

POLITECNICO DI MILANO
FACOLTÀ DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aeronautica



**“Studio di sistemi passivi per la riduzione delle
vibrazioni nei sistemi rotanti”**

Relatore: prof. Giuseppe QUARANTA

Tesi di Laurea di:
Andrea LIANI, Matr. 761962

Anno Accademico: 2013/2014

Sommario

Una problematica fondamentale nella progettazione dei velivoli ad ala rotante, ed in generale di tutte le macchine con componenti rotanti, è costituita dall'alto livello vibratorio che le caratterizza. Scopo di questo lavoro è applicare il funzionamento del Dynamic Vibration Absorber (DVA) a sistemi rotanti, in modo da dimensionare un Mast Vibration Absorber (MVA), oggetto usato per l'isolamento delle vibrazioni del rotore degli elicotteri. Si procede dimensionando quindi l'MVA per l'*SA 330 PUMA*, usando degli algoritmi di ottimizzazione vincolata in modo da contenere la massa del sistema isolante. Attraverso l'utilizzo del Software MSC Adams è stato poi implementato il modello multicorpo del sistema dimensionato in modo da verificarne il funzionamento. È stata svolta a questo scopo, una campagna di simulazioni che ha permesso di osservare la risposta del rotore senza ed in presenza dell'MVA, in termini di ampiezze di spostamento, accelerazioni e forze trasmesse.

Abbandonando l'idea di disporre di dispositivi completamente passivi utilizzati per la riduzione delle vibrazioni, si è passati allo studio di dispositivi semi attivi. In particolare si è valutata la fattibilità dell'implementazione di un DVA con rigidità non lineare. Quindi, procedendo sempre tramite il modello multicorpo, si è verificato il cambiamento della risposta del rotore rispetto al caso lineare, osservando in particolare le ampiezze delle risposte con una variazione di velocità angolare, e la relativa banda di soppressione.

Abstract

A fundamental problem of helicopters and all the rotating machines is inflicted by the high vibratory level that they have. The aim of this work is to apply the principles of the Dynamic Vibration Absorber (DVA) to the rotating systems, in order to design a Mast Vibration Absorber (MVA) to reduce the vibratory level on the SA 330 PUMA rotor. To design this object, the procedure is to optimize a functional subjected to proper constraint, in order to have a low mass build on the rotor. Then, a multibody model of the MVA has been implemented on MSC Adams Software, to analyze the behavior of the MVA on the machine. Has been made several simulations to observe the dynamic response of the rotor in absence and in presence of the MVA, in particularly has been studied the amplitude of the displacements, of the accelerations and of the forces transmitted to the helicopter's body in both cases.

Other solutions have been tried, to achieve better performances in vibrations reduction. In particularly semi active devices has been studied. A study has proved the feasibility of a device with variable stiffness: a dynamic vibration absorber with nonlinear behavior. By implementing such a vibration absorber in the multibody model, has been studied the behavior of the rotor with this kind of device and confronted it with the linear case. An important study is to observe the behavior of the rotor with a variation of angular velocity, and to see how the suppression bandwidth changes with the nonlinear absorber.

Indice

1	Introduzione	6
1.1	Forze e momenti trasmessi dal rotore alla fusoliera	6
1.2	Sistemi di isolamento passivi	8
1.2.1	Assorbitore dinamico di vibrazioni	8
1.2.2	Assorbitore dinamico smorzato	12
2	Dispositivi usati in ambito elicotteristico	14
2.1	Masse a pendolo	14
2.2	Mast Vibration Absorber	17
2.3	Descrizione dei brevetti	22
3	Dimensionamento assorbitore dinamico - Mast Vibration Absorber	32
3.1	Vibrazioni nel piano	32
3.1.1	Modello 1	33
3.1.2	Modello 2	35
3.1.3	Soluzione implementata	38
3.2	Vibrazioni fuori dal piano	42
3.2.1	Dimensionamento molla	44
4	Modello multicorpo	47
4.1	Descrizione del modello multicorpo	48
4.1.1	Modello multicorpo con MVA	52
4.2	Risultati ottenuti	53
4.2.1	Trasmissibilità	57
4.2.2	Analisi di non-linearità delle risposte	60
5	Implementazione di un assorbitore dinamico non lineare	63
5.1	Assorbitori dinamici semi-attivi	64
5.1.1	Assorbitore dinamico lineare a tratti	65
5.2	Verifica tramite modello multicorpo	70
5.2.1	Analisi delle risposte	71
6	Conclusioni e sviluppi futuri	81

Elenco delle figure

1	Forze e momenti sul rotore nel sistema di riferimento rotante e fisso	6
2	Assorbitore dinamico, rappresentazione schematica	9
3	Funzione di risposta in frequenza, con e senza assorbitore dinamico $\mu = 0.2$	10
4	Funzione di risposta in frequenza, assorbitore non tarato alla frequenza di risonanza $\mu = 0.2$	11
5	Funzione di risposta in frequenza, al variare di μ	11
6	Assorbitore dinamico smorzato, rappresentazione schematica	12
7	Funzione di risposta in frequenza, al variare dello smorzamento ξ , $\mu = 0.2$	13
8	Massa a pendolo per l'assorbimento delle vibrazioni verticali delle pale	14
9	Massa a pendolo per l'assorbimento delle vibrazioni nel piano - cavo singolo	15
10	Confronto tra pendolo a singolo cavo e pendolo a doppio cavo. Numero di armoniche in funzione della lunghezza del braccio del pendolo	16
11	Risonatore a doppio cavo	16
12	Mast Vibration Absorber (MVA) - rappresentazione schematica	17
13	FFT - $ T = \frac{ X_r }{ X_0 }$	19
14	FFT - $ T = \frac{ Y_r }{ Y_0 }$	20
15	ampiezza della risposta alla 3Ω in funzione del rapporto tra le rigidezze	21
16	Sistema assorbimento vibrazioni 1, sezione orizzontale	22
17	Sistema assorbimento vibrazioni 2, sezione II-II	23
18	Sistema assorbimento vibrazioni 3	24
19	Sistema assorbimento vibrazioni 4 A)Sezione trasversale B)Vista dall'alto	25
20	Sistema assorbimento vibrazioni 5, sezione verticale	26
21	Sistema assorbimento vibrazioni 5, sezione orizzontale	26
22	Sistema assorbimento vibrazioni 6 - assorbitore montato nel rotore	27
23	Sistema assorbimento vibrazioni 6 - assorbitore	28
24	Sistema assorbimento vibrazioni 6 - Modello di trave usato per rappresentare la barra flessibile. Lo spostamento in mezzzeria è indicato con $\delta/2$	29
25	Sistema assorbimento vibrazioni 6 - Schema di corpo libero dell'estremità della trave, forze scambiate con la base	30
26	Sistema assorbimento vibrazioni 6 - Forma dei modi di vibrare dell'albero del rotore, in ascissa è indicato lo spostamento, in ordinata la quota	30
27	PUMA - Assorbitore dinamico, rappresentazione schematica	32

28	MVA nel piano, vista dall'alto	39
29	Modello FEM, MVA nel piano	40
30	Analisi FEM - modo 1	41
31	Analisi FEM - modo 2	41
32	Molla elicoidale	42
33	Azioni Interne sul filo della molla	43
34	Molla a pacco soggetta ad un carico F	44
35	Curva Forza-Spostamento - Molla elicoidale	46
36	Rappresentazione del sistema rotore-motore-trasmissione collega- to alla struttura della fusoliera	47
37	Modello <i>Adams</i> senza MVA	48
38	Modo 1: 17.14 Hz	49
39	Modo 2: 21.11 Hz	50
40	Modo 3: 21.11Hz	50
41	Modello multicorpo - Mast Vibration Absorber	52
42	Modello multicorpo - Mast Vibration Absorber	53
43	FFT - spostamento in x di A	54
44	FFT - spostamento in z di A	54
45	FFT - spostamento in y di A	55
46	FFT - Accelerazione in x di A senza MVA	55
47	FFT - Accelerazione in z senza MVA	56
48	FFT - Accelerazione in y senza MVA	56
49	FFT - F_x tra cilindro A e cilindro B senza e con MVA	58
50	FFT - F_z tra cilindro A e cilindro B senza e con MVA	58
51	FFT - F_y tra cilindro A e cilindro B senza e con MVA	59
52	Ampiezza dello spostamento in x adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante	60
53	Ampiezza dello spostamento in z adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante	61
54	T_x in funzione dell'ampiezza F_x	62
55	T_z in funzione dell'ampiezza F_z	62
56	DVA a rigidezza variabile	65
57	Relazione forza spostamento lineare a tratti	66
58	DVA non lineare - rappresentazione schematica	66
59	FFT - spostamento X_1 a regime al variare di r , $\mu = 0.1$, $e =$ $0.1 \cdot \delta_{max_{r=1}}, \frac{\Omega}{\omega_a} = 1$, $c = 0$, la linea verticale tratteggiata indica la frequenza di eccitazione in ingresso Ω	68
60	Spostamento $X_1(\Omega)$ a regime, al variare di r , $\mu = 0.1$, $e = 0.1 \cdot$ $\delta_{max_{r=1}}$, $c = 0$	69
61	Spostamento $X_1(\Omega)$ variare di e , $\mu = 0.1$, $r = 0.7$, $c = 0$	70
62	FFT - Spostamento e accelerazione in x di A	72
63	FFT - Spostamento e accelerazione in z di A	72
64	FFT - Spostamento e accelerazione in y di A	73
65	Trasmissibilità in x	74
66	Trasmissibilità in z	74
67	Trasmissibilità in y	75

68	FFT - spostamento in x a regime, risposta a variazione della velocità angolare	76
69	FFT - spostamento in z a regime, risposta a variazione della velocità angolare	76
70	FFT - spostamento in y a regime, risposta a variazione della velocità angolare	77
71	Ampiezza dello spostamento in x adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante	78
72	Ampiezza dello spostamento in z adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante	79
73	T_x in funzione dell'ampiezza F_x	79
74	T_z in funzione dell'ampiezza F_z	80

Elenco delle tabelle

1	vibrazioni trasmesse all'elicottero attraverso il rotore	8
2	Dati Acciaio 5160	33
3	Forze a momenti d'inerzia alla 4/rev applicati all'assorbitore	34
4	Sezione tubolare, modello 1	34
5	Sezione circolare piena, modello 1	35
6	Sezione tubolare, modello 2	38
7	Sezione circolare piena, modello 2	38
8	caratteristiche MVA nel piano	40
9	Valori di masse e rigidzze usati nel modello multicorpo	49
10	Modi di vibrare con MVA - Il modo 4 è dovuto all'assorbitore verticale rispetto asse y , i modi 5 e 6 all'assorbitore nel piano xz	53
11	Coefficienti di Trasmissibilità alla 4/rev, senza e con MVA	59
12	DVA non lineare - dati in ingesso	67
13	Coefficienti di trasmissibilità alla 4/rev	75

1 Introduzione

Lo studio del livello vibratorio è un aspetto fondamentale nella progettazione dei velivoli ad ala rotante, le cui vibrazioni sono causate dal rotore principale, a cui si aggiungono altre fonti, quali il rotore di coda, il motore, la trasmissione, e le forze aerodinamiche che agiscono sulla fusoliera. Un'analisi accurata del livello vibratorio trasmesso in fusoliera è necessaria per garantire un adeguato livello di comfort agli occupanti durante il volo, e per garantire l'integrità strutturale dei vari componenti del velivolo. Le vibrazioni sono maggiori durante la fase di volo avanzato rispetto alla fase di hovering, inoltre si mantengono su livelli molto alti anche durante la fase di transizione, questo a causa dell'influenza della scia del rotore sulle pale.

Per ridurre il livello vibratorio si può ricorrere a dei sistemi attivi o passivi, in questo lavoro di tesi ci si concentrerà su quest'ultimi, ovvero sistemi che non richiedono fonti di energia esterne per essere attivati. Diverse soluzioni, più o meno complesse, sono state prese in considerazione nel corso del tempo. In seguito si passeranno in rassegna alcune strategie atte a diminuire il livello vibratorio, in modo da avere una panoramica sullo stato dell'arte attuale in questo ambito.

1.1 Forze e momenti trasmessi dal rotore alla fusoliera

Il rotore dell'elicottero è soggetto a carichi ciclici che vengono trasmessi attraverso il mozzo alla fusoliera. L'eccitazione nel sistema non rotante, è caratterizzato principalmente dalle armoniche alla 1/giro e N/giro, dove N è il numero di pale dell'elicottero. Infatti il rotore si comporta come un filtro, filtrando tutte le armoniche che non sono multiple del numero di pale.

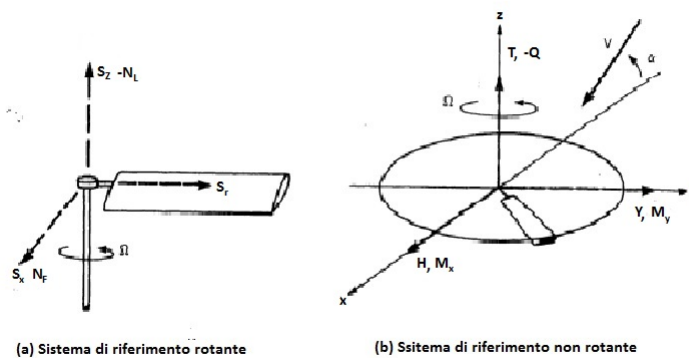


Figura 1: Forze e momenti sul rotore nel sistema di riferimento rotante e fisso

Assumendo che la forza alla radice dell' m -esima pala, sia funzione dell'angolo di Azimuth ψ , si può scrivere $\psi_m = \psi + m\Delta\psi$, ($\Delta\psi = 2\pi/N$). Ora in accordo con la figura 1, esprimendo la forza di taglio verticale alla radice S_z^m per la pala m -esima, usando la serie di Fourier:

$$S_z^m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{zn} e^{in\psi_m} \quad (1)$$

Facendo la somma per tutte le pale si ottiene la componente del taglio T sul sistema fisso:

$$T = \sum_{m=1}^N S_z^m \quad (2)$$

Svolgendo i passaggi, usando le regole per la sommatoria delle armoniche, si ottiene:

$$T = N \sum_{p=-\infty}^{\infty} S_{zpN} e^{ipN\psi}$$

Da cui si vede come nel sistema fisso le forze che rimangono siano solo le multiple del numero delle pale, mentre le altre vengono eliminate dal rotore.

Considerando ora le forze nel piano del rotore, nel sistema di riferimento rotante, si hanno le componenti S_x^m nel verso della resistenza, e S_r^m in direzione radiale. Si possono quindi scrivere le componenti di forza (H e V) rispetto al sistema di riferimento non rotante:

$$H = \sum_{m=1}^N (S_r^m \cos\psi_m + S_x^m \sin\psi_m) \quad (3)$$

$$V = \sum_{m=1}^N (S_r^m \sin\psi_m - S_x^m \cos\psi_m) \quad (4)$$

Esprimendo S_x^m , e S_r^m , in serie di Fourier, e svolgendo i passaggi si giunge alla seguente espressione per H e V :

$$H = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(\frac{N}{2} S_{r_{pN-1}} + \frac{N}{2} S_{r_{pN+1}} + \frac{N}{2i} S_{x_{pN-1}} - \frac{N}{2i} S_{x_{pN+1}} \right) e^{ipN\psi} \quad (5)$$

$$V = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(\frac{N}{2i} S_{r_{pN-1}} - \frac{N}{2i} S_{r_{pN+1}} - \frac{N}{2} S_{x_{pN-1}} - \frac{N}{2} S_{x_{pN+1}} \right) e^{ipN\psi} \quad (6)$$

Le stesse considerazioni possono essere fatte per i momenti, in particolare la coppia Q :

$$Q = \sum_{m=1}^N N_L^m = N \sum_{p=-\infty}^N N_{L_{pN}} e^{ipN\psi} \quad (7)$$

Infine i momenti di beccheggio e rollio M_y e M_x , nel sistema fisso risultano:

$$M_y = - \sum_{m=1}^N N_F^m \cos\psi_m = -\frac{N}{2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} (N_{F_{pN-1}} + N_{F_{pN+1}}) e^{ipN\psi} \quad (8)$$

$$M_x = \sum_{m=1}^N N_F^m \sin\psi_m = \frac{N}{2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} (N_{F_{pN-1}} + N_{F_{pN+1}}) e^{ipN\psi} \quad (9)$$

L'analisi dei carichi trasmessi dal sistema rotante al sistema fisso pertanto consente di capire, su quali forze intervenire sul sistema rotante per sopprimere le vibrazioni dovute ai rispettivi carichi sul sistema fisso.

S.R. Non Rotante	S.R. Rotante
T alla pN /giro	S_z alla pN /giro
Q alla pN /giro	N_L alla pN /giro
H alla pN /giro	S_r, S_x alla $pN \pm 1$ /giro
V alla pN /giro	S_r, S_x alla $pN \pm 1$ /giro
M_x alla pN /giro	N_F alla $pN \pm 1$ /giro
M_y alla pN /giro	N_F alla $pN \pm 1$ /giro

Tabella 1: vibrazioni trasmesse all'elicottero attraverso il rotore

1.2 Sistemi di isolamento passivi

Lo stato dell'arte attuale nell'ambito dell'isolamento passivo delle vibrazioni, contempla una moltitudine di brevetti che nel corso del tempo sono stati installati a bordo degli elicotteri. Vengono prima esposti, attraverso i relativi modelli matematici, dei sistemi molto utilizzati in questo ambito, per poi fare una descrizione qualitativa di un ulteriore serie di brevetti.

1.2.1 Assorbitore dinamico di vibrazioni

Il sistema più comune per l'assorbimento delle vibrazioni, è il *Dynamic Vibration Absorber (DVA)* o *Tuned Mass Damper (TMD)*, usato non solo in ambito elicotteristico, ma anche in campo civile, per la protezione delle strutture dai carichi eolici e dai carichi sismici.

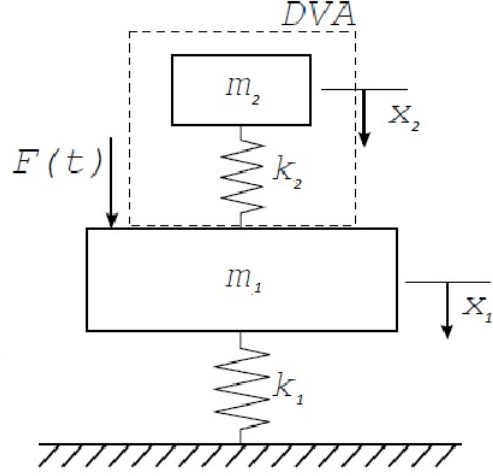


Figura 2: Assorbitore dinamico, rappresentazione schematica

Il sistema consiste in un assorbitore di massa m_2 , in una massa sollecitata da isolare dinamicamente m_1 , delle rigidezze (k_1 e k_2), ed eventualmente degli smorzamenti (c_1 e c_2). Supponendo un termine forzante sinusoidale che agisca ad una frequenza ω , ed indicando con $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$, si può facilmente scrivere l'equazione della dinamica del sistema a due gradi di libertà, trascurandone lo smorzamento per semplicità:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 \text{sen}(\omega t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Imponendo le soluzioni nella forma $x_1 = X_1 \text{sen}(\omega t)$, e $x_2 = X_2 \text{sen}(\omega t)$, che sostituite nella 10, ed esplicitando rispetto a X_1 e X_2 si ottiene:

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \frac{F_0}{-m_2 \omega_2^2 \omega + m_1 (\omega_1^2 - \omega^2) (\omega_2^2 - \omega^2)} \begin{Bmatrix} \omega_2^2 - \omega^2 \\ \omega^2 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Quindi la funzione di trasferimento T , tra X_1 e F_0 , risulta:

$$T(\omega) = \frac{X_1}{F_0} = \frac{\omega_2^2 - \omega^2}{-m_2 \omega_2^2 \omega + m_1 (\omega_1^2 - \omega^2) (\omega_2^2 - \omega^2)} \quad (12)$$

introducendo lo spostamento statico $X_0 = F_0/k_1$, e i seguenti parametri adimensionali: $\mu = \frac{m_2}{m_1}$, $f = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, $p = \frac{\omega}{\omega_1}$, definiti come massa relativa, frequenza relativa e frequenza adimensionale, si può scrivere la risposta della massa m_1 in termini adimensionali:

$$\frac{X_1}{X_0} = \frac{f^2 - p^2}{(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu f^2 p^2} \quad (13)$$

I parametri μ e f , rappresentano i parametri fondamentali di progetto di un DVA.

Dalla 12 si vede che affinché lo spostamento della massa m_1 sia minimo si deve imporre $\omega_2 = \omega$. Accordando quindi la frequenza dell'assorbitore con la frequenza della forzante si riesce a isolare dinamicamente la massa sollecitata per quella data frequenza. Imponendo tale soluzione alla 11 si ha:

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = F_0 \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_2 \omega_2^2} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

augmentando quindi il valore di m_2 diminuisce lo spostamento della massa smorzante. Ciò non è comunque ottimale, in quanto comporta una diminuzione del carico pagante del velivolo.

In figura 3, è riportata la funzione di trasferimento $T(\omega)$, con e senza assorbitore dinamico. Analizzando la figura, si vede come era ovvio aspettarsi, che in presenza dell'assorbitore si hanno due picchi di risonanza, tra i quali è presente un antirisonanza, che limita l'ampiezza della risposta nell'intorno della frequenza dell'assorbitore. Ne segue, che l'ampiezza della risposta della massa m_1 si amplifica notevolmente quando ci si sposta di poco dalla condizione $\omega_2 = \omega$.

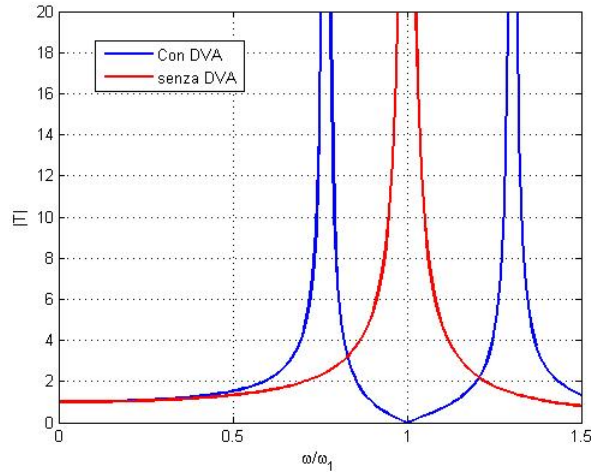


Figura 3: Funzione di risposta in frequenza, con e senza assorbitore dinamico $\mu = 0.2$

La figura 3 mostra l'andamento della risposta in frequenza con l'assorbitore tarato esattamente alla frequenza di risonanza $\omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$ del sistema senza assorbitore. Se invece l'assorbitore non è tarato perfettamente alla frequenza di risonanza, la funzione di risposta in frequenza subisce un cambiamento (figura 4). Da notare come comunque la risposta in presenza di assorbitore, sia comunque notevolmente limitata nell'intorno della frequenza di risonanza.

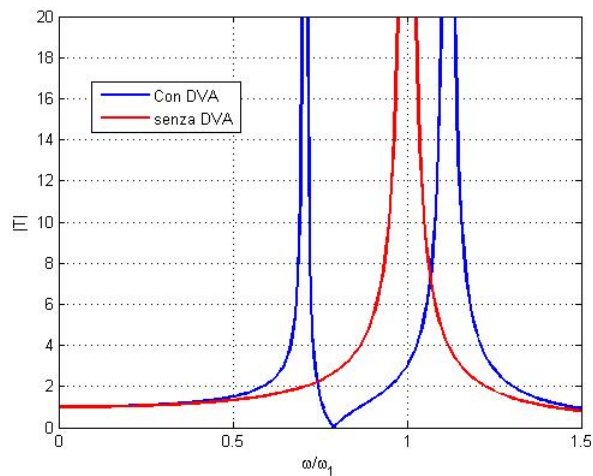


Figura 4: Funzione di risposta in frequenza, assorbitore non tarato alla frequenza di risonanza $\mu = 0.2$

Un interessante analisi del comportamento dell'assorbitore dinamico può essere fatta al variare di μ . In figura 5 è mostrato l'andamento della risposta in frequenza per diversi valori di μ , in modo da mantenere sempre la stessa frequenza di antirisonanza.

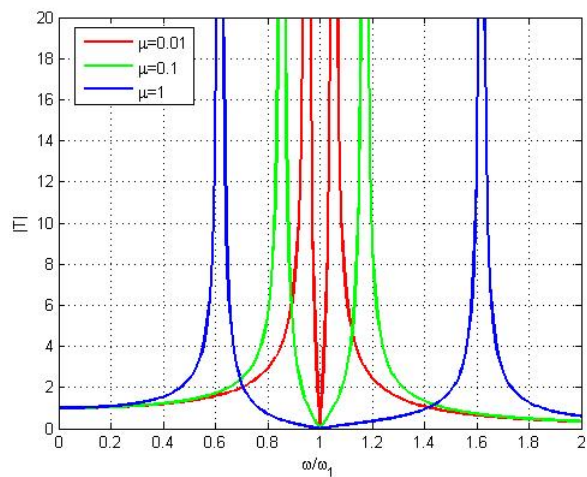


Figura 5: Funzione di risposta in frequenza, al variare di μ

1.2.2 Assorbitore dinamico smorzato

Per migliorare il comportamento dell'assorbitore dinamico, è possibile introdurre un elemento dissipante tra la massa m_1 e m_2 , come in figura 6.

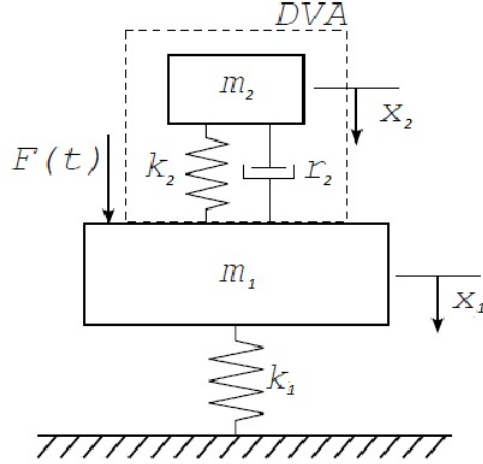


Figura 6: Assorbitore dinamico smorzato, rappresentazione schematica

Con l'introduzione di un elemento smorzante, le equazioni della dinamica diventano:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 & -r_1 \\ -r_1 & r_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 \text{sen}(\omega t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Da cui si ottiene l'ampiezza delle vibrazioni per le due masse, come fatto in precedenza:

$$X_1 = \frac{F_0 (k_2 - m_2 \omega^2 + i \omega r_2)}{(k_1 - m_1 \omega^2) (k_2 - m_2 \omega^2) - m_2 k_2 \omega^2 + i \omega r_2 (k_1 - m_1 \omega^2 - m_2 \omega^2)} \quad (16)$$

$$X_2 = \frac{-F_0 (k_2 + i \omega r_2)}{(k_1 - m_1 \omega^2) (k_2 - m_2 \omega^2) - m_2 k_2 \omega^2 + i \omega r_2 (k_1 - m_1 \omega^2 - m_2 \omega^2)} \quad (17)$$

Ora, introducendo lo smorzamento adimensionale, definito come: $\xi = \frac{r_2}{m_2 \omega_1}$, si può analizzare l'andamento della funzione di risposta infrequenza per la massa m_1 , al variare di ξ . La funzione di trasferimento può essere scritta in termini adimensionali:

$$T(\omega) = \frac{X_1}{X_0} = \frac{f^2 - p^2 + i\xi p}{(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2 + i\xi p [1 - p^2(1 + \mu)]} \quad (18)$$

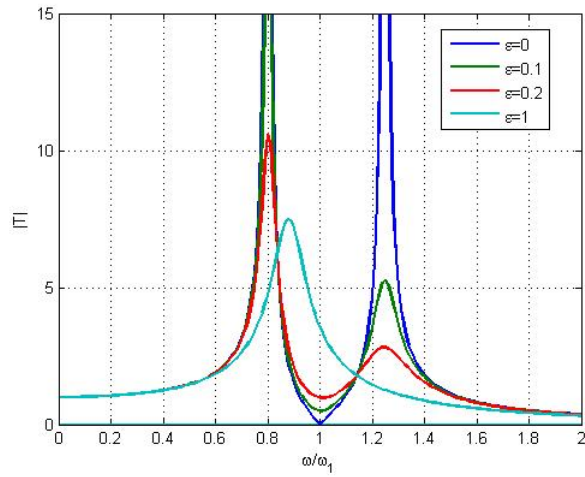


Figura 7: Funzione di risposta in frequenza, al variare dello smorzamento ξ , $\mu = 0.2$

La figura 7, evidenzia l'effetto benefico dello smorzamento, infatti la risposta viene notevolmente limitata. In particolare per $\xi = 0$, si ha la stessa risposta vista in precedenza, in assenza di smorzamento, mentre per valori sempre maggiori di ξ la risposta del sistema diventa simile ad un sistema non smorzato con massa pari a $m_1 + m_2$.

2 Dispositivi usati in ambito elicotteristico

Si entrerà ora nel dettaglio del funzionamento di alcuni sistemi usati in ambito aeronautico, per poi passare alla descrizione di alcuni dispositivi che sono stati brevettati nel corso del tempo.

2.1 Masse a pendolo

Negli elicotteri, sono presenti delle masse a pendolo, montate direttamente nel sistema rotante, in questo caso sulle pale, che se opportunamente tarate consentono di filtrare le vibrazioni desiderate. Se un modo della pala è in prossimità di un armonica del rotore, può causare un'amplificazione dinamica del livello vibratorio, che può rivelarsi estremamente dannosa. Per ridurre il livello di eccitazione, questo tipo di assorbitori vengono montati sulle pale, in modo da evitare coalescenze delle frequenze proprie del rotore con i modi delle pale.

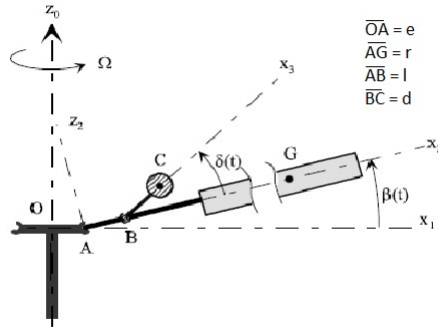


Figura 8: Massa a pendolo per l'assorbimento delle vibrazioni verticali delle pale

In accordo con la figura 8, si è indicato con δ , l'angolo di flappeggio della massa a pendolo m con momento d'inerzia rispetto a B I , mentre con β si è indicato l'angolo di flappeggio della pala di massa M . Si può quindi scrivere l'equazione di moto in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} E & D \\ D & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\delta} \end{Bmatrix} + \Omega^2 \begin{bmatrix} G & B \\ B & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \cos(n\Omega t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\text{con : } E = I + m(1 + d)^2 \quad D = Md(1 + d), \quad A = md^2$$

$$B = Md(e + l + d), \quad G = Mr(r + e) + m(e + l + d)(1 + d)$$

È importante notare la dipendenza dalla velocità angolare Ω dalle equazioni di moto. Ciò consente di accordarsi direttamente alla velocità di rotazione del

rotore. Procedendo come nel paragrafo precedente, si cercano delle soluzioni nella forma $\delta(t) = \delta_0 \cos(n\Omega t + \varphi_\delta)$, $\beta(t) = \beta_0 \cos(n\Omega t + \varphi_\beta)$, si arriva alla funzione di trasferimento, espressa in funzione del numero di armoniche n :

$$T = \frac{\beta_0}{F_0} = \frac{(B - n^2 A)}{[(G - n^2 E)(B - n^2 A) - (B - n^2 D)^2] \Omega^2} \quad (20)$$

Per cancellare l'ampiezza di vibrazione, si impone l'annullamento del numeratore della funzione di trasferimento:

$$n = \sqrt{\frac{B}{A}} = \sqrt{\frac{M}{m} (e + l + d)} \quad (21)$$

Sfruttando pertanto tale relazione si può dimensionare la massa del pendolo per eliminare la risposta all' n -esima armonica. Questo sistema, tuttavia consente di ottenere solo una cancellazione, ovvero può essere tarato solo su una frequenza, quindi non si potrà filtrare contemporaneamente i contributi alle armoniche $(b - 1)\Omega$, e $(b + 1)\Omega$, ma solamente una di esse. Di solito vengono tarati per eliminare le vibrazioni dovute alle armoniche $(b - 1)\Omega$, essendo quelle a frequenza minore, quindi con ampiezze di vibrazioni maggiori.

Un sistema equivalente può essere montato per eliminare le vibrazioni nel piano, in cui la massa a pendolo può muoversi nel piano di rotazione (figura 9). Di questo tipo di risonatori ne esistono di due tipologie: con un singolo cavo e a doppio cavo (figura 11). Il funzionamento è identico a quello appena visto. La frequenza del risonatore va tarata in modo da cancellare l'armonica che si vuole eliminare. Tale condizione, per quanto riguarda il risonatore con un unico cavo è espressa da:

$$n = \sqrt{\frac{ml(1 + L)}{(I + ml^2)}} \quad (22)$$

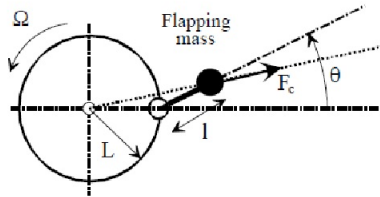


Figura 9: Massa a pendolo per l'assorbimento delle vibrazioni nel piano - cavo singolo

Questo tipo di pendolo, di solito viene tarato per ridurre le vibrazioni dovute alle armoniche inferiori alla 3Ω , in quanto altrimenti sarebbe necessario ridurre notevolmente la massa del pendolo e il suo momento d'inerzia. I risonatori a doppio cavo, consentono di sopperire a questo limite. La figura 10, mostra le differenti capacità di adattamento alle diverse armoniche per i due tipi di risonatori in esame (a singolo cavo e a doppio cavo), dalla quale si vede come un risonatore a doppio cavo possa essere tarato ad armoniche superiori alla 3Ω .

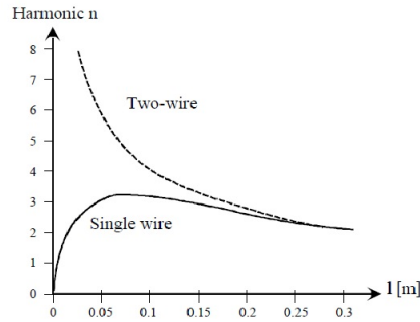


Figura 10: Confronto tra pendolo a singolo cavo e pendolo a doppio cavo. Numero di armoniche in funzione della lunghezza del braccio del pendolo

La frequenza naturale del pendolo a doppio cavo è:

$$\frac{\omega}{\Omega} = n = \sqrt{\frac{L - (D - d)}{(D - d)}} \quad (23)$$

Come si vede, non dipende dalle caratteristiche inerziali, ma solamente dalle dai parametri geometrici. Pertanto può essere progettato per eliminare le vibrazioni dovute ad armoniche superiori.

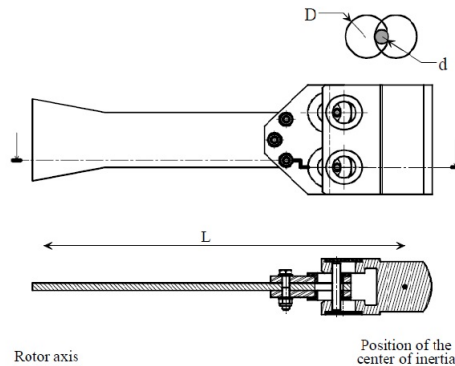


Figura 11: Risonatore a doppio cavo

2.2 Mast Vibration Absorber

Il Mast Vibration Absorber (MVA), il cui modello è mostrato in figura 12, consiste in una massa disposta nel piano del rotore, tale da generare carichi tali da eliminare le vibrazioni nel piano.

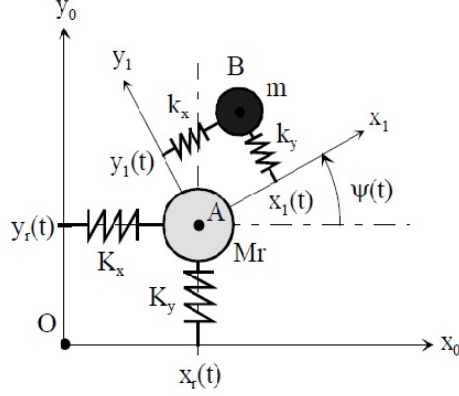


Figura 12: Mast Vibration Absorber (MVA) - rappresentazione schematica

In figura 12, sono mostrati i due sistemi di riferimento R_0 e R_1 , solidali rispettivamente con la parte fissa (la fusoliera) e la parte rotante. Il sistema è progettato in modo da funzionare a velocità angolare costante ($\dot{\Psi} = \Omega$). Indicando con M_r la massa del rotore e con m la massa del risonatore, si scrivono le equazioni di moto del sistema, usando il formalismo di Lagrange, ottenendo la classica equazione di moto per un sistema meccanico:

$$[M] [\ddot{X}] + [C] [\dot{X}] + [K] [X] = [f] \quad (24)$$

Dove il vettore dei gradi di libertà è costituito da $X = [x, y, x_r, y_r]$, mentre le matrici di massa smorzamento e rigidità, sono invece:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & m \cos(\Psi) & m \sin(\Psi) \\ 0 & m & -m \sin(\Psi) & m \cos(\Psi) \\ m \cos(\Psi) & -m \sin(\Psi) & M_r + m & 0 \\ m \sin(\Psi) & m \cos(\Psi) & 0 & M_r + m \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -2m\Omega & 0 & 0 \\ 2m\Omega & 0 & 0 & 0 \\ -2m\Omega \sin(\Psi) & -2m\Omega \cos(\Psi) & 0 & 0 \\ 2m\Omega \cos(\Psi) & -2m\Omega \sin(\Psi) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_x - m\Omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y - m\Omega^2 & 0 & 0 \\ -m\Omega^2 \cos(\Psi) & m\Omega^2 \sin(\Psi) & K_x & 0 \\ -m\Omega^2 \sin(\Psi) & -m\Omega^2 \cos(\Psi) & 0 & K_y \end{bmatrix} \quad (27)$$

Il sistema ottenuto è a coefficienti periodici, tuttavia introducendo un cambio di coordinate, è possibile eliminare tale periodicità dalle matrici:

$$\begin{cases} x = \cos(\Psi(t)) u(t) + \sin(\Psi(t)) v(t) \\ y = -\sin(\Psi(t)) u(t) + \cos(\Psi(t)) v(t) \end{cases} \quad (28)$$

Ottenendo così le nuove matrici:

$$M1 = \begin{bmatrix} m & 0 & m & 0 \\ 0 & m & 0 & m \\ m & 0 & m + M_r & 0 \\ 0 & m & 0 & m + M_r \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$C1 = [0] \quad (30)$$

$$K1 = \begin{bmatrix} k_x \cos^2(\Psi) + k_y \sin^2(\Psi) & (k_x - k_y) \sin(\Psi) \cos(\Psi) & 0 & 0 \\ (k_x - k_y) \sin(\Psi) \cos(\Psi) & k_x \cos^2(\Psi) \sin^2(\Psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_y \end{bmatrix} \quad (31)$$

In particolare si nota che se le rigidzze k_x e k_y sono uguali, la matrice di rigidzza diventa diagonale:

$$K1 = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_y \end{bmatrix} \quad (32)$$

Ottenendo in questo modo una matrice di rigidzza diagonale. Quindi il moto longitudinale nel piano del rotore è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{bmatrix} m & m \\ m & m + M_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{x}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & K_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ x_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (33)$$

Mentre, per quanto riguarda il moto laterale sempre nel piano, si hanno le seguenti equazioni:

$$\begin{bmatrix} m & m \\ m & m + M_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{y}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ y_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (34)$$

Per meglio caratterizzare il sistema in oggetto, è stata implementata in Matlab una routine, in grado di integrare le equazioni di moto 24, per poi fare la trasformata di Fourier della risposta, in modo da evidenziare le proprietà di filtraggio del sistema in esame.

Si indica con $\omega_x = \sqrt{\frac{k_x}{m}}$ e con $\omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{m}}$, si da in ingresso un termine forzante sinusoidale $F = \sum_{n=1}^m F_0 \sin(n\Omega t)$ sul sistema rotante, (con la velocità angolare del rotore Ω fissata a 40 rad/s). In tabella sono mostrati i valori usati per la simulazione:

$M_r [Kg]$	$m [Kg]$	$k_x [N/m]$	$k_y [N/m]$	n	F_0
200	1000	14400000	14400000	2, 4	100

$\omega_x [rad/s]$	$\omega_y [rad/s]$	$K_x [N/m]$	$K_y [N/m]$
120	120	10000000	10000000

La figura 13 mostra l'andamento dello spettro degli spostamenti sul sistema fisso, adimensionalizzato come fatto in precedenza rispetto allo spostamento statico $X_0 = \frac{F_0}{k_x}$.

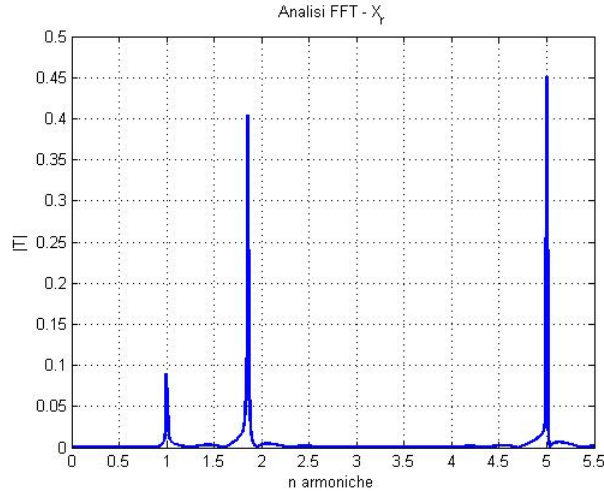


Figura 13: FFT - $|T| = \frac{|X_r|}{|X_0|}$

Dimensionando le rigidzze k_x e k_y in modo che ω_x e ω_y siano uguali alla 3/giro (120 rad/s), si osserva come si riesca a filtrare il contributo di tale frequenza nel sistema fisso rispetto a x (figura 13). In particolare il contributo del termine forzante alla 2Ω e 4Ω , diventa sul sistema fisso alla 1Ω , 5Ω , (essendo come visto filtrato rispetto a x il contributo della 3Ω). Vi sono poi ulteriori contributi dovuti alle frequenze proprie del sistema in oggetto, si è cercato di

separare il più possibile tali frequenze dalla 1Ω e dalla 5Ω , alzando il più possibile il valore delle rigidezze.

Le stesse osservazioni possono essere fatte rispetto a y , infatti dando in ingresso un termine forzante come fatto in precedenza, si riesce a filtrare sul sistema fisso il contributo alla 3Ω , rispetto a y .

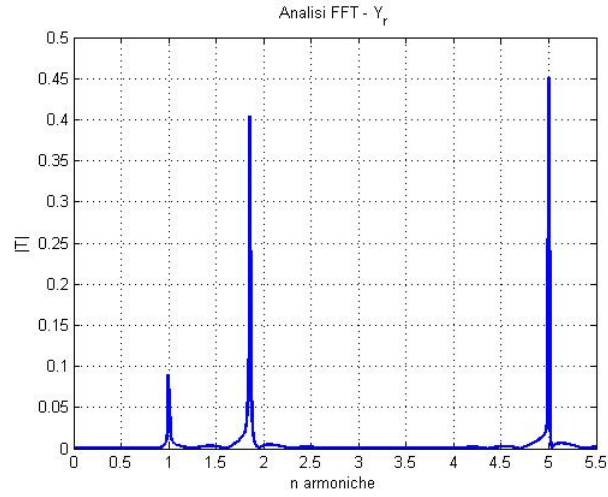


Figura 14: FFT - $|T| = \frac{|Y_r|}{|Y_0|}$

Un ulteriore studio è stato fatto variando i valori della rigidezza k_y , in modo da osservare i cambiamenti nella risposta in termini di ampiezze di spostamento x_r, y_r .

In particolare per meglio caratterizzare l'influenza della differenza tra k_x e k_y , in figura 15 è mostrato l'andamento dell'ampiezza della funzione di risposta in frequenza $T = \frac{X_r}{X_0}$ alla 3Ω in funzione del rapporto tra le rigidezze. In questo caso l'ampiezza dello spostamento X_r , è stata adimensionalizzata rispetto all'ampiezza dello spostamento del sistema senza Mast Vibration Absorber.

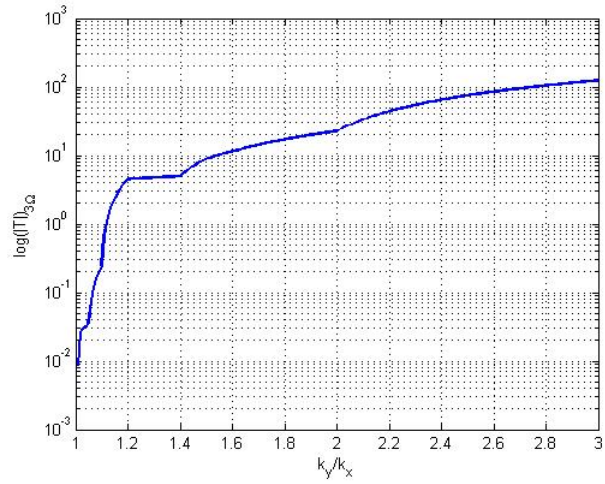


Figura 15: ampiezza della risposta alla 3Ω in funzione del rapporto tra le rigidezze

Come si vede, logicamente l'ampiezza della risposta incrementando la differenza tra le rigidezze aumenta, non essendo più il sistema tarato per filtrare il contributo di tale frequenza.

2.3 Descrizione dei brevetti

Il principale svantaggio che si ha nell'utilizzo dell'assorbitore dinamico di figura 2, come visto è che per variazioni limitate della frequenza ω , la risposta viene notevolmente amplificata (figura 3). Negli elicotteri è lecito aspettarsi delle oscillazioni rispetto al valore nominale della velocità di rotazione del rotore. Pertanto ciò ha portato allo studio e all'implementazione di diversi sistemi, montati direttamente nel sistema rotante, in modo da sopprimere le vibrazioni a diverse frequenze, i quali sono caratterizzati perlopiù da un comportamento non lineare. In seguito vengono descritti alcuni brevetti, in ordine cronologico.

Nelle figure 16 e 17, è presentato un dispositivo che consiste in una massa mobile in corrispondenza dell'asse del rotore, e tre molle elicoidali, fissate da un lato alla massa mobile, ed esternamente all'hub del rotore. L'utilizzo della massa mobile in questo dispositivo è usato essenzialmente per ridurre le vibrazioni nel piano del rotore. In condizioni stazionarie, la massa mobile montata sull'asse di rotazione del rotore è in equilibrio.

Quando il rotore è in rotazione, il sistema massa-asta di collegamento (9 - fig.17) si muove come un pendolo inverso rispetto al centro di rotazione (13a fig.17). Il movimento della massa mobile può essere considerato puramente orizzontale, ovvero perpendicolare all'asse di rotazione del rotore, essendo il movimento verticale infinitesimo. Il numero di molle elicoidali, deve essere di almeno tre, non necessariamente uguale al numero di pale montate sul rotore.

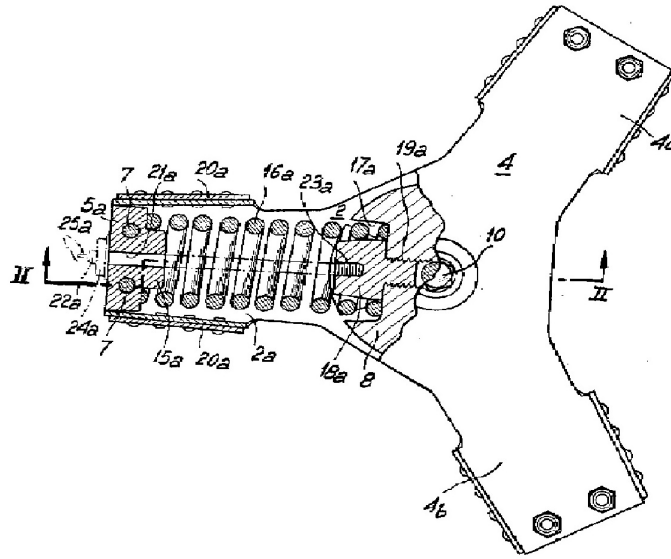


Figura 16: Sistema assorbimento vibrazioni 1, sezione orizzontale

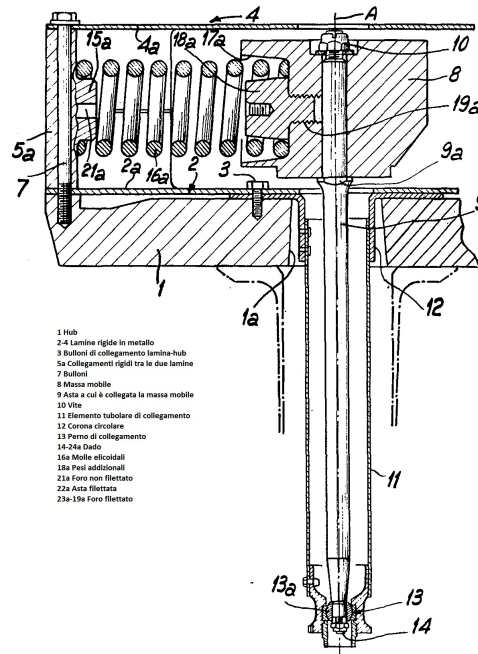


Figura 17: Sistema assorbimento vibrazioni 2, sezione II-II

Il meccanismo di funzionamento dei sistemi in figura 18, è identico a quello appena mostrato. Di fatto consiste in una massa mobile collegata a degli elementi deformabili (almeno 3), che consente il movimento alla massa nella direzione perpendicolare al piano rappresentato dall'asse 23 in figura. Tale massa risulta infatti collegata nell'altra estremità ad un giunto sferico.

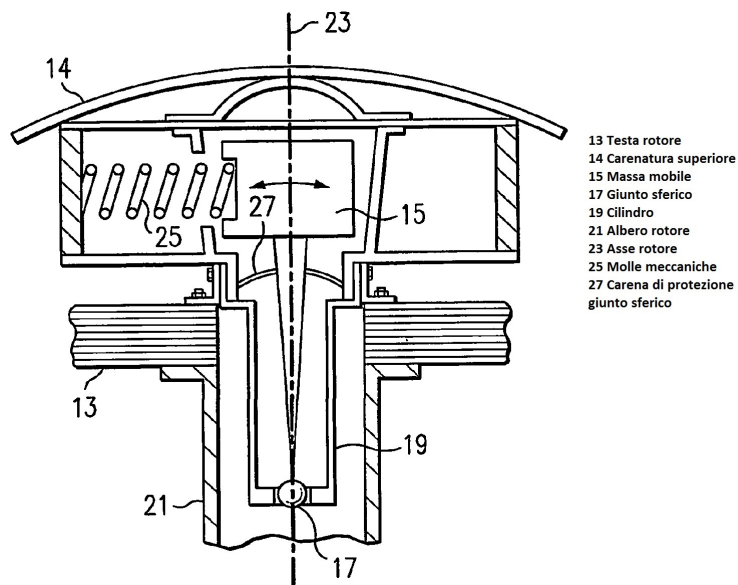


Figura 18: Sistema assorbimento vibrazioni 3

Il sistema in figura 19 consiste in una serie di molle a spirale che si collegano internamente all'albero di rotazione ed esternamente ad una massa mobile opportunamente dimensionata. Questo meccanismo ha il vantaggio di essere costituito da meno parti mobili rispetto al precedente.

Entrambe i sistemi appena esposti hanno lo svantaggio di essere in grado di assorbire le vibrazioni solo nel piano del rotore, e necessitano di costante manutenzione, disponendo di parti mobili. Inoltre parte della massa installata non contribuisce all'assorbimento delle vibrazioni, ma serve di supporto per la struttura, comportando così un aggravio di peso che rende i meccanismi non altamente efficienti.

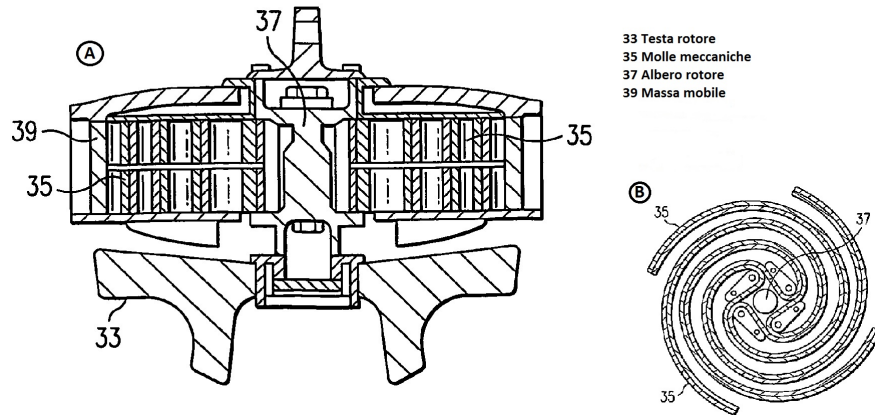


Figura 19: Sistema assorbimento vibrazioni 4 A) Sezione trasversale B) Vista dall'alto

Nelle figure 20 e 21 è rappresentato un brevetto di un assorbitore dinamico, per le vibrazioni nel piano e fuori dal piano. Esso consiste in una massa sospesa nell'hub del rotore principale, tra due molle verticali e tre molle orizzontali, a cui si aggiungono delle ulteriori molle orizzontali ad aria, a rigidità variabile. La massa centrale può essere acciaio o tungsteno. L'aria viene opportunamente regolata da un sistema di canali che la immettono nelle molle grazie ad una valvola che consente di regolarne la pressione, in modo da ottenere la rigidità desiderata. La necessità di variare la pressione dell'aria in questi elementi è dettata dal fatto di disporre di un sistema in grado di accordarsi direttamente alla velocità di rotazione del rotore e quindi alle diverse condizioni di volo.

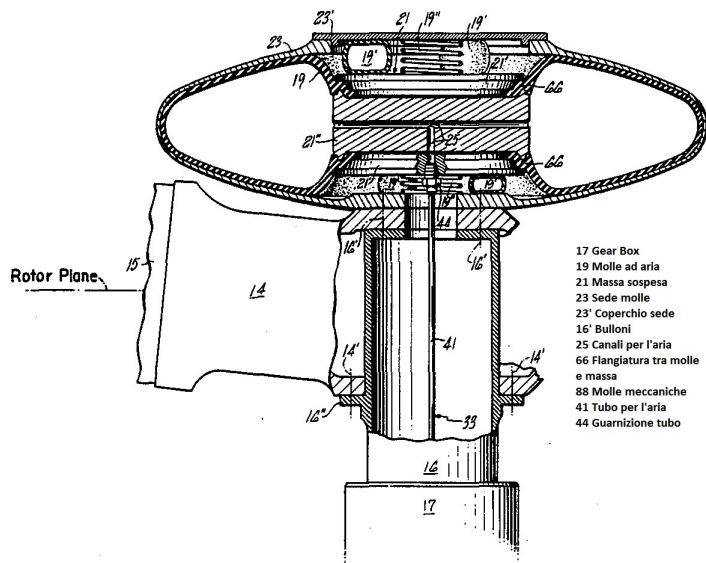


Figura 20: Sistema assorbimento vibrazioni 5, sezione verticale

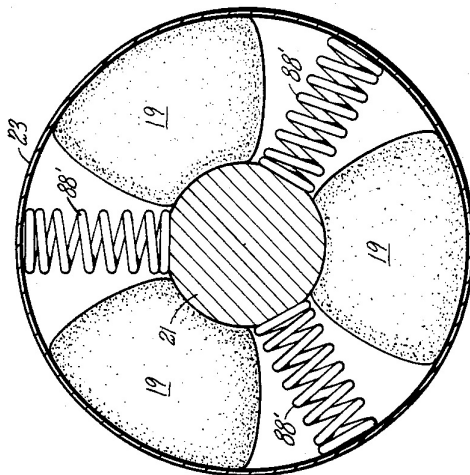


Figura 21: Sistema assorbimento vibrazioni 5, sezione orizzontale

Il sistema può prevedere l'eventuale aggiunta di due molle ad aria sopra e sotto la massa sospesa per aggiungere della rigidità variabile anche verticalmente, in questo modo si dovranno aggiungere dei condotti d'aria addizionali in

modo da regolare anche le pressioni sulle molle ad aria verticali.

Il seguente brevetto consente di minimizzare il livello vibratorio dovuto alle forze nel piano del rotore e quelle dovute ai momenti flettenti fuori dal piano del rotore (momenti di rollio e beccheggio), senza richiedere un impegnativo programma di manutenzione. L'assorbitore in esame, infatti non è munito di parti mobili, pertanto è di più facile realizzazione rispetto a quelli precedentemente presentati, oltre che più economico. Inoltre l'80% del peso del dispositivo è utilizzato come massa assorbente, risultando altamente efficiente in termini di peso. Gli elementi flessibili sono un numero finito di aste pultruse in fibra di vetro, le cui estremità sono saldate al resto della struttura (figura 23). Il numero, la forma, le dimensioni, i materiali e la disposizione delle barre va opportunamente scelto in base alle caratteristiche di rigidezza risultante desiderata. In questo caso sono state scelte sedici aste a sezione circolare uniforme. Da notare che ogni asta lavora tra una condizione indeformata in cui non sono presenti azioni di taglio e momenti flettenti, e una condizione deformata, in cui forze di taglio e momenti flettenti sono applicati alle aste. Sono poi presenti delle masse (figura 23) da determinare in base alle caratteristiche di assorbimento desiderate.

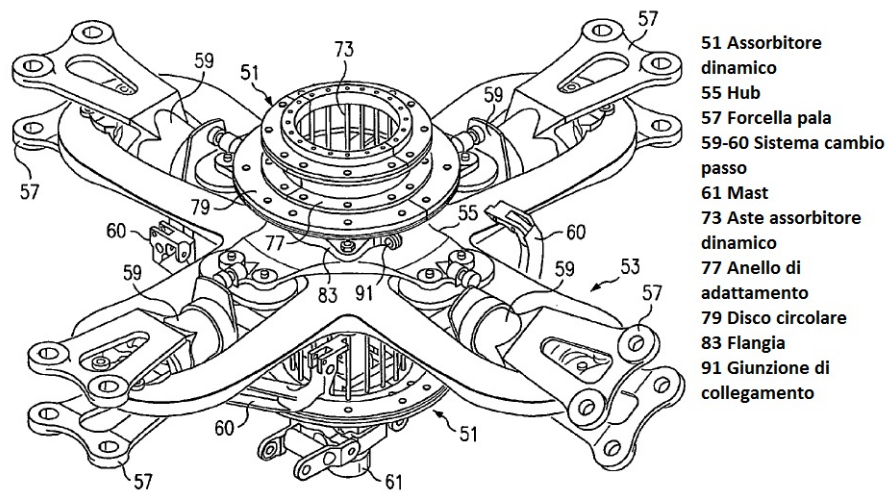


Figura 22: Sistema assorbimento vibrazioni 6 - assorbitore montato nel rotore

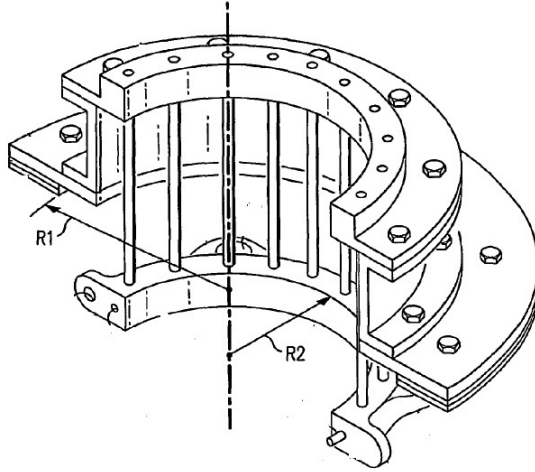


Figura 23: Sistema assorbimento vibrazioni 6 - assorbitore

Si noti come nel brevetto in esame siano presenti due assorbitori rispettivamente installati sopra e sotto l'hub, così come le rispettive masse. Una configurazione alternativa del brevetto può prevedere l'installazione di un unico assorbitore sotto l'hub, mentre le masse da tarare sopra l'hub.

Usando il modello analitico di trave si può dimensionare la barra flessibile. Prendendo in considerazione metà trave della figura 24, la rigidezza sarà:

$$K = \frac{3EJ}{(l/2)^3} = \frac{3\pi Ed^4}{16l^3} \quad (35)$$

dove E è il modulo di Young del materiale, d il diametro della sezione.

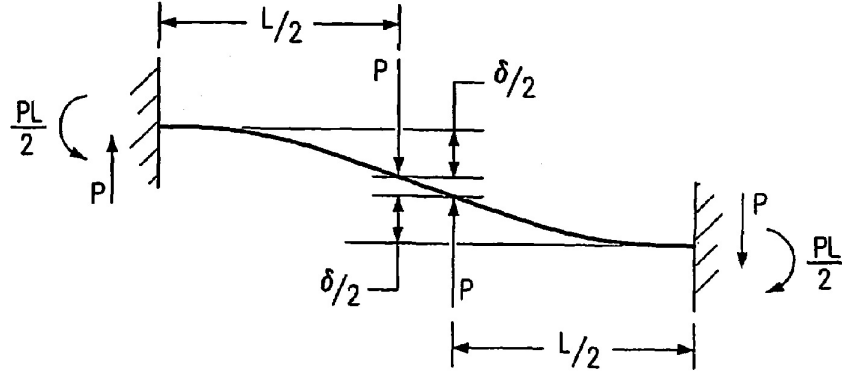


Figura 24: Sistema assorbimento vibrazioni 6 - Modello di trave usato per rappresentare la barra flessibile. Lo spostamento in mezzeria è indicato con $\delta/2$

Da cui valutando lo sforzo ammissibile come:

$$\sigma = \frac{M_f \left(\frac{d}{2}\right)}{J} = \frac{16Pl}{\pi d^3} = \frac{16K\delta l}{\pi d^3} = \frac{3Ed\delta}{l^2} \quad (36)$$

è immediato risalire alla lunghezza della trave:

$$l = \sqrt{\frac{3Ed\delta}{\sigma}} \quad (37)$$

La reazione vincolare genera uno sforzo di taglio che può essere oltre quello ammissibile per la sezione circolare, portando a un cedimento interlaminare a taglio del laminato. Per evitare ciò, è necessario predisporre di una lunghezza minima (χ) della superficie tra la trave e la base (figura 25). Noto analiticamente lo sforzo massimo a taglio ammissibile per una sezione circolare: $\tau_{amm} = \frac{4V}{3A}$, è immediato salire al corrispondente valore della reazione vincolare verticale (V), che nel caso in esame vale:

$$V = \frac{3\tau_{amm}}{4} = \frac{3\pi\tau_{amm}d^2}{16} \quad (38)$$

Pertanto, esprimendo il momento all'estremità come $\frac{Pl}{2} = V * \chi$ la distanza χ , diviene:

$$\chi = \frac{Pl}{2V} = \frac{3\pi Ed^4 \delta l}{16l^3 2V} = \frac{Ed^2 \delta}{2\tau_{amm} l^2} \quad (39)$$

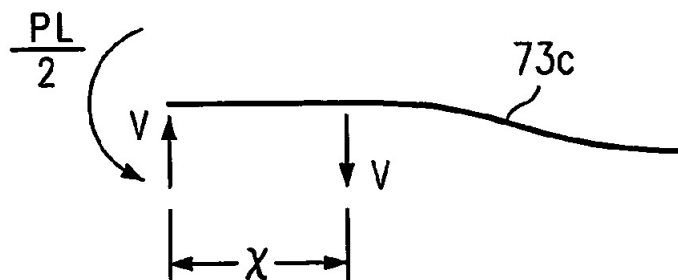


Figura 25: Sistema assorbimento vibrazioni 6 - Schema di corpo libero dell'estremità della trave, forze scambiate con la base

Per ottimizzare la disposizione degli assorbitori, è necessario uno studio dei modi dell'albero del rotore. In particolare in figura 26, sono presentati due modi caratteristici del mast. La curva B rappresenta la risposta modale del mast alle forzanti alla 4/giro nel piano, mentre la curva C la risposta modale ai momenti alla 4/giro.

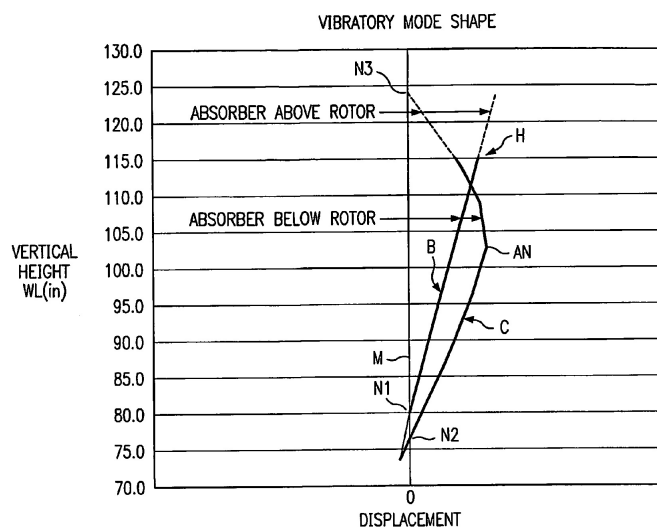


Figura 26: Sistema assorbimento vibrazioni 6 - Forma dei modi di vibrare dell'albero del rotore, in ascissa è indicato lo spostamento, in ordinata la quota

Dall'analisi della figura 26, si vede come il modo C presenti due nodi (N2 e N3), mentre il modo B solo un punto nodale (N1). Tali punti nodali, sono

quelli a spostamento nullo per quel modo caratteristico. Pertanto, per migliorare l'efficienza degli assorbitori, essi vanno posizionati in corrispondenza dei massimi spostamenti modali (antinodi), riuscendo così ad assorbire il più alto livello di energia possibile. In particolare dall'analisi della figura si vede come il punto AN, sia particolarmente indicato per posizionare un assorbitore in grado di ridurre il livello vibratorio generato dai momenti flettenti, in quanto è un antinodo per il relativo modo. Da notare come un assorbitore posto in AN, sia anche in grado di assorbire le vibrazioni nel piano. Tuttavia per assorbire le vibrazioni generate dalle forze nel piano è più indicato il posizionamento dell'assorbitore sopra il rotore, risultando però inefficace per le vibrazioni fuori dal piano del rotore, essendo in prossimità del nodo N3.

3 Dimensionamento assorbitore dinamico - Mast Vibration Absorber

La casistica di brevetti appena esaminata, ha consentito di cominciare a implementare un modello di assorbitore dinamico. L'elicottero di riferimento per il dimensionamento è l'*Aerospaziale SA 330 Puma*, di cui si cercheranno di ridurre le vibrazioni alla 4/giro sul sistema fisso, generate quindi sul sistema rotante dalla 3/giro e 5/giro. L'obiettivo è cercare di ridurre le vibrazioni sia nel piano che fuori dal piano. Pertanto prima si procederà al dimensionamento dell'assorbitore per le vibrazioni nel piano del rotore, per poi passare ad un modello tridimensionale, includendo anche la capacità di assorbimento dei carichi fuori dal piano del rotore. Infine, si validerà il comportamento dell'oggetto in esame, tramite un modello multicorpo.

3.1 Vibrazioni nel piano

L'oggetto da dimensionare è mostrato in figura 27, è costituito da una trave di lunghezza l e sezione d a sezione circolare, alla cui estremità è montata una massa M , anch'essa a sezione circolare. L'obiettivo è cercare di minimizzare la massa complessiva dell'assorbitore, essendo esso tarato per funzionare alla 4/giro. Per fare ciò, è stata utilizzata la funzione *fmincon* di Matlab, usando come funzione obiettivo la massa complessiva dell'assorbitore, e imponendo degli opportuni vincoli, che verranno esposti in seguito. Per trovare il funzionale da minimizzare sono stati usati due diversi modelli analitici.

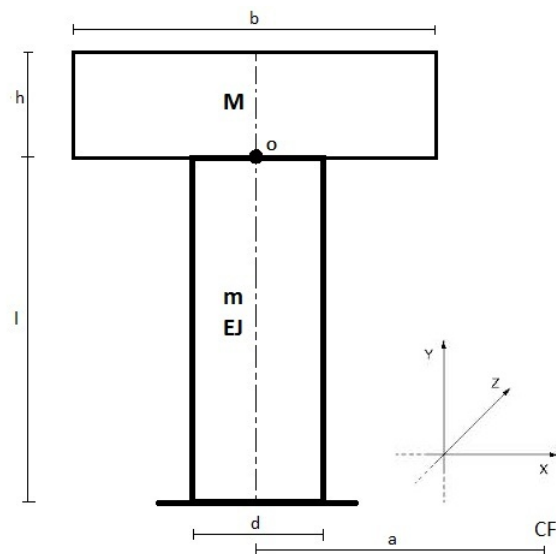


Figura 27: PUMA - Assorbitore dinamico, rappresentazione schematica

Il materiale utilizzato è un acciaio armonico particolarmente adatto per molle. Si differenzia dall'acciaio classico per costruzioni per l'elevato carico di snervamento, è caratterizzato quindi da un'elevata resistenza meccanica unita ad un'adeguata duttilità all'allungamento. Si è scelto un acciaio ad alto tenore di Carbonio, utilizzato per molle a spirale e sospensioni automobilistiche.

<i>composizione chimica [% peso]</i>	60% <i>C</i> , 80% <i>Cr</i> , 90% <i>Mn</i>
<i>Condizione</i>	<i>Ricottura</i>
<i>E</i>	210 <i>Gpa</i>
<i>σSnervamento</i>	0.276 <i>Gpa</i>
<i>σRottura</i>	0.725 <i>Gpa</i>
<i>densità ρ</i>	7.8 <i>g/cm³</i>

Tabella 2: Dati Acciaio 5160

3.1.1 Modello 1

Dapprima si è assunta la trave con rigidezza equivalente a flessione $K_{eq} = \frac{3EJ}{l^3}$. Pertanto imponendo la frequenza di vibrazione del sistema uguale a 4Ω , si ottiene l'equazione (40) della massa (in questo caso si considera solo la massa M d'estremità), in funzione dei parametri geometrici. Si assume la sezione della trave circolare tubolare (con raggio esterno r_e e raggio interno r_i).

$$\omega = 4\Omega = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M}} \rightarrow M = \frac{K_{eq}}{16\Omega^2} = \frac{3EJ}{16\Omega^2 l^3} = \frac{3E\pi}{16\Omega^2 l^3 4} (r_e^4 - r_i^4) \quad (40)$$

Le equazioni di vincolo impongono rispettivamente che lo spostamento massimo all'estremità della trave (δ) sommato a metà della larghezza della massa M non vada oltre un quarto della distanza a (distanza tra il centro del rotore e la cerniera di flappeggio), e che lo sforzo equivalente di Von Mises in O moltiplicato per un opportuno margine di sicurezza, non superi lo sforzo di snervamento del materiale.

$$\frac{b}{2} + \delta = \frac{b}{2} + \frac{Fl^3}{3EJ} < \frac{1}{4}a \quad (41)$$

$$1.5 * \sqrt{\sigma_{oz}^2 + 3(\tau_{ox}^2 + \tau_{oy}^2)} < \sigma_{sn} \quad (42)$$

Per risalire agli sforzi è necessario calcolare le azioni interne lungo la trave. Grazie al riferimento [1], fig.138, 139, 140, 142, 143 dove è mostrato l'andamento dei carichi alla 4/giro scaricati sul mozzo, si è risalito alle forze d'inerzia agenti sulla massa M , da cui è stato possibile ricostruire le azioni interne lungo la trave. In tabella vengono riportati i valori delle forze e momenti d'inerzia applicati alla massa dell'assorbitore dinamico.

$T_x(l) [N]$	$T_z(l) [N]$	$T_y(l) [N]$	$M_x(l) [Nmm]$	$M_z(l) [Nmm]$
-3000	4000	$-Mgn_y - 3000$	$2000000 + 4000l$	$2000000 - 3000l$

Tabella 3: Forze a momenti d'inerzia alla 4/rev applicati all'assorbitore

Si ricava quindi l'andamento delle azioni interne:

$$T_x = -3000 N$$

$$T_z = +4000 N$$

$$T_y = (-Mgn_y - 3000) N \quad (43)$$

$$M_x = (+2000000 + 4000z) Nmm$$

$$M_z = (+2000000 - 3000z) Nmm$$

Usando il modello di trave di De Saint Venant si risale allo sforzo normale in O , $\sigma_{oy} = \frac{T_y}{A} + \frac{M_x(l)}{J_x}z - \frac{M_z(l)}{J_z}x$, mentre gli sforzi tangenziali valgono: $\tau_{ox} = \frac{T_x}{A}$, $\tau_{oz} = \frac{T_z}{A}$.

In tabella vengono riportati alcuni dati caratteristici del *Puma*, necessari per il dimensionamento dell'assorbitore:

$a [mm]$	289
$\Omega [rad/s]$	30
$n_y(+)$	+2.5
$n_y(-)$	-1

Quindi definendo il vettore p contenente le variabili del funzionale da minimizzare: $p = [l, r_i, r_e, b, m]$, il problema di ottimizzazione diventa:

$$\begin{cases} \min_p f(p) = \frac{3EJ}{64p^3(1)\Omega^2} (p^4(2) - p^4(3)) + p(5) \\ \frac{p(4)}{2} + \delta(p) < \frac{1}{4}a \\ 1.5 * \sqrt{\sigma_{oy}^2(p) + 3(\tau_{ox}^2(p) + \tau_{oy}^2(p))} < \sigma_{sn} \\ \frac{p(5)}{V_m} - \rho = 0 \end{cases} \quad (44)$$

che ha fornito i seguenti risultati:

r_e	r_i	b	h	l	M	m
44.4 mm	33.9 mm	133.5 mm	466 mm	1200 mm	51.02 Kg	24.14 Kg

Tabella 4: Sezione tubolare, modello 1

La lunghezza della trave è troppo alta, così come i valori delle masse risultano troppo alti. Si effettua il confronto con una sezione circolare piena, modificando

pertando il momento d'inerzia della sezione nell'ottimizzatore ed eliminando una variabile dal vettore p , che ora diventa $p = [l, r, b, m]$ sono stati ottenuti i seguenti risultati:

r	b	h	l	M	m
38.9 mm	131.7 mm	409.2 mm	1217.7 mm	43.49 Kg	43.47 Kg

Tabella 5: Sezione circolare piena, modello 1

Come si vede, non si è ottenuto nessun miglioramento essendo la lunghezza della trave e la massa complessiva notevolmente alte. Nel modello utilizzato infatti, la rigidità equivalente è stata assunta uguale a quella di una trave incastrata caricata a flessione, pertanto la dinamica risulta notevolmente semplificata rispetto alla realtà.

3.1.2 Modello 2

Nel secondo modello analizzato, il comportamento a flessione della trave è stato modellato con il primo modo di vibrare flessionale di una trave incastrata. Usando il principio dei lavori virtuali si giunge all'equazione di moto del sistema (45), che verrà usata per trovare la frequenza propria da imporre uguale alla 4/giro, riuscendo così a trovare un opportuno funzionale da minimizzare.

$$\delta L_{int} = \delta L_{ext}$$

$$\int_0^l \delta w_{/zz} EJ w_{/zz} dz = - \int_0^l \delta w \cdot m \ddot{w} dz - \delta w(l) M \ddot{w}(l) + \delta L_{Fe} \quad (45)$$

Dove con m , si è indicata la massa per unità di lunghezza della trave, e con w , la flessione rispetto l'asse y . Si considera solo la flessione rispetto all'asse y , essendo la trattazione identica rispetto all'asse x , in quanto la trave a sezione circolare presenta le stesse caratteristiche inerziali e geometriche rispetto al piano xz . Con δL_{Fe} , si è indicato il lavoro delle forze esterne agenti sulla massa M , che in questo caso sono state prese dello stesso ordine di grandezza delle forze d'inerzia ricavate per il calcolo delle azioni interne svolto al punto precedente.

Per trovare il primo modo di vibrare della trave incastrata, si parte dall'equazione indefinita di equilibrio della trave:

$$EJ w^{IV} + m \ddot{w} = 0 \quad (46)$$

L'equazione 46, è alle derivate parziali, può essere risolta tramite il metodo della separazione delle variabili. Esprimendo w come prodotto di due funzioni a e b , rispettivamente funzione di spazio e tempo $w = a(x) b(t)$, e sostituendo nella 46, si ottiene:

$$a^{IV}b + \frac{m}{EJ}a\ddot{b} = \frac{a^{IV}}{a} + \frac{1}{\alpha^2} \frac{\ddot{b}}{b} = 0 \rightarrow \frac{a^{IV}}{a} = -\frac{1}{\alpha^2} \frac{\ddot{b}}{b} = \beta^4$$

Che porta a due equazioni differenziali separate, nello spazio e nel tempo:

$$a^{IV} - \beta^4 a = 0 \quad (47)$$

$$\ddot{b} + \alpha^2 \beta^4 b = \ddot{b} + \omega_0^2 b = 0 \quad (48)$$

la soluzione della 47, è nella forma $a = A \sin(\beta y) + B \cos(\beta y) + C e^{\beta y} + D e^{-\beta y}$, alla quale si impongono le condizioni al contorno:

$$\begin{cases} w(0) = 0 & \text{spostamento nullo in } 0 \\ w_{/y}(0) = 0 & \text{rotazione nulla in } 0 \\ EJw_{/yy}(l) = 0 & \text{momento nullo in } l \\ EJw_{/yyy}(l) = 0 & \text{taglio nullo in } l \end{cases}$$

ottenendo pertanto il seguente sistema:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -\sin(\beta l) & -\cos(\beta l) & e^{\beta l} & e^{-\beta l} \\ -\cos(\beta l) & \sin(\beta l) & e^{\beta l} & -e^{-\beta l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (49)$$

Imponendo l'annullarsi del determinante, in modo da ottenere una soluzione non banale del sistema, si arriva ad un'equazione non lineare nella variabile β :

$$\cos(\beta l) \cdot \cosh(\beta l) + 1 = 0 \quad (50)$$

l'equazione presenta infinite soluzioni, l'interesse è rivolto solo alla prima soluzione, corrispondente al primo modo di vibrare della trave. Attraverso un metodo di risoluzione, quale Newton-Rhapson, si ottiene come prima radice $\beta_1 l = 1.87$. Pertanto, la frequenza del primo modo di vibrare può essere espressa come:

$$\omega_1 = \alpha \beta_1^2 = 3.49 \sqrt{\frac{EJ}{ml^4}} \quad (51)$$

Le costanti d'integrazione A;B,C,D, vengono calcolate trovando l'autovettore della matrice che corrisponde all'autovalore nullo. In questo caso si ha: $A = -1$, $B = 1$, $C = 0$, $D = -1$. Pertanto lo spostamento della trave, dovuto al primo modo di vibrare, diviene:

$$w(y, t) = \left(-\operatorname{sen}\left(\frac{1.87}{l}y\right) + \cos\left(\frac{1.87}{l}y\right) - e^{-\frac{1.87}{l}y} \right) b(t) \quad (52)$$

A questo punto, sostituendo l'espressione appena ottenuta nell'equazione del principio dei lavori virtuali (eq. 45), svolgendo gli integrali si arriva all'equazione:

$$\begin{aligned}
(0.61ml + 1.97M) \ddot{b} + 11.37 \frac{EJ}{l^3} b &= -4200 \\
\ddot{b} + \frac{11.37EJ}{l^3 (0.61ml + 1.97M)} b &= \frac{-4200}{(0.61ml + 1.97M)} \\
\ddot{b} + \tilde{\omega}^2 b &= \tilde{f}
\end{aligned} \tag{53}$$

La frequenza quindi viene imposta uguale a quella che si desidera annullare:

$$4\Omega = \sqrt{\frac{11.37EJ}{l^3 (0.61ml + 1.97M)}} \tag{54}$$

esplicitando rispetto alla massa della trave $M_t = ml$, si ottiene quindi l'espressione del funzionale da minimizzare:

$$M_t = ml = \frac{1}{0.61 (4\Omega)^2} \left[\frac{11.37E\pi}{4l^3} (r_e^4 - r_i^4) - 1.97M (4\Omega)^2 \right] \tag{55}$$

Per ricavare la freccia all'estremità della trave si procede integrando l'equazione 53, con condizioni iniziali nulle. La soluzione sarà da ricercare nella forma $b(t) = C \sin(\tilde{\omega}t) + D \cos(\tilde{\omega}t) + \frac{\tilde{f}}{\tilde{\omega}^2}$. Imponendo le condizioni iniziali si ricavano le costanti C, D , ottenendo la soluzione:

$$b(t) = \frac{\tilde{f}}{\tilde{\omega}^2} (1 - \cos(\tilde{\omega}t)) \tag{56}$$

quindi lo spostamento w , diventa:

$$w(y, t) = \left(-\sin\left(\frac{1.87}{l}y\right) + \cos\left(\frac{1.87}{l}y\right) - e^{-\frac{1.87}{l}y} \right) \frac{\tilde{f}}{\tilde{\omega}^2} (1 - \cos(\tilde{\omega}t)) \tag{57}$$

valutato in $y = l$, è massimo quando $\cos(\tilde{\omega}t) = -1$:

$$\delta = w(l) = 2.8 \frac{4200}{\tilde{\omega}^2 (0.61ml + 1.97M)} \tag{58}$$

come fatto in precedenza, si definisce il vettore p , che in questo caso diventa $p = [l, r_i, r_e, M, b]$, ottenendo così il problema di minimo vincolato:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\min_p f(p) = \frac{1}{0.61(4\Omega)^2} \left[\frac{11.37E\pi}{4p(1)^3} (p^4(3) - p^4(2)) - 1.97p(4) (4\Omega)^2 \right] + p(4) \\
\frac{p(5)}{2} + \delta(p) < \frac{1}{4}a \\
1.5 * \sqrt{\sigma_{oy}^2(p) + 3(\tau_{ox}^2(p) + \tau_{oz}^2(p))} < \sigma_{sn} \\
\frac{m(p)p(1)}{V(p)} - \rho_{acciaio} = 0
\end{array} \right. \tag{59}$$

Ottenendo i risultati seguenti:

r_e	r_i	b	h	l	M	M_t
68.5 mm	63.3 mm	128.6 mm	296.3 mm	1800 mm	30 Kg	30 Kg

Tabella 6: Sezione tubolare, modello 2

Anche in questo caso. è stato effettuato il confronto con la sezione circolare piena:

r	b	h	l	M	M_t
40.2 mm	129 mm	527 mm	1349.5 mm	53.83 Kg	53.49 Kg

Tabella 7: Sezione circolare piena, modello 2

I valori sono ottenuti non possono essere considerati accettabili, neanche in questo caso.

Le analisi svolte hanno dimostrato la non fattibilità di un assorbitore rappresentato in figura 27. Pertanto sarà necessario provvedere ad una diversa implementazione, in accordo anche con altre soluzioni già sperimentate negli elicotteri.

3.1.3 Soluzione implementata

I risultati ottenuti al punto precedente, hanno dimostrato come una siffatta configurazione per un assorbitore dinamico, non sia assolutamente ottimale per il caso in esame, presentando valori troppo elevati in termini di massa complessiva e di lunghezza.

Possono essere ritenuti valori accettabili per un Mast Vibration Absorber rappresentato in figura 27, una lunghezza di 30 cm ed una massa totale di circa 30 Kg. Un oggetto con tali caratteristiche, soggetto ai vincoli sullo sforzo e spostamento massimi, presenta il primo modo di vibrare a frequenza elevatissima, estremamente lontano dai 19 Hz richiesti per il dimensionamento. Pertanto occorre apportare delle modifiche all'oggetto, in modo da renderlo meno rigido così da abbassare la frequenza del primo modo di vibrare.

Una strategia che può essere seguita è quella di sostituire la massa di estremità M , con un oggetto come quello indicato in figura 28, dove una massa (A) libera di muoversi nel piano xz è collegata a quattro elementi flessibili (B), a loro volta collegati ad una struttura circolare montata direttamente sulla trave.

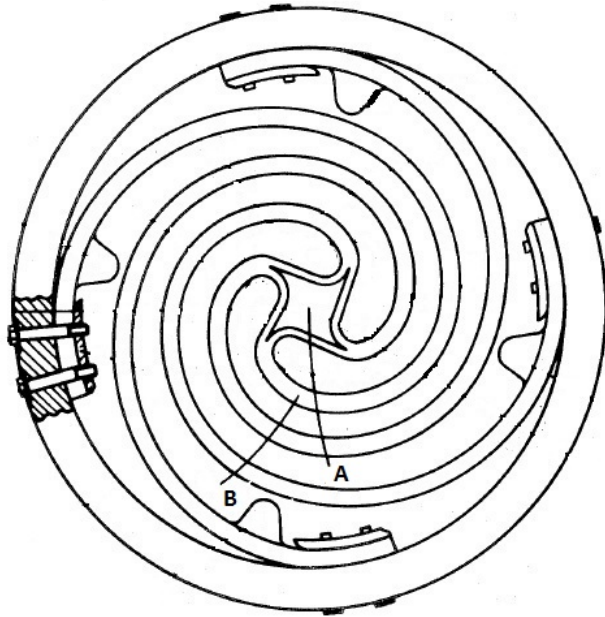


Figura 28: MVA nel piano, vista dall'alto

Per il dimensionamento dell'oggetto in figura 28, è stato effettuato un modello ad elementi finiti, al fine di studiarne i modi propri di vibrare tramite un'analisi modale, e la distribuzione di sforzi tramite un'analisi lineare statica.

La trave su cui è montato l'elemento in figura 28, è stata dimensionata in modo da avere dimensioni compatibili con questo tipo di oggetti, in particolare si è scelto una sezione circolare di raggio 40 mm e lunghezza 300 mm , in acciaio armonico. Al modello sono stati aggiunti i quattro elementi flessibili (B), modellati come travi a sezione circolare di raggio 2.1 mm . Ognuna di queste quattro travi si collega ad un'estremità alla massa mobile (A), e all'altra tramite un elemento rigido RBE all'estremità della trave (figura 29). La trave è incastrata ad un'estremo, e all'altro estremo vi sono applicati i carichi ricavati in tabella 3. Il valore della massa (A) è stato accordato in modo da avere i modi nel piano alla $4/\text{rev}$.

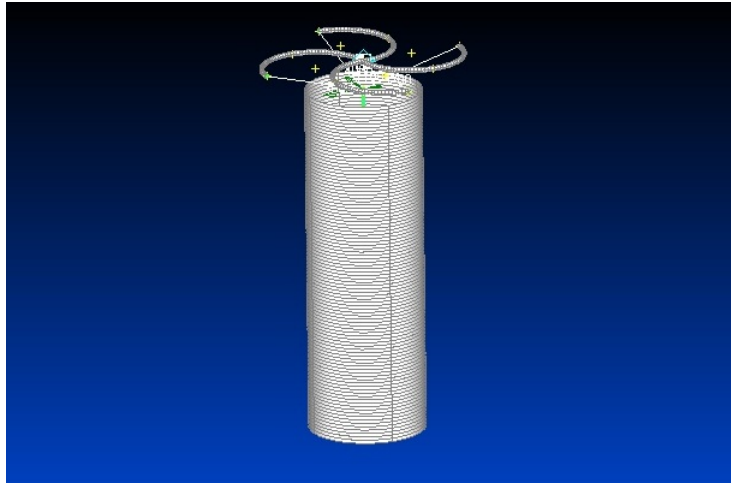


Figura 29: Modello FEM, MVA nel piano

r	b	l	M_B	M_A	M_t
40 mm	180 mm	300 mm	0.055 Kg	16 Kg	11.76 Kg

Tabella 8: caratteristiche MVA nel piano

Come si vede la massa complessiva (27.81 Kg) ora è notevolmente ridotta.

L'analisi degli sforzi, in particolare il *Beam EndA max Combined Stress* di Nastran ha evidenziato un massimo valore di 62 MPa , al di sotto del limite di snervamento dell'acciaio, mentre il massimo spostamento è di 0.3 mm .

In questo modo si è garantito che il primo modo di vibrare della struttura in figura 29 sia a 19 Hz , coincidente alla 4Ω .

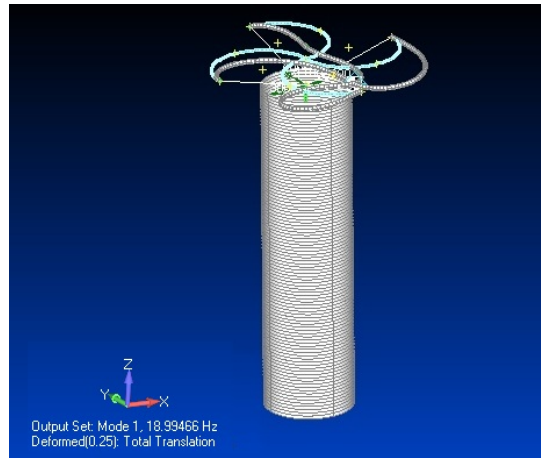


Figura 30: Analisi FEM - modo 1

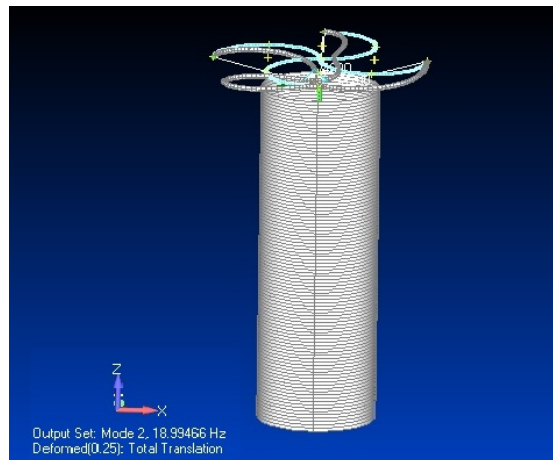


Figura 31: Analisi FEM - modo 2

Le figure 30 e 31 mostrano i primi due modi di vibrare accordati alla 4/rev.

3.2 Vibrazioni fuori dal piano

Per l'assorbimento delle vibrazioni fuori dal piano dovute sempre alla 4/rev, si provvede al dimensionamento di una molla elicoidale (fig. 32). Il dispositivo sarà vincolato sul suo lato superiore, con il suo asse di simmetria coincidente con l'asse dell'assorbitore dinamico e quindi del rotore. Pertanto la molla va opportunamente lavorata, in modo da presentare la superficie di estremità superiore piana, per poter collegarla agevolmente all'assorbitore precedentemente dimensionato. La molla in oggetto lavorerà quindi a compressione e trazione, soggetta ad un carico F applicato secondo il suo asse.

Si considererà una molla a comportamento lineare, con rigidezza costante. Indicata con δ la freccia massima della molla dovuta al carico F , la rigidezza sarà $K = \frac{\partial F}{\partial \delta}$.

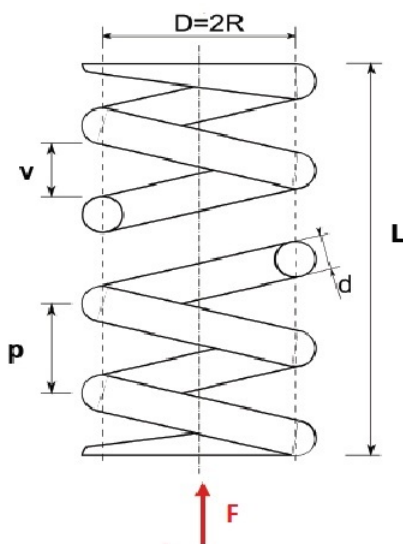


Figura 32: Molla elicoidale

Simboli:

- L = lunghezza d'ingombro verticale
- α = angolo di avvolgimento
- $D = 2R$ diametro dell'elica
- d = diametro del filo
- $p = 2\pi R \tan(\alpha)$ = passo della molla scarica
- $v = p - d$ = passo interspira molla scarica

- n = numero di spire attive
- $l = 2\pi Rn$ = lunghezza filo

Si considera la generica sezione della molla (fig. 33) soggetta ad un carico verticale diretto secondo l'asse della molla, che viene sollecitata dalle componenti di forze normale e tangenziale F_N e T_T , e dai momenti flettente e torcente M_f e M_t .

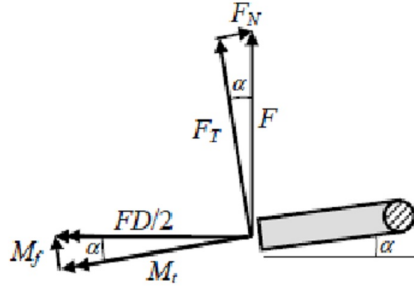


Figura 33: Azioni Interne sul filo della molla

$$F_N = F \sin(\alpha), F_T = F \cos(\alpha), M_f = FR \sin(\alpha), M_t = FR \cos(\alpha)$$

da cui, essendo generalmente l'angolo di avvolgimento α piccolo:

$$F_N \cong 0, F_T \cong F, M_f \cong 0, M_t \cong FR \quad (60)$$

Pertanto per ricavare la rigidità complessiva della molla si scrive l'energia interna:

$$E_{int} = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_t^2}{GJ_p} = \frac{1}{2} \frac{F^2 R^2 L}{GJ_p} \quad (61)$$

derivando l'espressione ottenuta rispetto a F , si risale allo schiacciamento δ :

$$\delta = \frac{\partial E_{int}}{\partial F} = \frac{FR^2 \cos(\alpha)^2 L}{GJ_p} = \frac{F \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi D n}{G \left(\frac{\pi d^4}{32}\right)} = \frac{8FD^3 n}{Gd^4} \quad (62)$$

la rigidezza della molla quindi sarà:

$$K = \frac{Gd^4}{8D^3n} \quad (63)$$

3.2.1 Dimensionamento molla

Per il dimensionamento della molla si procede come fatto in precedenza, cercando di minimizzare la massa complessiva del dispositivo, soggetta a degli opportuni vincoli in seguito specificati. Il materiale scelto è sempre l'acciaio armonico presentato nel paragrafo precedente.

I parametri fondamentali da determinare sono il diametro del filo d , il diametro del cilindro D , e il numero di spire attive n (non necessariamente un numero intero). Si definisce come fatto in precedenza un funzionale contenente i parametri di progetto, in modo da avere come frequenza di funzionamento del sistema la 4Ω .

$$\omega = 4\Omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{Gd^4}{M8D^3n}} \rightarrow M = \frac{Gd^4}{16\Omega^2 8D^3n} \quad (64)$$

Per un corretto dimensionamento bisogna provvedere che la molla non vada a pacco (fig. 34).

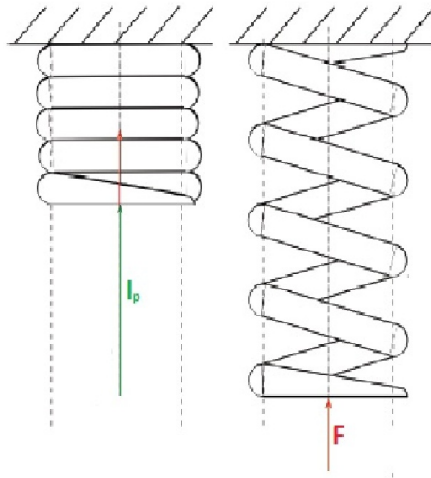


Figura 34: Molla a pacco soggetta ad un carico F

Per evitare tale condizione si impone che per effetto del carico applicato F , lo schiacciamento della molla sia inferiore della lunghezza a pacco l_p :

$$\delta < l_p \rightarrow \frac{8D^3n}{Gd^4}F < n(2\pi R \tan(\alpha) - d) \quad (65)$$

Inoltre conviene tener conto anche della condizione di resistenza:

$$\frac{\tau_{lim}}{\tau_{max}} > \eta \quad (66)$$

dove η è un opportuno fattore di sicurezza preso uguale a 1.25.

Lo sforzo massimo sarà quindi confrontato con lo sforzo di snervamento a taglio dell'acciaio. L'espressione dello sforzo massimo a taglio nella molla, può essere scritta come segue:

$$\tau_{max} = \frac{K8DF}{\pi d^3} \quad (67)$$

Dove K , il fattore di correzione delle tensioni di taglio, è un opportuno fattore correttivo degli sforzi:

$$K = \frac{4c - 1}{4(c - 1)} + \frac{0.615}{c} \quad (68)$$

essendo $c = D/d$, il rapporto di avvolgimento. Infatti per bassi valori di c (inferiori a 10), il filo non è piccolo rispetto al diametro di avvolgimento dell'elica, quindi l'ipotesi di piccola curvatura non è più verificata, pertanto la molla non può più venir considerata come una trave ad asse rettilineo. Per bassi valori di c , il fattore K , assume valori sempre più alti, tenendo quindi conto degli effetti della curvatura del filo.

La forza F usata per il dimensionamento del filo è quella ricavata al paragrafo precedente: $T_z = 3098 N$, considerando come fattore di carico $n_z = -1$, per evitare che lo schiacciamento della molla superi la lunghezza a pacco. Mentre l'angolo di avvolgimento è stato posto uguale a 5° .

Alla luce di quanto esposto, definendo il vettore dei parametri di progetto $p = [d, D, n]$, si ottiene il seguente problema di ottimizzazione:

$$\begin{cases} \min_p f(p) = \frac{Gp(1)^4}{16\Omega 8p(2)^3 p(3)} \\ \frac{8p(2)^3 F}{Gp(1)^4} - (\pi p(2) \tan(\alpha) - p(1)) < 0 \\ \eta - \frac{\tau_{lim} \pi p(1)^3}{K 8 F p(2)} < 0 \\ \frac{f(p)}{V} - \rho = 0 \end{cases}$$

che ha fornito i seguenti risultati:

d	D	n	M
22.5 mm	150 mm	$6.08 \cong 6$	8.53 Kg

δ	l	L	K
25 mm	2865 mm	250 mm	122.88 N/mm

I risultati possono essere considerati accettabili, visto il ridotto peso ottenuto. Il numero di spire può essere ragionevolmente approssimato al numero intero più vicino, in questo caso 6.

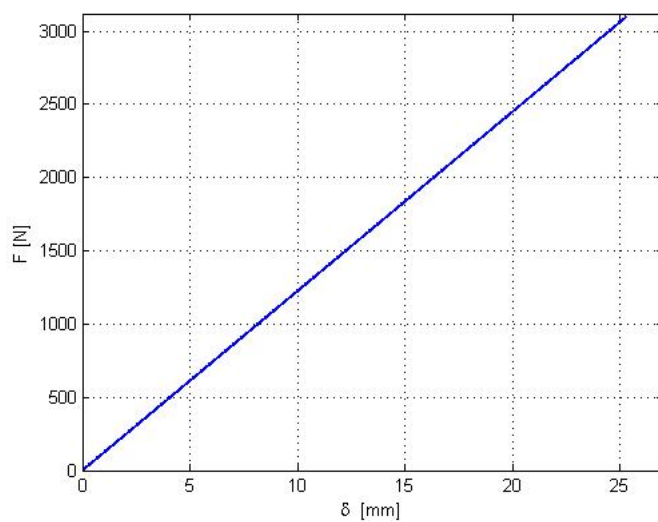


Figura 35: Curva Forza-Spostamento - Molla elicoidale

4 Modello multicorpo

La verifica del funzionamento dell'assorbitore verticale e orizzontale è stato fatto su un modello multicorpo tramite il software *MSC Adams*. È stato costruito un modello semplificato del rotore dell'elicottero, a cui sono stati collegati gli elementi costituenti degli assorbitori, per poi analizzare la risposta complessiva del sistema, per valutarne gli effetti di assorbimento sia fuori dal piano che nel piano.

Il sistema, per come è stato dimensionato nel paragrafo precedente, non tiene conto dell'iterazione tra i due dispositivi essendo stato trattato il problema per entrambi come monodimensionale. Pertanto sarà logico aspettarsi che il comportamento del sistema differisca da quello ideale.

Per verificare il funzionamento del sistema sono stati modellati il rotore, la trasmissione e il motore. Al rotore poi sarà aggiunto il Mast Vibration Absorber, con le caratteristiche elastiche e inerziali presentate nel paragrafo precedente. Il tutto sarà collegato elasticamente a terra, la cui funzione è quella di rappresentare la fusoliera a cui è vincolata la struttura. Si è considerata infatti la fusoliera dinamicamente isolata dal resto della struttura su cui agisce il Mast Vibration Absorber. Questa ipotesi si basa sul fatto che la frequenza propria della fusoliera è di solito ben separata dalla frequenza alla 4Ω corrispondente a $19,09 Hz$, da cui provengono i carichi che si cercherà di isolare tramite il Mast Vibration Absorber.

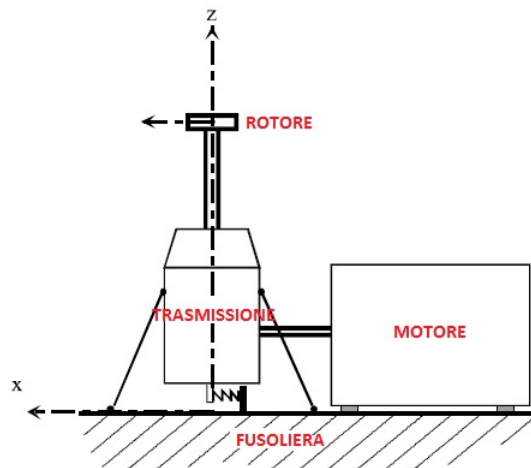


Figura 36: Rappresentazione del sistema rotore-motore-trasmissione collegato alla struttura della fusoliera

4.1 Descrizione del modello multicorpo

Dapprima si è modellato il sistema senza il Mast Vibration Absorber, analizzandone la risposta, per poi confrontarla con la risposta in presenza di esso.

Il rotore è stato diviso in due blocchi, uno fisso rispetto al sistema di riferimento e l'altro rotante rispetto ad esso. La parte fissa è collegata lateralmente al terreno tramite delle molle. Il motore e la trasmissione sono rappresentati come un unico corpo rigido collegato da un lato rigidamente al rotore, dall'altro elasticamente al terreno. La parte fissa del rotore, è il punto di riferimento per il calcolo della risposta del sistema, in termini di accelerazioni, spostamenti e forze.

Nel dettaglio, il modello implementato (fig.37), senza il Mast Vibration Absorber, è costituito dai seguenti elementi:

- 1 cilindro (A) rappresentante la parte fissa del rotore
- 1 cilindro (B), a cui è applicata la legge di moto, rappresentante la parte mobile del rotore
- 4 Molle trasversali (C) collegate da un lato al cilindro (A), e al terreno dall'altro
- 1 corpo rigido (D) di collegamento
- 1 sfera (E) rappresentante la trasmissione e il motore
- 1 molla verticale (F) usata per collegare la massa (E) al terreno.

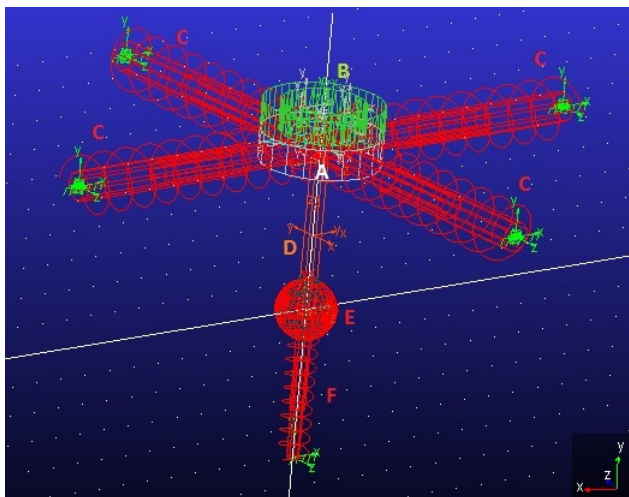


Figura 37: Modello *Adams* senza MVA

Al modello sono stati aggiunti i seguenti vincoli

- Giunto di rivoluzione tra il cilindro (A) e il cilindro (B), al quale è stata applicata la legge di moto del rotore (30 rad/s)
- Un vincolo rigido tra il corpo (E) e l'estremità del corpo (D)
- Un vincolo rigido tra il corpo (A) e l'altra estremità del corpo (D)
- Giunto traslazionale rispetto all'asse verticale applicato alla massa (E)
- Rotazioni bloccate rispetto ai 3 assi del cilindro (A)

Il modello, per come è stato costruito, presenta tre gradi di libertà e quindi tre modi di vibrare: il modo verticale e i due modi laterali.

I valori assegnati al sistema in termini di massa e rigidità, sono stati assegnati in modo che i modi propri della struttura siano nell'intorno della 4Ω (19.09 Hz), in modo da eccitarli con i termini forzanti che sono stati usati per dimensionare il Mast Vibration Absorber. In particolare assegnati i valori alle masse, stimati in modo da essere verosimili con i valori del *Puma*, vengono tarate di conseguenza le rigidità.

$M_{(A)}$	$M_{(B)}$	$M_{(D)}$	$M_{(E)}$	$K_{(C)}$	$K_{(F)}$
80 Kg	120 Kg	10 Kg	290 Kg	4400 N/mm	5800 N/mm

Tabella 9: Valori di masse e rigidità usati nel modello multicorpo

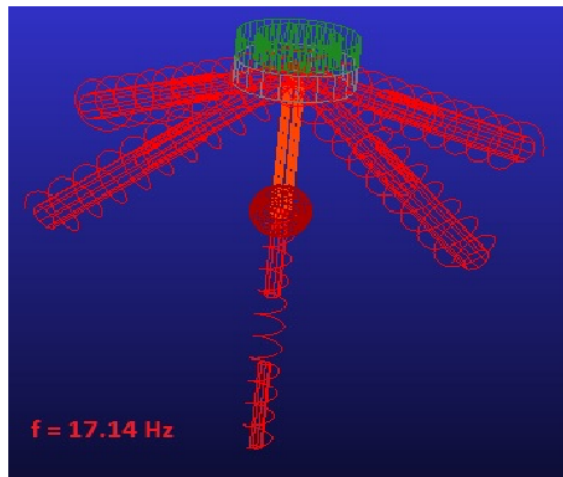


Figura 38: Modo 1: 17.14 Hz

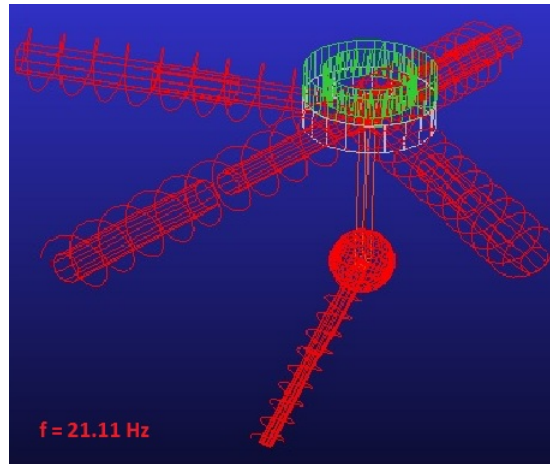


Figura 39: Modo 2: 21.11 Hz

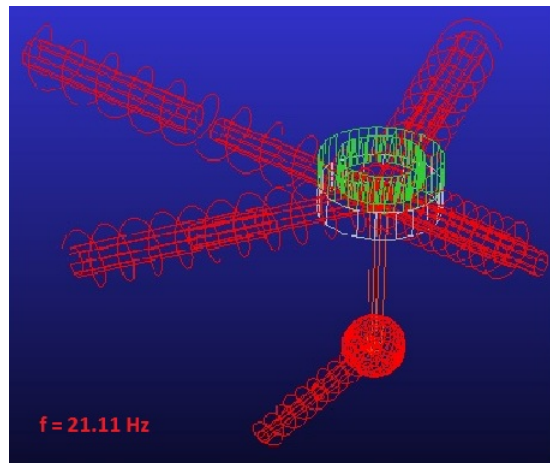


Figura 40: Modo 3: 21.11Hz

La fase successiva alla costruzione del modello, è stata l'applicazione dei carichi, introdotti come forze e momenti concentrati.

Sono stati definiti due diversi set di carico, applicati rispettivamente al baricentro della parte rotante del rotore (B) e alla parte fissa (A). I carichi sono stati definiti coerentemente con quanto definito nel paragrafo precedente, in termini di verso e modulo. I carichi applicati alla parte rotante, agenti nel piano xz , sono stati definiti con contenuto armonico alla frequenza 3Ω e 5Ω , in modo che sul sistema fisso abbiano contenuto armonico alla 4Ω . In particolare per quanto riguarda quest'ultimi, sono stati introdotte 4 diverse forze rispetto a x

e 4 forze rispetto a z , espresse in serie di Fourier, ogni una per ogni pala, tutte con modulo uguale, ma sfasate di 90° fra loro:

$$\begin{aligned}
 F_{1i} &= A_{Fi} \cdot \sum_{n=3,5} (\sin(n\Omega t) + \cos(n\Omega t)) \\
 F_{2i} &= A_{Fi} \cdot \sum_{n=3,5} \left(\sin\left(n\Omega t + n\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(n\Omega t + n\frac{\pi}{2}\right) \right) \\
 F_{3i} &= A_{Fi} \cdot \sum_{n=3,5} (\sin(n\Omega t + n\pi) + \cos(n\Omega t + n\pi)) \\
 F_{4i} &= A_{Fi} \cdot \sum_{n=3,5} \left(\sin\left(n\Omega t + n\frac{3\pi}{2}\right) + \cos\left(n\Omega t + n\frac{3\pi}{2}\right) \right)
 \end{aligned}$$

Dove l'ampiezza A_i , è l'ampiezza della forza rispetto a x e z : $A_{F_x} = 530 N$, $A_{F_z} = 700 N$.

Sono stati poi introdotti i 4 momenti di flappeggio agenti sulle pale, con contenuto armonico sempre alla 3Ω e alla 5Ω , che sul sistema fisso producono i momenti M_x e M_z :

$$\begin{aligned}
 M_1 &= A_M \cdot \sum_{n=3,5} (\sin(n\Omega t) + \cos(n\Omega t)) \\
 M_2 &= A_M \cdot \sum_{n=3,5} \left(\sin\left(n\Omega t + n\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(n\Omega t + n\frac{\pi}{2}\right) \right) \\
 M_3 &= A_M \cdot \sum_{n=3,5} (\sin(n\Omega t + n\pi) + \cos(n\Omega t + n\pi)) \\
 M_4 &= A_M \cdot \sum_{n=3,5} \left(\sin\left(n\Omega t + n\frac{3\pi}{2}\right) + \cos\left(n\Omega t + n\frac{3\pi}{2}\right) \right)
 \end{aligned}$$

Dove l'ampiezza A_M in questo caso vale: $A_M = 700000 N \cdot mm$.

In questo modo le forze e i momenti che si misurano sul sistema fisso al centro della massa A nel punto di contatto con la massa B, hanno contenuto armonico alla 4Ω con ampiezze uguali a quelle usate al paragrafo precedente per il dimensionamento dell'MVA.

La forza vericale F_y invece, è stata applicata direttamente sul sistema fisso, pertanto è stata modellata con contenuto armonico alla $4/\text{rev}$, e con ampiezza in modo da garantire sempre il massimo valore usato per il dimensionamento nel punto di contatto tra la la massa A e la massa B.

$$F_y = 4800 \cdot \sin(4 \cdot \Omega \cdot t)$$

Il modello appena costruito ha permesso di studiare la risposta del sistema, in assenza di Mast Vibration Absorber, pertanto in seguito all'applicazione al modello di quest'ultimo è stato poi possibile confrontare la risposta del sistema con gli assorbitori applicati.

4.1.1 Modello multicorpo con MVA

Il Mast Vibration Absorber per l'assorbimento delle vibrazioni nel piano, è stato dimensionato come una trave flessibile alla cui estremità è presente una massa concentrata. Nel modello in esame, si è scelto di rappresentare il dispositivo tramite un sistema massa-molle (fig. 41, rappresentate in giallo), collegato alla parte fissa tramite un cilindro cavo di supporto (rappresentato in rosso).

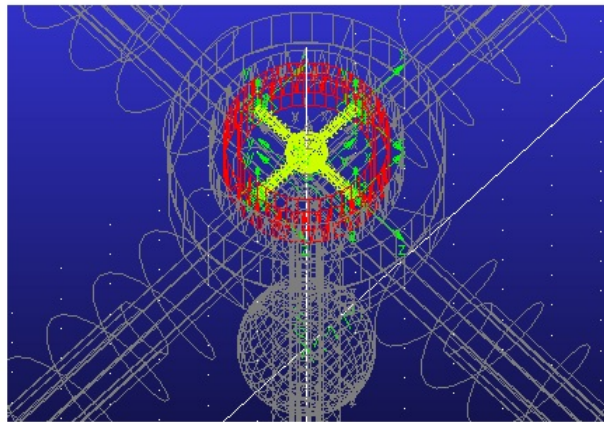


Figura 41: Modello multicorpo - Mast Vibration Absorber

Le rigidzze delle molle ovviamente sono tutte uguali, in questo caso il valore è $201.6 N/mm$. Mentre la massa della sfera è $27.81 Kg$. In questo modo il dispositivo ha il comportamento dinamico equivalente a quello della trave flessibile in acciaio.

Per quanto riguarda la molla elicoidale, essa è stata modellata con una massa collegata ad una molla, che a sua volta è collegata alla parte fissa, in modo da agire come assorbitore verticale (fig. 42).

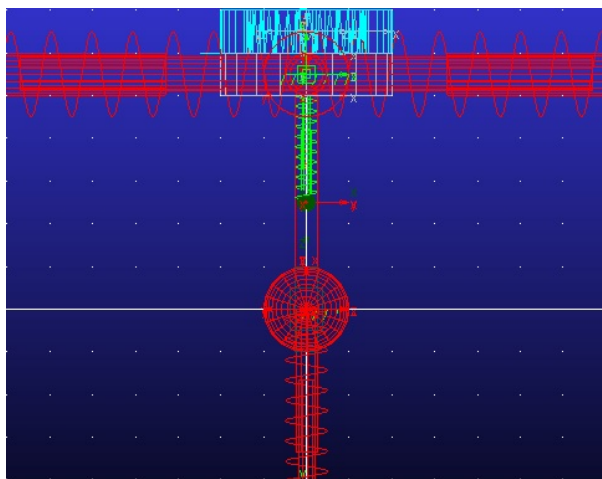


Figura 42: Modello multicorpo - Mast Vibration Absorber

Con l'aggiunta del Mast Vibration Absorber il sistema acquisisce tre ulteriori gradi di libertà, portando a sei i modi di vibrare del sistema. I primi tre modi di vibrare, si portano su frequenze più basse.

Modo 1	16,20 Hz
Modo 2	17,71 Hz
Modo 3	17,71 Hz
Modo 4	19,64 Hz
Modo 5	22,54 Hz
Modo 6	22,54 Hz

Tabella 10: Modi di vibrare con MVA - Il modo 4 è dovuto all'assorbitore verticale rispetto asse y , i modi 5 e 6 all'assorbitore nel piano xz

4.2 Risultati ottenuti

Per caratterizzare le proprietà del sistema studiato, è stato fatto un confronto della risposta del sistema in assenza e presenza del Mast Vibration Absorber.

Dapprima si analizzata la risposta in termini di spostamenti e accelerazioni nel sistema fisso, nel piano xz .

- Spostamenti nel sistema fisso rispetto a x

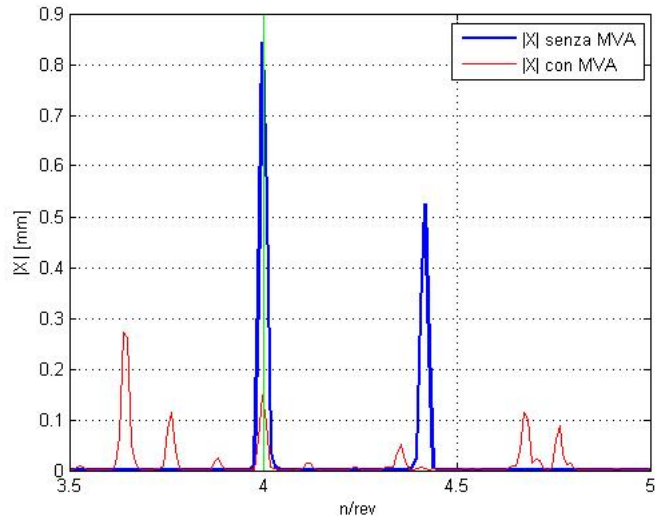


Figura 43: FFT - spostamento in x di A

- spostamenti nel sistema fisso rispetto a z

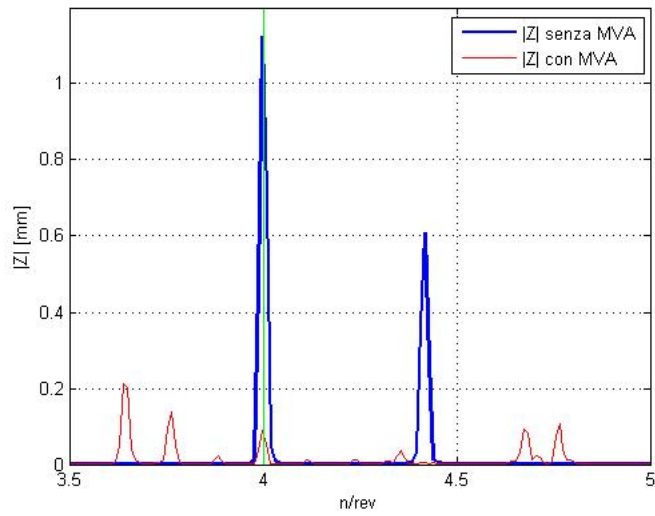


Figura 44: FFT - spostamento in z di A

- Spostamento nel sistema fisso rispetto a y

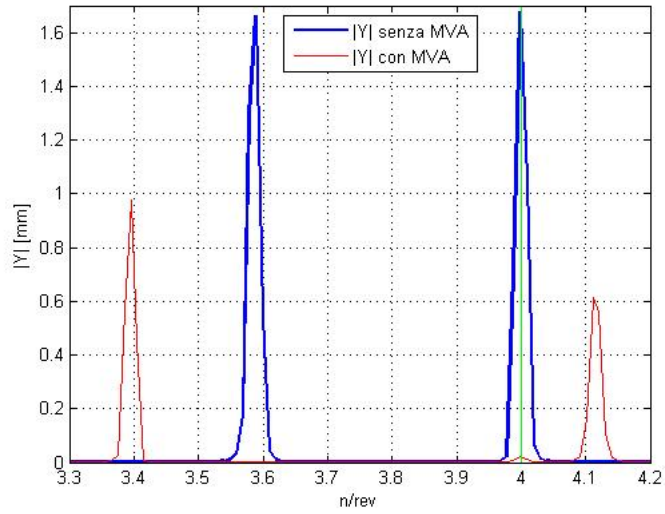


Figura 45: FFT - spostamento in y di A

- Accelerazioni nel sistema fisso rispetto a x

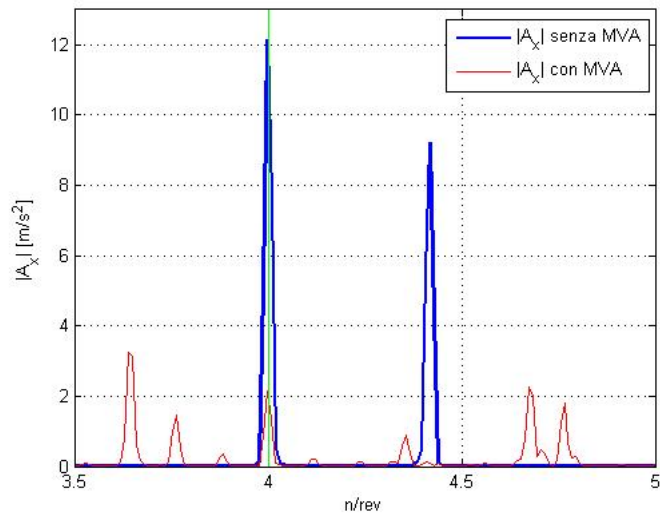


Figura 46: FFT - Accelerazione in x di A senza MVA

- Accelerazioni nel sistema fisso rispetto a z

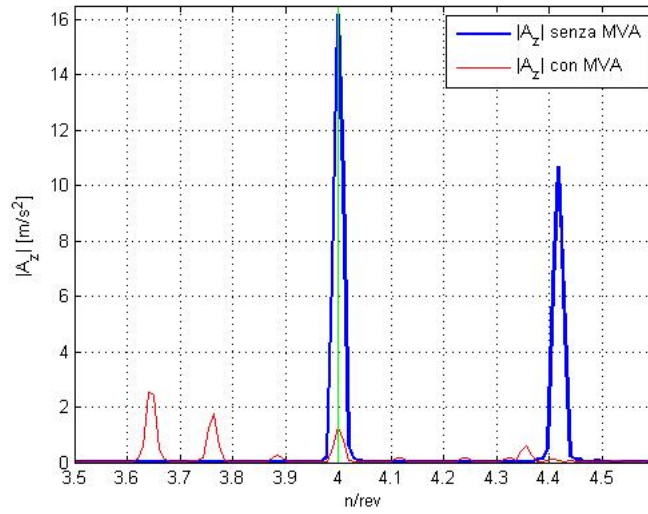


Figura 47: FFT - Accelerazione in z senza MVA

- Accelerazioni nel sistema fisso rispetto a y

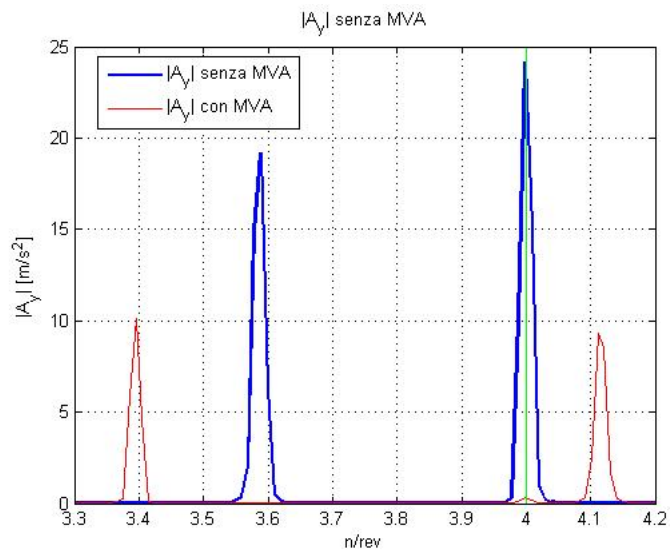


Figura 48: FFT - Accelerazione in y senza MVA

Analizzando la risposta senza MVA nel piano xz , si notano i modi dovuti alla forzante, che com'era logico aspettarsi agiscono alla 4Ω , alle quali si aggiungono

le frequenze dei modi propri del sistema. La presenza dell'MVA riesce a ridurre l'ampiezza di vibrazione e l'accelerazione alla 4Ω .

In particolare si osserva una riduzione dello spostamento e dell'accelerazione alla 4Ω dell'84% rispetto all'asse x , mentre è del 94% rispetto all'asse z . I modi propri del sistema sono separati dalla frequenza di 19.09 Hz. Il rapporto di massa tra il sistema isolante e la struttura da isolare in questo caso sono: $\mu_x = \mu_z = 0.05$.

Rispetto all'asse verticale y , si osserva una riduzione del livello di accelerazione del 98%. Tuttavia i modi propri del sistema, in particolare il modo dovuto all' MVA verticale si mantiene molto vicino alla frequenza di 19.09 Hz, in virtù del fatto che il rapporto di massa in questo caso è molto ridotto: $\mu_y = 0.01$.

4.2.1 Trasmissibilità

Un'importante analisi consiste nel valutare le forze trasmesse dal sistema vibrante ai vincoli. In questa sede si analizzeranno le forze trasmesse dal sistema rotante al sistema fisso, per poi analizzare anche le forze trasmesse all'elemento elastico di collegamento del sistema alla fusoliera, valutando in questo modo l'entità delle forze trasmesse in cabina.

A questo scopo si definisce come trasmissibilità il rapporto tra l'ampiezza della forzante e l'ampiezza della forza misurata in appositi punti del modello, confrontando i risultati come fatto in precedenza, con e senza il Mast Vibration Absorber.

Per l'analisi delle forze nel piano xz , si riportano le figure che mostrano l'andamento delle reazioni vincolari nel piano misurate in corrispondenza del giunto di rivoluzione, quindi le forze trasmesse dalla parte rotante alla parte fissa. Esse vanno rapportate con l'ampiezza della forzante, misurata nel sistema di riferimento non rotante.

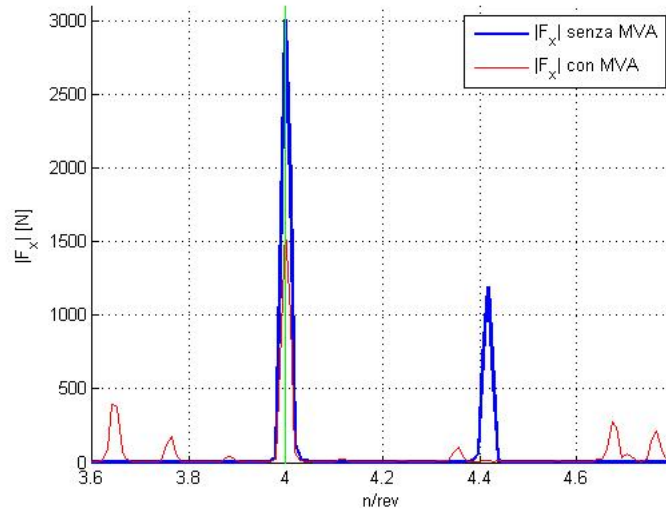


Figura 49: FFT - F_x tra cilindro A e cilindro B senza e con MVA

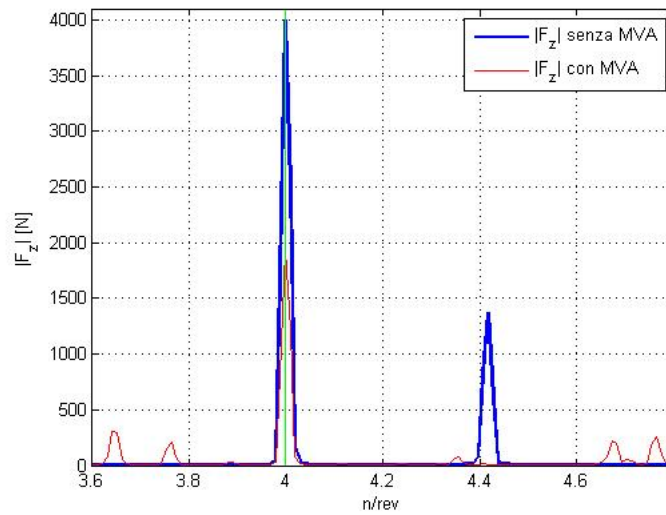


Figura 50: FFT - F_z tra cilindro A e cilindro B senza e con MVA

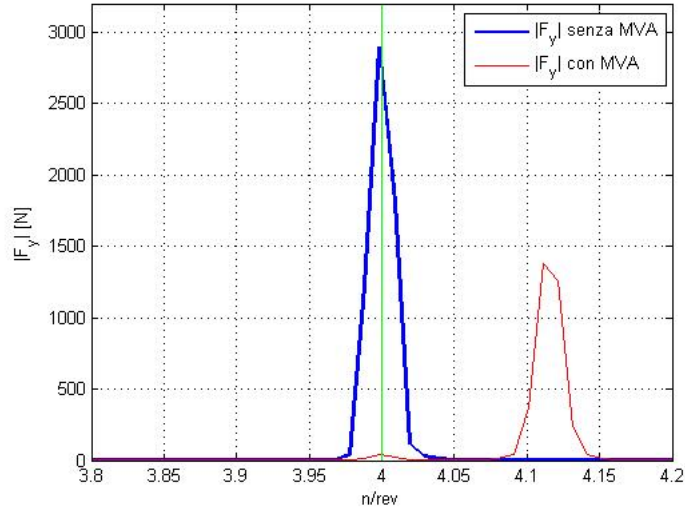


Figura 51: FFT - F_y tra cilindro A e cilindro B senza e con MVA

L'installazione dell' MVA ha portato ad una complessiva riduzione delle forze trasmesse, come si può apprezzare dalle figure 49, 50, 51.

Riassumendo, in tabella 11 è riportato l'andamento dei diversi coefficienti di trasmissibilità T_i , definiti come il rapporto tra il valore massimo della forza trasmessa nei punti precedentemente indicati e il valore massimo della forzante esterna alla 4/rev, rispetto all'asse di riferimento.

	T_x	T_z	T_y
<i>senza MVA</i>	2.05	2.08	1.22
<i>con MVA</i>	1.07	1.01	0.01

Tabella 11: Coefficienti di Trasmissibilità alla 4/rev, senza e con MVA

Confrontando i dati in tabella 11, si osserva come l'MVA riduca i coefficienti di trasmissibilità per quanto riguarda i carichi alla 4/rev. Infatti le forze trasmesse in questo caso sono notevolmente inferiori rispetto al caso senza l' MVA.

4.2.2 Analisi di non-linearità delle risposte

In generale, i sistemi vibranti si definiscono a comportamento lineare se vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Nella realtà i sistemi sono non lineari, ma in opportune condizioni è possibile studiare il loro comportamento come lineare. Ciò è valido fintanto che le forze in ingresso hanno ampiezza limitata. Fra i diversi tipi di non linearità in un sistema meccanico, in quest'analisi si studieranno le non linearità di tipo geometrico, che coinvolgono grandi spostamenti della struttura da isolare.

Nelle figure 52 e 53, è riportato l'andamento delle ampiezze degli spostamenti alla 4/rev con MVA, adimensionalizzati rispetto al caso senza MVA, in funzione delle ampiezze delle forzanti alla 4/rev rispetto al sistema fisso.

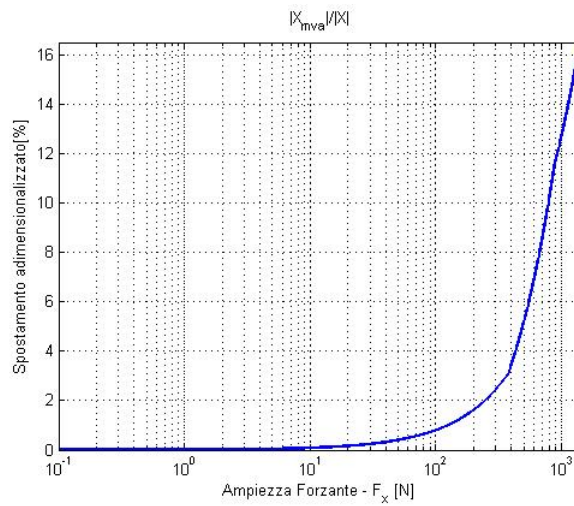


Figura 52: Ampiezza dello spostamento in x adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante

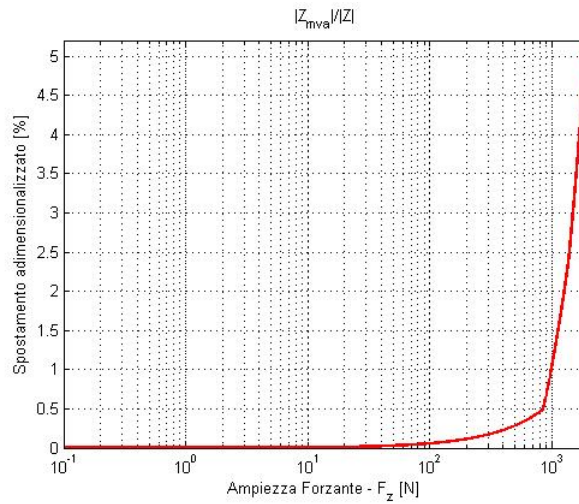


Figura 53: Ampiezza dello spostamento in z adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante

Analizzando le figure si osserva come all'aumentare dell'ampiezza della forzante aumenti l'ampiezza della risposta. Nel caso lineare, la risposta dinamica della struttura sarebbe indipendente dall'ampiezza della forza in ingresso. In particolare oltre un certo valore dell'ampiezza della forzante alla 4/rev, circa 10 N , si inizia a registrare uno spostamento non nullo nella risposta, che per valori maggiori della forzante tende a crescere rapidamente.

Non viene riportato l'andamento dello spostamento in y rispetto all'ampiezza della forzante, in quanto non avrebbe senso, in virtù del fatto che si è visto come l'ampiezza degli spostamenti rispetto all'asse verticale siano sempre quasi nulli in presenza dell' MVA, per ogni valore di ampiezza della forzante.

Un altro comportamento caratteristico non lineare, è dato dall'andamento della trasmissibilità in funzione dell'ampiezza della forzante. Infatti, come è possibile vedere in figura 54 e 55, l'andamento della trasmissibilità aumenta in modo non lineare all'aumentare dell'ampiezza della forzante in entrambe i casi, per poi scendere velocemente per valori superiori a 10^4 N .

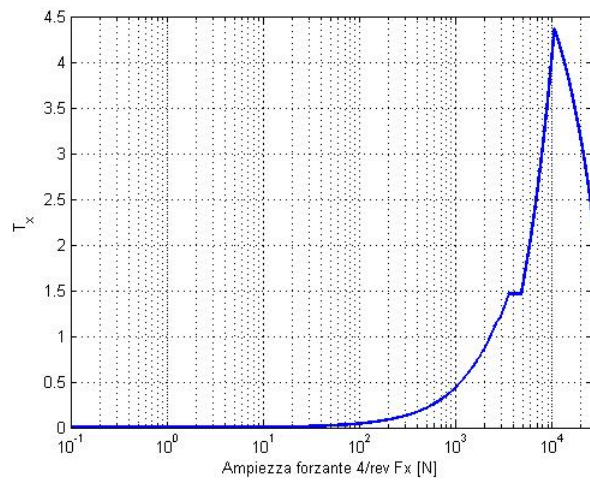


Figura 54: T_x in funzione dell'ampiezza F_x

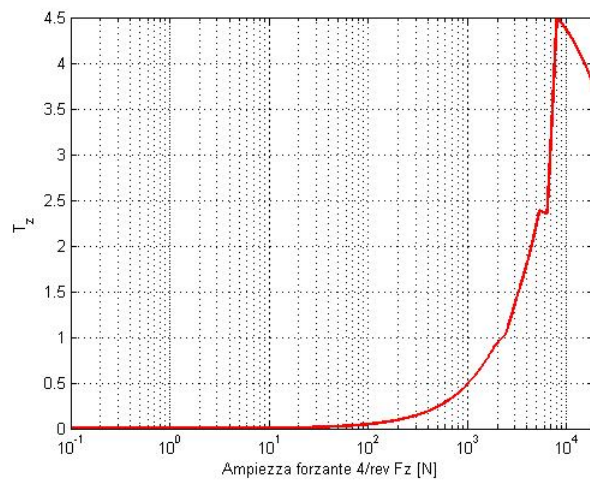


Figura 55: T_z in funzione dell'ampiezza F_z

5 Implementazione di un assorbitore dinamico non lineare

Il Mast Vibration Absorber, è stato dimensionato in accordo con quanto esposto nel capitolo 1, prendendo ad esempio il Dynamic Vibration Absorber (DVA), che come si è visto ha un comportamento lineare.

In bibliografia, sono mostrati diversi studi sui DVA non lineari, in particolare nel riferimento [22] è illustrato il comportamento dell'assorbitore dinamico con rigidità lineare, cubica e polinomiale. La necessità di un assorbitore con rigidità non lineare risulta indispensabile in molti ambiti, anche in quello in esame, in quanto una rigidità variabile, consente una più ampia larghezza di banda di soppressione delle vibrazioni. Questo può risultare molto utile, soprattutto qualora il rapporto di massa μ sia molto basso. Infatti come si è visto nel caso dell' MVA, essendo μ molto basso le frequenze di risonanza si mantengono vicine a quella di antirisonanza, pertanto si pone la necessità di implementare un assorbitore con comportamento non lineare così da verificarne e validarne il comportamento per lo studio in oggetto.

Gli elicotteri infatti, possono presentare variazioni della velocità angolare durante le fasi di volo, che possono essere dovuti anche a disturbi esterni. Inoltre in futuro, i rotori di elicottero lavoreranno a velocità angolari sempre più variabili. Alla luce di ciò si evidenzia come sia necessario quindi disporre di dispositivi in grado di ridurre le vibrazioni su uno spettro (anche limitato) di frequenze.

Si nota poi come la necessità di un DVA a comportamento non lineare diventi sempre più importante in tutti i sistemi soggetti a disturbi esterni (dovuti a urti, all' ambiente circostante, a impatti imprevedibili), anche di notevole intensità, che possono portare il sistema ad avere spostamenti sempre più considerevoli aumentando le forze trasmesse e quindi le probabilità di danneggiamento dei suoi componenti.

In accordo con la bibliografia, verranno esposte le linee guida per il dimensionamento di un assorbitore dinamico di vibrazioni non lineare, per poi verificarne il comportamento nel modello multicorpo in Adams e confrontarne le risposte rispetto al caso lineare.

In accordo con quanto esposto in [5], un assorbitore dinamico non lineare, costituito nel caso più generico da un elemento elastico ed uno smorzante, può essere descritto dall'equazione:

$$Z'' + 2\xi Z' |Z'|^{p-1} + Z |Z|^{q-1} = F(t) \quad (69)$$

dove il pedice indica la derivazione rispetto al tempo adimensionalizzato $\tau = \omega_n t$, mentre la coordinata Z indica lo spostamento della massa dell'assorbitore adimensionalizzato, ξ è invece il fattore di smorzamento. Invece i pedici p e q

indicano l'ordine dell'elevamento a potenza rispettivamente dello smorzamento e della rigidità e quindi il loro ordine di non linearità. In questo modo si tiene conto dell'ordine di non linearità del sistema in esame in base alla tipologia di smorzamenti e di forze elastiche in esame.

5.1 Assorbitori dinamici semi-attivi

Come accennato l'idea è quella di disporre di elementi elastici in grado di variare la propria rigidità. Pertanto bisogna abbandonare l'idea di disporre di elementi puramente passivi per l'assorbimento delle vibrazioni. Oltre alla classe dei sistemi attivi, che non vengono presi in considerazione in questa sede, vi è un'altra classe di sistemi: i sistemi semi attivi. Questi dispositivi, sono in grado di modificare le proprie caratteristiche meccaniche in tempo reale con un minimo apporto di energia esterna, interagendo passivamente con la struttura da isolare. Pertanto questi dispositivi rappresentano un compromesso in termini di affidabilità e semplicità tipica di quelli passivi e l'adattabilità di quelli attivi.

Tali sistemi trovano ampio utilizzo sia in ambito aerospaziale che in ambito civile, per l'isolamento delle strutture dai carichi sismici. Nel caso più generale la relazione forza-spostamento di un dispositivo a rigidità variabile può essere espressa come:

$$F(t) = K(\delta) \cdot \delta(t) \quad (70)$$

dove la rigidità stessa è funzione dello spostamento $\delta(t)$. Diverse tecnologie sono state studiate per la variazione di rigidità, le più comuni sono tramite l'utilizzo di attuatori idraulici o elettromeccanici. Rimanendo nell'ambito dei sistemi semi attivi è possibile utilizzare ad esempio come già visto nel capitolo 2, delle molle ad aria alle quali si regola la pressione attraverso delle valvole. Un altro modo può essere l'utilizzo sempre di una molla elicoidale, la cui rigidità viene modificata attraverso un motore che ne modifica il numero di spire utilizzabili.

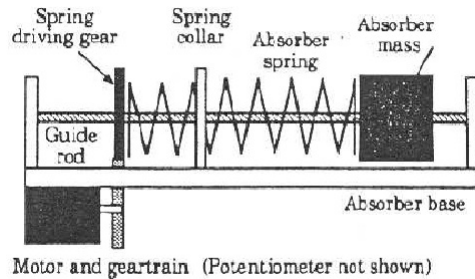


Figura 56: DVA a rigidità variabile

In questa sede verrà esaminata la risposta di un assorbitore dinamico con legge di variazione forza-spostamento lineare a tratti. Ciò si riflette in una variazione della rigidità a scalino, che si assesta quindi su due valori diversi in funzione dello spostamento del dispositivo.

5.1.1 Assorbitore dinamico lineare a tratti

Un assorbitore dinamico lineare a tratti presenta una relazione forza spostamento come quella indicata in figura 57. In accordo con tale figura si vede come vi siano due regimi fondamentali di funzionamento, entrambe a rigidità costante. Un assorbitore con tali caratteristiche è facilmente implementabile, in quanto è ottenuto dalla combinazione di due assorbitori ad andamento lineare, di cui è noto il comportamento. Inoltre ottenere un comportamento non lineare a partire da dei componenti lineari è di facile realizzazione pratica, in quanto oggetti a comportamento lineare quali molle sono ampiamente utilizzati in questi ambiti.

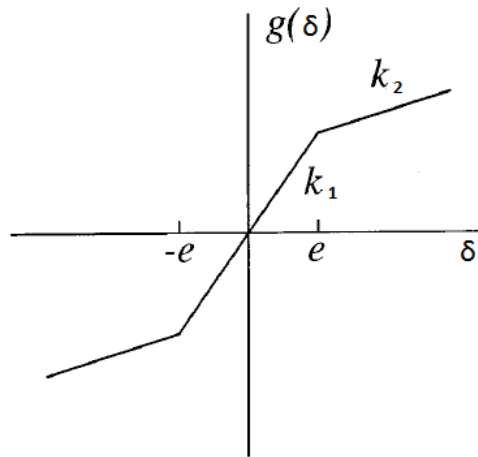


Figura 57: Relazione forza spostamento lineare a tratti

Sulla necessità di un assorbitore non lineare ci si è ampiamente soffermati al paragrafo precedente. In questo paragrafo si analizzerà il comportamento di un assorbitore dinamico lineare a tratti, a partire dalle equazioni di moto.

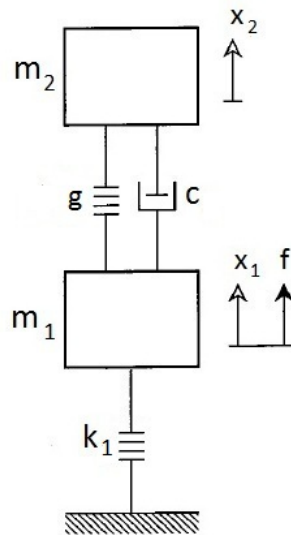


Figura 58: DVA non lineare - rappresentazione schematica

In relazione alla figura 58, possono essere scritte le equazioni di moto del sistema, dove si è considerato anche lo smorzamento dell'assorbitore, mentre non si è preso in considerazione lo smorzamento della struttura:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 x_1 - g(\delta) \\ g(\delta) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_0 \sin(\Omega t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Dove con $g(\delta)$, si è indicata la forza della molla in funzione dello spostamento relativo $\delta = x_2 - x_1$. Considerando una funzione lineare a tratti, la forza può essere scritta come:

$$g(\delta) = \begin{cases} k_a e + k_b (\delta - e) & \delta > e \\ k_a \delta & -e < \delta < e \\ -k_a e + k_b (\delta + e) & \delta < -e \end{cases} \quad (71)$$

I parametri fondamentali, per il dimensionamento di un assorbitore dinamico con tale rigidità, sono il rapporto tra le rigidità $r = \frac{k_a}{k_b}$ e l'allungamento per cui cambia la rigidità e . Si definiscono poi la frequenza propria del sistema $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$, la frequenza iniziale alla quale è accordato il DVA $\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_2}}$, la frequenza secondaria del DVA $\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m_2}}$ e la frequenza Ω della forzante.

Per lo studio dell'equazione si può ricorrere a metodi analitici quali l'Incremental Harmonic Balance [10], che consente di risolvere problemi governati da equazioni differenziali non lineari.

Tramite Matlab, è stato possibile verificare la risposta dell'assorbitore al variare dei parametri, trascurandone lo smorzamento. In particolare è stata prima esaminata la risposta della massa m_1 al variare del rapporto tra le rigidità (fissato e , in questo caso a circa il 10% della deformazione massima della molla nel caso lineare), per poi verificare l'influenza di e sulla risposta. Interessante è poi lo studio della risposta con una frequenza della forzante (Ω) diversa dalla frequenza principale dell'assorbitore (ω_a).

k_1 [N/mm]	k_a [N/mm]	m_1 [Kg]	m_2 [Kg]	e [mm]	Ω [rad/s]	f_0 [N]	c [Ns/mm]
1000	160	100	10	1	4	1000	0

Tabella 12: DVA non lineare - dati in ingresso

I valori di r sono stati scelti in modo da non variare oltre il 30% la rigidità iniziale dell'assorbitore, in quanto valori di k_b troppo diversi da k_a esaltano le non linearità del sistema. Il sistema è stato modellato con due modi, quello proprio della struttura da isolare, e quello della forzante in prossimità del modo proprio, per rendere il problema più simile a quello che si è studiato col modello multicorpo.

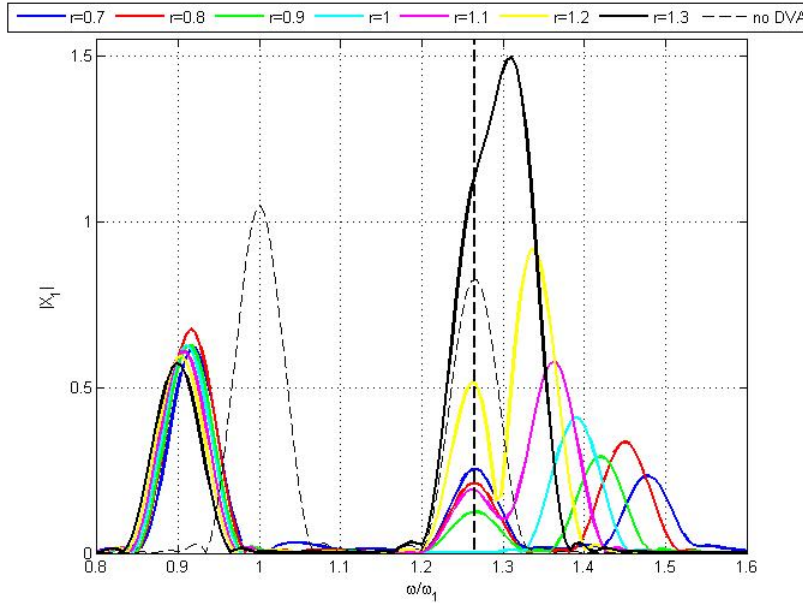


Figura 59: FFT - spostamento X_1 a regime al variare di r , $\mu = 0.1$, $e = 0.1 \cdot \delta_{max_{r=1}, \frac{\Omega}{\omega_a}} = 1$, $c = 0$, la linea verticale tratteggiata indica la frequenza di eccitazione in ingresso Ω

In figura 59 è mostrato l'andamento della risposta in frequenza dello spostamento della massa m_1 , al variare del rapporto tra le rigidezze r , con la frequenza di eccitazione uguale alla frequenza iniziale alla quale è sintonizzato il DVA $\Omega = \omega_a$ (con smorzamento nullo). L'andamento della risposta al variare di r , evidenzia come il caso lineare ($r = 1$) annulli la risposta alla risonanza come già visto nel capitolo iniziale, mentre per rapporti prossimi ad 1 (0.9, 1.1) si riesce a minimizzare la risposta nell'intorno della frequenza di eccitazione rispetto ad altri valori.

Valori superiori all'unità di r (1.3) invece sono sconsigliabili, in quanto aumentano la risposta rispetto anche al caso senza DVA.

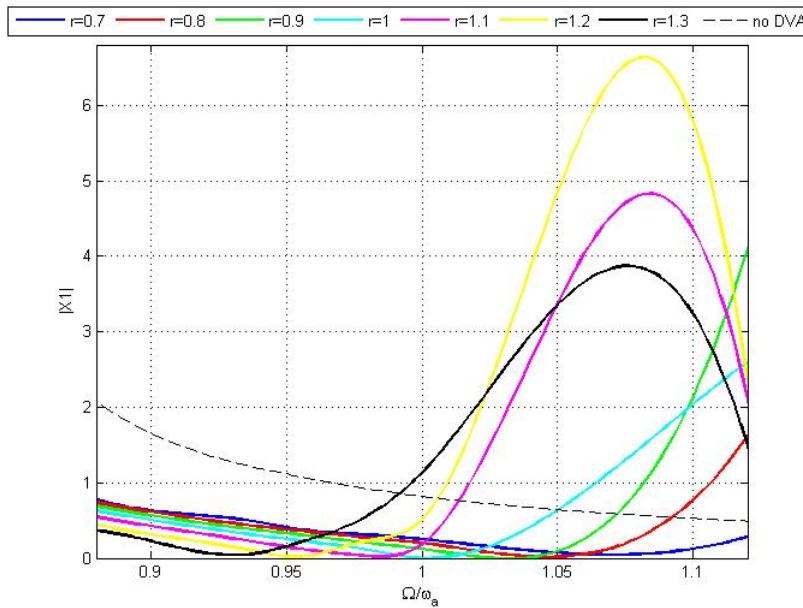


Figura 60: Spostamento $X_1(\Omega)$ a regime, al variare di r , $\mu = 0.1$, $e = 0.1 \cdot \delta_{max,r=1}$, $c = 0$

Mentre in figura 60 è riportato l'andamento della risposta della massa m_1 alla frequenza Ω , al variare di r . Per diversi valori della frequenza della forzante, quindi si è osservata la risposta X_1 in corrispondenza di tale frequenza. Si osserva che valori inferiori all'unità consentono di minimizzare la risposta nell'intorno della frequenza che si vuole annullare. Al contrario valori superiori ad 1 di r non risultano assolutamente ottimali, in quanto aumentano la risposta anche rispetto al caso senza DVA, per frequenze di eccitazione superiori ad ω_a .

La seconda analisi è stata fatta al variare della lunghezza e , espressa come percentuale dell'allungamento massimo del DVA nel caso lineare. Si è visto quindi come cambia la risposta alla frequenza Ω al variare della stessa.

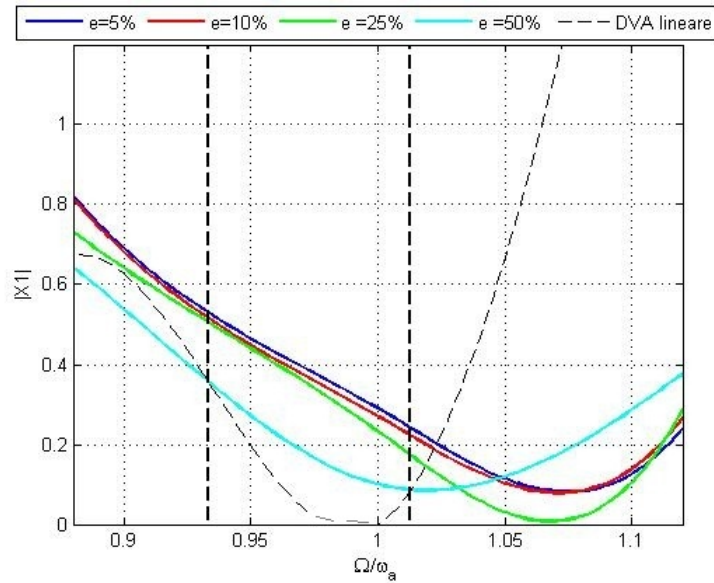


Figura 61: Spostamento $X_1(\Omega)$ variare di e , $\mu = 0.1$, $r = 0.7$, $c = 0$

Osservando la figura 61, un valore ottimale di e può essere tra il 25% e il 50% della deformazione massima rispetto al caso lineare.

Si osserva che la banda per il quale il DVA lineare è più efficiente rispetto a quelli non lineari si mantiene come logico aspettarsi vicino alla frequenza di risonanza per la quale è tarato il DVA.

5.2 Verifica tramite modello multicorpo

Una volta compreso il comportamento di un DVA con rigidità variabile, è stato possibile verificarne il comportamento nel modello multicorpo con l'MVA. La scelta ottimale, come si è visto, risiede in un assorbitore con r inferiore ad uno.

Attraverso una serie di simulazioni è stato possibile tarare le nuove rigidità del' MVA del modello multicorpo, in particolare per trovare dei valori di r accettabili si è osservato:

- il cambiamento della risposta alla $4/rev$
- il cambiamento della zona di soppressione nell'intorno della $4/rev$
- la risposta ad una variazione di velocità angolare

Per quanto riguarda l' MVA nel piano, si riporta il confronto fatto tra $r_{xz} = 0.95$ e $r_{xz} = 0.8$, due valori di r significativi per il caso in esame che consentono di verificare il diverso funzionamento del' MVA. Mentre per quanto riguarda l'

MVA fuori dal piano il valore di r scelto è più basso ($r_y = 0.75$), in quanto per valori prossimi all'unità non si notano cambiamenti apprezzabili della risposta.

Il valore di e è stato preso uguale a 5 mm per tutti e due i casi, ovvero uguale al 30% circa della massima deformazione delle molle usate per rappresentare l' MVA nel modello multicorpo.

Ciò ha portato a modificare la rigidezza a due dei quattro elementi elastici usati per rappresentare l' MVA nel piano (K_{xz}). Le forze equivalenti esercitate ora dall' MVA nel piano xz sono:

$$F_{xz} = \begin{cases} k_{A_{xz}} \cdot e_{xz} + k_{B_{xz}} \cdot (\delta - e_{xz}) & \delta > e \\ k_{A_{xz}} \cdot \delta & -e < \delta < e \\ -k_{A_{xz}} \cdot e_{xz} + k_{B_{xz}} \cdot (\delta + e_{xz}) & \delta < -e \end{cases} \quad (72)$$

$$k_{A_{xz}} = 403.2\text{ N/mm}, k_{B_{xz}} = 424.4\text{ N/mm} (r = 0.95), k_{B_{xz}} = 504\text{ N/mm} (r = 0.8)$$

Si è poi modificata la rigidezza della molla elicoidale usata per rappresentare l' MVA fuori dal piano, la cui forza esercitata ora diventa:

$$F_y = \begin{cases} k_{A_y} \cdot e_y + k_{B_y} \cdot (\delta - e_y) & \delta > e \\ k_{A_y} \cdot \delta & -e < \delta < e \\ -k_{A_y} \cdot e_y + k_{B_y} \cdot (\delta + e_y) & \delta < -e \end{cases} \quad (73)$$

$$k_{A_y} = 122.88\text{ N/mm}, k_{B_y} = 162.88\text{ N/mm}, e = 5\text{ mm}$$

5.2.1 Analisi delle risposte

Anche in questo caso la risposta è stata analizzata in termini di spostamenti, accelerazioni nel sistema fisso, e trasmissibilità, che verranno confrontati con il caso lineare visto precedentemente.

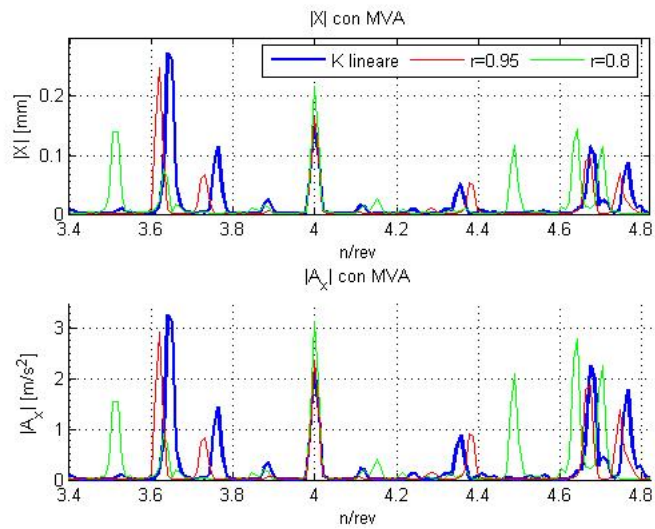


Figura 62: FFT - Spostamento e accelerazione in x di A

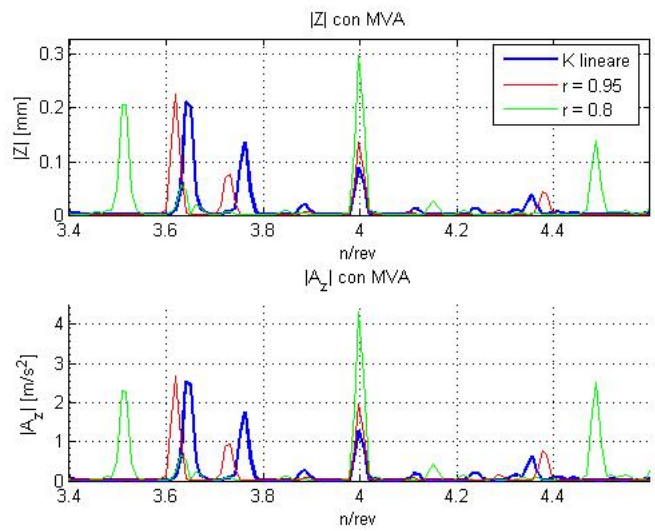


Figura 63: FFT - Spostamento e accelerazione in z di A

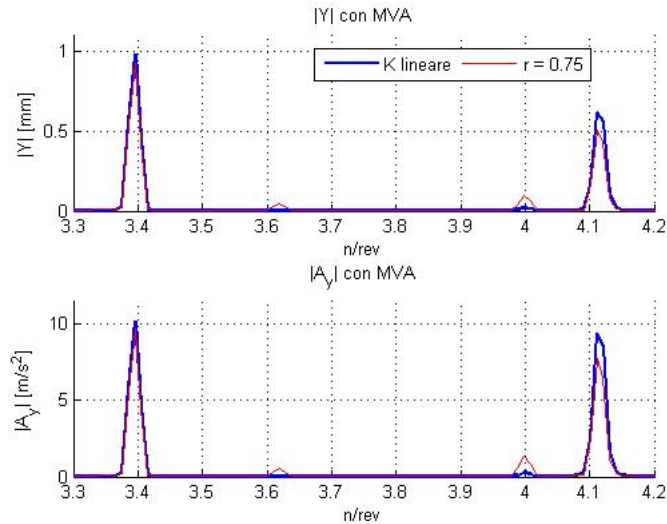


Figura 64: FFT - Spostamento e accelerazione in y di A

Le figure 62 e 63 evidenziano come nel piano si riesca ad attenuare la risposta nell'intorno della $4/rev$ per $r = 0.95$. In particolare per quanto riguarda la risposta in x alla 4Ω , si mantiene praticamente inalterata rispetto al caso lineare, garantendo inoltre una migliore soppressione dei modi vicini a tale frequenza. Con $r = 0.8$ la risposta alla $4/rev$ aumenta, garantendo comunque una buona soppressione dei modi vicini. Invece in figura 63 si osserva come la risposta alla $4/rev$ aumenti rispetto al caso lineare per entrambe i rapporti, garantendo tuttavia una migliore soppressione del livello vibratorio nella banda circostante. In questo caso con un rapporto r di 0.8 la risposta alla $4/rev$ aumenta circa del 50% rispetto a $r = 0.95$.

In figura 64 si vede invece come rispetto a y i modi rimangano vicino alla 4Ω su livelli comunque alti.

Per altri valori di r , non risulta comunque vantaggioso l'utilizzo di una rigidità variabile, in quanto la risposta alla 4Ω subisce in ogni caso un aumento rispetto al caso lineare, e la banda di soppressione non subisce significativi miglioramenti tali da giustificare un tale cambiamento di rigidità.

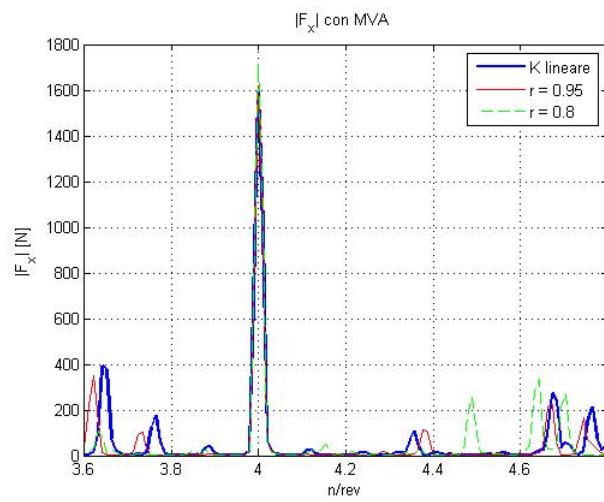


Figura 65: Trasmissibilità in x

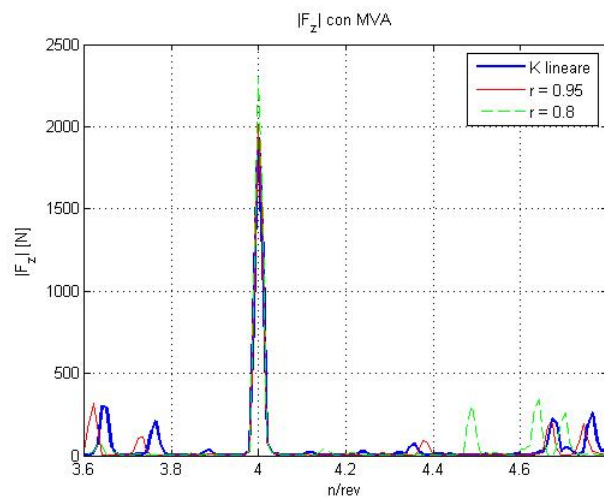


Figura 66: Trasmissibilità in z

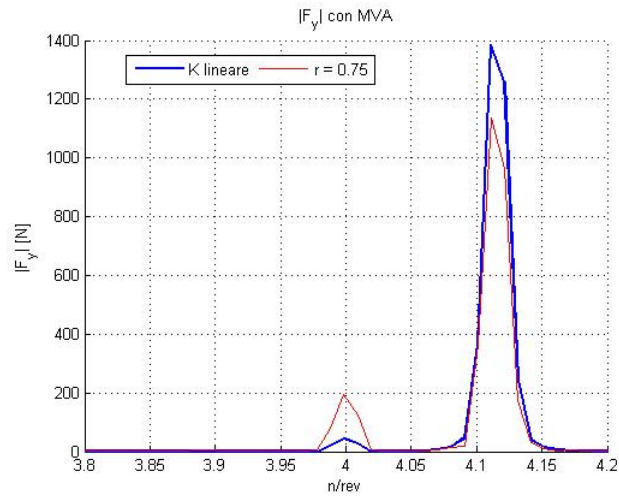


Figura 67: Trasmissibilità in y

L'analisi delle forze trasmesse al sistema fisso, evidenziando quindi come le forze trasmesse alla 4Ω per $r = 0.95$ in questo caso siano circa allo stesso livello del caso lineare, mentre per $r = 0.8$ le forze trasmesse subiscono un aumento. La forza verticale (figura 67) alla $4/rev$ aumenta notevolmente con l'utilizzo di un MVA non lineare.

	T_x	T_z	T_y
<i>senza MVA</i>	2.05	2.08	1.22
<i>con MVA</i>	1.07	1.01	0.01
<i>MVA non lineare</i>	$r_{0.95} \rightarrow 1.09$ $r_{0.8} \rightarrow 1.16$	$r_{0.95} \rightarrow 1.05$ $r_{0.8} \rightarrow 1.2$	0.08

Tabella 13: Coefficienti di trasmissibilità alla $4/rev$

Il comportamento di un MVA non lineare, è stato verificato anche in presenza di una variazione della velocità angolare. In particolare è stata esaminata la risposta a regime del sistema con una variazione del 5% rispetto alla velocità nominale del rotore.

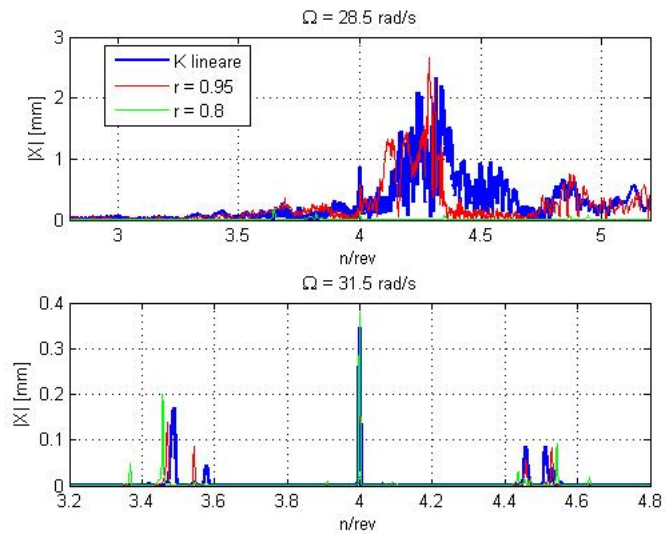


Figura 68: FFT - spostamento in x a regime, risposta a variazione della velocità angolare

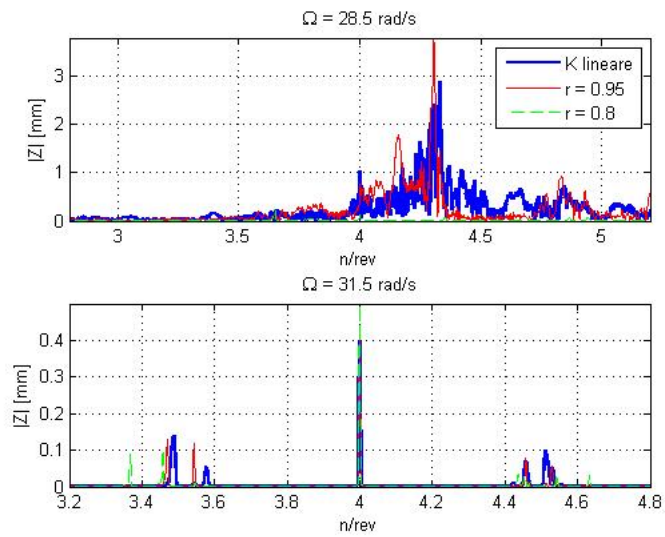


Figura 69: FFT - spostamento in z a regime, risposta a variazione della velocità angolare

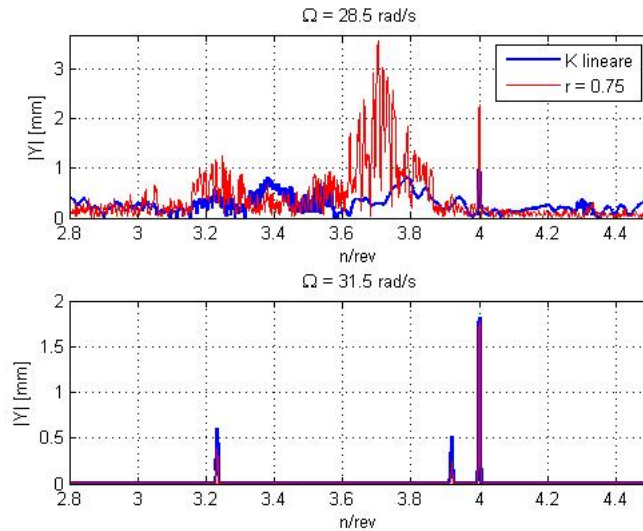


Figura 70: FFT - spostamento in y a regime, risposta a variazione della velocità angolare

Le risposte nel piano in questo caso (figure 69 e 68), mostrano un netto miglioramento per $r = 0.8$ rispetto a x e rispetto a z soprattutto per una variazione della velocità angolare inferiore del 5% rispetto a quella nominale. Per una variazione superiore del 5% invece è discutibile l'utilizzo di un MVA non lineare.

Invece la figura 70 mostra come non vi siano miglioramenti significativi in questo caso nell'attenuazione del livello vibratorio rispetto all'asse y in entrambe i casi.

I risultati ottenuti hanno dimostrato come l'implementazione di un assorbitore dinamico con rigidità variabile possa essere una strada percorribile per l'assorbimento delle vibrazioni nel piano. In particolare l'utilizzo di un rapporto prossimo all'unità ($r = 0.95$) risulta più conveniente in quanto gli spostamenti e le accelerazioni, così come la trasmissibilità alla $4/rev$, si mantengono più bassi rispetto al caso con $r = 0.8$, garantendo una migliore banda di soppressione rispetto al caso lineare. Mentre per una variazione di velocità angolare un rapporto r di 0,8 risulta come evidenziato in fig. 68 e 69, altamente più efficiente.

Invece, per quanto riguarda l' MVA fuori dal piano, risulta più conveniente mantenere la molla dimensionata al paragrafo 3.2.

Rimane da definire come dimensionare un oggetto con tali caratteristiche elastiche. Un ampia gamma di materiali disponibili oggi, consentono di ottenere degli oggetti con comportamento come quello identificato in questo pa-

ragrafo.

Un'ultima analisi è stata fatta confrontando le ampiezze delle risposte rispetto all'ampiezza della forzante, e la trasmissibilità sempre rispetto all'ampiezza della forzante. Come si vede (figure 71, 72, 73, 74), la non linearità geometrica della risposta, dovuta ai grandi spostamenti in gioco, è ovviamente accentuata per grandi valori dell'ampiezza della forzante nel caso con rigidità variabile (in questo caso il confronto è stato fatto con $r = 0.95$).

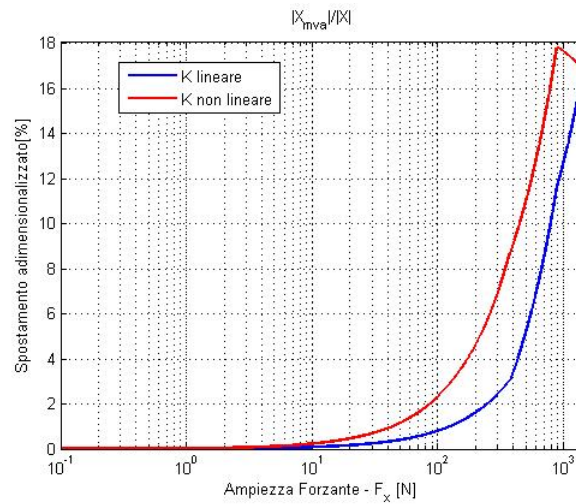


Figura 71: Ampiezza dello spostamento in x adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante

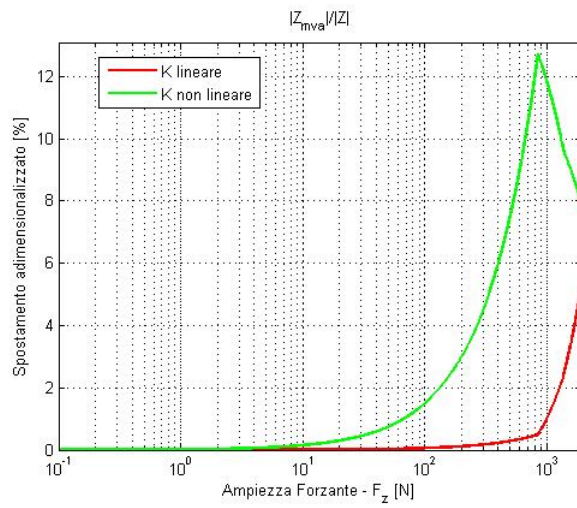


Figura 72: Ampiezza dello spostamento in z adimensionalizzato alla 4/rev, al variare dell'ampiezza della forzante

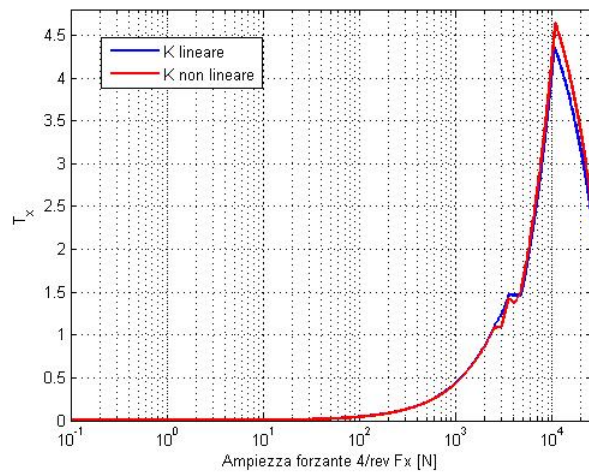


Figura 73: T_x in funzione dell'ampiezza F_x

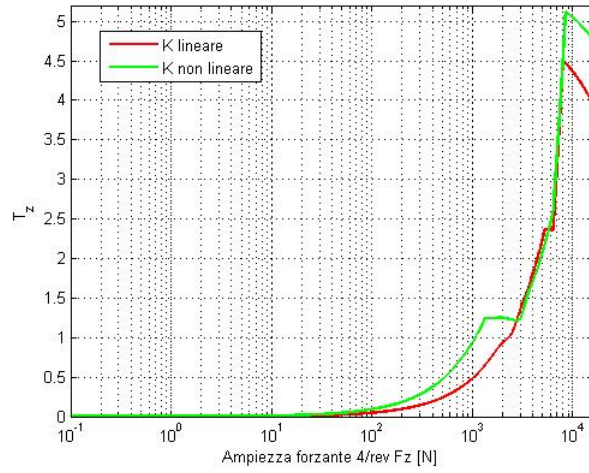


Figura 74: T_z in funzione dell'ampiezza F_z

6 Conclusioni e sviluppi futuri

Il lavoro svolto ha consentito, a partire dallo studio dei sistemi di isolamento passivi maggiormente utilizzati in ambito elicotteristico, di dimensionare un isolatore dinamico (Mast Vibration Absorber) per l'elicottero *Puma*.

L'isolatore dinamico in oggetto, come si è visto è costituito da due componenti: una usata per l'assorbimento delle vibrazioni nel piano, e l'altra per l'assorbimento delle vibrazioni fuori dal piano. Per l'assorbimento delle vibrazioni nel piano si è partiti dal modello di trave di Eulero-Bernoulli, per ricavare il primo modo di vibrare della trave, in modo da dimensionare la massa dell'assorbitore, garantendo che essa non assuma valori eccessivi. Allo stesso modo si è agito per il dimensionamento dell'assorbitore verticale, che in questo caso consiste in una molla elicoidale, strumento altamente utilizzato in ambito industriale per l'assorbimento delle vibrazioni. La massa complessiva del Mast Vibration Absorber ottenuta è di 36 Kg , un valore standard per questo tipo di dispositivi. I carichi utilizzati per il dimensionamento sono quelli massimi riscontrabili dall'elicottero di riferimento alla frequenza di $4/\text{rev}$, ricavati come specificato dalla letteratura in bibliografia. Pertanto il sistema dimensionato sarà utilizzato per diminuire i carichi e il livello vibratorio dovuto a quella frequenza, infatti sappiamo che il maggior contributo in termini di vibrazioni in un elicottero misurato nel sistema non rotante è dato dai carichi provenienti dalle frequenze multiple del numero di pale, in particolar modo la $4/\text{rev}$.

L'analisi tramite un modello semplificato multicorpo del sistema, ha consentito di verificare l'effettiva efficacia del sistema dimensionato, tramite lo svolgimento di un opportuna campagna di simulazioni. La risposta del sistema è stata analizzata in termini di spostamenti, accelerazioni e forze, senza e con Mast Vibration Absorber. Da cui si è appresa l'effettiva efficacia del dispositivo, infatti si è osservata una riduzione del livello vibratorio considerevole rispetto a tutti gli assi, in particolare rispetto all'asse verticale y si assiste ad un quasi totale annullamento della risposta alla $4/\text{rev}$. Si è riscontrata tuttavia, una non ottimale separazione delle frequenze misurate nel sistema non rotante, soprattutto per quanto riguarda le vibrazioni verticali, dove i modi del sistema si mantengono vicini alla $4/\text{rev}$. Ciò è dovuto come spiegato, al rapporto di massa tra l'MVA e la struttura da isolare, che si mantiene su valori molto bassi, portando i modi propri della struttura ad essere vicini alla zona di risonanza per la quale si vogliono ridurre le vibrazioni. Tuttavia, tale inconveniente non si avrebbe se nel modello multicorpo, fosse stato preso in considerazione solamente il rotore isolato, quindi senza modellare come si è fatto anche la struttura sottostante costituita dalla trasmissione e dal motore. Agendo in questo modo infatti la massa complessiva da isolare sarebbe stata notevolmente inferiore, portando quindi le frequenze proprie del sistema più lontano dalla zona di risonanza. Un altro parametro importante studiato è stato la trasmissibilità, intesa come rapporto tra la forza trasmessa e la forzante, per lo studio della quale si è monitorato l'andamento dei carichi trasmessi come visto in appositi punti del sistema. Si

è osservato appunto, che la presenza dell' MVA, consente una buona riduzione dei carichi trasmessi.

Si è riusciti quindi a salvaguardare il livello vibratorio dovuto alle forzanti alla 4/rev tramite l'introduzione dell' MVA. Ciò comporta una serie di benefici riscontrabili nella riduzione dei carichi trasmessi alla fusoliera e quindi garantisce un adeguato comfort agli occupanti del velivolo.

L'introduzione di un assorbitore dinamico con relazione forza-spostamento lineare a tratti, ha dimostrato come sia possibile ridurre la banda di soppressione nel piano del rotore. Potrà poi essere oggetto di sviluppi futuri, trovare un materiale adatto all'attuazione della legge trovata per la riduzione delle vibrazioni, con l'eventuale introduzione anche di elementi dissipativi, per garantire un ulteriore isolamento della struttura.

Un'ulteriore considerazione riguardo l'installazione dell' MVA può essere fatta sulla vita a fatica del rotore, infatti la riduzione delle ampiezze di vibrazione ottenuta grazie all' MVA, influenza positivamente la vita a fatica del rotore. Tale studio potrà essere oggetto di lavori futuri.

Ulteriori sviluppi del lavoro svolto, possono essere individuati in uno studio ad elementi finiti dell' MVA, integrato con uno studio della configurazione in termini di pesi e dimensioni del rotore del *Puma*, in modo da implementare l' MVA su quell'apposito rotore.

Riferimenti bibliografici

- [1] AA.VV, *A Comparison of Lifting-Line and CFD Methods with Flight Test Data from a Research Puma Helicopter*. Nasa Technical Memorandum 110421, 1996, pp. 187-193.
- [2] W. Johnson, *Helicopter theory*, Dover publications, 1980.
- [3] T. Kryszinski, F. Malburet, *Mechanical Vibrations: Active and Passive Control*, ISTE, 2007.
- [4] Eugene I. Rivin, *Passive Vibration Isolation*, Wiley-Blackwell, 2003.
- [5] R.A. Ibrahim, *Recent Advances in nonlinear passive vibration isolators*. Journal of Sound and Vibration, 2006.
- [6] Nicholas A. Alexander, Frank Schilder, *Exploring the performance of a nonlinear tuned mass damper*, Journal of Sound and Vibration, 2008.
- [7] Gebrail Bekdas, Sinan Meli Nigdeli, *Mass Ratio for optimum tuned mass dampers strategies*, Journal of Sound and Vibration, 2012.
- [8] J. H. Bonsel, R. H. B. Fey, H. Nijmeijer, *Application of a dynamic vibration absorber to a piecewise linear beam system*, Nonlinear Dynamics, 2004.
- [9] Y. Starosvetsky, O. V. Gendelman, *Attractors of harmonically forced linear oscillator with attached nonlinear energy sink. II: Optimization of a nonlinear vibration absorber*, Nonlinear Dynamics, 2008.
- [10] D. Pun, Y. B. Liu, *On the design of the piecewise linear vibration absorber*, Nonlinear Dynamics, 2000.
- [11] M. Arra, *L'elicottero*. Hepli, 2005.
- [12] R. Greco, G.C. Marano, *Optimum design of tuned mass Dampers by displacement and energy perspectives*, Soil dynamics and earthquake engineering, 2013.
- [13] Den Hartog, J.P., *Mechanical Vibrations*, Dover publications, 1985.
- [14] F. Nilvetti, *Controllo delle vibrazioni mediante l'uso di PAC (Programmable Automation Controller)*, Tesi di dottorato, 2011.
- [15] MSC Software, *ADAMS/Insight training guide*, 2003.
- [16] R. L. Mouille, G. C. L. Genaux, M. A. Declercq, J. M. Leman, R. J. Suzzi, *Device for damping the vibrations of a rotary-wing aircraft rotor*, United States Patent, 1981.
- [17] R. G. Carlson, R. A. Stone, S. Hook, L. Kingston, *Helicopter air-spring vibration absorber*, United States Patent, 1986.

- [18] A. Sehgal, M. R. Smith, F. B. Stamps, B. Marshall, C.E. Covington, *Rotor system vibration absorber*, United States Patent, 2006.
- [19] T. Kryszinski, M. F. Anthoine, *Device for reducing the vibrations generated by a lift rotor of a rotary-wing aircraft*, United States Patent, 2000.
- [20] A. G. Thompson, *Optimum tuning and damping of a dynamic vibration absorber applied to a force excited and damped primary system*, Journal of Sound and Vibration, 1981.
- [21] R. G. Cobb, J. M. Sullivan, A. Das, L. P. Davis, *Vibration isolation and suppression system for precision payloads in space*, Smart Aaterials Structures, 1999.
- [22] F.S. Samani, F. Pellicano, *Vibration reduction of beams under successive traveling loads by means of linear and nonlinear dynamic absorber*, Journal of Sound and Vibration, 2010.