

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in
Ingegneria Meccanica



Sviluppo di un algoritmo per l'identificazione della forza assiale
in tiranti per strutture civili attraverso analisi modale
sperimentale e operativa

Relatore: Prof. Stefano MANZONI

Co-relatore: Ing. Matteo SCACCABAROZZI

Co-relatore: Prof. Marcello VANALI

Tesi di Laurea di:

Stefano Campagnari

Matr. 782573

Anno Accademico 2012 – 2013

Indice

Sommario	
Abstract	3
Introduzione	4
Capitolo 1 Stato dell'arte: tecniche d'identificazione del tiro	7
1.1 Metodi statici	7
1.2 Metodi dinamici	9
1.2.1 Metodi dinamici con modello continuo	10
1.2.2 Metodi dinamici con modello ad elementi finiti	17
1.3 Metodi ibridi	20
1.4 Conclusioni e spunti per una nuova metodologia	21
Capitolo 2 Modellazione	24
2.1 Logica d'identificazione tramite modello numerico	24
2.1.1 Modellazione in Abaqus e parametrizzazione	26
2.1.2 Co-operazione Abaqus/Matlab	28
2.2 Modellazione della catena	30
2.2.1 Scelta dei parametri ed ipotesi per la modellazione	30
2.2.2 Caratteristiche dei modelli utilizzati nelle analisi	35
Capitolo 3 Analisi e prima stima dei parametri costituenti il modello	37
3.1 Metodo di analisi modale alternativo	37
3.1.1 Cenni sull'identificazione modale	38
3.1.2 Tipologie d'eccitazione per l'analisi modale	39
3.2 Prima stima dei parametri del modello	42
3.2.1 Analisi preliminare dei parametri	45
3.2.2 Prima stima della rigidità dei vincoli	48
3.2.3 Prima stima dell'azione assiale	65
Capitolo 4 Analisi degli errori sulle prime stime	67
4.1 Stima alternativa della rigidità dei vincoli	67
4.2 Valutazione della prima stima della rigidità dei vincoli	73
4.2.1 Definizione del processo d'analisi	75

4.2.2	Esecuzione dei processi e analisi dei risultati.....	81
4.2.3	Considerazioni sulla tipologia di catena.....	92
4.2.4	Definizione di un nuovo modello per le analisi.....	103
4.3	Intervallo massimo di errore sulla stima della rigidezza	111
4.3.1	Definizione dei casi critici per la stima della rigidezza.....	113
4.3.2	Intervallo di variazione per la minimizzazione vincolata.....	116
Capitolo 5	Valutazione dell'identificazione del tiro.....	123
5.1	Sintesi della nuova tecnica d'identificazione del tiro	123
5.2	Analisi Monte Carlo.....	126
5.2.1	Definizione del processo d'analisi.....	127
5.2.2	Risultati dell'analisi Monte Carlo	130
5.2.3	Andamento parametri nel processo d'identificazione	142
5.2.4	Confronto tra tecniche differenti di stima.	149
5.3	Analisi Monte Carlo con tipologia differente di catena.....	153
Capitolo 6	Attività Sperimentale	158
6.1	Progetto del sistema per la sperimentazione.....	159
6.1.1	Tecnica di carico e di vincolo della catena.....	161
6.2	Strumenti di misura.....	171
6.2.1	Estensimetri	171
6.2.2	Cella di carico.....	172
6.2.3	Accelerometri	173
6.2.4	Martello dinamometrico	174
6.2.5	Elettronica di condizionamento.....	175
6.3	Test preliminari.....	176
6.3.1	Taratura ponte estensimetrico.....	178
6.3.2	Prova di shunt sul ponte estensimetrico	179
6.3.3	Prime analisi modali del sistema	181
6.4	Identificazione del tiro	185
6.4.1	Prove con forzante impulsiva nota	186
6.4.2	Prove con forzante random incognita.....	204
6.5	Conclusioni	207
Conclusione	209

Sommario

Il presente lavoro affronta il problema dell'identificazione dell'azione assiale agente nelle catene degli edifici storici e delle strutture moderne in cemento armato. Le catene vengono generalmente utilizzate alla base di archi e volte in muratura per alleggerirne il carico laterale. La conoscenza del tiro agente sulle catene è di fondamentale importanza per garantire l'integrità e la sicurezza della struttura. Il presente lavoro propone un metodo non distruttivo e non invasivo per identificare l'azione assiale. La tecnica proposta utilizza tre frequenze proprie e i modi di vibrare ad esse associate, misurate da due accelerometri in due punti fissati della catena. Una importante innovazione del metodo sarà l'utilizzo di una tecnica operativa per l'esecuzione dell'analisi modale. Per identificare il tiro, il metodo utilizza un modello della catena ad elementi finiti costituito da cinque parametri incogniti, tra i quali compare l'azione assiale. Il lavoro propone un metodo per ottenere una prima stima dei parametri incogniti basato sullo studio dei modi di vibrare della catena. Infine, un algoritmo di minimizzazione verrà utilizzato per ricavare le stime finali dei parametri, in particolare dell'azione assiale agente sul tirante.

Abstract

This work addresses the problem of identifying the tensile axial force in structural tie-rods in ancient monumental buildings and in modern concrete/iron constructions. Tie-rods are generally used in masonry arches and vaults to unburden the lateral load. The knowledge of tensile load in reinforcement tie-rods is of fundamental importance to assure structural integrity and safety. This work proposes a nondestructive and non-invasive method to identify the tensile axial force in tie-rods. The proposed procedure uses three natural frequencies and the vibration modes associated, which are estimated using two accelerometers placed in fixed points of the tie-rod. One of the innovations of the method will be the use of the natural excitation technique to identify the modal parameters. To identify the tensile load, the method uses a finite element model of the tie-rod and such a model is composed of five unknown parameters, including the axial action. The work proposes a method to obtain a first estimate of the unknown parameters based on the study of the vibration modes of tie-rod. Finally, a minimization algorithm will be used to obtain final estimates of the parameters, in particular of the axial force in the tie-rod.

Introduzione

I tiranti, chiamati anche catene, sono elementi utilizzati comunemente negli edifici storici e moderni per contenere gli sforzi laterali che agiscono sulla struttura, sono solitamente installate alla base degli archi e delle colonne. Le catene offrono un costante contributo strutturale, la possibilità di misurarne il tiro assiale agente è di fondamentale importanza per monitorare lo stato di salute dell'intera struttura.

Il tiro agente sulla catena non è costante nel tempo ma si modifica in seguito ad assestamenti strutturali. Il carico sulla catena potrebbe superare il limite elastico della stessa provocando degli spostamenti maggiori nella struttura, alterandone l'equilibrio statico. Nel peggiore dei casi la catena potrebbe non sopportare l'aumento di carico provocando il cedimento della struttura o di parte di essa. Lo stato di carico e di salute delle catene diviene ancora più importante in presenza di forzamenti ambientali, come ad esempio attività sismica, che potrebbero provocare dei cedimenti qualora le catene non stessero operando in sicurezza. Anche la corrosione delle catene e l'invecchiamento delle murature ad esse collegate sono dei fattori che modificano il tiro agente, alterando l'equilibrio statico della struttura. Il controllo costante delle variazioni del tiro assiale sulle catene è dunque importante per valutare i cambiamenti che avvengono nella struttura, allo scopo di valutarne l'integrità e lo stato di conservazione.

Nonostante le catene vengano ad oggi impiegate in molte strutture moderne, il loro principale utilizzo rimane negli edifici storici per i quali emerge l'importanza di valutare lo stato d'integrità della struttura al fine di programmare eventuali interventi di manutenzione sulla stessa. In Figura I si riporta a titolo d'esempio una foto delle catene del porticato dello Spedale degli Innocenti di Filippo Brunelleschi a Firenze. Lo studio dell'azione assiale agente sulle catene diviene fondamentale per questa tipologia di edifici, che per via della loro non recente costruzione possono essere soggetti a danni strutturali non identificabili senza un'analisi precisa. Un cambiamento anomalo nel tempo del tiro agente sulle catene può dunque servire in via indiretta per ottenere informazioni sulla presenza di danni nella struttura e prevenire eventuali cedimenti. In alcuni casi è bene rilevare anche dei cambiamenti lievi nel valore del tiro assiale delle catene, in quanto anche questi possono essere indice della presenza di danni o alterazioni dell'integrità strutturale. Da quest'ultima osservazione emerge come la tecnica d'identificazione del tiro debba essere molto accurata al fine di valutare con precisione i cambiamenti di carico. Una corretta analisi del tiro delle catene può indicare inoltre le operazioni da compiere sulla struttura, sia in termini di sostituzione delle catene stesse che di ulteriori interventi strutturali da effettuarsi.



Figura I Catene del porticato dello Spedale degli Innocenti di Filippo Brunelleschi a Firenze.

La posizione delle catene all'interno dell'edificio è spesso difficile da raggiungere, ne deriva una difficoltà nell'eseguire un'analisi per l'identificazione del tiro assiale agente. In molti casi può essere necessaria l'installazione di strutture di supporto, quali una piattaforma aerea o un ponteggio, per poter effettuare le misurazioni necessarie all'analisi. Tutti gli aspetti legati alla complessità della procedura d'analisi incidono significativamente sul costo finale dell'operazione per via degli allestimenti e del tempo di occupazione degli spazi. Ne deriva l'importanza di elaborare un metodo d'identificazione del tiro poco invasivo, limitando il più possibile i costi legati alla sua realizzazione.

In passato sono stati elaborati molteplici metodi per effettuare l'identificazione del tiro agente nelle catene, tuttavia come si vedrà meglio nel capitolo 1 ognuno di questi presenta delle criticità che ne rendono i risultati poco accurati in determinate condizioni d'analisi.

Lo scopo del presente lavoro è quello di elaborare una nuova tecnica d'identificazione che possa ottenere dei risultati migliori in termini di accuratezza sulla stima del tiro agente. Per poter raggiungere questo scopo

occorre in primo luogo analizzare i metodi già esistenti, al fine di valutarne i punti di forza e soprattutto le problematiche che presentano. Il metodo che si va proponendo viene costruito grazie ad un'analisi accurata di ogni aspetto che risulta fondamentale per il raggiungimento di un buon risultato, molti tra questi aspetti sono già stati affrontati da metodi precedenti e dunque verranno approfonditi, altri sono invece innovativi e costituiscono il vero valore aggiunto del metodo d'identificazione.

La tecnica elaborata sarà inoltre supportata da un'analisi sperimentale per la sua validazione. Anche questa fase presenterà delle caratteristiche che avvaloreranno il metodo proposto nei confronti di altri sviluppati in precedenza.

Capitolo 1

Stato dell'arte: tecniche d'identificazione del tiro

Nel campo dell'identificazione del tiro assiale delle catene degli edifici, sono state presentate in passato diverse metodologie non distruttive. Per poterle descrivere, è necessario suddividerle in tre macrocategorie, ognuna delle quali racchiude una precisa tipologia di approccio all'identificazione.

- Metodi statici: l'identificazione deriva dall'utilizzo di misure di spostamento e deformazione conseguenti all'applicazione di carichi concentrati in punti predefiniti della luce della catena.
- Metodi dinamici: risalgono al tiro assiale tramite la misura e lo studio delle grandezze modali della catena.
- Metodi ibridi: utilizzano un approccio misto tra i due precedenti.

1.1 Metodi statici

Il metodo statico di maggior interesse, per l'identificazione del tiro nelle catene degli edifici, è quello presentato nel lavoro Briccoli Bati e Tonietti [1], basato su misure effettuate in situ dell'inflessione della catena conseguente all'applicazione di un carico concentrato P , perpendicolare all'asse del tirante, in una sezione prestabilita. Lo stato di sforzo viene identificato unicamente tramite prove statiche, senza richiedere alcuna conoscenza pregressa della tipologia di vincolo tra catena e struttura.

Il cambiamento dello stato di stress e dello stato di deformazione del tirante, applicando un carico concentrato P , è determinabile in modo unico conoscendo l'inflessione statica, il momento flettente e l'aumento di trazione ΔH dovuto all'applicazione del carico aggiuntivo. Partendo da una condizione di equilibrio iniziale Ω^0 caratterizzata da un valore H incognito di sforzo assiale, si passa ad una nuova configurazione Ω^1 per la quale è possibile definire la variazione della sollecitazione di flessione per una qualsiasi sezione s :

$$\overline{M}_s = M_{tS} - (H + \Delta H)w_s \quad (1.1)$$

Dove M_{ts} è il momento flettente nella sezione s dovuto ai carichi trasversali, H è lo stato di trazione della catena, ΔH è la variazione dello stato di trazione per applicazione del carico concentrato, w_s è l'inflessione statica della catena nella sezione s .

La variazione nello stato di trazione ΔH è molto contenuta e dunque trascurabile, tuttavia, come dimostrato da prove sperimentali, il suo valore tende a zero solo nel caso in cui la tensione iniziale della catena fosse relativamente alta, mentre non è più possibile trascurarla per valori di H bassi.

Il valore del momento flettente \overline{M}_s è rilevabile tramite l'applicazione di una coppia di estensimetri posizionati su intradosso ed estradosso della sezione, mentre lo spostamento verticale della catena w_s è misurabile utilizzando un trasduttore di spostamento (Figura 1.1). L'equazione(1.1) sopra proposta contiene dunque solo le due incognite M_{ts} e H . Eseguendo le misurazioni in tre sezioni della catena è possibile pervenire ad un sistema(1.2) di tre equazioni in quattro incognite.

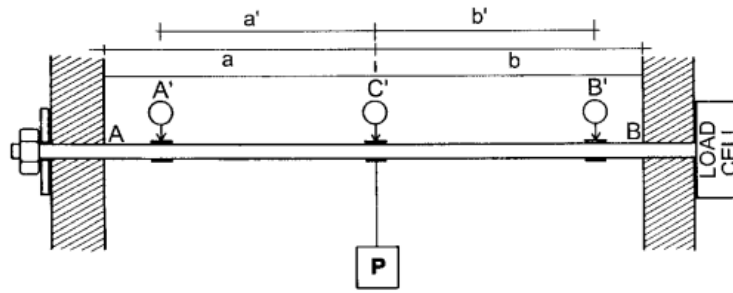


Figura 1.1 Schema della struttura utilizzata in fase sperimentale per il metodo di identificazione statico. In A', B' e C' vengono posizionati estensimetri e trasduttori di spostamento.

$$\begin{aligned}\overline{M}_{A'} &= M_{tA'} + (H + \overline{\Delta H})w_{A'} \\ \overline{M}_{B'} &= M_{tB'} + (H + \overline{\Delta H})w_{B'} \\ \overline{M}_{C'} &= M_{tC'} + (H + \overline{\Delta H})w_{C'}\end{aligned}\quad (1.2)$$

Dove $\overline{M}_{A'}$, $\overline{M}_{B'}$, $\overline{M}_{C'}$ sono i valori dei momenti flettenti rilevati dagli estensimetri nelle tre sezioni, $\overline{\Delta H}$ è l'aumento della forza normale dovuto all'applicazione del carico concentrato e $w_{A'}$, $w_{B'}$, $w_{C'}$ sono gli spostamenti verticali rilevati dai trasduttori. Il sistema ottenuto è di tre equazioni nelle quattro incognite $M_{tA'}$, $M_{tB'}$, $M_{tC'}$ e H , delle quali però solo tre sono tra loro indipendenti. È possibile difatti esprimere il momento flettente effettivo agente sulla sezione C come $f(P, M_A, M_b)$:

$$l\overline{M}_{C'} = Pab - M_A b - M_B a - l(H - \overline{\Delta H})w_{C'}\quad (1.3)$$

Sostituendo la relazione (1.3) all'interno del sistema di tre equazioni (1.2), si ottiene un nuovo sistema di sole tre incognite, dal quale si ricava l'equazione risolutiva per l'identificazione della tensione assiale H della catena.

$$H = \frac{a'(\overline{M_{C'}} - \overline{M_{B'}}) + b'(\overline{M_{C'}} - \overline{M_{A'}}) - Pa'b'}{a'(w_{B'} - w_{C'}) + b'(w_{A'} - w_{C'})} - \overline{\Delta H} \quad (1.4)$$

Il metodo presentato da Briccoli Bati e Tonietti [1], presenta molteplici vantaggi in termini di facilità dei calcoli e di limitate conoscenze richieste della struttura e soprattutto dei vincoli agli estremi della catena. I risultati ottenuti sono molto accurati ed il metodo è stato validato tramite prove eseguite in laboratorio. Un primo svantaggio è sicuramente la necessità di disporre dell'edificio per l'intero tempo necessario ad eseguire la procedura di carico della catena, installazione degli strumenti di misura e realizzazione del set up degli stessi, processo non facile che potrebbe portare ad un aggravio significativo dei costi. Le misurazioni di spostamento effettuate tramite trasduttori possono creare ulteriori problemi dovuti alla difficoltà di realizzare in loco una struttura che garantisca un sistema di riferimento assoluto. In secondo luogo l'applicazione del carico aggiuntivo P , in un punto della catena, potrebbe in qualche modo danneggiare o modificare il comportamento della catena stessa. Il metodo inoltre poggia sull'ipotesi che la variazione del tiro assiale ΔH , dovuta all'applicazione del carico aggiuntivo, sia trascurabile, cosa non vera nel caso in cui il valore del tiro cercato H fosse contenuto.

1.2 Metodi dinamici

I metodi dinamici, utilizzano misure del comportamento dinamico della struttura per identificare il tiro assiale delle catene, ricavando ed analizzando frequenze proprie e modi di vibrare. Per eseguire un'identificazione di tipo dinamico, la maggior parte dei metodi richiedono la formulazione di un modello iniziale della catena e di un successivo step numerico che permetta di risalire al tiro relazionando il modello alle misurazioni dinamiche effettuate. Una prima tipologia di metodi è quella che utilizza un modello di tipo fune tesata oppure di tipo trave appoggio-appoggio. Questi due tipi di modello portano ad una soluzione in forma chiusa del problema, tuttavia tale soluzione è approssimativa, non viene difatti modellata in alcun modo la rigidità flessionale della catena e quella dei vincoli alle sue estremità. Molto più attendibili sono i metodi che utilizzano una modellazione del tirante come continuo o tramite l'utilizzo di una tecnica ad elementi finiti.

In generale, per sviluppare un metodo di identificazione dinamica, si incontrano delle problematiche comuni. Come già accennato, un primo problema è la scelta di un modello valido, dei parametri che lo costituiscono e quali tra questi possano essere ritenuti noti e costanti e quali necessitino di una

identificazione ulteriore al pari del tiro. Il secondo problema è la scelta di un metodo numerico, solitamente un sistema di equazioni non lineari o una minimizzazione vincolata, che permetta di pervenire ad una stima del tiro accurata partendo dalle misurazioni dei parametri modali della catena. La terza problematica è legata alla necessità di poter definire, tramite prove sperimentali e considerazioni adeguate, un grado di accuratezza del risultato ottenuto, derivante dall'incertezza sui parametri considerati noti oppure stimati in fase di identificazione e dalla tipologia di misurazioni effettuata.

Si procede ora alla descrizione dei metodi di tipo dinamico finora realizzati nel campo dell'identificazione del tiro delle catene, suddividendoli nei due principali campi che prevedono rispettivamente la realizzazione di un modello di trave come continuo e l'utilizzo di modelli ad elementi finiti.

1.2.1 Metodi dinamici con modello continuo

Tra i metodi dinamici che considerano un modello di catena come un continuo, quelli di maggior interesse sono i lavori di Lagomarsino e Calderini [2], Dardano et al. [3], Tullini e Laudiero [4], Maes Reynders et al. [5] e Garziera [7].

Nel lavoro di Lagomarsino e Calderini [2], la catena viene modellata come una trave vincolata alle estremità tramite cerniere con molla torsionale di valore incognito, come in Figura(1.2).

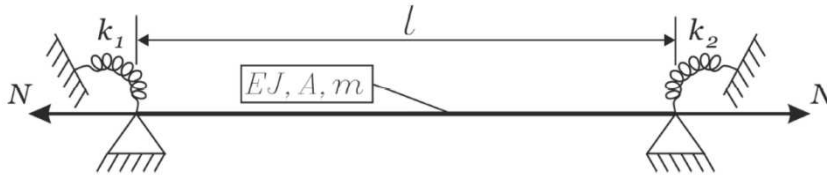


Figura 1.2 Modello della catena con appoggio agli estremi e molle rotazionali.

La trave viene considerata omogenea, ovvero la sezione A , la rigidità flessionale EJ e la massa per unità di lunghezza m sono ritenute costanti lungo l'intera luce della catena. Le caratteristiche meccaniche della trave, in particolar modo la luce l e la densità del materiale ρ , sono considerate note e costanti. Un'altra assunzione è l'uguaglianza tra le rigidità torsionali dei vincoli alle estremità $k_1 = k_2 = k$.

Il metodo viene sviluppato utilizzando l'equazione differenziale(1.5) a derivate parziali espressa nel modello di trave di Eulero, trascurando quindi i contributi di inerzia rotazionale e deformazione a taglio.

$$-EJ \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.5)$$

Dove EJ è la rigidezza flessionale, N la tensione assiale della catena oggetto dell'identificazione e y lo spostamento verticale, funzione dell'ascissa x e del tempo t . L'equazione descrive il moto trasversale libero della trave e viene risolta introducendo le opportune condizioni al contorno, risalendo così all'equazione caratteristica della trave, definibile per ogni frequenza propria del sistema, nella generica forma:

$$f(\omega_n, N, k_1, k_2, EJ, \rho, L, A) = 0 \quad (1.6)$$

L'equazione così ottenuta, contiene le tre incognite del problema N, k, EJ e permette in forma diretta di calcolare le frequenze proprie della trave in esame. Per ricavare le incognite è necessario risolvere l'equazione in forma inversa, partendo dalle frequenze proprie misurate sulla struttura. Tuttavia l'equazione non permette una soluzione in forma chiusa, si procede così alla realizzazione di un funzionale (1.7) per implementare un metodo di minimizzazione vincolata.

$$G(\omega_{1s}, \omega_{2s}, \dots, \omega_{ns}, p_1, p_2, \dots, p_m) = \sum_{i=1}^n f_i(\omega_{ni}, \dots) \quad (1.7)$$

Dove $\omega_{1s}, \omega_{2s}, \dots, \omega_{ns}$ sono le frequenze proprie sperimentali ricavate, p_1, p_2, \dots, p_m i parametri incogniti del problema e $f_i(\omega_{ni}, \dots)$ è la funzione descritta precedentemente valutata per ogni frequenza propria considerata.

Tramite la conoscenza delle frequenze proprie del sistema, è dunque possibile, minimizzando la funzione errore, ricavare il valore del tiro della catena.

Il metodo di minimizzazione vincolata, pur avendo una buona stabilità per la soluzione dell'equazione inversa, necessita di una buona stima iniziale dei parametri da stimare, cosa non vera nel metodo appena descritto, nel quale per il tiro N e per la rigidezza dei vincoli k non può essere introdotta alcun tipo di stima iniziale. Il lavoro di Lagomarsino e Calderini [2] non è supportato da una vera e propria analisi sperimentale, ma è stato testato utilizzando un modello di catena FEM che simulasse un caso vero per poter implementare e verificare la correttezza del metodo realizzato. Tramite la realizzazione di due modelli FEM che simulassero rispettivamente, il primo una variabilità della sezione della catena del 5% lungo la luce ed il secondo una forte dissimmetria delle rigidezze dei due vincoli, è possibile apprezzare come i due eventi conducano ad una accuratezza sulla stima del tiro inferiore, tuttavia l'influenza di entrambi diminuisce all'aumentare della snellezza della catena analizzata. Utilizzando questa procedura, non si possono avere delle indicazioni precise riguardo alla correttezza ed incertezza del metodo, in quanto il modello considerato reale è in realtà un modello FEM che differisce dal modello per la stima del tiro solo per l'approccio di base. Il metodo è stato utilizzato per la stima del tiro di alcune

catene reali, per le quali non si conosce il vero valore della tensione, dunque anche in questo caso non è possibile valutarne correttamente l'accuratezza.

Nel lavoro di Dardano et al.[3], il sistema catena viene modellato nello stesso modo del caso precedente, ovvero come una trave di Eulero vincolata agli estremi da due cerniere con molle rotazionali di ugual rigidezza $k_1 = k_2 = k$. Le caratteristiche meccaniche sono considerate note e costanti e, a differenza del lavoro di Lagomarsino e Calderini [2], il valore della rigidezza flessionale EJ non è più un'incognita ma un dato del problema. Si svolge nuovamente la risoluzione dell'equazione differenziale a derivate parziali fino ad ottenere l'equazione caratteristica del sistema, che viene direttamente utilizzata per la stima del tiro, valutandola per le prime due frequenze proprie del sistema, senza dunque lo sviluppo di una funzione obiettivo e l'utilizzo di una minimizzazione vincolata.

$$\begin{cases} f(\omega_{1s}, N, k, EJ, \rho, L, A) = 0 \\ f(\omega_{2s}, N, k, EJ, \rho, L, A) = 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

Il sistema impostato è di due equazioni nelle due incognite N, k , dalla sua risoluzione si ottiene la stima dell'azione assiale cercata. Il metodo proposto permette di identificare il tiro della catena tramite la conoscenza di sole due frequenze proprie, risultando così molto veloce, ciò nonostante richiede l'introduzione di ipotesi molto forti di caratteristiche meccaniche e geometriche note e costanti, le quali, come sarà poi meglio illustrato nel corso della tesi, comportano un errore non trascurabile sulla stima del tiro assiale. Inoltre il metodo, nonostante sia stato applicato in fase sperimentale, non ha riscontri in una situazione in cui il valore del tiro fosse noto.

Nel lavoro di Tullini e Laudiero [4], lo sforzo assiale agente sulla catena viene identificato unicamente partendo dalla conoscenza di una frequenza propria e della corrispondente forma modale valutata in tre sezioni prestabilite, poste a $1/4$, $1/2$ e $3/4$ della luce della trave, ricavando un'equazione trascendente funzione del tiro della catena ed indipendente dai valori di rigidezza dei vincoli. Il modello di trave utilizzato è di nuovo quello di Eulero Bernoulli, senza però l'introduzione dell'ipotesi di uguaglianza tra le rigidezze dei vincoli agli estremi e risolvendo l'equazione differenziale del moto libero con condizioni al contorno di semplice appoggio. L'equazione che permette l'identificazione dell'azione assiale è del tipo:

$$\left. \frac{v_1 + v_2}{v_3} \right|_i = f(N, \omega_i) \quad (1.9)$$

Dove $v_1|_i$, $v_2|_i$, $v_3|_i$ sono le componenti del modo di vibrare relativo alla pulsazione propria ω_i , calcolate nei punti a $1/4$, $1/2$ e $3/4$ della luce. Tutti i

restanti parametri sono omessi dalla funzione f in quanto considerati completamente noti e costanti lungo la catena.

Partendo dunque da un'analisi sperimentale delle frequenze proprie e delle forme modali a loro relative è possibile giungere ad una stima del tiro della catena svincolandosi dalla conoscenza delle rigidzze dei vincoli, le quali possono essere stimate a posteriori tramite l'aggiunta di due equazioni accessorie alla prima, imponendo le due condizioni al contorno di equilibrio alla rotazione degli estremi della trave. Il metodo, grazie ad una validazione sperimentale, evidenzia un'ottima capacità nell'identificazione del tiro ed un'altrettanto buona accuratezza, con errori di stima anche inferiori all'1%. Tuttavia in fase sperimentale è stata utilizzata una catena con caratteristiche meccaniche, fisiche e geometriche completamente note, ricavate tramite test preliminari che risulterebbero di impossibile realizzazione nel caso di un'applicazione del metodo ad una struttura reale, pertanto, i valori forniti di errore percentuale sulla stima dell'azione assiale non sono pienamente indicativi dell'accuratezza del metodo. Inoltre è da considerare che, in fase sperimentale, la realizzazione dei vincoli comporta un ulteriore allontanamento da una situazione reale, essendo costruiti in modo da avere una condizione più vicina ad un appoggio ideale che ad un incastro. Questa situazione contribuisce a semplificare notevolmente le misurazioni sperimentali, in particolar modo delle ampiezze modali lungo la luce della trave; non si hanno pertanto indicazioni sulle possibili conseguenze sul metodo di una condizione di misura più svantaggiosa.

Nel lavoro più recente di Maes, Reynders et al [5], viene utilizzato un approccio simile al precedente, basandosi su misure delle componenti modali in cinque punti lungo la luce della catena. Il modello utilizzato è di una trave di Eulero Bernoulli, vincolata agli estremi da quattro molle, due rotazionali e due traslazionali, come in Figura(1.3).

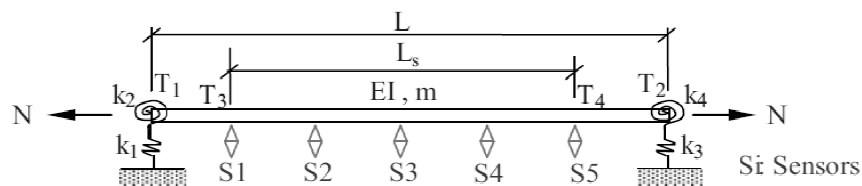


Figura 1.3 Modello di catena del metodo Maes, Reynders et al.

Il metodo sfrutta le misurazioni di cinque sensori per l'identificazione degli altrettanti parametri principali N, k_1, k_2, k_3, k_4 . Le caratteristiche meccaniche e geometriche della catena vengono considerate note e costanti lungo la luce. Partendo dall'equazione differenziale a derivate parziali introdotta dal modello è possibile risalire all'equazione caratteristica del movimento verticale della catena Y o di una sua derivata (eq.1.10), funzione dell'ascissa x ,

della frequenza propria considerata e dei parametri incogniti definiti in precedenza.

$$Y(x) = f(x, \omega_n, N, k_1, k_2, k_3, k_4) \quad (1.10)$$

Dalla conoscenza di una frequenza propria $\bar{\omega}$ e dalle misurazioni di accelerazione, velocità o spostamento dei sensori, si perviene ad un sistema di cinque equazioni in cinque incognite in grado di restituire il valore di tutte le incognite impostate.

$$\begin{cases} Y_{S1} = f(x_{S1}, \bar{\omega}, N, k_1, k_2, k_3, k_4) \\ Y_{S2} = f(x_{S2}, \bar{\omega}, N, k_1, k_2, k_3, k_4) \\ \dots \\ Y_{S5} = f(x_{S5}, \bar{\omega}, N, k_1, k_2, k_3, k_4) \end{cases} \quad (1.11)$$

Il metodo proposto, presenta rispetto a quelli presentati in precedenza una tipologia differente di vincolo, con due molle rotazionali e due traslazionali, tuttavia può essere applicato anche ad un modello con solo due rigidità incognite, utilizzando solo tre sensori lungo la catena e riducendo il sistema risolvibile a tre equazioni nelle tre incognite N, k_1, k_2 .

Il valore dell'azione assiale identificato è accurato, come dimostrano i test sperimentali, lo svantaggio è la necessità di disporre di cinque misurazioni accurate del movimento della trave e la difficoltà di installare i sensori in punti del quale sia nota con certezza l'ascissa x . Il metodo basa inoltre il suo funzionamento sulla conoscenza esatta pregressa delle caratteristiche del materiale componente la catena, cosa difficile in una condizione reale d'identificazione. La lunghezza della catena è considerata misurabile con certezza e dunque nota, cosa non vera nel caso di strutture reali, dove la posizione vera del vincolo non è facilmente identificabile. Ponendosi nella situazione ipotetica di un errore sulla stima della posizione del vincolo, il sistema implementato comprenderebbe delle equazioni calcolate per valori x errati, conducendo ad una stima del tiro meno precisa. Come si vedrà nei prossimi capitoli, per il metodo proposto nella tesi, si utilizzeranno delle misurazioni ricavate da sensori posizionati lungo la luce, tuttavia si cercherà di fornire una stima accurata dell'incertezza sull'identificazione, dovuta alla variazione possibile della lunghezza della catena e della posizione incerta dei vincoli alle estremità.

Dal lavoro precedente ne è stato derivato un altro sempre ad opera di Maes, Peeters e Reynders [6], in quest'ultimo lavoro viene esteso il metodo precedentemente applicato alle catene a tutti i possibili elementi beam che compongono una struttura reticolata complessa. Da sottolineare che il metodo si basa nuovamente sulle ipotesi di caratteristiche geometriche e meccaniche della catena note e costanti, per cui anche il modulo elastico del materiale e la sua densità sono ritenute note. Il metodo trae origine dal modello di trave di

Timoshenko. Partendo dall'equazione differenziale a derivate parziali si risale all'equazione caratteristica del movimento verticale $v(x)$ dell'elemento beam, dove con x si intende l'ascissa lungo la luce dell'elemento. Valutando l'equazione per un valore di frequenza ω si ottiene l'eq.(1.12).

$$v(x) = \sum_{k=1}^4 C_k \exp(\beta_k x) \quad (1.12)$$

Gli elementi β_k dipendono dal valore dell'azione assiale incognita N mentre i termini C_k sono incogniti e costituiscono le condizioni al contorno a seconda della tipologia di collegamento dell'elemento beam con il resto della struttura. Le incognite del problema sono cinque: N, C_1, C_2, C_3, C_4 ; si noti l'analogia con il metodo precedente nel quale le incognite erano sempre cinque ed i termini C_i erano rappresentati dalle rigidezze ai vincoli k_i . Il metodo a questo punto imposta un valore casuale di azione assiale N e le incognite divengono quattro: C_1, C_2, C_3, C_4 . Posizionando un numero di sensori $n \geq 5$ lungo l'elemento è possibile impostare un sistema del tipo:

$$m = A c \quad (1.13)$$

Dove il vettore $m \in R^{n \times 1}$ contiene i valori $v(x)$ ricavati dai sensori, il vettore $c \in R^{4 \times 1}$ contiene i quattro coefficienti incogniti C_i ed infine la matrice di coefficienti $A \in R^{n \times 4}$ è composta come nella(1.14) e dipende dal valore impostato per l'azione assiale N .

$$A = \begin{bmatrix} \exp(\beta_1 x_1) & \exp(\beta_2 x_1) & \exp(\beta_3 x_1) & \exp(\beta_4 x_1) \\ \exp(\beta_1 x_2) & \exp(\beta_2 x_2) & \exp(\beta_3 x_2) & \exp(\beta_4 x_2) \\ \vdots & & & \\ \exp(\beta_1 x_n) & \exp(\beta_2 x_n) & \exp(\beta_3 x_n) & \exp(\beta_4 x_n) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Calcolando la matrice pseudo-inversa A^+ è possibile risolvere il sistema come nella(1.15), ricavando i quattro coefficienti C_i .

$$c = A^+ m \quad (1.15)$$

Il vettore c calcolato soddisfa teoricamente la(1.13) solo nella condizione che il valore di azione assiale N impostato inizialmente sia uguale al valore vero di tiro agente sull'elemento, viene dunque calcolato un errore Δ_n (eq.1.16) che una volta minimizzato restituisce il valore vero di azione assiale.

$$\Delta_n = \frac{\|Ac - m\|_2}{\sqrt{\|Ac\|_2 \|m\|_2}} \quad (1.16)$$

Il metodo propone due differenti strade per la risoluzione appena illustrata. Una prima strada si basa sulla misura di una singola frequenza propria ω e delle sue ampiezze modali in corrispondenza dei cinque sensori per implementare il sistema(1.13). La seconda strada utilizza la trasformata di Fourier dei segnali ricavati dai sensori ed ottiene un valore di N per ogni frequenza senza effettuare un'analisi modale per ricavare le ampiezze dei modi. Questa ultima tipologia d'analisi offre il vantaggio di poter eseguire l'identificazione del tiro senza passare dalla conoscenza diretta della forzante applicata in fase di misura, similmente a quanto si vuole ottenere dalla tecnica sviluppata nella presente tesi. Il metodo presenta inoltre una validazione in laboratorio effettuata prima su un singolo elemento beam isolato e successivamente sul medesimo elemento montato su una struttura complessa. In entrambi i casi si ottengono errori di stima contenuti per valori elevati di azione assiale agente, mentre per valori contenuti della stessa gli errori percentuali sulla stima superano anche il 15%. Il metodo presenta lo svantaggio di considerare note molte grandezze quali il modulo elastico e la densità del materiale, ed inoltre non effettua nessuna considerazione preliminare circa la tipologia di vincolo alle estremità dell'elemento; tutto questo comporta un errore in alcuni casi elevato, soprattutto per una condizione di tiro agente limitato.

Nel lavoro di Garziera et al. [7], la catena viene nuovamente modellata, come nei casi precedenti, utilizzando un approccio continuo ma utilizzando un modello di trave di Timoshenko, tenendo in considerazione anche la deformabilità al taglio e le inerzie rotazionali della trave. I vincoli alle estremità vengono ora schematizzati come letti elastici di Winkler e non più come rigidità rotazionali concentrate. Lo schema del modello considerato è riportato in Figura(1.4), nella quale si evidenziano le uniche due incognite del problema, l'azione assiale N e la rigidità del letto elastico k_f .



Figura 1.4 Modello di catena con vincoli a letto elastico.

Le grandezze meccaniche e geometriche, comprese la lunghezza della trave e la parte di quest'ultima che interessa il letto elastico, sono considerate note in partenza. Il modello sviluppato nel metodo, permette di considerare anche eventuali variazioni di sezione presenti lungo la luce della catena, potendo definire in modo più accurato la geometria del sistema con una serie di misurazioni in loco.

Per l'identificazione del tiro viene implementato un metodo basato sulla minimizzazione di un errore medio tra le frequenze proprie del modello e quelle misurate sperimentalmente sul sistema.

$$err_{RMS}(N, K_f) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} \quad (1.17)$$

Dove δ_i è la differenza tra la frequenza propria i -esima del modello e quella ricavata sperimentalmente, n è il numero di pulsazioni proprie considerate. Nel lavoro, viene riportata una valutazione del tiro per un valore di n crescente, partendo da $n = 2$, cioè pari al numero di grandezze da stimare. Per la minimizzazione viene utilizzato il metodo Nelder-Mead ottimizzato, che trova il minimo globale del funzionale impostato senza richiedere una precisa stima iniziale dei parametri incogniti, influenzando difatti solo il tempo di elaborazione complessivo del processo. Il metodo non è stato validato con prove effettuate su catene reali ma solo sperimentalmente, in una condizione in cui i parametri considerati noti non sono soggetti a variazioni, dunque non è possibile valutarne l'influenza sulla tecnica di minimizzazione utilizzata, la quale potrebbe convergere ad una soluzione diversa da quella vera. Dal lavoro emerge come l'utilizzo di un numero più elevato di pulsazioni proprie, porti a stime sempre più accurate dell'azione assiale. È possibile inoltre operare un'estensione del metodo, considerando diverse le rigidzze dei letti elastici alle estremità ed implementando un funzionale che restituisca le tre variabili N, k_{f1}, k_{f2} .

1.2.2 Metodi dinamici con modello ad elementi finiti

Tra le tecniche d'identificazione presentate nel capitolo relativo ai metodi dinamici che utilizzano un modello continuo, era già presente un caso in cui veniva utilizzato un modello ad elementi finiti, tuttavia la sua funzione non era quella di costruire un modello di catena sul quale sviluppare il metodo, bensì di creare a posteriori una struttura che potesse simulare un caso vero, sul quale testare il metodo proposto. In questo capitolo si procede a descrivere, al contrario, i metodi che utilizzano un modello FEM per lo sviluppo effettivo della tecnica d'identificazione. I metodi di maggior interesse sono quelli presenti nei lavori di Livingston et al.[8] e Rebecchi et al.[9].

Nel lavoro di Livingstone et al. [8], il modello utilizzato per la catena è quello già riportato in Figura(1.2), con le due molle rotazionali alle estremità della catena di ugual rigidzza $k_1 = k_2 = k$. Le ipotesi introdotte sono le medesime dei metodi fino ad ora analizzati di caratteristiche meccaniche e

geometriche note e costanti lungo l'intera luce della catena, il problema diviene così impostato sulle sole due incognite N e k . Il modello viene realizzato utilizzando una tecnica FEM ad elementi beam nella formulazione di Eulero, estrapolando le grandezze modali di interesse. Il metodo utilizza una minimizzazione vincolata iterativa di un funzionale, nel quale compaiono le differenze al quadrato tra grandezze misurate e grandezze in uscita dal modello FEM. Nel lavoro vengono proposte diverse soluzioni di minimizzazione utilizzando un numero variabile di parametri all'interno del funzionale, partendo dalle sole prime due frequenze proprie ed arrivando poi all'utilizzo ulteriore della deformata modale associata valutata in dieci punti della trave. Dalle prove realizzate in fase di sperimentazione, dove una barra viene posta in una macchina per prove a trazione, emerge una differenza contenuta tra le diverse soluzioni di funzionale utilizzate, mostrando comunque un miglioramento nella stima del tiro per un numero di grandezze crescente considerate in minimizzazione. La sperimentazione mostra dei risultati buoni sulla stima dell'azione assiale, specialmente per valori di tiro crescenti.

Nel lavoro viene anche presentata un'analisi finalizzata alla valutazione dell'accuratezza del metodo proposto. Tramite l'utilizzo del modello ad elementi finiti, è possibile costruire delle funzioni $f_i(N, k_t)$ che leghino il valore di ogni pulsazione propria i -esima del modello alle due variabili principali del problema, ovvero le variabili da stimare in minimizzazione N e k_t . L'andamento che si ottiene è quello presentato in Figura(1.5), nella quale si riporta il risultato ottenuto per la sola prima frequenza propria, per le altre frequenze si verifica un comportamento del tutto analogo.

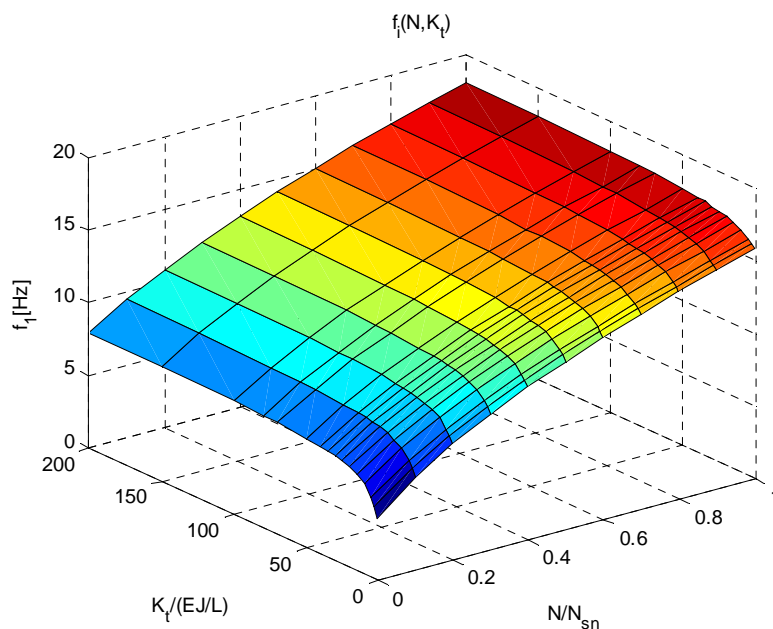


Figura 1.5 Prima frequenza propria in funzione di N e k_t .

Tagliando ogni superficie $f_i(N, k_t)$ con un piano di equazione $f_i = f_{i-sp}$, dove per f_{i-sp} si intende la frequenza propria i -esima misurata sperimentalmente, è possibile ottenere una curva per ogni frequenza considerata che riporti ogni possibile coppia delle variabili N e k_t che permetta di ottenere l'uguaglianza tra la frequenza propria i -esima del modello e quella i -esima ricavata sperimentalmente. In un caso completamente ideale, sovrapponendo le curve ottenute alle diverse frequenze si otterrebbe una singola intersezione, ma a causa dell'incoerenza tra il modello proposto e la realtà ed in seguito ad errori di misurazione, le intersezioni tra le curve definiscono una regione di accettabilità dei risultati più ampia.

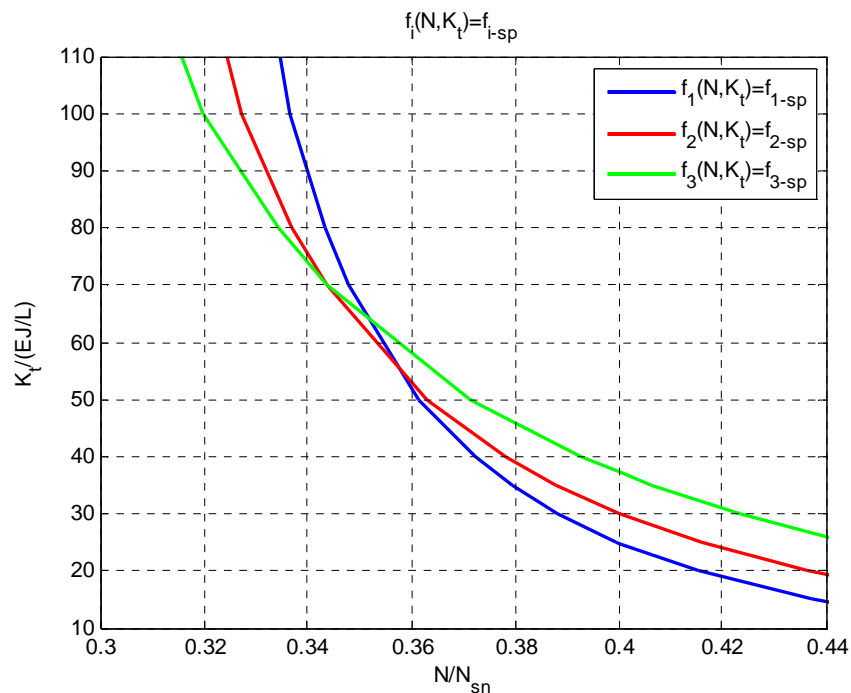


Figura 1.6 Regione di accettabilità dei risultati ottenuta dal metodo Livingstone.

È da osservare che, nonostante questa analisi dia delle indicazioni sull'accuratezza del metodo proposto, non è comunque in grado di definire con accuratezza l'effettiva grandezza della regione di accettabilità dei risultati descritta nella Figura(1.6), potendo difatti quest'ultima crescere nel caso si consideri un modello più complesso che introduca ulteriori incongruenze rispetto al caso reale.

Tornando alla tecnica di minimizzazione utilizzata da questo metodo, va osservato che i valori iniziali dei parametri da stimare non derivano da alcuna analisi preliminare ma vengano introdotti casualmente oppure in base a conoscenze pregresse della struttura utilizzata in sperimentazione, facendo dunque completo affidamento sulla convergenza esatta del metodo di

minimizzazione. In un caso reale, dove non si avrebbe alcuna conoscenza delle variabili da stimare, si dovrebbero impostare dei valori iniziali che potrebbero essere anche molto lontani dalla soluzione vera, potendo di conseguenza indurre la fase di minimizzazione alla convergenza su un minimo relativo diverso da quello realmente cercato.

Nel lavoro di Rebecchi et al.[9], viene elaborato un metodo di identificazione che prende spunto da quello già descritto in precedenza di Tullini e Laudiero[4], nel quale il valore dell'azione assiale viene ricavato dalla conoscenza di una frequenza propria e della rispettiva deformata modale misurata in tre punti prefissati della trave. In questo caso una porzione della catena di lunghezza L nota, posizionata nella mezzeria, viene modellata come un unico elemento di trave di Eulero, riducendo a degli effetti di rigidità di estremità i contributi dovuti alle restanti porzioni di catena non considerate, grazie all'utilizzo di una tecnica di condensazione modale. Utilizzando un approccio del tutto analogo a quello già presentato, si perviene ad un'equazione dipendente dalla sola azione assiale N utilizzando in questo caso i valori della deformata modale relativa ad una frequenza propria nota, in corrispondenza di cinque punti equispaziati presi sul tratto di catena modellato.

$$g(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)|_i = f(N, \omega_i) \quad (1.18)$$

Dove $g(\dots)$ è un'opportuna relazione calcolata a partire dalle componenti modali nei cinque punti della catena v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 . Anche in questo caso si giunge ad una equazione che prescinde completamente dalla conoscenza delle condizioni di vincolo alle estremità della catena. Le considerazioni sul metodo sono analoghe a quelle già proposte per il lavoro di Tullini e Laudiero [4], i risultati che si ottengono sono buoni, con errori sulla stima del tiro anche inferiori al 5%; tuttavia le analisi in fase di sperimentazione per la validazione del metodo sono state effettuate utilizzando una catena con caratteristiche meccaniche e geometriche note, derivanti da misurazioni ed analisi preliminari, discostandosi troppo da una possibile situazione reale nella quale non si ha alcuna conoscenza di tali grandezze.

1.3 Metodi ibridi

Nella metodologia di identificazione dell'azione assiale delle catene proposta da Blasi e Sorace [11], vengono utilizzate sia misure di tipo statico che di tipo dinamico. Il modello sviluppato è analogo a quello in Figura(1.2), con ipotesi di caratteristiche meccaniche e geometriche note ed omogenee lungo l'intera luce della catena. I parametri da stimare sono l'azione assiale N e la rigidità dei vincoli k_t . La tecnica richiede la conoscenza della prima frequenza propria del sistema e della misura di deflessione in mezzeria dovuta all'applicazione di un carico concentrato noto. Si utilizzano le due relazioni tra il

carico critico P_{cr} e la deflessione v in mezzeria e tra lo stesso carico critico P_{cr} e la prima pulsazione propria del sistema ω_1 per una trave appoggiata con cerniere elastiche alle due estremità, soggetta ad azione assiale N . Sviluppando la prima delle due relazioni si ottiene in primo luogo la stima delle rigidezze dei vincoli k_t che permette di costruire la relazione univoca tra il carico critico P_{cr} ed il tiro N sfruttando la seconda relazione, a questo punto l'azione assiale può essere facilmente identificata tramite una singola equazione.

$$f_1(P_{cr}, v, K_t) = 0 \Rightarrow \bar{k}_t \quad (1.19)$$

↓ ↓ ↓

$$f_2(P_{cr}, \omega_1, \bar{K}_t, N) = 0 \Rightarrow \bar{N} \quad (1.20)$$

Il metodo proposto è correlato da una validazione in laboratorio, mostrando errori d'identificazione minori del 7%. Non vengono fornite delle descrizioni precise e chiare sulla tipologia di catena utilizzata ed in particolar modo relativamente alle sue caratteristiche meccaniche, questo porta ad un'incertezza sui valori di accuratezza del metodo dichiarati, potendo in un certo senso essere stato sviluppato in una condizione più agevole alle misurazioni statiche e dinamiche, risultando poco affidabile in condizioni più generiche. Va osservato inoltre che il metodo poggia sulla identificazione preliminare della rigidezza dei vincoli k da una relazione $P_{cr}(k_t)$ che può introdurre delle pesanti approssimazioni al metodo. Come per i metodi esclusivamente statici, anche in questo caso valgono le osservazioni fatte a proposito della difficoltà nell'applicazione del carico concentrato in loco e nell'esecuzione delle misurazioni necessarie all'identificazione.

1.4 Conclusioni e spunti per una nuova metodologia

Partendo dalle considerazioni effettuate sulle metodologie presentate, si procede nei prossimi capitoli alla definizione di una nuova tecnica innovativa che permetta di identificare l'azione assiale agente sulle catene.

Il metodo che viene sviluppato utilizza una tecnica di tipo dinamico, avvalendosi delle misure di frequenze proprie e modi di vibrare della catena. Si esclude una tecnica di identificazione statica per via delle limitazioni emerse dallo studio del metodo di Briccoli Bati e Tonietti [1] e dal metodo affine di tipo ibrido elaborato da Blasi e Sorace [11], nei quali le operazioni di allestimento ed esecuzione della prova, da effettuare direttamente sulla struttura, rendono la metodologia scomoda dal punto di vista della realizzazione e costosa in seguito all'esigenza di disporre dell'intero edificio per un lungo periodo di tempo. Un ulteriore svantaggio nell'utilizzare una tecnica statica sarebbe la necessità di applicare dei carichi aggiuntivi alla catena che potrebbero danneggiarla.

Introducendo un metodo di tipo dinamico si cerca dunque di indirizzare l'analisi verso una tecnica più comoda da effettuare, poco invasiva e dai costi contenuti.

Riguardo alla tecnica dinamica sviluppata, è utile evidenziare già da ora quella che sarà una delle principali idee innovative del nuovo metodo che si va descrivendo. In quasi tutte le tecniche dinamiche descritte, le misurazioni delle grandezze modali della struttura sono ricavate da un'identificazione modale effettuata tramite un forzamento noto sulla catena, al contrario si propone una tecnica che permetta di identificare l'azione assiale partendo da misurazioni delle grandezze modali ricavate da una procedura d'identificazione operativa che sfrutti un forzamento di tipo ambientale del quale non si conosce l'entità in termini di forza applicata. Questo, come sarà meglio descritto, comporta una difficoltà maggiore dovuta all'impossibilità di conoscere il valore della forza applicata (sempre noto nelle tecniche fino ad ora proposte che sfruttano un forzamento impulsivo), ma introduce un enorme vantaggio in termini di costo dell'operazione, non dovendo difatti occupare la struttura ed utilizzare degli operatori per effettuare il forzamento. Si sottolinea che il metodo viene sviluppato in modo tale da poter sfruttare indifferentemente un'analisi modale con forzante nota piuttosto che incognita, nel capitolo 6 relativo alle prove sperimentali verrà validata la nuova tecnica proprio utilizzando entrambe le tipologie di forzamento.

Come è già stato evidenziato in precedenza, una tecnica di identificazione dinamica richiede la definizione di un modello valido della catena e la realizzazione di una procedura numerica che relazionando le grandezze del modello a quelle misurate sulla struttura permetta di risalire alla stima dell'azione assiale agente. A tal proposito si utilizza un approccio alla modellazione ad elementi finiti tramite l'utilizzo del software Abaqus, il quale soddisfa il requisito di flessibilità di applicazione necessario se si considera la molteplicità di casistiche che possono riscontrarsi negli edifici, inoltre utilizzando un software commerciale si rende molto più agevole l'implementazione del metodo rispetto ad altre tecniche che utilizzano per la modellazione un codice sviluppato autonomamente. Il modello stesso è inoltre molto semplice da implementare in Abaqus essendo composto da semplici elementi finiti di tipo beam e da semplici condizioni di vincolo alle estremità.

La catena viene modellata come una trave su due appoggi con due cerniere elastiche rotazionali alle estremità, questo tipo di modellazione è la più utilizzata nei casi precedentemente descritti. Viene escluso il modello di vincolo a letti elastici presentato nel lavoro di Garziera [7] in quanto non comporta alcun vantaggio all'identificazione ed introduce dei parametri aggiuntivi, quali ad esempio la lunghezza dello stesso letto elastico, che comportano un'ulteriore incertezza sul modello.

Il nuovo metodo sviluppato propone un'importante innovazione riguardo ai parametri considerati nello studio della catena e dunque nella costruzione del modello e del successivo step numerico per l'identificazione. In tutti i casi presentati nel capitolo emerge come molte grandezze fisiche, meccaniche e geometriche della catena e del materiale che la compone, vengano considerate note in partenza o in alcuni casi addirittura misurate in fase sperimentale, operazione improbabile in una situazione reale; inoltre nella presentazione dei risultati, in tutti i casi in cui vi fossero presenti delle prove sperimentali, non viene fornita in alcun modo una stima dell'incertezza sull'identificazione del tiro assiale nel caso più generico in cui queste grandezze non fossero note o comunque soggette a delle variazioni intorno ad un valore nominale. Il metodo presentato, non solo considera variabili delle grandezze fino ad ora ritenute note dalle tecniche esistenti, ma propone altresì un'analisi accurata dell'incertezza dell'azione assiale stimata derivante dalle variazioni possibili di tutti i nuovi parametri considerati.

Come tecnica numerica per la risoluzione del metodo si decide di utilizzare una minimizzazione vincolata, costruendo un funzionale che limiti la differenza tra grandezze ricavate dal modello e misurate sulla catena. Nei metodi Lagomarsino e Calderini [2], Garziera et al.[7], Livingstone et al.[8], è già presente una minimizzazione, tuttavia nella nuova metodologia si cerca di utilizzare questa tecnica avendo a disposizione una stima iniziale dei parametri. Nel corso di questo capitolo è stato sottolineato come non disponendo di una stima iniziale dei parametri si possa giungere ad una soluzione poco accurata, identificando un'azione assiale non corretta. Nel nuovo metodo, la fase di minimizzazione riveste ancora un'importanza elevata per l'accuratezza dell'azione assiale identificata, ma è in questo caso accessoria ad una prima tecnica di stima dei parametri incogniti che verrà poi elaborata e descritta nei prossimi capitoli. Tale fase di identificazione preliminare riguarda la stima di quei parametri dei quali non si ha a priori alcuna indicazione circa il valore, tra questi comparirà il parametro fondamentale dell'identificazione, il tiro assiale della catena. In questo modo si potrà effettuare la minimizzazione partendo da valori iniziali che stanno nell'intorno della soluzione corretta, senza correre il rischio di giungere ad una stima errata dovuta ad un minimo locale del funzionale. Un ulteriore vantaggio della tecnica di minimizzazione utilizzata per questo metodo risiede nella sua semplicità, come si vedrà la minimizzazione sfrutta una funzione già esistente in un programma di calcolo [42], al contrario di quanto avviene nel metodo Garziera [7] che prevede una minimizzazione complessa studiata ad hoc per l'identificazione in esame. Nonostante ci si basi su una minimizzazione semplice, si porranno delle condizioni ottimali per la sua corretta convergenza; nel corso dei prossimi capitoli verrà meglio dimostrato tramite molteplici simulazioni numeriche il funzionamento di tale processo.

Capitolo 2

Modellazione

Nel capitolo precedente, tramite la descrizione delle varie tecniche d'identificazione già sviluppate, si sono messi in luce molti aspetti fondamentali da considerare per la caratterizzazione di una nuova metodologia.

Nel presente capitolo si vuole affrontare la prima problematica che consegue alla scelta di realizzare un metodo di identificazione di tipo dinamico, ovvero la creazione ed implementazione di un modello della catena analizzata che possa relazionare le grandezze modali all'azione assiale da stimare. Tale modello starà alla base dell'intero processo di stima dei parametri e di minimizzazione, dei quali si cerca ora di definire una prima linea guida per chiarirne la logica nello sviluppo in termini di software utilizzati.

Si procede dunque all'analisi approfondita di tutti gli aspetti fondamentali nella creazione del modello, delle ipotesi e scelte necessarie alla sua implementazione ed infine alla descrizione tecnica del processo automatico tramite software che ne permette la realizzazione.

2.1 Logica d'identificazione tramite modello numerico

Nelle tipologie di identificazione dinamiche esistenti è largamente utilizzato un approccio basato sulla costruzione di un modello della catena, difatti poggiandosi su misure di vibrazione e dunque di grandezze modali della struttura, quali frequenze proprie e modi di vibrare, è necessario disporre di un modello che metta in relazione queste grandezze con il valore dell'azione assiale agente che si vuole identificare.

Il modello può essere sviluppato sia per via analitica che per via numerica, in questo caso si decide di realizzarlo tramite un metodo ad elementi finiti e dunque per via numerica (utilizzando nello specifico il software commerciale Abaqus). Questa scelta è giustificata dal fatto che un modello di tipo analitico, seppur porti ad una soluzione in forma chiusa più semplice da utilizzare, esige l'introduzione di molteplici semplificazioni non potendo pienamente modellare le geometrie della catena, i vincoli alle estremità ed il materiale che compone la struttura. Utilizzando un modello di tipo numerico è possibile modellare in modo molto più accurato tutti questi aspetti e ciò permette di estendere a tutti i casi particolari il metodo, per esempio modellando una tipologia differente di vincolo o una diversa geometria della sezione della catena.

Dalla creazione del modello è possibile dunque ricavare la relazione che esiste tra la grandezza da stimare e le variabili modali della catena, di modo che, una volta effettuata un'analisi modale su una struttura vera e quindi una volta ricavate le frequenze proprie e i modi di vibrare, è possibile risalire al valore della grandezza da stimare sfruttando la relazione ottenuta. La formulazione di un modello numerico porta tuttavia a non avere a disposizione una soluzione in forma chiusa che ricavi direttamente la relazione desiderata. Il problema deve essere affrontato per mezzo di soluzioni numeriche approssimate basate su un processo iterativo che operi una minimizzazione tra le grandezze misurate sperimentalmente sulla struttura reale e le stesse grandezze calcolate dal modello.

Considerando con v il vettore contenente tutti i parametri che si vogliono identificare della struttura in esame, quindi i parametri caratterizzanti il modello comprensivi del tiro della catena, con w il vettore delle grandezze modali in uscita dal modello e con w_s il vettore delle grandezze modali misurate sul caso reale, eseguire una minimizzazione significa risalire al vettore $v = \bar{v}$ che inserito all'interno del modello restituisca un vettore delle grandezze modali \bar{w} che sia il più possibile vicino a w_s .

L'importanza di includere all'interno del vettore v molteplici parametri della struttura è dovuta al fatto che le grandezze modali sono contemporaneamente influenzate da tutti questi parametri, si ottengono dunque degli effetti incrociati sia sulle frequenze proprie che sui modi di vibrare della struttura.

Il processo iterativo di minimizzazione richiede un valore del vettore iniziale v_0 dei parametri e ad ogni passo valuta la differenza tra il vettore w ed il vettore w_s per mezzo di una funzione obiettivo costruita appositamente, del tipo $f(w, w_s)$. L'iterazione dell'algoritmo procede fino al raggiungimento di una condizione di convergenza impostando un limite di accettabilità della funzione sopra citata.

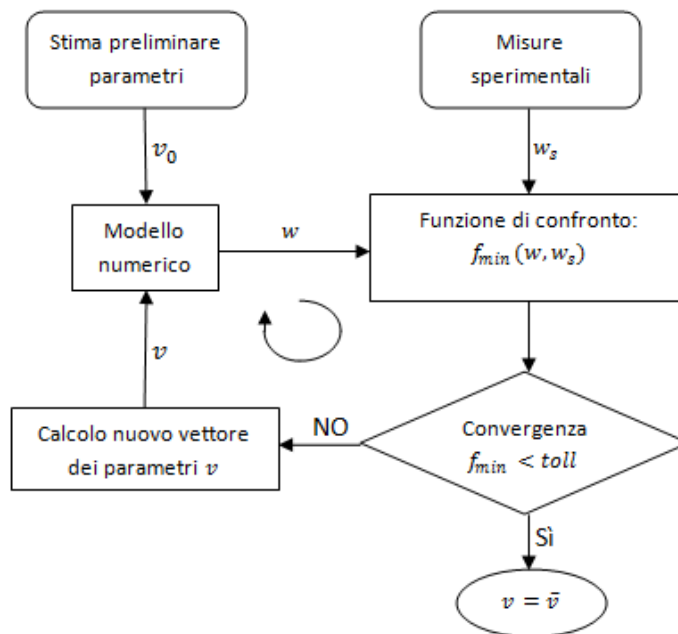


Figura 2.1 Schema di calcolo del processo iterativo di minimizzazione vincolata.

Dalla Figura 2.1 è possibile apprezzare meglio l'intero processo di minimizzazione che viene compiuto per raggiungere l'identificazione dei parametri, tra i quali comparirà la stima finale dell'azione assiale della catena.

Le operazioni numeriche di minimizzazione vengono elaborate utilizzando il pacchetto di funzioni `optimtool` di Matlab [42], in grado di variare i parametri in input v ad ogni iterazione in modo tale da raggiungere il minimo della funzione obiettivo. Nello specifico viene utilizzata la funzione Matlab "`fmincon.m`" che sfrutta la tecnica di minimizzazione "interior point". Per la corretta convergenza della minimizzazione è necessario avere delle stime iniziali v_0 dei parametri già relativamente accurate, per questo, prima di effettuare la minimizzazione occorre elaborare un metodo per la definizione di questo vettore, problema che sarà al centro del prossimo capitolo.

2.1.1 Modellazione in Abaqus e parametrizzazione

Prima di descrivere il metodo per la modellazione parametrica eseguita tramite il software Abaqus, è utile definirne brevemente il funzionamento per apprendere poi meglio il metodo di co-operazione con Matlab.

Le analisi ad elementi finiti compiute tramite Abaqus sono generalmente composte da tre fasi principali:

1. *Preprocessing*. Viene definito il problema fisico dalla creazione di un Abaqus input file in formato .inp in linguaggio Python. Questo file contiene una descrizione completa ed accurata dell'intero modello numerico: geometria delle parti, proprietà dei materiali assegnati, assemblaggio delle parti, mesh dell'insieme, scelta della tipologia di analisi da eseguire e delle grandezze richieste in uscita. Il file .inp così definito contiene una sequenza di keywords, ognuna delle quali corrisponde ad un'operazione precisa che deve essere compiuta da Abaqus. Il file può essere anche modificato o ampliato compilandolo direttamente via CAE come file di testo.
2. *Simulazione*. In questa fase avviene la risoluzione del problema impostato e definito nella fase di preprocessing per mezzo di Abaqus/Standard o Abaqus/Explicit. I risultati vengono salvati all'interno di un file formato .dat che contiene anche informazioni riguardo al modello formulato ed alle operazioni effettuate dal software in fase di elaborazione. Una simulazione può essere lanciata direttamente da Abaqus oppure tramite una riga di comando dos.
3. *Postprocessing*. Una volta eseguita la simulazione è possibile visualizzare i risultati ottenuti attraverso l'interfaccia di visualizzazione del programma Abaqus oppure attraverso un programma compatibile in grado di leggere il file di output.

Il software Abaqus lavora dunque per mezzo di file input e file output di tipo non parametrico. Per eseguire le analisi utili al presente lavoro di identificazione dell'azione assiale delle catene, è necessario rendere questo processo parametrico per poter eseguire molte simulazioni in modo automatico, variando di volta in volta i parametri che definiscono il modello. La parametrizzazione del processo avviene attraverso i seguenti passaggi:

1. Creazione di un primo file .inp non parametrico tramite la definizione di un primo modello direttamente da Abaqus.
2. Aggiunta al file .inp della riga di comando *INCLUDE, che permette di includere il contenuto di un ulteriore file di testo creato a parte e contenente i valori da assegnare ai parametri.
3. Modifica del file .inp attraverso la sostituzione dei valori numerici da parametrizzare con dei nomi variabile.

4. Creazione del file di testo `.inp` aggiuntivo, composto dalla riga di testo `*PARAMETER` e dalle righe contenenti i valori da assegnare a tutte le variabili parametrizzate.

2.1.2 Co-operazione Abaqus/Matlab

Per l'esecuzione dell'algoritmo di minimizzazione, dal quale è possibile ricavare la stima dei parametri incogniti, è necessario eseguire in modo automatico le simulazioni tramite Abaqus ad ogni passo dell'algoritmo della funzione `optimtool` di Matlab. Ad ogni iterazione occorre prendere il vettore dei parametri v in uscita da Matlab ed eseguire una simulazione con il modello settato proprio con questo vettore, richiamando dunque Abaqus che fornirà in uscita un nuovo vettore delle grandezze modali w da confrontare tramite la funzione obiettivo con il vettore w_s derivante dalle misurazioni sperimentali.

La co-operazione tra i due programmi, Abaqus e Matlab, viene realizzata tramite la costruzione di due funzioni Matlab. La prima funzione, chiamata `msys.m` è in grado di scrivere un file di testo `.inp` contenente i valori dei parametri da assegnare al modello, di lanciare automaticamente Abaqus per realizzare la simulazione e, una volta compiuta quest'ultima, leggere il file di testo `.dat` in uscita prelevando i valori utili a comporre il vettore w . Una seconda funzione, denominata `minim.m`, ricevendo in ingresso i vettori w e w_s rispettivamente delle grandezze modali del modello e quelle reali, calcola una funzione obiettivo creata per valutare la differenza tra i due vettori, del tipo:

$$f_{min} = \sum_i^m (w_i - w_{s,i})^2 \quad (2.1)$$

L'eq.(2.1) calcola la funzione obiettivo valutando lo scarto quadratico fra grandezze misurate e calcolate, dove con m si intende il numero di grandezze considerate dal funzionale e con w_i e $w_{s,i}$ gli i -esimi elementi dei vettori w e w_s .

Il processo automatico che ne deriva, oltre a permettere l'esecuzione della minimizzazione utile all'identificazione finale, consente di automatizzare tutte le analisi eseguite nei prossimi capitoli, dove attraverso molte sequenze di simulazioni a parametri variabili si ricaveranno le relazioni necessarie alla prima stima dei parametri incogniti e si valuterà la bontà dell'intero metodo proposto.

In Figura 2.2 è riportato l'intero processo descritto fino ad ora, è possibile apprezzare la co-operazione tra i due software utilizzati e le operazioni svolte dalle due funzioni Matlab `msys.m` e `minim.m` in fase di minimizzazione. Il passaggio relativo alla stima preliminare dei parametri viene riportato solo indicativamente ma verrà pienamente sviluppato nei prossimi capitoli.

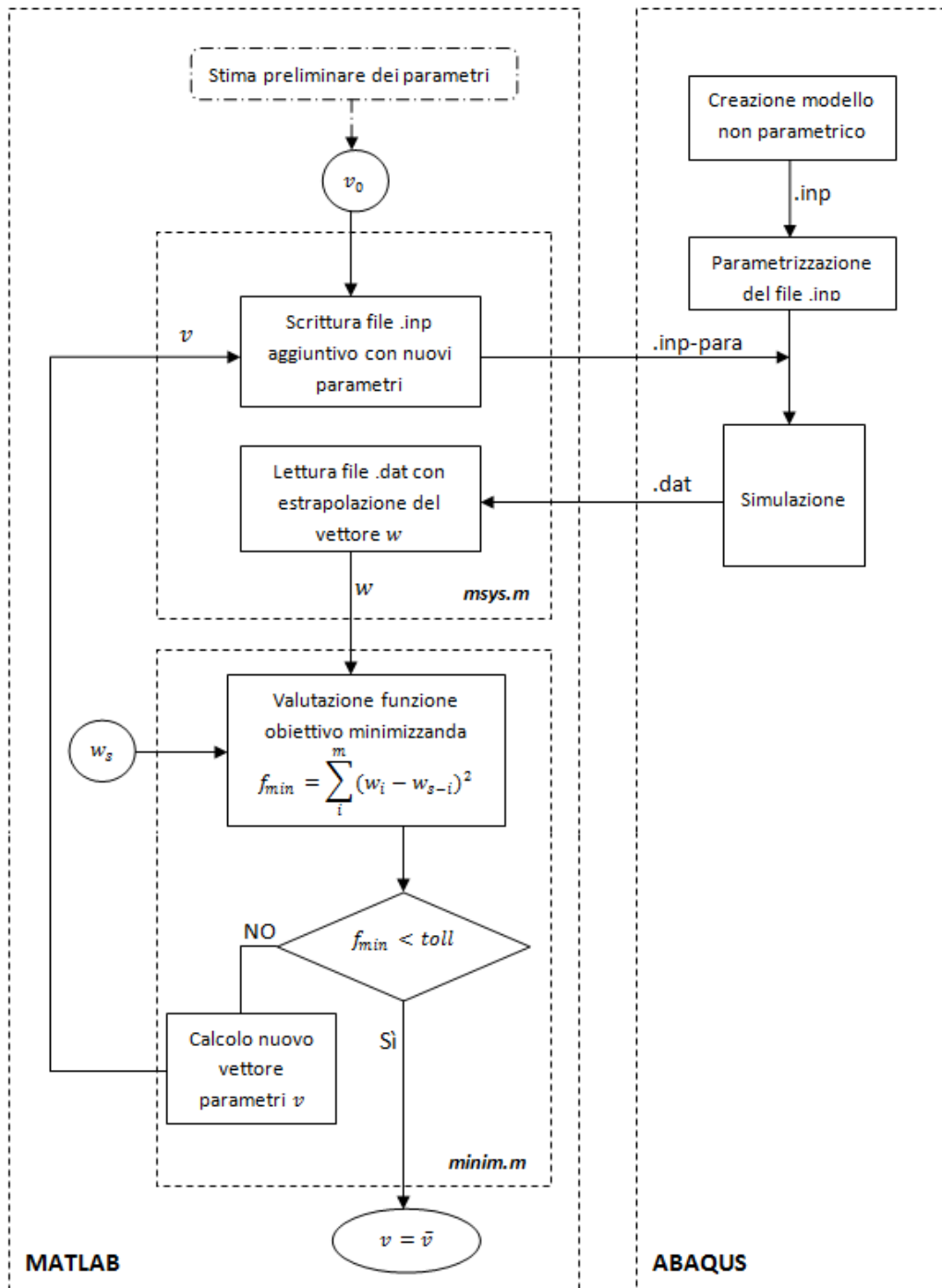


Figura 2.2 Schema del processo eseguito dai software per l'identificazione

2.2 Modellazione della catena

Dopo aver introdotto la tecnica di modellazione utilizzata in termini di software e loro co-operazione, si procede alla descrizione dei passaggi fondamentali per la modellazione specifica della struttura in esame. La complessità del problema e le molteplici variabili da considerare per modellare completamente una catena portano ad effettuare delle scelte di modellazione, introducendo molteplici semplificazioni si cerca dunque di impostare un test case numerico che sia comunque efficace allo studio delle relazioni tra le variabili e all'identificazione delle stesse.

2.2.1 Scelta dei parametri ed ipotesi per la modellazione

Nel capitolo 1, presentando le tecniche d'identificazione sviluppate in precedenza, si è cercato di rimarcare l'importanza della scelta dei parametri del problema, ovvero di tutte quelle grandezze delle quali non si conosce il valore effettivo e dunque è necessario renderle parametriche all'interno del modello per poterne studiare l'influenza sull'azione assiale da stimare e sulle grandezze modali utilizzate per la stima tramite minimizzazione vincolata.

I primi parametri da considerare discendono direttamente dalla geometria e dal materiale che compone la catena. Moltissimi metodi d'identificazione sviluppati, si basano sull'ipotesi fondamentale di conoscere a priori in modo accurato tutte le grandezze di questo tipo ed in alcuni casi richiedono addirittura delle misurazioni preliminari. Nel presente lavoro si vuole al contrario evitare queste pesanti assunzioni e semplificazioni modellando una catena che tenga conto dell'influenza di tutte queste grandezze sull'accuratezza dell'identificazione.

Solamente nel caso della geometria della sezione trasversale della catena, si decide di considerarne le dimensioni note, avendone difatti dimostrato altri lavori proposti la bassa influenza sull'identificazione. Tuttavia, al contrario di altri metodi, la tecnica di modellazione ad elementi finiti permette di considerare una sezione non omogenea lungo la catena, potendone difatti definire una variazione percentuale a piacere lungo la luce.

La lunghezza della catena l , viene considerata come un parametro variabile in quanto, nonostante la possibilità di disporre di una misurazione effettuata in loco, non si ha certezza su quale sia il suo reale valore. In fase di misura in loco si possono difatti presentare due casi, un primo caso nel quale il vincolo nella muratura non sia ben visibile con conseguenti difficoltà nella misura della lunghezza effettiva, un secondo caso nel quale i vincoli agli estremi appaiano relativamente laschi, non potendo con ciò definire con esattezza il punto all'interno della muratura in cui si raggiunga il movimento nullo della

catena e dunque il punto reale di incastro. Nel corso dei prossimi capitoli verrà meglio discussa la problematica legata all'incertezza sulla misurazione della lunghezza della catena.

Per quanto riguarda il materiale della catena, occorre introdurre come parametri nel modello sia il modulo elastico che la densità, entrambi hanno un valore nominale indicativo con un'incertezza più o meno considerevole. Si pensi al fatto che, analizzando una catena reale, nella maggior parte dei casi si conosce solo la tipologia di materiale che la costituisce senza alcuna indicazione circa le sue caratteristiche.

Nel definire i primi parametri del modello è necessario introdurre delle prime ipotesi e semplificazioni:

- La trave è omogenea con vincoli solo alle estremità;
- La sezione ha dimensioni note;
- Il coefficiente di Poisson del materiale è noto e costante;
- Caratteristiche meccaniche omogenee lungo la luce;
- La catena è priva di elementi aggiuntivi;
- Assenza di danneggiamenti o difetti del materiale.

Date le prime considerazioni effettuate è possibile definire i seguenti parametri per la definizione del modello numerico:

- Azione assiale della catena N ;
- Modulo elastico del materiale E ;
- Densità del materiale ρ ;
- Lunghezza della catena l .

Gli altri parametri fondamentali per la creazione di un modello corretto della catena derivano dallo studio relativo alla tipologia di vincolo alle estremità.

Nelle strutture esistenti si incontrano molteplici tipi di realizzazioni del collegamento tra le catene e le colonne portanti, passando da soluzioni a catena "passante" attraverso la colonna con piastra di fissaggio all'esterno, a soluzioni a catena "cieca" che utilizzano un metodo di fissaggio posto all'interno della muratura realizzando un inserto a novanta gradi alle estremità della catena.

Per la formulazione di un modello, occorre appoggiarsi ad uno schema di vincolo semplificato che mantenga le caratteristiche fondamentali del comportamento della catena alle estremità. Genericamente, il vincolo agli estremi della catena può essere assimilato ad un incastro oppure ad un appoggio. In realtà la situazione è una via di mezzo tra le due, si decide dunque di schematizzarlo come un incastro introducendo delle cedevolezza per simularne meglio il comportamento all'interno della muratura.

Delle molteplici soluzioni proposte dalle metodologie sviluppate in passato, si concentra l'attenzione sui tre schemi riportati nelle Figure 2.3, 2.4 e 2.5.



Figura 2.3 Schema 1



Figura 2.4 Schema 2



Figura 2.5 Schema 3

Tutte le soluzioni proposte poggiano su ipotesi comuni:

- La tipologia di vincolo è considerata uguale alle due estremità. Nella realtà è difficile pensare ad una condizione molto diversa tra i vincoli alle estremità essendo realizzati con la medesima tecnica costruttiva.

- I vincoli sono ideali ed olonomi, non si modella alcun tipo di interazione o contatto con altri elementi.
- Non vengono modellati eventuali elementi interni al vincolo utilizzati per mettere in tensione la catena.

Si effettua la scelta di utilizzare la tipologia di vincolo dello schema1. Lo schema2 è da escludersi in quanto le cedevolezza verticali non sempre schematizzano bene il comportamento della catena reale, mentre lo schema3 che utilizza una tipologia di vincolo a letto elastico introduce dei parametri supplementari, dovendo modellare anche le lunghezze l_{x1} ed l_{x2} delle quali è difficile avere una stima iniziale. In generale, è dimostrato che non si ottiene nessun vantaggio in termini di accuratezza dell'identificazione finale utilizzando un vincolo a letto elastico rispetto ad una cerniera con molle rotazionali [7], conviene dunque mantenersi sulla tipologia dello schema1 nel quale compaiono meno variabili da parametrizzare.

Il sistema di vincolo così definito presenta i due parametri $k1$ e $k2$, ossia le due rigidezze delle molle rotazionali agli estremi. Oltre all'ipotesi già introdotta di uguale tipologia di vincolo agli estremi, è possibile introdurre un'ulteriore ipotesi di uguaglianza sui valori delle rigidezze. In questo modo si ottiene uno schema di vincolo come quello riportato in Figura(2.6), che per via dei vincoli introduce nel modello una sola variabile da parametrizzare kt .



Figura 2.6 Modello di catena e di vincolo utilizzati.

I parametri che definiscono completamente il modello di catena sviluppato divengono dunque:

- Azione assiale della catena N ;
- Rigidezza torsionale dei vincoli kt ;
- Modulo elastico del materiale E ;
- Densità del materiale ρ ;
- Lunghezza della catena l .

In Figura 2.7 viene riportato il modello finale elaborato, comprensivo di tutti i parametri scelti per la sua realizzazione.

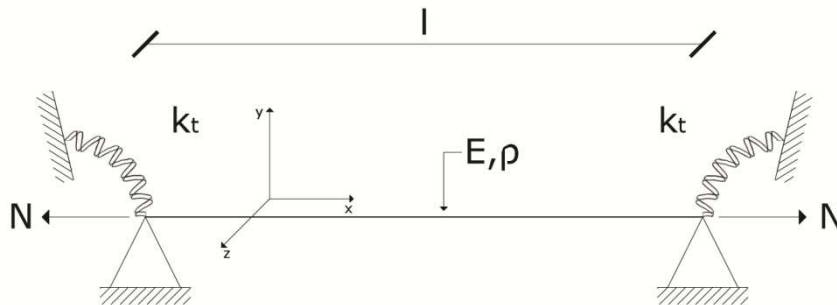


Figura 2.7 Modello finale di catena implementato

Giunti a questo punto, è utile mostrare come i parametri scelti siano effettivamente quelli che influenzano maggiormente le grandezze modali utilizzate per l'identificazione. A tal proposito si propongono le formule delle frequenze proprie ricavate da un modello analitico di catena.

Per il modello di trave di Eulero Bernoulli in Figura 2.7 è possibile ricavare la soluzione analitica in forma chiusa che in assenza di carichi applicati alla catena definisce le pulsazioni proprie tramite l'eq.(2.2).

$$\omega_n = \frac{\alpha_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho}} \quad (2.2)$$

Dove α_n è un coefficiente che dipende dalle condizioni di vincolo e dunque dalla rigidezza kt , mentre l, E e ρ sono rispettivamente la lunghezza della catena, il modulo elastico del materiale e la sua densità. Le pulsazioni proprie del sistema dipendono dunque da tutti i parametri considerati nel modello proposto, ai quali poi si aggiunge il tiro assiale N agente sulla catena. I modi di vibrare della struttura discendono direttamente dalle pulsazioni proprie associate tramite la risoluzione dell'equazione caratteristica della trave, anche in questo caso si ha dunque dipendenza dai parametri sopra citati.

Nel prossimo capitolo si effettuerà un'analisi preliminare più approfondita dei parametri e della loro influenza sulle frequenze proprie e modi di vibrare del sistema, tutto questo servirà a definire l'approccio che è meglio utilizzare per ottenere una prima stima dei parametri da utilizzare in ingresso alla minimizzazione vincolata.

2.2.2 Caratteristiche dei modelli utilizzati nelle analisi

Una volta definita la tipologia di modello da utilizzare in base alle molteplici ipotesi e considerazioni effettuate, si vuole ora riportare una descrizione in termini numerici delle caratteristiche per i casi specifici sviluppati nel corso della tesi.

Per tutte le analisi, sia in fase di sviluppo del metodo sia poi in fase sperimentale, si sceglie di utilizzare una catena a sezione rettangolare essendo la più comune nelle realizzazioni reali. La sezione viene posizionata come in Figura 2.8, con la dimensione maggiore lungo l'asse gravitazionale y ; anche questa assunzione viene effettuata per avvicinarsi alla situazione della maggior parte delle catene installate negli edifici.

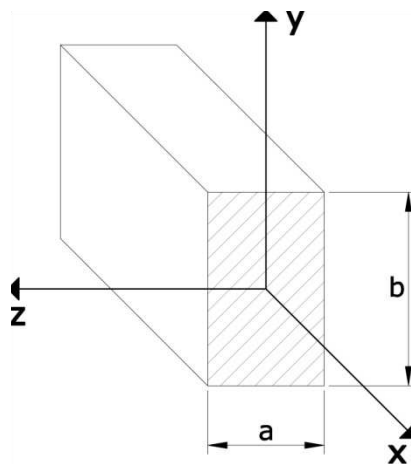


Figura 2.8 Sezione della catena con posizionamento degli assi cartesiani.

Il materiale utilizzato per le catene è comunemente ferro, materiale senza elevate caratteristiche meccaniche. Le analisi nel corso della tesi vengono sviluppate utilizzando due tipologie di materiale: Fe 430 ed Al 3003. L'alluminio, nonostante venga raramente impiegato nella costruzione delle catene, torna molto utile per l'elaborazione del metodo e soprattutto in fase sperimentale, costituendo, come verrà dimostrato nei prossimi capitoli, una situazione svantaggiosa per l'identificazione che si vuole realizzare ma vantaggiosa in termini di realizzazione delle prove in laboratorio.

Nella Tabella 2.1 vengono riportati i particolari delle sezioni, dei materiali ed i valori delle lunghezze delle catene utilizzate.

Tabella 2.1 Sezioni, materiali e lunghezze delle catene considerate.

Sezioni catena			
Denominazione		SEZ. 15x25	SEZ. 30x50
a	mm	15	30
b	mm	25	50
A	mm^2	375	1500
J_z	mm^4	19 531,25	312 500
J_y	mm^4	7 031,25	112 500

Materiali catena			
Denominazione		Fe 430	Al 3003
σ_{sn}	MPa	300	40
E	MPa	200 000	68 670
ρ	kg/m^3	7 860	2 690
ν		0,3	0,3

Lunghezze catena		
l_1	m	4
l_2	m	10

Nel corso della tesi verranno utilizzate soluzioni differenti incrociando le tipologie di sezione, materiale e lunghezza proposte nella Tabella 2.1.

Capitolo 3

Analisi e prima stima dei parametri costituenti il modello

Nel capitolo 2, oltre alla definizione accurata del modello elaborato, è stato presentato in generale il metodo d'identificazione che si vuole elaborare con un primo sguardo alla tecnica di minimizzazione vincolata e al processo eseguito dai software per l'elaborazione. La parte preliminare di stima dei parametri è stata per ora solo accennata e trova spazio all'interno del presente capitolo.

Per ottenere dalla minimizzazione una stima accurata dell'azione assiale della catena è necessario disporre di un valore nominale iniziale per tutti i parametri considerati, a questo scopo si procede ad un'analisi approfondita delle grandezze modali del modello per ricercare delle relazioni che possano fornire una prima stima il più possibile accurata.

Prendendo come parametri del modello quelli presentati nel capitolo 2, le analisi effettuate procederanno prima allo studio delle frequenze proprie per comprenderne il comportamento al variare dei parametri e successivamente si analizzeranno i modi di vibrare ed ulteriori grandezze che verranno presentate nel corso del capitolo.

Come già accennato nelle conclusioni del capitolo 1, il metodo proposto utilizza delle variabili modali misurate in fase sperimentale tramite una tecnica fino ad ora poco utilizzata nel campo dell'identificazione delle catene, ovvero una tecnica operativa che prevede un'analisi modale con forzante incognita. Nella prima parte del capitolo, prima di procedere all'elaborazione del metodo per le prime stime, verrà dunque spiegata meglio la differenza che questa tecnica comporta rispetto ai lavori proposti in passato, definendone vantaggi e svantaggi.

3.1 Metodo di analisi modale alternativo

L'intero processo d'identificazione dell'azione assiale nelle catene sviluppato poggia sulla conoscenza delle grandezze modali della struttura in esame ricavate tramite un'analisi modale preliminare. Tale analisi permette di ricavare le frequenze proprie del sistema e i modi di vibrare ad esse associate tramite la stima della funzione di risposta in frequenza FRF del sistema. Prima di descrivere la tecnica che permette l'identificazione delle grandezze modali

partendo dalla FRF è utile citare le caratteristiche di questa funzione per poterne meglio definire le proprietà.

3.1.1 Cenni sull'identificazione modale

Si parta dalla definizione fisica di un sistema ad N gradi di libertà definito dalle sue matrici $[M]$ di massa, $[R]$ di smorzamento e $[K]$ di rigidità. Dall'eq.(3.1) che definisce la dinamica della struttura è possibile ricavare l'equazione caratteristica associata (3.2) e definire le pulsazioni proprie $\omega_{0,r}^2$ risolvendo l'eq.(3.3).

$$[M]\ddot{x}(t) + [R]\dot{x}(t) + [K]x(t) = f(t) \quad (3.1)$$

$$[M]\ddot{x}(t) + [R]\dot{x}(t) + [K]x(t) = 0 \quad (3.2)$$

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \Rightarrow \omega_{0,r}^2 \quad (3.3)$$

Dove $[M][R][K]$ sono matrici di dimensioni $N \times N$, $x(t)$ è il vettore $N \times 1$ degli spostamenti e $f(t)$ il vettore $N \times 1$ delle forzanti agenti sul sistema.

Sostituendo nella (3.2) ogni pulsazione propria ricavata dalla (3.3) è possibile definire ogni autovalore associato $\{\Psi_r\}$.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_{0,r}^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{N \times N} ; \quad [\{\Psi_r\}]_{N \times N} \quad (3.4)$$

Le due matrici della (3.4) contengono gli autovalori e gli autovettori del sistema e ne definiscono il modello modale. Si precisa che gli autovettori così proposti sono definiti a meno di una costante. Calcolando la massa modale m_r e la rigidità modale k_r è possibile riscrivere la matrice dei modi di vibrare $[\{\Psi_r\}]$ in forma normalizzata.

$$[\Psi]^T[M][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$[\Psi]^T[K][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_{0,r}^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[\Phi] = [\Psi][m_r]^{-1/2} \quad (3.8)$$

La matrice $[\Phi]$ calcolata nella (3.8) contiene i modi di vibrare della struttura normalizzati a massa modale unitaria.

Risolvendo la (3.1) si definisce ora la funzione di risposta in frequenza del sistema imponendo una forzante $f(t) = Fe^{i\omega t}$ ed una soluzione di tentativo $x(t) = Xe^{i\omega t}$.

$$([K] + i\omega[R] - \omega^2[M])Xe^{i\omega t} = Fe^{i\omega t} \quad (3.9)$$

$$X = [\alpha(\omega)]_{N \times N} F \quad (3.10)$$

La matrice $[\alpha(\omega)]$ definita nella (3.10) è la matrice di ricettanza e costituisce il modello della risposta in frequenza FRF del sistema, ogni elemento $\alpha_{jk}(\omega)$ rappresenta la risposta della coordinata j-esima ad un forzamento applicato in coordinata k-esima. Gli elementi della matrice $[\alpha(\omega)]$ possono essere definiti oltre che in termini fisici anche in termini modali come nella (3.11).

$$\alpha_{jk} = \sum_{r=1}^M \frac{\Psi_{j,r}\Psi_{k,r}}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\omega r_r)} = \sum_{r=1}^M \frac{\Phi_{j,r}\Phi_{k,r}}{(\omega_{0,r}^2 - \omega^2) + i(2\zeta_r \omega_{0,r} \omega)} \quad (3.11)$$

Con M si intende il numero di modi di vibrare considerati. La funzione di risposta in frequenza del sistema espressa in termini modali contiene le pulsazioni proprie $\omega_{0,r}^2$, i modi di vibrare Φ_r ed il rapporto adimensionale di smorzamento modale ζ_r . Queste grandezze costituiscono il modello modale della struttura.

3.1.2 Tipologie d'eccitazione per l'analisi modale

Eseguire un'analisi modale significa risalire alle frequenze proprie, modi di vibrare e smorzamento strutturale partendo dalla conoscenza della funzione di risposta in frequenza FRF del sistema vista nell'eq(3.11).

Per calcolare la risposta in frequenza del sistema esistono diverse metodologie che si differenziano tra loro per la tecnica di eccitazione utilizzata. Per l'identificazione proposta nel presente lavoro si utilizza una tecnica di

eccitazione multifrequenziale prevedendo l'utilizzo di due tipologie di forzamento:

- Eccitazione tramite forzante impulsiva nota
- Eccitazione tramite forzante random incognita

Nel caso di una forzante impulsiva, l'eccitazione avviene per mezzo di un martello dinamometrico generando degli impulsi dei quali si conosce l'entità in termini di forza applicata. La conoscenza della FRF del sistema associata a quella della forzante applicata permette di risalire alle frequenze proprie del sistema e ai modi di vibrare definiti in modo univoco.

Nel caso in cui si utilizzi una forzante non nota, per esempio una forzante random non misurata, non è più possibile conoscere l'entità della forza applicata sul sistema, la tecnica che si utilizza in questo caso è l'operazionale. Dalla FRF calcolata è di nuovo possibile ricavare i parametri modali ma i modi di vibrare saranno definiti a meno di una costante, non avendo difatti stimato le masse modali del sistema. I modi di vibrare ottenuti si definiscono non scalati.

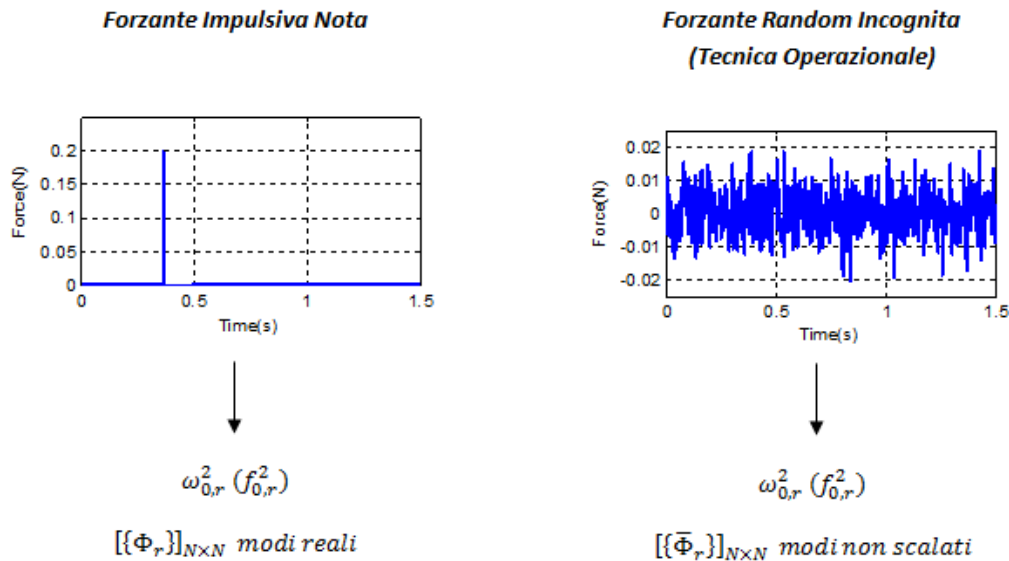


Figura 3.1 Grandezze ottenute in fase di analisi modale per le due tipologie di forzamento.

In Figura(3.1) si riporta uno schema delle due tecniche di analisi modale della struttura che possono essere utilizzate.

Nella maggior parte dei metodi dinamici per l'identificazione del tiro assiale delle catene presentati nel capitolo1, l'analisi modale della struttura prevede l'utilizzo di una forzante nota. Queste tecniche d'identificazione richiedono dunque la conoscenza esatta dei modi di vibrare della struttura e non

sono estendibili ad una tipologia di analisi modale operazionale con forzante incognita che restituisce dei modi di vibrare non scalati.

In questo lavoro si propone al contrario un metodo che possa sfruttare indifferentemente dei parametri modali ricavati con forzamento noto oppure incognito. Tutto questo è possibile elaborando una tecnica che operi l'identificazione dell'azione assiale utilizzando i modi di vibrare non scalati, ovvero noti a meno di una costante. In Figura(3.2) si riporta una realizzazione del quarto modo di vibrare non scalato per chiarire la differenza dal reale modo della struttura.

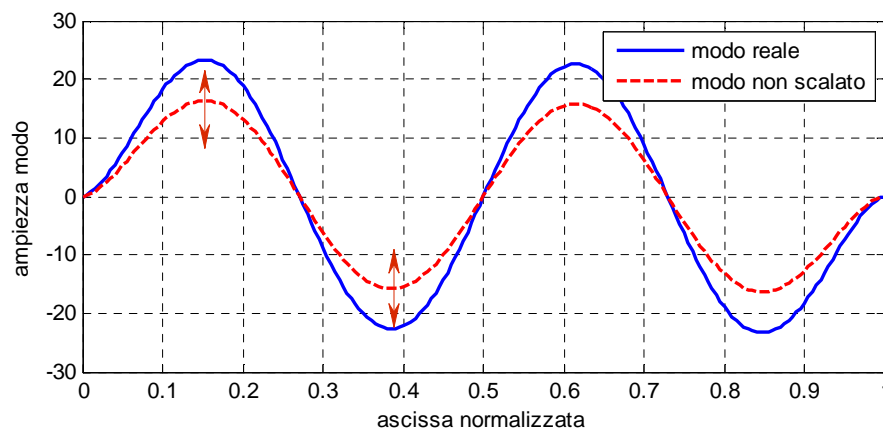


Figura 3.2 Confronto tra deformate modali del quarto modo scalate e non scalate.

Introdurre un metodo che accetti un'analisi modale eseguita con eccitazione random non misurata comporta molteplici vantaggi. Il vantaggio fondamentale risiede nella facilità dell'esecuzione delle prove in loco, difatti potendo sfruttare un forzamento ambientale scompare la necessità di disporre interamente della struttura per permettere ad un operatore di effettuare il forzamento, il che sarebbe inevitabile nel caso si volesse utilizzare una forza impulsiva. Ne discende una diminuzione significativa dei costi complessivi per l'esecuzione dell'identificazione dell'azione assiale.

Lo svantaggio del forzamento ambientale lo si riscontra in fase di analisi modale, difatti sfruttando una forzante random non si ha la certezza di riuscire ad eccitare la struttura fino a frequenze molto alte, di conseguenza per la tecnica d'identificazione dell'azione assiale si dispone di un numero più contenuto di frequenze proprie e modi associati rispetto a quanti se ne potrebbero ottenere con un forzamento impulsivo. Proprio per questo motivo nel corso del presente capitolo e di quelli successivi si eseguiranno delle analisi scegliendo di utilizzare solo le prime quattro frequenze proprie del sistema.

Eseguendo una simulazione sul modello di catena creato in Abaqus e descritto nel capitolo precedente, con sezione rettangolare 15×25 , materiale *Fe430* e lunghezza $l = 4000$ [mm], si ottengono in direzione verticale y le frequenze proprie riportate in Tabella(3.1).

Tabella 3.1 Frequenze proprie del modello

<i>Frequenze proprie del modello</i>	
f_1	14,316 Hz
f_2	32,132 Hz
f_3	55,467 Hz
f_4	85,166 Hz
f_5	121,580 Hz
f_6	164,86 Hz
f_7	215,070 Hz

Si ipotizza ragionevolmente di riuscire tramite forzamento ambientale ad eccitare pienamente le frequenze fino al quarto modo. Si ricorda che nella realtà le catene raggiungono lunghezze anche molto più elevate rispetto a quella utilizzata per questa analisi, di conseguenza le frequenze proprie risulterebbero molto più basse e dunque sicuramente identificabili utilizzando una forzante ambientale.

3.2 Prima stima dei parametri del modello

Una volta definito nel capitolo2 il set di parametri componenti il modello di catena si procede all'analisi del rapporto tra ognuno di questi parametri e le grandezze modali, frequenze proprie e modi di vibrare. A tal proposito si riporta nuovamente in Figura(3.3) lo schema del modello elaborato nel quale vengono evidenziati tutti i parametri (N, k_t, E, ρ, l) che lo costituiscono e la giacitura della terna spaziale come verrà d'ora in poi considerata.

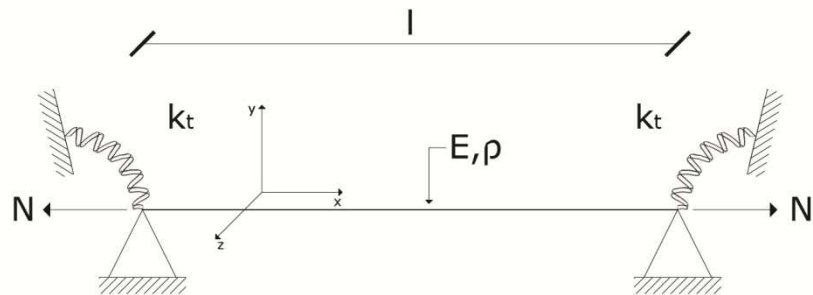


Figura 3.3 Modello di catena implementato

Nel corso di tutte le analisi necessarie allo sviluppo del metodo d'identificazione ci si riferirà alle grandezze modali della catena rispettive al movimento della stessa in direzione verticale y . La scelta di effettuare le misure in questa direzione è legata alla tipologia di sezione della catena considerata, la direzione interessata dal lato maggiore della sezione risulta difatti vantaggiosa per il metodo che si sta sviluppando. Nei prossimi capitoli si dimostrerà infatti come una maggiore snellezza della catena comporti un errore maggiore nella stima dei parametri del modello, per cui è conveniente operare lungo la dimensione con il lato maggiore della sezione.

Si ricorda che nel presente capitolo si ha come obiettivo quello di definire un valore nominale iniziale per ogni parametro del modello, in modo tale da affrontare la fase successiva di minimizzazione vincolata in una situazione il più possibile vicina alla soluzione vera, limitando la possibilità di convergere ad una soluzione errata. Oltre a definire un valore iniziale dei parametri, per una buona minimizzazione occorre anche fornire un intervallo di variazione possibile di ogni parametro nell'intorno del suo valore nominale.

Per il modulo elastico E e la densità ρ del materiale si possiede già un valore nominale, ottenibile semplicemente definendo la tipologia generale del materiale componente la catena. Gli estremi assegnati ai possibili intervalli di variazione di questi due parametri derivano da considerazioni fatte in base ai valori comunemente assunti nella realtà. Per il modulo elastico E si sceglie di considerare una variazione del $\pm 5\%$ attorno al suo valore nominale e per la densità ρ una variazione del $\pm 2\%$.

A titolo d'esempio, per gli acciai viene comunemente indicato un campo di variazione massimo per il modulo elastico compreso tra $190 \div 210$ GPa . Tale intervallo, se si assume un valore nominale pari ad $E = 200$ GPa, corrisponde esattamente ad un campo di variazione percentuale del $-5\% \div 5\%$. Allo stesso modo il valore comunemente indicato per la densità degli acciai è compreso nell'intervallo $7,7 \div 8$ kg/dm³, che rispetto ad un valore nominale pari a $\rho = 7,86$ kg/dm³ corrisponde ad un intervallo in termini percentuali del

-2% ÷ 1,7%. Per l'alluminio l'incertezza sul valore dei due parametri è minore, a maggior ragione risultano sufficienti gli intervalli di variazione scelti.

Discorso differente per quanto riguarda la lunghezza l della catena. Per le problematiche già presentate nel capitolo precedente, nonostante sia sempre possibile eseguire una misura iniziale della catena che funga da valore nominale, non si ha certezza sul suo valore effettivo per via della parte della catena interna alla muratura e dunque non visibile. Difatti il punto di ingresso della catena nella colonna potrebbe non corrispondere alla situazione vera di incastro e possedere un moto verticale; di conseguenza il punto della catena da associare all'estremo vincolato del modello è posto all'interno della muratura, in una posizione ignota. In Figura(3.4) si riporta una raffigurazione della problematica.

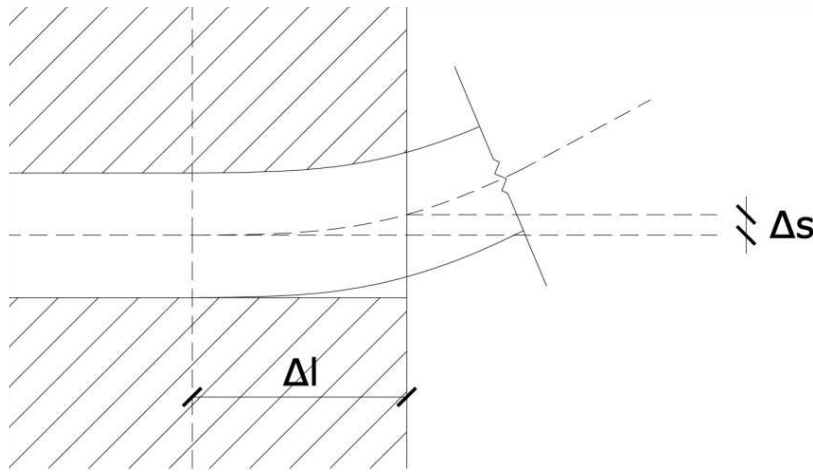


Figura 3.4 Mostra il possibile errore commesso nella definizione della lunghezza della catena.

Per ovviare a questa problematica si decide di considerare una possibile variazione della lunghezza della catena del +5%. Tradotto in termini numerici, per una catena di lunghezza nominale $l = 4 m$, una variazione del 5% corrisponde ad una lunghezza aggiuntiva di $200 mm$, ammettendo dunque come caso limite un vincolo posizionato $10 cm$ all'interno della muratura su entrambi i lati. Si noti come la lunghezza sia l'unico dei parametri fino ad ora analizzati con un intervallo di incertezza monodirezionale, la lunghezza reale può difatti essere al più superiore alla distanza tra le due murature e dunque mai inferiore alla prima misurazione effettuata sul campo.

I restanti due parametri, azione assiale N e rigidità dei vincoli K_t , non possiedono un valore nominale iniziale ed è dunque necessario sviluppare una tecnica per poterne definire un valore di partenza in minimizzazione.

3.2.1 Analisi preliminare dei parametri

Nel capitolo precedente è stato introdotto il funzionale f_{min} (eq.3.12) per la realizzazione della minimizzazione vincolata, dove con w e w_s si intendevano le grandezze modali numeriche e sperimentali. Come grandezze modali del funzionale si utilizzano le frequenze proprie del sistema come riportato nell'eq.(3.13), dove con f_i ed $f_{s,i}$ si intende rispettivamente la i -esima frequenza propria numerica e la i -esima frequenza propria sperimentale, con m si indica il numero di pulsazioni considerate.

$$f_{min} = \sum_{i=1}^m (w_i - w_{s,i})^2 \quad (3.12)$$

$$f_{min} = \sum_{i=1}^m (f_i - f_{s,i})^2 \quad (3.13)$$

Con le condizioni descritte fino a questo punto si propone un'analisi preliminare dell'influenza dei vari parametri sulle frequenze proprie del sistema, essendo queste ultime l'oggetto del funzionale calcolato in minimizzazione. Utilizzando il modello implementato in Abaqus, si realizzano molteplici serie di simulazioni ognuna delle quali varia un singolo parametro del modello all'interno dell'intervallo scelto attorno al suo valore nominale. Per N e K_t si sceglie per ora di considerare un intervallo di variazione molto ampio ed un valore nominale centrale. Per l'analisi si utilizza come materiale della catena *Fe430*, se ne assume dunque modulo di Young $E = 206000 \text{ MPa}$, densità $\rho = 7860 \text{ Kg/m}^3$ e carico di snervamento $\sigma_{sn} = 300 \text{ MPa}$, sezione della catena $15 \times 25 \text{ mm}$. Si riassume nella Tabella(3.2) il set di valori utilizzati nell'analisi con relativi intervalli di variazione scelti.

Tabella 3.2 Parametri considerati nell'analisi con valori nominali e intervalli associati.

Parametro	Valore nominale	Intervallo di variazione
N	$0.5 \cdot N_{sn}$	$0 \div N_{sn}$
k_t/k_{t-eq}	150	$0 \div 300$
E	206000 [MPa]	$\pm 5\%$
ρ	7860 [kg/m ³]	$\pm 1\%$
l	4000 [mm]	+ 5%

Come si nota in Tabella(3.2) la rigidezza dei vincoli k_t è normalizzata rispetto alla rigidezza equivalente della catena $k_{t-eq} = EJ/l$, pratica molto comune in letteratura. Nel corso della tesi si parlerà sempre della rigidezza in termini normalizzati.

Si riportano ora le variazioni delle frequenze proprie della catena derivanti dagli intervalli impostati per i parametri. Nello specifico, ogni curva che viene presentata nelle Figure(3.5,3.6) si riferisce al risultato ottenuto da una singola serie di simulazioni nella quale si effettua la variazione di un solo parametro, tenendo fissi tutti gli altri al valore nominale.

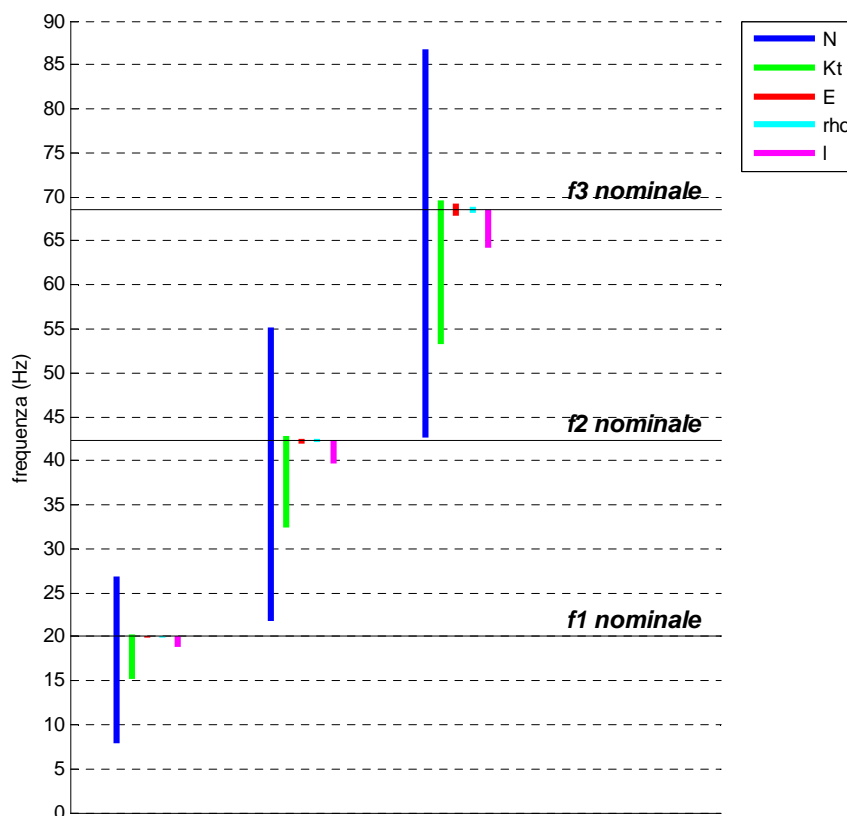


Figura 3.5 Andamento delle prime tre frequenze proprie del modello al variare di tutti i parametri costituenti il modello di catena implementato.

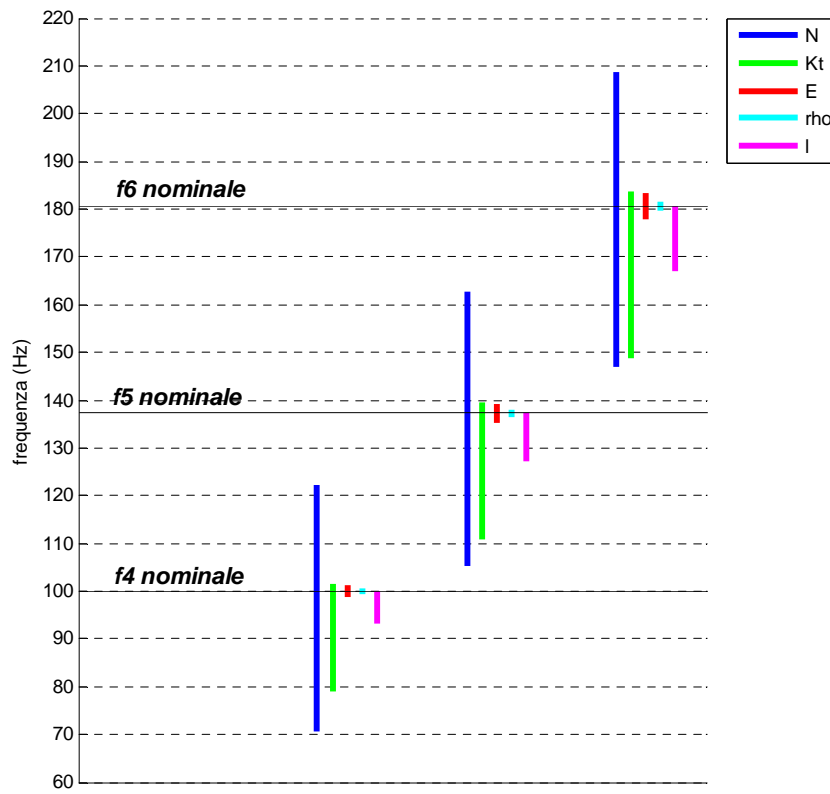


Figura 3.6 Andamento delle frequenze proprie dalla quarta alla sesta al variare di tutti i parametri costituenti il modello di catena implementato.

Dalle Figure(3.5,3.6) è possibile apprezzare gli andamenti delle prime sei frequenze proprie della catena, derivanti dalle variazioni dei parametri considerati. Per tutte le frequenze è elevata la dipendenza dal tiro assiale N e dalla rigidezza dei vincoli k_t , facilmente deducibile dal fatto che, per entrambi i parametri, non si è potuto definire a priori né un valore iniziale, né un intervallo di variazione ridotto che potesse limitarne l'influenza sulle frequenze proprie. Per il motivo contrario, risulta decisamente più contenuto l'effetto del modulo di Young E e della densità del materiale ρ . Anche la lunghezza l , nonostante presenti un'influenza sulle frequenze proprie crescente con la frequenza stessa, porta a delle variazioni più piccole rispetto al tiro ed alla rigidezza dei vincoli.

Il metodo di identificazione del tiro assiale che si vuole proporre, utilizzando, come già precedentemente descritto, una minimizzazione numerica di una funzione che limita la differenza tra le grandezze modali calcolate e quelle misurate, necessita per una buona stima del tiro assiale della catena che la dipendenza dei parametri modali dalle altre variabili incerte del problema sia più limitata possibile. In altre parole le frequenze proprie del sistema devono subire variazioni elevate modificando il tiro N e variazioni molto più contenute in seguito a valori differenti della rigidezza k_t , del modulo elastico E , della densità

ρ e della lunghezza l . Lo studio che seguirà sarà dunque rivolto, tramite analisi basate sui modi di vibrare della catena, alla ricerca di una metodologia che permetta di definire una prima stima plausibile e più accurata possibile della rigidità torsionale dei vincoli k_t , in quanto si è dimostrata l'importanza di limitarne il più possibile l'influenza nella fase di minimizzazione che verrà effettuata a seguire.

3.2.2 Prima stima della rigidità dei vincoli

Per ottenere una prima stima della rigidità dei vincoli occorre definirne con accuratezza l'influenza sulle grandezze modali del sistema. Le frequenze proprie, come è già stato dimostrato dallo studio precedente, hanno un'elevata dipendenza dall'azione assiale N agente sulla catena e dunque sono molto indicate per essere utilizzate all'interno del funzionale della minimizzazione ma non possono allo stesso tempo fornire una relazione per la stima della rigidità dei vincoli, per quest'ultima difatti occorrono delle grandezze che dipendano poco dagli altri parametri ed in particolar modo dall'azione assiale N .

Si consideri ora un modello di catena con sezione $30 \times 50 \text{ mm}$, lunghezza $l = 4000 \text{ mm}$ e di materiale *Fe 430*. Tutti i risultati delle analisi riportati di seguito fanno riferimento a tale modello.

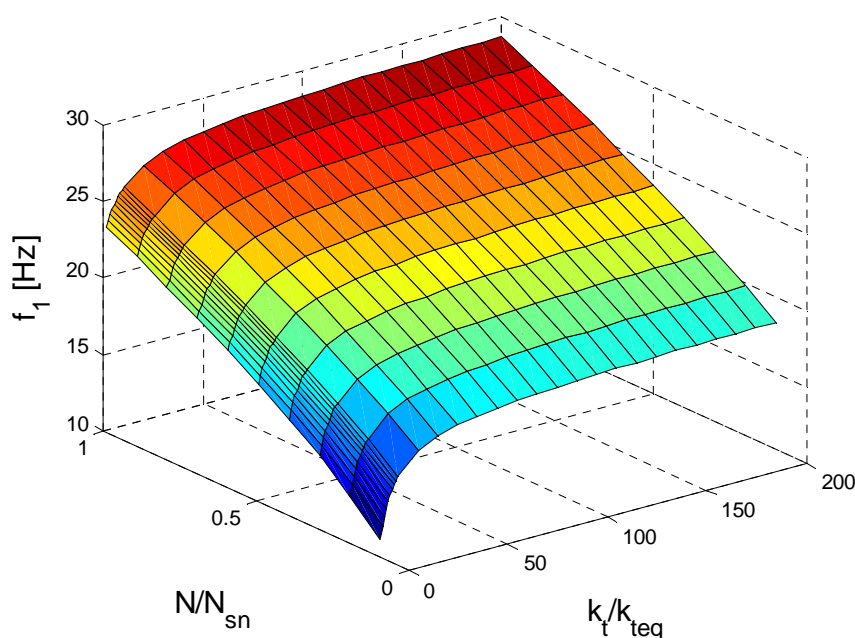


Figura 3.7 Andamento della prima frequenza propria al variare della rigidità dei vincoli alle estremità della catena e dell'azione assiale agente.

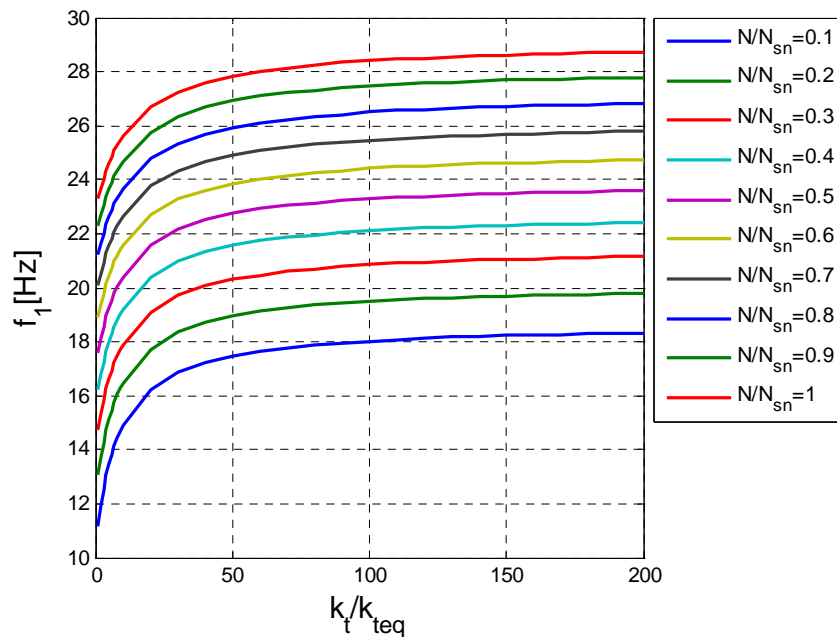


Figura 3.8 Andamento della prima frequenza propria al variare della rigidità dei vincoli alle estremità della catena e dell'azione assiale agente.

Nelle Figure(3.7,3.8) sono riportati gli andamenti della prima frequenza propria del sistema al variare dell'azione assiale N e della rigidità dei vincoli k_t . La mutua dipendenza della frequenza dai due parametri rende impossibile la costruzione di una relazione univoca del tipo $f(\omega, k_t)$ che possa fornire una stima della rigidità k_t dalla conoscenza di una pulsazione propria sperimentale ω_s . Occorre passare ad analizzare i modi di vibrare della struttura ricercando una grandezza che possa dipendere esclusivamente dalla rigidità dei vincoli.

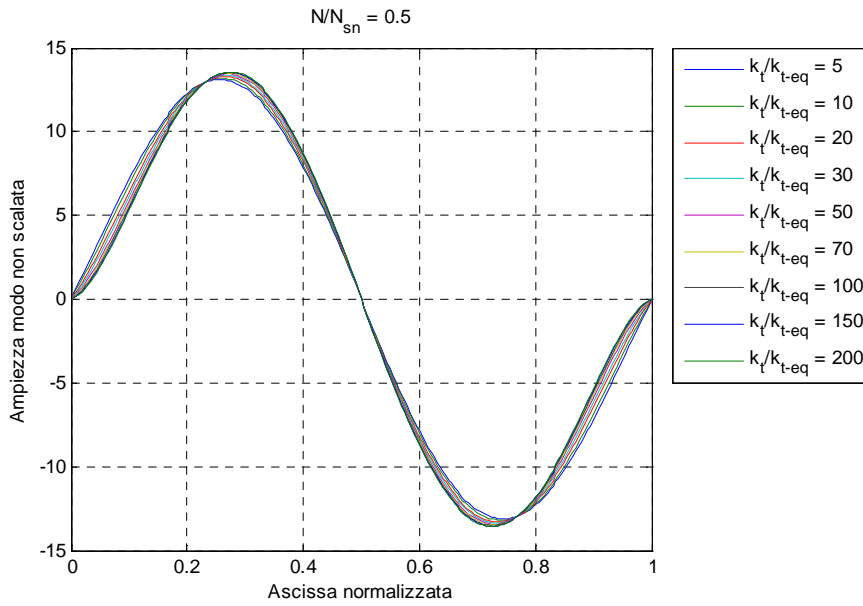


Figura 3.9 Ampiezze del secondo modo di vibrare al variare della rigidezza dei vincoli.

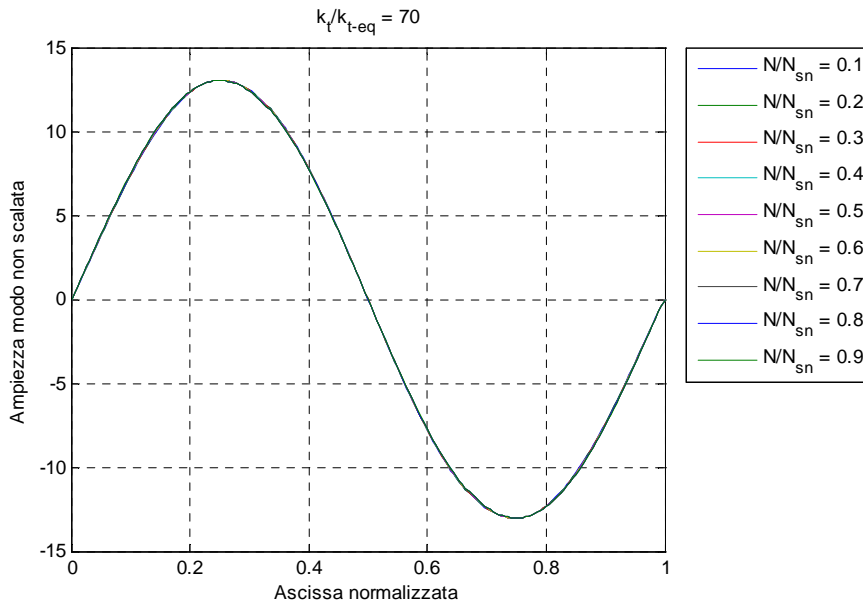


Figura 3.10 Ampiezze del secondo modo di vibrare al variare dell'azione assiale.

Prendendo come riferimento la seconda pulsazione propria del sistema, dalle Figure(3.9,3.10) è possibile apprezzare l'andamento che il modo di vibrare associato acquisisce in seguito ad una variazione dei parametri N e k_t . Concentrando l'attenzione sulla Figura(3.9), si può notare come il secondo modo di vibrare della catena subisca una variazione elevata nel caso si

considerino più modelli con rigidzze dei vincoli diverse ma stessa azione assiale agente. Ne deriva un'elevata dipendenza tra la forma del modo di vibrare considerato ed il valore k_t assegnato come rigidzza dei vincoli. Creando al contrario una serie di modelli con uguali condizioni di vincolo e differenti valori di azione assiale N , si ottengono i risultati riportati in Figura(3.10). L'influenza del tiro sulla geometria del modo di vibrare considerato è molto più contenuta rispetto a quella ottenuta per i modelli a k_t variabile. Come ulteriore esempio, nelle Figure(3.11,3.12) si riportano le medesime analisi eseguite sul quarto modo di vibrare della catena. Analogamente al comportamento ottenuto per la pulsazione propria precedente, la geometria del quarto modo dimostra un'elevata dipendenza dalla rigidzza dei vincoli alle estremità k_t ed una dipendenza inferiore dall'azione assiale N .

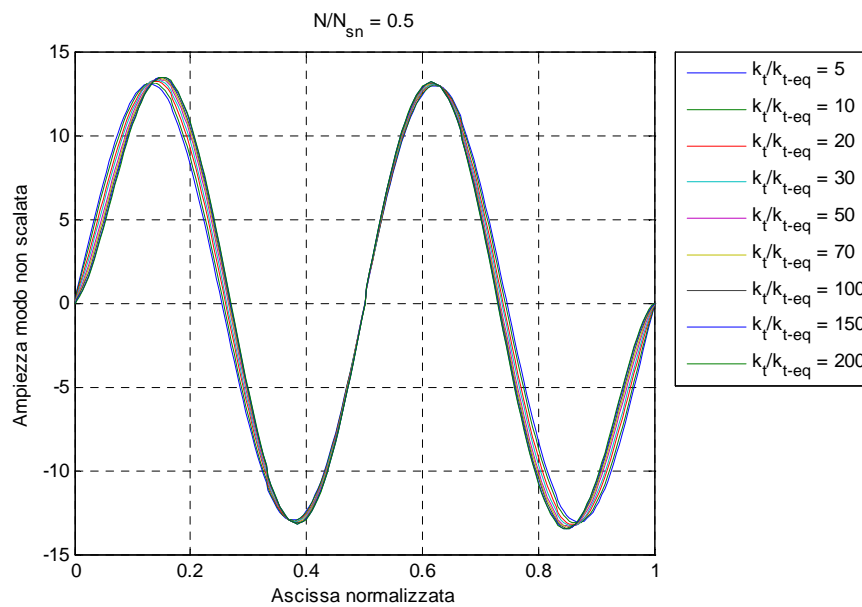


Figura 3.11 Ampiezze non scalate del quarto modo di vibrare al variare della rigidzza dei vincoli.

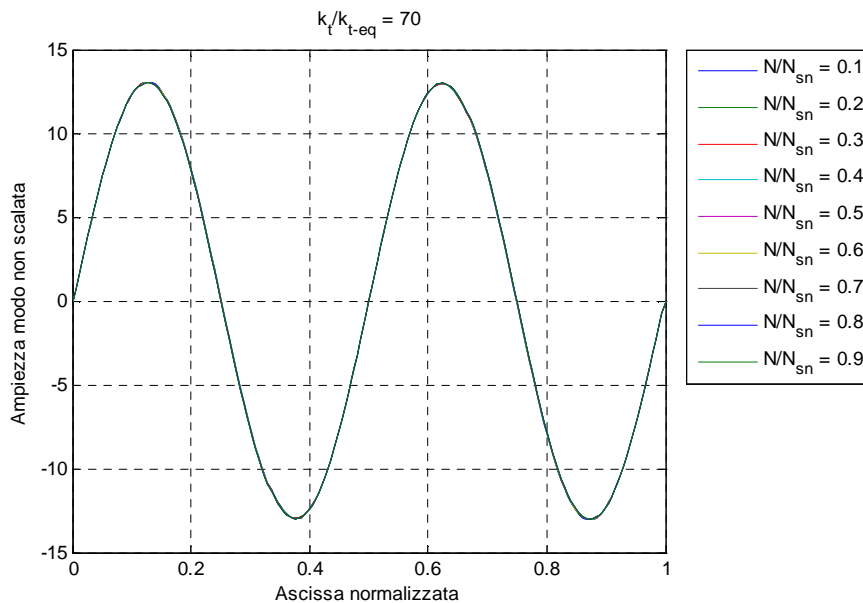


Figura 3.12 Ampiezze non scalate del quarto modo di vibrare al variare dell'azione assiale.

Dallo studio della geometria dei modi di vibrare della struttura, avendone dimostrato la limitata dipendenza dal parametro principale N , è dunque possibile definire una relazione che fornisca una prima stima della rigidezza k_t dei vincoli. Definendo un adeguato approccio allo studio dei modi di vibrare si cerca di risalire ad una relazione del tipo $f([\{\Phi_r\}], k_t)$ che leghi la matrice dei modi di vibrare $[\{\Phi_r\}]$ alla rigidezza dei vincoli k_t . Una volta definita questa relazione si potrà risalire al valore della rigidezza dei vincoli conoscendo i modi di vibrare misurati su un caso reale.

Nonostante la dipendenza della geometria dei modi dalla rigidezza k_t sia molto elevata, la relazione $f([\{\Phi_r\}], k_t)$ che si sta cercando non potrà esprimere una relazione univoca tra le due grandezze per il fatto che esiste una dipendenza, seppur piccola, dall'azione assiale N . Inoltre, i restanti parametri caratterizzanti il modello: E , ρ ed l , avranno a loro volta un'influenza sui modi di vibrare che renderà ancor meno univoca la relazione $f([\{\Phi_r\}], k_t)$. Per ovviare a questo problema, nel prossimo capitolo si affronterà una fase di studio approfondito della relazione $f([\{\Phi_r\}], k_t)$ che si cerca ora di sviluppare, al fine di considerare in modo completo l'influenza di tutti i parametri del modello. Tale studio porterà a definire un intervallo accurato dell'errore che è possibile commettere nella prima stima della rigidezza dei vincoli. Nella fase finale di minimizzazione vincolata si avrà dunque a disposizione una prima stima di k_t che fungerà da valore nominale grazie alla relazione $f([\{\Phi_r\}], k_t)$, allo stesso tempo si disporrà di un intervallo di variazione possibile nell'intorno di tale valore derivante proprio dallo studio dell'errore sulla prima stima.

Prima di procedere allo studio delle geometrie dei modi di vibrare alla ricerca della relazione $f(\{\Phi_r\}, k_t)$ è necessario fare delle considerazioni preliminari. Nel corso del capitolo è già stato affrontato il discorso relativo alla tipologia di modi di vibrare identificati dall'analisi modale. Utilizzando una tecnica di analisi dinamica con forzamento casuale non noto i modi di vibrare che ne derivano sono detti non scalati, non se ne conosce dunque la vera ampiezza ma solo l'andamento lungo la luce della catena (si veda Figura(3.2)). Questa particolarità influenza molto l'approccio verso l'utilizzo dei modi di vibrare nella stima della rigidità dei vincoli. La relazione $f(\{\Phi_r\}, k_t)$ non può essere ricercata dallo studio dell'ampiezza dei modi in un particolare punto della struttura in quanto non se ne possiede la vera ampiezza normalizzata rispetto alle masse modali. L'idea che elimina questa problematica ed estende il metodo ad un possibile forzamento random in fase sperimentale è quella di utilizzare le deformate modali in due punti della catena. Eseguendo un rapporto tra le ampiezze modali della struttura in due punti prefissati è possibile ottenere un valore che non dipenda dalla normalizzazione dei modi. In questo modo si ottiene un rapporto il cui valore risulta identico sia partendo da modi di vibrare scalati piuttosto che da modi di vibrare non scalati.

Considerando con $\bar{\Phi}_{r,i}$ l'ampiezza del modo *non scalato* r-esimo misurato nel punto i-esimo della catena e con $\Phi_{r,i}$ l'ampiezza del modo *scalato* r-esimo misurato nello stesso punto, i due valori differiscono tra loro per una costante non nota K .

$$\Phi_{r,i} = K \cdot \bar{\Phi}_{r,i} \quad (3.14)$$

Se ora si considera il rapporto tra le deformate modali in due punti i e k si ottiene il medesimo valore R per entrambe le tipologie di deformate modali considerate, come nell'equazione(3.15).

$$\frac{\Phi_{r,i}}{\Phi_{r,k}} = \frac{K \cdot \bar{\Phi}_{r,i}}{K \cdot \bar{\Phi}_{r,k}} = \frac{\bar{\Phi}_{r,i}}{\bar{\Phi}_{r,k}} = R = f(\{\Phi_r\}, k_t) \quad (3.15)$$

Per ogni coppia di punti i e k è possibile costruire un rapporto tra le ampiezze di ciascun modo di vibrare considerato. D'ora in poi con la notazione $R_{i,k}^r$ ci si riferirà al rapporto tra le ampiezze dei punti i e k eseguito sull'r-esimo modo di vibrare. I valori di i e k saranno espressi in termini percentuali rispetto alla posizione del punto lungo la luce della catena. Ad esempio con $R_{10,30}^2$ si intende il rapporto eseguito sul secondo modo di vibrare tra i due punti posti al 10% e 30% della luce della catena.

Come prima coppia di punti da utilizzare per il calcolo del rapporto tra i modi si sceglie una soluzione derivante dalla forma geometrica dei modi vista

nelle figure precedenti. Le due sezioni di trave segnalate in Figura(3.13), relativamente al quarto modo di vibrare che si assume come esempio, presentano un andamento delle ampiezze contrario in seguito ad una variazione della rigidità k_t , si esegue dunque una prima analisi prendendo questi due punti i e k per il calcolo del rapporto.

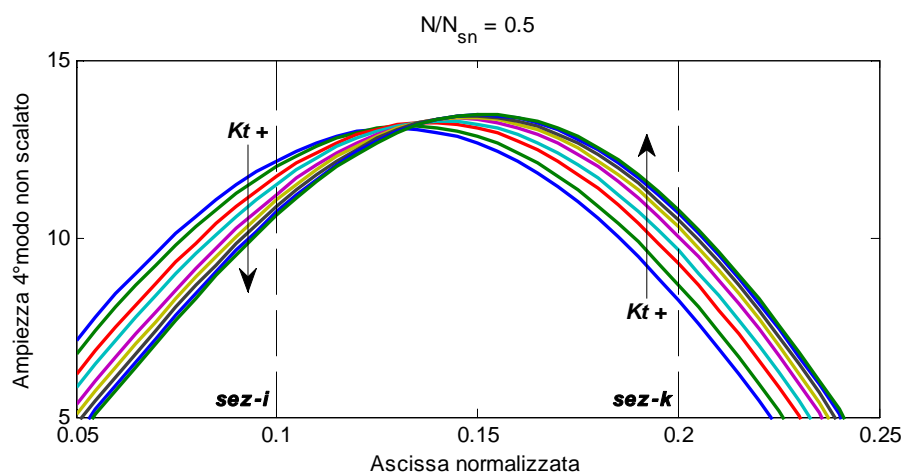


Figura 3.13 Andamento delle ampiezze del secondo modo di vibrare nei due punti assunti come prima coppia per la formulazione del rapporto.

Eseguendo delle simulazioni analoghe alle precedenti con variazione della rigidità dei vincoli k_t e azione assiale N si ottiene l'andamento del rapporto riportato in Figura(3.14). La superficie che si delinea mostra una bassa dipendenza dal tiro N ed una più elevata dipendenza dalla rigidità dei vincoli k_t . In Figura(3.15) si riporta il medesimo risultato in due dimensioni, ogni curva del grafico rappresenta la relazione che lega il valore del rapporto R alla rigidità del vincolo k_t con un valore fissato di azione assiale. In una situazione ideale le curve della Figura(3.15) si dovrebbero sovrapporre in un'unica curva che definirebbe una relazione tra R e k_t completamente indipendente dall'azione assiale agente sulla catena. La curva rappresenterebbe la miglior relazione $R = f([\{\Phi_r\}], k_t)$ possibile e permetterebbe una stima molto accurata della rigidità dei vincoli partendo dalla conoscenza dei modi di vibrare misurati sul caso reale. Tuttavia nel caso in esame le curve sono tra loro distinte, definendo molteplici relazioni $R = f([\{\Phi_r\}], k_t)$ dovute alla dipendenza non trascurabile dall'azione assiale.

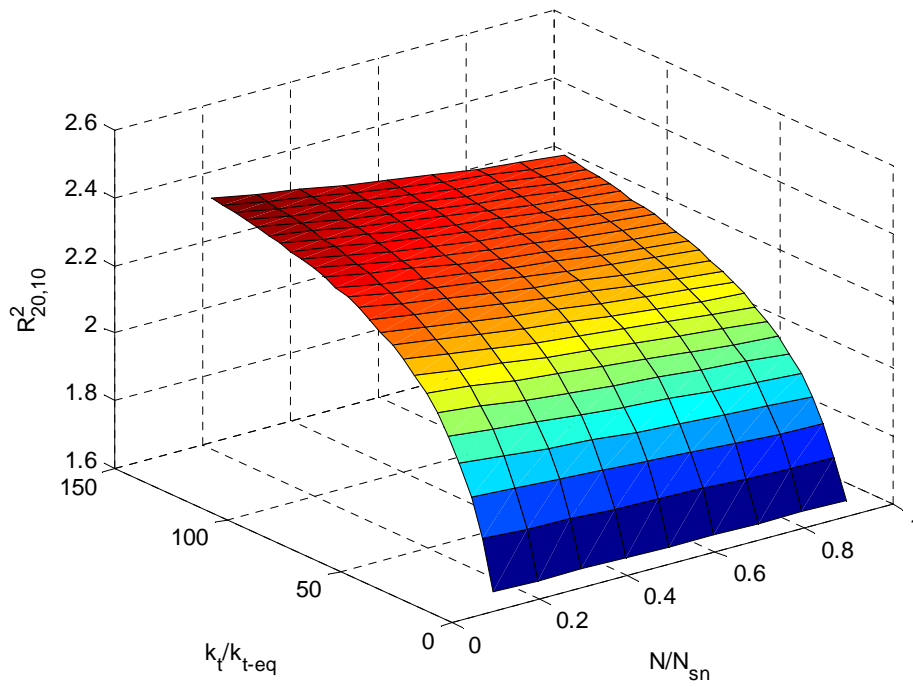


Figura 3.14 Superficie ottenuta dal rapporto implementato, dipendenza dalla rigidità dei vincoli e dall'azione assiale.

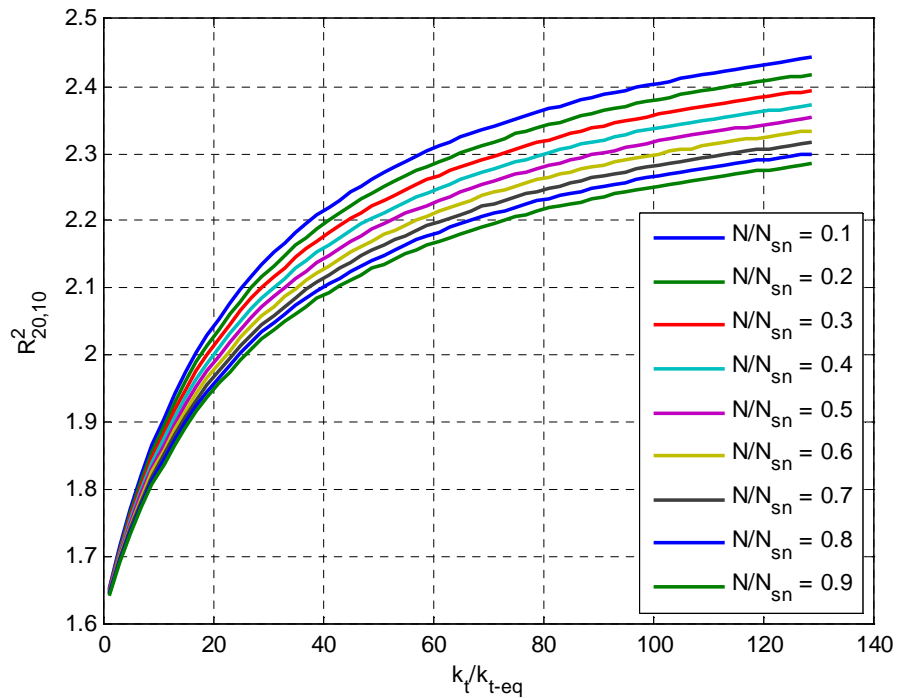


Figura 3.15 Andamento della relazione implementata al variare della rigidità dei vincoli e dell'azione assiale agente sulla catena.

Il problema diviene ora trovare i due punti i e k che permettono di ottenere il miglior rapporto per la stima della rigidità dei vincoli. Volendo definire un criterio per valutare la bontà di un rapporto, occorre definire quali sono le caratteristiche volute:

- *Minima dipendenza dal tiro:* le curve ottenute per la relazione $R = f([\{\Phi_r\}], k_t)$ valutata a diversi valori di tiro devono essere molto vicine per limitare l'errore sulla stima della rigidità.
- *Massima sensibilità:* i valori del rapporto ottenuti con rigidità diverse dei vincoli devono essere il più possibile spalmati su un intervallo ampio per limitare l'errore in fase di stima. Una volta calcolato il rapporto dai modi di vibrare di una catena reale, avere una sensibilità alta della relazione $R = f([\{\Phi_r\}], k_t)$ limita l'errore che si può commettere sulla stima della rigidità dovuto agli errori di identificazione modale in fase sperimentale.

Per valutare la dipendenza del rapporto dal tiro si introduce una grandezza err che valuta la massima distanza tra le curve a tiro variabile in corrispondenza di una rigidità del vincolo pari a $k_t/k_{t,eq} = 25$. La sensibilità del rapporto viene quantificata introducendo una grandezza m che identifica il coefficiente angolare della curva rappresentante la relazione $R = f([\{\Phi_r\}], k_t)$ per un valore di tiro $N/N_{sn} = 0.5$ valutata in corrispondenza di $k_t/k_{t,eq} = 25$. In Figura(3.16) viene meglio illustrata la procedura per la definizione delle due grandezze err e m . La scelta di valutare questi due parametri per un valore basso di k_t è dovuta al fatto che per le catene reali ci si aspetta un valore contenuto della rigidità dei vincoli ed inoltre per valori elevati della stessa l'influenza sulle frequenze proprie diminuisce (si veda Figura 3.8), per cui diviene meno importante studiare l'andamento della relazione per la stima di k_t . Il valore $N/N_{sn} = 0.5$ viene scelto in quanto è centrale rispetto ai valori assunti dall'azione assiale.

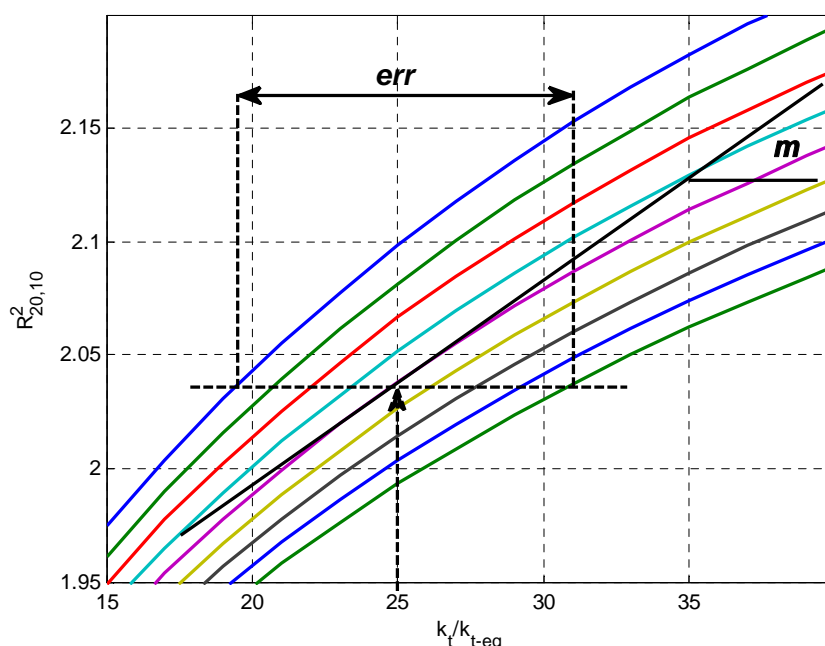


Figura 3.16 Metodo per l'estrapolazione delle due grandezze utili alla valutazione della relazione implementata per la stima della rigidità dei vincoli.

Utilizzando le due grandezze che valutano la bontà del rapporto è possibile eseguire un ciclo iterativo che valuti il risultato dei rapporti tra tutti i possibili punti della catena. Il modello di trave realizzato per questa analisi è suddiviso in 200 parti uguali tra loro, ne derivano 201 punti e di conseguenza 201×201 possibili rapporti, difatti ogni punto può essere posto al numeratore piuttosto che al denominatore del rapporto. Molti punti della trave si trovano in posizioni che hanno ampiezze dei modi di vibrare molto basse, di conseguenza sono da ritenere poco utilizzabili per l'esecuzione del rapporto, ne deriva la necessità di porre un limite inferiore sulle ampiezze. Si pensi a titolo d'esempio ad un punto della catena molto vicino al vincolo, le ampiezze dei modi di vibrare in questa posizione sono molto contenute e dunque difficili da misurare e soggette ad un errore elevato. Eseguendo una normalizzazione ad ampiezza massima unitaria dei modi di vibrare estratti dal modello si decide di escludere tutti i punti che presentano l'ampiezza di uno dei modi dal primo al quarto inferiore ad un valore pari a 0.1. In Figura(3.17) si riportano i primi quattro modi di vibrare con la soglia di sbarramento impostata sulle ampiezze.

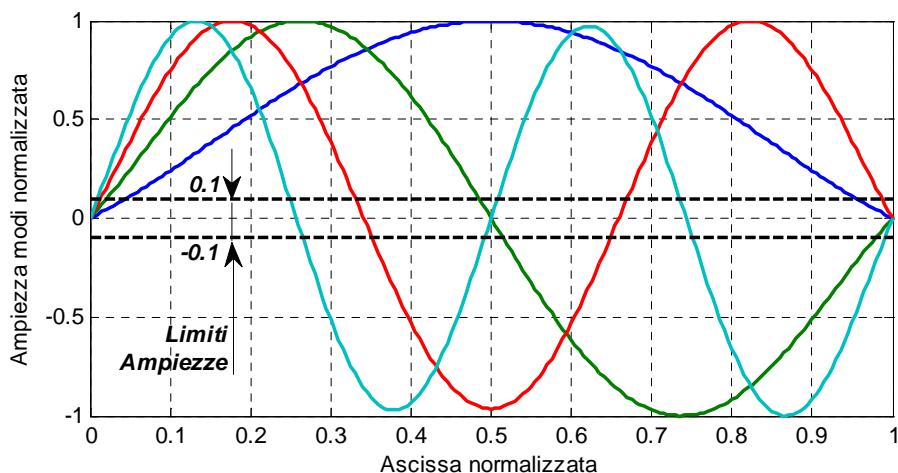


Figura 3.17 Limite impostato sulle ampiezze dei modi di vibrare. Tutti i punti lungo la luce della catena che presentano un modo all'interno della banda non vengono utilizzati nella definizione del rapporto.

Definiti i punti utilizzabili per il rapporto, si procede all'esecuzione del ciclo che restituisce i valori dei due parametri err ed m per ogni possibile combinazione tra numeratore e denominatore. Lo scopo dell'analisi è di definire quale tra tutti i rapporti possibili restituisce la soluzione migliore in termini di m elevato ed err più contenuto possibile. Si riporta nella(3.16) l'equazione generale per il calcolo del rapporto, gli indici i e k si riferiscono rispettivamente al punto al numeratore ed al denominatore in termini percentuali lungo la luce della catena.

$$R_{i,k}^r = \frac{\Phi_{r,i}}{\Phi_{r,k}} \quad (3.16)$$

In Figura(3.18) vengono riportati gli andamenti del parametro err calcolato per i rapporti con tutti i punti al denominatore e per alcuni punti al numeratore, mentre in Figura(3.19) si riporta la stessa analisi eseguita sul parametro m . I grafici relativi al parametro err di Figura(3.18) contengono delle interpolazioni polinomiali di secondo grado per rendere più agevole la lettura dell'andamento generale della grandezza. Dai grafici emerge come per tutti i modi considerati si ottengano le soluzioni migliori considerando come denominatore un punto posto nella zona in vicinanza dell'incastro, il parametro err assume dei valori contenuti affiancato ad un aumento considerevole della grandezza m .

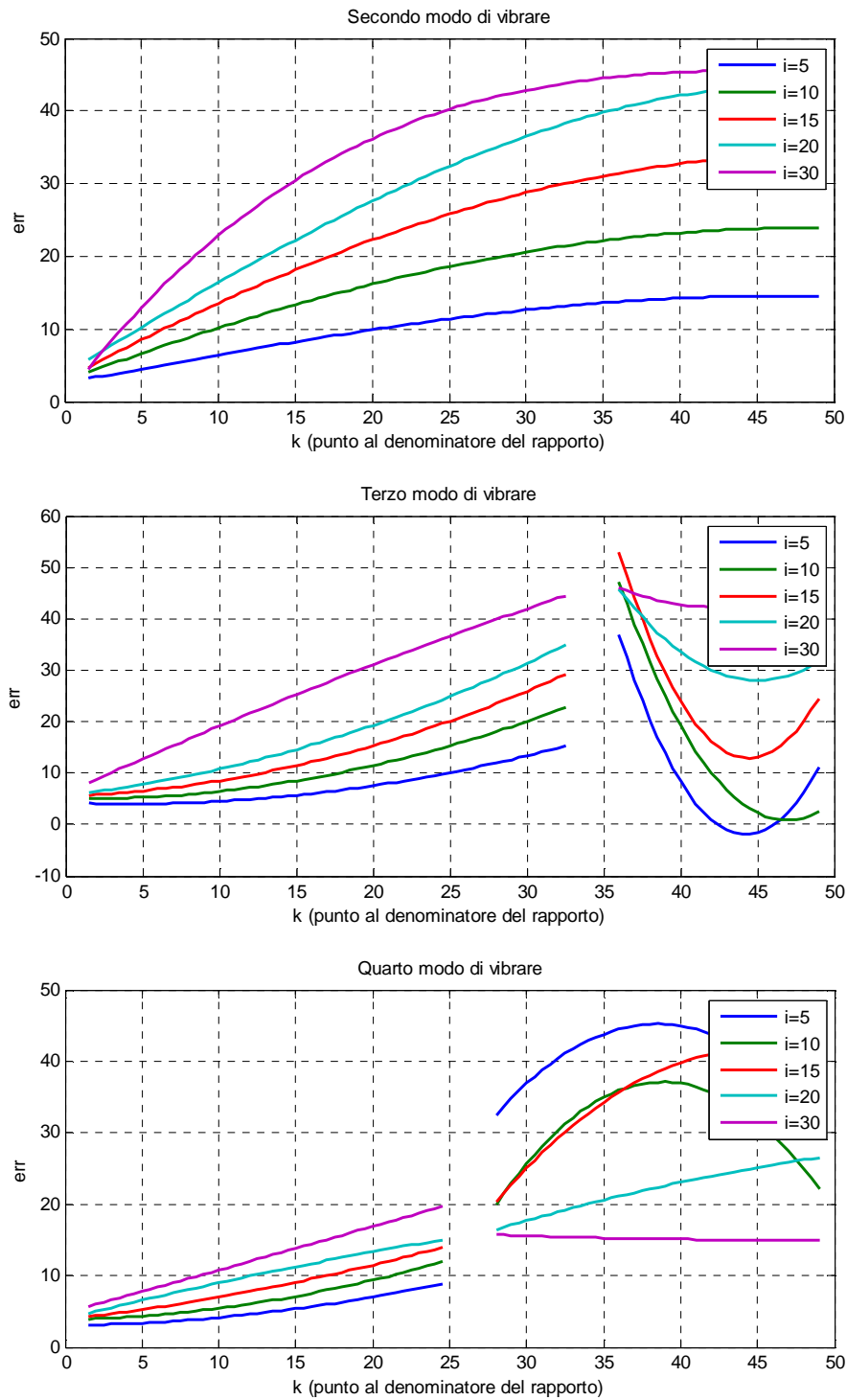


Figura 3.18 Andamenti del parametro *err* per i modi di vibrare dal secondo al quarto al variare dei punti utilizzati per le ampiezze del rapporto.

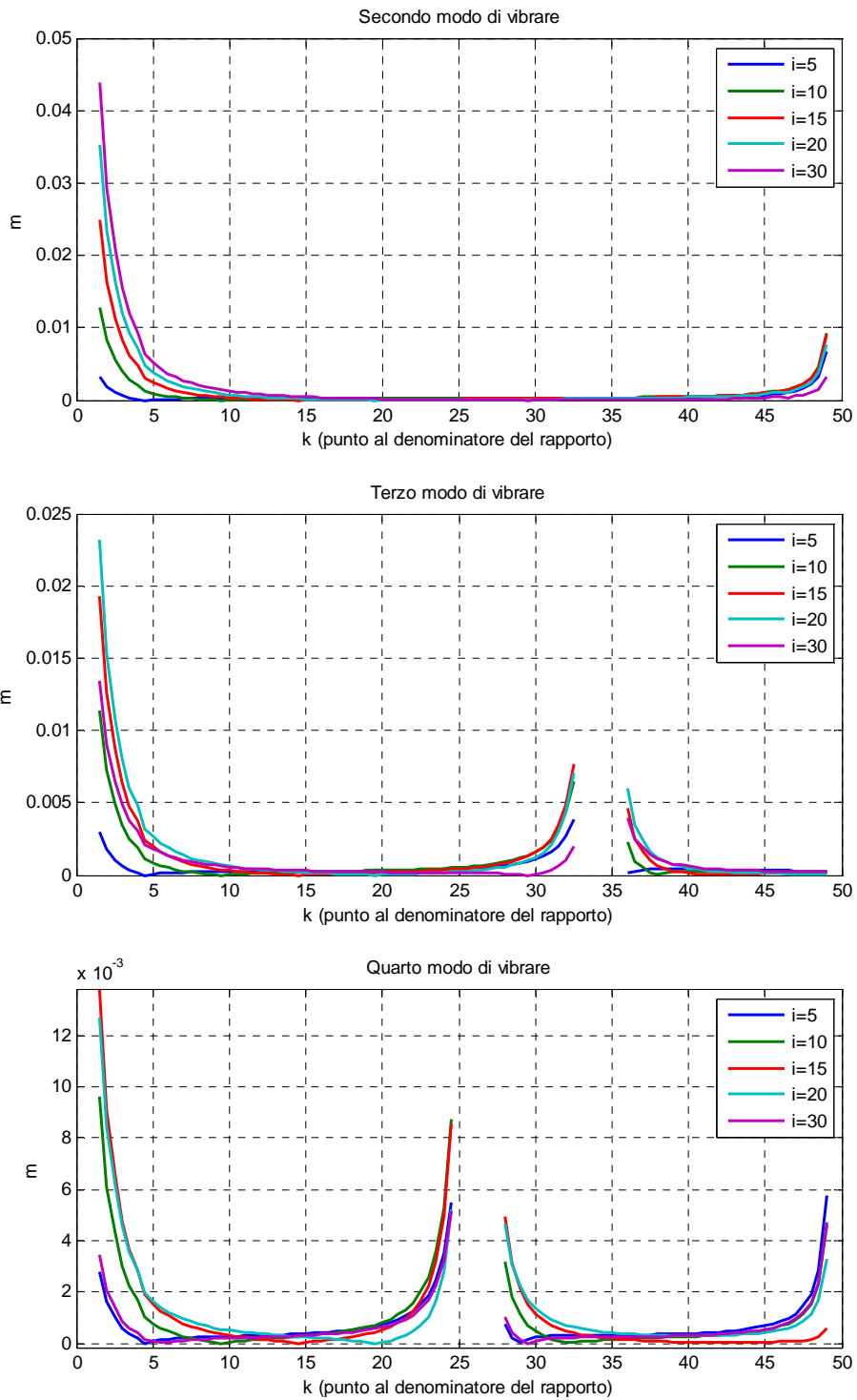


Figura 3.19 Andamenti del parametro m per i modi di vibrare dal secondo al quarto al variare dei punti utilizzati per le ampiezze del rapporto.

Fino ad ora è stata descritta una tipologia di rapporto che considera solo uno dei modi di vibrare della struttura. Costruendo una funzione che contenga la sommatoria del quadrato di più rapporti, come riportato nell'equazione(3.17), è possibile utilizzare i rapporti tra le ampiezze dei medesimi punti eseguiti su tutti i modi di vibrare che si desidera considerare. La funzione così definita viene nominata $R_{i,k}^{sum}$, dove con i e k si fa di nuovo riferimento alla percentuale della luce dove si trovano i due punti per i rapporti.

$$R_{i,k}^{sum} = \sum_{r=1}^N \left(\frac{\Phi_{r,i}}{\Phi_{r,k}} \right)^2 \quad (3.17)$$

Per la scelta dei modi di vibrare per il calcolo di $R_{i,k}^{sum}$ è utile fare delle considerazioni a priori. La tecnica di analisi modale con forzamento casuale che si vuole utilizzare permette di ricavare i modi di vibrare delle pulsazioni proprie a bassa frequenza, mentre presenta difficoltà maggiori per i modi a frequenza elevata. Per questo si decide di considerare per l'identificazione i modi di vibrare dal secondo al quarto. Il primo modo di vibrare viene scartato perché, come per i modi ad alta frequenza, è soggetto ad errori di identificazione più elevati dovuti alla possibile influenza della deformata statica della struttura in assenza di carico [28]. L'equazione(3.17) viene così ridotta alla(3.18).

$$R_{i,k}^{sum} = \left(\frac{\Phi_{2,i}}{\Phi_{2,k}} \right)^2 + \left(\frac{\Phi_{3,i}}{\Phi_{3,k}} \right)^2 + \left(\frac{\Phi_{4,i}}{\Phi_{4,k}} \right)^2 \quad (3.18)$$

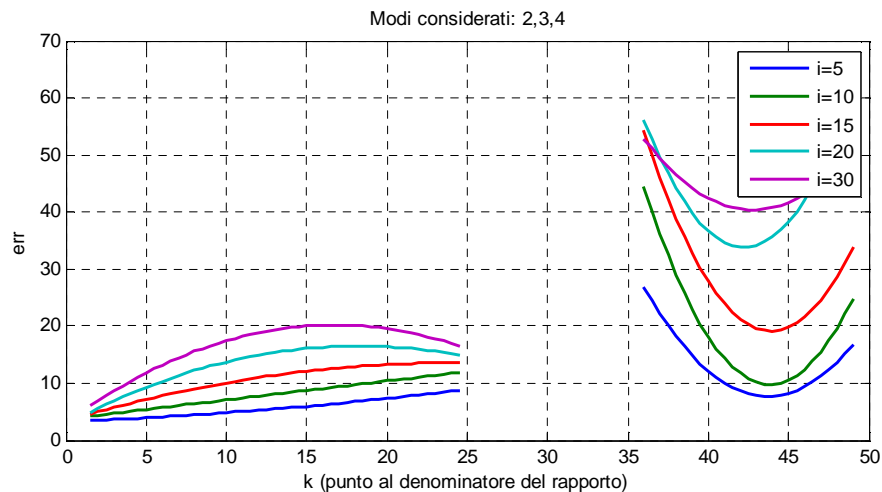


Figura 3.20 Andamento del parametro err al variare dei punti utilizzati per implementare la relazione $R_{i,k}^{sum}$.

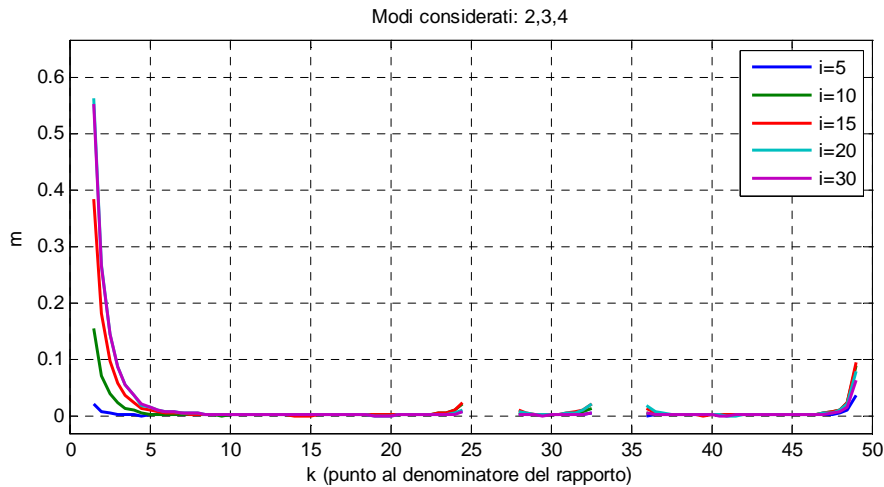


Figura 3.21 Andamento del parametro m al variare dei punti utilizzati per implementare la relazione $R_{i,k}^{sum}$.

Eseguendo per la funzione $R_{i,k}^{sum}$ lo stesso tipo di ciclo precedentemente implementato per i singoli modi di vibrare si ottengono i risultati riportati nelle Figure(3.20,3.21). Il parametro m assume valori più elevati rispetto ai precedenti in seguito all'utilizzo incrociato dei tre modi di vibrare considerati. L'errore err dimostra al contrario di rimanere nell'intorno dei valori assunti nel caso di modi singoli. L'effetto finale ottenuto è dunque quello di aumentare notevolmente la *sensibilità* della relazione mantenendo una *dipendenza dal tiro* contenuta.

I risultati ottenuti in Figura(3.21) portano a scegliere come denominatore dei rapporti le ampiezze modali del punto della catena più vicino al vincolo, mentre per la scelta del numeratore si costruisce una nuova grandezza F_{min} come nella(3.19) che permette di eseguire una minimizzazione automatica che restituisca la migliore soluzione possibile.

$$F_{min} = \frac{err}{m} \quad (3.19)$$

Ricercando il minimo del funzionale F_{min} si risale alla posizione sulla catena del punto le cui ampiezze modali saranno inserite al numeratore dei rapporti. La migliore soluzione ottenuta è quella riportata in Figura(3.23) dove vengono segnalate le posizioni dei due accelerometri A1 e A2 per effettuare le misurazioni; la relazione definitiva per la stima della rigidità dei vincoli è la(3.20) che calcola i rapporti tra le ampiezze del punto al 9.5% della luce e quelle del punto al 3.5%.

$$i = 9.5 ; k = 3.5 \quad (3.20)$$

$$R_{i,k}^{sum} = R_{9,5,3,5}^{sum} = \left(\frac{\Phi_{2,9,5}}{\Phi_{2,3,5}} \right)^2 + \left(\frac{\Phi_{3,9,5}}{\Phi_{3,3,5}} \right)^2 + \left(\frac{\Phi_{4,9,5}}{\Phi_{4,3,5}} \right)^2 \quad (3.21)$$

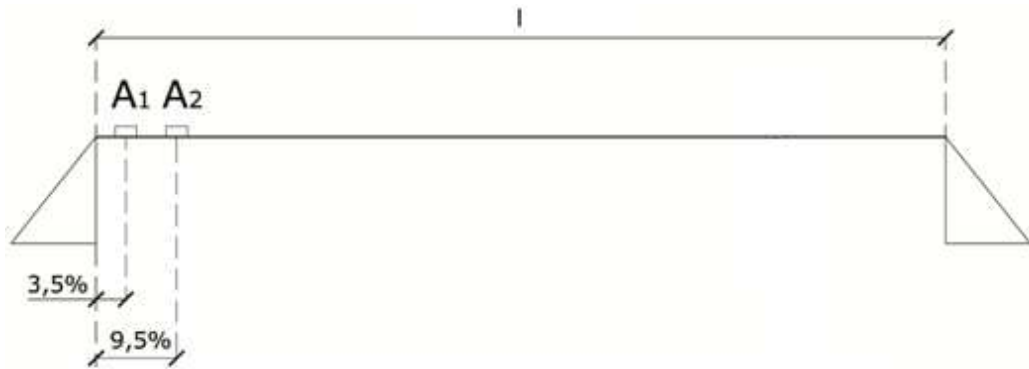


Figura 3.23 Posizione dei due punti utilizzati per la definizione della funzione rapporto.

Come risultato finale si ottiene quello riportato nelle Figure(3.24,3.25), rispetto alle soluzioni presentate in figure precedenti la *dipendenza dall'azione assiale* è molto contenuta e i valori assunti dal rapporto sono spalmati su un intervallo più ampio e dunque si ha una *sensibilità* maggiore(si confrontino le presenti figure con le 3.14 e 3.15).

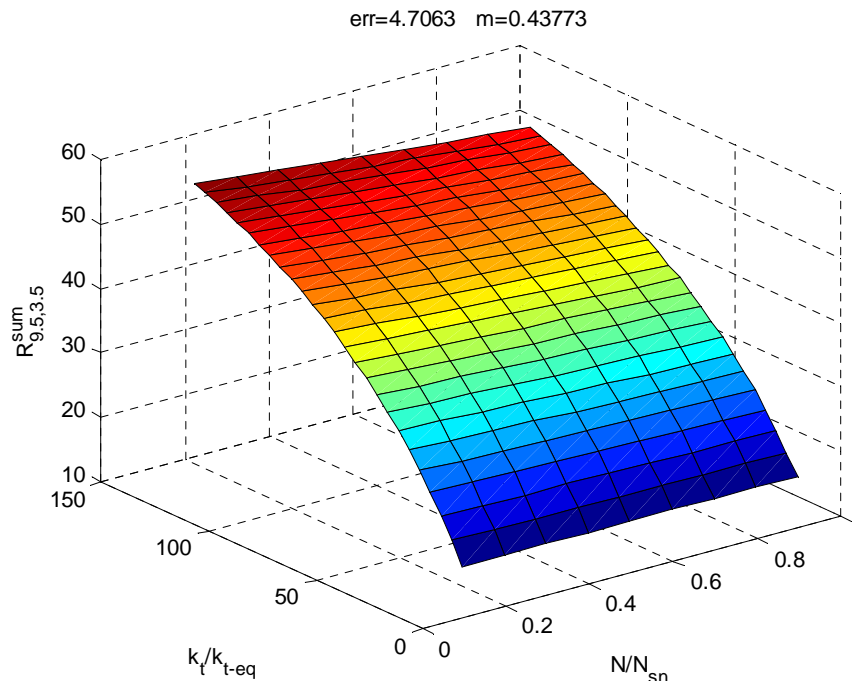


Figura 3.24 Superficie finale ottenuta dalla relazione finale implementata $R_{9,5,3,5}^{sum}$.

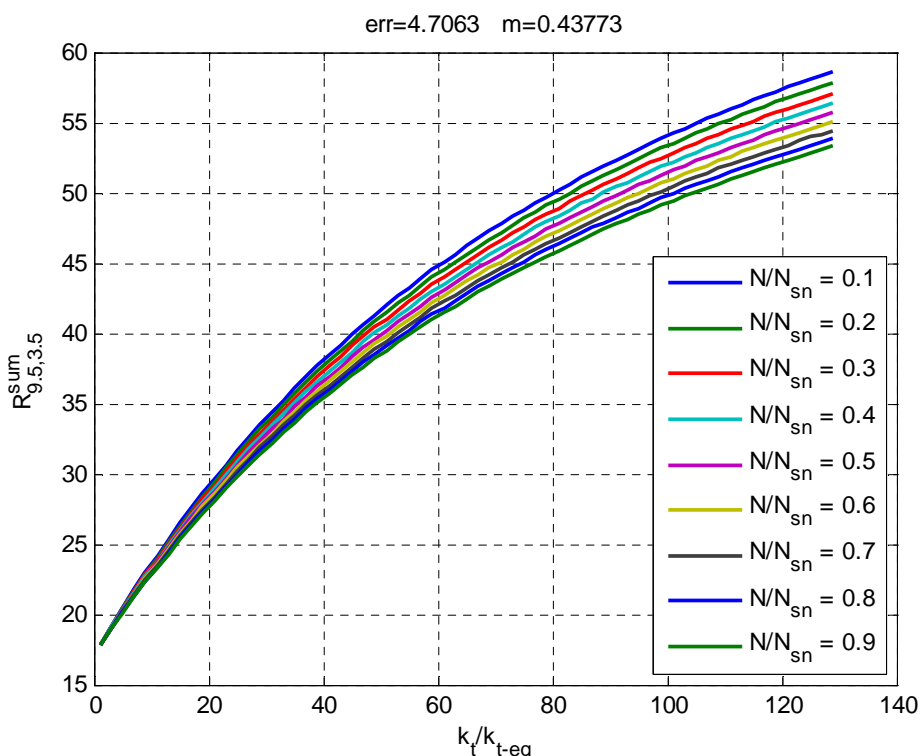


Figura 3.25 Andamento della relazione $R_{9.5,3.5}^{sum}$ al variare della rigidità dei vincoli e dell'azione assiale agente sulla catena.

La relazione $R_{9.5,3.5}^{sum}$ ottenuta è in grado di fornire una buona stima della rigidità dei vincoli partendo dalla conoscenza delle ampiezze modali nei due punti posti al 9.5% e al 3.5% della luce della catena. Inoltre le ampiezze hanno la particolarità di poter essere *non scalate* e dunque ricavate da un'analisi modale con forzamento non noto.

Nella Figura(3.25) relativa alla relazione $R_{9.5,3.5}^{sum}$ vengono di nuovo riportate le curve per molteplici valori di azione assiale. In fase di identificazione su un caso reale, al momento di definire la prima stima della rigidità non si conosce il valore del tiro. Per la prima stima della rigidità viene dunque utilizzata la curva della relazione $R_{9.5,3.5}^{sum}$ valutata per un valore di tiro $N/N_{sn} = 0.5$. Questa scelta viene effettuata per il semplice motivo che tale valore di azione assiale è centrale rispetto a tutti i valori che può assumere; tale assunzione comporta un errore nella stima di k_t , tuttavia nel prossimo capitolo verrà descritto accuratamente come affrontare questa problematica. In Figura (3.26) si riporta la curva finale utilizzata per la stima della rigidità.

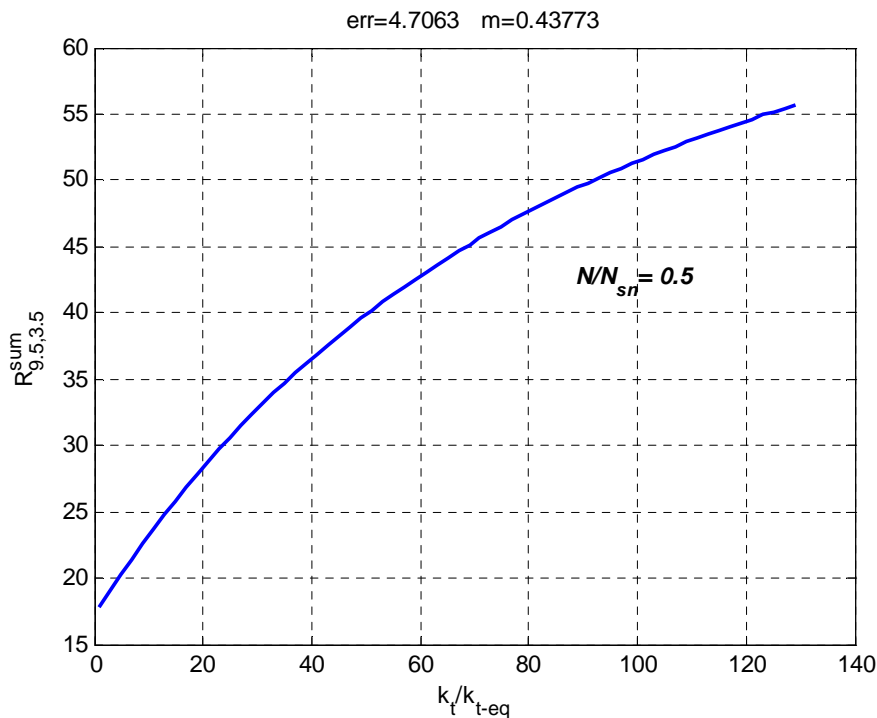


Figura 3.26 Curva $R_{9,5,3,5}^{sum}$ valutata per un valore di tiro $N/N_{sn} = 0.5$. Dall'interpolazione della curva deriva la prima stima della rigidezza dei vincoli.

Nel prossimo capitolo sarà sviluppato uno studio più approfondito sulla relazione appena implementata per definirne in modo esaustivo la dipendenza dal tiro agente sulla catena e dagli altri parametri che definiscono il modello. Lo scopo di tale studio sarà quello di risolvere il secondo problema legato alla stima della rigidezza dei vincoli, ovvero definire un intervallo di variazione massima nell'intorno del valore nominale estratto dalla relazione $R_{i,k}^{sum}$.

3.2.3 Prima stima dell'azione assiale

L'ultimo parametro del modello del quale non si possiede un valore nominale per la minimizzazione è l'azione assiale agente sulla catena. Ovviamente l'importanza della prima stima del tiro è inferiore rispetto a quella dei restanti parametri del modello. Difatti la stima accurata dell'azione assiale la si ottiene dalla minimizzazione vincolata finale che dipende molto dall'accuratezza dei valori nominali degli altri parametri e dagli intervalli impostati nel loro intorno. Tuttavia la definizione di una prima stima da utilizzare come valore nominale per l'azione assiale riduce ulteriormente il rischio di incorrere in una soluzione errata in minimizzazione e rende inferiore il tempo necessario alla computazione del processo di minimizzazione stesso.

Avendo utilizzato i modi di vibrare per la stima della rigidità dei vincoli è ora possibile riprendere le frequenze proprie del sistema per definire la stima dell'azione assiale. La Figura(3.8) mostrava l'andamento della prima frequenza propria al variare della rigidità dei vincoli e del valore di tiro agente, mostrando una mutua dipendenza che non permetteva la stima di un singolo parametro. Disponendo ora di una prima stima \bar{k}_t della rigidità è possibile ridurre il grafico ad una singola curva valutata per un valore di rigidità pari a quella stimata dalla relazione $R_{i,k}^{sum}$. Si ottiene una relazione $N(\bar{k}_t, f_s)$ che permette una prima stima dell'azione assiale dalla conoscenza della frequenza propria sperimentale. Considerando nuovamente le frequenze proprie dalla seconda alla quarta, è possibile definire tre relazioni di questo tipo, una per ogni frequenza propria considerata. Ne derivano tre relazioni $N(\bar{k}_t, f_{s,i})$ dalle quali stimare l'azione assiale. Volendo utilizzare tutte le frequenze si costruisce un'ulteriore relazione come nella(3.22), la quale definisce la stima del tiro come media delle stime ottenibili da ogni singola frequenza propria.

$$N_{stima} = \frac{\sum_{i=1}^N N(\bar{k}_t, f_{s,i})}{N} \quad (3.22)$$

Dove con N si intende il numero di frequenze proprie da utilizzare e con $f_{s,i}$ la i -esima frequenza propria sperimentale. Nel caso in esame la(3.22) si riduce alla(3.23).

$$N_{stima} = \frac{\sum_{i=2}^4 N(\bar{k}_t, f_{s,i})}{3} \quad (3.23)$$

La prima stima dell'azione assiale la si ottiene conoscendo il valore della prima stima della rigidità \bar{k}_t e le frequenze proprie sperimentali dalla seconda alla quarta: $f_{s,2}$, $f_{s,3}$ e $f_{s,4}$.

Dalle considerazioni effettuate sulle frequenze proprie e dalla scelta di utilizzare quelle dalla seconda alla quarta, si riporta ora la relazione del funzionale della minimizzazione vincolata che viene ridotto come nella(3.24). Anche per la minimizzazione vincolata si utilizzeranno dunque delle frequenze proprie facilmente stimabili anche da una tecnica di forzamento ambientale non noto.

$$f_{min} = \sum_{i=1}^m (f_i - f_{s,i})^2 = \sum_{i=2}^4 (f_i - f_{s,i})^2 \quad (3.24)$$

Capitolo 4

Analisi degli errori sulle prime stime

Nel capitolo 3 sono state sviluppate le tecniche per la prima stima dei parametri costituenti il modello. La prima stima effettuata è quella relativa alla rigidità dei vincoli alle estremità della catena, definita grazie all'utilizzo della particolare funzione che valuta i rapporti tra le ampiezze modali dei modi di vibrare in due punti della struttura. La stima della rigidità così ottenuta costituisce il valore nominale da utilizzare in fase di minimizzazione vincolata. Quello che ancora deve essere definito è l'intervallo di variazione da impostare nell'intorno di tale valore.

Nel corso del presente capitolo si cercherà di definire con accuratezza l'entità dell'errore che può essere commesso nella stima della rigidità dei vincoli. Una volta valutato l'errore massimo che è possibile commettere si disporrà di conseguenza di due valori di rigidità dei vincoli che costituiranno gli estremi dell'intervallo di variazione del parametro in fase di minimizzazione vincolata.

Prima di procedere all'analisi viene ora presentata brevemente una tecnica alternativa per la stima della rigidità dei vincoli. Tale metodo utilizza nuovamente i modi di vibrare della struttura ma calcola differenti grandezze per implementare una relazione che legghi la rigidità alle ampiezze modali. Quest'ultima tecnica di stima della rigidità non è estendibile ad un metodo di analisi modale operativa in quanto necessita di modi di vibrare normalizzati rispetto alla massa modale della struttura. Tuttavia verrà utilizzata per disporre di un continuo confronto tra la tecnica sviluppata nella presente tesi ed una tecnica già esistente. Inoltre tale tecnica alternativa verrà utilizzata nei capitoli successivi per dare una soluzione ad alcuni problemi che è possibile incontrare in fase d'identificazione.

4.1 Stima alternativa della rigidità dei vincoli

Esiste un metodo alternativo per la stima della rigidità dei vincoli alle estremità della catena che al pari di quello sviluppato nel capitolo 3 utilizza una tecnica basata sullo studio dei modi di vibrare della struttura. Il metodo richiede il calcolo di una grandezza denominata CoMAC che calcola la relazione tra modi di vibrare sperimentali e modi di vibrare numerici ricavati sul modello di catena sviluppato.

Considerando dei modi di vibrare derivanti da due fonti diverse, ad esempio i modi ricavati dall'analisi modale su una struttura reale ed i modi ricavati da un modello numerico dello stesso sistema, il CoMAC è una funzione che permette di valutare il grado di correlazione tra tutti i modi derivanti dalle due fonti in termini di ampiezze in un determinato punto della struttura.

Definendo con H e X le due fonti da cui sono note le ampiezze dei modi di vibrare della stessa struttura è possibile definire le matrici modali Ψ_H e Ψ_X come nella(4.1):

$$\Psi_{H,X} = \left[\left(\underline{\phi}_{H,X} \right)_1 \mid \left(\underline{\phi}_{H,X} \right)_2 \mid \dots \mid \left(\underline{\phi}_{H,X} \right)_i \mid \dots \mid \left(\underline{\phi}_{H,X} \right)_n \right] \quad (4.1)$$

Nella (4.1) le matrici modali $\Psi_{H,X}$ sono composte affiancando per colonne i vettori $\left(\underline{\phi}_{H,X} \right)_i$ che contengono le ampiezze dei modi di vibrare per ogni grado di libertà considerato sull' i -esimo modo di vibrare con $1 < i < n$ dove n è il numero di modi di vibrare considerati. È necessario specificare che nel caso in esame i gradi di libertà sono gli spostamenti in direzione verticale y di ogni punto considerato lungo l'asse della catena.

Il CoMAC tra le forme modali di H e X è definito in forma vettoriale come nell'eq(4.2):

$$CoMAC(k) = \frac{\left(\sum_{l=1}^L \left(\underline{\phi}_X(k) \right)_l \left(\underline{\phi}_H(k) \right)_l \right)^2}{\sum_{l=1}^L \left(\underline{\phi}_X(k) \right)_l^2 \sum_{l=1}^L \left(\underline{\phi}_H(k) \right)_l^2} \quad (4.2)$$

Dove con k si identifica il k -esimo grado di libertà e con l la l -esima coppia di modi con $1 < l < L$. Con L si intende il numero totale di modi di vibrare considerati. Il CoMAC assume valori compresi tra 0 ed 1, il valore sarà tanto più vicino a 1 quanto più il grado di correlazione tra le forme modali delle due strutture è elevato.

Per come è costruita la funzione CoMAC non è una correlazione in senso stretto per cui è sensibile ai fattori di scala. Per questo motivo la definizione del CoMAC necessita di modi di vibrare della struttura *scalati*, non permette dunque di estendere il suo utilizzo ai parametri modali ricavati tramite analisi modale con forzante incognita.

La tecnica di stima della rigidità dei vincoli basata sulla funzione CoMAC valuta la correlazione tra le deformate modali del modello di catena implementato e quelle di due modelli analoghi con differenti condizioni di

vincolo alle estremità. I parametri E, ρ ed l considerati nei due modelli di confronto sono i medesimi utilizzati per la costruzione del modello principale della catena, mentre il valore dell'azione assiale N è considerato nullo. Il primo dei due modelli di confronto considera una condizione di incastro perfetto alle estremità mentre il secondo una situazione di semplice appoggio. I due modelli di confronto sono quelli riportati in Figura(4.1).

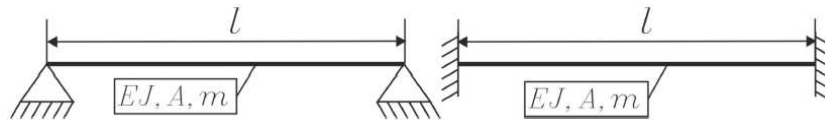


Figura 4.1 Modelli di catena appoggio-appoggio e incastro-incastro utilizzati per il confronto con il modello base tramite il calcolo del CoMAC.

La costruzione dei due modelli con le rispettive caratteristiche viene eseguita in modo analogo a quanto riportato nel lavoro di tesi [14] nella quale viene sviluppata proprio questa tipologia di tecnica per la stima della rigidità dei vincoli alle estremità delle catene.

Seguendo la stessa procedura di analisi eseguita per la definizione della tecnica di stima della rigidità dei vincoli nel capitolo 2, è possibile definire l'andamento della funzione CoMAC lungo la luce della catena al variare dei due parametri N e k_t . Il modello della catena di riferimento è quello utilizzato anche per le precedenti analisi, mentre come modello di confronto per la definizione del CoMAC vengono utilizzati separatamente i due modelli di Figura(4.1).

Nelle Figure (4.2, 4.3) viene riportato l'andamento del CoMAC nel caso di un modello di confronto incastro-incastro. Il CoMAC presenta per ogni coppia di parametri considerati un minimo in una zona della catena posta al 20% della luce ed un ulteriore minimo simmetrico al primo all'80% della luce. L'ampiezza della funzione CoMAC in tali punti di minimo dimostra inoltre di avere alta dipendenza dal valore della rigidità dei vincoli e dipendenza limitata dall'azione assiale agente sulla catena. Ne deriva la costruzione di una relazione tra la rigidità dei vincoli ed il valore del minimo CoMAC calcolato in una posizione al 20% della luce della catena.

Nelle Figure(4.4, 4.5) viene riportato l'andamento del CoMAC nel caso di un modello di confronto appoggio-appoggio. Come per il caso precedente si ottengono due minimi nelle medesime posizioni con lo stesso grado di dipendenza dalla rigidità dei vincoli della catena.

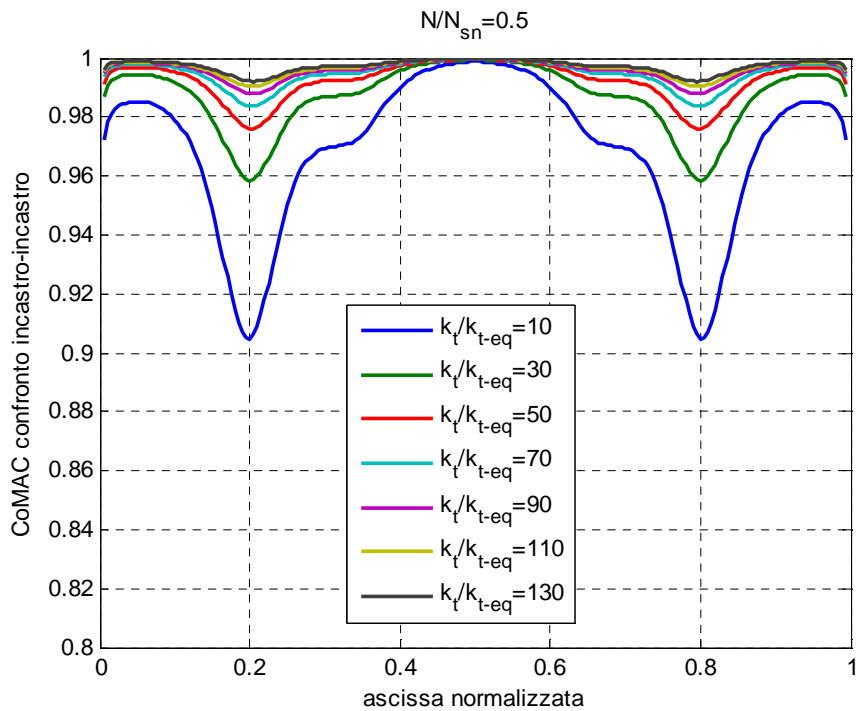


Figura 4.2 Andamento lungo la luce della catena del CoMAC calcolato tra il modello ed il modello di riferimento incastro-incastro al variare della rigidità dei vincoli alle estremità.

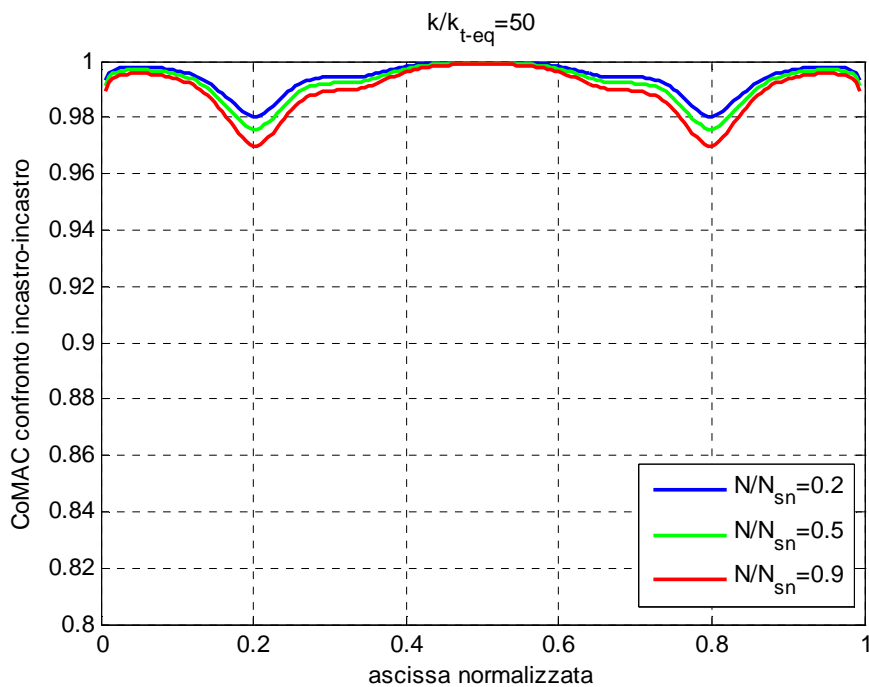


Figura 4.3 Andamento lungo la luce della catena del CoMAC calcolato tra il modello ed il modello di riferimento incastro-incastro al variare dell'azione assiale agente.

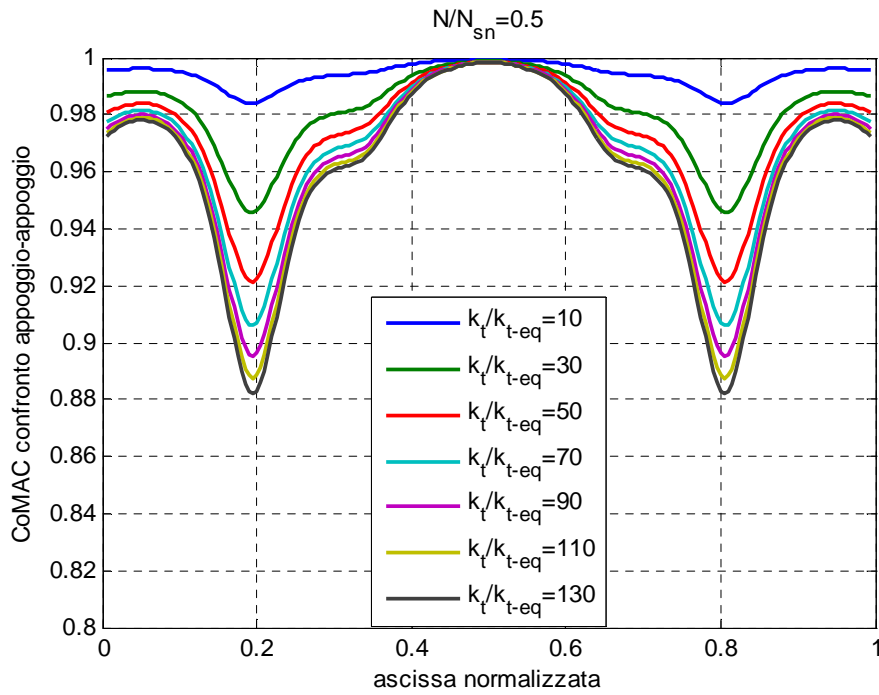


Figura 4.4 Andamento lungo la luce della catena del CoMAC calcolato tra il modello e il modello di riferimento appoggio-appoggio al variare della rigidità dei vincoli alle estremità.

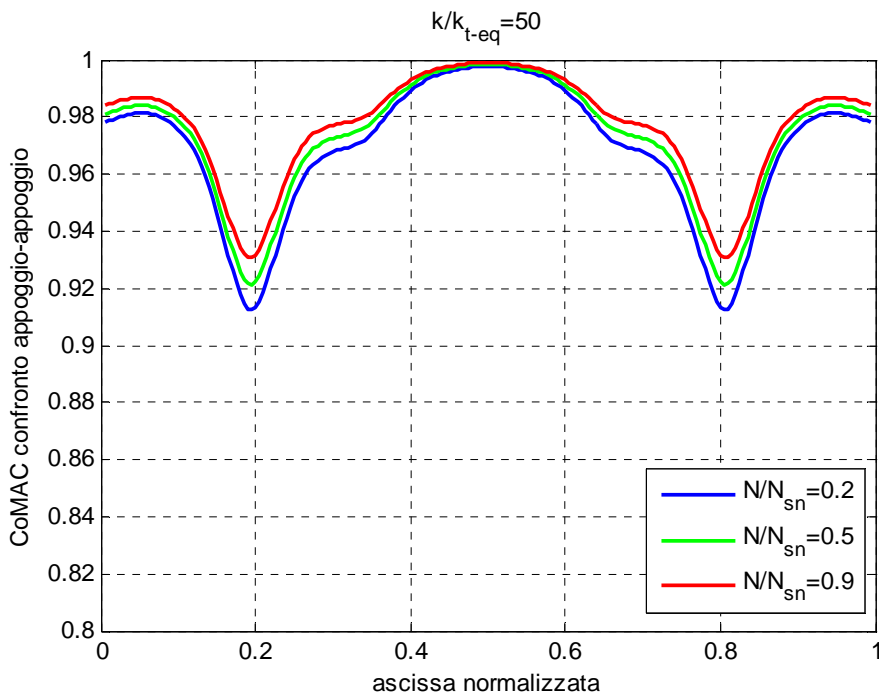


Figura 4.5 Andamento lungo la luce della catena del CoMAC calcolato tra il modello e il modello di riferimento appoggio-appoggio al variare dell'azione assiale agente.

Calcolando la funzione CoMAC è dunque possibile implementare due relazioni per la stima della rigidità dei vincoli. La prima relazione viene definita $CoMAC_{app-app}$ ed è in grado di fornire una stima della rigidità dei vincoli calcolando il minimo della funzione CoMAC valutata tra il caso reale ed un modello di catena con condizione di vincolo appoggio-appoggio. La seconda relazione viene definita $CoMAC_{inca-inca}$ ed è in grado di fornire una stima della rigidità dei vincoli calcolando il minimo (al 20% della luce) della funzione CoMAC valutata tra il caso reale ed un modello di catena con condizione di vincolo incastro-incastro.

Nelle Figure(4.6, 4.7) vengono riportati gli andamenti delle relazioni appena descritte. Come avveniva nel caso della relazione $R_{9,5,3.5}^{sum}$ sviluppata nel capitolo 2, anche per queste due relazioni rimane una dipendenza dal tiro assiale agente sulla catena che non permette una stima precisa della rigidità dei vincoli. La prima stima della rigidità viene estratta dalle due relazioni valutate ad un valore di tiro $N/N_{sn} = 0.5$ essendo un valore centrale rispetto all'intero intervallo di valori assumibili. Si ricorda che tale valore rappresenta l'azione assiale impostata nel modello principale della catena, mentre i due modelli di confronto incastro-incastro e appoggio-appoggio sono definiti con un valore di tiro nullo.

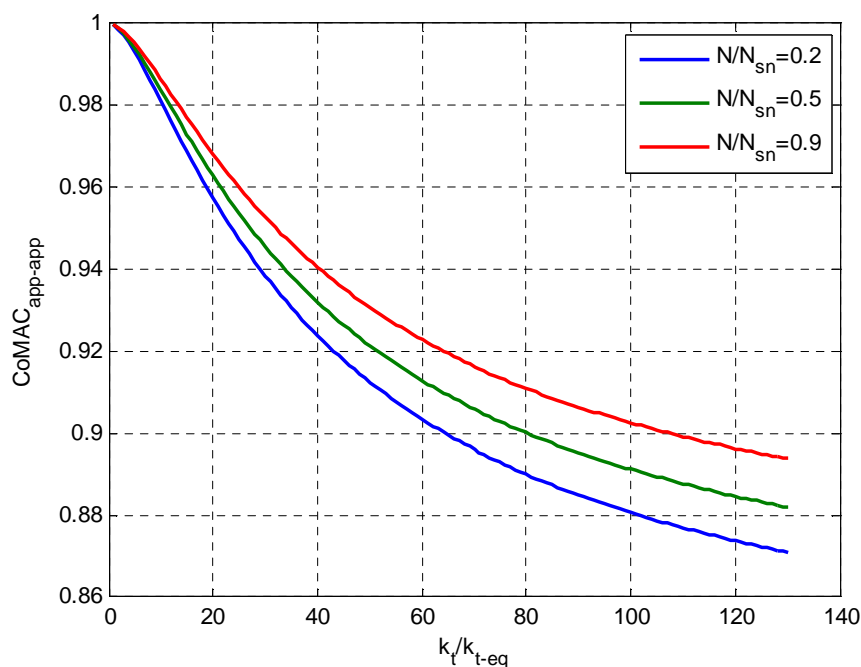


Figura 4.6 Relazione $CoMAC_{app-app}$ in funzione della rigidità dei vincoli, riportata per differenti valori di tiro agenti sulla catena.

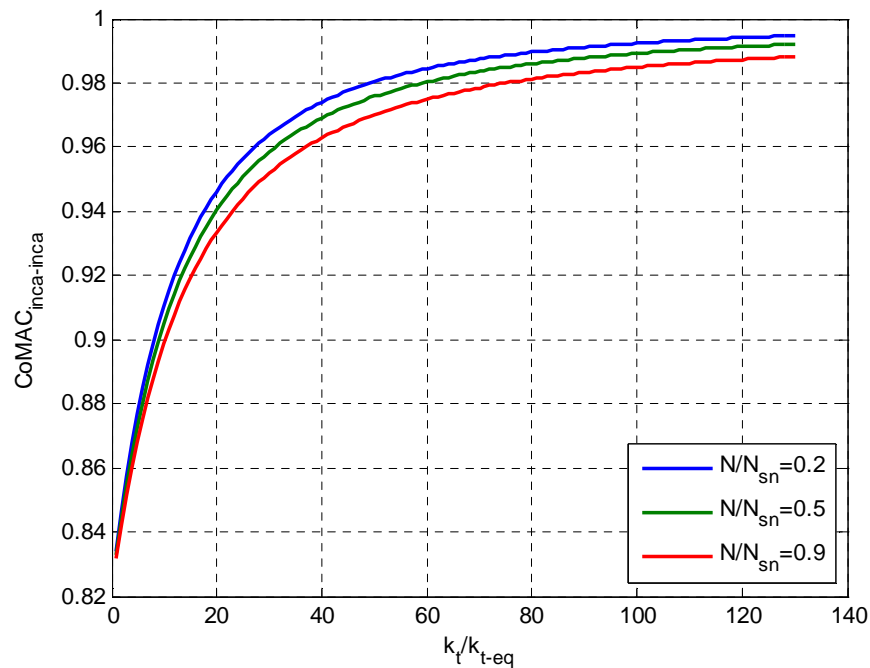


Figura 4.7 Relazione $CoMAC_{inca-inca}$ in funzione della rigidità dei vincoli, riportata per differenti valori di tiro agenti sulla catena.

4.2 Valutazione della prima stima della rigidità dei vincoli

Giunti a questo punto si hanno a disposizione tre tecniche che forniscono una prima stima della rigidità dei vincoli tramite lo studio dei modi di vibrare del modello di catena implementato. Le due stime ottenute dalla tecnica che sfrutta il minimo della funzione $CoMAC$ rispetto a due modelli appoggio-appoggio e incastro-incastro sono state introdotte per disporre di un confronto con una tecnica già sviluppata che possiede dei riscontri sperimentali della sua validità. In Tabella(4.1) si riportano le tre relazioni utili alla stima della rigidità dei vincoli e la denominazione delle singole stime che ne discendono.

Tabella 4.1 Denominazione delle relazioni e delle rispettive stime.

Relazione per la stima	Rigidezza dei vincoli stimata
$R_{9,5,3,5}^{sum}$	k_{t-R}
$CoMAC_{app-app}$	k_{t-app}
$CoMAC_{inca-inca}$	k_{t-inca}

In questa fase si procede alla valutazione del risultato ottenuto dalla prima stima della rigidezza dei vincoli nei tre casi. Le tre stime provengono da tre relazioni differenti che come è stato evidenziato in precedenza posseggono una dipendenza dall'azione assiale agente sulla catena che non rende univoca la definizione della stima stessa. Sfruttando il modello di catena ad elementi finiti si è scelto di costruire le tre relazioni in questione considerando un valore di tiro N_{base} pari alla metà del valore dell'azione assiale che provoca lo snervamento della catena, $N_{base}/N_{sn} = 0.5$. Ponendosi in una situazione intermedia di tiro assiale ne deriva un errore sulle stime della rigidezza dei vincoli, quest'ultima difatti tenderà ad essere sovrastimata oppure sottostimata per valori effettivi di tiro inferiori o superiori ad N_{base} .

Per la stima della rigidezza ottenuta dalla relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ è già stata introdotta una grandezza err che ne valuta la dipendenza dal tiro assiale, tale parametro è risultato utile per la ricerca della migliore relazione possibile alla stima della rigidezza dei vincoli, tuttavia fornisce un'indicazione limitata e circoscritta solo alla zona di valori utilizzati per il calcolo di err ovvero nell'intorno di una rigidezza del vincolo pari a $k_t/k_{t-eq} = 25$. Con le prossime analisi si cerca di estendere lo studio sulla dipendenza della prima stima della rigidezza dal tiro assiale ad un campo di casistiche molto più ampio.

Una seconda problematica, che fino ad ora non è stata pienamente evidenziata, è quella legata alla dipendenza delle tre relazioni per la stima della rigidezza dai restanti parametri che compongono il modello di catena implementato, nello specifico il modulo elastico E , la densità del materiale ρ e la lunghezza della catena l . Per valutare questo tipo di influenza sulla stima della rigidezza occorre svolgere un'analisi più approfondita in grado di quantificare l'errore commesso sulla stima per ogni configurazione di catena che può presentarsi in una situazione reale.

Operando un'analisi che valuti tutte le influenze dei parametri sull'esito della prima stima della rigidezza dei vincoli, è possibile creare una mappatura

completa dell'errore sulla stima valutata per ogni tipologia di catena e dunque per ogni caso di errore che potrebbe essere commesso nella definizione dei valori per i parametri del modello. Una volta fornita una visuale completa dell'errore commesso sarà possibile identificare per quali set di parametri si riscontrano gli errori massimi. Una volta determinati gli errori massimi sulla stima della rigidità si disporrà dei due valori estremi da considerare come limiti per l'intervallo di variazione della rigidità stessa in fase di minimizzazione vincolata. In altre parole dopo lo studio degli errori sarà possibile definire quanto possa essere errata la prima stima effettuata sulla rigidità dei vincoli.

Si consideri per esempio una prima stima di rigidità pari a $k_{t-R}/k_{t_{eq}} = 40$ derivante dall'utilizzo della relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$. Tale stima rappresenta il valore nominale di rigidità dei vincoli da considerare in fase di minimizzazione e dunque costituisce la rigidità del primo modello completo della catena. La stima k_{t-R} non rappresenta il valore vero di rigidità al quale si cerca tuttavia di convergere tramite la minimizzazione vincolata. Per un corretto funzionamento della minimizzazione occorre definire un intervallo di variazione nell'intorno della prima stima il più possibile ristretto. Considerando una situazione ottimale nella quale la stima k_{t-R} fosse esattamente la rigidità dei vincoli della catena analizzata, all'interno della minimizzazione si potrebbe considerare fisso il valore della rigidità. In una situazione reale la stima k_{t-R} è affetta da un errore dovuto ai valori non esatti dei restanti parametri del modello, è dunque necessario quantificare questo errore per definire l'intervallo massimo all'interno del quale si trova certamente il valore vero di rigidità dei vincoli, questo intervallo sarà impostato all'interno della minimizzazione vincolata. Tornando all'esempio proposto, dalle analisi potrebbe risultare che il valore reale della rigidità del vincolo si trovi in un intervallo $35 < k_t/k_{t_{eq}} < 45$, questo intervallo verrà dunque impostato come variazione nell'intorno della prima stima $k_{t-R}/k_{t_{eq}} = 40$ in fase di minimizzazione vincolata, ponendosi dunque in una situazione ottimale per la convergenza della minimizzazione al valore vero ricercato.

4.2.1 Definizione del processo d'analisi

Per l'esecuzione dello studio sull'errore commesso in fase di stima della rigidità, si utilizza un approccio che implementi molteplici simulazioni delle possibili situazioni reali.

Un modello di catena che definiremo *real-model* rappresenterà la situazione reale di misura ed è definito in particolare con precisi valori della rigidità dei vincoli $k_{t,real}$ e di azione assiale N_{real} ; i restanti parametri del modello sono settati al loro valore nominale. Il *real-model* non è altro che la ipotetica catena reale sulla quale si sta effettuando l'identificazione. Molteplici

altri modelli di catena definiti *boundary-model* costituiranno i modelli utili all'identificazione del tiro assiale e dunque alla prima stima della rigidità dei vincoli. Ogni *boundary-model* viene implementato con parametri differenti in modo da ottenere tutti i possibili accoppiamenti tra i valori estremi di ogni parametro costituente il modello. Per valori estremi dei parametri si intendono i valori massimi e minimi degli intervalli a loro assegnati per la fase di minimizzazione vincolata. Per esempio il modulo elastico E possiede un intervallo di variazione nell'intorno del suo valore nominale del $\pm 5\%$, i *boundary-model* saranno impostati proprio con i valori estremi di questo intervallo. I *boundary-model* sono in altre parole dei modelli di catena volutamente errati nella scelta del valore dei parametri, al fine di poterne valutare l'errore in fase di stima della rigidità dei vincoli. Nella Tabella(4.2) si riportano le realizzazioni dei vari parametri che vengono considerate per la costruzione dei *boundary-model*, si ricorda che i parametri N e k_t non necessitano di un valore iniziale in quanto per entrambi viene stimato a posteriori con le tecniche definite nel capitolo precedente.

Tabella 4.2 Valori da assegnare ai parametri del modello all'interno dei *boundary-model*.

Parametro	Valori per i <i>boundary-model</i>
Modulo elastico	$E - 5\%$
	E
	$E + 5\%$
Densità materiale	$\rho - 2\%$
	ρ
	$\rho + 2\%$
Lunghezza catena	l
	$l - 3\%$
	$l - 5\%$

I parametri ρ , E ed l presentano ognuno tre valori possibili da assumere nei *boundary-model*, ne deriva un numero di modelli possibili pari ad $M = 3^3 = 27$. Per comodità si decide di operare la variazione della lunghezza in una seconda analisi per limitare il numero dei *boundary-model* da implementare. La lunghezza l viene dunque considerata fissa al suo valore nominale (coincidente con il valore di l nel *real-model*) mentre i restanti parametri ρ ed E assumono uno dei tre valori a loro assegnati. Il numero di *boundary-model* da implementare diviene $M = 3^2 = 9$.

Eseguendo le identificazioni per tutti gli M modelli estremi considerati è possibile ottenere M stime di rigidezza dei vincoli $k_{t,m}$, con $1 < m < M$. In questo modo è possibile valutare l'errore commesso sulla prima stima della rigidezza dei vincoli per ogni caso estremo considerato.

Per meglio chiarire il procedimento eseguito si elencano ora i passaggi utili alla definizione di una singola stima $k_{t,m}$ considerando come modello di catena l' m -esimo *boundary-model*.

1. Costruzione del *boundary-model* scegliendo i valori da assegnare ai parametri ρ ed E tra quelli possibili e fissando la lunghezza al valore nominale.
2. Costruzione delle tre relazioni utili alla stima della rigidezza dei vincoli: $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$, $CoMAC_{inca-inca}$ (Le relazioni sono implementate utilizzando il *boundary-model* in esame).
3. Calcolo dei valori $\overline{R_{9,5,3,5}^{sum}}$, $\overline{CoMAC_{app-app}}$ e $\overline{CoMAC_{inca-inca}}$ dai modi di vibrare del *real-model*. Questa fase simula una misura effettuata su una catena reale che in questo caso è rappresentata da un modello numerico che abbiamo definito *real-model*.
4. Interpolazione dei tre valori del punto 3 nelle tre relazioni del punto 2. Ne derivano tre stime della rigidezza dei vincoli: $k_{t-R,m}$, $k_{t-app,m}$ e $k_{t-inca,m}$. Con l'indice m si fa riferimento nuovamente all' m -esimo *boundary-model*.
5. Confronto delle tre stime ottenute dalle tre tecniche con il valore vero della rigidezza dei vincoli $k_{t,real}$ impostato nel *real-model* e dunque della ipotetica catena reale sulla quale si sta effettuando l'identificazione. Si ottengono le tre differenze assolute della(4.3).

$$\begin{cases} \Delta k_{t-R,m} = k_{t-R,m} - k_{t,real} \\ \Delta k_{t-app,m} = k_{t-app,m} - k_{t,real} \\ \Delta k_{t-inca,m} = k_{t-inca,m} - k_{t,real} \end{cases} \quad (4.3)$$

Eseguendo il ciclo appena descritto per tutti i *boundary-model* si ottengono M valori per ogni differenza Δk_t calcolata nella(4.3).

Soffermandosi sul punto 2 del processo, si ricorda che le relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$, utili alla stima della rigidezza,

possono essere costruite per valori differenti del tiro assiale agente. Nella tecnica generale implementata nel capitolo 3 si è deciso di utilizzare un'azione assiale $N/N_{sn} = 0.5$. In questa analisi si costruiscono al contrario tre curve per ogni relazione, con valori di tiro $N/N_{sn} = 0.2$, $N/N_{sn} = 0.5$ e $N/N_{sn} = 0.9$. In Figura(4.8) si riportano come esempio le tre curve per la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$. Utilizzando le tre curve è possibile valutare, dopo l'analisi sui *boundary-model*, la bontà delle stime della rigidezza anche per due situazioni meno centrali che fino ad ora sono state escluse. Le stime del punto 4 del processo e le successive differenze del punto 5 divengono dunque nove, tre per ogni tecnica di stima.

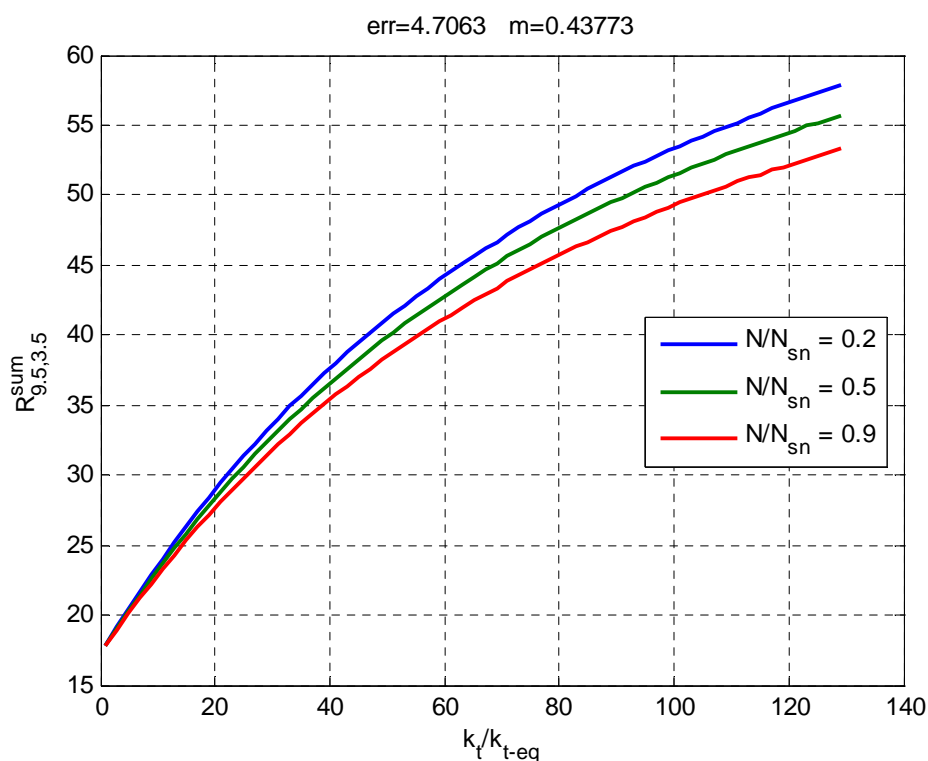


Figura 4.8 Relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ in funzione della rigidezza dei vincoli, riportata per i tre valori di azione assiale prescelti.

Il risultato finale dell'analisi offrirà una completa visuale degli errori commessi nella stima della rigidezza dei vincoli in seguito all'utilizzo nel modello di valori errati dei parametri E e ρ . Inoltre ripetendo l'intero processo per valori differenti di N_{real} e $k_{t,real}$ nel *real-model*, si ottiene l'andamento dell'errore sulla stima della rigidezza al variare dei parametri E , ρ ed N per diverse configurazioni di vincolo.

I valori di $k_{t,real}$ per i quali viene eseguita l'analisi sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k_{t,real}}{k_{t-eq}} = 25 \\ \frac{k_{t,real}}{k_{t-eq}} = 35 \\ \frac{k_{t,real}}{k_{t-eq}} = 90 \end{array} \right. \quad (4.4)$$

La scelta dei valori da assegnare a $k_{t,real}$ della(4.4) deriva dalla necessità di avere indicazioni sull'errore di stima della rigidità per una condizione di vincolo vicina ad un incastro e per una condizione di vincolo molto più lasca. Nella realtà, le catene presentano dei collegamenti alla muratura che le avvicinano ad una condizione di vincolo a basso valore di k_t , per cui nelle analisi ci si mantiene su valori contenuti di $k_{t,real}$.

Nella Figura(4.9) si propone il diagramma completo del processo eseguito per un singolo *boundary-model* per la valutazione dell'errore sulla stima della rigidità dei vincoli.

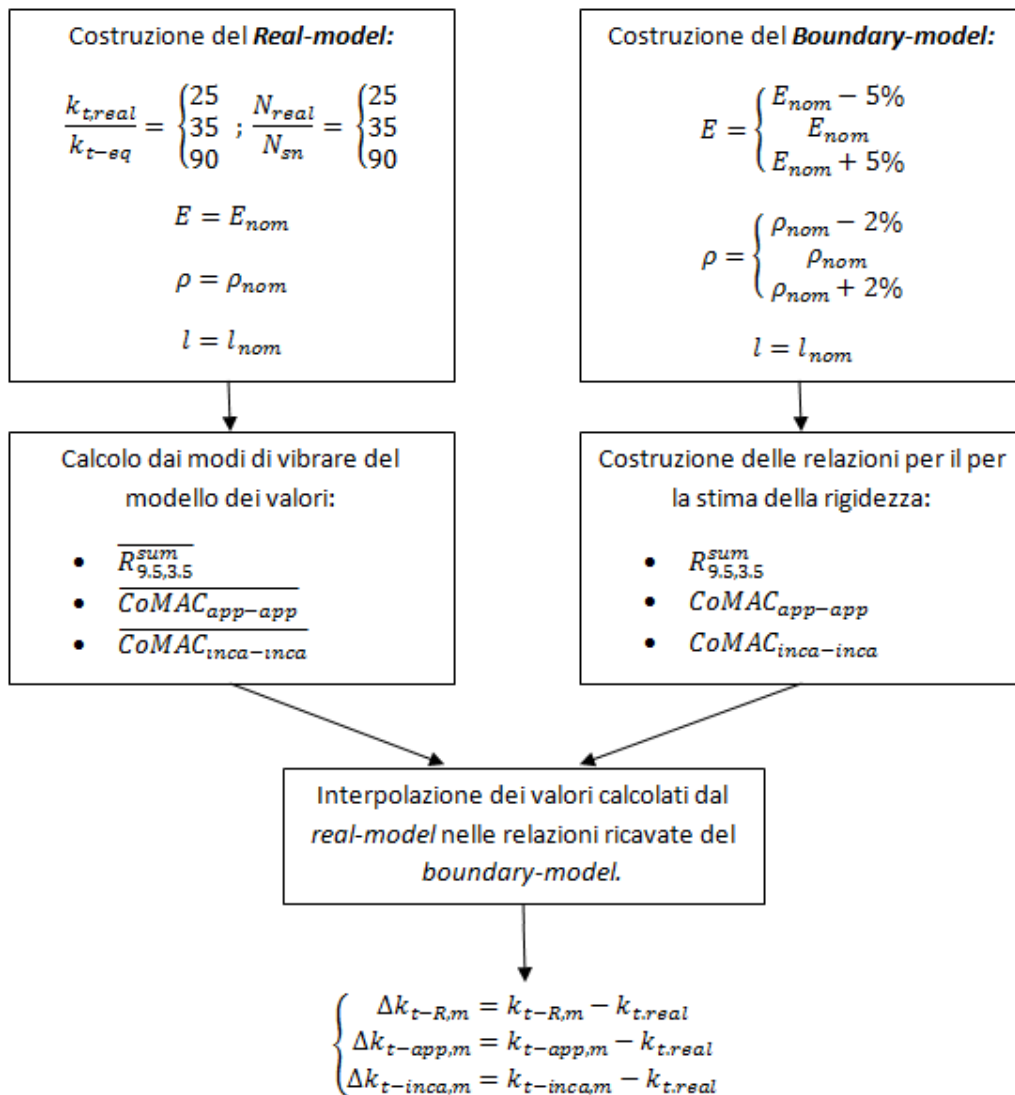


Figura 4.9 Schema del processo per lo studio dell'errore commesso sulla stima della rigidezza. Si noti la differente composizione di parametri tra il *real-model* e i *boundary-model*.

In seguito a questo primo ciclo di analisi viene eseguito un secondo processo per valutare l'influenza sulla stima della rigidezza dell'unico parametro che fino ad ora è stato considerato fisso al valore nominale, la lunghezza della catena l . La tecnica utilizzata per il secondo processo è la medesima del primo con la differenza dei parametri utilizzati nella definizione dei *boundary-model*. I valori utilizzati per la lunghezza sono quelli riportati nella(4.5), mentre i parametri E e ρ sono fissi al loro valore nominale.

$$l = \begin{cases} l_{nom} \\ l_{nom} - 1\% \\ l_{nom} - 3\% \\ l_{nom} - 5\% \end{cases} \quad (4.5)$$

Le lunghezze utilizzate sono inferiori alla lunghezza nominale per simulare delle situazioni reali nelle quali la lunghezza effettiva della catena è maggiore rispetto a quella utilizzata per la costruzione del modello, per le problematiche già presentate in precedenza.

I due processi d'analisi appena descritti sono in grado di valutare l'errore sulla stima della rigidezza dei vincoli in molteplici situazioni di modello errato. La mutua dipendenza del risultato da tutti parametri del modello non è ancora completamente definita, la lunghezza della catena prevede infatti uno studio a parte svolto in un secondo processo per evitare una quantità troppo elevata di *boundary-model* da implementare. Tuttavia dalle considerazioni che verranno effettuate a seguire sui risultati dei primi due processi sarà possibile individuare i modelli più sfavorevoli in entrambi i casi, si eseguirà dunque un terzo processo con dei modelli *boundary-model* variabili su tutti i parametri solo per i casi più critici.

4.2.2 Esecuzione dei processi e analisi dei risultati

Il modello nominale di catena che si decide di utilizzare per l'analisi è quello già utilizzato nel capitolo precedente per la ricerca della relazione per la stima della rigidezza del vincolo. Si consideri una catena di sezione $30 \times 50 \text{ mm}$ di materiale *Fe430* e lunghezza $l = 4000 \text{ mm}$. Si rimandano al termine del primo ciclo di analisi le considerazioni riguardo all'utilizzo di differenti sezioni e materiali per la catena. In Tabella(4.3) sono riportati i dati relativi alla tipologia di catena scelta, i valori dei parametri che compaiono sono quelli considerati *nominali* nella costruzione del *real-model* e dei *boundary-model*.

Tabella 4.3 Caratteristiche catena utilizzata.

Caratteristiche catena utilizzata		
Materiale Fe430		
E	200000	MPa
ρ	7860	kg/m^3
σ_{sn}	300	MPa
Sezione rettangolare 30 × 50		
a	30	mm
b	50	mm
A	1500	mm^2
J_z	312500	mm^4
N_{sn}	450000	N
Lunghezza catena		
l	4000	mm
Rigidezza equivalente		
k_{t-eq}	15625	$N \cdot m$

Dall'esecuzione del primo processo di analisi si ottengono i risultati riportati nelle Tabelle(4.4, 4.5, 4.6). Si ricorda che il primo processo prevede la variazione nei *boundary-model* di tutti i parametri ad eccezione della lunghezza della catena. Ogni singola tabella delle tre presentate è riferita allo studio dell'errore commesso rispetto ad un valore preciso di $k_{t,real}$, preso dai tre definiti nel sottocapitolo precedente. Si ricorda che tali valori assegnati alla rigidezza dei vincoli del *real-model* sono scelti per avere una definizione degli errori di stima in diverse situazioni di vincolo che possono verificarsi nella realtà, dunque per una condizione di vincolo vicina ad un incastro piuttosto che di vincolo più lasco.

Tabella 4.4 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

		Kt/Kt_eq = 25								
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	0,14 0,13 0,09	0,14 0,13 0,09	0,14 0,11 0,09	4,17 3,86 1,85	4,17 3,86 1,83	4,17 3,85 1,85	9,76 9,25 4,12	9,76 9,26 4,12	9,77 9,27 4,13
	E	0,00 -0,01 0,03	0,00 0,00 0,00	0,01 -0,01 0,02	3,83 3,54 1,69	3,83 3,53 1,71	3,83 3,54 1,69	9,10 8,62 3,88	9,12 8,61 3,87	9,12 8,62 3,86
	5%	-0,11 -0,10 -0,02	-0,12 -0,10 -0,02	-0,11 -0,11 -0,04	3,52 3,25 1,56	3,53 3,25 1,55	3,52 3,24 1,56	8,54 8,05 3,64	8,53 8,04 3,65	8,53 8,04 3,63
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-3,06 -2,86 -1,47	-3,06 -2,86 -1,49	-3,06 -2,86 -1,46	0,29 0,29 0,12	0,28 0,28 0,15	0,28 0,29 0,13	4,88 4,76 2,24	4,88 4,76 2,26	4,87 4,76 2,21
	E	-3,18 -2,97 -1,54	-3,17 -2,97 -1,55	-3,19 -2,97 -1,54	0,01 0,01 0,01	0,00 0,00 0,00	0,00 0,01 0,00	4,34 4,24 2,01	4,34 4,24 2,01	4,35 4,23 1,99
	5%	-3,28 -3,06 -1,59	-3,28 -3,07 -1,59	-3,28 -3,06 -1,57	-0,24 -0,23 -0,11	-0,24 -0,23 -0,12	-0,24 -0,24 -0,10	3,87 3,76 1,79	3,87 3,78 1,79	3,87 3,77 1,78
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-6,09 -5,83 -3,17	-6,09 -5,82 -3,18	-6,09 -5,83 -3,14	-3,31 -3,23 -1,68	-3,32 -3,23 -1,68	-3,31 -3,23 -1,69	0,42 0,43 0,23	0,42 0,43 0,23	0,42 0,43 0,23
	E	-6,18 -5,91 -3,21	-6,18 -5,91 -3,23	-6,18 -5,92 -3,21	-3,54 -3,44 -1,81	-3,54 -3,44 -1,84	-3,54 -3,44 -1,81	0,00 0,00 0,02	0,00 0,00 0,00	-0,02 0,00 0,01
	5%	-6,27 -5,99 -3,27	-6,26 -6,00 -3,27	-6,27 -6,00 -3,27	-3,75 -3,64 -1,94	-3,75 -3,65 -1,93	-3,75 -3,64 -1,90	-0,39 -0,38 -0,19	-0,38 -0,38 -0,21	-0,39 -0,37 -0,18

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.5 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

		Kt/Kt_eq = 35								
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	0,21 0,19 0,08	0,22 0,19 0,13	0,21 0,19 0,11	6,67 6,22 2,82	6,66 6,23 2,81	6,66 6,24 2,82	16,11 15,50 6,38	16,12 15,49 6,37	16,12 15,49 6,37
	E	0,01 -0,01 -0,02	0,00 0,00 0,00	0,01 -0,02 0,02	6,12 5,71 2,58	6,12 5,70 2,56	6,10 5,70 2,58	15,01 14,37 5,99	15,02 14,35 5,97	15,02 14,35 6,00
	5%	-0,17 -0,17 -0,09	-0,19 -0,17 -0,08	-0,18 -0,18 -0,06	5,60 5,22 2,38	5,62 5,23 2,37	5,62 5,23 2,37	13,97 13,38 5,59	13,98 13,34 5,62	14,01 13,37 5,60
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-4,74 -4,48 -2,25	-4,76 -4,47 -2,25	-4,76 -4,46 -2,23	0,45 0,45 0,21	0,45 0,45 0,21	0,44 0,44 0,20	7,84 7,76 3,49	7,83 7,76 3,45	7,87 7,74 3,45
	E	-4,92 -4,61 -2,33	-4,92 -4,62 -2,35	-4,92 -4,62 -2,32	-0,02 0,00 0,02	0,00 0,00 0,00	0,02 0,01 0,01	6,98 6,88 3,06	6,99 6,89 3,09	6,97 6,87 3,06
	5%	-5,07 -4,76 -2,41	-5,07 -4,77 -2,42	-5,08 -4,76 -2,39	-0,41 -0,38 -0,13	-0,40 -0,38 -0,15	-0,40 -0,37 -0,14	6,20 6,11 2,78	6,20 6,09 2,80	6,21 6,10 2,79
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-9,25 -8,95 -4,83	-9,26 -8,95 -4,82	-9,26 -8,96 -4,81	-5,12 -5,04 -2,58	-5,11 -5,03 -2,57	-5,09 -5,02 -2,56	0,69 0,67 0,33	0,69 0,66 0,33	0,70 0,67 0,36
	E	-9,40 -9,09 -4,88	-9,40 -9,08 -4,87	-9,40 -9,09 -4,88	-5,46 -5,36 -2,75	-5,46 -5,36 -2,73	-5,45 -5,37 -2,73	0,02 -0,01 0,04	0,00 0,00 0,00	0,00 0,00 0,04
	5%	-9,52 -9,20 -4,96	-9,52 -9,18 -4,96	-9,53 -9,20 -4,96	-5,77 -5,67 -2,91	-5,77 -5,67 -2,92	-5,79 -5,67 -2,92	-0,58 -0,59 -0,29	-0,59 -0,60 -0,29	-0,59 -0,60 -0,27

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.6 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$.

		Kt/Kt_eq = 90								
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	0,97	0,88	0,91	31,93	32,04	31,97	NaN	NaN	NaN
		0,86	0,83	0,87	31,29	31,36	31,33	NaN	NaN	NaN
		0,29	0,29	0,26	11,04	10,98	10,94	26,26	26,24	26,27
	E	0,06	0,00	0,03	28,96	29,00	28,94	NaN	NaN	NaN
		-0,03	0,00	-0,03	28,32	28,34	28,30	NaN	NaN	NaN
		-0,09	0,00	-0,04	10,00	9,93	10,08	24,55	24,50	24,37
5%	-0,71	-0,71	-0,78	26,27	26,25	26,25	NaN	NaN	NaN	
	-0,69	-0,72	-0,73	25,59	25,68	25,66	NaN	NaN	NaN	
	-0,41	-0,39	-0,40	9,14	9,20	9,21	22,82	22,81	22,85	
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-18,29	-18,27	-18,27	1,85	1,87	1,88	38,62	38,57	38,55
		-17,85	-17,85	-17,82	1,92	1,95	1,90	NaN	NaN	NaN
		-8,38	-8,34	-8,38	0,67	0,70	0,81	13,59	13,63	13,61
	E	-18,93	-18,87	-18,94	-0,06	0,00	-0,03	33,69	33,63	33,69
		-18,39	-18,44	-18,42	0,04	0,00	0,06	35,31	35,40	35,33
		-8,69	-8,69	-8,66	-0,05	0,00	-0,03	12,09	12,10	12,10
5%	-19,42	-19,46	-19,44	-1,67	-1,70	-1,72	29,48	29,50	29,47	
	-18,90	-18,86	-18,90	-1,63	-1,61	-1,63	30,73	30,82	30,85	
	-8,95	-9,00	-8,90	-0,75	-0,75	-0,72	10,80	10,76	10,72	
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-33,16	-33,19	-33,19	-19,62	-19,60	-19,60	2,89	2,94	2,92
		-32,98	-32,98	-32,99	-19,93	-19,95	-19,96	3,00	2,97	2,98
		-17,14	-17,15	-17,15	-9,45	-9,51	-9,53	1,11	1,19	1,18
	E	-33,60	-33,59	-33,56	-20,84	-20,83	-20,82	0,02	0,00	0,06
		-33,38	-33,39	-33,37	-21,14	-21,11	-21,17	-0,01	0,00	-0,03
		-17,38	-17,35	-17,42	-10,17	-10,13	-10,16	-0,04	0,00	-0,10
5%	-33,95	-33,96	-33,97	-21,94	-21,89	-21,93	-2,45	-2,41	-2,43	
	-33,71	-33,70	-33,73	-22,23	-22,22	-22,21	-2,56	-2,61	-2,60	
	-17,62	-17,62	-17,63	-10,71	-10,76	-10,70	-1,16	-1,16	-1,21	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

È importante fornire una chiave di lettura delle tabelle appena presentate. I valori riportati si riferiscono agli errori $\Delta k_{t-R,m}$ (■), $\Delta k_{t-app,m}$ (■) e $\Delta k_{t-inca,m}$ (■) commessi dalle stime derivanti dalle tre tecniche rispetto al valore nominale di rigidezza $k_{t,real}$ riportato in testa alla tabella. Ogni singola tabella offre il risultato delle stime delle tre tecniche per ogni incrocio possibile tra i *real-model* e i *boundary-model*. Nella parte sinistra della tabella viene definito il valore di N_{real} utilizzato per la costruzione del *real-model* e il valore del modulo elastico E scelto per il *boundary-model*. Nella parte superiore della tabella si definisce il valore della densità del materiale ρ del *boundary-model* e la tipologia di curva utilizzata per la costruzione delle relazioni di stima. I risultati ottenuti utilizzando le relazioni costruite per un valore di tiro $N/N_{sn} = 0.5$ mostrano un errore assoluto più contenuto rispetto alle relazioni definite con differenti valori di tiro. Le curve calcolate a $N/N_{sn} = 0.2$ e $N/N_{sn} = 0.9$ presentano un unico tipo di vantaggio, la differenza tra il valore massimo stimato e quello minimo è più contenuta rispetto alla stessa differenza tra le stime derivanti dalla curva $N/N_{sn} = 0.5$; per cui le due curve $N/N_{sn} = 0.2$ e $N/N_{sn} = 0.9$ garantiscono un intervallo di errore più ristretto, tuttavia l'errore assoluto visto come scostamento massimo dal valore vero è maggiore dunque continua ad essere vantaggiosa la relazione calcolata per $N/N_{sn} = 0.5$. Le relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$ verranno costruite di conseguenza per un valore di azione assiale $N/N_{sn} = 0.5$. Le parti della tabella colorate in azzurro rappresentano le situazioni più favorevoli per la stima, in quanto il valore di tiro utilizzato per la costruzione delle relazioni di stima coincide con quello effettivamente impostato nel *real-model*.

Gli errori commessi sulla stima della rigidezza risultano crescenti al crescere del valore vero della rigidezza del *real-model*. In Tabella(4.4), relativa ad un valore di rigidezza $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$, gli errori sono inferiori rispetto a quelli di Tabella(4.6) definita per $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$. Questo comportamento è da imputare ad una caratteristica delle relazioni implementate per la stima, le quali tendono ad avere una dipendenza maggiore dall'azione assiale agente per valori elevati di rigidezza dei vincoli. In Figura(4.10) viene riproposta la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ calcolata per diversi valori di tiro, si noti come per valori elevati di rigidezza le curve raggiungano tra loro distanze più elevate dovute ad una maggiore dipendenza del tiro. Ne conseguono errori maggiori nel caso in cui ci si trovasse ad identificare una rigidezza dei vincoli elevata. Considerando che le catene reali presentano dei vincoli molto lontani da una condizione di vero incastro è corretto prevedere dei valori contenuti per la rigidezza dei vincoli con conseguenti buone stime. Inoltre le frequenze proprie del sistema, le quali costituiscono il funzionale della minimizzazione che avviene dopo le prime stime, presentano una dipendenza limitata dalla rigidezza dei vincoli per valori elevati della stessa rigidezza dei vincoli; riferendosi alla Figura(3.8) è possibile notare come per valori elevati di rigidezza le curve divengano meno

pendenti e dunque la dipendenza delle frequenze proprie dalle variazioni della rigidità sia inferiore a quella per valori bassi di rigidità. Per questo ultimo fatto, nonostante per una catena con rigidità dei vincoli elevata si ottengano delle stime $\Delta k_{t-R,m}$, $\Delta k_{t-app,m}$ e $\Delta k_{t-inca,m}$ peggiori, l'influenza di questo errore sulle frequenze proprie del sistema in minimizzazione è limitato; è dunque più importante che si ottengano errori di stima contenuti per valori di rigidità dei vincoli reale bassi.

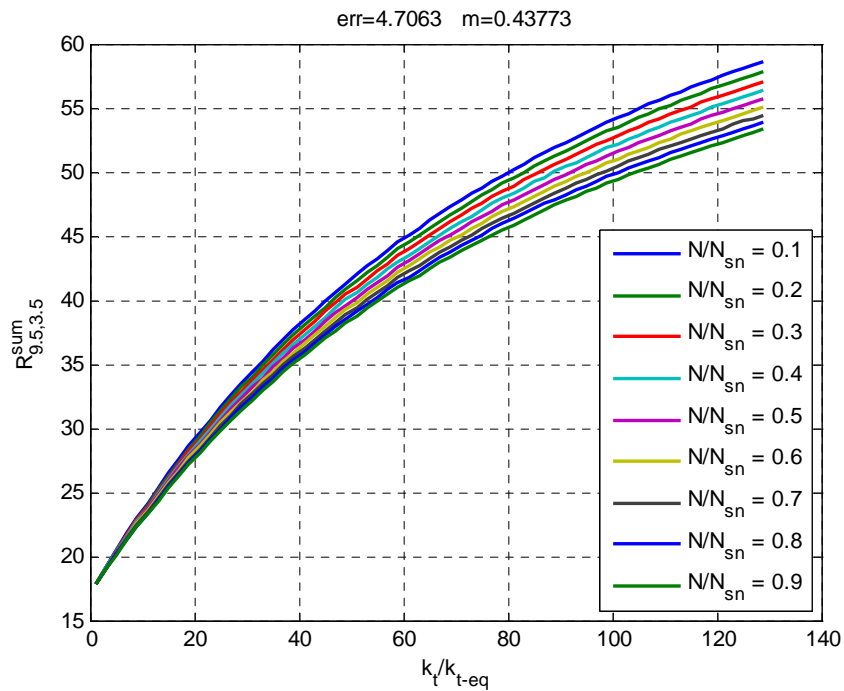


Figura 4.10 Relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ in funzione della rigidità dei vincoli, riportata per molteplici valori di tiro. Si noti l'apertura delle curve per rigidità elevate dei vincoli.

Valutando l'influenza dei parametri del modello sull'errore di stima, nelle tabelle viene fornito un quadro molto chiaro della situazione. La maggior parte dell'errore commesso è da imputare alla dipendenza delle relazioni di stima dal valore del tiro agente sulla catena, mentre l'influenza dei due parametri E e ρ risulta molto più contenuta anche se non trascurabile.

Le stime della rigidità ottenute dalla tecnica del rapporto $R_{9,5,3,5}^{sum}$ presenta degli errori più contenuti rispetto alle due tecniche basate sul calcolo del CoMAC per le quali gli errori di stima risultano essere circa il doppio. La differenza tra gli errori di stima delle tre tecniche si presenta nei medesimi termini per tutti i livelli di $k_{t,real}$ impostati nel *real-model*. Da questo primo confronto emerge come la tecnica di stima della rigidità dei vincoli sviluppata in questa tesi offra dei risultati migliori rispetto a tecniche già utilizzate in

passato, con il vantaggio aggiunto dell'utilizzare per la stima i modi di vibrare non scalati della catena e quindi derivanti da una tecnica di analisi modale operativa con eccitazione randomica.

Si procede ora alla presentazione dei risultati ottenuti dall'esecuzione del secondo processo di analisi per lo studio dell'influenza della lunghezza della catena sull'errore di stima della rigidità. Si ricorda che questo secondo processo opera una variazione sui *boundary-model* del solo parametro l . Il modello nominale di catena è il medesimo utilizzato per il primo processo, i valori relativi sono quelli riportati in Tabella(4.3).

Tabella 4.7 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

		Kt/Kt_eq=25			
N real-model	Curva relazioni	Lnom	-1%	-3%	-5%
Nreal / Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000	0,047	0,136	0,238
		0,000	0,041	0,128	0,205
		0,000	0,020	0,067	0,098
	N/Nsn = 0.5	3,827	3,943	4,191	4,457
		3,530	3,659	3,877	4,110
		1,712	1,737	1,839	1,940
N/Nsn = 0.9	9,121	9,343	9,820	10,310	
	8,612	8,860	9,318	9,785	
	3,875	3,953	4,100	4,317	
Nreal / Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-3,169	-3,151	-3,060	-2,992
		-2,971	-2,947	-2,861	-2,794
		-1,548	-1,508	-1,488	-1,473
	N/Nsn = 0.5	0,000	0,104	0,305	0,515
		0,000	0,098	0,299	0,502
		0,000	0,059	0,116	0,227
N/Nsn = 0.9	4,344	4,542	4,921	5,313	
	4,237	4,427	4,804	5,200	
	2,009	2,083	2,244	2,407	
Nreal / Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-6,183	-6,149	-6,087	-6,029
		-5,914	-5,886	-5,822	-5,770
		-3,231	-3,193	-3,183	-3,154
	N/Nsn = 0.5	-3,545	-3,458	-3,289	-3,127
		-3,437	-3,355	-3,201	-3,032
		-1,837	-1,754	-1,692	-1,610
N/Nsn = 0.9	0,000	0,150	0,468	0,775	
	0,000	0,156	0,477	0,787	
	0,000	0,087	0,220	0,370	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.8 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

		Kt/Kt_eq=35			
N real-model	Curva relazioni	Lnom	-1%	-3%	-5%
Nreal / Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000	0,083	0,216	0,347
		0,000	0,050	0,173	0,310
		0,000	0,020	0,041	0,129
	N/Nsn = 0.5	6,123	6,288	6,702	7,099
		5,696	5,888	6,262	6,663
		2,558	2,633	2,797	2,895
N/Nsn = 0.9	15,021	15,387	16,223	17,014	
	14,352	14,763	15,585	16,412	
	5,967	6,092	6,379	6,630	
Nreal / Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-4,921	-4,860	-4,746	-4,630
		-4,620	-4,574	-4,478	-4,373
		-2,347	-2,313	-2,275	-2,232
	N/Nsn = 0.5	0,000	0,151	0,469	0,793
		0,000	0,147	0,461	0,782
		0,000	0,101	0,222	0,334
N/Nsn = 0.9	6,988	7,305	7,911	8,580	
	6,892	7,195	7,822	8,485	
	3,092	3,219	3,463	3,704	
Nreal / Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-9,395	-9,353	-9,263	-9,169
		-9,082	-9,052	-8,960	-8,863
		-4,872	-4,879	-4,814	-4,774
	N/Nsn = 0.5	-5,456	-5,341	-5,078	-4,817
		-5,363	-5,250	-5,004	-4,759
		-2,728	-2,719	-2,575	-2,457
N/Nsn = 0.9	0,000	0,257	0,733	1,263	
	0,000	0,247	0,737	1,253	
	0,000	0,125	0,328	0,561	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.9 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$.

		Kt/Kt_eq=90			
ingresso	curva	Lnom	-1%	-3%	-5%
Nreal / Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000	0,288	0,788	1,359
		0,000	0,211	0,665	1,243
		0,000	0,045	0,118	0,237
Nreal / Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.5	29,004	29,907	31,926	34,135
		28,337	29,288	31,447	33,599
		9,930	10,216	10,801	11,225
Nreal / Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.9	NaN	NaN	NaN	NaN
		NaN	NaN	NaN	NaN
		24,503	25,016	26,189	27,176
Nreal / Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-18,868	-18,725	-18,368	-18,031
		-18,435	-18,242	-17,879	-17,554
		-8,690	-8,650	-8,562	-8,453
Nreal / Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.5	0,000	0,610	1,831	3,155
		0,000	0,664	1,995	3,370
		0,000	0,129	0,601	0,972
Nreal / Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.9	33,628	35,315	38,784	NaN
		35,403	37,155	NaN	NaN
		12,099	12,553	13,542	14,421
Nreal / Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-33,590	-33,435	-33,180	-32,913
		-33,387	-33,253	-33,041	-32,779
		-17,353	-17,304	-17,228	-17,151
Nreal / Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.5	-20,827	-20,394	-19,545	-18,735
		-21,111	-20,746	-19,847	-19,023
		-10,127	-9,976	-9,593	-9,189
Nreal / Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.9	0,000	1,022	3,103	5,190
		0,000	1,011	3,201	5,437
		0,000	0,326	1,134	1,886

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Nelle Tabelle(4.7, 4.8, 4.9) appena presentate si riportano, analogamente alle tabelle inerenti al primo processo, gli errori $\Delta k_{t-R,m}$ (■), $\Delta k_{t-app,m}$ (■) e $\Delta k_{t-inca,m}$ (■) commessi dalle stime derivanti dalle tre tecniche rispetto al valore nominale di rigidezza $k_{t,real}$ riportato in testa alla tabella. Per questo secondo processo viene nuovamente riproposta la dipendenza dell'errore sulla stima dal valore di tiro impostato nel *real-model* e dal livello di tiro per il quale vengono costruite le relazioni di stima. Il risultato più importante derivante dal processo è la dipendenza dell'errore dalla lunghezza della catena, per la quale si è deciso di considerare un errore massimo del -5% all'interno dei *boundary-model*. Le zone delle tabelle evidenziate in azzurro mostrano la dipendenza dell'errore di stima dalla sola lunghezza della catena in quanto corrispondono a delle situazioni esenti da errore sul tiro della catena. Le tabelle dimostrano come un errore sulla lunghezza del modello porti ad un errore significativo sulla stima della rigidezza dei vincoli, paragonabile all'errore dovuto alla variazione del modulo elastico ottenuta del primo processo.

L'errore sulla stima della rigidezza appare nuovamente crescente per valori più elevati di $k_{t,real}$ impostati nel *real-model*, tuttavia valgono le medesime considerazioni effettuate in precedenza sui valori effettivi di rigidezza che è giusto aspettarsi da una situazione reale. Analogamente al primo processo, l'errore sulla stima della rigidezza ricavata dalla relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ risulta inferiore agli errori commessi dalle relazioni basate sul calcolo del CoMAC, per alcune situazioni l'errore è addirittura un terzo. Ancora una volta viene dimostrata la bontà della tecnica implementata nel capitolo 3 per la stima della rigidezza dei vincoli.

4.2.3 Considerazioni sulla tipologia di catena

Prima di procedere nell'analisi dei risultati ottenuti dai primi due processi di simulazioni per identificare i casi critici e svilupparli nello specifico, occorre soffermarsi sulle diverse tipologie di catena e sull'effetto che si ottiene sulla tecnica di stima della rigidezza implementata. Le due grandezze per le quali si vuole definire l'influenza sulla stima della rigidezza sono il materiale costituente la catena e la snellezza della catena stessa.

Come si vedrà, il materiale della catena influisce molto in termini di qualità della stima della rigidezza che è possibile ottenere. Catene costituite da materiali differenti presentano diversi valori di densità ρ , modulo elastico E e sforzo assiale di snervamento σ_{sn} . Tutte queste grandezze elencate fanno parte dei parametri considerati nella costruzione della catena, per cui incidono seppur in maniera diversa tra loro sull'intero processo di identificazione, compresa la stima della rigidezza dei vincoli. Si considerino i due materiali differenti riportati in Tabella(4.10), il primo materiale è *Fe430*, per cui il materiale utilizzato sino ad ora nelle analisi effettuate, il secondo materiale è *Al6082* che

possiede proprietà fisiche e chimiche differenti rispetto al ferro. Il modulo elastico e la densità dell'alluminio scelto sono inferiori rispetto a quelli del ferro, al contrario le caratteristiche di resistenza meccanica a trazione sono simili per cui il valore di σ_{sn} per i due materiali è quasi il medesimo.

Tabella 4.10 Materiali utilizzati per il confronto.

Materiali	E (MPa)	ρ (kg/m ³)	$\sigma_{sn} - R_{0.2}$ (MPa)	ν
Fe430	200000	7860	300	0.3
Al6082	68670	2690	260	0.3

Si costruiscano due modelli di catena con sezione 30×50 mm, lunghezza $l = 4000$ mm e come materiali i due riportati in Tabella(4.10). Procedendo con la definizione delle relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$ per entrambi i modelli si ottengono i risultati riportati nelle Figure(4.11, 4.12, 4.13), dove si mostra l'andamento della relazione per valori differenti di azione assiale considerata.

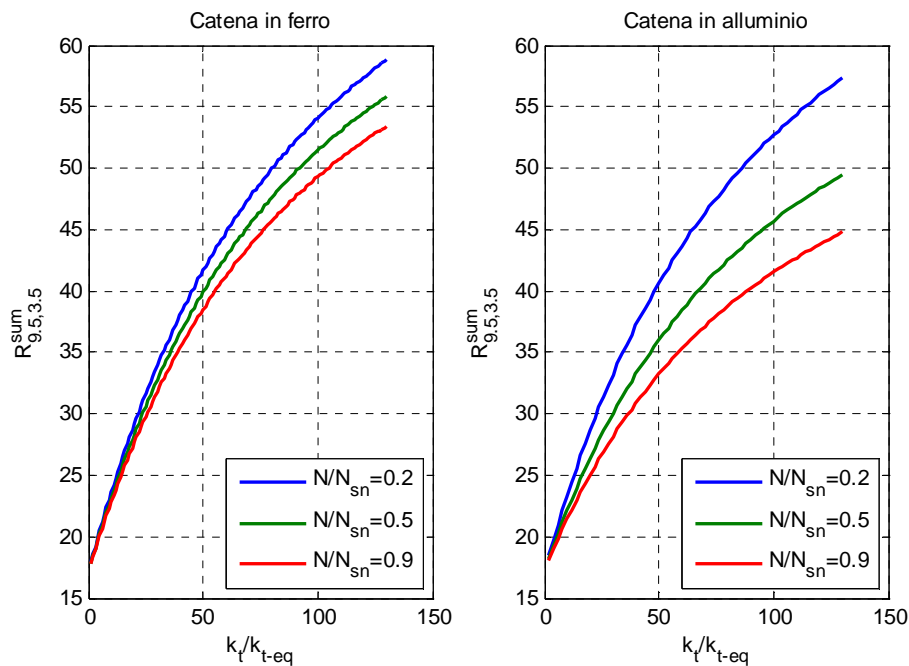


Figura 4.11 Confronto tra la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ ottenuta per la catena di ferro e la stessa relazione ottenuta per la catena in alluminio.

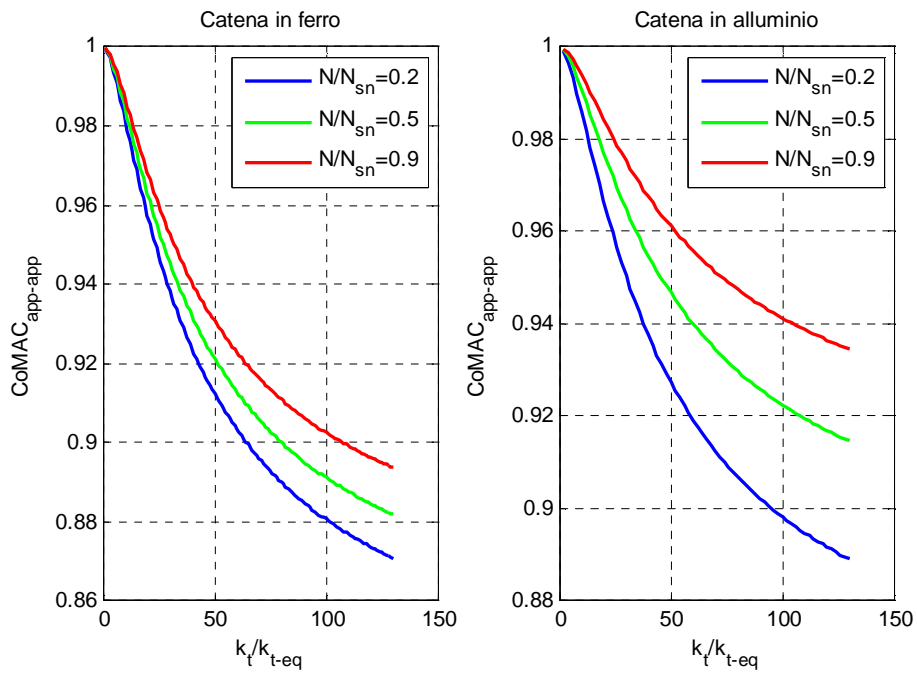


Figura 4.12 Confronto tra la relazione $CoMAC_{app-app}$ ottenuta per la catena di ferro e la stessa relazione ottenuta per la catena in alluminio.

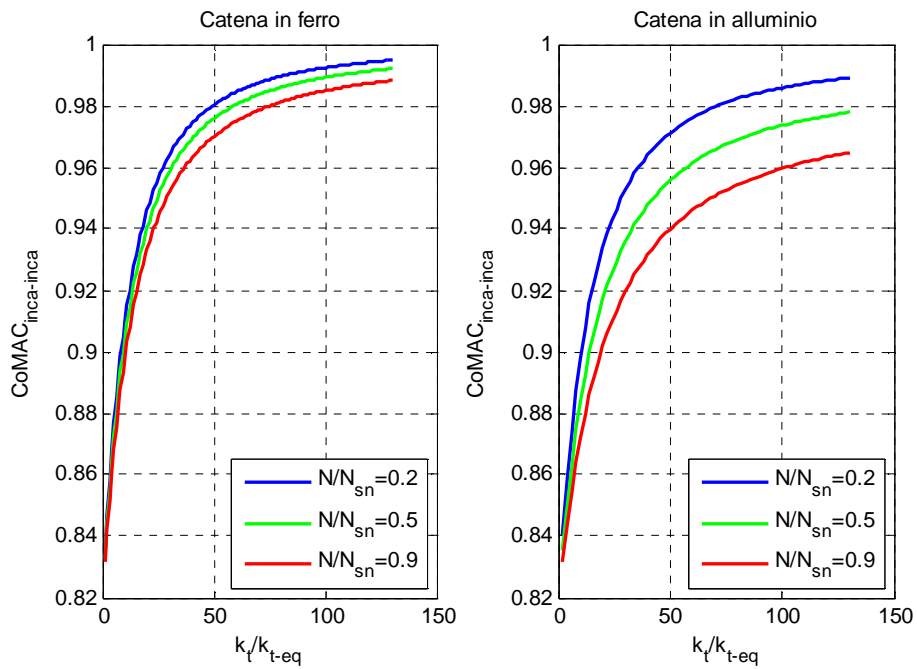


Figura 4.13 Confronto tra la relazione $CoMAC_{onca-inca}$ ottenuta per la catena di ferro e la stessa relazione ottenuta per la catena in alluminio.

Le relazioni costruite per i due modelli di catena mostrano due andamenti simili in termini di forma delle curve ottenute. Appare però evidente come nel caso della catena in alluminio la dipendenza delle relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$ dal tiro sia molto più elevata, le curve a differente valore di azione assiale raggiungono distanze superiori tra loro, di conseguenza al momento di effettuare delle stime utilizzando le curve centrali a $N/N_{sn} = 0.5$ si ottiene un errore molto più elevato sulla stima della rigidezza rispetto a quello ottenuto per la catena di ferro. Il cambiamento è dovuto alle differenti proprietà meccaniche e fisiche del materiale considerato. L'errore sulla stima della rigidezza che deriva da questa maggiore apertura delle curve, nonostante dipenda dal valore di E e ρ del materiale, è l'errore che nei processi eseguiti nel capitolo 4.2.2 veniva imputato alla dipendenza dal valore di tiro agente sulla catena. Per valutare la dipendenza vera e propria sulla stima della rigidezza del modulo elastico e della densità occorre eseguire il primo processo di analisi anche per la catena in alluminio.

Tabella 4.11 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$. Catena in alluminio.

		CATENA IN ALLUMINIO: $K_t/K_{t_eq} = 25$								
		Curva: N / N _{sn} = 0.2			Curva: N / N _{sn} = 0.5			Curva: N / N _{sn} = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
N _{real} / N _{sn} = 0.2	-5%	0,28	0,29	0,28	9,28	9,40	9,40	23,34	23,35	23,35
		0,29	0,30	0,30	9,35	9,35	9,35	24,20	24,19	24,20
		0,16	0,14	0,17	4,21	4,22	4,21	9,55	9,54	9,50
	E	-0,01	0,00	-0,01	8,61	8,60	8,60	21,60	21,60	21,59
		0,03	0,00	0,01	8,54	8,53	8,53	22,28	22,31	22,33
	5%	0,04	0,00	0,03	3,86	3,88	3,88	8,93	8,92	8,95
-0,27		-0,27	-0,27	7,90	7,86	7,89	20,06	20,06	20,06	
-0,23		-0,23	-0,24	7,82	7,82	7,79	20,70	20,65	20,67	
		-0,09	-0,10	-0,11	3,59	3,59	3,58	8,37	8,39	8,40
N _{real} / N _{sn} = 0.5	-5%	-5,73	-5,75	-5,74	0,54	0,54	0,54	9,62	9,62	9,63
		-5,64	-5,65	-5,64	0,56	0,55	0,56	10,04	10,04	10,04
		-3,13	-3,12	-3,12	0,29	0,31	0,28	4,70	4,69	4,70
	E	-5,94	-5,94	-5,95	0,00	0,00	0,00	8,54	8,53	8,54
		-5,84	-5,84	-5,84	0,00	0,00	0,02	8,86	8,89	8,88
	5%	-3,24	-3,24	-3,24	-0,02	0,00	0,01	4,20	4,18	4,21
-6,13		-6,14	-6,13	-0,48	-0,48	-0,49	7,57	7,56	7,57	
-6,03		-6,03	-6,03	-0,46	-0,48	-0,46	7,86	7,87	7,87	
		-3,34	-3,34	-3,33	-0,25	-0,25	-0,23	3,74	3,76	3,73
N _{real} / N _{sn} = 0.9	-5%	-10,09	-10,09	-10,09	-5,51	-5,57	-5,58	0,71	0,72	0,73
		-10,07	-10,06	-10,06	-5,63	-5,64	-5,65	0,78	0,77	0,76
		-6,10	-6,11	-6,10	-3,27	-3,27	-3,27	0,39	0,40	0,39
	E	-10,23	-10,23	-10,23	-5,97	-5,95	-5,97	0,00	0,00	0,00
		-10,20	-10,20	-10,19	-6,02	-6,02	-6,02	0,00	0,00	0,00
	5%	-6,20	-6,19	-6,20	-3,48	-3,50	-3,51	-0,05	0,00	-0,03
-10,37		-10,37	-10,37	-6,28	-6,30	-6,30	-0,65	-0,65	-0,66	
-10,32		-10,33	-10,33	-6,37	-6,36	-6,36	-0,67	-0,67	-0,66	
		-6,28	-6,30	-6,29	-3,70	-3,71	-3,70	-0,39	-0,40	-0,41

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.12 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$. Catena in alluminio.

		CATENA IN ALLUMINIO: $K_t/K_{t_eq} = 35$								
		Curva: N / N _{sn} = 0.2			Curva: N / N _{sn} = 0.5			Curva: N / N _{sn} = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
N _{real} / N _{sn} = 0.2	-5%	0,45	0,45	0,45	15,36	15,56	15,56	41,73	41,76	41,75
		0,45	0,47	0,47	15,67	15,68	15,69	44,39	44,35	44,38
		0,22	0,14	0,15	6,47	6,50	6,44	14,98	15,02	15,00
	E	0,00	0,00	0,00	14,15	14,19	14,17	38,26	38,26	38,26
		0,02	0,00	0,01	14,23	14,24	14,24	40,45	40,50	40,55
		0,01	0,00	0,01	5,96	5,95	5,91	14,08	14,03	14,02
5%	-0,42	-0,41	-0,41	12,91	12,93	12,95	35,24	35,22	35,24	
	-0,36	-0,38	-0,37	12,96	12,96	12,95	37,08	37,10	37,06	
	-0,21	-0,21	-0,23	5,48	5,48	5,43	13,16	13,13	13,17	
N _{real} / N _{sn} = 0.5	-5%	-8,76	-8,76	-8,76	0,84	0,87	0,86	15,89	15,90	15,90
		-8,70	-8,70	-8,69	0,89	0,88	0,89	16,78	16,81	16,82
		-4,74	-4,71	-4,74	0,44	0,42	0,44	7,30	7,29	7,28
	E	-9,06	-9,06	-9,07	-0,01	0,00	0,02	14,01	14,02	14,03
		-8,98	-8,98	-8,99	0,02	0,00	0,00	14,81	14,77	14,76
		-4,91	-4,89	-4,86	0,03	0,00	0,03	6,52	6,52	6,49
5%	-9,33	-9,34	-9,33	-0,75	-0,74	-0,74	12,37	12,37	12,38	
	-9,25	-9,25	-9,26	-0,75	-0,74	-0,75	13,01	13,04	13,03	
	-5,04	-5,07	-5,04	-0,37	-0,38	-0,41	5,82	5,81	5,81	
N _{real} / N _{sn} = 0.9	-5%	-15,09	-15,10	-15,09	-8,44	-8,54	-8,54	1,17	1,17	1,16
		-15,12	-15,12	-15,11	-8,67	-8,68	-8,67	1,22	1,24	1,19
		-9,12	-9,13	-9,15	-4,92	-4,93	-4,93	0,61	0,59	0,56
	E	-15,29	-15,30	-15,30	-9,10	-9,10	-9,10	0,00	0,00	0,00
		-15,31	-15,32	-15,32	-9,24	-9,24	-9,25	0,02	0,00	0,02
		-9,26	-9,29	-9,26	-5,29	-5,28	-5,28	-0,03	0,00	-0,07
5%	-15,49	-15,50	-15,49	-9,60	-9,60	-9,60	-1,04	-1,01	-1,02	
	-15,50	-15,50	-15,50	-9,73	-9,76	-9,74	-1,05	-1,06	-1,08	
	-9,40	-9,40	-9,41	-5,59	-5,58	-5,60	-0,61	-0,60	-0,61	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.13 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$. Catena in alluminio.

CATENA IN ALLUMINIO: $K_t/K_{t_eq} = 90$										
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	1,91	1,91	1,94	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		1,95	1,99	1,98	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		0,80	0,80	0,78	26,92	26,93	26,93	NaN	NaN	NaN
	E	-0,03	0,00	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		0,05	0,00	0,03	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		0,03	0,00	0,01	24,51	24,54	24,52	NaN	NaN	NaN
5%	-1,71	-1,73	-1,71	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
	-1,68	-1,70	-1,69	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
	-0,71	-0,72	-0,74	22,47	22,51	22,51	NaN	NaN	NaN	
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-31,69	-31,68	-31,68	3,47	3,60	3,62	NaN	NaN	NaN
		-32,25	-32,25	-32,25	3,84	3,86	3,87	NaN	NaN	NaN
		-16,75	-16,72	-16,69	1,67	1,80	1,59	30,58	30,35	30,53
	E	-32,61	-32,61	-32,61	0,01	0,00	0,03	NaN	NaN	NaN
		-33,13	-33,16	-33,15	0,00	0,00	0,01	NaN	NaN	NaN
		-17,28	-17,33	-17,31	0,10	0,00	-0,05	27,04	26,81	27,06
5%	-33,45	-33,45	-33,47	-3,12	-3,12	-3,13	NaN	NaN	NaN	
	-33,98	-33,96	-33,99	-3,33	-3,34	-3,34	NaN	NaN	NaN	
	-17,78	-17,87	-17,86	-1,45	-1,43	-1,41	23,89	23,66	23,84	
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-49,51	-49,51	-49,50	-30,60	-30,81	-30,80	4,89	4,90	4,93
		-50,23	-50,23	-50,23	-31,84	-31,83	-31,84	5,25	5,27	5,27
		-30,50	-30,56	-30,54	-17,25	-17,17	-17,26	2,49	2,46	2,53
	E	-50,05	-50,07	-50,06	-32,56	-32,58	-32,56	-0,02	0,00	0,01
		-50,74	-50,75	-50,76	-33,63	-33,61	-33,63	-0,04	0,00	0,01
		-30,98	-30,95	-30,97	-18,43	-18,35	-18,42	0,01	0,00	0,15
5%	-50,54	-50,55	-50,55	-34,13	-34,13	-34,13	-4,17	-4,17	-4,18	
	-51,21	-51,22	-51,22	-35,21	-35,20	-35,20	-4,39	-4,55	-4,49	
	-31,36	-31,30	-31,30	-19,40	-19,35	-19,42	-1,93	-2,05	-1,97	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Nelle Tabelle(4.11, 4.12, 4.13) si riportano gli errori assoluti commessi sulle stime della rigidezza in modo del tutto analogo a quello utilizzato nell'analisi del capitolo 4.2.2 con la sola differenza del materiale componente la catena. Rispetto alle Tabelle(4.4, 4.5, 4.6) che prevedevano modelli di catena in ferro, le presenti Tabelle(4.11, 4.12, 4.13) mostrano generalmente degli errori assoluti superiori sulla stima della rigidezza dei vincoli. Dalle zone delle tabelle evidenziate in azzurro è possibile apprezzare la sola dipendenza del modulo elastico e della densità della catena, confrontando nuovamente le tabelle si denota un aumento dell'errore commesso sulla stima nel caso di catena in alluminio. In definitiva un materiale con modulo elastico e densità minori è soggetto ad errori superiori in seguito all'utilizzo delle relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$ per la prima stima della rigidezza dei vincoli.

La seconda grandezza per la quale è utile studiare il comportamento delle relazioni di stima è la snellezza λ della catena. Considerando una catena di sezione rettangolare di dimensioni $a \times b$ e lunghezza l , la snellezza è definita come $\lambda = l/(a \cdot b)$. La lunghezza della catena l fa parte dei parametri utilizzati nella costruzione della catena mentre la geometria e dimensione della sezione sono considerate sino ad ora note e costanti lungo la luce. Volendo definire l'influenza della sezione sul processo di stima della rigidezza dei vincoli e dunque l'influenza della snellezza λ della catena, si costruiscono due modelli con medesimi parametri ma con le due differenti sezioni riportate in Tabella(4.14). La snellezza in tabella è calcolata per una lunghezza della catena pari a $l = 4000 \text{ mm}$; si noti come considerando una sezione minore la snellezza della catena cresca notevolmente.

Tabella 4.14 Sezioni utilizzate per il confronto.

Sezione	$a \text{ (mm)}$	$b \text{ (mm)}$	$A \text{ (mm}^2\text{)}$	$j_z \text{ (mm}^4\text{)}$	$\lambda \text{ (1/mm)}$
Rett 30×50	30	50	1500	312500	2.67
Rett 15×25	15	25	375	19531	10.67

Utilizzando la catena con sezione rettangolare $30 \times 50 \text{ mm}$ si ottenevano i risultati riportati nel capitolo 4.2.2. Eseguendo il processo per l'analisi dell'influenza della lunghezza sulla stima della rigidezza anche per il modello di catena di sezione $15 \times 25 \text{ mm}$ si ottengono i risultati riportati nelle Tabelle(4.15, 4.16, 4.17). Dai risultati emerge come, considerando una sezione con dimensioni minori, l'errore commesso sulla stima della rigidezza aumenti, dunque una maggiore snellezza della catena comporta peggiori stime di rigidezza dei vincoli.

Tabella 4.15 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$. Catena in alluminio.

		CATENA IN ALLUMINIO: $K_t/K_{t_eq}=25$			
N real-model	Curva relazioni	Lnom	-1%	-3%	-5%
N/Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000	0,100	0,307	0,516
		0,000	0,119	0,325	0,527
		0,000	0,045	0,159	0,269
	N/Nsn = 0.5	8,595	8,889	9,480	10,086
		8,528	8,829	9,429	10,046
		3,884	3,989	4,220	4,442
N/Nsn = 0.9	21,603	22,221	23,492	24,819	
	22,315	22,983	24,400	25,806	
	8,922	9,131	9,552	10,003	
N/Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-5,940	-5,870	-5,719	-5,571
		-5,841	-5,768	-5,635	-5,477
		-3,238	-3,189	-3,110	-3,028
	N/Nsn = 0.5	0,000	0,188	0,590	0,995
		0,000	0,207	0,620	1,013
		0,000	0,097	0,297	0,485
N/Nsn = 0.9	8,532	8,927	9,724	10,554	
	8,888	9,320	10,157	11,035	
	4,177	4,370	4,706	5,082	
N/Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-10,230	-10,172	-10,066	-9,955
		-10,202	-10,146	-10,051	-9,940
		-6,193	-6,175	-6,109	-6,027
	N/Nsn = 0.5	-5,954	-5,801	-5,529	-5,246
		-6,024	-5,891	-5,595	-5,306
		-3,502	-3,421	-3,252	-3,076
N/Nsn = 0.9	0,000	0,265	0,812	1,370	
	0,000	0,281	0,851	1,433	
	0,000	0,131	0,429	0,704	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.16 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$. Catena in alluminio.

		CATENA IN ALLUMINIO: $K_t/K_{t_eq}=35$			
N real-model	Curva relazioni	Ln _{0m}	-1%	-3%	-5%
N/N _{sn} = 0.2	N/N _{sn} = 0.2	0,000	0,146	0,482	0,815
		0,000	0,172	0,492	0,803
		0,000	0,015	0,154	0,307
N/N _{sn} = 0.2	N/N _{sn} = 0.5	14,188	14,666	15,668	16,730
		14,240	14,742	15,810	16,872
		5,946	6,139	6,486	6,821
N/N _{sn} = 0.2	N/N _{sn} = 0.9	38,257	39,484	42,002	44,721
		40,497	41,839	44,743	47,789
		14,033	14,388	14,977	15,713
N/N _{sn} = 0.5	N/N _{sn} = 0.2	-9,061	-8,955	-8,731	-8,507
		-8,985	-8,887	-8,669	-8,457
		-4,886	-4,852	-4,715	-4,604
N/N _{sn} = 0.5	N/N _{sn} = 0.5	0,000	0,323	0,943	1,589
		0,000	0,331	0,954	1,617
		0,000	0,142	0,429	0,697
N/N _{sn} = 0.5	N/N _{sn} = 0.9	14,019	14,685	16,077	17,506
		14,774	15,556	16,984	18,601
		6,521	6,761	7,337	7,872
N/N _{sn} = 0.9	N/N _{sn} = 0.2	-15,302	-15,221	-15,072	-14,914
		-15,323	-15,239	-15,103	-14,946
		-9,287	-9,230	-9,131	-9,017
N/N _{sn} = 0.9	N/N _{sn} = 0.5	-9,101	-8,868	-8,474	-8,045
		-9,237	-9,036	-8,611	-8,183
		-5,281	-5,193	-4,931	-4,690
N/N _{sn} = 0.9	N/N _{sn} = 0.9	0,000	0,421	1,285	2,156
		0,000	0,455	1,324	2,267
		0,000	0,194	0,617	1,074

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.17 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$. Catena in alluminio.

		CATENA IN ALLUMINIO: $K_t/K_{t_eq}=90$			
N real-model	Curva relazioni	Lnom	-1%	-3%	-5%
N/Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000 0,000 0,000	0,607 0,668 0,214	1,947 2,029 0,613	3,318 3,457 1,051
	N/Nsn = 0.5	NaN NaN 24,536	NaN NaN 25,127	NaN NaN 26,702	NaN NaN 28,212
	N/Nsn = 0.9	NaN NaN NaN	NaN NaN NaN	NaN NaN NaN	NaN NaN NaN
N/Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-32,610 -33,157 -17,335	-32,294 -32,851 -17,171	-31,645 -32,217 -16,835	-30,976 -31,544 -16,472
	N/Nsn = 0.5	0,000 0,000 0,000	1,262 1,291 0,563	3,900 4,102 1,616	6,605 6,959 2,700
	N/Nsn = 0.9	NaN NaN 26,808	NaN NaN 28,025	NaN NaN 30,282	NaN NaN 32,798
N/Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-50,072 -50,750 -30,948	-49,865 -50,564 -30,833	-49,485 -50,194 -30,584	-49,078 -49,817 -30,327
	N/Nsn = 0.5	-32,585 -33,611 -18,353	-31,932 -33,029 -17,957	-30,691 -31,699 -17,331	-29,338 -30,356 -16,456
	N/Nsn = 0.9	0,000 0,000 0,000	1,717 1,729 0,854	5,275 5,720 2,465	9,035 9,815 4,222

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

4.2.4 Definizione di un nuovo modello per le analisi

Alla luce di quanto emerso nel capitolo 4.2.3 circa la dipendenza delle relazioni per la stima della rigidezza dei vincoli dalla tipologia di materiale costituente la catena e dalla snellezza della catena stessa, è utile introdurre un nuovo modello di catena che verrà utilizzato per le prossime analisi e soprattutto per le prove sperimentali che si eseguiranno nel capitolo 6. La scelta della tipologia di catena da utilizzare per la validazione del metodo di identificazione del tiro è strettamente legata ai risultati ottenuti sino a questo punto.

Avendo riscontrato degli errori di stima superiori per catene di alluminio e con snellezza elevate, si sceglie di considerare per le prove sperimentali una catena con le caratteristiche riportate nella Tabella(4.18).

Tabella 4.18 Caratteristiche catena utilizzata per le analisi successive e per le prove sperimentali.

Caratteristiche catena		
Materiale Al 3003		
E	68670	MPa
ρ	2690	kg/m^3
σ_{sn}	40	MPa
Sezione rettangolare 15 × 25		
a	15	mm
b	25	mm
A	375	mm^2
J_z	19531	mm^4
N_{sn}	15000	N
Lunghezza catena		
l	4000	mm
λ	10,67	$1/mm$
Rigidezza equivalente		
k_{t-eq}	335,3	$N \cdot m$

Scegliendo una tipologia di catena come quella riportata nella Tabella(4.18) si cerca di porsi in una situazione svantaggiosa per l'esecuzione dell'intero processo d'identificazione del tiro, di conseguenza i risultati che ne deriveranno saranno da considerare cautelativi rispetto ad una normale

situazione reale. In altri termini la catena scelta possiede le caratteristiche che dagli studi eseguiti in precedenza mostrano gli errori maggiori di stima.

La scelta dell'alluminio porterà ad avere un vantaggio significativo in fase di analisi sperimentale in quanto richiederà un minore sforzo per la messa in trazione della catena che verrà riprodotta in laboratorio. Lo studio del capitolo 4.2.3 dimostra tuttavia che una catena di alluminio è svantaggiosa rispetto alla tecnica di stima presentata, per cui i risultati saranno in un certo senso sovrastimati rispetto ad una situazione più vantaggiosa per il metodo. Il medesimo ragionamento porta a scegliere una sezione per la catena di $15 \times 25 \text{ mm}$ che corrisponde ad una situazione di snellezza elevata della catena.

Il modello di catena così definito verrà utilizzato per tutti gli studi e analisi che seguiranno. Nelle Tabelle(4.19,...4.24) di seguito, si riportano i risultati ottenuti dai due processi eseguiti nel capitolo 4.2.2 per la nuova tipologia di catena considerata.

Tabella 4.19 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$. Modello sperimentale.

		Kt/Kt_eq = 25								
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	0,19	0,20	0,20	5,82	5,83	5,82	13,68	13,87	13,67
		0,19	0,17	0,17	5,56	5,56	5,57	13,58	13,58	13,56
		0,08	0,05	0,06	2,52	2,52	2,53	5,68	5,67	5,69
	E	0,02	0,00	0,00	5,35	5,35	5,35	12,73	12,96	12,96
		0,00	0,00	0,00	5,10	5,11	5,10	12,59	12,62	12,62
		-0,02	0,00	-0,04	2,30	2,32	2,32	5,34	5,31	5,34
5%	-0,17	-0,16	-0,16	4,93	4,93	4,93	11,88	12,07	12,08	
	-0,16	-0,16	-0,14	4,68	4,68	4,69	11,75	11,74	11,77	
	-0,12	-0,08	-0,11	2,13	2,16	2,15	5,02	5,01	5,00	
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-4,00	-3,99	-4,00	0,38	0,37	0,38	6,37	6,45	6,38
		-3,83	-3,82	-3,83	0,39	0,40	0,39	6,48	6,51	6,50
		-2,02	-1,99	-2,01	0,20	0,18	0,19	3,01	3,01	3,01
	E	-4,13	-4,14	-4,14	0,02	0,00	0,02	5,67	5,74	5,74
		-3,96	-3,97	-3,95	0,02	0,00	0,01	5,78	5,77	5,76
		-2,09	-2,11	-2,08	0,02	0,00	0,03	2,71	2,68	2,70
5%	-4,27	-4,27	-4,27	-0,32	-0,31	-0,32	5,05	5,11	5,12	
	-4,09	-4,08	-4,09	-0,30	-0,30	-0,29	5,13	5,14	5,14	
	-2,14	-2,16	-2,15	-0,12	-0,15	-0,15	2,42	2,42	2,39	
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-7,52	-7,51	-7,51	-4,08	-4,09	-4,09	0,53	0,56	0,54
		-7,34	-7,34	-7,33	-4,08	-4,09	-4,08	0,56	0,55	0,55
		-4,14	-4,17	-4,17	-2,23	-2,21	-2,23	0,23	0,25	0,25
	E	-7,62	-7,62	-7,61	-4,35	-4,37	-4,37	0,00	0,00	0,01
		-7,44	-7,44	-7,45	-4,35	-4,35	-4,35	-0,01	0,00	0,00
		-4,23	-4,23	-4,22	-2,39	-2,36	-2,38	-0,03	0,00	-0,03
5%	-7,73	-7,74	-7,74	-4,61	-4,63	-4,63	-0,46	-0,45	-0,46	
	-7,55	-7,55	-7,54	-4,59	-4,60	-4,59	-0,47	-0,46	-0,47	
	-4,28	-4,27	-4,29	-2,52	-2,52	-2,50	-0,26	-0,27	-0,26	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.20 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$. Modello sperimentale.

		Kt/Kt_eq = 35								
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	0,31	0,30	0,32	9,56	9,53	9,60	23,42	23,89	23,40
		0,26	0,27	0,26	9,22	9,19	9,20	23,67	23,67	23,69
		0,13	0,15	0,14	3,93	3,96	3,97	8,96	8,99	9,00
	E	0,03	0,00	0,01	8,77	8,73	8,78	21,70	22,05	22,07
		-0,01	0,00	-0,03	8,41	8,38	8,38	21,87	21,83	21,84
		0,01	0,00	0,02	3,66	3,64	3,62	8,42	8,43	8,39
5%	-0,24	-0,23	-0,23	8,02	8,01	8,05	20,21	20,53	20,53	
	-0,25	-0,25	-0,25	7,69	7,68	7,71	20,28	20,24	20,25	
	-0,11	-0,11	-0,11	3,36	3,33	3,34	7,93	7,90	7,89	
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-6,25	-6,25	-6,23	0,56	0,57	0,56	10,47	10,54	10,46
		-6,02	-6,02	-6,03	0,62	0,62	0,62	10,80	10,80	10,79
		-3,04	-3,06	-3,06	0,31	0,32	0,31	4,72	4,69	4,69
	E	-6,48	-6,47	-6,46	-0,04	0,00	-0,02	9,25	9,38	9,36
		-6,21	-6,22	-6,21	0,01	0,00	0,03	9,56	9,57	9,53
		-3,16	-3,17	-3,17	0,04	0,00	0,03	4,20	4,20	4,19
5%	-6,67	-6,65	-6,67	-0,53	-0,55	-0,54	8,22	8,31	8,30	
	-6,40	-6,40	-6,39	-0,49	-0,47	-0,47	8,46	8,47	8,45	
	-3,29	-3,27	-3,29	-0,21	-0,23	-0,23	3,76	3,71	3,75	
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-11,47	-11,48	-11,47	-6,37	-6,38	-6,37	0,86	0,84	0,84
		-11,31	-11,31	-11,31	-6,40	-6,41	-6,39	0,87	0,86	0,87
		-6,32	-6,33	-6,30	-3,36	-3,40	-3,38	0,39	0,42	0,41
	E	-11,65	-11,66	-11,66	-6,80	-6,80	-6,80	0,00	0,00	-0,01
		-11,47	-11,46	-11,48	-6,83	-6,81	-6,81	-0,02	0,00	-0,01
		-6,41	-6,42	-6,43	-3,63	-3,64	-3,64	0,00	0,00	-0,02
5%	-11,80	-11,80	-11,81	-7,18	-7,18	-7,19	-0,73	-0,74	-0,74	
	-11,63	-11,62	-11,61	-7,20	-7,19	-7,19	-0,75	-0,76	-0,76	
	-6,50	-6,51	-6,50	-3,85	-3,85	-3,86	-0,39	-0,39	-0,39	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.21 Risultati del primo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$. Modello sperimentale.

		Kt/Kt_eq = 90								
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	1,36	1,37	1,36	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		1,26	1,26	1,28	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		0,44	0,37	0,44	15,99	15,95	16,00	39,08	38,84	39,01
	E	0,04	0,00	-0,03	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		-0,06	0,00	0,12	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		-0,07	0,00	-0,16	14,70	14,58	14,71	36,30	36,21	36,23
	5%	-1,10	-1,03	-1,06	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		-1,07	-1,06	-1,10	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		-0,61	-0,48	-0,53	13,44	13,53	13,46	33,82	33,85	33,70
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-24,07	-24,07	-24,00	2,61	2,68	2,70	NaN	NaN	NaN
		-24,17	-24,13	-24,10	2,68	2,65	2,72	NaN	NaN	NaN
		-11,45	-11,43	-11,47	1,01	1,05	0,98	19,01	18,99	18,96
	E	-24,80	-24,83	-24,85	0,16	0,00	0,03	NaN	NaN	NaN
		-24,89	-24,83	-24,89	-0,04	0,00	0,01	NaN	NaN	NaN
		-11,82	-11,86	-11,91	-0,13	0,00	-0,11	16,83	16,93	16,91
	5%	-25,51	-25,50	-25,48	-2,27	-2,19	-2,14	NaN	NaN	NaN
		-25,54	-25,50	-25,53	-2,34	-2,26	-2,34	NaN	NaN	NaN
		-12,20	-12,28	-12,32	-1,01	-1,03	-1,00	14,99	15,02	15,07
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-40,81	-40,80	-40,82	-24,61	-24,62	-24,64	3,54	3,71	3,74
		-41,13	-41,10	-41,12	-25,35	-25,32	-25,36	3,96	3,92	4,00
		-22,37	-22,33	-22,35	-12,29	-12,35	-12,41	1,66	1,61	1,68
	E	-41,32	-41,32	-41,28	-26,13	-26,09	-26,12	-0,07	0,00	-0,02
		-41,57	-41,56	-41,61	-26,82	-26,83	-26,85	0,04	0,00	-0,01
		-22,66	-22,66	-22,67	-13,19	-13,21	-13,21	0,07	0,00	-0,02
	5%	-41,77	-41,75	-41,70	-27,42	-27,44	-27,41	-3,35	-3,27	-3,23
		-42,02	-42,01	-42,04	-28,20	-28,11	-28,15	-3,38	-3,35	-3,41
		-22,97	-22,96	-23,00	-13,93	-14,08	-13,96	-1,40	-1,40	-1,56

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.22 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$. Modello sperimentale.

		Kt/Kt_eq=25			
N real-model	Curva relazioni	Lnom	-1%	-3%	-5%
N/Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000	-0,076	-0,193	-0,335
		0,000	-0,068	-0,187	-0,304
		0,000	-0,065	-0,093	-0,162
	N/Nsn = 0.5	5,354	5,198	4,821	4,501
		5,107	4,936	4,581	4,246
		2,320	2,247	2,112	1,950
N/Nsn = 0.9	12,958	12,404	11,903	11,228	
	12,617	12,227	11,578	10,913	
	5,315	5,206	4,936	4,697	
N/Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-4,143	-4,200	-4,300	-4,406
		-3,975	-4,018	-4,115	-4,204
		-2,106	-2,123	-2,163	-2,215
	N/Nsn = 0.5	0,000	-0,118	-0,397	-0,645
		0,000	-0,103	-0,357	-0,617
		0,000	-0,044	-0,186	-0,305
N/Nsn = 0.9	5,742	5,413	4,981	4,481	
	5,769	5,504	4,985	4,479	
	2,677	2,579	2,361	2,126	
N/Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-7,619	-7,676	-7,758	-7,841
		-7,442	-7,492	-7,565	-7,652
		-4,228	-4,249	-4,312	-4,346
	N/Nsn = 0.5	-4,371	-4,481	-4,680	-4,883
		-4,352	-4,445	-4,648	-4,850
		-2,359	-2,446	-2,556	-2,647
N/Nsn = 0.9	0,000	-0,184	-0,558	-0,936	
	0,000	-0,189	-0,575	-0,955	
	0,000	-0,102	-0,328	-0,515	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.23 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$. Modello sperimentale.

		Kt/Kt_eq=35			
N real-model	Curva relazioni	Lnom	-1%	-3%	-5%
N/Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000	-0,079	-0,312	-0,500
		0,000	-0,094	-0,294	-0,468
		0,000	-0,042	-0,155	-0,224
	N/Nsn = 0.5	8,728	8,487	7,860	7,307
		8,379	8,117	7,533	6,978
		3,639	3,540	3,304	3,065
N/Nsn = 0.9	22,049	21,090	20,180	19,011	
	21,827	21,203	19,918	18,688	
	8,427	8,201	7,798	7,414	
N/Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-6,475	-6,543	-6,694	-6,851
		-6,221	-6,299	-6,434	-6,575
		-3,172	-3,225	-3,309	-3,383
	N/Nsn = 0.5	0,000	-0,246	-0,664	-1,078
		0,000	-0,186	-0,614	-1,010
		0,000	-0,070	-0,258	-0,483
N/Nsn = 0.9	9,383	8,815	8,064	7,231	
	9,568	9,124	8,214	7,383	
	4,196	4,006	3,651	3,299	
N/Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-11,656	-11,733	-11,836	-11,973
		-11,462	-11,537	-11,660	-11,759
		-6,418	-6,428	-6,499	-6,585
	N/Nsn = 0.5	-6,800	-6,952	-7,285	-7,589
		-6,805	-6,972	-7,277	-7,593
		-3,636	-3,709	-3,887	-4,053
N/Nsn = 0.9	0,000	-0,289	-0,917	-1,518	
	0,000	-0,329	-0,931	-1,547	
	0,000	-0,147	-0,508	-0,783	

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.24 Risultati del secondo processo d'analisi sull'errore commesso nella stima della rigidezza per le tre tecniche. Rigidezza dei vincoli nel *real-model*: $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$. Modello sperimentale.

		Kt/Kt_eq=90			
N real-model	Curva relazioni	Lnom	-1%	-3%	-5%
N/Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.2	0,000	-0,336	-1,194	-2,176
		0,000	-0,404	-1,230	-2,097
		0,000	-0,299	-0,598	-0,867
N/Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.5	NaN	NaN	NaN	37,143
		NaN	NaN	NaN	37,581
		14,580	14,283	13,214	12,362
N/Nsn = 0.2	N/Nsn = 0.9	NaN	NaN	NaN	NaN
		NaN	NaN	NaN	NaN
		36,215	35,310	33,311	31,514
N/Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.2	-24,831	-25,138	-25,701	-26,156
		-24,830	-25,103	-25,609	-26,133
		-11,859	-11,994	-12,189	-12,554
N/Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.5	0,000	-0,888	-2,640	-4,364
		0,000	-0,993	-2,819	-4,524
		0,000	-0,436	-1,114	-1,864
N/Nsn = 0.5	N/Nsn = 0.9	NaN	NaN	NaN	36,720
		NaN	NaN	NaN	39,422
		16,935	16,093	14,687	13,164
N/Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.2	-41,316	-41,495	-41,852	-42,158
		-41,561	-41,749	-42,104	-42,386
		-22,660	-22,791	-23,012	-23,191
N/Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.5	-26,090	-26,655	-27,671	-28,678
		-26,834	-27,399	-28,429	-29,412
		-13,210	-13,522	-14,040	-14,675
N/Nsn = 0.9	N/Nsn = 0.9	0,000	-1,474	-3,896	-6,420
		0,000	-1,394	-4,158	-6,742
		0,000	-0,522	-1,717	-2,772

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Nelle tabelle appena presentate sono state evidenziate in azzurro le zone relative alle stime ottenute con interpolazione delle relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$ valutate per un livello di tiro pari a $N/N_{sn} = 0.5$. Nei capitoli precedenti è stato dimostrato come questa scelta nella costruzione delle relazioni di stima porti ad ottenere gli errori assoluti più contenuti, facilmente deducibile dal fatto che il livello di tiro considerato è centrale rispetto all'intero intervallo di possibili valori che può assumere.

4.3 Intervallo massimo di errore sulla stima della rigidezza

Nel corso del capitolo 4.2 sono stati sviluppati due processi di analisi per valutare il comportamento delle stime ottenute dalle tre relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$ per molteplici situazioni di modellazione della catena. I risultati ottenuti offrono un quadro completo dell'errore che è possibile commettere in seguito a valori errati considerati nella definizione dei parametri caratterizzanti il modello. I processi così definiti mostrano l'andamento dell'errore solo per tre precisi valori di reale rigidezza dei vincoli, il real-model implementato per simulare la catena reale oggetto dell'identificazione considera difatti una rigidezza dei vincoli pari a $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$ e $k_{t,real}/k_{t-eq} = 90$. Il prossimo passo che viene effettuato è volto alla definizione dell'errore massimo che è possibile commettere in fase di stima della rigidezza dei vincoli per ogni valore possibile di $k_{t,real}$ assunto dalla catena reale che si sta analizzando. Definendo per ogni $k_{t,real}$ un valore minimo ed un valore massimo ottenibile dalla stima si disporrà di un intervallo di variazione per il valore di rigidezza da considerare all'interno della fase di minimizzazione vincolata finale per la stima dell'azione assiale agente sulla catena.

Per ricordare il problema iniziale che si sta cercando di risolvere in questa fase, si ripropone ora in Figura(4.14) l'andamento delle frequenze proprie del sistema al variare dei parametri del modello all'interno del loro intervallo di incertezza impostato per la minimizzazione. Le frequenze proprie sono proprio l'oggetto del funzionale costruito per la minimizzazione vincolata finale, lo si riporta nella(4.6). Gli intervalli settati sui vari parametri sono quelli riportati in Tabella(4.25).

$$f_{min} = \sum_i^m (f_i - f_{s,i})^2 \quad (4.6)$$

Tabella 4.25 Intervalli dei parametri in minimizzazione.

Parametro	Valore nominale	Intervallo di variazione
N	$0.5 \cdot N_{sn}$	$0 \div N_{sn}$
k_t/k_{t-eq}	150	$0 \div 300$
E	206000 MPa	$\pm 5\%$
ρ	$7860 \frac{kg}{m^3}$	$\pm 1\%$
l	4000 mm	+ 5%

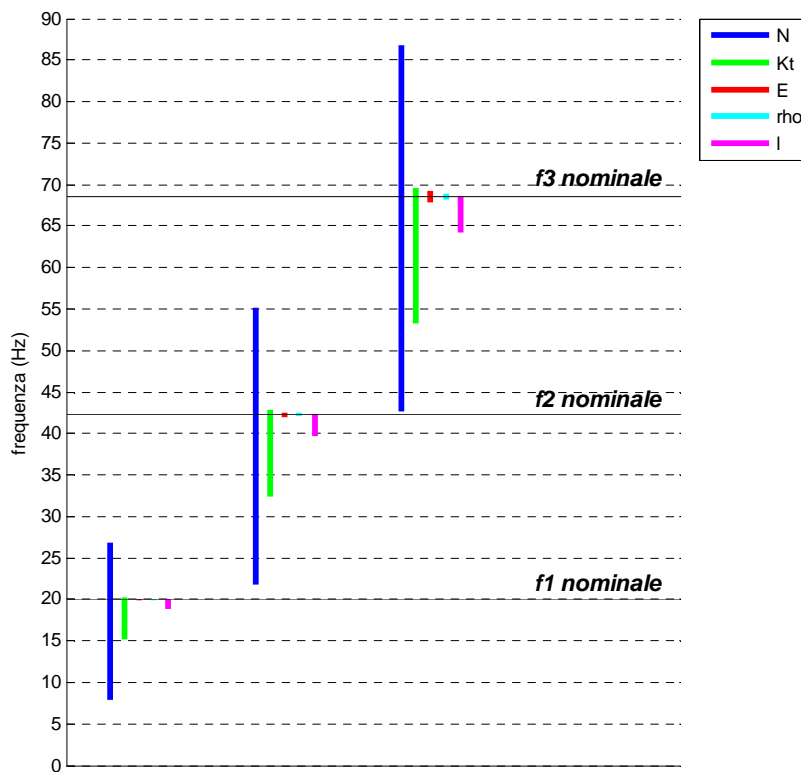


Figura 4.14 Andamento delle prime tre frequenze proprie al variare dei parametri del modello all'interno del loro intervallo per la minimizzazione.

L'analisi effettuata considerava un valore nominale casuale della rigidezza dei vincoli pari a $k_t/k_{t-eq} = 150$ ed un intervallo di variazione per la stessa molto ampio ($0 \div 300$). Il risultato ottenuto era un'elevata dipendenza delle frequenze dall'intervallo impostato sulla rigidezza, con conseguente difficoltà per la minimizzazione di restituire una stima finale corretta dell'azione assiale. Nel presente capitolo è stata sviluppata una tecnica che definisce, tramite una prima stima, il valore di rigidezza dei vincoli nominale per la minimizzazione. Lo studio che si vuole ora concludere sull'errore commesso in questa prima stima, definisce proprio quell'intervallo di variazione della rigidezza che prima non si possedeva, ottenendo così una dipendenza quasi univoca delle frequenze proprie dall'azione assiale N .

4.3.1 Definizione dei casi critici per la stima della rigidezza

Per costruire un intervallo di incertezza per ogni possibile valore $k_{t,real}$ di rigidezza dei vincoli della catena reale si dovrebbero eseguire i processi del capitolo 4.2 per ogni valore desiderato. Dai risultati ottenuti nelle tabelle precedenti per valori di $k_{t,real}$ prefissati è tuttavia possibile identificare gli accoppiamenti tra valori estremi dei parametri che comportano il massimo errore sulla stima della rigidezza dei vincoli sia in termini di massima sottostima che di massima sovrastima.

Si riportano nuovamente in Tabella(4.26) i risultati dell'analisi effettuata per un valore di rigidezza $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$, nella tabella si evidenziano ora in arancione le zone con maggiore errore verificato. Gli accoppiamenti dei parametri che definiscono queste zone della tabella determinano perciò la peggiore stima della rigidezza. In Tabella(4.26) non viene considerato l'errore commesso nella definizione della lunghezza della catena, a tutti questi casi critici viene perciò aggiunto un errore massimo sulla lunghezza. Si riescono perciò a definire solo 4 casi critici per la definizione dell'errore massimo e non è più necessario eseguire tutte le simulazioni del processo precedente. Nella Tabella(4.27) vengono riportati proprio le realizzazioni di catena che costituiscono i casi critici per la stima.

Tabella 4.26 Risultati del processo sulle stime della rigidità dei vincoli, vengono messi in evidenza i casi critici che determinano errori maggiori sulla stima.

		Kt/Kt_eq = 25								
		Curva: N / Nsn = 0.2			Curva: N / Nsn = 0.5			Curva: N / Nsn = 0.9		
		-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%	-2%	ρ	2%
Nreal / Nsn = 0.2	-5%	0,19	0,20	0,20	5,82	5,83	5,82	13,68	13,87	13,67
		0,19	0,17	0,17	5,56	5,56	5,57	13,58	13,58	13,56
		0,08	0,05	0,06	2,52	2,52	2,53	5,68	5,67	5,69
	E	0,02	0,00	0,00	5,35	5,35	5,35	12,73	12,96	12,96
		0,00	0,00	0,00	5,10	5,11	5,10	12,59	12,62	12,62
		-0,02	0,00	-0,04	2,30	2,32	2,32	5,34	5,31	5,34
	5%	-0,17	-0,16	-0,16	4,93	4,93	4,93	11,88	12,07	12,08
		-0,16	-0,16	-0,14	4,68	4,68	4,69	11,75	11,74	11,77
		-0,12	-0,08	-0,11	2,13	2,16	2,15	5,02	5,01	5,00
Nreal / Nsn = 0.5	-5%	-4,00	-3,99	-4,00	0,38	0,37	0,38	6,37	6,45	6,38
		-3,83	-3,82	-3,83	0,39	0,40	0,39	6,48	6,51	6,50
		-2,02	-1,99	-2,01	0,20	0,18	0,19	3,01	3,01	3,01
	E	-4,13	-4,14	-4,14	0,02	0,00	0,02	5,67	5,74	5,74
		-3,96	-3,97	-3,95	0,02	0,00	0,01	5,78	5,77	5,76
		-2,09	-2,11	-2,08	0,02	0,00	0,03	2,71	2,68	2,70
	5%	-4,27	-4,27	-4,27	-0,32	-0,31	-0,32	5,05	5,11	5,12
		-4,09	-4,08	-4,09	-0,30	-0,30	-0,29	5,13	5,14	5,14
		-2,14	-2,16	-2,15	-0,12	-0,15	-0,15	2,42	2,42	2,39
Nreal / Nsn = 0.9	-5%	-7,52	-7,51	-7,51	-4,08	-4,09	-4,09	0,53	0,56	0,54
		-7,34	-7,34	-7,33	-4,08	-4,09	-4,08	0,56	0,55	0,55
		-4,14	-4,17	-4,17	-2,23	-2,21	-2,23	0,23	0,25	0,25
	E	-7,62	-7,62	-7,61	-4,35	-4,37	-4,37	0,00	0,00	0,01
		-7,44	-7,44	-7,45	-4,35	-4,35	-4,35	-0,01	0,00	0,00
		-4,23	-4,23	-4,22	-2,39	-2,36	-2,38	-0,03	0,00	-0,03
	5%	-7,73	-7,74	-7,74	-4,61	-4,63	-4,63	-0,46	-0,45	-0,46
		-7,55	-7,55	-7,54	-4,59	-4,60	-4,59	-0,47	-0,46	-0,47
		-4,28	-4,27	-4,29	-2,52	-2,52	-2,50	-0,26	-0,27	-0,26

$$\Delta k_{t-R,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-app,m}(\blacksquare), \Delta k_{t-inca,m}(\blacksquare)$$

Tabella 4.27 Incroci critici tra le realizzazioni dei parametri del modello, identificati per implementare l'ultimo processo.

N° Caso Critico	Azione assiale del <i>real-model</i>	Modulo elastico del <i>boundary-model</i>	Densità materiale del <i>boundary-model</i>	Lunghezza catena del <i>boundary-model</i>
1	$N_{sn} \cdot 0.1$	$E \cdot 0.95$	$\rho \cdot 1.02$	$l \cdot 0.95$
2	$N_{sn} \cdot 0.1$	$E \cdot 0.95$	$\rho \cdot 0.98$	$l \cdot 0.95$
3	$N_{sn} \cdot 0.9$	$E \cdot 1.05$	$\rho \cdot 1.02$	$l \cdot 0.95$
4	$N_{sn} \cdot 0.9$	$E \cdot 1.05$	$\rho \cdot 0.98$	$l \cdot 0.95$

I modelli così definiti costituiscono i parametri dei *boundary-model* ed i valori di tiro del *real-model* che vengono utilizzati per implementare un terzo ed ultimo processo analogo ai precedenti. Disponendo ora di soli quattro accoppiamenti tra *boundary-model* e *real-model*, diviene più agevole estendere l'esecuzione del processo a tutti i valori desiderati di $k_{t,real}$. Per ogni valore assunto dalla rigidità dei vincoli di una catena reale si può dunque definire l'intervallo nel quale cadrà la stima della rigidità effettuando solamente quattro simulazioni, da queste ultime viene infatti estratto l'errore massimo di sovrastima e l'errore massimo di sottostima della rigidità dei vincoli.

Eseguendo questo ultimo processo di estrazione dei massimi errori di stima per tutti i possibili valori di $k_{t,real}$ ed interpolando tutti i risultati ottenuti, è possibile costruire due relazioni in funzione dello stesso valore $k_{t,real}$ che identificano gli estremi inferiore e superiore dell'intervallo di errore massimo sulla stima della rigidità. In Tabella(4.28) si riportano le denominazioni di tali funzioni per le rispettive tipologie di relazioni utilizzate per la stima. Avendo riscontrato nei processi precedenti un comportamento molto simile degli errori sulla stima ottenuti dalle relazioni $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$, si costruiscono delle funzioni comuni alle due metodologie per la definizione degli estremi dell'intervallo di stima.

Tabella 4.28 Denominazione degli estremi dell'intervallo di errore per ogni relazione utilizzata per la stima della rigidità dei vincoli.

Intervalli di errore sulla stima della rigidità		
Relazione	Minimo intervallo	Massimo intervallo
$R_{9,5,3,5}^{sum}$	$\overline{k_{t-R,min}}(k_{t,real})$	$\overline{k_{t-R,max}}(k_{t,real})$
$CoMAC_{app-app}$	$\overline{k_{t-comac,min}}(k_{t,real})$	$\overline{k_{t-comac,max}}(k_{t,real})$
$CoMAC_{inca-inca}$	$\overline{k_{t-comac,min}}(k_{t,real})$	$\overline{k_{t-comac,max}}(k_{t,real})$

La relazione $\overline{k_{t-R,min}}(k_{t,real})$ è per esempio la funzione che dato un qualsiasi valore $k_{t,real}$ di rigidità dei vincoli di una ipotetica catena reale, restituisce il minor valore che è possibile ottenere dalla stima eseguita sfruttando la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$, dunque determina la massima sottostima che potrebbe verificarsi in seguito ad errori commessi nella definizione dei parametri del modello utilizzato per la stima. In modo analogo la funzione $\overline{k_{t-R,max}}(k_{t,real})$ definisce la massima sovrastima che può verificarsi utilizzando la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$.

4.3.2 Intervallo di variazione per la minimizzazione vincolata

I limiti degli intervalli di stima riportati in Tabella(4.28) non rappresentano ancora quelli utili alla definizione dell'intervallo di minimizzazione per la rigidità dei vincoli. Ponendosi in una situazione reale di identificazione, al momento di definire la prima stima della rigidità non si conosce il valore di $k_{t,real}$ reale assunto dai vincoli, il primo valore che si ottiene è proprio quello restituito dalla stima, che nelle fasi precedenti è stato denominato k_{t-R} , k_{t-app} e k_{t-inca} , rispettivamente per le tre relazioni $R_{9,5,3,5}^{sum}$, $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$. Per definire i limiti degli intervalli per la minimizzazione occorre dunque implementare un algoritmo che dato in ingresso un valore di rigidità stimato restituisca tutti i possibili $k_{t,real}$ che presentano all'interno dei loro limiti di stima minimo e massimo il valore in esame di rigidità stimata. Ne deriva la definizione di quattro nuovi estremi per i due intervalli, ognuno dei quali è funzione del primo valore stimato per la rigidità dei vincoli. In Tabella(4.29) si riporta la denominazione dei nuovi estremi per gli intervalli della rigidità in fase di minimizzazione.

Tabella 4.29 Denominazione degli estremi degli intervalli di minimizzazione per la rigidità, per ogni relazione utilizzata per la stima.

Intervallo per la rigidità in fase di minimizzazione			
Relazione	Stima	Minimo intervallo	Massimo intervallo
$R_{9,5,3.5}^{sum}$	k_{t-R}	$k_{t-R,min}(k_{t-R})$	$k_{t-R,max}(k_{t-R})$
$CoMAC_{app-app}$	k_{t-app}	$k_{t-comac,min}(k_{t-app})$	$k_{t-comac,max}(k_{t-app})$
$CoMAC_{inca-inca}$	k_{t-inca}	$k_{t-comac,min}(k_{t-inca})$	$k_{t-comac,max}(k_{t-inca})$

In altre parole, le funzioni della Tabella(4.28) definivano gli estremi dell'intervallo delle possibili stime che si ottengono effettuando la stima su una catena con rigidità effettiva dei vincoli pari a $k_{t,real}$, le funzioni della Tabella(4.29) definiscono al contrario gli estremi dell'intervallo di tutti i possibili valori $k_{t,real}$ che possono effettivamente agire sulla catena dato il primo valore stimato.

Il risultato finale dello studio porta alla definizione delle curve riportate nelle Figure(4.15, 4.16). Una volta eseguita la prima stima della rigidità è possibile ora valutare il valore delle funzioni che definiscono gli estremi da utilizzare per la rigidità dei vincoli in fase di minimizzazione vincolata.

Si noti come le curve per la definizione dell'intervallo nel caso delle relazioni che sfruttano il calcolo del CoMAC siano molto più distanti rispetto a quelle ottenute per la relazione $R_{9,5,3.5}^{sum}$. La stima di rigidità dei vincoli ottenuta grazie alla nuova tecnica sviluppata nella presente tesi è più accurata rispetto alle altre, ne deriva un intervallo di incertezza sulla stima stessa molto più contenuto con conseguenti vantaggi sulla minimizzazione finale per la stima dell'azione assiale.

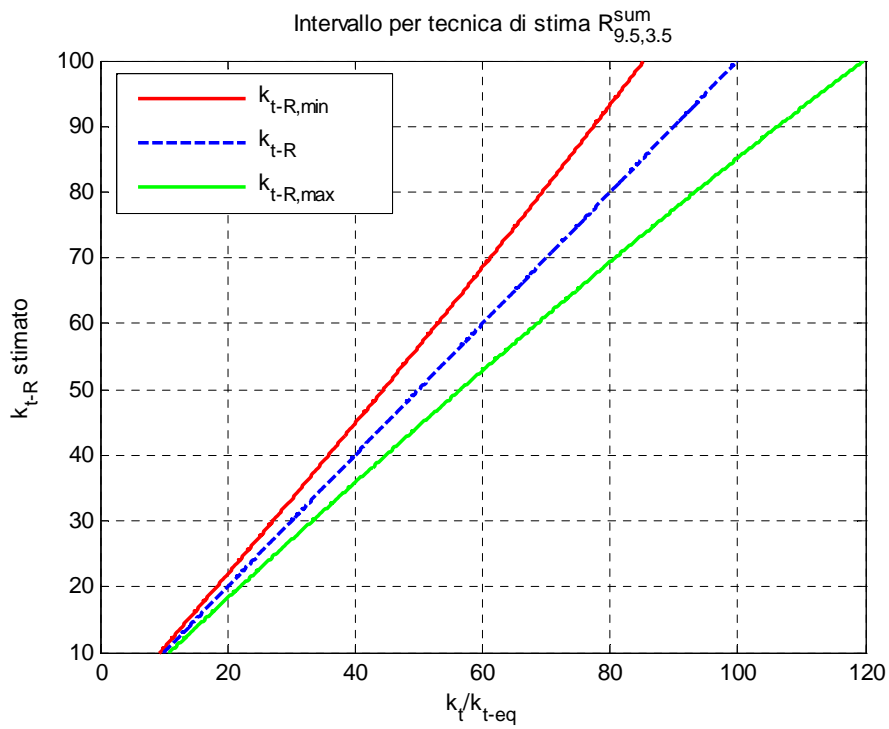


Figura 4.15 Grafico delle funzioni per il calcolo degli estremi dell'intervallo di minimizzazione da impostare nell'intorno della rigidezza stimata.

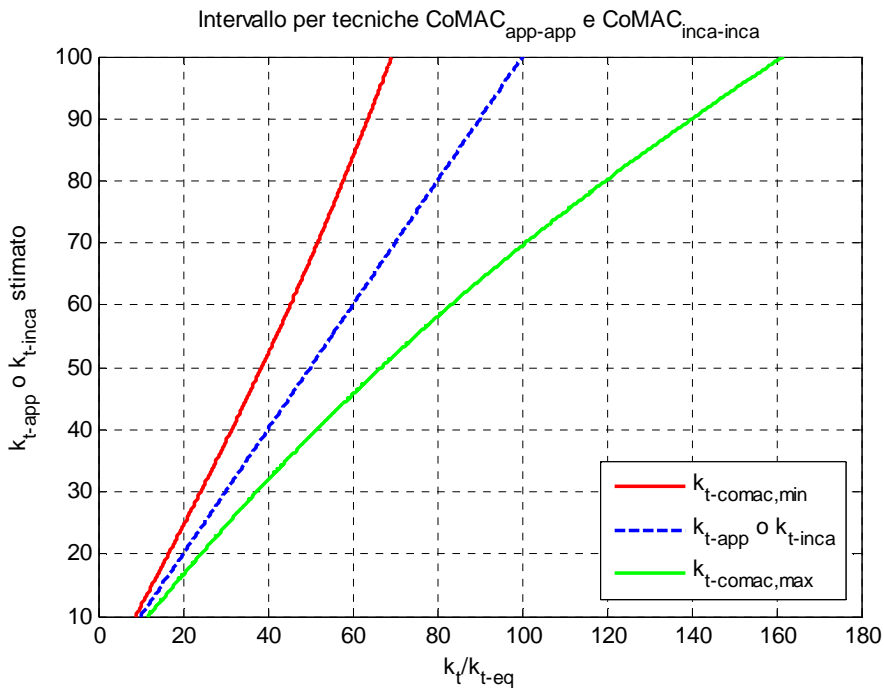


Figura 4.16 Grafico delle funzioni per il calcolo degli estremi dell'intervallo di minimizzazione da impostare nell'intorno della rigidezza stimata.

A dimostrazione del risultato raggiunto grazie alla definizione di una prima stima della rigidità dei vincoli e dell'intervallo di incertezza per la minimizzazione, viene ora proposto lo studio eseguito in precedenza sulla dipendenza delle frequenze proprie dai parametri del modello. Gli intervalli impostati sui parametri sono i medesimi dello studio precedente con la differenza della rigidità dei vincoli, per la quale si sceglie un valore nominale $k_t/k_{t-eq} = 50$ ipoteticamente derivato da una prima stima. L'intervallo di variazione per la rigidità è quello ricavato dalle funzioni estreme calcolate per la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$, come mostrato in Figura(4.17).

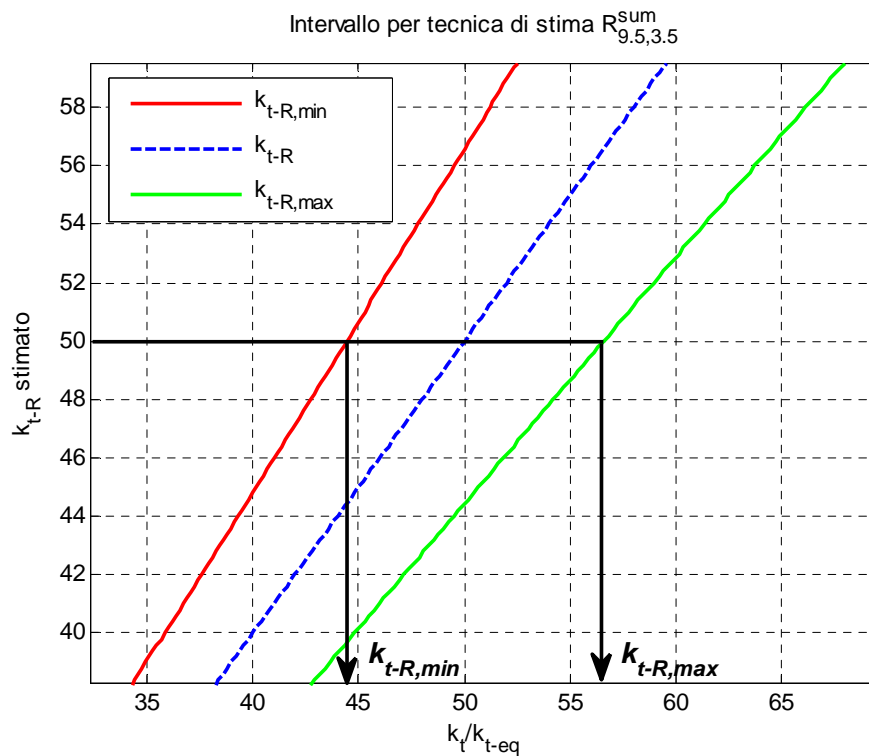


Figura 4.17 Interpolazione per il calcolo degli estremi dell'intervallo di minimizzazione.

In Tabella(4.30) si riportano i nuovi estremi di minimizzazione per tutti i parametri del modello.

Tabella 4.30 Nuovi intervalli dei parametri in minimizzazione.

Parametro	Valore nominale	Intervallo di variazione
N	$0.5 \cdot N_{sn}$	$0 \div N_{sn}$
k_t/k_{t-eq}	50	$44 \div 57$
E	206000 MPa	$\pm 5\%$
ρ	7860 kg/m ³	$\pm 1\%$
l	4000 mm	+ 5%

Dalle Figure(4.18, 4.19) si nota come la dipendenza delle frequenze proprie del sistema dalla rigidità dei vincoli sia stata ridotta notevolmente rispetto al caso precedente allo sviluppo della tecnica di stima della rigidità. La dipendenza dalla rigidità dei vincoli è ora inferiore a quella dei parametri E ed l per i quali si possiede già in partenza un valore nominale ed un intervallo di variazione possibile nel suo intorno. La condizione che si delinea è favorevole all'esecuzione di un processo di minimizzazione vincolata che restituisca una stima accurata dell'azione assiale agente sulla catena.

Nel capitolo successivo si riporterà un riassunto completo del metodo di stima dell'azione assiale definito nel corso del presente capitolo e dei precedenti. Seguiranno dei cicli di simulazioni per la valutazione dell'intero metodo, si proporranno difatti molteplici situazioni di stima per definire la bontà dei risultati ottenibili dalla tecnica di identificazione proposta.

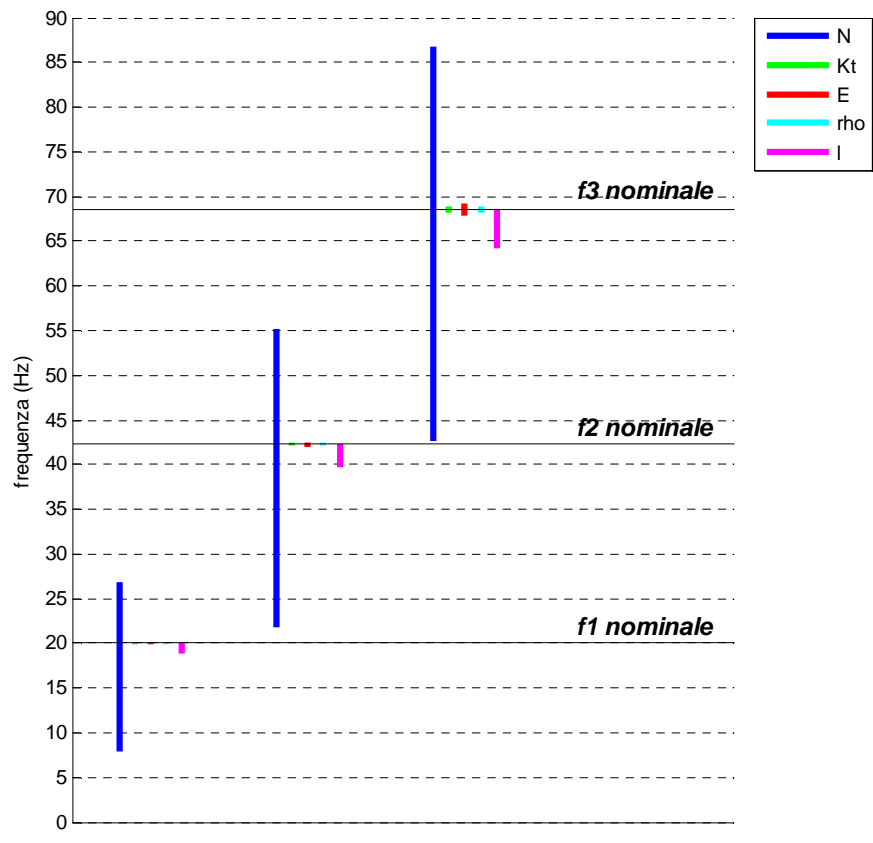


Figura 4.18 Andamento delle prime tre frequenze proprie al variare dei parametri del modello all'interno del loro intervallo per la minimizzazione. L'intervallo per la rigidezza è quello definito dalla nuova tecnica sviluppata.

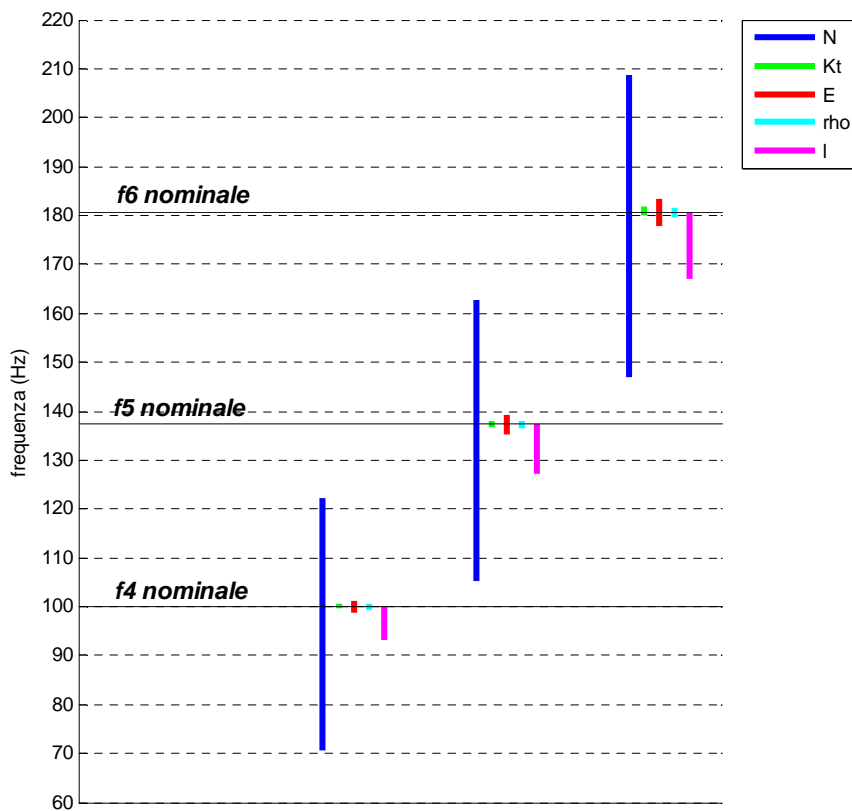


Figura 4.19 Andamento delle frequenze proprie dalla quarta alla sesta al variare dei parametri del modello all'interno del loro intervallo per la minimizzazione. L'intervallo per la rigidezza è quello definito dalla nuova tecnica sviluppata.

Capitolo 5

Valutazione dell'identificazione del tiro

Nei capitoli precedenti è stato sviluppato l'intero metodo di identificazione dell'azione assiale delle catene. Il prossimo studio che si vuole effettuare è rivolto ad una valutazione accurata dei risultati ottenibili dalla tecnica sviluppata. Tramite l'esecuzione di una tecnica Monte Carlo, si implementano una serie di simulazioni numeriche che propongono delle ipotetiche identificazioni eseguite su modelli di catena numerici. Nel capitolo successivo verrà applicato sperimentalmente il metodo d'identificazione grazie alla costruzione di una catena reale con caratteristiche adeguate alla valutazione del metodo. Nel presente capitolo viene proposta un'analisi preliminare alla sperimentazione per fornire una stima accurata dell'incertezza associata all'utilizzo della nuova tecnica di identificazione del tiro.

Prima di procedere all'analisi Monte Carlo viene riportato nuovamente l'intero processo di identificazione per fornire una visione complessiva della tecnica sviluppata.

5.1 Sintesi della nuova tecnica d'identificazione del tiro

Dopo aver sviluppato la tecnica d'identificazione del tiro nel corso dei capitoli precedenti, è utile riportare una sintesi dell'intero processo con tutti i passaggi utili all'esecuzione dell'identificazione.

Il metodo sviluppato si basa sulla conoscenza delle grandezze modali della struttura in esame e permette, grazie ad una nuova formulazione delle stime, di eseguire l'analisi modale sulla catena sfruttando indifferentemente una tecnica di eccitazione a forzante nota o una tecnica con forzante incognita. Si ricorda che nel caso in cui non si disponga della misura della forzante sul sistema i modi di vibrare ricavati dall'analisi modale sono di tipo non scalato, la tecnica sviluppata permette di risolvere questa problematica.

Si riportano ora i passaggi fondamentali per un processo d'identificazione del tiro su una catena reale:

1. Esecuzione dell'analisi modale sulla catena reale oggetto dell'identificazione. Le misurazioni avvengono per mezzo di due accelerometri posti rispettivamente al 9.5% ed al 3.5% della luce della catena, dalle quali si ricavano le frequenze proprie $f_{s,i}$ del sistema e le ampiezze non scalate dei modi di vibrare $[\Phi]$ nelle due posizioni.

2. Costruzione del modello di catena ad elementi finiti sfruttando il software Abaqus, con le caratteristiche descritte nel capitolo 2. Nel modello vengono impostati i parametri E , ρ ed l ad un valore nominale secondo le considerazioni effettuate sul materiale componente la catena e una prima misura della sua lunghezza tra le murature. Nell'eq(5.1) si riporta la denominazione dei tre valori assegnati ai parametri.

$$\begin{cases} E = E_{nominale} \\ \rho = \rho_{nominale} \\ l = l_{nominale} \end{cases} \quad (5.1)$$

3. Costruzione dai modi di vibrare del modello dal secondo al quarto della relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}(k_t, [\Phi])$ per la prima stima della rigidezza dei vincoli.
4. Calcolo di $\overline{R_{9,5,3,5}^{sum}}$ utilizzando le ampiezze dei modi di vibrare dal secondo al quarto misurati sulla catena reale ed interpolazione nella relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}(k_t, [\Phi])$. Ne deriva la prima stima k_{t-R} della rigidezza dei vincoli alle estremità della catena, come nella(5.2).

$$R_{9,5,3,5}^{sum}(k_t, [\Phi]) ; \overline{R_{9,5,3,5}^{sum}} \Rightarrow k_{t-R} \quad (5.2)$$

5. Costruzione delle funzioni $k_{t-R,\min}(k_t)$ e $k_{t-R,\max}(k_t)$ per la definizione degli estremi di minimizzazione per la rigidezza dei vincoli. La costruzione delle due funzioni avviene tramite il processo di studio dei casi critici descritti nel capitolo 4. Valutando le due relazioni per il valore di rigidezza stimato al punto precedente si ottengono i valori degli estremi cercati, come nella(5.3).

$$\begin{cases} k_{t-R,\min}(k_{t-R}) \Rightarrow \overline{k_{t-R,\min}} \\ k_{t-R,\max}(k_{t-R}) \Rightarrow \overline{k_{t-R,\max}} \end{cases} \quad (5.3)$$

6. Prima stima del tiro agente sulla catena. Sfruttando tre relazioni (ricavate dal modello FEM) che legano l'azione assiale alle frequenze proprie sperimentali dalla seconda alla quarta si ottengono tre stime di tiro, la stima finale è la media tra le tre calcolate, come nella(5.4).

$$N_{stima} = \frac{\sum_{i=2}^4 N(k_{t-R}, f_{s,i})}{3} \quad (5.4)$$

Dove con k_{t-R} si intende nuovamente la prima stima della rigidezza ottenuta in precedenza e con $f_{s,i}$ la i -esima frequenza propria sperimentale.

7. Formulazione del modello completo dei valori nominali per tutti i parametri considerati, come riportato nella(5.5). I valori nominali di rigidità e azione assiale sono quelli derivanti dalle prime stime effettuate, mentre i restanti parametri hanno nuovamente il valore nominale impostato in precedenza.

$$\left\{ \begin{array}{l} N = N_{stima} \\ k_t = k_{t-R} \\ E = E_{nominale} \\ \rho = \rho_{nominale} \\ l = l_{nominale} \end{array} \right. \quad (5.5)$$

Il modello implementato con i parametri della(5.5) costituisce il primo modello per l'esecuzione della minimizzazione vincolata.

8. Definizione degli estremi di minimizzazione per ciascun parametro del modello. Si ricorda che l'azione assiale possiede un intervallo di variazione massimo rispetto ai valori che può assumere, mentre per i restanti parametri si definisce un campo più ristretto di incertezza. In Tabella(5.1) si riportano i valori assegnati agli estremi degli intervalli di ciascun parametro.

Tabella 5.1 Estremi degli intervalli di minimizzazione per i parametri.

Valore nominale	Estremo inferiore	Estremo superiore
N_{stima}	$N_{sn} \cdot 0,1$	$N_{sn} \cdot 0,9$
k_{t-R}	$\overline{k_{t-R,min}}$	$\overline{k_{t-R,max}}$
E_{nom}	$E_{nom} \cdot 0,95$	$E_{nom} \cdot 1,05$
ρ_{nom}	$\rho_{nom} \cdot 0,98$	$\rho_{nom} \cdot 1,02$
l_{nom}	l_{nom}	$l_{nom} \cdot 1,05$

Per la lunghezza si considera un intervallo di variazione che considera dei valori superiori al valore nominale fino al 5%, nell'ipotesi di un vincolo effettivo posto all'interno della muratura(si veda capitolo 1.2). In fase sperimentale(capitolo 6) si considera per l anche una leggera variazione in negativo per prevenire un possibile errore nella misura della distanza tra le due colonne.

9. Esecuzione della minimizzazione vincolata secondo lo schema riportato in Figura(5.1). Il vettore \bar{v}_0 contiene i cinque parametri del modello impostati al loro valore nominale. Il vettore \bar{f} contiene le frequenze

proprie dalla seconda alla quarta ricavate dal modello e il vettore \bar{f}_s le medesime frequenze proprie misurate sperimentalmente sul sistema reale. La funzione $f_{min}(\bar{f}, \bar{f}_s)$ valuta la differenza tra i due vettori di frequenze proprie.

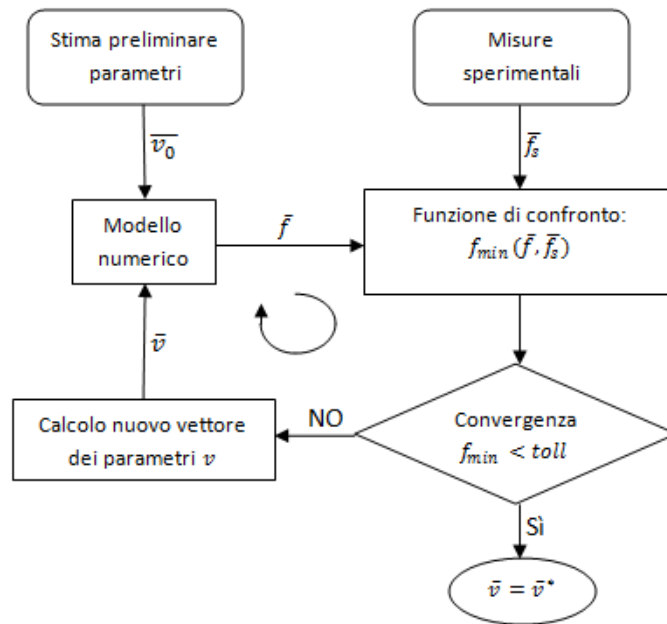


Figura 5.1 Processo di minimizzazione vincolata.

Il vettore \bar{v}^* riportato in Figura(5.1) contiene le stime finali di ogni parametro costituente il modello ed in particolare la stima finale dell'azione assiale agente sulla catena analizzata. Le stime dei parametri ottenute al termine della minimizzazione verranno d'ora in poi segnalate con il pedice ' f ', per cui l'azione assiale finale sarà nominata N_f .

5.2 Analisi Monte Carlo

Per effettuare un'adeguata analisi per la valutazione della tecnica d'identificazione del tiro proposta si eseguono una serie di simulazioni numeriche. Per implementare una corretta analisi Monte Carlo, che fornisca una corretta visione statistica del fenomeno, si dovrebbe effettuare una quantità di simulazioni molto elevata. Per l'esecuzione di una singola identificazione occorre tuttavia un tempo elevato, sia per il tempo necessario all'esecuzione dell'algoritmo di minimizzazione, sia per il costo computazionale riscontrato per la creazione dei modelli numerici che simulano la catena reale sulla quale effettuare l'identificazione. Ogni casistica che viene studiata poggia dunque su un numero di realizzazioni limitato(200 per ogni caso studiato), in grado

comunque di fornire un risultato statistico in termini accuratezza ed incertezza ottenute.

5.2.1 Definizione del processo d'analisi

Il processo implementato per la realizzazione della Monte Carlo è simile ai processi utilizzati nel capitolo 4 per la valutazione dell'errore sulla prima stima della rigidità dei vincoli. Il modello numerico che simula la catena reale sulla quale effettuare l'identificazione del tiro viene nominato *real-model* ed è definito con precisi valori dei parametri. In parallelo vengono sviluppati molteplici modelli di catena denominati *boundary-model* che costituiscono i modelli numerici utili all'identificazione. Ogni *boundary-model* è definito con valori differenti dei parametri per valutare l'andamento dell'errore sulla stima finale del tiro in seguito ad errori commessi nella definizione dei valori nominali dei parametri.

Un singolo *boundary-model* richiede la definizione dei valori da assegnare ai parametri E , ρ ed l che costituiscono il modello per la stima del tiro. Nel capitolo 4 i *boundary-model* venivano creati con valori di E , ρ ed l estremi rispetto al loro intervallo di incertezza nell'intorno del valore nominale, il che era giustificato dal fatto che si stava ricercando l'errore massimo sulla prima stima della rigidità dei vincoli. Nel processo che si vuole eseguire ora, non si desidera valutare l'errore massimo, bensì il risultato dell'identificazione per diversi casi di errore commesso sulla scelta dei valori nominali dei parametri all'interno del modello numerico per la stima. Un singolo *boundary-model* viene dunque costruito con dei valori random dei parametri E , ρ ed l presi all'interno del loro intervallo di variazione. I valori nominali dei tre parametri sono quelli impostati all'interno del *real-model* che rappresenta la catena reale sulla quale si sta effettuando l'identificazione.

Per le motivazioni espresse in precedenza, si decide di costruire un numero di *boundary-model* pari a duecento, che come si vedrà è sufficiente alla definizione di una valutazione statistica dell'identificazione. I valori random assegnati ai parametri E , ρ ed l nei duecento modelli seguono una distribuzione uniforme all'interno degli intervalli di variazione. A titolo d'esempio, viene riportata in Figura(5.2) la distribuzione dei valori assunti dal parametro E all'interno dei duecento *boundary-model*; il valore centrale dell'intervallo corrisponde ad $E_{nominale}$ considerato nel *real-model*.

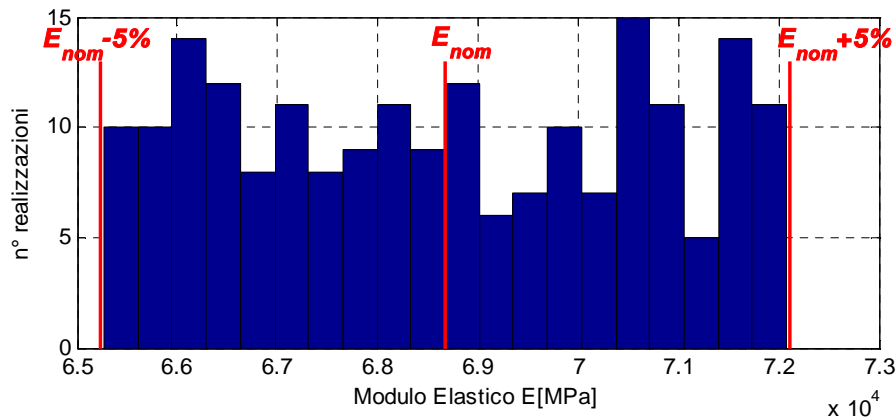


Figura 5.2 Distribuzione del modulo elastico E.

Un singolo processo Monte Carlo è dunque formato dalla realizzazione di un singolo *real-model* (catena reale ipotetica) e duecento *boundary-model* che cercano di effettuarne l'identificazione. In Tabella(5.2) si riporta una sintesi dei valori assegnati ai parametri all'interno dei modelli.

Tabella 5.2 Parametri impostati per il *real-model* e i *boundary-model*.

Parametro	<i>Real-model</i>	<i>Boundary-model</i>
Azione assiale	N_{real}	/
Rigidità vincoli	$k_{t,real}$	/
Modulo elastico	E_{nom}	$rand(E_{nom} \cdot 0,95 \div E_{nom} \cdot 1,05)$
Densità materiale	ρ_{nom}	$rand(\rho_{nom} \cdot 0,98 \div \rho_{nom} \cdot 1,02)$
Lunghezza catena	l_{nom}	$rand(l_{nom} \cdot 0,95 \div l_{nom})$

L'intero processo Monte Carlo viene effettuato per differenti valori assegnati alla rigidità dei vincoli e all'azione assiale all'interno del *real-model*. In Tabella(5.3) si riportano i valori dei due parametri scelti per i processi. I tre valori assegnati come tiro agente sulla catena derivano dalla necessità di valutare il risultato ottenibile dal metodo d'identificazione in diverse situazioni che possono presentarsi in una situazione reale, dunque per un caso di azione assiale limitata e per due ulteriori casi con azione assiale più elevata. Lo stesso ragionamento vale per le rigidità dei vincoli assegnate ai *real-model* che simulano delle situazioni di vincolo cedevole piuttosto che di vincolo robusto. Volendo effettuare tutti i possibili accoppiamenti tra i due parametri, ne deriva la costruzione di $3 \times 3 = 9$ *real-model*, con altrettanti processi Monte Carlo da eseguire.

Tabella 5.3 Parametri impostati nel *real-model*.

Realizzazioni parametri nel <i>real-model</i>			
N_{real}/N_{sn}	0.2	0.5	0.8
$k_{t,real}/k_{t-eq}$	25	35	70

In definitiva, al termine dei processi Monte Carlo si disporrà di una visuale completa dei risultati ottenuti in 9 differenti casi reali di catena, ognuno dei quali consta di 200 identificazioni effettuate per differenti valori assegnati ai parametri E , ρ ed l nel modello numerico per l'identificazione.

Le caratteristiche della catena utilizzate nei processi sono quelle definite in Tabella(5.4). Si ricorda che la scelta del materiale, della sezione e della lunghezza della catena effettuate per il modello, discendono dallo studio del capitolo 4 sugli errori di stima e pongono l'identificazione in una situazione svantaggiosa per evitare di sottostimare gli errori che è possibile commettere in una situazione reale.

Tabella 5.4 Caratteristiche catena utilizzata per l'analisi Monte Carlo.

Caratteristiche catena		
Materiale Al 3003		
E	68670	MPa
ρ	2690	kg/m^3
σ_{sn}	40	MPa
Sezione rettangolare 15 × 25		
a	15	mm
b	25	mm
A	375	mm^2
J_z	19531	mm^4
N_{sn}	15000	N
Lunghezza catena		
l	4000	mm
λ	10,67	$1/mm$
Rigidezza equivalente		
k_{t-eq}	335,3	$N \cdot m$

5.2.2 Risultati dell'analisi Monte Carlo

Si procede ora alla presentazione dei risultati ottenuti dall'esecuzione dei nove processi Monte Carlo. Il primo sguardo è rivolto ai risultati ottenuti in termini di stima dell'azione assiale agente sulla catena, successivamente verranno presentati i valori dei restanti parametri al termine dell'intero processo di identificazione per i vari casi analizzati.

Nel corso di ogni identificazione si ottengono due stime del tiro agente sulla catena, una prima stima N_{stima} è quella definita per fornire un valore nominale prima della minimizzazione vincolata, la seconda ed ultima stima N_f è quella ottenuta al termine dell'intero processo d'identificazione. Prima di riportare gli andamenti della stima finale N_f , è utile analizzare le prime stime N_{stima} per valutare l'errore commesso rispetto al valore N_{real} da identificare ed il grado di vicinanza rispetto a quest'ultimo. Dall'errore commesso dalla prima stima dipende molto il risultato finale ottenibile dalla minimizzazione vincolata, una buona stima N_{stima} porta difatti ad una situazione di partenza vantaggiosa per il processo di minimizzazione che limita la possibilità di convergere ad una soluzione errata. Si ricorda che la prima stima del tiro è ottenuta in seguito alla definizione del valore nominale della rigidità dei vincoli k_{t-R} ed utilizza delle relazioni ricavate dal modello che legano il livello di tiro alle frequenze proprie del sistema; valutando tali relazioni per i valori sperimentali $f_{s,i}$ delle frequenze proprie del *real-model* si ottiene la stima dell'eq(5.6).

$$N_{stima} = \frac{\sum_{i=2}^4 N(k_{t-R}, f_{s,i})}{3} \quad (5.6)$$

Nelle Figure(5.3,...5.11) si riportano i risultati ottenuti per tutti i processi Monte Carlo implementati in termini di prima stima dell'azione assiale agente sulla catena. Ogni figura rappresenta la distribuzione dei risultati nell'intorno del valore N_{real} che si cerca di identificare. I risultati vengono riportati in termini di errore percentuale rispetto al valore che si cerca di stimare. L'errore percentuale $e_{\%}$ è calcolato come nella(5.7), per cui un valore negativo indica una sottostima rispetto al valore vero ed un valore positivo una sovrastima.

$$e_{\%} = \frac{\text{valore stimato} - \text{valore vero}}{\text{valore vero}} \cdot 100 \quad (5.7)$$

Nell'intestazione degli istogrammi proposti vengono riportati dei valori. I primi due valori N_{real} e k_{t-real} identificano il caso specifico al quale si riferisce la figura, dunque la tipologia di *real-model* considerato come catena oggetto dell'identificazione. Il parametro $E_{\%}$ rappresenta la media dei 200 valori di errore percentuale ottenuti dalle identificazioni, il parametro σ_E rappresenta la deviazione standard degli errori percentuali nell'intorno del

valore medio $E_{\%}$. La deviazione standard σ_E è calcolata come nella(5.8), dove $M = 200$ è il numero delle identificazioni effettuate e $e_{\%,i}$ è l'errore percentuale sulla stima del tiro della i -esima realizzazione. Negli istogrammi delle figure che seguiranno verranno riportati i valori di $E_{\%} \pm \sigma_E$ e $E_{\%} \pm 2\sigma_E$ per segnalare degli intervalli di confidenza del 68% e 95%, tuttavia il numero limitato di prove non permette una completa definizione della distribuzione del fenomeno, dunque tali intervalli sono da considerare come indicativi.

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (e_{\%,i}^2 - E_{\%}^2)} \quad (5.8)$$

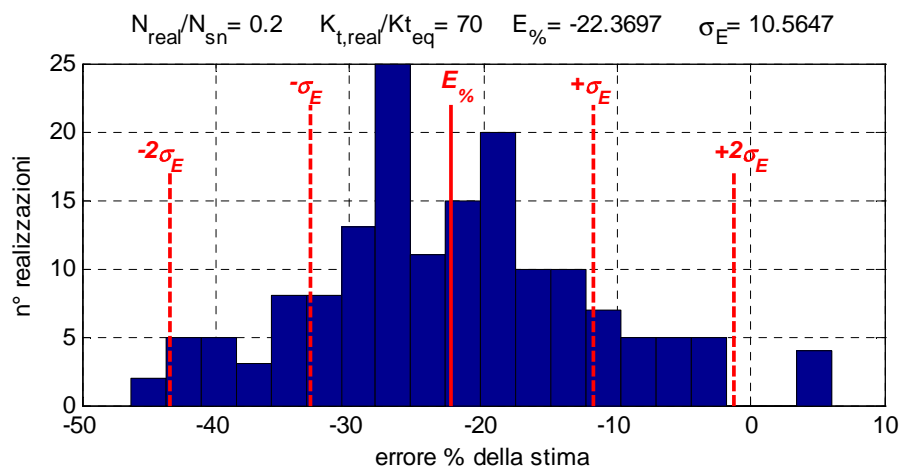


Figura 5.3 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

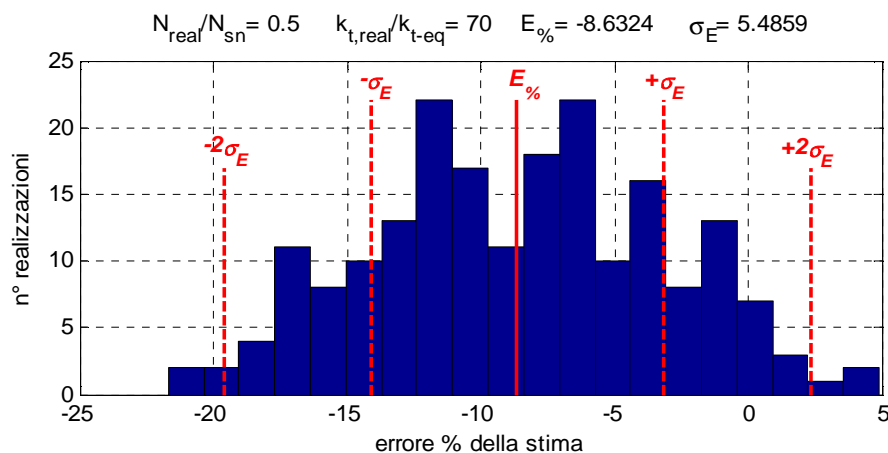


Figura 5.4 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

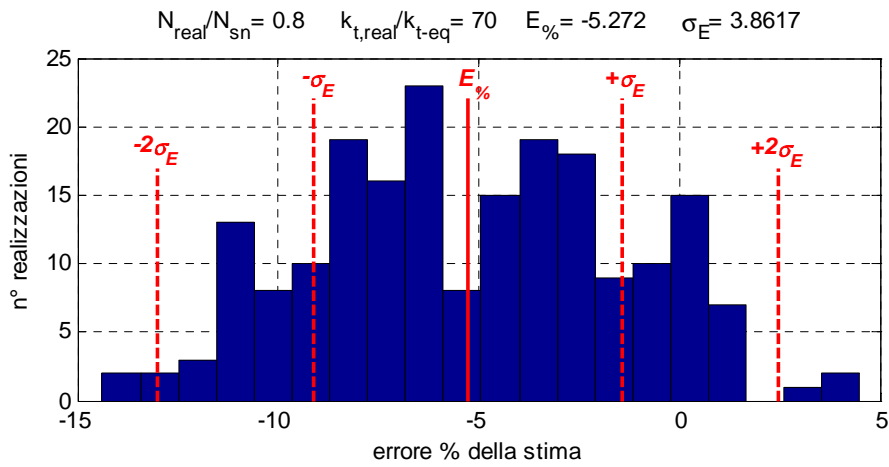


Figura 5.5 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

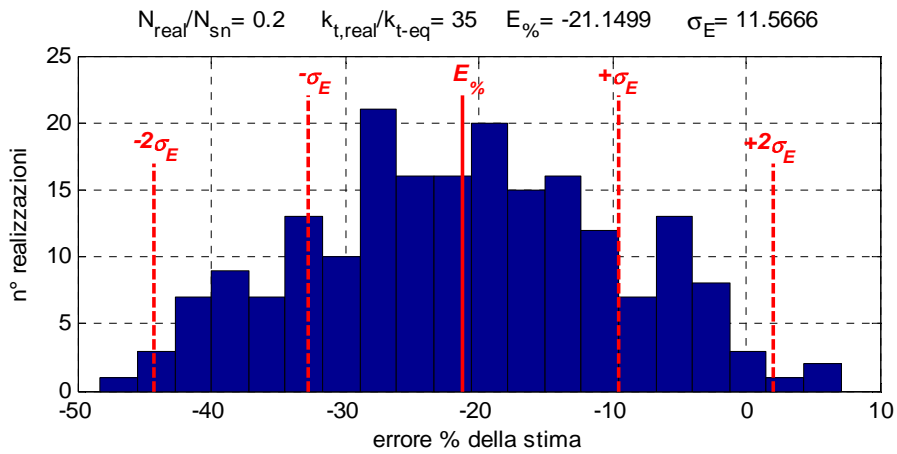


Figura 5.6 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

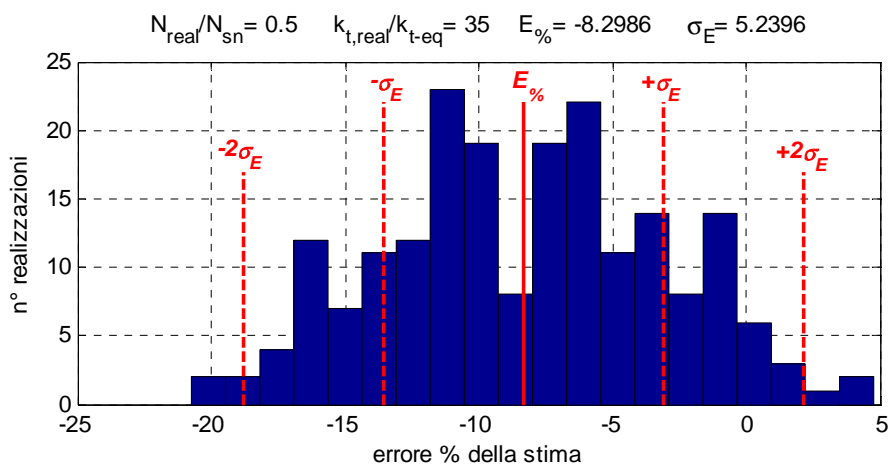


Figura 5.7 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

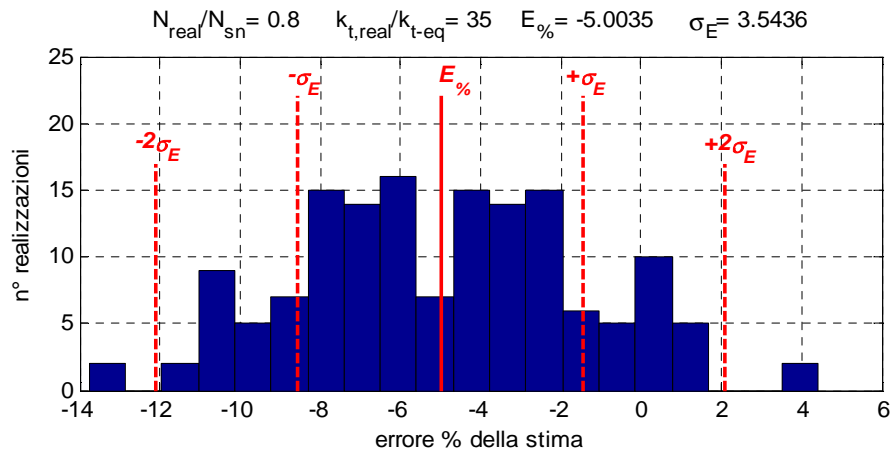


Figura 5.8 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

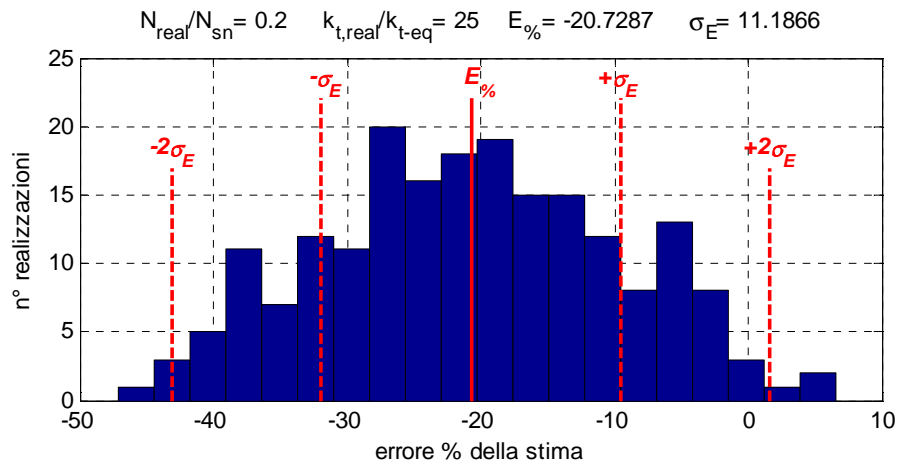


Figura 5.9 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

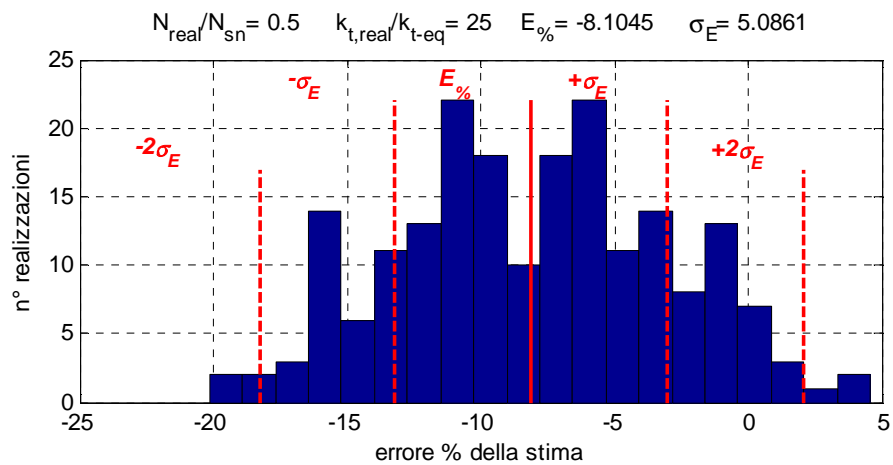


Figura 5.10 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

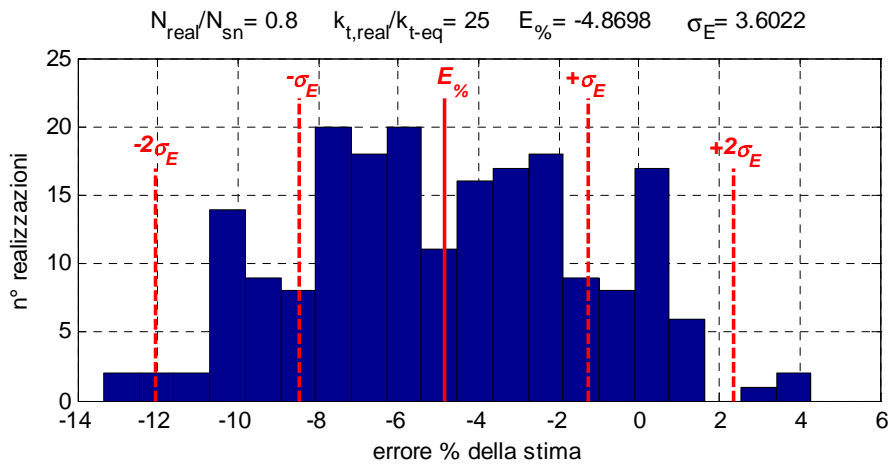


Figura 5.11 Distribuzione delle prime stime dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

In tutti i nove casi analizzati si ottengono dei valori di tiro che sottostimano l'azione assiale reale impostata nel *real-model*, con errori anche elevati che superano il 30%. Il problema principale della stima effettuata è legato alla lunghezza della catena la quale, al contrario dei restanti parametri variabili del *boundary-model*, possiede un intervallo di variazione monodirezionale, difatti la lunghezza del modello implementato per la stima può essere inferiore o al più uguale alla lunghezza reale della catena; proprio per questo fatto la distribuzione delle realizzazioni non è centrata sul valore reale di tiro ma presenta un valore medio di errore $E\%$ distante dallo zero in direzione negativa. La condizione di sottostima che si viene a verificare è dunque da imputare all'errore commesso nel modello nella definizione della lunghezza della catena. I restanti parametri E e ρ possiedono una distribuzione iniziale simmetrica rispetto al loro valore nominale, la loro influenza sul risultato di stima è perciò visibile in termini di dispersione nell'intorno del valore medio $E\%$ e non per quanto il valore di tiro venga mediamente sottostimato. In generale l'influenza dei parametri E e ρ sull'errore di stima risulta inferiore rispetto a quella della lunghezza della catena, a dimostrazione di questo fatto si analizzino nuovamente le tabelle del capitolo 4 sull'influenza dei vari parametri sull'andamento della prima stima della rigidità e si riprendano le Figure(4.18, 4.19) che mostrano l'effetto sulle frequenze proprie dato dalla variazione dei parametri, si noti come l'incertezza sulla lunghezza modifichi maggiormente il valore delle pulsazioni proprie alterando la prima stima dell'azione assiale.

In Tabella(5.5) si riporta un riassunto dei risultati ottenuti dalle identificazioni dei nove casi analizzati, i dati si riferiscono alla prima stima del tiro ottenuta prima della minimizzazione vincolata. La tabella permette un confronto più diretto tra i nove casi in quanto gli istogrammi precedenti presentano dei fondo-scala differenti.

Tabella 5.5 Riassunto delle prime stime del tiro ottenute nelle nove casistiche.

$\frac{N_{real}}{N_{sn}}$	$\frac{k_{t,real}}{k_{t-eq}}$	E_{min}	$E_{\%} - \sigma_E$	$E_{\%}$	$E_{\%} + \sigma_E$	E_{max}
0.2	25	-47,07	-31,92	-20,73	-9,54	6,59
	35	-48,28	-32,72	-21,15	-9,58	7,07
	70	-46,38	-32,93	-22,37	-11,80	6,07
0.5	25	-21,69	-14,12	-8,63	-3,15	4,90
	35	-20,72	-13,54	-8,30	-3,06	4,75
	70	-20,14	-13,19	-8,10	-3,02	4,56
0.8	25	-14,38	-9,13	-5,27	-1,41	4,50
	35	-13,77	-8,55	-5,00	-1,46	4,41
	70	-13,35	-8,47	-4,87	-1,27	4,29

Secondo queste prime considerazioni, la stima dell'azione assiale appare fortemente condizionata dall'errore commesso sulla lunghezza della catena che ne determina un errore sistematico che tende a sottostimare il valore reale di azione assiale agente. Le Figure(4.18,4.19) del capitolo precedente, dimostrano infatti come le frequenze proprie del sistema dipendano molto dalla variazione della lunghezza all'interno del suo intervallo di incertezza.

Considerando i risultati ottenuti nei nove casi analizzati, si nota come gli errori maggiori si ottengano in corrispondenza di azione assiale reale N_{real} limitata. Le tre analisi con $N_{real}/N_{sn} = 0.2$ presentano degli errori molto elevati, sia in termini di errore sistematico $E_{\%}$ che di dispersione nel suo intorno σ_E . Le prime stime effettuate per catene con azione assiale superiore mostrano al contrario valori più contenuti di errore medio $E_{\%}$ e deviazioni minori nel suo intorno. Il valore della rigidezza dei vincoli del *real-model* mostra un comportamento contrario rispetto al valore dell'azione assiale reale. Le stime del tiro risultano più accurate per valori $k_{t,real}$ bassi, per cui delle catene con vincoli alle estremità piuttosto cedevoli determinano una condizione vantaggiosa per la stima dell'azione assiale agente.

Si prosegue ora con la presentazione dei risultati ottenuti al termine della minimizzazione vincolata, i valori riportati nelle intestazioni delle figure sono analoghi a quelli utilizzati in precedenza e rappresentano nuovamente l'errore medio percentuale $E_{\%}$ delle stime e la deviazione standard σ_E nel suo intorno.

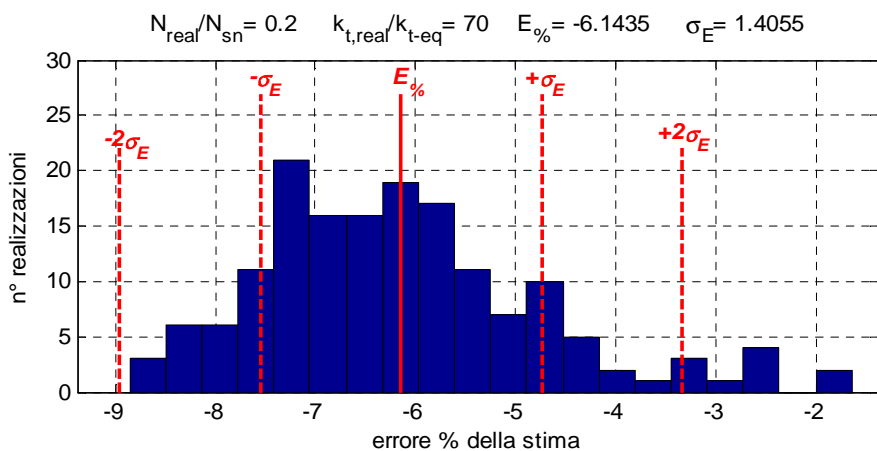


Figura 5.12 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

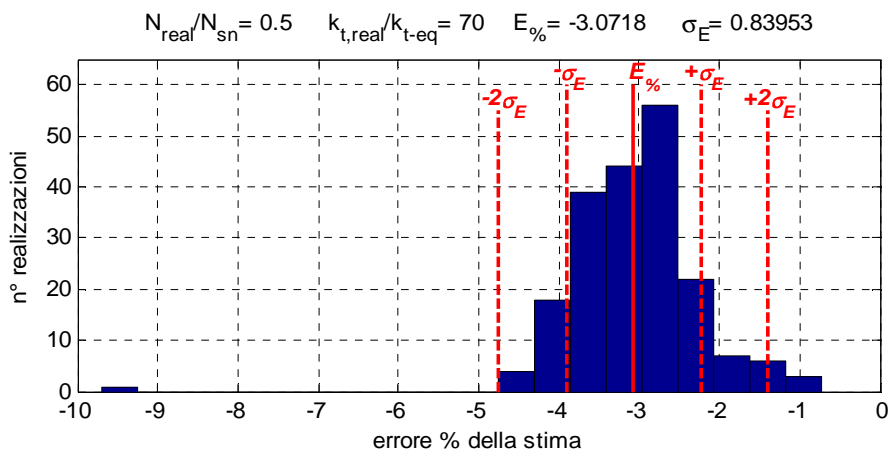


Figura 5.13 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

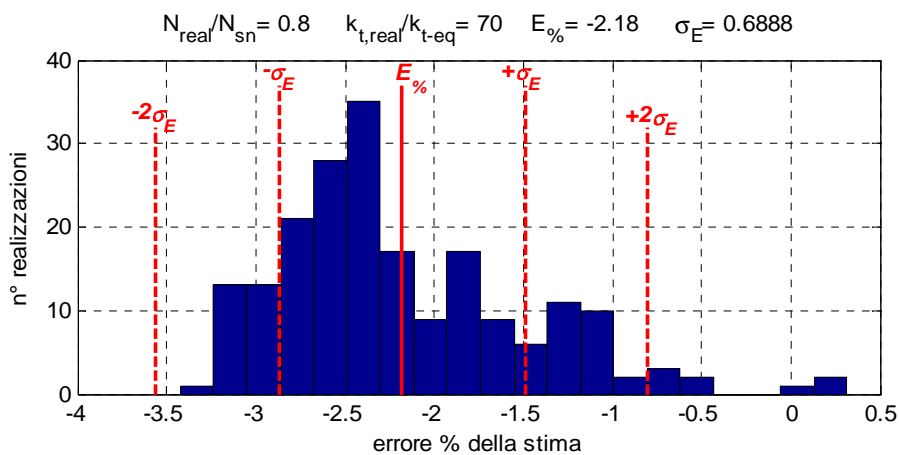


Figura 5.14 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

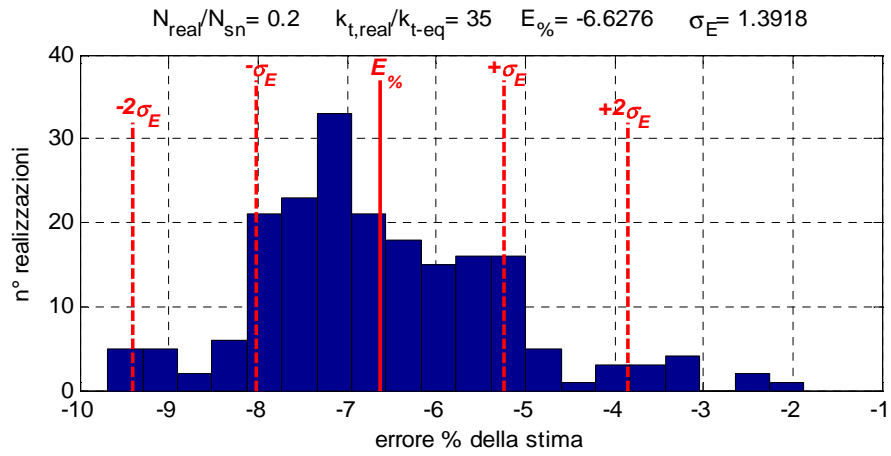


Figura 5.15 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

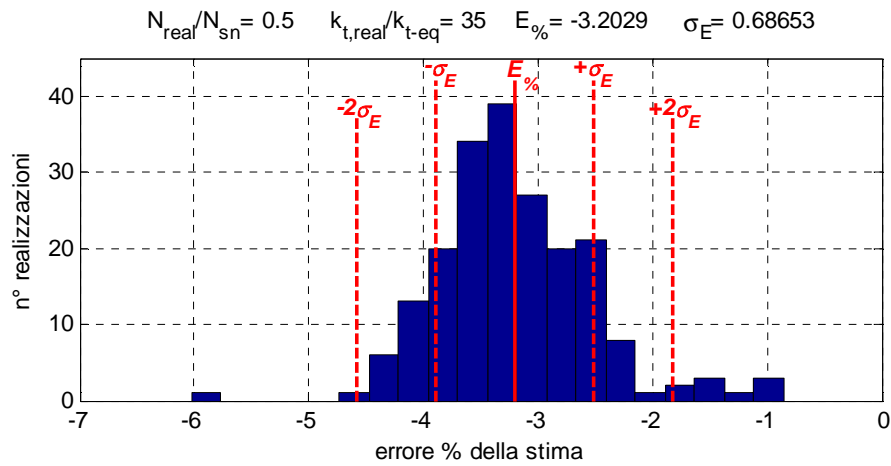


Figura 5.16 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

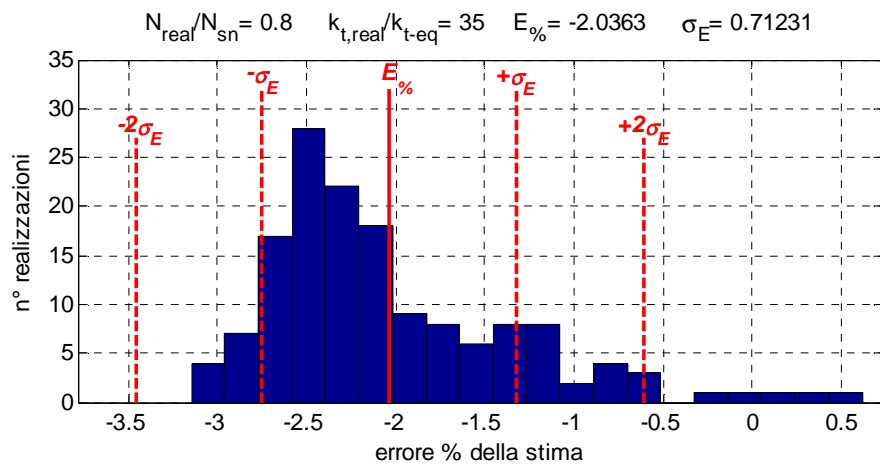


Figura 5.17 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

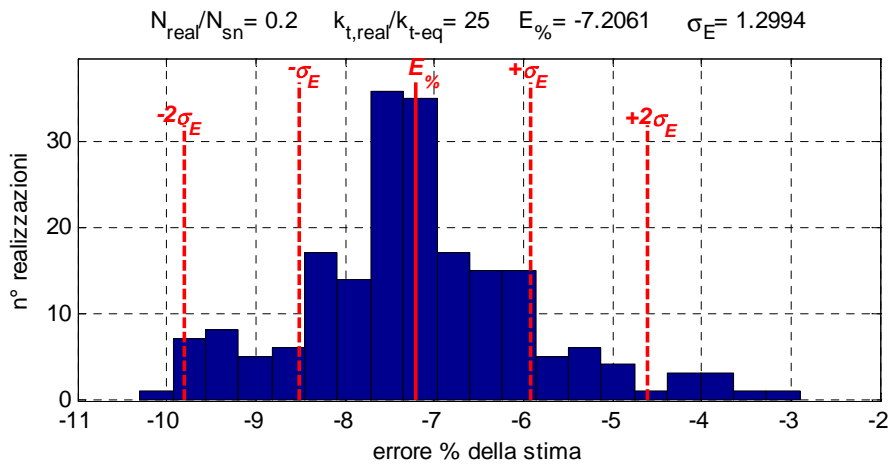


Figura 5.18 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

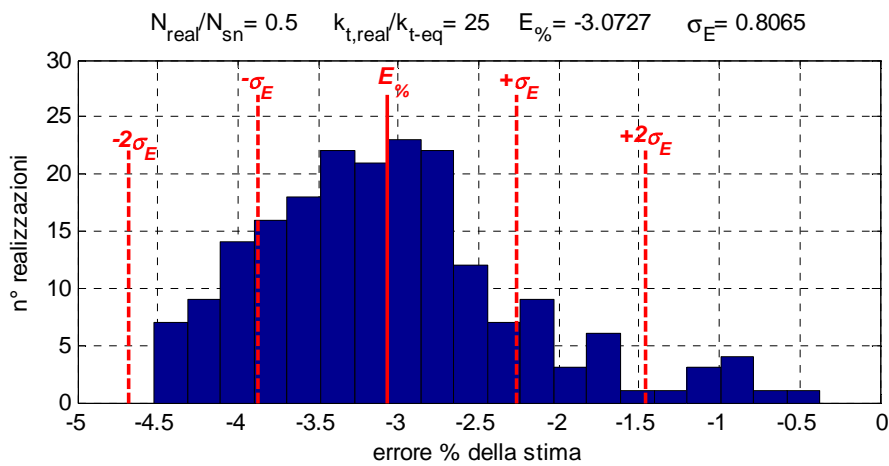


Figura 5.19 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

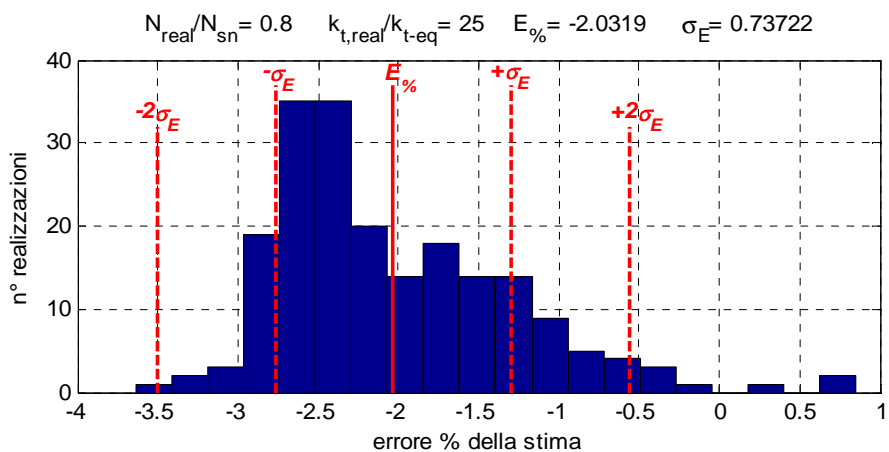


Figura 5.20 Distribuzione stime finali dell'azione assiale: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

Tabella 5.6 Riassunto delle stime finali del tiro ottenute nelle nove casistiche al termine della minimizzazione vincolata.

$\frac{N_{real}}{N_{sn}}$	$\frac{k_{t,real}}{k_{t-eq}}$	E_{min}	$E_{\%} - \sigma_E$	$E_{\%}$	$E_{\%} + \sigma_E$	E_{max}
0.2	25	-10,30	-8,51	-7,21	-5,91	-2,90
	35	-9,68	-8,02	-6,63	-5,24	-1,87
	70	-8,86	-7,55	-6,14	-4,74	-1,64
0.5	25	-9,70	-3,91	-3,07	-2,23	-0,72
	35	-6,02	-3,89	-3,20	-2,52	-0,85
	70	-4,52	-3,88	-3,07	-2,27	-0,37
0.8	25	-3,42	-2,87	-2,18	-1,49	0,32
	35	-3,15	-2,75	-2,04	-1,32	0,62
	70	-3,64	-2,77	-2,03	-1,29	0,85

Nelle Figure(5.12,...5.20) si riportano gli errori ottenuti al termine dell'intero processo di identificazione, in Tabella(5.6) si riporta un riassunto dei risultati dei nove casi. La stima finale N_f mostra degli errori più contenuti rispetto alla stima effettuata prima della minimizzazione vincolata. In alcuni casi, rispettivamente per catene con livello di tiro N_{real} elevato e rigidezza dei vincoli $k_{t,real}$ bassa, la stima dell'azione assiale appare estremamente accurata con un errore medio che si attesta intorno al 2% ed una limitata dispersione nell'intorno di tale valore. In condizioni meno favorevoli alla stima, rispettivamente per azioni assiali da stimare basse e rigidezze elevate ai vincoli, l'errore medio $E_{\%}$ diviene più elevato ma rimane tuttavia inferiore al 7%. Si consideri che i maggiori errori ottenuti, derivano da situazioni nelle quali vengono commessi errori elevati nella definizione di tutti i parametri del modello, è difficile pensare ad una situazione così svantaggiosa in un caso reale.

Le stime dell'azione assiale appaiono nuovamente sottostimate per via dell'errore commesso nella definizione della lunghezza della catena, tuttavia la minimizzazione comporta un miglioramento elevato sulla stima in questi termini. Considerando un caso d'esempio, si riporta in Figura(5.21) il confronto tra le stime ottenute prima e dopo la minimizzazione vincolata; utilizzando il medesimo asse delle ascisse per la rappresentazione dell'errore appare evidente come il secondo istogramma inerente alla stima finale presenti un errore medio $E_{\%}$ decisamente inferiore ed una deviazione standard σ_E limitata.

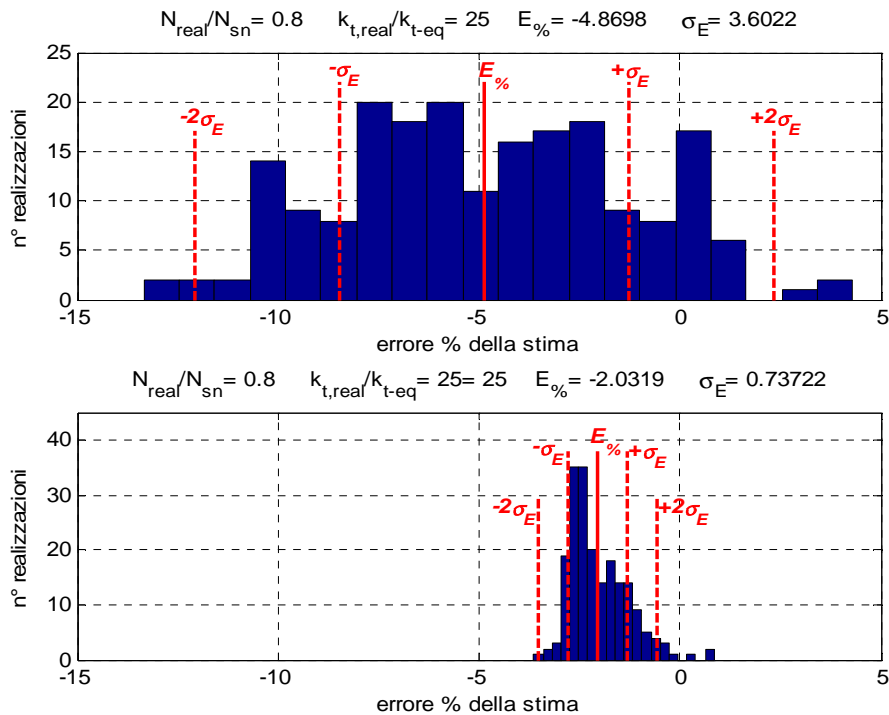


Figura 5.21 Confronto istogrammi della prima stima e della stima finale del tiro.

In Figura(5.22) si riassumono i risultati ottenuti per le nove tipologie di catena prima e dopo la minimizzazione in termini di azione assiale stimata. Dal confronto diretto tra le prime stime effettuate e le stime finali dell'azione assiale, appare evidente come la minimizzazione vincolata porti ad ottenere dei risultati accurati anche partendo da una prima stima che sottostima di molto il valore reale da identificare. Si ricorda che la prima stima dell'azione assiale costituisce il valore di tiro considerato per la costruzione del primo modello della minimizzazione vincolata, tuttavia l'importanza della sua accuratezza è secondaria a quella dei restanti parametri del modello. La tecnica di identificazione è sviluppata in modo tale da ottenere una dipendenza quasi univoca delle frequenze proprie del sistema dal valore di tiro assiale, difatti i restanti parametri modificano di poco le frequenze variando all'interno del loro intervallo di minimizzazione. Di conseguenza la minimizzazione opera in una condizione favorevole alla definizione accurata dell'azione assiale agente sulla catena, correggendo un eventuale errore elevato commesso dalla prima stima.

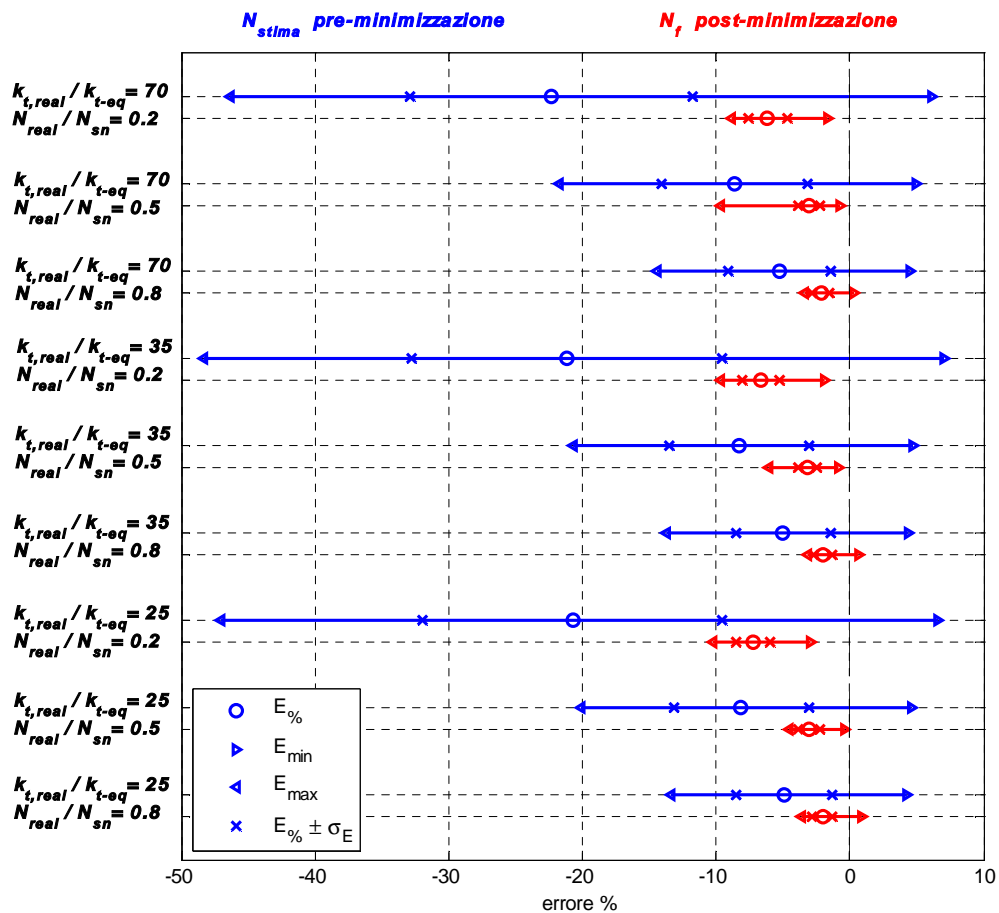


Figura 5.22 Azioni assiali stimate prima e dopo la minimizzazione nei nove casi considerati.

La minimizzazione raggiunge ottimi risultati anche grazie alla buona stima effettuata per la rigidità dei vincoli utilizzando la relazione $R_{9.5,3.5}^{sum}$. Se non si disponesse di una stima così accurata della rigidità dei vincoli e non si fosse identificato un suo intervallo di variazione per la minimizzazione, la dipendenza delle frequenze proprie dalla rigidità dei vincoli sarebbe rimasta elevata e la minimizzazione non avrebbe restituito una stima così accurata dell'azione assiale.

Si ricorda inoltre che l'ultimo studio effettuato sulle frequenze proprie del sistema aveva evidenziato una dipendenza residua dalla lunghezza della catena, la quale non rendeva univoca la relazione tra le frequenze proprie e l'azione assiale, si vedano le Figure(4.18, 4.19) del capitolo 4.3.2. I risultati delle identificazioni mostrano difatti una costante sottostima dell'azione assiale, dovuta proprio all'errore commesso nella scelta della lunghezza del modello. E' giusto comunque ipotizzare che nel caso non si commettesse un errore sulla

stima iniziale della lunghezza la stima finale dell'azione assiale sarebbe migliore. A dimostrazione di questo fatto, in Figura(5.23) si riporta la relazione tra le lunghezze errate considerate nei 200 *boundary-model* e le stime finali di tiro ottenute per un caso assunto come esempio. I punti del grafico mostrano un trend generale che lega le due variabili, dimostrando che le identificazioni effettuate sui *boundary-model* con valori di lunghezza più vicini al valore vero del *real-model* portano ad ottenere delle stime finali di azione assiale meno sottostimate rispetto al valore vero.

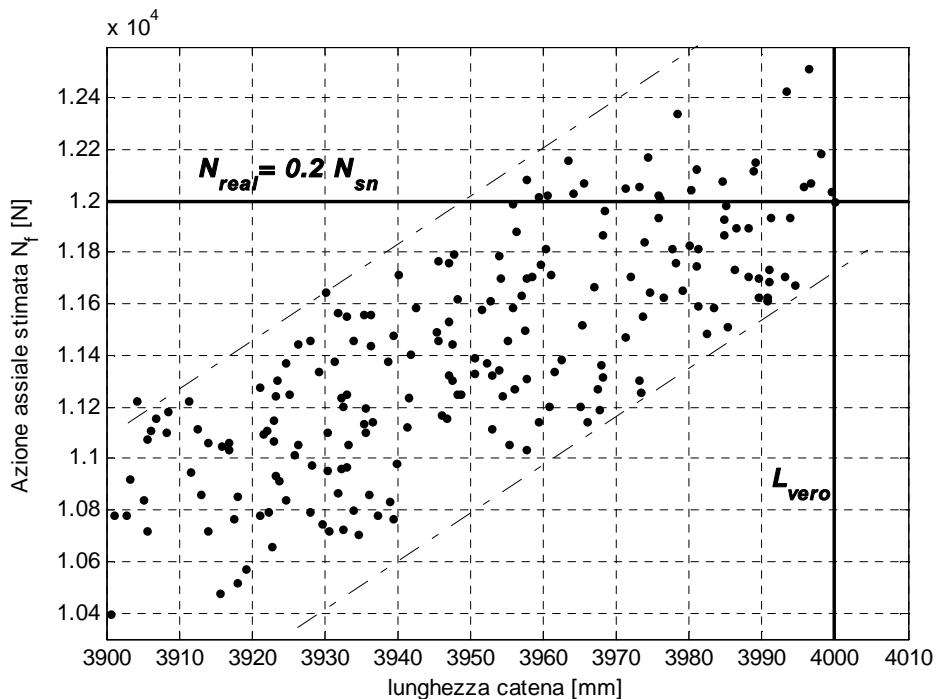


Figura 5.23 Relazione tra la lunghezza del modello e la stima finale dell'azione assiale, Monte Carlo con $N_{real}/N_{sn} = 0.8$ e $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

5.2.3 Andamento parametri nel processo d'identificazione

Appare evidente come il buon risultato ottenuto nell'identificazione sia strettamente legato al funzionamento della minimizzazione vincolata, quest'ultima ridefinisce completamente la prima stima dell'azione assiale modificando tutti i parametri che caratterizzano il modello.

L'iterazione del processo di minimizzazione permette di eliminare in parte gli errori commessi nella definizione iniziale dei valori nominali dei parametri all'interno del modello per l'identificazione. Per meglio analizzare il risultato finale delle identificazioni e il ruolo della minimizzazione, si propongono ora delle figure che riportano i valori assunti da tutti i parametri del

modello prima e dopo il processo di minimizzazione vincolata. Le figure(5.24,...5.32) si riferiscono ai risultati ottenuti nei nove casi analizzati; nel rappresentare le realizzazioni dei parametri si decide di riportare il valore medio assunto nelle 200 simulazioni ed i valori massimo e minimo per ogni parametro. I parametri con il pedice ‘f’ sono quelli ottenuti al termine della minimizzazione mentre i restanti rappresentano le prime stime o assunzioni effettuate.

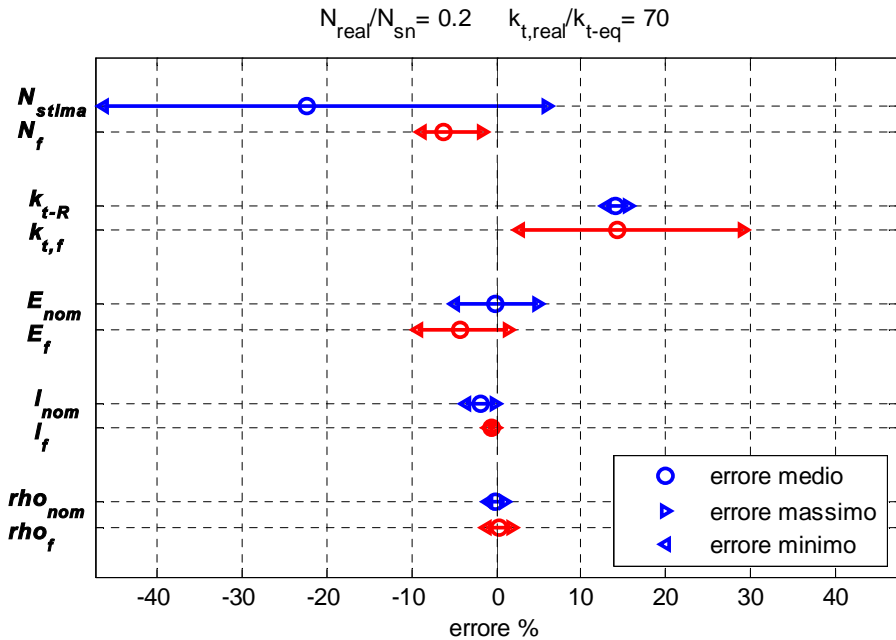


Figura 5.24 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

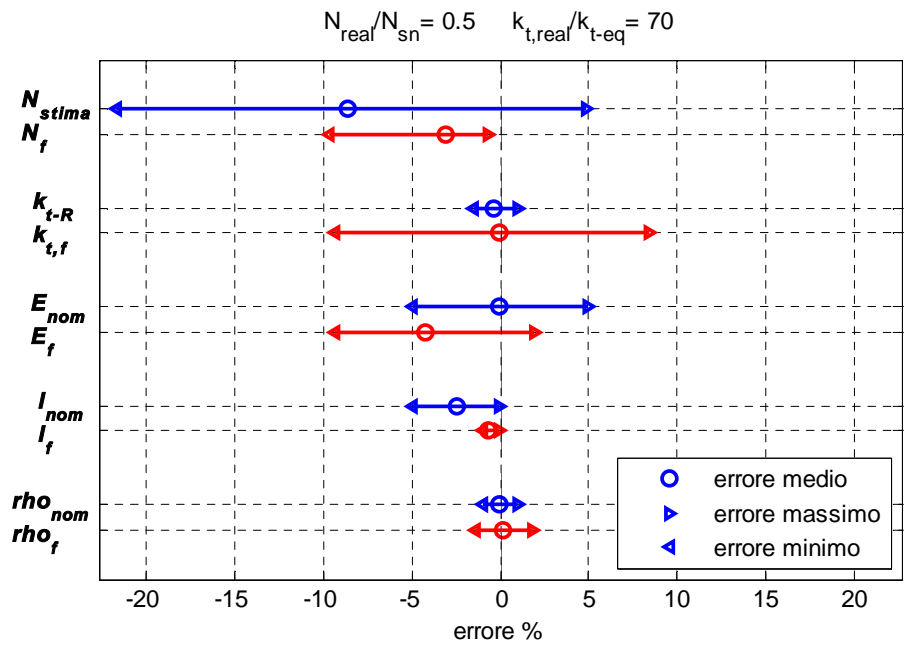


Figura 5.25 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

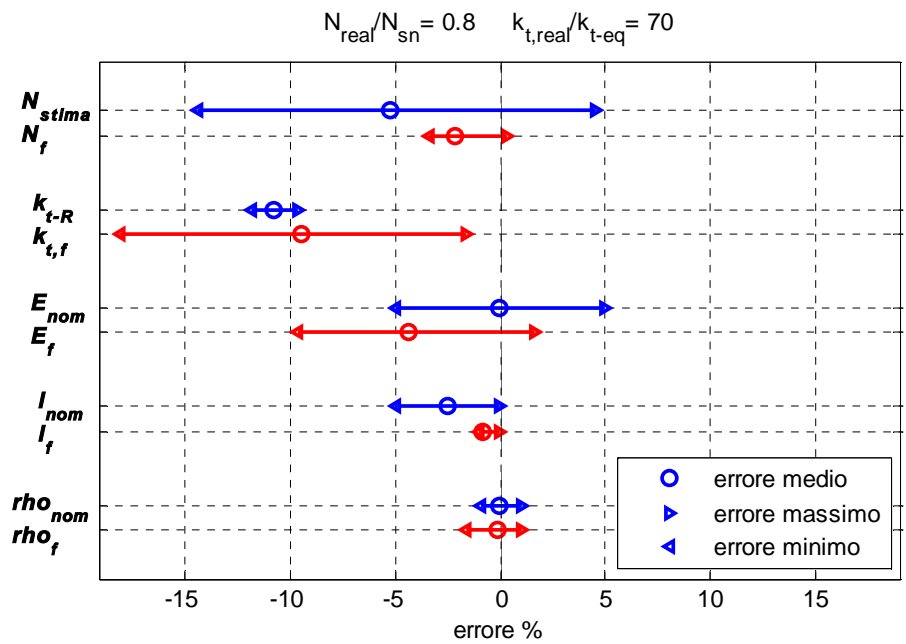


Figura 5.26 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

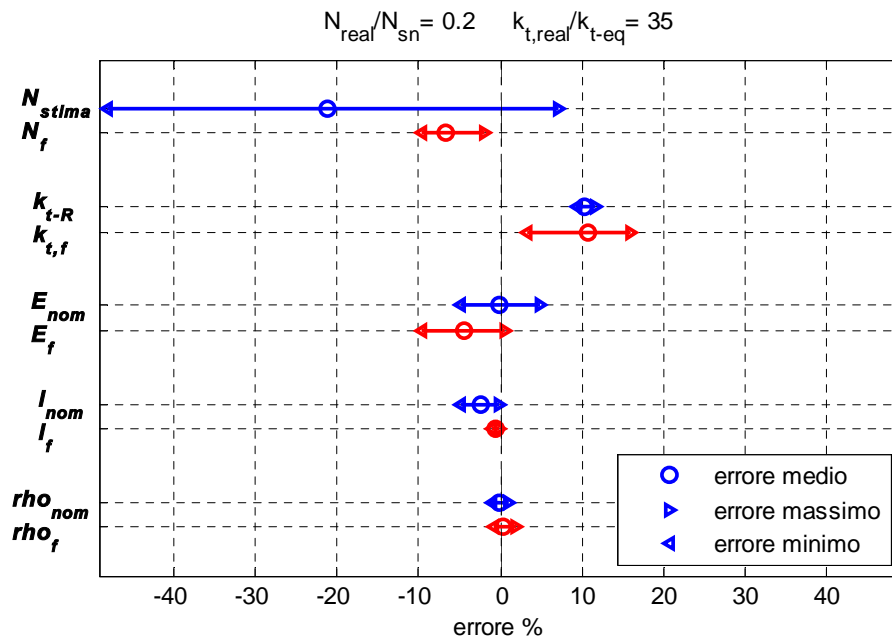


Figura 5.27 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

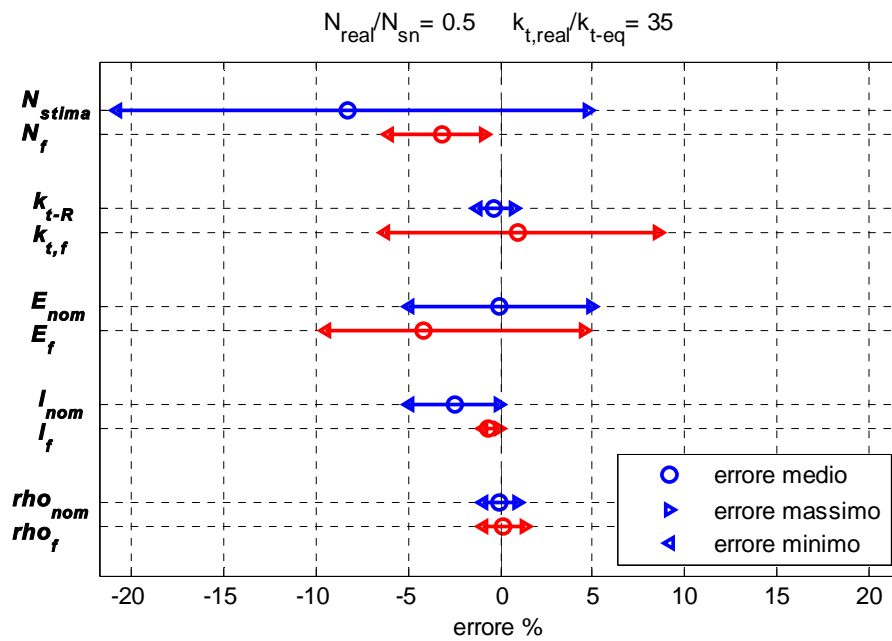


Figura 5.28 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

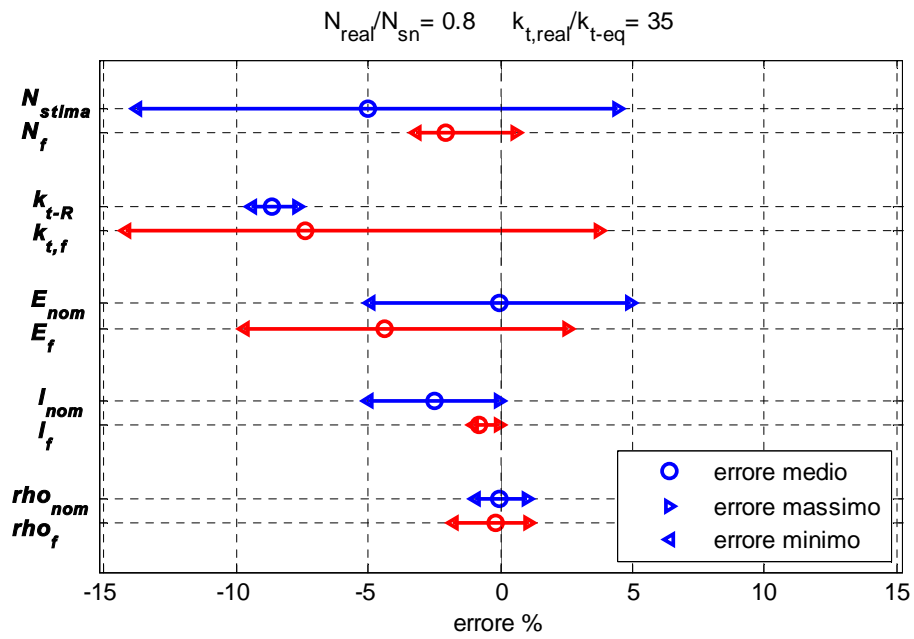


Figura 5.29 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 35$.

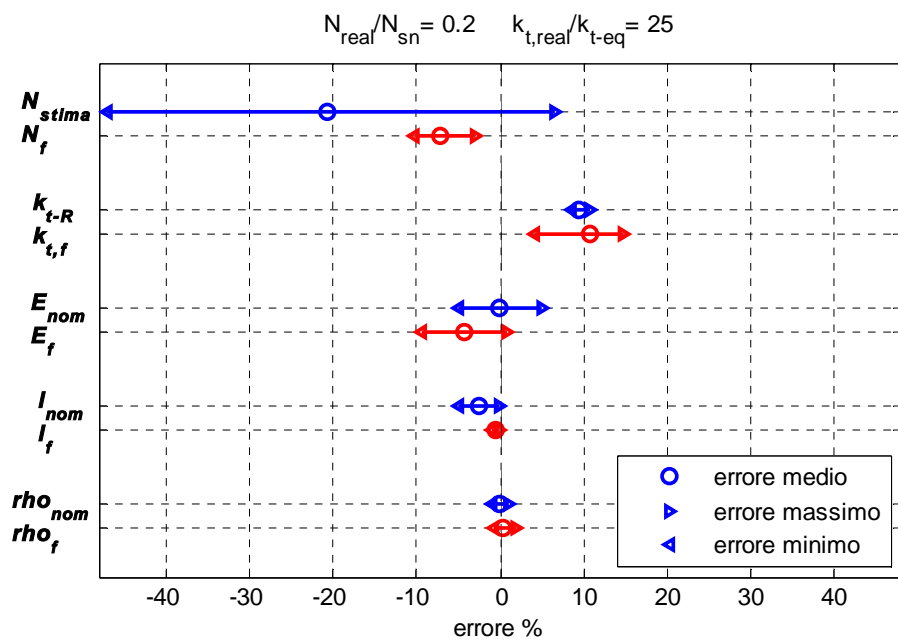


Figura 5.30 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

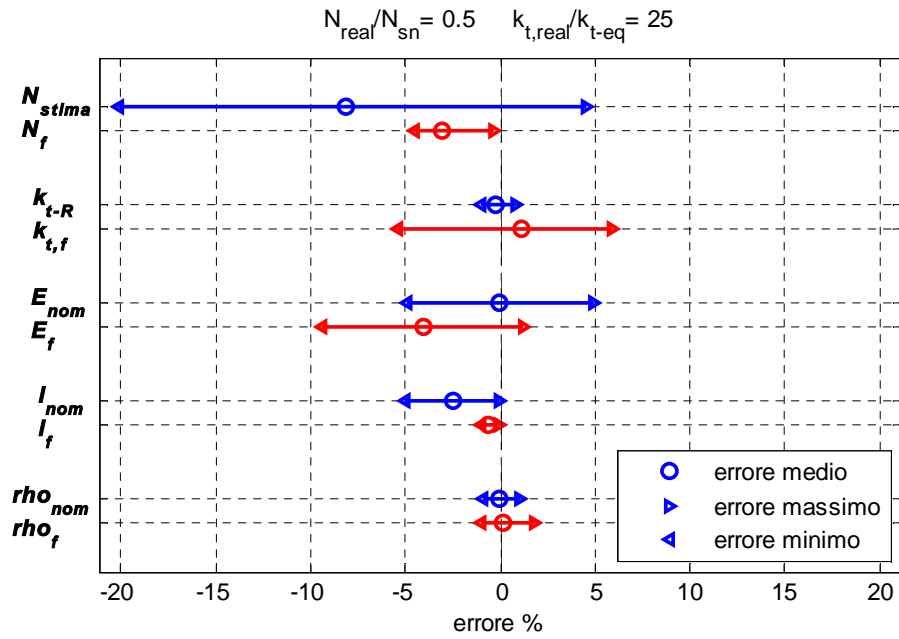


Figura 5.31 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.5$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

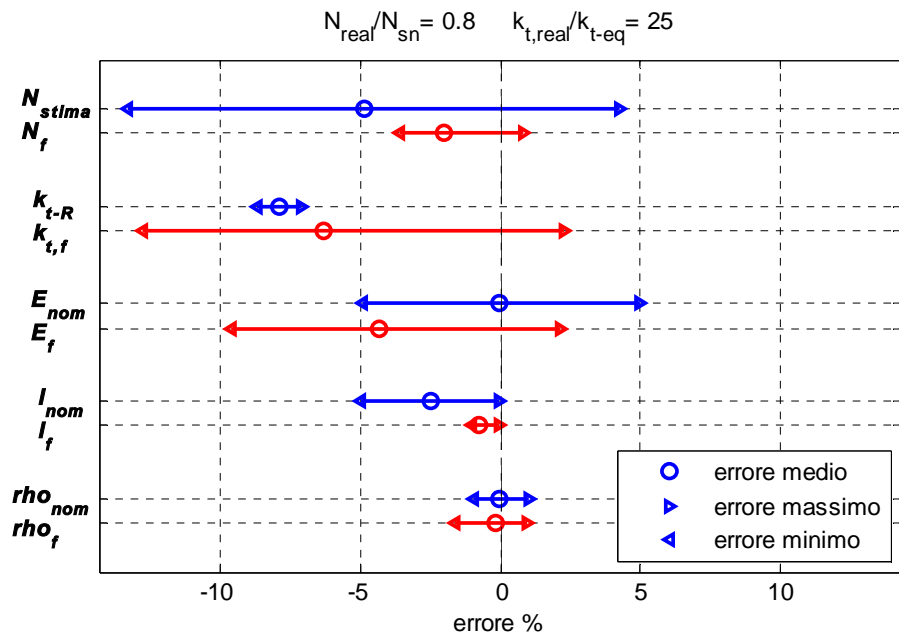


Figura 5.32 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

L'andamento della stima del tiro prima e dopo la minimizzazione è il medesimo riportato e descritto in precedenza, il comportamento dei restanti parametri aiuta a capire l'importanza della minimizzazione nel processo identificativo.

Il primo parametro che si vuole prendere in considerazione è la rigidità dei vincoli k_t . Analizzando i valori di k_t prima della minimizzazione si nota come la prima stima k_{t-R} effettuata sia affetta da un errore sistematico che tende a sottostimare o sovrastimare il valore reale, tale comportamento è completamente in accordo con quanto analizzato nel capitolo 4 circa l'andamento della stima rispetto ad errori commessi nella definizione del modello. La sottostima o sovrastima della rigidità dei vincoli è da imputare al valore reale di tiro agente sulla catena che come si è dimostrato nel capitolo 4 comporta un errore sulla stima eseguita dalla relazione $R_{9,5,3.5}^{sum}$. La relazione $R_{9,5,3.5}^{sum}$ è costruita difatti per un valore di tiro intermedio $N/N_{sn} = 0.5$, per cui tutti i casi con azione assiale reale pari a $N_{real}/N_{sn} = 0.2$ portano ad una costante sovrastima della rigidità dei vincoli, viceversa per i casi con $N_{real}/N_{sn} = 0.8$. Si noti inoltre come l'intervallo di variazione nell'intorno della prima stima della rigidità dei vincoli sia ristretto.

Passando ad analizzare i valori della rigidità dei vincoli al termine della minimizzazione appare evidente come ogni identificazione agisca modificando la rigidità iniziale k_{t-R} . Si ricorda che l'intervallo impostato per la variazione dalla rigidità k_t in minimizzazione viene definito a priori e risulta contenere il valore vero di rigidità dei vincoli $k_{t,real}$ ricercato. Dalle figure si nota come la minimizzazione porti in molti casi ad un avvicinamento del valore medio della rigidità al valore reale $k_{t,real}$, soprattutto per i casi dove si ha una costante sottostima o sovrastima nella definizione della prima stima k_{t-R} . Per i processi eseguiti su catene reali con valori di tiro $N_{real}/N_{sn} = 0.5$ si nota al contrario una dispersione delle stime di rigidità che si allontanano dal valore reale ricercato; in tali casi si hanno le condizioni perfette per ottenere un'accuratissima stima iniziale k_{t-R} , per cui non si dovrebbe considerare la variazione della rigidità in minimizzazione che tende a peggiorarla, tuttavia non è possibile sapere a priori di trovarsi in tale condizione. In generale si può osservare che la minimizzazione vincolata operi correttamente in termini di stima della rigidità dei vincoli, soprattutto per via delle correzioni effettuate sui casi con maggiori errori sulla prima stima k_{t-R} . Si noti come l'intervallo dei valori di $k_{t,f}$ siano più ampi rispetto a quelli relativi alla prima stima k_{t-R} ; il motivo di questo fatto è legato alla scelta effettuata sull'intervallo di variazione per la minimizzazione che risulta ovviamente più largo per contenere il valore reale di rigidità che altrimenti non sarebbe raggiunto; l'effetto positivo di questo procedimento lo si denota con l'avvicinamento del valor medio della stima della rigidità al valore vero. Inoltre è corretto sottolineare che i grafici

appena presentati riportano l'intervallo tra il valore di stima minimo e massimo della stima finale sulla rigidità, anche questo è un motivo della dispersione così ampia dei valori.

Sulla lunghezza della catena l sono già state effettuate delle considerazioni per spiegare il motivo delle costanti sottostime sul valore finale dell'azione assiale agente. Con il presente studio si vuole mettere in evidenza un ulteriore aspetto legato al comportamento di tale parametro nel processo di minimizzazione vincolata. È importante notare come il valore nominale errato della lunghezza impostato nel primo modello analizzato venga costantemente corretto dalla minimizzazione vincolata, al termine di ogni identificazione eseguita si ottengono dei valori di lunghezza molto più vicini al valore reale. Tale comportamento dimostra la correttezza dell'intero sistema di minimizzazione implementato, si ricorda difatti che la lunghezza l è il parametro che dopo l'azione assiale N conservava una maggiore influenza sulle frequenze proprie che definiscono il funzionale di minimizzazione, tuttavia i risultati mostrano come per ogni caso studiato tale parametro venga ridefinito in modo accurato, a dimostrazione della corretta convergenza del metodo alla soluzione esatta del problema.

I restanti parametri E e ρ presentano dei valori di stima dopo la minimizzazione che variano a seconda della casistica. Per la densità del materiale ρ si ottiene generalmente una convergenza verso il valore realmente definito nel *real-model*, mentre per il modulo elastico E si riscontrano dei casi con stime finali che tendono a sottostimare il valore vero. Il valore medio assunto dal modulo elastico al termine della minimizzazione è generalmente inferiore al valore reale del *real-mode*; questo fatto potrebbe far pensare ad un errore nella convergenza della minimizzazione, tuttavia si ricorda che l'influenza del parametro E sulle frequenze proprie che definiscono il funzionale è limitata, per cui è naturale che si ottengano delle variazioni anche leggermente errate di tale parametro per alcune identificazioni effettuate.

5.2.4 Confronto tra tecniche differenti di stima.

Nei processi di identificazione eseguiti per l'analisi Monte Carlo del metodo implementato è stata utilizzata la tecnica di stima della rigidità dei vincoli sviluppata all'interno della presente tesi basata sulla relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$, quest'ultima garantisce una stima molto accurata della rigidità e permette di estendere la tecnica d'identificazione ad una tipologia di analisi modale eseguita con eccitazione a forzante incognita. Nel capitolo 4 è stata introdotta una tecnica alternativa per la stima della rigidità dei vincoli basata sul calcolo della funzione CoMAC, che nonostante non permettesse l'utilizzo della stessa tipologia di analisi modale ha garantito un valido confronto per il nuovo metodo implementato.

Giunti a questo punto è utile svolgere lo stesso tipo di processo Monte Carlo sfruttando come relazione per la stima della rigidezza proprio una tra le relazioni $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$. Lo scopo è quello di fornire un confronto dei risultati finali ottenuti in termini di azione assiale identificata e sottolineare l'importanza del disporre di una buona stima della rigidezza dei vincoli. A tal proposito si ricorda che le stime di rigidezza eseguite utilizzando la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ dimostrano un errore di stima pari circa alla metà di quello ottenuto con le relazioni $CoMAC_{app-app}$ e $CoMAC_{inca-inca}$ (si vedano Tabelle del capitolo 4.2.4); importante considerare anche la differenza tra gli intervalli di variazione per il k_t in minimizzazione, il metodo $R_{9,5,3,5}^{sum}$ garantisce difatti un intervallo più ristretto dovuto alla migliore stima eseguita.

In Figura(5.33) si riportano i risultati finali delle identificazioni del tiro eseguite nei nove casi proposti per entrambe le tipologie di stima di rigidezza utilizzate. Giusto precisare che le stime del tiro in figura sono quelle ottenute al termine di tutto il processo identificativo, compresa la minimizzazione vincolata.

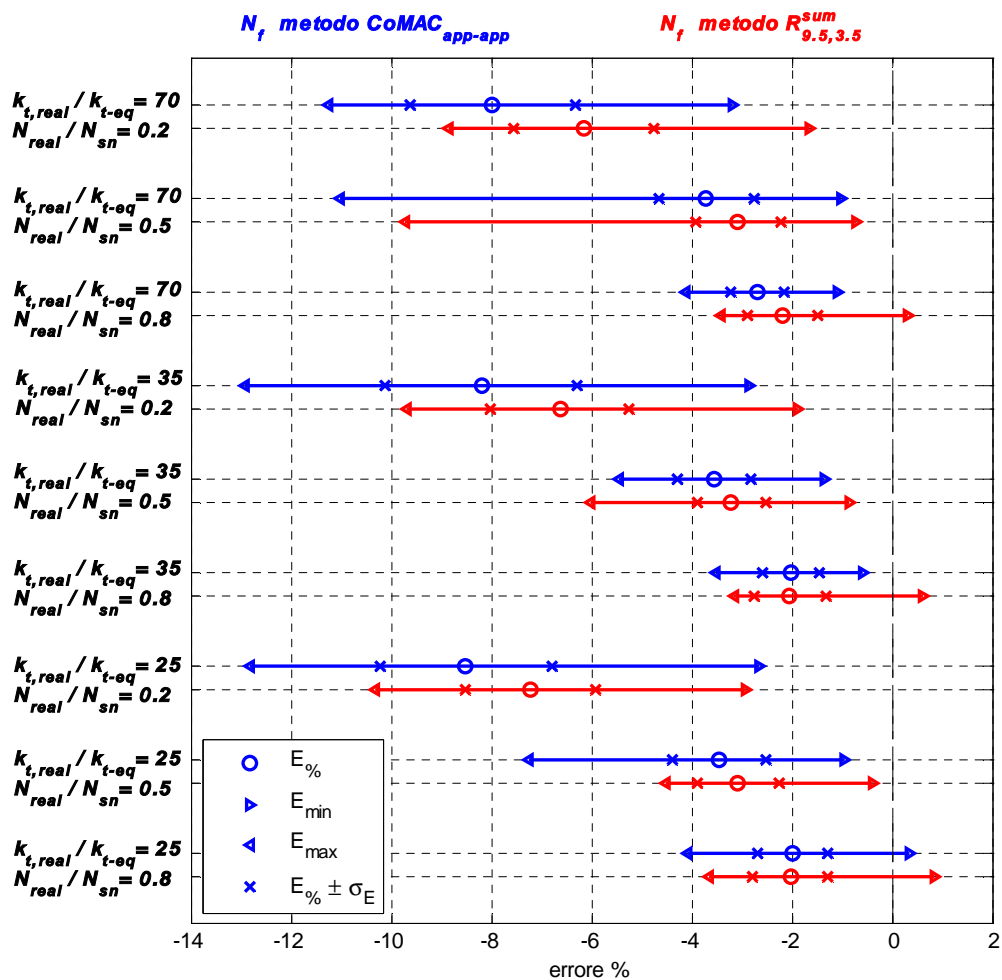


Figura 5.33 Confronto delle stime finali del tiro ottenute utilizzando relazioni differenti per la stima della rigidità dei vincoli alle estremità della catena.

Per ogni caso analizzato sono stati riportati i valori medi di errore percentuale sulla stima $E_0\%$ affiancati dai valori massimi e minimi verificati E_{min} ed E_{max} . Con σ_E si intende nuovamente la deviazione standard calcolata sulla distribuzione degli errori percentuali. Il risultato ottenuto mostra pienamente il vantaggio che consegue alla maggiore accuratezza della relazione $R_{9,5,3.5}^{sum}$ nella stima della rigidità dei vincoli alle estremità della catena.

Dal grafico emerge una costante differenza tra le due metodologie utilizzate, nel caso della tecnica CoMAC per la stima della rigidità si verificano delle stime finali di azione assiale che sottostimano maggiormente il valore vero da identificare. Tale risultato è da imputare ad una peggiore stima della rigidità dei vincoli e ad una probabile maggiore dipendenza del metodo

CoMAC dall'errore commesso nella definizione del valore nominale della lunghezza della catena. In altre parole il metodo CoMAC è influenzato maggiormente da un errore commesso sulla lunghezza nominale impostata nel primo modello, di conseguenza si ottengono stime del tiro meno accurate sia prima che dopo la minimizzazione vincolata.

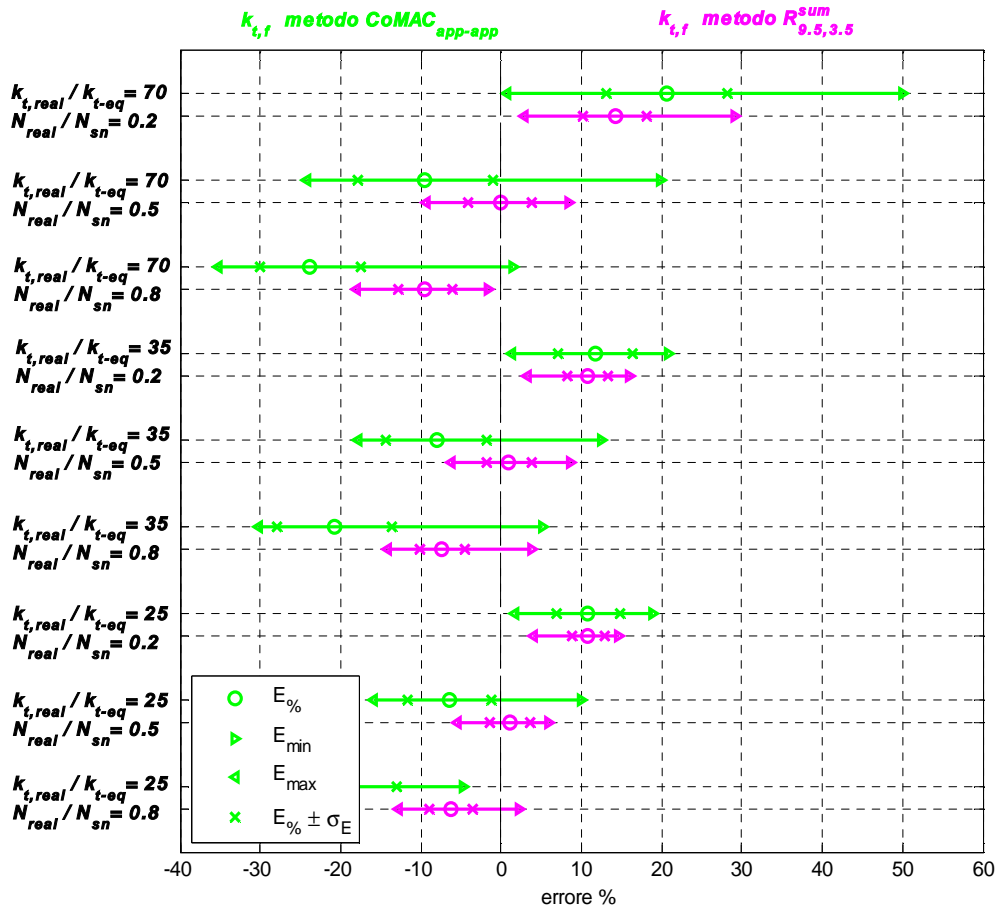


Figura 5.34 Confronto tra le stime finali della rigidezza dei vincoli ottenute da differenti relazioni per la definizione della prima stima.

Nella Figura(5.34) si riportano i risultati del parametro k_t ottenuti al termine del processo di minimizzazione per dimostrare come il metodo $R_{9,5,3.5}^{sum}$ ne definisca dei valori più accurati. Dalla migliore convergenza del parametro k_t al termine dell'identificazione deriva una stima più accurata dell'azione assiale agente sulla catena; si noti come il metodo CoMAC presenti effettivamente dei valori $k_{t,f}$ più distanti dal valore vero $k_{t,real}$ definendo una convergenza peggiore della minimizzazione vincolata che si traduce in risultati inferiori sulla stima finale N_f del tiro agente sulla catena.

5.3 Analisi Monte Carlo con tipologia differente di catena

Le analisi Monte Carlo sono state fino ad ora eseguite per la tipologia di catena descritta nella Tabella(5.4) che presenta le caratteristiche ideali per lo studio della tecnica d'identificazione proposta per le ragioni già citate in precedenza. Tale catena è inoltre la medesima che viene realizzata sperimentalmente per le prove di validazione del metodo che avverranno nel capitolo 6.

Giunti a questo punto è però utile svolgere delle analisi su una tipologia di catena con delle caratteristiche differenti al fine di testare il metodo in un'altra situazione. In Tabella(5.7) si riportano i dati assegnati alla catena utilizzata per le prossime simulazioni; si decide di analizzare una catena di lunghezza $l = 10\text{ m}$, sezione $30 \times 50\text{ mm}$ e materiale $Fe430$.

Tabella 5.7 Caratteristiche della catena utilizzata per l'analisi Monte Carlo.

Caratteristiche catena realizzata		
Materiale Al 3003		
E	200000	MPa
ρ	7860	kg/m^3
σ_{sn}	300	MPa
Sezione rettangolare 15×25		
a	30	mm
b	50	mm
A	1500	mm^2
J_z	312500	mm^4
N_{sn}	450000	N
Lunghezza catena		
l	10000	mm
Rigidezza equivalente		
k_{t-eq}	$6,25 \cdot 10^6$	$N \cdot m$

Si esegue un'analisi Monte Carlo analoga a quella sviluppata in precedenza, con le medesime assunzioni riguardo agli intervalli impostati per i parametri nella costruzione dei *boundary-model*. L'unica differenza sugli intervalli di variazione riguarda la lunghezza della catena che viene fatta variare

fino al -2% rispetto al suo valore nominale, questo perché per commettere un errore assoluto paragonabile a quello precedente in termini di porzione di catena interna al vincolo basta considerare una percentuale minore della lunghezza totale.

Si considerano quattro casistiche per l'implementazione dei *real-model* dati dall'incrocio delle realizzazioni dei due parametri N_{real} e $k_{t,real}$ riportati in Tabella(5.8). I valori nominali dei parametri E, ρ ed l sono quelli di Tabella(5.7). Nelle Figure(5.35,...5.38) si riportano i risultati delle analisi effettuate.

Tabella 5.8 Parametri impostati nel *real-model*.

Realizzazioni parametri nel <i>real-model</i>		
N_{real}/N_{sn}	0.2	0.8
$k_{t,real}/k_{t-eq}$	25	70

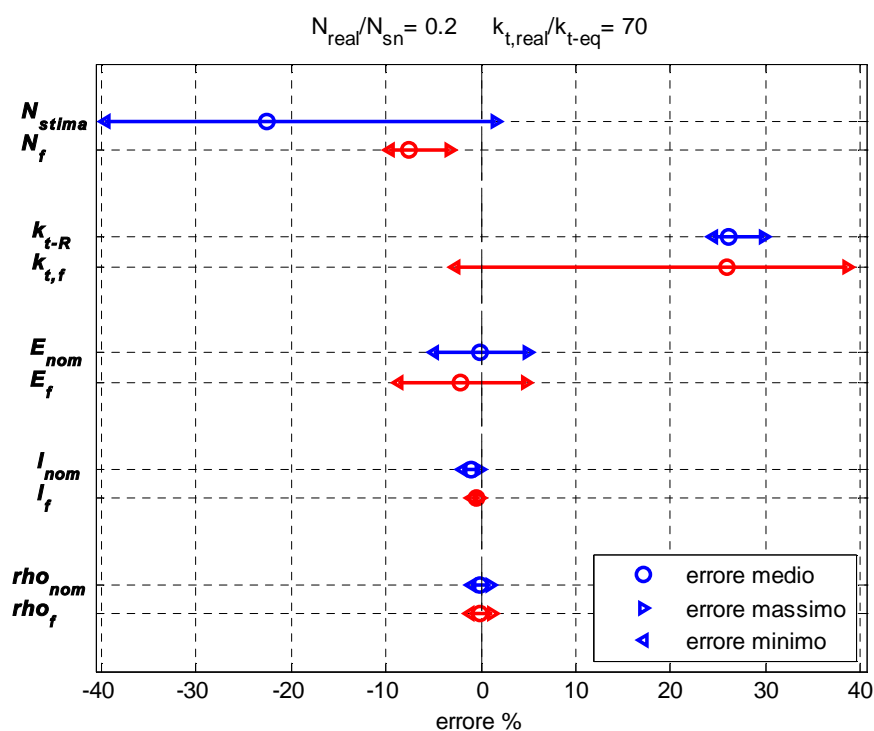


Figura 5.35 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

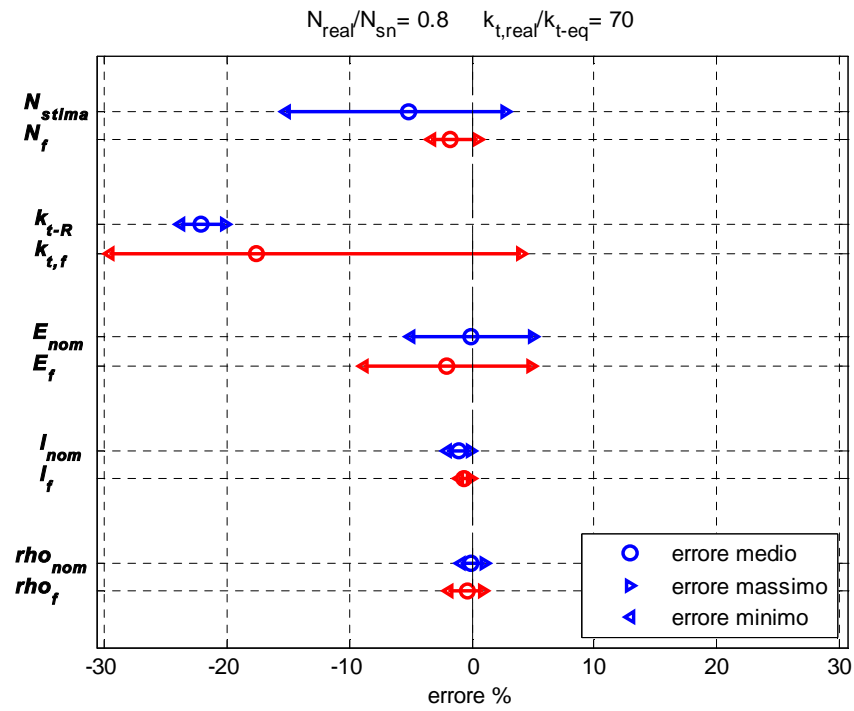


Figura 5.36 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 70$.

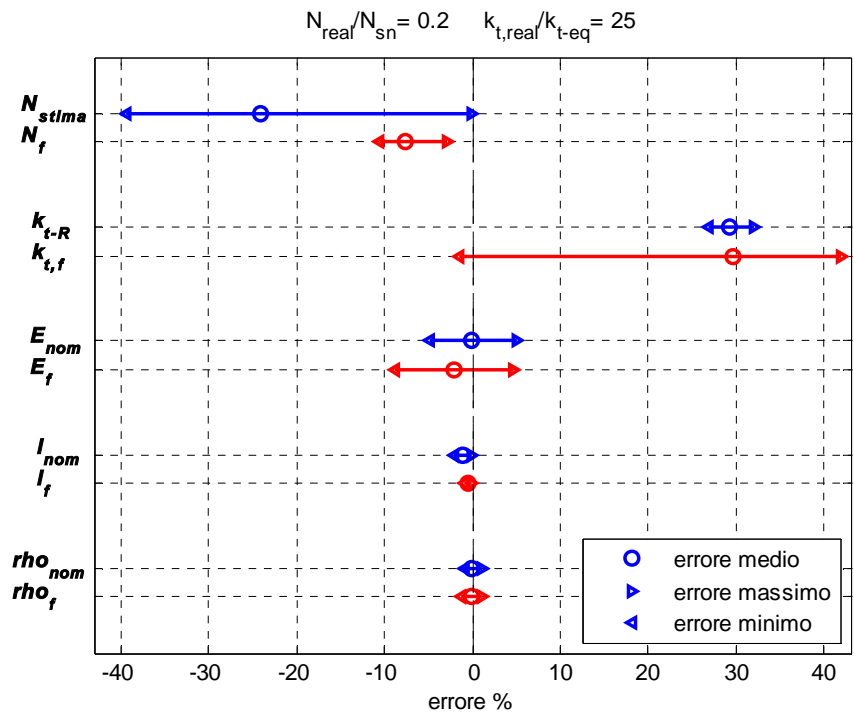


Figura 3.37 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.2$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

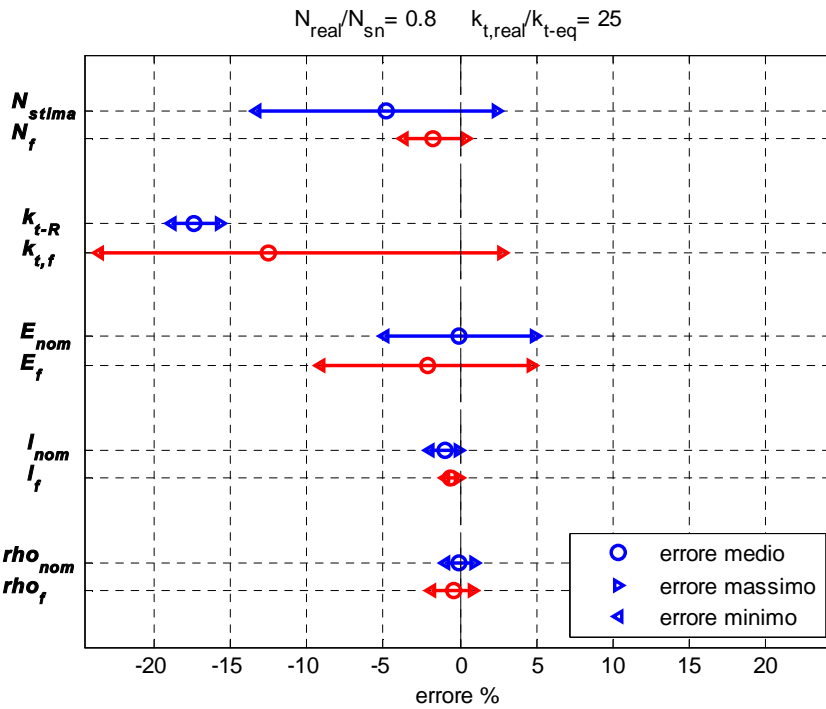


Figura 5.38 Parametri prima e dopo la minimizzazione: $N_{real}/N_{sn} = 0.8$, $k_{t,real}/k_{t-eq} = 25$.

In Tabella(5.9) si riassumono i risultati finali delle stime del tiro per le quattro configurazioni di catena analizzate.

Tabella 5.9 Riassunto delle stime finali del tiro ottenute nelle quattro configurazioni della catena da 10 m, al termine della minimizzazione vincolata.

$\frac{N_{real}}{N_{sn}}$	$\frac{k_{t,real}}{k_{t-eq}}$	E_{min}	$E_{\%} - \sigma_E$	$E_{\%}$	$E_{\%} + \sigma_E$	E_{max}
0.2	25	-10,58	-8,78	-7,73	-5,64	-2,85
	70	-9,65	-8,43	-7,65	-6,10	-3,22
0.8	25	-3,65	-2,52	-1,79	-0,32	0,37
	70	-3,33	-2,50	-1,72	-0,17	0,43

I risultati delle quattro serie di identificazioni sono simili a quelli ottenuti nel caso svolto in precedenza sulla catena di $l = 4 m$, sezione $15 \times 25 mm$ di materiale Al3003, si confrontino i valori della Tabella(5.9) con quelli della Tabella(5.6). Nonostante la catena di quest'ultima analisi presenti una snellezza maggiore, che come si dimostra nel capitolo 4.2.3 sia svantaggiosa per il metodo, le azioni assiali identificate sono simili ed in alcuni casi migliori di quelle ottenute in precedenza. La maggiore snellezza comporta un errore maggiore nella definizione della prima stima della rigidezza dei vincoli, tuttavia tale errore viene compensato da due aspetti favorevoli. Il primo tra questi è la

minore influenza dell'errore commesso nella definizione della lunghezza all'interno del modello, difatti sebbene la possibile porzione di catena interna al vincolo sia la medesima considerata in precedenza rappresenta in quest'ultimo caso una percentuale minore della lunghezza totale, le frequenze proprie risultano di conseguenza meno alterate e permettono una migliore prima stima dell'azione assiale. Un secondo aspetto favorevole riguarda la tipologia di materiale che compone la catena, sempre nel capitolo 4.2.3 si è dimostrato come per il ferro si ottengano risultati migliori rispetto all'alluminio.

Le prove eseguite sulla catena di 10 *m* in acciaio dimostrano in primo luogo il buon funzionamento del metodo anche per una catena molto lunga e con caratteristiche simili a molte catene reali, in secondo luogo da una conferma di come il modello di catena di $l = 4\ m$ in alluminio presenti una situazione svantaggiosa per l'esecuzione delle identificazioni e dunque è adatta ad essere riprodotta in laboratorio per le prove di validazione del metodo sviluppato.

Capitolo 6

Attività Sperimentale

Nel corso dei capitoli precedenti è stata sviluppata in tutti i particolari la nuova tecnica d'identificazione del tiro per le catene basata sul modello riportato in Figura(6.1), nel capitolo 5 è stata inoltre proposta un'analisi del metodo sfruttando molteplici processi di simulazione numerica che hanno fornito un quadro completo delle capacità di stima della tecnica implementata. I processi di analisi Monte Carlo hanno quantificato l'accuratezza della nuova metodologia nella stima dell'azione assiale per diverse situazioni reali possibili, si ricorda difatti che i risultati presentati nel capitolo 5 si riferiscono a catene con differenti condizioni di azione assiale agente e di vincolo alle estremità della catena. Uno studio così accurato delle varie casistiche, oltre ad avvalorare il nuovo metodo proposto nei confronti di tecniche precedentemente sviluppate, pone in una condizione di vantaggio rispetto alla successiva attività sperimentale che si descrive nel presente capitolo.

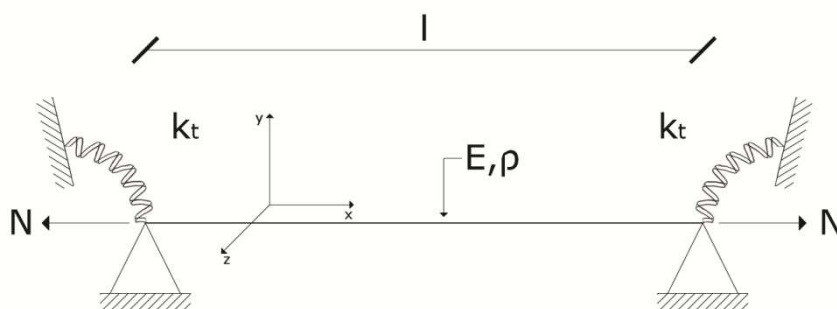


Figura 6.1 Modello di catena con i parametri che lo definiscono.

Molti metodi di identificazione proposti in passato non comprendono un'attività sperimentale, mentre in altri casi viene testato il metodo utilizzando una catena reale della quale tuttavia non è possibile conoscere il valore reale di tiro e perciò tale prova non è da considerarsi esaustiva in termini di quantificazione dell'errore commesso. In questa tesi non solo viene sviluppata un'accurata tecnica sperimentale per la validazione del metodo e l'analisi degli errori che la tecnica può presentare ma vengono inoltre eseguiti molteplici test per ricoprire un vasto campo di casistiche che possono presentarsi in una situazione reale. Per la fase sperimentale si cerca di replicare quanto fatto per le simulazioni numeriche delle analisi Monte Carlo, per cui si eseguono in laboratorio delle identificazioni del tiro su una catena configurabile con diverse condizioni di azione assiale e di vincolo alle estremità. Tale processo fornisce

una visione completa ed esaustiva delle capacità della nuova tecnica di identificazione sviluppata. È giusto sottolineare che un tale processo di validazione non è mai stato affrontato in passato per altri metodi proposti che si limitano nei casi migliori a poche identificazioni per la validazione.

Il metodo d'identificazione è sviluppato in modo tale da sfruttare una tecnica operativa di analisi modale con forzante incognita, nel corso dell'attività sperimentale vengono dunque eseguite delle identificazioni per dimostrare questa capacità del metodo ed i vantaggi che ne conseguono. Grazie all'utilizzo in laboratorio di tecniche d'eccitazione impulsive e randomiche, il metodo d'identificazione viene testato sia per una condizione di forzante nota che per una con forzante incognita, in tal modo si ottiene un confronto tra i risultati ottenibili con entrambe le tecniche di forzamento. Similmente a quanto proposto nel capitolo 5, ogni identificazione della fase sperimentale viene anche eseguita con il processo di identificazione che prevede l'uso della relazione CoMAC per il calcolo della rigidità dei vincoli, in questo modo si dispone di un confronto tra le tecniche anche per una situazione sperimentale. Ovviamente le identificazioni eseguite tramite forzante random incognita non vengono estese al metodo CoMAC che come si ricorda necessita della conoscenza esatta della forzante.

Nella prima parte del capitolo viene illustrato nel dettaglio il progetto dell'intero sistema per la validazione della tecnica d'identificazione, il quale comprende la catena, il meccanismo di vincolo ed il meccanismo di tiraggio. La tensione assiale sulla catena viene introdotta manualmente grazie all'utilizzo di un tenditore canala che ne permette la trazione per valori di tiro anche elevati. Successivamente si riporta la descrizione della strumentazione necessaria alle misurazioni ed i processi di taratura eseguiti. La seconda parte del capitolo riporta tutte le procedure di analisi eseguite sul sistema progettato. Vengono eseguite delle misure preliminari per testare la bontà del sistema e successivamente si eseguono le identificazioni del tiro assiale per differenti condizioni che verranno specificate in seguito.

6.1 Progetto del sistema per la sperimentazione

Per eseguire delle prove sperimentali utili alla validazione del metodo proposto per l'identificazione del tiro occorre progettare un sistema in laboratorio che preveda una ricostruzione il più possibile fedele di una catena reale. La prima scelta effettuata riguarda la tipologia di catena utilizzata. Nel capitolo 4.2.4 è stata introdotta una tipologia particolare di catena con le caratteristiche riportate in Tabella(6.1). Gli studi del capitolo 4 dimostrano come tale tipologia di catena costituisca una situazione ottimale per la valutazione del metodo implementato, in quanto rappresenta una condizione svantaggiosa per

l'identificazione e dunque adatta alla definizione dell'accuratezza che è possibile ottenere in un caso reale di analisi.

Tabella 6.1 Caratteristiche della catena riprodotta in fase sperimentale.

Caratteristiche catena realizzata		
Materiale Al 3003		
E	68670	MPa
ρ	2690	kg/m^3
σ_{sn}	40	MPa
Sezione rettangolare 15 × 25		
a	15	mm
b	25	mm
A	375	mm^2
J_z	19531	mm^4
N_{sn}	15000	N
Lunghezza catena		
l	4000	mm
Rigidezza equivalente		
k_{t-eq}	335,3	$N \cdot m$

Il materiale più utilizzato per le catene installate negli edifici è il ferro, tuttavia la scelta di utilizzare l'alluminio rende più agevole il raggiungimento di valori elevati di azione assiale rispetto al carico di snervamento e dunque semplifica il progetto dell'intero sistema per il tiraggio della catena. L'alluminio determina una condizione svantaggiosa per l'utilizzo della tecnica d'identificazione sviluppata, per cui i risultati che si ottengono al termine dell'attività sperimentale sono da considerarsi peggiori rispetto ad eventuali test su catene reali. Il medesimo ragionamento può essere trasferito sulla scelta della sezione della catena e la lunghezza della stessa, le quali definiscono una snellezza della catena piuttosto elevata e di conseguenza adatta alla definizione di una situazione svantaggiosa per l'identificazione. In definitiva è giusto sottolineare come le scelte effettuate sulla tipologia di catena siano rivolte ad evitare una possibile sovrastima dell'accuratezza sulla stima del tiro che può essere ottenuta in seguito all'utilizzo della nuova tecnica d'identificazione.

Per il progetto delle varie parti costituenti il sistema di prova occorre elencare le principali caratteristiche che si desiderano ottenere:

- Il sistema di vincolo deve essere il più possibile simile ad una condizione reale di collegamento della catena alla muratura di un edificio.
- Possibilità di definire una differente condizione di vincolo in termini di rigidità. In altri termini si cerca di costruire un sistema dove si possa realizzare un vincolo robusto piuttosto che maggiormente cedevole.
- Possibilità di caricare la struttura con differenti valori di tiro. Per una completa validazione del metodo è corretto testare la nuova tecnica d'identificazione per svariati livelli di tiro agente.
- L'azione assiale sulla catena deve raggiungere un livello massimo in fase di prova pari ad almeno il 70% del carico assiale di snervamento della catena stessa.
- Possibilità di misurare l'azione assiale reale agente sulla catena al momento dell'identificazione per disporre di un valore di riferimento da confrontare con il valore identificato dal metodo.

Il sistema realizzato ha dunque come obiettivo principale quello di rappresentare una situazione più realistica possibile e di poter essere configurato in modi diversi per poter testare il metodo in differenti situazioni. Per differenti situazioni si intendono diversi valori dell'azione assiale da identificare N e della rigidità dei vincoli alle estremità k_t ; in questo modo si possono eseguire molteplici identificazioni in maniera simile a quanto realizzato per via numerica nel capitolo 5 relativo alle analisi Monte Carlo. Nel corso del capitolo verrà inoltre mostrata e descritta una tecnica di misura che simula un possibile errore commesso nella definizione della lunghezza della catena l . In definitiva, dei cinque parametri che caratterizzano il modello implementato per l'identificazione (N, k_t, l, E, ρ) , sarà possibile modificarne tre (N, k_t, l) per simulare differenti condizioni reali d'identificazione.

6.1.1 Tecnica di carico e di vincolo della catena

Il carico assiale sulla catena viene indotto tramite una tecnica manuale utilizzando un tirante canaule che verrà meglio descritto in seguito. La Figura(6.2) riporta una rappresentazione schematica dell'idea di configurazione adottata per sfruttare tale metodologia di carico. Il sistema complessivo consta di tre squadre vincolate a terra, tra le prime due viene posizionata e vincolata la catena realizzata mentre nella zona tra la seconda e la terza squadra si

posizionano in serie il tirante e la cella di carico per la misurazione dell'azione assiale effettivamente indotta.

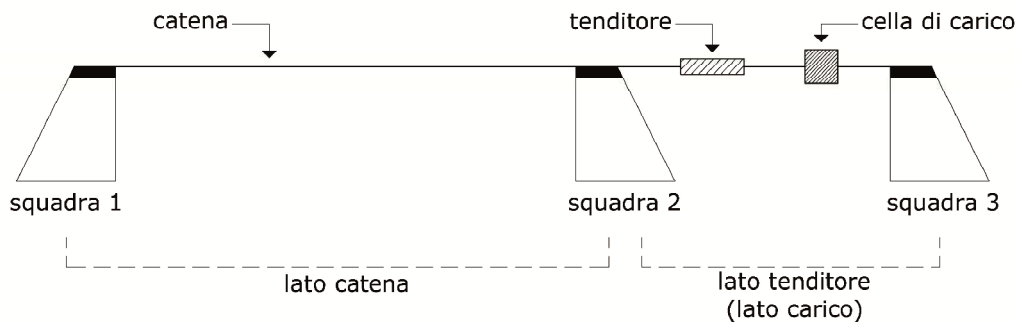


Figura 6.2 Schema del sistema progettato per la validazione del metodo.

Il sistema di vincolo è dunque costituito da tre squadre per il fissaggio a terra alle quali vengono collegati tre porta-morsa dove vengono alloggiati le tre morse che realizzano il vincolo vero e proprio della catena.

La squadra per il fissaggio a terra è costruita in elementi di acciaio saldati ed è fissata a terra mediante 4 bulloni diametro 24 mm (Figura 6.3). La squadra ha una configurazione generica che permette di essere utilizzata con diversi elementi porta-morsa e può essere utilizzata come vincolo a terra per diverse situazioni sperimentali.



Figura 6.3 Squadra per il fissaggio a terra del sistema realizzato.

Il porta-morsa è realizzato tramite piastre in ferro saldate, se ne realizzano in totale tre, uno per ogni squadra che collega il sistema a terra. Il porta-morsa viene collegato alla squadra tramite due bulloni M18 e presenta un piano orizzontale (tavola del porta-morsa) con otto fori passanti di diametro 13 mm che vengono utilizzati per collegare al sistema squadra e porta-morsa la morsa necessaria ad effettuare il bloccaggio della catena e degli elementi di carico. In Figura(6.4) si riporta la rappresentazione di un singolo porta-morsa mettendo in evidenza i fori passanti utilizzati per il fissaggio.

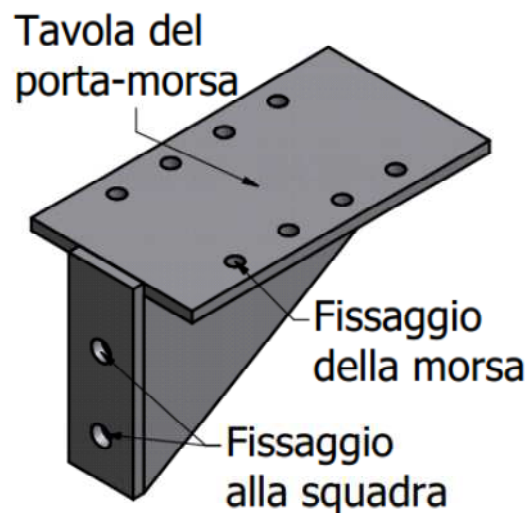


Figura 6.4 Porta-morsa per il collegamento delle morsa alle squadra.

Il sistema di collegamento a terra appena descritto formato da squadra e porta-morsa è analogo a quello realizzato nel lavoro di tesi [14], in questo lavoro viene riprodotto tale sistema utilizzando il programma Abaqus ad elementi finiti e se ne dimostra una limitata deformazione per sforzi assiali fino a 15 KN che possono essere applicati sulla catena ad esso vincolata. Una limitata deformazione del sistema di fissaggio a terra è fondamentale per evitare dei comportamenti anomali del sistema che modifichino l'assetto della catena alterando i risultati d'identificazione dell'azione assiale. Nel presente lavoro si prevede di applicare un tiro assiale massimo sulla catena pari a 12 KN, per cui il sistema formato da squadra e porta-morsa è adeguato a sostenere tale carico.

Le morse sono gli elementi strutturali che effettuano il collegamento vero e proprio della catena al sistema di fissaggio a terra e che di conseguenza ne determinano la condizione di vincolo. Vengono realizzate tre tipologie di morsa progettate ad hoc per questa particolare prova. Le prime due morse sono quelle posizionate in corrispondenza della squadra 1 e della squadra 2 dello schema riportato in Figura(6.2); queste due morse effettuano il fissaggio della catena e quindi determinano la condizione di vincolo che si viene a verificare.

Entrambe le morse sono realizzate in modo tale da prevedere due diverse tipologie di vincolo, in un caso la catena viene difatti semplicemente chiusa tra i due elementi di ogni morsa mentre in un secondo caso vengono interposti degli elementi in gomma tra le due flange in modo da rendere il vincolo maggiormente cedevole. Tradotto in termini di modellazione della catena, rendere il vincolo più cedevole corrisponde ad ottenere un valore del parametro k_t inferiore, dunque una rigidezza dei vincoli alle estremità limitata. In questo modo si rende possibile uno dei primi obiettivi prefissati per l'attività sperimentale, ovvero testare il metodo di identificazione per differenti condizioni di vincolo.

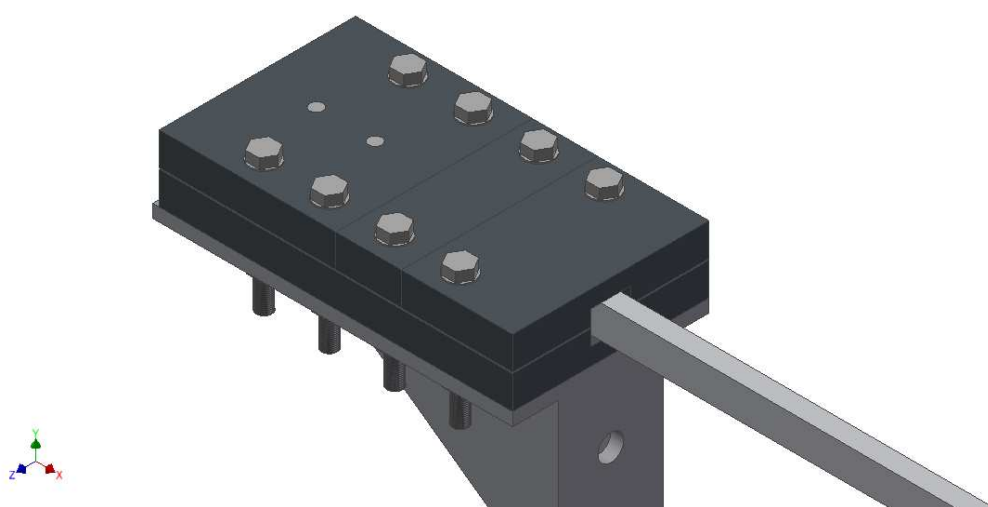


Figura 6.5 Morsa 1 assemblata al porta-morsa e al primo estremo della catena.

In Figura(6.5) si riporta una raffigurazione della morsa 1 assemblata al porta-morsa. La morsa è formata da due flange, la flangia superiore è suddivisa in tre parti per motivi che verranno chiariti in seguito. Il fissaggio al porta-morsa avviene per mezzo di otto bulloni $M12$ posti negli altrettanti fori passanti della morsa. La cava rettangolare tra le due flange funge da alloggiamento per la catena rettangolare, quest'ultima viene collegata alla morsa tramite due spine $\varnothing 10$ inserite nei fori passanti in corrispondenza della cava, le spine evitano lo scivolamento della catena in fase di carico.

Prima di proseguire nella descrizione della morsa è fondamentale riportare il progetto della catena realizzata per comprenderne al meglio la tipologia di collegamento effettuato con la morsa.

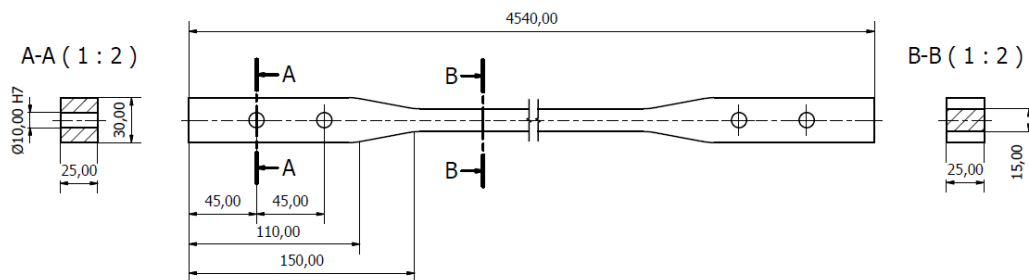


Figura 6.6 progetto della catena realizzata per le prove sperimentali.

In Figura(6.6) viene riportato il progetto della catena in alluminio costruita per le prove di laboratorio. La catena è stata realizzata a partire da un piatto di sezione rettangolare $30 \times 25 \text{ mm}$ ed è stata sagomata lungo tutta la sua lunghezza tramite una tecnica water jet fino al raggiungimento della sezione desiderata di $15 \times 25 \text{ mm}$. In tale modo è possibile ottenere una sagomatura “a provino” alle estremità, al fine di garantirne la resistenza in fase di carico anche per azioni assiali applicate pari all’80% del carico assiale di snervamento della catena stessa. In questo modo si risponde al secondo requisito fondamentale per il sistema realizzato, ovvero la possibilità di caricare assialmente la catena con carichi anche elevati, potendo di conseguenza eseguire delle identificazioni per la validazione del metodo in molteplici situazioni reali.

La catena è realizzata in modo tale da presentare una parte centrale di sezione costante $15 \times 25 \text{ mm}$ che rappresenta la porzione di catena che rimane all’esterno delle morse e dunque una volta effettuata la chiusura delle morse la catena visibile risulta di sezione costante. La porzione di catena sagomata alle estremità viene a trovarsi all’interno delle due flange della morsa. I fori passanti alle estremità vengono utilizzati per inserire le spine per il collegamento alle morse, le spine permettono di tendere la catena senza che si verifichino degli scivolamenti della stessa tra le flange delle morse.

Tornando al progetto della morsa 1 si può notare come la flangia superiore sia separata in tre particolari, tale conformazione permette di interporre le gomme per la realizzazione del vincolo cedevole esclusivamente nella zona interna al vincolo in cui la catena presenta ancora una sezione pari a $15 \times 25 \text{ mm}$, evitando così di allontanarsi da una possibile situazione reale. Le catene reali non sono sagomate alle estremità ma presentano una sezione costante anche all’interno della muratura, per questo si decide di modificare il vincolo inserendo le gomme per la sola porzione di catena a sezione costante e non per la restante porzione sagomata che rimane rigidamente vincolata. Per il medesimo motivo la flangia superiore della morsa 2 viene separata in più parti.

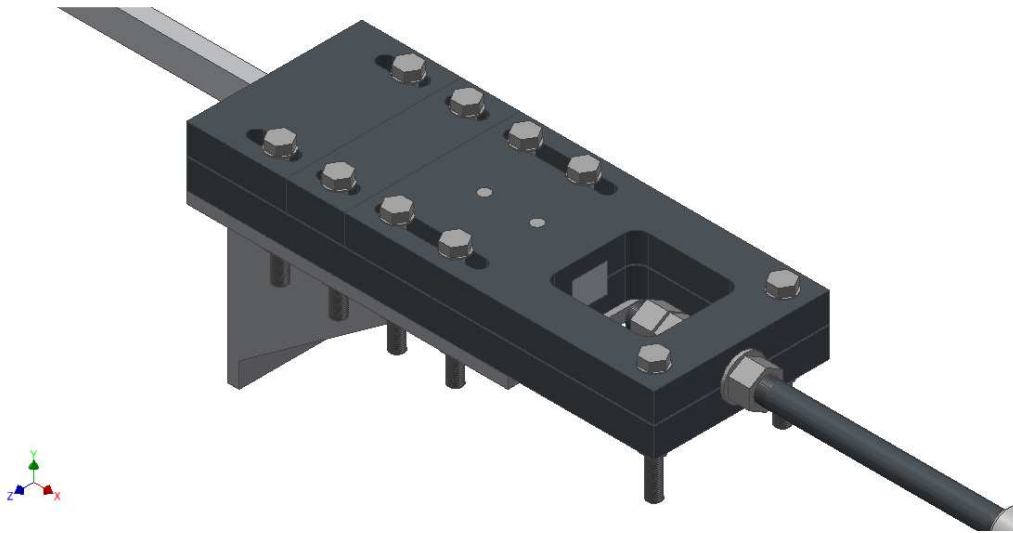


Figura 6.7 Morsa 2 vincolata al porta-morsa della squadra 2. Da una parte si ha il calettamento del secondo estremo della catena mentre sull'altro lato il perno che collega il lato carico.

In Figura(6.7) si riporta una raffigurazione della morsa 2 imbullonata al porta-morsa in corrispondenza della squadra 2. Una parte della morsa è analoga alla prima morsa realizzata dovendo difatti realizzare il medesimo collegamento con l'altra estremità della catena. La morsa 2 presenta un'ulteriore parte dedicata al collegamento del sistema di carico che si trova tra la squadra 2 e la squadra 3 (si veda lo schema di Figura 6.2). Alla morsa 2 viene collegato un perno filettato di diametro $\varnothing 20\text{ mm}$ alla cui estremità opposta viene alloggiato il treno di carico composto dal tenditore e dalla cella di carico. Si noti come i bulloni che collegano le parti della morsa 2 al porta-morsa non siano posizionati in fori ma in asole longitudinali, questa conformazione è fondamentale per la buona riuscita della fase di carico che verrà meglio illustrata in seguito.

In corrispondenza della squadra 3 viene posizionata un'ultima morsa (Figura 6.8) realizzata con un foro longitudinale passante di diametro $\varnothing 20\text{ mm}$ nel quale viene inserito l'ultimo perno filettato del lato tenditore. Il perno viene bloccato all'estremità della morsa 3 tramite un dado esagonale.

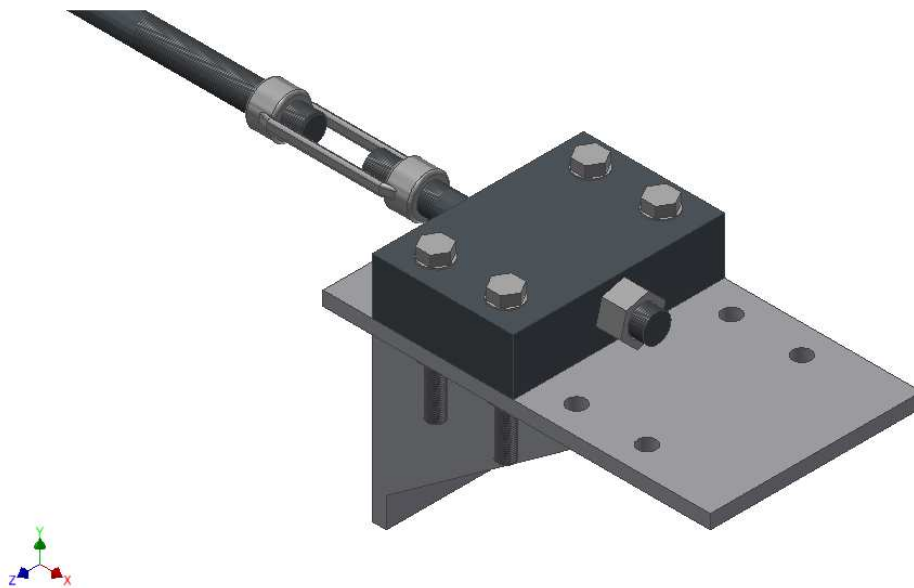


Figura 6.8 Morsa 3 vincolata al porta-morsa della squadra 3.

Il tenditore è un elemento filettato utilizzato per mettere in tensione la catena (Figura 6.9). Viene utilizzato un tenditore *M20* che si collega da una parte al perno uscente dalla morsa 2 e dall'altra ad un secondo perno dello stesso diametro che lo collega alla cella di carico. La cella di carico è necessaria per la misura della tensione assiale indotta manualmente per mezzo del tenditore meccanico, i dati tecnici della cella verranno riportati nel seguito del capitolo nella parte relativa alla strumentazione tecnica per l'esecuzione delle prove d'identificazione.

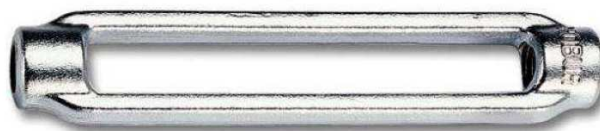


Figura 6.9 Tenditore canaula.

Il tenditore utilizzato non è stato realizzato ad hoc ma è una parte disponibile a catalogo del quale non è possibile disporre delle caratteristiche del materiale che lo compone in quanto il fornitore indica solamente le caratteristiche di carico nominale. In ogni caso è noto che i tenditori a disposizione sono fatti di acciaio e quindi si ipotizzano dei valori nominali per le caratteristiche meccaniche e fisiche che risultano adeguate ai carichi applicati nelle prove di laboratorio. Il tenditore utilizzato è di tipo canaula DIN1480 M20.

Nelle Figure (6.10, 6.11, 6.12) si riportano i disegni del sistema complessivo progettato (separato in tre zone per chiarezza dei disegni) con la numerazione delle singole parti che lo compongono. Nei disegni sono state escluse le tre squadre per il collegamento a terra, vengono riportati solamente i porta-morsa alle quali vengono collegate. In Tabella(6.2) si riportano le caratteristiche principali e la numerazione delle rispettive parti.

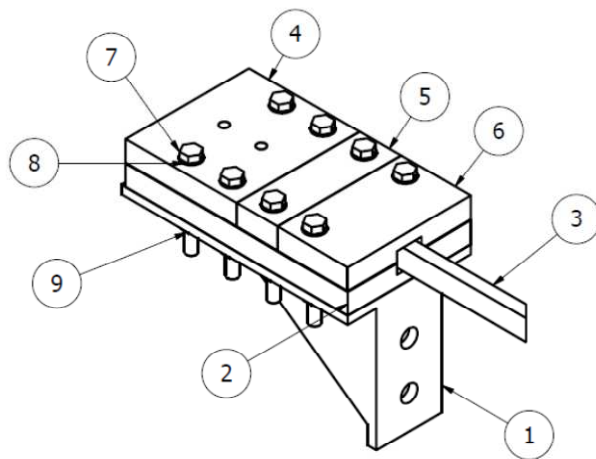


Figura 6.10 Prima parte del complessivo nella zona del sistema vincolata alla squadra 1 a terra, è composto dalla prima morsa alla quale si collega il primo estremo della catena.

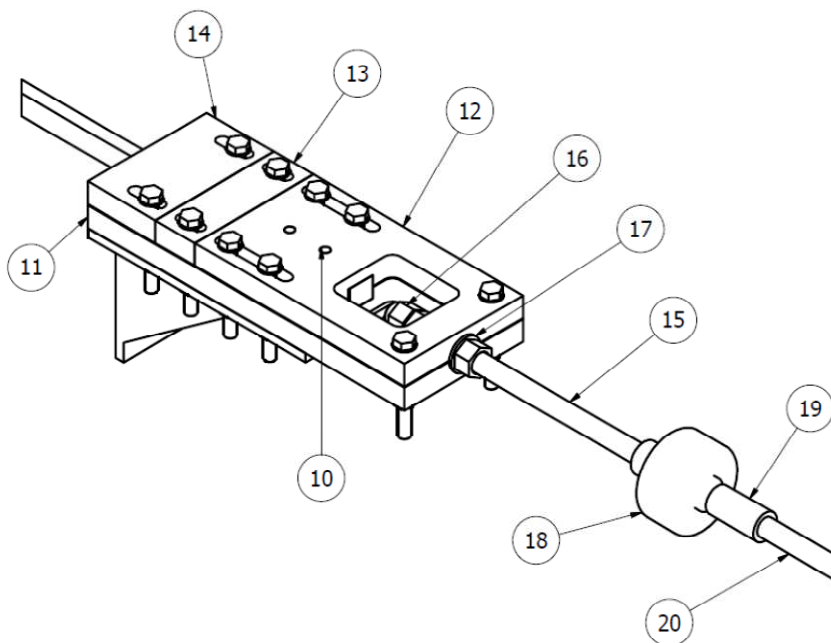


Figura 6.11 Seconda parte del complessivo nella zona del sistema vincolata alla squadra 2 a terra, è composto dalla seconda morsa alla quale si collega il secondo estremo della catena. Alla morsa è collegato il perno con la cella di carico.

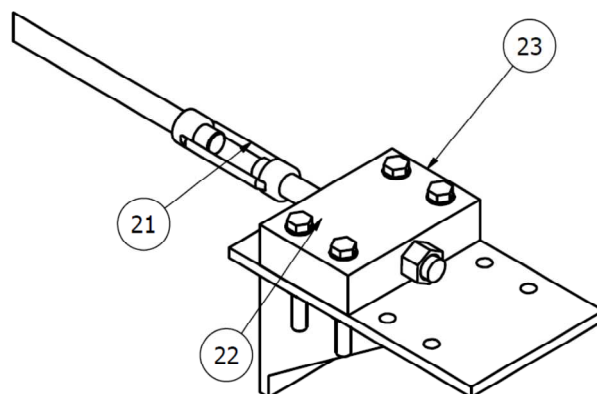


Figura 6.12 Terza parte del complessivo nella zona del sistema vincolata alla squadra 3 a terra, è composto dalla terza morsa che vincola il perno collegato al tenditore.

Tabella 6.2 Descrizione delle parti componenti il sistema progettato.

N°	Denominazione	Quantità pz.	Materiale
1	Portamorsa	3	Fe430
2	Morsa 1.1	1	Fe430
3	Catena	1	Al 3003
4	Morsa 1.2	1	Fe430
5	Morsa 1.3	1	Fe430
6	Morsa 1.4	1	Fe430
7	Vite UNI 5739 M12x100	22	Acciaio
8	Dado UNI 5588 M12	22	Acciaio
9	Rosetta UNI 6592 M12	44	Acciaio
10	Spina ISO 2338 B d10x60	4	Acciaio inox
11	Morsa 2.1	1	Fe430
12	Morsa 2.2	1	Fe430
13	Morsa 2.3	1	Fe430
14	Morsa 2.4	1	Fe430
15	Perno filettato 1	1	Fe430
16	Dado UNI 5587 M20 passo fine	4	Acciaio
17	Rosetta UNI 6592 M20	4	Acciaio
18	Cella di carico 20KN	1	/
19	Boccola filettata	1	Fe430
20	Perno filettato 2	1	Fe430
21	Tenditore canaula DIN1480 M20	1	/
22	Perno filettato 3	1	Fe430
23	Morsa 3	1	Fe430

Il sistema progettato risponde ai requisiti per l'esecuzione delle prove necessarie ad una buona e completa validazione del metodo d'identificazione proposto. Le morse progettate ad hoc e il sistema di carico a tenditore meccanico garantiscono il settaggio di molteplici situazioni che possono presentarsi nella realtà per una identificazione, il carico assiale può difatti raggiungere comodamente l'80% del carico di snervamento della catena senza compromettere l'integrità del sistema o della catena stessa ed il collegamento della catena alle estremità può essere integrato con parti in gomma per modificare la cedevolezza del vincolo.

Il sistema permette inoltre un'agevole procedura di carico e garantisce un'ottima trazione della catena, quest'ultima risulta difatti esente da influenze dovute alla presenza del sistema di carico che pur essendo in serie alla stessa rimane completamente isolato dopo la chiusura delle morse. Per meglio comprendere il funzionamento del sistema si riportano ora i passaggi necessari all'installazione dello stesso e alla procedura di carico richiesta per eseguire successivamente un'identificazione del tiro.

- 1) La catena viene posizionata tra la morsa 1 e la morsa 2, tra le flange delle due morse vengono eventualmente posizionati degli inserti in gomma per aumentare la cedevolezza del vincolo. Si opera la chiusura dei bulloni della sola morsa 1 che rimane dunque completamente vincolata alla squadra a terra. La morsa 2 viene lasciata solamente appoggiata alla squadra per rimanere libera di muoversi longitudinalmente (le asole permettono lo scorrimento dei bulloni che collegano la morsa 2 al porta-morsa).
- 2) Si esegue il posizionamento tra la morsa 2 e la morsa 3 del treno di carico formato dai perni filettati, il tenditore e la calla di carico. La morsa 3 viene vincolata saldamente tramite i bulloni alla squadra a terra.
- 3) Si carica assialmente l'intera struttura agendo meccanicamente sul tenditore. La morsa 2 che era rimasta libera di scorrere longitudinalmente permette che la tensione assiale venga trasmessa anche al lato del sistema con la catena. La tensione assiale in questa fase è misurabile tramite la cella di carico.
- 4) Raggiunto il carico desiderato si vincola la morsa 2 alla squadra a terra chiudendo i bulloni, in questo modo la catena è vincolata agli estremi e soggetta ad una tensione assiale prefissata.

Al termine della procedura di carico si potrebbe annullare l'azione assiale del tenditore e la catena rimarrebbe comunque sotto carico in quanto rigidamente vincolata alle due morse 1 e 2. Tuttavia in fase sperimentale si

verifica una diminuzione del carico sul lato catena in seguito all'annullamento del carico sul lato del tenditore, per cui si decide di mantenere l'azione assiale in tutto il sistema.

Quando la catena viene caricata e separata dal resto del sistema tramite la chiusura della morsa 2, le due parti del sistema (lato catena e lato tenditore) risultano tra loro meccanicamente separate da un vincolo e l'azione assiale tra loro può risultare differente. Al momento di eseguire l'identificazione non è più possibile misurare ad ogni istante l'azione assiale reale sulla catena perché la cella di carico si trova nel lato tenditore che è soggetto ad un tiro differente. Per ovviare a questa problematica viene installato sulla catena un ponte estensimetrico che permette di misurare ad ogni istante della prova d'identificazione il reale tiro assiale che agisce sulla catena. Le caratteristiche del ponte estensimetrico e la taratura eseguita per la sua messa in opera verranno descritti successivamente nel corso del capitolo.

6.2 Strumenti di misura

Di seguito sono elencati gli strumenti di misura che vengono utilizzati nelle prove sperimentale per la validazione del metodo d'identificazione.

6.2.1 Estensimetri

In precedenza è stato introdotto il ponte estensimetrico per spiegarne l'utilità in fase sperimentale. Il ponte viene installato sopra la catena per disporre di una misura della tensione assiale agente sulla catena anche dopo che la cella di carico rimane isolata dalla chiusura delle morse che effettuano il vincolo.

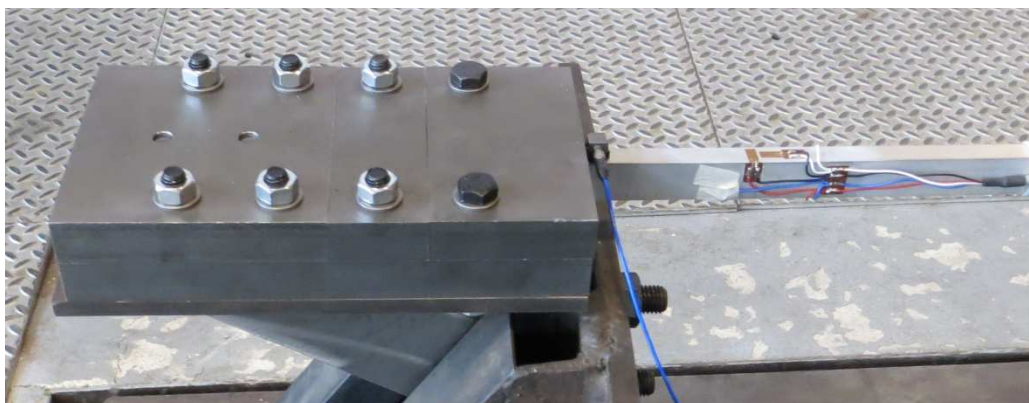


Figura 6.13 Ponte estensimetrico installato nelle vicinanze della prima morsa.

La catena è estensimetrata a ponte intero per misure di deformazione assiale, quindi con compensazione della flessione e dell'effetto della

temperatura. Vengono utilizzati estensimetri HBM modello Ly1 specifici per l'applicazione su alluminio (si veda la Tabella 6.3). Il ponte estensimetrico è applicato in una zona vicina alla morsa per semplici ragioni di comodità nell'allestimento del sistema e nell'esecuzione delle prove (Figura 6.13). La taratura del ponte estensimetrico avviene per mezzo della cella di carico situata nel lato tenditore del sistema, i risultati della calibrazione sono riportati nel capitolo 6.3.1. Il ponte estensimetrico viene inoltre utilizzato per eseguire una prova di shunt per la definizione del modulo elastico effettivo del materiale che compone la catena; tale prova sarà utile per confrontare il valore vero di E con quello ottenuto al termine delle identificazioni. I risultati della prova di shunt sono riportati nel capitolo 6.3.2.

Tabella 6.3 Caratteristiche degli estensimetri impiegati

		3/120 LY13
Impiego		Alluminio
Resistenza (R)	$[\Omega]$	$120 \pm 0.35\%$
Gauge factor (k)		$2.03 \pm 1.0\%$
Sensibilità trasversale		0.1%
Per l'estensimetro si ha curva di correzione con la temperatura praticamente piatta per temperature tra i 15° e i 20°		

6.2.2 Cella di carico

La cella di carico è utilizzata in fase di carico per misurare la tensione assiale indotta nel sistema agendo sul tenditore meccanico, viene inoltre sfruttata per tarare il ponte estensimetrico installato sulla catena. Si utilizza una cella di carico HBM modello U2b con fondo scala di 20 KN (Figura 6.14), in Tabella(6.4) sono riportate le caratteristiche tecniche.



Figura 6.14 Cella di carico utilizzata, HBM modello U2b20kN, fonte (Hbm)

Tabella 6.4 Caratteristiche tecniche cella di carico impiegata

Modello		U2b20kN
Forza nominale	[kN]	20
Classe di accuratezza		0.1
Sensibilità nominale	[mV/V]	2
Errore di isteresi	%	< 0.15
Scarto di linearità	%	< 0.1
Spostamento nominale sotto carico nominale	[mm]	< 0.07
Banda passante	[Hz]	8000
Peso	[kg]	2.9


La cella di carico utilizzata è adatta al caso in esame in quanto si prevede di raggiungere carichi assiali massimi di circa 12 kN, inoltre la cella è facilmente installabile in serie al sistema con l'utilizzo di semplici perni e manicotti filettati.

6.2.3 Accelerometri

Per l'analisi modale sulla catena vengono effettuate delle misure di accelerazione tramite accelerometri. Per il tiro massimo che sarà considerato sulla catena è noto dalle analisi numeriche eseguite in precedenza che è necessario misurare fino a frequenze di circa 120 Hz. Si opta dunque per una tipologia di accelerometro con banda passante e fondoscala appropriati. Inoltre non va dimenticato che, tenute in considerazione le dimensioni della catena sulla quale gli accelerometri devono essere applicate e la sua massa per unità di lunghezza, è necessario disporre di un tipo di accelerometro che sia di piccole dimensioni e di massa ridotta per creare il minor effetto di carico possibile.

Per le motivazioni appena presentate la scelta ricade sull'accelerometro PCB modello 333B30 le cui caratteristiche sono riportate in Tabella(6.5).

Tabella 6.5 Caratteristiche tecniche accelerometri impiegati

Modello: 333B30		
Sensore piezoelettrico tipo shear ICP ceramico		
		
Sensibilità nominale (± 10 %)	[mV/(m/s ²)]	10.2
Fondo scala	[g pk]	± 50
Banda passante (± 5 %)	[Hz]	0.5 a 3000

Frequenza di risonanza	[Hz]	≥ 40000
Banda passante per la fase (a [21°C]) (±5 °)	[Hz]	2 a 3000
Risoluzione	m/s ² rms	0.0015
Non linearità		≤ 1 %
Sensibilità trasversale		≤ 5 %
Peso	[g]	4
Dimensioni (lpxh)	[mm]	10.2x16x10.2

Grazie alla tipologia di accelerometro scelta e grazie al fatto che la tecnica d'identificazione del tiro sviluppata richiede l'installazione di soli 2 accelerometri sulla catena, è corretto ritenere che l'effetto di carico sia molto ridotto e dunque non alteri le analisi modali eseguite in fase sperimentale.

6.2.4 Martello dinamometrico

Nel corso dei capitoli precedenti si è sottolineata più volte una importante caratteristica della nuova metodologia d'identificazione sviluppata, le grandezze modali della catena utili al metodo possono essere ricavate sia da un'analisi con forzante nota sia con forzante incognita. Nell'analisi sperimentale si decide di operare entrambe le tipologie di forzamento per verificare la bontà del metodo nei due casi. Nel caso di un'analisi modale con forzante nota si decide di utilizzare un forzamento impulsivo generato da un martello dinamometrico.

Il martello dinamometrico utilizzato per l'analisi sperimentale è un PCB modello 086C03. Le caratteristiche sono riportate in Tabella(6.6).

Tabella 6.6 Caratteristiche tecniche martello dinamometrico impiegato

Modello: 086C03

Martello dinamometrico *general-purpose* per analisi modale. Sensore in quarzo. Banda passante 8 kHz.



Sensibilità (±15%)	[mV/N]	2.25
Fondo scala	[N pk]	±2224 N pk
Frequenza di risonanza	[Hz]	22000
Non linearità sul fondoscala		≤ 1 %
Massa	[g]	160
Diametro punta	[mm]	6.3

6.2.5 Elettronica di condizionamento

Per eseguire l'acquisizione dati durante l'analisi sperimentale saranno utilizzati amplificatori/condizionatori di misura HBM Scout 55 e un sistema Daq National Instruments.

Gli amplificatori/condizionatori di misura Scout 55 in Figura (6.15), sono utilizzati per visualizzare i dati in uscita dalla cella di carico e dal ponte estensimetrico, tali dati verranno poi acquisiti dal sistema National Instruments.



Figura 6.15 Amplificatore di misura Scout55, fonte: Hbm

Per l'acquisizione dati di accelerometri, martello dinamometrico, cella di carico e ponte estensimetrico è stato utilizzato un sistema National Instruments composto da moduli di condizionamento NI – 9234 (Figura 6.17, caratteristiche riportate in Tabella 6.7) montati in uno chassis cDAQ 9172 (Figura 6.16).



Figura 6.16 Chassis cDAQ 9172,
fonte: National Instruments



Figura 6.17 Modulo NI 9234,
fonte: National Instruments

Tabella 6.7 Caratteristiche tecniche del modulo di acquisizione NI 9234

Modello: NI 9234		
Input		Analogico
Canali		4,0
Risoluzione	[bits]	24
Frequenza di campionamento	[kS/s]	51.2
Banda passante	[kHz]	24.03

Massima tensione analogica in ingresso	[V]	5
Intervallo massimo di tensione	[V]	-5,5
Campionamento simultaneo		Si

Lo chassis cDAQ 9172 si interfaccia a un PC via USB e l'acquisizione dati avviene attraverso programma specifico sviluppato in LabView.

Una volta acquisiti i dati dagli accelerometri, questi vengono processati attraverso programmi sviluppati in Matlab per la stima delle grandezze modali di interesse, cioè frequenze proprie e ampiezze dei modi di vibrare. Il metodo di estrazione dei parametri modali utilizzati è di tipo Polymax[22].

6.3 Test preliminari

Definito il progetto del sistema per la validazione del metodo e gli strumenti di misura necessari allo svolgimento delle prove si passa ora ad una descrizione di alcuni test preliminari.



Figura 6.18 Sistema completo realizzato in laboratorio per le prove di validazione.



Figura 6.19 Lato carico. Sulla sinistra si trova la morsa 2 collegata da una parte alla catena e dall'altra al lato con tenditore e cella di carico. Sulla destra la morsa 3 chiude il sistema.

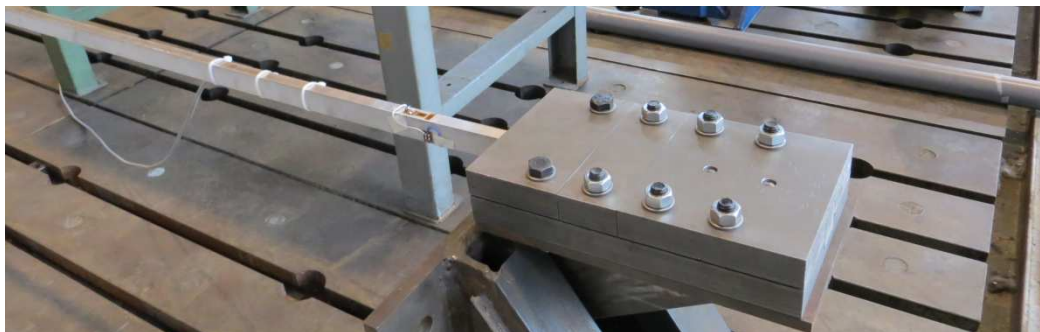


Figura 6.20 Morsa 1 collegata ad un estremo della catena.

Le Figure(6.18, 6.19, 6.20) mostrano il sistema realizzato in laboratorio seguendo le direttive del progetto descritto in precedenza. Il lato carico presenta qualche elemento di collegamento differente rispetto al progetto per una migliore funzionalità riscontrata durante l'installazione, rimangono tuttavia gli elementi principali: il tenditore e la cella di carico.

La prima operazione che viene eseguita è la taratura del ponte estensimetrico installato sulla catena(capitolo 6.3.1). Lo scopo della taratura è quello di rendere il ponte estensimetrico in grado di effettuare le misure di azione assiale agente sulla catena. Una volta eseguita la taratura del ponte viene inoltre proposta una prova di shunt(capitolo 6.3.2) che permette di ricavare, tramite poche misurazioni ed alcuni processi di calcolo, un valore sufficientemente accurato del modulo elastico della catena. Il modulo elastico E fa parte dei parametri del sistema implementato ed interviene attivamente all'interno della minimizzazione vincolata, una misura del suo valore reale tornerà utile a posteriori per un confronto con i risultati della minimizzazione stessa.

Nel capitolo 6.3.4 si procede all'esecuzione del primo set di misura per testare il sistema realizzato e per verificare il corretto funzionamento di tutti gli strumenti di misura. Per l'esecuzione della prova verranno posizionati degli accelerometri lungo la luce della catena e si eseguiranno delle misurazioni con un valore fisso di azione assiale agente. In questo modo, oltre a testare gli strumenti, si potrà eseguire una prima analisi modale dalla quale si ricaveranno dei primi parametri modali sperimentali da confrontare con quelli numerici

derivanti dal modello Abaqus della catena. Nel capitolo 6.3.4 verrà meglio illustrato il confronto tra le grandezze modali.

6.3.1 Taratura ponte estensimetrico

Si esegue la taratura del ponte estensimetrico per confronto con la cella di carico. Ruotando il tenditore si varia la trazione agente sulla sistema, si esegue un ciclo di carico in salita e uno in discesa. Si rilevano dalle Scout55 i valori di tensione in uscita dal ponte estensimetrico (V_{ponte}) e dalla cella di carico (V_{cc}). Da quest'ultima si risale al valore del tiro attraverso la sua sensibilità, si veda Tabella(6.4). I dati sperimentali sono riportati in Tabella(6.8).

Tabella 6.8 Valori rilevati per la taratura del ponte estensimetrico.

N [N]	V_{ponte} [V]
-128	-0,0062
2151	0,5292
3972	1,0060
5923	1,4939
7948	1,9976
9988	2,5113
12189	3,0341
9989	2,4878
8168	2,0379
5896	1,5017
4107	1,0222
1952	0,5170
17	0,0056

Eseguendo una regressione lineare sui valori di tensione acquisiti è possibile eseguire la taratura in forza del ponte estensimetrico e si ottiene la relazione:

$$N = aV_{ponte} + b \quad (6.1)$$

Dove a e b sono i coefficienti della regressione i cui valori sono riportati in Tabella(6.9). Sempre in questa tabella sono riportati il coefficiente di correlazione lineare R^2 della regressione e il valore σ_n che rappresenta l'incertezza associata al valore di N ottenuto basandosi sulla regressione. In Figura(6.21) si riporta a sinistra la regressione separata fra tiro applicato in salita e tiro applicato in discesa, a destra la regressione complessiva. Si osserva la sostanziale sovrapposizione delle curve in salita e in discesa e dunque l'assenza di comportamento isteretico.

Tabella 6.9 Risultati della regressione per la taratura in forza del ponte estensimetrico.

a [N/V]	b [N]	R^2	σ_N [N]
4023,15	-61,23	0.99982	32,5

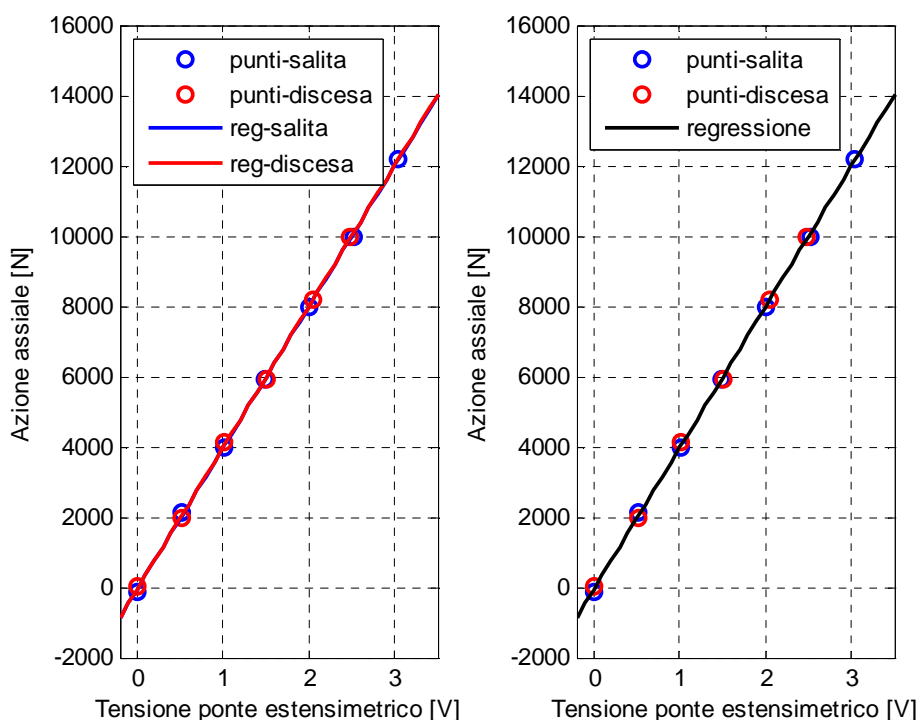


Figura 6.21 Regressione lineare dei punti ottenuti per la taratura del ponte estensimetrico. Sulla sinistra si hanno le rette separate tra fase di carico e di scarico. Sulla destra si ha la retta di regressione definitiva che determina la relazione finale di taratura.

6.3.2 Prova di shunt sul ponte estensimetrico

Il metodo di identificazione del tiro, sviluppato nella presente tesi, propone una minimizzazione vincolata finale che come è già stato più volte illustrato coinvolge tutti i parametri che caratterizzano il modello implementato. Al termine della minimizzazione si ottengono dei valori di stima finali per ognuno di questi parametri. Tramite una prova di shunt eseguita sul ponte estensimetrico applicato alla catena, è possibile ricavare un valore sufficientemente accurato per il modulo elastico E della catena, al fine di poterlo confrontare con i valori di stima finali in uscita dalla minimizzazione e poter fare delle considerazioni sulla convergenza del metodo al valore reale.

Si sottolinea che il valore E_{rif} che si ottiene al termine di questa prova non viene in alcun modo utilizzato per la formulazione del modello utile alle identificazioni. Il valore di E che viene impostato inizialmente nel modello è quello nominale derivante da semplici considerazioni sul materiale della catena. Il metodo di identificazione proposto non richiede infatti alcuna conoscenza accurata pregressa dei parametri del modello, compreso il modulo elastico E . Il valore E_{rif} viene utilizzato solo a posteriori per valutare i risultati della stime finali del modulo elastico.

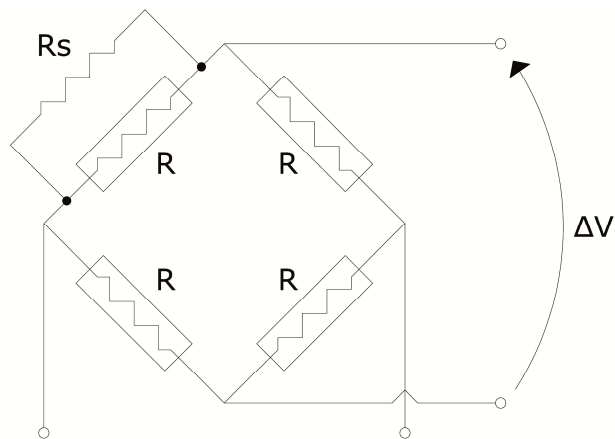


Figura 6.22 Schema del ponte estensimetrico con resistenza shunt aggiuntiva.

Per eseguire una prova di shunt si pone una resistenza in parallelo ad un estensimetro del ponte estensimetrico come in Figura(6.22) che provoca un cambiamento sull'uscita in tensione del ponte. La prova viene eseguita con un valore di tiro nullo agente sulla catena. Effettuando le misurazioni della resistenza di shunt R_s , dello sbilanciamento sull'uscita in tensione ΔV e conoscendo la legge di taratura definita in precedenza nel capitolo 6.3.1 è possibile risalire al valore reale del modulo elastico.

In Tabella(6.10) si riportano le misurazioni effettuate con la prova di shunt e i dati necessari al calcolo del modulo elastico di riferimento.

Tabella 6.10 Dati degli strumenti e misure per la prova shunt sul ponte.

Resistenza estensimetro	$R = 120 \Omega$
Resistenza di shunt	$R_s = 100,3 K\Omega$
Sbilanciamento tensione	$\Delta V = 1,394 V$
Gauge factor estensimetro	$k = 2,04$
Legge taratura ponte	$N = 4023,15 V_{ponte} - 61,33$
Legge di Hooke	$\sigma = E\varepsilon$

Di seguito si riportano i calcoli necessari alla definizione del valore di riferimento del modulo elastico della catena. Calcolando la resistenza in parallelo come nella (6.2) si definisce la variazione di resistenza al ramo di shunt(6.3) e tramite l'eq.(6.4) si risale alla deformazione dell'estensimetro.

$$R_{//} = \frac{R \cdot R_s}{R + R_s} = \frac{120 \cdot 100300}{120 + 100300} = 119,857 \Omega \quad (6.2)$$

$$\Delta R = 120 - 119,857 = 0,143 \Omega \quad (6.3)$$

$$k = \frac{\Delta R}{\varepsilon} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta R}{k} = 5,84 \cdot 10^{-4} \mu\varepsilon \quad (6.4)$$

Avendo misurato lo sbilanciamento sull'uscita del ponte dovuto all'inserimento della resistenza shunt si calcola nella(6.5) la sensibilità del ponte estensimetrico intero.

$$S_{ponte} = \frac{\Delta V}{\varepsilon} \cdot 2(1 + \nu) = 0,006204 \frac{V}{\mu\varepsilon} \quad (6.5)$$

Partendo dall'equazione della taratura del ponte(6.6) ed eguagliandola alla legge di Hooke come nella(6.7), si risale alla relazione cercata per la stima del modulo elastico di riferimento. Inserendo al posto di V_{ponte} il valore dello sbilanciamento di tensione misurato ΔV come nella(6.8) si ottiene il valore del modulo elastico E_{rif}

$$N = 4023,15 V_{ponte} - 61,33 \quad (6.6)$$

$$\sigma = \frac{4023,15 V_{ponte} - 61,33}{A} \cong \frac{4023,15 V_{ponte}}{375} = E\varepsilon \quad (6.7)$$

$$E_{rif} = \frac{4023,15 \cdot \Delta V}{375 \cdot \varepsilon} = \frac{4023,15}{375} S_{ponte} = 66552 MPa \quad (6.8)$$

6.3.3 Prime analisi modali del sistema

Prima di effettuare le prove d'identificazione vere e proprie, si eseguono delle analisi modali con un set-up di misura ideato appositamente per ottenere delle informazioni preliminari circa la funzionalità del sistema implementato e per verificare la congruenza tra il sistema reale e il modello di catena sviluppato nel metodo. In Figura(6.23) si riporta lo schema del set up di misura utilizzato per questa prima analisi. Lungo la catena vengono posizionati 11 accelerometri, due in posizioni molto vicine ai vincoli e i restanti a distanze uguali tra loro

dividendo la catena in 10 parti tra loro congruenti. Posizionare un numero così elevato di accelerometri sulla catena può comportare un effetto di carico non trascurabile, tuttavia la prova che si sta eseguendo è utile ad una valutazione preliminare del sistema e non necessita di una elevata accuratezza. Gli accelerometri sono posizionati sopra la catena ed effettuano misurazioni di accelerazione in direzione verticale.

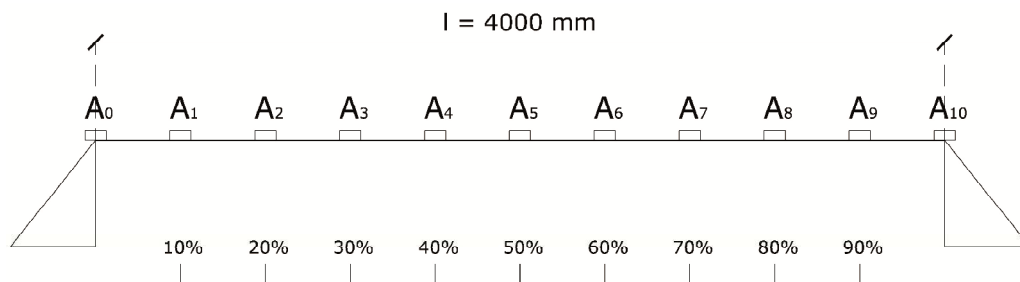


Figura 6.23 Set-up di misura per le prove preliminari.

Per effettuare le misure si utilizza un forzamento impulsivo tramite martello dinamometrico. Il punto di forzamento è quello in prossimità dell'accelerometro A8 dello schema in Figura(6.23), forzando il sistema in tale punto si ha la certezza di eccitare tutti i modi di vibrare di interesse, che per questa prima analisi sono i primi sei. I dati vengono acquisiti con una frequenza di campionamento $f_c > 2000Hz$, tale frequenza garantisce ampiamente lo studio delle funzioni di trasferimento del sistema per le frequenze proprie fino alla sesta.

L'analisi modale viene eseguita tramite metodo PolyMAX fornendo in ingresso le funzioni di trasferimento ricavate dalle storie temporali misurate dagli accelerometri. Per ottenere delle funzioni di trasferimento(FdT) sufficientemente pulite, dunque esenti da disturbi dovuti alle alte frequenze, si esegue una media tra gli spettri in frequenza delle storie temporali per un numero di martellate maggiore di 10. In Figura(6.24) si riportano le funzioni di trasferimento(FdT) ottenute dalle misurazioni degli accelerometri A2, A4 e A8 presi a titolo d'esempio. Si noti come il numero di martellate effettuate garantisca delle FdT pulite per valori di frequenza anche elevati.

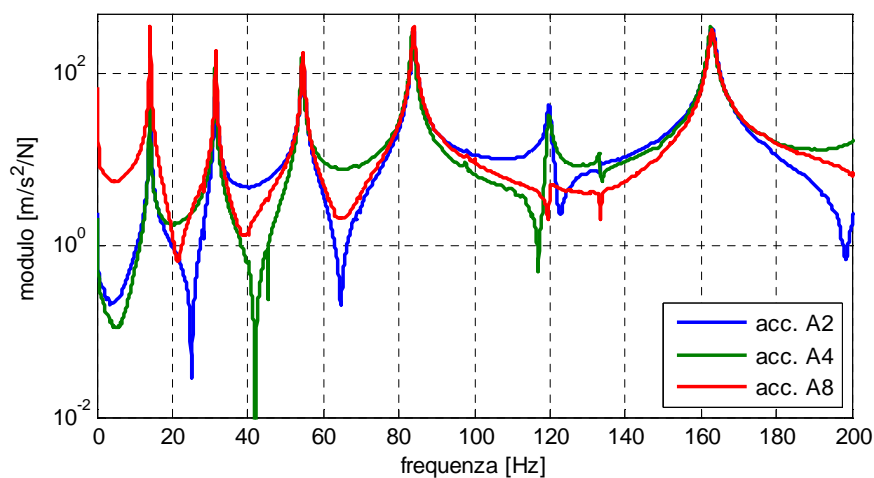


Figura 6.24 Funzioni di trasferimento ottenute dalle misurazioni sugli accelerometri A2, A4 e A8.

Le grandezze modali in uscita dall'analisi eseguita con PolyMAX possono poi essere confrontate con le medesime grandezze calcolate utilizzando il modello Abaqus di catena sviluppato nella presente tesi.

Il modello richiede la definizione dei cinque parametri N, k_t, E, ρ ed l . Per provare la correttezza del sistema e delle misurazioni effettuate si definisce il modello con i parametri effettivi della catena. Il modello considera perciò un tiro N pari a quello misurato con il ponte estensimetrico ed un valore elevato per la rigidità dei vincoli pari a $k_t/k_{t-eg} = 300$; quest'ultima, nonostante non sia stata ancora misurata, possiede sicuramente un valore alto data la tipologia di vincolo realizzata e data l'assenza di inserti in gomma tra le flange. Come lunghezza l si assume la distanza tra i due vincoli, il modulo elastico E viene posto pari a quello ricavato dalla prova di shunt sul ponte ed infine per ρ si considera un valore nominale indicato per l'alluminio.

In Tabella(6.12) si riporta il confronto tra le frequenze proprie sperimentali f_s e le frequenze proprie numeriche f_n ricavate dal modello costruito con i parametri sopra descritti. In Tabella(6.11) si riportano le ampiezze modali scalate a massa modale unitaria dei punti della catena considerati per i primi sei modi di vibrare ottenendo un confronto tra fonte sperimentale e fonte numerica. Con Φ_i si intende l'ampiezza del modo di vibrare in corrispondenza dell'accelerometro A_i .

Tabella 6.11 Ampiezze scalate a massa modale unitaria dei modi di vibrare numerici e sperimentali.

	f_1		f_2		f_3		f_4		f_5		f_6	
	Sp.	Num.	Sp.	Num.	Sp.	Num.	Sp.	Num.	Sp.	Num.	Sp.	Num.
Φ_0	0,02	0,00	0,05	0,00	0,12	0,00	0,20	0,00	-0,26	0,00	0,46	0,00
Φ_1	4,11	4,00	8,44	8,57	14,05	13,49	18,24	18,04	-24,21	-21,50	23,04	23,28
Φ_2	11,03	11,01	19,05	19,84	23,17	23,28	18,69	19,15	-6,90	-8,27	-5,35	-5,57
Φ_3	18,24	17,72	23,07	23,16	11,70	11,81	-8,85	-8,40	21,46	21,60	-16,79	-17,04
Φ_4	20,66	22,37	15,42	15,39	-10,77	-11,09	-21,37	-21,97	6,01	2,72	18,89	20,15
Φ_5	23,68	24,01	-0,62	0,00	-23,77	-22,59	0,45	0,00	-23,80	-22,30	1,05	0,00
Φ_6	21,68	22,37	-16,79	-15,39	-11,14	-11,09	22,20	21,97	2,88	2,72	-19,94	-20,15
Φ_7	17,89	17,72	-25,87	-23,16	13,47	11,81	8,30	8,40	21,73	21,60	17,81	17,04
Φ_8	11,96	11,01	-20,09	-19,84	23,08	23,28	-19,56	-19,15	-8,99	-8,27	6,33	5,57
Φ_8	4,03	4,00	-8,17	-8,57	12,72	13,49	-17,75	-18,04	-17,71	-21,50	-23,02	-23,28
Φ_{10}	0,03	0,00	-0,07	0,00	0,12	0,00	-0,21	0,00	-0,23	0,00	-0,43	0,00

Tabella 6.12 Frequenze proprie del modello e sperimentali.

Modo	f_s [Hz]	f_n [Hz]
1	14,05	14,25
2	31,45	31,88
3	54,46	54,91
4	83,75	84,12
5	119,81	119,92
6	162,80	162,64

Si può notare come le frequenze proprie sperimentali si avvicinino molto a quelle ricavate dal modello numerico, allo stesso modo le ampiezze modali mostrano una elevata congruenza. In Figura(6.25) si riporta l'andamento delle ampiezze modali del quarto modo di vibrare numerico e sperimentale preso a titolo d'esempio tra i sei modi analizzati, i punti sperimentali si attecchiano quasi perfettamente lungo il modo di vibrare del modello. Questo tipo di test dimostra una stretta correlazione tra la catena realizzata in laboratorio ed il modello implementato numericamente, dimostrando che quest'ultimo è adatto ad essere utilizzato per l'identificazione dell'azione assiale che si vuole eseguire. Si ricordi inoltre che il valore della rigidità dei vincoli considerata nel modello non è quella esatta, il che spiega qualche differenza tra i valori sperimentali e numerici.

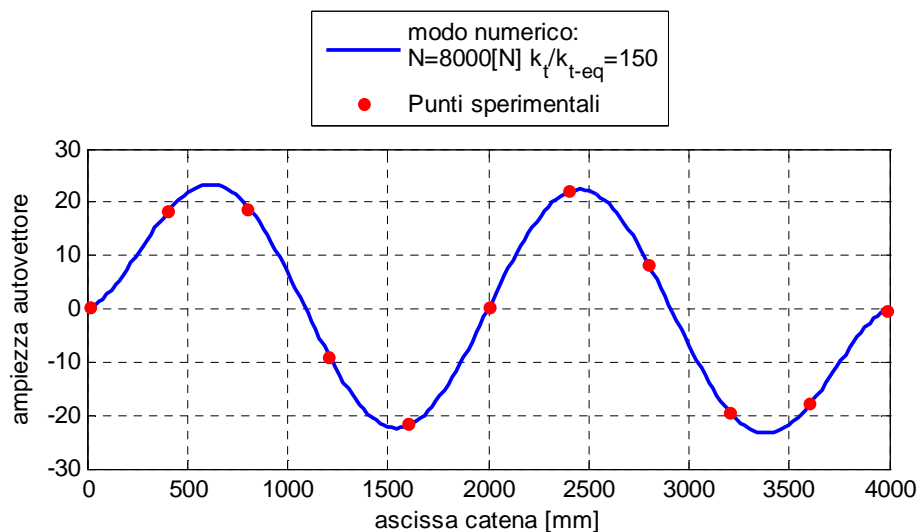


Figura 6.25 Confronto tra il quarto modo di vibrare numerico e le ampiezze ottenute sperimentalmente per lo stesso modo.

6.4 Identificazione del tiro

Nella prima parte del capitolo si è riportato il progetto del sistema realizzato in laboratorio, la descrizione degli strumenti di misura ed una prima prova eseguita con un set-up di misura che ha verificato la funzionalità del sistema stesso ed il suo grado di correlazione con il modello numerico. Nella prossima parte del capitolo si descrivono le prove d'identificazione del tiro per la validazione della tecnica sviluppata. Le prove sono suddivise in due parti, la prima parte prevede una tecnica di analisi modale con forzamento noto eseguito tramite martello dinamometrico, la seconda parte al contrario utilizza grandezze modali ricavate con un forzamento random incognito che richiede un'analisi modale di tipo operativa. Le identificazioni con forzante nota sono estese anche al metodo di identificazione che utilizza la funzione CoMAC per la stima della rigidità dei vincoli, in modo da ottenere un confronto tra le due tecniche, similmente a quanto effettuato nei capitoli precedenti.

Il procedimento eseguito per l'identificazione del tiro è quello riassunto nel capitolo 5.1. Il modello di catena utilizzato è quello riportato in Figura(6.1). La tecnica d'identificazione richiede la definizione dei valori nominali dei parametri E , ρ ed l , si assumono quelli riportati in tabella(6.13). Tali valori, oltre a costituire il modello che effettua le prime stime di N e k_t , rappresentano insieme a queste ultime il primo modello del processo di minimizzazione vincolata. I valori assegnati ai parametri E e ρ sono valori standard indicati per la tipologia di materiale che si sta utilizzando, mentre per la lunghezza l viene eseguita una misurazione della catena stessa tra le due morse. Si sottolinea che il

valore assegnato ad E è differente da quello di riferimento ricavato dalla prova di shunt, il metodo non richiede difatti una conoscenza accurata pregressa del valore del parametro.

Tabella 6.13 Valori nominali per i parametri del primo modello di catena.

Parametro	Valore nominale
E	69670 MPa
ρ	2690 kg/m ³
l	4000 mm

Vengono inoltre proposte delle prove d'identificazione che simulano un errore nella definizione della lunghezza, per queste prove il valore nominale è $l_{nom} = 3840 \text{ mm}$. Nel capitolo 6.4.1.3 verrà meglio descritta questa particolare prova d'identificazione ed il significato che riveste per una completa validazione del metodo.

Ogni tipologia d'identificazione viene inoltre eseguita per differenti configurazioni della catena, prevedendo diversi valori di azione assiale agente e rigidità dei vincoli. Il tiro viene modificato sulla catena semplicemente agendo sul tenditore meccanico, mentre per rendere i vincoli più cedevoli si interpongono degli elementi in gomma tra le flange delle morse che bloccano la catena agli estremi.

Al termine delle prove si disporrà dunque di un quadro completo delle capacità della nuova tecnica d'identificazione sviluppata per differenti condizioni che si possono verificare in un caso reale, realizzando di conseguenza una validazione completa del metodo proposto.

6.4.1 Prove con forzante impulsiva nota

Le prime prove d'identificazione vengono realizzate eseguendo delle analisi modali sulla catena che utilizzano un forzamento impulsivo. Si utilizza a tale scopo il martello dinamometrico descritto nel capitolo 6.2.6, quest'ultimo permette di misurare l'entità della forza applicata e di ottenere dall'analisi modale dei modi di vibrare scalati a massa modale unitaria.

In Figura(6.26) si riporta il set-up di misura utilizzato per queste prove. I due accelerometri A1 ed A2 sono posti in corrispondenza di due punti della catena al 3.5% ed al 9.5% della luce, per effettuare le misurazioni utili alla tecnica d'identificazione sviluppata nella presente tesi. Il terzo accelerometro A3 è collocato all'80% della luce per effettuare la misurazione in corrispondenza del minimo della funzione CoMAC per il confronto tra le tecniche differenti che avverrà nel capitolo 6.4.1.5. Giusto sottolineare che nel

caso si volesse eseguire un'identificazione del tiro con la sola tecnica sviluppata in questa tesi occorrerebbero solo gli accelerometri A1 e A2.

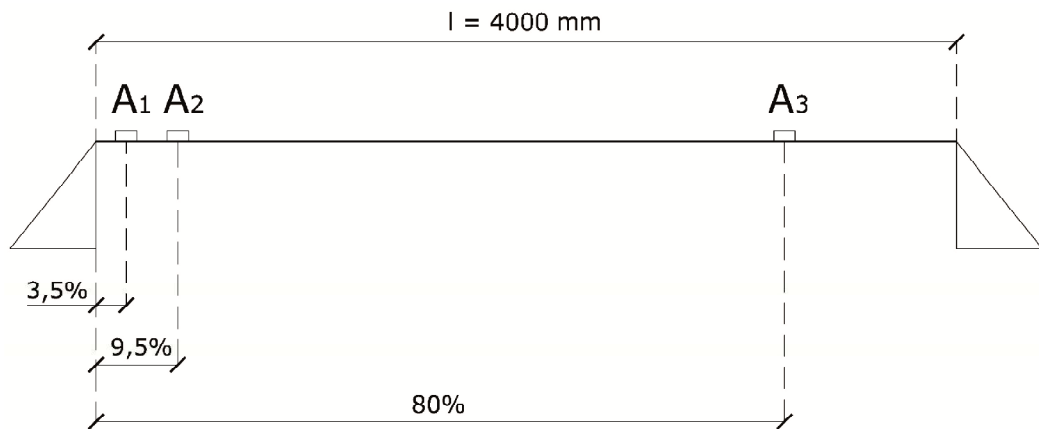


Figura 6.26 Set-up di misura per le prove d'identificazione con forzante nota.

Si procede ora alla descrizione delle prove effettuate con diverse configurazioni in termini di condizione imposta ai vincoli.

6.4.1.1 Prove ad alta rigidezza dei vincoli

Per effettuare delle prove con rigidezza dei vincoli elevata non viene interposto alcun tipo di materiale tra le flange delle morse che vincolano la catena alle estremità (Figura 6.27).

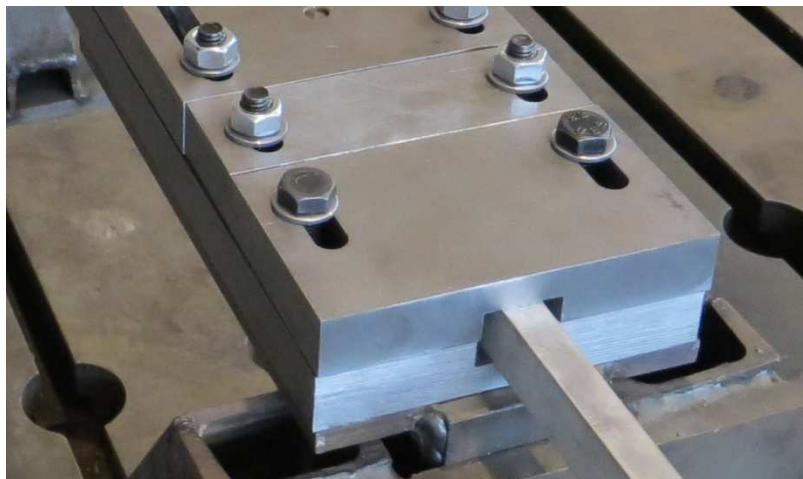


Figura 6.27 Particolare della morsa senza l'aggiunta di elementi in gomma tra le flange.

Si realizzano delle prove con livello variabile di azione assiale agente. La catena realizzata presenta un tiro che ne provoca lo snervamento assiale pari a $N_{sn} = 15000 \text{ N}$, volendo testare il metodo per una condizione di tiro che raggiunga circa l'80% di tale valore si assumono i livelli di tiro riportati in

Tabella(6.14). Si eseguono un totale di sei prove, due per ogni livello di tiro considerato.

Tabella 6.14 Livelli di tiro utilizzati per le prove sperimentali.

1° livello di tiro	$N = 4000 N$	$27\% \cdot N_{Sn}$
2° livello di tiro	$N = 8000 N$	$53\% \cdot N_{Sn}$
3° livello di tiro	$N = 12000 N$	$80\% \cdot N_{Sn}$

In modo analogo a quanto effettuato per la prova preliminare, si eseguono per ogni identificazione un numero di martellate superiore a dieci per ottenere delle funzioni di trasferimento adeguate. Il forzamento avviene in corrispondenza dell'accelerometro A3 dal quale si ottiene la FdT co-locata. Ogni martellata prevede un'acquisizione di 30 s e dato il basso smorzamento della struttura viene eseguita una finestrata esponenziale sull'intervallo temporale acquisito. Dalle storie temporali si ricavano le funzioni di trasferimento tramite lo studio dei corrispondenti spettri in frequenza. In Figura(6.28) si riportano le funzioni di trasferimento ottenute dalle tre misurazioni effettuate sui tre accelerometri in corrispondenza delle frequenze dove si trovano le pulsazioni proprie dalla seconda alla terza (le FdT in figura non sono state ancora ripulite dallo smorzamento aggiuntivo dato dalla finestrata esponenziale delle storie temporali). La tipologia di forzamento impulsivo garantisce pienamente l'eccitazione delle prime quattro frequenze proprie. Si ricorda che il metodo d'identificazione sviluppato richiede la conoscenza delle grandezze modali per le frequenze proprie dalla seconda alla quarta; infatti la relazione $R_{9,5,3.5}^{sum}$ per la stima della rigidità dei vincoli, la relazione per il calcolo della prima stima del tiro N_{stima} e il funzionale f_{min} della minimizzazione vincolata utilizzano le grandezze modali dalla seconda alla quarta frequenza propria (si vedano formule del capitolo 5.1 con la sintesi del processo eseguito dal metodo).

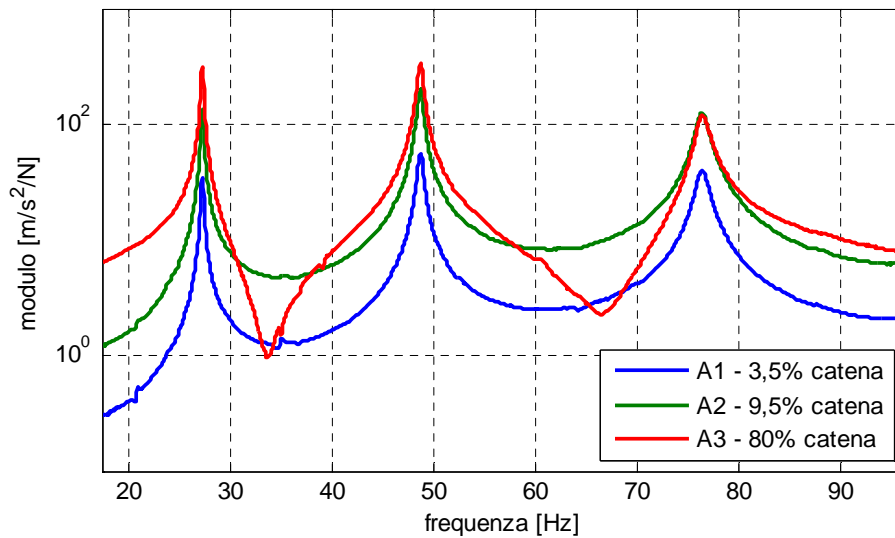


Figura 6.28 FdT ottenute dalle misurazioni effettuate con i tre accelerometri. I picchi visibili sono da associare alle frequenze proprie dalla seconda alla quarta.

Le FdT vengono elaborate dall'algoritmo di analisi modale PolyMAX [22] che restituisce i valori delle frequenze proprie desiderate e le ampiezze dei modi di vibrare associati nei tre punti di misura. Al termine dell'analisi modale, il programma ricostruisce le FdT utilizzando le grandezze modali identificate, in Figura(6.29) si riporta proprio la ricostruzione di una funzione di trasferimento confrontandola con la FdT di partenza in corrispondenza della terza e quarta frequenza propria. La FdT ricostruita si riferisce allo stesso caso della Figura(6.28), con $N = 4000 N$.

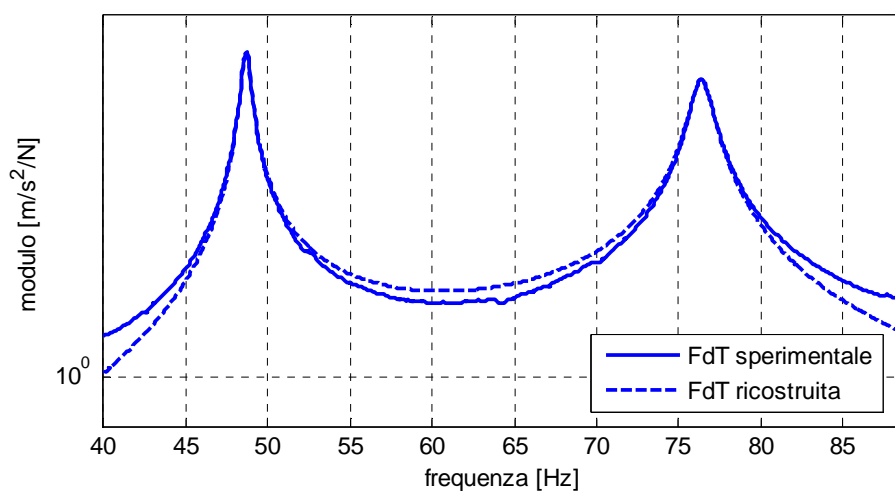


Figura 6.29 Ricostruzione di una FdT con le grandezze modali ottenute dal metodo PolyMAX.

In Tabella(6.15) si riportano i risultati ottenuti dalle sei identificazioni effettuate utilizzando il nuovo metodo proposto. Le sei identificazioni con il metodo CoMAC verranno riportate successivamente. In Tabella si possono analizzare gli andamenti dei cinque parametri del modello prima(stima) e dopo(finale) la minimizzazione vincolata. Nel caso specifico dell'azione assiale si riporta il risultato della prima stima e della stima finale ottenuta al termine della minimizzazione, entrambi i valori sono accompagnati dal relativo errore percentuale rispetto al valore vero di azione assiale agente. L'azione assiale vera è ottenuta dalle misurazioni effettuate tramite il ponte estensimetrico installato sulla catena; durante l'esecuzione delle martellate necessarie ad una prova il tiro effettivamente agente cambia leggermente(circa dell'1%), per cui come valore vero si assume la media aritmetica. Anche per la rigidezza dei vincoli si riporta il valore della prima stima ricavata dalla relazione $R_{3,5,9,5}^{sum}$ (si veda eq.(3.21) del capitolo 3.2.2) ed il valore post minimizzazione. Il primo valore dei parametri E, ρ ed l rappresenta il valore nominale a loro assegnato per la definizione del primo modello per l'identificazione, viene poi riportata la stima finale dei tre parametri al termine della minimizzazione.

Tabella 6.15 Risultati delle identificazioni. Prove senza gomme ai vincoli.

	Prove senza gomme ai vincoli					
	1° livello di tiro		2° livello di tiro		3° livello di tiro	
$N_{vero} [N]$	3594	3949	7408	7746	11912	11673
$N_{stima} [N]$	4029	4300	7650	8157	12115	12150
<i>errore%</i>	12,1	8,9	3,3	5,3	1,7	4,1
$N_{finale} [N]$	3778	4139	7246	7602	11235	11395
<i>errore%</i>	5,1	4,8	-2,2	-1,9	-5,7	-2,4
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	265	212	193	146	170	123
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	352	219	215	184	202	137
$l_{nom} [mm]$	4000	4000	4000	4000	4000	4000
$l_{finale} [mm]$	3970	3995	3974	3963	3960	3970
$E_{nom} [MPa]$	68670	68670	68670	68670	68670	68670
$E_{finale} [MPa]$	66979	68553	68046	65379	67540	66549
$\rho_{nom} [kg/m^3]$	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
$\rho_{finale} [kg/m^3]$	2,69E-09	2,68E-09	2,69E-09	2,64E-09	2,65E-09	2,64E-09

Gli errori finali sulla stima del tiro risultano sempre inferiori al 6% in modulo rispetto al valore vero. La prima stima del tiro sovrastima il valore vero in quasi tutte le prove realizzate, la minimizzazione corregge questo errore avvicinando la stima del tiro al valore vero. Il motivo dell'elevata sovrastima

ottenuta sulla prima stima del tiro N_{stima} può essere imputato ad un errore commesso nella definizione della lunghezza nominale della catena che potrebbe essere inferiore al valore $l = 4000 \text{ mm}$; a dimostrazione di questo si noti come la lunghezza finale stimata per la catena al termine della minimizzazione sia leggermente inferiore rispetto al valore nominale in tutti i sei casi analizzati. Le identificazioni eseguite mostrano in generale una tendenza a sovrastimare l'azione assiale per valori bassi assunti dalla stessa, mentre per valori di tiro elevati si ottiene una sottostima. Una possibile spiegazione può derivare dall'andamento della prima stima del tiro effettuata, la quale per valori elevati di azione assiale stima meglio il valore vero, ne consegue una convergenza più comoda della minimizzazione verso la soluzione esatta.

La rigidità dei vincoli elevata è dovuta alla tipologia di vincolo realizzata, le morse senza inserti in gomma creano difatti un bloccaggio molto rigido delle estremità della catena. L'andamento delle stime della rigidità sono in accordo con quanto analizzato nei capitoli precedenti, per cui ad un livello di tiro basso il valore stimato è inferiore rispetto a quello ottenuto per livelli più elevati di tiro agente. Per valori così elevati di rigidità dei vincoli è accettabile ottenere una dispersione così elevata delle stime della stessa per differenti tipologie di azione assiale agente, difatti la relazione $R_{3,5,9,5}^{sum}$ aumenta la dipendenza dal tiro proprio per valori elevati della rigidità dei vincoli (si veda capitolo 4.2.2). Tuttavia si è anche dimostrato, nei capitoli precedenti, come una variazione anche consistente della rigidità dei vincoli nel caso in cui questa abbia un valore elevato provoca una variazione minima del valore delle frequenze proprie utili alla prima stima del tiro e alla minimizzazione vincolata. Una buona stima della rigidità diviene fondamentale nel caso di vincoli più laschi, dunque si rimanda il discorso alle prove effettuate con inserti in gomma alle morse.

L'analisi delle stime dei restanti parametri viene rimandata al capitolo 6.4.1.4 al termine di tutte le prove eseguite con forzamento impulsivo.

6.4.1.2 Prove a bassa rigidità dei vincoli

Il secondo ciclo di prove viene effettuato con una configurazione differente dei vincoli. Inserendo degli inserti in gomma tra le flange delle morse che effettuano il bloccaggio della catena (Figura 6.30), si cerca di ottenere un vincolo maggiormente cedevole, con un valore k_t inferiore. L'influenza della rigidità dei vincoli sull'intero processo d'identificazione è maggiore per valori limitati della stessa, per cui è fondamentale testare il metodo in questa condizione per valutarne il corretto funzionamento.



Figura 6.30 Foto della morsa 1 con inserti in gomma posizionati sopra e sotto la catena nella porzione di catena adibita alla modifica del vincolo.

Vengono eseguite nuovamente sei prove totali, due per ogni livello di tiro agente sulla catena. I livelli di tiro sono i medesimi considerati nelle prove precedenti. In Tabella(6.16) si riportano i risultati delle identificazioni.

Tabella 6.16 Risultati delle identificazioni. Prove con gomme ai vincoli.

	Prove con gomme ai vincoli					
	1° livello di tiro		2° livello di tiro		3° livello di tiro	
N_{vero} [N]	3844	4095	8021	7905	12113	11733
N_{stima} [N]	4711	4759	8882	8375	12841	12310
errore%	22,5	16,2	10,7	5,9	6,0	4,9
N_{finale} [N]	4095	4308	8061	7754	11859	11520
errore%	6,5	5,2	0,5	-1,9	-2,1	-1,8
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	41	45	35	44	34	41
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	48	49	36	48	34	46
l_{nom} [mm]	4000	4000	4000	4000	4000	4000
l_{finale} [mm]	3961	3960	3962	3962	3960	3974
E_{nom} [MPa]	68670	68670	68670	68670	68670	68670
E_{finale} [MPa]	65989	65625	67276	65805	67366	67289
ρ_{nom} [kg/m ³]	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
ρ_{finale} [kg/m ³]	2,64E-09	2,64E-09	2,64E-09	2,64E-09	2,64E-09	2,65E-09

I risultati finali ottenuti sulla stima del tiro sono paragonabili a quelli precedenti del caso con vincoli più rigidi, la prima stima del tiro N_{stima} risulta

tuttavia maggiormente sovrastimata (si confrontino le righe delle tabelle con l'errore % su N_{stima}), determinando una leggera sovrastima ulteriore sul valore finale di azione assiale stimato N_{finale} . In Figura(6.31) si riporta il confronto tra gli errori ottenuti sul sistema con e senza inserti in gomma alle estremità della catena (si considera il risultato di una singola prova per livello di tiro).

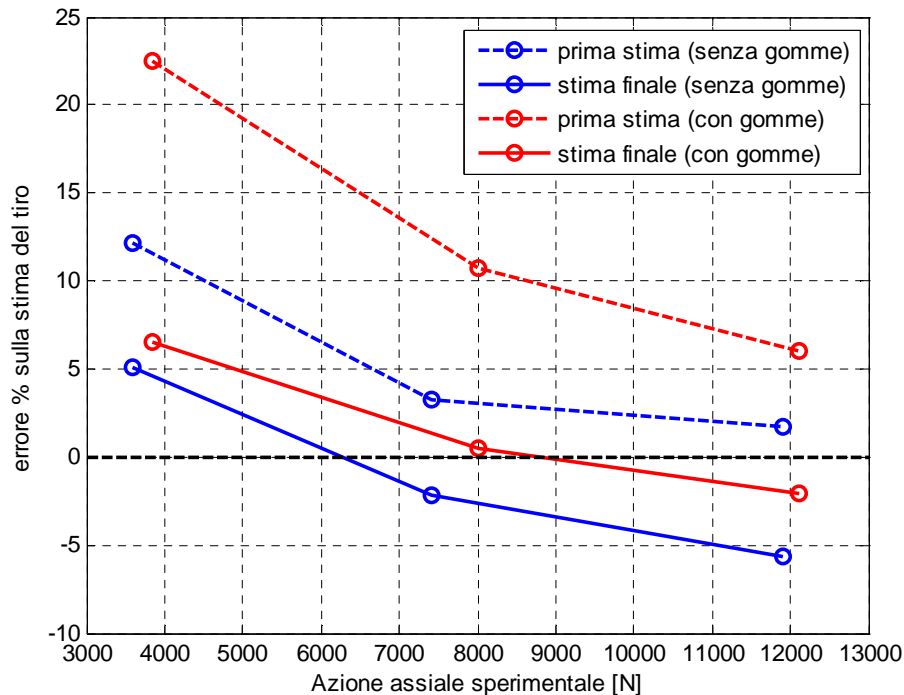


Figura 6.31 Errori commessi sulla stima del tiro prima e dopo la minimizzazione con confronto tra le due configurazioni di vincolo proposte.

Il valore di rigidezza dei vincoli ottenuto tramite l'utilizzo degli inserti in gomma è contenuto e dunque adeguato alla validazione del metodo d'identificazione per una condizione di vincolo cedevole. Le stime sulla rigidezza ottenute per differenti valori di tiro sono poco distanti tra loro, al contrario di quanto avveniva per le prove senza le gomme. Questo fatto denota un buon funzionamento della stima effettuata con la relazione $R_{3,5,9,5}^{sum}$, il che si ricorda sia fondamentale per ottenere delle buone identificazioni finali dell'azione assiale, difatti per valori bassi di rigidezza ai vincoli si ha una maggiore influenza della stessa sul valore delle frequenze proprie utilizzate proprio per l'identificazione del tiro.

6.4.1.3 Prove con lunghezza nominale errata

Nei capitoli precedenti è stata più volte sottolineata la possibilità di compiere un errore nella definizione della lunghezza nominale della catena, ovvero il primo valore che viene assegnato a quest'ultima nella definizione del primo modello per l'identificazione. La lunghezza nominale deriva da una prima misura della luce della catena tra le due colonne, tuttavia il bloccaggio effettivo della catena potrebbe essere in un punto più interno alla muratura. In tale caso si compirebbe un errore non solo nella definizione della lunghezza nominale ma anche nel posizionamento degli accelerometri sulla catena per eseguire l'identificazione del tiro. Nei capitoli 4 e 5 è stato analizzato per via numerica l'effetto di questo errore sul risultato delle identificazioni, in questa fase si cerca di analizzarne gli effetti anche in fase sperimentale, in modo tale da ottenere una validazione completa del metodo d'identificazione sviluppato.

Si eseguono delle prove considerando una lunghezza nominale della catena pari a $l = 3840 \text{ mm}$, ipotizzando dunque di commettere un errore di 8 cm sulla posizione del vincolo ad ognuna delle due estremità. La Tabella(6.17) riporta i nuovi valori nominali dei parametri che definiscono il primo modello per l'identificazione, i parametri ρ ed E sono analoghi a quelli considerati nelle prove con lunghezza nominale esatta.

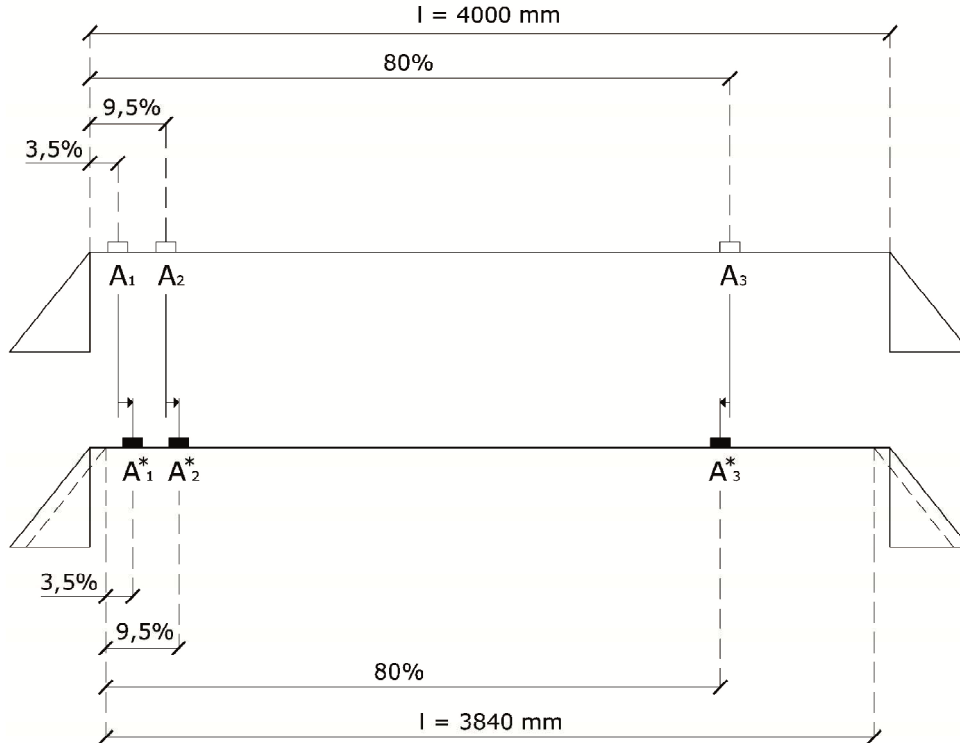


Figura 6.32 Schema del nuovo set-up di misura per le prove a lunghezza nominale errata.

Tabella 6.17 Valori dei parametri per il primo modello con lunghezza errata.

Parametro	Valore nominale
E	69670 MPa
ρ	2690 kg/m ³
l	3840 mm

Avendo ipotizzato una lunghezza nominale errata ne consegue un differente posizionamento degli accelerometri per l'esecuzione delle identificazioni. In Figura(6.32) viene illustrato il nuovo set-up di misura utilizzato per eseguire le prove a lunghezza errata.

Si eseguono le medesime prove precedenti, sei prove senza inserti in gomma nelle morse e sei prove con inserti. I livelli di tiro sono analoghi a quelli definiti nelle prove precedenti. Nelle Tabelle(6.18, 6.19) si riportano i risultati delle identificazioni con lunghezza nominale errata.

Tabella 6.18 Risultati delle identificazioni. Prove senza gomme ai vincoli e lunghezza errata.

	Prove senza gomme ai vincoli - Lunghezza errata					
	1° livello di tiro		2° livello di tiro		3° livello di tiro	
N_{vero} [N]	3610	3949	7501	7746	11873	11673
N_{stima} [N]	2255	2497	5629	6127	9724	9883
<i>errore%</i>	-37,5	-36,8	-25,0	-20,9	-18,1	-15,3
N_{finale} [N]	3822	4133	7212	7724	11572	11716
<i>errore%</i>	5,9	4,7	-3,9	-0,3	-2,5	0,4
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	257	215	199	148	172	125
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	309	278	270	157	198	127
l_{nom} [mm]	3840	3840	3840	3840	3840	3840
l_{finale} [mm]	3981	4013	3979	3980	4002	3987
E_{nom} [MPa]	68670	68670	68670	68670	68670	68670
E_{finale} [MPa]	67386	69385	67209	68086	68244	68224
ρ_{nom} [kg/m ³]	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
ρ_{finale} [kg/m ³]	2,67E-09	2,67E-09	2,67E-09	2,67E-09	2,66E-09	2,69E-09

Tabella 6.19 Risultati delle identificazioni. Prove con gomme ai vincoli e lunghezza errata.

	Prove con gomme ai vincoli - Lunghezza errata					
	1° livello di tiro		2° livello di tiro		3° livello di tiro	
N_{vero} [N]	3844	4095	8021	7905	12113	11733
N_{stima} [N]	2995	3028	6944	6432	10661	10139
<i>errore</i> %	-22,1	-26,0	-13,4	-18,6	-12,0	-13,6
N_{finale} [N]	4235	4420	8191	7856	11888	11753
<i>errore</i> %	10,2	8,0	2,1	-0,6	-1,9	0,2
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	42	46	35	45	34	42
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	42	46	35	45	34	43
l_{nom} [mm]	3840	3840	3840	3840	3840	3840
l_{finale} [mm]	3972	3973	3969	3977	3962	3976
E_{nom} [MPa]	68670	68670	68670	68670	68670	68670
E_{finale} [MPa]	68335	67619	68636	68495	67633	68197
ρ_{nom} [kg/m ³]	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
ρ_{finale} [kg/m ³]	2,67E-09	2,67E-09	2,67E-09	2,67E-09	2,65E-09	2,68E-09

Le identificazioni effettuate mostrano degli errori paragonabili a quelli ottenuti con una definizione corretta della lunghezza nominale del primo modello. La lunghezza errata determina un errore elevato nella definizione della prima stima del tiro che viene sottostimata di molto, la minimizzazione vincolata mostra tuttavia una convergenza verso la soluzione esatta, dimostrando la robustezza del metodo d'identificazione sviluppato. Nelle Figure(6.33, 6.34) si riporta il confronto diretto tra gli errori ottenuti sulla stima del tiro con definizione esatta ed errata della lunghezza per tre prove con inserti in gomma e per tre prove senza inserti. Si noti come la minimizzazione vincolata corregga la prima stima del tiro affetta da un errore elevato per via dell'errata lunghezza nominale considerata.

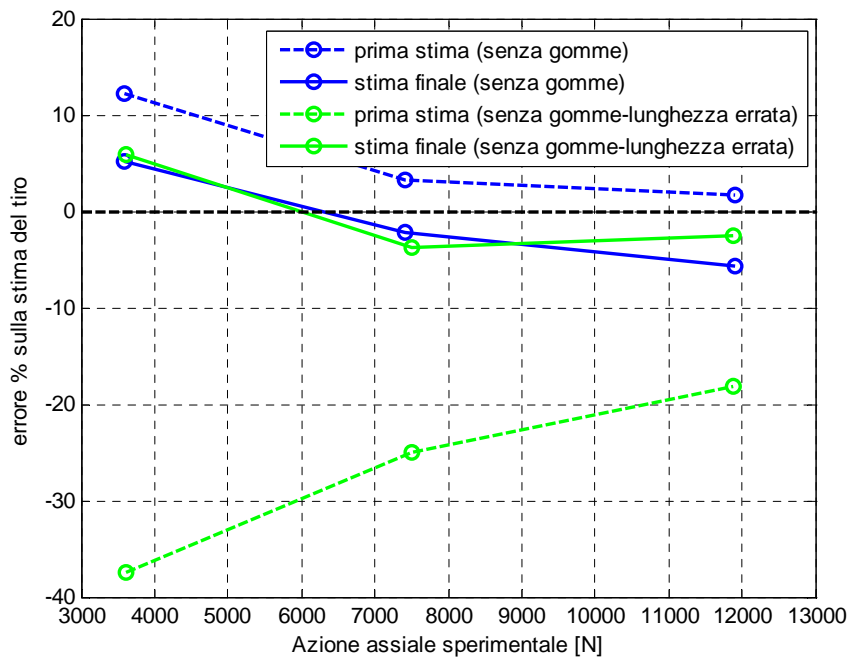


Figura 6.33 Errori commessi sulla stima del tiro prima e dopo la minimizzazione, confronto tra modello esatto e modello con lunghezza errata per il vincolo senza inserti in gomma.

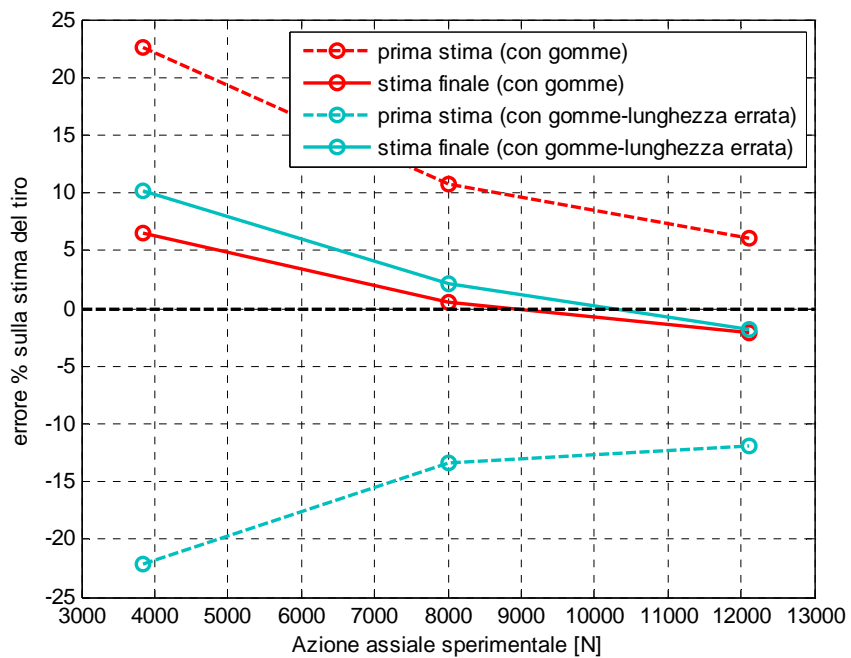


Figura 6.34 Errori commessi sulla stima del tiro prima e dopo la minimizzazione, confronto tra modello esatto e modello con lunghezza errata per il vincolo con inserti in gomma.

6.4.1.4 Analisi della convergenza dei parametri alla soluzione esatta

I risultati delle identificazioni dell'azione assiale sono strettamente legati all'andamento della minimizzazione vincolata. La minimizzazione modifica i valori nominali assegnati ai parametri del modello per convergere verso la soluzione vera.

Al modulo elastico è stato assegnato un valore nominale all'interno del primo modello pari ad $E = 69670 \text{ MPa}$, tuttavia dalla prova di shunt eseguita sul ponte estensimetrico è noto il valore $E_{rif} = 66552 \text{ MPa}$. In Figura(6.35) si riportano i valori del modulo elastico ottenuti al termine del processo di minimizzazione vincolata, confrontati con il valore reale del modulo elastico. Si noti come la minimizzazione tenda a correggere il valore nominale di E avvicinandolo al valore reale E_{vero} , tale comportamento dimostra una corretta funzionalità della tecnica, la quale dimostra una convergenza verso una soluzione accurata del problema.

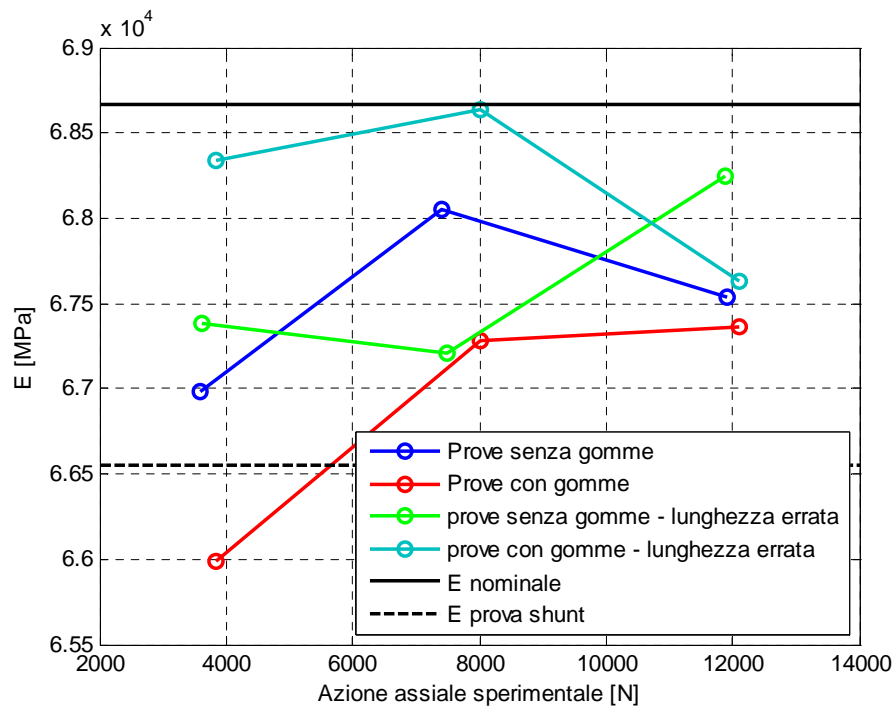


Figura 6.35 Moduli elastici stimati al termine dell'identificazione.

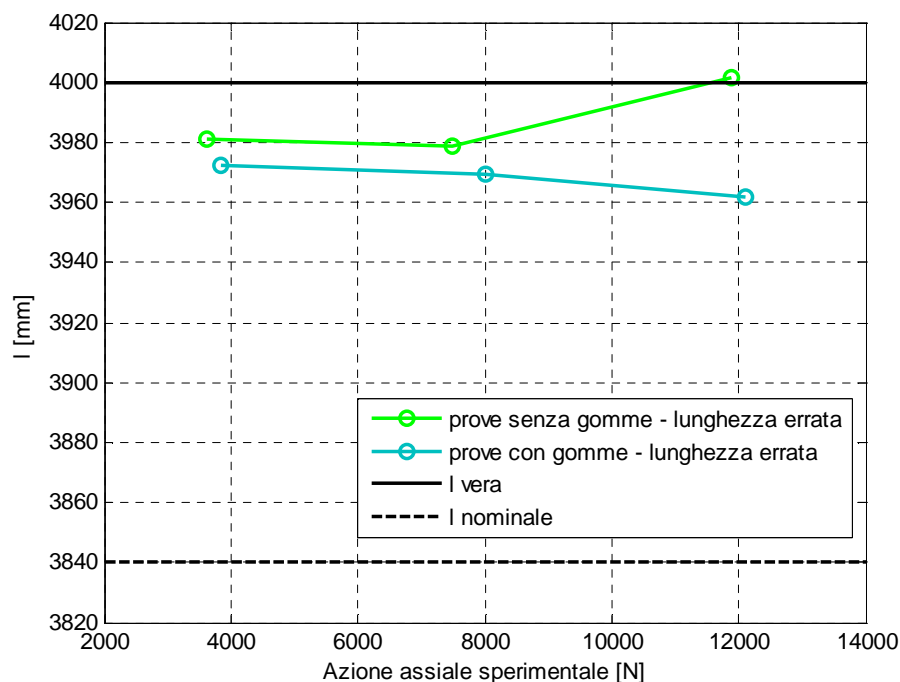


Figura 6.36 Lunghezze stimate al termine dell'identificazione.

Un'ulteriore prova della corretta convergenza deriva dalle stime finali della lunghezza della catena. Le prove eseguite nel capitolo 6.4.1.3 considerano un valore di lunghezza nominale $l = 3840 \text{ mm}$, dunque con un errore significativo rispetto al valore vero. Analizzando le stime finali della lunghezza ottenute al termine della minimizzazione (Figura 6.36) si nota la costante correzione verso il valore reale della lunghezza $l = 4000 \text{ mm}$.

La densità del materiale rimane un parametro incognito in quanto non è possibile definirne in alcun modo il valore reale. Le stime della densità ottenute dopo la minimizzazione assumono valori che oscillano nell'intorno del valore nominale assegnatogli senza mostrare una convergenza verso un valore ben definito. La bassa influenza della densità sulle grandezze modali rende comunque poco influente questa mancanza di convergenza, inoltre è giusto affermare che il valore effettivo della densità non si discosta molto dal valore nominale impostato, difatti il range di variazione in minimizzazione per questo parametro è solamente del $\pm 2\%$ (valore ipotizzato basandosi su valori misurati in realtà sui materiali costituenti le catene).

6.4.1.5 Confronto tra metodologie differenti

La tecnica di forzamento impulsivo con martello dinamometrico permette la misura della forzante applicata, le grandezze modali che ne derivano

sono scalate a massa modale unitaria per cui le prove effettuate sono estendibili al metodo CoMAC per la prima stima della rigidità dei vincoli. Il set-up di misura di Figura(6.32) mostra la posizione dell'accelerometro A3 posto in corrispondenza del minimo della funzione CoMAC lungo la luce della catena.

Le analisi modali vengono eseguite con il medesimo programma PolyMAX [22] utilizzato in precedenza. Anche la minimizzazione viene impostata in modo analogo, con l'unica differenza del valore nominale di k_t e del suo intervallo di variazione che derivano ora dallo studio sulle funzioni CoMAC.

Nelle Tabelle(6.20, 6.21) si riportano i risultati delle medesime prove precedentemente effettuate, utilizzando ora il metodo basato sulla funzione CoMAC per la stima della rigidità dei vincoli. Si riportano i risultati delle sole prove con lunghezza nominale del modello errata per valutare il metodo nella condizione svantaggiosa d'identificazione. In Figura(6.32) si può vedere come anche l'accelerometro A3* venga posizionato in un punto della trave in corrispondenza dell'80% della lunghezza nominale $l = 3840 \text{ mm}$, dunque distante dall'80% della lunghezza effettiva $l = 4000 \text{ mm}$.

Tabella 6.20 Risultati delle identificazioni con metodo CoMAC. Prove senza gomme ai vincoli.

	Prove senza gomme - Lunghezza errata –Metodo CoMAC					
	1° livello di tiro		2° livello di tiro		3° livello di tiro	
$N_{vero} [N]$	3610	3949	7501	7746	11873	11673
$N_{stima} [N]$	1722	1715	5131	5276	9227	8986
<i>errore%</i>	-52,3	-56,6	-31,6	-31,9	-22,3	-23,0
$N_{finale} [N]$	4121	4365	7018	7418	10818	11470
<i>errore%</i>	7,8	5,6	-2,7	-4,0	-6,5	-2,1
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	311	284	247	167	153	97
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	357	364	292	174	208	105
$l_{nom} [mm]$	3840	3840	3840	3840	3840	3840
$l_{finale} [mm]$	3965	3933	3966	3933	3975	3910
$E_{nom} [MPa]$	68670	68670	68670	68670	68670	68670
$E_{finale} [MPa]$	68089	68667	68721	69877	69949	67620
$\rho_{nom} [kg/m^3]$	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
$\rho_{finale} [kg/m^3]$	2,67E-09	2,68E-09	2,66E-09	2,66E-09	2,67E-09	2,67E-09

Tabella 6.21 Risultati delle identificazioni con metodo CoMAC. Prove con gomme ai vincoli.

	Prove con gomme - Lunghezza errata – Metodo CoMAC					
	1° livello di tiro		2° livello di tiro		3° livello di tiro	
N_{vero} [N]	3844	4095	8021	7905	12113	11733
N_{stima} [N]	2709	2607	6246	5653	9754	8893
errore%	-29,5	-36,3	-22,1	-28,5	-19,5	-24,2
N_{finale} [N]	4703	4841	8283	7497	11356	11406
errore%	13,6	11,5	1,1	-4,6	-4,5	-2,9
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	49	51	34	43	28	38
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	53	47	34	48	26	35
l_{nom} [mm]	3840	3840	3840	3840	3840	3840
l_{finale} [mm]	3951	3928	3939	3945	3914	3936
E_{nom} [MPa]	68670	68670	68670	68670	68670	68670
E_{finale} [MPa]	68956	68631	68288	69353	68631	69570
ρ_{nom} [kg/m ³]	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
ρ_{finale} [kg/m ³]	2,67E-09	2,66E-09	2,66E-09	2,67E-09	2,68E-09	2,67E-09

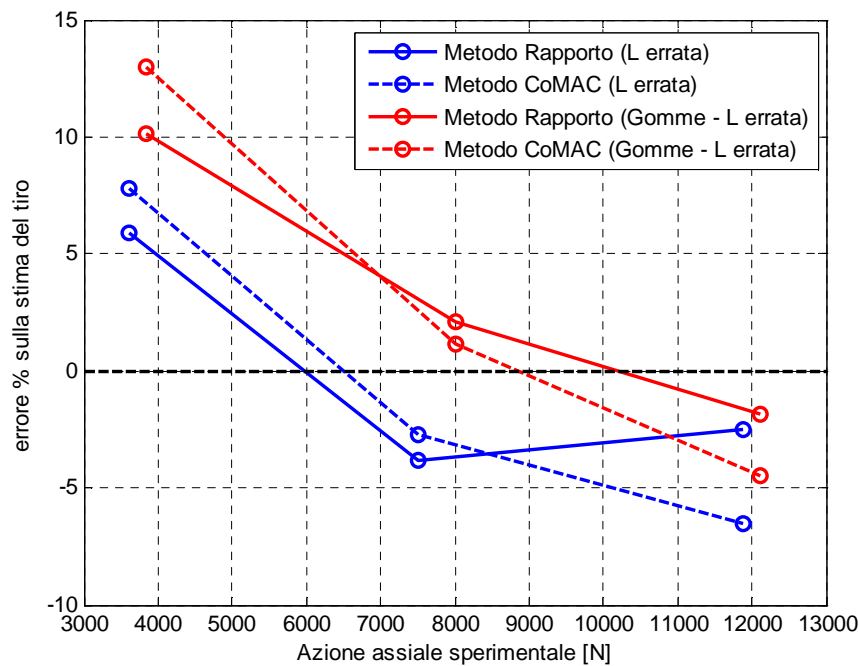


Figura 6.37 Errori commessi sulla stima del tiro, confronto tra i due metodi d'identificazione.

Confrontando le Tabelle(6.20, 6.21) con le Tabelle(6.18, 6.19) si nota come la stima finale del tiro ottenuta utilizzando il metodo CoMAC sia affetta

da un errore maggiore, tende difatti ad essere sottostimata maggiormente per valori di tiro veri elevati e sovrastimata per valori bassi. In Figura(6.37) si riporta un confronto tra i risultati ottenuti utilizzando le due metodologie.

Per comprendere meglio la differenza che viene a determinarsi occorre analizzare l'andamento dei parametri prima e dopo la minimizzazione per entrambi i metodi. La differenza nella prima stima della rigidezza appare subito evidente, per il metodo CoMAC si ottengono difatti dei valori di k_t molto diversi tra le prove eseguite a differenti valori di tiro ma con medesimo set-up ai vincoli; nel caso della nuova tecnica sviluppata questa differenza è minore per il fatto che la relazione $R_{3,5,9,5}^{sum}$ per la stima della rigidezza è meno influenzata dal livello di tiro agente sulla catena. Ne deriva una peggiore stima della rigidezza per il metodo CoMAC che si traduce in una condizione svantaggiosa per l'esecuzione della minimizzazione vincolata, si parte difatti da un modello iniziale maggiormente distante dalla soluzione vera. In Figura(6.38) viene riportato il confronto tra le stime finali della lunghezza della catena al termine della minimizzazione, risulta chiaro che le stime del metodo CoMAC si avvicinino meno al valore vero della lunghezza comportando un errore maggiore sulla stima dell'azione assiale. La nuova tecnica sviluppata risulta essere maggiormente robusta rispetto alla tecnica CoMAC.

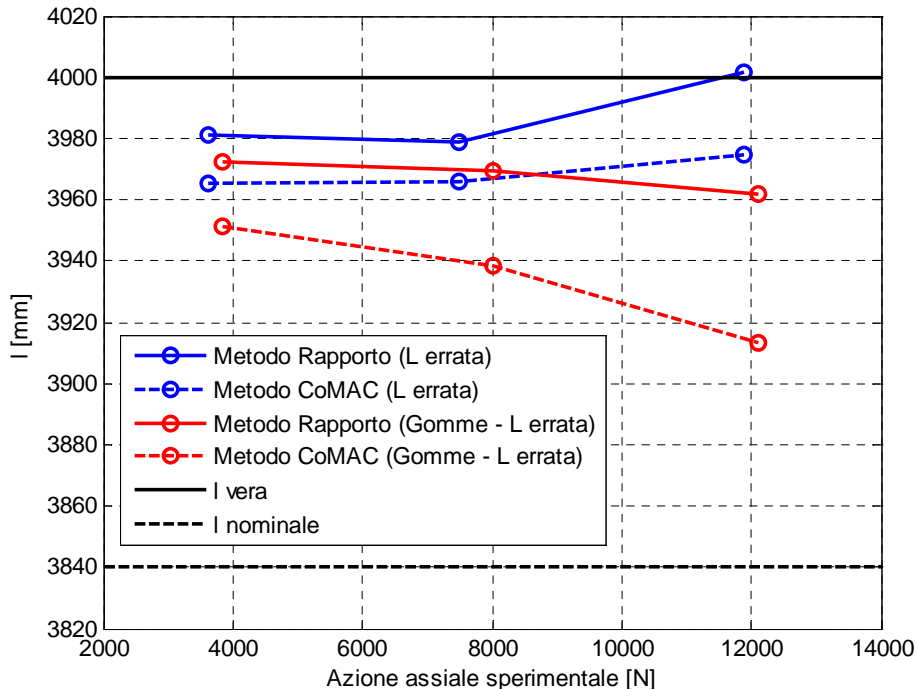


Figura 6.38 Lunghezze stimate al termine dell'identificazione, confronto tra i due metodi d'identificazione.

6.4.1.6 Idea di co-operazione tra metodologie

Dalle identificazioni appena eseguite è emerso come la tecnica basata sullo studio della funzione CoMAC, utilizzata per la stima della rigidità dei vincoli, comporti un errore maggiore sull'identificazione finale del tiro agente sulla catena. Lo studio della funzione CoMAC offre tuttavia una possibile estensione del metodo d'identificazione sviluppato nella presente tesi allo scopo di migliorarne un aspetto legato alla misura della lunghezza della catena.

Si ricorda che la funzione CoMAC è calcolata confrontando i modi di vibrare sperimentali con quelli numerici ottenuti da un modello appositamente implementato (si veda capitolo 4.1). La funzione CoMAC è in grado di definire un grado di correlazione tra i modi appena citati per ogni punto della catena e presenta un minimo in corrispondenza del punto posto all'80% della lunghezza (si veda Figura 4.2 del capitolo 4.1), proprio sfruttando il valore della funzione in corrispondenza di questo minimo viene costruita la relazione per la stima della rigidità.

La posizione del minimo della funzione CoMAC può essere utilizzata anche per ricavare, in una fase preliminare all'identificazione, una importante informazione relativa alla lunghezza della catena analizzata. Creando un set-up di misura con molti accelerometri sulla catena diviene possibile identificare il punto prossimo al minimo raggiunto dalla funzione CoMAC, tale punto si trova in prossimità dell'80% della lunghezza. Una volta ricavato il punto all'80% della lunghezza è facile risalire ad una stima più accurata della lunghezza della catena, eliminando così il possibile errore di misura dovuto alla porzione di catena interna alla muratura e dunque non visibile. Risulta chiaro che un tale procedimento aiuterebbe a definire un valore di lunghezza nominale all'interno del primo modello per l'identificazione maggiormente accurato. Avendo dimostrato che l'errore sulla lunghezza porta ad una stima del tiro meno accurata, avere una migliore misura iniziale della lunghezza eliminerebbe una parte degli errori sulla stima finale del tiro. Si ricorda inoltre che l'errore sulla lunghezza dimostra di influire sui risultati della stima del tiro in maniera più elevata rispetto ai restanti parametri in quanto agisce maggiormente sulle frequenze proprie (si vedano Figure 4.18, 4.19).

In definitiva, un'analisi della funzione CoMAC con un set-up di misura caratterizzato da molti accelerometri, potrebbe essere utilizzato in una fase preliminare all'identificazione eseguita con il nuovo metodo proposto, allo scopo di migliorarne le prestazioni di stima.

6.4.2 Prove con forzante random incognita

La nuova tecnica sviluppata è in grado di identificare l'azione assiale delle catene partendo da un'analisi modale eseguita senza conoscere il valore reale della forzante. Come è stato spiegato più volte in precedenza, i modi di vibrare che ne derivano si definiscono non scalati, ovvero non si conosce la vera ampiezza delle deformate modali con una normalizzazione nota. Nel capitolo 3 viene pienamente spiegata la problematica che ne deriva e l'idea che ha portato allo sviluppo della nuova tecnica d'identificazione. Per testare questa capacità del metodo e validarne il funzionamento, si eseguono delle prove analoghe alle precedenti utilizzando un forzamento randomico ambientale al posto dell'impulsivo con martello dinamometrico.

Il set-up di misura è quello riportato in Figura(6.26) escluso l'accelerometro A3, quest'ultimo veniva difatti utilizzato per eseguire le identificazioni con il metodo alternativo CoMAC che non è estendibile ad un'analisi modale a forzante incognita. Vengono acquisite delle storie temporali lunghe per ottenere degli spettri in frequenza(Figura 6.39) sufficientemente puliti, tuttavia l'operazione non richiede alcuno sforzo aggiuntivo essendo il forzamento di tipo ambientale, proprio in questa caratteristica risiede uno dei maggiori vantaggi del nuovo metodo d'identificazione sviluppato. Ottenuti gli spettri dalle misure sugli accelerometri si procede ad un'analisi modale utilizzando la tecnica operativa PolyMAX [22].

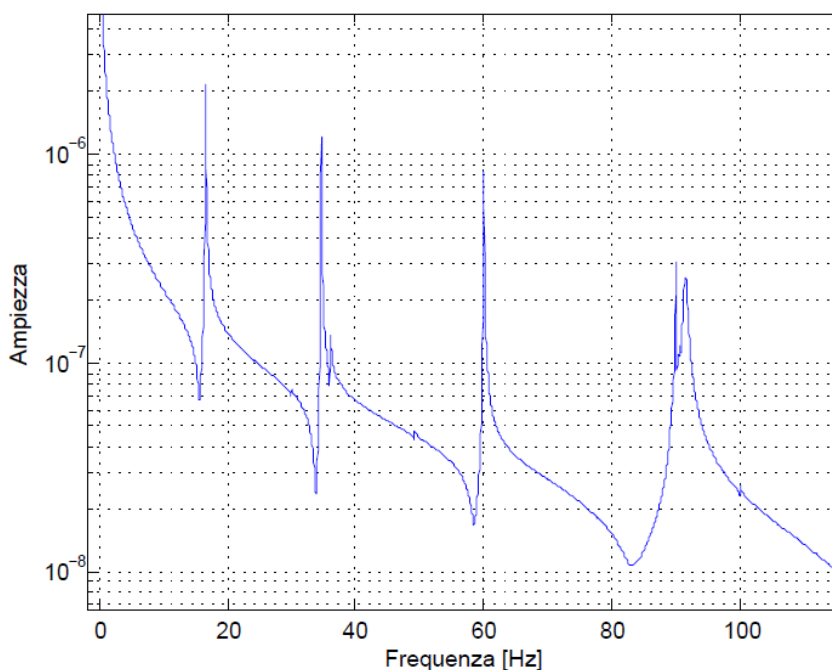


Figura 6.39 Spettro in frequenza ottenuto utilizzando il forzamento randomico ambientale. Spettro ricavato da un'acquisizione di 6 ore suddivisa in finestre da 20 s. Risoluzione: $\Delta f = 0.05$ Hz.

Il forzamento ambientale presenta lo svantaggio di riuscire ad eccitare frequenze ridotte, dunque frequenze più basse rispetto a quelle raggiunte da un forzamento con martello dinamometrico; il metodo d'identificazione è sviluppato tenendo conto di questa particolarità ed utilizza le frequenze proprie dalla seconda alla quarta, che come si può notare dallo spettro in frequenza di Figura(6.39) sono pienamente eccitabili dalla tecnica di forzamento random.

Si eseguono due tipologie di prove, analogamente a quanto effettuato in precedenza, si considera prima un vincolo molto rigido e poi una condizione più lasca interponendo le gomme tra le flange delle morse. I livelli di tiro considerati e dunque applicati sulla catena tramite il tenditore sono quelli riportati in Tabella(6.22).

Tabella 6.22 Livelli di tiro utilizzati per le prove con forzamento random.

1° livello di tiro	$N = 4000 N$	$27\% \cdot N_{Sn}$
2° livello di tiro	$N = 8000 N$	$53\% \cdot N_{Sn}$

Nelle Tabelle(6.23, 6.24) si riportano i risultati ottenuti dalle identificazioni effettuate, sono nuovamente presenti i valori delle prime stime e delle stime finali dopo la minimizzazione per ogni parametro costituente il modello.

Tabella 6.23 Risultati delle identificazioni con forzamento random. Prove senza gomme ai vincoli.

	Prove senza gomme - Forzamento Random			
	1° livello di tiro		2° livello di tiro	
$N_{vero} [N]$	4328	4315	12017	11960
$N_{stima} [N]$	4716	4693	9438	9363
<i>errore%</i>	9,0	8,8	-21,5	-21,7
$N_{finale} [N]$	4474	4411	11980	11838
<i>errore%</i>	3,4	2,2	-0,3	-1,0
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	133	129	130	123
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	150	150	129	128
$l_{nom} [mm]$	4000	4000	4000	4000
$l_{finale} [mm]$	3977	3981	3960	3965
$E_{nom} [MPa]$	68670	68670	68670	68670
$E_{finale} [MPa]$	68068	68105	72103	72099
$\rho_{nom} [kg/m^3]$	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
$\rho_{finale} [kg/m^3]$	2,70E-09	2,70E-09	2,64E-09	2,65E-09

Tabella 6.24 Risultati delle identificazioni con forzamento random. Prove con gomme ai vincoli.

	Prove con gomme - Forzamento Random			
	1° livello di tiro		2° livello di tiro	
N_{vero} [N]	3785	3855	11477	11452
N_{stima} [N]	4255	4194	12213	12729
<i>errore%</i>	12,4	8,8	6,4	11,2
N_{finale} [N]	4013	4029	11274	11299
<i>errore%</i>	6,0	4,5	-1,8	-1,3
$k_{t,stima}/k_{t-eq}$	64	65	30	27
$k_{t,finale}/k_{t-eq}$	65	68	27	28
l_{nom} [mm]	4000	4000	4000	4000
l_{finale} [mm]	3964	3966	3960	3965
E_{nom} [MPa]	68670	68670	68670	68670
E_{finale} [MPa]	65357	65530	68254	68235
ρ_{nom} [kg/m ³]	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09	2,69E-09
ρ_{finale} [kg/m ³]	2,68E-09	2,68E-09	2,64E-09	2,64E-09

Gli andamenti degli errori sulla stima dell'azione assiale sono in linea con quanto ottenuto per le prove eseguite con forzante nota, valgono dunque le considerazioni del capitolo 6.4.1. In Figura(6.40) si riporta un confronto diretto tra le stime del tiro nei due casi, le identificazioni con forzamento random mostrano un'accuratezza di poco superiore, tale piccola differenza potrebbe essere dovuta alle differenze nelle rigidità dei vincoli tra le prove; difatti, sebbene la tipologia di bloccaggio della catena sia la medesima (morse senza inserti in gomma), la forza utilizzata per chiudere i bulloni delle morse è ogni volta differente, provocando delle differenze anche elevate nel valore di k_t .

La difficoltà nell'effettuare una chiusura sempre analoga delle morse è un motivo per il quale le prove con medesima tipologia di vincolo(ad esempio tutte le prove senza inserti in gomma ai vincoli) presentano delle stime di rigidità $k_{t,stima}$ differenti tra loro. Alcune prove tuttavia sono state realizzate senza modificare la chiusura delle morse, per cui non viene modificato in alcun modo il vincolo. Tutte le prove a lunghezza nominale errata $l = 3840\text{ mm}$ riportate nel capitolo 6.4.1.3 sono state eseguite con la stessa configurazione delle prove a lunghezza nominale $l = 4000\text{ mm}$, senza riaprire le morse e spostando semplicemente gli accelerometri come illustrato in Figura(6.32). Effettuando un confronto tra colonne corrispondenti della Tabella(6.16) e della Tabella(6.19) si può difatti notare come le stime della rigidità dei vincoli siano molto simili, a dimostrazione di come una chiusura differente delle morse comporti negli altri casi una discrepanza tra le stime della rigidità.

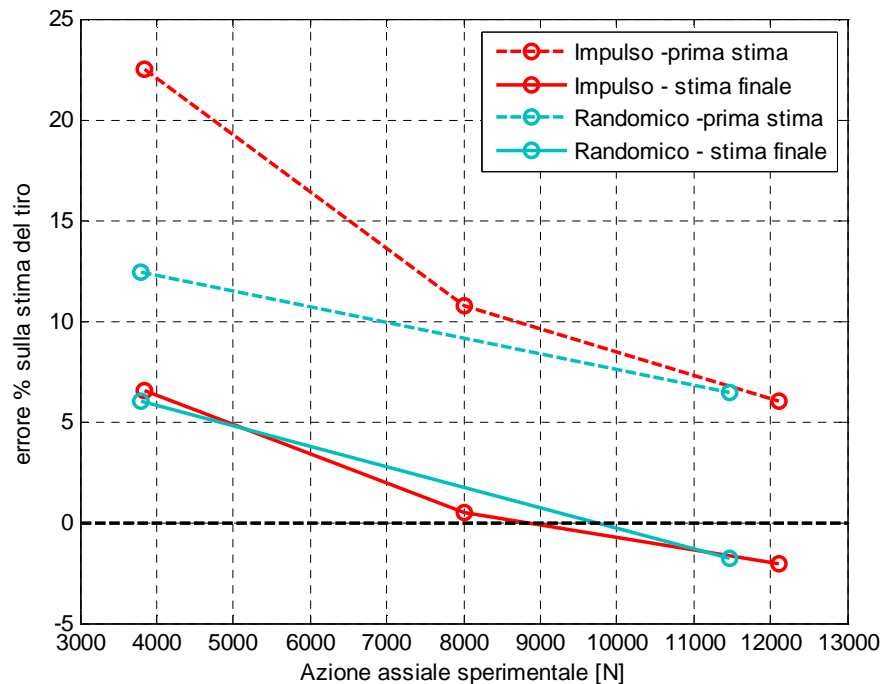


Figura 6.40 Errori commessi sulla stima del tiro, confronto tra le due tecniche di forzamento utilizzate per l'analisi modale.

6.5 Conclusioni

Le prove effettuate nel presente capitolo sono servite a testare le capacità del metodo d'identificazione proposto in diverse condizioni. La tipologia di catena realizzata e le caratteristiche del sistema di tiraggio e di vincolo progettati hanno difatti reso possibile la validazione per differenti situazioni in termini di azione assiale agente e tipologia di vincolo alle estremità della catena. Inoltre si sottolinea nuovamente come la catena sperimentale sia stata scelta appositamente per testare una situazione svantaggiosa per il metodo, i risultati ottenuti sono dunque da considerarsi cautelativi rispetto ad una normale identificazione su una catena reale, per la quale la tecnica potrebbe raggiungere risultati migliori di quelli presentati.

Eseguendo delle prove con tipologie differenti di forzamento si è dimostrato come il metodo sia estendibile anche ad una condizione di forzante incognita in fase di analisi modale, i risultati sono paragonabili a quelli ottenuti con una forzante nota. Le prove eseguite tramite martello dinamometrico hanno permesso il confronto con il metodo alternativo basato sulla funzione CoMAC, dimostrando una maggiore accuratezza nelle identificazioni del nuovo metodo proposto.

L'andamento delle stime in fase sperimentale sono compatibili con i risultati ottenuti con le analisi Monte Carlo del capitolo 5. La differenza maggiore risiede nella presenza di una maggiore sovrastima in fase sperimentale, questo fatto è probabilmente dovuto ad un errore commesso nella definizione della lunghezza nominale della catena. Nelle analisi Monte Carlo la lunghezza reale poteva essere solo maggiore di quella nominale impostata, mentre nelle prove sperimentali potrebbe verificarsi proprio questa evenienza per via di una misurazione iniziale non corretta della distanze tra le morse alle estremità della catena. Analizzando le tabelle delle stime sperimentali è possibile notare come le stime finali della lunghezza siano sempre leggermente inferiori ad $l = 4000 \text{ mm}$, dimostrazione di come sia stata commessa una piccola sovrastima nella prima misurazione della lunghezza; tale errore non veniva contemplato nelle prove Monte Carlo del capitolo 5.

Gli errori ottenuti sulla stima del tiro sono risultati contenuti per tutte le configurazioni considerate, in particolar modo per valori di tiro alti l'errore si attesta intorno al $\pm 2\%$. La condizione peggiore per la stima è quella con un valore di tiro agente limitato che raggiunge errori superiori al 5% sulla stima, è tuttavia corretto sottolineare che le stime peggiori si sono verificate per le prove eseguite con un errore elevato appositamente commesso nella definizione del valore nominale della lunghezza. Le configurazioni utilizzate per le prove sono da considerarsi come casi estremi, in una situazione reale è poco probabile che si commetta un errore così elevato nella definizione dei parametri.

Conclusione

Nella presente tesi è stato sviluppato un nuovo metodo per l'identificazione del tiro assiale agente sulle catene installate in edifici storici e moderni.

Lo studio dei metodi d'identificazione già esistenti ha fatto emergere le problematiche fondamentali per l'implementazione di una nuova tecnica ed ha indicato la strada verso la definizione della miglior soluzione. La tipologia d'identificazione scelta si basa sull'utilizzo di misurazioni dinamiche della struttura in quanto i metodi statici già sviluppati mostrano dei limiti di applicabilità pratica, risulta difatti complesso caricare la struttura staticamente per eseguire l'identificazione. La scelta di utilizzare un approccio dinamico impone la creazione di un modello di catena, nel caso in esame si è utilizzato il software commerciale Abaqus, che permette una facile costruzione del modello stesso ed una possibile estensione del metodo a differenti casistiche reali.

La problematica fondamentale nella definizione del modello risiede nella scelta dei parametri che lo compongono. Grazie allo studio dei metodi esistenti e grazie a delle analisi eseguite preliminarmente si è potuti risalire alla migliore configurazione del modello e alla definizione di quei parametri che influenzano maggiormente l'identificazione. Tutti i parametri del modello sono considerati incogniti al momento di effettuare un'identificazione, questo fatto introduce una grande innovazione rispetto ad altri metodi per i quali, nella quasi totalità dei casi, si esige la conoscenza accurata di alcune grandezze difficilmente misurabili. Il metodo è sviluppato in modo tale da considerare una possibile variazione di tutti i parametri che compongono il modello ed utilizza una minimizzazione vincolata per convergere alla soluzione ricercata, al fine di ottenere un'accurata stima del tiro.

L'algoritmo di minimizzazione scelto è basato sull'utilizzo di una tecnica interior point già presente nei programmi di calcolo commerciali, per cui semplice da utilizzare rispetto ad altri algoritmi complessi utilizzati per altre metodologie sviluppate. La minimizzazione è costruita sfruttando un funzionale che opera confrontando le frequenze proprie sperimentali con quelle numeriche derivanti dal modello. Proprio dallo studio della dipendenza delle frequenze proprie dai vari parametri del modello, si è risaliti a quali tra questi necessitano di una stima preliminare, ovvero una prima identificazione per ottenere poi dei risultati accurati in fase di minimizzazione.

La parte centrale della tesi è stata rivolta allo sviluppo di una tecnica per ottenere la stima preliminare della rigidità dei vincoli alle estremità della catena, quest'ultima difatti mostra un'importante influenza sul risultato finale

d'identificazione del tiro. La problematica ha portato alla definizione di una relazione basata sullo studio dei modi di vibrare della struttura, tale relazione è in grado di restituire una prima stima della rigidezza del vincolo. La relazione in esame è stata denominata $R_{9,5,3,5}^{sum}$.

Il secondo parametro per il quale è necessario definire una prima stima è proprio il tiro agente sulla catena. Grazie alla stima della rigidezza dei vincoli ottenuta dalla relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ ci si è posti in una condizione favorevole alla definizione della stima preliminare del tiro, quest'ultima avviene per mezzo di una relazione basata sulle frequenze proprie del modello implementato per l'identificazione.

Grazie all'esecuzione delle stime preliminari si è in grado di ottenere una prima soluzione già relativamente vicina alla soluzione finale, ponendo di conseguenza la minimizzazione vincolata nella migliore condizione per convergervi.

Le relazioni utilizzate per le stime preliminari e il funzionale della minimizzazione richiedono la conoscenza delle grandezze modali dalla seconda alla quarta frequenza propria in due punti precisi della struttura. Il metodo sviluppato richiede dunque per l'identificazione del tiro l'esecuzione delle misurazioni in due singoli punti della catena. Inoltre la tecnica è sviluppata in modo tale da poter sfruttare delle grandezze modali derivanti da un'analisi modale a forzante incognita, dunque eseguendo un'analisi modale di tipo operativo. Questa particolarità introduce un vantaggio fondamentale relativamente all'utilizzo del metodo, in fase di misura può essere difatti utilizzato un forzamento ambientale random senza la necessità di misurarne l'entità in termini di forza applicata. Utilizzando un forzamento di questo genere si limitano le operazioni da eseguire direttamente sulla catena per l'esecuzione dell'analisi modale e di conseguenza si riducono i tempi di occupazione dell'edificio ed i costi associati.

Eseguendo svariate simulazioni numeriche è stata effettuata una valutazione dei vari passaggi che compongono la tecnica sviluppata. In particolare si è studiata approfonditamente la relazione $R_{9,5,3,5}^{sum}$ per la stima della rigidezza dei vincoli alle estremità della catena, allo scopo di definirne le capacità di stima in differenti condizioni e poter ricavare delle informazioni fondamentali per l'esecuzione della minimizzazione vincolata. Tale studio ha difatti portato alla definizione di un metodo per il calcolo di un intervallo di incertezza sulla prima stima della rigidezza, quest'ultimo viene utilizzato in fase di minimizzazione limitando di molto l'influenza del valore della rigidezza stessa sulle frequenze proprie del sistema. Anche quest'ultimo fatto contribuisce a porre la minimizzazione nelle condizioni migliori di operare l'identificazione del tiro.

All'interno di queste analisi preliminari si è svolto anche uno studio per definire l'influenza di alcuni aspetti sull'identificazione, ad esempio le dimensioni della catena in esame o la tipologia di materiale che la costituisce. Tutto questo ha permesso di identificare una tipologia precisa di catena che rappresentasse una situazione svantaggiosa per l'identificazione e perciò adatta ad essere utilizzata per le analisi di validazione del metodo.

Per una valutazione accurata della tecnica sono state svolte delle analisi Monte Carlo composte da numerose simulazioni numeriche d'identificazione. Le analisi Monte Carlo vengono effettuate considerando molteplici condizioni che possono presentarsi in una situazione reale, vengono difatti studiati dei casi che differiscono tra loro per i valori assunti dai vari parametri costituenti il modello. I risultati ottenuti dai cicli Monte Carlo, in termini di stima del tiro agente sulla catena, risultano accurati e sono utili a definire il comportamento del metodo prima di eseguire una validazione in laboratorio.

Per l'esecuzione delle prove sperimentali è stato progettato un sistema ad hoc in grado di simulare svariate situazioni d'identificazione, in modo tale da ottenere una validazione completa del metodo sviluppato. Il sistema realizzato ha permesso difatti di eseguire delle prove per differenti livelli di tiro agente e differenti condizioni di vincolo all'estremità della catena. I risultati dimostrano l'accuratezza del metodo sviluppato per ognuna di queste configurazioni della catena. Le prove sperimentali sono state eseguite con due differenti tipologie di forzamento sulla catena, il forzamento ad impulsi ed il forzamento casuale. Il forzamento ambientale random incognito è servito alla validazione della tecnica per una condizione di analisi modale operativa, questa capacità del metodo rappresenta difatti una delle principali innovazioni introdotte rispetto alle tecniche già esistenti.

Le identificazioni effettuate in laboratorio mostrano come il metodo sviluppato restituisca una stima accurata del tiro assiale agente sulle catene. Le stime migliori si verificano per valori elevati del tiro assiale, per i quali l'errore di stima si attesta intorno al $\pm 2\%$. Il metodo possiede il grande vantaggio di non richiedere la conoscenza pregressa delle caratteristiche meccaniche e fisiche della catena analizzata; al contrario di quanto avviene nei metodi proposti in passato.

L'esecuzione delle prove con il metodo alternativo basato sulla funzione CoMAC è risultato utile per un confronto diretto con la nuova tecnica, inoltre al termine delle prove è stata proposta una possibile co-operazione tra le due metodologie al fine di migliorare ulteriormente le prestazioni del nuovo metodo sviluppato. Un primo possibile sviluppo della tecnica potrebbe risiedere proprio nella ricerca di un metodo che sfrutti entrambe le tecniche per raggiungere un'accuratezza migliore nella stima della rigidità del tiro.

Bibliografia

- 1] S. Briccoli Bati e U. Tonietti, «Experimental method for estimating in situ tensile force in tie-rods,» *Journal of Engineering Mechanics* 127, pp. 1275-1283, 2001.
- 2] S. Lagomarsino e C. Calderini, «The dynamical identification of the tensile force in ancient tie-rods,» *Engineering Structures* 27, pp. 846-856, 2005.
- 3] D. Dardano, J. C. Miranda, B. Persichetti e P. Valvo, «Un metodo per la determinazione del tiro nelle catene mediante identificazione dinamica,» in Atti Conferenza nazionale sulle Prove non Distruttive Monitoraggio Diagnostica, Milano, 2005.
- 4] N. Tullini e F. Laudiero, «Dynamic identification of beam axial loads using one flexural mode shape,» *Journal of Sound and Vibration* 318, pp. 131-147, 2008.
- 5] Suzhen Li, Edwin Reynders, Kristof Maes, «Vibration-based estimation of axial force for a beam member with uncertain boundary conditions. » *Journal of Sound and Vibration* 332, pp. 795-806, 2013.
- 6] K. Maes, J. Peeters, E. Reynders, G. Lombaert, «Identification of axial force in beam members by local vibration measurements. » *Journal of Sound and Vibration* 332, pp. 5417-5432, 2013.
- 7] R. Garziera, M. Amabili e L. Collini, «A hybrid method for the nondestructive evaluation of the axial load in structural tie-rods» *Nondestructive Testing and Evaluation* Vol.26, pp. 197-208, June 2011.
- 8] T. Livingston, J. G. Béliveau e D. R. Huston, «Estimation of axial load in prismatic members using flexural vibrations,» *Journal of Sound and Vibration* 179, pp. 899-908, 1995.
- 9] G. Rebecchi, N. Tullini e F. Laudiero, «Identificazione dello sforzo normale in elementi strutturali mediante prove dinamiche,» in ANIDIS, Bari, 2011.
- 10] G. Rebecchi, Beam axial load identification using one mode vibration shape, Ferrara, 2009.

- C. Blasi e S. Sorace, «Determining the axial force in metallic rods,»
 11] Structural Engineering International (IABSE) 4, pp. 241-246, 1994.
- C. Blasi e S. Sorace, «Sulla determinazione del 'tiro' nelle catene
 12] mediante prove statiche e dinamiche,» in Atti III Congresso Nazionale
 ASS.I.R.CO, Catania, 1988.
- M. Amabili, S. Carra, L. Collini, R. Garziera e A. Panno,
 13] «Estimation of tensile force in tie-rods using a frequency-based
 identification method,» Journal of sound and vibration 299, pp. 2057-2067,
 2010.
- Fabio Bulgarelli, Stefano Manzoni, «Sviluppo di un metodo
 14] innovativo per l'identificazione della forza assiale in tiranti per strutture
 civili»
- S. P. Timoshenko e J. M. Gere, Theory of elastic stability,
 15] Auckland: McGraw-Hill, 1963.
- S. P. Timoshenko, W. Weaver e D. H. Young, Vibration problems
 16] in engineering, New York: John Wiley & Sons, 1990.
- H. Baruh e J. B. Boka, «Modelling and identification of boundary
 17] conditions in flexible structures,» Modal Analysis, vol. 8, pp. 107-117,
 1992.
- W. L. Li, «A new method for structural model updating and joint
 18] stiffness identification,» Mechanical Systems and Signal Processing, vol.
 16, pp. 155-167, 2002.
- G. Diana e F. Cheli, Dinamica e vibrazioni dei sistemi meccanici,
 19] Torino: UTET libreria.
- A. Zavelani Rossi e G. Cocchetti, Fondamenti di Meccanica delle
 20] strutture, Bologna: Società editrice Esculapio, 2009.
- A. Cigada, L. Comolli e S. Manzoni, Estensimetria elettrica,
 21] Novara: CittàStudi edizioni, 2006.
- B. Peeters, H. Van der Auweraer, P. Gullame e J. Leuridan, «The
 22] PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter
 estimation?,» Shock and Vibration, pp. 395-409, 11 2004.
- Bart Peeters, Frederik Vanhollebeke, Herman Van der Auweraer,
 «Operational PolyMAX for estimating the dynamic properties of a stadium

23] structure during a football game» Shock and Vibration, 2004.

Edwin Reynders, «System identification methods for (operational) modal
24] analysis: review and comparison» *Arch comput methods eng*(2012).

L. Hermans and H. Van der Auweraer, «Modal testing and analysis
25] of structures under operational condition: industrial application»
Mechanical System and Signal Processing(1999)13,193-216.

D. J. Ewins, Modal testing : theory, practice and application,
26] Baldock, England: Research Studies press, 2000.

R. Allemang, «The modal assurance criterion-twenty years of use
27] and abuse,» Sound and Vibration Magazine, 2003.

H. T. Luong, L. F. Ramos e R. Aguilar, «Identification of the tensile
28] force in tie-rods of historical constructions,» Civil Engineering Topics, Vol.
4 , pp. 71-81, 2011.

K. McConnell e P. Varoto, Vibration Testing: Theory and Practice,
29] John Wiley & Sons, Inc, 1995.

J. Bendat e A. Piersol, Engineering applications of correlation and
30] spectral analysis, New York: Wiley-Interscience, 1980.

M. I. Friswel e J. E. Mottershead, Finite element model updating in
31] structural dynamics, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1995.

A. Quarteroni e F. Saleri, Calcolo scientifico, Milano: Springer-
32] Verlag, 2008.

Dassault Systèmes, «Abaqus 6.11 Online Documentation,» 2011.
33]

V. Adams e A. Askenazi, Building Better Products with Finite
34] Element, Santa Fe: OnWord Press, 1999.

H. Bachmann, Vibration Problems in Structures, Birkhauser Verlag:
35] Berlino, 1995.

P. D. Greening e N. A. Lieven, «Identification and updating of
36] loading in frameworks using dynamic measurement,» Journal of Sound and

Vibration 260, pp. 101-115, 2003.

37] A. S. Bahra e P. D. Greening, «Particularities of Newton's method in space frame force determination utilising eigenpair functions,» *Journal of Sound and Vibration* 291, pp. 462-490, 2006.

38] T. Irvine, «Effective modal mass and modal participation factors,» 23 June 2009. [Online].

39] L. G. Nallim e R. O. Grossi, «A general algorithm for the study of the dynamical behaviour of beams,» *Applied Acoustics* 57, pp. 345-356, 1999.

40] W. D. Pilkey e D. F. Pilkey, *Stress concentration factors* third edition, Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons, 2008.

41] A. S. Bahra e P. D. Greening, «Identifying multiple axial load patterns using measured vibration data,» *Journal of Sound and Vibration* 330, pp. 3591-3605, 2011.

42] Mathworks, «Matlab Documentation Center,» [Online].

43] A. S. Bahra e P. D. Greening, «Identifying axial load patterns using space frame FEMs and measured vibration data,» *Mechanical Systems and Signal Processing* 23, pp. 1282-1297, 2009.

44] M. Amabili e R. Garziera, «A technique for the systematic choice of admissible functions in the Rayleigh-Ritz method,» *Journal of sound and vibration* 224, pp. 519-539, 1999.