo del peso è determinante. È necessario però essere consapevoli del fatto che l'introduzione delle non-linearità geometriche nel



**Figura 2.7** Frequenza delle oscillazioni libere in aria della sfera intermedia ( $D = 6 \text{ cm}$ ): confronto tra analisi in piccoli spostamenti e analisi in grandi spostamenti. Il valore identificato per il fattore di smorzamento in aria della sfera intermedia, a partire dalla prova sperimentale corrispondente, è  $\zeta = 1,5\%$  (si osserva che si tratta di un valore superiore a quelli trovati per le altre due sfere).

modello comporta un aggravio del costo computazionale delle analisi, perché la soluzione ad ogni passo temporale viene calcolata con un metodo di tipo iterativo. A tal proposito si osserva che in molte situazioni, per cui non basta una modellazione al primo ordine, sarebbe però sufficiente una soluzione al secondo ordine, che rappresenta un ottimo compromesso tra accuratezza (è in grado di cogliere gli aspetti fondamentali del comportamento strutturale) ed economicità (permette infatti di realizzare un modello che è ancora lineare).

Tutto ciò è stato direttamente verificato con opportune analisi numeriche. In figura 2.7 sono confrontate le frequenze di oscillazione della sfera intermedia ( $D = 6 \text{ cm}$ ), calcolate sia in piccoli che in grandi spostamenti, con i dati sperimentali: si vede che, già per questo sistema, l'analisi in piccoli spostamenti, trascurando la rigidità geometrica, sottostima piuttosto sensibilmente la frequenza (con un errore del 13%), mentre l'analisi in grandi spostamenti si avvicina al valore sperimentale con un errore inferiore al 4%. È stato inoltre osservato che, conformemente alle aspettative, l'eliminazione dal modello della forza peso, nel caso di analisi in piccoli spostamenti, non comporta alcuna differenza.

In conclusione, quindi, le riflessioni appena esposte hanno portato alla decisione di attivare sempre le non-linearità geometriche e seguire l'approccio in grandi spostamenti per tutte le analisi effettuate nel presente lavoro.

Conseguenza di questa scelta è che la risposta dei modelli numerici non è più lineare e quindi il confronto con i modelli semplificati ad un grado di libertà non è più immediata. Si è ritenuto opportuno approfondire questo aspetto e osservare più da vicino la non-linearità del comportamento strutturale che si ottiene dalle analisi in grandi spostamenti; a ciò sarà dedicato il paragrafo 2.5.

Un'ultima osservazione riguarda infine l'analisi modale. Questa, che permette di ottenere le frequenze proprie del sistema con la semplice risoluzione di un problema agli autovalori, invece che con l'integrazione di un'analisi dinamica al passo, e che quindi è molto più economica, può essere effettuata sia al primo che al secondo ordine. Infatti, se prima dell'analisi modale viene eseguito uno **Step** statico in cui si applica al sistema solamente la forza peso, avendo cura di attivare le non-linearità geometriche, l'estrazione degli autovalori sarà poi effettuata utilizzando una matrice di rigidezza che, seppur linearizzata in corrispondenza della configurazione indeformata dalla struttura, contiene anche il contributo della rigidezza geometrica. In vista della Co-Simulazione, tuttavia, l'analisi passo-passo rimane in ogni caso imprescindibile.

## 2.4 Oscillazioni libere in acqua ferma

Sono state poi effettuate delle simulazioni di prove di oscillazioni libere del sistema sfera-asta in acqua ferma, sempre rimanendo però all'interno del *software* di analisi strutturale *Abaqus*. Obiettivo di questa fase, oltre ad ottenere un'ulteriore validazione del modello della struttura, è quello di analizzare e comprendere gli effetti della presenza dell'acqua ferma sulla risposta del sistema strutturale.

Per questo set di analisi, quindi, occorre prestare particolare attenzione, per adottare quegli accorgimenti che permettano di tenere in conto l'effetto del fluido, anche se questo non è fisicamente presente nel modello. Diversamente dalle analisi precedenti, infatti, ora nella situazione reale il fluido c'è e gioca un ruolo chiave nella determinazione della risposta meccanica complessiva del sistema; tuttavia, non avendo per il momento lo scopo di modellare esplicitamente la componente fluida (a cui sono state invece dedicate le analisi del prossimo capitolo), è importante comprendere come questa influenzi la risposta strutturale e modificare di conseguenza il modello.

### 2.4.1 Modifiche al modello numerico

In particolare, è possibile tenere conto della presenza del fluido in quiete includendo nella modellazione della struttura i seguenti elementi:

- la massa aggiunta;
- la spinta idrostatica;

- lo smorzamento dovuto all'interazione col fluido.

Per quello che riguarda la **massa aggiunta**, come è già stato illustrato, la sfera trascina nel suo movimento una porzione del fluido circostante, che va ad incrementare l'inerzia della sfera stessa: questo fenomeno causa una riduzione della frequenza propria del sistema in acqua rispetto a quella in aria. Nel modello, la massa aggiunta è stata introdotta attribuendo alla sfera una massa non strutturale supplementare per unità di volume pari a:

$$\frac{m_A}{V_s} = C_A \rho_w = 500 \text{ kg/m}^3 \quad (2.11)$$

dove  $V_s$  è il volume della sfera e  $\rho_w$  la densità dell'acqua. È stata trascurata, invece, la massa aggiunta relativa alla porzione inferiore della trave, che risulta anch'essa circondata dal fluido.

La struttura, quando viene immersa in acqua, è soggetta poi alla **spinta idrostatica**  $S_{idr}$ , che, diretta dal basso verso l'alto, contrasta l'effetto irrigidente del peso della sfera e quindi determina una riduzione della componente geometrica della rigidità del sistema: questo provoca un ulteriore abbattimento, anche se meno marcato del precedente, della frequenza naturale rispetto al caso in aria. Nel modello è stata pertanto introdotta una forza verticale per unità di volume (**Body force**), applicata sulla sfera e diretta verso l'alto, di intensità pari al prodotto tra la densità dell'acqua  $\rho_w$  e l'accelerazione di gravità  $g$ :

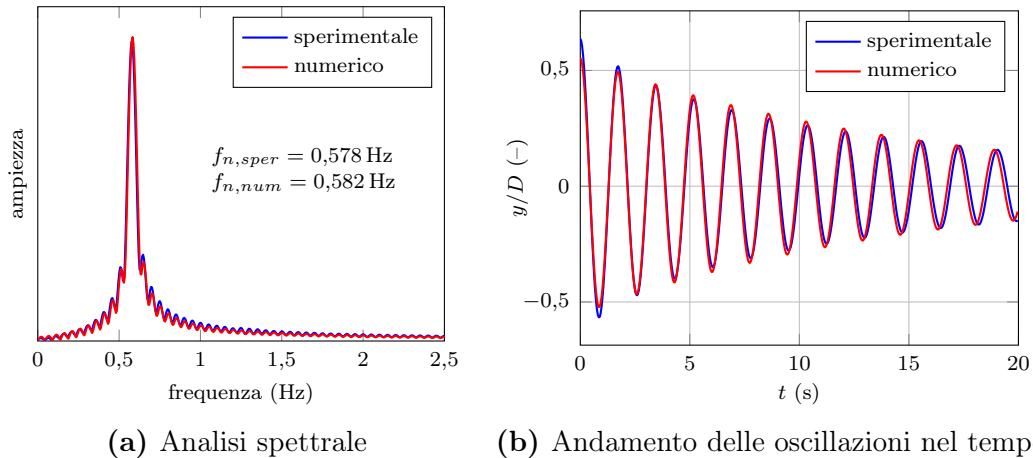
$$\frac{S_{idr}}{V_s} = \rho_w g = 9810 \text{ N/m}^3 \quad (2.12)$$

La spinta idrostatica, a ben vedere, nella realtà agisce anche sulla massa aggiunta, che, essendo di fatto costituita da acqua, risulta in equilibrio sotto l'azione combinata del proprio peso e della spinta idrostatica; agli occhi della struttura, quindi, la massa aggiunta rappresenta “una massa che non ha peso”, nel senso che il contributo che essa fornisce alla risposta strutturale riguarda soltanto l'incremento dell'inerzia della sfera e non anche l'aumento del suo peso. Nel modello, questo effetto è ottenuto introducendo, oltre alla massa per unità di volume di cui si è detto poc'anzi e che rappresenta appunto la massa aggiunta,<sup>2</sup> un'ulteriore **Body force**, sempre applicata alla sfera e sempre diretta verso l'alto come la spinta di Archimede vera e propria, il cui valore è però ora pari a:

$$C_A \rho_w g = C_A \frac{S_{idr}}{V_s} = 4905 \text{ N/m}^3 \quad (2.13)$$

Risulta invece trascurabile l'effetto della spinta idrostatica che agisce sulla porzione di trave che è immersa in acqua, dato che il suo volume è molto ridotto.

<sup>2</sup>Per la quale *Abaqus* calcola automaticamente il peso, dal momento che la forza peso nel modello è stata introdotta con un carico di tipo **Gravity**, che in sostanza è un valore di accelerazione che viene applicata a tutte le masse, strutturali e non, presenti nel modello.



**Figura 2.8** Oscillazioni libere in acqua ferma della sfera grande ( $D = 9$  cm)

Per quello che riguarda invece lo **smorzamento**, infine, è possibile osservare che l'azione reciproca con cui interagiscono tra loro la sfera e il fluido costituisce per la struttura una nuova fonte di dissipazione energetica (è lo smorzamento fluidodinamico, che rappresenta l'energia trasferita dalla struttura all'acqua nel corso delle oscillazioni), che va a sommarsi allo smorzamento strutturale considerato per le analisi di oscillazioni in aria. È necessario allora utilizzare un nuovo valore per il coefficiente di smorzamento del **Dashpot**, calibrato ora interpolando i dati sperimentali relativi alle prove in acqua; in particolare, si segnala che, nella massa che compare a secondo membro dell'equazione (2.10), occorre, in questo caso, ricordarsi di introdurre anche la massa aggiunta:

$$c = 2(m + m_A) |q| \quad (2.14)$$

I nuovi valori di smorzamento relativo identificati per le prove in acqua sono, rispettivamente,  $\zeta = 2,5\%$  per la sfera da 4 cm,  $\zeta = 2,3\%$  per la sfera da 6 cm e  $\zeta = 2,4\%$  per la sfera da 9 cm.

Adottando tutte le precauzioni emerse nella fase di calibrazione del modello con i dati relativi al comportamento del sistema in aria, e introducendo le modifiche appena illustrate per tenere conto della presenza dell'acqua, si ottengono dei risultati numerici decisamente soddisfacenti, per i quali l'accordo con i dati sperimentali è molto buono. La figura 2.8 presenta il confronto tra gli andamenti numerici e sperimentali di frequenza e spostamenti trasversali relativi ad una prova di oscillazioni libere in acqua ferma effettuata con la sfera da 9 cm.

## 2.4.2 Modifiche ai modelli a parametri concentrati

Alla luce di tutto questo, occorre riconsiderare i modelli a parametri concentrati del paragrafo 2.2.3 per adattarli alle condizioni di oscillazioni del sistema in acqua.

Al primo ordine, l'unica variazione riguarda l'introduzione della massa aggiunta oltre alla massa della sfera (e a quella della trave) e la modifica del valore del fattore di smorzamento, mentre la rigidezza non cambia; la (2.1) diventa quindi:

$$(m + m_A)\ddot{y} + c_w\dot{y} + ky = 0 \quad (2.15)$$

La frequenza naturale (in acqua)  $f_{n,w}$  è data allora da:

$$f_{n,w} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{(m + m_A)}} \quad (2.16)$$

e lo smorzamento  $\zeta$  relativo allo smorzamento critico (in acqua) si ottiene con:

$$\zeta = \frac{c_w}{2\sqrt{k(m + m_A)}} \quad (2.17)$$

Il rapporto tra la frequenza naturale in acqua  $f_{n,w}$  e quella in aria  $f_{n,a}$  risulta pertanto:

$$\frac{f_{n,w}}{f_{n,a}} = \sqrt{\frac{m^*}{m^* + C_A}} \quad (2.18)$$

(per chiarezza non è stata esplicitata anche la massa della trave nelle espressioni precedenti).

Al secondo ordine bisogna agire diversamente, perché, oltre a massa e smorzamento, cambia anche la rigidezza: in particolare, quello che cambia è la sua componente geometrica, a causa della spinta idrostatica. Come già osservato, e come sarà illustrato meglio nel paragrafo 2.5, la rigidezza in acqua è (anche se non di tanto) inferiore a quella in aria e quindi la relazione (2.18) non è più valida (Lefoulon, 2011).

Un'ultima osservazione, a questo proposito, riguarda invece il discorso della non-linearità geometrica: come sarà approfondito nel prossimo paragrafo, quando la struttura si trova in acqua la spinta di Archimede elimina di fatto, almeno per i rapporti di massa che sono stati considerati, una buona parte del peso della sfera, riducendo quindi e rendendo meno evidente l'effetto irrigidente di questo sulla risposta dinamica del sistema.

## 2.5 La rigidezza

Per analizzare più da vicino l'entità del comportamento non lineare della risposta del sistema, che consegue all'approccio in grandi spostamenti al problema, sono state effettuate con *Abaqus* delle prove statiche in aria e in acqua, in piccoli e in grandi spostamenti, per le tre sfere, al fine di ottenere delle curve forza-spostamento per i diversi casi analizzati.

Nel modello, quindi, è stato imposto al centro della sfera uno spostamento orizzontale trasversale crescente (fino ad un'ampiezza di 10 cm), monitorando

come output delle simulazioni l'entità della reazione vincolare associata a tale spostamento (cioè la forza che è necessario applicare sulla struttura per ottenere lo spostamento corrispondente). Il valore della rigidità del sistema può essere ricavato dalla pendenza locale della curva che rappresenta il valore della reazione vincolare in funzione del cedimento imposto.

Si può osservare che:

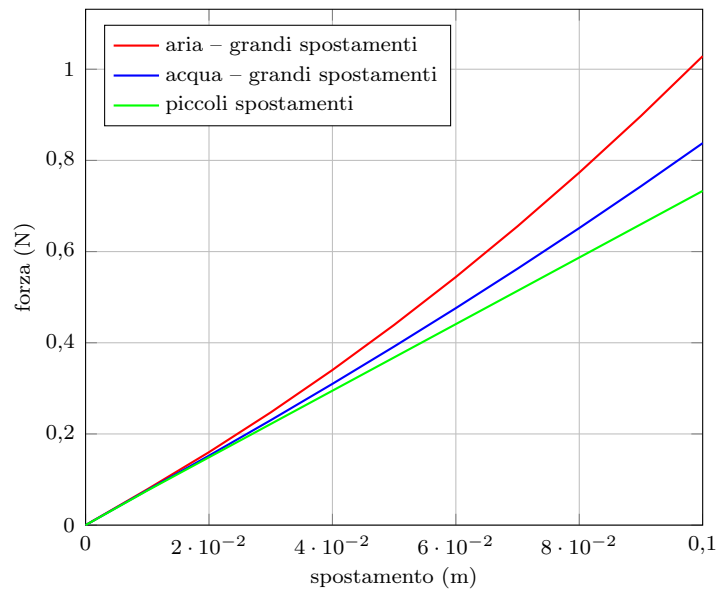
- la risposta delle analisi in piccoli spostamenti è effettivamente lineare con rigidità costante, mentre le analisi in grandi spostamenti mostrano un andamento non lineare, con la forza che aumenta più che linearmente con lo spostamento: la rigidità cresce al crescere dell'ampiezza di spostamento; un approccio del tipo second'ordine, invece, non è in grado di cogliere questo comportamento perché fornisce un modello che resta comunque lineare, anche se con rigidità diversa (maggiore) rispetto a quella del primo ordine;
- l'entità della non-linearità della risposta cresce al crescere delle dimensioni, e quindi del peso, delle sfere considerate: se per la sfera da 4 cm la risposta in grandi spostamenti può essere confusa senza approssimazioni significative con quella lineare, la forza che occorre per ottenere uno spostamento di 10 cm della sfera con diametro di 9 cm, considerando la non-linearità del comportamento, è più che doppia rispetto alla medesima forza calcolata nell'ipotesi di piccoli spostamenti;
- in acqua l'andamento non lineare è meno marcato rispetto al caso in aria: come previsto, la riduzione del peso delle sfere ottenuta grazie alla spinta di galleggiamento avvicina la risposta del sistema al comportamento lineare;
- per valori di spostamento effettivamente piccoli, la differenza tra le diverse situazioni considerate si mantiene in ogni caso modesta.

Nella figura 2.9 nella pagina successiva, a titolo di esempio, si riportano le curve forza-spostamento ottenute per la sfera intermedia nel caso di analisi in piccoli spostamenti, in grandi spostamenti in aria e in grandi spostamenti in acqua.

Concludendo, quindi, il sistema sfera-asta considerato nel presente lavoro manifesta effettivamente una risposta di tipo non lineare, che da un lato richiede di essere analizzata nell'ipotesi dei grandi spostamenti e dall'altro non garantisce di poter essere adeguatamente interpretata ricorrendo esclusivamente a modelli (*single-dof*) lineari. Tuttavia risulta che in molti casi la distanza tra la risposta reale e l'andamento linearizzato si mantiene modesta, se non addirittura impercettibile.

Si osserva infine che, una volta calibrato adeguatamente il modello numerico, lo svolgimento delle prove statiche di cui si è parlato in questo paragrafo è





**Figura 2.9** Risultati numerici delle prove statiche effettuate sulla sfera intermedia ( $D = 6$  cm): i dati riportati sono riferiti al centro della sfera

molto più agevole, rapido ed economico da un punto di vista numerico che non con un approccio di tipo sperimentale. Si tratta di un esempio di situazione in cui, attraverso l'indagine numerica, è possibile integrare le informazioni ottenute per via sperimentale e ampliare lo spettro delle conoscenze relative ad un determinato fenomeno.

## 2.6 Lo smorzamento

Prima di concludere il capitolo relativo agli aspetti strutturali del comportamento del sistema sfera-asta e alle simulazioni numeriche effettuate sul modello della sola struttura, occorre focalizzare brevemente l'attenzione sulle problematiche che riguardano il tema dello smorzamento.

Già nei lavori precedenti (Lefoulon, 2011) è stato rilevato come, per i sistemi analizzati, vi siano contemporaneamente presenti differenti effetti dissipativi che concorrono a determinare lo smorzamento globale del sistema. Quelli più facilmente identificabili sono i fenomeni di isteresi propri dei materiali che compongono la struttura e lo smorzamento fluidodinamico dato dall'interazione con il fluido circostante (che nel caso dell'aria è sicuramente piccolo ma al tempo stesso difficilmente quantificabile). A questi si può sicuramente aggiungere almeno la dispersione di energia nell'ambiente attraverso il vincolo di incastro dell'asta.

A rigore, ciascuno di questi fattori potrebbe essere modellato in maniera diversa e specifica, ma di fatto non è possibile isolarli, analizzarli e quantificarli singolarmente.

**Tabella 2.3** Valori corrispondenti alle curve rappresentate in figura 2.10: a partire dalla pendenza  $q$  delle rette interpolanti (scala logaritmica) è stato calcolato il fattore di smorzamento  $\zeta$  mediante la relazione (2.9), utilizzando la frequenza del segnale sperimentale (1,21 Hz)

Finestra temporale considerata per l'interpolazione	$ q $	$\zeta$
Tutta la prova	0,0848	1,12%
Solo i primi 5 secondi	0,1059	1,39%
Sono gli ultimi 5 secondi	0,0418	0,55%

La soluzione che si è scelto di adottare per la modellazione dello smorzamento, quindi, è quella di attribuire al modello strutturale, attraverso lo smorzatore viscoso lineare che è stato applicato al centro della sfera, tutta la dissipazione registrata sperimentalmente nelle prove di oscillazioni in aria (calibrando opportunamente l'entità della costante di smorzamento sulla base dei dati sperimentali), lasciando poi alla Co-Simulazione e all'interazione tra il modello della struttura e quello fluidodinamico il compito di riprodurre lo smorzamento aggiuntivo che si osserva nelle prove in acqua (ferma e corrente).

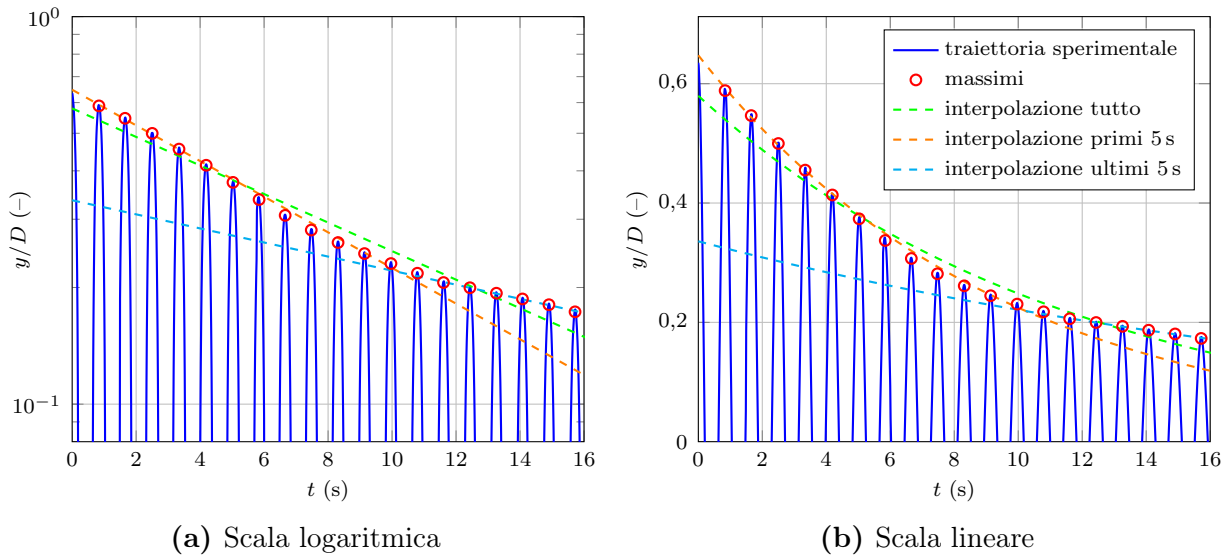
Questa strategia non è però priva di inconvenienti. Infatti, come è stato già osservato, l'andamento dello smorzamento delle prove sperimentali non è lineare, più marcatamente per quello che riguarda le prove in acqua, ma in ogni modo anche per quelle in aria: dove le ampiezze di oscillazione sono maggiori è maggiore lo smorzamento, dove le ampiezze di oscillazioni sono più piccole anche lo smorzamento diminuisce.<sup>3</sup>

La conseguenza è che il valore di smorzamento lineare da inserire nel modello numerico, ricavato mediante interpolazione, varia in base all'ampiezza e alla posizione della finestra temporale considerata per effettuare l'interpolazione medesima. A titolo di esempio, si propone il confronto degli smorzamenti che si ottengono, a partire da una stessa prova sperimentale, utilizzando diversi intervalli temporali per l'interpolazione (figura 2.10 e tabella 2.3): i valori e gli andamenti sono piuttosto differenti. Nei modelli numerici è stato scelto di utilizzare i valori di smorzamento ottenuti considerando tutta la durata dei dati sperimentali disponibili.

A fronte di questa situazione, tuttavia, lo smorzamento rappresenta un parametro importante per la caratterizzazione di un sistema oscillante e pertanto è stato impiegato massicciamente, oltre alla frequenza, come termine di paragone nel confronto tra dati sperimentali e risultati numerici con cui è stata valutata l'accuratezza delle simulazioni e, più avanti, anche delle Co-Simulazioni.

Sono doverose a questo punto due osservazioni.

<sup>3</sup>È superfluo invece sottolineare che, avendo utilizzato un modello viscoso (lineare), l'andamento dello smorzamento delle oscillazioni in aria ottenute mediante analisi numeriche è ovviamente lineare.



**Figura 2.10** L'interpolazione dei dati sperimentali (massimi relativi di spostamento), per determinare lo smorzamento, è stata effettuata considerando diversi intervalli temporali: l'intera durata del segnale della prova, solo i primi 5 secondi e solo gli ultimi 5 secondi (la prova di riferimento riguarda le oscillazioni libere in aria della sfera da 6 cm, cfr figura 2.3)

La prima: appurato che lo smorzamento strutturale rappresenta un parametro alquanto incerto, la cui determinazione non è né semplice né univoca, viene spontaneo domandarsi cosa questo comporti per i risultati che si vogliono ottenere con le analisi numeriche. Quanto questi saranno inquinati e rovinati a causa dell'incertezza sullo smorzamento? La risposta è molto sensibile alle variazioni dello smorzamento? Meglio fermarsi qui o ha senso andare avanti? Occorre allora approfondire l'entità dell'influenza dello smorzamento sul comportamento dinamico dei sistemi studiati, concentrandosi in particolare sulle condizioni che si vogliono considerare.

A questo proposito, torna utile il "Griffin Plot" di figura 1.9 a pagina 30 e le considerazioni che, a partire da quello, sono state effettuate nei paragrafi 1.4 (relativo ai risultati della letteratura) e 1.6 (relativo al lavoro di Lefoulon, 2011). In particolare, per quanto riguarda i sistemi considerati in questo lavoro, si ottengono per il parametro di massa-smorzamento dei valori che confermano che l'ampiezza massima delle VIV risulta indipendente (o al limite poco influenzata) dal *mass-damping* e quindi dallo smorzamento. Ad esempio, per le oscillazioni in aria della sfera intermedia ( $D = 6$  cm), utilizzando i diversi possibili valori del fattore di smorzamento riportati in tabella 2.3, si ha:

$$0,008 < (m^* + C_A)\zeta < 0,025 \quad (2.19)$$

Vero è che, come già ricordato, i dati con cui è stato costruito il "Griffin Plot" di Govardhan e Williamson (2005) non sono riferiti specificamente al

comportamento dei sistemi sfera-asta, per i quali sarebbe necessario condurre un approfondimento dedicato.

La seconda osservazione è invece la seguente: le difficoltà, con cui il modello di smorzamento utilizzato riesce ad interpretare il comportamento mostrato dai sistemi della sperimentazione, mettono in discussione la scelta di inserire uno smorzatore di tipo lineare nel modello numerico della struttura e suggeriscono di provare a percorrere soluzioni alternative. Per sviluppare ulteriormente le simulazioni strutturali dei sistemi sfera-asta, si potrebbe quindi pensare di raffinare la rappresentazione numerica della situazione reale, introducendo una modellazione dello smorzamento più sofisticata.

Una possibilità per inserire uno smorzamento non lineare nel modello, che sostituisca o, meglio ancora, che vada ad affiancare il *Dashpot* già utilizzato, sarebbe quella di definire, al posto dell'incastro dell'estremità superiore della trave, una cerniera rigido-plastica (o equivalentemente elasto-plastica con rigidità sufficientemente elevata) con incrudimento, capace di dissipare energia attraverso cicli di isteresi nel corso delle oscillazioni. Le caratteristiche di tale cerniera andrebbero poi attentamente calibrate sulla base delle prove sperimentali disponibili, eventualmente andando anche a ritoccare il valore dello smorzamento attribuito allo smorzatore viscoso lineare.

## Capitolo 3

### Il fluido

Nell'ambito dell'approccio numerico ai problemi di Interazione Fluido-Struttura, per poter arrivare alla Co-Simulazione è necessario sviluppare, parallelamente all'approfondimento del modello strutturale, le analisi di calibrazione e validazione del modello fluidodinamico; solo dopo aver verificato separatamente la bontà dei due modelli e le rispettive caratteristiche di convergenza e accuratezza, infatti, è opportuno procedere ad un loro accoppiamento.

Dopo aver presentato il modello della parte strutturale del problema, unitamente alle analisi numeriche che su questo sono state effettuate, si procede quindi illustrando, nel presente capitolo, l'analogo lavoro che è stato condotto sul versante fluidodinamico: la realizzazione del modello, la calibrazione dei vari parametri e la validazione dei risultati ottenuti mediante il confronto con i dati delle prove sperimentali e con la letteratura.

Diversamente da quello che è stato fatto per il modello della struttura, tuttavia, il modello fluidodinamico non è stato sviluppato all'interno della presente tesi, ma nel precedente lavoro di Quadri (2011).

In questo capitolo, dopo una breve panoramica sul mondo della fluidodinamica computazionale, viene quindi presentata una sintesi del lavoro di Quadri, in particolare per quello che riguarda la costruzione del modello numerico e la sua calibrazione. Si riportano inoltre i risultati ottenuti da Quadri relativamente alle analisi numeriche di VIV, effettuate facendo ricorso unicamente a *STAR-CCM+*; si ricorda però che il sistema che egli ha considerato con successo è quello di una sfera appesa ad un filo inestensibile e pertanto differisce, relativamente al comportamento della struttura, dal sistema sfera-asta studiato nel presente lavoro.

Le motivazioni di questa fase del lavoro, che forse è ancora più importante di quella che è stata descritta nel capitolo precedente, si possono così sintetizzare:

- validare il modello fluidodinamico, in modo da sapere di poter disporre, anche su tale versante, di uno strumento robusto e accurato, in grado di produrre risultati affidabili;

- calibrare i parametri relativi ai diversi aspetti della modellazione (*mesh*, caratteristiche del fluido, turbolenza, passo temporale, condizioni al contorno, condizioni iniziali, ecc), per acquisire la dovuta sensibilità e valutare la risposta del modello alle ipotesi che ne sono state poste a fondamento;
- esaminare le possibilità offerte per la modellazione numerica di problemi FSI all'interno di un *software* commerciale di fluidodinamica computazionale, esplorandone le potenzialità ma anche i limiti che inevitabilmente si manifestano;
- Co-Simulazione: come più volte ricordato, avere un modello fluidodinamico (così come anche un modello strutturale) di buona qualità e comprovata efficienza è la premessa fondamentale per accostarsi con successo e soddisfazione alle analisi multifisiche accoppiate di Co-Simulazione.

## 3.1 CFD

### 3.1.1 *Computational Fluid Dynamics*

La fluidodinamica computazionale si occupa dell'analisi di sistemi in cui sono coinvolti fluidi in movimento e scambi di calore per mezzo di simulazioni numeriche. Si tratta di una tecnica molto promettente, che consente di spaziare in un vastissimo ambito di aree applicative (ad esempio aerodinamica, turbomacchine, off-shore, meteorologia, ingegneria biomedica, ecc).

Rispetto ad altri settori dell'analisi numerica, come ad esempio quello strutturale, ha avuto uno sviluppo più faticoso, a motivo della grande complessità dei fenomeni indagati, per cui non è possibile ottenere una descrizione del moto di un fluido che sia allo stesso tempo economica (in termini di costo computazionale) e sufficientemente completa e aderente alla realtà. Negli ultimi anni, grazie alla crescente diffusione di risorse di calcolo ad alte prestazioni, la CFD ha superato queste difficoltà e si è diffusa capillarmente in molti settori industriali.

I vantaggi che la CFD offre rispetto ad un approccio tradizionalmente basato sulla sperimentazione sono considerevoli e riguardano in particolare:

- la riduzione dei tempi e dei costi di sviluppo di nuovi progetti;
- la possibilità di studiare sistemi per cui le prove sperimentali sono molto difficili o addirittura non praticabili (come ad esempio sistemi molto grandi);
- la possibilità di studiare sistemi in condizioni critiche e anche al di là degli usuali limiti di funzionamento;

- la disponibilità di risultati ad un livello praticamente illimitato di dettaglio;
- la facilità di condurre studi parametrici e di ottimizzazione senza grossi costi aggiuntivi.

Per una trattazione approfondita di tutti gli aspetti inerenti alla fluidodinamica computazionale si rimanda all'ottimo testo di Versteeg e Malalasekera (2007).

### 3.1.2 Il metodo dei Volumi Finiti

Uno dei metodi più diffusi per risolvere il problema fluidodinamico in via approssimata per mezzo di analisi numeriche è il metodo dei Volumi Finiti (*Finite Volume Method*, FVM). Esso viene qui presentato nei suoi tratti salienti, dato che è quello che è implementato nel codice *STAR-CCM+*.

La logica posta alla base del metodo e le sue fasi di lavoro principali possono essere schematizzate nel modo seguente:

- generazione della griglia di calcolo: si tratta di suddividere il dominio in un insieme di volumi di controllo di dimensioni finite, detti celle;
- integrazione delle equazioni differenziali, che governano il comportamento del fluido, su tutti i volumi di controllo finiti;
- discretizzazione: conversione delle equazioni integrali così ottenute in un sistema di equazioni algebriche;
- soluzione del sistema con un metodo di tipo iterativo.

Le equazioni da considerare per svolgere analisi RANS, che non sono l'unica soluzione possibile ma sono ciò che è stato utilizzato per il presente lavoro di tesi, sono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds di cui si è detto nel paragrafo 1.3.1, a cui si rimanda per la spiegazione della filosofia con cui sono formulate.

La seconda fase, cioè l'integrazione esatta delle equazioni sui volumi di controllo di dimensioni finite, rappresenta la caratteristica peculiare di questo metodo e lo distingue da tutte le altre tecniche di CFD; quello che si ottiene, a valle di tale integrazione, esprime la conservazione (bilancio) delle proprietà del fluido (massa e quantità di moto) per ogni cella, senza alcuna approssimazione. La possibilità di associare alle equazioni del problema una chiara interpretazione fisica rappresenta un ulteriore punto a favore del metodo dei Volumi Finiti.

Per quello che riguarda la fase di discretizzazione, invece, tutte le quantità in gioco vengono definite e valutate in un unico nodo per ogni cella e il loro andamento tra i diversi nodi è approssimato (differenti schemi sono possibili)

al fine di calcolare gradienti e flussi sulle superfici del volume di controllo considerato.

Specifici algoritmi di tipo iterativo sono stati sviluppati inoltre per risolvere le equazioni RANS, dal momento che all'interno di esse il campo di pressione e i campi di velocità risultano fortemente accoppiati ed interdipendenti.

Nel caso di flussi di natura non stazionaria (flussi la cui componente media varia nel tempo oltre che nello spazio, come è il caso della corrente che interagisce con la sfera, sia quando questa è ferma che quando essa oscilla), poi, oltre all'integrazione sul volume di controllo, è necessario integrare le equazioni anche su un intervallo temporale finito  $\Delta t$ ; diversi schemi di avanzamento in tempo sono possibili. Si parla in questo caso di analisi URANS (*unsteady* RANS).

### 3.1.3 CFD vs meccanica computazionale

Si propone una breve riflessione sulle principali differenze tra meccanica computazionale e fluidodinamica computazionale (con riferimento alle consuetudini maggiormente in voga nei due ambiti), in particolare soffermandosi sugli aspetti fondamentali per cui il metodo dei Volumi Finiti applicato alla CFD si differenzia dal metodo degli Elementi Finiti comunemente usato nell'ambito della meccanica computazionale:

- le incognite con cui viene formulato il problema: il problema strutturale viene formulato in termini di spostamenti (e rotazioni per alcune tipologie di elementi finiti), mentre in CFD i gradi di libertà sono i valori di velocità e pressione sui nodi, a cui spesso si aggiungono le variabili relative al modello di turbolenza impiegato per la chiusura del sistema risolvente;
- descrizione del fenomeno: in meccanica computazionale si assume il punto di vista lagrangiano (i nodi della griglia si muovono seguendo i punti materiali della struttura), mentre in CFD si utilizza una descrizione euleriana di quello che accade (il materiale fluido fluisce attraverso celle fisse nello spazio<sup>1</sup>);
- elementi e volumi finiti: esistono diverse tipologie di elementi finiti, ciascuna delle quali discende da una specifica formulazione e possiede uno specifico ambito di applicazione (elementi solidi, elementi di trave, elementi di piastra, elementi lineari o quadratici, ecc); per quanto riguarda i volumi finiti, invece, la loro forma geometrica è indipendente dall'applicazione e non influisce sulla formulazione del problema;

---

<sup>1</sup>Nei problemi di FSI questo non è sempre vero, nel senso che è necessario muovere la *mesh* del dominio fluido per seguire gli spostamenti della struttura; delle modalità con cui è possibile affrontare la movimentazione delle griglie si occupa il prossimo paragrafo 3.1.4.



- significato fisico delle equazioni del sistema risolvibile: nel caso del FEM sono equazioni di equilibrio sui nodi della griglia (in particolare, equilibrio tra le forze esterne, note, e le forze interne, date dal prodotto tra vettore di spostamenti incogniti e matrice di rigidità), nel FVM le equazioni affermano il bilancio delle diverse grandezze (massa, quantità di moto, ecc) sui volumi finiti;
- elementi, nodi e gradi di libertà: un elemento finito ha tanti nodi e ad ogni nodo sono associati diversi gradi di libertà; una cella (volume finito) ha tanti gradi di libertà, ma tutti riferiti ad un unico nodo (il centro della cella);
- per confrontare le dimensioni di un modello strutturale e un modello fluidodinamico, quindi, non bisogna guardare né il numero di elementi/celle né il numero di nodi, ma esclusivamente il numero di gradi di libertà dei due modelli.

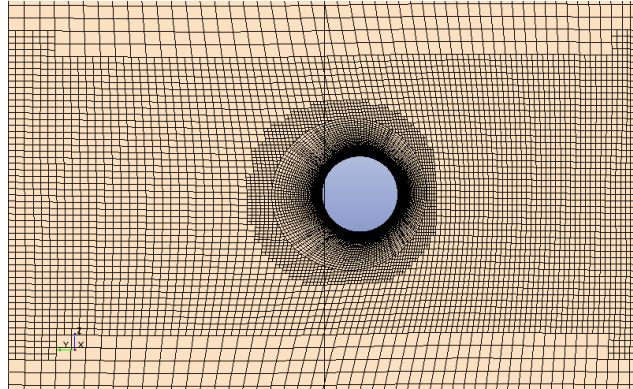
### 3.1.4 Evoluzione dinamica della griglia

Nei problemi di Interazione Fluido-Struttura, il movimento della struttura (e quindi i suoi cambiamenti di forma e posizione) rappresenta per il dominio fluido una condizione al contorno di tipo mobile e variabile nel tempo, che di fatto comporta una variazione nel tempo della regione di spazio occupata dal fluido. La conseguenza di questo è che non basta più effettuare la suddivisione del dominio in volumi finiti una volta per tutte all'inizio dell'analisi, ma è necessario sviluppare specifiche strategie per modificare la forma e la posizione dei volumi finiti nel corso della simulazione: si parla del problema dell'evoluzione dinamica della griglia.

Specialmente in presenza di geometrie complesse ed elaborate, la procedura di creazione della *mesh* di calcolo può essere piuttosto costosa e può impiegare diverso tempo, pertanto sarebbe preferibile evitare di ripartire da zero ogni volta e, all'inizio di ogni passo temporale dell'analisi, generare una nuova *mesh*; d'altra parte, se le condizioni al contorno si sono spostate, la *mesh* impiegata in precedenza non va più bene e deve essere inevitabilmente modificata.

Una soluzione che è stata sviluppata (e recentemente sempre più ottimizzata in termini di impiego di risorse computazionali) è il cosiddetto *morphing*, ovvero la deformazione della *mesh* del dominio fluido. Tale deformazione viene solitamente effettuata spostando i vertici delle celle in modo da ripristinare la compatibilità con la struttura solida, mantenendo al tempo stesso la qualità della *mesh* il più possibile elevata. Le celle mantengono la medesima disposizione (nel senso che i volumi finiti adiacenti ad una cella data sono gli stessi prima e dopo l'operazione di *morphing*), ma la forma delle celle può cambiare nel tempo, o meglio nel corso dell'analisi.

Le equazioni governanti, nei casi di *mesh* mobile e deformabile, sono riformulate in modo tale da tenere conto di un eventuale movimento arbitrario



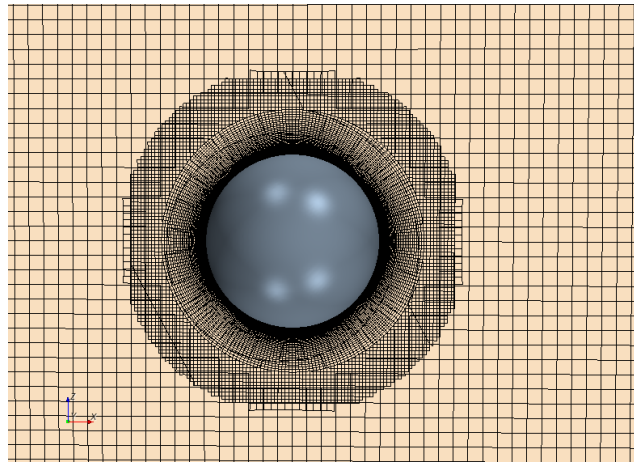
**Figura 3.1** Evoluzione dinamica della griglia – *morphing*: osservando con attenzione e considerando la linea verticale di riferimento vicino al centro della sfera, si nota che tutta la *mesh* è stata deformata per seguirne gli spostamenti

della griglia (arbitrario nel senso che il movimento dei vertici della *mesh* non ha alcuna relazione con il moto del fluido che attraversa le celle della griglia e, una volta che sia garantita la conformità della *mesh* deformata con la nuova posizione della struttura, può essere effettivamente arbitrario, a patto di non degradare eccessivamente la qualità della griglia).

Il *morphing* è adatto nei casi in cui si hanno deformazioni della struttura anche mediamente elevate, ma in assenza di moti rigidi della struttura stessa (oppure quando la deformazione della struttura risulta predominante rispetto al suo spostamento nello spazio, cioè quando la variazione nella forma della struttura è importante, ma la posizione che essa occupa nello spazio rimane sostanzialmente inalterata).

In figura 3.1 è rappresentato un esempio di *morphing*, riferito proprio ad un corpo sferico che si muove all'interno del fluido: lo spostamento dei vertici della *mesh* che si trovano sulla superficie in movimento è pari allo spostamento dei nodi della sfera, mentre, allontanandosi da questa, gli spostamenti e la variazione di forma delle celle vengono progressivamente ridotti.

Un'alternativa, che in certi casi può rivelarsi più conveniente, è quella di impiegare due griglie sovrapposte, una fissa, che occupa tutto il dominio di calcolo e in generale risulta più rada, e una mobile, più fitta, che occupa soltanto una regione limitata dello spazio e, senza deformarsi, segue gli spostamenti dei contorni del dominio che si stanno muovendo. Le celle della *mesh* fitta sottostante vengono semplicemente disattivate quando si trovano in corrispondenza della *mesh* mobile e riattivate in seguito al passaggio di questa. All'interfaccia tra la *mesh* mobile e la parte attiva della *mesh* fissa viene a configurarsi una zona nella quale sono presenti contemporaneamente più celle (cioè sia quelle appartenenti all'una che quelle appartenenti all'altra griglia) che occupano la stessa regione dello spazio; è in questa zona che, attraverso interpolazioni opportune, avviene il “passaggio del testimone” tra le due griglie. Si parla in questo caso di *overset mesh*, oppure di griglie di tipo *chimera*.



**Figura 3.2** Evoluzione dinamica della griglia – *overset mesh*: la griglia più rada che occupa tutto dominio è ferma (ma le celle in prossimità della sfera sono disattivate), mentre la griglia più fitta che circonda la sfera si muove con essa e funge da raccordo tra la superficie mobile e la *mesh* del dominio fluido

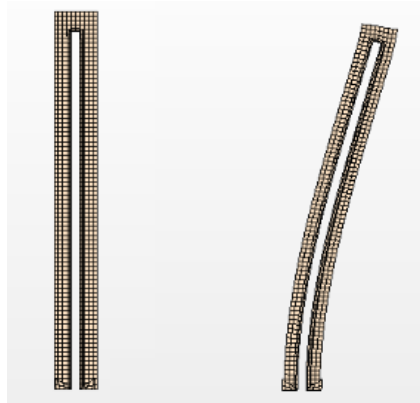
Tale tecnica è particolarmente indicata per le situazioni in cui si hanno movimenti rigidi della struttura di ampiezze elevate, mentre la deformabilità strutturale risulta trascurabile.

In figura 3.2 è riportato un esempio di applicazione della tecnica di *overset mesh*, sempre riferito al caso della sfera.

Si segnala infine che le due strategie appena presentate possono essere impiegate in maniera congiunta in determinate situazioni. Si pensi ad esempio ai casi in cui sono presenti all'interno del dominio fluido delle strutture sottili e flessibili, soggette quindi a spostamenti importanti: utilizzando il *morphing* il rischio è quello di ottenere, al crescere dell'entità degli spostamenti della struttura, una griglia di qualità sempre più scadente, con celle grandi e deformate da una parte e celle sempre più piccole, che rischiano addirittura di collassare (cioè di andare a volume negativo) e interrompere l'analisi, dall'altra; ricorrendo all'*overset mesh*, d'altro canto, la presenza, intorno alla struttura, di una *mesh* secondaria a cui sono concesse solamente rototraslazioni rigide non permetterebbe a questa di deformarsi.

La soluzione, in questi casi, risiede nell'utilizzo combinato di entrambe le strategie, che permette di garantire un elevato standard qualitativo per la griglia di calcolo senza limitare in alcun modo i movimenti della struttura: in questo modo, infatti, le celle che circondano la struttura, appartenenti alla griglia secondaria, vengono deformate insieme ad essa, mentre il resto della griglia rimane fermo e inalterato per tutta la durata dell'analisi. La qualità delle celle della *mesh*, sia nella regione interessata dal *morphing* che altrove, è in questo modo preservata.

Questa possibilità può essere convenientemente utilizzata nei casi in cui sono presenti contemporaneamente spostamenti (a corpo rigido) elevati e



**Figura 3.3** Esempio di applicazione combinata di *overset mesh* e *morphing*: visualizzazione della griglia secondaria prima e dopo la deformazione della struttura (ossia lo spostamento del contorno del dominio fluido)

deformabilità della struttura non trascurabile: la struttura si muove nello spazio (per cui l'*overset mesh* è più indicato) e, al tempo stesso, la sua forma subisce delle variazioni anche importanti (per cui è necessario anche l'intervento del *morphing*, altrimenti la geometria del dominio fluido non riuscirebbe ad assecondare le deformazioni della struttura).

In figura 3.3 si può osservare un esempio di questa soluzione (per chiarezza è stata riportata solamente la *mesh* secondaria deformabile, tralasciando la griglia di base che rimane ferma): la griglia secondaria si sposta con la struttura e, al tempo stesso, ne asseconda la deformazione.

La scelta della strategia da impiegare dipende in ultima analisi dal problema che occorre studiare e l'obiettivo è quello di riuscire ad individuare la tecnica che permette di ottenere la migliore qualità del risultato a fronte del minimo costo computazionale. Nelle analisi del presente lavoro è stato utilizzato il *morphing* della *mesh*, ma anche l'idea dell'*overset mesh* sembra particolarmente adeguata al problema della sfera (è stata fatta qualche analisi di prova al riguardo, senza tuttavia approfondire la questione; sarebbe certamente interessante svolgere un confronto esaustivo tra le due alternative applicate al medesimo problema, per evidenziare le differenze in termini di risultati e prestazioni). L'impiego combinato di *morphing* e *overset mesh* appare invece come la soluzione più promettente nel caso in cui si volesse considerare l'interazione tra struttura e dominio fluido non solo sulla superficie della sfera, ma anche sulla superficie della parte di trave che è immersa in acqua.

### 3.1.5 *STAR-CCM+*

*STAR-CCM+* è un programma commerciale per la fluidodinamica computazionale di largo utilizzo in molti settori dell'industria e del mondo accademico, basato sul metodo dei Volumi Finiti. Si presenta completamente integrato, dal-

la fase di *pre-processing* a quella di *post-processing*, passando per il solutore vero e proprio, e permette l'analisi di moltissimi problemi legati alla fluidodinamica in tutti i campi del settore ingegneristico.

Le caratteristiche numeriche e della *mesh* riguardanti *STAR-CCM+* sono state largamente esposte nel lavoro di tesi di Quadri (2011), pertanto questo paragrafo si limita a richiamare alcuni concetti e caratteristiche fondamentali.

*STAR-CCM+* permette di creare la geometria attraverso un CAD integrato nel programma, mediante l'inserimento di oggetti dalle forme standard, come parallelepipedi, coni, cilindri e sfere; in alternativa, è possibile importare geometrie più complesse già sviluppate in altri ambienti, oppure importare direttamente delle *mesh*. Per i modelli di Quadri (2011), utilizzati poi in questa tesi senza sostanziali modifiche, è stato sufficiente utilizzare le funzionalità già presenti nel programma.

In *STAR-CCM+* è possibile creare numerose tipologie di *mesh*; in particolare, sono presenti quattro differenti modelli che permettono di generare una *mesh* di volume, i quali differiscono tra loro principalmente per la forma delle celle che vengono create. Per il problema in esame è stato scelto il **Trimmer Meshing Model**, che è un metodo molto robusto e garantisce *mesh* di elevata qualità e alto livello di personalizzazione; le celle sono esaedriche, è presente un raffinamento automatico in presenza di curvature elevate e soprattutto è una *mesh* indipendente dalla condizione della superficie di partenza. È molto comodo poter esprimere tutti i valori relativi alle dimensioni dei diversi particolari della griglia in funzione di un unico parametro, detto **Mesh Base Size**, variando il quale è possibile intervenire agevolmente sul raffinamento della griglia di calcolo utilizzata.

La fase di generazione della *mesh* è fondamentale nei problemi di fluidodinamica: infatti, a seconda della qualità della discretizzazione spaziale dipende, in larga misura, la bontà dei risultati che si possono ottenere. Un maggiore infittimento comporta una migliore rappresentazione della geometria di partenza, ma si traduce anche in un incremento dell'onere computazionale: è necessario quindi cercare un compromesso tra numero di celle e velocità di calcolo. Si rende necessaria pertanto un'analisi di griglia, proprio per verificare l'indipendenza dei risultati dalla *mesh* adottata in funzione della capacità di calcolo a disposizione.

*STAR-CCM+* implementa diversi modelli di turbolenza per la chiusura delle equazioni RANS, ciascuno dei quali risulta idoneo per specifiche applicazioni. Per il problema di flusso esterno con ostacolo di forma sferica è stato scelto e utilizzato, in particolare, il modello di turbolenza  $k-\omega$  secondo la formulazione SST (*Shear Stress Turbulence*), il quale, sulla base degli studi presenti in letteratura, risulta particolarmente indicato per situazioni caratterizzate da gradienti di pressione contrari, separazione del flusso e ricircoli; si rimanda al lavoro di Quadri (2011) per una presentazione delle caratteristiche di questo modello e delle ragioni per cui esso è stato impiegato.

Per quello che riguarda la gestione del *morphing*, infine, *STAR-CCM+* agisce ridistribuendo i vertici della *mesh*, dopo aver creato e risolto un apposito campo di interpolazione, in risposta al movimento di alcuni punti di controllo, che solitamente si trovano sul contorno mobile del dominio fluido o nelle sue vicinanze.

## 3.2 Il modello fluidodinamico

### 3.2.1 Dal problema reale al modello numerico: le ipotesi di calcolo

Come è stato fatto per il modello strutturale, anche per quello fluidodinamico si ritiene opportuno raccogliere ed esplicitare le principali ipotesi sulla base delle quali è stato schematizzato, affrontato e analizzato il problema:

- fluido incomprimibile: questa ipotesi è sicuramente lecita per l'acqua e spesso, se le velocità in gioco non sono troppo elevate, può essere impiegata anche in aria;
- turbolenza isotropa: nel modello numerico la turbolenza è considerata isotropa, quindi ugualmente distribuita in tutte e tre le direzioni, mentre dalle misure effettuate sul caso sperimentale risulta che la turbolenza del canale è anisotropa; sotto questo aspetto, quindi, la situazione numerica non è troppo fedele a quella reale;

A questo proposito, si osserva però che, per le prove di oscillazioni in acqua ferma, a cui sono riferite le Co-Simulazioni presentate nel capitolo 4, il ruolo della turbolenza è poco rilevante e pertanto un'ipotesi come questa risulta più che accettabile; per quello che riguarda le prove in corrente, invece, sarebbe necessario approfondire e indagare maggiormente l'influenza della turbolenza sulle prove sperimentali e la sua corretta modellazione nel caso numerico (Mandelli, 2012).

- superficie libera: anche se la sua presenza è stata introdotta nel modello, si è operato di fatto ipotizzando che essa non influenzasse in modo particolare il comportamento della sfera; anche in questo caso, tuttavia, sarebbe opportuno approfondire questa tematica anche dal punto di vista numerico, per valutare l'effettiva influenza della superficie libera e della sua modellazione;
- come già esposto con riferimento al modello strutturale, il sistema di supporto della sfera (sia nel caso del filo che nel caso dell'asta) non è fisicamente modellato, nell'ipotesi che l'influenza che esso esercita sul campo di moto del fluido sia trascurabile al fine della riproduzione del comportamento dinamico della sfera;

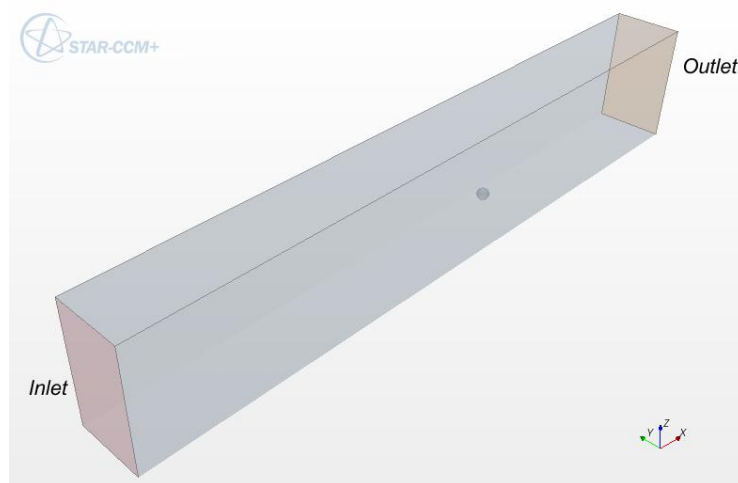


Figura 3.4 Geometria del modello numerico del canale e della sfera (Quadri, 2011)

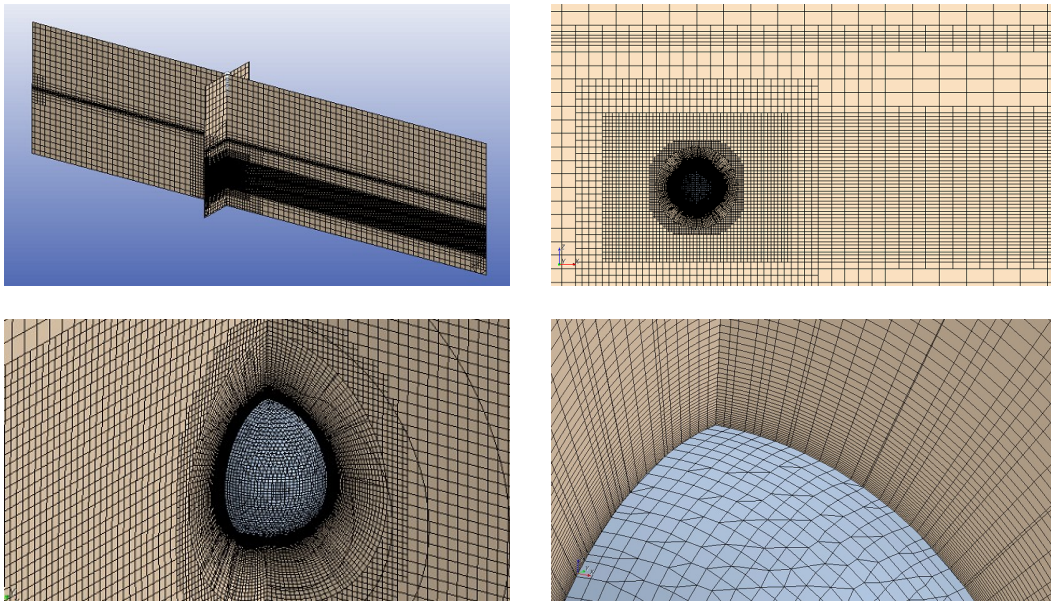
- si potrebbe inoltre ipotizzare che sia la superficie libera sia il fondo del canale, così come anche le pareti laterali dello stesso, siano sufficientemente lontani dalla sfera e pertanto il loro effetto di confinamento abbia influenza trascurabile sul comportamento dinamico della sfera stessa: questo permetterebbe di studiare un problema non confinato, realizzando un modello monofase in cui la superficie libera e le pareti del canale sono sostituite da condizioni di simmetria. Tuttavia, nell’ottica di approfondire anche dal punto di vista numerico, in futuro, l’effetto della prossimità della superficie libera e della parete di fondo (e, in generale, delle condizioni al contorno) sul comportamento dinamico del sistema considerato, è stato scelto di realizzare un modello a superficie libera e confinato.

### 3.2.2 Descrizione del modello numerico

Si descrivono ora brevemente le caratteristiche principali dei modelli fluidodinamici utilizzati.

Per quello che riguarda la geometria, le dimensioni del modello riproducono quelle del canale presente nel Laboratorio di Idraulica “G. Fantoli” del Politecnico di Milano, in cui sono state effettuate le prove sperimentali di riferimento: in particolare, la larghezza della sezione del canale e l’altezza del livello dell’acqua sono stati conservati, mentre la lunghezza del canale è stata parzialmente ridotta nel modello numerico, passando da 5 m a 3,5 m. In figura 3.4 è riportata una visualizzazione della geometria del canale.

Quanto alla *mesh* di calcolo, come anticipato, è stato utilizzato il Trimmer Meshing Model, grazie al quale viene generata una *mesh* composta in modo predominante da celle esaedriche. La forma delle celle viene rifinita solamente a ridosso delle superfici di confinamento (e in particolare della superficie della



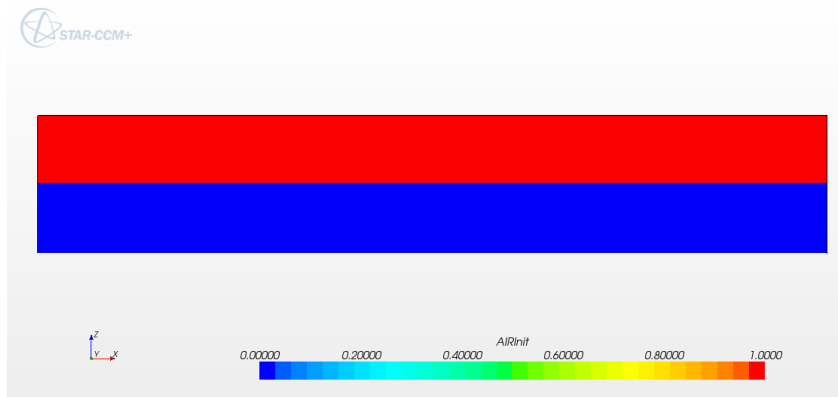
**Figura 3.5** Griglia di calcolo utilizzata nelle analisi: visualizzazione d'insieme e particolari

sfera), in modo da adattarsi all'andamento di queste. L'elevata personalizzazione della struttura della *mesh* gioca un ruolo fondamentale, soprattutto nello studio della zona vorticoso di scia, per la quale è stato necessario operare una considerevole riduzione della dimensione caratteristica delle celle (Trimmer Wake Refinement). In aggiunta a questo modello, è stato attivato anche il Prism Layer Boundary, che permette la creazione di strati di celle prismatiche poste in prossimità delle condizioni di parete, per aumentare l'infittimento della *mesh* e modellare meglio la zona dello strato limite, dove i gradienti di velocità e pressione sono molto elevati. Un errato utilizzo di tale modello non permette infatti di riprodurre numericamente i gradienti di velocità a ridosso della sfera e, pertanto, di computare correttamente le forze che il fluido imprime alla sfera.

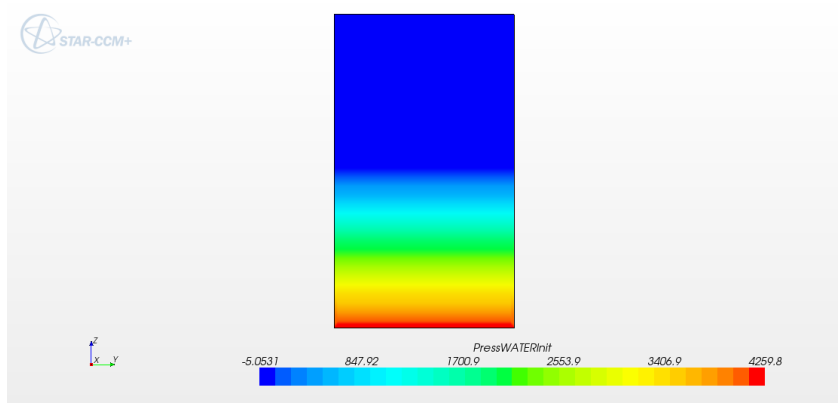
In figura 3.5 è rappresentata la *mesh* che è stata realizzata per il modello fluidodinamico, a diversi ingrandimenti: è possibile osservare, in particolare, l'infittimento presente intorno alla sfera, nella zona di scia e in corrispondenza della superficie libera. I modelli utilizzati sono costituiti da poco più di 1 200 000 celle.

Il volume del modello è suddiviso in una parte superiore di aria e una parte inferiore di acqua, in cui è effettivamente immersa la sfera (figura 3.6 a fronte). Ad ogni cella viene attribuito un fluido (aria o acqua, ciascuno caratterizzato da differente densità e viscosità) in funzione del valore della coordinata  $z$  del proprio centroide di riferimento. Tra i due fluidi si viene a creare un'interfaccia (la superficie libera, appunto), per la quale è necessario utilizzare, a livello numerico, un modello di tensione superficiale, in modo tale





**Figura 3.6** Suddivisione del dominio di calcolo in aria e acqua: in questa vista laterale del modello è evidenziata la percentuale di aria con cui sono state inizializzate le analisi (Quadri, 2011)



**Figura 3.7** Andamento della pressione imposta nel modello alla superficie di *outlet* (la medesima distribuzione di pressione è stata attribuita all'intero modello in fase di inizializzazione delle analisi) (Quadri, 2011)

da garantire l'immiscibilità dei due fluidi.

Le condizioni al contorno sono uno degli aspetti fondamentali della modellazione numerica in ambito fluidodinamico: si è cercato quindi di mantenere il modello il più possibile rispondente alle condizioni sperimentali.

Per la superficie di ingresso (*inlet*) è stata considerata, relativamente al volume di acqua, una condizione di *Velocity Inlet*: velocità costante imposta, a cui si aggiunge la definizione della turbolenza media della corrente (entrambe di valore nullo nel caso di acqua ferma).

Per la superficie di uscita (*outlet*) è stata utilizzata, invece, una condizione di *Pressure Outlet*: viene definita la distribuzione della pressione (idrostatica) in funzione della quota  $z$  (figura 3.7).

Per quello che riguarda le pareti del canale (e la superficie della sfera), è stata impiegata la condizione di aderenza *No Slip Wall*, che impedisce lo

scorrimento relativo tra superfici ferme e flusso, generando i gradienti di velocità propri delle zone a ridosso delle pareti medesime (considerate lisce). Solo per la superficie superiore del dominio computazionale (aria) è stata invece impostata una condizione al contorno di tipo *Slip Wall*, che riproduce una condizione di continuità nel profilo di velocità, non considerando la condizione di aderenza, ma permettendo lo scorrimento dell'aria rispetto alla parete del dominio.

Come condizioni iniziali, è stato necessario imporre la distribuzione della pressione su tutto il dominio di calcolo (con andamento costante in aria e lineare in acqua) e l'entità della turbolenza. Per ridurre il costo di calcolo e accorciare la durata del transitorio iniziale, inoltre, nel caso delle analisi in acqua corrente è stato inizializzato il dominio computazionale (acqua) con un campo di velocità prossimo alla configurazione a regime (ovviamente, sono state considerate condizioni iniziali di velocità nulla nel caso delle analisi di oscillazioni in acqua ferma).

Le analisi svolte da Quadri (2011) e riprese da Mandelli (2012) e nella presente tesi sono delle simulazioni di tipo non stazionario, con algoritmo di avanzamento in tempo di tipo implicito (*Implicit Unsteady Solver*), schema numerico di tipo *upwind* del secondo ordine e discretizzazione temporale del secondo ordine.

### 3.2.3 La sfera e il filo

La modellazione della sfera e del suo vincolamento merita qualche osservazione aggiuntiva.

Per modellare il comportamento meccanico della sfera all'interno di *STAR-CCM+*, infatti, è necessario definire e associare alla superficie sferica (che altrimenti rimarrebbe solamente una delle superfici che delimitano il volume occupato dal fluido) delle proprietà inerziali e il peso. Occorre pertanto specificare la massa della sfera e i suoi momenti d'inerzia; per quello che riguarda il peso, invece di permettere al programma di applicare la gravità alla sfera, è stata introdotta manualmente una forza verso il basso pari al peso della sfera stessa.

Il filo inestensibile che costituisce il sistema di supporto della sfera è stato introdotto nel modello numerico attraverso la condizione di vincolo che esso rappresenta per il movimento della sfera. All'interno del modulo *DFBI* (*Dynamic Fluid Body Interaction*) questa, infatti, è stata modellata come un corpo rigido a 6 gradi di libertà (*6-DOF Body*), dei quali, però, sono attivate solamente le tre rotazioni attorno all'estremo superiore del filo, mentre le tre traslazioni di tale punto risultano impedito.

L'ipotesi che permette di operare in questo modo (dal punto di vista cinematico la sfera e il filo costituiscono un unico corpo rigido, incernierato nel punto di sospensione del filo, mentre dal punto di vista dinamico sono le caratteristiche inerziali della sfera a determinare il moto di tale corpo rigido) è quella che il filo sia sempre in tensione e che, in ogni momento, la tensione

sia sufficiente a mantenere il filo in configurazione rettilinea, ancorché non verticale; tale ipotesi appare ragionevole per le ampiezze di spostamento e i rapporti di massa considerati.

È stato attivato infine il modello *Six DOF Morphing*, mediante il quale è possibile deformare la griglia del dominio fluido in funzione della posizione assunta dalla sfera nel corso del suo moto.

Si ricorda che questi aspetti della modellazione, che riguardano la sfera e la sua dinamica, sono rilevanti solamente nelle analisi effettuate con il solo *software* di CFD; in fase di Co-Simulazione, infatti, sarà il programma di analisi strutturale a preoccuparsi della simulazione del comportamento meccanico della sfera e del suo sistema di supporto (che non sarà più il filo, ma l'asta flessibile).

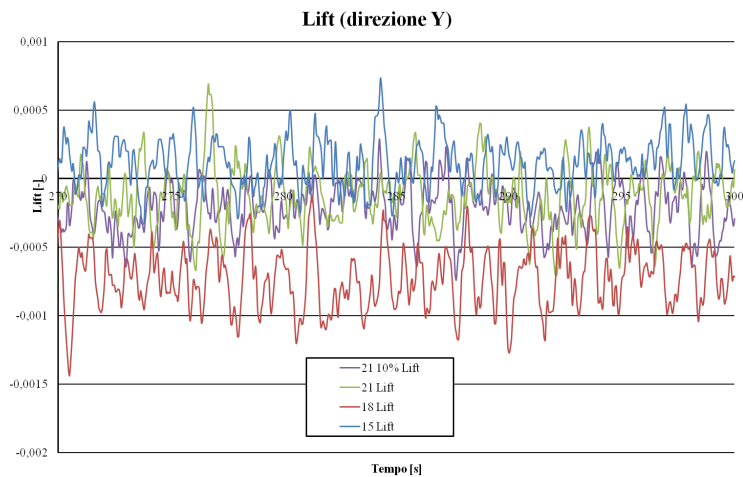
### 3.3 Sfera ferma in acqua corrente

La prima fase di calibrazione del modello fluidodinamico riguarda esclusivamente la riproduzione corretta e adeguata del campo di fluido in movimento attorno alla sfera ferma nella corrente; l'introduzione di un vincolo aggiuntivo alla superficie della sfera (che in pratica si ottiene disattivando il modello *6-DOF Body*) permette infatti di accantonare temporaneamente le problematiche legate alla modellazione del comportamento dinamico della sfera e potersi concentrare sulle caratteristiche del campo di moto del fluido intorno all'ostacolo sferico.

Per questa fase del lavoro si sono utilizzati e ritenuti validi i risultati sviluppati in maniera piuttosto approfondita da Quadri (2011). Il lavoro di Quadri riguarda in particolare la calibrazione della *mesh* (con una specifica attenzione all'entità dell'infillimento della griglia di calcolo a ridosso del corpo immerso, indispensabile per riprodurre correttamente i gradienti di velocità responsabili delle oscillazioni della sfera), che è stata effettuata valutando differenti livelli di discretizzazione spaziale e confrontando i risultati ottenuti dalle analisi a sfera ferma in termini dell'andamento dei profili di velocità lungo lo sviluppo della sfera, della variazione nel tempo dei coefficienti idrodinamici di *Drag* e *Lift* (parametro fondamentale per le successive analisi di FSI) e delle caratteristiche del distacco della vena fluida dal corpo della sfera.

I due obiettivi da soddisfare sono, da un lato, la qualità e l'accuratezza della simulazione del fenomeno, per cui è necessario infittire la discretizzazione, e, dall'altro, la necessità di minimizzare i tempi di calcolo, che richiederebbe una riduzione delle dimensioni del modello, e quindi una *mesh* più rada. Appare evidente che queste due esigenze sono nettamente contrastanti tra loro, per cui si rende necessario individuare una soluzione di compromesso.

In ultima analisi, è necessario essere in grado, a costo ragionevolmente ridotto, di ottenere dei risultati che siano il più possibile indipendenti dalla griglia utilizzata.



**Figura 3.8** Variazione temporale del coefficiente di *Lift* in direzione  $y$  per differenti gradi di raffinamento della griglia (Quadri, 2011)

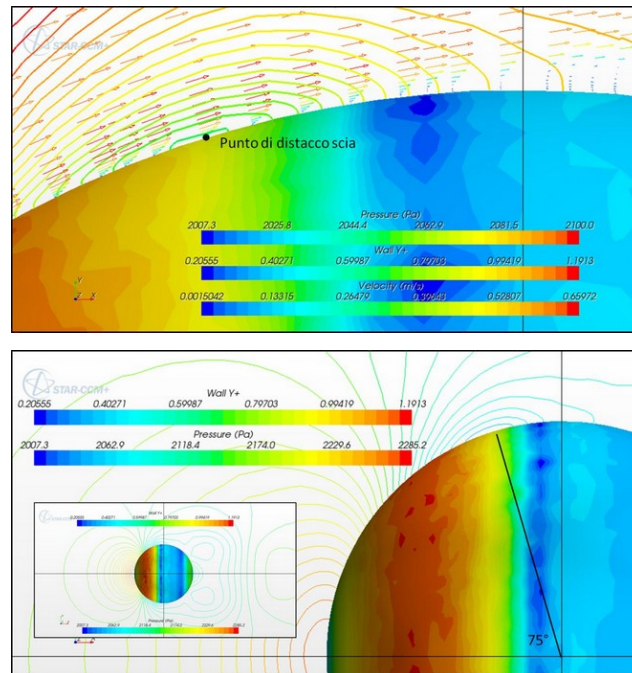
Per quello che riguarda i profili di velocità, sono stati considerati gli andamenti della componente  $x$  della velocità lungo l'asse  $z$  e lungo l'asse  $x$ , allontanandosi dalla superficie della sfera (dove il valore è nullo per le condizioni di aderenza che sono state imposte).

Le forze di *Drag* e *Lift* sono le principali responsabili delle oscillazioni della sfera, nel caso in cui questa sia libera di muoversi; per tale motivo, è necessario capire bene fino a che punto i valori calcolati siano dipendenti dalla *mesh* di calcolo utilizzata. I valori medi dei coefficienti ottenuti dalle analisi di calibrazione sono stati quindi confrontati con i dati di letteratura; il confronto è stato poi esteso al valore del numero di Strouhal, calcolato a partire dall'analisi in frequenza del segnale fornito dalle simulazioni. Sarebbe interessante approfondire inoltre un confronto con i dati presenti in letteratura per quello che riguarda l'andamento temporale delle forze e l'entità della loro oscillazione (figura 3.8).

Infine è stato osservato il distacco della vena fluida dalla sfera, confrontando con i dati di letteratura la posizione sulla sfera del punto di distacco (figura 3.9 nella pagina successiva).

### 3.4 Sfera con filo in acqua ferma: oscillazioni libere

Prima di presentare le analisi di Quadri (2011) relativamente alle vibrazioni indotte da distacco di vortici della sfera con filo, si illustra in questo paragrafo un'analisi numerica di oscillazioni libere in acqua ferma della sfera con filo, che è stata effettuata nel corso del presente lavoro di tesi. Le ragioni per cui una simulazione di questo tipo è significativa sono principalmente tre:



**Figura 3.9** Particolari della visualizzazione del punto di distacco della vena fluida dalla superficie della sfera: pressione e velocità del campo di moto del fluido (Quadri, 2011)

- nell'ottica della *gradualità* con cui è stato impostato e affrontato questo lavoro, le analisi di oscillazioni libere in acqua ferma rappresentano, parallelamente alla situazione, appena discussa, delle simulazioni della sfera ferma in acqua corrente, uno step di complessità intermedia tra le analisi preliminari svolte sul solo modello strutturale e le analisi di sfera oscillante in acqua corrente: tale progressività nell'approfondimento delle simulazioni numeriche risulta quanto mai necessaria quando occorre affrontare problemi complessi come quello delle VIV, in quanto permette di mantenere un maggiore controllo sui risultati ottenuti dalle analisi, consentendo al tempo stesso di acquisire e maturare esperienza e un crescente grado di consapevolezza, che permettono un'interpretazione più adeguata dei risultati medesimi;
- una simulazione di questo tipo rappresenta un utile strumento per la validazione e la verifica della strategia adottata per modellare la risposta dinamica della sfera con filo in *STAR-CCM+*;
- per quello che riguarda la successiva fase delle Co-Simulazioni, sono state considerate proprio le prove di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta e, pertanto, si è ritenuto che un'analisi di oscillazioni libere in acqua ferma della sfera con filo, svolta rimanendo esclusivamente all'in-

**Tabella 3.1** Geometria e frequenza naturale relative all'analisi di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-filo effettuata con *STAR-CCM+*: per quanto riguarda le frequenze, in particolare, la previsione è stata effettuata sulla base del modello del paragrafo 3.4.1, mentre il dato numerico è l'esito dell'analisi spettrale del segnale ottenuto in output dalla simulazione

lunghezza del filo	70 cm
diametro della sfera	6 cm
peso della sfera	1,49 N
previsione della frequenza delle oscillazioni	0,257 Hz
frequenza numerica delle oscillazioni	0,254 Hz

terno di *STAR-CCM+*, costituisse un significativo termine di paragone, in aggiunta ai dati sperimentali, per i risultati delle simulazioni.

Per inizializzare questa analisi, la velocità del fluido è stata annullata ovunque e la sfera è stata allontanata dalla sua posizione di equilibrio allineata con la verticale del filo, mediante una rotazione rigida attorno all'estremo superiore del filo.

I dati dell'analisi sono riportati in tabella 3.1. Il confronto tra la frequenza di oscillazione attesa e la frequenza naturale effettivamente ottenuta conferma la capacità del modello CFD di riprodurre adeguatamente il comportamento meccanico della sfera, limitatamente però al caso del filo.

Di particolare interesse risulta l'andamento dello smorzamento delle oscillazioni, imputabile in questo caso interamente all'azione del fluido sulla superficie della sfera. Al di là del valore in sé, pari al 3,4% dello smorzamento critico del sistema in acqua, si osserva dalla figura 3.10 nella pagina successiva che un'interpretazione del decadimento delle oscillazioni con un modello di smorzamento lineare funziona abbastanza bene in questo caso.

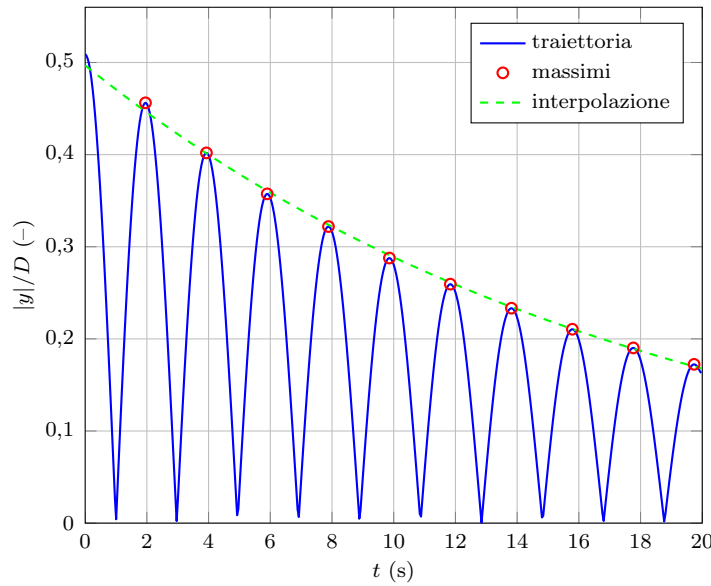
### 3.4.1 Modello del pendolo in acqua ferma

Per la previsione della frequenza naturale del sistema sfera-filo in acqua ferma, è stato considerato il classico modello del pendolo in aria elaborato nell'ipotesi di piccoli spostamenti, con le opportune modifiche per tenere in conto la presenza dell'acqua (cfr. paragrafo 2.4.2).

La frequenza naturale in aria di un sistema oscillante a un grado di libertà con funzionamento a pendolo è data da:

$$f_{n,a} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (3.1)$$

dove  $l$  è la lunghezza del pendolo e  $g$  l'accelerazione di gravità, come di consueto. In acqua, data la presenza della massa aggiunta (incremento della massa del



**Figura 3.10** Andamento numerico del valore assoluto delle oscillazioni libere in acqua ferma del centro della sfera appesa al filo e interpolazione dei massimi relativi con modello di smorzamento lineare

sistema) e della spinta idrostatica (riduzione del peso del sistema), la frequenza naturale diventa, sempre nell'ipotesi di piccoli spostamenti:

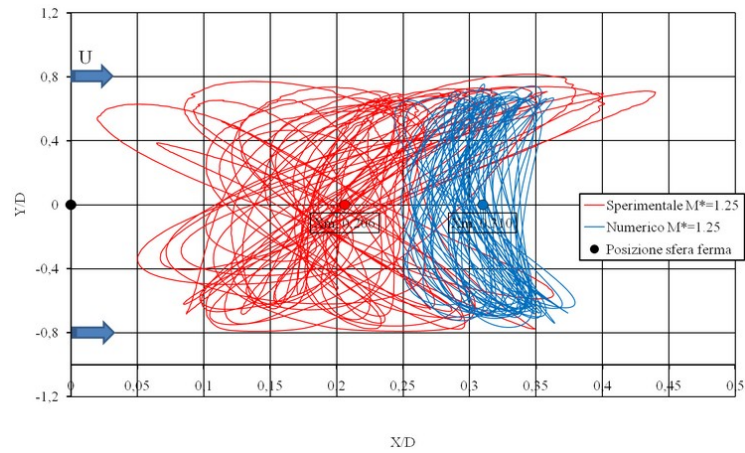
$$f_{n,w} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{\frac{m^* - 1}{m^* + C_A}} \quad (3.2)$$

### 3.5 Sfera con filo in acqua corrente: VIV

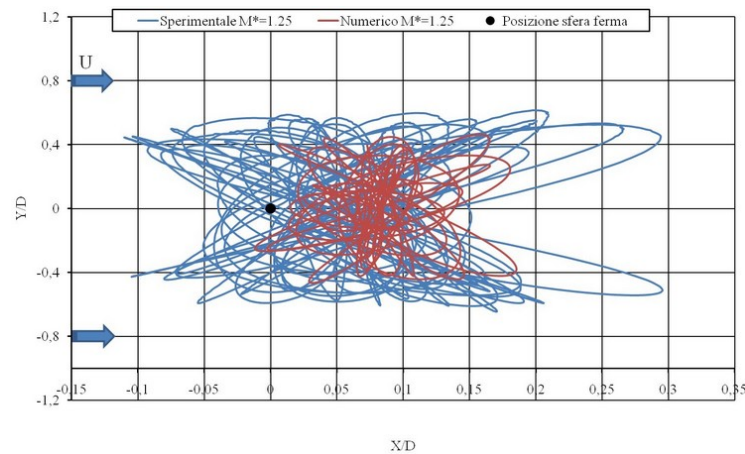
Sempre all'interno del lavoro di Quadri (2011), sono state svolte numerose analisi di vibrazioni indotte da distacco di vortici per il sistema sfera-filo immerso in acqua corrente. Esse rappresentano l'apice di quello che è possibile fare dal punto di vista numerico, nell'ambito dell'interazione fluido-struttura, rimanendo all'interno di un software di fluidodinamica computazionale, allo stato attuale dell'arte.

Da una parte, sono state riprodotte numericamente alcune delle configurazioni relative ai dati delle prove sperimentali disponibili, dall'altra sono state esplorate anche condizioni diverse da quelle sperimentali, nell'ottica di ampliare l'indagine del fenomeno e valutare l'influenza di diversi parametri sulla risposta dinamica del sistema.

A titolo di esempio si riportano in figura 3.11 nella pagina seguente e in figura 3.12 nella pagina successiva i confronti tra le traiettorie sperimentali e quelle ottenute numericamente per la stessa configurazione del sistema sfera-filo, al variare della velocità del flusso incidente (e quindi del parametro  $U^*$ ). Riducendo la velocità adimensionale  $U^*$ , in particolare, migliora la



**Figura 3.11** VIV del sistema sfera-filo: confronto delle traiettorie sperimentale e numerica per  $U = 0,143$  m/s. Si può osservare che l'ampiezza delle oscillazioni trasversali viene riprodotta molto bene, ma non si può dire altrettanto per il moto della sfera in direzione longitudinale alla corrente (lo spostamento medio in  $x$  è sovrastimato, mentre l'RMS è minore nel caso numerico rispetto a quello sperimentale) (Quadri, 2011).



**Figura 3.12** VIV del sistema sfera-filo: confronto delle traiettorie sperimentale e numerica per  $U = 0,113$  m/s. La traiettoria sperimentale è riprodotta dalla simulazione numerica in maniera soddisfacente (Quadri, 2011).



capacità previsionale del moto longitudinale ma peggiora quella relativa al moto trasversale; le traiettorie tuttavia appaiono in generale maggiormente sovrapponibili.

Oltre alle traiettorie della sfera, sono stati confrontati anche l'andamento temporale delle componenti in direzione trasversale e longitudinale degli spostamenti, singolarmente considerate, di cui sono stati calcolati i valori medi e gli scarti quadratici medi (*root mean square*, RMS) delle oscillazioni. Si è osservato, in generale, un buon accordo del moto trasversale tra dati sperimentali e risultati numerici, mentre lo spostamento medio e l'ampiezza delle oscillazioni in senso longitudinale non è risultato sempre altrettanto soddisfacente.

Sono state considerate inoltre le componenti di forza a cui è soggetta la sfera a causa del fluido (opportunamente adimensionalizzate al fine di ottenere i consueti coefficienti idrodinamici), sia per quanto riguarda il loro valore medio che per quanto riguarda il loro andamento temporale. È stato rilevato, in particolare, l'atteso aumento del coefficiente di *drag* rispetto al caso di sfera ferma.

Dopo aver considerato la particolare configurazione utilizzata in sede di prove sperimentali, è stata fatta variare la massa della sfera nel modello numerico, in modo da poter studiare l'influenza del rapporto di massa  $m^*$  sul comportamento dinamico del sistema sfera-filo. Si è riscontrato in particolare che lo spostamento longitudinale medio della sfera si riduce al crescere di  $m^*$ , mentre l'ampiezza delle oscillazioni trasversali diminuisce.

Le analisi sono state poi riprese da Mandelli (2012), in modo tale da estendere ulteriormente la campagna di prove numeriche ed il confronto coi dati sperimentali.

A conclusione del capitolo, si ricorda che in *STAR-CCM+* non è possibile modellare adeguatamente strutture flessibili e snelle, come l'asta che funge da supporto per le sfere utilizzate nelle prove sperimentali di Lefoulon (2011): per questo motivo, per la modellazione numerica dei sistemi sfera-asta, è necessario affiancare al modello fluidodinamico i modelli strutturali sviluppati nel capitolo 2.



## Capitolo 4

# Co-Simulazione

Nei capitoli precedenti, sono state passate in rassegna le possibilità che si presentano per modellare numericamente i problemi di Interazione Fluido-Struttura rimanendo all'interno di un *software* di analisi strutturale (*Abaqus*) oppure di un programma di fluidodinamica computazionale (*STAR-CCM+*) e sono stati messi in evidenza i limiti che inevitabilmente si incontrano percorrendo tali approcci. Per superare tutti questi inconvenienti, appare necessario adottare una metodologia specifica e più raffinata, come quella della Co-Simulazione.

La tecnica della Co-Simulazione può essere usata per risolvere complessi problemi di FSI attraverso l'accoppiamento dei due *software*. *Abaqus* si occupa di risolvere il dominio strutturale mentre *STAR-CCM+* si dedica alla risoluzione del dominio fluido. I due domini sono interconnessi mediante lo scambio di informazioni tra i due programmi, in riferimento ad una superficie comune ai due modelli.

Dopo aver validato, considerandoli singolarmente, la bontà e l'affidabilità del modello strutturale (oscillazioni libere in aria, paragrafo 2.3) e di quello fluidodinamico (acqua corrente attorno alla sfera ferma, paragrafo 3.3, a cui si aggiungono le prove del sistema sfera-filo dei paragrafi 3.4 e 3.5), il presente capitolo si occupa di presentare l'impiego della tecnica della Co-Simulazione per la risoluzione di un problema di FSI. Anche se l'obiettivo di tali analisi è quello di indagare il comportamento del sistema sfera-asta nel caso di vibrazioni indotte dal distacco di vortici, a cui è stata dedicata la maggiore attenzione nel corso delle campagne sperimentali e che è sicuramente la situazione di maggiore interesse, in vista delle applicazioni della Co-Simulazione sia sul fronte della progettazione strutturale che su quello dello studio dei dispositivi per il recupero di energia dalle correnti, è stata presa la decisione di affrontare le analisi accoppiate in riferimento al caso di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta.

Le motivazioni che hanno portato a questa scelta sono diverse:

- in primo luogo, si tratta di un'ulteriore fase intermedia rispetto alla simulazione numerica di fenomeni VIV, nell'ottica dell'approccio progressivo

al problema che ha ispirato l'impostazione di questo lavoro, che consente di affrontare le difficoltà una alla volta invece che dover occuparsi di fronteggiare direttamente una situazione eccessivamente complessa;

- la situazione di oscillazioni libere in acqua ferma è sicuramente più semplice di quella delle vibrazioni indotte dalla corrente; in particolare, a livello della fluidodinamica coinvolta nella simulazione, permette di allontanare le difficoltà e le complicazioni connesse all'aspetto della turbolenza del campo di moto del fluido (nel lavoro di Besana (2013), infatti, erano state riscontrate delle difficoltà proprio con i modelli di turbolenza presenti in *Abaqus/CFD* e queste non avevano permesso di ottenere dei buoni risultati in casi di numeri di Reynolds elevati) e di non risentire delle differenze che ci possono essere al riguardo tra il modello numerico e le condizioni sperimentali;
- un ulteriore vantaggio è quello che lo studio delle oscillazioni libere in acqua ferma permette di svolgere analisi meno costose rispetto a quelle che si avrebbero nel caso di fluido in moto: questo, in particolare, è dovuto al fatto che il tempo fisico che occorre simulare nel caso delle VIV è elevato, in quanto interviene necessariamente, prima della stabilizzazione del moto della sfera in condizioni di regime, una fase di transitorio iniziale che non può essere eliminata, ma comporta un costo aggiuntivo notevole (anche se è possibile pensare ad opportuni accorgimenti nella modellazione, volti proprio alla riduzione del tempo necessario alla fase transitoria iniziale); in acqua ferma, il transitorio non è presente e sono sufficienti durate dell'ordine di 20 s (talvolta anche meno) per ottenere una risposta significativa (il tempo da simulare per le VIV sarebbe di un ordine di grandezza superiore);
- a fronte dei vantaggi e della relativa semplicità di cui si è detto, il caso di oscillazioni libere del sistema in acqua ferma, rispetto alle VIV, è altrettanto adeguato al fine di testare e valutare l'applicazione della tecnica della Co-Simulazione ai problemi di Interazione Fluido-Struttura; esso, in realtà, è addirittura meglio, perché permette di concentrarsi e focalizzarsi sugli aspetti dell'accoppiamento che veramente interessano, senza distrazioni legate ad altre questioni, che non sono, a questo stato del lavoro, l'obiettivo principale delle analisi;
- fare riferimento ad una situazione più semplice porta l'importante conseguenza che il fenomeno sia più facile da controllare, in quanto entrano in gioco meno elementi e meno fattori che possono influenzare la risposta del sistema, sia nel modello numerico che nelle prove sperimentali; per questo motivo, si è ritenuto che la situazione scelta fosse più adatta per valutare e confrontare i differenti algoritmi di accoppiamento con cui è possibile effettuare le Co-Simulazioni;

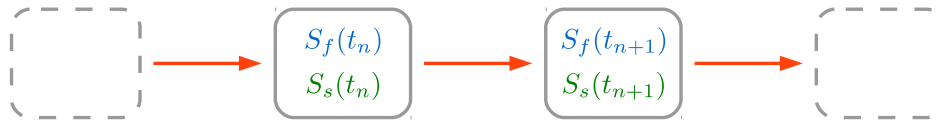
- infine, è bene sottolineare che, nonostante la scarsa complessità, si tratta di analisi che rimangono comunque ricche di significato nell'ottica della validazione del funzionamento della Co-Simulazione; anche, e soprattutto, nel caso di oscillazioni libere in acqua ferma, infatti, la frequenza (e lo smorzamento) della risposta del sistema sono molto sensibili all'effetto che la presenza del fluido esercita sulla struttura, sia per quello che riguarda la "massa aggiunta" (che adesso non è più un coefficiente noto, ma è effettivamente il fluido che viene messo in movimento dagli spostamenti della sfera), sia per la dissipazione energetica che le forze trasmesse dal fluido alla sfera impongono al moto della struttura; per questo motivo, dall'andamento dei risultati delle Co-Simulazioni è immediatamente e facilmente percepibile se l'interazione tra i due codici di calcolo sta funzionando correttamente e se l'effetto del fluido sulla struttura viene riprodotto in maniera adeguata.

Alla luce delle motivazioni appena esposte, appare evidente che il caso delle oscillazioni libere in acqua ferma rappresenta quindi il naturale banco di prova per l'accoppiamento del modello strutturale con quello fluidodinamico, in vista poi di arrivare al caso, di maggior interesse pratico, delle vibrazioni indotte dalla corrente fluida sulla struttura.

È bene sottolineare ancora una volta che non sarebbe opportuno, invece, pensare di partire direttamente con l'accoppiamento dei due modelli nella Co-Simulazione (magari addirittura subito con riferimento alla situazione di acqua corrente e VIV), senza prima aver dedicato sufficiente tempo e attenzione nella messa a punto dei singoli modelli e senza aver maturato un'adeguata esperienza in merito ai metodi partizionati e alle caratteristiche delle diverse possibilità di accoppiamento.

## 4.1 Modellazione numerica di problemi FSI: la Co-Simulazione

I metodi per la risoluzione numerica di problemi accoppiati come quello di Interazione Fluido-Struttura sono in generale diversi e si distinguono in primo luogo tra metodi monolitici e metodi partizionati. Mentre, nel primo caso, il problema viene considerato come un'entità unica, *monolitica* appunto, per cui tutte le incognite (sia quelle relative al moto del fluido che quelle che riguardano la risposta strutturale) sono raccolte in un unico vettore e vengono trattate simultaneamente con un unico grande sistema risolvibile e con lo stesso metodo (figura 4.1 nella pagina seguente), nel caso di problemi accoppiati come quello in esame, può essere conveniente rinunciare ad un approccio di questo tipo ed applicare un metodo *partizionato*: tale termine si riferisce alla suddivisione del problema in due o più sottoproblemi più semplici interagenti tra loro. Spesso, dalla partizione si può ottenere un notevole vantaggio computazionale.



**Figura 4.1** Rappresentazione schematica dell'approccio monolitico ai problemi di FSI: la soluzione del problema fluidodinamico  $S_f(t_n)$  e la soluzione del dominio strutturale  $S_s(t_n)$  ad ogni passo temporale sono ottenute in una sola mossa, risolvendo un unico grande sistema di equazioni

La tecnica della Co-Simulazione di cui si è fatto uso nel presente lavoro di tesi segue esattamente questo secondo approccio.

Se si considera un problema accoppiato, come quello di FSI, si possono facilmente individuare due (o più) campi che interagiscono tra loro, in generale in maniera bidirezionale.<sup>1</sup> La struttura di un problema del genere suggerisce quindi spontaneamente di separare in qualche modo i due sottosistemi, affrontando la loro soluzione in maniera indipendente, per poi reintrodurre l'accoppiamento con una metodologia opportuna.

Le motivazioni per eseguire una simile procedura sono molteplici (Felippa e Park, 1980), ma la più importante va cercata sicuramente nel campo dell'analisi numerica: è infatti evidente che per affrontare un problema accoppiato, in genere piuttosto complesso, sarebbe preferibile evitare di costruire di volta in volta dei complessi algoritmi dedicati, che fronteggino la formulazione monolitica delle equazioni in gioco. Piuttosto, sarebbe conveniente sfruttare la presenza di più sottodomini per analizzarli separatamente, con l'ausilio di *software* più "piccoli", meglio gestibili e già ampiamente collaudati, da collegare secondo una strategia predefinita. A questo si aggiunga che un'opportuna scelta del metodo per collegare i singoli campi potrebbe consentire uno sviluppo in parallelo delle diverse analisi, con notevole risparmio di tempo. Un ulteriore vantaggio di applicare un metodo partizionato è che esso fornisce la possibilità di ridurre le dimensioni del problema, senza perdere tuttavia la struttura "semplice" delle equazioni relative ai singoli sottodomini.

L'impiego del metodo partizionato consente di esaltare inoltre la modularità del *software* disponibile per l'analisi dei singoli campi e di ottenere una buona efficienza, in quanto l'onere computazionale conseguente allo scambio di "informazioni" tra i campi, necessario per ripristinare l'interazione, è assolutamente trascurabile rispetto allo sforzo richiesto per ottenere le singole soluzioni. Purtroppo questi vantaggi non sono senza un prezzo, come si vedrà più avanti affrontando il problema della stabilità.

I metodi partizionati sono nati appunto con queste finalità e fin da subito sono stati applicati a situazioni di dinamica strutturale, in particolare con

<sup>1</sup>Questo significa che ogni campo influenza l'altro, escludendo quindi la possibilità di eseguire analisi in cascata (tipiche di problemi semi-accoppiati, come i casi di FSI monodirezionale, cfr paragrafo 1.1.1).

riferimento proprio all'Interazione Fluido-Struttura. Sempre mantenendo come *benchmark* questo problema, all'inizio degli anni '80 il metodo è stato sistematizzato in maniera piuttosto completa da Felippa e Park (1980), Park (1980) e Park e Felippa (1980, 1983). In seguito il metodo è stato utilizzato con successo anche in altri campi, tra cui si ricordano l'interazione suolo-struttura, i problemi con sottostrutture tra loro interagenti, la termoelasticità e la meccanica dei mezzi plurifase, con applicazione a problemi geotecnici e di ingegneria delle dighe.

La ricerca nell'ambito dei metodi di tipo partizionato non si è fermata e continuamente vengono proposte, spesso in riferimento proprio a problemi di FSI, nuove soluzioni e nuove formulazioni ed implementazioni sempre più performanti, accurate, stabili e competitive (si veda ad esempio Farhat e Lesoinne (2000), Matthies e Steindorf (2003) e Dettmer e Perić (2013)).

Una sintesi recente a riguardo dell'analisi con metodi partizionati di sistemi meccanici accoppiati è stata redatta da Felippa et al. (2001) e Felippa e Park (2005).

#### 4.1.1 Interazione tra i sottosistemi

Si procede ora illustrando più nel dettaglio il funzionamento della tecnica della Co-Simulazione e presentando le metodologie con cui è possibile reintrodurre nell'analisi partizionata l'interazione tra i due sottosistemi in cui è stato suddiviso il problema iniziale, in modo tale da ripristinare l'unitarietà del sistema meccanico di partenza. Si vedrà, in particolare, come occorre procedere per risolvere un problema di FSI con un approccio partizionato, come la soluzione viene portata avanti separatamente nel tempo per le due partizioni e come gli effetti di interazione sono presi in considerazione attraverso la trasmissione sincronizzata, tra i due sottodomini, di informazioni che riguardano lo stato del sistema, accoppiando tra loro il modello del dominio fluidodinamico e il modello della struttura. L'accoppiamento tra i due modelli, in particolare, avviene attraverso una superficie di interazione, che rappresenta l'interfaccia tra l'analisi fluidodinamica e quella della risposta strutturale.

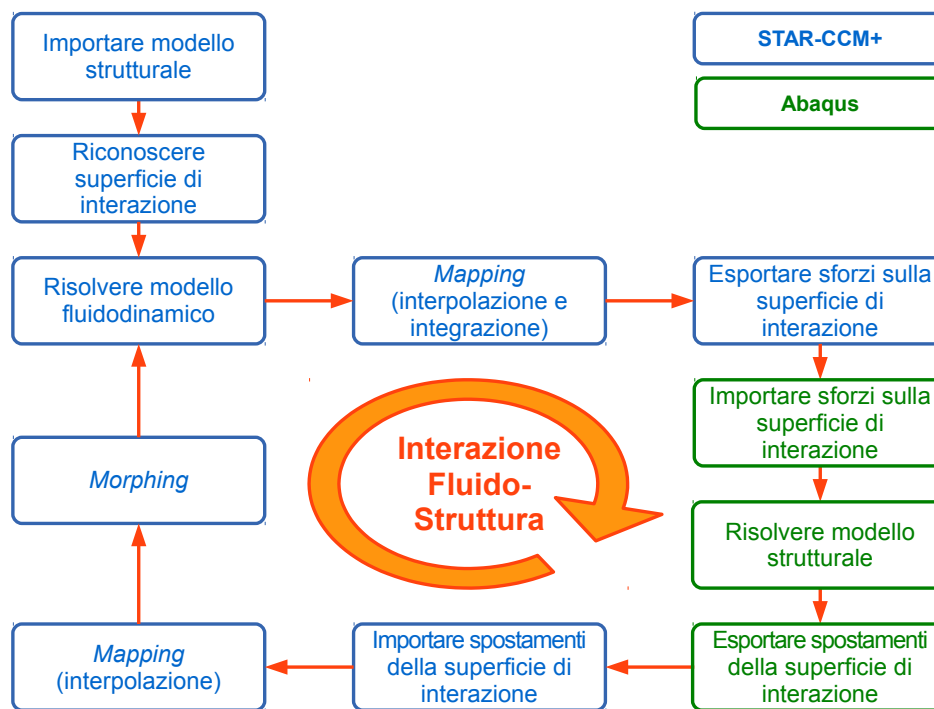
L'accoppiamento tra il fluido e la struttura, quindi, viene inserito nella Co-Simulazione per mezzo di opportune condizioni al contorno, variabili nel tempo, che sono imposte all'interfaccia tra i due sottodomini. Nello specifico, le condizioni che devono essere rispettate sulla superficie di interazione, per garantire la continuità fra il dominio fluido e il solido, riguardano l'identità di spostamento, velocità e stato di sforzo all'interfaccia. Questo si traduce nel fatto che gli sforzi (pressione e sforzi viscosi deviatorici), presenti nel fluido a contatto con il solido, calcolati dal modello fluidodinamico, vengono comunicati al modello strutturale, per il quale essi rappresentano una forzante esterna imposta e nota a priori; dall'altra parte, invece, gli spostamenti che nel modello strutturale sono calcolati come conseguenza di tale forzante rappresentano, per il fluido, una variazione di forma e dimensione della geometria dei contorni del

dominio, anch'essa nota, che a sua volta provocherà un movimento del campo di fluido.

La sequenza di operazioni che è necessario effettuare per risolvere un problema di FSI con approccio partizionato, all'interno di un singolo intervallo temporale, può essere quindi così sintetizzata:

1. all'inizio dell'analisi (e quindi una sola volta) occorre svolgere una fase preliminare in cui i due modelli vengono confrontati ed accoppiati, nel senso di individuare in entrambi la superficie di interazione, i nodi, le facce e le celle/gli elementi che vi appartengono e verificare la corrispondenza tra le due geometrie (che devono essere complementari tra loro e si devono correttamente "incastrare" l'una nell'altra, pena l'impossibilità di proseguire con l'analisi); le due mesh, invece, possono anche essere non conformi, nel senso che i nodi della griglia strutturale e quelli della griglia del fluido, pur appartenendo tutti alla medesima superficie di interfaccia, possono non essere allineati e coincidenti tra loro e quindi sono accettabili diversi gradi di infittimento della discretizzazione spaziale dai due lati della superficie (in generale, la mesh di calcolo del dominio fluido sarà molto più raffinata di quella dal lato della struttura);
2. si risolve il problema fluidodinamico nell'intervallo temporale considerato, mediante algoritmi di tipo iterativo specificamente sviluppati, calcolando pressione e componenti di velocità per tutte le celle del dominio fluido (da cui poi si ricavano anche le altre componenti di sforzo);
3. avviene poi una prima fase di *mapping*: con questo si intende che le pressioni e gli sforzi vengono interpolati ed integrati in modo da ottenere i valori nodali in corrispondenza dei nodi della mesh della struttura, che, come già ricordato, in generale non corrispondono ai nodi delle celle fluide ma si trovano all'interno delle facce di queste (questa operazione, solitamente, può essere svolta sia dal codice CFD che da quello strutturale, senza sostanziali differenze);
4. le forze nodali vengono esportate dal modello fluidodinamico; poi il programma CFD entra in stato di attesa e il testimone passa alla struttura;
5. il codice strutturale importa le forze nodali provenienti dall'analisi del problema fluidodinamico e le applica al modello;
6. si risolve il problema strutturale nell'intervallo temporale considerato (per via iterativa se il problema non è lineare, come avviene ad esempio nel caso delle analisi in grandi spostamenti), calcolando gli spostamenti in tutti i nodi del dominio strutturale;





**Figura 4.2** Schema concettuale dei passaggi necessari per risolvere un problema di Interazione Fluido-Struttura con un metodo partizionato (Co-Simulazione), visto dalla prospettiva del codice di calcolo fluidodinamico (è stato rappresentato il caso in cui le operazioni di *mapping* sono effettuate dal codice fluidodinamico, come è accaduto nelle analisi del presente lavoro)

7. gli spostamenti dei nodi che appartengono alla superficie di interfaccia vengono raccolti ed esportati dal modello della struttura; a questo punto il codice strutturale entra a sua volta in stato di attesa e il *software* CFD riprende il controllo dell'analisi;
8. per prima cosa, esso importa i valori degli spostamenti nodali della superficie di interazione, ottenuti dalla risoluzione del problema strutturale;
9. poi viene effettuata nuovamente l'operazione di *mapping*, con cui, mediante un processo di interpolazione, vengono calcolati gli spostamenti dei nodi della mesh del modello fluido che appartengono all'interfaccia, a partire dai valori di spostamento importati dalla struttura, e viene così ridefinita la geometria del dominio fluido in base alla nuova posizione del suo contorno (superficie di interazione);
10. infine, bisogna occuparsi della movimentazione e dell'aggiornamento della griglia per adattarla alla nuova geometria; in questa fase è necessario fare ricorso ad una delle metodologie presentate al paragrafo 3.1.4 (*morphing*, *overset mesh* o un uso combinato di entrambe le soluzioni);

11. a questo punto, l'analisi è pronta per una nuova soluzione del problema fluidodinamico, per cui si ritorna alla fase numero 2 e si riparte.

L'analisi procede quindi seguendo ciclicamente tutti i passaggi che sono stati presentati. A seconda del tipo di accoppiamento che si sceglie di utilizzare (di cui si discuterà nel prossimo paragrafo), tuttavia, al termine della fase di aggiornamento della mesh del dominio fluidodinamico ci sono due possibilità: o si ritorna all'inizio del passo temporale e il problema fluidodinamico viene nuovamente risolto sul medesimo intervallo, considerando tuttavia la nuova posizione della struttura, oppure si procede nell'avanzamento in tempo e la soluzione del modello fluido riguarda l'intervallo temporale successivo.

In figura 4.2 nella pagina precedente è riportata una schematizzazione del flusso di lavoro appena presentato, sviluppata assumendo il punto di vista del *software* di CFD.

A proposito della fase di *mapping* di cui si è parlato, si esplicitano i passaggi da cui essa è costituita:

- ricerca ed individuazione di una superficie comune ai due modelli (con verifica che le superfici, che nei due modelli sono state definite come interfaccia, siano effettivamente compatibili, cioè sovrapponibili), della sua posizione nello spazio e dei nodi che vi appartengono;
- interpolazione: a partire dai dati riferiti ai nodi di interfaccia del modello “sorgente” (ad esempio il modello della struttura, nel caso del trasferimento degli spostamenti della sua superficie al modello fluidodinamico), si calcolano, attraverso una procedura di interpolazione, i valori che il campo da esportare assume in corrispondenza dei nodi (sempre appartenenti all'interfaccia) dell'altro modello (il modello del fluido, che in questo esempio costituisce il *target* dell'interpolazione); per effettuare questa operazione con successo e senza introdurre errori eccessivi, è opportuno che le taglie degli elementi presenti da un lato e dall'altro della superficie di interazione non siano esageratamente dissimili;
- integrazione: solo nel caso del trasferimento degli sforzi dal fluido alla parete della struttura (e non, viceversa, nel caso di trasferimento degli spostamenti dalla struttura al contorno del fluido), in seguito all'interpolazione, è necessario effettuare il passaggio dai valori di sforzo superficiali (pressioni e sforzi viscosi) alle forze nodali equivalenti, prima di applicarle al modello strutturale; questo è ottenuto mediante un processo di integrazione numerica (utilizzando le consuete formule di quadratura).

È importante inoltre ribadire il concetto che, proprio grazie alla possibilità di operare il *mapping* nel corso delle Co-Simulazioni, le due mesh, quella della struttura e quella del dominio fluido, possono essere indipendenti, nel senso di essere caratterizzate da diversi livelli di discretizzazione spaziale (dettati dalle diverse esigenze dei due codici di calcolo) a cavallo della superficie di

interazione: da un lato e dall'altro dell'interfaccia, quindi, i nodi delle due griglie non devono obbligatoriamente combaciare. L'unico vincolo richiesto è che i due modelli risultino congruenti e complementari dal punto di vista delle caratteristiche geometriche e della posizione nello spazio dei diversi elementi che li compongono, altrimenti non è possibile riconoscere ed individuare una superficie comune, attraverso la quale effettuare l'interazione, e l'analisi non parte; per il caso trattato nel presente lavoro, ad esempio, questo significa che posizione e dimensioni del contorno sferico circondato dal fluido del modello CFD dovranno corrispondere esattamente, all'inizio della Co-Simulazione, a posizione e dimensioni della sfera presente nel modello strutturale. La conformità tra il modello strutturale e quello fluidodinamico, in ultima analisi, è richiesta solo a livello di geometria e non anche a livello di mesh.

### 4.1.2 Algoritmi di accoppiamento

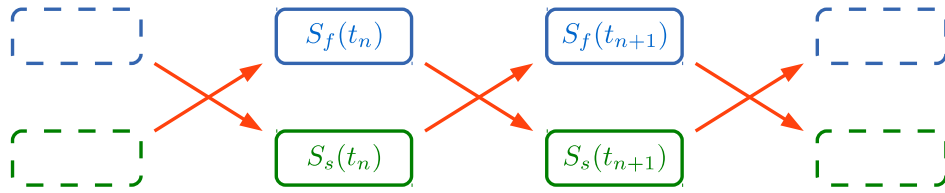
Alla luce dello schema ciclico presentato poc'anzi, nascono lecite alcune domande: come funziona la fase di avviamento del processo ciclico? Come vengono portate avanti le iterazioni del ciclo all'interno di uno stesso intervallo temporale? Come avviene la progressione dell'analisi nel tempo?

In risposta a queste domande, vengono presentati in questo paragrafo tre possibili algoritmi per gestire l'accoppiamento tra l'analisi strutturale e quella fluidodinamica nello sviluppo di una Co-Simulazione. La scelta dello schema di accoppiamento è importante, perché determina la modalità con cui avviene lo scambio di dati tra le due analisi; questo rappresenta infatti l'elemento chiave dei metodi partizionati e le caratteristiche dell'algoritmo impiegato hanno forti ripercussioni sull'esito delle simulazioni e, in ultima analisi, sulla capacità della Co-Simulazione di riprodurre correttamente il fenomeno di interazione studiato.

#### Accoppiamento esplicito parallelo

La prima possibilità è quella di utilizzare un algoritmo di accoppiamento esplicito parallelo (Parallel Explicit Coupling Scheme), definito anche metodo delle iterazioni simultanee.

Si tratta della versione base dei metodi partizionati: lo scambio di dati tra i modelli avviene una sola volta per ogni passo temporale e le due analisi vengono portate avanti simultaneamente, in parallelo appunto. Nello specifico, *Abaqus* calcola gli spostamenti della struttura a fine passo sulla base delle forze ricevute dal fluido ad inizio passo; contemporaneamente, *STAR-CCM+* ricava la soluzione del modello fluidodinamico all'istante  $t_{n+1}$  considerando gli spostamenti della struttura corrispondenti al tempo  $t_n$ . A questo punto, i due *software* si comunicano ciò che hanno ottenuto e l'analisi è pronta per affrontare i calcoli relativi all'intervallo di tempo successivo.



**Figura 4.3** Rappresentazione schematica dell'accoppiamento esplicito parallelo: per un dato istante temporale  $t_{n+1}$ , la soluzione del modello strutturale  $S_s(t_{n+1})$  è ricavata a partire dallo stato del fluido all'istante precedente  $S_f(t_n)$ , nel mentre che la soluzione del modello fluidodinamico  $S_f(t_{n+1})$  è ottenuta sulla base della posizione della struttura calcolata al passo temporale precedente  $S_s(t_n)$

Più in generale, gli spostamenti della struttura alla fine di un dato incremento temporale sono ottenuti sulla base di una stima (o *predizione*) delle forze a fine passo (che non sono ancora note, dal momento che la soluzione del modello fluidodinamico è stata calcolata solamente fino all'inizio del passo), basata sui valori delle incognite fluidodinamiche in uno o più istanti precedenti; analogamente, il campo di moto del fluido viene risolto all'istante  $t_{n+1}$  utilizzando una stima degli spostamenti a  $t_{n+1}$  (i quali risultano essere anch'essi delle quantità incognite, visto che le variabili del modello strutturale sono note soltanto fino all'istante  $t_n$ ), basata sulla conoscenza degli stessi a  $t_n$  ed eventualmente anche ad altri istanti precedenti.

Solo al termine della risoluzione dell'incremento temporale, operato dai due codici secondo la modalità appena illustrata, avviene lo scambio reciproco delle soluzioni che sono state determinate; è così possibile aggiornare contemporaneamente sia le forze esercitate sulla superficie di interfaccia che la posizione della struttura all'interno del dominio fluido. A questo punto l'incremento temporale viene considerato concluso e si procede con le nuove stime delle quantità incognite e con la risoluzione dei due modelli per il passo successivo.<sup>2</sup>

La procedura appena descritta è rappresentata graficamente, in modo semplificato, in figura 4.3. In essa e negli altri schemi che seguiranno, sono state adottate le seguenti convenzioni grafiche:  $S_f(t_n)$  rappresenta la soluzione del problema fluidodinamico (colore azzurro) all'istante  $t_n$ , mentre con  $S_s(t_n)$  si è indicato, in maniera analoga, la soluzione del problema strutturale (colore verde) in corrispondenza del medesimo istante. Gli istanti di tempo successivi si snodano da sinistra verso destra. Le frecce rappresentano lo scambio dei dati della soluzione tra i due modelli: in particolare, ad esempio, la freccia, che partendo da  $S_s(t_n)$  termina a  $S_f(t_{n+1})$ , indica che l'operazione di risoluzione

<sup>2</sup>In linea teorica sarebbe possibile permanere all'interno del medesimo passo temporale e ripetere nuovamente i calcoli effettuati, considerando però come nuova stima delle quantità incognite la soluzione appena ottenuta; la procedura verrebbe eseguita iterativamente fino al raggiungimento di una opportuna soglia di convergenza, prima di proseguire con l'avanzamento nel tempo. Tuttavia questo schema non è implementato nei codici di calcolo che sono stati utilizzati nel presente lavoro di tesi.

del modello fluidodinamico in corrispondenza del tempo  $t_{n+1}$  viene effettuata considerando la posizione che la struttura occupava al tempo  $t_n$  (oltre che, ovviamente, a partire dalla soluzione – nota – dello stesso campo fluido ad uno o più istanti precedenti), dal momento che la configurazione strutturale alla fine del passo di calcolo è ancora incognita.

Il metodo si definisce esplicito perché la soluzione dell'interazione tra i due campi (la struttura e il fluido) è sempre “in ritardo” di un passo di accoppiamento rispetto all'avanzamento dell'analisi, cioè è sempre riferita all'istante temporale precedente: questo introduce inevitabilmente delle approssimazioni, accettabili solamente in determinate situazioni e in ogni caso difficilmente quantificabili.

In generale, dunque, questo schema è quello meno stabile ed è indicato solamente per problemi poco impegnativi nel senso dell'accoppiamento, come ad esempio il caso di una struttura rigida che interagisce con un fluido comprimibile, a patto di impiegare nell'analisi intervalli temporali di accoppiamento sufficientemente piccoli (che vuol dire frequente scambio di dati).

### Accoppiamento esplicito sequenziale

Il secondo algoritmo di accoppiamento disponibile per la Co-Simulazione è quello esplicito sequenziale (**Serial Explicit Coupling Scheme**), definito anche metodo *staggered* senza iterazioni o metodo di Gauss-Seidel.

L'idea di base è la stessa dello schema esplicito parallelo appena presentato: lo scambio di dati tra l'analisi fluidodinamica e quella strutturale avviene una sola volta per ogni passo temporale. A differenza del caso precedente, tuttavia, le due simulazioni non sono eseguite in parallelo, ma in maniera sequenziale e alternata.

Dato un generico intervallo temporale da  $t_n$  a  $t_{n+1}$ , nell'ipotesi che tutte le variabili del problema siano note all'istante  $t_n$ , la procedura con cui viene calcolata la soluzione al tempo  $t_{n+1}$  è la seguente:

1. si effettua una predizione della posizione della struttura a fine passo (ipotizzando che sia pari a quella di inizio passo);
2. sulla base di tale stima, viene risolto il modello fluidodinamico in corrispondenza dell'istante  $t_{n+1}$ ;
3. dal campo di moto così ottenuto, si ricavano le forze che il fluido esercita sulla superficie di interfaccia a fine passo e queste vengono comunicate e applicate al modello strutturale;
4. viene risolto anche il modello strutturale a  $t_{n+1}$ ;
5. la nuova posizione della struttura a fine passo sostituisce la stima iniziale e viene trasferita al modello del fluido, in cui le condizioni al contorno e la griglia di calcolo sono aggiornate corrispondentemente;

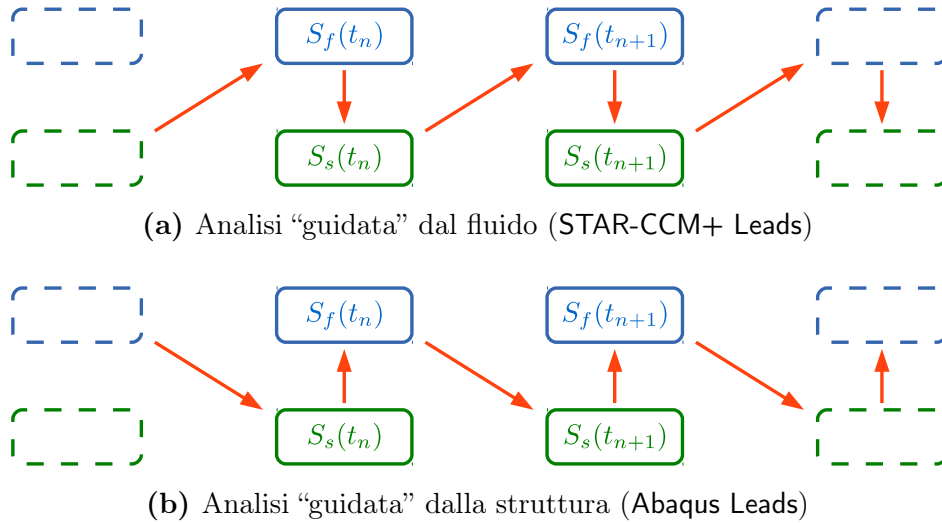
6. ora lo stato del sistema a fine passo è noto sia sul versante fluidodinamico che su quello strutturale: pertanto, il passo di calcolo corrente viene ritenuto concluso e si procede ad affrontare l'incremento temporale successivo.

Se in caso di accoppiamento parallelo occorre effettuare la predizione dello stato del sistema a fine passo sia per la struttura (per avere le condizioni al contorno con cui risolvere il modello fluido) che per il dominio fluido (per avere le forze con cui calcolare, contemporaneamente, la soluzione del modello strutturale), dallo schema appena presentato si osserva che il metodo esplicito sequenziale permette di effettuare la predizione dello stato del sistema a fine passo su uno solo dei due campi incogniti (la posizione della struttura, nel caso considerato): l'esecuzione in sequenza delle due analisi, infatti, consente di sfruttare il campo fluido a fine passo, che si è ottenuto dal calcolo sul modello CFD, come *input* per la risoluzione della struttura, senza la necessità di una seconda predizione concernente le forze di interfaccia. Da ciò consegue che solo il campo fluido dipende dalla posizione della struttura all'istante temporale precedente, invece che al tempo corrente, mentre gli spostamenti strutturali sono correttamente calcolati sulla base dello stato del fluido a fine passo; il "ritardo" nell'interazione tra i due campi riguarda quindi solamente il dominio fluido e non anche il modello strutturale. Questo comporta, in ogni caso, l'introduzione di un certo grado di approssimazione nella soluzione ottenuta.

Occorre inoltre osservare che sono possibili due versioni dell'algoritmo di accoppiamento esplicito sequenziale, in funzione del campo su cui viene effettuata la predizione iniziale e quindi di quale dei due modelli viene risolto per primo all'interno di ogni passo temporale. La versione a cui si è fatto finora riferimento, e che è stata utilizzata nelle Co-Simulazioni del presente lavoro, è quella "guidata" dal fluido (STAR-CCM+ Leads): la predizione riguarda la configurazione della struttura, dunque viene calcolata per prima la soluzione del modello fluidodinamico. L'alternativa è l'analisi "guidata" dalla struttura (Abaqus Leads), nella quale viene effettuata la predizione sul campo di moto del fluido e viene quindi risolto il modello strutturale prima di quello CFD. Dal punto di vista di stabilità e costo computazionale, in ogni caso, le due varianti presentano sostanzialmente le medesime caratteristiche. Entrambe le varianti sono rappresentate nello schema della figura 4.4 nella pagina successiva.

In generale, questo algoritmo di accoppiamento è migliore di quello parallelo dal punto di vista della stabilità e della robustezza, in relazione all'entità dell'interazione del problema considerato; tuttavia, esso rimane indicato per problemi in cui il grado di accoppiamento fra i modelli sia tendenzialmente debole o al più moderato (come accade solitamente nei casi di rigidità strutturale elevata) e richiede che gli incrementi temporali dell'analisi siano piccoli.

Nel seguito, si farà spesso riferimento al metodo esplicito sequenziale semplicemente con il termine *accoppiamento esplicito*, dal momento che l'algoritmo delle iterazioni simultanee (schema esplicito parallelo) non è stato considera-



**Figura 4.4** Rappresentazione schematica dell'accoppiamento esplicito sequenziale nelle due versioni disponibili: (a) la soluzione relativa al fluido  $S_f(t_{n+1})$  è calcolata sulla base della posizione della struttura  $S_s(t_n)$  a inizio passo, poi, con le forze corrispondenti al campo di moto così ottenuto, viene risolto il modello strutturale e si ricava  $S_s(t_{n+1})$ ; (b) viceversa, prima viene calcolata la struttura  $S_s(t_{n+1})$  a partire dalla soluzione del fluido  $S_f(t_n)$  all'istante precedente, poi si sfrutta tale risultato per ottenere il valore aggiornato delle incognite del modello fluidodinamico  $S_f(t_{n+1})$

to nelle analisi del presente lavoro, essendo stato ritenuto poco appropriato per il problema in esame a causa del grado elevato di accoppiamento che lo caratterizza.

### Accoppiamento implicito

L'ultimo algoritmo di accoppiamento tra cui è possibile scegliere, infine, è quello implicito (Implicit Coupling Scheme), detto anche metodo *staggered* con iterazioni.

A differenza dei metodi precedenti, in questo caso lo scambio di dati tra i due programmi viene effettuato più volte all'interno del singolo passo temporale; come per l'accoppiamento esplicito sequenziale, tuttavia, le due analisi della Co-Simulazione vengono portate avanti alternativamente, seguendo uno schema seriale (e non in parallelo, anche se questo sarebbe teoricamente possibile). Per ogni passo temporale, quindi, viene ricavata una soluzione preliminare per uno dei due campi, sulla base dello stato dell'altro campo all'istante precedente; poi, le soluzioni dei due modelli vengono ricalcolate, iterativamente, mediante un ripetuto scambio di informazioni, relative all'istante corrente, tra le due analisi. In questo modo, si cerca di assicurare che la soluzione del problema accoppiato sia arrivata a convergenza prima di avanzare verso un nuovo passo di accoppiamento.

Nello specifico, per ogni incremento temporale vengono inizialmente seguiti i passaggi presentati per l'algoritmo di accoppiamento esplicito sequenziale; nell'ipotesi di analisi "guidata" dal fluido, essi sono: predizione sul campo degli spostamenti della struttura, prima soluzione del modello fluidodinamico, trasferimento delle forze di interfaccia al modello strutturale, prima soluzione del modello strutturale e, infine, aggiornamento della stima iniziale con la trasmissione della nuova posizione della superficie di interazione al modello fluidodinamico. A questo punto, tuttavia, invece di procedere nell'avanzamento in tempo per dedicarsi al passo successivo, si rimane nel passo corrente:

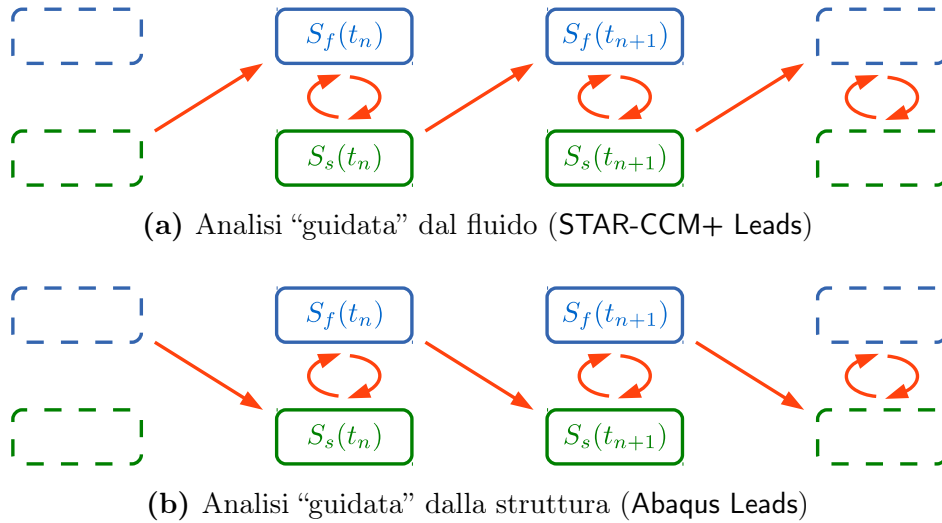
- si ripete il calcolo del fluido a partire dalla nuova posizione della struttura;
- si comunica la soluzione così ottenuta al *software* strutturale;
- si ricava nuovamente la soluzione del modello strutturale corrispondente al nuovo campo fluido appena determinato;
- si trasferisce la nuova posizione della struttura al codice di calcolo CFD;
- si torna a risolvere il modello fluidodinamico;
- e così via.

Il procedimento iterativo di scambio di dati e nuova soluzione dei due modelli viene terminato sulla base di un opportuno criterio di convergenza (cioè quando la differenza tra due soluzioni consecutive dello stesso modello è "piccola"); in particolare, è possibile stabilire un valore di soglia di un residuo basato sulla differenza tra il risultato dell'iterazione corrente e quello dell'iterazione precedente, oppure fissare a priori un numero di iterazioni ritenuto sufficiente per raggiungere una convergenza adeguata. Una volta che le iterazioni di accoppiamento sono terminate, si salva la soluzione finale che è stata ottenuta per l'istante corrente ed è possibile procedere affrontando un nuovo incremento temporale.

La figura 4.5 a fronte riporta una rappresentazione grafica stilizzata delle due versioni dell'algoritmo di accoppiamento implicito (quella "guidata" dal fluido e quella "guidata" dalla struttura).

Il vantaggio che questo schema di accoppiamento presenta rispetto ai precedenti è dato dal fatto che, nei limiti della tolleranza fissata, entrambe le soluzioni sono calcolate e riferite allo stesso istante di tempo e non ci sono "ritardi" nell'accoppiamento tra i due modelli: ad un dato istante di tempo, infatti, la struttura è calcolata sulla base delle forze effettive che il fluido esercita sulla superficie di interfaccia in quel preciso istante e non in un istante precedente e, allo stesso modo, il modello fluidodinamico viene risolto considerando la posizione corretta della struttura in quello stesso istante e non semplicemente una sua stima o la posizione riferita all'istante precedente. Pertanto, l'errore che si introduce nell'analisi, procedendo in questo modo, è più che altro legato





**Figura 4.5** Rappresentazione schematica dell'accoppiamento implicito nelle due versioni disponibili: (a) si calcola provvisoriamente  $S_f(t_{n+1})$  sulla base di  $S_s(t_n)$ , poi si ottiene  $S_s(t_{n+1})$  utilizzando la soluzione provvisoria  $S_f(t_{n+1})$  appena determinata, poi si ripete il calcolo da  $S_f(t_n)$  a  $S_f(t_{n+1})$  impiegando come nuova condizione al contorno la soluzione  $S_s(t_{n+1})$  provvisoriamente ottenuta per la struttura a  $t_{n+1}$ , e così via, fino a convergenza; (b) viceversa, le iterazioni prendono avvio dalla soluzione del modello strutturale

al criterio che viene impiegato per arrestare le iterazioni di accoppiamento all'interno del passo temporale corrente e all'entità della tolleranza stabilita; a parità di altri parametri (come l'ampiezza del passo temporale), quindi, lo schema di accoppiamento implicito presenta caratteristiche di accuratezza e stabilità ampiamente superiori a quelle dei metodi di accoppiamento espliciti.

In generale, allora, lo schema implicito permette di affrontare lo studio di problemi fortemente accoppiati, come ad esempio il caso di una struttura flessibile immersa in un fluido pesante o le situazioni in cui i rapporti di massa (rapporto tra la massa della struttura e quella del fluido spostato) sono prossimi all'unità.

Lo svantaggio che, inevitabilmente, accompagna questo modo di procedere riguarda il costo computazionale delle analisi: per ogni passo temporale, infatti, i due modelli devono essere risolti più volte e questo si traduce evidentemente in un aumento dell'onere computazionale richiesto.<sup>3</sup> Tuttavia, lo schema di accoppiamento implicito permette solitamente di usare un passo temporale più largo rispetto ai due precedenti schemi, e questo compensa in parte l'incremento del costo delle analisi dovuto alla presenza delle iterazioni.

Per concludere, a proposito della terminologia che è stata utilizzata per la

<sup>3</sup>In realtà, si vedrà nel seguito che, in generale, sono sufficienti poche iterazioni per ottenere dei buoni risultati, sia in termini di accuratezza che soprattutto dal punto di vista della stabilità.

designazione dei differenti schemi di accoppiamento, tramite i quali è possibile declinare l'idea del metodo partizionato, nell'intento di chiarire ed evitare ogni possibile ambiguità, si ritiene opportuno osservare quanto segue: non bisogna confondere il carattere esplicito/implicito dell'algoritmo di accoppiamento prescelto per la Co-Simulazione con il carattere esplicito/implicito della formulazione del problema fluidodinamico e di quello strutturale; le tre scelte, infatti, sono tra loro indipendenti. L'impiego di analisi implicite per la dinamica strutturale e la risoluzione delle equazioni URANS, infatti, non deve per forza corrispondere ad uno schema di accoppiamento implicito tra i due modelli.

Un'ulteriore osservazione riguarda invece le iterazioni. Allo stesso modo, infatti, occorre distinguere tra le iterazioni che avvengono a livello di algoritmo di accoppiamento (di cui si è parlato nel presente paragrafo) e le iterazioni che riguardano la risoluzione dei due singoli modelli: come è stato accennato nei capitoli 2 e 3, infatti, anche per determinare la soluzione del modello fluidodinamico (sempre) e di quello strutturale (solo in presenza di non linearità, geometriche o di altra natura, all'interno del modello) sono impiegati algoritmi e metodi di tipo iterativo, che vengono gestiti indipendentemente dai due codici di calcolo.

### 4.1.3 Sincronizzazione

Come per gli algoritmi di accoppiamento, anche per quello che riguarda l'avanzamento nel tempo e la sincronizzazione delle due analisi si presentano diverse possibilità, tra le quali occorre scegliere quella più adatta al problema in esame.

Prima di considerare le scelte possibili, però, è necessario introdurre delle distinzioni a proposito di quello che, fino a qui, è stato chiamato genericamente *passo temporale*. A ben vedere, infatti, tale dicitura può fare riferimento a tre diverse entità:

- passo temporale relativo al fluido (*solver time-step* di *STAR-CCM+*): è l'intervallo di tempo con cui viene portata avanti la soluzione del modello fluidodinamico (considerato singolarmente) e viene gestito unicamente dal *software* di CFD;
- passo temporale relativo alla struttura (*time increment* di *Abaqus*): è la discretizzazione temporale che riguarda l'analisi dinamica passo-passo del modello strutturale (considerata singolarmente) ed è governata esclusivamente dal programma di analisi strutturale;
- passo temporale dell'accoppiamento (*coupling step* della Co-Simulazione): è la successione degli istanti di tempo (fisico) in cui i due codici di calcolo si mettono in comunicazione tra loro per scambiarsi informazioni (forze

e spostamenti) relative alla superficie di interfaccia tra i due modelli nel corso di una Co-Simulazione.

Se non insorgono particolari necessità, come è il caso del presente lavoro, i tre passi temporali possono essere convenientemente tenuti uguali tra loro e pari ad un opportuno valore costante: si tratta dell'approccio base (e più semplice) alla Co-Simulazione. Per questo motivo, quindi, fino a questo momento l'espressione *passo temporale* è stata usata indifferentemente per tutte e tre le quantità (anche se, la maggior parte delle volte, è stato fatto implicitamente riferimento al *coupling step*, soprattutto nel paragrafo in cui sono stati trattati i diversi algoritmi di accoppiamento).

In realtà, però, accade che, durante una Co-Simulazione, i due codici di calcolo "si danno appuntamento" ad un dato istante temporale per comunicare tra loro; ciascuno dei due, poi, è libero di raggiungere tale istante nel modo che più si adatta al tipo di analisi che sta effettuando (ad esempio, attraverso un unico passo di calcolo oppure mediante passi intermedi, che a loro volta possono essere di lunghezza costante o variabile).

In che modo i due programmi concordano l'ampiezza del passo temporale di accoppiamento? A seconda delle impostazioni definite dall'utente, è possibile avere un passo costante, stabilito a priori, oppure negoziare di volta in volta un diverso valore, sulla base del passo temporale proposto dai due *software* (considerando il valore più basso o quello più alto oppure quello di uno dei due codici indipendentemente dal valore numerico).

Una volta determinata l'entità del passo di accoppiamento, tocca al singolo programma adeguarsi ad esso e stabilire il modo in cui arrivare all'"appuntamento" che meglio risponda alle proprie esigenze. *STAR-CCM+*, solitamente, lavora con un *time-step* costante, la cui entità deve essere fissata in funzione delle caratteristiche del problema studiato e dell'infittimento della discretizzazione spaziale. *Abaqus*, invece, presenta la possibilità di regolare automaticamente l'ampiezza dell'incremento temporale delle analisi dinamiche passo-passo nel corso del loro svolgimento (*automatic time incrementation*), in modo tale da ridurre l'estensione del passo di calcolo solo quando ciò è reso necessario dall'insorgere di problemi di convergenza (in particolare, in caso di eventi non lineari come, ad esempio, la nascita di grandi deformazioni o lo sviluppo di fenomeni di plasticizzazione).

Si parla di *sottoincrementazione* (*subcycling*) quando, all'interno di un passo di accoppiamento, una delle due analisi opera una suddivisione dello stesso in una successione di passi di calcolo più piccoli. In questo caso, occorre garantire che questi passi di calcolo, di ampiezza costante o variabile, siano tali da permettere di raggiungere esattamente l'istante finale, prefissato per lo scambio dei dati (ma si può anche decidere di non farlo, rendendo così necessario il ricorso all'interpolazione nel tempo dei risultati ottenuti).

Da quanto illustrato, risulta evidente che, combinando tra loro le scelte possibili per il *time-step* di *STAR-CCM+*, l'incremento temporale di *Abaqus* e

il passo di accoppiamento, il panorama di scenari che ne risultano è davvero nutrito e variegato. Occorre pertanto essere in grado di individuare se le caratteristiche del problema che si vuole simulare (o le risorse computazionali disponibili per farlo) richiedano uno schema di avanzamento nel tempo e di sincronizzazione particolare, o se sia invece sufficiente l'approccio di base, con passo costante e uguale per le due analisi e per l'accoppiamento, che è stato impiegato nelle Co-Simulazioni di questo lavoro. Sarebbe inoltre interessante confrontare tra loro alcune delle configurazioni di sincronizzazione possibili, per valutare il modo in cui tali scelte influenzano i risultati delle analisi.

#### 4.1.4 Stabilità numerica

Con il concetto di stabilità numerica si intende, in generale, l'insieme delle proprietà degli algoritmi di integrazione temporale e delle metodologie di soluzione utilizzate nelle analisi che consente di controllare la propagazione e l'amplificazione dell'errore numerico e di ottenere così, a valle del processo di risoluzione computazionale del problema considerato, una risposta caratterizzata da ampiezze dello stesso ordine di grandezza delle cause che l'hanno scatenata. In particolare, nelle procedure a carattere ricorsivo in cui, come nel caso di integrazione diretta con metodi passo-passo delle equazioni del moto (per quello che riguarda, ad esempio, il modello strutturale), per ogni passo temporale i valori calcolati per le incognite a inizio passo costituiscono il punto di partenza per la determinazione delle medesime incognite alla fine del passo, ciò si traduce nel fatto che la soluzione numerica non deve crescere indefinitamente nel tempo, mantenendosi invece limitata.

È possibile, inoltre, distinguere tra le procedure *incondizionatamente stabili*, che forniscono una risposta numerica limitata, qualunque sia il valore dell'intervallo temporale  $\Delta t$  utilizzato nell'integrazione numerica, e le procedure *condizionatamente stabili*, che forniscono una risposta numerica limitata soltanto per valori di  $\Delta t$  al di sotto di un valore di soglia.

Il problema della stabilità rappresenta il punto chiave nell'applicazione degli algoritmi partizionati (Park, 1980), sostanzialmente per due motivi: in primo luogo, perché non si possono estendere direttamente le metodologie di verifica della stabilità che vengono solitamente applicate nel caso dei problemi monolitici (per i quali è possibile effettuare l'analisi di stabilità con riferimento ad un sistema ad un grado di libertà, ricorrendo opportunamente alla tecnica della decomposizione modale), ma è necessario analizzare ogni algoritmo considerando il problema nel suo insieme, e ciò comporta la necessità di adottare tecniche matematiche più sofisticate; inoltre, si ottengono risultati a volte sorprendenti, influenzati in maniera decisiva dalla combinazione delle diverse scelte computazionali.

In generale, l'obiettivo ideale sarebbe quello di fare in modo che un metodo partizionato non provochi un peggioramento delle condizioni di stabilità numerica rispetto a quelle che caratterizzano i due sottosistemi di partenza,

considerati individualmente, ma questo purtroppo accade assai di rado. Per migliorare le condizioni di stabilità in certe situazioni particolarmente critiche sotto questo aspetto (come, ad esempio, il caso della poroelasticità, specialmente in campo dinamico), sono state proposte differenti strategie, solitamente legate ad una profonda manipolazione della formulazione del problema originario (Park et al., 1977; Park, 1983; Zienkiewicz et al., 1988): questo appare inevitabile quando le scelte legate ai diversi fattori di natura computazionale che concorrono a determinare la stabilità non permettono di ottenere risultati sensati e soddisfacenti.

In ogni caso, sembra che in letteratura non siano presenti lavori che abbiano formulato una teoria di carattere generale in merito all'analisi di stabilità dei metodi partizionati, specialmente per sistemi non lineari, e pertanto si suppone che non siano ancora stati ottenuti dei risultati definitivi in questo ambito.

Nel seguito di questo capitolo, si vedrà che il problema della stabilità è un problema reale, con cui effettivamente occorre confrontarsi quando ci si occupa di Co-Simulazioni. Una trattazione teorica completa ed esaustiva, tuttavia, nasconde delle complessità davvero importanti e, al tempo stesso, esula dagli scopi del presente lavoro. Pertanto, pur nella consapevolezza che la stabilità non sia assolutamente una questione da sottovalutare, il quadro di riferimento teorico sui problemi legati alla stabilità dei metodi partizionati non è stato ulteriormente approfondito.

Come osservazione conclusiva di questo paragrafo, si sottolinea il fatto che i concetti che sono stati presentati, relativamente ai metodi numerici di tipo partizionato, non riguardano solo ed esclusivamente le analisi di Co-Simulazione in ambito FSI, ma sono trasversali a tutti i problemi di natura multifisica (o, in generale, a tutte quelle situazioni in cui sono presenti ed individuabili diversi sottosistemi che interagiscono tra loro), per il cui studio si decida di procedere secondo un approccio *staggered*. Il vantaggio di questa situazione è quello di poter trasferire, con relativa facilità, le conoscenze acquisite sugli aspetti numerici dei metodi partizionati ad ambiti di applicazione differenti da quello all'interno dal quale tali conoscenze sono state sviluppate e maturate.

## 4.2 Accoppiamento dei modelli

Prima di illustrare le Co-Simulazioni che sono state effettuate e i risultati che da esse sono stati ottenuti, nel presente paragrafo si presenta una breve descrizione di come viene effettuato, da un punto di vista pratico, l'accoppiamento di un modello strutturale con un modello fluidodinamico per simulare fenomeni di Interazione Fluido-Struttura.

Come funziona, operativamente, l'accoppiamento dei due modelli? Quali sono gli aspetti di cui è necessario occuparsi per impostare ed eseguire una Co-Simulazione?

In generale, l'analisi di problemi di Interazione Fluido-Struttura mediante Co-Simulazione è completamente implementata ed integrata all'interno dei due *software STAR-CCM+* e *Abaqus*. La comunicazione tra i due programmi e la gestione dell'accoppiamento dei due modelli nel corso dell'analisi avviene pertanto in modo completamente automatico: non è richiesta la presenza di un terzo *software* da interporre tra *Abaqus* e *STAR-CCM+* per coordinare la Co-Simulazione, così come non è richiesta una gestione manuale diretta da parte dell'utente della sincronizzazione e dello scambio di dati tra le due analisi.

Uno degli elementi più importanti a cui bisogna prestare attenzione è quello relativo alla definizione della superficie di interazione, attraverso la quale deve avvenire lo scambio di informazioni tra i due programmi. A questo proposito, un'osservazione preliminare riguarda le ipotesi che sono state poste alla base delle Co-Simulazioni del presente lavoro.

L'ipotesi principale che è stata adottata in fase di accoppiamento dei due modelli è quella, più volte ricordata nei capitoli precedenti, di non considerare l'interazione tra la trave e il fluido. In prima approssimazione, tale ipotesi può sicuramente essere ritenuta valida, considerando il fatto che il diametro della sezione circolare della trave (3 mm) è piccolo rispetto alle dimensioni della sfera (6 cm); l'effetto principale, pertanto, sarà sicuramente dato dalla sfera. Si ottiene così che la superficie attraverso la quale avviene l'interazione tra i due modelli è la superficie esterna di un corpo rigido che si muove nello spazio: la deformabilità della struttura, confinata all'interno della trave, risulta pertanto "disaccoppiata" dall'interazione della struttura col fluido, che avviene soltanto a livello della sfera.

Se la trave fosse caratterizzata da una sezione trasversale maggiore, invece, le forze scambiate da questa col fluido non sarebbero più trascurabili e si avrebbero degli effetti sul moto della struttura dovuti proprio all'interazione col fluido della parte di trave che risulta immersa in acqua. In tal caso, interazione e deformabilità della struttura non sarebbero più disaccoppiabili, ma questo non dovrebbe comportare un aumento eccessivo della complessità delle analisi; tuttavia, la superficie di interazione tra i due modelli si deformerebbe nel tempo e quindi sarebbe necessaria una maggiore attenzione nel corso delle fasi di *mapping* e scambio dei dati (e anche nella movimentazione della griglia del modello fluidodinamico).

### Preparazione del modello strutturale

Per impostare una Co-Simulazione, occorre preparare entrambi i modelli che saranno coinvolti nell'analisi, in modo da definire opportunamente tutti i parametri necessari alla gestione dell'accoppiamento.

Per quello che riguarda il modello strutturale, l'interfaccia grafica di *Abaqus* (*Abaqus/CAE*) non implementa la possibilità di operare i preparativi per una Co-Simulazione; si deve, pertanto, intervenire direttamente all'interno del file

di *input*, generato al termine delle operazioni di *pre-processing* (e già impiegato nelle analisi che hanno riguardato la sola struttura).

Per preparare il modello strutturale, impiegando istruzioni opportune, è necessario:

- identificare lo *step* per la Co-simulazione: in *Abaqus*, infatti, ogni analisi può essere costituita da più *step* successivi (ad esempio analisi statica o dinamica, con diverse condizioni di vincolo e di carico), ma uno solo di essi può essere associato ad una Co-Simulazione; la comunicazione tra *Abaqus* e *STAR-CCM+*, allora, inizia soltanto in corrispondenza di tale *step* e termina alla fine della Co-Simulazione (cioè al termine dello *step* associato alla Co-Simulazione, a meno di problemi di convergenza o di errori in genere). Tutto quello che è eventualmente presente prima e dopo lo *step* della Co-Simulazione riguarda solamente l'analisi del modello strutturale e non coinvolge nulla all'infuori di *Abaqus*;
- identificare la superficie di interfaccia nel modello della struttura: come già detto in apertura del presente paragrafo, occorre stabilire quale parte del modello entra in contatto con il fluido (ma può essere indicata un'unica superficie);
- identificare le quantità scambiate all'interfaccia: è necessario stabilire ciò che deve essere esportato ed importato in *Abaqus* nel corso della Co-Simulazione; nel presente caso (come, in generale, tutte le volte che l'Interazione Fluido-Struttura avviene a livello meccanico, senza coinvolgere fenomeni termici) si esportano gli spostamenti e si importano le forze;
- definire lo schema di accoppiamento, all'interno delle possibilità che sono state presentate nel paragrafo 4.1.2;
- definire lo schema di avanzamento in tempo e sincronizzazione delle due analisi (cfr. paragrafo 4.1.3).

Si riportano ora, a titolo di esempio, le righe di codice inserite nel file di *input* del modello strutturale, in corrispondenza dello *step* di analisi dinamica (che segue lo *step* statico iniziale in cui la sfera viene spostata dalla sua configurazione di equilibrio):

```
*CO-SIMULATION ,  
NAME=cosimulazione_sfera_trave ,  
PROGRAM=MULTIPHYSICS ,  
CONTROLS=controlli_cosimulazione_sfera_trave  
*CO-SIMULATION REGION, TYPE=SURFACE, EXPORT  
superficie_sfera, U  
*CO-SIMULATION REGION, TYPE=SURFACE, IMPORT  
superficie_sfera, CF
```

```
*CO-SIMULATION CONTROLS ,
NAME=controlli_cosimulazione_sfera_trave ,
COUPLING SCHEME=GAUSS-SEIDEL ,
SCHEME MODIFIER=LAG ,
STEP SIZE=5E-3 ,
TIME INCREMENTATION=SUBCYCLE ,
TIME MARKS=YES
```

Oltre ad identificare lo *step* in cui sono inserite come *step* di Co-Simulazione, da effettuare insieme ad un programma esterno<sup>4</sup> (PROGRAM=MULTIPHYSICS), le istruzioni sopra riportate contengono tutte le informazioni necessarie allo svolgimento dell'analisi accoppiata (ovviamente dal punto di vista della struttura): esportare gli spostamenti (**U**) della superficie della sfera (identificata all'interno del modello come *superficie\_sfera*) ed importare le forze nodali (**CF**) sulla medesima superficie, utilizzare un algoritmo di accoppiamento esplicito sequenziale (COUPLING SCHEME=GAUSS-SEIDEL) nella versione "guidata" dal fluido (SCHEME MODIFIER=LAG) con passo di accoppiamento costante e pari a  $5 \times 10^{-3}$  s (STEP SIZE=5E-3); la sottoincrementazione è consentita dove necessaria (TIME INCREMENTATION=SUBCYCLE) e l'istante finale di ogni passo di accoppiamento deve essere raggiunto in maniera esatta e non approssimata (TIME MARKS=YES).

### Preparazione del modello fluidodinamico

La preparazione del modello fluidodinamico per lo svolgimento di un'analisi accoppiata comporta la definizione dei parametri della Co-Simulazione in maniera coerente con quanto già impostato nel modello della struttura, oltre ad alcuni dettagli specifici relativi all'analisi CFD.

Diversamente da *Abaqus*, *STAR-CCM+* implementa all'interno della propria interfaccia grafica anche tutti i controlli relativi alla Co-Simulazione, che risultano disponibili solo dopo aver attivato il relativo modulo nel modello.

Occorre specificare, in primo luogo, la superficie di interazione e le quantità che devono essere importate ed esportate: *STAR-CCM+*, nel caso di accoppiamento meccanico, esporta i dati relativi alle trazioni superficiali (pressioni e sforzi di taglio alla parete) ed importa gli spostamenti nodali. *STAR-CCM+* permette inoltre di esplicitare le unità di misura relative alle quantità del modello della struttura, in modo tale da convertire automaticamente i dati in fase di importazione ed esportazione; per il presente lavoro, tuttavia, si è preferito uniformare alla fonte le unità di misura dei due modelli (è sempre consigliabile, infatti, predisporli fin dall'inizio con le medesime unità di misura, per evitare di fare confusione).

Un'impostazione specifica dell'analisi fluidodinamica, ma al tempo stesso molto importante, è quella relativa al *morphing* (paragrafo 3.1.4): è necessario infatti associare alla movimentazione della griglia gli spostamenti della superficie di interfaccia che vengono importati da *Abaqus*.

<sup>4</sup>È possibile anche effettuare delle Co-Simulazioni tra i diversi moduli di *Abaqus*.



Bisogna poi definire lo schema di accoppiamento e lo schema di avanzamento nel tempo della Co-Simulazione, indicando il criterio con cui stabilire il passo temporale dell'accoppiamento e, nel caso di passo costante, precisandone un valore appropriato.

È anche possibile stabilire se le operazioni di *mapping* debbano essere effettuate dal codice strutturale o da quello fluidodinamico: nel presente lavoro è stata impiegata questa seconda scelta.

### Gestione dello svolgimento di una Co-Simulazione

Operativamente, è possibile avviare e monitorare lo svolgimento di una Co-Simulazione rimanendo all'interno di *STAR-CCM+*. Infatti, avendo cura di specificare correttamente il nome ed il percorso del file di *input* corrispondente al modello della struttura (ed il numero di processori che si vuole utilizzare per *Abaqus*), per l'utente è sufficiente lanciare l'esecuzione dell'analisi fluidodinamica; sarà cura del codice CFD lanciare a sua volta l'analisi del modello strutturale, attivando inoltre la comunicazione con *Abaqus* all'inizio della Co-Simulazione.<sup>5</sup>

Lo svolgimento della Co-Simulazione può essere monitorato dall'interfaccia grafica di *STAR-CCM+*, così come anche accedendo ai file che vengono scritti da *Abaqus* nel corso dell'analisi. Per terminare manualmente la Co-Simulazione prima del tempo prestabilito, in corrispondenza del quale entrambe le analisi vengono concluse automaticamente, è possibile arrestare l'analisi CFD e poi, sempre da *STAR-CCM+*, inoltrare il segnale per terminare anche l'analisi di *Abaqus*.

Nella fase di *post-processing* dei risultati della Co-Simulazione, occorre considerare l'*output* di entrambe le analisi, integrando le informazioni elaborate dal codice CFD con quelle prodotte dal codice strutturale, nell'ottica di comprendere e ricostruire la risposta globale del sistema; in particolare, per quello che riguarda il moto della struttura, è opportuno fare riferimento ai dati di *output* di *Abaqus*.

A margine del presente paragrafo, si osserva che i tentativi che sono stati effettuati per far ripartire una Co-Simulazione interrotta (*Restart Co-Simulation Analysis*) non hanno avuto esito positivo. Per quello che riguarda i due singoli programmi, *STAR-CCM+* permette di fermare e riprendere l'esecuzione di una simulazione in qualsiasi momento con grande facilità, senza presentare particolari problemi, a patto di aver definito opportunamente i parametri relativi alla funzione di *Auto Save*. *Abaqus*, invece, anche dopo aver impostato il salvataggio delle informazioni che consentono di continuare un'analisi interrotta (*Restart Requests*), richiede una procedura specifica per effettuare il *restart*: infatti,

---

<sup>5</sup>Nel caso in cui il modello della struttura preveda uno o più *step* di analisi precedenti alla Co-Simulazione, questi vengono automaticamente effettuati prima di partire con l'accoppiamento dei due codici.

**Tabella 4.1** Caratteristiche della prova sperimentale di riferimento per le Co-Simulazioni di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta

diametro della sfera	$D$	6 cm
lunghezza complessiva dell'asta	$l$	70 cm
diametro della sezione dell'asta	$d$	3 mm
frequenza delle oscillazioni naturali	$f_{n,w}$	0,961 Hz

occorre specificare esplicitamente da dove si vuole ripartire (*step* dell'analisi e istante temporale) e poi lanciare un'analisi di tipo **Restart**.

Quando, però, si tratta di mettere insieme i due codici in una Co-Simulazione, bisogna avere cura di sincronizzare il salvataggio delle informazioni di *restart*, in modo che entrambe le analisi possano ripartire dal medesimo istante temporale. Inoltre, al momento di riprendere lo svolgimento della Co-Simulazione, è necessario curare in modo particolare che l'algoritmo di accoppiamento delle due analisi ricominci esattamente dal punto in cui era stato interrotto. In pratica, tuttavia, pur ottenendo la continuità della risposta del sistema in termini di spostamento, si manifestano delle irregolarità di accelerazioni in corrispondenza dell'istante in cui è stato effettuato il *restart*: tali irregolarità provocano un'alterazione del moto del sistema rispetto a quello atteso.

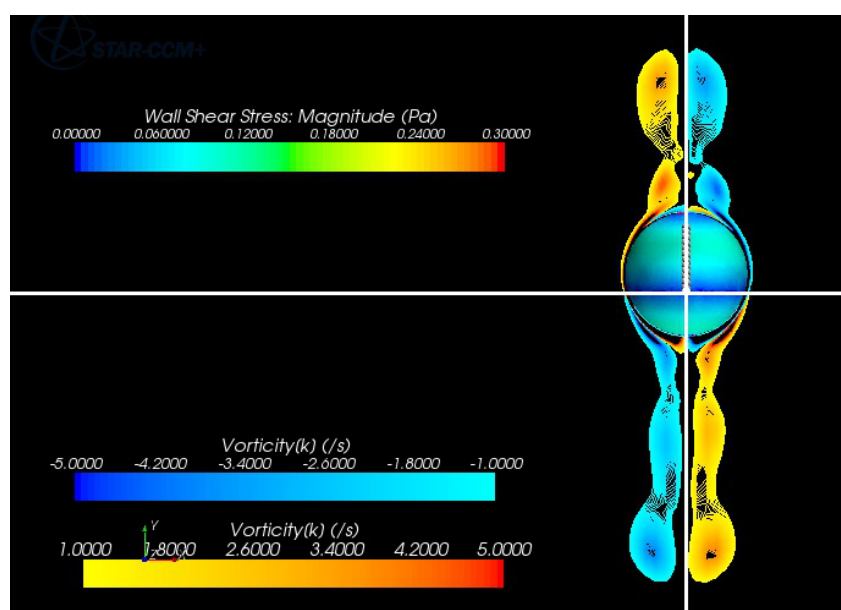
Per approfondire ulteriormente i dettagli operativi relativi alla preparazione e allo svolgimento delle Co-Simulazioni, si faccia riferimento al contenuto dell'appendice A.

### 4.3 Oscillazioni libere in acqua ferma

Il presente paragrafo è dedicato alla presentazione delle Co-Simulazioni che sono state effettuate nell'ambito di questo lavoro di tesi. Come già ampiamente discusso in precedenza, esse trattano il caso di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta.

La tabella 4.1 riporta i parametri relativi al caso sperimentale che è stato scelto come riferimento. Si osserva che, mentre nel capitolo 2 le prove considerate coinvolgevano tre sfere con tre differenti diametri (4, 6 e 9 cm), per le Co-Simulazioni è stata considerata soltanto la prova effettuata con la sfera di 6 cm di diametro. L'andamento temporale degli spostamenti compiuti sperimentalmente dal "polo sud" della sfera è quello riportata in colore blu nelle figure 4.10 e seguenti.

La figura 4.6 a fronte mostra, invece, un esempio dei risultati che riguardano il modello fluidodinamico, ottenuti in *output* da *STAR-CCM+* a valle di una delle Co-Simulazioni: si tratta di una sezione, effettuata con un piano orizzontale passante per il centro della sfera, del campo di vorticità generato dal moto oscillatorio della sfera nell'acqua ferma circostante.

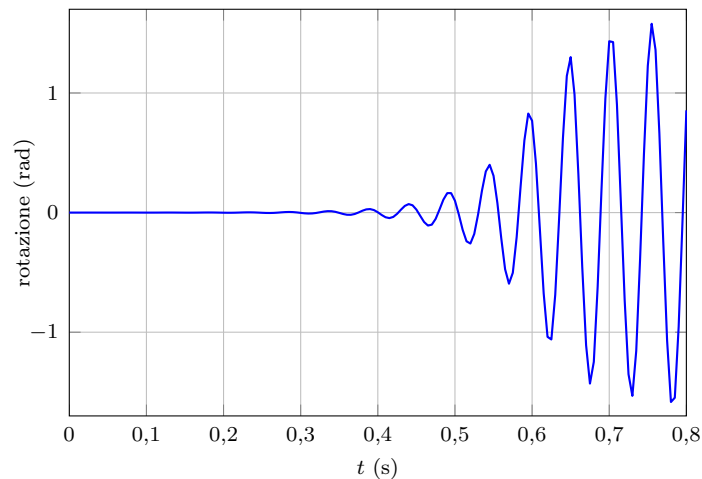


**Figura 4.6** Campo di vorticità generato dalle oscillazioni della sfera nell'acqua ferma circostante

Per quello che riguarda gli schemi di accoppiamento, sono stati impiegati sia quello esplicito sequenziale che quello implicito, confrontando i risultati ottenuti al fine di individuare quello più adatto allo studio del problema in esame. L'accoppiamento esplicito parallelo, invece, è stato scartato, in quanto è stato ritenuto poco adeguato rispetto alle caratteristiche della situazione che è stata indagata. Infatti, pur permettendo l'esecuzione in parallelo delle due analisi (questo consente, in generale, un uso più efficiente delle risorse computazionali disponibili e permette di ridurre il tempo di esecuzione delle simulazioni), esso è meno stabile rispetto agli schemi sequenziali e per questo motivo è indicato solamente per i problemi in cui l'accoppiamento tra i due campi della Co-Simulazione è debole; solitamente richiede inoltre l'utilizzo di passi di accoppiamento di ampiezza molto ridotta. Lo studio dell'Interazione Fluido-Struttura del sistema sfera-asta, invece, è caratterizzato da un accoppiamento bidirezionale di entità elevata: è stato quindi deciso di non considerare l'algoritmo parallelo nelle analisi.

### 4.3.1 Accoppiamento esplicito sequenziale

Il primo schema di accoppiamento considerato è quello esplicito sequenziale. Si è scelto di iniziare con tale schema di accoppiamento in quanto esso risulta più semplice rispetto all'algoritmo implicito, a causa dell'assenza delle iterazioni all'interno del singolo passo di calcolo; per questo motivo, l'onere delle analisi è generalmente inferiore e i tempi di calcolo sono più contenuti.



**Figura 4.7** Effetti torsionali dell'instabilità numerica dell'accoppiamento esplicito ( $\Delta t = 0,005$  s): andamento temporale delle rotazioni attorno all'asse  $z$  (asse verticale) del nodo di innesto sfera-trave.

Considerata l'importanza del passo temporale di integrazione/accoppiamento e l'enorme influenza che esso esercita sullo svolgimento delle analisi e sui risultati delle simulazioni, appare imprescindibile effettuare la calibrazione di tale parametro. Sono state quindi svolte diverse Co-Simulazioni, impiegando differenti valori del passo temporale e confrontando poi i risultati in termini di stabilità ed accuratezza.

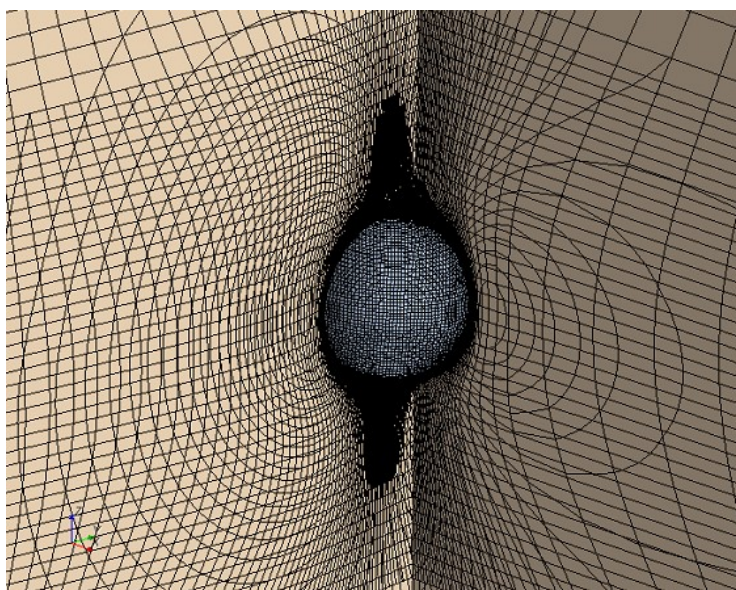
Fin da subito, tuttavia, si sono manifestati dei grossi problemi di stabilità della soluzione, dovuti proprio alle caratteristiche dello schema di accoppiamento scelto.

### Instabilità numerica per il modo torsionale

La prima espressione di instabilità numerica dell'accoppiamento esplicito è stata di natura torsionale. Come si può osservare in figura 4.7, infatti, fin quasi dai primi istanti di simulazione nascono nel sistema sfera-asta (cioè nella risposta del modello strutturale) delle oscillazioni di carattere torsionale, che non hanno niente a che vedere con la soluzione fisica del problema: la frequenza delle oscillazioni è piuttosto elevata e l'ampiezza è crescente e raggiunge valori molto rilevanti.

La movimentazione della griglia di calcolo del modello fluidodinamico (*morphing*) non è in grado di assecondare dette oscillazioni e la *mesh*, di fatto, tende a collassare addosso alla sfera (figura 4.8 a fronte): l'eccessiva deformazione della griglia adiacente alla superficie della sfera, infatti, porta alcune celle ad avere un volume negativo e ciò, non essendo fisicamente possibile, determina il *crash* dell'analisi dopo neanche 1 s di simulazione.

Per arginare l'effetto torsionale dell'instabilità, occorre aggiungere nel modello strutturale un vincolo alla torsione della trave (vengono impedito le



**Figura 4.8** La *mesh* del modello fluidodinamico collassa sulla superficie della sfera a causa delle oscillazioni torsionali della struttura, dovute all'instabilità dello schema di accoppiamento esplicito

rotazioni attorno all'asse  $z$  di tutti i nodi della trave). Si tratta di un vincolo fittizio, che altera la realtà fisica del modello; nel caso in esame, tuttavia, questo non modifica in maniera significativa la risposta della struttura, dal momento che il comportamento torsionale del sistema sfera-trave non è rilevante nel presente studio. Questa soluzione, quindi, costituisce un provvedimento atto a contenere gli effetti senza però affrontare le cause delle oscillazioni, che sono da ricercare nelle scarse doti di stabilità legate alla natura stessa dello schema di accoppiamento implicito.

Con l'introduzione del vincolo aggiuntivo sulla torsione, in ogni caso, sono stati risolti i problemi legati al collasso della griglia causato dalle oscillazioni torsionali (anche se non è stata rimossa alla radice la causa dell'instabilità numerica, ma è stato solamente impedito ai suoi effetti di manifestarsi).

### Instabilità numerica per il modo flessionale

Superate le problematiche dovute alla manifestazione torsionale dell'instabilità dello schema di accoppiamento esplicito, sono emerse oscillazioni spurie di carattere flessionale;<sup>6</sup> anch'esse "inquinano" la risposta del sistema ed impediscono il corretto svolgimento delle Co-Simulazioni (in questo caso è il *solver* del modello strutturale ad esibire problemi di convergenza ed a non essere in grado di procedere con il calcolo della soluzione, che comunque non è corretta, proprio a causa della presenza di tali oscillazioni).

<sup>6</sup>Queste oscillazioni flessionali, in realtà, erano già presenti anche nelle analisi precedenti.

Nella figura 4.9 nella pagina successiva, che rappresenta, oltre alla deformata della struttura, la storia di spostamento del nodo di mezzera della trave e il contenuto in frequenza di tale segnale, si può osservare il carattere di queste oscillazioni: si tratta di oscillazioni a frequenza elevata (circa 18 Hz), corrispondente al secondo modo di vibrare di natura flessionale della struttura (come è stato anche verificato mediante analisi modale); la loro ampiezza cresce nel tempo, fino a raggiungere valori molto elevati, dell'ordine del centimetro; esse si sovrappongono alla risposta "corretta" del sistema, che dovrebbe coinvolgere solamente il primo modo proprio della struttura.

Tali caratteristiche denotano immediatamente le vibrazioni della figura 4.9a come oscillazioni di natura numerica, soprattutto a causa dell'ampiezza inesorabilmente crescente: infatti, non è presente alcun meccanismo fisico in grado di introdurre energia all'interno del sistema e quindi l'entità delle vibrazioni sarebbe destinata ad estinguersi; inoltre, le condizioni di vincolo e di carico imposte alla struttura sollecitano solamente il primo modo e quindi è lecito aspettarsi che il contenuto in frequenza della risposta del sistema riguardi solamente il primo modo e non anche i modi superiori; infine, l'interazione col fluido, almeno a livello fisico, introduce una sorgente di smorzamento molto significativa.

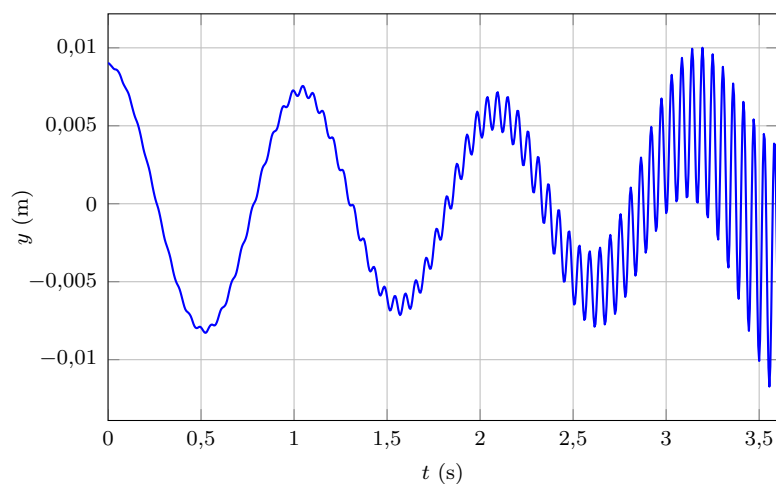
D'altra parte, nel modello del sistema sfera-asta, lo smorzamento strutturale è stato introdotto come smorzamento concentrato (*dashpot*) applicato al centro della sfera; pertanto, gli elementi della trave non sono interessati da alcun meccanismo deputato alla dissipazione energetica.

A questo proposito, tuttavia, occorre considerare anche che, nelle analisi del solo modello strutturale effettuate con *Abaqus*, lo smorzamento numerico artificiale introdotto dall'operatore HHT (paragrafo 2.1), che viene impiegato dal codice per l'integrazione diretta nel tempo delle equazioni del moto del sistema, propria delle analisi dinamiche svolte con metodi passo-passo, è risultato sufficiente per eliminare le eventuali oscillazioni spurie ad alta frequenza relative ai modi superiori.

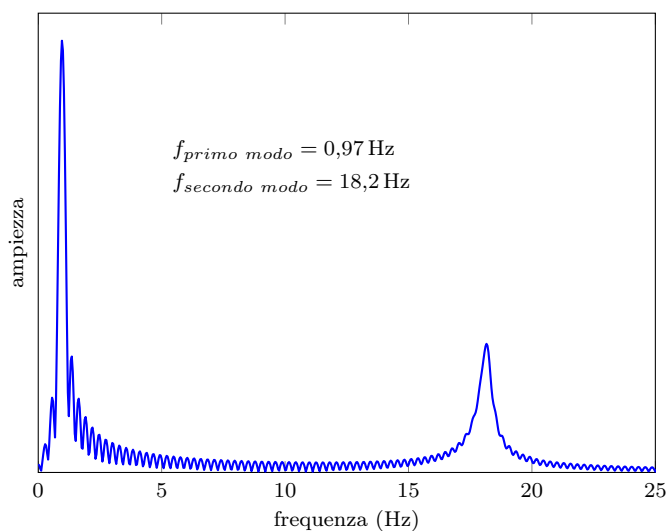
Osservando quindi che, nelle analisi effettuate singolarmente sul modello fluidodinamico e su quello strutturale, non si manifestavano fenomeni analoghi, se ne deduce che la responsabilità è interamente imputabile all'accoppiamento dei due modelli e, in particolare, alle caratteristiche dello schema di accoppiamento utilizzato per la Co-Simulazione.

Diversamente dal caso delle oscillazioni torsionali, tuttavia, per quelle flessionali non è altrettanto facile elaborare una soluzione per impedire che esse si manifestino, senza però intervenire direttamente sulle cause dell'instabilità (cioè lo schema di accoppiamento).

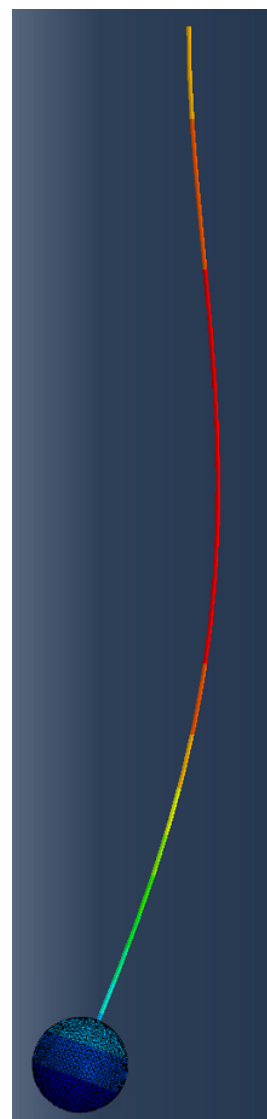
Infatti, non è possibile introdurre semplicemente un vincolo fittizio che impedisca la deformazione flessionale della trave, perché ovviamente ciò toglierebbe alla struttura ogni possibilità di movimento e quindi anche le oscillazioni naturali proprie della risposta che si vuole simulare.



(a) Spostamenti trasversali della mezzeria della trave



(b) Analisi in frequenza della storia di spostamento



(c) Deformata della trave

**Figura 4.9** Effetti flessionali dell'instabilità numerica dell'accoppiamento esplicito ( $\Delta t = 0,005$  s): (a) andamento temporale dello spostamento trasversale del nodo di mezzeria della trave, in cui si possono osservare, sovrapposte alla risposta "corretta", le oscillazioni spurie a frequenza elevata ed ampiezza crescente; (b) nello spazio delle frequenze sono ben identificabili due picchi, uno a bassa frequenza, relativo al primo modo, e uno a frequenza più elevata, corrispondente al secondo modo proprio della trave; (c) la deformata della struttura presenta un punto di flesso, caratteristico della forma modale corrispondente al secondo modo di vibrare di una trave incastrata.

Occorre allora introdurre nel modello strutturale, accanto ai *dashpot* già presenti, un'ulteriore fonte di smorzamento, che sia però in grado di agire selettivamente sulle diverse frequenze della risposta del sistema, in modo tale da attenuare (e auspicabilmente eliminare completamente) le oscillazioni spurie dei modi superiori, senza tuttavia interferire con quelle a bassa frequenza relative al primo modo.

A tal fine, si è deciso di impiegare un modello di smorzamento alla Rayleigh (in proposito si veda, ad esempio, il testo di Clough e Penzien, 1993). Tale modello, proposto per la prima volta da Lord Rayleigh, costruisce la matrice di smorzamento  $\mathbf{C}$  di un sistema a molti gradi di libertà come combinazione lineare delle matrici di massa  $\mathbf{M}$  e rigidità  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{C} = \alpha_R \mathbf{M} + \beta_R \mathbf{K} \quad (4.1)$$

Questo permette di esprimere lo smorzamento relativo al critico  $\zeta_i$  per un dato modo  $i$ , caratterizzato dalla frequenza angolare  $\omega_i$ , in termini di due fattori di smorzamento  $\alpha_R$  e  $\beta_R$ :

$$\zeta_i = \frac{\alpha_R}{2\omega_i} + \frac{\beta_R \omega_i}{2} \quad (4.2)$$

Nella precedente espressione si può osservare che, in generale, il termine relativo allo smorzamento alla Rayleigh proporzionale alla massa,  $\alpha_R$ , si occupa di smorzare i modi caratterizzati dalle frequenze più basse, mentre lo smorzamento alla Rayleigh proporzionale alla rigidità,  $\beta_R$ , smorza i modi dalle frequenze più elevate: infatti, lo smorzamento relativo è inversamente proporzionale alla frequenza per quello che riguarda il contributo dello smorzamento proporzionale alla massa (*mass proportional damping*), mentre è direttamente proporzionale alla frequenza per quello che riguarda il contributo dello smorzamento proporzionale alla rigidità (*stiffness proportional damping*).

Ai fini di soffocare le vibrazioni ad alta frequenza, quindi, è necessario imporre:

$$\alpha_R = 0 \quad (4.3)$$

in modo tale da conservare unicamente il termine di smorzamento proporzionale alla rigidità, che permette di ottenere valori di smorzamento crescenti con la frequenza:

$$\zeta_i = \frac{\beta_R \omega_i}{2} \quad (4.4)$$

Così, si avrà come risultato finale che la risposta dei modi ad alta frequenza viene effettivamente eliminata dal corrispondente valore elevato di smorzamento.

In conclusione, è stato introdotto nel sistema (in particolare nella definizione delle caratteristiche del materiale che costituisce l'asta) uno smorzamento alla Rayleigh proporzionale alla rigidità, con:

$$\beta_R = 3 \times 10^{-4} \text{ s} \quad (4.5)$$



calibrato in modo tale da ottenere uno smorzamento  $\zeta_2$  per il secondo modo di vibrare pari a:

$$\zeta_2 = \frac{\beta_R \omega_2}{2} \simeq 1,7\% \quad (4.6)$$

Alla luce dei diversi tentativi effettuati, tale valore è risultato sufficiente, per un'ampiezza del passo temporale  $\Delta t$  pari a 0,005 s, ad attenuare ed eliminare le oscillazioni indesiderate.

Tuttavia, lo smorzamento alla Rayleigh appena illustrato influisce, seppur con un effetto decisamente inferiore, che però non è del tutto trascurabile ( $\zeta_1 = 0,11\%$ ), anche sulle oscillazioni naturali a bassa frequenza del sistema sfera-asta, producendo una risposta caratterizzata da uno smorzamento eccessivo. Pertanto, è stato necessario ritoccare i coefficienti di smorzamento dei *dashpot* già presenti nel modello strutturale: ritornando brevemente al confronto tra i dati sperimentali e le oscillazioni libere in aria della sola struttura, si è ottenuto un valore definitivo di:

$$c_a = 2,7 \times 10^{-2} \text{ kg/s} \quad (4.7)$$

rispetto al precedente valore di:

$$c_a = 2,992 \times 10^{-2} \text{ kg/s} \quad (4.8)$$

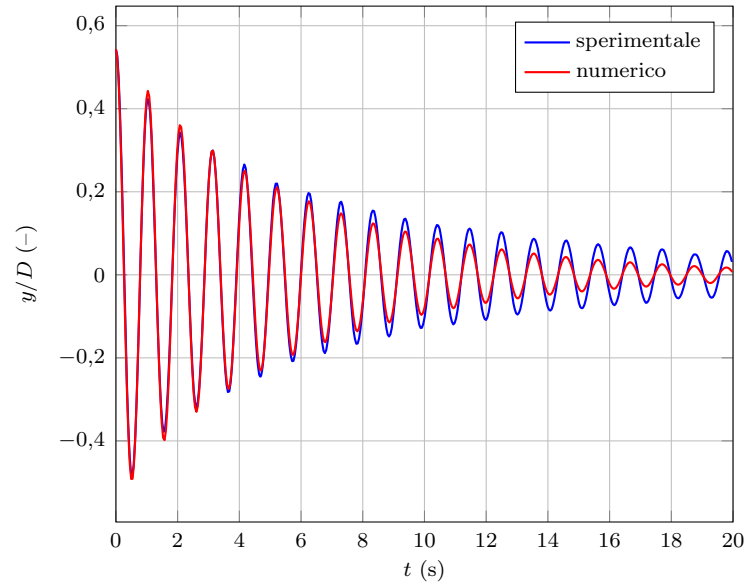
Si osserva infine che, nonostante la presenza dello smorzamento alla Rayleigh aggiuntivo, il vincolo sulle rotazioni torsionali della trave deve essere comunque mantenuto, altrimenti le vibrazioni spurie torsionali tornerebbero a manifestarsi.

### Smorzamento e passo temporale

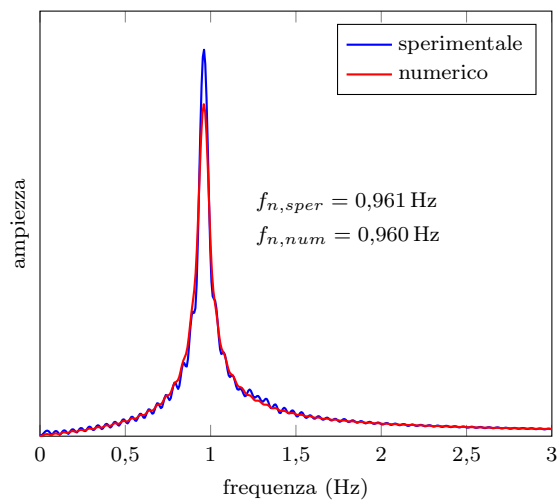
Le soluzioni e gli accorgimenti appena illustrati hanno permesso di risolvere (o quantomeno di eludere) i problemi relativi all'instabilità dello schema di accoppiamento esplicito, eliminando le oscillazioni torsionali e flessionali indesiderate; si è potuto così ottenere una soluzione ragionevole in cui, almeno da un punto di vista qualitativo, è presente e ben riconoscibile la risposta attesa per il sistema. È pertanto possibile, a questo punto, confrontare i risultati delle analisi numeriche con i dati sperimentali corrispondenti.

La figura 4.10 nella pagina seguente riporta l'esito della prima Co-Simulazione, terminata con successo, delle oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta, sovrapposto con il segnale di origine sperimentale; in particolare, la figura 4.10a mostra le storie temporali degli spostamenti trasversali (cioè in direzione dell'asse  $y$ ) del "polo sud" della sfera, mentre la figura 4.10b presenta l'aspetto che tali storie assumono nello spazio delle frequenze, una volta che su di esse sia stata effettuata la trasformata di Fourier discreta (*Discrete Fourier Transform*, DFT).

Da un primo confronto emerge che la corrispondenza in termini di frequenza delle oscillazioni è molto buona, mentre non si può concludere altrettanto



(a) Andamento temporale dello spostamento trasversale del “polo sud” della sfera



(b) Analisi in frequenza della storia di spostamento

**Figura 4.10** Oscillazioni libere in acqua ferma: dati sperimentali e primi risultati numerici (la curva numerica si riferisce ad una Co-Simulazione effettuata con schema di accoppiamento esplicito e passo temporale  $\Delta t = 0,005$  s; gli spostamenti sono espressi in forma adimensionalizzata rispetto al diametro della sfera).

per quello che riguarda lo smorzamento della risposta del sistema: infatti, osservando il decadimento dell'ampiezza delle oscillazioni, si vede che nei primi secondi di simulazione l'andamento sperimentale risulta più smorzato di quello numerico (i massimi e minimi relativi della curva numerica presentano valori più elevati rispetto a quelli sperimentali), mentre nella seconda parte della prova lo smorzamento numerico è superiore a quello sperimentale.

Sapendo tuttavia che i risultati delle analisi numeriche possono essere fortemente influenzati dal passo temporale impiegato,<sup>7</sup> come anticipato in precedenza, sono state effettuate diverse simulazioni con diversi valori del passo temporale.

Nella tabella 4.2 nella pagina successiva sono riportate le analisi svolte al variare del passo temporale nell'intervallo  $0,0025 \text{ s} < \Delta t < 0,05 \text{ s}$  (indicando con  $T$  il periodo della risposta oscillatoria, ciò equivale a circa  $T/400 < \Delta t < T/20$ ): in particolare, sono stati calcolati i valori della frequenza delle oscillazioni e dello smorzamento (ottenuto interpolando linearmente i picchi dei dati numerici); la figura 4.11 a pagina 127 riporta invece il confronto grafico tra le diverse storie temporali ottenute dalle analisi e quella di origine sperimentale. Si può osservare che la frequenza rimane sostanzialmente invariata nelle diverse analisi, mentre lo smorzamento diminuisce col diminuire del passo temporale utilizzato, di modo che le oscillazioni numeriche vanno ad avvicinarsi al riferimento sperimentale.

Entrando nel merito delle diverse Co-Simulazioni, è opportuno segnalare che la prova relativa al passo temporale  $\Delta t = 0,05 \text{ s}$  non verrà nel seguito considerata, perché tale valore è troppo elevato e la storia di spostamento che si ottiene dall'analisi è palesemente "sbagliata" (figura 4.11). Infatti, essa presenta uno smorzamento di un ordine di grandezza superiore a quello desiderato (lo smorzamento calcolato sui primi 8 secondi arriva al 13 %): dopo circa 10 s, le oscillazioni si sono smorzate quasi completamente e il sistema è praticamente fermo.

Invece, per quello che riguarda l'analisi effettuata con  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ , si ripresentano le oscillazioni spurie a frequenza superiore dovute all'instabilità dello schema di accoppiamento esplicito utilizzato: la simulazione termina dopo 6,8 s circa per problemi di convergenza, perché lo smorzamento alla Rayleigh aggiuntivo appositamente introdotto nel modello strutturale, che è stato calibrato su un passo temporale di 0,005 s, non è sufficiente in questo caso. Al crescere del valore di  $\Delta t$ , infatti, l'instabilità aumenta e, per questo motivo, sarebbe necessaria una  $\beta_R$  maggiore al fine di garantire la stabilità della risposta; al contrario, impiegando un passo inferiore ( $\Delta t = 0,0025 \text{ s}$ ) rispetto a quello

---

<sup>7</sup>In generale, quindi, anche le caratteristiche di stabilità dipendono dal passo temporale e, pertanto, al variare di tale parametro, potrebbe essere necessario intervenire sulla calibrazione (effettuata con riferimento a  $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ ) dell'entità dello smorzamento alla Rayleigh introdotto nel modello strutturale per ovviare agli inconvenienti causati dall'instabilità; nelle analisi che vengono qui presentate, tuttavia, tale intervento non è stato effettuato (ma si vedrà che sarebbe stato opportuno farlo).

**Tabella 4.2** Schema di accoppiamento esplicito: frequenza della risposta  $f_{n,w}$  e smorzamento relativo al critico  $\zeta$ , calcolato su tutta la durata della simulazione  $t_{max}$ , in funzione del passo temporale  $\Delta t$  utilizzato.

passo temporale $\Delta t$ (s)	frequenza naturale $f_{n,w}$ (Hz)	smorzamento relativo $\zeta$ (%)	tempo fisico simulato $t_{max}$ (s)
0,05	0,857	8,02	20
0,01	0,960	3,43	6,8
0,005	0,960	2,83	20
0,0025	0,960	2,48	20

con cui è stata calibrata l'entità dello smorzamento alla Rayleigh necessario, non si manifestano ulteriori problemi, in quanto la soluzione è più stabile e pertanto lo smorzamento presente è più che sufficiente (sarebbe interessante verificare, a questo proposito, se vincolo alla torsione e smorzamento aggiuntivo siano effettivamente ancora necessari quando  $\Delta t = 0,0025$  s). Si nota inoltre che, utilizzando un passo temporale eccessivamente grande ( $\Delta t = 0,05$  s), lo smorzamento che si ottiene è talmente elevato che non sono presenti oscillazioni legate all'instabilità.

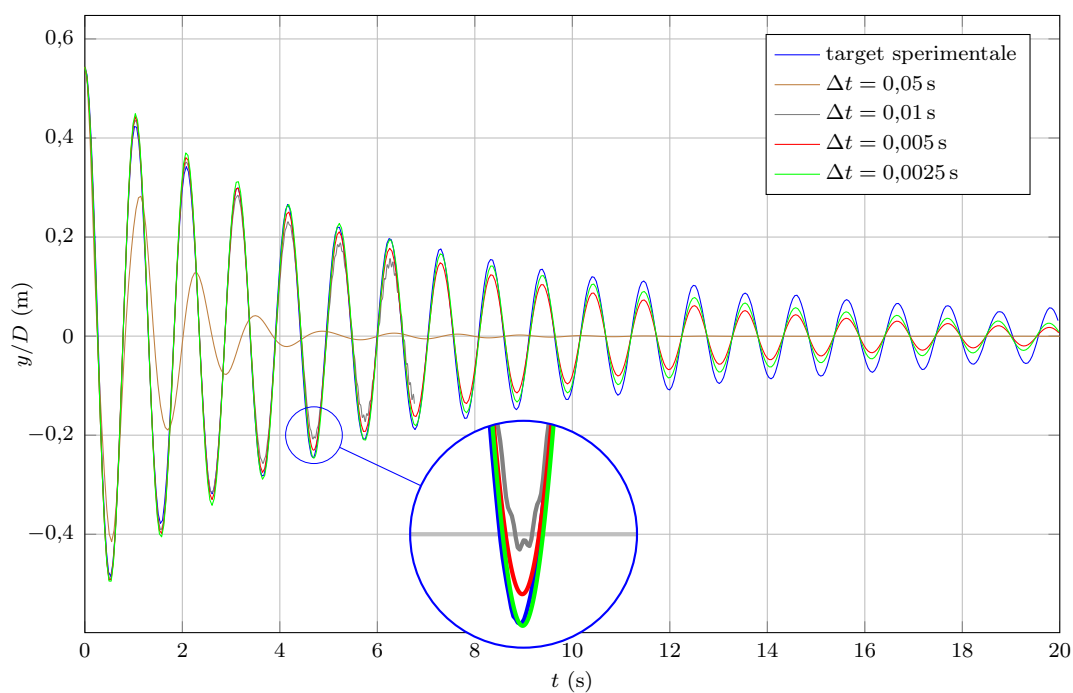
### 4.3.2 Accoppiamento implicito

Dopo lo schema esplicito, è stato considerato e analizzato nelle Co-Simulazioni l'accoppiamento implicito. Come è già stato anticipato, esso è più complesso e più oneroso dal punto di vista computazionale, ma al tempo stesso la presenza delle iterazioni a livello di accoppiamento garantisce maggiore stabilità e rende tale algoritmo più indicato per problemi di Interazione Fluido-Struttura fortemente accoppiati.

I parametri su cui è possibile intervenire in questo caso sono due, perché, oltre all'ampiezza del passo temporale, occorre considerare anche il numero di iterazioni da effettuare all'interno del singolo passo di accoppiamento (o, più in generale, è necessario definire il criterio con cui terminare le iterazioni e passare ad affrontare la risoluzione del passo di calcolo successivo).

Per le Co-Simulazioni del presente lavoro, si è scelto di operare definendo a priori il numero di iterazioni di accoppiamento (2, 3 o 4), che viene quindi mantenuto costante per tutta la durata dell'analisi, indipendentemente dal soddisfacimento o meno di ulteriori criteri di convergenza. Per ulteriori dettagli si veda l'appendice A.

Quanto alla stabilità di questo schema di accoppiamento, sono state svolte le simulazioni sia mantenendo il vincolo sulla torsione della trave e lo smorzamento alla Rayleigh aggiuntivi, introdotti per l'accoppiamento esplicito, che



**Figura 4.11** Schema di accoppiamento esplicito con diversi valori del passo temporale: riducendo l'ampiezza del passo temporale, l'andamento delle curve numeriche si avvicina a quello dei dati sperimentali (la curva relativa alla Co-Simulazione con  $\Delta t = 0,01$  s termina dopo 6,8 s perché l'analisi si è interrotta manifestando ancora una volta problemi di instabilità).

rimuovendoli entrambi (ripristinando in questo caso il valore originario dei coefficienti di smorzamento dei *dashpot* presenti nel modello strutturale). I risultati di queste analisi hanno mostrato che l'accoppiamento implicito è effettivamente stabile, a patto di effettuare un numero sufficiente di iterazioni nello scambio di dati tra i due programmi (e impiegare un passo temporale sufficientemente piccolo): in pratica, solo per il caso di passo temporale  $\Delta t = 0,01$  s con 2 iterazioni sono ancora indispensabili gli accorgimenti, di cui si è ampiamente parlato a proposito dell'accoppiamento esplicito, per mantenere la stabilità della risposta numerica del sistema, mentre, negli altri casi (dove aumenta il numero di iterazioni di accoppiamento o si riduce il passo temporale delle analisi), essi non sono più necessari.

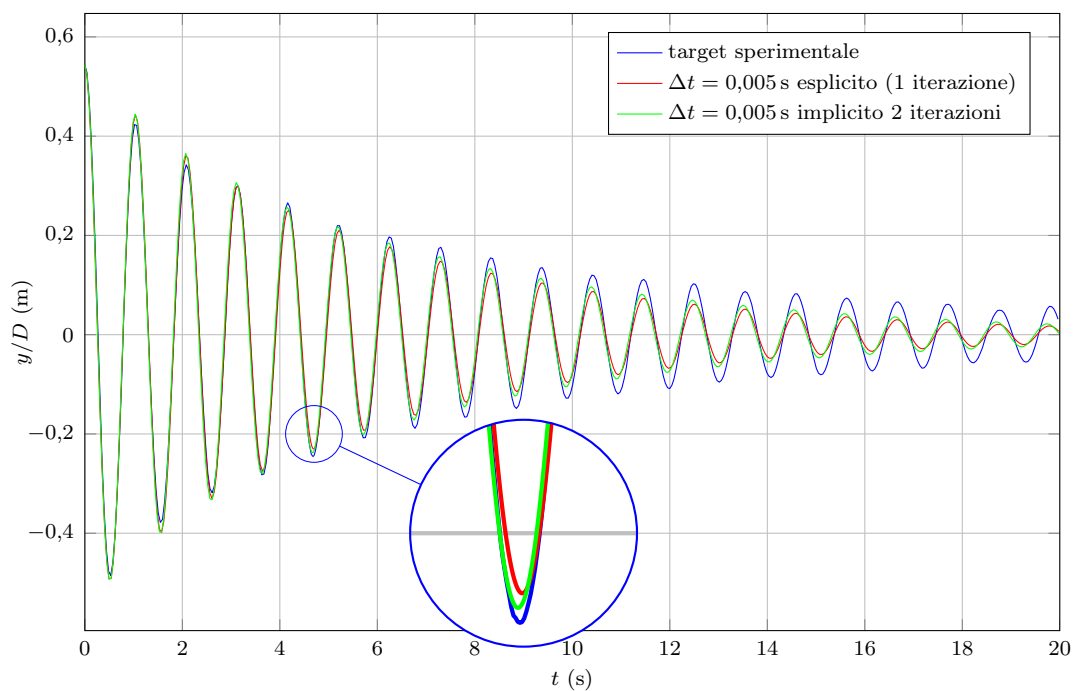
La tabella 4.3 a pagina 130 riporta una sintesi delle Co-Simulazioni effettuate con lo schema di accoppiamento implicito: in funzione dell'ampiezza del passo temporale e del numero di iterazioni di accoppiamento, sono quantificati la frequenza e lo smorzamento della risposta.

La figura 4.12 a fronte mostra invece l'effetto delle iterazioni di accoppiamento sulla qualità della soluzione ottenibile dalle Co-Simulazioni. Il confronto tra i dati sperimentali e le storie di spostamento della sfera ottenute, con un passo temporale di 0,005 s, in assenza e in presenza delle iterazioni di accoppiamento che vengono effettuate all'interno del singolo *step* di calcolo, permette di concludere che, all'aumentare del numero di iterazioni, la risposta numerica migliora la propria capacità di riprodurre il fenomeno sperimentale e lo smorzamento diminuisce.

### 4.3.3 Discretizzazione spaziale

Oltre allo schema di accoppiamento e al passo temporale, di cui si è trattato fino a questo punto, un ultimo fattore su cui è possibile intervenire riguarda l'entità dell'infittimento della discretizzazione spaziale e, più in generale, la definizione della griglia di calcolo. In realtà, si tratta di un parametro importantissimo: infatti, occorre sempre fare in modo che i risultati che si ottengono dalle simulazioni non dipendano direttamente e in maniera evidente dalla griglia di calcolo utilizzata, altrimenti essi non avrebbero alcuna affidabilità.

Solitamente, la buona prassi richiede di effettuare diverse analisi, continuando ad infittire e raffinare la *mesh*, fino a quando si constata che i risultati delle simulazioni non variano più, ma rimangono costanti. Tale procedimento, ovviamente, deve essere soddisfatto compatibilmente con le potenze di calcolo a disposizione e con un'economia generale delle analisi, dal momento che all'aumento delle dimensioni (in termini di gradi di libertà) del modello corrisponde un sensibile incremento del costo delle simulazioni. Ideale è, in quest'ottica, provvedere ad un infittimento locale della griglia, limitatamente alle zone in cui ciò è necessario a causa delle particolari caratteristiche della soluzione, anche se occorrono una notevole esperienza e sensibilità. Come sempre, quindi, si



**Figura 4.12** Accoppiamento implicito: a parità del valore del passo temporale, la presenza delle iterazioni nello scambio di dati tra i due codici di calcolo che caratterizza questo schema di accoppiamento migliora l'accuratezza della soluzione numerica, rispetto a quella ottenuta con l'accoppiamento esplicito (cioè in assenza di iterazioni o, equivalentemente, con una sola iterazione).

**Tabella 4.3** Schema di accoppiamento implicito: frequenza della risposta  $f_{n,w}$  e smorzamento relativo al critico  $\zeta$ , calcolato su tutta la durata della simulazione  $t_{max}$ , in funzione del passo temporale  $\Delta t$  utilizzato e del numero di iterazioni di accoppiamento (la Co-Simulazione a cui è riferita la riga evidenziata in grassetto è instabile in assenza del vincolo che impedisce la torsione della trave e dello smorzamento alla Rayleigh aggiuntivo, le rimanenti invece si mantengono comunque stabili).

passo temporale $\Delta t$ (s)	numero iterazioni (-)	frequenza naturale $f_{n,w}$ (Hz)	smorzamento relativo $\zeta$ (%)	tempo fisico simulato $t_{max}$ (s)
<b>0,01</b>	<b>2</b>	<b>0,962</b>	<b>3,01</b>	<b>10</b>
0,01	3	0,964	2,91	10
0,005	2	0,962	2,64*	20
0,005	3	0,964	2,67	10
0,005	4	0,972	2,99	4**

\*questo valore di smorzamento corrisponde ad una durata di 20 s, per cui non è direttamente confrontabile con gli altri (per il valore calcolato su una durata di 10 s si faccia riferimento alla tabella 4.4)

\*\*quest'analisi è stata arrestata dopo 4 s perché non si sono riscontrate differenze significative rispetto alla precedente

richiede di raggiungere un compromesso tra qualità dei risultati e costo delle analisi effettuate per ottenerli.

In generale, il processo di calibrazione viene tipicamente effettuato nelle fasi precedenti alla Co-Simulazione, in cui i due singoli modelli vengono allestiti e testati individualmente, prima del loro accoppiamento. Come si è già detto, quindi, è stato considerato valido il lavoro di calibrazione svolto in precedenza da Quadri (2011) e Mandelli (2012) sul solo modello fluidodinamico. Tuttavia, si è ritenuto interessante confermare che i risultati da loro ottenuti fossero ancora significativi nell'ambito delle Co-Simulazioni, verificando che non ci fossero differenze sensibili nello sviluppare la calibrazione della griglia di calcolo del modello fluidodinamico a monte e a valle dell'accoppiamento con quello strutturale.

Prendendo come caso di riferimento la Co-Simulazione effettuata con passo temporale di 0,005 s e schema di accoppiamento implicito con 2 iterazioni, sono state quindi eseguite diverse analisi con delle *mesh* meno fitte di quella impiegata fino a qui. Quello che si è osservato nei risultati è che, nonostante la sensibile riduzione del costo computazionale delle simulazioni, la risposta presenta delle anomalie che non sono accettabili. In particolare, si verifica che le oscillazioni libere del sistema non rimangono più contenute all'interno di un piano verticale, per cui la traiettoria compiuta dalla sfera non è più



rettilenea; inoltre, in caso di *mesh* particolarmente rarefatta, l'andamento degli spostamenti della struttura non è più simmetrico rispetto alla configurazione indeformata della stessa. Non è quindi possibile impiegare con successo una griglia di calcolo meno fitta di quella utilizzata e il processo di calibrazione effettuato in precedenza sul solo modello fluidodinamico risulta sostanzialmente confermato.

## 4.4 Risultati

In questa sezione, che conclude il presente capitolo, viene riportata una sintesi dei risultati ottenuti dalle Co-Simulazioni delle oscillazioni libere del sistema sfera-asta in acqua ferma, ponendo particolare accento sul confronto tra i diversi algoritmi di accoppiamento e i diversi intervalli temporali utilizzati nelle analisi.

Dal punto di vista della frequenza delle oscillazioni, la corrispondenza tra gli andamenti numerici e i dati sperimentali è molto buona in tutti i casi. I criteri con cui è stato strutturato il confronto riguardano quindi l'accuratezza (in termini di smorzamento della risposta), la stabilità e il costo computazionale delle simulazioni.

### 4.4.1 Accuratezza

Parlando di accuratezza dei risultati ottenuti, si è riscontrato che l'ampiezza del passo temporale è il parametro più importante ed influente: la riduzione del passo temporale provoca infatti un immediato e sensibile miglioramento dell'accuratezza.

In seconda battuta, entra in gioco anche lo schema di accoppiamento utilizzato e quindi, in particolare, il numero di iterazioni effettuate nell'accoppiamento: al crescere del numero di iterazioni, infatti, migliora l'accuratezza dei risultati. Tuttavia, è stato verificato che l'effetto dell'aumento del numero di iterazioni sull'accuratezza della risposta del sistema è molto meno importante rispetto a quello della riduzione del passo temporale.

Il parametro che è stato scelto per qualificare l'accuratezza delle soluzioni ottenute dalle analisi numeriche è quello dello smorzamento delle oscillazioni della sfera.

La tabella 4.4 nella pagina successiva riporta, per le Co-Simulazioni effettuate, i valori dello smorzamento relativo  $\zeta$  calcolato per diverse durate del segnale delle storie di spostamento: il punto iniziale della finestra temporale considerata per effettuare l'interpolazione è sempre l'istante  $t = 0$ , mentre il punto finale dell'intervallo varia tra 2 e 20 s.

Nelle figure che seguono, invece, gli stessi valori di smorzamento sono rappresentati graficamente, al variare della durata dell'intervallo di interpolazione, dell'ampiezza del passo temporale e del numero di iterazioni.

**Tabella 4.4** Smorzamento relativo  $\zeta$ , espresso in forma percentuale, delle storie di spostamento delle differenti Co-Simulazioni: per ogni analisi sono riportati diversi valori di  $\zeta$ , ottenuti al variare della durata del segnale considerato per l'interpolazione (sempre partendo dall'istante iniziale). È riportato anche lo smorzamento calcolato con i dati della prova sperimentale di confronto.

schema di accoppiamento	numero di iterazioni	passo temporale $\Delta t$ (s)	smorzamento relativo $\zeta$ (%)									
			durata del segnale considerato per l'interpolazione (s)									
			2	3	4	5	6,8	7	10	20	21,1	
esplicito	(1)	0,01	3,98	3,54	3,47	3,44	3,43	-	-	-	-	
	(1)	0,005	3,59	3,24	3,13	3,05	2,94	2,88	2,83	-	-	
	(1)	0,0025	3,42	3,02	2,90	2,81	2,68	2,58	2,48	-	-	
implicito	2	0,01	3,89	3,42	3,31	3,21	3,08	3,01	-	-	-	
	3	0,01	3,81	3,34	3,19	3,10	2,99	2,91	-	-	-	
	2	0,005	3,55	3,18	3,05	2,96	2,82	2,73	2,64	-	-	
3	0,005	3,50	3,13	2,99	2,90	2,77	2,67	-	-	-	-	
sperimentale	-	-	4,26	3,53	3,01	2,75	2,54	2,31	1,87	1,83	-	

In particolare, la figura 4.13 nella pagina seguente mostra, al variare dell'intervallo di interpolazione, i valori di smorzamento ottenuti per le analisi effettuate con schema di accoppiamento esplicito, a confronto con i dati sperimentali.

Si può osservare, in primo luogo, l'andamento dei punti riferiti alla prova sperimentale: come è già stato discusso in precedenza, esso è fortemente non lineare, nel senso che lo smorzamento riferito ai primi periodi di oscillazione è più che doppio rispetto al valore che si ottiene considerando l'intera durata della prova. L'andamento dei punti riferiti alle analisi numeriche esibisce anch'esso una non linearità dello smorzamento: anche se nel modello della struttura sono state introdotte solamente delle sorgenti di smorzamento viscoso lineare, l'interazione della sfera con il fluido comporta un'ulteriore dissipazione energetica, questa volta di carattere non viscoso. Tuttavia, la non linearità dello smorzamento dei risultati numerici è decisamente meno accentuata rispetto ai dati sperimentali.

A questo proposito, ricordando le riflessioni già esposte a proposito dello smorzamento dei modelli numerici nel paragrafo 2.6, è necessario valutare l'opportunità di introdurre una sorgente di smorzamento non lineare nel modello della struttura, al fine di migliorare ulteriormente la qualità dei risultati ottenibili dalle analisi numeriche.

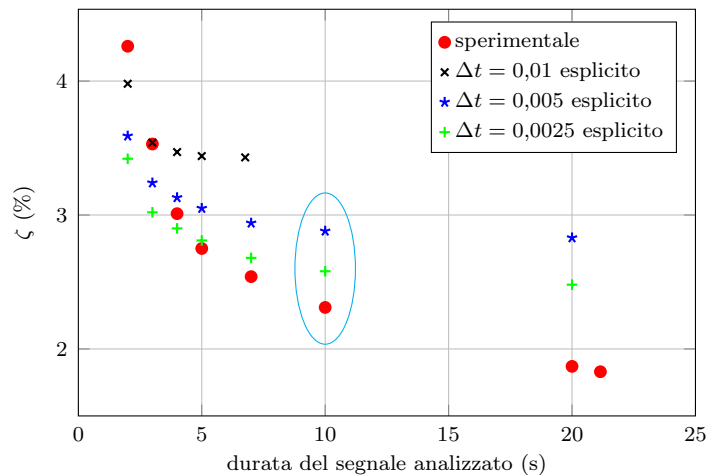
In figura 4.13 si nota, inoltre, che i punti sperimentali riferiti alle durate di 20 s e 21,1 s (termine della prova) presentano valori ancora decrescenti, là dove sarebbe lecito aspettarsi una stabilizzazione dello smorzamento: all'aumentare della durata, infatti, si ritiene che lo smorzamento debba raggiungere un andamento di tipo asintotico, così come accade per gli andamenti delle prove numeriche. Valori così bassi e decrescenti di smorzamento non sembrano affidabili e, per questo motivo (e anche perché non tutte le analisi numeriche hanno raggiunto la durata di 20 s), si è scelto come riferimento, per il confronto delle diverse analisi, lo smorzamento calcolato su una durata di 10 s.

Sempre nella figura 4.13 si osserva il miglioramento dell'accuratezza delle soluzioni numeriche che è possibile ottenere riducendo l'ampiezza del passo temporale: lo smorzamento, infatti, si avvicina al valore ottenuto con i dati sperimentali.

Questo è ancora più evidente nella figura 4.14 a pagina 135, in cui sono riportati solamente i valori di smorzamento  $\zeta_{10}$  riferiti alla durata di 10 s, in funzione del passo temporale  $\Delta t$ .

La figura 4.15 a pagina 135, invece, mostra i valori di smorzamento ottenuti per le analisi effettuate con schema di accoppiamento implicito e passo temporale di 0,01 s, sempre al variare della durata dell'intervallo su cui essi sono stati calcolati. In questo caso, così come nella figura 4.16 a pagina 136, si può apprezzare il guadagno in accuratezza che si consegue aumentando il numero delle iterazioni di accoppiamento.

Le figure 4.17 e 4.18 a pagina 137, infine, sono riferite alle Co-Simulazioni effettuate con schema di accoppiamento implicito e passo temporale di 0,005 s.



**Figura 4.13** Smorzamento relativo  $\zeta$  al variare della durata del segnale analizzato, per le Co-Simulazioni effettuate con schema di accoppiamento esplicito e diversi valori del passo temporale  $\Delta t$ ; sono segnalati, in particolare, i valori di smorzamento corrispondenti alla durata di 10s, con cui è stata costruita la figura 4.14.

Anche qui è possibile valutare il miglioramento provocato dall'aumento delle iterazioni: in particolare, si osserva che, mentre la differenza tra il caso esplicito (assenza di iterazioni nell'accoppiamento) e il caso implicito con 2 iterazioni è sensibilmente apprezzabile, il guadagno che si ottiene invece passando dalle 2 alle 3 iterazioni è molto meno marcato e significativo. Questa evidenza suggerisce quindi che non è necessario né remunerativo aumentare ulteriormente la quantità di iterazioni.

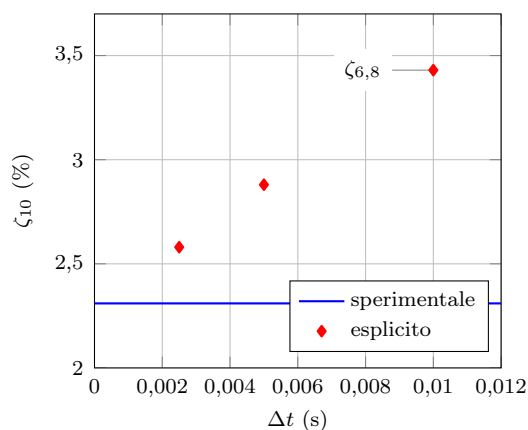
In sintesi, pertanto, la migliore accuratezza della soluzione numerica viene ottenuta con il passo temporale più piccolo, possibilmente effettuando anche le iterazioni nell'accoppiamento (ma di queste ne bastano poche).

#### 4.4.2 Stabilità

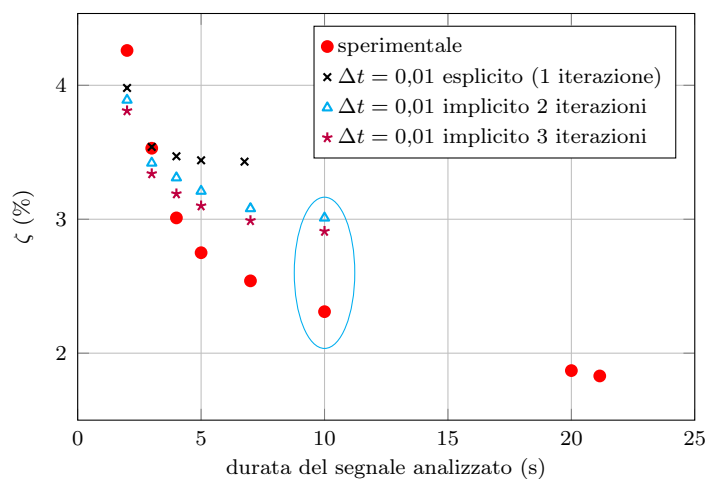
Per quanto riguarda invece le questioni legate alla stabilità, è emerso chiaramente che il principale fattore responsabile di questo aspetto è sicuramente l'algoritmo di accoppiamento utilizzato. L'accoppiamento implicito, infatti, è intrinsecamente più stabile di quello esplicito.

In secondo luogo, e solo per lo schema di accoppiamento implicito, concorrono a determinare la stabilità della soluzione anche il passo temporale e il numero delle iterazioni effettuate: poche iterazioni (2) sommate all'impiego di un passo temporale (relativamente) grande possono essere ancora instabili.

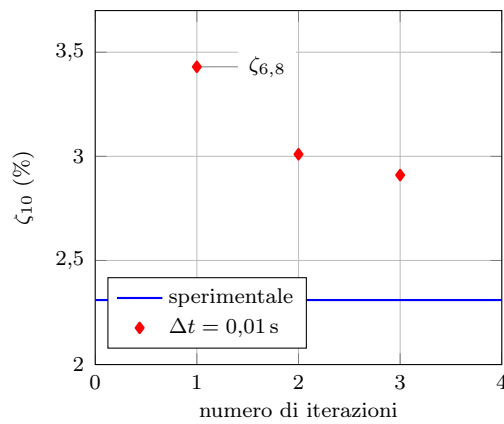
Se, da un lato, è vero che l'introduzione di opportuni accorgimenti di modellazione ha permesso di ottenere soluzioni stabili anche in assenza delle iterazioni di accoppiamento, dall'altro occorre considerare che tali accorgimenti riducono l'aderenza del modello alla realtà fisica di riferimento e di fatto



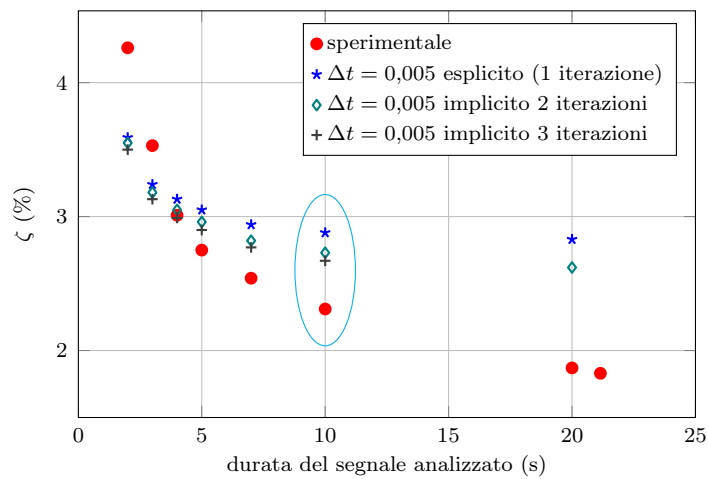
**Figura 4.14** Smorzamento relativo  $\zeta_{10}$  calcolato sui primi 10 secondi di simulazione, in funzione del passo temporale  $\Delta t$ , per le Co-Simulazioni effettuate con schema di accoppiamento esplicito; l'analisi svolta con  $\Delta t = 0,01$  s si è fermata a 6,8 s per problemi di stabilità e quindi il valore di smorzamento calcolato per quella durata non sarebbe direttamente confrontabile con gli altri due.



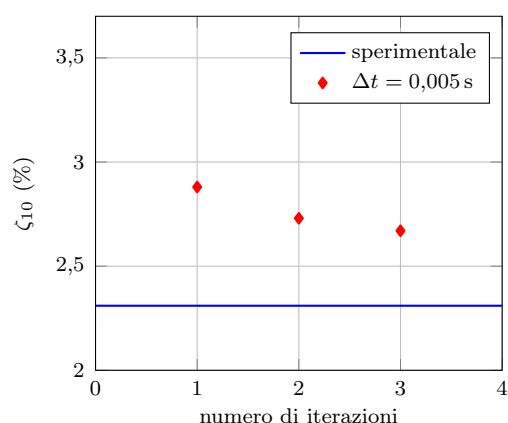
**Figura 4.15** Smorzamento relativo  $\zeta$  al variare della durata del segnale analizzato, per le Co-Simulazioni effettuate con passo temporale  $\Delta t = 0,01$  s e diversi valori del numero di iterazioni (schema di accoppiamento esplicito/implicito); sono segnalati, in particolare, i valori di smorzamento corrispondenti alla durata di 10 s, con cui è stata costruita la figura 4.16.



**Figura 4.16** Smorzamento relativo  $\zeta_{10}$  calcolato sui primi 10 secondi di simulazione, in funzione del numero di iterazioni, per le Co-Simulazioni effettuate con passo temporale  $\Delta t = 0,01$  s (schema di accoppiamento esplicito/implicito); l'analisi svolta con accoppiamento esplicito (1 iterazione) si è fermata a 6,8 s per problemi di stabilità e quindi il valore di smorzamento calcolato per quella durata non sarebbe direttamente confrontabile con gli altri due.



**Figura 4.17** Smorzamento relativo  $\zeta$  al variare della durata del segnale analizzato, per le Co-Simulazioni effettuate con passo temporale  $\Delta t = 0,005$  s e diversi valori del numero di iterazioni (schema di accoppiamento esplicito/implicito); sono segnalati, in particolare, i valori di smorzamento corrispondenti alla durata di 10 s, con cui è stata costruita la figura 4.18.



**Figura 4.18** Smorzamento relativo  $\zeta_{10}$  calcolato sui primi 10 secondi di simulazione, in funzione del numero di iterazioni, per le Co-Simulazioni effettuate con passo temporale  $\Delta t = 0,005$  s (schema di accoppiamento esplicito/implicito).

restringono il campo di applicabilità dello stesso ad alcune situazioni specifiche, limitando così la generalità degli strumenti di calcolo utilizzati. Ad esempio, non sarebbe possibile fare ricorso al vincolo aggiuntivo fittizio sulle rotazioni torsionali della trave, se il comportamento torsionale della stessa fosse rilevante nel determinare la risposta del sistema.

Per questo motivo, è senz'altro preferibile evitare, per quanto possibile, il ricorso a tali accorgimenti, prediligendo quindi lo schema di accoppiamento implicito rispetto a quello esplicito.

### 4.4.3 Costo computazionale

Venendo infine agli aspetti relativi agli oneri computazionali delle analisi, è immediato rilevare che la riduzione del passo temporale, così come l'infittimento della griglia spaziale, comporta un aumento del costo delle simulazioni.

Inoltre, si è potuto constatare che, a parità del passo temporale, lo schema di accoppiamento implicito risulta più costoso di quello esplicito, a causa della presenza delle iterazioni di accoppiamento, che richiedono che la soluzione dei due modelli per ogni passo dell'analisi sia calcolata più volte.

Tuttavia, occorre considerare anche il fatto che lo schema implicito, oltre ad essere più stabile e più costoso, è anche più accurato rispetto a quello esplicito, sempre a parità di passo temporale: per questo motivo, esso permette di utilizzare un passo temporale più ampio (anche se non così tanto) e quindi il suo impiego non è più così svantaggioso dal punto di vista del costo delle analisi.

La tabella 4.5 nella pagina successiva e la figura 4.19 a pagina 139 riportano i dati relativi al costo computazionale delle diverse Co-Simulazioni che sono state effettuate, sia in termini di tempo di calcolo necessario per risolvere un singolo passo temporale (ottenuto dalla media su tutti i passi temporali di

**Tabella 4.5** Dati relativi al costo computazionale delle Co-Simulazioni effettuate: la colonna CPUtime<sub>1</sub> riporta i tempi calcolo di un singolo passo temporale (*CPU time per time-step*), mentre la colonna CPUtime<sub>2</sub> contiene i tempi calcolo riferiti a 1 s di simulazione (*CPU time per time unit*), ottenuti dividendo i tempi sul singolo passo per l'ampiezza dei passi temporali.

schema di accoppiamento	numero di iterazioni	passo temporale $\Delta t$ (s)	CPUtime <sub>1</sub> (s)	CPUtime <sub>2</sub> (s)
esplicito	(1)	0,01	188	18 763
	(1)	0,005	197	39 446
	(1)	0,0025	205	81 836
implicito	2	0,01	400	40 019
	3	0,01	589	58 890
	2	0,005	402	80 382
	3	0,005	594	118 748

ogni analisi) che come tempo calcolo relativo all'unità di tempo di simulazione (1s). Si tratta di dati riferiti alla soluzione del solo modello fluidodinamico, ma rappresentano abbastanza bene il costo globale delle analisi accoppiate. I numeri riportati hanno più che altro valenza relativa, nel senso che sono funzionali al confronto tra i diversi schemi di accoppiamento impiegati e non sono da considerare un riferimento assoluto (la durata effettiva delle simulazioni dipende da molteplici fattori, tra cui il numero di processori utilizzati).

Si può osservare in particolare che, dal punto di vista dell'onere computazionale, dimezzare l'ampiezza del passo temporale equivale all'incirca a raddoppiare il numero delle iterazioni di accoppiamento: il costo delle analisi raddoppia in entrambi i casi.

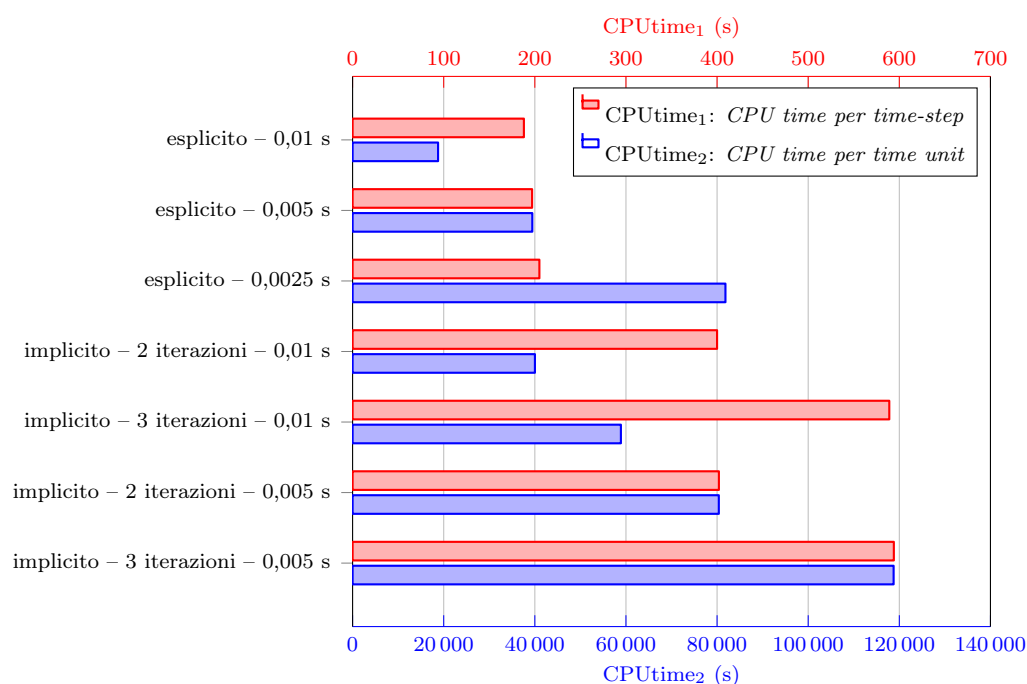
Guardando solo il lato economico, quindi, sarebbe da prediligere lo schema esplicito, ma bisogna ricordare che il costo è uno dei criteri meno "autorevoli", rispetto a stabilità e accuratezza: infatti, a monte di considerazioni relative alla possibilità di risparmiare sugli oneri delle analisi, occorre garantire la possibilità di ottenere risultati stabili e *sufficientemente* accurati.

#### 4.4.4 Conclusione

In conclusione, alla luce di tutte le considerazioni che sono state appena esposte, si è ritenuto che il miglior compromesso tra le diverse esigenze di stabilità, accuratezza e costo computazionale sia stato raggiunto dalla Co-Simulazione effettuata con schema di accoppiamento implicito, passo temporale di 0,005s e numero di iterazioni pari a 2 (curva riportata in verde nella figura 4.12 a pagina 129).

Dal punto di vista dell'accuratezza, l'accoppiamento esplicito con passo temporale di 0,0025s sarebbe stato preferibile; tuttavia, a parità di costo





**Figura 4.19** Costo computazionale delle Co-Simulazioni: rappresentazione grafica dei dati della tabella 4.5 a fronte.

computazionale, le considerazioni sulla stabilità, su cui ci si è ampiamente soffermati, hanno fatto propendere per l'accoppiamento implicito, ritenendo che i benefici ottenibili in termini di stabilità compensassero ampiamente la lieve perdita in accuratezza.

Un'ulteriore riduzione del passo temporale gioverebbe senz'altro all'accuratezza della soluzione, ma il costo dell'analisi diventerebbe insostenibile. L'aumento del numero di iterazioni, invece, provocherebbe un miglioramento soltanto modesto dell'accuratezza della soluzione, non sufficiente, quindi, per giustificare l'incremento dell'onere computazionale, che sarebbe comunque consistente.



# Conclusioni

La modellazione numerica dei problemi di Interazione Fluido-Struttura rappresenta una questione aperta nell'ambito della meccanica e della fluidodinamica computazionale. Grandi passi avanti sono stati compiuti negli ultimi anni, ma, al tempo stesso, la risoluzione di problemi multifisici si sta configurando sempre più come uno degli aspetti chiave della ricerca e dell'innovazione nel campo dell'analisi numerica.

All'interno di questo panorama, una strategia risolutiva che sta emergendo a causa della sua versatilità e della relativa semplicità di impiego è la tecnica della Co-Simulazione. L'idea che sta alla base di questo approccio è quella di evitare di formulare il problema di FSI come un'unica entità monolitica, per seguire invece il suggerimento del motto "*divide et impera*": si tratta di suddividere il problema globale in due sotto-problemi (quello strutturale e quello fluidodinamico), in modo tale da ricondursi a situazioni che singolarmente sono "agevolmente" trattabili (il moto di un fluido attorno ad un ostacolo da un lato e la risposta di una struttura ad una forzante variabile nel tempo dall'altro), grazie alla disponibilità di *software* specifici e dedicati, che sono al giorno d'oggi ampiamente sviluppati e consolidati. Il problema di partenza è quindi risolto per mezzo dell'accoppiamento delle due analisi, ottenuto impiegando opportuni algoritmi che, mettendo in comunicazione i due *software* ad intervalli temporali prefissati, permettono di realizzare l'interazione dei due sotto-sistemi coinvolti.

Il presente lavoro di tesi è stato dedicato all'applicazione della Co-Simulazione ad un caso test, volutamente semplice e in merito al quale sono disponibili dati di precedenti campagne sperimentali, al fine di valutare lo stato dell'arte di tale tecnica. In particolare, sono stati oggetto di studio e approfondimento l'accuratezza e la stabilità dei differenti algoritmi di accoppiamento che è possibile utilizzare, oltre alle prestazioni in termini di costo computazionale delle analisi.

Il caso test che è stato considerato è quello di un sistema oscillante, costituito da un'asta snella e flessibile incastrata in sommità, al cui estremo inferiore è solidamente vincolata una sfera, immerso in acqua. Pur nella sua semplicità, si tratta di un problema di per sé interessante, in quanto gli studi sui fenomeni di FSI e VIV sono stati tradizionalmente affrontati in riferimento a corpi cilindrici, mentre, per quello che riguarda le sfere, le ricerche reperibili in letteratura sono poche e non sono stati ancora pienamente compresi tutti gli aspetti della

questione. In questo senso l'approccio numerico mira a fornire ulteriori spunti di riflessione, per integrare le evidenze sperimentali in vista di una maggiore comprensione del fenomeno.

La prima fase del lavoro è stata dedicata alla realizzazione del modello strutturale, che è stato calibrato e validato mediante confronto coi dati sperimentali. Sono state considerate principalmente delle prove di oscillazioni libere in aria del sistema.

Le analisi numeriche svolte hanno messo in luce l'insufficienza di un approccio in piccoli spostamenti (o, più propriamente, delle ipotesi della teoria del primo ordine) per cogliere adeguatamente la risposta dinamica dei sistemi considerati. Inoltre, si sono riscontrate delle difficoltà nella modellazione dello smorzamento e la schematizzazione viscosa lineare utilizzata ha mostrato qualche limite nella capacità di interpretare i dati sperimentali; al tempo stesso, tuttavia, anche dal punto di vista sperimentale sarebbe necessario un approfondimento volto all'identificazione di tutte le sorgenti di dissipazione energetica presenti nella sperimentazione.

Analogamente è stato sviluppato, calibrato e validato il modello del dominio fluido (in questa fase sono stati utilizzati i risultati di precedenti lavori numerici sull'argomento). Le situazioni di riferimento sono state sia quella di sfera ferma in acqua corrente che quelle di oscillazioni in acqua ferma e in acqua corrente della sfera con un filo al posto dell'asta.

Le simulazioni fluidodinamiche hanno messo in evidenza l'importanza della discretizzazione spaziale per ottenere dei buoni risultati; infatti, è richiesta una particolare cura nella generazione della *mesh*, e in particolare nell'infittimento della griglia in prossimità della sfera, in modo da permettere al modello di riprodurre gli elevati gradienti di velocità presenti a ridosso della superficie della sfera stessa (che sono essenziali per calcolare correttamente le forze trasmesse dal fluido alla struttura). Inoltre, anche la modellazione della turbolenza si è rivelata un aspetto delicato, nell'ottica di riprodurre con sufficiente precisione le condizioni sperimentali.

Infine sono state condotte delle Co-Simulazioni, accoppiando i due modelli per simulare l'Interazione Fluido-Struttura vera e propria. Le prove sperimentali prese come termine di paragone sono state prove di oscillazioni libere in acqua ferma del sistema sfera-asta.

In questa fase del lavoro sono stati utilizzati e confrontati tra loro differenti metodi con cui è possibile accoppiare i due codici di calcolo e diversi valori del passo temporale con cui sono state condotte le analisi. Lo schema di accoppiamento esplicito, per cui non si hanno iterazioni nella comunicazione tra le due simulazioni all'interno del passo temporale, ha manifestato grossi problemi di stabilità, che impongono la necessità di introdurre specifici accorgimenti (vincoli e smorzamento fittizi aggiuntivi) per poter portare a termine le analisi; inoltre, per ottenere livelli di accuratezza accettabile, occorre utilizzare valori del passo temporale piuttosto ridotti. Lo schema di accoppiamento implicito, che permette di iterare lo scambio di informazioni tra i due programmi nel sin-

golo incremento temporale, è invece più stabile e decisamente più indicato per problemi di FSI fortemente accoppiati; il suo impiego ha permesso di risolvere i problemi legati alla stabilità, che si manifestavano in assenza di iterazioni, e di utilizzare, a pari grado di accuratezza, incrementi temporali (un po') maggiori, inevitabilmente però a fronte di un aggravio dell'onere computazionale delle analisi.

Alla luce delle analisi numeriche effettuate e dei risultati ottenuti, è possibile formulare le seguenti osservazioni:

- i lavori numerici svolti in passato sull'argomento avevano considerato sì un sistema di geometria sferica, ma la sfera era appesa ad un filo inestensibile, che sostituiva l'asta studiata in questa tesi; inoltre, non avevano impiegato la tecnica della Co-Simulazione, ma era stato possibile, dato l'oggetto delle indagini, effettuare le analisi rimanendo unicamente all'interno di un *software* CFD. La limitazione più evidente di un approccio di questo tipo è che esso non permette di riprodurre la risposta di strutture vere e proprie, dotate di una loro deformabilità: per tali sistemi, come nel caso di questa tesi, è inevitabile il ricorso ad un codice di analisi strutturale e alla Co-Simulazione;
- d'altra parte, appare limitante anche pensare di risolvere un problema di Interazione Fluido-Struttura utilizzando solamente un *software* strutturale, in quanto non è detto che sia possibile, in situazioni complesse, riuscire ad includere tutti gli effetti che il fluido esercita sulla struttura senza simularlo esplicitamente;
- i vantaggi della Co-Simulazione invece riguardano la grande versatilità e potenzialità che tale tecnica racchiude: a patto di aver compreso e indagato con sufficiente grado di approfondimento i problemi di stabilità che, a prima vista inaspettatamente, possono manifestarsi, i metodi partizionati rappresentano una grande risorsa per l'analisi numerica di situazioni multifisiche (e non solo), in quanto offrono la possibilità di affrontare lo studio e l'analisi di problemi complessi e accoppiati con *software* già esistenti, che pertanto non devono essere stati sviluppati appositamente per il problema in esame;
- il costo computazionale delle Co-Simulazioni è elevato; in termini generali, si è osservato che le analisi fluidodinamiche sono decisamente più onerose di quelle strutturali, soprattutto perché solitamente i modelli fluidodinamici sono molto più grandi (hanno molte più incognite) dei modelli strutturali, ma anche a causa degli algoritmi impiegati per la risoluzione iterativa delle RANS, a cui vanno aggiunte le equazioni dei modelli di turbolenza; in caso di accoppiamento, poi, i costi delle due analisi si sommano (i due *software* procedono in maniera sequenziale) e

inoltre, se viene utilizzato l'algoritmo implicito per l'accoppiamento, è necessario ripetere più volte i calcoli su uno stesso intervallo temporale prima di passare al successivo, e questo comporta un ulteriore aggravio dei costi;

- quanto all'approccio sperimentale, infine, si è già avuto modo di notare che anch'esso è caratterizzato da limiti ed incertezze difficilmente controllabili ed eliminabili; appare pertanto evidente, specialmente per lo studio di problemi di Interazione Fluido-Struttura, come sia auspicabile seguire un approccio di tipo integrato, in cui l'indagine sperimentale e l'analisi numerica siano sviluppate in parallelo e si completino reciprocamente, nell'ottica di ottenere un quadro più completo e dettagliato della situazione in esame.

### Sviluppi futuri

Il lavoro che è stato svolto si presta poi a diversi ulteriori approfondimenti, relativamente alla modellazione numerica del problema considerato, e costituisce la premessa dell'applicazione della Co-Simulazione a situazioni più complesse (con riferimento, in particolare, allo studio della risposta del sistema in acqua corrente).

Per quello che riguarda il solo modello strutturale, sarebbe opportuno approfondire e valutare le possibili strategie per la modellazione dello smorzamento del sistema; in particolare, si potrebbe pensare di inserire nel modello, accanto agli smorzatori viscosi lineari considerati, uno smorzamento non lineare, che permetta di ottenere dei risultati più aderenti alla sperimentazione. A questo proposito si suggerisce la sostituzione del vincolo di incastro dell'asta con una cerniera elasto-plastica, in grado di dissipare energia, in quantità proporzionale all'ampiezza delle oscillazioni, con un meccanismo di isteresi. La calibrazione dei relativi parametri non è assolutamente banale, ma richiede un'adeguata riflessione a partire dall'andamento dei dati sperimentali.

Nell'ottica di investigare il comportamento del sistema in acqua corrente e di esaminare le possibilità di riproduzione di fenomeni VIV offerte da parte del solo codice strutturale, inoltre, sarebbe interessante applicare alla struttura un modello di oscillatore equivalente, a parametri concentrati e smorzamento negativo non lineare, calibrato in modo tale da riprodurre l'effetto della sollecitazione generata dal distacco alternato di vortici dalla superficie della sfera; il confronto dei risultati ottenibili in questo modo con quelli sperimentali e quelli delle Co-Simulazioni consentirebbe di valutare l'effettiva applicabilità e le capacità previsionali di tali modelli semplificati.

A proposito del modello fluidodinamico, occorre invece approfondire il discorso della modellazione della turbolenza, in relazione alle condizioni sperimentali di prova, e dell'influenza che questo parametro esercita, quando il

fluido è in movimento, sul moto della sfera, sia in sede sperimentale che nelle analisi numeriche.

Sarebbe interessante, inoltre, studiare dal punto di vista numerico l'effetto che la prossimità della superficie libera, oppure della parete di fondo, potrebbe esercitare sul comportamento del sistema; a questo proposito, si osserva che il modello fluidodinamico è già stato concepito e realizzato in modo tale da consentire delle analisi di questo tipo (si tratta infatti di un modello confinato e multifase).

Poi, si potrebbe valutare la convenienza di impiegare, per quello che riguarda l'evoluzione dinamica della griglia di calcolo, la strategia dell'*overset mesh* in sostituzione o in aggiunta a quella del *morphing* attualmente impiegata. Tale alternativa, infatti, potrebbe permettere di ottimizzare i costi delle analisi e/o di ampliare il campo di applicabilità della modellazione numerica.

Ancora, sarebbe opportuno esaminare nel dettaglio la situazione di sfera ferma in acqua corrente, dedicando particolare attenzione all'andamento temporale oscillante delle forze che il fluido in moto esercita sulla sfera nel corso dello svolgimento dell'analisi, a causa dei vortici che si staccano dalla sua superficie.

Giungendo infine alle Co-Simulazioni, lo sviluppo più naturale del presente lavoro è quello di arrivare a riprodurre numericamente le vibrazioni indotte dal distacco di vortici del sistema sfera-asta in acqua corrente.

In particolare, questo risultato potrebbe essere ottenuto seguendo tre fasi successive:

- approfondire le questioni legate alle condizioni iniziali della Co-Simulazione, sia per il modello del dominio fluido che per quello strutturale, nel caso di fluido in movimento: infatti, dato il costo elevato delle analisi, sarebbe opportuno elaborare una strategia che permetta di ottimizzare il periodo di transitorio iniziale, agevolando così il raggiungimento della situazione di regime del sistema;
- simulare quindi correnti a differenti velocità, nell'ottica di riprodurre l'andamento dell'ampiezza delle oscillazioni delle prove sperimentali al variare della velocità del flusso e, in particolare, verificare che sia possibile ottenere anche in ambito numerico l'intervallo di sincronismo (*lock in*) caratteristico delle VIV;
- estendere poi le condizioni analizzate nella campagna sperimentale, variando le dimensioni geometriche, le caratteristiche meccaniche e il rapporto di massa che caratterizzano gli elementi del sistema, per ampliare la comprensione globale del fenomeno.

In seguito, sarebbe interessante raffinare la modellazione del sistema sfera-asta, rimuovendo l'ipotesi di trascurare l'interazione del fluido con l'asta (in

questo lavoro è stato considerato che l'Interazione Fluido-Struttura avvenisse solo sulla superficie della sfera); questo fatto comporterebbe sicuramente una complicazione di entrambi i modelli (sia quello del fluido che quello della struttura) e un ulteriore incremento del costo computazionale delle simulazioni, ma permetterebbe di avvicinare le analisi numeriche alla situazione reale, a cui sono riferiti i dati delle prove sperimentali.

Infine, è auspicabile che la tecnica della Co-Simulazione possa in futuro essere applicata a problemi e situazioni di interesse pratico nel campo dell'Ingegneria Strutturale, come, ad esempio, la determinazione dei carichi da vento sugli edifici alti e la modellazione della risposta aeroelastica di antenne e impalcati di ponti a grande luce.



# Appendice A

## Dettagli operativi della Co-Simulazione

A complemento di quanto illustrato nel paragrafo 4.2, si riporta un breve approfondimento relativo alla procedura di accoppiamento del modello strutturale di *Abaqus* con il modello fluidodinamico di *STAR-CCM+* per la realizzazione di una Co-Simulazione, con particolare attenzione ai dettagli relativi ai parametri che occorre impostare per i diversi schemi di accoppiamento.

### Preparazione del modello strutturale

Per quello che riguarda la preparazione del modello strutturale, l'unica cosa da aggiungere è che la superficie da impiegare come interfaccia nell'interazione con il modello fluidodinamico deve essere esplicitamente ed appositamente definita come **Element-based Surface**, possibilmente associandola alla geometria del modello e non direttamente alla *mesh*, in modo da non dipendere direttamente dalla particolare discretizzazione utilizzata. Inoltre, come già affermato, per la Co-Simulazione può essere impiegata un'unica superficie (eventualmente costituita dalla combinazione di più superfici differenti se questo dovesse essere necessario).

In aggiunta a ciò, sembra che possa non essere necessario modificare manualmente il file di *input* di *Abaqus* per introdurre i controlli della Co-Simulazione. Infatti, *STAR-CCM+* è in grado, prima dell'inizio dell'analisi accoppiata, di provvedere autonomamente alla scrittura nel file di *input* del codice necessario, sulla base dei parametri di accoppiamento impostati all'interno del modello fluidodinamico. Tale caratteristica, tuttavia, non è stata verificata nel corso delle analisi del presente lavoro.

### Preparazione del modello fluidodinamico

Per quello che riguarda l'impostazione del modello fluidodinamico, per effettuare le Co-Simulazioni delle oscillazioni libere del sistema a partire da una

configurazione deformata della struttura, è necessario avere cura di posizionare la superficie della sfera nell'esatta posizione dello spazio in cui essa viene a trovarsi al termine dello *step* statico iniziale dell'analisi di *Abaqus*.

### Accoppiamento esplicito

Nel caso di utilizzo dello schema di accoppiamento esplicito, i parametri che occorre impostare non sono molti.

All'interno del nodo **Coupling Algorithm** bisogna selezionare

**Coupling Scheme** ▷ **Explicit**

e

**Time-Marching Sequence** ▷ **STAR-CCM+ Leads**

(accoppiamento esplicito sequenziale con analisi "guidata" dal fluido). Inoltre, per impostare un passo temporale di accoppiamento costante lungo la Co-Simulazione, basta scegliere

**Coupling Negotiation Method** ▷ **Constant**

e attribuire a **Constant Coupling Time Step** il valore desiderato.

Oltre a ciò, in corrispondenza del nodo **Mapper Settings**, è possibile specificare quale codice di calcolo impiegare per le operazioni di *mapping*: in questo lavoro è stato utilizzato

**Mapper Code** ▷ **STAR-CCM+**

con l'opzione

**Reference Configuration** ▷ **Current Coordinates**

per permettere al programma di fare riferimento alla configurazione corrente (deformata) della *mesh*, sia nel modello strutturale che in quello fluidodinamico, all'atto di effettuare la ricerca della corrispondenza tra le due superfici di interfaccia all'inizio della Co-Simulazione (ma dopo aver effettuato lo *step* statico dell'analisi di *Abaqus*).

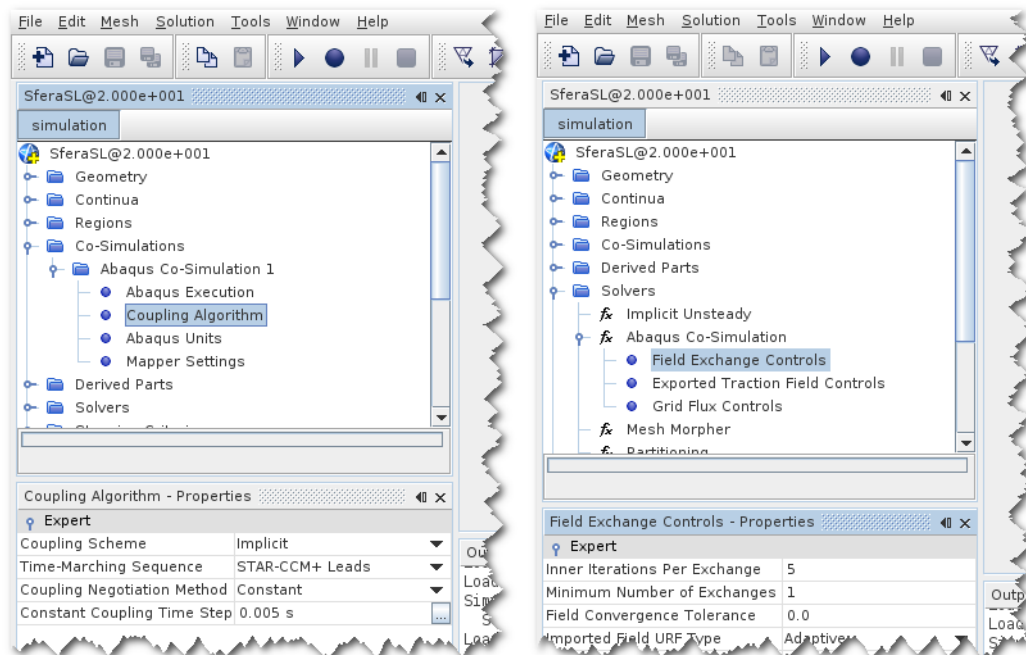
Da ultimo, nel nodo degli **Stopping Criteria**, è stato attribuito al criterio di arresto **Maximum Inner Iterations** un valore pari a 5, stabilendo così il numero di iterazioni interne (da non confondere con le iterazioni di accoppiamento proprie del caso implicito) che *STAR-CCM+* effettua per ogni passo temporale dell'analisi.

### Accoppiamento implicito

Quando, invece, si vuole utilizzare lo schema di accoppiamento implicito, i fattori su cui occorre intervenire sono molteplici.

In primo luogo, bisogna tornare nel nodo **Coupling Algorithm** per impostare

**Coupling Scheme** ▷ **Implicit**.



(a) Scelta dello schema di accoppiamento

(b) Definizione dello scambio di dati tra i due modelli

**Figura A.1** Controlli della Co-Simulazione nel caso di accoppiamento implicito, presenti nell'interfaccia grafica di *STAR-CCM+*.

Questa scelta attiva poi tutta una serie di altri parametri, raccolti all'interno del nodo

Solvers ▷ Abaqus Co-Simulation ▷ Field Exchange Controls

(figura A.1).

A questo punto, è necessario stabilire il criterio con cui arrestare le iterazioni di accoppiamento dello schema implicito. Nelle simulazioni di questo lavoro si è scelto di impostare a priori un numero fisso di iterazioni per tutti i passi temporali; per ottenere ciò è stato specificato

Inner Iterations Per Exchange ▷ 5

(questo parametro rappresenta il numero di iterazioni interne che *STAR-CCM+* compie per ogni scambio di dati con *Abaqus*, cioè per ogni iterazione di accoppiamento) e

Maximum Inner Iterations ▷ 10

nel caso di  $10 \div 5 = 2$  iterazioni di accoppiamento (per fare 3 iterazioni basta sostituire il 10 con 15).

L'alternativa possibile è quella di ricorrere ad un criterio di convergenza vero e proprio, per cui le iterazioni si arrestano solo quanto il valore di un

determinato parametro (detto Co-Simulation Displacement e definito in maniera poco chiara), legato al residuo dell'accoppiamento, si trova al di sotto di una certa soglia: è necessario, in questo caso, impostare un valore diverso da zero per il fattore Field Convergence Tolerance. Tuttavia, occorre fare attenzione a quale dei due codici di calcolo opera per primo all'interno del passo temporale (Abaqus Leads o STAR-CCM+ Leads), perché questo elemento altera il valore iniziale del parametro impiegato per valutare il raggiungimento della convergenza, e quindi modifica conseguentemente il comportamento del criterio di convergenza e dell'intera Co-Simulazione. Per questo motivo tale criterio non è stato utilizzato.

*STAR-CCM+* permette infine di specificare anche il minimo numero di iterazioni di accoppiamento da effettuare per ogni passo temporale (Minimum Number of Exchanges), ma per tale parametro è stato mantenuto il valore unitario di *default*.

## Appendice B

### Trattamento dati

La presente appendice contiene dei frammenti dei codici *Octave/Matlab*, sviluppati a partire dal lavoro di Lefoulon (2011) ed impiegati nella fase di elaborazione dei dati sperimentali e numerici.

Per determinare la **frequenza** delle oscillazioni, è stata effettuata la trasformata discreta di Fourier (*Discrete Fourier Transform*, DFT) impiegando l'algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*) implementato nella funzione omonima. Il file testuale `nome_file` contiene nella colonna `col` i valori numerici del segnale di interesse, campionato con una frequenza pari a `fps`. La lunghezza del segnale viene aumentata, allungando il vettore `y` con una serie di zeri, per migliorare la risoluzione della trasformata. Si ricorda che, a causa della periodicità intrinseca della DFT e del fenomeno di *aliasing*, l'intervallo di frequenze da considerare per la trasformata arriva solo fino alla metà della frequenza di campionamento. A valle della trasformata, viene poi individuato il valore di frequenza a cui corrisponde il massimo della DFT.

```

dati = load ('nome_file');
dati = dati - mean(dati); % segnale a media nulla
y = dati(:,col);
N = 10000; % lunghezza del segnale

dt = 1/fps; % passo temporale
t = (0:N-1)*dt; % vettore dei tempi

df = fps/N; % frequency increment
f = (0:N-1)*df; % vettore delle frequenze
f2 = (0:N/2-1)*df; % vettore delle frequenze
    significative

dft_y = fft(y,N); % Fast Fourier Transform

plot (f2, abs(dft_y(1:N/2)))
title ('DFT (FFT)')
xlabel ('frequenza [Hz]')
```

```
f_n = f2(find(abs(dft_y(1:N/2)) ==
    max(abs(dft_y(1:N/2)))))
```

Per determinare il valore dello **smorzamento**, come già affermato, è stata effettuata l'interpolazione lineare in scala logaritmica dei massimi relativi del segnale considerato. Come operazione preliminare, il segnale è stato filtrato dal rumore eventualmente presente e poi ad esso è stato applicato il valore assoluto (per avere il doppio dei picchi). Per identificare i picchi delle oscillazioni, viene calcolata la funzione segno della derivata del segnale: i punti di massimo relativo sono quelli per cui tale funzione passa da un valore positivo (segnale di partenza crescente) ad un valore negativo (segnale di partenza decrescente), cioè i punti in cui la differenza tra due suoi valori successivi è negativa. Lo smorzamento relativo è poi calcolato con la formula (2.9).

```
dati = load('nome_file');
dati = dati(1:round(durata_analizzata*fps),:);

tData = dati(:,1);          % vettore dei tempi
yData = dati(:,2);          % vettore degli spostamenti

yData = filtra(tData,yData);
yData = abs(yData);

tCoords = [];
yCoords = [];

upOrDown = sign(diff(yData)); % segno dell'incremento
maxFlags = [1 ; diff(upOrDown)<0 ; 0]; % 0 = no
    massimi agli estremi del dominio
maxIndices = find(maxFlags);

tCoords = tData(maxIndices);
yCoords = yData(maxIndices);

% interpolazione logaritmica
P = polyfit(tCoords, log(yCoords), 1);
smorz = -P(1) % smorzamento |q|
yCurvePlot = exp(polyval(P,tData));

plot(tData,yData,'-b',tCoords,yCoords,'or',tData,
    yCurvePlot,'--g');
legend('traiettoria','Max','interpolazione');

smorz_rel_perc = smorz/(2*pi*f_n)*100
```

Per **filtrare** i segnali numerici e sperimentali, al fine di ripulirli dall'eventuale presenza di rumore e renderli così rappresentativi della risposta di un sistema ad un grado di libertà, è stata utilizzata la funzione `filtra.m`. Essa

applica un filtro Butterworth passa-basso del second'ordine con una banda passante ( $0; f_n + 3$  Hz); per evitare lo sfasamento viene usato il comando di filtro bidirezionale `filtfilt`.

```
function y_filt = filtra (t, y)

% function y_filt = filtra (t, y)
% t:   vettore dei tempi
% y:   vettore del segnale
% y_filt: vettore del segnale filtrato

fps = 1/mean(diff(t)); % frequenza di acquisizione
del segnale

d=3;
Wn = (f_n+d)*2/fps; % filtro passa basso
[b,a] = butter(2,Wn);
y_filt = filtfilt(b,a,y);

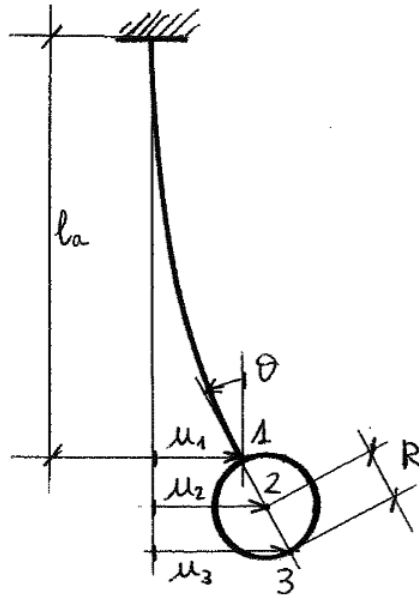
plot(t,y,'b', t,y_filt,'r')
legend('segnale', 'segnale filtrato')
```

È infine risultato utile, nel corso del presente lavoro di tesi, avere la possibilità di trasferire i dati sperimentali, riferiti al *marker* applicato al “polo sud” della sfera, al centro della sfera stessa (al quale, nel modello strutturale, viene ricondotto il moto di tutta la sfera), perché è a questo nodo che viene applicato il cedimento vincolare che porta la struttura nella configurazione deformata da cui hanno inizio le oscillazioni libere. A tal fine, è stato sviluppato un semplice modello approssimato, fondato sulla teoria della trave in piccoli spostamenti, che permette di effettuare il passaggio dal “polo sud” al centro della sfera con sufficiente precisione. Con riferimento alla figura B.1 nella pagina successiva, ricordando che la sfera si comporta come un corpo rigido, mentre la rotazione dell'estremità 1 della trave, in assenza della sfera, può essere facilmente espressa in funzione della rotazione di tale estremità,<sup>1</sup> si può scrivere:

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + \vartheta R \\ u_3 = u_2 + \vartheta R \\ \vartheta = \frac{3}{2l_a} u_1 \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Questo sistema di equazioni, dopo semplici manipolazioni atte ad eliminare lo spostamento  $u_1$  e la rotazione  $\vartheta$ , permette di esprimere  $u_2$  (spostamento del

<sup>1</sup>Considerando per la trave un cedimento vincolare applicato al punto 1 invece che al punto 2 (dove si può ipotizzare che sia applicata la risultante delle forze fluidodinamiche), si sta trascurando, di fatto, una coppia di intensità pari al prodotto della reazione vincolare per il raggio della sfera; dato che esso è piccolo rispetto alla lunghezza dell'asta, e considerata la ridotta entità degli spostamenti in gioco (e quindi delle forze), tale approssimazione risulta più che accettabile.



**Figura B.1** Modello approssimato per trasferire i dati sperimentali dal “polo sud” al centro della sfera.

centro della sfera) in funzione di  $u_3$  (spostamento del “polo sud” della sfera) mediante la relazione:

$$u_2 = \frac{2l_a + 3R}{2l_a + 6R} u_3 \quad (\text{B.2})$$

Si ricorda che  $l_a$  rappresenta la lunghezza effettiva dell’asta, dal punto di incastro in sommità al nodo di innesto con la sfera (“polo nord” della stessa).



## Appendice C

### Smorzamento relativo... a cosa?

A margine del presente elaborato di tesi, si riportano alcune riflessioni in merito alla determinazione dello smorzamento relativo di sistemi oscillanti. Esse nascono dall'osservazione che, variando le caratteristiche del mezzo (aria o acqua) in cui la struttura risulta immersa, cambia anche l'entità dello smorzamento critico; immediata conseguenza di questa situazione è che i valori dello smorzamento relativo, che sono espressi come percentuale dello smorzamento critico, vengono modificati.

Solitamente si usa rapportare lo smorzamento in aria  $c_a$  allo smorzamento critico in aria  $c_{cr,a}$  e lo smorzamento in acqua  $c_w$  allo smorzamento critico in acqua  $c_{cr,w}$ , ma occorre essere consapevoli del fatto che i due valori che si ottengono non sarebbero direttamente confrontabili, dal momento che sono percentuali relative a quantità differenti.

Pertanto, per quantificare l'entità dello smorzamento fluidodinamico introdotto nel sistema a causa della presenza dell'acqua, rispetto al caso delle oscillazioni in aria, occorre sviluppare delle relazioni che permettano di riferire i valori di smorzamento rilevati, rispettivamente, in aria e in acqua al medesimo smorzamento critico, sia esso quello corrispondente alla situazione di struttura immersa in aria o quello in acqua.

Per semplicità, e con la sola finalità di sottoporre il problema all'attenzione del lettore interessato, si farà riferimento alle ipotesi della teoria del primo ordine per schematizzare il sistema sfera-asta come oscillatore a un grado di libertà.

Come già introdotto, l'equazione del moto trasversale della sfera in aria è:

$$m\ddot{y} + c_a\dot{y} + ky = 0 \quad (\text{C.1})$$

mentre in acqua tale equazione del moto diventa:

$$(m + m_A)\ddot{y} + c_w\dot{y} + ky = 0 \quad (\text{C.2})$$

Si può osservare che alla massa strutturale  $m$  occorre sommare la massa aggiunta  $m_A$  e che è necessario sostituire il coefficiente di smorzamento in

aria  $c_a$  con il coefficiente di smorzamento in acqua  $c_w$  (si tratta di due valori differenti), mentre la rigidezza, al primo ordine, non cambia (dal momento che essa non risente dell'effetto della forza peso e della spinta di Archimede).

Per calcolare i coefficienti di smorzamento, a partire dalle pendenze  $|q_a|$  e  $|q_w|$  delle rette interpolanti i picchi delle oscillazioni, in scala logaritmica, delle prove sperimentali in aria e in acqua, si dovranno utilizzare le relazioni:

$$c_a = 2m|q_a| \quad (C.3)$$

e

$$c_w = 2(m + m_A)|q_w| \quad (C.4)$$

mentre gli smorzamenti critici in aria e in acqua possono essere espressi come:

$$c_{cr,a} = 2\sqrt{km} \quad (C.5)$$

e

$$c_{cr,w} = 2\sqrt{k(m + m_A)} \quad (C.6)$$

È possibile, a questo punto, definire quattro differenti smorzamenti relativi. Essi sono lo smorzamento in aria relativo allo smorzamento critico in aria  $\zeta_{a,a}$ :

$$\zeta_{a,a} = \frac{c_a}{c_{cr,a}} = \frac{c_a}{2\sqrt{km}} \quad (C.7)$$

lo smorzamento in acqua relativo allo smorzamento critico in acqua  $\zeta_{w,w}$ :

$$\zeta_{w,w} = \frac{c_w}{c_{cr,w}} = \frac{c_w}{2\sqrt{k(m + m_A)}} \quad (C.8)$$

lo smorzamento in aria relativo allo smorzamento critico in acqua  $\zeta_{a,w}$ :

$$\zeta_{a,w} = \frac{c_a}{c_{cr,w}} = \frac{c_a}{2\sqrt{k(m + m_A)}} \quad (C.9)$$

e lo smorzamento in acqua relativo allo smorzamento critico in aria  $\zeta_{w,a}$ :

$$\zeta_{w,a} = \frac{c_w}{c_{cr,a}} = \frac{c_w}{2\sqrt{km}} \quad (C.10)$$

Ricordando le definizioni della frequenza naturale del sistema in aria:

$$f_{n,a} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (C.11)$$

e in acqua:

$$f_{n,w} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{(m + m_A)}} \quad (C.12)$$

i quattro smorzamenti relativi si calcolano, in funzione dei coefficienti angolari  $|q_a|$  e  $|q_w|$ , come:

$$\zeta_{a,a} = \frac{c_a}{c_{cr,a}} = \frac{2m|q_a|}{2\sqrt{km}} = \frac{|q_a|}{\sqrt{k/m}} = \frac{|q_a|}{2\pi f_{n,a}} \quad (\text{C.13})$$

$$\zeta_{w,w} = \frac{c_w}{c_{cr,w}} = \frac{2(m+m_A)|q_w|}{2\sqrt{k(m+m_A)}} = \frac{|q_w|}{\sqrt{k/(m+m_A)}} = \frac{|q_w|}{2\pi f_{n,w}} \quad (\text{C.14})$$

$$\zeta_{a,w} = \frac{c_a}{c_{cr,w}} = \frac{2m|q_a|}{2\sqrt{k(m+m_A)}} = \frac{|q_a|}{\sqrt{k/m}} \sqrt{\frac{m}{m+m_A}} = \quad (\text{C.15})$$

$$= \frac{|q_a|}{2\pi f_{n,a}} \sqrt{\frac{m}{m+m_A}} \quad (\text{C.16})$$

$$\zeta_{w,a} = \frac{c_w}{c_{cr,a}} = \frac{2(m+m_A)|q_w|}{2\sqrt{km}} = \frac{|q_w|}{\sqrt{k/(m+m_A)}} \sqrt{\frac{m+m_A}{m}} = \quad (\text{C.17})$$

$$= \frac{|q_w|}{2\pi f_{n,w}} \sqrt{\frac{m+m_A}{m}} \quad (\text{C.18})$$

In conclusione, lo smorzamento in aria relativo allo smorzamento critico in acqua  $\zeta_{a,w}$  si può esprimere in funzione dello smorzamento in aria relativo allo smorzamento critico in aria  $\zeta_{a,a}$  mediante la relazione:

$$\zeta_{a,w} = \zeta_{a,a} \sqrt{\frac{m}{m+m_A}} = \zeta_{a,a} \sqrt{\frac{m^*}{m^* + C_A}} \quad (\text{C.19})$$

mentre lo smorzamento in acqua relativo allo smorzamento critico in aria  $\zeta_{w,a}$  si può esprimere in funzione dello smorzamento in acqua relativo allo smorzamento critico in acqua  $\zeta_{w,w}$  mediante la relazione:

$$\zeta_{w,a} = \zeta_{w,w} \sqrt{\frac{m+m_A}{m}} = \zeta_{w,w} \sqrt{\frac{m^* + C_A}{m^*}} \quad (\text{C.20})$$

Si osservi che ciò non equivale a sostituire semplicemente la frequenza naturale opportuna nella (C.13) e nella (C.14).

Considerando ora le prove sperimentali di oscillazioni libere in aria (figura 2.3 a pagina 56 e tabella 2.3 a pagina 68) e in acqua ferma (figura 4.10 a pagina 124 e tabella 4.1 a pagina 116) della sfera con diametro  $D = 6$  cm (caratterizzata dal rapporto di massa  $m^* = 1,34$ ), si hanno i seguenti valori numerici (i coefficienti angolari  $|q_a|$  e  $|q_w|$  sono ottenuti con riferimento ad una durata del segnale di 10 s):

- $|q_a| = 0,111$
- $f_{n,a} = 1,21$  Hz

- $|q_w| = 0,139$
- $f_{n,w} = 0,96 \text{ Hz}$

da cui si possono calcolare, mediante le (C.13), (C.14), (C.19) e (C.20), i quattro rapporti di smorzamento:

- $\zeta_{a,a} = 1,46 \%$
- $\zeta_{w,w} = 2,30 \%$
- $\zeta_{a,w} = 1,25 \%$
- $\zeta_{w,a} = 2,70 \%$

Lo smorzamento fluidodinamico dato dalla presenza dell'acqua incrementa quindi lo smorzamento relativo rilevato in aria di circa un punto percentuale.

Si può osservare che, nei fatti, la differenza tra rapportare lo smorzamento al critico in aria o in acqua non è così accentuata e, per rapporti di massa più elevati, essa sarà ancora meno evidente.

Si osserva infine che il rapporto tra la frequenza naturale in acqua e quella in aria dei dati sperimentali non rispetta le relazioni (C.11) e (C.12), a motivo del fatto che, come discusso in precedenza, le ipotesi della teoria del prim'ordine non sono del tutto applicabili al caso considerato nel presente lavoro.

## Bibliografia

- Bearman, P. W. (1984). «Vortex shedding from oscillating bluff bodies». In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 16.1, pp. 195–222.
- Behara, S., I. Borazjani e F. Sotiropoulos (2011). «Vortex-induced vibrations of an elastically mounted sphere with three degrees of freedom at  $Re=300$ : hysteresis and vortex shedding modes». In: *Journal of Fluid Mechanics* 686, p. 426.
- Besana, L. (2013). «L'interazione fluido-struttura per bassi numeri di Reynolds: analisi numeriche». Tesi di laurea mag. Politecnico di Milano.
- CD-adapco (2013). *STAR-CCM+ User Guide, v8.04*.
- Çengel, Y. A., J. M. Cimbala, G. Cozzo e C. Santoro (2011). *Meccanica dei fluidi*. 2<sup>a</sup> ed. McGraw-Hill.
- Clough, R. W. e J. Penzien (1993). *Dynamics of Structures*. 2<sup>a</sup> ed. McGraw-Hill.
- Corradi Dell'Acqua, L. (2010). *Meccanica delle strutture. La valutazione della capacità portante*. 2<sup>a</sup> ed. McGraw-Hill.
- Dassault Systèmes – SIMULIA (2013). *Abaqus Analysis User's Guide, v6.13*.
- Dettmer, W. G. e D. Perić (2013). «A new staggered scheme for fluid–structure interaction». In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 93.1, pp. 1–22.
- Diana, G. e M. Gasparetto (1980). «The equivalent oscillator. Simulation of vortex shedding on cylindrical bodies by means of an equivalent oscillator». In: *L'Energia Elettrica* 57.8, pp. 185–191.
- Farhat, C. e M. Lesoinne (2000). «Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems». In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 182.3, pp. 499–515.
- Felippa, C. A. e K. C. Park (1980). «Staggered transient analysis procedures for coupled mechanical systems: formulation». In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 24.1, pp. 61–111.
- Felippa, C. A., K. C. Park e C. Farhat (2001). «Partitioned analysis of coupled mechanical systems». In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190.24, pp. 3247–3270.
- Felippa, C. A. e K. C. Park (2005). «Synthesis tools for structural dynamics and partitioned analysis of coupled systems». In: *Engineering structures*

- under extreme conditions*. A cura di A. Ibrahimbegovic e B. Brank. NATO advanced research workshop. IOS press, pp. 50–111.
- Govardhan, R. e C. H. K. Williamson (1997). «Vortex-induced motions of a tethered sphere». In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 69-71, pp. 375–385.
- Govardhan, R. e C. H. K. Williamson (2005). «Vortex-induced vibrations of a sphere». In: *Journal of Fluid Mechanics* 531, pp. 11–47.
- Greco, M., S. Malavasi e D. Mirauda (2005). «Interaction between a tethered sphere and a free surface flow». In: *Fluid Structure Interaction and Moving Boundary Problems*, pp. 205–213.
- Hilber, H. M., T. J. R. Hughes e R. L. Taylor (1977). «Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics». In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 5.3, pp. 283–292.
- Horowitz, M. e C. H. K. Williamson (2010). «The effect of Reynolds number on the dynamics and wakes of freely rising and falling spheres». In: *Journal of Fluid Mechanics* 651, pp. 251–294.
- Hughes, T. J. R. (2000). *The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis*. Dover Publications.
- Jauvtis, N., R. Govardhan e C. H. K. Williamson (2001). «Multiple modes of vortex-induced vibration of a sphere». In: *Journal of Fluids and Structures* 15.3, pp. 555–563.
- Khalak, A. e C. H. K. Williamson (1999). «Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping». In: *Journal of Fluids and Structures* 13.7, pp. 813–851.
- Lefoulon, D. (2011). «Interazione fluido struttura. Vibrazioni indotte dal distacco di vortici su una sfera vincolata ad un'asta incastrata». Tesi di laurea mag. Politecnico di Milano.
- Mandelli, S. (2012). «VIV su un cilindro: analisi sperimentale e modellazione numerica». Tesi di laurea mag. Politecnico di Milano.
- Matthies, H. G. e J. Steindorf (2003). «Partitioned strong coupling algorithms for fluid–structure interaction». In: *Computers & Structures* 81.8, pp. 805–812.
- Mirauda, D. e M. Greco (2004). «Flow-induced vibration of an elastically sphere at high combined mass-damping parameter». In: *IASME Transactions* 1 (3), pp. 486–491.
- Mirauda, D., S. Malavasi, M. Greco e A. Volpe Plantamura (2007). «Kinematic analysis of the movement of a tethered sphere immersed in a free surface flow». In: *9th International Conference on Fluid Control, Measurement and Visualization*.
- Mirauda, D., S. Malavasi e A. Volpe Plantamura (2008). «Analysis of effects of the free surface on the movement of a tethered sphere immersed in a steady flow». In: *Ninth International Conference on Flow-Induced Vibrations, FIV*, pp. 835–840.

- Mirauda, D., A. Volpe Plantamura e S. Malavasi (2011). «Boundaries effects on the movements of a sphere immersed in a free surface flow». In: *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* 133.4.
- Païdoussis, M. P., S. J. Price e E. De Langre (2010). *Fluid-Structure Interactions. Cross-Flow-Induced Instabilities*. Cambridge University Press.
- Park, K. C. (1980). «Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: stability analysis». In: *Journal of Applied Mechanics* 47, pp. 370–376.
- Park, K. C. (1983). «Stabilization of partitioned solution procedure for pore fluid-soil interaction analysis». In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 19.11, pp. 1669–1673.
- Park, K. C. e C. A. Felippa (1980). «Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: accuracy analysis». In: *Journal of Applied Mechanics* 47, pp. 919–926.
- Park, K. C. e C. A. Felippa (1983). «Partitioned analysis of coupled systems». In: *Computational Methods for Transient Analysis*. A cura di T. Belytschko e T. J. R. Hughes. Vol. 1. Elsevier Science. Cap. 3, pp. 157–219.
- Park, K. C., C. A. Felippa e J. A. DeRuntz (1977). «Stabilization of staggered solution procedures for fluid-structure interaction analysis». In: *Computational Methods for Fluid-Structure Interaction Problems* 26, pp. 95–124.
- Quadri, R. (2011). «Progetto SISSI: modellazione numerica di una sfera immersa in una corrente stazionaria a superficie libera». Tesi di laurea mag. Politecnico di Milano.
- Sakamoto, H. e H. Haniu (1990). «A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow». In: *Journal of Fluids Engineering* 112 (4), pp. 386–392.
- Sarpkaya, T. (1979). «Vortex-Induced Oscillations: A Selective Review». In: *Journal of Applied Mechanics* 46 (2), pp. 241–258.
- Sarpkaya, T. (2004). «A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations». In: *Journal of Fluids and Structures* 19.4, pp. 389–447.
- Sini, S. A. (2013). «Studio di un mini generatore elettrico alimentato da vibrazioni indotte da vortici». Tesi di laurea mag. Politecnico di Milano.
- Versteeg, H. K. e W. Malalasekera (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method*. 2<sup>a</sup> ed. Pearson Prentice Hall.
- Williamson, C. H. K. e R. Govardhan (1997). «Dynamics and forcing of a tethered sphere in a fluid flow». In: *Journal of Fluids and Structures* 11.3, pp. 293–305.
- Williamson, C. H. K. e R. Govardhan (2004). «Vortex-induced vibrations». In: *Annu. Rev. Fluid Mech.* 36, pp. 413–455.
- Zienkiewicz, O. C., D. K. Paul e A. H. C. Chan (1988). «Unconditionally stable staggered solution procedure for soil-pore fluid interaction problems». In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 26.5, pp. 1039–1055.