

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'informazione
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Gestionale
Technology and Factory Planning



**Analisi del makespan di un processo make-to-order
complesso affetto da incertezza: applicazione alla
produzione di centri di lavoro**

Tesi di Laurea di:
Massimo MANZINI
Matricola 783754

Relatore :
Prof. Marcello URGO

ANNO ACCADEMICO 2012/2013

ABSTRACT

L'elaborato si pone l'obiettivo di proporre una metodologia valida per la formalizzazione di processi complessi tramite l'utilizzo di *project network* e strumenti ad esse correlate.

In particolare viene trattato il tema di processi industriali per la produzione di prodotti complessi affrontando il caso di studio dell'azienda italiana MCM SpA, tra le principali produttrici di macchine utensili e centri di lavoro.

Viene posto l'accento sulla modellazioni di processi in cui viene adottato il modello *make-to-order* e le cui attività hanno durata aleatoria e non deterministica; a partire dalla formalizzazione delle *project network* viene fornita una stima del *makespan* delle reti stesse con il fine, per l'azienda, di fornire ai propri clienti un *due date* di consegna veritiera.

Infine è proposto un approccio per la valutazione della criticità dell'approvvigionamento di particolari componenti, definiti critici, da utilizzare nel processo produttivo.

INDICE

INDICE DELLE FIGURE	7
INDICE DELLE TABELLE.....	10
INTRODUZIONE.....	12
CAPITOLO 1: Stato dell'arte.....	15
1.1 Reti	16
1.2 Algoritmi di riduzione	23
1.3 Formalizzazione stocastica	26
1.3.1 Riduzione in serie	27
1.3.1.1 Convoluzione	28
1.3.1.2 Trasformata di Laplace	29
1.3.2 Riduzione in parallelo	31
1.4 Approssimazioni.....	32
1.4.1 Bound.....	33
1.4.1.1 Upper Bound di Dodin	34
1.4.1.2 Upper e lowerbBound di Spelde	35
1.4.1.3 Upper e Lower Bound di Kleindorfer	41
1.4.2 Simulazione	42
1.4.2.1 Metodo Monte Carlo Classico	43
1.4.2.2 Applicazione alle reti AoA	46
CAPITOLO 2: Metodo e validazione.....	48
2.1 Metodologie per la stima del makespan di reti di attività stocastiche	49
2.1.1 Formalizzazione di una rete di attività	50
2.1.1.1 Fitting	55
2.1.2 Riduzione serie/parallelo	58
2.1.2.1 Riduzione in serie	59
2.1.2.2 Riduzione in parallelo	59
2.1.3 Riduzione cardinalità della rete	60

2.1.4 Ricerca sottoreti ed isolamento	62
2.1.4.1 Partizioni	63
2.1.4.1.1 Gray binary generator	65
2.1.4.1.2 Loopless Reflected Mixed-Radix Gray Generation	66
2.1.4.1.3 Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente	67
2.1.4.1.4 Confronto tra metodi	68
2.1.4.2 Isolamento sottorete	70
2.1.5 Ricerca percorsi	73
2.1.6 Simulazione Monte Carlo	80
2.1.7 Calcolo bound e validazione	86
2.1.7.1 UpperBound	87
2.1.7.2 Lower Bound	88
2.1.8 Sostituzione sottorete	89
2.1.9 Operazioni su rete completa	90
2.1.10 Distribuzione del makespan e definizione date di consegna in sistemi MTO	90
2.1.11 Confronto tra metodi	92
2.2 Validazione	92
2.2.1 Formalizzazione della rete di attività	93
2.2.2 Riduzione serie/parallelo	95
2.2.3 Riduzione cardinalità della rete	96
2.2.4 Ricerca sottoreti e isolamento	98
2.2.4.1 Ricerca sottoreti	98
2.2.4.2 Isolamento sottorete	100
2.2.5 Ricerca percorsi	101
2.2.6 Simulazione Monte Carlo	102
2.2.7 Bound	104
2.2.8 Sostituzione sottorete	108
2.2.9 Operazioni su rete completa	110
2.2.10 Distribuzione del makespan e definizione date di consegna in sistemi MTO	113
2.2.11 Confronto tra metodi	114

CAPITOLO 3: Applicazione alla produzione di centri di lavoro flessibili: il caso MCM SpA.....116

3.1 Prodotto complesso: machining center	117
3.2 Processo produttivo	128
3.2.1 Attività iniziali	128
3.2.2 Preparazione strutture e pallet	129
3.2.3 Premontaggio	129
3.2.4 Montaggio	131
3.2.5 Collaudi.....	132
3.2.6 Attività finali	133
3.3 Risorse	135
3.4 Analisi commessa	136
3.4.1 Attività iniziali	137
3.4.2 Preparazione strutture e pallet	139
3.4.3 Premontaggio	140
3.4.4 Montaggio	140
3.4.5 Collaudi	141
3.4.6 Attività finali	141
3.4.7 Formalizzazione rete e analisi vincoli di precedenza	142

CAPITOLO 4: Procedura e analisi dei risultati sul caso di studio150

3.1 Formalizzazione distribuzioni probabilistiche attività	151
3.2 Processo di risoluzione della rete e individuazione makespan	156
3.3 Confronto tra metodi	160

CAPITOLO 5: Approccio per componenti.....164

5.1 Formalizzazione studio sui componenti	165
5.2 Risk profiling	169

5.2.1 Indicatore di rischio 1	172
5.2.1.1 Risultati	174
5.2.2 Indicatore di rischio 2	174
5.2.2.1 Risultati	178
5.2.3 Considerazioni finali	183
5.2.4 Applicazione ad una casistica meno complessa	184

CONCLUSIONI.....	191
BIBLIOGRAFIA.....	192
APPENDICI	194

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1: esempio rete AoA	16
Figura 2: esempio rete AoA	17
Figura 3: esempio rete AoN	17
Figura 4: esempio rete AoA	20
Figura 5: esempio riduzione in serie	21
Figura 6: esempio riduzione in parallelo	21
Figura 7: esempio riduzione in serie	22
Figura 8: esempio riduzione in parallelo	22
Figura 9: esempio 1c tratto da (Martin 1964)	24
Figura 10: esempio tratto da (Elmaghraby 1977)	26
Figura 11: Trasformata di Lagrange	31
Figura 12: interdictive graph	32
Figura 13: bound	33
Figura 14: esempio rete AoA	36
Figura 15: procedura Dodin	36
Figura 16: procedura Dodin	37
Figura 17: esempio Spelde	39
Figura 18: esempio Spelde	40
Figura 19: esempio Spelde	40
Figura 20: campionamento continuo	45
Figura 21: campionamento discreto	46
Figura 22: <i>interdictive graph</i>	53
Figura 23: distanza verticale	55
Figura 24: esempio riduzione	61
Figura 25: esempio riduzione	61
Figura 26: esempio rete AoA	62
Figura 27: esempio rete AoA	62
Figura 28: esempio rete AoA	63
Figura 29: esempio partizione	64
Figura 30: esempio partizione	65
Figura 31: esempio partizionamento	71
Figura 32: esempio partizionamento	71
Figura 33: esempio isolamento	72
Figura 34: esempio percorso	78
Figura 35: esempio percorso	78
Figura 36: esempio percorsi	80
Figura 37: interdictive graph	82
Figura 38: esempio numero accadimenti	85
Figura 39: esempio stima pdf	86
Figura 40: esempio sostituzione rete	90

Figura 41: esempio rete	93
Figura 42: esempio rete	96
Figura 43: esempio rete ridotta.....	98
Figura 44: esempio partizione	99
Figura 45: esempio partizione	99
Figura 46: esempio partizione	100
Figura 47: esempio rete AoA	101
Figura 48: esempio percorsi	102
Figura 49: pdf stimata	103
Figura 50: cdf stimata con bound	105
Figura 51: differenza punto punto	106
Figura 52: differenza punto punto nell'estrema coda destra.....	107
Figura 53: esempio sostituzione simulazione	108
Figura 54: esempio rete AoA	110
Figura 55: esempio partizionamento	111
Figura 56: riduzione in serie.....	111
Figura 57: esempio rete dopo riduzione	112
Figura 58: makespan stimato e bound	113
Figura 59: esempio centro di lavoro	117
Figura 60: rappresentazione assi in macchina	119
Figura 61: rappresentazione assi in macchina	119
Figura 62: tavola tiltante	120
Figura 63: testa tiltante.....	120
Figura 64: pallet	121
Figura 65: esempi fixture	122
Figura 66: esempi magazzini utensile	123
Figura 67: esempio magazzino a disco	123
Figura 68: esempio magazzino planare	124
Figura 69: esempio multipallet.....	126
Figura 70: esempio scambiatore.....	126
Figura 71: esempio FMS	127
Figura 72: disegno Tank 1300.....	136
Figura 73: multipallet.....	137
Figura 74: rete di studio - parte 1	145
Figura 75: rete di studio - parte 2	146
Figura 76: rete di studio - parte 3	147
Figura 77: rete esempio attività dummy	147
Figura 78: rete esempio attività dummy	148
Figura 79: validazione stima sottorete	157
Figura 80: sostituzione sottorete.....	157
Figura 81: riduzione SP.....	158
Figura 82: validazione stima caso di studio	159
Figura 83: differenze qualitative tra classi di simulazioni	161

Figura 84: sottorete approvvigionamento elettromandrino	166
Figura 85: makespan approvvigionamento elettromandrino	167
Figura 86: sottorete approvvigionamento armadio pneumatico	169
Figura 87: distribuzione cumulata approvvigionamento	171
Figura 88: esempio indicatore criticità 1	173
Figura 89: esempi indicatore criticità 2	176
Figura 90: sottorete approvvigionamento tavola	180
Figura 91: andamento indicatore criticità 2 CC trasportatore truciolo	181
Figura 92: cdf stimata CC trasportatore truciolo	182
Figura 93: indicatore criticità 1 - CC trasportatore truciolo	187

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1: esempio matrice d'incidenza.....	19
Tabella 2: esempio matrice b.....	54
Tabella 3: esempio matrice c.....	54
Tabella 4: esempio matrice d.....	54
Tabella 5: esempio matrice d'incidenza.....	54
Tabella 6: esempio matrice b.....	58
Tabella 7: esempio cella cdf.....	59
Tabella 8: esempio cella pdf.....	59
Tabella 9: esempio matrice d'incidenza.....	61
Tabella 10: esempio matrice d'incidenza ridotta.....	61
Tabella 11: confronto metodi partizionamento.....	69
Tabella 12: esempio matrice b_part.....	72
Tabella 13: esempio matrice A_part.....	72
Tabella 14: esempio matrice cdf_part.....	72
Tabella 15: esempio matrice pdf_part.....	73
Tabella 16: esempio matrice b.....	75
Tabella 17: esempio matrice d.....	75
Tabella 18: esempio matrice unsatisfied list.....	75
Tabella 19: esempio matrice unsatisfied list.....	76
Tabella 20: esempio matrice path list.....	76
Tabella 21: esempio path flag list.....	76
Tabella 22: esempio matrice unsatisfied list.....	77
Tabella 23: esempio matrice path list.....	77
Tabella 24: esempio path flag list.....	77
Tabella 25: esempio path list.....	78
Tabella 26: esempio path flag list.....	79
Tabella 27: esempio path list.....	79
Tabella 28: esempio stima cdf.....	81
Tabella 29: esempio percorsi.....	82
Tabella 30: esempio run.....	83
Tabella 31: esempio stima cdf.....	84
Tabella 32: esempio path lower.....	89
Tabella 33: esempio penale.....	91
Tabella 34: esempio matrici b, c e d.....	94
Tabella 35: esempio matrice d'incidenza.....	95
Tabella 36: esempio matrice b.....	96
Tabella 37: esempio matrici b e A ridotte.....	97
Tabella 38: esempio matrice A e b.....	100
Tabella 39: esempio matrici b e path.....	101

Tabella 40: esempio disjoint chain	104
Tabella 41: differenza punto punto nell'estrema coda destra	107
Tabella 42: esempio tabella b	108
Tabella 43: esempio matrici b e A.....	109
Tabella 44: esempio matrice b e matrice path	112
Tabella 45: attività dummy.....	147
Tabella 46: limite superiore ed inferiore attività - parte 1.....	153
Tabella 47: limite superiore ed inferiore attività - parte 2.....	153
Tabella 48: limite superiore ed inferiore attività - parte 3.....	154
Tabella 49: limite superiore ed inferiore attività - parte 4.....	154
Tabella 50: limite superiore ed inferiore attività - parte 5.....	155
Tabella 51: limite superiore ed inferiore attività - parte 6.....	155
Tabella 52: confronto tempi di esecuzione	160
Tabella 53: analisi scostamenti di diverse classi di simulazioni	161
Tabella 54: scostamenti quadratici	162
Tabella 55: matrice b elettromandrino.....	166
Tabella 56: matrice path elettromandrino.....	166
Tabella 57: matrice path_aggiornato elettromandrino	167
Tabella 58: formalizzazione analisi approvvigionamento	168
Tabella 59: tempi stimati per varie categorie di rischio	178
Tabella 60: valori di indicatore di criticità 2 stimati	179
Tabella 61: calcolo elasticità indicatore criticità 2	179
Tabella 62: durata attività caso d'esempio - parte 1	185
Tabella 63: durata attività caso d'esempio - parte 2	185
Tabella 64: durata attività caso d'esempio - parte 3	185
Tabella 65: durata attività caso d'esempio - parte 4	186
Tabella 66: durata attività caso d'esempio - parte 5	186
Tabella 67: indicatore criticità 2 - tempi stimati	188
Tabella 68: indicatore criticità 2 - valori stimati.....	188
Tabella 69: indicatore criticità 2 - elasticità calcolata.....	189

INTRODUZIONE

Il settore industriale europeo deve oggi confrontarsi sempre più con una completa personalizzazione del prodotto offerto, al fine di poter concorrere a livello globale. Questo fenomeno è accentuato per prodotti complessi e per realtà che operano con un modello *make-to-order*. Per prodotti complessi personalizzati si intendono quei beni non prodotti in serie e per cui, quindi, ogni esemplare può essere considerato un prodotto unico nel suo genere per caratteristiche e progettazione. Le aziende che si occupano di questo particolare tipo di beni operano con un modello *make-to-order* che consiste appunto nel produrre il bene solo nel momento in cui un cliente lo richieda.

In alcuni casi, data la natura di questi prodotti il modello *make-to-order* si estende non solo alla produzione fisica del bene, ma anche alla progettazione (assumendo il nome di *engineer-to-order*) del ciclo produttivo e all'approvvigionamento dei materiali e dei componenti necessari al processo vista l'impossibilità di allocare scorte per ogni componente, data la grande varietà di soluzioni e configurazioni proprie di un prodotto complesso. In un contesto simile, ad ogni nuovo ordine preso in carico dall'azienda corrisponde una specifica progettazione del prodotto ed anche del processo di produzione.

Queste considerazioni determinano la presenza di incertezza nell'intero processo di progettazione, approvvigionamento delle materie e produzione del bene. L'incertezza in particolare si riscontra nel fatto che il processo di produzione per l'elemento attuale è diverso da ogni altro ordine passato, in quanto cambiano le combinazioni di componenti da utilizzare o gli elementi accessori da apporre in appendice al prodotto e di conseguenza le attività da includere nel processo. E' perciò difficoltoso per il produttore effettuare delle previsioni sulla durata dell'intero processo e fornire in questo modo una *due date* al cliente.

In sede di contrattazione con il cliente infine vengono solitamente definite delle *milestones* intermedie ed una data per la consegna del prodotto. La violazione di questi vincoli spesso è associata al pagamento di penali da parte del fornitore. E' quindi suo interesse, anche in presenza di incertezza in fase di pianificazione, predisporre un piano di produzione che gli permetta di rispettare queste scadenze o, al limite, ridurre la probabilità di essere in ritardo. E' quindi molto importante avere una stima accurata del *makespan*, anche in termini stocastici, in modo da negoziare opportunamente con il cliente la *due date*.

Il presente elaborato si prepone di fornire un metodo per la formalizzazione di processi di questo tipo e per la stima del *makespan* dello stesso da usare in sede di contrattazione della *due date* con il cliente.

In particolare vengono utilizzate le *project network* per la formalizzazione del processo produttivo e, partendo da strumenti quali la *PERT (Project Evaluation and Review Technique)* e la *CPM (Critical Path Method)*, viene implementato un algoritmo per la stima del *makespan* dell'intera rete considerando l'incertezza di cui sopra insita nella durata di ogni specifica attività; ad ogni attività viene perciò associata una durata aleatoria rispondente ad una distribuzione di tipo discreto. La procedura messa a punto viene poi confrontata in termini qualitativi e quantitativi con una simulazione del processo attuata tramite semplici tecniche di *sampling*.

L'elaborato prende in considerazione anche un caso di studio: l'azienda italiana MCM SpA che progetta, produce e commercializza in tutto il mondo macchine utensili. Le macchine utensili prodotte dall'azienda in questione sono il classico esempio di prodotto complesso perché ogni cliente richiede, a partire da una macchina modello base, una configurazione con delle specifiche uniche nel suo genere; questo accade perché ogni realtà aziendale e produttiva possiede delle esigenze in termini di spazio, utensili da allegare alla macchina o anche necessità meramente estetiche come il colore della macchina corrispondente a quello del brand aziendale. In quest'ottica è stato svolto un lavoro di studio e successiva formalizzazione prima del prodotto complesso macchina utensile e poi del processo produttivo legato ad una particolare commessa in carico all'azienda, caratterizzando nello specifico ogni attività svolta internamente ed esternamente all'azienda stessa per poi condurre lo studio del *makespan* del processo.

Un secondo focus dell'elaborato, è la criticità dettata dalla mancanza dei componenti in fase di assemblaggio o produzione in processi di questo tipo. Viene perciò, in seconda istanza, utilizzato lo stesso approccio per proporre un metodo per la valutazione della criticità dei componenti da approvvigionare.

Viene di seguito fornita un breve compendio riguardante i contenuti dell'elaborato.

Nel primo capitolo viene presentata la letteratura che tratta la formalizzazione e la risoluzione di *project network*: vengono esposte le tecniche esistenti per la semplificazioni di reti *AoA (Activity on Arc)*, per il calcolo di massimi e minimi stocastici del *makespan* della rete ed infine per la stima della durata della stessa.

Nel secondo capitolo viene esposta più rigorosamente la metodologia e la procedura messa a punto a partire dalle tecniche di cui sopra, poi utilizzata e validata nell'esempio riportato nella seconda parte del capitolo.

Nei capitoli terzo e quarto viene presentato, descritto ed analizzato il caso di studio andando a stimare la durata complessiva del processo come variabile aleatoria di tipo discreto.

Nel capitolo quinto, infine, viene utilizzata la procedura messa a punto precedentemente come strumento per la valutazione della criticità di particolari attività quali l'approvvigionamento dei componenti necessari per l'assemblaggio del prodotto finale.

CAPITOLO 1

Stato dell'arte

La definizione di *progetto* internazionalmente riconosciuta è data dalla norma ISO 10006 secondo la quale “*un progetto è un insieme di attività correlate o integrate che trasformano degli input in ingresso in output in uscita*”. Nel settore industriale moderno invece, spesso viene definito un progetto come “*una serie di eventi e attività che devono essere portate a termine in accordo con un set di vincoli di precedenza. Ogni attività ha una durata e normalmente richiede risorse da utilizzare; ogni evento invece si riferisce ad una specifica fase di realizzazione delle attività associate ad un certo istante temporale*” come detto in (Demeulemeester e Herroelen 2002).

Questa seconda definizione si presta in particolare ad una rappresentazione grafica attraverso quelle che vengono chiamate “*project network techniques*” soprattutto nell’ambito del *project management* e cioè quell’insieme di attività che includono la pianificazione, la programmazione, l’ottimizzazione ed il controllo per attività e progetti con lo scopo di raggiungere risultati di performance, costo o tempi.

L’elaborato ha il suo *incipit* con la presentazione di come è possibile formalizzare un processo produttivo complesso tramite l’utilizzo delle *project network* e degli strumenti proposti in letteratura per lo studio di questo tipo di reti.

1.1 Reti

La definizione di rete, o *project network*, fornita in (Demeulemeester e Herroelen 2002) è la seguente: “Una *project network* può essere descritta come una rappresentazione grafica di eventi, attività e relazioni di precedenza. Una *project network* è un grafico definito come $G = (N, A)$, dove N è l'insieme di nodi ed A è l'insieme di archi”.

Questo tipo di strumento è utile per tutte le tipologie di *project management* o *project scheduling* esistenti nel settore industriale; in particolare è efficace per problemi, come quello trattato in questo elaborato, in cui le varie attività del processo sono soggette a stringenti vincoli di dipendenza e precedenza ed in particolare dove la stessa durata delle attività è una variabile stocastica e non ha un valore deterministico.

Una *project network* ha due possibili formalizzazioni:

- *activity-on-arc (AoA)* che utilizza il set di archi A per rappresentare le attività e il set di nodi N per rappresentare gli eventi, o stati del sistema (esempio in figura 1);

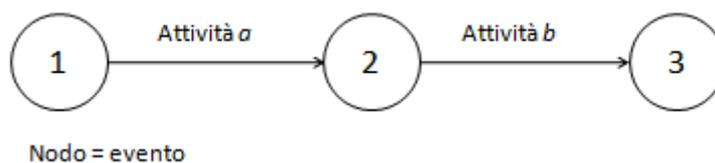


Figura 1: esempio rete AoA

- *activity-on-node (AoN)* che utilizza invece il set di nodi N per le attività mentre gli archi hanno il semplice significato simbolico di precedenza.

E' possibile, all'occorrenza, passare da una rappresentazione all'altra con dei semplici strumenti di conversione (in (Kamburowski, Michael e Stallmann, Minimizing the Complexity of an Activity Network 2000) e (Kamburowski, Michael e Stallmann, Optimal Construction of Project Activity Networks 1992) vengono forniti due algoritmi per la conversione); per evitare problematiche e complicazioni computazionali è stato scelto per il proseguo dell'elaborato di utilizzare sempre la rappresentazione AoA.

Viene comunque proposto un esempio di rete prima rappresentata da un grafo *AoA* in figura 2 e poi da uno *AoN* in figura 3 .

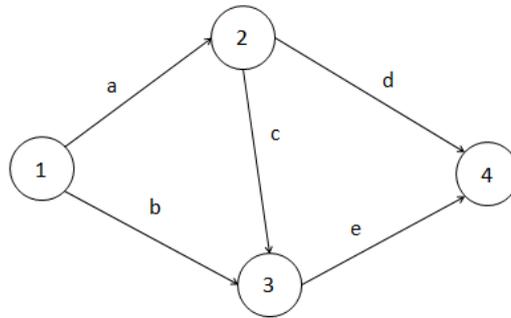


Figura 2: esempio rete *AoA*

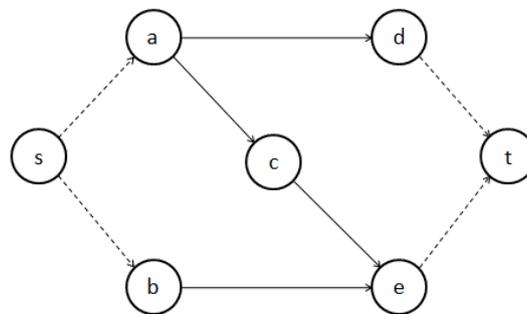


Figura 3: esempio rete *AoN*

Si può notare come il nome degli archi nella rete *AoA* corrisponda al nome dei nodi nella rete *AoN*, questo perché sia i primi che i secondi rappresentano attività. Nella rete *AoN* sono state aggiunte due attività denominate *s* (source, sorgente) e *t* (termine), sono attività fittizie, con durata pari a 0 ed hanno la semplice funzione di indicare i vincoli esistenti tra attività ed eventi che altrimenti non sarebbero espliciti data la natura della rappresentazione grafica.

Tornando all'importanza delle rete del tipo *AoA*, queste sono alla base delle due più importanti *project network techniques*, la *PERT* (Project Evaluation and Review Technique) e la *CPM* (Critical Path Method). Con la tecnica *PERT* si controllano, gestiscono e si pianificano le attività di un progetto grazie all'uso di diagrammi reticolari, appunto le *project network*; a questa tecnica si appoggia il “metodo del percorso critico”, *CMP*, che ha il fine di individuare la sequenza di attività più critica atta a comprendere le tempistiche necessarie per completare il progetto.

Un classico esempio di una rappresentazione di questo tipo è quella fornita in figura .. ed utilizzata per il confronto $AoA - AoN$, una rete del tipo AoA con $N = 4$ eventi denominati con numeri crescenti da 1 a 4, e $A = 5$ attività identificate con le prime lettere dell'alfabeto. Questo esempio evidenzia un serie di caratteristiche comuni a tutte le AoA e messe in luce in (Elmaghraby 1977):

- 1- Un attività può iniziare solo se tutte le attività precedenti sono completate, il vincolo di precedenza è binario e transitivo (se $a < b$, l'attività deve essere completata prima che b possa iniziare; se $a < b$ e $b < c$, allora $a < c$).
- 2- Un arco ha il semplice significato di operatore logico di precedenza; la sua lunghezza nel disegno, ad esempio, non ha nessun significato.
- 3- I nodi sono numerati in modo che nessun evento sia duplicato: grazie a questo accorgimento è possibile evitare circolarità nella rete e definire una matrice d'incidenza.
- 4- Un'attività è definita da un nodo iniziale e un nodo finale; di conseguenza due nodi possono essere connessi al massimo da un solo arco.
- 5- Per costruzione una rete non ha cicli, cioè non è possibile che un'attività abbia il medesimo nodo come iniziale e finale; infatti non verrebbe, in tal caso, rispettata la proprietà transitiva.
- 6- Per costruzione, ogni AoA ha un nodo iniziale (o sorgente) ed un nodo finale (o pozzo). Il nodo iniziale rappresenta l'avviamento del processo e non ha attività che lo precedono, il nodo finale invece rappresenta la conclusione del processo e non precede attività alcuna.
- 7- Viene definito *path* o percorso tra il nodo i ed il nodo j , o semplicemente un (i, j) *path*, una sequenza di archi che hanno come nodo iniziale i e come nodo finale j .

In (Lawler 1976) vengono descritti i *path* in maniera più rigorosa; vengono in particolare definiti gli $s-t$ *path* come una sequenza di archi della forma $(s, i_1), (i_2, i_3), \dots (i_k, t)$ dove s è definito come nodo sorgente (o iniziale) e t come nodo pozzo (o finale). Se $s, i_1, i_2, \dots, i_k, t$ sono nodi distinti, è possibile definire il percorso come *minimo* o *senza nodi ripetuti*.

Un $s-t$ *path* è denominato *aperto* se $s \neq t$ e *chiuso* se $s = t$. Un *ciclo* invece è un $s-t$ *path* contenente almeno un arco, in cui l'unico nodo ad essere ripetuto è il solo nodo s ;

ovviamente un grafo senza cicli è definito *aciclico* (*acyclic*). E' chiamato in ultimo *diretto* (*directed*) un grafo che ha gli archi orientati; unendo le due caratteristiche si ottiene un *dag* (*directed acyclic graph*) e cioè un grafo diretto e allo stesso tempo aciclico. Per il resto dell'elaborato la sola tipologia di grafici che verranno trattate sarà del tipo *dag*.

Più formalmente viene definita *dag* una rete $G = (N, A)$ in cui non si presentano cicli; esiste inoltre un solo nodo $S \in N$ che non ha archi in ingresso, questo nodo è definito la sorgente della rete; esiste un solo nodo $Z \in N$ che non ha archi in uscita, questo nodo è definito il pozzo o fine della rete.

Rispettando queste caratteristiche è stata messa a punto una formalizzazione matematica della rete attraverso la predisposizione di una *matrice d'incidenza*. Questa formalizzazione permette di evitare la circolarità degli archi numerando i nodi in modo che ogni arco "nasca" da un nodo con un numero cardinalmente minore rispetto a quello del nodo in cui "muore". In particolare la matrice d'incidenza A è una matrice $n \times n$, dove $n = |N|$, numero di nodi nella rete. L'elemento a_{ij} della matrice ha valore 1 se un arco "nasce" dal nodo i e "muore" nel nodo j , 0 altrimenti. Come risultato di queste considerazioni la matrice d'incidenza è sempre una triangolare superiore con una serie di 0 sulla diagonale principale.

In tabella 1 si può vedere la matrice d'incidenza della rete proposta in figura 4.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 1: esempio matrice d'incidenza

Una volta definita il grafo in tutte le sue caratteristiche è necessario fare riferimento all'obiettivo finale del lavoro per poter operare con criterio. In particolare il compito della rete che si va a creare è calcolare il *makespan* e cioè la durata totale necessaria a

completare il progetto oppure, nel caso in cui questo non fosse possibile, avere una stima valida di questa grandezza.

Per poter fare delle considerazioni sulla durata totale del progetto bisogna prima lavorare sulla rete riducendone la complessità, difatti esistono tecniche che semplificano la struttura della rete rendendola equivalente a quella di partenza ma con un numero di nodi e di archi decisamente minore.

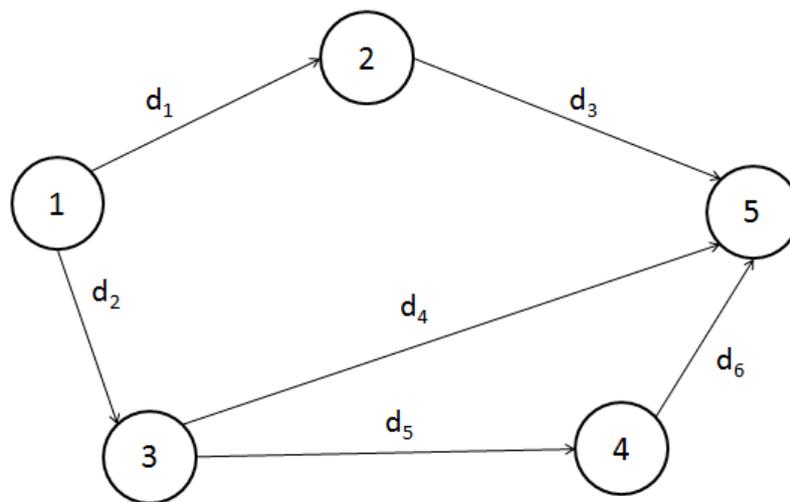


Figura 4: esempio rete AoA

Prendendo come esempio la rete AoA $G = (N, A)$ con $N = 5$ e $A = 6$ in figura 4, è possibile, attraverso delle semplificazioni, ricondurre la rete stessa ad un singolo arco compreso tra due nodi. Queste semplificazioni sono di due tipi:

- *riduzione in parallelo* quando esistono due o più archi e_1, \dots, e_k compresi tra i nodi v e w , che vengono rimpiazzati da un solo arco $g = (v, w)$;
- *riduzione in serie* quando il nodo v ha un solo arco in entrata $e = (u, v)$ e un solo arco in uscita $f = (v, w)$; in questo caso il nodo v viene rimosso inserendo nella rete un arco $g = (u, w)$.

Il metodo con cui si affrontano queste riduzioni dipende dalla natura delle durate delle attività.

Nel caso denominato deterministico, cioè in cui le attività rappresentate tramite archi hanno una durata fissa e certa, l'operazione di riduzione in parallelo viene affrontata

prendendo il massimo tra le due durate; l'operazione di riduzione in serie viene affrontata invece come una somma tra le due durate.

Un semplice esempio è di seguito fornito. Nella figura 5 si può vedere un'operazione di riduzione in serie di due attività con durata deterministica rispettivamente d_1 e d_2 : viene eliminato il nodo 2 e viene creato un arco con durata deterministica $z_1 = d_1 + d_2$.



Figura 5: esempio riduzione in serie

Nella figura 6 invece è riportata una riduzione in parallelo: le due attività con durate deterministiche d_1 e d_2 vengono semplificate creando una unica attività, con egual nodo precedente e successivo alle due di partenza, avente durata deterministica pari a $z_1 = \max(d_1; d_2)$.

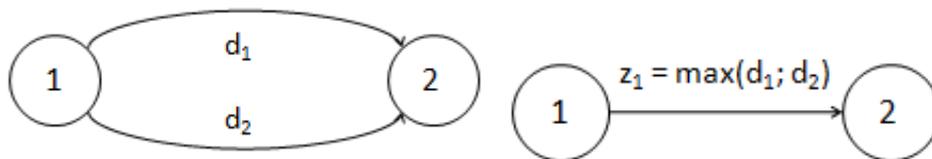


Figura 6: esempio riduzione in parallelo

Affrontando il problema della riduzione in serie/parallelo in maniera meno rigorosa è facile intuire come due attività poste in parallelo possono essere svolte contemporaneamente e quindi la durata totale di tali attività è data dal massimo delle singole durate; due attività invece poste in serie devono essere svolte conseguentemente l'una all'altra, perciò la durata totale è data dalla loro somma.

Questa è appunto la casistica più semplice sulla quale si appoggia quella più complessa in cui le durate hanno natura stocastica. La particolare natura di queste durate comporta che esse siano delle variabili aleatorie con distribuzione nota a cui sono associate una funzione di densità *pdf* (*probability density function*) ed una correlata funzione di ripartizione *cdf* (*cumulative distribution function*).

Data la natura aleatoria delle durate della attività non è più possibile usare operazioni come la somma e la moltiplicazione ma bisogna adattare le riduzioni in parallelo ed in serie a questo caso specifico. In particolare nel caso della riduzione in serie viene utilizzata l'operazione convoluzione tra le funzioni di densità (espressa con l'operatore $*$), mentre nel caso di riduzione in parallelo viene utilizzato l'operatore *massimo* tra le funzioni cumulate. Nel proseguo dell'elaborato verranno affrontate in maniera più rigorosa queste due operazioni ma viene comunque proposto un esempio illustrativo.

Nella figura 7 si può vedere come la riduzione in serie delle operazioni con *pdf* denominate d_1 e d_2 venga affrontata convolvendo le due funzioni di densità ottenendo $z_1 = d_1 * d_2$.

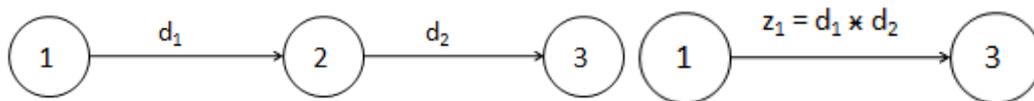


Figura 7: esempio riduzione in serie

Nella figura 8 invece viene raffigurata una riduzione in parallelo l'arco con *cdf* denominata z_1 viene ottenuto massimizzando le funzioni cumulate delle attività di partenza, quindi $z_1 = \max(d_1; d_2)$.

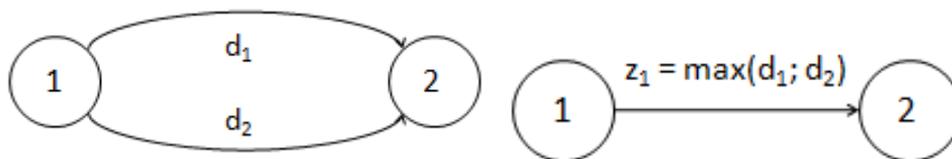


Figura 8: esempio riduzione in parallelo

1.2 Algoritmi di riduzione

In letteratura esistono vari esempi di algoritmi risolutivi messi a punto con lo scopo di ridurre una rete complessa ad una rete composta da un solo arco e due nodi. Nello specifico viene presentato l'algoritmo presente in (Martin 1964), poi rivisto, semplificato e generalizzato in (Valdes, Tarjan e Lawler 1979), che riduce appunto una rete complessa ad un singolo arco, assumendo che la durate aleatorie delle attività siano mutuamente indipendenti.

Questo algoritmo permette una riduzione completa della rete solo se la struttura topologica della rete stessa ne permette la semplificazione; in caso contrario l'algoritmo si conclude con una rete meno complessa ed equivalente a quella di partenza ma non più riducibile, per la cui trattazione verranno in seguito presentati diversi strumenti.

Vengono per prima cosa date delle definizioni:

- 1- Ogni *chain* tra S e Z nella rete ha un *path* diretto da S a Z ; in (Lawler 1976) è definita *chain* o catena una sequenza di archi (attività) s_1, s_2, \dots, s_m tali da essere connessi l'uno all'altro e $s_i < s_{i+1}$.
- 2- Una *sottorete* $(N1, A1)$ di una rete (N, A) è connessa alla rete primaria dato che $N1 \subseteq N$ e $A1 \subseteq A$. Due o più sottoreti sono connesse in serie se il pozzo di una sottorete è la sorgente di un'altra; due sottoreti sono connesse in parallelo se sono accomunate da medesimi nodi sorgente e pozzo.
- 3- Usando quindi una definizione ricorsiva, una rete serie-parallelo è una serie di sottoreti connesse tra di loro in serie o in parallelo.

Viene proposto in figura 9 l'esempio denominato 1c in (Martin 1964).

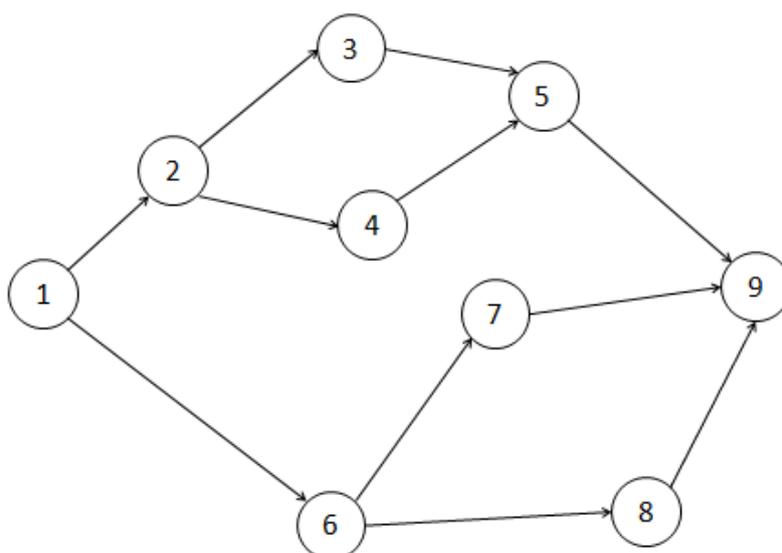


Figura 9: esempio 1c tratto da (Martin 1964)

Con una rete di questo tipo, applicando ricorsivamente e rigorosamente le operazioni di riduzione in serie/parallelo è possibile semplificare completamente la rete ed arrivare ad avere un solo arco compreso tra due nodi. E' doveroso sottolineare che la natura topologica della rete presentata ne permette la completa semplificazione.

L'algoritmo in (Valdes, Tarjan e Lawler 1979) opera nel seguente modo.

Viene stilata una *unsatisfied list*, contenente inizialmente tutti i nodi della rete ad eccezione della sorgente e del pozzo; l'algoritmo ripete i seguenti step fino a che la *unsatisfied list* rimane vuota. In ogni step dell'algoritmo viene preso in considerazione un nodo dalla *unsatisfied list* denominato v .

Passi generali:

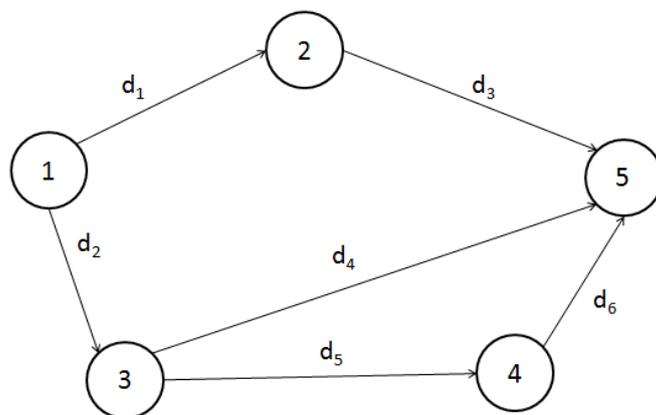
- 1- Rimuovere il vertice v dalla *unsatisfied list*.
- 2- Esaminare gli archi entranti in v . Se due archi sono della forma (u, v) applicare una riduzione in parallelo. Continuare esaminando gli archi entranti in v e applicare la riduzione in parallelo fino a che solo un arco entra in v oppure fino a che v ha due differenti predecessori.
- 3- Esaminare gli archi uscenti da v . Se due archi sono della forma (v, w) , applicare una riduzione in parallelo. Continuare esaminando gli archi uscenti da v e

applicare la riduzione in parallelo fino a che solo un arco esce da v oppure fino a che v ha due differenti successori.

- 4- Se un solo arco (u, v) entra in v ed un solo arco (v, w) esce da v :
 - applicare una riduzione in serie, elidere v e rimpiazzare (u, v) e (v, w) con un nuovo arco (u, w) ;
 - se u non è il nodo sorgente e non è nella *unsatisfied list*, aggiungere il nodo u alla *unsatisfied list*;
 - se w non è il nodo pozzo e non è nella *unsatisfied list*, aggiungere il nodo w alla *unsatisfied list*.
- 5- Se la *unsatisfied list* è vuota uscire dal ciclo, altrimenti cambiare v e tornare al passo 1.

Quando la *unsatisfied list* è vuota è necessario testare se altri nodi oltre al nodo sorgente e al nodo pozzo sono rimasti nella rete. Nel caso in cui ci siano nodi aggiuntivi, la rete, a causa della sua natura topologica, non è riducibile ad un solo arco; in caso contrario viene completata la semplificazione applicando una riduzione in parallelo agli archi compresi tra sorgente e pozzo.

In figura 10 è riportato un esempio tratto da (Elmaghraby 1977) di una rete $G = (N, A)$ con $N = 5$ nodi e $A = 6$ attività, di natura deterministica, semplificata utilizzando l'algoritmo di Valdes. La sua natura fa sì che la rete stessa sia completamente semplificabile, infatti seguendo gli step esposti precedentemente si raggiunge la riduzione massima con un solo arco e due nodi.



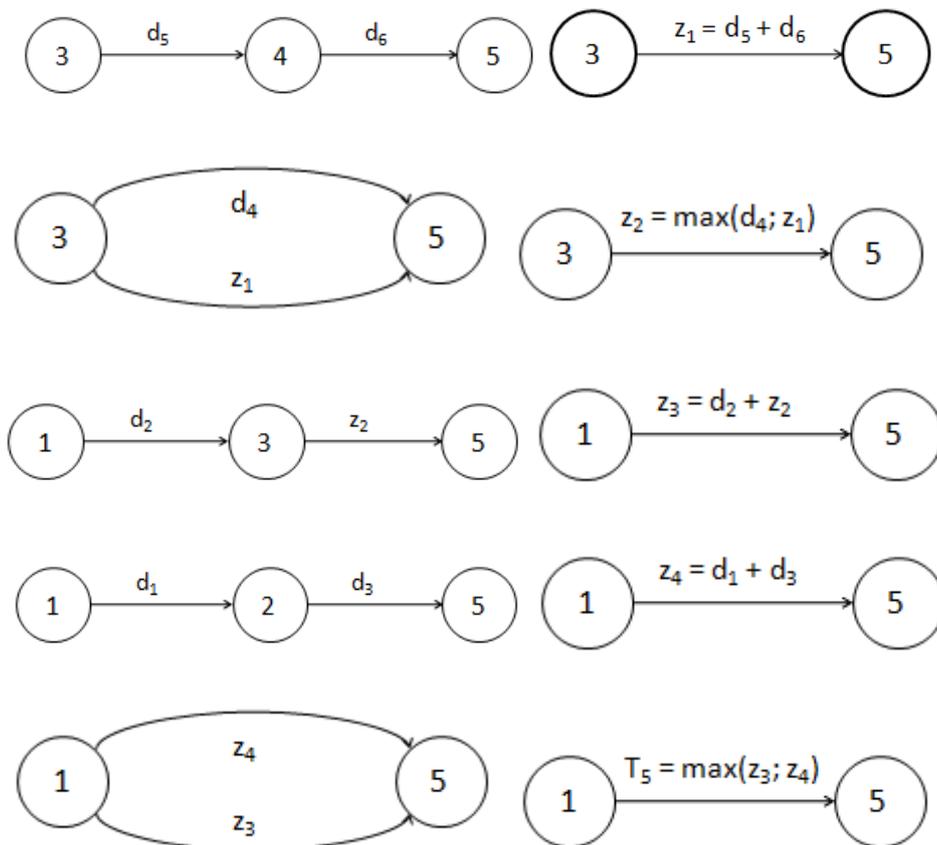


Figura 10: esempio tratto da (Elmaghraby 1977)

In (Martin 1964) viene affrontato nello specifico il problema delle attività con durata di natura stocastica, ma prima di far fronte a questa peculiarità è necessaria una trattazione più rigorosa della formalizzazione probabilistica.

1.3 Formalizzazione stocastica

Una formalizzazione di tipo stocastico è resa necessaria data l'aleatorietà delle durate delle varie operazioni trattate nella rete. Queste operazioni nel caso industriale possono essere attività di tornitura, saldatura o assemblaggio, sono soggette a guasti della macchina, a ritardi nell'approvvigionamento di risorse e ad errori nel compimento delle attività stesse. Nello specifico le attività svolte da esseri umani e non da macchinari, come ad esempio assemblaggi particolari, sono soggette a grande varianza facendo riferimento alla loro durata; questo ha portato ad una formalizzazione particolare delle

sudette durate che prenda in considerazione questa natura stocastica e la rappresenti al meglio.

Nello specifico assumendo una rete $A \circ A$ con $A = \{1, 2, \dots, n\}$ il set di attività ed N il set di eventi, la durata di un'attività i viene assunta variabile aleatoria d_i ; il vettore dei tempi di processamento delle attività viene denominato $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ ed è composto da variabili aleatorie indipendenti provenienti da una distribuzione nota.

Sia associata ad ogni attività una variabile aleatoria che ne rappresenta la durata, estratta da una distribuzione nota che rispecchia le caratteristiche dell'attività stessa: ad esempio per un'operazione di verniciatura, effettuata da macchinari in serie, viene utilizzata una distribuzione discreta uniforme perché, a meno di guasti o fermo macchina, la durata dell'attività è proporzionale alla grandezza dell'oggetto da verniciare. Se invece si prendesse come esempio l'operazioni di montaggio di un assieme dalle forme singolari, effettuata quindi da un uomo, la distribuzione più adatta sarebbe una gaussiana con media non nulla e varianza superiore ad 1. Questi sono solo due semplici e pratici esempi utili per inquadrare il problema; nel proseguo dell'elaborato, quando si tratterà il caso pratico, verranno prese anche in considerazione metodologie atte a trovare la distribuzione più adatta alle attività una volta esaminati i dati a disposizione.

Il vero problema di una formalizzazione di questo tipo è come affrontare le operazioni di riduzione.

1.3.1 Riduzione in serie

Si assuma d_i come durata di una certa attività i appartenente ad una rete $G = (N, A)$, a cui è associata una *pdf* indicata con $f_i(\cdot)$. Il tempo di svolgimento di n operazioni appartenenti ad una rete (o sottorete) e connesse in serie è dato da

$$T_n = t_1 + t_2 + \dots + t_n$$

La riduzione in serie trasforma gli archi connessi in serie in un singolo arco equivalente con durata T_n e *pdf* associata $g_n(\cdot)$ attraverso successive applicazioni dell'operatore

convoluzione.

1.3.1.1 Convoluzione

In generale, in (Bramanti, Pagani e Salsa 2006) vengono definite due funzioni f e g derivabili in \mathcal{R} e si chiama prodotto di convoluzione, o semplicemente convoluzione di f e g , la funzione definita dalla formula seguente

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x - y)dy$$

dove il simbolo $(f * g)$ si legge come “f convoluzione di g”. Frequentemente f e g sono nulle per $x < 0$ (nel caso specifico in esame tutte le funzione abbinate alle attività sono rientrano in questa casistica in quando una durata non può essere negativa); formalmente si ha:

$$(f * g)(x) = \int_0^x f(y)g(x - y)dy.$$

Infatti:

$$\begin{aligned}(f * g)(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x - y)dy \\ &= \int_{-\infty}^0 f(y)g(x - y)dy + \int_0^x f(y)g(x - y)dy \\ &\quad + \int_x^{+\infty} f(y)g(x - y)dy\end{aligned}$$

ma il primo integrale è nullo essendo $f = 0$ per $y < 0$, ed il terzo è nullo essendo $g(x - y) = 0$ per $x - y < 0$ cioè $y > x$.

Le principali proprietà della convoluzione sono:

$f * g = g * f$ il prodotto di convoluzione è commutativo;

$(f * g) * h = f * (g * h)$ il prodotto di convoluzione è associativo;

$(f + g) * h = f * h + g * h$ il prodotto di convoluzione è distributivo.

Considerando che le *pdf* abbinate alle variabili aleatorie rappresentanti le durate delle attività della rete non sono altro che delle funzioni come f e g , è possibile applicare ricorsivamente l'operatore convoluzione al problema di riduzione in serie. Generalizzando si ottiene che $g_k(\cdot)$ è la funzione di densità di

$$T_k = t_1 + t_2 + \dots + t_k \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

con $g_1(t) = f_1(t)$

e quindi $g_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_k(\tau)g_{k-1}(t - \tau)d\tau \quad (k = 2, 3, \dots, n).$

Considerando invece funzioni discrete si avrebbe

$$g_k(t) = \sum_{i=0}^M f_k(t)g_{i-k}(t) = \sum_{i=0}^M f_{i-k}(t)g_k(t)$$

con M limite superiore per cui i valori di $f_k(\cdot)$ e $g_k(\cdot)$ sono diversi da 0.

Agendo ricorsivamente è perciò possibile ridurre la rete ed ottenere l'arco equivalente e la *pdf* associata.

1.3.1.2 Trasformata di Laplace

La complessità computazionale che deriva da queste operazioni (soprattutto operando nel continuo) viene semplificata grazie a tecniche derivanti dall'applicazione della Trasformata di Laplace.

In particolare, sempre facendo riferimento a (Bramanti, Pagani e Salsa 2006), sia f una funzione di variabile reale, nulla in $(-\infty, 0)$; si chiama *Trasformata di Laplace di f* la funzione $\mathcal{L}[f]$ ed è definita dalla seguente:

$$\mathcal{L}[f](p) = \int_0^{+\infty} e^{-px} f(x)dx \quad \text{dove } p \in \mathbb{C}.$$

L'applicazione $\mathcal{L}: f \rightarrow \mathcal{L}[f]$ si chiama *Trasformata di Laplace*.

Ricordando che se $p = \alpha + i\beta \in \mathbb{C}$ l'integrale precedentemente riportato può essere trasformato nel seguente:

$$\int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \cos(\beta x) f(x) dx - i \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \sin(\beta x) f(x) dx$$

purchè entrambi gli integrali generalizzati appena scritti convergano, in generale se per x abbastanza grande è possibile scrivere $|f(x)| \leq M e^{-\alpha x}$ con M ed α positivi, allora f è trasformabile, $\mathcal{L}[f]$ esiste nel semipiano complesso $Re(p) > \alpha$ ed inoltre

$$\lim_{Re(p) \rightarrow +\infty} \mathcal{L}[f](p) = 0.$$

Una delle più importanti proprietà di questo strumento è la trasformazione di un prodotto di convoluzione.

Siano f e g nulle in $(-\infty, 0)$, allora il loro prodotto di convoluzione è definito dalla formula

$$(f * g)(x) = \int_0^{+\infty} f(y)g(x - y)dy = \int_0^{+\infty} f(x - y)g(y)dy$$

Se f è trasformabile nel semipiano $Re(p) > \alpha$ e $|g|$ è trasformabile nello stesso semipiano, allora anche $f * g$ è trasformabile e vale la seguente:

$$\mathcal{L}[f * g](p) = \mathcal{L}[f](p) \cdot \mathcal{L}[g](p)$$

Con questa semplificazione è possibile agevolare i calcoli in caso di convoluzione; infatti è possibile passare attraverso la Trasformata di Laplace per diminuire la complessità dei calcoli nel seguente modo, anche rappresentato in figura 11:

- applicare la trasformazione alle due f e g funzioni singolarmente in modo da ottenere $\mathcal{L}[f]$ e $\mathcal{L}[g]$;
- moltiplicare tra di loro le due funzioni trasformate ottenendo $H = \mathcal{L}[f] \cdot \mathcal{L}[g]$;
- anti trasformare la funzione H ottenendo $(f * g) = \mathcal{L}^{-1}[H] = \mathcal{L}^{-1}\{ \mathcal{L}[f] \cdot \mathcal{L}[g] \}$.

$$\begin{array}{ccc}
f * g & \longrightarrow & h \\
\downarrow \mathcal{L} & & \uparrow \mathcal{L}^{-1} \\
F \cdot G & \longrightarrow & H = F \cdot G
\end{array}$$

Figura 11: Trasformata di Lagrange

1.3.2 Riduzione in parallelo

Si assuma d_i come durata di una certa attività i appartenente ad una rete $G = (N, A)$, a cui è associata una pdf $f_i(\cdot)$ ed una cdf $F_i(\cdot)$. Il tempo di svolgimento di n operazioni appartenenti ad una rete (o sottorete) e connesse in parallelo è dato da

$$T_n = \max[t_1, t_2, \dots, t_n].$$

Denominando $G_n(t)$ la funzione di ripartizione di T_n si avrà:

$$G_n(t) = P[T_n \leq t] = \prod_{i=1}^n F_i(t)$$

con associata funzione di densità ottenibile derivando la precedente

$$g_n(t) = G'_n(t).$$

L'operazione di moltiplicazione tra funzione deriva dal concetto di intersezione; difatti, nel caso di parallelo, le due operazioni vengono svolte appunto in parallelo, cioè contemporaneamente, quindi è intuitivo pensare che la probabilità che le due operazioni vengano svolte in un tempo $t < t^*$ è pari alla moltiplicazione tra le probabilità che l'una e l'altra operazione vengano svolte in un tempo $t < t^*$ e quindi il tempo totale effettivo di processamento delle attività è il massimo tra i due tempi di processamento.

1.4 Approssimazioni

In questo elaborato è stato detto che la semplificazione totale della rete è dipendente dalle sue caratteristiche topologiche, infatti esistono reti che data la loro configurazione è possibile semplificare completamente fino ad arrivare ad un solo arco e due nodi ed altre per cui non è possibile arrivare a questa conclusione.

Un esempio di rete non semplificabile è quella proposta in figura 12 definita *interdictive graph*; è possibile notare come non esistano le condizioni per effettuare delle riduzioni in serie (un nodo con un solo arco entrante ed uno uscente o viceversa) o in parallelo (due archi con stessi nodi di partenza e arrivo). In (Elmaghraby e Dodin, Irreducibility of Acyclic Digraphs 1979) viene dimostrato che una *project network* è irriducibile se contiene una sottorete di questo tipo, da qui l'importanza e l'attenzione nello studio di questa casistica particolare.

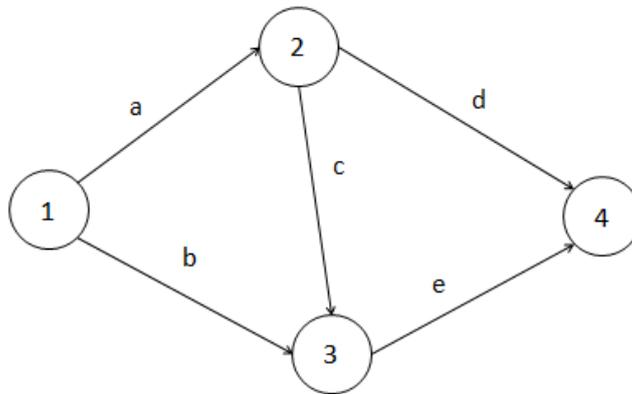


Figura 12: interdictive graph

Questa configurazione particolare è una situazione in cui spesso la semplificazione di reti AoA tende a bloccarsi, per questo motivo sono stati sviluppati in passato metodi per l'approssimazione di *network* di questo tipo.

E' stato detto in precedenza che il compito della rete studiata è quello di stimare la durata massima complessiva del progetto e cioè, in termini stocastici, stimarne la funzione di distribuzione del *makespan*. Nel caso di un *interdictive graph* questo non è possibile: vengono infatti utilizzati dei metodi per il *bounding* delle funzioni di distribuzione e delle tecniche di simulazione Monte Carlo.

1.4.1 Bound

Una variabile casuale x è detta *stocasticamente minore* di y se $E[g(x)] \leq E[g(y)]$ per tutte le funzioni non decrescenti $g(\cdot)$. Considerando $F_x(\cdot)$ e $F_y(\cdot)$ le due funzioni di probabilità cumulate delle due variabili casuali (non decrescenti per definizione) x e y , dire che x è *stocasticamente minore* di y , equivale a dire che $F_x(\cdot) \geq F_y(\cdot)$. Allo stesso modo è possibile dire che la variabile casuale z è *stocasticamente maggiore* di y se $F_z(\cdot) \leq F_y(\cdot)$.

Date queste premesse è possibile definire due funzioni di probabilità cumulate che limitano superiormente e inferiormente la funzione di probabilità di interesse. Con riferimento alla figura 13 viene definita:

- $F_x(\cdot)$ la *cdf* di interesse;
- $F_h(\cdot)$ la *cdf* rappresentante il *lower bound* e quindi stocasticamente minore rispetto a $F_x(\cdot)$, cioè che limita inferiormente la funzione;
- $F_g(\cdot)$ la *cdf* rappresentante l'*upper bound* e quindi stocasticamente maggiore rispetto a $F_x(x)$, cioè che limita superiormente la funzione.

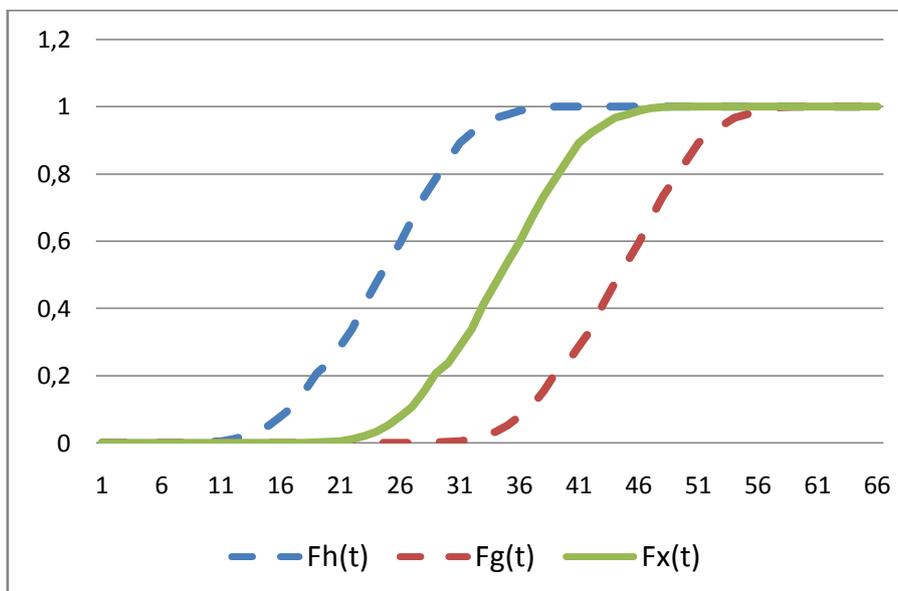


Figura 13: bound

Nel caso della rete in figura 12 denominata *interdictive graph* e in tutti i casi del genere, in cui la *AoA* non è del tutto semplificabile e perciò la funzione di distribuzione del *makespan* è incognita, la tecnica del *bounding* è molto utile perché appunto si riesce a definire uno spazio stocastico in cui certamente è contenuta la funzione d'interesse.

Le varie tecniche che verranno confrontate da qui a poco hanno tutte in comune il rilassamento dell'indipendenza tra attività, o tra *chain*.

In linea generale per le operazioni di massimo e di convoluzione è stata assunta l'indipendenza tra tutte le attività messa in luce anche in (Elmaghraby, Activity Networks - Project Planning and Control by Network Models 1977): “Un'attività è definita da un nodo iniziale e un nodo finale; di conseguenza due nodi possono essere connessi al massimo da un solo arco”. Questo vuol dire che non esistono archi che identificano la stessa operazione e la dipendenza tra attività diverse è data soltanto dal vincolo di precedenza. Il rilassamento di questo vincolo, come verrà esposto a breve, ha effetti in particolare sulla varianza dello stimatore della curva distributiva, che viene aumentata della componente di covarianza.

Sono stati scelte ed analizzate dalla letteratura le seguenti tecniche:

- *Upper Bound di Dodin;*
- *Upper e Lower Bound di Spelde;*
- *Upper e Lower Bound di Kleindorfer.*

1.4.1.1 Upper Bound di Dodin

Lo strumento presentato da Dodin in (Dodin 1985) e che porta il suo stesso nome permette di identificare un *upper bound* (massimo stocastico) della funzione di ripartizione associata al *makespan* della rete.

L'idea che sta alla base dello strumento è quella di creare una copia di un'attività (arco) inserendo un nuovo nodo nella rete in modo da poter eseguire nuove riduzioni in serie e parallelo. Dodin infatti combina i concetti noti per la riduzione delle reti, strumenti già visti in precedenza con gli algoritmi di Martin e Valdes, con metodi stocastici per la duplicazione delle attività.

L'algoritmo di Dodin prevede in primis l'applicazione dei classici strumenti per la riduzione in serie e parallelo fino ad arrivare ad un *interdictive graph*, per poi proseguire con la duplicazione.

Data una rete $G = (N, A)$ con un certo nodo $u \in N$ e con un certo arco $i \in A$, si dirà per convenzione che:

- $Outdegree(u)$ è l'operatore indicante il numero di nodi in uscita da u ;
- $Indegree(u)$ è l'operatore indicante numero di nodi in ingresso ad u ;
- $e(i)$ è l'operatore indicante il nodo in cui l'arco i termina o muore;
- $s(i)$ è l'operatore indicante il nodo da cui l'arco i nasce.

Nello specifico i passi generali da seguire sono i seguenti:

- Riduzione in serie/parallelo: seguendo gli algoritmi di Martin e Valdes, fino ad arrivare ad un *interdictive graph*;
- Duplicazione: se esiste un nodo $u \in N$ tale che $Indegree(u) = 1$ e $Outdegree(u) > 1$, allora u e l'attività $i \in A$ con $e(i) = u$ sono duplicati come segue. Vengono inseriti nella rete un nuovo nodo u' e una nuova attività i' tali che $s(i') = s(i)$ e $e(i') = u'$. Selezionare poi un'attività $j \in A$ con $s(j) = u$ e fissare $s(j) = u'$; in ultimo la funzione cumulata $F_{i'}$ dell'attività i' è posta uguale a F_i . Una duplicazione analoga può essere raggiunta considerando un nodo $v \in N$ tale che $Indegree(v) > 1$ e $Outdegree(v) = 1$.
- Riduzione in serie/parallelo: ogni operazione di duplicazione è seguita da una riduzione in serie/parallelo fino a quando è possibile.

Per comprendere meglio il funzionamento di questo algoritmo è utile proporre un esempio; viene di seguito riproposta la rete già in figura 14.

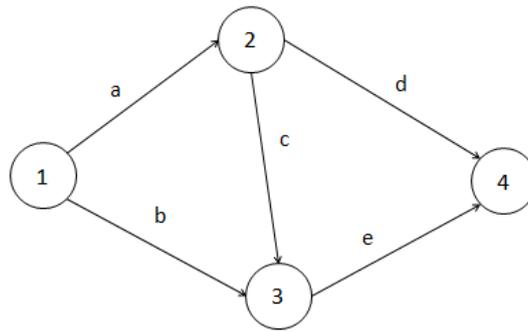


Figura 14: esempio rete AoA

La rete in esame è una $G = (N, A)$ con $N = 4$ e $A = 5$ ed è denominata *interdictive graph* in quanto non risolvibile ulteriormente. Si prenda in considerazione il nodo 2: si ha $Indegree(2) = 1$ e $Outdegree(2) = 2 > 1$, il nodo 2 è un candidato ideale per la duplicazione.

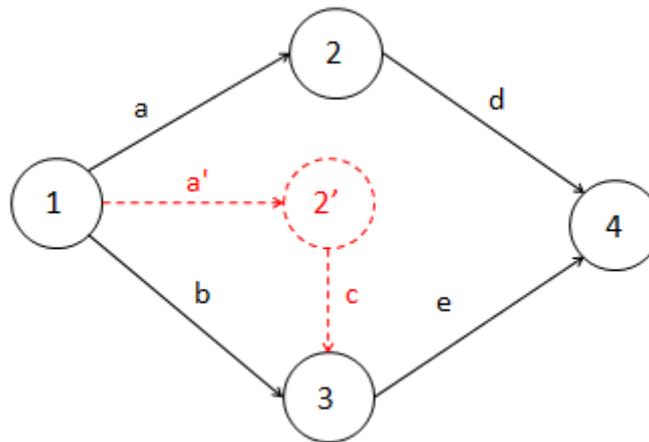


Figura 15: procedura Dodin

Viene duplicato il nodo 2 creando il nodo 2' ; viene duplicato anche l'arco a creando l'arco a' . Si ha che l'arco a' ha lo stesso nodo sorgente di a e $2'$ come nodo pozzo, analiticamente $s(a') = s(a) = 1$ e $e(a') = 2'$. Si prenda poi in considerazione l'attività c (una delle due attività uscenti dal nodo 2), il suo nuovo nodo sorgente diventa $2'$ e quindi $s(c) = 2'$. La procedura è schematizzata in figura 15.

Se si prende in considerazione invece il nodo 3: si ha $Indegree(3) = 2 > 1$ e $Outdegree(3) = 1$, quindi anch'esso è un ideale candidato alla duplicazione. Il procedimento è il medesimo ma effettuato in maniera duale all'esempio sul nodo 2:

vengono duplicati il nodo 3 e l'arco e cambiando inoltre il nodo pozzo dell'attività c . Analiticamente si ottiene $s(e') = 3'$, $e(e') = 4$ e $e(c) = 3'$. La procedura è schematizzata in figura 16.

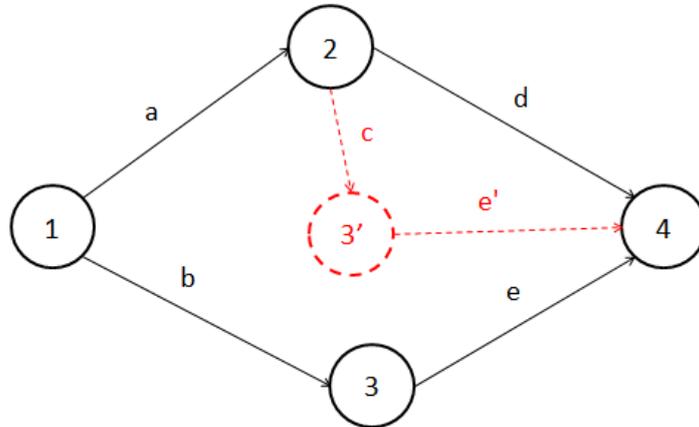


Figura 16: procedura Dodin

E' necessario a questo punto fare delle considerazioni sulle attività duplicate: le caratteristiche del nuovo arco sono le medesime dell'arco "madre", quindi, considerando l'ultimo esempio affrontato, gli attributi di e' sono uguali a quelli di e . Analiticamente si ha che la funzione di distribuzione cumulata $F_{e'} = F_e$, questo comporta la perdita di indipendenza tra i due archi e ed e' . Alla perdita di indipendenza consegue una non più corretta stima della funzione distributiva del *makespan* e da ciò la creazione dell'*upper bound*.

Per chiarire il concetto si prendano come esempio due variabili aleatorie $x \sim \mathbb{N}(\mu_1, \sigma_1)$ e $y \sim \mathbb{N}(\mu_2, \sigma_2)$; la loro somma $z = x + y$ sarà a sua volta una variabile aleatoria con le seguenti caratteristiche $z \sim \mathbb{N}(\mu_3, \sigma_3)$. In generale valgono le seguenti:

il valore atteso della variabile z è pari alla somma dei valori attesi delle variabili x e y

$$\mu_3 = \mu_1 + \mu_2$$

e la varianza di z è pari alla somma delle varianze se e solo se le due variabili di partenza godono di completa indipendenza

$$\sigma_3^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$$

in caso contrario la varianza di z deve essere maggiorata di un valore pari a due volte la covarianza esistente tra le due variabili x e y

$$\sigma_3^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2cov(x, y).$$

Da questo spunto è facile intuire come la covarianza in eccesso vada ad intaccare la distribuzione cumulata del *makespan* stimando in questo modo un *bound* e non una distribuzione esatta.

1.4.1.2 Upper e lower Bound di Spelde

Il lavoro di Spelde in (Spelde 1976) invece volge al problema da un'altra prospettiva, crea un *upper bound* ed un *lower bound* utilizzando con i *path* e le *chain*.

Dopo aver identificato tutte le *chain* della rete si procede nel come segue rispettivamente per i due bound.

Upper Bound

E' ottenuto considerando semplicemente tutti i percorsi in precedenza denominati *s-t path* e cioè effettuando una riduzione prima in serie e poi in parallelo tra gli stessi. Effettuare una riduzione in parallelo equivale a compiere un'operazione di massimo tra tutte le distribuzioni caratterizzanti le *chain*. Nella costruzione di questo *bound* si ha una pesante dipendenza tra i vari percorsi data la ripetizione degli archi utilizzati e quindi è possibile definire questo *bound* come stocasticamente maggiore .

Lower Bound

Se per l'*upper bound* sono state utilizzate catene di archi con una forte dipendenza tra loro, per la realizzazione del *lower bound* vengono impiegati un insieme di percorsi del tutto indipendenti l'uno dall'altro, chiamati *disjoint chains*. Vengono definite *disjoint*

chains quei *path* che, presi a coppie, non hanno archi in comune e che non necessariamente partono dal nodo di origine e finiscono al nodo pozzo.

Come nel caso precedente si attua una riduzione prima in serie e poi in parallelo tra tutte le *chain* appena identificate. Data la natura dei percorsi è possibile affermare che le durate dei singoli percorsi sono tra di loro stocasticamente indipendenti e perciò questo *bound* è definito stocasticamente minore .

Un esempio, già proposto da (Möhring s.d.), potrebbe chiarire e semplificare il concetto appena esposto.

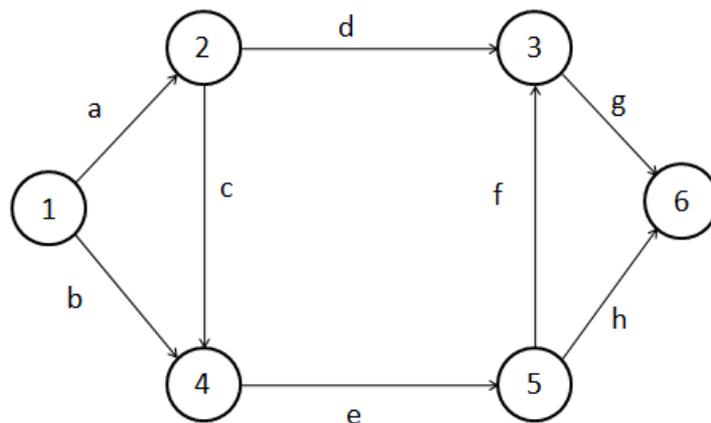


Figura 17: esempio Spelde

La rete raffigurata in figura 17 è definibile come una rete $G = (N, A)$ con $N = 6$ e $A = 8$ i cui *s-t path* sono i seguenti:

- a - d - g;
- a - c - e - f - g;
- a - c - e - h;
- b - e - h;
- b - e - f - g.

Dati tutti questi percorsi è possibile ottenere un *upper bound* risolvendo in serie i percorsi preso uno alla volta e poi risolvendo in parallelo il risultato; affrontando il problema graficamente è come andare a costruire una rete fittizia composta da tutti i *path*, come mostrato in figura 18.

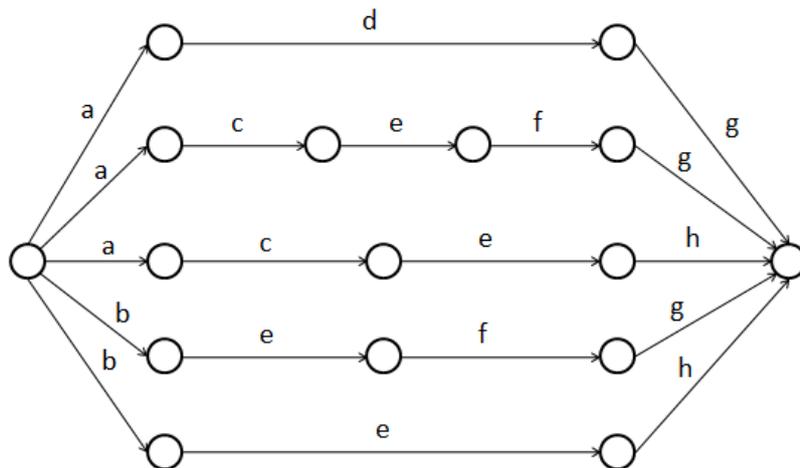


Figura 18: esempio Spelde

Per quanto riguarda il *lower bound* invece bisogna prendere quelle che sono state definite *disjoint chain* e seguire lo stesso procedimento adottato in precedenza: effettuare prima delle riduzione in serie e poi in parallelo. Nell'esempio vengono utilizzate le seguenti *disjoint chain*:

- a - d - g;
- c - f;
- b - e - h.

Viene proposta l'interpretazione grafica del procedimento in figura 19.

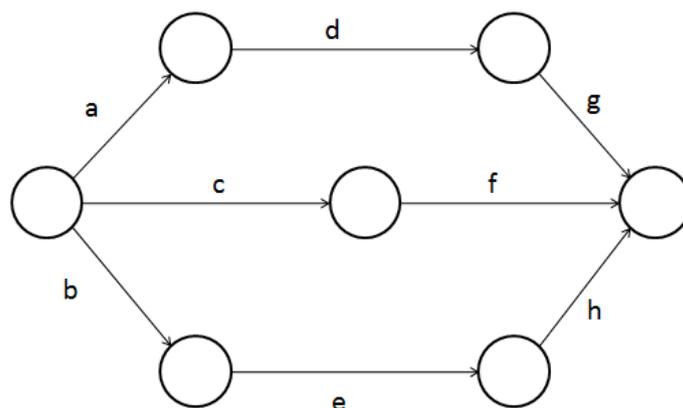


Figura 19: esempio Spelde

In sostanza il procedimento di Spelde prevede di identificare la funzione distributiva associata ad ogni percorso, o *disjoint chain*, per poi andare a trovare il massimo di

queste distribuzioni attraverso l'operazione di parallelizzazione dei percorsi. La validità dei *bounds* è garantita dal fatto che uno (*upper bound*) soffre di dipendenza dovuta al ripetersi nei vari percorsi dei medesimi archi; mentre per il *lower bound* è garantita l'indipendenza dall'uso delle *disjoint chain*.

1.4.1.3 Upper e Lower Bound di Kleindorfer

In (Kleindorfer 1969) è dimostrato come stimare un *upper* ed un *lower bound* per la distribuzione del *makespan* delle reti AoA con attività dalla durata stocastica lavorando sui nodi della rete.

In particolare la procedura, attraversando la rete secondo l'ordine topologico, assegna una distribuzione $F_{[u]}$ ad ogni nodo (evento) u del grafo come segue:

- per il *lower bound* calcolando il minimo di tutte le convoluzioni $F_{[s(j)]} * F_j$ con $s(j) = u$;
- per l'*upper bound* calcolando il prodotto di tutte le convoluzioni $F_{[s(j)]} * F_j$ con $s(j) = u$;

dove $s(j) = u$ indica il nodo sorgente dell'attività (arco) j ed F_j indica la distribuzione cumulata dell'attività j .

Dato che, per variabili x e y indipendenti ed aleatorie, è noto che

$$F_x \cdot F_y \leq F_{\max\{x,y\}} \leq \min\{F_x, F_y\}$$

dove $\min\{F_x, F_y\}$ denota il valore minimo punto per punto di F_x ed F_y , $F_{[u]}$ rappresenta la funzione *bound* (*upper* o *lower* che sia) dell'inizio dell'attività i tale che $s(i) = u$, è possibile stimare dei *bound*.

In (Ludwig, Möhring e Stork 2001) è definita la procedura completa per il calcolo dei *bound*, previa definizione della seguente:

sia v_t la funzione caratteristica nell'intervallo $[t, \infty)$, con $t > 0$; se $s < t$ allora $v_t(s) = 0$, mentre $v_t(s) = 1$ se $s > t$.

Avendo quindi in input una rete *dag* $G = (N, A)$ di cui tutte le attività $j \in A$ godono di indipendenza ed a cui è associata una F_j , si hanno i seguenti step:

- 1- Si imposti $F_{[1]} = v_0$, secondo quanto detto in precedenza.
- 2- Per tutti i nodi $u \in N \setminus \{1\}$ seguendo un avanzamento topologico si calcoli $F_{[u]} = \prod_{j \in A, s(j)=u} (F_{[s(j)]} * F_j)$.
- 3- Se u è il nodo pozzo, fermare l'algoritmo.

Grazie a questa procedura è possibile calcolare l'*upper bound* della funzione rappresentante il *makespan* dell'intera rete; è sufficiente sostituire l'operazione di moltiplicazione al passo 2 con una operazione di minimizzazione per calcolare il *lower bound*.

1.4.2 Simulazione

E' possibile chiarire il concetto di simulazione nel modo seguente, usando la definizione fornita in (Naylor, et al. 1966):

“La simulazione è una tecnica numerica per condurre esperimenti in maniera digitale, su un computer, che comporta un certo di tipo di modello logico e matematico che descrive il comportamento del sistema in un determinato periodo nel tempo reale”.

Oppure è possibile definire una simulazione come:

“Tecnica numerica per riprodurre il comportamento di sistemi o situazioni reali attraverso un modello allo scopo di ottenere stime sulle variabili del sistema in esame”.

Perciò le tecniche di simulazione vengono utilizzate quando non è possibile fare degli esperimenti reali oppure quando è troppo costoso o rischioso effettuarli. La tematica presa in esame in questo elaborato non prevede degli esperimenti reali perché appunto troppo costosi in termini di tempo e danaro ed inoltre anche per creare un metodo generalizzato e non focalizzato su una tematica particolare.

Il *Metodo Monte Carlo* è lo strumento universalmente utilizzato per problematiche di questo tipo. Le origini del metodo risalgono al XVIII secolo quando Georges-Louis Leclerc, conte di Buffon, volle realizzare un esperimento per stimare la grandezza π . La formulazione moderna invece ha preso piede a partire dagli anni '40; durante la Seconda Guerra Mondiale infatti John von Neumann, Stanislaw Ulam e Nick Metropolis, utilizzarono questo metodo per portare avanti degli studi sulla costruzione della bomba atomica inerente al progetto Manhattan. In seguito questo strumento è stato utilizzato nei campi della statistica, dell'ingegneria e in tutte quelle problematiche che richiedono una simulazione per arrivare a stimare specifici parametri.

Il *Metodo Monte Carlo* può essere descritto come uno strumento per la simulazione stocastica statica, dove per modello statico rappresenta un sistema in un determinato istante di tempo o, in generale, un sistema in cui la variabile temporale non ha influenza. Il campionamento *Monte Carlo* permette di campionare valori random e indipendenti da una distribuzione nota.

L'idea generale che è stata utilizzata per il proseguo del lavoro è quella di stimare la funzione di distribuzione cumulata del *makespan* della rete sotto esame attraverso il campionamento casuale della durata di tutte le attività presenti. Una volta definito il valore campionario di ogni attività viene calcolata la durata di completamento della rete come massimo tra le durate di ogni *s-t path*; a partire da questa grandezza, e iterando il procedimento centinaia di migliaia di volte, viene stimata la distribuzione cumulata associata al *makespan*.

Andando con ordine, per prima cosa viene affrontato il metodo di campionamento.

1.4.2.1 Metodo Monte Carlo Classico

Nello specifico il *Metodo Monte Carlo Classico* suggerisce di estrarre casualmente un valore da una distribuzione uniforme di parametri 0 e 1 e poi di calcolare l'inverso della funzione cumulata di probabilità dalla quale si vuole campionare rispondente al valore ottenuto dalla uniforme. Più rigorosamente è possibile distinguere la casistica riguardante funzioni continue e discrete come affrontato in (Zio 2013).

Data una variabile aleatoria $X \in (-\infty, +\infty)$ con *cdf* $F_X(x)$ e *pdf* $f_X(x)$ si ha che:

$$F_X(x^*) = \int_{-\infty}^{x^*} f_X(x^*) dx = P(X \leq x^*)$$

e dato che la $F_X(x)$ è una funzione non decrescente, per ogni $y \in [0, 1)$, la sua funzione inversa può essere definita come:

$$F_X^{-1}(y) = \{x: F_X(x) \geq y\} .$$

Data la definizione è possibile prendere in considerazione l'ipotesi che, in alcuni intervalli $[x_s, x_d]$, $F_X(x)$ sia costante (e $f_X(x)$ pari a zero), si ha che:

$$F_X(x) = \gamma \quad \text{per } x_s < x \leq x_d .$$

In questo caso, il valore minimo della funzione inversa rispondente a tale valore è x_s e quindi $F_X^{-1}(\gamma) = x_s$, sotto l'assunzione che la $F_X(x)$ sia sempre crescente; è sempre possibile quindi ottenere un valore $X \sim F_X(x)$ a partire da un valore R campionato da una distribuzione uniforme di parametri $[0, 1)$.

Formalmente, se $R \sim U_R[0, 1)$ si ha

$$P(R \leq r) = U_R(r) = r$$

e si ottiene $X = F_X^{-1}(R)$ in modo che

$$P(X \leq x) = P(F_X^{-1}(R) \leq x) .$$

Data la natura crescente della funzione $F_X(x)$ si ha

$$P(X \leq x) = P(R \leq F_X(x)) = F_X(x) .$$

Ne consegue che $X = F_X^{-1}(R)$ è estratta da $F_X(x)$; inoltre, data $F_X(x) = r$ è possibile definire le seguenti:

$$P(X \leq x) = P(R \leq r)$$

$$U_R(R) = F_X(x) \text{ e } R = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx .$$

Quella appena esposta è la relazione fondamentale del metodo di trasformazione inversa in cui ogni valore R estratto da una $U_R[0, 1)$ restituisce il corrispondente valore X campionato dalla cdf $F_X(x)$; in figura 20 viene schematizzato il procedimento.

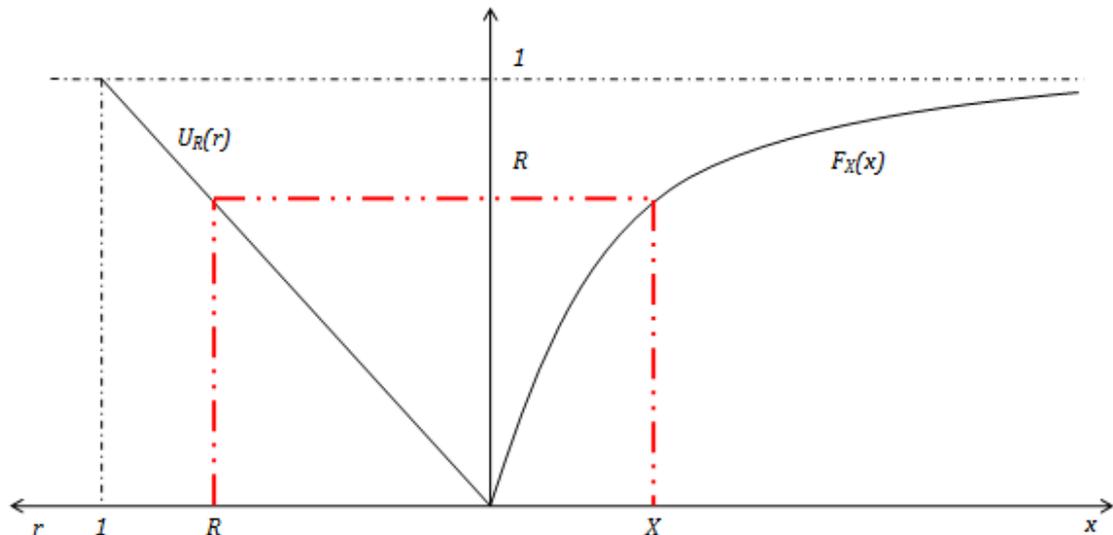


Figura 20: campionamento continuo

Prendendo in considerazione il caso discreto, sempre facendo riferimento a (Zio 2013), si ha una distribuzione con una serie di valori x_k , $k = 0, 1, \dots$ con probabilità

$$f_k = P(X = x_k) \geq 0, k = 0, 1, \dots$$

Ordinando in sequenza le $\{x\}$ tali che $x_{k-1} < x_k$, la corrispondente funzione di ripartizione risulta essere

$$F_k = P(X \leq x_k) = \sum_{i=0}^k f_i = F_{k-1} + f_k \text{ con } k = 0, 1, \dots$$

Dato un valore R campionato da una uniforme, la probabilità che il valore R cada nell'intervallo $(F_{k-1}, F_k]$, nel caso discreto è

$$P(F_{k-1} < R \leq F_k) = \int_{F_{k-1}}^{F_k} dr = F_k - F_{k-1} = f_k = P(X = x_k).$$

In altre parole, per ogni $R \sim U[0, 1)$, viene identificata la realizzazione $X = x_k$ dove k è l'indice per cui $F_{k-1} < R \leq F_k$.

Da queste osservazioni è possibile derivare i seguenti passi per campionare una realizzazione X da una cdf F_k :

- 1- campionare una $R \sim U[0,1)$;
- 2- attribuire $k = 0$ e $F = f_0$;
- 3- se $R \leq F$, procedere al punto 5;
- 4- se invece $R > F$, assegnare $k = k + 1$ e $F = F + f_k$, procedere al punto 3;
- 5- la realizzazione richiesta è $X = x_k$.

L'intero processo di campionamento discreto è schematizzato in figura 21.

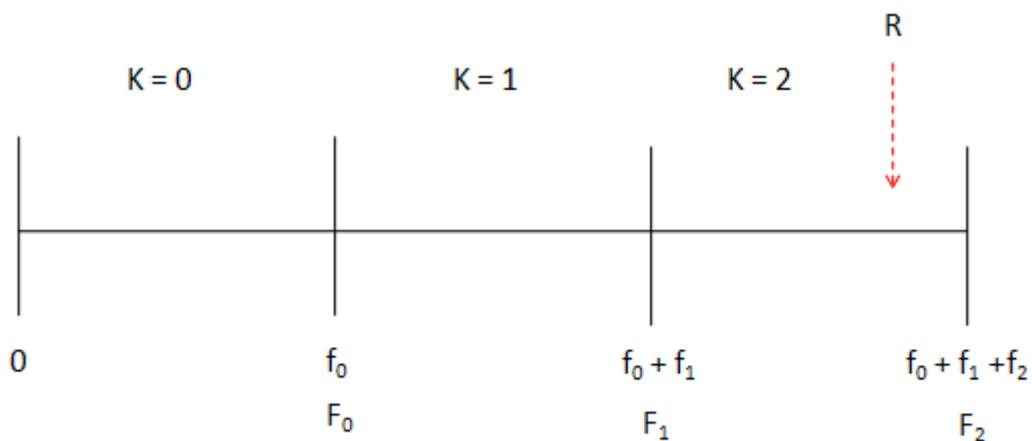


Figura 21: campionamento discreto

1.4.2.2 Applicazione alle reti AoA

Dopo la breve introduzione sul metodo viene descritta la procedura per il campionamento della funzione distributiva nel caso specifico: in (Burt e Garman 1970) viene trattato il caso delle reti AoA.

A tal proposito viene definita la seguente

$$X_j = \sum_{k \in P_j} T_k$$

come tempo per completare tutte le attività su *j-esimo path*, dove P_j rappresenta l'insieme degli archi appartenenti al *j-esimo percorso* e T_k rappresenta la durata del *k-esimo arco* estratta dalla distribuzione di ripartizione $F_k(t)$ associata all'attività stessa.

In questo modo, estraendo la T_k dall'associata funzione di ripartizione, è possibile campionare la durata di tutti i percorsi appartenenti all'insieme $P = \{P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_m\}$ che formalizza gli *m path* identificati. A partire da queste durate è possibile definire

$$T_i = \max_{j=1,2,\dots,m} (X_j) \text{ con } i = 1, 2, \dots, \text{numero run}$$

come durata campionaria dell'*i-esima* iterazione.

In sostanza viene definito il numero di iterazioni (numero di run) per la simulazione e, per ogni iterazione, vengono campionate le durate di tutte le attività e identificato il percorso che, date le durate campionate, risulta essere massimo. A partire da queste durate campionate viene stimata la funzione di densità associata al *makespan* in esame attribuendo ad ogni istante temporale t della suddetta funzione, la frequenza di accadimento di quel particolare t in tutte le iterazioni di simulazione. Più formalmente:

$$f_{makespan} (t^*) = \frac{\#accadimenti t^*}{numero run}$$

dove per $\#accadimenti t^*$ si intende il numero di volte che la grandezza t^* si è presentata in tutte le iterazioni di simulazione. L'associata funzione di ripartizione viene calcolata cumulando la precedente:

$$F_{makespan} (0) = f_{makespan} (0)$$

$$F_{makespan} (t) = F_{makespan} (t - 1) + f_{makespan} (t) \text{ con } t \neq 0 .$$

CAPITOLO 2

Metodo e validazione

Il presente capitolo è diviso in due parti, nella prima viene descritta la metodologia sviluppata per stimare il *makespan* di una rete di attività in maniera esatta, dando rilievo all'utilizzo dei differenti metodi citati nel capitolo 1. Saranno prese in considerazione le caratteristiche dei diversi metodi, la loro funzione e come più strumenti possano essere utilizzati congiuntamente. Nella seconda parte invece sarà descritto come le metodologie implementate siano state validate utilizzando una rete di attività di esempio.

L'implementazione delle metodologie descritte utilizza il software Matlab con cui è stato possibile mettere a punto diverse funzioni, ciascuna che formalizza uno specifico metodo o approccio. Questo portafoglio di funzioni permette quindi di semplificare la rete in oggetto attraverso passi successivi calcolando poi la stima del *makespan*.

2.1 Metodologie per la stima del makespan di reti di attività stocastiche

Viene di seguito descritto l'approccio sviluppato che permette, a partire da metodi presenti in letteratura e descritti nel precedente capitolo, di semplificare una rete del tipo *AoA* le cui attività abbiano una durata aleatoria. E' doveroso sottolineare che è possibile applicare questo approccio ad una qualsiasi rete di attività senza vincolo alcuno relativo al tipo di distribuzione o struttura delle rete stessa, previo studio del processo e formalizzazione di tutte le attività. L'approccio utilizzato affronta il problema in maniera numerica e non simbolico; questo implica che tutte le distribuzioni delle durate delle attività siano formalizzate come vettori numerici.

Viene di seguito descritto l'approccio sviluppato nei dettagli.

- 1- **Formalizzazione di una rete di attività:** costruita la rete di attività basandosi sulla formalizzazione del processo in oggetto, questa viene definita in Matlab in termini di matrice d'incidenza del grafo associato.
- 2- **Riduzione serie/parallelo:** vengono effettuate le semplificazioni in serie e parallelo per ridurre la complessità della rete senza operare approssimazioni.
- 3- **Riduzione cardinalità della rete:** in seguito alla semplificazione della rete, la sua descrizione in termini di matrice di incidenza viene ridefinita per ridurre la cardinalità della rete stessa e quindi lo spazio in memoria necessario.
- 4- **Verifica:** se il numero di nodi rimasti nella rete è pari a 2 ed il numero di archi pari ad 1, si va al punto 16 , altrimenti si prosegue al punto 5.
- 5- **Ricerca sottoreti:** vengono ricercati i sottografi notevoli della rete:
 - se il numero p di partizioni è pari a 1 si prosegue al punto 6 utilizzando la partizione trovata;
 - se $p > 1$, si sceglie la partizione con cardinalità minore e si prosegue al punto 6;
 - se $p = 0$, si prosegue al punto 13.
- 6- **Isolamento sottorete:** la sottorete identificata viene isolata dal resto della rete in modo da poterla modificare.
- 7- **Ricerca percorsi:** vengono ricercati, nella sottorete identificata, tutti gli *s-t paths*.
- 8- **Simulazione Monte Carlo:** utilizzando il Metodo Monte Carlo viene simulata la distribuzione del *makespan* della sottorete utilizzando i percorsi individuati al punto precedente.
- 9- **Calcolo bound e validazione:** vengono calcolati *upper* e *lower bound* utilizzati per validare la distribuzione simulata al punto precedente.
- 10- **Sostituzione sottorete:** la distribuzione calcolata del *makespan* della sottorete viene sostituita alla sottorete stessa.

- 11- **Riduzione cardinalità della rete:** si veda punto 3.
- 12- **Verifica ed iterazione:** se il numero di nodi rimasti nella rete è pari a 2 ed il numero di archi pari ad 1, si vada al punto 16 , altrimenti si itera il processo ripartendo dal punto 2.
- 13- **Ricerca percorsi:** nel caso in cui la rete non possa essere ulteriormente semplificata in termini di serie/parallelo e non ci siano ulteriori partizionamenti possibili, vengono ricercati, sull'intera rete, tutti gli *s-t paths*.
- 14- **Simulazione Monte Carlo:** utilizzando il Metodo Monte Carlo viene simulata la distribuzione del *makespan* dell'intera rete utilizzando i percorsi individuati al punto precedente.
- 15- **Calcolo bound e validazione:** vengono calcolati *upper* e *lower bound* utilizzati per validare la distribuzione simulata al punto precedente.
- 16- **Analisi dei risultati:** ottenuta la stima del *makespan* della rete vengono commentati i risultati.

Nei paragrafi successivi al presente verranno affrontati in dettaglio i passi definiti, descrivendo i metodi utilizzati e la loro specifica implementazione.

2.1.1 Formalizzazione di una rete di attività

Come descritto in (Demeulemeester e Herroelen 2002) una rete *AoA* è formalizzata tramite una matrice di incidenza A di dimensione $n \times n$, dove $n = |N|$, cioè il numero di nodi della rete. L'elemento a_{ij} della matrice assume valore 1 se un arco “nasce” dal nodo i e “muore” nel nodo j , 0 altrimenti. Ma la caratteristica principale di una rete di questo tipo è la struttura e la natura degli archi, soprattutto se di natura stocastica.

In particolare, per formalizzare la rete in Matlab, vengono definite le matrici b , c e d , di seguito descritte.

La matrice b è composta da due colonne e da un numero di righe pari al numero di archi presenti nella rete; ogni riga è associata ad un arco e la matrice definisce il nodo da cui l'arco “nasce” e quello in l'arco “muore”.

La matrice d è composta da una sola riga e definisce con un codice alfanumerico il tipo di distribuzione associata all'arco corrispondente; le distribuzioni prese in considerazione sono le seguenti:

- *Binomiale;*
- *Uniforme;*
- *Ipergeometrica;*

- *Poissoniana*;
- manuale;

dove per manuale si intende l'immissione di una curva di distribuzione non notevole e creata arbitrariamente per venire incontro a determinate esigenze per i vincoli di precedenza.

E' possibile notare come tutte le distribuzioni prese in considerazione siano discrete, questo perché è ritenuta sufficiente un'approssimazione discreta dato lo specifico utilizzo delle operazioni di tipo industriale che verranno in seguito affrontate.

Infine la matrice c , composta da un numero di righe pari al numero di archi e da quattro colonne, contiene i parametri che descrivono le distribuzioni associate agli archi stessi; quindi prendendo in considerazione le distribuzioni sopra elencate è necessario indagare le caratteristiche che delineano la natura della distribuzione stessa. Viene di seguito proposto una breve descrizione delle distribuzioni utilizzate durante il lavoro, tratte da (Montgomery 2005).

Binomiale

Viene utilizzata questo tipo di distribuzione quando si prende in considerazione una sequenza di n prove in cui il risultato di ogni prova è un "successo" o un "insuccesso", tali prove sono dette *Bernoulliane*. Se la probabilità di successo di tali prove è pari a p è costante, allora il numero di n prove di Bernoulli ha una distribuzione binomiale con parametri n e p , definita come segue:

$$p(x) = \binom{n}{p} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0, 1, \dots, n$$

con media e varianza pari a:

$$\mu = np \quad \sigma^2 = np(1-p)$$

La notazione universalmente adottata è $X \sim B(n, p)$.

Con una distribuzione di questo tipo quindi gli unici parametri necessari a descriverla sono il numero di prove n e la probabilità di successo p .

Uniforme

La peculiarità della *Distribuzione Uniforme* è quella di attribuire uguale probabilità di accadimento ad ogni elemento dell'insieme su cui è definita; quindi $p(x) = \frac{1}{n}$ dove n è il numero di elementi appartenenti all'insieme.

La notazione utilizzata è la seguente: $X \sim U(a, b) = U(0, n)$ dove a è il punto di partenza della uniforme e b è il punto di arrivo, nel caso specifico a è pari a 0 e b è pari a n .

Poisson

La caratteristica principale della *Distribuzione di Poisson* è che la media e la varianza sono uguali ad un parametro denominato λ . Un fenomeno che avviene in una unità (di tempo, spazio, volume) è spesso ben approssimata con questo tipo di distribuzione, soprattutto nel caso del conteggio del numero di difetti o non conformità di un'unità di prodotto.

In particolare la distribuzione è definita come:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, \dots$$

e come già detto

$$\mu = \sigma = \lambda$$

In questo caso perciò gli unici parametri richiesti in sede di formalizzazione sono la grandezza λ e l'osservazione x . Una variabile X che è distribuita secondo una *Poisson* si esprime come segue: $X \sim P(\lambda)$.

Ipergeometrica

Ancora in (Montgomery 2005) viene descritta una variabile soggetta a questo tipo di distribuzione come segue:

Si supponga di avere una popolazione finita di N elementi. Un certo numero, definito D con $D \leq N$, di tali elementi ricade in una classe di interesse. Viene estratto un campione casuale di n elementi della popolazione senza rimessa o in blocco e viene osservato il numero x di elementi del campione che si trova nella classe di interesse. In questo caso x è una variabile casuale ipergeometrica con distribuzione di probabilità definita nel modo seguente:

$$p(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

con media e varianza pari a :

$$\mu = \frac{nD}{N} \quad \sigma^2 = \frac{nD}{N} \left(1 - \frac{D}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

Quindi con questo tipo di distribuzione i parametri necessari a descriverla completamente sono:

- la dimensione totale della popolazione N ;
- la dimensione della classe di interesse D ;
- la dimensione del campione n .

Questo tipo di distribuzione è spesso utilizzata per i problemi di calcolo combinatorio; una variabile aleatoria distribuita secondo una *Ipergeometrica* si esprime come segue: $X \sim \mathcal{H}(N, D, n)$.

In particolare il codice alfanumerico all'interno della matrice d è scelto tra i seguenti:

- 1, distribuzione *Uniforme*;
- 2, distribuzione *Binomiale*;
- 3, distribuzione di *Poisson*;
- 4, distribuzione *Ipergeometrica*;
- 5, attività con inserimento manuale di tipo *dummy* (descritta più avanti in questo elaborato);
- 6, attività con inserimento manuale di tipo deterministico.

E' doveroso sottolineare come ad ogni tipologia distributiva differente corrisponda un comportamento altrettanto differente della variabile durata associata all'attività in esame; in sede di formalizzazione della rete bisogna associare ad ogni attività la caratteristica distributiva adatta in base anche a quelli che sono i dati a disposizione. A questo proposito si rimanda il lettore alla sezione successiva dove vengono trattati metodi di fitting.

Con questa semplice formalizzazione è possibile ricavare tutte le informazioni necessarie alla risoluzione della rete; difatti a partire dalla matrice b viene ricavata la matrice di incidenza mentre, utilizzando le matrici c e d , è possibile definire funzioni di distribuzione di densità e di ripartizione. Inserendo in Matlab le quattro matrici appena descritte viene formalizzato completamente il problema.

Riprendendo quello che è stato in precedenza definito *interdictive graph* e riportato in figura 22 è possibile proporre il seguente esempio.

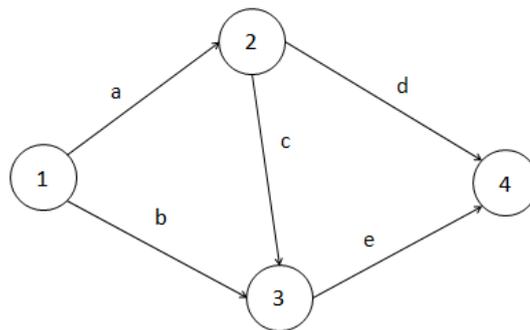


Figura 22: *interdictive graph*

Definendo le tre matrici b , c e d come quelle riportate nelle tabelle, rispettivamente, 2, 3 e 4, viene formalizzata una $G = (N, A) = (4, 5)$ quindi una rete con 4 nodi e 5 archi.

Le matrici, in particolare, modellano una rete in cui gli archi hanno natura stocastica infatti:

- l'arco 1 – 2 (nascente dall'arco 1 e morente nell'arco 2) è caratterizzato da una distribuzione di tipo Uniforme con $n = 60 - 3 + 1 = 58$;
- l'arco 1 – 3 ha una distribuzione binomiale con $n = 42$ e $p = 0.2$;
- l'attività 2 – 4 ha una distribuzione Poissoniana di valore massimo 52 e il parametro $\lambda = 0.2$;
- le attività 2 – 3 e 3 – 4 invece godono entrambe di distribuzione uniforme con n rispettivamente pari a 63 e 50.

E' anche mostrata la matrice di incidenza A ricavata dalle altre in tabella 5.

$$b = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Tabella 2: esempio matrice b

$$c = \begin{bmatrix} 3 & 60 & 0 & 0 \\ 0 & 42 & 0.2 & 0 \\ 0 & 52 & 0.2 & 0 \\ 20 & 63 & 0 & 0 \\ 10 & 50 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 3: esempio matrice c

$$d = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tabella 4: esempio matrice d

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 5: esempio matrice d'incidenza

2.1.1.1 Fitting

Le tecniche utilizzate per modellare la funzione distributiva più adatta ai dati a disposizione sono le seguenti:

- il *Metodo dei Minimi Quadrati*, abbreviato in *OLS* dall'inglese *Ordinary Least Square*;
- il *Metodo della Massima Verosimiglianza*.

Il metodo *OLS*, come enunciato in (Greene 2012), si basa sul modello del valore atteso condizionale, cioè stima una funzione regressiva per una popolazione di dati $y_i \in Y$ condizionandola ad una seconda popolazione di dati $x_i \in X$.

Nello specifico, a partire dalla nube di punti rappresentanti la popolazione Y , viene ipotizzata una funzione regressiva (in questo caso funzione distributiva) stimandone i coefficienti e minimizzando la distanza verticale tra la retta ipotizzata e la nube di punti. In figura 23 viene riportata una nube di punti esemplificativa con una retta di regressione per evidenziare dove si pone la distanza verticale.

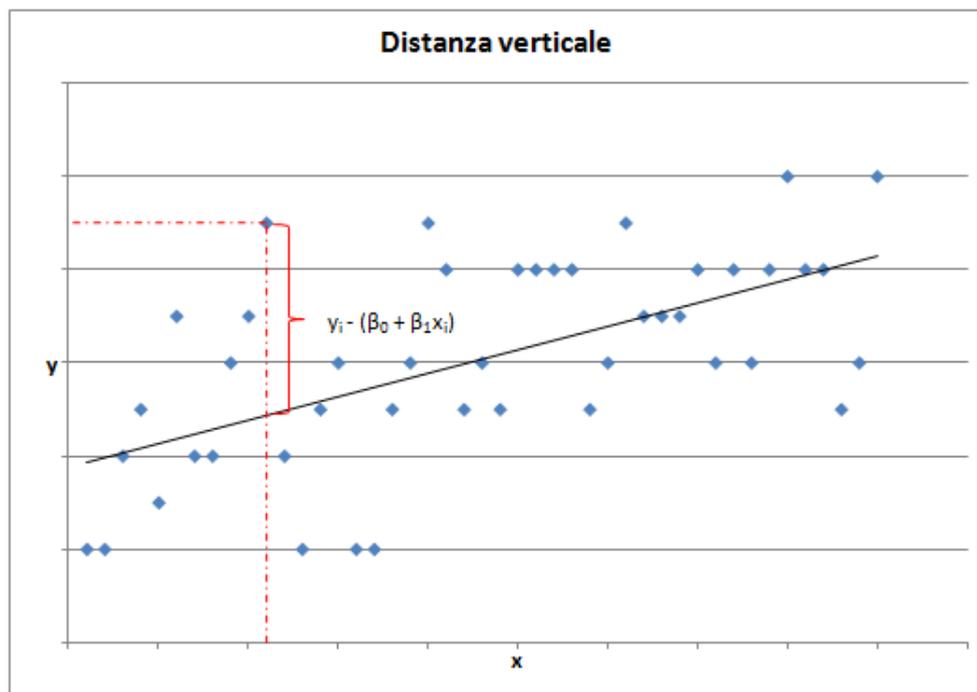


Figura 23: distanza verticale

Più formalmente, ipotizzando una funzione

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$

dove i β_j con $j = 0, 1, 2$ rappresentano i parametri da stimare e ε_i rappresenta lo scarto tra i valori stimati e i valori osservati ossia l'impatto sugli y_i di fattori che non osservo e perciò considero aleatorio. Il metodo *OLS* si propone proprio di minimizzare questa grandezza. ε_i rappresenta inoltre la distanza verticale di cui sopra e può perciò avere segno sia positivo che negativo.

In particolare dall'equazione precedente è possibile ricavare:

$$\varepsilon_i = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})$$

e quindi, volendo stimare i coefficienti propri della funzione minimizzando lo scarto si utilizza la seguente

$$\min_{\beta_0 \beta_1 \beta_2} \sum [y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})]^2 .$$

Viene utilizzato l'approccio quadratico perché la distanza verticale prima citata può essere sia positiva che negativa, quindi soggetta a compensazione in sede di somma; elevando questo scarto al quadrato si ottiene una grandezza neutra e purificata dal segno.

Il *Metodo della Massima Verosimiglianza* utilizza invece un approccio diverso, sfrutta le proprietà del logaritmo applicate alle densità stimate; anche questo strumento è trattato in (Greene 2012).

In particolare, a partire da una popolazione di dati $y_i \in Y$, viene effettuata un'assunzione distributiva e poi verificata attraverso la minimizzazione della somma di tutte le logdensità stimate.

Più formalmente, data una popolazione Y , viene effettuata un'assunzione distributiva del tipo

$$Y \sim f(a, b)$$

si ipotizza che la popolazione in esame sia estratta da una funzione distributiva generica f di parametri a e b .

In seguito viene svolta la seguente:

$$\max_{a, b} \mathcal{L}(a, b) = \sum \ln [f(a, b)].$$

In sostanza viene massimizzata la logverosimiglianza (indicata con l'operatore \mathcal{L}) rispetto ai coefficienti a e b , ossia vengono ricercati quei valori di a e b tali da rendere massimamente probabile l'appartenenza della popolazione in esame alla distribuzione assunta.

Nello specifico viene impostata la struttura della funzione distributiva tra quelle elencate in precedenza e vengono stimati i coefficienti con i due metodi appena

descritti; infine vengono scelti i coefficienti che restituiscono una funzione che *aderisce* meglio alla popolazione in esame. Scelta effettuata considerando il *coefficiente di determinazione*.

Il *coefficiente di determinazione*, come esposto in (Greene 2012) ed indicato con R^2 , è una misura della correttezza del modello statistico utilizzato ossia misura la validità della funzione regressiva messa a punto.

Si definiscano:

- $ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$, è la devianza spiegata dal modello che si va a testare (*Explained Sum of Squares*);
- $TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$, è la devianza totale (*Total Sum of Squares*);
- $RSS = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$, è la devianza residua (*Residual Sum of Squares*);

dove y_i sono i dati osservati, \bar{y} è la loro media e \hat{y}_i sono i dati stimati dal modello. La devianza è un indice che misura la dispersione di un set di dati intorno alla loro media come somma dei quadrati degli scarti dalla media.

Ed ecco il calcolo del coefficiente:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

In sostanza il coefficiente misura come la funzione stimata aderisce alla popolazione di dati tramite il rapporto tra la devianza totale della popolazione e quella che la funzione regressiva è in grado di spiegare. Data la struttura del coefficiente il suo campo di esistenza non può che essere il seguente:

$$R^2 \in (0, 1)$$

dove assume valore 0 se il modello non spiega per nulla il nulla, assume invece valore 1 se spiega perfettamente la devianza dei dati.

Viene introdotto un secondo coefficiente di *coefficiente di determinazione* che tiene conto anche del numero n di osservazioni a disposizione (ampiezza della popolazione) e del numero k di coefficienti da stimare nella funzione regressiva. Questo coefficiente è noto come *coefficiente di determinazione corretto* o *aggiustato*, e si calcola come segue:

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k-1} \frac{RSS}{TSS}$$

è possibile vedere come questo nuovo coefficiente non è altro che un aggiustamento del precedente. E' doveroso sottolineare che $R_{adj}^2 \leq R^2$ sempre, in qualunque caso.

Dati gli strumenti presentati è possibile stimare una funzione distributiva sui dati forniti e valutarne la bontà attraverso i coefficienti di determinazione.

2.1.2_Riduzione serie/parallelo

A partire dalla formalizzazione precedente è facile implementare l'algoritmo di riduzione già visto in linea generale in (Valdes, Tarjan e Lawler 1979) e prendendo spunto anche da quello in (Martin 1964). E' già stato detto a sufficienza sull'algoritmo di semplificazione e, non volendosi dilungare ulteriormente, si procede con l'illustrazione della formalizzazione delle variabili necessarie ad affrontare l'algoritmo stesso.

In particolare, data la formalizzazione definita nel paragrafo precedente, ogni arco della rete è caratterizzato da una propria funzione *pdf* e *cdf* che sono registrate nel software Matlab in apposite variabili dette *celle* che non sono altro che matrici di vettori. Seguendo la logica adottata precedentemente (e che verrà adottata per il resto dell'elaborato), secondo la quale ad egual riga corrisponde egual arco per tutte le variabili, il vettore presente nella generica riga *i* della cella *pdf* è associato all'arco presente nella medesima riga *i* della matrice *b*.

Le matrici proposte in tabella 6, 7 e 8 esplicano il concetto chiaramente; si può vedere infatti come le variabili *cdf* e *pdf* abbiano un numero di righe (e quindi di vettori, espressi con []) pari al numero di righe della matrice *b*.

$$b = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Tabella 6: esempio matrice b

$$cdf = \begin{bmatrix} [] \\ [] \\ [] \\ [] \\ [] \end{bmatrix}$$

Tabella 7: esempio cella cdf

$$pdf = \begin{bmatrix} [] \\ [] \\ [] \\ [] \\ [] \end{bmatrix}$$

Tabella 8: esempio cella pdf

Con questa formalizzazione è stato semplice implementare l'algoritmo di semplificazione in serie e parallelo seguendo sempre la logica presentata “*ad equal riga corrisponde equal arco per tutte le variabili*”, e grazie agli strumenti di Matlab è stato possibile eseguire le procedure di semplificazione come di seguito esposto.

2.1.2.1 Riduzione in serie

Per quanto riguarda la semplificazione in serie è stato usato il comando $conv(u, v)$ che applica l'operatore convoluzione ai vettori u e v inseriti; nel caso specifico i due vettori sono le funzioni di densità degli archi soggetti a semplificazione.

Date la attività A e B caratterizzate dalle funzioni di densità $f_A(t)$ e $f_B(t)$ soggette a riduzione in serie, formalmente si ha:

$$f_C(t) = conv(f_A(t), f_B(t))$$

dove $f_C(t)$ è la pdf associata all'attività risultante dalla semplificazione.

E' possibile applicare la funzione $conv(u, v)$ già presente in Matlab grazie all'approccio numerico che viene sfruttato per tutta lo studio effettuato nel presente elaborato.

2.1.2.2 Riduzione in parallelo

Per la riduzione in parallelo invece è stata effettuata una semplice moltiplicazione elemento per elemento tra i vettori caratterizzanti la funzione cumulata associati all'arco

soltanto dopo aver reso i due vettori di egual dimensione aggiungendo degli 1 a valle di quello più corto.

Per chiarire il procedimento si prenda in considerazione l'esempio seguente: si hanno due funzioni cumulate associate a due ipotetiche attività A e B , la prima ha dimensione 10 (cioè l'attività è svolta, al massimo, in 10 unità temporali) mentre la seconda ha dimensione 8.

$$cdf_A = (0, 0, 0.1, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1)$$

$$cdf_B = (0, 0, 0.3, 0.4, 0.5, 0.8, 0.9, 1)$$

Per poter quindi moltiplicare elemento per elemento tra di loro i due vettori è necessario allungare la seconda funzione di due unità temporali; per fare questo e non intaccare le proprietà distributive dell'attività in esame è doveroso aggiungere degli 1 in fondo al vettore. Aggiungendo degli 1 per le unità temporali più elevate non si fa altro che assumere che la probabilità che l'osservazione abbia valore minore o uguale di 9 e 10 è pari ad 1, quindi senza cambiare le proprietà del vettore. Più formalmente si avrà:

$$P(x_B \leq t) = 1 \quad cont = 8, 9, 10$$

ottenendo

$$cdf'_B = (0, 0, 0.3, 0.4, 0.5, 0.8, 0.9, 1, 1, 1)$$

Con questa procedura è possibile effettuare agevolmente la procedura di riduzione in parallelo.

2.1.3 Riduzione cardinalità della rete

A valle di ogni semplificazione in serie o parallelo viene effettuata una riduzione della rete stessa per diminuire la complessità della rete stessa ed in particolare ridurre la dimensione della matrice d'incidenza.

In particolare viene esaminata la matrice A ottenuta e, per ogni colonna ed ogni riga i , viene calcolata la somma degli elementi presenti; se la somma di tali elementi per la medesima riga e colonna i è pari a 0, vuol dire che il nodo associato non è più attivo, perciò è possibile stralzarlo e ridurre la matrice. Più rigorosamente, se:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ji} = 0$$

allora il nodo i non è più presente nella rete ed è possibile scalare l'ordine numerico dei nodi successivi ad i , rappresentate il nome degli stessi.

Nello specifico si presti attenzione alla rete in figura 24; si può notare come la denominazione dei due nodi presenti sia 1 e 3, pur non essendo più presente il nodo 2.



Figura 24: esempio riduzione

La matrice d'incidenza associata è la seguente:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 9: esempio matrice d'incidenza

è possibile notare come la somma degli elementi della colonna 2 e della riga 2 siano pari a 0. Date queste premesse è possibile cambiare il nome dell'unico nodo successivo al secondo e reimpostare la matrice d'incidenza; in figura 25 è riportato il risultato della riduzione e, di seguito, viene proposta la nuova matrice d'incidenza.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 10: esempio matrice d'incidenza ridotta



Figura 25: esempio riduzione

In definitiva si ottiene una rete di soli due nodi la cui matrice d'incidenza associata è quadrata di lato $n = 2$.

Allo stesso modo è possibile effettuare questa operazione su reti più complesse.

2.1.4 Ricerca sottoreti ed isolamento

In seguito ad una operazione di riduzione serie/parallelo e relativa riduzione è possibile trovarsi di fronte ad una rete non ulteriormente semplificabile a causa della sua struttura topologica.

E' possibile definire in linea generale soltanto alcune reti *notevoli* che ripetute, combinate e collegate l'una all'altra possono dare vita a *network* realmente complesse. Nel dettaglio, oltre al grafo chiamato in precedenza *interdictive graph* di cui è già stata fornita riproduzione, vengono forniti alcuni esempi tratti dalla letteratura: in figura 26 è riportato un grafo $G = (6, 8)$ utilizzato in (Möhring s.d.), in figura 27 è fornito un esempio di grafo $G = (6, 9)$ tratto da (Kulkarni e Adlakha 1986), mentre in figura 28 è riprodotta una *network* utilizzata in (Burt e Garman 1970) e definita *multiply-crossed*.

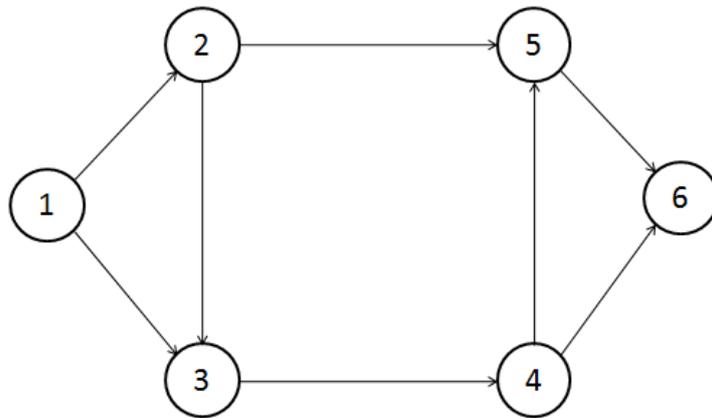


Figura 26: esempio rete AoA

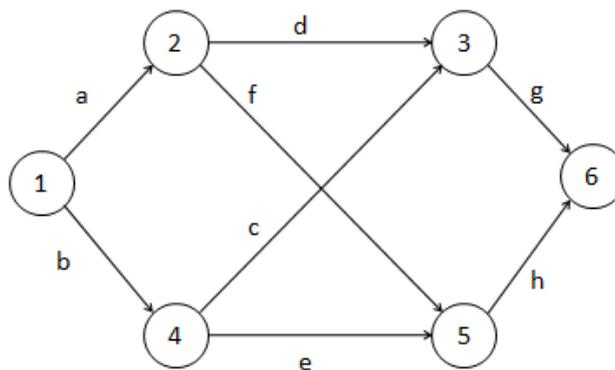


Figura 27: esempio rete AoA

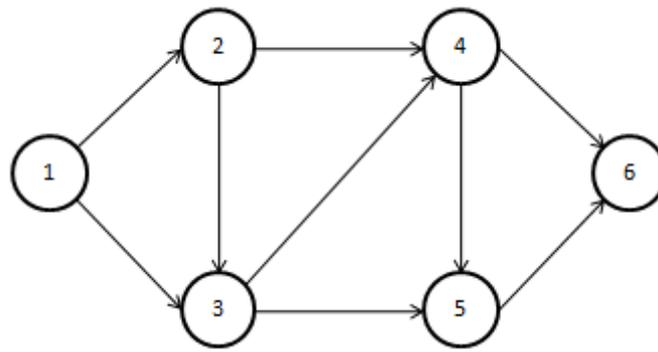


Figura 28: esempio rete AoA

Questi appena riportati sono solo dei semplici esempi esistenti in letteratura, la versatilità delle reti AoA permette di identificare un numero infinito di situazioni reali.

Nel presente elaborato è stato scelto, seguendo la procedura formalizzata precedentemente, di ricercare delle sottoreti, contenenti porzioni di grafi non semplificabili direttamente e stimarne il relativo *makespan* con una procedura separata; dal *makespan* stimato vengono poi estrapolate le funzioni *cdf* e *pdf* relative alla sottorete e immesse nella rete di partenza, sostituendo l'intera sottorete con un solo arco e due soli nodi. In sostanza, una volta identificata la sottorete, ne viene stimato il *makespan* con una simulazione e poi semplificata la sottorete nella rete generale.

Il primo passo per una procedura di questo tipo è individuare le sottoreti adatte.

2.1.4.1 Partizioni

Come detto in precedenza attraverso un partizionamento della rete, è possibile identificare delle sottoreti non direttamente risolubili con metodi serie e parallelo e che, soprattutto, hanno le sembianze di una rete AoA vera e propria; è necessario quindi che queste sottoreti abbiano un solo nodo sorgente ed un solo nodo pozzo, come le reti AoA formalizzate in (Elmaghraby, Activity Networks - Project Planning and Control by Network Models 1977).

In linea generale vengono ricercate delle sottoreti, in numero pari a due o tre a seconda dei casi e della topologia specifica del *network* in esame, tali da essere connesse da un solo arco e tali da avere il nodo sorgente nella prima sottorete e il nodo pozzo nella seconda (nel caso di tre sottoreti si avrebbe l'origine nella prima sottorete ed il pozzo nella terza). La scelta di considerare tre sottoreti è preferibile perché in questo modo si otterrebbe una sottorete centrale, libera da nodi considerati particolari (sorgente e pozzo) e sulla quale, perciò, sarebbe possibile lavorare senza grossi problemi. Esistono però situazioni specifiche in cui è necessario identificare soltanto due sottoreti: si prenda come esempio il caso in cui si identificano tre sottoreti, viene semplificata

quella centrale tramite una simulazione e ci si ritrova di nuovo con una rete complessa. In questo caso specifico difficilmente si riusciranno ad identificare ancora tre sottoreti come in precedenza, bisogna perciò ricercare soltanto due sottoreti.

Il risultato che si va ricercando è quello schematizzato nella rete in figura 29 in cui si ha un grafo suddiviso in tre sottoreti identificate con 0, 1 e 2: il nodo sorgente è compreso nella sottorete 0 mentre il nodo pozzo è compreso nella sottorete 2. La sottorete 1 è “libera” da vincoli particolari e sarebbe la prediletta per una simulazione e conseguente semplificazione.

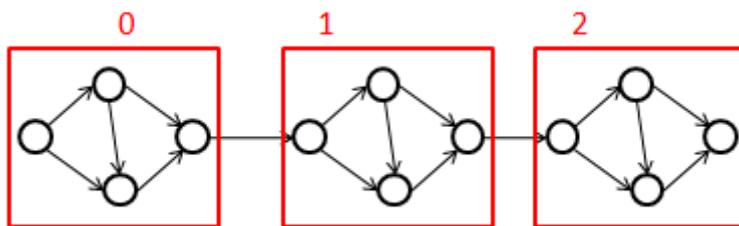


Figura 29: esempio partizione

Un modo per individuare le sottoreti di interesse è quello di elencare tutte le possibili partizioni ed eliminare quelle non realmente applicabili o che non vengono considerate utili. Per elencare tutte le possibili sottoreti ricavabili da un grafo equivale ad abbinare a ciascun nodo un numero identificabile la sottorete (come in figura ..) a cui appartiene il nodo stesso, ed ottenere così una serie di stringhe di lunghezza pari ad n (numero totale di nodi presenti) che identificano la struttura delle partizioni della rete.

Ad esempio per una rete con un numero di nodi pari a 3 l’elenco completo di tutte le partizioni possibili è il seguente:

001 010 100 110 011 101 111 002 020 200 220 022 202
 222 112 121 211 221 122 212 012 021 102 201 120 210

E’ ovvio che soluzioni del tipo 000 o 111 non possono essere prese in considerazione perché identificano una e una sola sottorete e vanno stralciate, ma fanno parte comunque di tutte le possibili combinazioni ottenibili.

Agendo in quest’ottica e cercando di automatizzare il processo di individuazione delle partizioni disponibili sono stati presi in considerazione i seguenti algoritmi:

- *Gray binary generator*: algoritmo di generazione di codici binari;
- *Loopless Reflected Mixed-Radix Gray Generation*: algoritmo di generazione di n -uple formate da codici in base 3;

- *Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente: algoritmo messo a punto per il caso specifico in esame.*

2.1.4.1.1 Gray binary generator

Come definito in (Knuth 2005), il *Gray binary code* elenca tutte le 2^n possibili combinazioni di una stringa di n bits in modo che solo un bit cambi da una stringa alla successiva; ad esempio per una stringa con $n = 4$ il codice ottenibile sarebbe il seguente:

```
0000 0001 0011 0010 0110 0111 0101 0100
1100 1101 1111 1110 1010 1011 1001 1000
```

E' possibile notare come le combinazioni contigue differiscano l'una dall'altra per un solo bit che viene trasformato da 0 a 1 o viceversa; questo aspetto è da non sottovalutare in ottica computazionale, infatti, data questa premessa, è molto più semplice automatizzare un processo anche con n molto grande. Questo codice è frequentemente utilizzato in applicazioni in cui informazioni analogiche vengono trasformate in digitale o viceversa.

L'idea che sta alla base del procedimento proposto prevede di effettuare una prima ripartizione in due sottoreti del grafo di partenza sfruttando il *Gray binary generator*, ottenendo così una serie di possibili risultati; a partire da questi viene reiterata la generazione di stringhe binarie prendendo in considerazione solo i nodi con codice 1. In altre parole viene suddivisa la rete di partenza in due sottoreti per poi dividere nuovamente la sottorete identificata con il codice 1 in due ulteriori sottoreti, ottenendo in totale un numero pari a tre sottoreti. Nella figura 30 viene schematizzato il processo.

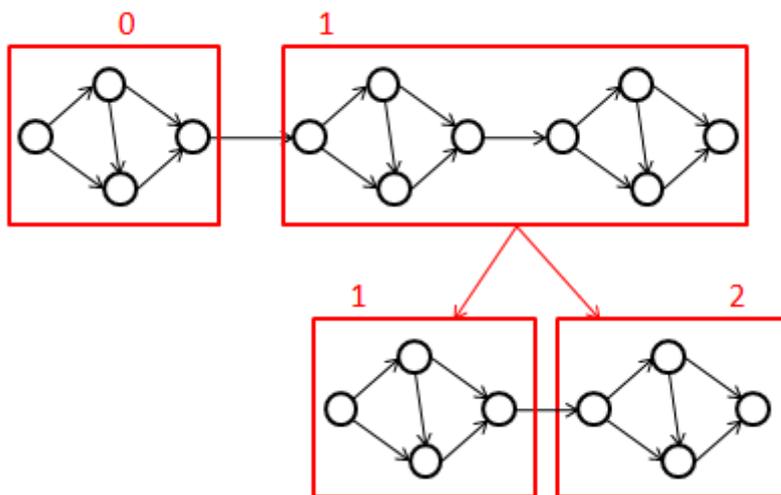


Figura 30: esempio partizione

L'algoritmo denominato *Graybinary generator* viene inizializzato ponendo tutti i bit della stringa a 0 e impostando un bit di controllo denominato a_∞ pari a 0, quindi si ha:

$$(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0) = (0, \dots, 0, 0)$$

dove $(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)$ rappresenta la stringa di bit della partizione.

La procedura, tratta da (Knuth 2005), è la seguente:

- 1- Porre $a_\infty = 0$ e $a_j = 0$ per $0 \leq j \leq n$ (con n numero di nodi, e quindi di bit, da esaminare).
- 2- Visitare tutti i bit appartenenti alla stringa $(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)$.
- 3- Porre $a_\infty = 1 - a_\infty$.
- 4- Se $a_\infty = 1$, porre $j = 0$, altrimenti porre $j \geq 1$ minimo tale che $a_{j-1} = 1$.
- 5- Se $j = n$ uscire dal ciclo, altrimenti porre $a_j = 1 - a_j$ e tornare al passo 2.

Iterando questa sequenza di operazioni sui nodi con bit pari a 1 si ottiene una seconda serie di stringhe rappresentante tutte le partizioni concernenti tre sottoreti. Per portare un esempio è possibile considerare una rete con soli quattro nodi ed elencare tutte le possibili combinazioni di partizioni in tre sottoreti dividendo il processo nei due step; nel primo step, cioè dividendo la rete in sole due sottoreti si ottengono le $2^n = 2^4 = 16$ stringhe riportate nella pagina precedente.

A partire da queste stringhe viene iterato il procedimento trasformando le sottoreti identificate con 1, in ulteriori sottoreti 1 e 2, ottenendo, complessivamente, le seguenti:

```
0000 1100 2100 2200 1200 0110 0210 0220 0120 1110 2110 2210 1210
1220 2220 2120 1120 1010 2010 2020 1020 0011 0021 0022 0012 1011
2011 2021 1021 1022 2022 2012 1012 1111 2111 2211 1211 1221 2221
2121 1121 1122 2122 2222 1222 1212 2212 2112 1112 0111 0211 0221
0121 0122 0222 0212 0112 0101 0201 0202 0102 1101 2101 2201 1201
1202 2202 2102 1102 1001 2001 2002 1002
```

E' possibile notare come sia nel primo che nel secondo step tutte le stringhe contigue varino l'una dall'altra soltanto per un bit.

2.1.4.1.2 *Loopless Reflected Mixed-Radix Gray Generation*

Questo algoritmo è del tutto simile al precedente con la sola differenza che genera stringhe con elementi non solamente binari ma con range estesi; in effetti questo algoritmo non è altro che la generalizzazione del precedente. Facendo riferimento ancora a (Knuth 2005) è possibile formalizzarlo l'algoritmo come segue.

L'algoritmo consente di generare una serie di stringhe con n elementi definiti $(a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_n)$ che possono assumere valori compresi tra 0 e m_j e quindi $0 \leq a_j \leq m_j$ con $0 \leq j \leq n$, cambiando solo un elemento in ± 1 ad ogni iterazione. E' necessario creare un vettore "puntatore" $(f_n, \dots, f_j, \dots, f_0)$ che controlla l'avanzare della procedura ed un vettore di direzioni $(d_{n-1}, \dots, d_j, \dots, d_0)$. Si assumano gli $m_j \geq 2$.

La procedura nel dettaglio:

- 1- Porre $a_j = 0$, $f_j = j$ e $d_j = 1$, per $0 \leq j \leq n$; porre anche $f_n = n$.
- 2- Visitare tutti gli $(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)$.
- 3- Porre $j = f_0$ e conseguentemente $f_0 = 0$.
- 4- Terminare ed uscire dal ciclo se $j = n$; altrimenti definire $a_j = a_j + d_j$.
- 5- Se $a_j = 0$ oppure $a_j = m_j - 1$, porre $d_j = -d_j$, $f_j = f_{j+1}$ e $f_{j+1} = j + 1$.

Con questo strumento si ottiene il medesimo risultato ottenibile con il *Gray Binary Genetor* senza però utilizzare una procedura annidata come nel caso precedente; infatti impostando n pari al numero di nodi in esame e $m_j = 2 \forall j$, è possibile ottenere i medesimi risultati riportati precedentemente.

2.1.4.1.3 Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente

Il terzo ed ultimo metodo preso in considerazione per ricercare le partizioni di interesse in una rete AoA è stato messo a punto appositamente per questo elaborato.

Si basa sull'assunzione che i nodi all'interno della rete siano disposti in ordine topologico. Come definito da (Ahuja, Magnanti e Orlin 1993), considerando una rete *dag*, formalmente $G = (N, A)$, se si ha $i < j$ per ogni arco $(i, j) \in A$, è possibile dire che i nodi della rete seguono un *ordine topologico*.

Meno rigorosamente è possibile intendere una rete *dag* come ordinata topologicamente se ogni arco nasce da un nodo che ha un ordinamento cardinale minore rispetto al nodo nel quale l'arco muore; si parla di ordinamento cardinale perché i nomi dei nodi sono sempre un numero intero (per quanto riguarda il presente elaborato). Seguendo questi dettami è possibile dire che ci si ritroverà sempre nella situazione in cui un ipotetico arco a nasce dal nodo 2 e muore nel nodo 3 e non viceversa.

Data questa assunzione è possibile strutturare il processo negli step di seguito riportati.

- 1- Inizializzare il processo creando un vettore chiamato *part* di lunghezza pari ad n (numero di nodi presenti nella rete) e formato da bit unitari eccezion fatta per il primo posto occupato da uno 0. Questa inizializzazione sta a formalizzare la situazione in cui la sottorete 0 sia formata solo dal nodo sorgente mentre tutto il

resto della rete sia compreso nella sottorete 1. Si imposta l'indice k pari a 2; l'indice serve per l'avanzamento del processo in tutta la lunghezza del vettore.

- 2- Cambiare il bit in posizione k nel vettore *part* da 1 a 0; contare gli archi che uniscono le due sottoreti: se il numero di archi che collegano la sottorete 0 e la sottorete 1 è uguale a 1 (o al numero di archi che si desidera colleghino le due sottoreti) registrare la partizione in una matrice denominata *part2*. Iterare il passo 2 fino a quando k è pari a n .
- 3- Analizzare tutte le partizioni contenute in *part2* operando a partire dal bit di posto n . Impostare k pari ad n .
- 4- Cambiare il bit di posto k da 1 a 2 e calcolare il numero di archi che collegano le sottoreti 1 e 2, se il numero di archi è pari ad 1 (o al numero di archi che si desidera colleghino le due sottoreti), registrare la struttura in una terza matrice denominata *part3*. Iterare il procedimento per tutte le partizioni in memoria nella matrice *part2*, variando k fino al bit successivo all'ultimo bit pari a 1.

In output si ottiene una matrice con numero di colonne pari al numero di nodi presenti nella rete e numero di righe pari al numero di partizioni trovate.

Il numero di archi che collegano le sottoreti, cui si fa riferimento nei tre algoritmi, è determinante nella scelta del numero di partizioni da generare e da gestire nel seguito del processo; non dilungandosi troppo su questa parte che verrà di seguito affrontata, basta dire che questa variabile è di fondamentale importanza.

2.1.4.1.4 Confronto tra metodi

Partendo dal presupposto che i tre metodi convergono alla medesima soluzione è possibile effettuare un confronto impostato sulle due diverse variabili: lo spazio richiesto in memoria e la velocità di esecuzione.

Per quanto riguarda lo spazio in memoria richiesto e ponendo n pari al numero di nodi della rete, è possibile dire che:

- con il *Loopless Reflected Mixed-Radix Gray Generation* vengono stoccate in memoria tutte le possibili 3^n partizioni generabili a partire dalla formalizzazione della rete, per poi andare a stralciare le partizioni non adatte;
- con il *Gray binary generator* vengono inizialmente stoccate in memoria soltanto 2^n partizioni per il primo step, ed in seguito, altre 2^m partizioni per ogni soluzione trovata nel primo step, dove m è il numero di bit pari ad 1 in ogni possibile configurazione, perciò un numero totale difficilmente quantificabile;
- con l'*Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente* vengono messe in memoria solo le partizioni che rispondono alle esigenze di configurazione, senza elencarle tutte.

Date le valutazioni effettuate è possibile dire che il metodo che da meno problemi a livello di allocazione di memoria è sicuramente *Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente*, anche se è doveroso ricordare che questo metodo funziona solo quando la rete è ordinata topologicamente.

In tabella 11 vengono proposti degli esempi, nella prima colonna si ha il numero di nodi appartenenti alla rete, nella seconda si hanno il numero di partizioni che vengono messe in memoria con il metodo *Loopless Reflected Mixed-Radix Gray Generation* mentre nella terza colonna si ha il numero di soluzioni identificabili nel primo step con il *Gray binary generator*.

n	Loopless	Binary (1° step)
10	59.049,00	1.024,00
15	14.348.907,00	32.768,00
20	3,487E+09	1.048.576,00
25	8,473E+11	33.554.432,00
30	2,059E+14	1,074E+09

Tabella 11: confronto metodi partizionamento

In particolare è possibile osservare come con il *Loopless Reflected Mixed-Radix Gray Generation* cercare delle partizioni su una rete con almeno 20 nodi diventi un'impresa ardua in mancanza di una macchina davvero performante date le $3,487 * 10^9$ possibili soluzioni disponibili. Con il metodo *Gray binary generator* questo problema viene attenuato dato che il lavoro di partizionamento viene svolto su due step e tra il primo ed il secondo una serie di partizioni non ammissibili viene a priori stralciato; per ogni soluzione stralciata nel primo step vengono risparmiate 2^m partizioni nel secondo step, dove m è il numero di bit pari ad 1 della configurazione stralciata. Ipotizzando quindi di cancellare una partizione con cardinalità (numero di bit pari ad 1, cioè la grandezza della sottorete centrale) pari a 8, si risparmierebbero $2^8 = 256$ nuove soluzioni.

Il confronto con il metodo *Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente* è possibile effettuarlo solo su casi specifici in quanto non mette a memoria un numero di partizioni predeterminato.

Per quanto riguarda la velocità di esecuzione dei tre metodi è possibile fare dei confronti soltanto applicando gli algoritmi su una medesima rete e comparando i risultati. Nello specifico andando a ricercare tutte le partizioni su una rete con 12 nodi e 18 archi si impiegano:

- 384.37 secondi con il *Gray binary generator*;
- 15.46 secondi con il *Loopless Reflected Mixed-Radix Gray*;

- 0.0156 secondi utilizzando l' *Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente*.

Questo semplice esempio è sufficiente a chiarire le gerarchie tra i metodi utilizzanti in termini di velocità di esecuzione, ma viene comunque proposto una seconda dimostrazione su una rete con 14 nodi e 20 archi, impiegando:

- 118.17 secondi con il *Loopless Reflected Mixed-Radix Gray*;
- 0.0312 secondi utilizzando l' *Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente*.

Date le prove effettuate viene ritenuto più efficiente utilizzando l' *Algoritmo di generazione di partizioni a partire da reti ordinate topologicamente* in quanto necessita di minor tempo per l'esecuzione e al contempo minor spazio in memoria, anche se non a priori quantificabile.

2.1.4.2 Isolamento sottorete

Una volta ottenute tutte le combinazioni possibili di sottoreti esistenti, è necessario stralciare quelle non adatte allo scopo e quelle non fattibili. In particolare, le condizioni necessarie per cui una sottorete sia ritenuta "interessante" e quindi utilizzabile, sono varie e cambiano a seconda dei casi, delle proprietà topologiche della rete e delle operazioni già effettuate; in particolare, si hanno le seguenti.

- 1- Il nodo sorgente deve appartenere alla sottorete 0.
- 2- Se si vuole ripartire la rete in tre sottoreti:
 - il nodo pozzo deve appartenere alla sottorete 2;
 - il numero di archi tra la sottorete 0 e la 1, e tra la sottorete 1 e la 2, deve essere pari ad 1;
 - il numero di archi tra la sottorete 0 e la 2 deve essere al massimo pari ad 1.
- 3- Se si vuole ripartire la rete in due sottoreti:
 - il nodo pozzo deve appartenere alla sottorete 1;
 - il numero di archi tra la sottorete 0 e la 1, deve essere pari ad 1.

Condizione necessaria è che il nodo sorgente appartenga alla prima sottorete mentre il nodo pozzo deve appartenere all'ultima sottorete ricercata. Per quanto riguarda le partizioni in tre sottoreti si prendono in considerazione due casi: quello in cui il numero di archi tra la sottorete 0 e la sottorete 2 è pari a 0, come rappresentato in figura 31; e quello in cui il numero di archi tra la sottorete 0 e la sottorete 2 è pari a 1 come in figura 32.

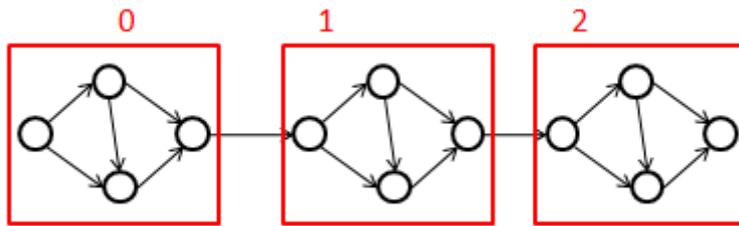


Figura 31: esempio partizionamento

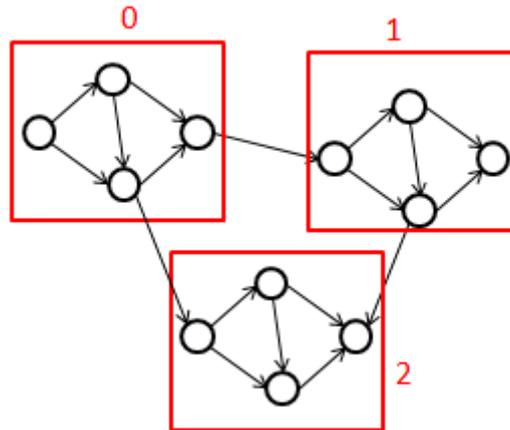


Figura 32: esempio partizionamento

L'esistenza di un arco tra le sottoreti 0 e 2 può risultare interessante perché permetterebbe di ottenere delle configurazioni in cui applicare una riduzione in parallelo dopo la simulazione della sottorete centrale.

L'operazione di stralcio delle stringhe non adatte viene effettuata tramite un conteggio degli archi che collegano le sottoreti appoggiandosi su di una matrice con un numero di righe pari al numero di stringhe individuate e un numero di colonne pari a tre, come il numero di tipi di collegamenti tra le sottoreti della rete.

Una volta stralciate le configurazioni che non rispondono agli assunti appena elencati, viene prescelta la configurazione avente la sottorete da trattare con cardinalità minore. Questa scelta è effettuata per limitare il numero di archi a cui applicare la simulazione e, di conseguenza, limitare l'approssimazione.

L'isolamento della sottorete è effettuato creando una nuova rete *ad hoc* a partire dalla partizione identificata. In particolare vengono presi tutti i nodi e gli archi contenuti nel sottografo viene creata una nuova rete in cui il nodo sorgente della sottorete è identificato con il numero 1 ed a scalare tutti gli altri nodi. Più formalmente, definito il vettore *partizione* che identifica la sottorete proposta in figura 33 (gli archi tratteggiati e di colore rosso identificano parti della rete che vengono celati per l'esempio corrente),

vengono create delle matrici definite b_{part} , A_{part} , cdf_{part} e pdf_{part} che formalizzano la sola sottorete riportate rispettivamente in tabella 12, 13, 14 e 15.

$$partizione = \{6, 7, 8, 9\}$$

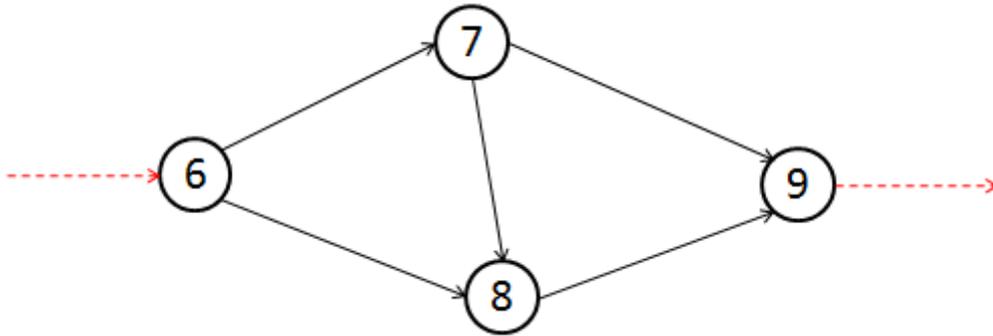


Figura 33: esempio isolamento

$$b_{part} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Tabella 12: esempio matrice b_{part}

$$A_{part} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 13: esempio matrice A_{part}

$$cdf_{part} = \begin{bmatrix} [] \\ [] \\ [] \\ [] \\ [] \end{bmatrix}$$

Tabella 14: esempio matrice cdf_{part}

$$pdf_part = \begin{bmatrix} [] \\ [] \\ [] \\ [] \\ [] \end{bmatrix}$$

Tabella 15: esempio matrice pdf_part

E' possibile vedere come la matrice b_part e l'associata matrice A_part identifichino una rete con una struttura uguale a quella della sottorete in esame ma in cui i nomi dei nodi partono dal numero 1 invece che dal numero 6.

A partire da questa rete "isolata" è possibile andare a stimare il *makespan* utilizzando le tecniche Monte Carlo, previa identificazione di tutti gli *s-t paths*.

2.1.5 Ricerca percorsi

L'algoritmo per l'individuazione dei percorsi prende spunto dalla tecnica definita *Algoritmo di Dijkstra* in (Ahuja, Magnanti e Orlin 1993) presentata dalla fonte come strumento per determinare il percorso più breve in una *network* con archi di lunghezza non negativa. Questa tecnica, ogni qualvolta che si sposta in un nuovo nodo della rete, lo raggiunge attraverso il percorso di lunghezza minima, fino ad arrivare al nodo n . Infatti è dimostrato che il percorso minimo dal nodo 1 al nodo k , è composto dal percorso minimo dal nodo 1 fino al nodo $i = 1, 2, \dots, k - 1$ e dall'arco (i, k) ; bisogna quindi solo selezionare l'arco (i, k) di lunghezza minima.

Ovviamente il caso in esame è molto diverso: avendo a che fare con archi ed attività di natura stocastica non è possibile definire univocamente il percorso più corto, inoltre quello che interessa è identificare tutti i percorsi dal nodo origine al nodo pozzo, già definiti *s-t paths* e non il solo percorso minimo.

La procedura presentata in questo elaborato si ispira all' *Algoritmo di Dijkstra* nel modo in cui passa da un nodo all'altro. L' *Algoritmo di Dijkstra* ogni qualvolta trova un bivio uscendo da un nodo, prende l'arco di minore lunghezza per proseguire il cammino; lo strumento che a breve verrà esposto invece, ogni qualvolta incontra un bivio registra entrambi i percorsi, percorrendo in primis quello che viene riscontrato per primo nella matrice b , mettendo da parte momentaneamente gli altri.

Nello specifico, l'algoritmo utilizzato percorre i seguenti passi:

- 1- Stilare una *unsatisfied list* contenente tutti i nodi della rete (compresi sorgente e pozzo).
- 2- Definire la variabile $v = 1$ come nodo in esame ed eliminare il nodo v dalla *unsatisfied list*.
- 3- Analizzare la matrice b e cercare eventuali archi che hanno come nodo di origine v :
 - se il numero di archi individuati è pari a 1, registrare l'arco in una seconda lista denominata *path list* (in cui verranno memorizzati tutti i percorsi) e definire v come il nodo in cui l'arco individuato muore;
 - se il numero di archi individuati è > 1 ci si trova di fronte ad un bivio, registrare il primo arco incontrato nella *path list*, definire v come il nodo in cui l'arco muore e registrare gli altri archi individuati in un vettore chiamato *pathflag list* insieme a tutti gli archi che definiscono il percorso dal nodo origine fino a v .

La *pathflag list* è in realtà una matrice, infatti è possibile trovare molteplici bivi, e quindi molteplici liste, nel corso dell'analisi; in questa matrice viene anche registrato il nodo in cui l'arco appena registrato muore.

Se il nodo v è uguale al nodo pozzo della rete, passare al passo 4, altrimenti iterare.
- 4- Prendere in considerazione la *pathflag list* e tornare al passo 3 ponendo v pari al nodo in cui l'ultimo arco della lista muore, cancellare la lista corrispondente. Iterare fino a che la *pathflag list* è vuota, cioè fino a che tutte le liste registrate sono state esaminate.
- 5- Tutti i percorsi sono stati individuati, uscire dal ciclo.

Anche per le liste utilizzate in questo algoritmo è stata utilizzata la logica precedentemente adottata secondo la quale ad egual riga corrisponde egual arco, in questo modo è possibile registrare gli archi presi in considerazione semplicemente con un bit: 1 se l'arco viene registrato, 0 altrimenti.

Prendendo in considerazione la rete tratta da (Möhring s.d.) e già presentata in figura 26 è possibile definire il seguente esempio.

La rete è stata formalizzata con le matrici b e A e la *unsatisfied list*, riportate nelle tabelle 16, 17 e 18, è definita come segue:

$$b = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 3 & 4 \\ 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Tabella 16: esempio matrice b

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 17: esempio matrice d

$$\begin{matrix} \textit{unsatisfied} \\ \textit{list} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Tabella 18: esempio matrice unsatisfied list

Partendo con $v = 1$ si incontrano subito due archi nascenti entrambi dal nodo 1, l'arco che muore nel nodo 2 e quello che muore nel nodo 3; viene stornato il nodo 1 dalla *unsatisfied list*, aggiornato $v = 2$, registrato l'arco 1 – 2 nella *path list* e viene inoltre annotato l'arco 1 – 3 nella *pathflag list* ottenendo le matrici riportate in tabella 19, 20 e 21.

$$\begin{matrix} \textit{unsatisfied} \\ \textit{list} \end{matrix} = \begin{bmatrix} - \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Tabella 19: esempio matrice unsatisfied list

$$\begin{matrix} \textit{path} \\ \textit{list} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 20: esempio matrice path list

$$\begin{matrix} \textit{path} \\ \textit{flag} \\ \textit{list} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 21: esempio path flag list

Al passo successivo con $v = 2$ si incontra nuovamente un bivio con due archi che nascono dal nodo: l'arco $2 - 3$ e l'arco $2 - 5$; nuovamente vengono aggiornate le liste inserendo nella *pathflag list* il percorso $1 - 2, 2 - 5$, aggiornando la *path list* con l'arco $2 - 3$ e impostando la variabile $v = 3$. Anche la *unsatisfied list* è eliminando il nodo 2 perché ormai investigato completamente.

Le nuove matrici sono le seguenti, riportate in tabella 22, 23 e 24.

$$\begin{matrix} \textit{unsatisfied} \\ \textit{list} \end{matrix} = \begin{bmatrix} - \\ - \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Tabella 22: esempio matrice unsatisfied list

$$\begin{matrix} \textit{path} \\ \textit{list} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 23: esempio matrice path list

$$\begin{matrix} \textit{path} \\ \textit{flag} \\ \textit{list} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 24: esempio path flag list

Ai passi successivi il percorso viene terminato passando direttamente dal nodo 5 al nodo 6 (come evidenziato in figura 34); quando l'algoritmo arriva al nodo pozzo, passa ad investigare la matrice *pathflag list* proseguendo sulle tracce dei percorsi lì contenuti.

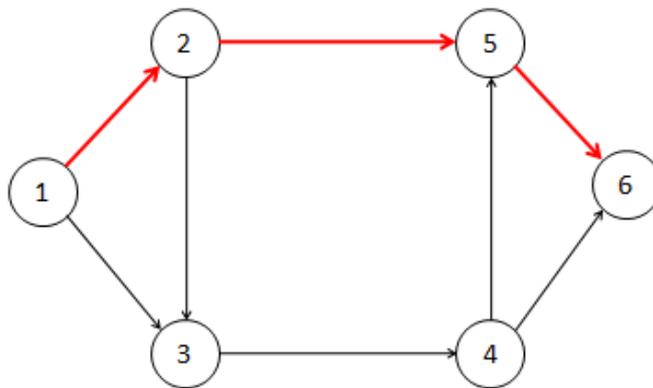


Figura 34: esempio percorso

In particolare, per il primo *path* della lista, vengono percorsi gli archi $1 - 3$ e $3 - 4$ dopo il quale si incontra un nuovo bivio: si conclude un secondo percorso con il passaggio diretto dal nodo 4 al 6 (come in figura 35) e viene aggiornata la *pathflag list* con l'arco $4 - 5$. Si ottengono in questo modo le matrici riportate in tabella 25, 26.

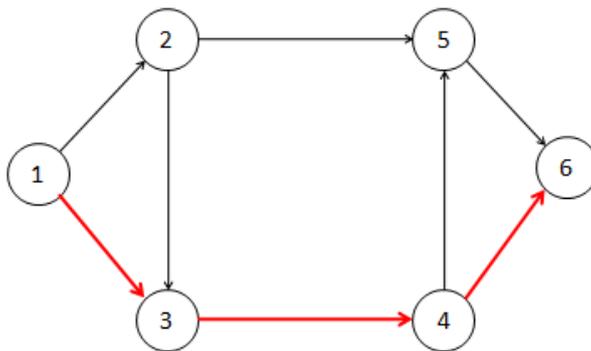


Figura 35: esempio percorso

$$\begin{matrix} path \\ list \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 25: esempio path list

$$\begin{matrix} path \\ flag \\ list \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 26: esempio path flag list

Si può vedere come è stato aggiunta una nuova colonna, e quindi un nuovo percorso, alla matrice *path list* ed è stata eliminata la colonna corrispondente nella matrice *pathflaglist*; proseguendo con l'investigazione delle matrici si arriva alla definizione di tutti i percorsi tra nodo origine e nodo pozzo presenti nella rete e riportati in figura 36 e in tabella 27.

$$\begin{matrix} path \\ list \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tabella 27: esempio path list

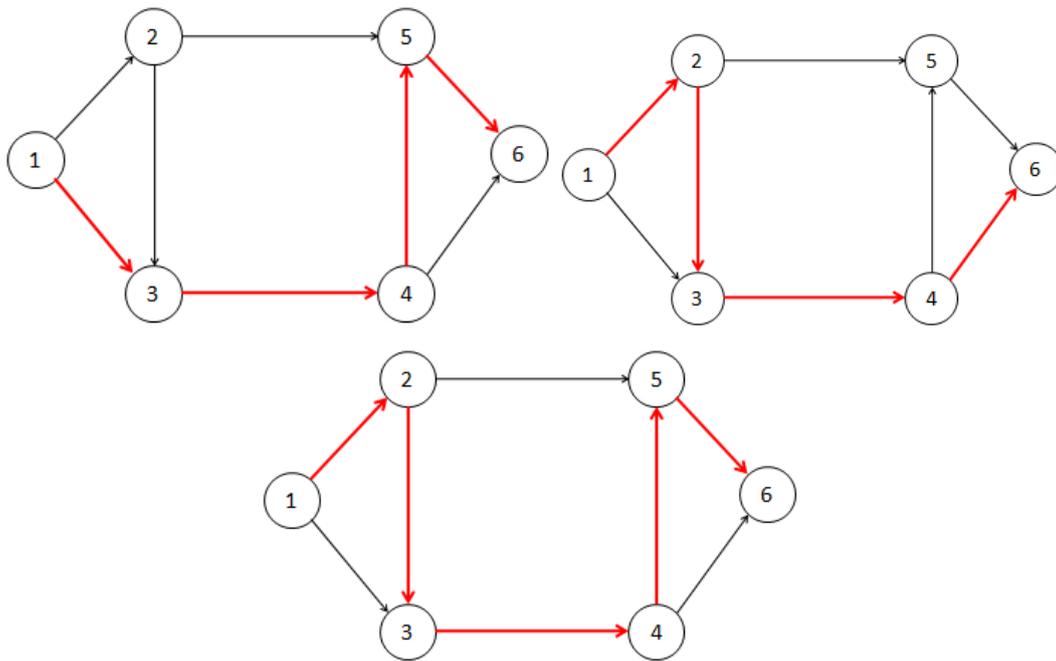


Figura 36: esempio percorsi

Una volta identificati tutti i percorsi dal nodo sorgente al nodo pozzo è possibile proseguire l'analisi con l'individuazione dei bound e l'implementazione della *Simulazione Monte Carlo*.

2.1.6 Simulazione Monte Carlo

Una volta identificati tutti gli *s-t path* della sottorete è possibile andare a simulare il *makespan* della sottorete stessa utilizzando le tecniche Monte Carlo e sfruttando il lavoro in (Burt e Garman 1970).

Per chiarire il procedimento già esposto nel capitolo precedente è utile fornire un esempio. In particolare viene per prima cosa trattato il metodo di campionamento da una distribuzione discreta basandosi su quanto detto in (Zio 2013).

Si ipotizzi di avere una variabile aleatoria distribuita secondo una binomiale $X \sim B(n, p)$ di parametri:

- probabilità di successo $p \in (0, 1)$;
- probabilità di fallimento $q = (1 - p) \in (0, 1)$;

- numero di prove effettuate n .

Assegnando i valori $p = 0.5$ ed $n = 20$ si ha che $X \sim \mathcal{B}(20, 0.5)$; di seguito vengono riportati i valori della funzione di ripartizione in tabella 28.

k	f(k)	F(k)	k	f(k)	F(k)
0	0,00000	0,00000	11	0,16018	0,74828
1	0,00002	0,00002	12	0,12013	0,86841
2	0,00018	0,00020	13	0,07393	0,94234
3	0,00109	0,00129	14	0,03696	0,97931
4	0,00462	0,00591	15	0,01479	0,99409
5	0,01479	0,02069	16	0,00462	0,99871
6	0,03696	0,05766	17	0,00109	0,99980
7	0,07393	0,13159	18	0,00018	0,99998
8	0,12013	0,25172	19	0,00002	1,00000
9	0,16018	0,41190	20	0,00000	1,00000
10	0,17620	0,58810			

Tabella 28: esempio stima cdf

Per campionare un valore da questa distribuzione si segue il procedimento precedentemente esposto:

- viene estratto $R = 0.511$ da una distribuzione $Uniforme(0,1)$;
- $k = 0$ e $F = f(0) = 0$;
- $R > F$; $k = k + 1 = 1$ e $F = F + f_1 = 0.00002$;
- $R > F$; $k = k + 1 = 2$ e $F = F + f_2 = 0.00018$;
- si continua ad iterare l'indice k fino ad ottenere $k = 10$ e $F = 0.58810$;
- in questo caso $R < F$ e $X = k = 10$.

Il campione estratto casualmente tra i valori relativi alla variabile aleatoria $X \sim \mathcal{B}(0.5, 20)$ è pari a 10.

Una volta campionate le durate di tutte le attività, il processo di simulazione prosegue con il calcolo della durata del processo utilizzando le *s-t chains* in precedenza identificate; viene perciò calcolata la durata di ciascun percorso come se ci si trovasse nel caso deterministico.

Viene riproposta la rete definita *interdictive graph* in figura 37.

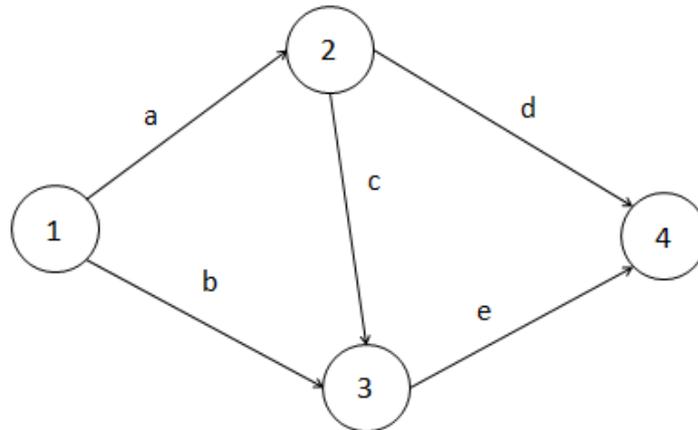


Figura 37: interdictive graph

Ad ogni arco i appartenente ad $A = \{a, b, c, d, e\}$ viene associata una funzione *pdf* $f_i(t)$ ed una *cdf* $F_i(t)$ da cui vengono campionate le durate come visto in precedenza. Ammettendo un numero di *run* (cioè il numero volte in cui viene simulata la durata di ciascuna attività) pari a 10, si ipotizzi che le durate campionate siano quelle riportate in tabella 29.

Run	A	B	C	D	E
1	15	14	6	10	12
2	11	16	6	16	15
3	13	12	4	14	22
4	7	18	6	15	15
5	15	16	2	14	20
6	15	12	5	9	21
7	12	12	5	8	9
8	15	14	4	11	18
9	5	8	8	15	13
10	6	8	2	7	11

Tabella 29: esempio percorsi

Bisogna a questo punto individuare tutte i percorsi composti da archi che vanno dal nodo 1 al nodo $n = 4$ ottenendo i seguenti:

- *chain 1*: a - d;
- *chain 2*: b - e;
- *chain 3*: a - c - e.

Avendo a disposizione le *chain* (o percorsi) e le durate campionate, è possibile trattare il problema come se fosse deterministico, cioè calcolare il *makespan* come il massimo delle durate di tutti i percorsi; questa operazione è da effettuare per ogni *run* di simulazione, come schematizzato in tabella 30.

Run	Chain 1	Chain 2	Chain 3
1	25	26	33
2	27	31	32
3	27	34	39
4	22	33	28
5	29	36	37
6	24	33	41
7	20	21	26
8	26	32	37
9	20	21	26
10	13	19	19

Tabella 30: esempio run

Da questi valori empirici si evince che:

- il valore massimo del *makespan* è pari a 41;
- la *chain1* non ha mai, nei 10run, durata massima;
- la *chain3* ha quasi sempre la massima durata.

In seguito a queste considerazioni è possibile calcolare la *pdf* del *makespan* come frequenza del verificarsi delle diverse durate durante tutta la simulazione e la *cdf* come cumulata di quest'ultima; in tabella 31 viene mostrato il calcolo nello specifico.

T	Accadimenti	Frequenza	F(x)
0	0	0	0
1	0	0	0
2	0	0	0
...	0	0	0
18	0	0	0
19	1	0,1	0,1
20	0	0	0,1
21	0	0	0,1
22	0	0	0,1
23	0	0	0,1
24	0	0	0,1
25	0	0	0,1
26	2	0,2	0,3
27	0	0	0,3
28	0	0	0,3
29	0	0	0,3
30	0	0	0,3
31	0	0	0,3
32	1	0,1	0,4
33	2	0,2	0,6
34	0	0	0,6
35	0	0	0,6
36	0	0	0,6
37	2	0,2	0,8
38	0	0	0,8
39	1	0,1	0,9
40	0	0	0,9
41	1	0,1	1

Tabella 31: esempio stima cdf

In figura 38 e figura 39 vengono proposti i valori su un grafico cartesiano: gli accadimenti di un dato t sono espressi con un istogramma, mentre la $F(x)$ viene rappresentata come un semplice grafico a linee. Si può vedere come la cumulata raggiunge il valore 1 all'istante temporale $t = 41$ (il massimo raggiunto dalla simulazione) e rimane costante anche successivamente.

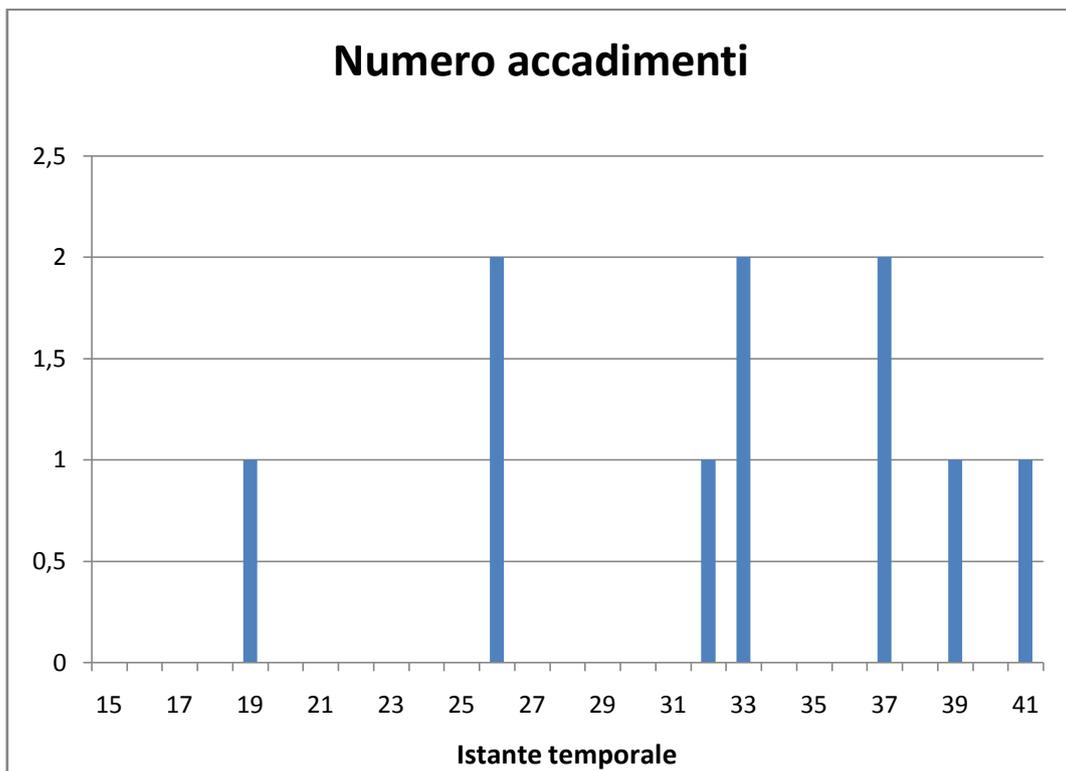


Figura 38: esempio numero accadimenti

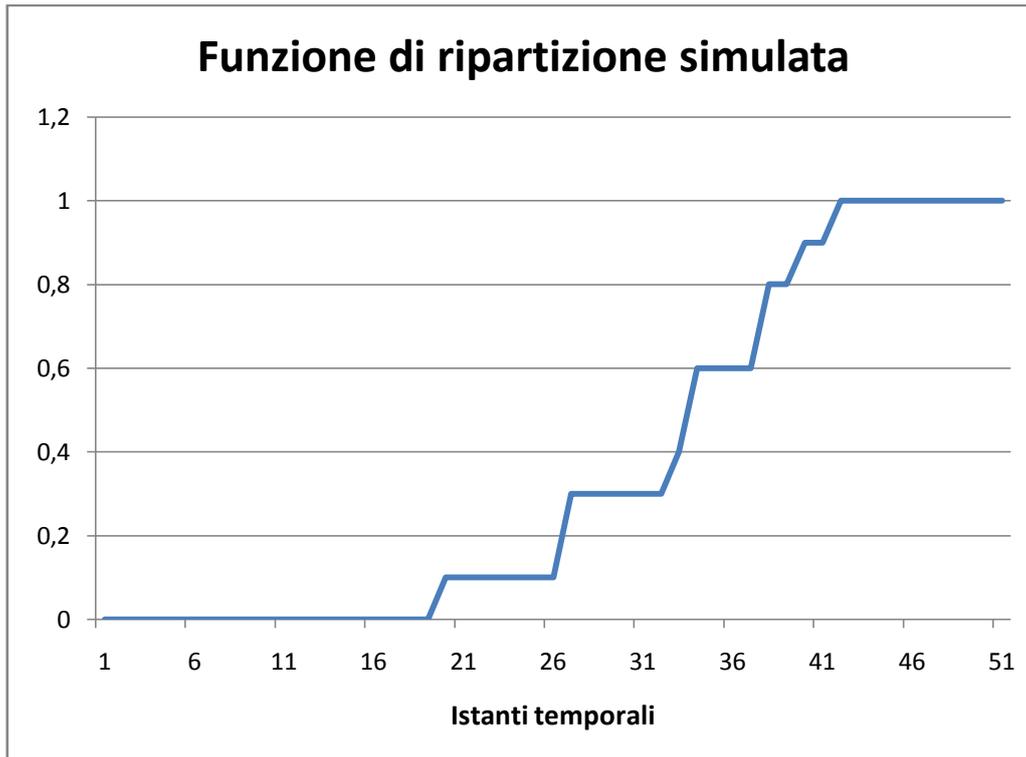


Figura 39: esempio stima pdf

La scelta di utilizzare solamente *10 run* è stata la conseguenza di una cosciente e voluta semplificazione del procedimento, anche per avere la possibilità di mostrare i dati ed i calcoli; è possibile effettuare un'analisi più significativa aumentando il numero di campionamenti.

2.1.7 Calcolo bound e validazione

Come descritto in (Spelde 1976) il *lower* e l'*upper bound* limitano superiormente ed inferiormente la distribuzione del *makespan* della rete (in questo caso sottorete) in esame; quindi assumendo che la Simulazione Monte Carlo fornisca una stima veritiera della suddetta distribuzione è necessario validare quest'assunzione andando a calcolare i bound della stessa e verificando che la funzione stimata risieda nello spazio aleatorio definito dai bound. La condizione sufficiente affinché la funzione stimata sia ritenuta valida è che risieda all'interno dei bound calcolati; nel caso in cui la curva non risieda in quello spazio aleatorio è sufficiente ripetere la simulazione con un numero di iterazioni e validare di nuovo la stima.

Nella presente elaborato viene utilizzato il metodo di Spelde per l'identificazione dei bound in modo da poter utilizzare nuovamente i percorsi identificati precedentemente e già utilizzati per la simulazione.

La procedura per la creazione di *upper* e *lower bound* è stata ampiamente descritta nel capitolo precedente e non necessita di ulteriori dettagli, di seguito viene fornito in breve il medesimo procedimento implementato sfruttando le matrici *b_part*, *cdf_part* e *pdf_part* formalizzate in precedenza.

2.1.7.1 Upper bound

L'*upper bound* di Spelde è ottenuto eseguendo un'operazione di massimo tra tutte le distribuzioni caratterizzanti tutte le *chains* identificate. In particolare, a partire dalla matrice *path* precedentemente compilata, vengono eseguite delle semplificazioni in serie tra tutti gli archi appartenenti ad ogni percorso per definire la distribuzione del percorso stesso; in seguito viene effettuata una semplice moltiplicazione punto-punto tra tutte le *cdf* caratterizzanti i suddetti percorsi.

Formalmente, ammettendo tre percorsi definiti come segue:

- percorso $A = \{1, 2, 3\}$;
- percorso $B = \{1, 3, 4\}$;
- percorso $C = \{2, 3, 4\}$;

dove tra parentesi graffe vengono elencati tutti gli archi appartenenti ad ogni percorso, la funzione di densità associata ad ogni percorso è definita come segue:

$$f_A(t) = conv(f_1(t), conv(f_2(t). f_3(t)))$$

$$f_B(t) = conv(f_1(t), conv(f_3(t). f_4(t)))$$

$$f_C(t) = conv(f_2(t), conv(f_3(t). f_4(t))) .$$

Ad ogni funzione di densità $f(t)$ è, ovviamente, abbinata una funzione di ripartizione $F(t)$, con cui viene effettuata l'operazione di *massimo*:

$$F_{upper\ bound}(t) = F_A(t) \cdot F_B(t) \cdot F_C(t).$$

In questo modo viene calcolata la funzione di ripartizione rappresentante l'*upper bound* della rete (o sottorete).

2.1.7.2 Lower Bound

Il *Lower Bound* di Spelde è calcolato esattamente come l'*Upper Bound* con la sola differenza che i percorsi utilizzati non sono gli *s-t paths* ma quelle *chain* già definite *disjoint chain*. Interessante perciò è descrivere la formalizzazione del metodo per l'identificazione delle *disjoint chains*.

Le *disjointchains* sono state definite come “*path che presi a coppie non hanno archi in comune e non necessariamente partono dai nodi di origine e finiscono al nodo pozzo*” e quindi non sono catene di archi univocamente e inequivocabilmente riconoscibili all'interno di una rete ma sono catene che vengono create a partire dagli *s-t paths* senza particolari vincoli se non quelli appena esposti. Date queste premesse è stato possibile identificare delle *disjoint chains* semplicemente apportando delle sottrazioni per riga alla matrice *path list* in modo da non avere due *chains* con gli stessi archi.

In particolare, riprendendo l'esempio adottato per la definizione dei *paths* sono state definite le *disjoint chains* prendendo uno alla volta tutti gli *s-t path* individuati e sottraendoli con le *disjoint chains* che ad ogni iterazione vengono individuate. Nello specifico la procedura è la seguente:

- 1- Definire la matrice *pathlower* composta da una colonna e un numero di righe pari al numero di archi presenti nella rete; il primo percorso è uguale al primo *s-t path* della matrice *path* precedentemente redatta.
- 2- Definire un vettore colonna chiamato *sottrazione* pari al *s-t path* in esame, sottrarre da questo tutte le *disjoint chain* già individuate; se:
 - un elemento del vettore *sottrazione* è negativo, portarlo a 0, sta a significare che quell'arco è già comparso nelle *disjoint chain*, perciò non deve essere più preso in considerazione;
 - se tutti gli elementi del vettore *sottrazione* sono pari a 0 vuol dire che tutti gli archi sono già stati presi in considerazione, passare al *s-t path* successivo nella matrice *path*;
 - se almeno un elemento del vettore *simulazione* ha valore 1, aggiungere tale vettore alla matrice *pathlower* e passare al *s-t path* successivo.
- 3- Iterare la procedura fino a che non sono stati analizzati tutti i percorsi presenti nella matrice *path* e verificare, alla fine della procedura, che tutti gli archi siano stati presi in considerazione e siano presenti nella matrice *pathlower*.

In figura 32 viene proposta la matrice ottenuta tramite successive sottrazioni di *path* contigui.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{path} \\ \text{lower} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 32: esempio path lower

E' possibile notare come la prima colonna della matrice *pathlower* sia uguale alla prima colonna della matrice *path list* mentre la seconda colonna sia a sua volta uguale al secondo percorso trovato a cui sono stati sottratti gli archi già presenti nella prima colonna. La terza ed ultima colonna contiene gli ultimi due archi non ancora utilizzati. Questo semplice procedimento permette di definire delle *disjoint chains* ammissibili.

A partire da queste *chain* e applicando la procedura già utilizzata per l'*Upper Bound* è possibile calcolare la funzione di ripartizione del *Lower Bound*.

2.1.8 Sostituzione sottorete

In alla stima del *makespan* della sottorete selezionata e alla verifica che la suddetta rientri nei bound calcolati, è necessario immettere la funzione stimata nella rete totale elidendo i nodi e gli archi appartenenti alla sottorete e sostituendoli con un solo arco e 2 nodi. In particolare i nodi che rimangono attivi nella rete sono il nodo origine e il nodo pozzo della sottorete mentre l'arco che sostituisce la restante parte di sottografo ha le caratteristiche del *makespan* stimato.

Riproponendo l'esempio utilizzato in sede di isolamento della sottorete in cui la sottorete era rappresentata di nodi inclusi nel vettore *partizione* di seguito riposto

$$\text{partizione} = \{6, 7, 8, 9\}$$

vengono stralciati i nodi 7 e 8, lasciando nella rete i soli nodi 6 e 9 collegati da un arco frutto della stima del *makespan*. Viene proposta in figura 40 la nuova configurazione della sottorete già vista in figura 33, dopo l'inserimento della stima, in cui l'arco di colore verde rappresenta la grandezza stimata.



Figura 40: esempio sostituzione rete

In definitiva, grazie a questo procedimento applicato ad una sottorete della rete, viene stimata la funzione distributiva di quella parte di rete non risolvibile direttamente attraverso le tecniche di semplificazione in serie e parallelo trattate precedentemente, risolvendo poi la parte di rete in esame e riducendo la complessità della rete stessa.

2.1.9 Operazioni su rete completa

In seguito alle operazioni sulla partizione viene nuovamente ridotta la rete per diminuirne la complessità come esposto in precedenza. In seguito vengono effettuate le verifiche necessarie per l'uscita dall'algoritmo e l'analisi dei risultati o per l'iterazione.

Nel caso in cui, dopo la ricerca delle possibili partizioni, si ottenga un numero di partizioni ammissibili $p = 0$, si procede con i punti dell'algoritmo presentato ad inizio capitolo successivi al .. attuando gli strumenti presentati su tutta la rete e non solo su un sottografo in particolare.

2.1.10 Distribuzione del makespan e definizione date di consegna in sistemi MTO

Alla fine del percorso descritto, si ottiene la stima della distribuzione di probabilità associata al *makespan* dell'intera rete che è possibile utilizzare nella gestione aziendale e soprattutto nella contrattazione con il cliente.

In particolare, grazie alla distribuzione di ripartizione è possibile assumere che un determinato processo si concluda entro un dato t^* con una probabilità associata $Prob(T \leq t^*)$. Nel caso specifico trattato in questo elaborato, ossia lo studio di un processo *make-to-order* per la produzione di centri di lavoro, la stima del *makespan* dell'intero processo può avere un ruolo fondamentale nella contrattazione con il cliente.

E' già stato detto in precedenza come un processo *make-to-order* come quello trattato è soggetto a mutazioni e trasformazioni concernenti le attività da inserire nel processo in base alle richieste specifiche del cliente: può accadere perciò che un determinato processo sia presente oppure no ovvero che un'attività richieda più o meno tempo a seconda della complessità dell'ordine. In quest'ottica è importante poter stimare o prevedere la durata dell'intero processo per fornire una *due date* veritiera al cliente.

A partire dalla stima effettuata è possibile per l'azienda accettare un rischio $r \in [0,1]$ ed assumere che la durata del processo sia t^* tale che

$$Prob(T \leq t^*) = 1 - r$$

andando in questo modo a sondare la coda destra della distribuzione stessa.

Questo approccio utilizzando il rischio può anche portare l'azienda ad impostare degli step, o meglio dei soglie temporali superate le quali incombe una penale. Si prenda come esempio la tabella 33 di seguito riportata.

Due date	Probabilità	Rischio	Penale
t1	80%	20%	bassa
t2	90%	10%	media
t3	100%	0%	alta

Tabella 33: esempio penale

Commentando la tabella è possibile dire che l'azienda dovrà far fronte ad una penale alta se consegna l'ordine oltret₃, dovrà far fronte ad una penale media che consegna l'ordine tra t₂ e t₃ farà fronte ad una penale bassa ed in ultimo, se conclude il processo tra t₁ e t₂. Una struttura del genere è classica per molti contratti dove la tipologia di prodotto è complessa e i tempi di svolgimento delle attività sono affetti da incertezza.

L'azienda, conoscendo il rischio r che si assume ipotizzando una determinata conclusione del processo, e perciò una consegna del prodotto, può godere di un vantaggio previsionale rispetto al cliente e veicolare le soglie delle penali verso valori propizi all'azienda stessa.

2.1.11 Confronto tra metodi

I risultati ottenuti con questo procedimento vengono confrontati con una distribuzione *benchmark*; questa distribuzione è stimata stressando al massimo le prestazioni della macchina sulla quale vengono effettuate le simulazioni. Nella fattispecie viene usata come distribuzione di riferimento quella ottenuta effettuando una simulazione (utilizzando il Metodo Monte Carlo e la teoria dei percorsi come già visto in (Burt e Garman 1970)) con un numero di repliche pari a 2.000.000. Viene assunto infatti che questa stima rappresenti la vera distribuzione del *makespan* dell'intera rete.

A partire da queste considerazioni vengono fatti dei confronti:

- di tipo qualitativo confrontando la stima eseguita con il *benchmark*, utilizzando delle differenze punto a punto e il successivo calcolo della somma degli scarti quadratici, utilizzando lo strumento *OLS* presentato nel paragrafo 2.1.1.1;
- sulla velocità di esecuzione.

2.2 Validazione

Viene di seguito proposto un esempio in cui viene applicata la procedura descritta nella prima parte del capitolo al fine di validarne il funzionamento ed i risultati. Nello specifico l'esempio proposto è una rete di operazioni composta da 18 nodi e 24 archi, formalmente si ha $G = (18, 24)$; la rete proposta è visibile in figura 41 .

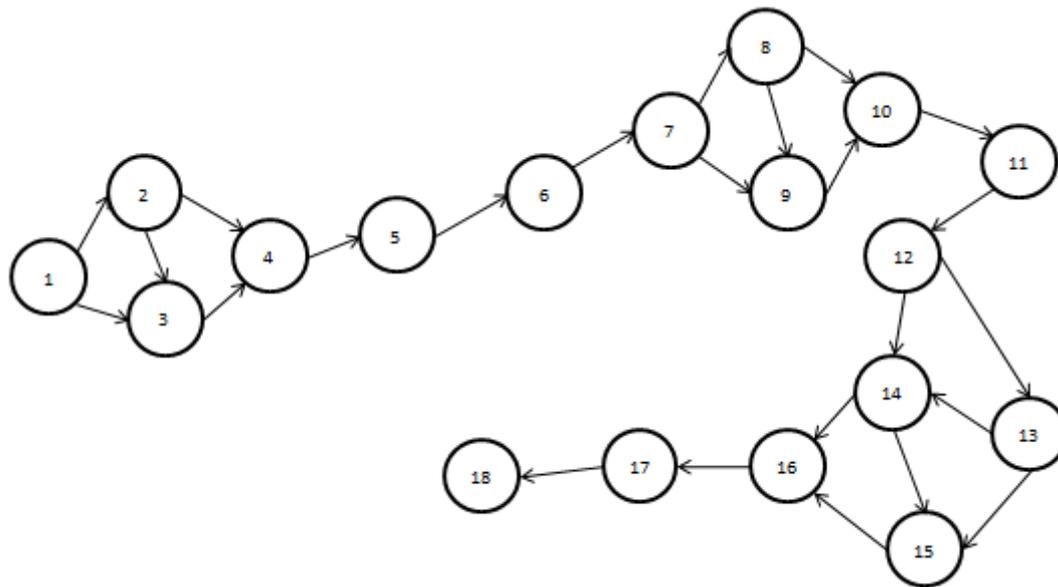


Figura 41: esempio rete

2.2.1 Formalizzazione della rete di attività

Tralasciando il processo di formalizzazione delle operazioni, che verrà affrontato in maniera rigorosa in merito al caso di studio, vengono riportate in tabella 34 le matrici *b* *c* e *d* relative all'esempio in trattazione.

b		C				d
1	2	3	60	0	0	1
1	3	1	42	0,2	0	2
2	3	9	52	0,2	0	3
2	4	20	63	0	0	1
3	4	10	50	0	0	1
4	5	3	60	0	0	1
5	6	1	42	0,2	0	2
6	7	9	52	0,2	0	3
7	8	20	63	0	0	1
7	9	10	50	0	0	1
8	9	3	60	0	0	1
8	10	1	42	0,2	0	2
9	10	9	52	0,2	0	3
10	11	20	63	0	0	1
11	12	10	50	0	0	1
12	13	3	60	0	0	1
12	14	1	42	0,2	0	2
13	14	9	52	0,2	0	3
13	15	20	63	0	0	1
14	15	10	50	0	0	1
14	16	3	60	0	0	1
15	16	1	42	0,2	0	2
16	17	9	52	0,2	0	3
17	18	20	63	0	0	1

Tabella 34: esempio matrici b, c e d

Ricordando la formalizzazione esposta nella sezione precedente, è possibile vedere come per l'esempio in questione sono state prese in considerazione attività con distribuzioni aleatorie di diverso tipo (*Uniforme, Binomiale e Poisson*).

In seguito all'introduzione delle suddette matrici l'algoritmo messo a punto ed agente in Matlab è in grado di generare la matrice d'incidenza *A* proposta in tabella 35.

A																	
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabella 35: esempio matrice d'incidenza

La matrice A ha dimensione $n \times n$ con $n = 18$ e cioè il numero di nodi presenti nella rete.

2.2.2 Riduzione serie/parallelo

In seguito all'inserimento delle matrici per formalizzare la rete, l'algoritmo di risoluzione prevede la ricerca di possibili situazioni in cui applicare semplificazioni in serie o parallelo.

Nella rete in esame sono riscontrabili archi posti in serie tra di loro, essi saranno di seguito soggetti a risoluzione in serie; in particolare:

- gli archi 4 – 5 e 5 – 6 e 6 – 7 saranno risolti, generando l'arco 4 – 7 ed elidendo i nodi 5 e 6;
- gli archi 10 – 11 e 11 – 12 saranno risolti, generando l'arco 10 – 12 e stralciando il nodo 11;
- infine saranno risolti gli archi 16 – 17 e 17 – 18, creando l'arco 16 – 18 e cancellando il nodo 17.

Come detto in precedenza queste operazioni di risoluzione in serie sono effettuate convolvendo tra loro le funzioni di densità associate agli archi, ottenendo la riportata in figura 42; anche la matrice b subisce variazioni, riportata in tabella 36.

b	1	1	2	2	3	0	0	4	7	7	8	8	9	0	10	12	12	13	13	14	14	15	0	16
	2	3	3	4	4	0	0	7	8	9	9	10	10	0	12	13	14	14	15	15	16	16	0	18

Tabella 36: esempio matrice b

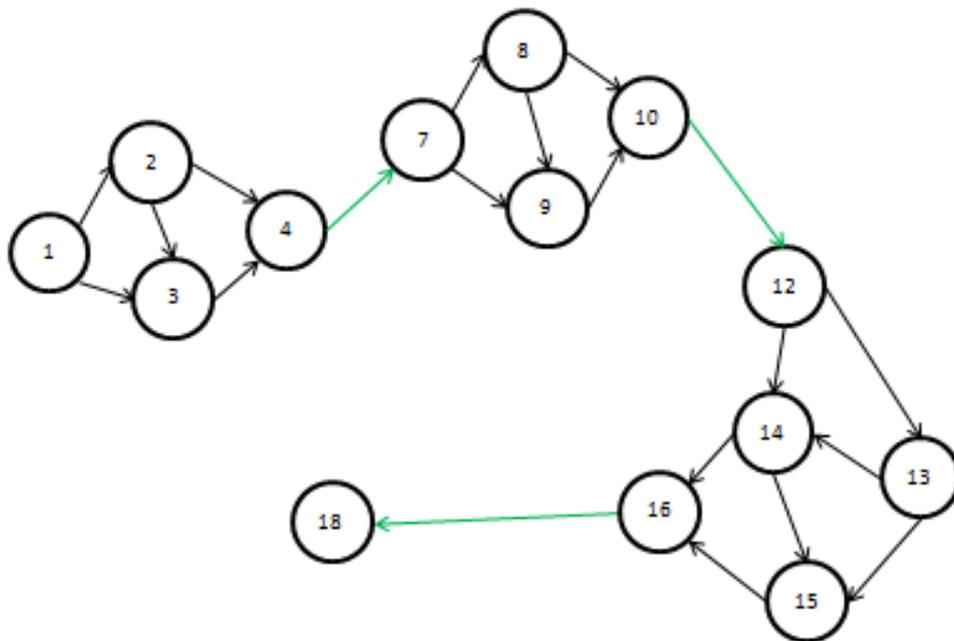


Figura 42: esempio rete

Nella figura appena presentata vengono in verde evidenziati i nuovi archi calcolati.

2.2.3 Riduzione cardinalità della rete

Dalla figura nel paragrafo precedente è possibile vedere come il numero identificativo del nodo pozzo è rimasto 18, pur avendo stralciato, tramite semplificazione in serie,

quattro nodi. In sostanza è diminuita la complessità della rete anche se il nome dei nodi non ne ha risentito e la matrice d'incidenza è rimasta una 19x19.

Attraverso l'operazione di riduzione vengono riscaldati i numeri identificativi di tutti i nodi in modo da ottenere una nuova matrice d'incidenza, questa volta più piccola. Viene di seguito riportata la rappresentazione della rete ridotta, in figura 43, e le nuove matrici b e A , riportate in tabella 37.

b		A																	
1	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
5	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
6	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
6	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	9																		
9	10																		
9	11																		
10	11																		
10	12																		
11	12																		
11	13																		
12	13																		
0	0																		
13	14																		

Tabella 37: esempio matrici b e A ridotte

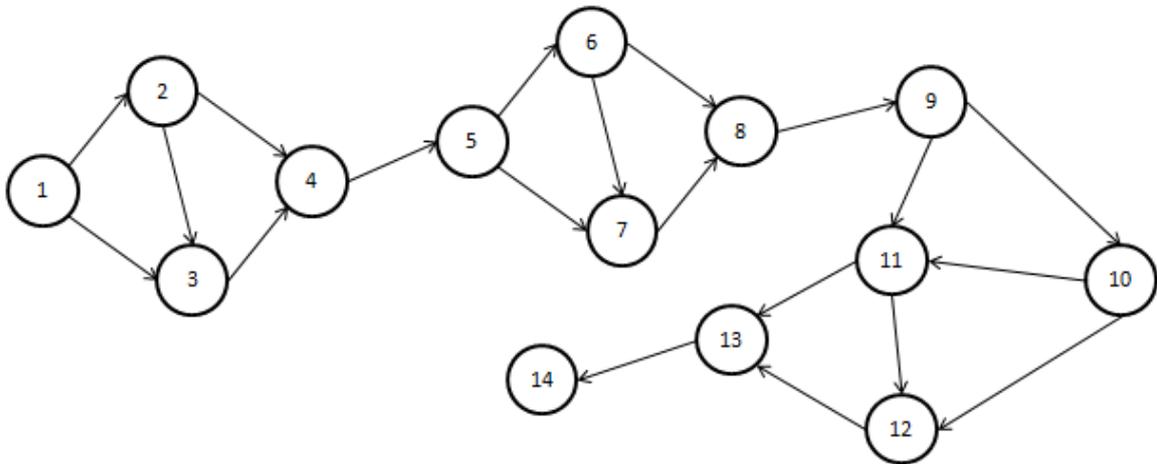


Figura 43: esempio rete ridotta

La matrice d'incidenza ottenuta è quadrata di lato $n = 14$.

A valle della riduzione della rete è evidente come il grafo ottenuto dopo la semplificazione SP non sia composto da soli 2 nodi ed un arco, è necessario perciò continuare il processo con la ricerca di partizioni ammissibili.

2.2.4 Ricerca sottoreti e isolamento

Proseguendo la procedura descritta nella prima parte del capitolo è necessario ricercare tutte le configurazioni di partizioni ammissibili, identificare quella di cardinalità minima ed isolarla dalla rete generale per poterci lavorare.

2.2.4.1 Ricerca sottoreti

Utilizzando uno dei metodi esposti precedentemente per il partizionamento della rete, è possibile individuare una configurazione tale da considerare tre sottoreti aventi un arco che collega le sottoreti 0 ed 1, ed un secondo arco che collega le sottoreti 1 e 2.

Vengono di seguito riportate le tre configurazioni individuate dati i parametri appena esposti, prima come stringhe di numeri e poi nelle figure 44, 45 e 46.

0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 2 $card = 5$

0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	<i>card</i> = 9
0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	<i>card</i> = 4

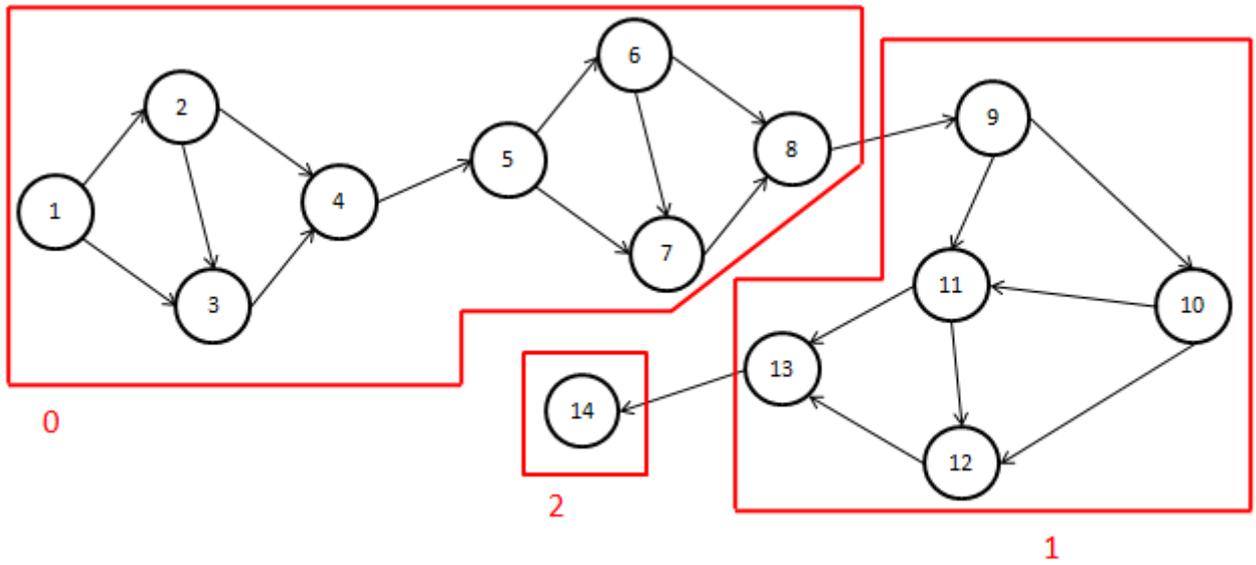


Figura 44: esempio partizione

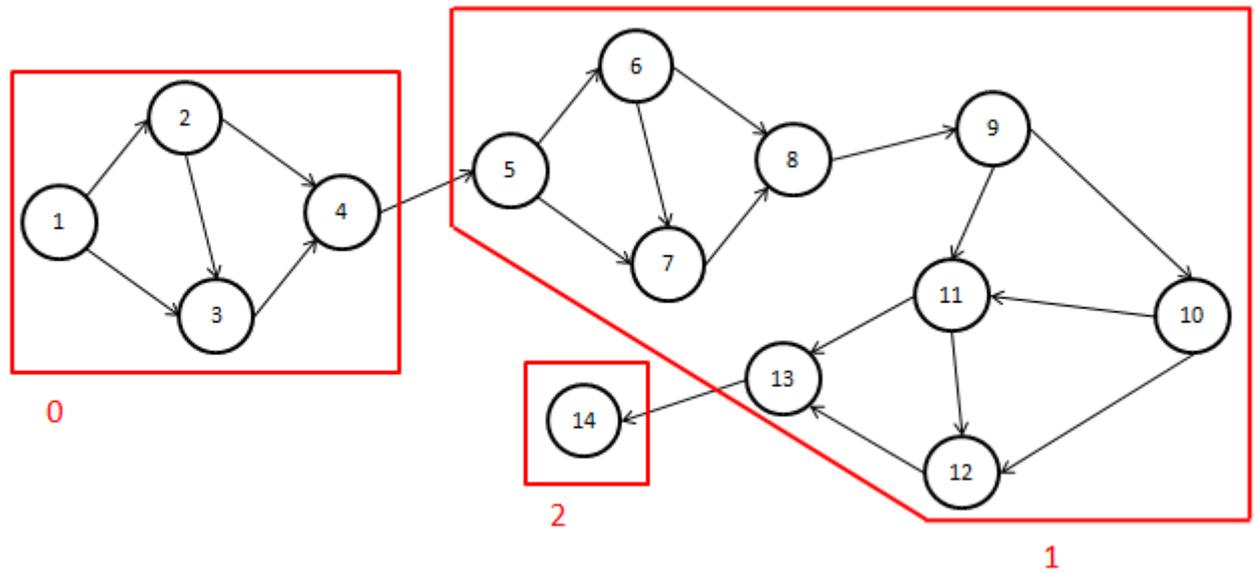


Figura 45: esempio partizione

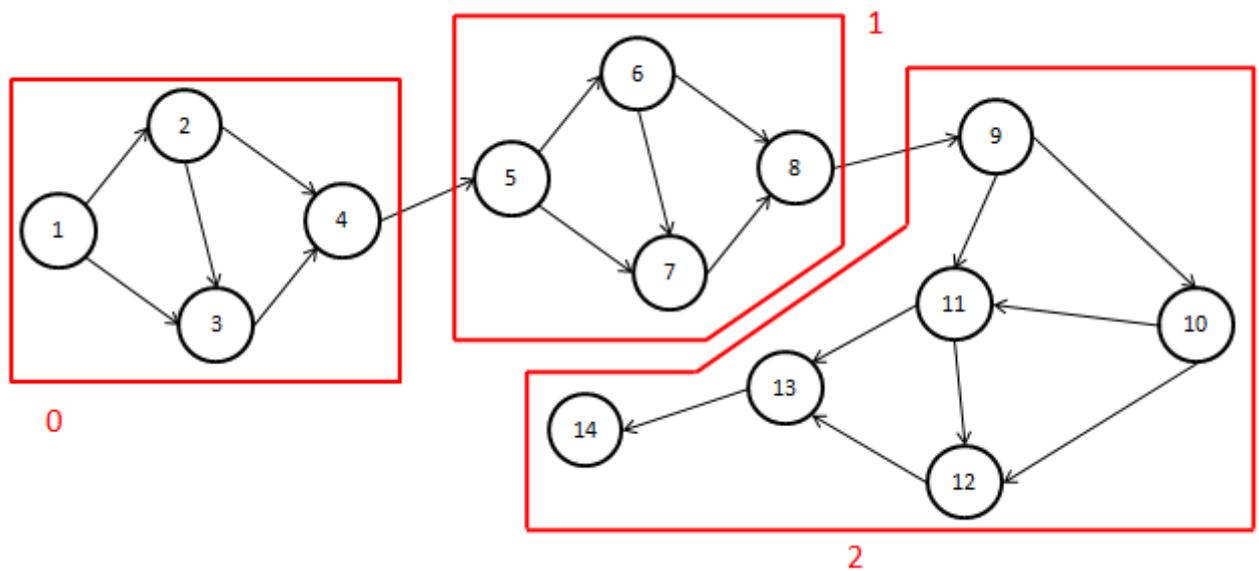


Figura 46: esempio partizione

A fianco delle configurazioni in forma matriciale è stata anche riportata l'indicazione della cardinalità delle suddette configurazioni; in particolare per cardinalità si intende il numero di nodi appartenente alla sottorete definita con il numero 1. Viene perciò prescelta la configurazione con cardinalità minima in modo da simulare una parte di rete il più ridotta possibile.

Nello specifico viene prescelta la terza configurazione definendo il seguente vettore:

$$partizione = \{5, 6, 7, 8\}.$$

2.2.4.2 Isolamento sottorete

Una volta definito il vettore *partizione*, è possibile isolare la sottorete prescelta creando una seconda rete parallela alla prima su cui attuare le operazioni di simulazione. In particolare viene definita la rete rappresentata in figura 47 ed associata alle matrici *b* ed *A* anch'esse di seguito riportate in tabella 38.

A	b
0 1 1 0	1 2
0 0 1 1	1 3
0 0 0 1	2 3
0 0 0 0	2 4
	3 4

Tabella 38: esempio matrice A e b

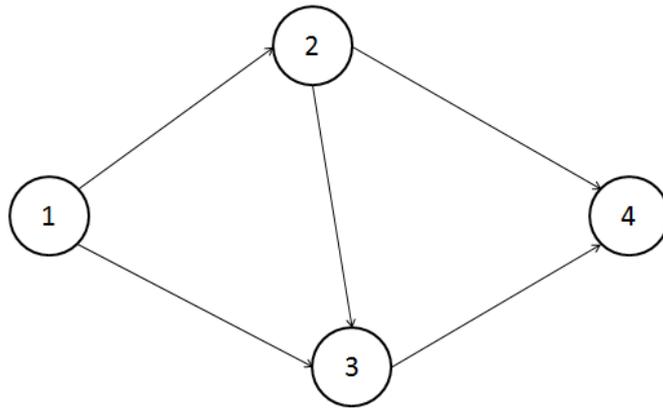


Figura 47: esempio rete AoA

2.2.5 Ricerca percorsi

Sulla rete isolata vengono per prima cosa ricercati tutti gli $s-t$ paths sfruttando l'algoritmo già esposto in precedenza, ottenendo i risultati riportati di seguito nella matrice $path$ e rappresentati graficamente in figura 48. In particolare è possibile definire i percorsi ottenuti come segue:

- percorso A: 1 - 2, 2 - 3, 3 - 4;
- percorso B: 1 - 3, 3 - 4;
- percorso C: 1 - 2, 2 - 4.

b	path
1 2	1 0 1
1 3	0 1 0
2 3	1 0 0
2 4	0 0 1
3 4	1 1 0

Tabella 39: esempio matrici b e path

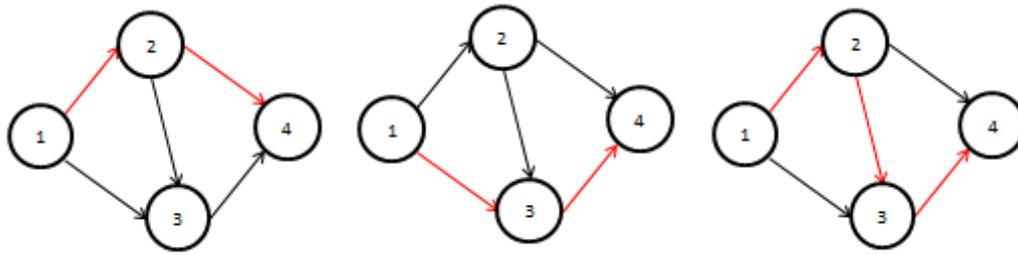


Figura 48: esempio percorsi

A partire da questi percorsi e dalle funzioni caratterizzanti la distribuzione di tutte le attività presenti nella rete è possibile effettuare la simulazione sulla sottorete in esame.

2.2.6 Simulazione Monte Carlo

Seguendo il procedimento per il campionamento esposto precedentemente è possibile effettuare la simulazione e la conseguente stima del *makespan* della sottorete a partire dagli *s-t paths* identificati.

Viene impostato un $num_run = 1.000.000$ ed iterato il procedimento visto nella prima parte del capitolo. In particolare, vengono estratti dei valori campionari a partire dalle distribuzioni dei 5 archi inclusi nella sottorete e calcolate le seguenti grandezze:

$$X_j = \sum_{k \in P_j} T_k$$

dove $j = A, B, C$ ossia i percorsi identificati e k rappresenta gli archi appartenenti allo specifico percorso

$$T_i = \max_{j=1,2,\dots,m} (X_j) \text{ con } i = 1, 2, \dots, \text{numero run} = 1.000.000.$$

Nella fattispecie di esempio si ha:

$$T_i = \max_{j=A,B,C} (X_j) = \max(X_A, X_B, X_C) \text{ per ogni iterazione}$$

dove

$$X_A = T_{1-2} + T_{2-3} + T_{3-4}$$

$$X_B = T_{1-3} + T_{3-4}$$

$$X_C = T_{1-2} + T_{2-4}$$

A valle del calcolo della durata di tutti i percorsi dati i campionamenti effettuati su ogni attività, viene stimata la funzione di densità di probabilità del *makespan* della sottorete a partire dalla frequenza con cui si ripetono i tempi stimati in tutti i *run*. Viene riportata in figura 49 la rappresentazione della suddetta funzione.

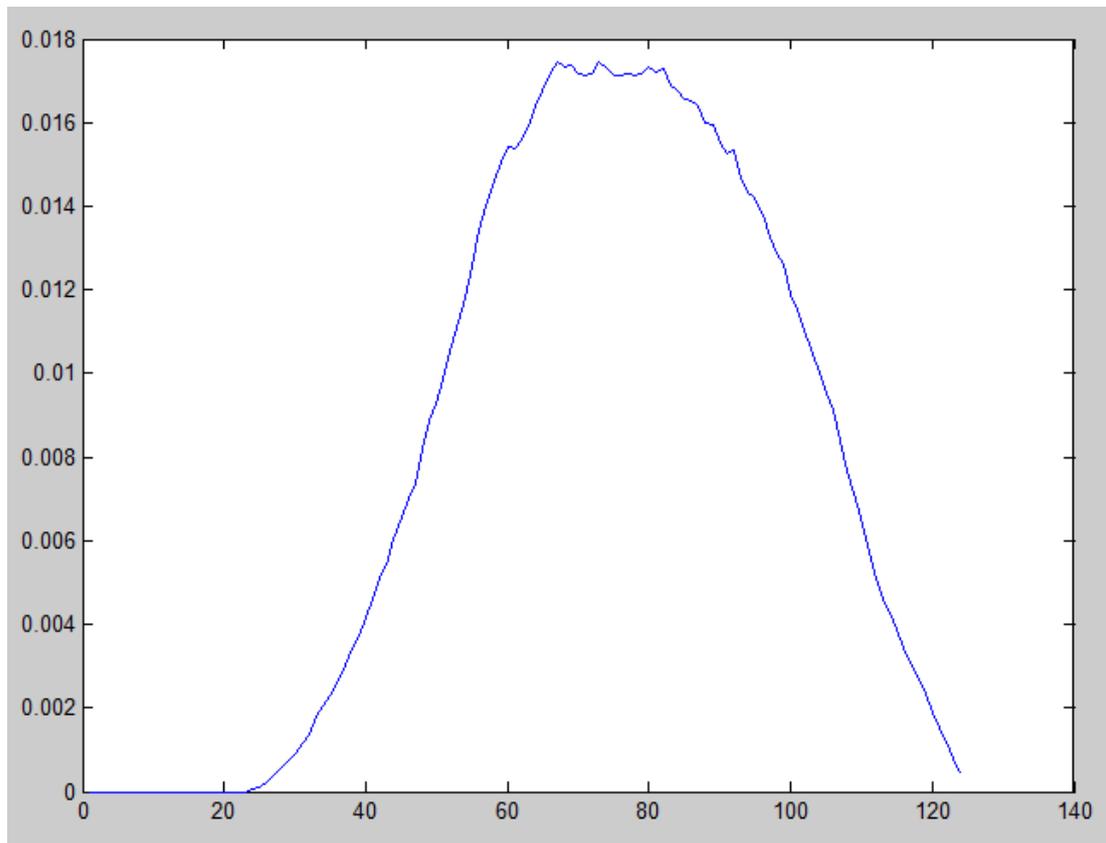


Figura 49: pdf stimata

Dalla funzione sopra riportata si evincono due importanti caratteristiche del *makespan*:

- la durata massima riscontrata è 123 giorni lavorativi;
- $t = 66$ giorni lavorativi è la durata con probabilità di accadimento più alta, pari a 0.175.

Cumulando la *pdf* stimata è possibile ricavare la *cdf* attribuita alla durata totale della sottorete, la funzione è riportata in figura 49.

2.2.7 Bound

Come già esposto in precedenza, i bound vengono utilizzati in questa sede solo per validare la simulazione appena effettuata.

Il calcolo dei *Bound di Spelde* prevede l'utilizzo dei percorsi già identificati ed in particolare, per l'*Upper Bound*, è necessario il calcolo delle *disjoint chain*. Attraverso l'algoritmo riportato nella prima parte del capitolo 2 è stato possibile identificare le *disjoint chain* di seguito riportate in tabella 40.

disjoint chain
1 0 0
0 1 0
1 0 0
0 0 1
1 0 0

Tabella 40: esempio disjoint chain

Convolvendo gli archi appartenenti ad ogni *chain* ed in seguito, semplificando tutte le *chain* in parallelo, è stato possibile calcolare i due *bound*, che vengono riportati in figura 50 insieme alla curva relativa alla simulazione effettuata al punto precedente. E' possibile vedere come la funzione di ripartizione stimata (in blu) rientri perfettamente nei due *bound* calcolati (in rosso) per valori temporali molto bassi ma quando ci si avvicina alla coda destra, le curve si avvicinano e sembra quasi che si sovrappongano. In questo caso una valutazione grafica non basta.

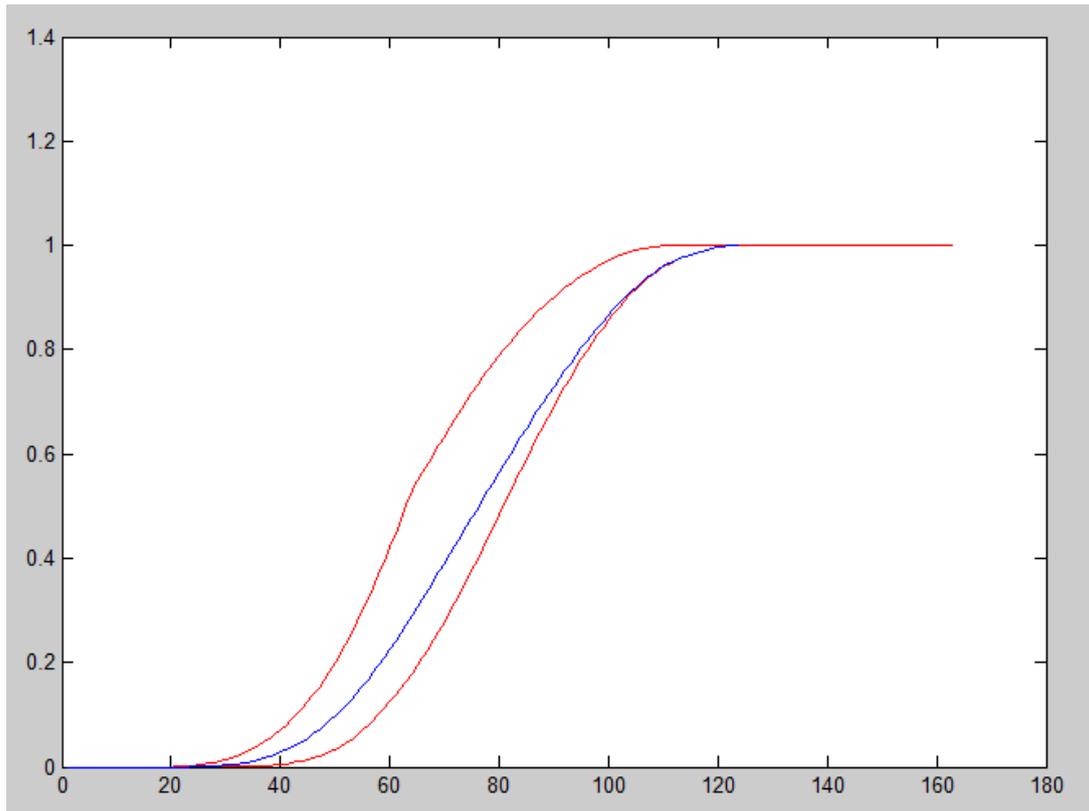


Figura 50: cdf stimata con bound

Si procede quindi con un'analisi delle differenze tra le due funzioni ottenendo il grafico riportato in figura 51 . L'analisi delle differenze tra le due curve serve per verificare che le stesse non si sovrappongano mai, quindi che ci sia sempre una distanza maggiore di zero tra le due. Nello specifico quest'analisi viene effettuata andando a sottrarre punto a punto alla funzione simulata il lower bound. Più formalmente:

$$diff(t) = cdf_{MC}(t) - cdf_{lowerbound}(t)$$

definendo $diff(t)$ la funzione calcolata delle differenze, $cdf_{MC}(t)$ la cumulata stimata tramite simulazione e $cdf_{lowerbound}(t)$ il bound calcolato.

E' doveroso sottolineare che le due funzioni utilizzate possono avere lunghezze differenti, perciò, sfruttando la tecnica utilizzata nel caso di riduzioni in parallelo, viene "allungata" la funzione cumulata dalla lunghezza minore aggiungendo dei valori unitari alla fine della funzione stessa; in questo modo si rende l'analisi possibile senza andare ad intaccare le caratteristiche distributive in esame.

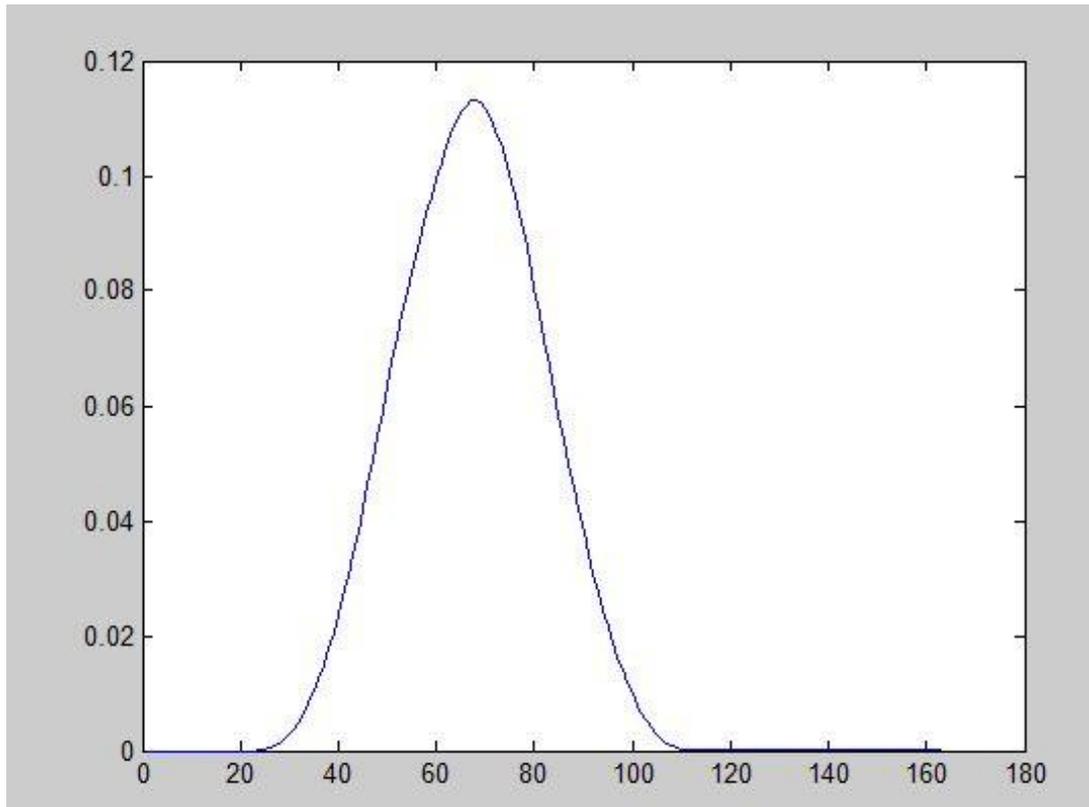


Figura 51: differenza punto punto

Ne consegue che l'analisi ha valore soltanto fino all'istante temporale $t = 121$ (lunghezza funzione simulata). Dal grafico sopra riportato si può vedere come dal valore $t = 115$ la curva delle differenze si avvicini pericolosamente al valore 0. Si va perciò ad analizzare nello specifico la coda destra della funzione ottenendo i valori riportati in tabella 41 e rappresentati in figura 52, nella quale l'istante temporale $t = 0$ è riferito al vero istante temporale $t = 115$.

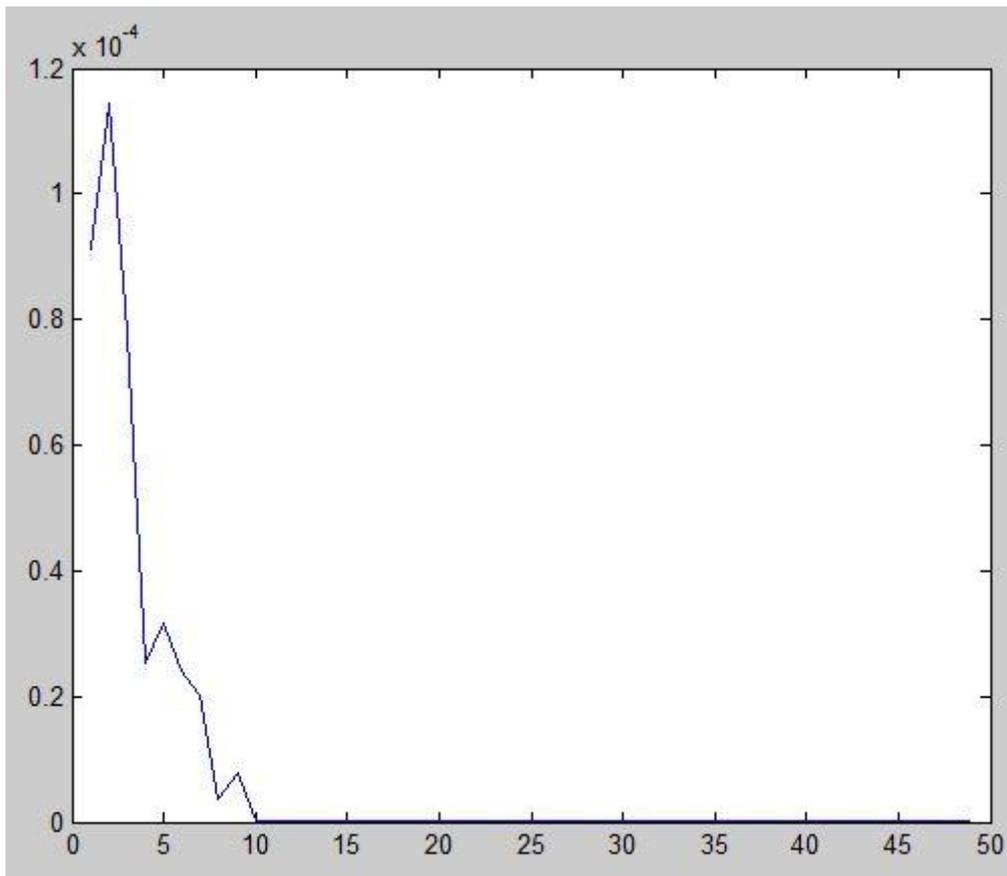


Figura 52: differenza punto punto nell'estrema coda destra

t	Differenza
115	9,12E-05
116	1,15E-04
117	7,78E-05
118	2,53E-05
119	3,17E-05
120	2,40E-05
121	2,01E-05
122	3,55E-06
123	7,85E-06
124	5,55E-16
125	1,11E-16
126	1,11E-16
127	1,11E-16
128	1,11E-16
129	1,11E-16
130	1,11E-16
131	1,11E-16

Tabella 41: differenza punto punto nell'estrema coda destra

Dai dati riportati in tabella si evince come la differenza non assuma mai valore 0 e quindi di come le due funzioni non si sovrappongano mai.

Date queste valutazioni è possibile affermare con certezza che la curva simulata rientra tra i bound calcolati, anche se nell'estrema curva destra la differenza tra la simulata del *makespan* ed il *lower bound* è nell'ordine di 10^{-5} .

E' possibile in definitiva validare la simulazione.

2.2.8 Sostituzione sottorete

A valle della simulazione del *makespan* della sottorete si procede con l'immissione nella rete generale. In particolare, come è possibile notare in figura 53 , vengono elisi tutti i nodi appartenenti alla sottorete eccezion fatta per il nodo sorgente ed il nodo pozzo della sottorete stessa (nodi 5 e 8) e viene inserito l'arco 5 – 8 frutto della simulazione di cui sopra. L'arco 5 – 8 ha associata una funzione di ripartizione e una funzione di densità stimate precedentemente utilizzando le tecniche Monte Carlo. A valle della figura viene riportata anche la matrice *b* ottenuta dopo l'immissione in tabella 42.

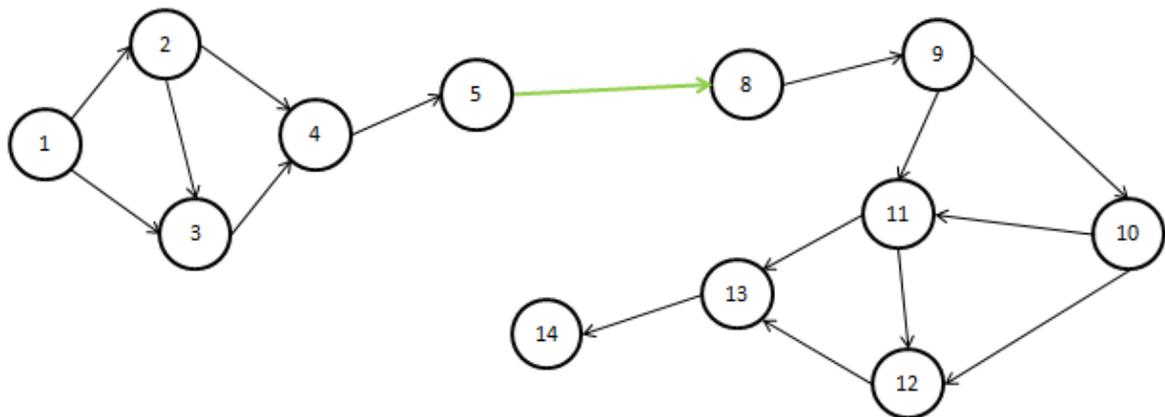


Figura 53: esempio sostituzione simulazione

b	1	1	2	2	3	5	0	4	0	0	0	0	0	8	9	9	10	10	11	11	12	0	13
	2	3	3	4	4	8	0	5	0	0	0	0	0	9	10	11	11	12	12	13	13	0	14

Tabella 42: esempio tabella b

Come nel caso della semplificazione SP sono stati elisi dei nodi senza cambiare il nome dei restanti; si reputa perciò necessaria una riduzione della rete, in modo da diminuirne la complessità e, soprattutto, ridurre l'ampiezza della matrice d'incidenza. A tal proposito vengono riportate le matrici b ed A dopo la riduzione in tabella 43.

b		A													
1	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
4	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0														
6	7														
7	8														
7	9														
8	9														
8	10														
9	10														
9	11														
10	11														
0	0														
11	12														

Tabella 43: esempio matrici b e A

Come dopo ogni nuova riduzione, infine, si attua la verifica della condizione di uscita dall'algoritmo, in particolare si riscontra come il numero degli archi presenti ancora nella rete è pari a 16, mentre il numero di nodi è pari a 12. La condizione di uscita dall'algoritmo non è verificata.

2.2.9 Operazioni su rete completa

Come descritto nella prima parte del capitolo, nel caso in cui non sia verificata la condizione di uscita dall'algoritmo in seguito ad una riduzione della rete, è necessario iterare il procedimento fino a che la condizione risulta vera. Il procedimento prevede una nuova semplificazione in serie e parallelo (se possibile), una nuova ricerca di partizioni e una riduzione della rete, ripetendo il procedimento iterativamente.

Nella fattispecie trattata, riportata in figura 54 , si attua una semplificazione in serie tra gli archi $4 - 5$, $5 - 6$ e $6 - 7$, elidendo il nodo 5 ed il nodo 6, ed inserendo l'arco $4 - 7$. A seguito di questa operazione viene nuovamente ridotta la rete ottenendo quella riportata in figura ...

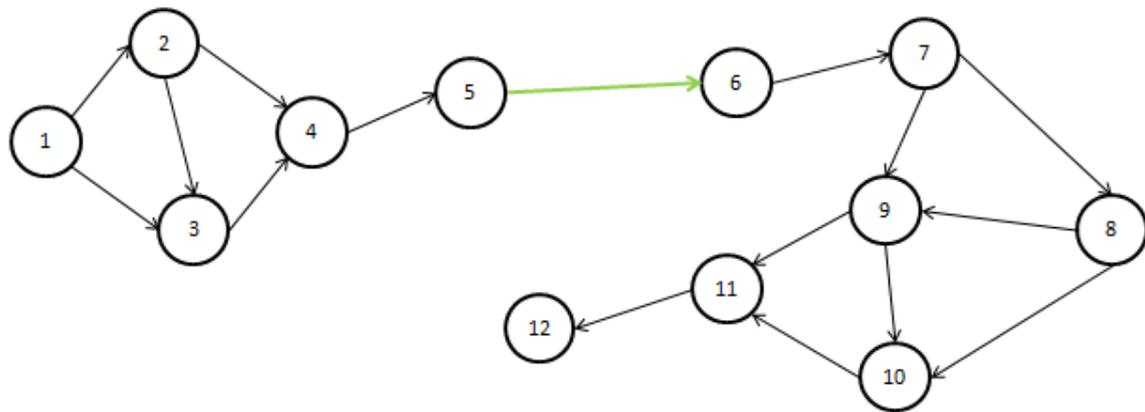


Figura 54: esempio rete AoA

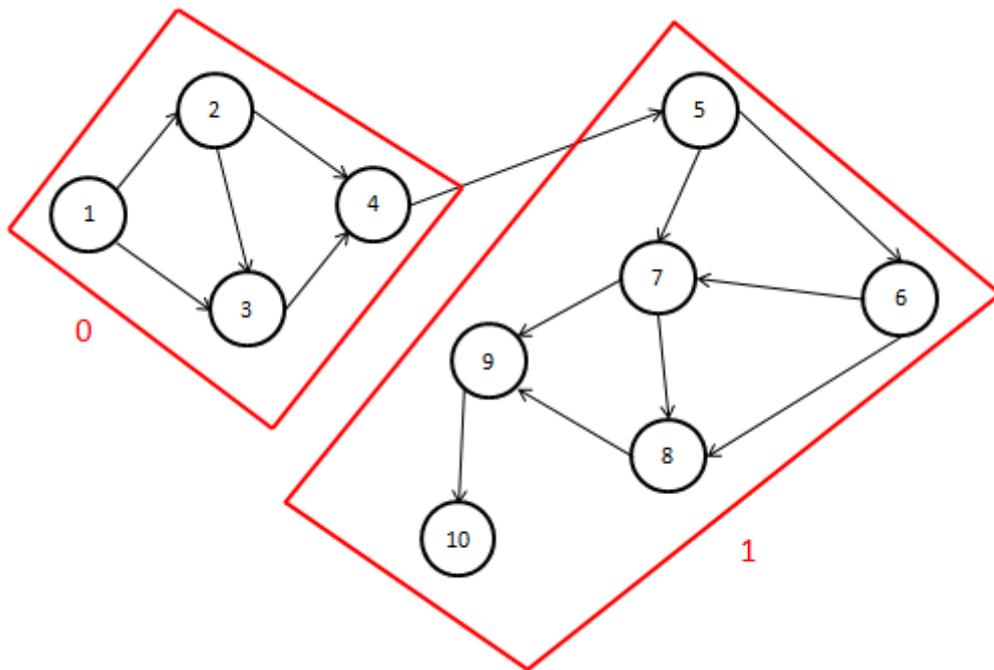


Figura 55: esempio partizionamento

Anche in questo caso non è verificata la condizione di uscita dall'algoritmo, viene perciò identificata la sottorete delimitata in rosso in figura 55. In questo caso è possibile vedere come la rete viene ripartita in sole due sottoreti.

La partizione identificata è quella definita dal seguente:

$$partizione = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

A valle della simulazione e validazione della funzione stimata attraverso il calcolo dei bound, viene immessa nella rete elidendo i nodi 6, 7, 8 e 9, come rappresentato in figura 56.

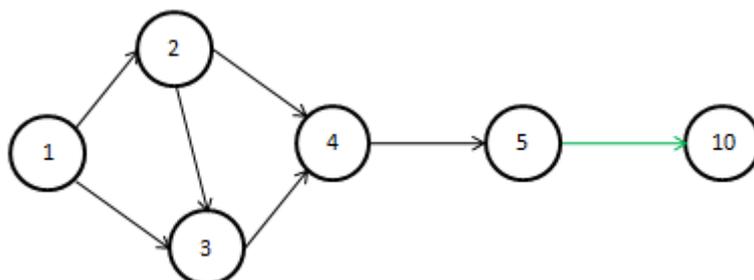


Figura 56: riduzione in serie

A seguito di una nuova semplificazione SP e relativa riduzione, la rete ottenuta è quella riportata in figura 57; alla stessa viene applicata una simulazione sull'intera rete in quanto non è possibile applicare semplificazioni SP e non è ulteriormente possibile trovare delle sottoreti ammissibili.

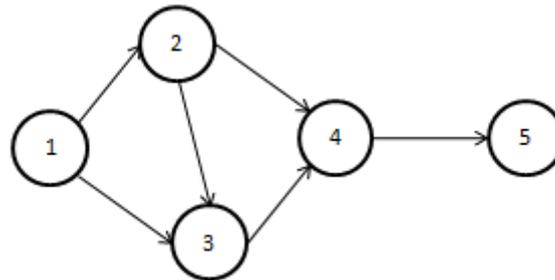


Figura 57: esempio rete dopo riduzione

A tal proposito, vengono riportate la matrice b e la matrice $path$ contenente tutti gli $s - t path$ identificati in tabella 44; in figura 58 viene rappresentata la funzione di densità cumulata simulata associata al makespan dell'intera rete con i due bound associati.

b		path		
1	2	1	0	1
1	3	0	1	0
2	3	1	0	0
2	4	0	0	1
3	4	1	1	0
4	5	1	1	1

Tabella 44: esempio matrice b e matrice path

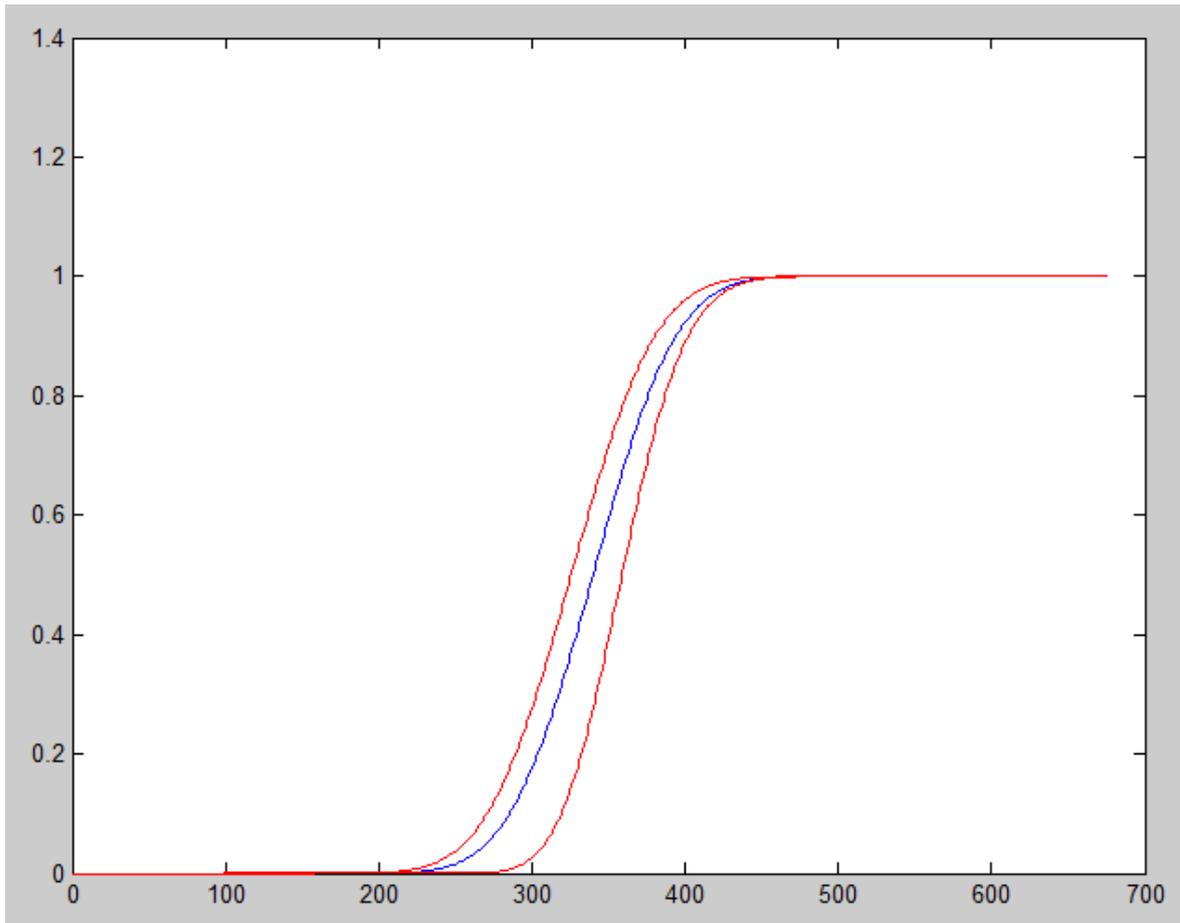


Figura 58: makespan stimato e bound

Si può vedere dalla rappresentazione grafica delle funzioni, che la stima del *makespan* (in blu) rientra perfettamente nello spazio aleatorio definito dai *bound* (in rosso); per questo motivo si può considerare la simulazione valida e si possono analizzare i risultati.

2.2.10 Distribuzione del makespan e definizione date di consegna in sistemi MTO

Riprendendo la procedura descritta nella prima parte del capitolo e i concetti messi in pratica in quella sede è possibile assumere che:

- il valore massimo riscontrato per la durata del processo è pari a 548 giorni lavorativi;
- con $r = 1\%$ è possibile affermare che il processo durerà 490 giorni lavorativi;
- con $r = 5\%$ è possibile affermare che il processo durerà 461 giorni lavorativi;

- con $r = 10\%$ è possibile affermare che il processo durerà 446 giorni lavorativi;
- con $r = 15\%$ è possibile affermare che il processo durerà 435 giorni lavorativi;
- 388 è la durata in giorni lavorati con probabilità di accadimento più alta, come descritto dalla *pdf*.

A partire da queste stime l'azienda si trova in una posizione favorevole in sede di contrattazione con il cliente.

2.2.11 Confronto metodi

Come esposto precedentemente viene effettuato un confronto, per validare la metodologia messa a punto in questa elaborato, con una distribuzione del *makespan* di riferimento.

Questo *benchmark* è stato anch'esso stimato, non avendo a disposizione la vera distribuzione della durata complessiva della rete, utilizzando una semplice simulazione Monte Carlo senza utilizzare gli strumenti presentati. Nella fattispecie la simulazione è stata iterata per 2.000.000 di cicli, in modo da avvicinarsi il più possibile all'andamento reale della variabile aleatoria durata.

Un ulteriore confronto è stato effettuato prendendo in considerazione il tempo impiegato dai due differenti metodi per la stima. In particolare, effettuando prove con 1.000.000 e 700.000 iterazioni, il tempo speso dalla stima utilizzando la procedura presentata è inferiore del 40% *ca.* rispetto alla stima con il metodo canonico.

In particolare, per la semplice stima Monte Carlo, vengono impiegati:

- 17.03 *minuti* per 1.000.000 di iterazioni;
- 10.88 *minuti* per 700.000 iterazioni.

Utilizzando il metodo proprietario invece si hanno:

- 10.16 *minuti* per 1.000.000 di iterazioni;
- 6.52 *minuti* per 700.000 iterazioni.

Per quanto riguarda il confronto di tipo qualitativo con la distribuzione *benchmark* è stata calcolata la somma degli scarti quadratici come esposto nel paragrafo 2.1.11. In particolare sono state confrontate diverse stime, ottenute con un numero decrescente di iterazioni, ottenendo:

- uno scarto pari a 4.1×10^{-6} per la stima utilizzando il metodo presentato nell'elaborato con 1.000.000 di iterazioni;

- uno scarto pari a 6.8×10^{-6} per la stima con 500.000 di iterazioni;
- uno scarto pari a 3.5×10^{-5} per la stima con 300.000 di iterazioni;
- uno scarto pari a 4×10^{-5} per la stima con 100.000 di iterazioni.

Dalle queste analisi è dimostrato come lo strumento presentato nell'elaborato riesca ad accorciare i tempi per la stima del *makespan* di una rete complessa ed allo stesso tempo raggiungere uno scostamento esiguo da una distribuzione di riferimento pur utilizzando "sole" 100.000 iterazioni.

Capitolo 3

Applicazione alla produzione di centri di lavoro flessibili: il caso MCM SpA

MCM Spa è un'azienda che progetta, produce, commercializza ed installa centri di lavoro e sistemi di produzione flessibile, con sedi commerciali in Europa e America del Nord. L'unica sede produttiva è sita a Vigolzone in provincia di Piacenza.

L'azienda lavora su commessa secondo un modello *make-to-order*, ovvero proponendo al cliente non un prodotto standard, ma una soluzione produttiva specificamente progettata. In relazione alle esigenze del cliente, MCM mette a punto una soluzione combinando i vari prodotti e le varie tipologie di macchine comprese nel portafoglio prodotti con tutte le componenti modulari che possono essere aggiunte al modello base ottenendo di volta in volta un prodotto finale nuovo affiancato ad un processo produttivo, e soprattutto di assemblaggio, differente rispetto alle commesse precedenti.

L'azienda offre ai propri clienti anche servizi accessori come attività chiavi in mano e corsi di formazione e manutenzione per gli operatori che andranno ad usare i macchinari; questa serie di servizi, vanno a posizionarsi a valle del processo di assemblaggio della macchina in una fase molto prossima alla data di consegna.

Questo metodo di lavoro rende necessaria un'attenta pianificazione della produzione e delle attività di assemblaggio perché le risorse a disposizione sono limitate e vengono gestite più commesse contemporaneamente. Uno strumento come quello preso in considerazione in questo elaborato si presta molto bene al caso industriale MCM: con la dovuta formalizzazione è possibile infatti modellare il processo produttivo aziendale e stimare il makespan di una particolare commessa.

3.1 Prodotto complesso: machining center

E' utile in questo caso proporre una descrizione completa di come è composto un centro di lavoro (o anche machining center) anche per comprendere meglio quali sono le soluzioni offerte dall'azienda.

Un centro di lavoro è una macchina in grado di effettuare vari tipi di lavorazioni (come fresature, alesature, barenature, forature, maschiature, etc.) equipaggiati con sistemi automatici di cambio utensile e movimentazione pezzo. Solitamente queste tipologie di macchinari sono progettate per accogliere piattaforme, chiamate pallet, di misura standard su cui vengono ancorati i grezzi da lavorare. In figura 59 viene riportato un disegno di un centro di lavoro molto semplice, con mandrino orizzontale e tavola girevole.

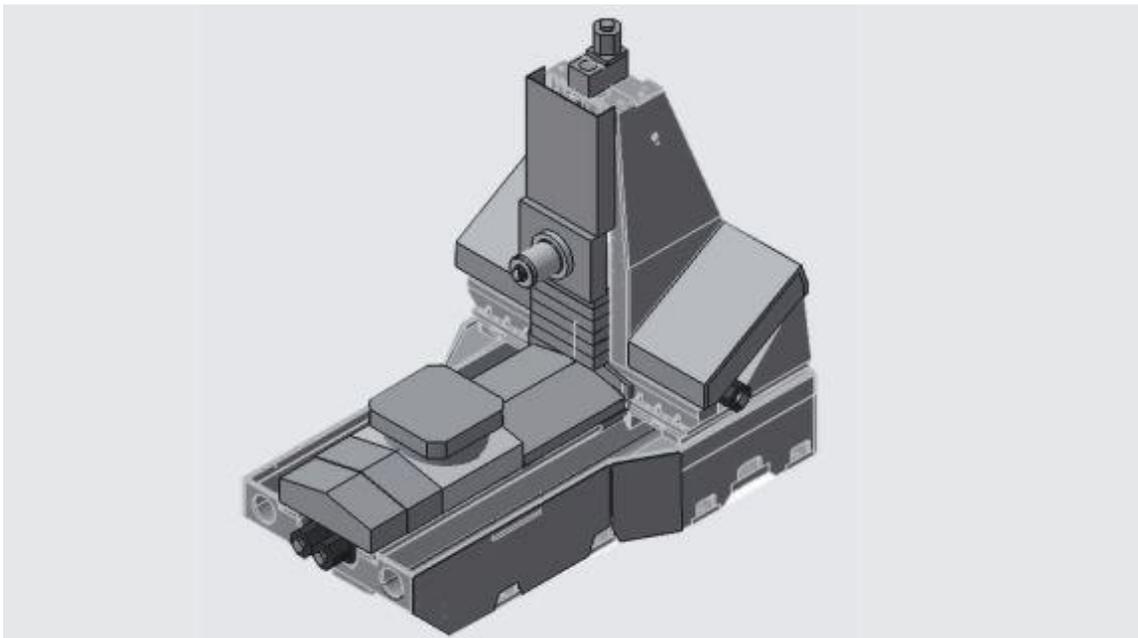


Figura 59: esempio centro di lavoro

Le caratteristiche principali di un centro di lavoro sono di seguito proposte.

- 1- Cubo di lavoro: è lo spazio entro il quale è possibile lavorare le parti, definisce la taglia della macchina;

- 2- Mandrino: è la parte terminale della testa motrice e ha lo scopo di far rotare gli utensili al momento dell'utilizzo, infatti ha una sede conica che fa da guida per l'innesto dell'utensile con relativo sistema di bloccaggio idraulico o pneumatico.

E' realizzato in acciaio ed ha prestazioni molto elevate agendo in due modalità differenti:

- alte coppie a bassa velocità (per operazioni come la spianatura);
- alte velocità e bassa coppia (per lavorazioni come la foratura).

In particolare MCM utilizza elettromandrini che sono mandrini ad accoppiamento diretto con il motore elettrico e cioè senza organi di trasmissione in modo da semplificare la struttura meccanica della macchina garantendo al contempo elevate prestazioni (velocità $\geq 10000 - 15000$ giri/min). Il mandrino è perciò considerato un differenziale molto importante per un centro di lavoro, infatti MCM progetta internamente i propri mandrini cercando in questo modo di trattenere in azienda un know-how specifico. E' molto importante anche la direzione con cui il mandrino, e di conseguenza l'utensile, interagisce con il pezzo da lavorare, può essere verticale o orizzontale con relativi vantaggi e svantaggi. Per quanto riguarda la tipologia di mandrini ad asse verticale, molto utilizzate nella lavorazione di stampi, si ha:

- vantaggi: spinta scaricata sulla tavola;
- svantaggi: scarsa evacuabilità truciolo.

Per i mandrini ad asse orizzontale, comunemente inserite in FMS, si ha:

- vantaggi: lavorazione di più superfici con un unico piazzamento grazie all'uso della tavola rotante;
- svantaggi: spinta scaricata sulle attrezzature e non sulla tavola.

- 3- Assi: indicano le direzioni ed i versi di spostamento o rotazione delle parti mobili della macchina e servono per individuare la posizione e i movimenti dell'utensile rispetto al pezzo. Considerando un pezzo fermo e, solidale con esso, un sistema di riferimento XYZ avente origine nello zero del pezzo, le quote fornite rappresentano gli spostamenti relativi dell'utensile rispetto al pezzo.

In particolare viene indicato con Z l'asse solidale con l'asse di rotazione del mandrino (con verso positivo quello di allontanamento pezzo-utensile), con X l'asse principale parallelo alla tavola ove è fissato il pezzo ed infine con Y viene indicato l'asse perpendicolare al piano formato dai primi due (con verso positivo quello di allontanamento dal detto piano); in figura 60 ne viene proposta la schematizzazione.

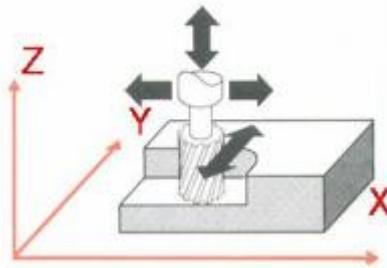


Figura 60: rappresentazione assi in macchina

In questo modo sono stati definiti i tre principali assi della macchina, ne esistono altri due, non sempre attivi, dati dalla rotazione di superfici in XZ o ZY ; seguendo la schematizzazione in figura 61 è possibile definire gli assi A e B .

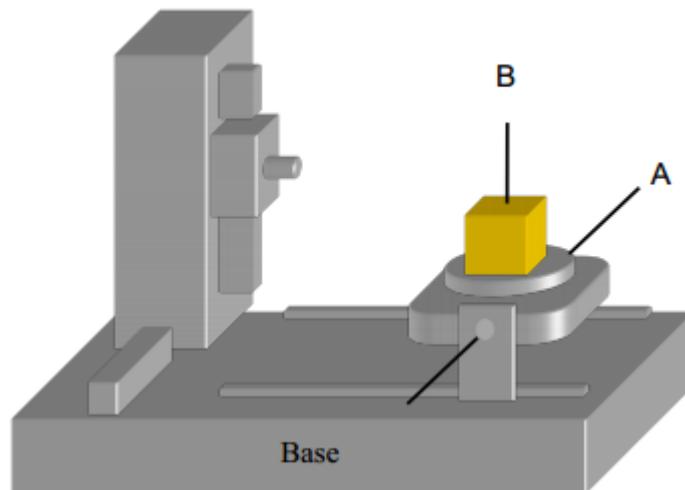


Figura 61: rappresentazione assi in macchina

In particolare l'asse *B*, presente nelle macchine a mandrino orizzontale, è sempre posseduto dalla tavola (tavola girevole), mentre l'asse *A*:

- può essere posseduto anch'esso dalla tavola (tavola tiltante), figura 62;
- può essere posseduto dalla testa (testa tiltante), figura 63.



Figura 62: tavola tiltante

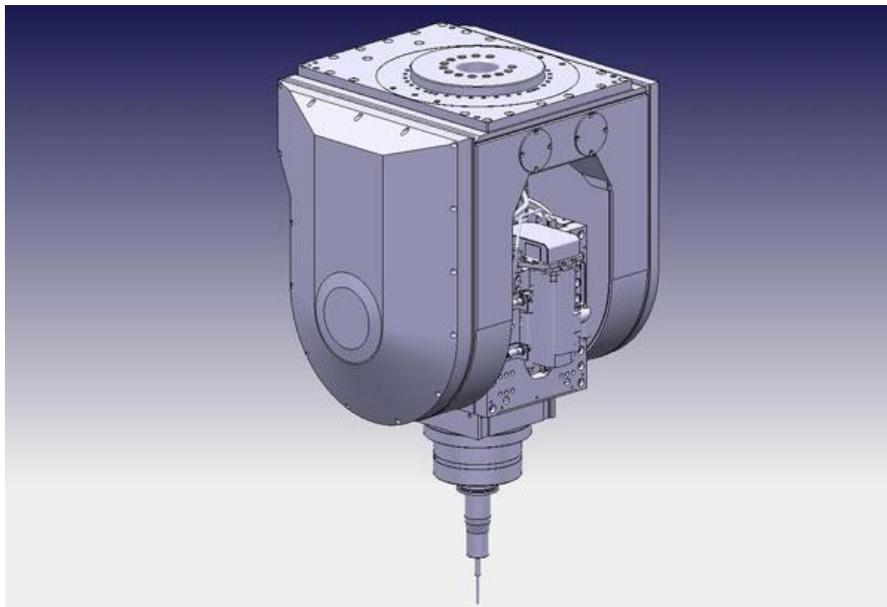


Figura 63: testa tiltante

Ovviamente le macchine con un maggior numero di assi di movimentazione offrono un ventaglio di soluzioni più ampio in termini di operazioni che posso eseguire, in particolare:

- le macchine a 3 assi sono in grado di interagire solo in maniera perpendicolare sul pezzo, effettuando ad esempio delle forature perpendicolari;
- le macchine a 4 assi sono in grado di lavorare il pezzo su più facce con un medesimo piazzamento grazie all'introduzione in macchina di una tavola porta pallet girevole;
- le macchine a 5 assi sono in grado di eseguire anche pezzi sculturati e cioè dotati di superfici complesse, grazie all'introduzione in macchina di una tavola porta pallet tiltante o alternativamente di una testa tiltante.

Precedentemente all'esposizione delle caratteristiche principali di un centro di lavoro sono stati nominati i pallet; un pallet sono delle tavole portapezzo soggetti a normativa ISO8526, quindi con caratteristiche e dimensioni standard. In particolare un pallet ha le seguenti funzioni:

- consentire il riferimento sulla macchina;
- consentire il bloccaggio sulla macchina;
- consentire i movimenti sui vari dispositivi del sistema;
- riferire correttamente l'attrezzatura (sistema di bloccaggio pallet-pezzo);
- bloccare l'attrezzatura.

In figura 64 è riportata la fotografia di un pallet; si può notare come abbia una superficie superiore formata da poligoni in rilievo, adatta ad accogliere attrezzature modulari.



Figura 64: pallet

Per quanto riguarda le attrezzature (anche dette *fixture*) invece, è possibile dire che sono tutte quelle strutture atte a bloccare il pezzo sul pallet e con le seguenti funzioni accessorie:

- riferire correttamente il pezzo rispetto al pallet;
- sopportare il pezzo durante la lavorazione e la movimentazione;
- consentire una facile evacuazione del truciolo.

L'operazione di progettazione dell'attrezzatura per una determinata lavorazione è molto delicata in quanto si cerca di saturare lo spazio massimizzando il numero di pezzi montati sull'attrezzatura e si cerca di farlo utilizzando il minor numero di piazzamenti; in figura 65 vengono presentati alcuni esempi di *fixture*.



Figura 65: esempi fixture

Un generico centro di lavoro, nella sua composizione base esso è corredato da molti elementi di seguito riportati.

- 1- Magazzino utensili: data la molteplicità di lavorazioni che la macchina è in grado di eseguire, viene sempre posto di lato alla macchina, uno spazio adibito allo stoccaggio degli utensili che non vengono utilizzati; questo magazzino può essere di varie dimensioni e forme a seconda delle esigenze produttive del cliente; in figura 66 vengono proposti vari esempi di magazzino utensili (non tutti utilizzati da MCM).

Di forma circolare

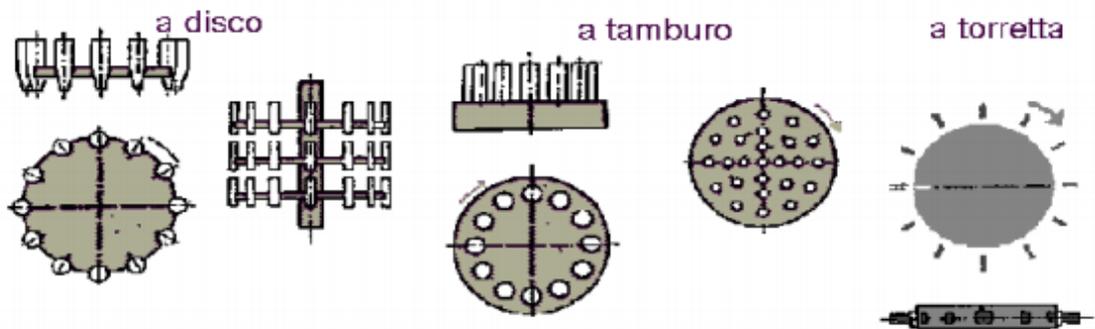


Figura 66: esempi magazzini utensile

In particolare ogni tipologia di magazzino utensile ha le proprie caratteristiche:

- magazzini a disco: direzione di estrazione utensile perpendicolare all'asse di rotazione del magazzino (in figura 67 è fornita la rappresentazione di un magazzino a disco);

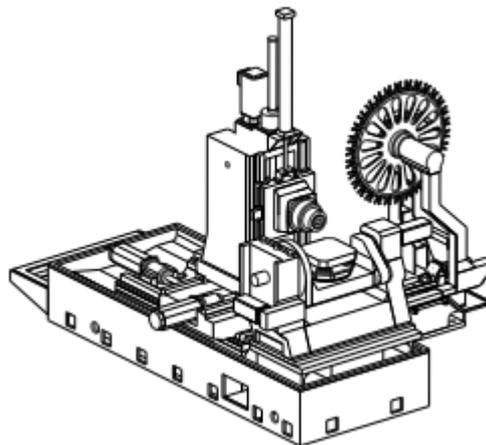


Figura 67: esempio magazzino a disco

- magazzini a tamburo: direzione di estrazione parallela all'asse di rotazione del magazzino;
- magazzini a torretta: direzione di estrazione perpendicolare/inclinata rispetto all'asse di rotazione del magazzino;

- magazzini planari: senza rotazione, si sviluppano in direzione orizzontale o verticale (in figura 68 è rappresentato un *machining center* con magazzino planare).

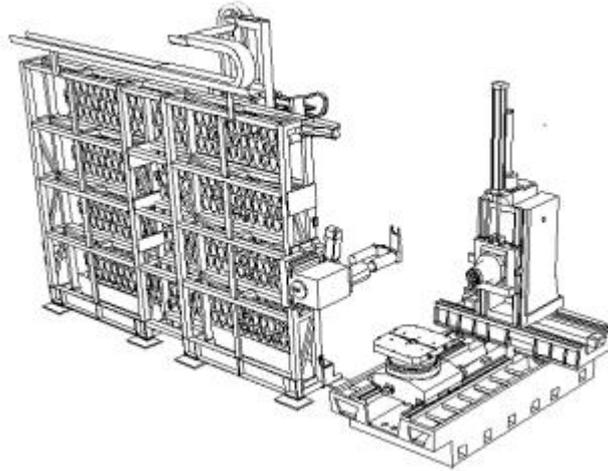


Figura 68: esempio magazzino planare

- 2- Cambio utensile: è lo strumento, provvisto di trasportatore, che porta l'utensile dal magazzino al mandrino e scambia letteralmente l'utensile montato sul mandrino con quello in arrivo dalla rastrelliera, effettuando poi il percorso inverso per stoccare l'utensile da non utilizzare. In particolare si distinguono tre tipologie di scambiatori:
 - braccio rotante attorno ad un asse;
 - braccio rotante attorno a due assi;
 - braccio traslante.
- 3- Cabina di protezione: il cubo di lavoro viene isolato dall'ambiente circostante per evitare pericoli e fuoriuscite di truciolo attraverso una barriera provvista di alcune aree trasparenti in modo da poter vedere dall'esterno il pezzo in lavorazione.
- 4- Recinzione perimetrale: tutta la macchina, ivi compresa la rastrelliera utensili, viene delimitata tramite una recinzione per evitare l'accesso agli operatori a zone ritenute pericolose e per circoscrivere la superficie occupata dalla macchina.

Vengono installati in macchina anche elementi di servizio.

- 1- Trasportatore truciolo: le lavorazioni ad asportazione di materiale producono truciolo che deve essere rimosso dalle vicinanze del pezzo in lavorazione per evitare guasti, bloccaggi e sfridi; viene perciò collocato in macchina un sistema apposito che utilizzando dei liquidi ad hoc allontana il materiale in eccesso dalle vicinanze del pezzo.
- 2- Vasca liquido refrigerante: è la vasca contenente il liquido refrigerante utilizzato durante le lavorazioni di asportazione truciolo; questa vasca può essere di diverse dimensioni a seconda delle esigenze specifiche del cliente.
- 3- Armadio elettrico: è l'armadio comprendente tutte le apparecchiature elettriche da cui poi verrà cablata l'intera macchina.
- 4- Impiantistica a bordo macchina: : comprende tutta la componentistica idraulica e pneumatica utilizzata per il funzionamento delle diverse parti della macchina.
- 5- Armadio pneumatico: è tutta l'impiantistica che governa il moduli macchina e che non viene montata direttamente sugli organi di movimento.
- 6- Gruppo opzioni: costituito da strumenti accessori come l'aspiratore fumi, il tastatore, ed il gruppo di lubrificazione minimale; questi elementi vengono installati esclusivamente se richiesti da cliente.

Esiste poi la possibilità di configurare un sistema più complesso, ad esempio con più macchine collegate tra di loro attraverso un sistema di trasportatori (FMS) oppure una sola macchina con una struttura più articolata in grado di gestire più pallet contemporaneamente.

Per quanto riguarda il secondo caso (schematizzato in figura 69) si tratta di un centro di lavoro a cui viene collegato un magazzino per lo stoccaggio dei pallet non in utilizzo dalla macchina.

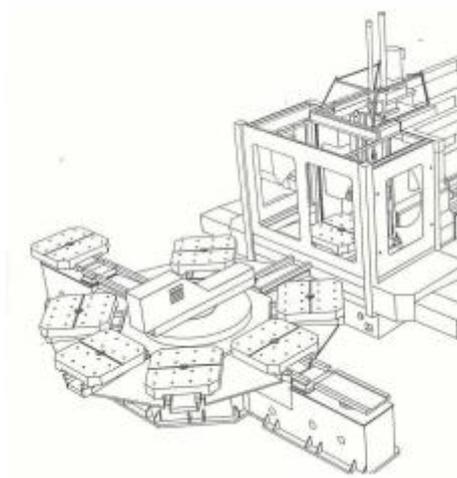


Figura 69: esempio multipallet

In questo modo mentre il *machining center* sta effettuando delle lavorazioni sul pezzo posto sul pallet *C* un operatore è in grado di fissare un secondo pezzo sul pallet in posizione *A*, mentre il pallet *B* è pronto ad entrare automaticamente in macchina appena il lavoro sul pallet *C* è concluso, come rappresentato in figura 70 . Viene prevista a questo proposito anche una postazione operatore per il carico/scarico dei pezzi, oltre alla postazione multipallet ed uno scambiatore pallet. La postazione multipallet può avere forme o dimensioni differenti; la più classica è una postazione rotante di forma circolare posta intorno alla macchina stessa e denominata carosello.

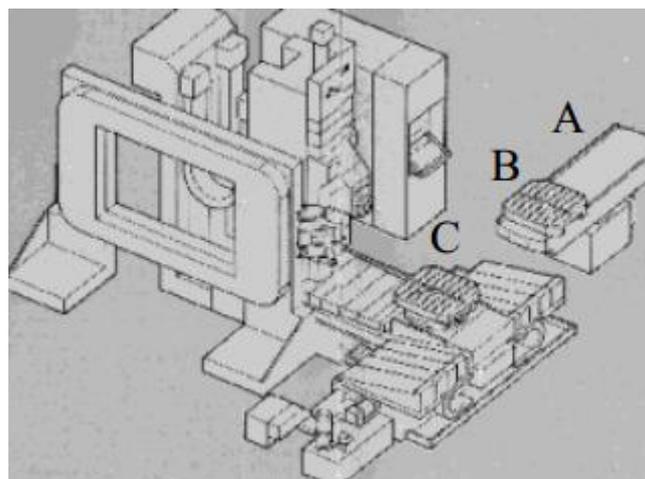


Figura 70: esempio scambiatore

Lo scambiatore pallet lavora invertendo le posizioni dei due pallet soggetti a movimentazione; nello specifico, facendo riferimento all'esempio precedente, lo scambiatore pallet invertirebbe le posizioni dei pallet *C* e *B*.

Un sistema *FMS* (*Flexible Manufacturing Systems*) è invece un complesso di più macchine che lavorano in parallelo e che sono connesse da sistemi di trasporto pallet/utensili e gestiti da un unico sistema di controllo. In questo caso oltre ai moduli sopra nominati bisogna prendere in considerazione un movimentatore dei pallet chiamato navetta con relativo binario e buffer di stoccaggio. Viene proposta in figura 71 una configurazione-tipo provvista di due *machining centers*, di trasportatore e di un magazzino pallet sviluppato linearmente, oltre che del supervisore che coordina le attività di tutto l'apparato.

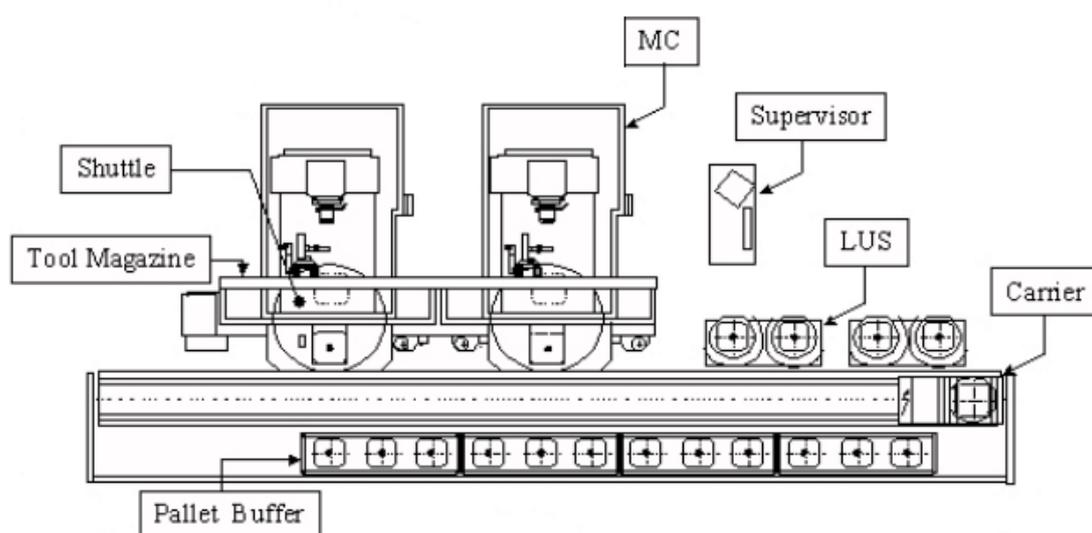


Figura 71: esempio FMS

In determinati casi specifici viene richiesta dal cliente una soluzione che, al posto di movimentare pallet standard, movimenti direttamente il pezzo che viene lavorato in macchina; questo tipo di soluzioni prevede la presenza di un robot che movimenti e manipoli i particolari pezzi. In questa evenienza, è compito dell'azienda progettare una configurazione che soddisfi l'esigenza del cliente. Ai fini della presente analisi, verrebbero introdotti in macchina elementi quali un robot per lo scambio pezzi ed un manipolatore specifico.

In definitiva esistono dei componenti sempre presenti in tutte le commesse prese in carico dall'azienda ed altri componenti o parti che vengono trattati in casi particolari, cioè solo se richiesti dal cliente in seguito a particolari esigenze.

3.2 Processo produttivo

Come già detto in precedenza, la presenza o meno di determinati elementi comporta la presenza o meno di determinate attività all'interno del processo produttivo e, soprattutto, di assemblaggio. Date queste premesse è necessario considerare una commessa specifica per poter fare delle valutazioni sul processo produttivo nella sua fattispecie. Ma prima di fare ciò, vengono prese in considerazione tutte le attività che potrebbero rendersi necessarie in seguito alla presenza sulla macchina di quei particolari componenti. In particolare è stato diviso il processo produttivo nelle seguenti macroaree:

- 1- attività iniziali;
- 2- preparazione strutture e pallet;
- 3- premontaggio;
- 4- montaggio;
- 5- collaudi;
- 6- attività finali.

3.2.1 Attività iniziali

Le attività iniziali sono quelle in capo all'*Ufficio Commerciale* e all'*Ufficio Tecnico* e riguardano in particolare la contrattazione con il cliente e la presa in carico del suo ordine; in seguito a ciò vengono approvvigionati i componenti necessari alla realizzazione della commessa, vengono presi in considerazione i componenti critici, cioè quelli considerati indispensabili per poter procedere con le diverse attività di produzione, o il cui acquisto da terzi prevede un lungo tempo di approvvigionamento.

Un esempio di questa casistica è il mandrino: in precedenza è stato detto che il mandrino viene progettato e prodotto internamente all'azienda, esistono però dei casi in cui il cliente richieda un particolare mandrino.

Queste valutazioni vengono fatte per ogni elemento da inserire in macchina durante le attività di montaggio e per gli elementi che necessitano preassemblaggio.

In caso di richieste particolari del cliente viene posta, antecedente alla fase di acquisto, un processo di progettazione dei componenti prevalentemente in carico all'*Ufficio Tecnico Meccanico*.

3.2.2 Preparazione strutture e pallet

Questa fase prevede la raschiatura manuale delle strutture della macchina e il montaggio delle guide e dei fermo corsa. La raschiatura è una lavorazione meccanica di finitura superficiale da effettuare anche sulla superficie dei pallet. E' una fase molto delicata ed è resa necessaria dall'accuratezza che si vuole ottenere per quelle superfici in movimento reciproco interessate dalla lubrificazione o per i pallet che garantiranno il corretto posizionamento delle parti in lavorazione. Dall'accuratezza con cui viene effettuata questa importantissima fase dipenderà la precisione meccanica della macchina.

Ovviamente la raschiatura dei pallet può essere effettuata in un qualsiasi momento del processo produttivo, in quanto i pallet si rendono necessari solo al momento del collaudo degli stessi, mentre la raschiatura delle strutture principali della macchina è necessario avvenga prima della verniciatura e del montaggio. Il reparto *Raschiatura* si occupa di questa fase.

3.2.3 Premontaggio

La fase di premontaggio è prevista per quei componenti che rispondono ad almeno una delle seguenti considerazioni:

- la complessità del componente è molto elevata (come teste tiltanti, tavole girevoli o mandrini prodotti internamente);
- si vuole ridurre i tempi di montaggio e migliorare il risultato dello specifico componente grazie alla specializzazione del personale addetto al premontaggio;
- si vuole esternalizzare parte delle attività per poter produrre più commesse senza aumentare l'organico aziendale.

A questa serie di attività è dedicato un intero reparto di MCM con la possibilità di rivolgersi anche a fornitori specializzati che provvedono al montaggio di alcuni di questi elementi come ad esempio la postazione operatore per il carico/scarico pallet nel caso di centri multipallet o FMS, o ancora l'armadio elettrico e la navetta.

In particolare gli elementi che necessitano di premontaggio sono i seguenti:

- trasportatore truciolo;
- testa tiltante;
- mandrino;
- tavola girevole;
- rastrelliera utensili;
- cambio utensile;
- postazioni multipallet;
- divisore;
- armadio elettrico;
- navetta;
- posti operatori per carico/scarico pallet;
- armadio pneumatico.

Le attività di premontaggio svolte internamente all'azienda sono di competenza del reparto *Premontaggio*; il reparto *Premontaggio*, come visto in precedenza, è suddiviso in più sottoreparti con specifiche skills riferite a particolari gruppi da premontate. In questo modo MCM cerca di specializzare anche gli addetti al premontaggio in modo da aumentare la qualità dei componenti premontati e di conseguenza dell'intera macchina.

3.2.4 Montaggio

Le attività di montaggio o meglio, di inserimento dei componenti nella struttura della macchina precedentemente raschiata, vengono svolte in uno spazio dedicato definito isola o piazzola di montaggio; la struttura della macchina occupa la piazzola dal momento in cui inizia la fase di montaggio a quando la macchina viene smontata per essere consegnata al cliente. Solo in casi eccezionali la macchina viene spostata da una piazzola ad un'altra, ma solo se lo stato di montaggio non è troppo avanzato.

Le prime due attività di questa fase sono la verniciatura delle strutture e il fissaggio di assi, viti, azionamenti e carter della macchina, vengono svolte con precedenza assoluta rispetto alle altre per ovvi motivi tecnologici. La verniciatura è svolta nel reparto *Verniciatura* e prevede una prima fase di vera e propria verniciatura ed una seconda di asciugatura. Questa attività, solitamente è svolta in tempi standard a meno di richieste particolari del cliente, infatti i colori standard con cui MCM decora le proprie macchine sono grigio, azzurro e bianco, se un cliente volesse una colorazione particolare legata al proprio marchio o al proprio brand i tempi si allungherebbero anche perché coinvolgerebbe altri particolari, oltre alle strutture. Per quanto riguarda il fissaggio di assi, viti, azionamenti e carter è doveroso dire che questa attività rappresenta l'assemblaggio dello scheletro essenziale della macchina sul quale in seguito vengono collocati tutti gli altri elementi.

Gli elementi che vengono in seguito inseriti nella struttura della macchina presso l'isola ed eseguiti dai due reparti di montaggio, sono i seguenti:

- tavola;
- testa;
- mandrino;
- impiantistica a bordo macchina;
- armadio pneumatico;
- armadio elettrico;
- navetta, binario e stoccaggi pallet;
- posti operatori per carico/scarico pallet;
- rastrelliera e cambio utensili;

- inserimento robot e manipolatore pezzi;
- cambio pallet;
- stoccaggio multipallet;
- protezione;
- recinzione;
- vasca refrigerante e trasportatore truciolo.

Ovviamente tutte le attività di inserimento in macchina dei vari componenti sono di responsabilità dei due reparti di *Montaggio* e devono essere eseguite in seguito al relativo premontaggio (se presente) e con un ordine definito da esigenze tecnologiche di cui si parlerà in sede di analisi di una particolare commessa. In particolare due operatori alla volta lavorano su una macchina per ragioni di spazio, anche se in caso di necessità il numero di operatori adibiti al montaggio può arrivare fino a quattro.

Parallelamente alle attività di inserimento in macchina dei diversi componenti vengono svolte le operazioni di cablaggio elettrico dei componenti stessi in carico al reparto *Cablaggio*. Queste operazioni possono essere svolte durante l'inserimento dei componenti e riguardano:

- cablaggio dell'armadio pneumatico;
- cablaggio componenti bordo macchina;
- cablaggio multipallet;
- cablaggio testa tiltante;
- cablaggio rastrelliera utensili;
- cablaggio cambio utensile;
- cablaggio generale della macchina.

3.2.5 Collaudi

A valle delle attività di montaggio vengono effettuate, sempre presso la piazzola, dei particolari collaudi atti a verificare il corretto funzionamento di tutte le parti della macchina e per accertare che la precisione meccanica rientri negli standard ISO.

I collaudi effettuati su ogni macchina e di responsabilità del reparto *Metrologia* e del reparto *Collaudo Funzionale* sono i seguenti:

- collaudo funzionale, comprendente avviamento elettrico e CNC, collaudo sugli assi della macchina, collaudo cambio utensili e cambio pallet;
- collaudo geometrico;
- collaudo metrologia, comprendente collaudo laser allineamento righe ottiche, collaudo ball-bar/ISO, collaudo ISO/NAS;
- collaudo automazione linea;
- collaudo mandrino;
- collaudo robot e manipolatore pezzi;
- collaudi enti esterni: ci sono dei casi in cui le aziende clienti richiedono dei certificati per le prestazioni della macchina erogati da particolari enti (come ad esempio l'azienda francese Apave) che coordinano il collaudo direttamente in MCM.

Le attività di collaudo servono inoltre a dimostrare al cliente il corretto funzionamento di tutte le parti della macchina e le proprietà dichiarate in sede di definizione dell'ordine.

3.2.6 Attività finali

Le attività finali sono quelle che avvengono a valle dei collaudi ed in parte presso il cliente:

- attività chiavi in mano: sono una serie di attività richieste in casi particolari dal cliente, prevedono la progettazione, oltre che del macchinario, di una specifica soluzione produttiva ivi comprensiva del *part program* per la realizzazione di uno specifico pezzo;
- disponibilità fondazione presso il cliente: le macchine MCM necessitano di un opportuno ancoraggio e allineamento al terreno o al piano d'appoggio; pertanto il cliente deve preparare una piazzola in grado di accogliere il centro di lavoro;

- smontaggio: la macchina, al fine di essere trasportata, deve essere parzialmente smontata in modo da rendere il trasporto agevole ed il processo di installazione presso il cliente più veloce;
- trasporto;
- installazione presso il cliente: in questa fase personale del reparto *Montaggio* si reca presso il cliente e rimonta fisicamente la macchina;
- accettazione: attività durante la quale il cliente controlla il corretto funzionamento del macchinario ed accetta formalmente la consegna del prodotto, può essere scorpolata in più sottoattività a seconda degli accordi tra cliente ed MCM. In linea generale le fasi sono le seguenti: preaccettazione, accettazione e accettazione con ripetizione di prove, tutte di responsabilità del reparto *Metrologia* o del reparto *Collaudo Funzionale*;
- corsi: insieme di attività accessorie erogate dall'azienda, prevedono la formazione presso la sede di MCM o presso il cliente, degli operatori che andranno ad utilizzare i macchinari; in particolare i corsi erogati riguardano programmazione, manutenzione ed utilizzo generale del macchinario, di competenza dell'*Ufficio Post Vendita*;
- macchina pronta per la produzione: *ramp-up* e messa in produzione.

Quelle appena elencate sono tutte le attività cui l'azienda è pronta a far fronte in caso di necessità, ma è doveroso sottolineare che alcune di queste attività vengono sempre svolte per qualsiasi commessa si presenti all'azienda (come l'operazione di raschiatura e collaudo geometrico), mentre altre vengono svolte solo qualora se ne presenti la necessità (come ad esempio inserimento navetta).

Per questo motivo prima di formalizzare la rete di operazioni per la pianificazione del processo produttivo di MCM è necessario prendere in considerazione un caso specifico perché, come detto in precedenza, a seconda delle caratteristiche peculiari di ogni commessa il processo muta e cambia forma, aggiungendo o togliendo talune attività.

3.3 Risorse

Per ultimare la descrizione del processo aziendale, viene di seguito esposta la struttura dei reparti presenti in azienda. In particolare si hanno:

- *Ufficio Acquisti*;
- *Ufficio Tecnico Meccanico* che si occupa della contrattazione con il cliente;
- *Reparto Montaggio Meccanico* composto da 29 operatori, che si occupa dell'inserimento in macchina di tutti gli elementi;
- *Reparto Cablaggio* composto da 12 operatori che si occupa del cablaggio dei componenti inseriti in macchina lavorando parallelamente al montaggio;
- *Reparto Collaudo Funzionale* composto da 3 operatori;
- *Reparto Raschiatura* composto da 6 operatori;
- *Ufficio Post-Vendita* che si occupa di tutte le attività successive alla vendita, come l'erogazione di corsi di formazione;
- *Reparto Metrologia* composto da 3 che si occupa dei collaudi geometrici, laser allineamento righe ottiche, collaudo ball-bar/ISO e collaudo ISO/NAS;
- *Reparto Verniciatura*, composto da un solo operatore;
- *Reparto Premontaggio*, suddiviso in
 - *Premontaggio Tavole e Teste*, composto da 4 operatori;
 - *Premontaggio Armadio Pneumatico*, composto da un solo operatore;
 - *Premontaggio Mandrini*, composto da 2 operatori.

In questo elaborato non verrà presa in considerazione l'allocazione delle risorse disponibili per modellare le attività in quanto si è preferito utilizzare il metodo delle distribuzioni associate alle durate delle attività stesse. Nella stima di queste durate verrà assunta la normale allocazione delle risorse, dove per normale si intende l'allocazione abituale delle risorse stesse durante lo svolgimento quotidiano delle operazioni.

3.4 Analisi commessa

Al fine di applicare le metodologie sviluppate al caso MCM, viene presa in considerazione una specifica commessa in carico all'azienda su cui applicare lo strumento in studio; la commessa in esame è rappresentativa dell'insieme di attività che MCM affronta giornalmente e presenta alcune particolari specifiche richieste da parte del cliente, tipiche di una gestione *make-to-order*.

L'ordine è rappresentato da una macchina del tipo Tank 1300 corredata da giostra multipallet 10 posti ed associata postazione operatore per il carico e lo scarico dei grezzi. La Tank 1300 in commessa è dotata di tavola girevole (sfrutta soltanto quattro assi) torque motor, utilizza pallet di dimensione $800 \times 800 \text{ mm}$ ed è corredata da una rastrelliera utensili standard da 40 postazioni utensili. In aggiunta è stato richiesto uno specifico mandrino prodotto da terzi (e non internamente da MCM) e la presenza di una vasca contenente il liquido refrigerante da progettare ex novo. In figura 72 è rappresentata la macchina in esame, mentre in figura 73 si riporta un'immagine del multipallet.

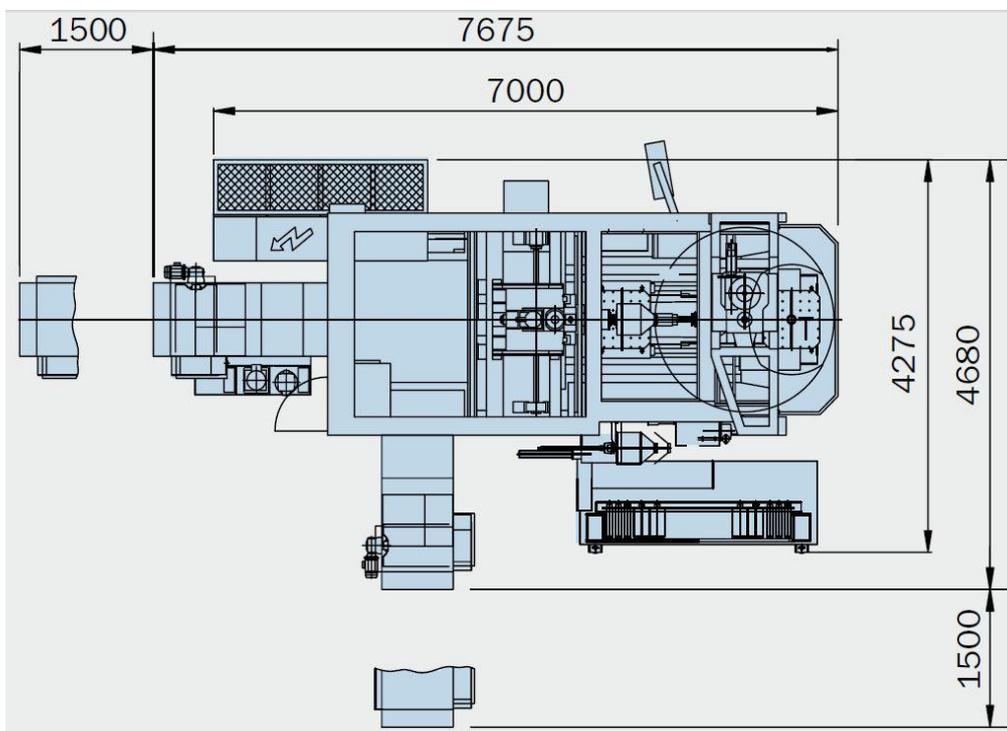


Figura 72: disegno Tank 1300



Figura 73: multipallet

Le attività riguardanti la specifica commessa sono di seguito trattate.

3.4.1 Attività iniziali

Le attività iniziali sono quelle viste in precedenza, ponendo particolare interesse alle fasi di progettazione (per quattro elementi specifici) e di approvvigionamento di sotto-componenti critici per tutti i componenti da inserire in macchina. La fase di approvvigionamento è presa in considerazione per tutti quei sottocomponenti considerati critici per una serie di motivi:

- difficili da reperire dai fornitori;
- la cui mancata presenza pregiudica l'inizio del premontaggio (se presente) o dell'inserimento in macchina dell'elemento;
- *lead time* di approvvigionamento molto lungo o molto aleatorio.

Date queste premesse sono state introdotte queste attività modellandone la distribuzione sul componente ritenuto più critico rispetto agli altri; inoltre è doveroso sottolineare che MCM, lavorando con una logica *make-to-order*, non tiene a scorta (per motivi di spazio e di bilancio) componenti non standard che possano essere eventualmente richiesti dal cliente.

Per questi motivi la fase di approvvigionamento di questi codici risulta essere una fase molto importante e viene presa in considerazione nella presente analisi anche per poter valutare l'impatto che potrebbe avere il ritardo di consegna di questi componenti sul *makespan* totale della rete.

Nello specifico, per le attività iniziali, si ha:

- ordine cliente;
- progettazione vasca liquido refrigerante sinistra: per la commessa in oggetto, il cliente ha richiesto una particolare configurazione della vasca del liquido refrigerante che normalmente è posta sul lato destro della macchina, mentre in questo caso è posta sul lato sinistro;
- progettazione recinzione perimetrale: la recinzione perimetrale è sempre progettata ex novo per ogni commessa, infatti data la molteplicità di soluzioni offerte negli anni dall'azienda non è possibile definire un tipo di recinzione standard, se non per le commesse più comuni;
- progettazione armadio elettrico: la progettazione ed il premontaggio dell'armadio elettrico vengono effettuati da un terzista, questa fase di progettazione riguarda semplicemente la formalizzazione delle caratteristiche e della configurazione specifica del componente da inviare al fornitore;
- progettazione impiantistica bordo macchina: valgono le stesse valutazioni fatte per la recinzione perimetrale;
- disponibilità strutture: fase di approvvigionamento del basamento, del carro, del montante, della base della tavola, della testa, e delle guide degli assi XYZ, cioè di tutti quei componenti che necessitano poi di raschiatura;
- disponibilità elettromandrino: il cliente ha richiesto uno specifico mandrino prodotto da fornitori terzi, in caso contrario sarebbe presente l'attività di progettazione elettromandrino;

- disponibilità componenti critici (da ora in poi CC) trasportatore truciolo e vasca refrigerante: attività di approvvigionamento di trasportatore, tamburo di filtraggio e pignone;
- disponibilità CC pallet: struttura del pallet;
- disponibilità CC tavola: comprendente il piatto rotante, i cuscinetti, il motore e l'anello esterno del freno;
- disponibilità CC rastrelliera utensili: comprendente struttura, slitta e guide;
- disponibilità CC cambio utensile: comprendente la struttura buffer, lo strumento di cambio utensile e il supporto al braccio di scambio;
- disponibilità CC multipallet e postazione operatore per il carico e scarico dei pallet;
- disponibilità CC armadio elettrico: approvvigionamento dell'armadio già premontato presso Siemens;
- disponibilità CC armadio pneumatico: comprendente il telaio dell'armadio;
- disponibilità CC protezione: comprendente la cabina entro cui chiudere le strutture della macchina;
- disponibilità CC impiantistica bordo macchina;
- disponibilità CC recinzione perimetrale;
- disponibilità CC gruppo opzioni;
- disponibilità CC stoccaggio pallet: comprendente il bancale di stoccaggio.

3.4.2 Preparazione strutture e pallet

Le uniche due attività comprese in questo gruppo sono quelle di raschiatura delle strutture e montaggio delle guide e quella di raschiatura dei pallet; queste attività saranno, in sede di analisi considerate due attività divise in quanto possono essere effettuate in due momenti completamente diversi.

3.4.3 Premontaggio

Come già detto in precedenza, tutti i componenti complessi da inserire in macchina nelle fasi di montaggio vengono prima premontati nell'apposito reparto; in particolare, le attività per la specifica commessa in esame sono le seguenti:

- premontaggio trasportatore truciolo e vasca;
- premontaggio tavola;
- premontaggio rastrelliera utensili;
- premontaggio cambio utensile;
- premontaggio multipallet e postazione operatore per il carico e scarico pallet;
- premontaggio armadio pneumatico.

3.4.4 Montaggio

La fase di montaggio prevede le indispensabili attività di verniciatura e montaggio assi dopo le quali vengono inseriti in macchina tutti i componenti già premontati o approvvigionati; nello specifico:

- verniciature delle strutture ;
- montaggio assi, viti, azionamenti e carter;
- inserimento tavola;
- inserimento testa e mandrino;
- inserimento armadio e cablaggio elettrico della macchina;
- montaggio protezione 1: la fase di montaggio della protezione viene divisa in due sottofasi perché una prima e breve parte di questa attività ha molti vincoli di precedenza con operazioni successive, mentre una seconda parte può scorrere parallelamente ad altre attività di montaggio;
- montaggio protezione 2;
- inserimento multipallet, montaggio stoccaggio pallet e montaggio postazione operatore;

- cablaggio multipallet;
- inserimento rastrelliera utensili;
- inserimento cambio utensile;
- cablaggio rastrelliera utensili;
- cablaggio cambio utensile;
- inserimento gruppo opzioni;
- inserimento impiantistica bordo macchina;
- cablaggio bordo macchina;
- inserimento armadio pneumatico;
- cablaggio armadio pneumatico;
- inserimento trasportatore truciolo e vasca;
- montaggio recinzione: nella macrofase di montaggio eseguita presso l'isola, vengono fissate solo alcune parti della recinzione; l'operazione viene conclusa in sede di installazione presso il cliente.

3.4.5 Collaudi

Per quanto riguarda la macrofase collaudo il cliente non ha richiesto nessuna operazione o certificazione da enti esterni particolare, perciò vengono riproposte le attività già descritte nella sezione precedente:

- collaudo funzione;
- collaudo geometrico;
- collaudo metrologia.

3.4.6 Attività finali

In ultimo per le attività finali vengono prese in considerazione le operazioni classiche con l'aggiunta di alcuni corsi per gli operatori, nella fattispecie:

- disponibilità fondazione presso cliente;

- smontaggio;
- trasporto;
- installazione;
- accettazione;
- corso programmazione in MCM;
- corso per l'uso della macchina;
- corso di manutenzione;
- macchina pronta per la produzione.

Sono state quindi definite un totale di 60 attività nel processo produttivo della presente commessa. I passi successivi a questa definizione prevedono la strutturazione della matrice d'incidenza e la conseguente formalizzazione delle distribuzioni di probabilità associate alle attività.

3.4.7 Formalizzazione rete e analisi vincoli di precedenza

A valle della definizione di tutte le attività necessarie per il completamento della commessa, viene effettuata una formalizzazione in una rete *AoA* sulla quale è possibile applicare lo strumento di pianificazione e di calcolo del *makespan* in studio in questo elaborato.

In appendici A e B viene fornita la tabella (divisa per motivi di spazio) che sintetizza tutti i vincoli di precedenza tra attività del tipo *ES* (end-start) a partire dalla quale verrà poi definita la matrice di incidenza. Un vincolo *ES*, definito anche *FS* (finish -start) in (Demeulemeester e Herroelen 2002), tra attività sta a significare che un'attività non può cominciare fino a che l'altra non sia conclusa. La formalizzazione $FS_{ij}(d)$ identifica una relazione di precedenza in cui l'attività *j* può iniziare *d* istanti temporali dopo che l'attività *i* si sia conclusa.

Nel redigere la tabella sono state effettuate valutazioni di seguito riportate.

- 1- Tutte le attività di approvvigionamento CC sono effettuate a valle della conclusione della progettazione degli elementi a cui quei CC sono riferiti (se presente).

- 2- tutte le attività di premontaggio (se presenti) sono sottese alla disponibilità, e quindi l'avvenuto approvvigionamento, dei componenti ritenuti critici.
- 3- Tutte le attività di montaggio, o inserimento, sono vincolate alla conclusione del relativo premontaggio (se presente) o alla disponibilità dei componenti ritenuti critici o proveniente da fornitori esterni.
- 4- Tutte le attività di montaggio sono eseguite dopo il fissaggio di assi, viti, azionamenti e carter, e cioè la definizione della struttura base della macchina (già definita in precedenza scheletro);
- 5- Le attività di montaggio che hanno precedenza assoluta sulle altre sono le seguenti:
 - inserimento impiantistica bordo macchina e relativo cablaggio;
 - inserimento armadio pneumatico e relativo cablaggio;
 - inserimento tavola;
 - inserimento elettromandrino.

A seguito delle quali avviene la prima fase di montaggio della protezione, cui segue prima l'inserimento dell'armadio elettrico con il relativo cablaggio della macchina e poi, in parallelo:

- inserimento multipallet e PO con relativo cablaggio;
 - inserimento trasportatore truciolo e vasca del liquido refrigerante;
 - inserimento rastrelliera utensili e relativo cablaggio;
 - inserimento cambio utensili e relativo cablaggio, seguito a sua volta dall'inserimento del gruppo opzioni.
- 6- Parallelamente al secondo gruppo di attività appena descritto viene svolta la seconda parte del montaggio della protezione.
 - 7- Le attività di collaudo iniziano solamente quando tutte le fasi di montaggio (inserimento componenti) e montaggio della protezione sono completate.
 - 8- Il processo di raschiatura pallet corre parallelo a tutte le attività di premontaggio e montaggio con l'unico vincolo di rendere i pallet disponibili per il collaudo geometrico.
 - 9- Una volta terminati i collaudi e parallelamente alle fasi di smontaggio, trasporto e installazione, vengono erogati i corsi di programmazione, uso macchina e manutenzione presso gli uffici MCM.

10- Il montaggio della recinzione è stato posto a valle del montaggio della protezione; è doveroso sottolineare che il montaggio effettivo e completo della recinzione avviene soltanto in sede di installazione presso il cliente, mentre in MCM vengono fissate soltanto le parti più importanti ed essenziali della recinzione stessa. Questa operazione avviene prima dell'inizio dei collaudi.

A valle di queste valutazioni è possibile definire la rete AOA e la matrice di incidenza associata; sia la rete AOA in esame che la matrice di incidenza sono fornite in appendice C e D rispettivamente. Viene riportata in figura 74, 75 e 76 la rete divisa in tre differenti sottoreti.

Nella prima sottorete in figura 74 sono comprese tutte le attività iniziali, in particolare quelle di approvvigionamento; è possibile vedere come esista un unico nodo sorgente dal quale scaturisce l'attività 1.

In figura 75 invece, quella più articolata, sono comprese le attività di premontaggio e montaggio; si nota facilmente come esistano due grossi gruppi di attività, due grossi step intramezzati dalle attività 37 (montaggio prima parte di protezione) e 39 (inserimento armadio elettrico e cablaggio dello stesso).

Infine, in figura 76 sono riportate le attività finali.

Gli archi rappresentati con linea tratteggiata simboleggiano attività che si concludono in un altro dei tre disegni riportati, è una convenzione utilizzata per motivi di spazio e per poter rendere visibile al lettore a

Componente critico
Strutture
Trasportatore truciolo e vasca
Pallet
Tavola
Rastrelliera utensili
Cambio utensile
Multipallet e PO
Armadio elettrico
Armadio pneumatico
Protezione
Impiantistica bordo macchina

Recinzione perimetrale
Gruppo opzioni
Stoccaggio pallet

Imeno una parte della rete senza ricorrere all'appendice.

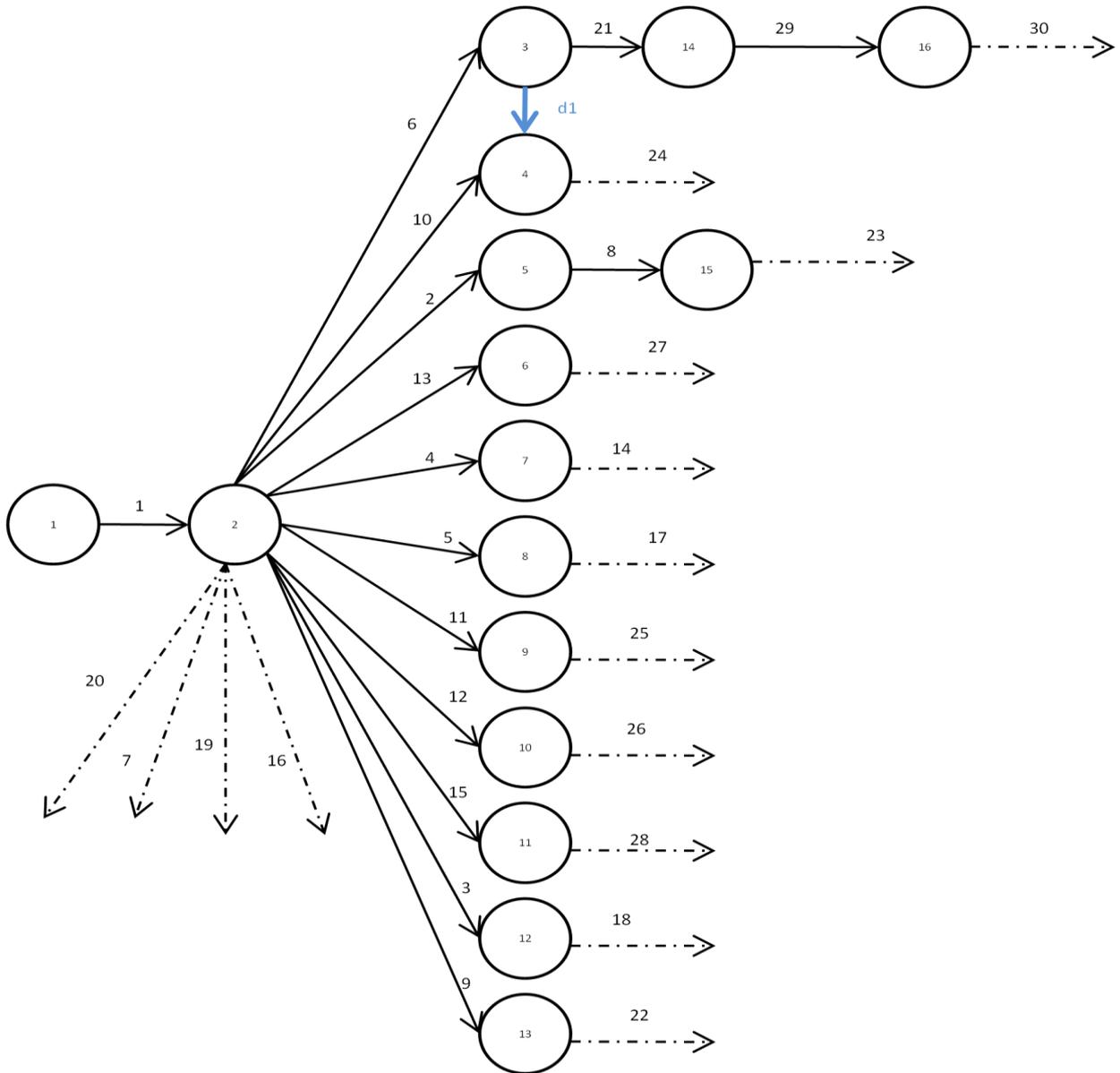


Figura 74: rete di studio - parte 1

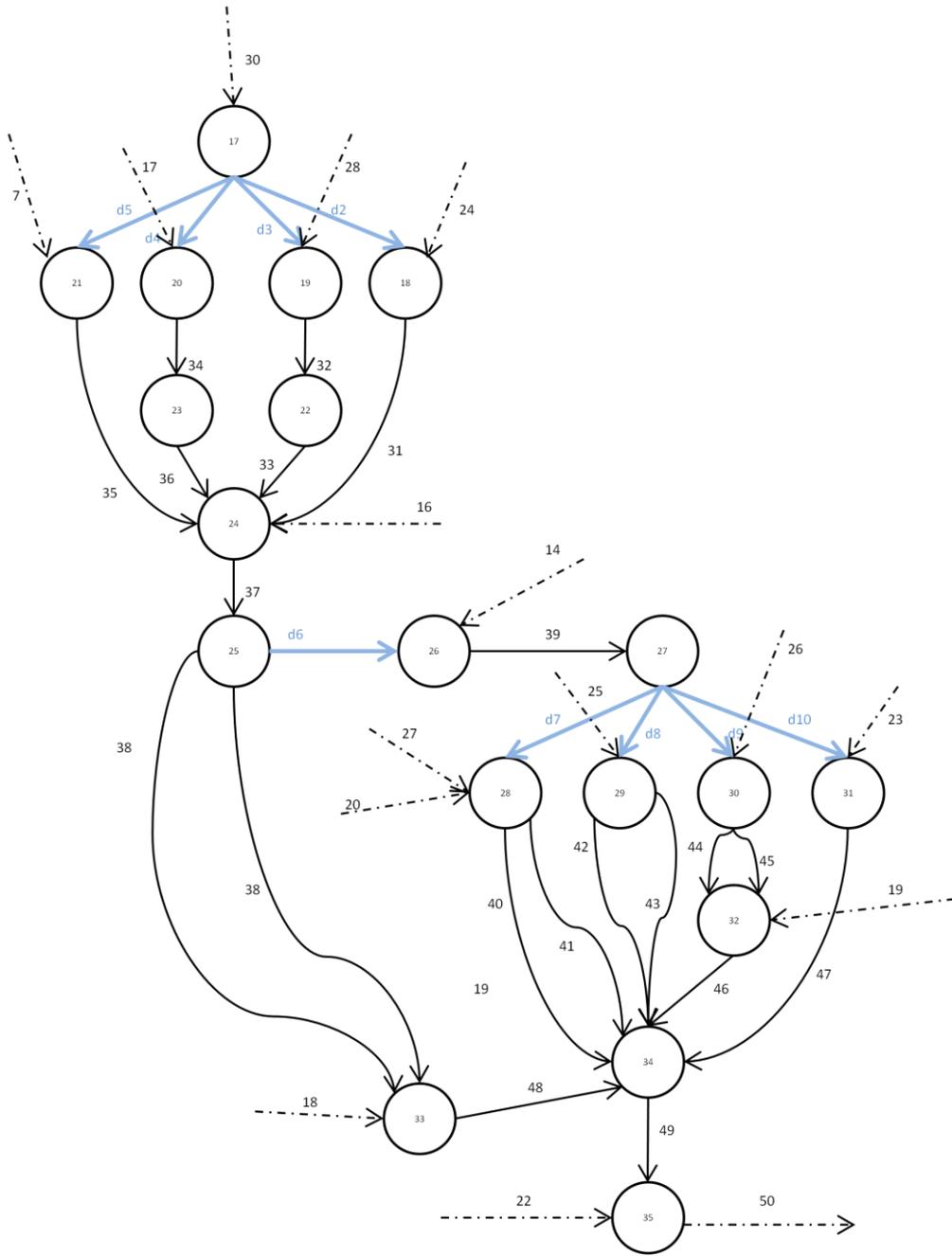


Figura 75: rete di studio - parte 2

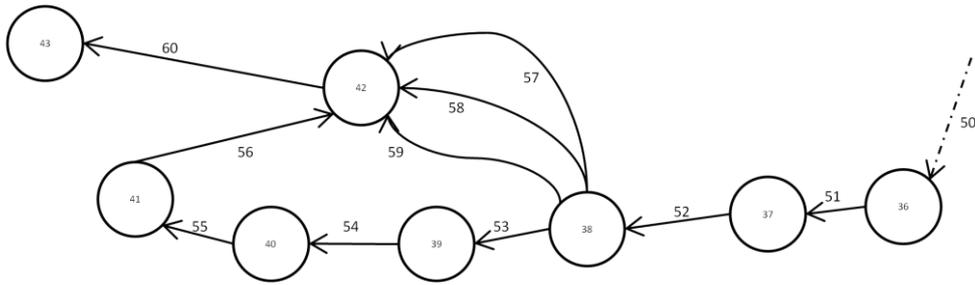


Figura 76: rete di studio - parte 3

E' doveroso effettuare una puntualizzazione sulla formalizzazione della matrice di incidenza e della rete *AoA* associata: sono state introdotte delle attività non prese in considerazione precedentemente con lo scopo di identificare un vincolo di precedenza che altrimenti andrebbe perso; queste attività hanno l'arco corrispondente di colore blu.

Nello specifico queste attività fittizie, denominate *attività dummy*, hanno la particolarità di avere la durata non più aleatoria come tutte le altre attività prese in considerazione, bensì deterministica e pari a 0. Più formalmente è possibile dire che ogni *attività dummy* ha $P(t = 0) = 1$ e $P(t > 0) = 0$.

Si consideri il seguente esempio in cui le quattro attività *m*, *n*, *o* e *p* rispettano tutte un vincolo di precedenza verso l'attività *a* e, rispettivamente, verso alle attività *b*, *c*, *d* ed *e*. Formalizzando l'esempio si otterrebbe una parte rete *AoA* come quella proposta in figura 77; in tabella 45 sono riportate le precedenze in esame.

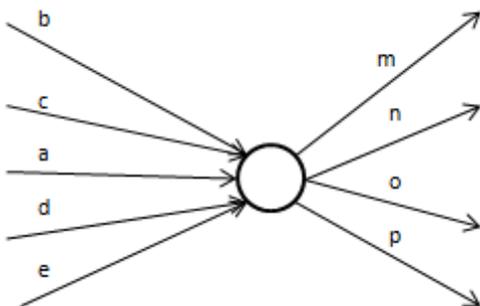


Figura 77: rete esempio attività dummy

Attività	Precedenze
m	a, b
n	a, c
o	a, d
p	a, e

Tabella 45: attività dummy

Concettualmente predisporre una rete come quella appena vista ed affrontarla con uno strumento automatico, equivale a dire che tutte le attività che escono dall'unico nodo presente rispettano il vincolo di precedenza verso tutte le attività che sono entranti nel nodo, condizione falsa; la realtà è che tutte le attività uscenti dal nodo rispettano il vincolo di precedenza verso la sola attività *a* e ad una ad una, verso altre attività.

Per questo motivo si è scelta la configurazione proposta in figura .. , in cui sono stati introdotti in colore blu le *attività dummy*; si può vedere come il nodo 1, in cui “muore” l'attività *a* viene “splittato” in quattro differenti nodi attraverso l'uso delle *attività dummy*. In questi nuovi nodi confluiscono le attività *b*, *c*, *d* ed *e*, e dagli stessi nascono, rispettivamente, *m*, *n*, *o* e *p* come è possibile vedere in figura 78.

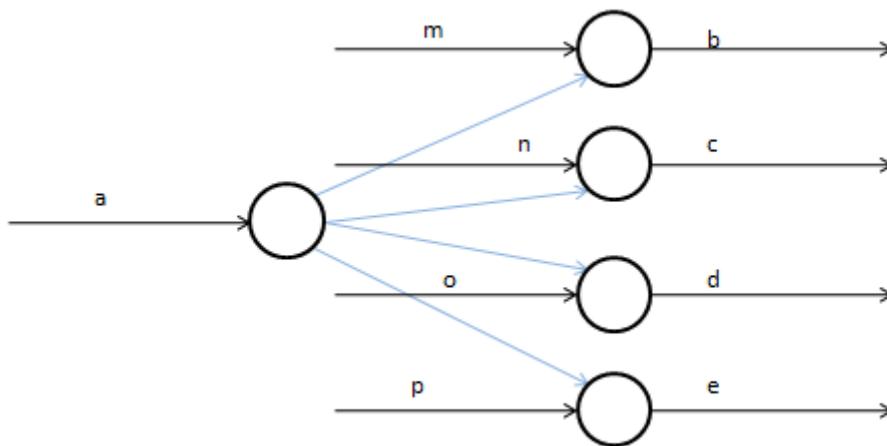


Figura 78: rete esempio attività dummy

Utilizzando queste attività fasulle è possibile formalizzare correttamente la rete ed i suoi vincoli senza causare variazioni sui tempi delle attività e sul calcolo del makespan in generale.

Per quanto riguarda la rete associata alla commessa di MCM presa in carico per questo elaborato, sono state utilizzate dieci *attività dummy* in quattro situazioni differenti del tutto simili all'esempio sopra proposto.

In particolare, facendo riferimento alla figura .., il nodo 17 viene replicato nei nodi 18, 19, 20 e 21. In ingresso al nodo 17 c'è l'attività numero 30, corrispondente alla

verniciatura delle strutture, in seguito alla quale vengono inserite le attività 31, 32, 34 e 35 rispettivamente inserimento tavola, inserimento armadio pneumatico, inserimento impiantistica bordo macchina ed inserimento testa e mandrino. Queste attività devono rispondere al vincolo di precedenza anche con i relativi premontaggi o approvvigionamenti rispondenti alle attività 24, 28, 17 e 7 e cioè premontaggio tavola, premontaggio armadio pneumatico, disponibilità CC impiantistica bordo macchina e disponibilità elettromandrino.

Identica situazione al nodo 27, splittato nei nodi 28, 29, 30 e 31, che hanno a loro volta in ingresso le attività 27, 20, 25, 26 e 23; questa parte di rete è relativa alla fase a valle del montaggio della prima parte di protezione e si occupa dell'inserimento in macchina di componenti quali multipallet, rastrelliera utensili, cambio utensile, gruppo opzioni, trasportatore truciolo e vasca. Ovviamente tutte queste attività rispettano un vincolo di precedenza verso il montaggio protezione1 e l'inserimento dell'armadio elettrico identificate con le operazioni 37 e 39 ed ognuno verso il proprio particolare processo di approvvigionamento e/o premontaggio.

Le ultime due situazioni sono relative ai nodi 3 e 25 in cui si ha in ingresso una sola attività, mentre in uscita se ne hanno due, di cui una ha un vincolo verso altre operazioni; ancora una volta si è scelto di scindere il nodo in esame per crearne, attraverso *attività dummy*, uno nuovo. Nello specifico in seguito alla disponibilità delle strutture (attività 6) si ha la raschiatura delle strutture (21) e il premontaggio della tavola girevole che rispetta l'ulteriore vincolo relativo alla disponibilità CC tavola, rispettivamente attività 24 e 10. Il secondo caso è relativo all'attività di montaggio protezione1, cui segue il montaggio protezione2 (38) e l'inserimento dell'armadio elettrico vincolato all'arrivo dei componenti critici, rispettivamente attività denominate 39 e 14.

Capitolo 4

Procedura e analisi dei risultati sul caso di studio

A partire dalla descrizione fornita nella sezione precedente, nel presente capitolo viene formalizzata la rete di attività della commessa in esame.

In particolare vengono formalizzate tutte le attività presenti con una durata aleatoria definita a partire dai dati reperiti in azienda e sfruttando gli strumenti esposti precedentemente. In seguito viene analizzata la rete messa a punto rifacendosi all'algoritmo presentato nel capitolo 2.

A valle dell'analisi vengono presentati i risultati rappresentati da una distribuzione di ripartizione, confrontandoli con un *benchmark* messo a punto a partire dalla rete medesima.

4.1 Formalizzazione distribuzioni probabilistiche attività

Come esposto nel capitolo 1, le attività prese in considerazione in questo elaborato hanno natura aleatoria, cioè ad ogni attività è associata una distribuzione probabilistica e quindi bisogna essere in grado di determinare con che probabilità una certa operazione venga conclusa in un determinato tempo t .

E' doveroso puntualizzare che in MCM non vengono registrate le durate di tutte le attività effettuate nei vari reparti ma vengono censite soltanto delle grandezze aggregate che indicano per ogni macrofase (attività iniziali, preparazione strutture, premontaggio, montaggio e attività finali) la quantità di ore-uomo impiegate per ogni commessa. Per questo motivo sono stati utilizzati dei documenti riguardanti gli stati di avanzamento di numerose commesse con indicazione della durata (in giorni) di ogni attività presa in carico dall'azienda e sono state modellate delle distribuzioni uniformi su ognuna di queste. Il livello di aggregazione delle attività in questi documenti di avanzamento è decisamente minore rispetto al metodo di registrazione interna citata precedentemente; bisogna aggiungere però che la maggior parte di questi documenti sono stilati in via previsionale. Partendo dai dati estrapolati dai documenti degli stati di avanzamento e mitigandoli con l'esperienza pratica dei responsabili dei vari reparti è stato possibile *fittare* delle distribuzioni uniformi per ogni attività trattata; in particolare sono state identificate la durata massima e la durata minima di ogni attività, utilizzate poi come limite inferiore e limite superiore per le relative distribuzioni uniformi.

Le valutazioni appena esposte valgono soltanto per le attività svolte in azienda e che richiedono l'utilizzo di manodopera o comunque personale umano per lo svolgimento delle suddette, quindi vengono escluse le attività di approvvigionamento. Le attività di montaggio e premontaggio rientrano perfettamente in questa casistica; queste attività, in particolare l'inserimento di componenti in macchina, hanno una durata totale dipendente dal numero di addetti cui è affidata l'attività stessa. Per questi motivi le distribuzioni messe a punto per le attività che utilizzano massicciamente risorse umane e la cui durata è molto dipendente da come queste risorse vengono utilizzate, sono da considerarsi adatte a modellare il normale svolgimento delle operazioni in MCM.

In riferimento alle attività di approvvigionamento dei componenti critici, esse riguardano la durata aleatoria con cui i fornitori sono in grado di reperire e consegnare all'azienda i beni richiesti, sono perciò delle attività completamente differenti rispetto a quelle analizzate in precedenza. Per queste operazioni non esistono in MCM degli storici che indicano le performance di ogni fornitore, perciò è stata utilizzata l'unica data disponibile al momento della formalizzazione della rete e cioè la data di consegna prevista comunicata al reparto *Acquisti* dai vari fornitori.

A partire da questa considerazione è doveroso specificare che tutte le analisi di seguito effettuate sono da considerarsi svolte il giorno 4 marzo 2014, momento nel quale la commessa era già stata presa in carico dall'azienda e nel quale il reparto *Acquisti* aveva già ordinato tutti i componenti critici necessari ed era oltremodo a conoscenza delle date di consegna dei componenti stessi. Infatti al momento della formalizzazione della rete, i componenti critici riguardanti l'armadio pneumatico, l'impiantistica bordo macchina e lo stoccaggio pallet erano già presenti a magazzino, perciò la distribuzione associata alla durata delle attività di approvvigionamento ha valore 0 con probabilità pari ad 1, proprio come per le *attività dummy*. Le medesime valutazioni sono state fatte per la disponibilità delle strutture e dell'elettromandrino. Per altri componenti critici, come ad esempio per i pallet, l'armadio elettrico e il cambio utensile sono state utilizzate le date di consegna comunicate dal fornitore. A tal proposito si prenda come esempio l'approvvigionamento CC trasportatore truciolo e vasca: in data 4 marzo 2014, giorno in cui è stata effettuata la formalizzazione della rete, la data di consegna prevista per quest'ordine era il 9 maggio 2014, indicativamente 60 giorni; per questo motivo l'attività di approvvigionamento è stata modellata come deterministica di durata 60 giorni.

Valutazioni ancora differenti sono state fatte per le operazioni di collaudo. In MCM infatti è stato possibile reperire dei dati aggregati sulle durate di tutti i collaudi e non di ognuno specifico; sono state poi disaggregate queste grandezze nelle varie attività di collaudo grazie ancora una volta all'esperienza degli addetti del reparto *Metrologia* e del reparto *Collaudo Funzionale*.

In ultimo per quanto concerne i corsi di programmazione e uso macchina, questi hanno durate solitamente fisse essendo sostanzialmente corsi di formazione, sono state ipotizzate anche in questo caso dei range molto contenuti per diversificare le varie tipologie di corso che possono essere richieste dal cliente, per modellare ancora una volta una distribuzione uniforme.

Date le considerazioni appena esposte è possibile fornire i limiti superiore ed inferiore delle distribuzioni legate alle attività precedentemente elencate nelle tabelle di seguito riportate.

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
1	Ordine cliente	0	
2	Progettazione vasca liquido refrigerante sinistra	0	
3	Progettazione recinzione perimetrale	0	
4	Progettazione armadio elettrico	0	
5	Progettazione impiantistica bordo macchina	0	
6	Disponibilità strutture	0	
7	Disponibilità elettromandrino	0	
8	Disponibilità CC trasportatore truciolo e vasca	60	
9	Disponibilità CC pallet	40	
10	Disponibilità CC tavola	10	
11	Disponibilità CC rastrelliera utensili	20	
12	Disponibilità CC cambio utensile	11	
13	Disponibilità CC multipallet e PO	20	
14	Disponibilità CC armadio elettrico	15	
15	Disponibilità CC armadio pneumatico	0	
16	Disponibilità CC protezione	5	
17	Disponibilità CC impiantistica bordo macchina	0	
18	Disponibilità CC recinzione perimetrale	10	
19	Disponibilità CC gruppo opzioni	20	
20	Disponibilità CC stoccaggio pallet	0	

Tabella 46: limite superiore ed inferiore attività - parte 1

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
21	Raschiatura strutture e montaggio guide	10	20
22	Raschiatura e preparazione pallet	5	10

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
23	Premontaggio trasportatore truciolo e vasca	5	10
24	Premontaggio tavola girevole	6	13
25	Premontaggio rastrelliera utensili	5	10
26	Premontaggio cambio utensile	3	6
27	Premontaggio multipallet e PO	7	15
28	Premontaggio armadio pneumatico	5	8

Tabella 47: limite superiore ed inferiore attività - parte 2

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
29	Verniciatura delle strutture	5	10
30	Assi, viti, azionamenti e carter	14	21
31	Inserimento tavola	2	5
32	Inserimento armadio pneumatico	2	5
33	Cablaggio armadio pneumatico	29	34
34	Inserimento impiantistica bordo macchina	0	1
35	Inserimento testa e mandrino	8	15
36	Cablaggio bordo macchina	2	4
37	Montaggio protezione1	7	8
38	Montaggio protezione2	0	1
39	Inserimento armadio elettrico e cablaggio macchina	6	11
40	Inserimento multipallet, montaggio stoccaggio e PO	2	3
41	Cablaggio multipallet	4	5
42	Inserimento rastrelliera utensili	2	4
43	Cablaggio rastrelliera utensili	2	4
44	Inserimento cambio utensile e pulitore cono	2	3
45	Cablaggio cambio utensile	4	5
46	Inserimento gruppo opzioni	2	3
47	Inserimento trasportatore truciolo e vasca	1	3
48	Montaggio recinzione	0	1

Tabella 48: limite superiore ed inferiore attività - parte 3

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
49	Collaudo funzionale	20	22
50	Collaudo geometrico	2	4
51	Collaudo metrologia	2	3

Tabella 49: limite superiore ed inferiore attività - parte 4

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
52	Disponibilità fondazione presso cliente	1	2
53	Smontaggio	2	3
54	Trasporto	2	3
55	Istallazione	20	40
56	Accettazione	10	15
57	Corso programmazione in MCM	10	12
58	Corsi uso macchina	5	6
59	Corsi manutenzione	5	6
60	Macchina pronta per produzione	1	2

Tabella 50: limite superiore ed inferiore attività - parte 5

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
61	Dummy 1		0
62	Dummy 2		0
63	Dummy 3		0
64	Dummy 4		0
65	Dummy 5		0
66	Dummy 6		0
67	Dummy 7		0
68	Dummy 8		0
69	Dummy 9		0
70	Dummy 10		0

Tabella 51: limite superiore ed inferiore attività - parte 6

E' possibile vedere come le attività sono state riportate suddivise per macrofasi, in particolare è stato indicato il limite superiore ed inferiore quando le distribuzioni considerate sono del tipo Uniforme, mentre per distribuzioni deterministiche (*attività dummy* o di approvvigionamento) il valore indicato è soltanto uno.

A valle di queste analisi sulle attività della specifica commessa in esame è stato possibile formalizzare le matrici *b* *c* e *d* per l'inserimento in Matlab delle informazioni necessarie a studiare la rete. In particolare riportate le matrici di cui sopra, nelle tabelle in Appendice E.

4.2 Processo di risoluzione della rete e individuazione makespan

In seguito all'introduzione nel software delle matrici messe a punto si ottiene una rete del tipo AoA con 43 nodi e 70 archi già descritta nel capitolo precedente e riportata in Appendice D.

Seguendo il procedimento descritto nel capitolo 2, è possibile definire i seguenti passi per la risoluzione della rete proposta e la stima del suo *makespan*.

- 1- **Riduzione serie/parallelo:** si cercano delle possibili semplificazioni sulla rete ottenendo buoni risultati, infatti, il grafo ha 22 nodi e 42 archi. Per ragioni di spazio viene riportato anche questo grafo nell'Appendice F.
- 2- **Riduzione cardinalità della rete:** viene ridotta la rete per diminuirne la complessità, ottenendo una rete del tutto uguale a quella descritta al punto precedente ma i cui nomi dei nodi sono riscaldati a partire da 1 come esposto nel capitolo 2.
- 3- **Ricerca sottoreti:** a seguito della riduzione viene identificata un'unica partizione valida, di seguito riportata.

$$partizione = [0\ 1\ 2]$$

Si può vedere come la sottorete 0 comprenda solamente il nodo origine e la sottorete 2 comprenda solo il nodo pozzo, tutti i nodi restanti sono compresi nel sottografo 1. La sottorete 1 perciò identifica quella parte di rete comprendente i nodi dal numero 2 al numero 2 al numero 21. La sottorete identificata è evidenziata nella figura riportata in Appendice G.

- 4- **Isolamento sottorete:** la sottorete identificata viene isolata dal resto della rete in modo da poterla modificare.
- 5- **Ricerca percorsi:** la sottorete isolata è soggetta alla ricerca di percorsi del tipo $s-t$ path; vengono identificati 61 percorsi dal nodo origine al nodo pozzo della sottorete.
- 6- **Simulazione Monte Carlo:** sulla partizione in esame viene effettuata una simulazione con un numero di *run* pari ad 1.000.000 utilizzando i percorsi identificati al punto precedente.

- 7- **Calcolo bound e validazione:** in seguito alla simulazione sulla sottorete sono stati calcolati anche i bound della distribuzione associata al *maskespan* utilizzando ancora gli *s-t path*. E' possibile vedere in figura 79 come la curva della simulazione (in blu) rientri perfettamente nello spazio aleatorio identificato dai bound (in rosso); la simulazione è perciò considerabile valida ed è possibile semplificare la sottorete.

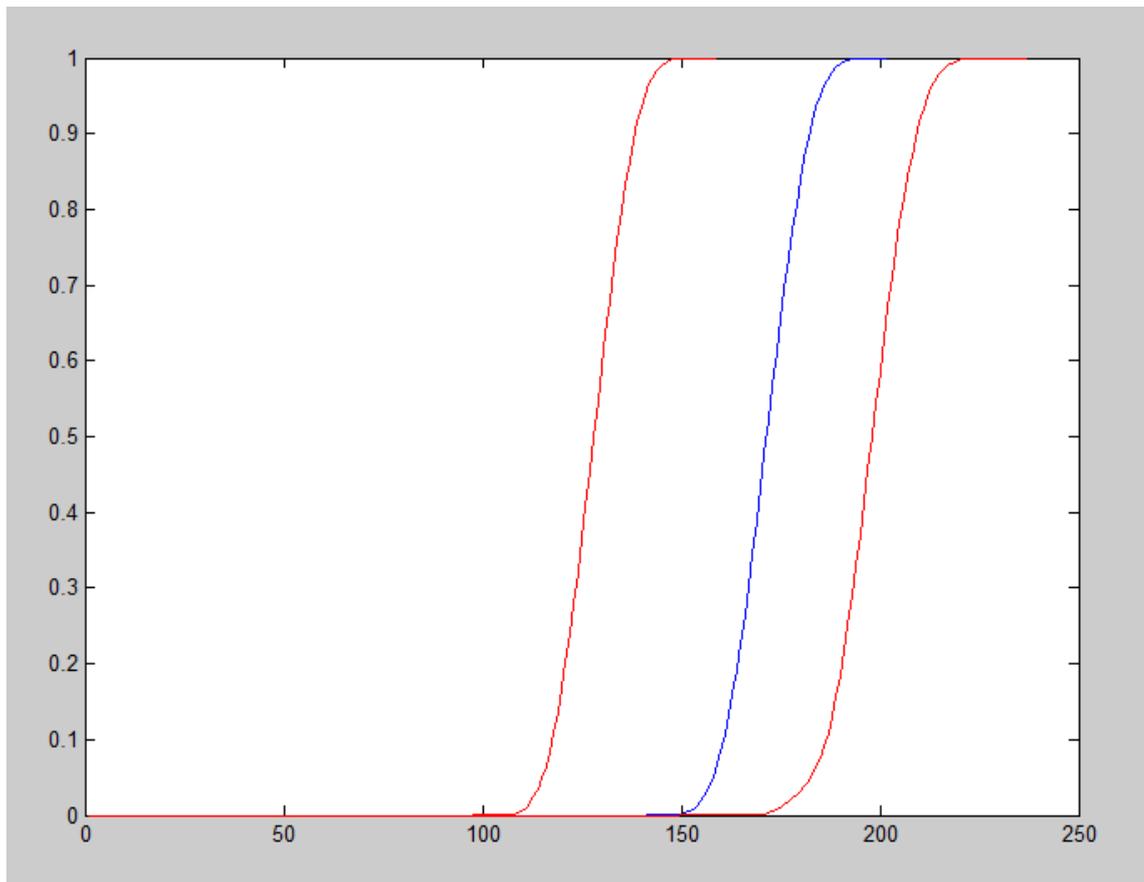


Figura 79: validazione stima sottorete

- 8- **Sostituzione sottorete:** seguendo ancora il procedimento descritto nel capitolo 2, vengono stralciati tutti gli archi ed i nodi compresi nella sottorete *I*, sostituendoli con un solo arco dotato delle caratteristiche distributive stimate tramite simulazione.

Si ottiene in questo modo una rete con 4 nodi e 3 archi, come proposto in figura 80 in cui l'arco simulato assume colore verde.



Figura 80: sostituzione sottorete

Dalla figura è possibile notare come i soli archi rimasti nella rete sono:

- il nodo sorgente, incluso nella sottorete 0, perciò fino a questo momento non preso in considerazione;
- il nodo pozzo, incluso nella sottorete 2, per il quale valgono le stesse osservazioni fatte per il nodo sorgente;
- i nodi 2 e 21, rispettivamente sorgente e pozzo della sottorete identificata con 1 e della quale è stato simulato il *makespan*.

Sono state seguite perciò le indicazioni fornite nel capitolo 2 riguardanti l'isolamento, la trattazione e l'immissione di una particolare partizione.

9- **Riduzione cardinalità della rete:** si veda punto 2.

10- **Riduzione serie/parallelo:** la rete ottenuta è semplificabile tramite una riduzione in serie sfruttando le proprietà dell'operatore convoluzione conseguendo una nuova e definitiva rete con un solo arco e 2 nodi, riportata in figura 81.



Figura 81: riduzione SP

11- **Analisi dei risultati:** l'arco ottenuto rappresenta l'intero processo, perciò le sue funzioni distributive rappresentano il *makespan* dell'intera rete.

Commentando i risultati è doveroso dire che la funzione cumulata raggiunge l'unità ad un t pari a 199: questo vuol dire che con probabilità pari ad 1, è possibile affermare che il processo terminerà entro 199 giorni lavorativi a partire dal 4 marzo 2014. Analizzando la funzione di densità è possibile attestare che il processo ha la maggior probabilità di concludersi con un t pari a 171 giorni lavorativi. Più formalmente:

$$\begin{aligned} Prob(t \leq 199) &= 1 \\ Prob(t = 171) &= 0.045 . \end{aligned}$$

E' possibile anche fare delle valutazioni assumendo un determinato rischio r nella valutazione stessa. Assumendo perciò un rischio $r \in (0, 1)$ tale che $Prob(t \leq t^*) = (1 - r)$ si può dire che:

- il processo si conclude al massimo in 191 giorni lavorativi con un rischio pari a 1%;
- il processo si conclude al massimo in 186 giorni lavorativi con un rischio pari a 5%;

- il processo si conclude al massimo in 183 giorni lavorativi con un rischio pari a 10%.

Grazie a queste valutazioni, come già esposto in precedenza, MCM SpA si ritrova in una posizione predominante nei confronti del cliente in sede contrattuale.

12- Calcolo bound e validazione: a valle della stima del *makespan* dell'intera rete sono stati calcolati i bound relativi alla distribuzione del *makespan* stesso. Viene riportata in figura 82 la rappresentazione della funzione di ripartizione del *makespan* (in blu) e dei bound associati (in rosso). I bound sopra nominati sono stati calcolati a partire dagli *s-t path* percorsi identificati nella rete originaria.

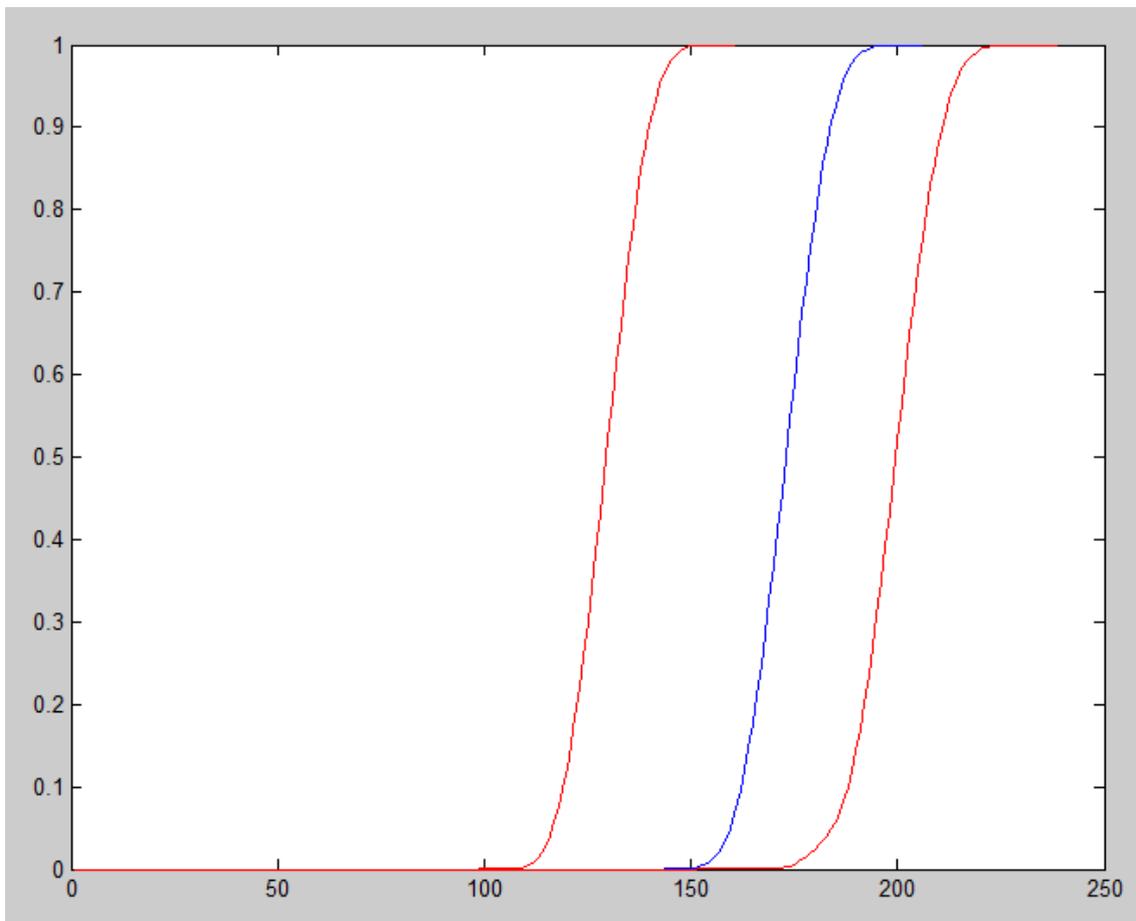


Figura 82: validazione stima caso di studio

E' possibile notare come la funzione cumulata stimata rientra perfettamente nei bound calcolati, questo è sufficiente a validare lo studio effettuato.

4.3 Confronto tra metodi

Seguendo il procedimento esposto nel capitolo 2 vengono confrontati i risultati ottenuti utilizzando lo strumento messo a punto con la distribuzione *benchmark* di riferimento.

Come già detto in precedenza, la distribuzione del *maksespan* considerata di riferimento ossia quella che viene considerata la vera distribuzione delle durate del processo, viene stimata effettuando una simulazione sull'intera rete senza utilizzare gli strumenti esposti nei capitoli 1 e 2 come riduzione in serie/parallelo, partizionamento e bound. Nel caso specifico è stata eseguita una simulazione con 2.000.000 di iterazioni utilizzando una macchina dalle seguenti caratteristiche:

- CPU Pentium Dual Core da 2.20 Ghz;
- RAM da 4.00 GB;
- SO a 64 bit.

I risultati ottenuti utilizzando il procedimento messo a punto in questo elaborato sono stati confrontati con i valori di *benchmark* utilizzando due metri di paragone:

- velocità di esecuzione;
- qualità della stima.

Per quanto riguarda la velocità di esecuzione, vengono riportati in tabella 52 le durate in minuti delle varie simulazioni. Sono state effettuate varie prove con i due metodi alternativi, il primo è quello utilizzato per stimare il *benchmark*, mentre il secondo è quello esposto nel capitolo 2.

	Run				
	100 mila	300 mila	500 mila	1 mln	2 mln
Senza algoritmo	11,07	31,77	49,02	114,07	210,03
Con algoritmo	2,54	6,70	11,30	30,02	51,92

Tabella 52: confronto tempi di esecuzione

Analizzando la tabella è possibile vedere come a parità di iterazioni l'utilizzo della procedura renda sempre l'analisi meno dispendiosa in termini di tempo.

Per quanto riguarda in vece l'analisi qualitativa è stata effettuata anche questa volta un'analisi delle differenze punto a punto tra i valori della cumulata *benchmark* e tutte le cumulate stimate con la procedura proprietaria; sono eseguite 10 repliche per ogni classe di simulazione definite come segue:

- prima classe avente 1.000.000 di iterazioni;
- seconda classe avente 500.000 iterazioni;

- terza classe avente 300.000 iterazioni

L'immagine 83 riporta i valori scarto ottenuti effettuando una differenza punto a punto tra il *benchmark* di riferimento e la media delle repliche di simulazioni divise per classi.

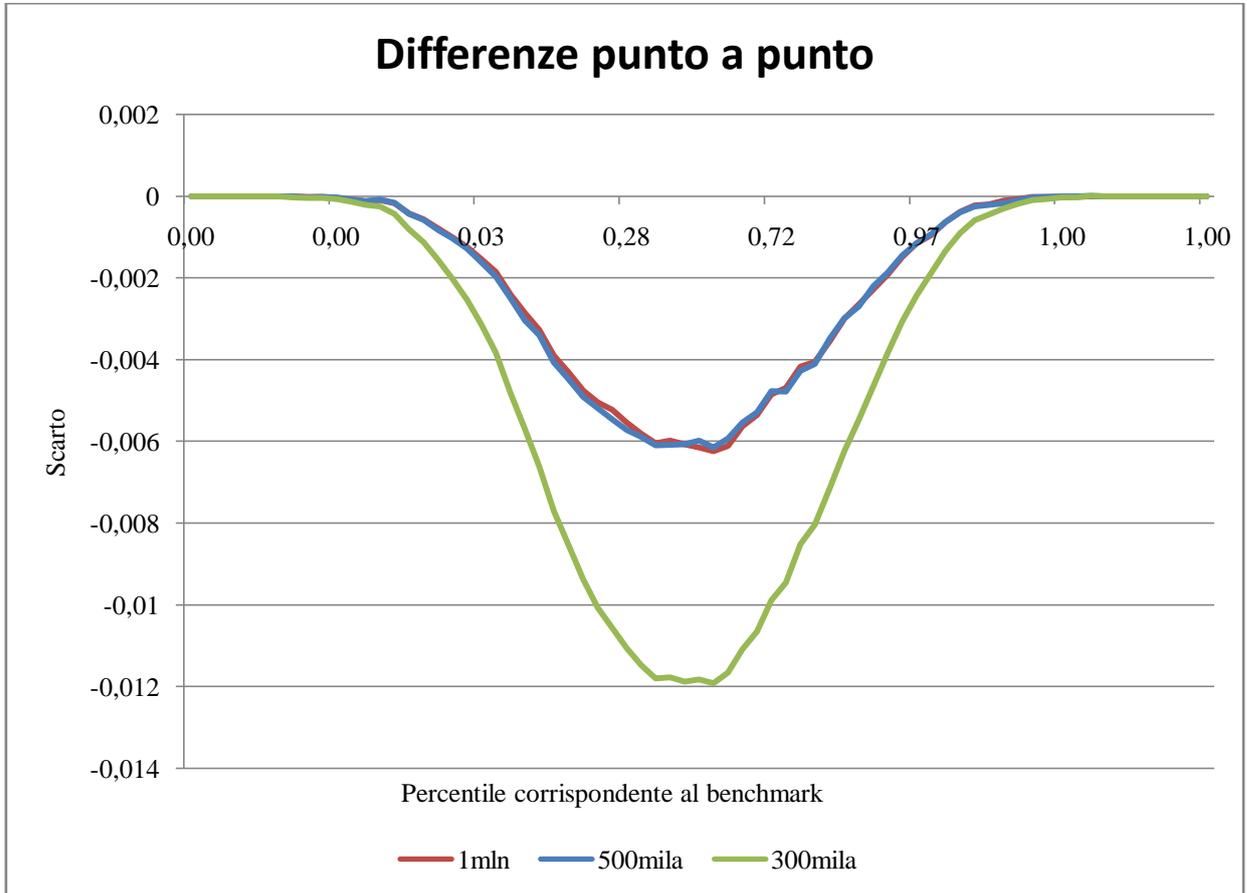


Figura 83: differenze qualitative tra classi di simulazioni

Analizzando il grafico è possibile vedere come all'aumentare del numero di iterazioni, lo strumento fitta mediamente meglio la funzione *benchmark*. Andando ad analizzare nello specifico i risultati si ottengono i risultati riportati in tabella 53 e tabella 55 per quanto riguarda lo scostamento massimo, minimo e medio, e la somma dello scarto quadratico ottenuto.

	Scostamento		
	1 mln	500 mila	300 mila
Massimo	0	9,09E-06	1,82E-05
Minimo	-0,00624	-0,00615	-0,01191
Media	-0,00065	-0,00066	-0,00129

Tabella 53: analisi scostamenti di diverse classi di simulazioni

Gli scostamenti in termini assoluti sono da intendersi come segue:

se stimando con un simulazione usando lo strumento proposto si ottiene un valore cumulato per un istante temporale t^* pari a \hat{p} , questo valore ottenuto va aumentato o diminuito dello scostamento calcolato per rispecchiare la vera distribuzione.

Date queste premesse è possibile fare due considerazioni:

- 1- all'aumentare del numero di iterazioni lo scarto diminuisce;
- 2- lo scarto è più accentuato nella parte centrale della distribuzione, indicativamente tra i valori 0.05 e 0.95.

La seconda considerazione ha degli effetti molto importanti sulla stima del *makespan* della rete. E' stato già esposto in precedenza come l'analisi del *makespan* è incentrata su valutazioni correlate a determinati valori di rischio, quindi vengono considerate molto più importanti le stime effettuate sulle code della distribuzione piuttosto che sulla parte centrale.

E' dimostrabile infatti come lo strumento proposto offra stime migliori nelle code, infatti è stata calcolato lo scostamento medio ottenuto nella sola coda destra con percentile > 0.9 particolare:

- per la classe di stime con 1.000.000 e 500.000 run si ottiene uno scostamento medio pari a -0.0005 ;
- per la classe di stima con 300.000 run si ottiene uno scostamento medio di -0.0001 .

I dati ottenuti analizzando la sola coda destra, quella soggetta alle valutazioni di rischio, evidenziano performance migliori rispetto alla media della curva.

Repliche	Somma scostamento quadratico		
	1 mln	500 mila	300 mila
1	3,2E-06	2,1E-05	6,0E-06
2	2,9E-06	5,8E-06	2,0E-06
3	0,00001492	5,8E-06	8,0E-06
4	5,6E-06	8,1E-06	3,9E-06
5	4,3E-06	7,3E-02	7,5E-02
6	0,0E+00	2,5E-05	7,4E-02
7	1,8E-06	5,4E-05	5,1E-06
8	1,38E-05	2,9E-05	9,5E-06
9	1,1E-02	8,8E-06	7,8E-06
10	1,3E-02	4,6E-05	1,6E-05
media	0,0024	0,0073	0,0149

Tabella 54: scostamenti quadratici

Un confronto più significativo è quello effettuato andando a comparare la somma degli scarti quadratici tra le varie alternative, facendo riferimento alla tabella 54. Questa

grandezza, già descritta nel paragrafo 2.1.1.1, è minima per la soluzione con 1.000.000 di run con un valore pari a 0.0024 ed è massima per la soluzione con solo 300.000 run con un valore pari a 0.0149.

La comparabilità tra questi valori è un'evidenza sufficiente a dimostrare che una simulazione con 300.000 iterazioni utilizzando il metodo proposto nell'elaborato, fitta in maniera ottima la distribuzione di riferimento assunta e quindi la realtà del processo. Queste valutazioni qualitative assumono ancor più risalto confrontando il tempo necessario ad effettuare le due stime: 6.7 *minuti ca* per la simulazione utilizzando la procedura proposta e 300.000 iterazioni contro 210 *minuti ca* per la stima del benchmark.

Un ulteriore confronto proposto è quello tra la stima effettuata seguendo la procedura proposta utilizzando 500.000 iterazioni e la simulazione su tutta la rete senza semplificazioni adottando 100.000 iterazioni. Facendo ancora riferimento alla tabella 52 si può notare come le due esecuzioni necessitino di un lasso temporale confrontabile (11 *minuti ca* per entrambe) e quindi vengono rapportate due grandezze che richiedono lo stesso sforzo computazione.

Date le considerazioni precedenti è possibile assumere che ad un numero maggiore di iterazioni corrisponda un *fitting* migliore del benchmark e quindi è dimostrabile che la procedura, a parità di tempo impiegato, fitta in maniera migliore rispetto ad una simulazione generale sulla rete.

Capitolo 5

Analisi della criticità dei componenti

E' possibile utilizzare lo stesso metodo di stima del makespan della rete di attività per andare a fare delle valutazioni sulla criticità di determinate operazioni o sulla criticità dei componenti associate ad esse. Nel caso MCM infatti è preponderante la necessità di avere a disposizione quelli che sono stati definiti componenti critici, per avviare le attività di preassemblaggio o di inserimento in macchina; senza i componenti critici queste attività ritarderebbero il proprio avvio, andando a causare una *delay* sull'intera commessa. E' utile puntualizzare che in MCM alcuni componenti sono considerati più critici di altri e vengono ordinati ed approvvigionati solo nel momento in cui sono necessari data una specifica commessa, ed altri che vengono stoccati a magazzino in previsione di ordini futuri: è il caso ad esempio delle strutture e dell'impiantistica bordo macchina che viene tenuta a magazzino in previsione di ordini futuri.

A questo proposito è stato usato lo stesso approccio con l'utilizzo delle *project network* per stimare il momento temporale in cui un determinato componente critico sarà necessario nel reparto di montaggio ed interagire con i fornitori nell'ottica di rendere disponibile a magazzino il dato componente al massimo entro quel momento temporale.

5.1 Formalizzazione studio sui componenti

A partire dalle precedenti considerazioni viene modellata la rete formalizzante l'intero processo in modo da poter andare a lavorare sulle singole attività di approvvigionamento.

Nello specifico, a partire dalla rete completa esaminata nella sezione precedente, viene isolata quella parte di grafo che ha come nodo iniziale il nodo 1 delle rete di partenza e come nodo pozzo il nodo nel quale “muore” l'arco rappresentante l'attività di approvvigionamento di uno specifico componente. In questo modo è possibile mettere a punto una *network* oltre il cui nodo pozzo non è possibile proseguire senza il componente critico: infatti il nodo pozzo di questa sottorete rappresenta anche il nodo da cui “nasce” l'attività che necessita del componente critico in esame, date le regole e le formalizzazioni sui vincoli di precedenza già esposte.

L'idea di fondo è stimare il *makespan* della rete così messa a punto utilizzando tutti i percorsi (o *path*) possibili tranne quelli che includono l'attività in esame così da stimare il tempo necessario alla conclusione di tutte le attività fatta eccezione per quella di approvvigionamento.

Più formalmente, si prendano in considerazione i due seguenti eventi:

- evento A = il processo è arrivato a termine, in t ;
- evento B = il processo richiede la presenza del generico componente critico X , in t .

Vengono poste uguali le due distribuzioni di probabilità attribuite alle durate degli eventi:

$$F_A(t) = F_B(t)$$

perciò calcolando la distribuzione cumulata attribuita al *makespan* del processo, senza tenere conto dell'attività di approvvigionamento, è possibile stimare quando il componente critico è richiesto dal processo stesso.

Ragionando in quest'ottica, si prenda in considerazione l'attività di approvvigionamento dell'elettromandrino identificata con il numero 7, che “nasce” dal nodo 2 e “muore” nel nodo 21; il nodo 21 è raggiunto parallelamente dall'*attività dummy* numero 5 che proviene dal nodo 17 in cui confluisce l'attività montaggio assi, viti, azionamenti e carter in seguito alla verniciatura e all'approvvigionamento delle strutture. In uscita dal nodo 21 si ha l'attività 35 riguardante l'inserimento del mandrino in macchina. Isolando soltanto le operazioni appena elencate è possibile definire il sottografo proposto in figura 84; nella rappresentazione grafica l'arco attribuito all'attività in esame è raffigurato in rosso, mentre l'arco dell'*attività dummy*5 è riprodotto in blu. E' possibile inoltre dire che l'elettromandrino è necessario nel processo produttivo solo

quando è conclusa l'attività di montaggio assi, viti, azionamenti e carter e quindi tutte le attività antecedenti ad essa.

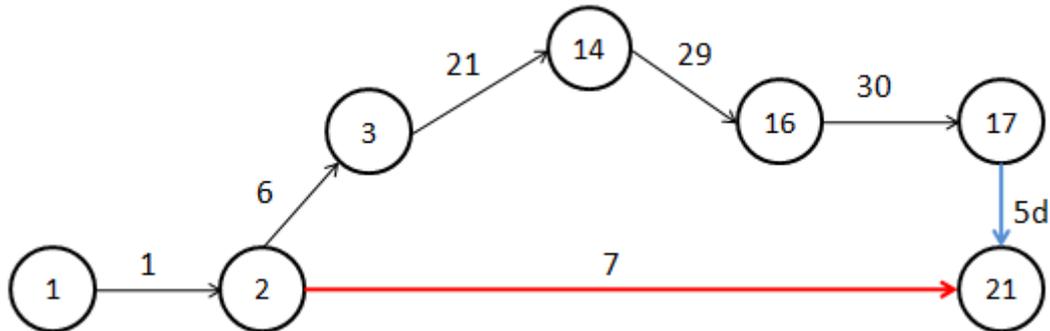


Figura 84: sottorete approvvigionamento elettromandrino

Utilizzando i metodi esposti nel capitolo 2 è possibile trovare tutti i percorsi della sottorete e stralciare da questi i *path* comprensivi dell'attività di approvvigionamento del mandrino. Nello specifico vengono proposte le matrici con cui è stata formalizzata le rete e i relativi percorsi identificati, in tabella 55, 56 e 57. E' possibile vedere come nella matrice *path_aggiornato* venga stralciato il percorso contenente l'arco numero 7, indicato nella matrice *b* come 2 – 21.

$$b = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 21 \\ 3 & 14 \\ 14 & 16 \\ 16 & 17 \\ 17 & 21 \end{bmatrix}$$

Tabella 55: matrice b elettromandrino

$$path = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabella 56: matrice path elettromandrino

$$path_aggiornato = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tabella 57: matrice path_aggiornato elettromandrino

A partire da questa formalizzazione è stato possibile simulare le attività della rete e stimare la distribuzione del makespan, ottenendo il risultato rappresentato in figura 85.

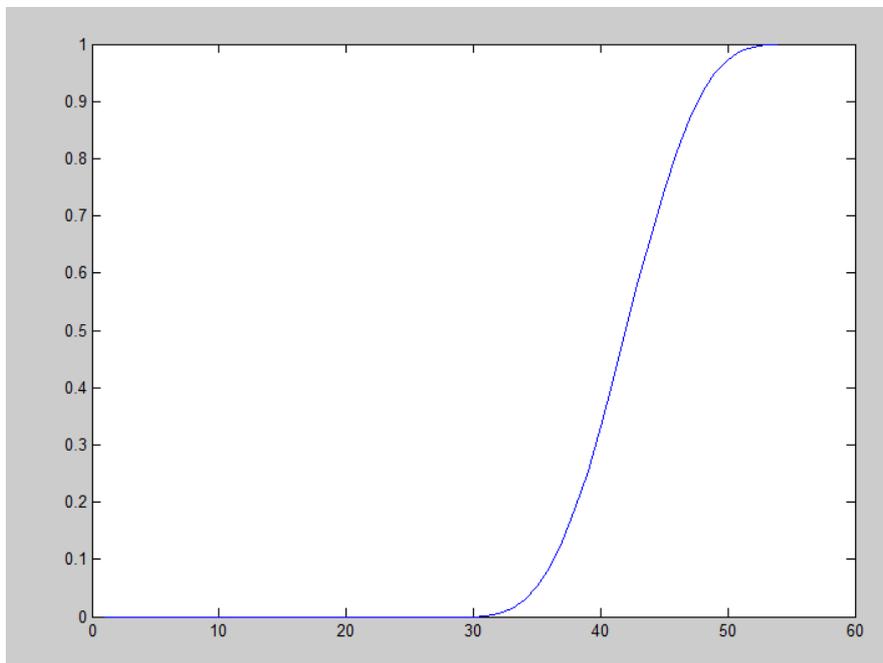


Figura 85: makespan approvvigionamento elettromandrino

A valle dell'esempio sull'approvvigionamento dell'elettromandrino si espone la schematizzazione effettuata per tutti i restanti componenti in esame.

Indice attività	Nodo conclusivo	Nodo assemblaggio
6	3	17
8	15	31
9	13	-
10	4	-
11	9	29
12	10	30
13	6	28
14	26	-
15	11	19
16	24	-
17	20	-
18	33	-
19	32	-
20	28	-

Tabella 58: formalizzazione analisi approvvigionamento

In tabella 58 sono riportati, per ogni attività di approvvigionamento, l'indice identificativo dell'arco in esame e il nodo in cui l'arco muore. Per alcuni elementi, come ad esempio il cambio utensile oppure l'armadio pneumatico, una volta che sono stati resi disponibili i componenti critici, questi necessitano di preassemblaggio fino al termine del quale nella rete non si incontrano nodi che possono essere utilizzati come pozzo.

A tal proposito si prenda in considerazione l'attività di approvvigionamento CC armadio pneumatico, la cui sottorete è riportata in figura 86, identificata con il numero 15: essa "muore" nel nodo 11, dal quale "nasce" l'arco 28 rappresentante il preassemblaggio dell'elemento. Secondo quanto detto precedentemente, bisognerebbe identificare il nodo 11 come pozzo, ma dato che l'unica attività che "muore" in tal nodo è quella da esaminare, non è possibile individuare dei percorsi alternativi per stimare la distribuzione del makespan; per questo motivo viene preso in considerazione anche il processo di preassemblaggio, denominato 28 e terminante nel nodo 19. Nel nodo 19 confluisce anche l'*attività dummy* 3 derivante dai processi riguardanti le strutture, la verniciatura e il relativo assemblaggio. Operando in questa maniera è possibile valutare il completamento della sottorete fino al nodo 19 e conseguentemente stimare il tempo limite per cui l'elemento armadio elettrico deve essere completamente premontato, oltre che approvvigionato nei suoi componenti critici, per far sì che la commessa non subisca un ritardo.

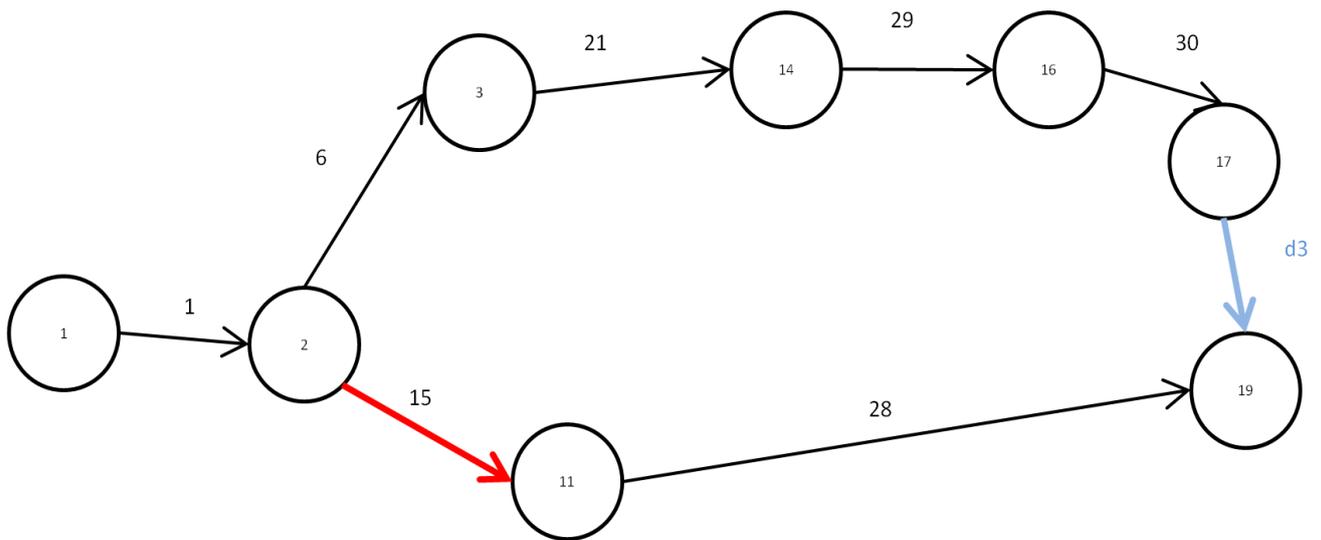


Figura 86: sottorete approvvigionamento armadio pneumatico

Le stesse valutazioni sono state fatte sulle attività di approvvigionamento riguardanti le strutture (nodo conclusivo approvvigionamento numero 3, nodo conclusivo attività successive numero 17), il trasportatore truciolo e l'annessa vasca contenente liquido refrigerante (nodi 15 e 31), la rastrelliera utensili (nodi 9 e 29), il cambio utensile (nodi 10 e 30) ed infine il multipallet e il posto operatore (nodi 6 e 28).

5.2 Riskprofiling

Prima di presentare lo studio sul rischio relativo all'approvvigionamento dei componenti è utile rendere presente alcune considerazioni preliminari.

In un processo produttivo come quello trattato nel presente elaborato, alcune attività non dipendono da fattori intrinseci all'azienda ed al processo produttivo ma sono dipendenti da fattori ed elementi esterni: è il caso delle operazioni di approvvigionamento. Queste attività infatti sono di completa responsabilità e gestione degli specifici fornitori perciò l'azienda non è in grado di influire sulle tempistiche connesse a questo tipo di attività ma può soltanto accettare la *due date* stabilita dal fornitore stesso e organizzare il processo di assemblaggio di conseguenza.

In aggiunta è doveroso specificare che in un processo che segue un modello *make-to-order* i componenti e gli elementi necessari al processo, vengono approvvigionati solo in presenza di uno specifico ordine perché non è possibile gestire tutta la grande varietà di componenti con il metodo della scorta di sicurezza. Questa considerazione è valida soltanto per i componenti definiti critici, cioè quelli che per complessità legata alla

fornitura, alla struttura del componente stesso o alla singolarità dell'elemento. Vengono approvvigionati solo qualora vi fosse una commessa in carico che ne richieda la presenza; non rientrano in questa categoria componenti come la minuteria meccanica e i cavi elettrici che vengono tenuti a scorta a magazzino.

Date queste premesse viene proposto un metodo per la valutazione del rischio connesso all'approvvigionamento di un determinato componente che sfrutta tutti gli strumenti esposti in questo elaborato, prendendo in considerazione la distribuzione associata all'istante temporale nel quale il componente è necessario affinché il processo non si fermi, e la distribuzione attribuita alla fornitura.

Viene perciò descritto un metodo per focalizzare l'analisi sulla struttura delle modalità di approvvigionamento *make-to-order*, cioè per valutare se i vari componenti che vengono acquistati dall'azienda secondo questo modello non causino criticità. I componenti per cui si riscontra un criticità necessitano quindi di un cambiamento di metodologia per quanto riguarda l'approvvigionamento, passando da un modello *make-to-order* ad uno a scorta di sicurezza.

Nello specifico, con la presente analisi è possibile valutare la criticità di un dato componente e dell'attività di approvvigionamento ad esso correlata in funzione di un determinato rischio che l'azienda intende prendersi. Si definisca il rischio r come *alpha di confidenza* applicato alla distribuzione del *makespan*; nello specifico:

- con $r = 1\%$, si ha una probabilità pari al 99% che il componente sia necessario prima del 99esimo percentile della distribuzione del *makespan* e cioè $t^* : | F(t^*) = (1 - r) = 99\%$;
- con $r = 5\%$, si ha una probabilità pari al 95% che il componente sia necessario prima del 95esimo percentile della distribuzione del *makespan* e cioè $t^* : | F(t^*) = (1 - r) = 95\%$;
- con $r = 10\%$, si ha una probabilità pari al 90% che il componente sia necessario prima del 90esimo percentile della distribuzione del *makespan* e cioè $t^* : | F(t^*) = (1 - r) = 90\%$;
- allo stesso modo è possibile applicare un qualsiasi valore di rischio $r \in (0, 1)$.

Per valutare però la criticità connessa all'arrivo del componente bisogna confrontare la grandezza t^* appena calcolata con la probabilità che il componente sia disponibile a magazzino nel medesimo t^* . A questo proposito sono stati messi a punto due indicatori di criticità che prevedono un differente confronto tra le grandezze; il primo indicatore prevede il confronto completo tra la distribuzione rappresentante l'arrivo del componente in azienda e la distribuzione che formalizza il presentarsi della necessità del componente sulla linea di montaggio, mentre il secondo opera un confronto puntuale sulle stesse grandezze.

A tal proposito viene definito:

evento C = il componente è disponibile a magazzino, in t .

La cumulata della distribuzione probabilistica rappresentante l'evento in questione è quella utilizzata nel calcolo del *makespan* della rete totale per l'approvvigionamento dei componenti, più formalmente si ha:

- $F_C(t) = 1$ se il componente è disponibile entro t ;
- $F_C(t) = 0$ se il componente non è sicuramente disponibile entro t ;
- $0 < F_C(t) < 1$ altrimenti.

Nella fattispecie trattata in questo elaborato, è già stato detto che non sono a disposizione dati sufficienti a *fit* una distribuzione di questo tipo ed è stata utilizzata la data di consegna stabilita dal fornitore modellando la distribuzione cumulata come segue:

- $F_C(t) = 0$, se $t < \hat{t}$;
- $F_C(t) = 1$, se $t \geq \hat{t}$.

Dove \hat{t} è la data di consegna stabilita dal fornitore; si ottiene in questo modo una distribuzione cumulata rappresentabile come in figura 87.

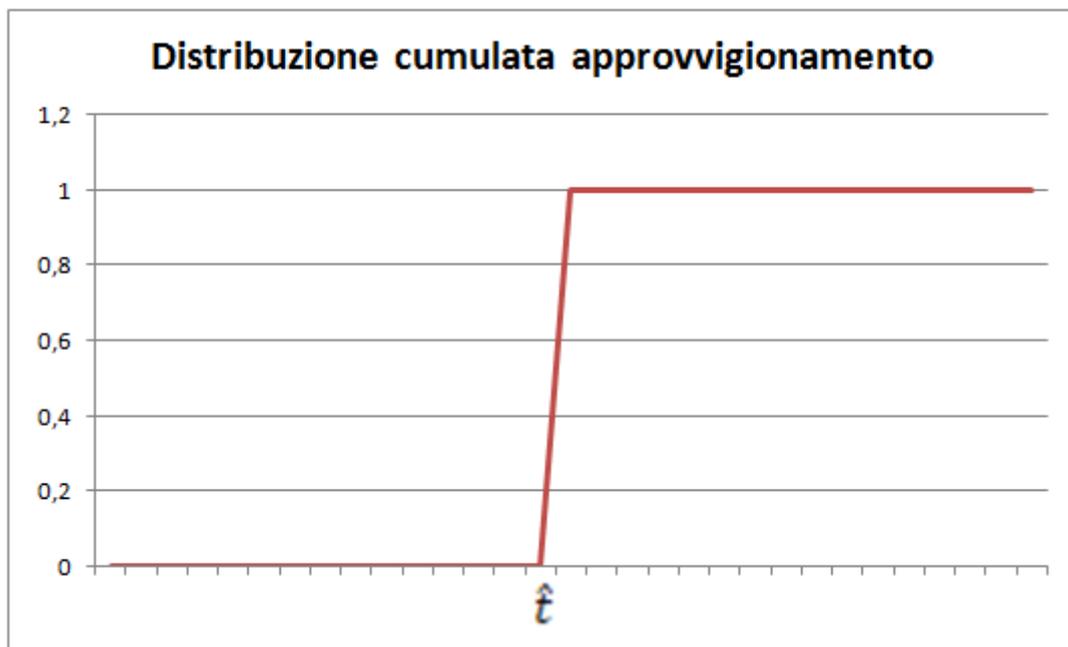


Figura 87: distribuzione cumulata approvvigionamento

5.2.1 Indicatore di rischio 1

Il primo indicatore di criticità messo a punto stima, a partire dalle funzioni di distribuzione cumulata degli eventi A e C , una terza funzione definibile come di rischio.

Prima di trattare la funzione di criticità messa a punto è utile introdurre un'altra funzione che tratta una tematica molto simile: la funzione *survival*.

In (Greene 2012) viene definita la variabile aleatoria di durata T , dal carattere continuo e a cui è associata una *pdf* $f(t)$ dove le varie t sono realizzazioni di T . La cumulata di tale probabilità sia:

$$F(t) = \int_0^t f(s)ds = Prob(T \leq t)$$

Si definisca poi la funzione *survival* $S(t)$ come la probabilità che il valore di T sia al massimo t , oppure che la durata del processo in esame sia al massimo t :

$$S(t) = 1 - F(t) = Prob(T \geq t)$$

Data la durata già raggiunta t , la probabilità che l'attività si concluda nel prossimo intervallo infinitesimale Δt è data dall' *hazard rate* $\lambda(t)$:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Prob(t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t S(t)} = \frac{f(t)}{S(t)}$$

Una funzione come l'*hazard rate* quindi definisce la probabilità che un dato evento si manifesti in un determinato intervallo temporale Δt successivo ad un t già raggiunto; allo stesso modo il primo indicatore messo a punto in questo elaborato, misura il rischio che ha l'azienda di non avere a disposizione il componente critico nel momento in cui questo blocca l'avanzamento del processo.

In particolare, prendendo in considerazione gli eventi A e C sopra descritti insieme alle loro funzioni distributive, si definisca l'indicatore di criticità:

$$IC_1 = F_A(t)[1 - F_C(t)] .$$

L'indicatore è il prodotto tra la *cdf* dell'evento A (il componente è necessario al tempo t) e l'opposto della *cdf* dell'evento C (il componente è disponibile in t).

Essendo l'indicatore proposto un prodotto tra due valori aleatori risulta essere anch'esso un valore aleatorio, in particolare risulta essere la probabilità che il componente in esame sia necessario sulla piazzola di montaggio data la sua assenza a magazzino.

Data la conformazione delle due distribuzioni, già vista in precedenza, è ragionevole assumere di ottenere delle funzioni come quelle rappresentate in figura 88.

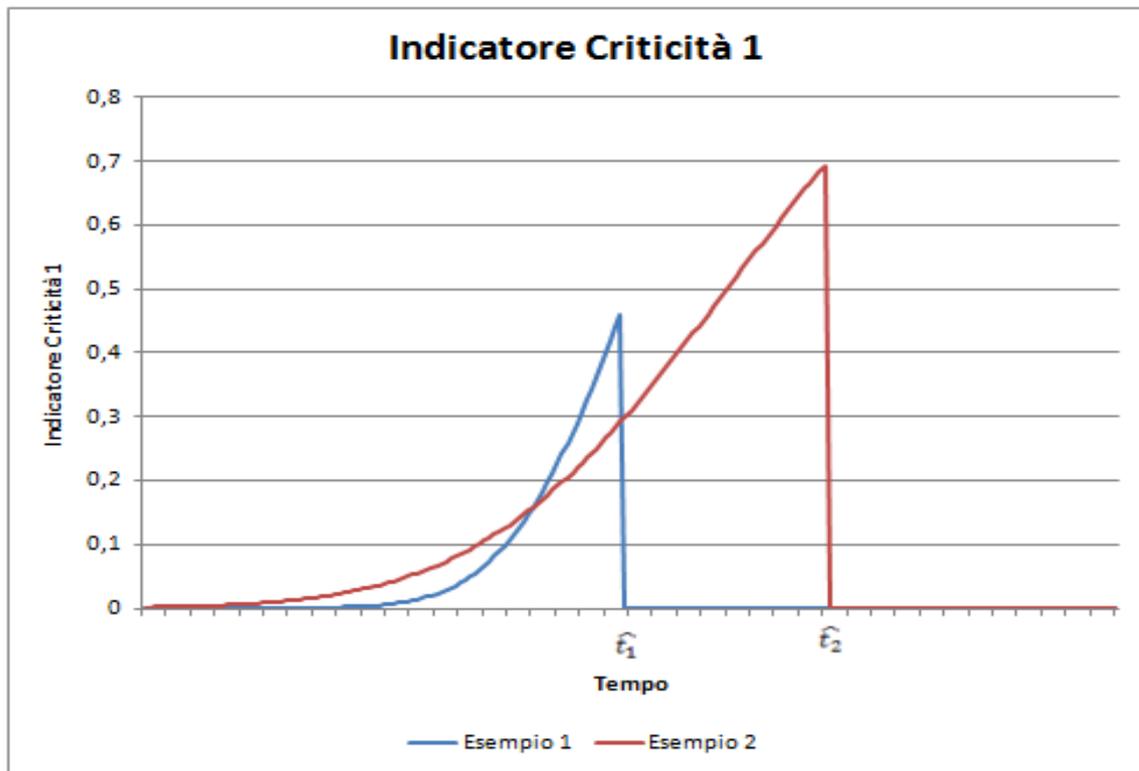


Figura 88: esempio indicatore criticità 1

In particolare la funzione cumulata dell'evento C ha un andamento a scalino perciò la forma dell'indicatore di criticità in esame, avrà andamento pari alla cdf di A fino a quando il componente non sarà disponibile a magazzino, dopodiché avrà valore pari a 0. Formalmente si ha:

- $IC_1 = F_A(t)$ con $t < \hat{t}$;
- $IC_1 = 0$ con $t \geq \hat{t}$;

dove \hat{t} è il momento temporale, stabilito dal fornitore, in cui il componente sarà disponibile; ovviamente, data la conformazione delle funzioni e dell'indice, questo sarà compreso tra 0 e 1.

La criticità può essere valutata in due modi:

- in maniera puntuale, è più critica la situazione di un componente con indicatore maggiore rispetto ad un altro, la criticità massima è raggiunta con l'indicatore pari ad 1, in cui il componente è sicuramente necessario sulla piazzola di montaggio e sicuramente non è ancora disponibile;

- in maniera generale, prendendo in considerazione l'area delle funzioni, calcolandone l'integrale, sotto l'assunto che ad una maggiore area corrisponde un maggior rischio.

Prima di presentare i risultati ottenuti su tutte le attività di approvvigionamento è doveroso ricordare che per talune operazioni, oltre all'approvvigionamento, è stata presa in considerazione anche l'attività di premontaggio per andare incontro all'esigenza di definire un nodo pozzo univoco per la sottorete in esame.

Nello specifico i componenti critici che rientrano in questa casistica sono i seguenti:

- cambio utensile;
- multipallet e PO;
- armadio pneumatico;
- trasportatore truciolo;
- rastrelliera utensili;
- pallet.

Per questi componenti la funzione definita in precedenza come $F_C(t)$ è frutto di una riduzione in serie tra l'attività di approvvigionamento e quella di premontaggio relative al medesimo componente.

5.2.1.1 Risultati

Gli indicatori stimati per i componenti analizzati hanno valore 0 per tutti gli istanti temporali presi in considerazione tranne per la tavola che assume valore 1 a partire dall'istante temporale 0.

Questo risultato implica una criticità nulla per tutti i componenti, tranne la tavola, in tutti gli istanti temporali; in altri termini c'è evidenza statistica per assumere che tutti i componenti saranno disponibili in azienda prima che siano necessari per il processo di montaggio.

E' necessario effettuare valutazioni differenti per il componente tavola. Il fatto che l'indicatore di criticità assuma un valore unitario all'istante temporale 0 implica che il processo, al momento dello studio in data 4 marzo 2014, sia in attesa del suddetto componente critico.

5.2.2 Indicatore di rischio 2

Il secondo indicatore messo a punto rapporta due grandezze temporali estratte dalle distribuzioni sopra presentate. Nel specifico, fissando un dato rischio r , viene estratto il valore inverso della distribuzione cumulata rappresentante il presentarsi della necessità del componente sulla linea di montaggio, rapportando questo valore con la data stabilita dal fornitore per la consegna del componente in esame.

Più formalmente viene definito l'indicatore di criticità come:

$$IC_2 = t^*/\hat{t}$$

dove $t^* = t|F_A(t) = F_B(t) = (1 - r)$, riprendendo le formalizzazioni precedenti, e \hat{t} è la *delay* stabilita dal fornitore.

L'indicatore può assumere diversi valori rappresentanti diversi stati di criticità puntuali:

- se $IC_2 > 1$, dato un certo rischio r , il componente sarà disponibile prima che se ne presenti la necessità nella piazzola di montaggio, non sussiste alcuna criticità;
- se $IC_2 = 1$, dato un certo rischio r , il componente sarà disponibile nell'istante stesso in cui se ne presenta la necessità, non esiste criticità;
- se $IC_2 < 1$, dato un certo rischio r , la necessità del componente presso la piazzola di montaggio si presenterà prima che il componente sia disponibile.

Quest'analisi puntuale è sicuramente limitativa per un processo di miglioramento della gestione degli approvvigionamenti; infatti per valutare la criticità dei vari componenti ed elementi necessari al processo produttivo è consigliabile effettuare uno studio più dinamico, tenendo conto di più livelli di rischio.

Esaminando la situazione per diversi livelli di rischio è possibile rappresentare l'indice di criticità su di un grafico e valutare l'andamento dello stesso al variare di r ; in figura 89 vengono rappresentate quattro situazioni tipiche.

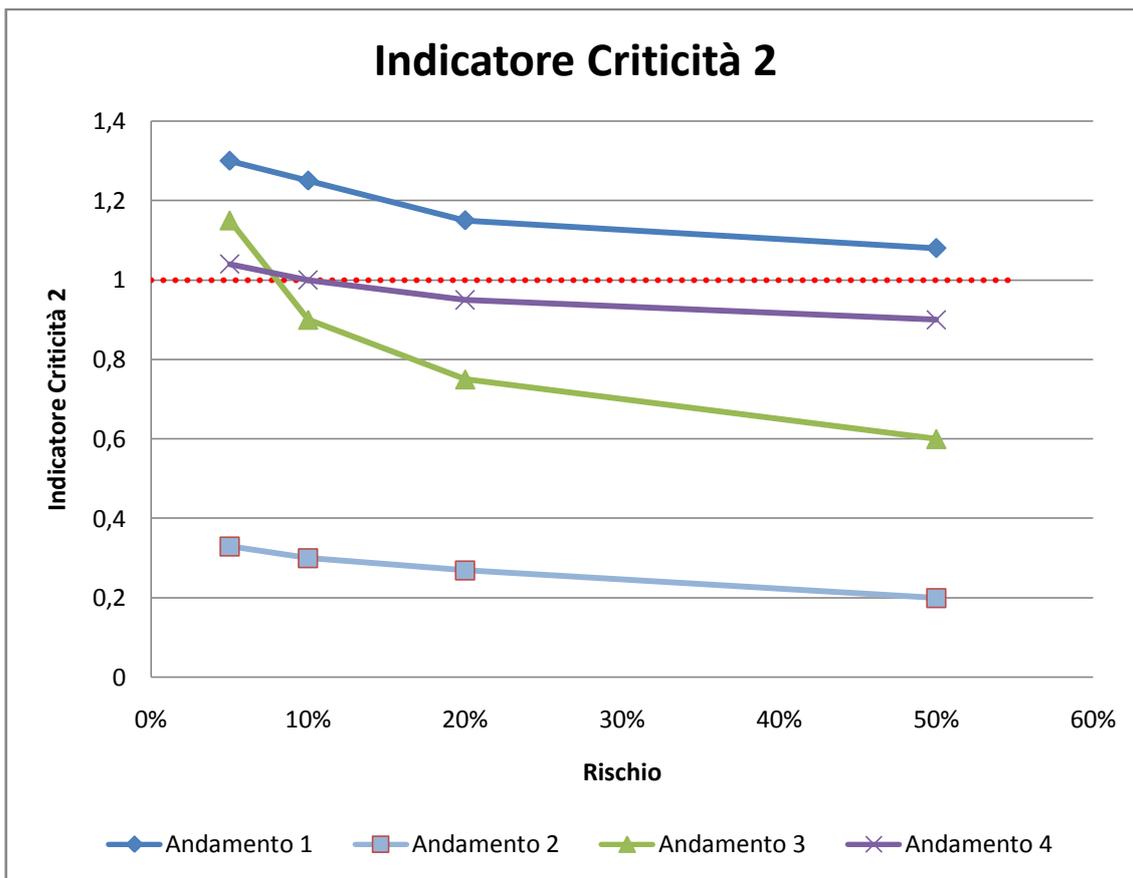


Figura 89: esempi indicatore criticità 2

E' possibile notare come tutti gli andamenti rappresentati abbiano un andamento decrescente; di seguito ne vengono riportate tutte le peculiarità.

- 1- L'andamento identificato con il numero 1, rappresenta una situazione in cui all'aumentare del rischio r l'indice rimane costantemente superiore ad 1; questo comporta la non criticità del componente in esame, per qualsiasi livello di rischio si prenda in considerazione.
- 2- L'andamento 2 è costantemente minore di 1; in questo caso si ha una criticità perenne: è necessario intervenire per limitare la pericolosità dell'approvvigionamento.
- 3- L'andamento numero 3 inizialmente ha valori superiori ad 1, salvo poi calare ed avvicinarsi ai valori della situazione 2; in questo caso viene valutato l'approvvigionamento non critico, ma all'aumentare del rischio preso in carico dall'azienda si potrebbero riscontrare dei ritardi sul processo dovuti alla mancata disponibilità del componente.
- 4- L'andamento numero 4 invece rappresenta una criticità stabile, che viene valutata puntualmente, a seconda del grado di rischio r assunto dall'azienda.

E' utile misurare anche la pendenza degli andamenti sopra analizzati stimandola come elasticità dell'indicatore rispetto al rischio: è possibile in questo modo valutare la sensibilità dell'indicatore al variare del rischio.

L'elasticità è un concetto usato frequentemente in economia per misurare la sensibilità della domanda di un bene rispetto alle variazioni di prezzo del bene stesso. Genericamente, come detto in (Katz, Rosen e Bollino 2007), l'elasticità della variabile y rispetto alla variabile x è data dal rapporto tra la variazione percentuale della prima e la variazione percentuale della seconda; più formalmente si avrà:

$$\varepsilon = \frac{\% \Delta y}{\% \Delta x} = \frac{\Delta y / y}{\Delta x / x}$$

ciò significa che un aumento pari all'1% della grandezza x provocherebbe un aumento (o variazione) pari a ε della variabile y .

Dato questo indicatore è possibile definire la generica variabile y :

- elastica, se $|\varepsilon| > 1$: il valore di y aumenta (diminuisce) quando il valore di x aumenta (diminuisce);
- anelastica se $|\varepsilon| < 1$: il valore della variabile y varia in senso opposto rispetto a alla variabile x ;
- ad elasticità unitaria se $|\varepsilon| = 1$: al variare di x , il valore di y rimane invariato.

Nel caso specifico viene calcolata l'elasticità dell'indicatore di rischio rispetto al rischio stesso con la seguente:

$$\varepsilon = \frac{\% \Delta (IC_2)}{\% \Delta \text{rischio}}$$

Data la definizione è possibile dire che l'elasticità dei quattro indicatori presi precedentemente in considerazione ha modulo superiore ad 1 perché tutti gli andamenti hanno natura decrescente. Bisogna effettuare perciò un confronto tra variabili considerate elastiche. In particolare:

- gli andamenti 1, 2 e 4 hanno elasticità sicuramente minore rispetto all'andamento numero 3, questo implica un comportamento molto più stabile al variare del rischio perciò è inutile, per l'azienda, assumersi del rischio nella previsione del *makespan* perché la situazione non migliora;
- l'andamento 3 ha un'elasticità molto marcata, un comportamento di questo tipo comporta che l'azienda può diminuire la criticità del componente solo prendendo in carico un rischio molto elevato.

5.2.2.1 Risultati

Quanto detto per le operazioni di premontaggio relativamente al primo indicatore messo a punto ha valenza anche per il secondo indicatore.

Nello specifico la grandezza definita t^* comprende, oltre al tempo di arrivo del componente stabilito dal fornitore, anche un tempo medio, stimato a partire dalla funzione di ripartizione associata, relativo al premontaggio del componente stesso. Formalmente si ha:

$$\hat{t} = t_{\text{approvvigionamento}} + \bar{t}_{\text{premontaggio}} .$$

In tabella 59 si riportano tutti i \hat{t} stimati per diversi livelli di rischio e i tempi di approvvigionamento dei vari componenti stabiliti dai fornitori; vengono riportati anche i tempi medi di premontaggio di cui sopra, con l'indicazione del tempo totale t^* .

Componente critico	Tempo rischio								Tempo arrivo	Tempo premontaggio	Tempo totale
	1%	5%	10%	15%	20%	30%	40%	50%			
Armadio elettrico	93	90	89	88	87	85	84	82	15	0	15
Protezione	85	83	81	80	79	78	76	75	5	0	5
Bordo macchina	49	47	46	45	44	42	41	40	0	0	0
Gruppo opzioni	107	104	102	101	100	98	97	95	20	0	20
Elettromandrino	49	47	46	45	44	42	41	40	0	0	0
Recinzione	94	91	89	88	87	86	84	83	10	0	10
Stoccaggio pallet	102	99	98	96	95	94	92	91	0	0	0
Cambio utensile	102	99	98	96	95	94	92	91	11	5	16
Multipallet e PO	102	99	98	96	95	94	92	91	20	10	30
Tavola	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	10
Armadio pneumatico	49	47	46	45	44	42	41	40	0	7	7
Trasportatore truciolo	102	99	98	96	95	94	92	91	60	8	68
Rastelliera utensili	102	99	98	96	95	94	92	91	20	8	28
Strutture	23	23	23	22	22	21	20	19	0	0	0
Pallet	128	125	123	122	121	119	118	116	8	0	8

Tabella 59: tempi stimati per varie categorie di rischio

In tabella 60 si riportano invece i valori di IC_2 calcolati a partire dalle durate stimate; mentre in tabella 61 sono presenti i calcoli dell'elasticità dell'indicatore rispetto al rischio, per tutti i componenti.

Componente critico	Rischio							
	1%	5%	10%	15%	20%	30%	40%	50%
Armadio elettrico	6,20	6,00	5,93	5,87	5,80	5,67	5,60	5,47
Protezione	17,00	16,60	16,20	16,00	15,80	15,60	15,20	15,00
Bordo macchina	-	-	-	-	-	-	-	-
Gruppo opzioni	5,35	5,20	5,10	5,05	5,00	4,90	4,85	4,75
Elettromandrino	-	-	-	-	-	-	-	-
Recinzione	9,40	9,10	8,90	8,80	8,70	8,60	8,40	8,30
Stoccaggio pallet	-	-	-	-	-	-	-	-
Cambio utensile	6,38	6,19	6,13	6,00	5,94	5,88	5,75	5,69
Multipallet e PO	3,40	3,30	3,27	3,20	3,17	3,13	3,07	3,03
Tavola	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Armadio pneumatico	7,00	6,71	6,57	6,43	6,29	6,00	5,86	5,71
Trasportatore truciolo	1,50	1,46	1,44	1,41	1,40	1,38	1,35	1,34
Rastelliera utensili	3,64	3,54	3,50	3,43	3,39	3,36	3,29	3,25
Strutture	-	-	-	-	-	-	-	-
Pallet	16,00	15,63	15,38	15,25	15,13	14,88	14,75	14,50

Tabella 60: valori di indicatore di criticità 2 stimati

Componente critico	Variazione indicatore	Variazione rischio	Elasticità
Armadio elettrico	-0,134	0,98	0,137
Protezione	-0,133	0,98	0,136
Bordo macchina	-	0,98	-
Gruppo opzioni	-0,126	0,98	0,129
Elettromandrino	-	0,98	-
Recinzione	-0,133	0,98	0,135
Stoccaggio pallet	-	0,98	-
Cambio utensile	-0,121	0,98	0,123
Multipallet e PO	-0,121	0,98	0,123
Tavola	0,000	0,98	0,000
Armadio pneumatico	-0,225	0,98	0,230
Trasportatore truciolo	-0,121	0,98	0,123
Rastelliera utensili	-0,121	0,98	0,123
Strutture	-	0,98	-
Pallet	-0,103	0,98	0,106

Tabella 61: calcolo elasticità indicatore criticità 2

Per alcuni componenti, quali:

- impiantistica a bordo macchina;
- elettromandrino;
- stoccaggio pallet;
- strutture;

non è stato possibile calcolare l'indicatore in quanto i componenti sono già presenti a magazzino (al momento dello studio) e perciò il valore di \hat{t} è pari a 0.

Analizzando gli altri risultati è possibile notare come all'aumentare del rischio l'indicatore diminuisca sempre, considerazione già fatta precedentemente, con un tasso di decremento pari all'elasticità calcolata. E' possibile inoltre notare come tutti i valori dell'indicatore siano largamente maggiori di 1, casistica non critica, fatta eccezione per due soli componenti: la tavola ed il trasportatore truciolo.

Per quanto riguarda gli indicatori relativi al componente critico tavola, essi sono tutti pari a 0, è necessario perciò indagare per quale motivo l'indicatore di criticità assume sempre valore nullo. L'indicatore assume sempre valore nullo in quanto tutti i \hat{t} stimati, hanno valore pari a 0; questi risultati sono dovuti alla struttura della sottorete relativa all'approvvigionamento del componente, la cui rappresentazione viene di seguito riproposta in figura 90.

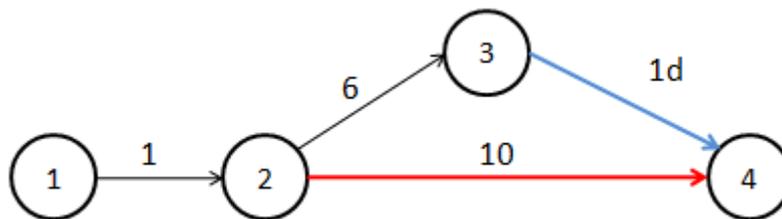


Figura 90: sottorete approvvigionamento tavola

Le operazioni rappresentate in figura formalizzano le seguenti attività:

- arco 1, ordine cliente con durata pari a 0 in quanto l'ordine è già stato effettuato al momento dello studio;
- attività 6, disponibilità strutture con durata nulla in quanto le strutture sono già disponibili al momento dello studio;
- attività 10, approvvigionamento CC tavola;
- attività 1d, attività dummy con durata deterministica pari a 0.

Date queste premesse e la struttura della rete, l'unico percorso su cui è stato possibile stimare il *makespan* è quello rappresentato dai nodi 1 - 2 - 3 - 4; la durata del suddetto percorso è, ovviamente, pari a 0.

Quanto detto in precedenza sugli andamenti d'esempio per l'indicatore di criticità viene di seguito riproposto:

l'andamento dell'indicatore è costantemente minore di 1; in questo caso si ha una criticità perenne: è necessario intervenire per limitare la pericolosità dell'approvvigionamento.

Nel caso specifico l'indicatore non è solamente costantemente minore di 1, ma è costantemente pari a 0; questo significa che il processo di assemblaggio del prodotto, in data 4 marzo 2014 (la data dello studio), è in attesa del componente critico tavola, che avrà bisogno di altri 10 giorni lavorativi per essere disponibile, come stabilito dal fornitore.

Un'ulteriore osservazione riguardante l'andamento costante dell'indicatore di criticità, è la relativa elasticità calcolata pari a 0 perciò è possibile ritenere l'attività di approvvigionamento del CC tavola come perfettamente anelastica. La perfetta anelasticità riscontrata per il componente tavola è da considerarsi poco indicativa ai fini dell'analisi in quanto l'intero processo è in attesa dell'arrivo del componente per proseguire.

Per quanto riguarda invece il trasportatore truciolo, è utile riportare l'andamento dell'indicatore al variare del rischio in figura 91.

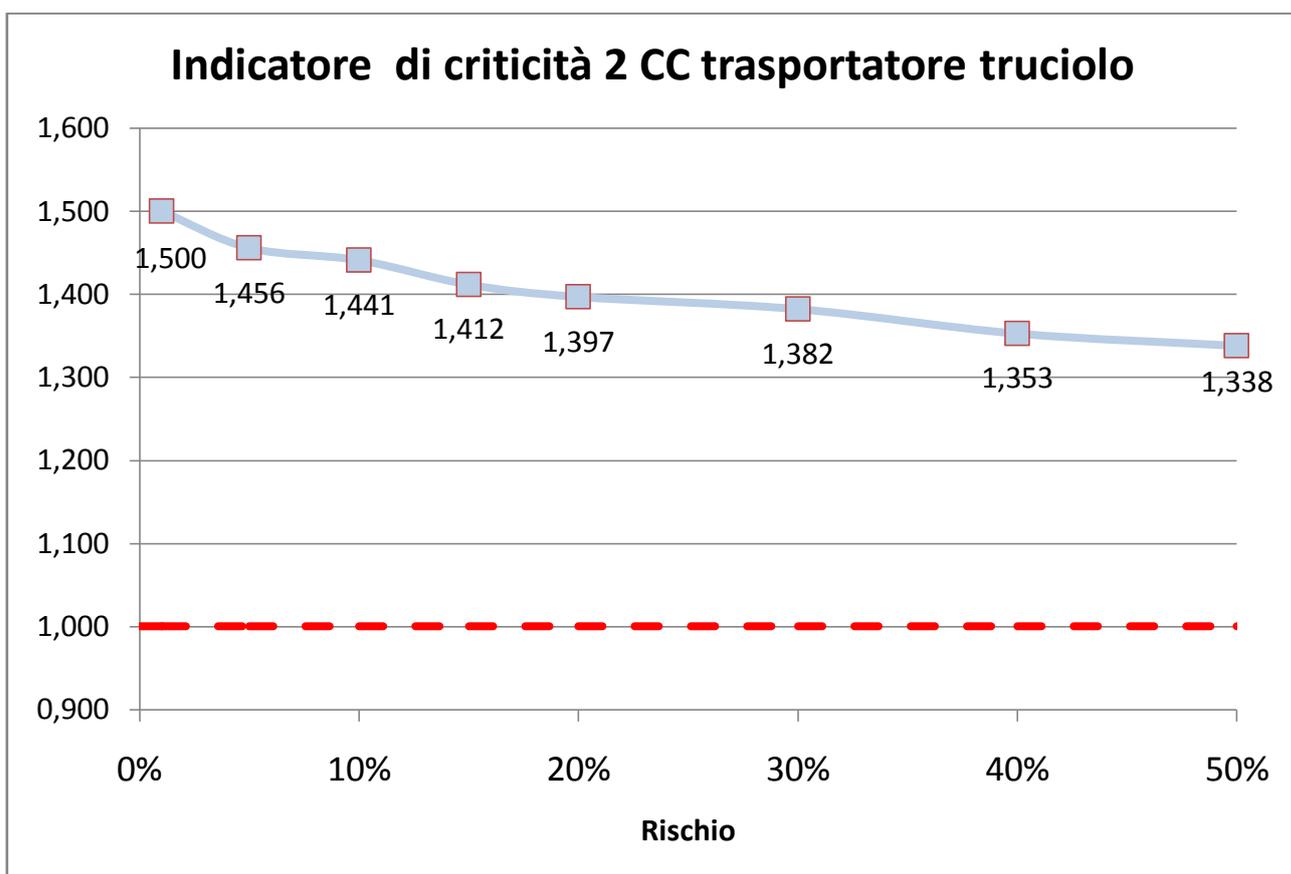


Figura 91: andamento indicatore criticità 2 CC trasportatore truciolo

L'indicatore relativo all'approvvigionamento CC trasportatore truciolo e vasca del liquido refrigerante varia da un massimo di 1.5 per un rischio $r = 1\%$, ad un minimo di

1.338 per un rischio $r = 50\%$ con una elasticità calcolata pari ad $\varepsilon = 0.123$; è possibile verificare che l'indicatore è costantemente superiore all'unità, perciò considerabile non critico.

Andando ad analizzare la funzione di ripartizione associata al *makespan* stimato della sottorete, si può notare come il primo valore diverso da 0 è riscontrabile all'istante temporale 74, come verificabile dalla *cdf* riportata in figura 92. Questa osservazione è rilevabile anche esaminando la funzione di densità associata al medesimo *makespan* in cui il primo valore diverso da 0 è rilevabile ancora una volta all'istante temporale 74, con associata una probabilità pari a 0,000008; perciò la variabile t^* descritta in precedenza, assumerà soltanto valori superiori o uguali a alla soglia di 74 istanti temporali.

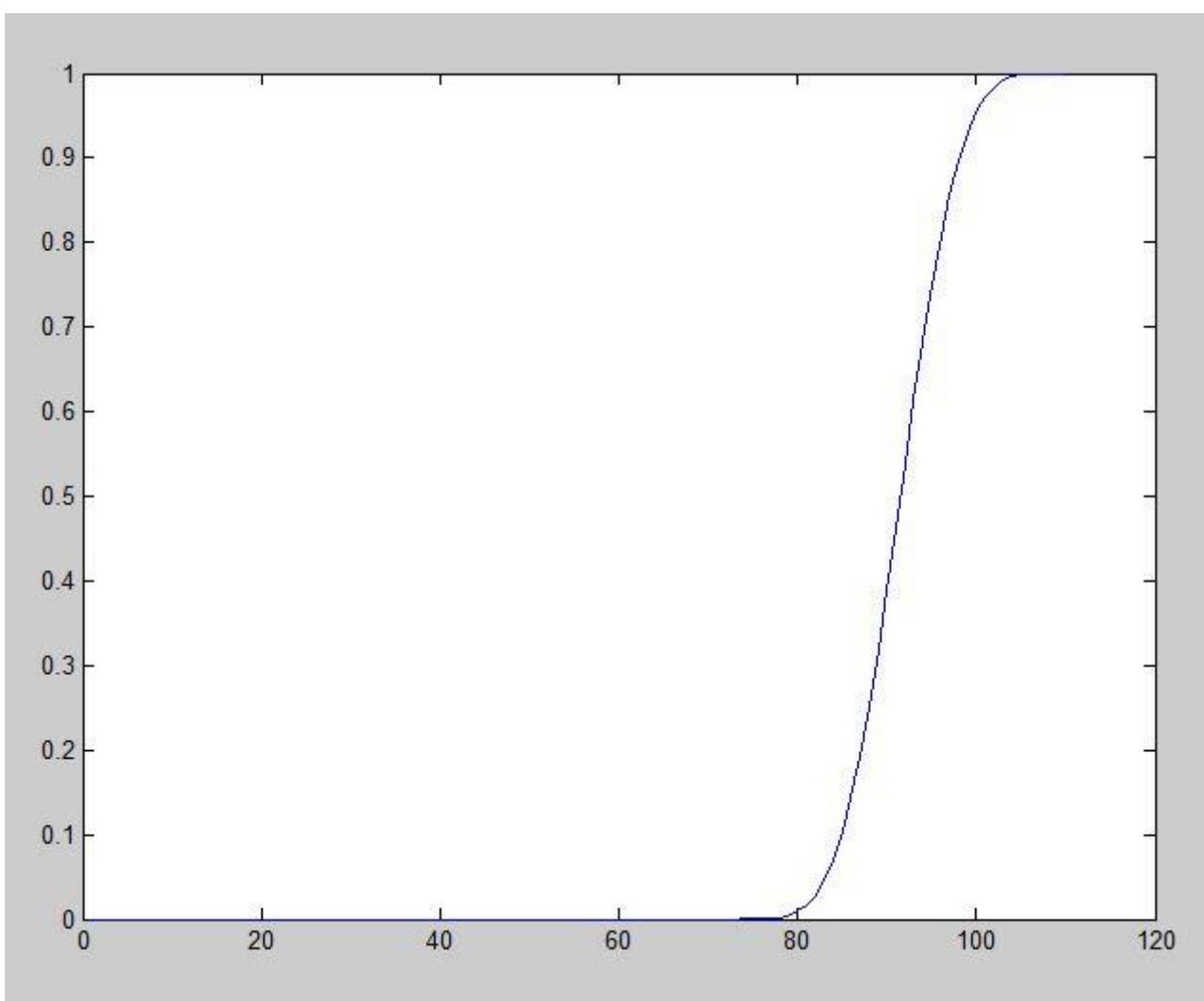


Figura 92: cdf stimata CC trasportatore truciolo

Queste considerazioni portano alla conclusione che l'indicatore non può raggiungere un valore uguale o minore di 1 in quanto la variabile ξ assume valore costante pari 68; date queste considerazioni il componente può considerarsi a criticità nulla.

L'analisi si conclude con delle considerazioni sull'elasticità dell'indicatore al variare del rischio assunto. Facendo di nuovo riferimento alla tabella 61, si può notare come il componente critico con elasticità maggiore, e quindi maggiormente propenso a divenire critico all'aumentare del rischio, è l'armadio pneumatico con un valore pari a 0.23 seguito dall'armadio elettrico con 0.137 e la protezione con 0.136. Queste valutazioni sull'elasticità non rivestono particolare importanza a fronte della mancanza di criticità rilevata per tutti i componenti esaminati.

5.2.4 Considerazioni finali

A supporto delle analisi già esposte viene riportata una valutazione redatta a priori ovvero prima dell'effettiva esecuzione dell'analisi sugli approvvigionamento dei componenti.

Data la conoscenza del processo tecnologico e la struttura della rete è prevedibile che la criticità massima si verifichi in corrispondenza del componente "strutture"; questa considerazione è supportata dal fatto che senza le strutture, che come già detto compongono lo scheletro della macchina, non è possibile avviare tutte le successive attività di montaggio. Inoltre, essendo la struttura della macchina ottenuta attraverso un processo di fonderia, i suoi tempi di approvvigionamento sono consistenti, nell'ordine delle $\frac{3}{4}$ settimane in media.

Per questi motivi si è preferito svolgere l'analisi su dati e stime validi alla data 4 marzo 2014, giorno in cui le strutture erano già presenti in azienda, appunto per valutare la criticità dei restanti componenti critici dando per assunto che l'approvvigionamento delle strutture risulta essere quello più lungo e complesso. E' importante anche puntualizzare che il tempo necessario per approvvigionare le strutture è molto maggiore di quello necessario per tutti i restanti componenti quindi è sufficiente, in questa sede, eseguire delle valutazioni sui restanti componenti.

La premessa è supportata dalle analisi effettuate che riscontrano una criticità atipica per quanto riguarda le strutture:

- il primo indicatore assume valore pari a 1 a partire dall'istante 0;
- il secondo indicatore assume valore pari a 0 per ogni valore di rischio.

E' stato già esposto in precedenza come tali criticità sono da intendersi non significative in quanto, al momento dell'analisi, le strutture erano già presenti in azienda.

Per quanto riguarda invece i restanti componenti critici esaminati, è stato dimostrato come il modello *make-to-order* sia valido e, per la commessa in esame, non comporti alcuna criticità di sorta. Di conseguenza, essendo il componente "strutture" il più vincolante in termini di tempi di approvvigionamento, tutti i restanti componenti possono essere ordinati seguendo il modello *make-to-order* ed il loro tempo di approvvigionamento sarà sempre sufficientemente breve da non ritardare il processo di produzione del centro di lavoro.

Effettuando un'analisi di questo tipo in maniera ricorsiva su diverse commesse e tenendo conto della effettiva variabilità dei tempi di approvvigionamento dei componenti, invece di supporre un valore deterministico pari alla media, si potrebbe pervenire a delle considerazioni più solide e supportate empiricamente, sulle quali valutare il modello di approvvigionamento *make-to-order* per ogni componente critico.

5.2.5 Applicazione ad una casistica meno complessa

Viene ora preso in considerazione un secondo esempio messo a punto riducendo la complessità della rete precedentemente in esame per testare il modello *make-to-order* dell'azienda su una commessa di minore complessità e quindi con un minore *makespan*.

A partire dalla rete formalizzata per il caso di studio vengono assunte delle semplificazioni:

- vengono eliminate tutte le attività di progettazione, assumendo che i componenti richiesti rispecchino specifiche base;
- vengono eliminate attività associate a componenti aggiuntivi quali il multipallet e lo stoccaggio pallet;
- vengono ridotte tutte le durate aleatorie delle attività svolte all'interno dell'azienda del 10% come *proxy* della ridotta complessità delle lavorazioni stesse;
- vengono mantenute costanti le *due date* stabilite dai fornitori per l'approvvigionamento dei componenti.

Queste modifiche al caso di studio sono state effettuate per presentare una nuova commessa d'esempio con caratteristiche più semplici e che richiedono perciò un tempo minore per essere svolte.

Utilizzando la formalizzazione presentata in precedenza si riportano in tabella 62, 63, 64, 65 e 66 le durate utilizzate per tutte le attività; non sono state riportate le *attività dummye* le attività di approvvigionamento che mantengono le loro caratteristiche originali.

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
21	Raschiatura strutture e montaggio guide	8	16
22	Raschiatura e preparazione pallet	3	8

Tabella 62: durata attività caso d'esempio - parte 1

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
23	Premontaggio trasportatore truciolo e vasca	3	8
24	Premontaggio tavola girevole	4	9
25	Premontaggio rastrelliera utensili	3	8
26	Premontaggio cambio utensile	1	4
28	Premontaggio armadio pneumatico	3	6

Tabella 63: durata attività caso d'esempio - parte 2

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
29	Verniciatura delle strutture	3	8
30	Assi, viti, azionamenti e carter	10	16
31	Inserimento tavola	1	3
32	Inserimento armadio pneumatico	1	3
33	Cablaggio armadio pneumatico	23	27
34	Inserimento impiantistica bordo macchina		1
35	Inserimento testa e mandrino	6	11
36	Cablaggio bordo macchina	0	2
37	Montaggio protezione1	5	6
38	Montaggio protezione2	0	0
39	Inserimento armadio elettrico e cablaggio macchina	4	8
42	Inserimento rastrelliera utensili	1	2
43	Cablaggio rastrelliera utensili	1	2
44	Inserimento cambio utensile e pulitore cono	1	1
45	Cablaggio cambio utensile	2	3
46	Inserimento gruppo opzioni		1
47	Inserimento trasportatore truciolo e vasca	1	2
48	Montaggio recinzione	0	1

Tabella 64: durata attività caso d'esempio - parte 3

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
49	Collaudo funzionale	16	17
50	Collaudo geometrico	1	2
51	Collaudo metrologia		1

Tabella 65: durata attività caso d'esempio - parte 4

Indice	Attività	Limite inferiore	Limite superiore
52	Disponibilità fondazione presso cliente	1	2
53	Smontaggio	0	1
54	Trasporto	0	1
55	Istallazione	16	32
56	Accettazione	8	11
60	Macchina pronta per produzione	1	2

Tabella 66: durata attività caso d'esempio - parte 5

La rete formalizzata è riportata in Appendice G.

Una volta conclusa la formalizzazione è sufficiente seguire il procedimento esposto nella sezione precedente per ottenere i risultati di seguito esposti.

Indicatore di criticità 1

Analogamente al caso di studio si riscontrano:

- valore dell'indicatore pari all'unità a partire dall'istante temporale 0 per il componente tavola;
- valore dell'indicatore nullo per ogni istante temporale per tutti i restanti componenti tranne per il trasportatore truciolo.

L'indicatore di criticità per il CC trasportatore truciolo assume un andamento interessante, riportato in figura 93.

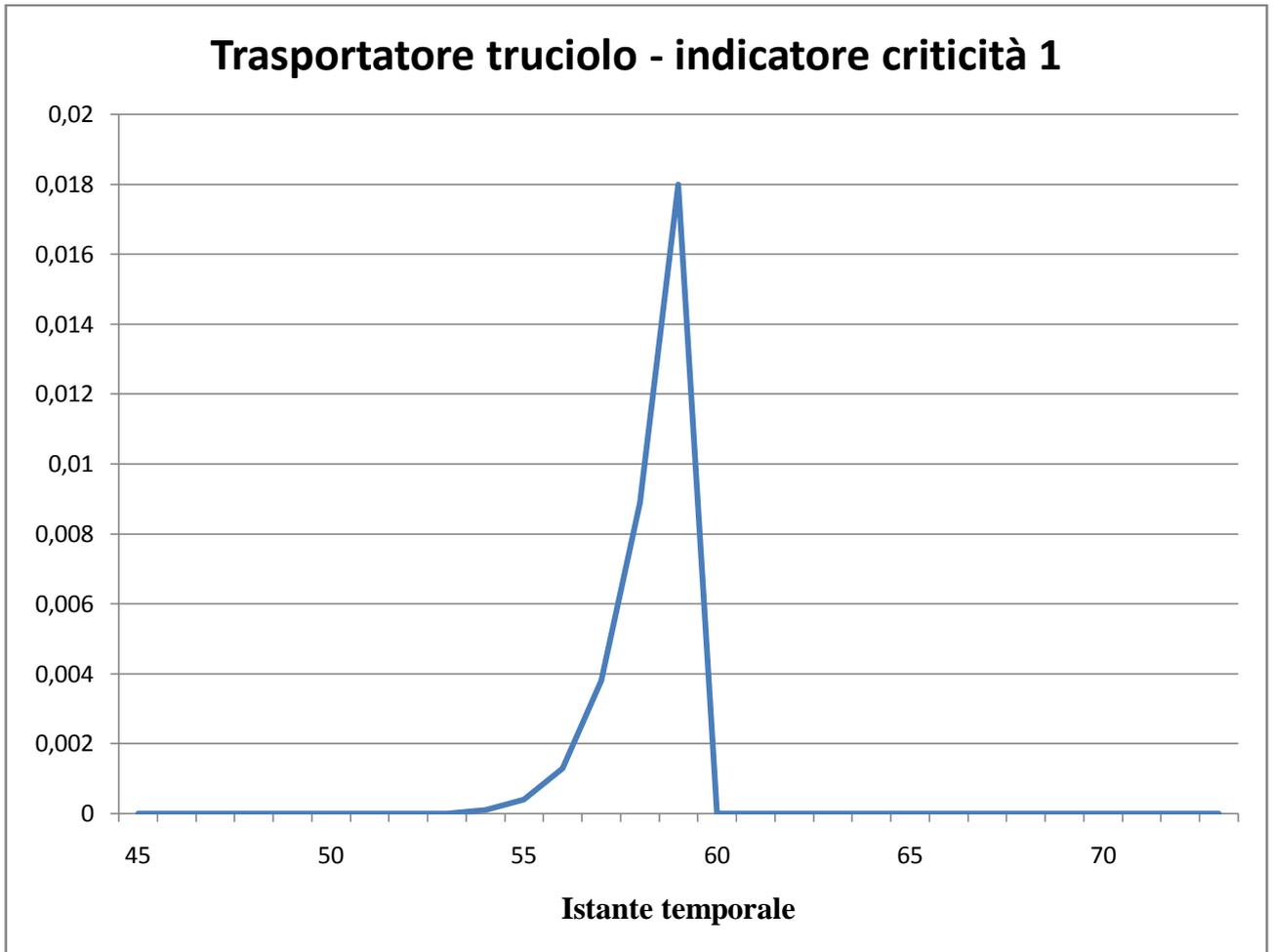


Figura 93: indicatore criticità 1 - CC trasportatore truciolo

Si può notare come l'indicatore assuma un andamento come quello pronosticato in precedenza e riportato in figura ...: è possibile infatti verificare che a partire dall'istante temporale $\hat{t} = 60$ l'indicatore prende valore nullo.

Il valore massimo riscontrato è pari a 0.018 relativo all'istante temporale 59, da interpretare come segue: la massima probabilità di riscontrare una criticità si stima essere pari a $0.0018 = 0.18\%$ relativa all'istante temporale 59. E' ragionevole concludere che una tanto esigua criticità sia da non considerare significativa.

Indicatore di criticità 2

In tabella 67 si riportano tutti i \hat{t} stimati per diversi livelli di rischio con accanto l'indicazione del tempo totale t^* per ogni componente.

Componente critico	Tempo arrivo	Tempo premontaggio	Tempo totale	Tempo rischio							
				1%	5%	10%	15%	20%	30%	40%	50%
Armadio elettrico	15		15	72	69	68	67	66	65	64	62
Protezione	5		5	66	64	62	61	61	59	58	57
Bordo macchina	0		0	39	37	35	34	34	33	31	30
Gruppo opzioni	20		20	81	78	77	76	75	73	72	71
Elettromandrino	0		0	39	37	35	34	34	33	31	30
Recinzione	10		10	72	69	68	67	66	65	64	62
Cambio utensile	11	5	16	78	76	74	73	72	71	70	68
Tavola	10		10	0	0	0	0	0	0	0	0
Armadio pneumatico	0	7	7	39	37	35	34	34	33	31	31
Trasportatore truciolo	60	8	68	78	76	74	73	72	71	70	69
Rastelliera utensili	20	8	28	78	76	74	73	72	71	70	68
Strutture	0		0	10	10	10	10	10	10	10	10
Pallet	8		8	98	95	94	93	92	90	89	88

Tabella 67: indicatore criticità 2 - tempi stimati

In tabella 68 sono riportati i valori del secondo indicatore di criticità calcolati per ogni componente, mentre in tabella 69 sono esposti i valori di elasticità dell'indicatore al variare del rischio.

Componente critico	Indicatore 2							
	1%	5%	10%	15%	20%	30%	40%	50%
Armadio elettrico	4,80	4,60	4,53	4,47	4,40	4,33	4,27	4,13
Protezione	13,20	12,80	12,40	12,20	12,20	11,80	11,60	11,40
Bordo macchina	-	-	-	-	-	-	-	-
Gruppo opzioni	4,05	3,90	3,85	3,80	3,75	3,65	3,60	3,55
Elettromandrino	-	-	-	-	-	-	-	-
Recinzione	7,20	6,90	6,80	6,70	6,60	6,50	6,40	6,20
Cambio utensile	4,88	4,75	4,63	4,56	4,50	4,44	4,38	4,25
Tavola	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Armadio pneumatico	5,57	5,29	5,00	4,86	4,86	4,71	4,43	4,43
Trasportatore truciolo	1,15	1,12	1,09	1,07	1,06	1,04	1,03	1,01
Rastelliera utensili	2,79	2,71	2,64	2,61	2,57	2,54	2,50	2,43
Strutture	-	-	-	-	-	-	-	-
Pallet	12,25	11,88	11,75	11,63	11,50	11,25	11,13	11,00

Tabella 68: indicatore criticità 2 - valori stimati

Componente critico	Var. indicatore	Var. rischio	Elasticità
Armadio elettrico	-0,161	0,980	0,165
Protezione	-0,158	0,980	0,161
Bordo macchina	-	0,980	-
Gruppo opzioni	-0,141	0,980	0,144
Elettromandrino	-	0,980	-
Recinzione	-0,161	0,980	0,165
Cambio utensile	-0,147	0,980	0,150
Tavola	-	0,980	-
Armadio pneumatico	-0,258	0,980	0,263
Trasportatore truciolo	-0,130	0,980	0,133
Rastelliera utensili	-0,147	0,980	0,150
Strutture	-	0,980	-
Pallet	-0,114	0,980	0,116

Tabella 69: indicatore criticità 2 - elasticità calcolata

Analizzando le tabelle è possibile notare come i risultati di questo esempio siano del tutto in linea con quelli del caso di studio, nello specifico:

- non si ha alcuna indicazione sulla criticità di alcuni componenti quali impiantistica bordo macchina, elettromandrino e strutture in quanto già presenti a magazzino;
- per il componente tavola si hanno solo valori nulli dati dalla conformazione specifica della sottorete associata;
- i valori associati al componente trasportatore truciolo sono di poco superiori all'unità qualsiasi rischio si prenda in considerazione;
- per tutti i restanti componenti non viene riscontrata alcuna criticità.

Non è pertanto necessario esporre nuovamente considerazioni già trattate in precedenza.

Considerazioni conclusive

In definitiva, dopo aver analizzato i dati a disposizione, si perviene alle medesime conclusioni espresse per il caso di studio anche in questo esempio dalla minor complessità.

E' possibile dire quindi, a partire dal caso di studio e dalla susseguente semplificazione nel secondo esempio, che il modello *make-to-order* per l'approvvigionamento dei componenti adottato da MCM non è causa di criticità o ritardi nell'operato dell'azienda dato il vincolo imposto dall'approvvigionamento del componente "strutture".

E' da considerare comunque che le strutture identificano il componente più vincolante e critico, dato il ruolo chiave nel processo di montaggio, le tempistiche di approvvigionamento e le lavorazioni a cui sono soggette. Constatando che nel caso

analizzato nessun componente è risultato avere criticità, è plausibile concludere che il modello *make-to-order* per quei determinati elementi risulta essere vincente e quindi le sole strutture risultano essere critiche.

Perciò per abbreviare il *makespan* e diminuire quindi la complessità della rete, bisognerebbe avere delle strutture a scorta, pratica troppo onerosa per prodotti come le macchine utensili; in alternativa è possibile continuare ad approvvigionare le strutture con un modello *make-to-order* ed applicare questa analisi ricorsivamente su tutti i restanti componenti, con la certezza di avere tutto il tempo necessario di ordinare tali elementi fintanto che la struttura non raggiunge la sua *due date*.

CONCLUSIONE

In un contesto di concorrenza a livello globale come quello in cui il settore industriale si trova oggi ad operare è necessario, oltre che trovare un differenziale competitivo valido, ottimizzare processi produttivi ed approvvigionamenti dei materiali e dei componenti.

Il primo passo per raggiungere questi obiettivi è senz'altro la formalizzazione del processo produttivo; nell'elaborato è stata proposta una formalizzazione tramite l'utilizzo delle *project network*. In particolare è stata formalizzato il processo del caso di studio tramite una rete del tipo *AoA* in grado di rappresentare la meglio le precedenze tra attività in essere.

La formalizzazione del processo passa anche attraverso l'utilizzo di attività con durate aleatorie per rappresentare l'incertezza derivante dallo svolgimento di tali attività da parte di operatori umani ed in mancanza di informazione completa. Le distribuzioni di ripartizione di tali attività sono state stimate a partire dai dati reperiti in azienda in alcuni documenti di avanzamento lavori relativi agli storici delle commesse prese in carico negli ultimi anni. Una complessità in questo senso è stata riscontrata per le attività di approvvigionamento, infatti tali operazioni sono state modellate come deterministiche dalla durata pari alla *due date* stabilita dal fornitore, data la mancanza di dati ulteriori.

Conseguentemente alla formalizzazione sono stati studiati gli strumenti esistenti in letteratura per l'analisi di tali reti, a partire poi da questi strumenti è stato messa a punto una procedura per la stima del *makespan* del processo in studio. Tale processo è stato validato con una rete d'esempio ed è stato confrontato con un strumento di stima più semplice ed elementare che sfrutta il *Metodo Monte Carlo*.

Questo confronto ha portato ha conclusioni interessanti:

- il metodo proposto, a parità di iterazioni, è più veloce nel senso che ottiene una stima della distribuzione del *makespan* in minor tempo;
- il metodo proposto, all'aumentare delle iterazioni, approssima in maniera migliore la distribuzione reale, pur mantenendo ottime performance nell'ordine di 10^{-2} in termini di scostamenti quadratici.

Infine sono stati messi a punto due indicatori per la valutazione della criticità dei componenti che vengono approvvigionati a inizio processo. Dalle analisi si evince che non sussiste criticità per nessuno dei componenti in esame a causa dei vincoli imposti dall'approvvigionamento delle strutture dei centri di lavoro. Di conseguenza, a meno di non optare per la messa a scorta di strutture, il modello *make-to-order* utilizzato da MCM SpA è la scelta più opportuna.

BIBLIOGRAFIA

Bramanti, M., C. D. Pagani, e S. Salsa. *Matematica Calcolo Infinitesimale e Algebra Lineare*. Bologna: Zanichelli, 2006.

Burt, John M., e Mark B. Garman. «Monte Carlo Techniques for Stochastic Network Analysis.» *ACM - Winter Simulation Conference*, 1970.

Demeulemeester, Erik L., e Willy S. Herroelen. *Project Scheduling A Research Handbook*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.

Dodin, B. M. «Bounding the Project Completion Time Distribution in PERT Networks.» *Operation Research*, 1985: 862 - 881.

Greene, W. H. *Econometric Analysis* New York Prentice Hall, 2012

Elmaghraby, Salah Eldin. *Activity Networks - Project Planning and Control by Network Models*. New York: John Wiley & Sons, 1977.

Elmaghraby, Salah Eldin, e B. M. Dodin. «Irreducibility of Acyclic Digraphs.» *OR Report N° 154*. North Carolina State University at Raleigh, 1979.

Montgomery, D. C. *Introduction to Statistical Quality Control* New York John Wiley & Sons, 2005

Kamburowski, J., D. J. Michael, e M. Stallmann. «Minimizing the Complexity of an Activity Network.» *Networks*, 2000.

Kamburowski, J.; Michael, D. J.; Stallmann, M. «Optimal Construction of Project Activity Networks.» *Proceedings of the Annual Meeting of the Decision Science Institute*, 1992.

Kleindorfer, George B. «Bounding Distribution for a Stochastic Acyclic Network.» *Operation Research*, 1969.

Lawler, Eugene L. *Combinatorial Optimization: Network and Matroids*. San Francisco: Holt, Rinehart and Winston, 1976.

Ludwig, Arfst, Rolf H. Möhring, e Frederik Stork. «A Computational Study on Bounding the Makespan Distribution in Stochastic Project Networks.» *Operation Research*, 2001.

Martin, J. J. «Distribution of the Time Through a Direct, Acyclic Network.» *Operations Research*, 1964.

Katz, M. L.; Rosen, H. S.; Bollino, C. A. *Microeconomia* Milano McGraw Hill, 2007

Möhring, Rolf H. «Scheduling under Uncertainty: Bounding the Makespan Distribution.»

Naylor, T. J., J. L. Balintfy, D. S. Burdick, e K. Chu. *Computer Simulation Techniques*. New York: Wiley, 1966.

Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications Upper Saddle River, New Jersey Prentice Hall 1993

Kulkarni, V. G.; Adlakha, V. G. *Operations Research* Markov and Markov-Generative Pert Network, September-October 1986

Spelde, H: G. «Stochastische Netzpläne und Ihre Anwendung in Baubetrieb.» *Ph. D. thesis*. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, Aachen, 1976.

Knuth, D. E. *The Art of Computer Programming, Volume 4, Fascicle 2* Boston Addison-Wesley 2005

Valdes, Jacobo, Robert E. Tarjan, e Eugene L. Lawler. «The Recognition of Series Parallel Digraphs.» *ACM - Symposium on Theory of Computing*, 1979.

Zio, Enrico. *The Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis*. Londra: Springer, 2013.

APPENDICI

A matrice dei vincoli delle attività - parte 1	195
B matrice dei vincoli delle attività - parte 2	196
C matrice d'incidenza caso di studio	197
D rete <i>AoA</i> caso di studio	198
E matrici d'inserimento caso di studio	199
F rete <i>AoA</i> caso di studio ridotta	200
G partizionamento caso di studio	201
H rete <i>AoA</i> d'esempio	202

TAVOLA E: matrici d'inserimento caso di studio

Indice	Attività	b		c	
1	Ordine cliente	1	2	0	0
2	Progettazione vasca liquido refrigerante sinistra	2	5	0	0
3	Progettazione recinzione perimetrale	2	12	0	0
4	Progettazione armadio elettrico	2	7	0	0
5	Progettazione impiantistica bordo macchina	2	8	0	0
6	Disponibilità strutture	2	3	0	0
7	Disponibilità elettromandrino	2	21	0	0
8	Disponibilità CC trasportatore truciolo e vasca	5	15	60	0
9	Disponibilità CC pallet	2	13	40	0
10	Disponibilità CC tavola	2	4	10	0
11	Disponibilità CC rastrelliera utensili	2	9	20	0
12	Disponibilità CC cambio utensile	2	10	11	0
13	Disponibilità CC multipallet e PO	2	6	20	0
14	Disponibilità CC armadio elettrico	7	26	15	0
15	Disponibilità CC armadio pneumatico	2	11	0	0
16	Disponibilità CC protezione	2	24	5	0
17	Disponibilità CC impiantistica bordo macchina	8	20	0	0
18	Disponibilità CC recinzione perimetrale	12	33	10	0
19	Disponibilità CC gruppo opzioni	2	32	20	0
20	Disponibilità CC stoccaggio pallet	2	28	0	0
21	Raschiatura strutture e montaggio guide	3	14	10	20
22	Raschiatura e preparazione pallet	13	35	5	10
23	Premontaggio trasportatore truciolo e vasca	15	31	5	10
24	Premontaggio tavola girevole	4	18	6	13
25	Premontaggio rastrelliera utensili	9	29	5	10
26	Premontaggio cambio utensile	10	30	3	6
27	Premontaggio multipallet e PO	6	28	7	15
28	Premontaggio armadio pneumatico	11	19	5	8
29	Verniciatura delle strutture	14	16	5	10
30	Assi, viti, azionamenti e carter	16	17	14	21
31	Inserimento tavola	18	24	2	5
32	Inserimento armadio pneumatico	19	22	2	5
33	Cablaggio armadio pneumatico	22	24	29	34
34	Inserimento impiantistica bordo macchina	20	23	0	1
35	Inserimento testa e mandrino	21	24	8	15
36	Cablaggio bordo macchina	23	24	2	4
37	Montaggio protezione1	24	25	7	8
38	Montaggio protezione2	25	33	0	1
39	Inserimento armadio elettrico e cablaggio macchina	26	27	6	11
40	Inserimento multipallet, montaggio stoccaggio e PO	28	34	2	3
41	Cablaggio multipallet	28	34	4	5
42	Inserimento rastrelliera utensili	29	34	2	4
43	Cablaggio rastrelliera utensili	29	34	2	4
44	Inserimento cambio utensile e pulitore cono	30	32	2	3
45	Cablaggio cambio utensile	30	32	4	5
46	Inserimento gruppo opzioni	32	34	2	3
47	Inserimento trasportatore truciolo e vasca	31	34	1	3
48	Montaggio recinzione	33	34	0	1
49	Collaudo funzionale	34	35	20	22
50	Collaudo geometrico	35	36	2	4
51	Collaudo metrologia	36	37	2	3
52	Disponibilità fondazione presso cliente	37	38	1	2
53	Smontaggio	38	39	2	3
54	Trasporto	39	40	2	3
55	Istallazione	40	41	20	40

TAVOLA F: rete AoA caso di studio ridotta

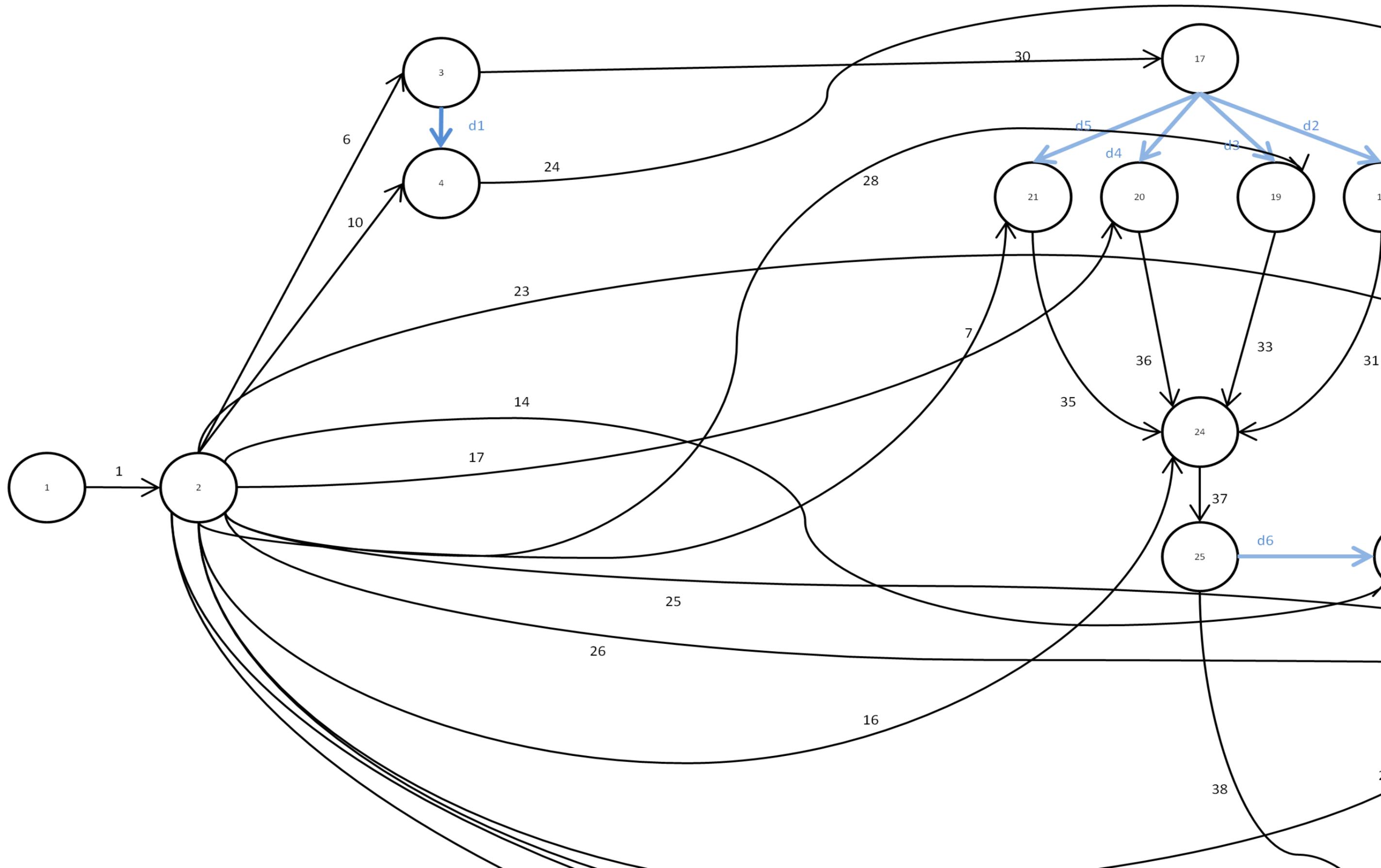
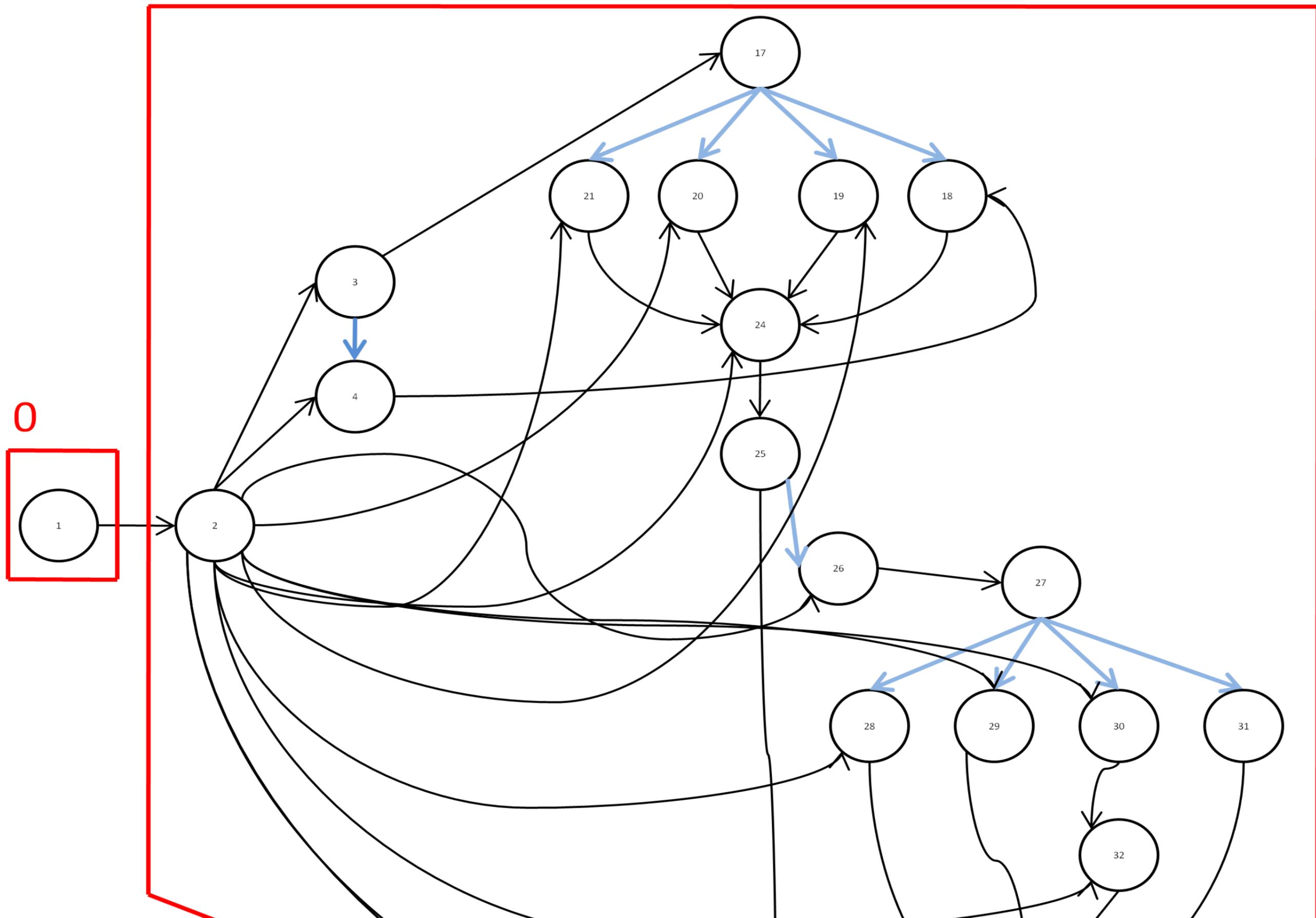


TAVOLA H: partizionamento caso di studio



1

TAVOLA G: rete AoA d'empio

