

**POLITECNICO DI MILANO**  
**Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale**  
**Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile**  
**Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale**



**STRUTTURE INDUSTRIALI MODULARIZZATE:  
CARICHI DINAMICI NEL TRASPORTO VIA MARE**

---

Relatore: Prof. Ing. Federico PEROTTI

Correlatori: Dott. Ing. Raffaele ARDITO

Ing. Loris GIOVANNINI

Tesi di Laurea di:

Luca D'ALESSANDRO

Matr. n. 797163

Anno Accademico 2013-2014





---

## INDICE

INDICE .....	I
RINGRAZIAMENTI .....	VII
INDICE DELLE FIGURE .....	IX
INDICE DELLE TABELLE.....	XXIII
SOMMARIO .....	XXV
ABSTRACT.....	XXVI
INTRODUZIONE .....	1
1. IL TRASPORTO VIA MARE .....	4
1.1. “Seakeeping” nella progettazione navale.....	4
2. LA NASCITA DELLE ONDE.....	7
3. TEORIE DELLE ONDE .....	13
3.1. Onda piana regolare .....	14
3.2. Teorie a potenziale dell’onda.....	16
3.2.1. Teoria lineare a potenziale dell’ onda.....	20
3.2.1.1. Deep water.....	25
3.2.1.2. Shallow water.....	26
3.3. Limiti della teoria lineare di Airy .....	27
3.4. Lo “Stretching” di Wheeler .....	28
3.5. Teoria al second’ordine di Stokes .....	29

---

4. CORPO RIGIDO IN MOTO ONDOSO.....	31
4.1. Il corpo rigido.....	32
4.1.1. Sistemi di riferimento.....	32
4.1.2. Gradi di libertà del corpo rigido.....	33
4.1.3. Caratteristiche del corpo rigido in esame.....	34
4.1.3.1. Caratteristiche della chiatta.....	34
4.1.3.2. Caratteristiche dei moduli.....	40
4.1.3.3. Caratteristiche del natante come somma di tutte le sue componenti..	44
4.2. Frequenza di incontro $\omega_e$ .....	47
4.3. Teoria a potenziale lineare.....	50
4.3.1. Teoria lineare a potenziale: corpo rigido con velocità media nulla.....	51
4.3.2. Teoria lineare a potenziale: corpo rigido con velocità media non nulla.....	54
4.3.3. Composizione delle equazioni del moto.....	55
4.3.3.1. Contributi del potenziale di radiazione.....	55
4.3.3.2. Contributi del potenziale dell'onda incidente e di diffrazione.....	59
4.3.3.3. Contributo di forze e momenti idrostatici.....	61
4.4. Equazioni del moto.....	62
4.4.1. Smorzamento non lineare per il rollio.....	66
4.5. Teoria a potenziale lineare: metodi risolutivi.....	70
4.5.1. "Strip theory".....	71
4.5.2. "Boundary Elements Method" : "3D Panel method".....	72
5. RISOLUTORE ANSYS AQWA.....	75
6. CARATTERISTICHE DI GALLEGGIAMENTO DEL CORPO.....	77
6.1. Lo scafo.....	77
6.2. Piano di galleggiamento.....	78
6.3. Condizioni di equilibrio idrostatico del corpo galleggiante.....	80
6.4. Stabilità del corpo galleggiante: definizione del metacentro.....	82

---

7. DATABASE DELLE CARATTERISTICHE DELL'ONDA .....	86
7.1. Parametri significativi dell'onda dal database NOAA .....	87
7.1.1. Database NOAA: stazione 1, n° 46066 .....	90
7.1.2. Database NOAA: stazione 2, n° 46075 .....	93
7.1.3. Database NOAA: stazione 3, n° 46072 .....	96
7.1.4. Database NOAA: stazione 4, n° 46070 .....	99
7.1.5. Database NOAA: altezze per stagione e parametri associati.....	102
7.2. Parametri significativi dell'onda dalla ricerca di Alves e Young.....	104
8. COMBINAZIONE DELLE ACCELERAZIONI: PUNTO P.....	106
9. SCELTA DELLE TIPOLOGIE DI ANALISI.....	109
10. CALCOLO LINEARE DELLE GRANDEZZE RELATIVE ALLE EQUAZIONI DEL MOTO.....	112
10.1. "Response Amplitude Operator" (RAO).....	116
10.2. Angolo di rotta .....	117
10.3. Formule approssimate per i periodi naturali .....	118
10.4. Moto di sussulto.....	119
10.4.1. Moto di sussulto: onda di prora $\mu = 180^\circ$ .....	120
10.4.2. Moto di sussulto: onda di poppa $\mu = 0^\circ$ .....	128
10.5. Moto di rollio: onde al traverso .....	134
10.6. Moto di beccheggio .....	141
10.6.1. Moto di beccheggio: onda di prora $\mu = 180^\circ$ .....	142
10.6.2. Moto di beccheggio: onda di poppa $\mu = 0^\circ$ .....	149
10.7. Andamento della fase per ciascuna direzione d'onda.....	155
10.7.1. Fasi per mare di prua, $\mu = 180^\circ$ .....	156
10.7.2. Fasi per mare al traverso, $\mu = 90^\circ$ .....	158
10.7.3. Fasi per mare di poppa, $\mu = 0^\circ$ .....	160

---

<b>11. ANALISI DETERMINISTICA: ONDA REGOLARE DI AMPIEZZA REALE DI 1° E 2° ORDINE, “LONG CRESTED SEA”</b> .....	<b>162</b>
11.1. Scelta tipologie di mare .....	163
11.2. Individuazione delle ampiezze d’onda.....	164
11.3. Mare di prua, $\mu = 180^\circ$ .....	165
11.3.1. Analisi con $f_{e,pr,1} = 0,100$ Hz .....	165
11.3.2. Analisi con $f_{e,pr,3} = 0,120$ Hz .....	167
11.3.3. Considerazioni sui risultati per mare di prora.....	169
11.4. Mare di poppa, $\mu = 0^\circ$ .....	170
11.4.1. Analisi con $f_{e,po,2} = 0,095$ Hz.....	170
11.4.2. Analisi con $f_{e,po,3} = 0,185$ Hz.....	172
11.4.3. Considerazioni sui risultati per mare di poppa .....	174
11.5. Mare al traverso, $\mu = 90^\circ$ .....	175
11.5.1. Analisi con $f_{e,tr,1} = 0,140$ Hz.....	175
11.5.2. Considerazioni sui risultati per mare al traverso .....	177
<b>12. ONDE NON REGOLARI</b> .....	<b>178</b>
12.1. Analisi di Fourier .....	182
12.2. Spettro di energia .....	183
12.2.1. Spettro di Pierson -Moskowitz.....	190
12.2.2. Spettro di Bretschneider .....	192
12.2.3. Spettro JONSWAP .....	194
12.3. Propagazione delle onde e spettro bidirezionale “short crested sea” .....	197

---

<b>13. ANALISI ALEATORIA LINEARE: ONDE NON REGOLARI, “SHORT CRESTED SEA”</b> .....	<b>199</b>
13.1. Definizione degli spettri bidirezionali in input .....	201
13.1.1. Spettri bidirezionali per $T_R = 8$ anni.....	201
13.1.2. Spettri bidirezionali tipo Bretschneider per $T_R = 100$ anni.....	208
13.2. RAO bidimensionali e fasi associate.....	213
13.3. Calcolo della risposta nel baricentro del natante .....	221
13.3.1. Mare di prua.....	222
13.3.2. Mare di poppa.....	231
13.3.3. Mare al traverso.....	239
13.3.4. Massime accelerazioni e rotazioni baricentriche.....	247
13.4. Calcolo della risposta nel punto P .....	249
<b>14. CONFRONTO CON LE NORMATIVE</b> .....	<b>250</b>
14.1. Noble & Denton .....	251
14.2. Det Norske Veritas .....	256
14.2.1. Parametri base .....	257
14.2.2. Accelerazioni di abbrivio, scarroccio/imbardata, sussulto .....	258
14.2.3. Rotazione ed accelerazione di rollio .....	259
14.2.4. Rotazione ed accelerazione di beccheggio .....	260
14.2.5. Confronto tra Normativa DNV e analisi precedenti.....	261
<b>15. MODULI TRASPORTATI SENZA PRIMO PIANO</b> .....	<b>264</b>
15.1. Caratteristiche corpo rigido .....	264
15.2. Accelerazioni punto P: Matrice T .....	267
15.3. Calcolo lineare delle grandezze delle equazioni del moto.....	268
15.4. Risultati long/short crested sea a confronto con le Normative.....	271
15.4.1. Noble & Denton .....	272
15.4.2. Det Norske Veritas .....	273
15.5. Confronto tra i due modelli.....	274



---

16. SLAMMING .....	275
17. CALCOLO DELLA RISPOSTA STRUTTURALE .....	279
17.1. Struttura oggetto di studio .....	279
17.2. Stati di mare di riferimento.....	283
17.3. Storie temporali e modello strutturale.....	285
17.4. Quantità di riferimento .....	286
17.5. Analisi con azioni da trasporto.....	287
17.5.1. Sole accelerazioni alla base.....	287
17.5.2. Accelerazioni alla base e rotazioni del supporto .....	289
18. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI .....	293
APPENDICE A: FIGURE DEGLI SPETTRI DEI MOTI .....	295
A.1. Mare di prua .....	295
A.2. Mare di poppa .....	300
A.3. Mare al traverso .....	305
BIBLIOGRAFIA .....	311

---

## RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato possibile grazie alla collaborazione tra A.N.I.M.P. Milano, ECI e al Politecnico di Milano.

Vorrei rivolgere un ringraziamento a tutti i partecipanti alla Task Force ANIMP “Modularization”, in particolare all’Ingegnere Loris Giovannini, Ingegnere Gabriele Scandolo, Ingegnere Lorenzo Caravita dell’azienda Fagioli, per i loro preziosi consigli e per avermi accolto più volte nella Loro sede.

Ringrazio il Dipartimento DICA per aver accompagnato lo sviluppo di questo lavoro, in particolare il Prof. Luca Martinelli.

Ringrazio il Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria per l’aiuto nell’utilizzo del software ANSYS AQWA.

Ringrazio tutti gli amici (&parenti), colleghi e non, per avermi ascoltato ed illuminato in molte occasioni: la vicinanza di persone care è tutto nella vita.

Questo lavoro, oltre che per lo studio in sé e per i contenuti sviluppati ed approfonditi, mi ha permesso di crescere molto come persona e come futuro ingegnere, e ciò soltanto grazie alla guida paziente, sempre disponibile e costantemente illuminante dei “maestri” Prof. Federico Perotti e Prof. Raffaele Ardito: a loro un sincero grazie.

---

---

---

## INDICE DELLE FIGURE

<i>Fig.Introduzione.1: Chiatta standard (Mak3) in navigazione</i>	<i>pag 2</i>
<i>Fig.2.1: Spettro d'energia dell'onda: in rosso il meccanismo di generazione dell'onda, in blu le forze di richiamo e/o di smorzamento</i>	<i>pag 7</i>
<i>Fig.2.2: Generazione delle wind waves</i>	<i>pag 8</i>
<i>Fig.2.3: (a) Short crested sea, (b) Long crested sea</i>	<i>pag 11</i>
<i>Fig.2.4: Scala Internazionale di Beaufort</i>	<i>pag 12</i>
<i>Fig.3.1: Principio di sovrapposizione</i>	<i>pag 13</i>
<i>Fig.3.2: Descrizione onda piana: (a) per istante di tempo fissato, (b) da un predefinito punto nello spazio</i>	<i>pag 14</i>
<i>Fig.3.3: Teorie delle onde in ambito ingegneristico: h profondità fondale, H altezza dell'onda, T periodo, g accelerazione di gravità, tutto in m e s</i>	<i>pag 19</i>
<i>Fig.3.4: Pulsazione dell'onda in funzione della lunghezza d'onda (scala logaritmica) al variare della profondità del bacino h</i>	<i>pag 22</i>
<i>Fig.3.5: Celerità dell'onda in funzione della lunghezza d'onda (scala logaritmica) al variare della profondità del bacino h</i>	<i>pag 23</i>
<i>Fig.3.6: Campo di velocità del fluido secondo la teoria lineare a potenziale</i>	<i>pag 24</i>
<i>Fig.3.7: Orbite delle particelle fluide secondo la teoria lineare delle onde al variare della profondità del bacino</i>	<i>pag 26</i>
<i>Fig.3.8: Confronto tra i profili d'onda al primo ed al second'ordine</i>	<i>pag 30</i>
<i>Fig.4.1: Standard barge in navigazione</i>	<i>pag 31</i>
<i>Fig.4.2: Sistemi di riferimento globali e del corpo rigido</i>	<i>pag 32</i>
<i>Fig.4.3: Tipica traiettoria in moto ondoso</i>	<i>pag 32</i>
<i>Fig.4.4: Gradi di libertà del corpo rigido del natante</i>	<i>pag 33</i>
<i>Fig.4.5: Chiatta standard, oggetto di studio, dimensioni in cm</i>	<i>pag 34</i>
<i>Fig.4.6: Sezione trasversale chiatta, quote in cm</i>	<i>pag 35</i>
<i>Fig.4.7: Modulo del pipe-rack</i>	<i>pag 40</i>
<i>Fig.4.8: Schema semplificato modulo</i>	<i>pag 41</i>
<i>Fig.4.9: Modello semplificato per il calcolo delle masse</i>	<i>pag 42</i>
<i>Fig.4.10: Chiatta e disposizione moduli</i>	<i>pag 44</i>
<i>Fig.4.11: Relazione tra frequenza d'onda e frequenza d'incontro</i>	<i>pag 48</i>
<i>Fig.4.12: Posizioni relative mare di una nave in diversi sistemi ondosi (Bhattacharrya, 1978)</i>	<i>pag 49</i>

---

<i>Fig.4.13: Contributi alle equazioni del moto</i>	<i>pag 64</i>
<i>Fig.4.14: Andamento nel tempo di un test di decadimento del moto di rollio</i>	<i>pag 67</i>
<i>Fig.4.15: Coefficiente di smorzamento in funzione dell'ampiezza media del moto</i>	<i>pag 68</i>
<i>Fig.4.16: Esempio di mesh a pannelli</i>	<i>pag 73</i>
<i>Fig.4.17: Mesh sulla struttura in esame</i>	<i>pag 73</i>
<i>Fig.6.1: Figura di galleggiamento</i>	<i>pag 78</i>
<i>Fig.6.2: Scafo e linea di galleggiamento</i>	<i>pag 79</i>
<i>Fig.6.3: Equilibrio dei momenti</i>	<i>pag 80</i>
<i>Fig.6.4: Riassunto stutuzioni Fig.6.3</i>	<i>pag 81</i>
<i>Fig.6.5: Condizioni di equilibrio in diverse configurazioni de natante</i>	<i>pag 82</i>
<i>Fig.6.5(b) (c): Definizione del metacentro</i>	<i>pag 83</i>
<i>Fig.6.5(a): Definizione del metacentro</i>	<i>pag 84</i>
<i>Fig.6.6: Evoluta metacentrica</i>	<i>pag 84</i>
<i>Fig.7.1: Disposizione delle boe nel Pianeta: in giallo le boe con registrazioni recenti, in rosso quelle con registrazioni aggiornate ad 8 ore fa</i>	<i>pag 87</i>
<i>Fig.7.2: Posizione stazione 1, n° 46066</i>	<i>pag 88</i>
<i>Fig.7.3: Posizione stazione 2, n° 46075</i>	<i>pag 88</i>
<i>Fig.7.4: Posizione stazione 3, n° 46072</i>	<i>pag 88</i>
<i>Fig.7.5: Posizione stazione 4, n° 46070</i>	<i>pag 88</i>
<i>Fig.7.6: Legenda tipologia di grafico</i>	<i>pag 89</i>
<i>Fig.7.7: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 1</i>	<i>pag 90</i>
<i>Fig.7.8: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 1</i>	<i>pag 90</i>
<i>Fig.7.9: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 1</i>	<i>pag 91</i>
<i>Fig.7.10: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 2</i>	<i>pag 93</i>
<i>Fig.7.11: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 2</i>	<i>pag 93</i>
<i>Fig.7.12: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 2</i>	<i>pag 94</i>
<i>Fig.7.13: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 3</i>	<i>pag 96</i>
<i>Fig.7.14: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 3</i>	<i>pag 96</i>
<i>Fig.7.15: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 3</i>	<i>pag 97</i>
<i>Fig.7.16: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 4</i>	<i>pag 99</i>
<i>Fig.7.17: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 4</i>	<i>pag 99</i>
<i>Fig.7.18: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 4</i>	<i>pag 100</i>
<i>Fig.7.19: Altezza significativa dell'onda con periodo di ritorno di 50 anni</i>	<i>pag 104</i>
<i>Fig.7.20: Altezza significativa dell'onda con periodo di ritorno di 100 anni</i>	<i>pag 105</i>

<i>Fig.8.1: Punto di riferimento per il calcolo delle accelerazioni al piede della struttura</i>	<i>pag 106</i>
<i>Fig.8.2: Posizione nei tre piani del punto P</i>	<i>pag 107</i>
<i>Fig.10.1: Onda regolare</i>	<i>pag 112</i>
<i>Fig.10.2: Leggi orarie della depressione dell'onda e del generico moto nave nel caso di onde regolari</i>	<i>pag 113</i>
<i>Fig.10.3: Classificazione degli angoli di rotta nave-onda</i>	<i>pag 117</i>
<i>Fig.10.4: Andamento del termine <math>A_{33}</math> dell'equazione del moto [kg] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 120</i>
<i>Fig.10.5: Andamento del termine <math>C_{33}</math> dell'equazione del moto [N/(m/s)] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 121</i>
<i>Fig.10.6: Percentuale di smorzamento critico moto sussulto in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 121</i>
<i>Fig.10.7: Andamento del termine <math>F_{33}</math> dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 122</i>
<i>Fig.10.8: Andamento del termine <math>F_{33, FK}</math> dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 122</i>
<i>Fig.10.9: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto <math> \zeta </math> e quella dell'onda [m/m] in funzione della frequenza d'incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 123</i>
<i>Fig.10.10: Moto di sussulto per un natante di dimensioni simili a quello in esame in funzione delle diverse velocità di avanzo <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 124</i>
<i>Fig.10.11: RAO acc. di sussulto [m/s<sup>2</sup>/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz], <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 126</i>
<i>Fig.10.12: Interazione nave-onda per ottenere la massima acceleraz. di sussulto <math>\mu = 180^\circ</math>, la scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu)</i>	<i>pag 127</i>
<i>Fig.10.13: Andamento del termine <math>A_{33}</math> dell'equazione del moto [kg] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 128</i>
<i>Fig.10.14: Andamento del termine <math>C_{33}</math> dell'equazione del moto [N/(m/s)] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 129</i>
<i>Fig.10.15: Percentuale di smorzamento critico moto sussulto in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 129</i>
<i>Fig.10.16: Andamento del termine <math>F_{33}</math> dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 130</i>
<i>Fig.10.17: Andamento del termine <math>F_{33, FK}</math> dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 130</i>
<i>Fig.10.18: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto <math> \zeta </math> e quella dell'onda [m/m] in funzione della frequenza d'incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 131</i>

<i>Fig.10.19: Moto di sussulto per un natante di dimensioni simili a quello in esame in funzione delle diverse velocità di avanzo <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 132</i>
<i>Fig.10.20: RAO acc. di sussulto <math>[m/s^2/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 132</i>
<i>Fig.10.21: Moto di rollio per un natante di dimensioni simili a quello in esame in funzione delle diverse velocità di avanzo <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 134</i>
<i>Fig.10.22: Andamento del termine <math>A_{44}</math> dell'equazione del moto <math>[kg\ m^2/rad]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 135</i>
<i>Fig.10.23: Andamento del termine <math>C_{44}</math> dell'equazione del moto <math>[Nm/(rad/s)]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 135</i>
<i>Fig.10.24: Percentuale di smorzamento critico moto rollio in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 136</i>
<i>Fig.10.25: Andamento del termine <math>F_{44}</math> dell'equazione del moto <math>[Nm/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 137</i>
<i>Fig.10.26: Andamento del termine <math>F_{44, FK}</math> dell'equazione del moto <math>[Nm/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 137</i>
<i>Fig.10.27: RAO rot. di rollio <math>\phi</math> <math>[^\circ/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 138</i>
<i>Fig.10.28: Interazione nave-onda per ottenere la massima rotazione di rollio <math>\mu = 90^\circ</math>, la scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu)</i>	<i>pag 139</i>
<i>Fig.10.29: RAO acc. di rollio <math>[rad/s^2/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 140</i>
<i>Fig.10.30: Andamento del termine <math>A_{55}</math> dell'equazione del moto <math>[kg\ m^2/rad]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 142</i>
<i>Fig.10.31: Andamento del termine <math>C_{55}</math> dell'equazione del moto <math>[Nm/(rad/s)]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 142</i>
<i>Fig.10.32: Percentuale di smorzamento critico moto beccheggio in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 143</i>
<i>Fig.10.33: Andamento del termine <math>F_{55}</math> dell'equazione del moto <math>[Nm/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 144</i>
<i>Fig.10.34: Andamento del termine <math>F_{55, FK}</math> dell'equazione del moto <math>[Nm/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math> <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 144</i>
<i>Fig.10.35: RAO rot. di beccheggio <math>\theta</math> <math>[^\circ/m]</math> in funzione della frequenza di incontro <math>[Hz]</math>, <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 145</i>
<i>Fig.10.36: Interazione nave-onda per ottenere la massima rot. di beccheggio <math>\mu = 180^\circ</math>, la scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu)</i>	<i>pag 146</i>

Fig.10.37: RAO acc. di beccheggio [ $\text{rad/s}^2/\text{m}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz], $\mu = 180^\circ$	pag 147
Fig.10.38: Interazione nave-onda per ottenere la massima rotazione di beccheggio $\mu = 180^\circ$	pag 148
Fig.10.39: Andamento del termine $A_{55}$ dell'equazione del moto [ $\text{kg m}^2/\text{rad}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz] $\mu = 0^\circ$	pag 149
Fig.10.40: Andamento del termine $C_{55}$ dell'equazione del moto [ $\text{Nm}/(\text{rad/s})$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz] $\mu = 0^\circ$	pag 149
Fig.10.41: Percentuale di smorzamento critico moto beccheggio in funzione della frequenza di incontro [Hz] $\mu = 0^\circ$	pag 150
Fig.10.42: Andamento del termine $F_{55}$ dell'equazione del moto [ $\text{Nm}/\text{m}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz] $\mu = 0^\circ$	pag 151
Fig.10.43: Andamento del termine $F_{55, FK}$ dell'equazione del moto [ $\text{Nm}/\text{m}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz] $\mu = 0^\circ$	pag 151
Fig.10.44: RAO rot. di beccheggio $\theta$ [ $^\circ/\text{m}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz], $\mu = 0^\circ$	pag 152
Fig.10.45: RAO acc. di beccheggio [ $\text{rad/s}^2/\text{m}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz], $\mu = 0^\circ$	pag 153
Fig.10.46: Interazione nave-onda per ottenere la massima acceleraz. di beccheggio $\mu = 0^\circ$ , la scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu)	pag 154
Fig.10.47: Andamento della fase $\theta$ [ $^\circ$ ] per lo spost. di abbrivio (X), per mare di prua $\mu = 180^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 156
Fig.10.48: Andamento della fase $\theta$ [ $^\circ$ ] per lo spost. di sussulto ( $\zeta$ ), per mare di prua $\mu = 180^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 156
Fig.10.49: Andamento della fase $\theta$ [ $^\circ$ ] per la rot. di beccheggio ( $\theta$ ), per mare di prua $\mu = 180^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 157
Fig.10.50: Andamento della fase $\theta$ [ $^\circ$ ] per lo spost. di scarroccio ( $\gamma$ ), per mare al trav. $\mu = 90^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 158
Fig.10.51: Andamento della fase $\theta$ [ $^\circ$ ] per la rotazione di rollio ( $\phi$ ), per mare al trav. $\mu = 90^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 158
Fig.10.52: Andamento della fase $\theta$ per lo spost. di sussulto ( $\zeta$ ), per mare al trav. $\mu = 90^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 159
Fig.10.53: Andamento della fase $\theta$ [ $^\circ$ ] per lo spost. di abbrivio (X), per mare di poppa $\mu = 0^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 160
Fig.10.54: Andamento della fase $\theta$ [ $^\circ$ ] per lo spost. di sussulto ( $\zeta$ ), per mare di poppa $\mu = 0^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz]	pag 160



<i>Fig.10.55: Andamento della fase <math>\theta</math> [°] per la rot. di beccheggio (<math>\theta</math>), per mare di poppa <math>\mu = 0^\circ</math>, in funzione della frequenza di incontro [Hz]</i>	<i>pag 161</i>
<i>Fig.11.1: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 166</i>
<i>Fig.11.2: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 166</i>
<i>Fig.11.3: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 168</i>
<i>Fig.11.4: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 168</i>
<i>Fig.11.5: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 171</i>
<i>Fig.11.6: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 171</i>
<i>Fig.11.7: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 173</i>
<i>Fig.11.8: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 173</i>
<i>Fig.11.9: Rotazione di rollio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 176</i>
<i>Fig.11.10 Rotazione di rollio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate</i>	<i>pag 176</i>
<i>Fig.12.1: Profilo del mare in un prefissato istante, ottenuto tagliando la superficie ondosa lungo una direzione (osservazione istantanea)</i>	<i>pag 179</i>
<i>Fig.12.2: Profilo del mare in un punto prestabilito, ottenuto mediante la registrazione dell'onda nel tempo (osservazione puntuale)</i>	<i>pag 179</i>
<i>Fig.12.3: Spettro di energia delle onde ottenuto mediante l'analisi di Fourier della serie temporale di un mare irregolare</i>	<i>pag 184</i>
<i>Fig.12.4: Spettro di energia delle onde per una distribuzione continua di componenti</i>	<i>pag 185</i>
<i>Fig.12.5: Particolari serie temporali, processo: (a) a banda stretta, (b) a banda larga</i>	<i>pag 187</i>
<i>Fig.12.6: Particolari spettri, processo: a) a banda stretta, b) a banda larga</i>	<i>pag 188</i>
<i>Fig.12.7: Esempio di Spettro di Pierson –Moskowitz</i>	<i>pag 191</i>
<i>Fig.12.8: Esempio di Spettro di Bretschneider: (a) per <math>H_{1/3}</math> fissato al variare di <math>T_{picco}</math>, (b) per <math>T_m</math> fissato al variare di <math>H_{1/3}</math></i>	<i>pag 193</i>
<i>Fig.12.9: Evoluzione dello spettro di densità di energia in relazione alla condizione del mare</i>	<i>pag 194</i>

<i>Fig.12.10: Andamento del parametro <math>\gamma</math> [/] in funzione di <math>H_{1/3}</math> e <math>T_{picco}</math> Chakrabarti e Snider, 1975</i>	<i>pag 195</i>
<i>Fig.12.11: Confronto tra i due spettri di Bretschneider e JONSWAP per altezza significativa e periodo modale indicati</i>	<i>pag 195</i>
<i>Fig.12.12: Spettro bidirezionale</i>	<i>pag 197</i>
<i>Fig.12.13: Funzione di dispersione al variare della costante <math>m</math></i>	<i>pag 198</i>
<i>Fig.13.1: Spettro monodirezionale di progetto per <math>T_R=8</math> anni del tipo Bretschneider [<math>m^2/Hz</math>], in funzione della frequenza [Hz]</i>	<i>pag 202</i>
<i>Fig.13.2: Trasformazione dello spettro di energia delle onde in spettro di incontro con onde di prora, per velocità di avanzo sostenuta</i>	<i>pag 203</i>
<i>Fig.13.3: Spettro monodirezionale di progetto per <math>T_R=8</math> anni del tipo Bretschneider [<math>m^2/Hz</math>], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di prora (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider <math>T_R=8</math> anni in funzione della frequenza (in rosso)</i>	<i>pag 204</i>
<i>Fig.13.4: Spettro monodirezionale di progetto per <math>T_R=8</math> anni del tipo Bretschneider [<math>m^2/Hz</math>], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di poppa (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider <math>T_R=8</math> anni in funzione della frequenza (in rosso)</i>	<i>pag 204</i>
<i>Fig.13.5: Spettro monodirezionale di progetto per <math>T_R=8</math> anni del tipo Bretschneider [<math>m^2/Hz</math>], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare al traverso (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider <math>T_R=8</math> anni in funzione della frequenza (in rosso)</i>	<i>pag 205</i>
<i>Fig.13.6: Spettro bidirez. di progetto per <math>T_R=8</math> anni Scelta 1 del tipo Bretsch. [<math>m^2/(Hz rad)</math>], con funzione di dispersione "cosenquadro" per mare di prora, in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad]</i>	<i>pag 206</i>
<i>Fig.13.7: Spettro bidirez. di progetto per <math>T_R=8</math> anni Scelta 1 del tipo Bretsch. [<math>m^2/(Hz rad)</math>], con funzione di dispersione "cosenquadro" per mare di poppa, in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad]</i>	<i>pag 206</i>
<i>Fig.13.8: Spettro bidirez. di progetto per <math>T_R=8</math> anni Scelta 1 del tipo Bretsch. [<math>m^2/(Hz rad)</math>], con funzione di dispersione "cosenquadro" per mare al traverso, in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad]</i>	<i>pag 207</i>
<i>Fig.13.9: Spettro monodirez. di progetto per <math>T_R=100</math> anni del tipo Bretschneider [<math>m^2/Hz</math>], in funzione della frequenza [Hz]</i>	<i>pag 209</i>

- Fig.13.10: Spettro monodirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di prora (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R = 100$  anni in funzione della frequenza (in rosso) pag 209
- Fig.13.11: Spettro monodirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di poppa (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R = 100$  anni in funzione della frequenza (in rosso) pag 210
- Fig.13.12: Spettro monodirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare al traverso (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R = 100$  anni in funzione della frequenza (in rosso) pag 210
- Fig.13.13: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/(Hz \text{ rad})$ ], con funzione di dispersione "cosenquadro", in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di prora pag 211
- Fig.13.14: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/(Hz \text{ rad})$ ], con funzione di dispersione "cosenquadro", in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di poppa pag 211
- Fig.13.15: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/(Hz \text{ rad})$ ], con funzione di dispersione "cosenquadro", in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare al traverso pag 212
- Fig.13.16: RAO accelerazione di abbrivio (X) [ $m/s^2 / m$ ] (a) e fase dello spostamento [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$  pag 214
- Fig.13.17: RAO accelerazione di scarroccio (Y) [ $m/s^2 / m$ ] (a) e fase dello spostamento [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$  pag 215
- Fig.13.18: RAO accelerazione di sussulto ( $\zeta$ ) [ $m/s^2 / m$ ] (a) e fase dello spostamento [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$  pag 216
- Fig.13.19: RAO accelerazione di rollio ( $\phi$ ) [ $rad/s^2 / m$ ] (a) e fase della rotazione [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$  pag 217
- Fig.13.20: RAO accelerazione di beccheggio ( $\theta$ ) [ $rad/s^2 / m$ ] (a) e fase della rotazione [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$  pag 218

Fig.13.21: RAO accelerazione di imbardata ( $\Psi$ ) [ $\text{rad/s}^2/\text{m}$ ] (a) e fase della rotazione [ $\text{rad}$ ] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $^\circ$ ] per $0^\circ < \nu < 180^\circ$	pag 219
Fig.13.22: RAO rotazione di rollio ( $\phi$ ) [ $\text{rad}/\text{m}$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $^\circ$ ] per $0^\circ < \nu < 180^\circ$	pag 220
Fig.13.23: RAO rotazione di beccheggio ( $\theta$ ) [ $\text{rad}/\text{m}$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $^\circ$ ] per $0^\circ < \nu < 180^\circ$	pag 220
Fig.13.24: Spettro accelerazione di sussulto ( $S_{acc, z}$ ) [ $\text{m}^2/\text{s}^4/(\text{Hz rad})$ ], per mare di prora, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $\text{rad}$ ] per $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$	pag 223
Fig.13.25: Spettro rotazione di rollio ( $S_{rot, \phi}$ ) [ $\text{rad}^2/(\text{Hz rad})$ ], per mare di prora, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $\text{rad}$ ] per $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$	pag 224
Fig.13.26: Spettro rotazione di beccheggio ( $S_{rot, \theta}$ ) [ $\text{rad}^2/(\text{Hz rad})$ ], per mare di prora, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $\text{rad}$ ] per $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$	pag 225
Fig.13.27: Storia temporale dell'accelerazione di abbrivio [ $\text{m/s}^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora	pag 227
Fig.13.28: Storia temporale dell'accelerazione di scarroccio [ $\text{m/s}^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare	pag 227
Fig.13.29: Storia temporale dell'accelerazione di sussulto [ $\text{m/s}^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora	pag 228
Fig.13.30: Storia temporale dell'accelerazione di rollio [ $\text{rad/s}^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora	pag 228
Fig.13.31: Storia temporale dell'accelerazione di beccheggio [ $\text{rad/s}^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora	pag 229
Fig.13.32: Storia temporale dell'accelerazione di imbardata [ $\text{rad/s}^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora	pag 229
Fig.13.33: Storia temporale della rotazione di rollio [ $\text{rad}$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora	pag 230

Fig.13.34: Storia temporale della rotazione di beccheggio [rad], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora	pag 230
Fig.13.35: Spettro accelerazione di sussulto ( $S_{acc, \gamma}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per $-\pi/2 < \nu < \pi/2$	pag 232
Fig.13.36: Spettro rotazione di rollio ( $S_{rot, \phi}$ ) [ $rad^2 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per $-\pi/2 < \nu < \pi/2$	pag 233
Fig.13.37: Spettro rotazione di beccheggio ( $S_{rot, \theta}$ ) [ $rad^2 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per $-\pi/2 < \nu < \pi/2$	pag 234
Fig.13.38: Storia temporale dell'accelerazione di abbrivio [ $m/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa	pag 235
Fig.13.39: Storia temporale dell'accelerazione di scarroccio [ $m/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa	pag 235
Fig.13.40: Storia temporale dell'accelerazione di sussulto [ $m/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa	pag 236
Fig.13.41: Storia temporale dell'accelerazione di rollio [ $rad/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa	pag 236
Fig.13.42: Storia temporale dell'accelerazione di beccheggio [ $rad/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa	pag 237
Fig.13.43: Storia temporale dell'accelerazione di imbardata [ $rad/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare	pag 237
Fig.13.44: Storia temporale della rotazione di rollio [rad], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa	pag 238
Fig.13.45: Storia temporale della rotazione di beccheggio [rad], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa	pag 238

Fig.13.46: Spettro accelerazione di sussulto ( $S_{acc, \psi}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare al traverso, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per $0 < \nu < \pi$	pag 240
Fig.13.47: Spettro rotazione di rollio ( $S_{rot, \phi}$ ) [ $rad^2 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare al traverso, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per $0 < \nu < \pi$	pag 241
Fig.13.48: Spettro rotazione di beccheggio ( $S_{rot, \theta}$ ) [ $rad^2 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare al traverso, per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (a) e $T_R = 100$ anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per $0 < \nu < \pi$	pag 242
Fig.13.49: Storia temporale dell'accelerazione di abbrivio [ $m/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 243
Fig.13.50: Storia temporale dell'accelerazione di scarroccio [ $m/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 243
Fig.13.51: Storia temporale dell'accelerazione di sussulto [ $m/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 244
Fig.13.52: Storia temporale dell'accelerazione di rollio [ $rad/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 244
Fig.13.53: Storia temporale dell'accelerazione di beccheggio [ $rad/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 245
Fig.13.54: Storia temporale dell'accelerazione di imbardata [ $rad/s^2$ ], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 245
Fig.13.55: Storia temporale della rotazione di rollio [rad], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 246
Fig.13.56: Storia temporale della rotazione di beccheggio [rad], per $T_R = 8$ anni Scelta 1 (rosso) e $T_R = 100$ anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso	pag 246

---

<i>Fig.14.1: Indicazioni N&amp;D su rotazione di rollio (roll) e beccheggio (pitch) e accelerazione di sussulto (heave), in funzione delle caratteristiche del natante</i>	<i>pag 251</i>
<i>Fig.15.1: Schema semplificato modulo</i>	<i>pag 264</i>
<i>Fig.15.2: Modello semplificato per il calcolo delle masse</i>	<i>pag 265</i>
<i>Fig.15.3: Chiatta e disposizione moduli</i>	<i>pag 266</i>
<i>Fig.15.4: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto <math> \zeta </math> e quella dell'onda [m/m] in funzione della frequenza d'incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 268</i>
<i>Fig.15.5: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto <math> \zeta </math> e quella dell'onda [m/m] in funzione della frequenza d'incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 268</i>
<i>Fig.15.6: Rapporto tra l'ampiezza del moto di rollio <math> \phi </math> e quella dell'onda [<math>^\circ</math>/m] in funzione della frequenza d'incontro [Hz] <math>\mu = 90^\circ</math></i>	<i>pag 269</i>
<i>Fig.15.7: Rapporto tra l'ampiezza del moto di beccheggio <math> \theta </math> e quella dell'onda [<math>^\circ</math>/m] in funzione della frequenza d'incontro [Hz] <math>\mu = 180^\circ</math></i>	<i>pag 270</i>
<i>Fig.15.8: Rapporto tra l'ampiezza del moto di beccheggio <math> \theta </math> e quella dell'onda [<math>^\circ</math>/m] in funzione della frequenza d'incontro [Hz] <math>\mu = 0^\circ</math></i>	<i>pag 270</i>
<i>Fig.17.1: Modello di riferimento</i>	<i>pag 279</i>
<i>Fig.17.2: Modello 1), schema strutturale per azioni di vento e PSV</i>	<i>pag 280</i>
<i>Fig.17.3: Sezione profili metallici dei pilastri: HEB400</i>	<i>pag 280</i>
<i>Fig.17.4: Modello 2), schema strutturale per azione di sisma di elevata severità (0,40g)</i>	<i>pag 281</i>
<i>Fig.17.5: Sezione profili metallici dei pilastri di interpiano diverso dal primo: sezione tubolare</i>	<i>pag 281</i>
<i>Fig.17.6: Punto di riferimento per il calcolo delle accelerazioni (punto P), modulo di riferimento</i>	<i>pag 282</i>

- Fig.A.1: Spettro accelerazione di abbrivio ( $S_{acc, x}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$  pag 295
- Fig.A.2: Spettro accelerazione di scarroccio ( $S_{acc, \nu}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$  pag 296
- Fig.A.3: Spettro accelerazione di rollio ( $S_{acc, \phi}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$  pag 297
- Fig.A.4: Spettro accelerazione di beccheggio ( $S_{acc, \theta}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$  pag 298
- Fig.A.5: Spettro accelerazione di imbardata ( $S_{acc, \psi}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$  pag 299
- Fig.A.6: Spettro accelerazione di abbrivio ( $S_{acc, x}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$  pag 300
- Fig.A.7: Spettro accelerazione di scarroccio ( $S_{acc, \nu}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$  pag 301
- Fig.A.8: Spettro accelerazione di rollio ( $S_{acc, \phi}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$  pag 302
- Fig.A.9: Spettro accelerazione di beccheggio ( $S_{acc, \theta}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$  pag 303
- Fig.A.10: Spettro accelerazione di imbardata ( $S_{acc, \psi}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$  pag 304
- Fig.A.11: Spettro accelerazione di abbrivio ( $S_{acc, x}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$  pag 305



- 
- Fig.A.12: Spettro accelerazione di scarroccio ( $S_{acc, \nu}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ],  
per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b),  
in funzione della frequenza di incontro [Hz] e  
della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$  pag 306
- Fig.A.13: Spettro accelerazione di rollio ( $S_{acc, \phi}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ],  
per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b),  
in funzione della frequenza di incontro [Hz] e  
della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$  pag 307
- Fig.A.14: Spettro acceleraz. di beccheggio ( $S_{acc, \theta}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ],  
per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b),  
in funzione della frequenza di incontro [Hz] e  
della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$  pag 308
- Fig.A.15: Spettro acceleraz. di imbardata ( $S_{acc, \psi}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz \text{ rad})$ ],  
per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b),  
in funzione della frequenza di incontro [Hz] e  
della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$  pag 309

---

## INDICE DELLE TABELLE

<i>Tab.2.1: Altezza del mare [ft], period significativo del mare [s], minimo "fetch" [miglio nautico]</i>	<i>pag 10</i>
<i>Tab.4.1: Disposizione delle linee di acqua aggiunta e momenti d'inerzia di massa baricentrali di ciascuna linea nelle tre direzioni</i>	<i>pag 38</i>
<i>Tab.4.2: Calcolo momenti di inerzia di massa del modulo</i>	<i>pag 43</i>
<i>Tab.4.3: Posizione e calcolo momenti di inerzia di massa di trasporto di ciascun modulo</i>	<i>pag 45</i>
<i>Tab.4.4: Momenti di inerzia del natante, con tutte le sue parti, considerato come corpo rigido</i>	<i>pag 46</i>
<i>Tab.7.1: Scelta delle boe di riferimento</i>	<i>pag 87</i>
<i>Tab.10.1: Scelta delle ampiezze d'onda</i>	<i>pag 164</i>
<i>Tab.13.1: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al baricentro del natante, con spettro per <math>T_R = 8</math> anni con <math>T_z = 7</math> s, <math>H_{1/3} = 11</math> m (Scelta 1)</i>	<i>pag 247</i>
<i>Tab.13.2: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al baricentro del natante, con spettro per <math>T_R = 8</math> anni con <math>T_z = 7</math> s, <math>H_{1/3} = 3</math> m (Scelta 2)</i>	<i>pag 247</i>
<i>Tab.13.3: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al baricentro del natante, con spettro per <math>T_R = 8</math> anni con <math>T_z = 10</math> s, <math>H_{1/3} = 8</math> m (Scelta 3)</i>	<i>pag 247</i>
<i>Tab.13.4: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al punto P, con spettro per <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 1 (più conservativo) e <math>T_R = 100</math> anni</i>	<i>pag 249</i>
<i>Tab.14.1: Confronto tra GL N&amp;D e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 1)</i>	<i>pag 254</i>
<i>Tab.14.2: Confronto tra GL N&amp;D e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 2)</i>	<i>pag 254</i>
<i>Tab.14.3: Confronto tra GL N&amp;D e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 3)</i>	<i>pag 254</i>
<i>Tab.14.4: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 1)</i>	<i>pag 261</i>
<i>Tab.14.5: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 2)</i>	<i>pag 261</i>
<i>Tab.14.6: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 3)</i>	<i>pag 262</i>
<i>Tab.14.7: Confronto tra GL N&amp;D e DNV rispetto al valore DNV</i>	<i>pag 263</i>

---

<i>Tab.15.1: Confronto tra GL N&amp;D e risultati delle analisi numeriche affrontate</i>	<i>pag 272</i>
<i>Tab.15.2: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate</i>	<i>pag 273</i>
<i>Tab.17.1: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al punto P, con spettro per <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 1 (più conservativo) e <math>T_R = 100</math> anni</i>	<i>pag 283</i>
<i>Tab.17.2: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al punto P, con mare al traverso, spettro per <math>T_R = 8</math> anni di Scelta 1</i>	<i>pag 284</i>
<i>Tab.17.3: Modelli strutturali esistenti: risposta per carichi in loco</i>	<i>pag 286</i>
<i>Tab.17.4: Confronto con il Modello 1) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (sole accelerazioni alla base)</i>	<i>pag 287</i>
<i>Tab.17.5: Confronto con il Modello 2) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (sole accelerazioni alla base)</i>	<i>pag 288</i>
<i>Tab.17.6: Confronto con il Modello 1) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (accelerazioni e rotazioni alla base)</i>	<i>pag 389</i>
<i>Tab.17.7: Confronto con il Modello 1) tra risposta per azioni da trasporto con sole accelerazioni e con accelerazioni e rotazioni alla base</i>	<i>pag 389</i>
<i>Tab.17.8: Confronto con il Modello 2) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (accelerazioni e rotazioni alla base)</i>	<i>pag 291</i>
<i>Tab.17.9: Confronto con il Modello 2) tra risposta per azioni da trasporto con sole accelerazioni e con accelerazioni e rotazioni alla base</i>	<i>pag 291</i>
<i>Tab.17.10: Confronto tra Modelli 1) e 2) in relazione alle azioni da trasporto al completo</i>	<i>pag 292</i>

---

## SOMMARIO

Il lavoro di tesi si colloca all'interno di un progetto di ricerca sviluppato dalla sezione "Construction" di ANIMP (Associazione Nazionale di Impiantistica Industriale) in collaborazione con ECI (European Construction Institute); il coordinamento del progetto è svolto da ANIMP con il Politecnico di Milano.

Nel progetto, che prevede la collaborazione tra aziende leader nel campo della costruzione industriale off-site, si affrontano sia tematiche di carattere gestionale, sia argomenti più strettamente legati alla progettazione strutturale.

Il lavoro si inserisce nella stima dei carichi da trasporto, per due scopi: (a) condurre un paragone con le Normative esistenti (N&D, DNV) che forniscono valori di riferimento per le accelerazioni e rotazioni; (b) confronto con le azioni e dunque sollecitazioni che caratterizzano la progettazione della struttura in situ quali vento, sisma e carichi gravitazionali.

Il case study di riferimento è composto da un unico corpo rigido formato da: chiatta standard, otto moduli della struttura del piperack disposti secondo schema di carico tipo.

Si sono condotte analisi dinamiche in relazione a stati di mare caratteristici della rotta di interesse Corea-Canada con onde regolari e non regolari, calibrati secondo le funzioni di risposta in frequenza del sistema in modo da massimizzare rotazioni ed accelerazioni del corpo rigido.

Le caratteristiche d'onda si sono recuperate da database online con tempi di ritorno di 8 e 100 anni.

Il confronto con le diverse Normative ha evidenziato: sostanziale carenza di informazioni per quanto concerne la N&D, caratterizzata da coefficienti di sicurezza elevati; buona struttura e valori di confronto per quanto concerne la DNV.

In secondo luogo si sono condotte analisi dinamiche lineari sulla struttura-tipo: in primo luogo con le sole storie temporali di accelerazione alla base in tutte e sei le direzioni, in secondo con l'aggiunta delle rotazioni del sistema di riferimento.

I confronti con le azioni del vento e del sisma di elevata intensità hanno confermato la gravosità delle azioni da trasporto: certo è che i valori di riferimento sono sempre funzione della della rotta scelta e del periodo stagionale.

---

## ABSTRACT

This work is part of a wider research project developed by the “Construction” department of ANIMP (Associazione Nazionale di Impiantistica Industriale) in collaboration with ECI (European Construction Institute); the project’s coordination is performed by ANIMP together with Politecnico di Milano. The project faces both management and structural issues concerning modularization, involving also many chief companies within the industrial off-site construction field.

The work fits in the estimation of the loads due to transport, for two purposes: (a) to conduct a comparison with the existing Standards (N&D, DNV) which provide reference values for the accelerations and rotations; (B) comparison with the actions and therefore general stresses that characterize the design of the structure in situ such as wind, seismic and gravity loads.

The case study reference is composed of a single rigid body formed by: standard barge, eight modules of the structure of piperacks arranged according usual transport schemes.

Dynamic analysis were conducted in relation to sea conditions characteristic of the Korea-Canada route with regular and non-regular waves, calibrated according to the frequency response functions of the system in order to maximize rotations and accelerations of the rigid body.

The wave characteristics were retrieved from online databases with return periods of 8 and 100 years.

The comparison with the various regulations highlighted: substantial lack of information with regard to the N&D, characterized by high safety coefficients; good organization and comparison values with regard to the DNV.

Secondly linear dynamic analysis are conducted on the structure: in the first place only with the time histories of acceleration at the base in all six directions, then with the addition of the rotations of the reference system.

Comparisons with the action of wind and earthquake of high intensity confirmed the severity of the actions due to transport: it is certain that the reference values are always a function of the route choice and the seasonal period.





---

## INTRODUZIONE

Come definisce A. Gibb nel classico testo “Off-site fabrication: prefabrication, pre-assembly and modularization” [1], la realizzazione di strutture off-site industriali viene effettuata per moduli, solitamente realizzati in officina e installati in un secondo momento in situ. Tale tecnica richiede una strategia progettuale molto sofisticata, che sia in grado di organizzare l'intero processo di realizzazione e di installazione dei moduli. Il ruolo della strategia impiegata è fondamentale per ottenere una realizzazione finale che minimizzi i costi totali, raggiungendo in tale modo l'ottimo economico.

La sola progettazione strutturale non adeguatamente sostenuta da una efficiente strategia manageriale non è in grado di portare a risultati interessanti per la modularizzazione.

Il lavoro di tesi si colloca in tal senso all'interno di un progetto di ricerca sviluppato dalla sezione “Construction” di ANIMP (Associazione Nazionale di Impiantistica Industriale) in collaborazione con ECI, European Construction Institute; il coordinamento del progetto è svolto da ANIMP con il Politecnico di Milano.

Nel progetto, che prevede la collaborazione tra aziende leader nel campo della costruzione industriale off-site, si affrontano sia tematiche di carattere gestionale, sia argomenti più strettamente legati alla progettazione strutturale.

Gli obiettivi della ricerca sono principalmente tre:

- (1) giungere ad una definizione univoca di modularizzazione nel campo della costruzione industriale;
- (2) analizzare tale modalità costruttiva dal punto di vista economico/gestionale;
- (3) proporre soluzioni strutturali che portino ad una riduzione del peso della struttura.

Dal punto di vista strutturale la soluzione più cercata in relazione all'ottimizzazione economica è dunque quella dell'alleggerimento.

La ricerca di tale obiettivo deve far i conti con requisiti normativi e strutturali non indifferenti: l'obiettivo di ridurre il peso della struttura molto spesso comporta un diminuzione eccessiva della rigidità, tale per cui il fabbricato non soddisfa più i requisiti imposti dalla normativa vigente per quanto attiene alle prestazioni allo stato limite di esercizio.

Un ulteriore aspetto fondamentale cui porre attenzione in relazione alle modifiche strutturali è quello dei carichi da trasporto, specialmente se il trasporto è via mare o oceano, come usuale: se non adeguatamente stimati questi possono arrecare danni alla struttura ancor prima che raggiunga il sito e di conseguenza problemi in termini di costi e tempi.

Il presente lavoro di tesi si colloca in quest'ottica all'interno del progetto di modularizzazione, per individuare un metodo standard per la valutazione dei suddetti e condurre dei confronti trasversali con le normative di riferimento ad oggi utilizzate dai progettisti strutturali.



---

L'analisi dei carichi da trasporto è un aspetto che sta prendendo piede negli ultimi anni nell'industria che si occupa di costruzioni off-site: nella pratica progettuale si fa usualmente riferimento ai valori indicati dalle diverse Normative, che approcciano il problema con larga conservatività.

Ciò comporta una sovrastima dei carichi che si traduce nella progettazione di appositi sistemi di controventi temporanei a volte anche molto imponenti, con conseguente incremento dei tempi di trasporto per montaggio e smontaggio.

Una stima accurata di tali azioni può dunque fornire una soluzione strutturale che sia valida per ogni esigenza, così da risparmiare costi e tempi.

Nel presente lavoro si persegue tale obiettivo in riferimento ad un case-study standard nel trasporto via mare (oceano), che considera il trasporto di moduli di pipe-rack su chiatta standard.



*Fig.Introduzione.1: Chiatta standard (Mak3) in navigazione.*

Le analisi svolte nei seguenti capitoli si basano sull'ipotesi oramai consolidata in ambito degli studi di tenuta della nave al mare di natante considerato come corpo rigido in moto ondoso.

Ciò ha permesso di semplificare molto il problema e poter ricorrere all'applicazione di teorie lineari, potendo così considerare diversi scenari e tipologie di moto ondoso: in particolare si sono condotte analisi sia deterministiche che aleatorie, considerando così sia la risposta sia per onde regolari che irregolari.

---

In particolare si è studiata la risposta del natante per mare ad “onde lunghe” e per mare ad “onde corte”.

Tutto lo studio prende piede dalla definizione delle caratteristiche di risposta dinamica del corpo rigido in funzione della direzione e della frequenza dell’onda sollecitante: tali informazioni sono state ricavate da opportune analisi con software Ansys AQWA, di cui il Politecnico ha acquistato una licenza annuale.

Lo stesso software è stato utilizzato per il calcolo della risposta del natante per onde regolari.

I dati così ottenuti sono stati elaborati e combinati tramite un apposito programma scritto in Matlab per ottenere la risposta per mare con onde corte irregolari, secondo l’usuale tecnica del calcolo spettrale nel dominio delle frequenze.

Le caratteristiche del moto ondoso considerate, quali altezza d’onda significativa e periodo medio di attraversamento dello zero, si sono ricavate dal database online del NOAA per la rotta scelta: Corea-Canada. Questi valori sono stati di riferimento anche per la definizione degli spettri di energia utilizzati nell’analisi per onde irregolari.

Una volta ottenuti i valori massimi dalle varie analisi si è proceduto al confronto con le normative vigenti in termini di trasporto marittimo, evidenziando la loro larga conservatività.

Si sono poi condotti confronti tra le sollecitazioni da trasporto sui moduli-tipo trasportati e le sollecitazioni prodotte dalle azioni in situ, concludendo che non sono affatto trascurabili, se presi a riferimento i valori massimi: risulta evidente come una attenta progettazione della rotta e del periodo stagionale di trasporto siano influenti sull’importanza di queste azioni.

Si nota che le approssimazioni condotte in questo lavoro sono ritenute generalmente accettabili nella contemporanea progettazione ingegneristica, tuttavia una stima molto più accurata può essere condotta utilizzando teorie non lineari per la modellazione del moto ondoso e/o tenendo conto dell’elasticità delle varie componenti di quello che sinora è stato considerato il corpo rigido.

In conseguenza delle ipotesi adottate non si riescono a cogliere fenomeni quali slamming e vibrazioni indotte dal distacco di vortici.

A tal proposito una tecnica sicuramente all’avanguardia che sta trovando grande sviluppo grazie alla recente disponibilità degli adeguati mezzi tecnologici è quella della Co-Simulazione, applicata a problemi di Interazione Fluido Struttura: basata sul principio “dividi et impera” permette di governare il problema con grande dettaglio sia a livello strutturale che di fluido, analizzando ciascuno dei due sottodomini con metodi specifici ed ampiamente consolidati.

---

# 1. IL TRASPORTO VIA MARE

## 1.1. “Seakeeping” nella progettazione navale

Dicesi galleggiante un corpo che si trovi parzialmente immerso e in condizioni di equilibrio sulla superficie libera di un liquido.

La nave è un galleggiante progettato e costruito per lo svolgimento di un determinato servizio.

In relazione al servizio, essa deve avere dimensioni, forme e sistemazioni tali da muoversi a mare secondo percorsi voluti, a conveniente velocità e con la necessaria sicurezza.

Ne consegue che ciascuna nave ha proprie specifiche caratteristiche e qualità; tutte comunque devono avere alcune qualità essenziali, nel senso che da esse non si può prescindere:

- galleggiabilità,
- manovrabilità,
- robustezza strutturale,
- stabilità,
- tenuta al mare,
- velocità.

La robustezza strutturale riguarda il proporzionamento delle strutture della nave, dei suoi accessori e dei particolari di allestimento.

Le altre qualità costituiscono nel loro insieme le qualità nautiche di una nave. La robustezza della struttura e le qualità nautiche conferiscono alla nave le necessarie condizioni di navigabilità.

La progettazione navale deve stabilire le dimensioni principali, le forme, la suddivisione interna, le sistemazioni degli organi di propulsione e manovra, la distribuzione delle masse e tutto quanto altro necessario per conferire alla nave i necessari requisiti di navigabilità, strettamente connessi al servizio da svolgere.

In particolare, il progetto deve definire, in maniera chiara e precisa, la Geometria della Nave, intendendo per tale la conoscenza completa delle dimensioni e delle forme e, recentemente, anche le caratteristiche di *Tenuta al Mare*.

Si indicano con Tenuta della nave al mare le caratteristiche della risposta in termini di *Moti Nave*: minori sono le ampiezze dei moti e più lente le oscillazioni, migliori sono le qualità di tenuta al mare, in inglese *seakeeping*.

---

Il termine moto nave o moti nave viene usato per indicare il movimento oscillatorio descritto da una nave, considerata come un corpo rigido, che naviga in condizioni di acqua tranquilla o di mare ondos.

Lo studio dei moti nave in diverse condizioni meteomarine è oggetto della Teoria dei Moti Nave, una delle branche più recenti della scienza navale che va sotto il nome di Teoria della Nave.

In generale, i moti nave sono prodotti dall'azione delle onde e, senza eccezione, tutte le navi vi sono soggette. Tuttavia, il grado di sensibilità differisce dal tipo di imbarcazione e l'esperienza insegna che anche navi tipologicamente simili si comportano diversamente quando navigano insieme in uno stesso mare.

È necessario a questo punto osservare che la Teoria dei Moti Nave ha avuto, negli ultimi decenni, uno sviluppo particolarmente intenso a dimostrazione delle aumentate esigenze del mercato industriale e quindi necessariamente della maggiore sensibilità da parte dell'ingegnere progettista.

Alcuni problemi hanno ricevuto nuove soluzioni per mezzo di metodi più rigorosi e molto è stato fatto anche in campo sperimentale.

Nell'esaminare i moti nave, l'interesse principale è senz'altro quello rappresentato dal moto in mare ondos, mentre lo studio del moto di una nave in acqua tranquilla viene considerato come un'introduzione all'analisi più generale di quello in presenza di onde.

Tuttavia, il moto in acqua tranquilla assume anche un interesse autonomo in quanto può verificarsi in tutti quei casi in cui la nave si trova a navigare in acque protette, come ad esempio quelle dei porti, dei laghi e dei fiumi.

Una nave in acqua tranquilla è soggetta, in posizione di equilibrio, a due sole forze e precisamente il peso e la spinta.

Queste due sono uguali ed opposte, i loro punti di applicazione si trovano sulla stessa retta verticale.

Nel caso in cui la nave descriva un movimento più o meno complesso ed in presenza di moto ondos, l'insieme delle forze agenti viene alterato considerevolmente. Così, a causa della variazione del volume immerso e degli effetti indotti dalle onde incidenti, la spinta non si mantiene costante ma cambia, da istante ad istante, sia l'intensità che il punto di applicazione, mentre la retta d'azione si discosta dalla verticale.

La pressione dell'acqua su un elemento di superficie della carena non è più solo funzione della profondità di immersione, ma dipende anche dalle caratteristiche del moto ondos quanto dagli spostamenti, dalle velocità e dalle accelerazioni della nave. La pressione esercitata dall'acqua è di tipo idrodinamico, includendo la parte idrostatica come componente di essa.

---

Si generano delle forze di attrito come risultato dell'azione degli sforzi tangenziali dovuti alla viscosità tra fluido e superficie bagnata della carena, si originano forze inerziali a seguito delle accelerazioni del corpo, le sole caratteristiche della forza peso rimangono invariate.

Appare chiara l'importanza della modellazione per poter attribuire contorni matematici al problema e procedere con la sua soluzione.

È necessario dunque uno studio del moto ondoso, delle onde in generale, del corpo che le attraversa.

Il prossimo capitolo è dedicato allo studio delle onde, a partire dalla loro nascita, per poi concentrarsi sulle caratteristiche e sui diversi modelli matematici che le descrivono, potendo così concentrarsi sullo sviluppo della teoria del moto ondoso.

Il capitolo successivo introduce la presenza del corpo rigido: ne delinea le caratteristiche meccaniche e geometriche e definisce le modifiche da adottare nella teoria del moto ondoso per la presenza di un corpo oscillante.

Fondamentale è la scelta di modellare il corpo come unico corpo perfettamente rigido: nello studio dei moti nave, il moto del sistema idrodinamico complessivo nave-fluido, avente un numero infinito di gradi di libertà, viene ridotto al caso più semplice del moto di un corpo rigido con sei gradi di libertà.

Si parlerà dunque di periodi propri della nave in riferimento non alle caratteristiche dinamiche del corpo elastico, bensì a quelle dei moti del corpo rigido.

---

## 2. LA NASCITA DELLE ONDE

Dando uno sguardo sul mare, si ha l'impressione che si tratti di una successione infinita di creste e avvallamenti senza fine né inizio, da un orizzonte all'altro.

È noto che l'ampiezza di queste creste è dipendente in un modo o nell'altro dalla velocità del vento: se il soffio del vento è leggero le irregolarità che si avvertono sono piccole, se al contrario esso è impetuoso si assiste a fenomeni tempestosi. In generale c'è un alto grado di correlazione tra la velocità del vento e altezza delle onde.

La corrispondenza tra onde e vento si nota ancor più osservando lo spettro dell'energia dell'onda:

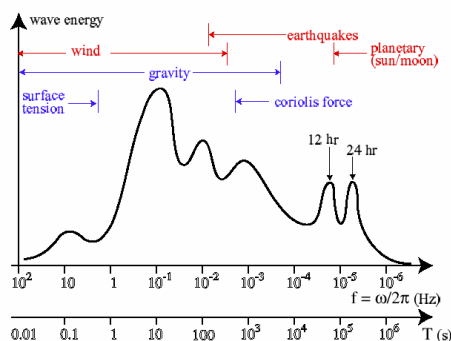


Fig.2.1: Spettro d'energia dell'onda: in rosso il meccanismo di generazione dell'onda, in blu le forze di richiamo e/o di smorzamento.

Si nota che la componente predominante nello spettro è quella di generazione da parte del vento. Altre cause di generazione delle onde sono i terremoti e le forze planetarie. Le forze planetarie guidano le correnti e causano onde con periodi molto lunghi, dell'ordine di 12-24 ore.

I terremoti sono la maggior causa delle onde cosiddette Tsunami, che, seppur rare, possono essere disastrose nel caso in cui il terremoto avvenga in prossimità della costa.

Le onde sono soggette anche a forze che tendono a riportarle alla configurazione di superficie piatta.

Tale azione si divide sulla base della frequenza: per onde corte tale ruolo è giocato dalla tensione superficiale dell'onda; per onde lunghe, caratterizzate da frequenze comprese tra 100 e 0,0001 Hz, dalla forza di gravità; per onde con frequenze ancora minori il ruolo di forza di richiamo/smorzamento è giocato dalla forza di Coriolis.

---

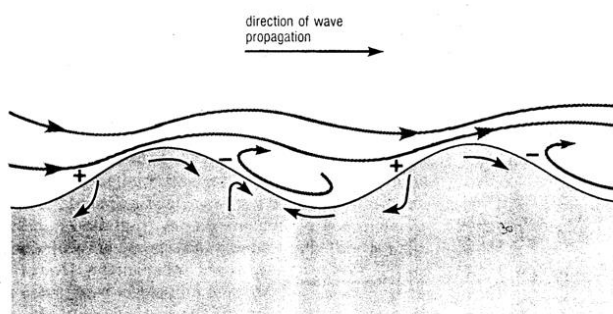
Come illustrato il vento è la maggior causa di nascita delle onde, si procede così alla descrizione di tale fenomeno di interazione che porta al formarsi del profilo ondoso.

Il soffio del vento sulla superficie liscia d'acqua crea, per fenomeni di attrito tra le due superfici, fluttuazioni turbolente della pressione: esse producono sulla superficie dell'acqua piccole onde con lunghezza di pochi centimetri, normalmente definite increspature.

La superficie del mare appare dunque irregolare, continuamente esposta al soffio del vento, il quale contribuisce ancor più alla nascita di un gradiente di pressione tra parte superiore e inferiore dell'onda, che determina la crescita della stessa. Tale fenomeno è intrinsecamente instabile e rende la crescita dell'onda esponenziale: al crescere dell'onda la differenza di pressione diviene maggiore aumentando ancor più la velocità e la severità del processo.

Il limite di tale crescita corrisponde alla pendenza d'onda (che come illustrato in seguito è il rapporto tra l'altezza della stessa e la sua lunghezza) circa pari ad  $1/7$ .

Quando ha raggiunto una dimensione considerevole l'onda inizia ad essere trasportata dal vento.



*Fig.2.2: Generazione delle wind waves.*

Le onde interagiscono poi tra loro producendo onde più lunghe. Tale interazione si manifesta nel trasferimento di energia da onde corte a quelle con frequenza minore: questo processo continua finché il bilancio di energia non viene raggiunto; tuttavia come riscontrato dalle esperienze di Pierson e Moskowitz la velocità di propagazione delle onde al termine del processo di crescita può essere anche maggiore di quella del vento stesso a causa proprio del trasferimento di energia suddetto.

Quando, in generale, la velocità del vento è in accordo con la velocità di fase dell'onda quest'ultima è massimizzata: la frequenza limite è dunque dipendente dalla velocità del vento ed a tale frequenza corrisponde quella di picco nella descrizione spettrale.

---

La relazione che regola il fenomeno è la “dispersion relationship”:  $\omega_c \approx g/U_{\text{vento}}$ .

Bisogna puntualizzare al riguardo dello sviluppo completo del processo di crescita dell’onda: come naturale l’evoluzione dello scambio di energia tra vento e superficie dell’acqua richiede uno spazio fisico dove accadere, che non sempre è disponibile sia perchè il vento non soffia tanto a lungo o non coinvolge tanta superficie sia perchè esiste un limite fisico di estensione degli oceani.

Si parla pertanto di “mare completamente sviluppato” nel caso in cui il processo sia giunto al suo termine, di “mare non completamente sviluppato” nel caso opposto.

Si ha a disposizione, in funzione della velocità del vento, la distanza minima orientativa affinché il processo giunga a suo compimento: tale distanza è denominata “fetch”, alcuni valori sono riportati in tabella 2.1.

Per quanto riguarda le unità di misura riportate:

1 ft = 0,30488 m;

1 miglio nautico = 1852 m;

1 kts = 0,514444 m/s;

1 hrs = 3600 s.



Wind Speed	Wind Duration												
	06 hrs	12 hrs	18 hrs	25 hrs	35 hrs	45 hrs	55 hrs	70 hrs	80 hrs	90 hrs	100 hrs	120 hrs	140 hrs
22 kts	5.7@ 6 43	7.8@ 7.5 100	9.0@ 8 160	10@ 9 250	11@ 10 400	12@ 11 550	12@ 11.5 700	12@ 12 1000	12@ 12.5 1200	12@ 12.5 1400	12@ 13 1550	12@ 13 1950	12@ 13 2350
26 kts	7@ 6.6 48	10@ 8 110	12@ 9 170	13@ 10 280	14@ 11 410	15@ 12 600	16@ 13 800	16@ 13.5 1100	16@ 14 1350	17@ 14.5 1550	17.5@ 15 1850	17.5@ 15 2250	17.5@ 15 2600
30 kts	7.5@ 7.2 51	12@ 9 125	14@ 10 210	16@ 11 300	18@ 12 500	20@ 13 700	20@ 14 900	22@ 15 1200	22@ 16 1500	22@ 16 1750	23@ 16.5 2000	23@ 17 2500	23@ 17.5 3000
36 kts	11.6@ 8 60	16@ 10 140	19@ 11.5 235	22@ 13 360	25@ 14 540	27.5@ 15 800	29@ 16 1000	30@ 17.2 1400	30@ 18 1700	31@ 18.5 2000	31@ 19 2300	31@ 19.5 2900	31@ 20 3400
40 kts	14@ 8.8 64	19@ 11 150	23@ 12.5 260	26@ 14 400	29@ 15 590	32@ 16.2 880	34@ 17 1200	36@ 19 1500	37@ 19.5 1800	38@ 20 2200	39@ 21 2500	40@ 21 3100	41@ 22 3800
45 kts	16@ 9.3 70	23@ 12 170	27@ 13.5 285	31@ 15 425	35@ 16 630	39@ 18 950	41@ 18.5 1250	45@ 20 1600	45@ 21 2000	47@ 22 2300	49@ 22.5 2700	50@ 23 3600	50@ 24 4100
50 kts	19@ 10 75	27@ 12.5 180	31@ 14.5 300	37@ 16 450	43@ 17.5 700	46@ 19 1050	48@ 21 1350	54@ 22 1750	55@ 23 2100	58@ 23 2500	59@ 24 2900	60@ 25.5 3800	60@ 26.5 4250
55 kts	22.5@ 11 80	30@ 13 190	36@ 15 320	44@ 17 500	50@ 19 760	55@ 21 1150	59@ 22 1450	62@ 23 1900	65@ 24 2300	66@ 25 2600	69@ 26 3100	70@ 27 3900	70@ 28 4600
60 kts	25@ 11.5 83	35@ 14 200	42@ 16.5 350	50@ 18 510	56@ 20 800	67@ 22 1200	70@ 23.5 1500	75@ 25 2000	79@ 26 2450	80@ 28 2800	80@ 28 3250	82@ 30 4000	85@ 30 5000
65 kts	27.5@ 12 88	39@ 15 220	48@ 17 380	55@ 19 560	65@ 21 850	75@ 22 1250	80@ 25 1600	85@ 26.5 2100	90@ 28 2500	92@ 28.5 2950	95@ 30 3400	100@ 31 4200	100@ 33 5100
70 kts	30@ 13 91	43@ 16 235	55@ 18 395	62@ 20 600	71@ 22 880	82@ 25 1325	90@ 26 1600	98@ 29 2250	100@ 29.5 2600	104@ 30.5 3050	109@ 31 3600	115@ 32.5 4500	119@ 35 5600
75 kts	34@ 14 96	50@ 17 245	60@ 19 405	70@ 21 620	80@ 23 900	90@ 25.5 1400	99@ 27 1700	105@ 29 2300	110@ 31 2700	118@ 32 3150	120@ 33 3800	125@ 34 4800	130@ 36 6000
80 kts	37@ 14.5 100	54@ 17.5 255	65@ 20 425	72@ 22 640	85@ 23.5 975	100@ 26.5 1450	107@ 28 1800	119@ 30 2400	121@ 32 2850	133@ 33 3300	136@ 34 3900	140@ 35 4950	140@ 36.5 6100
85 kts	40@ 15 103	57@ 18 260	74@ 21 445	80@ 22 680	95@ 25 1000	109@ 27.5 1500	122@ 30 1900	133@ 32 2500	139@ 33.5 3000	140@ 35 3500	145@ 35.5 4050	155@ 37.5 5050	160@ 39.5 6500
90 kts	45@ 16 110	63@ 19 270	80@ 22 460	92@ 24 700	107@ 26.5 1100	120@ 29 1550	130@ 31.5 2000	140@ 33 2600	147@ 34.5 3100	155@ 36.5 3750	165@ 37 4250	170@ 40 5200	190@ 44 6800

Tab.2.1: Altezza del mare [ft], period significativo del mare [s], minimo "fetch" [miglio nautico].

La legenda per ciascuna casella è la seguente:

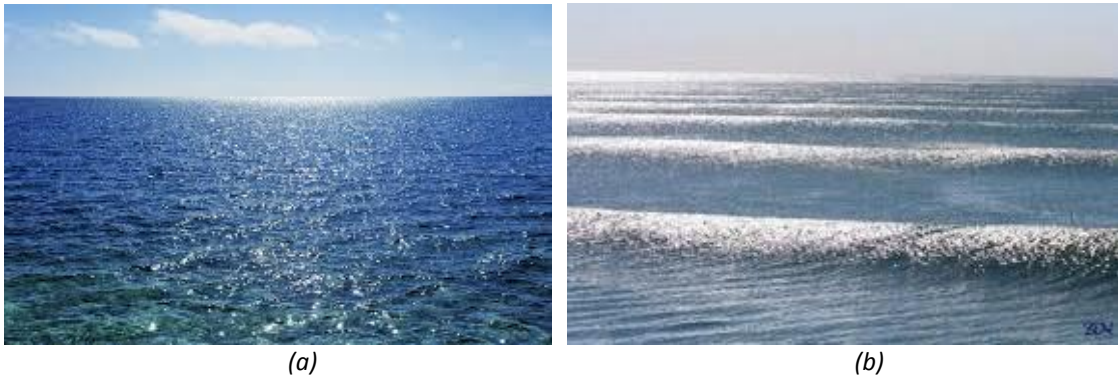
5.7@
6
43

"5.7 ft ogni 6 s e richiede 43 migli nautici di "fetch" continuo a quella velocità e per quella durata."

---

In generale si possono identificare due tipologie di mare:

- “wind waves” – “short crested sea”: onde prodotte da venti locali, che interessano esclusivamente la zona stessa e di profilo molto irregolare;
- “swell” – “long crested sea”: onde che si sono allontanate dalla area in cui sono state generate per una distanza dipendente e proporzionale alla velocità del vento e alla durata della sua presenza, di profilo regolare.  
In italiano “onde di mar lungo”.



*Fig.2.3: (a) Short crested sea, (b) Long crested sea.*

Alla prima è di solito riservata la Teoria delle onde irregolari, di approccio aleatorio, alla seconda la Teoria delle onde regolari, di approccio deterministico.

Il mare è poi classificato a seconda della sua severità tramite la Scala Internazionale di Beaufort:

Velocità del vento (m/s)	Velocità del vento (km/h)	Descrizione	Effetti sull'ambiente
0 ÷ 0,2	0 ÷ 1	Calma	Il fumo sale verticalmente
0,3 ÷ 1,5	2 ÷ 5	Bava di vento	Movimento del vento visibile dal fumo
1,6 ÷ 3,3	6 ÷ 11	Brezza leggera	Si sente il vento sulla pelle nuda. Le foglie frusciano
3,4 ÷ 5,4	12 ÷ 19	Brezza	Movimento costante delle foglie e di rami sottili
5,5 ÷ 7,9	20 ÷ 28	Brezza vivace	Movimento di rami; si alzano polveri e carta
8,0 ÷ 10,7	29 ÷ 38	Brezza tesa	Piccoli alberi oscillano
10,8 ÷ 13,8	39 ÷ 49	Vento fresco	Movimento di grossi rami; difficoltà ad utilizzare l'ombrello
13,9 ÷ 17,1	50 ÷ 61	Vento forte	Grossi alberi ondeggiando; difficoltà ad avanzare
17,2 ÷ 20,7	62 ÷ 74	Burrasca moderata	Il vento rompe i rami. Impossibile camminare contro vento
20,8 ÷ 24,4	75 ÷ 88	Burrasca forte	Leggeri danni alle case (tegole e camini)
24,5 ÷ 28,4	89 ÷ 102	Tempesta	Alberi sradicati; gravi danni alle case
28,5 ÷ 32,6	103 ÷ 117	Fortonale	Vasti danni strutturali
32,7 +	118 +	Uragano	Danni ingenti ed estesi alle strutture

Fig.2.4: Scala Internazionale di Beaufort.

---

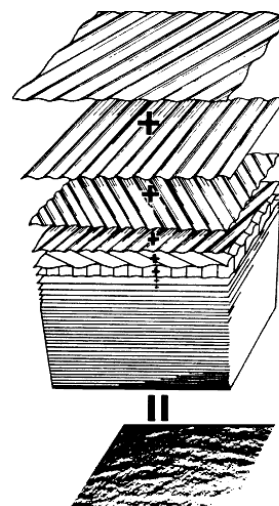
### 3. TEORIE DELLE ONDE

Il mare appare come una superficie intrinsecamente irregolare caratterizzata da un alternarsi molto ravvicinato di creste e avvallamenti.

Duplice è l'animo della modellazione di tale superficie ondosu: essa si divide tra trattazione deterministica ed aleatoria.

Fino a prima degli anni cinquanta la descrizione della superficie ondosu si basava sulla sovrapposizione di tante onde armoniche regolari ciascuna con la propria ampiezza, frequenza e direzione di propagazione, procedendo così con analisi deterministiche considerando una armonica per volta.

Tale ipotesi di ragionamento permette di condurre analisi e fare previsioni efficaci nel caso in cui il mare sia sufficientemente regolare, specialmente se si vuole concentrare l'attenzione su particolari direzioni di sollecitazione, tuttavia è di difficile utilizzo nel caso in cui si voglia modellare una situazione molto irregolare, come quella del mare in tempesta.



*Fig.3.1: Principio di sovrapposizione.*

Negli anni cinquanta tale problema è stato superato introducendo l'utilizzo dei metodi statistici adatti per lo studio dei processi casuali o stocastici, a quel tempo largamente impiegato nel ramo delle telecomunicazioni.

Per l'utilizzo di questa teoria sono necessari molti dati provenienti da registrazioni per poter formulare correttamente l'input, che molto spesso nel caso di analisi lineari consiste nello spettro della densità di energia.

Nei prossimi capitoli si affrontano entrambe le tipologie di modellazione, poichè ciascuna permette di studiare in modo efficace alcuni aspetti del problema generale.

Prima di procedere con questi approcci è però necessario formulare la teoria generale delle onde: teoria a potenziale che permette di capire la natura matematica del problema associato, e specialmente del problema dinamico dei moti nave.

Nei paragrafi successivi si fa riferimento alle seguenti fonti bibliografiche: da [2] a [9].

### 3.1. Onda piana regolare

Si procede alla descrizione di un'onda piana regolare.

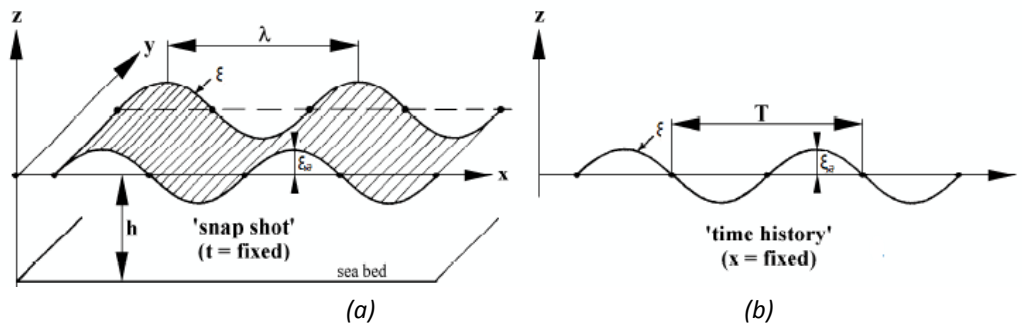


Fig.3.2: Descrizione onda piana: (a) per istante di tempo fissato, (b) da un prefinito punto nello spazio.

Si definisce il sistema di riferimento con:

- x direzione e verso coincidente con la propagazione dell'onda,
- z asse verticale usualmente indicato positivo verso l'alto,
- y altro asse nel piano orizzontale a completare la terna destrorsa.

In tale sistema di riferimento il fondo del mare si trova, come indicato in figura 3.2(a), in  $z = -h$ .

Un'onda piana si definisce sulla base di:

- a o  $\xi_a$  ampiezza [m];
- T periodo [s];
- $\lambda$  lunghezza d'onda [m];
- $\chi$  direzione di propagazione [rad].

---

Lasciando per un attimo in sospeso la definizione della direzione di propagazione, si introducono ulteriori parametri tipici di un'onda, legati ai precedenti dalle seguenti relazioni:

$f = 1/T$	frequenza;
$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$	pulsazione;
$c = \lambda/T$	celerità dell'onda;
$k = 2\pi/\lambda$	numero d'onda;
$H = 2a$	altezza dell'onda;
$\beta$	fase dell'onda;
$\alpha = H/\lambda$	pendenza dell'onda.

Il punto più alto viene denominato cresta, il più basso cavo.

L'equazione che descrive tale onda è la seguente:

$$\xi(x, t) = \xi_a \cos(kx - \omega t + \beta).$$

Tale onda si propaga sia nello spazio che nel tempo: è infatti possibile raffigurarla nei due sistemi di riferimento spaziale limitando l'osservazione ad un istante di tempo fissato, e temporale limitando l'osservazione in un punto dell'asse di avanzamento dell'onda. Ciò è riportato nella figura 3.2.

---

## 3.2. Teorie a potenziale dell'onda

Nel caso del "seakeeping" le onde più importanti sono quelle di origine gravitazionale.

Gli effetti delle tensioni superficiali, della compressibilità del fluido e (per mari molto profondi) della viscosità possono essere trascurati.

Si può pertanto assumere come oggetto di calcolo un fluido ideale: incompressibile, inviscido privo di tensioni superficiali. Di conseguenza è possibile trattare il problema di descrivere l'onda con una teoria a potenziale.

Si fa riferimento al sistema cartesiano indicato in figura 3.2(a).

Si introduce il potenziale di velocità dell'onda armonica  $\phi_\omega(x,y,z,t)$  con direzione di propagazione coincidente con l'asse x, per pura generalità si introduce anche la dipendenza dalla variabile y.

Il moto delle particelle di un fluido incompressibile ed omogeneo rispetta la seguente condizione di continuità:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

dove con u, v, e w si indicano le componenti della velocità delle particelle di fluido nelle tre direzioni x, y, z.

Essendo per definizione:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial x}, \\ v &= -\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial y}, \\ w &= -\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z}. \end{aligned}$$

Si ottiene l'equazione di Laplace, che governa il problema:

$$\Delta^2 \phi_\omega(x,y,z,t) = 0,$$

dove si indica con:

$\Delta^2$                                       simbolo di Laplaciano secondo,  
 $\phi_\omega(x,y,z,t)$                             il potenziale ad oggetto.

Esplicitando il simbolo  $\Delta^2$  si ha:

$$\frac{\partial^2 \phi_\omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_\omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_\omega}{\partial z^2} = 0.$$

---

Si introduce l'equazione di Bernoulli:

$$\frac{\partial \Phi_{\omega}}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) - \frac{p}{\rho} - gz = 0,$$

dove si indica con:

t	variabile ordinatrice del tempo,
u	componente di velocità lungo l'asse x dell'onda,
v	componente di velocità lungo l'asse y dell'onda,
w	componente di velocità lungo l'asse z dell'onda,
p	parametro di pressione del fluido,
$g = 9,81 \text{ m/s}^2$	accelerazione di gravità (avrà sempre questo valore);
$\rho$	densità del fluido.

Riferendosi alla superficie libera dell'onda si ha:

$p = 0$	pressione relativa nulla poichè è quella atmosferica,
$z = \xi_{\omega}(x,y,t)$	elevazione geometrica dell'onda.

Si ottiene così l'equazione di Bernoulli in funzione del potenziale dell'onda e della sua elevazione:

$$1. \quad \frac{\partial \Phi_{\omega}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi_{\omega}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_{\omega}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_{\omega}}{\partial z} \right)^2 \right] + g \xi_{\omega} = 0 \quad \text{per } z = \xi(x,y,t).$$

Il potenziale di velocità deve soddisfare anche la condizione al contorno cinematica:

$$2. \quad u \frac{\partial \xi_{\omega}}{\partial x} + v \frac{\partial \xi_{\omega}}{\partial y} + w - \frac{\partial \xi_{\omega}}{\partial t} = 0 \quad \text{per } z = \xi(x,y,t).$$

Si aggiunge come condizione al contorno la non penetrabilità del fondale:

$$3. \quad \frac{\partial \Phi_{\omega}}{\partial z} = 0 \quad \text{per } z = -h.$$



---

Si definisce così il problema a potenziale nella sua forma più generale, priva di approssimazioni:

Equazione governante il problema: 
$$\frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial z^2} = 0,$$

equazione di Bernoulli al contorno: 
$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} \right)^2 \right] + g \xi_\omega = 0$$
  
per  $z = \xi(x, y, t)$ ,

condizione al contorno cinematica: 
$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial x} \frac{\partial \xi_\omega}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial y} \frac{\partial \xi_\omega}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} + \frac{\partial \xi_\omega}{\partial t} = 0$$
  
per  $z = \xi(x, y, t)$ ,

condizione al contorno, fondale: 
$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} = 0$$
  
per  $z = -h$ .

Questo sistema di equazioni viene impiegato nello sviluppo della generale teoria non lineare delle onde. Tale sviluppo è legato a grandi difficoltà matematiche in quanto le derivate parziali nell'equazione di Bernoulli e nella condizione al contorno cinematica devono essere calcolate per  $z = \xi_\omega(x, y, t)$  incognita.

Il problema non può essere risolto in forma chiusa, sono però disponibili diverse soluzioni approssimate, le quali verranno illustrate nei capitoli successivi.

Da subito si tiene a precisare che la teoria lineare riveste un ruolo chiave per comprendere la natura sia del problema che della risposta.

Si riportano in figura 3.3 le teorie delle onde più utilizzate nelle applicazioni di ingegneria:

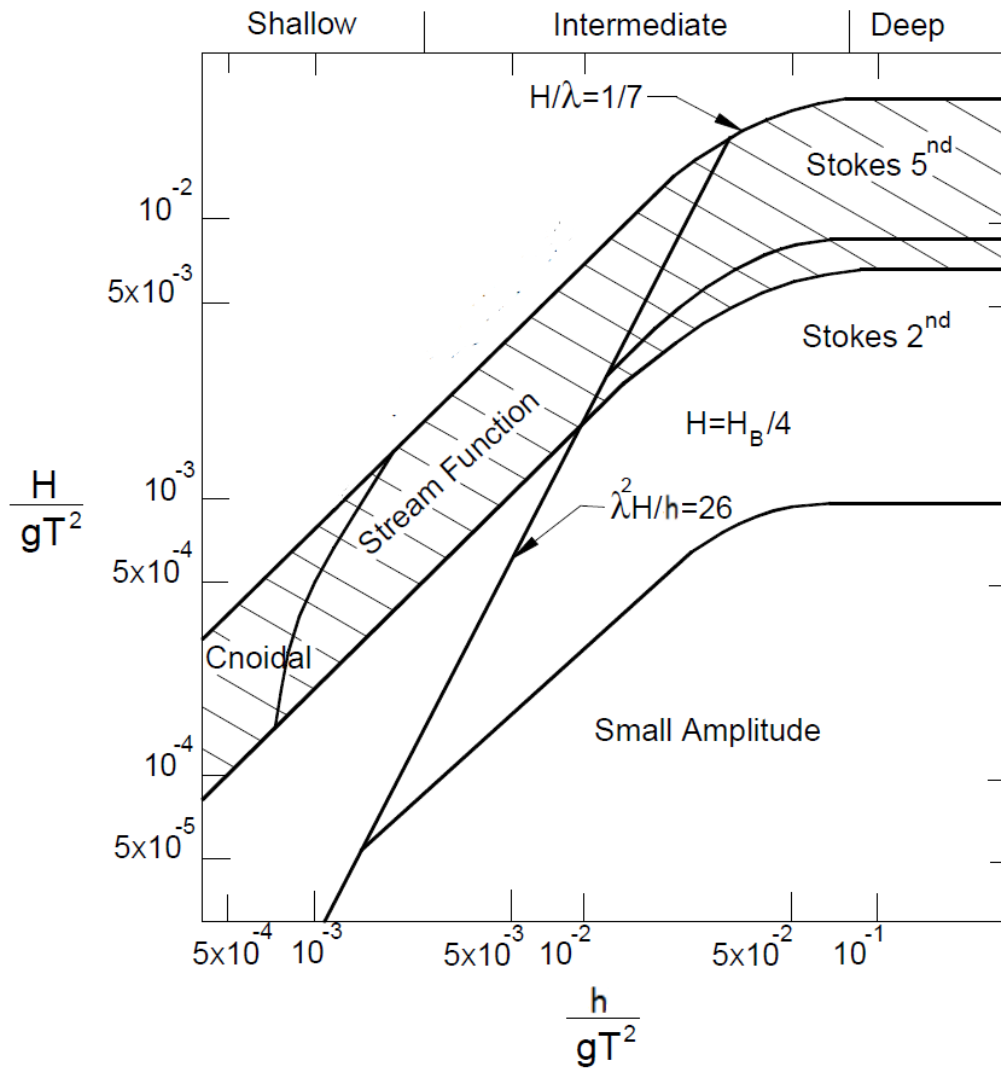


Fig.3.3: Teorie delle onde in ambito ingegneristico:  $h$  profondità fondale,  $H$  altezza dell'onda,  $T$  periodo,  $g$  accelerazione di gravità, tutto in m e s.

---

### 3.2.1. Teoria lineare a potenziale dell' onda

Il precedente sistema di equazioni può essere ricondotto ad una formulazione semplificata che tenga conto dei soli termini lineari, la cosiddetta teoria di Airy, che è basata sulle seguenti ipotesi:

1.  $a \ll \lambda$ : onde di piccola ampiezza nei confronti della lunghezza, dunque piccola pendenza;
2.  $\left(\frac{\lambda}{h}\right)^3 \frac{H}{\lambda} \ll 1$ : onde piccole nei confronti della profondità del mare.

Nel caso in cui valgano le precedenti ipotesi è dunque possibile semplificare il problema a potenziale, trascurando in ciascuna equazione:

- i termini di ordine superiore;
- la pendenza dell'onda rispetto ad x ed y:  $\frac{\partial \xi_\omega}{\partial x}$  e  $\frac{\partial \xi_\omega}{\partial y}$ .

Il problema a potenziale si semplifica dunque nella seguente formulazione:

Equazione governante il problema: 
$$\frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial z^2} = 0,$$

equazione di Bernoulli: 
$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} + g \xi_\omega = 0 \quad \text{per } z = 0,$$

condizione al contorno cinematica: 
$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} + \frac{\partial \xi_\omega}{\partial t} = 0 \quad \text{per } z = 0,$$

condizione al contorno, fondale: 
$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} = 0 \quad \text{per } z = -h.$$

---

Combinando tra loro l'equazione di Bernoulli e la condizione cinematica si ottiene:

Equazione governante il problema: 
$$\frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial z^2} = 0,$$

condizione al contorno (1): 
$$\frac{\partial^2 \Phi_\omega}{\partial z^2} - g \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} = 0 \quad \text{per } z = 0,$$

condizione al contorno (2): 
$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} = 0 \quad \text{per } z = -h.$$

Con: 
$$\xi_\omega = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} \quad \text{per } z = 0.$$

Si determina la soluzione a tale problema.

Il potenziale di velocità delle onde progressive piane di ampiezza relativamente piccola che si propagano lungo la direzione positiva dell'asse x ha la forma complessa:

$$\Phi_{\omega,c} = -\frac{iga}{\omega} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} e^{i(\omega t - kx)},$$

e la sua forma reale è:

$$\Phi_\omega = \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} \text{sen}(\omega t - kx),$$

dove i simboli utilizzati sono quelli descritti in precedenza.

Il corrispondente profilo ondoso risulta essere:

$$\xi_\omega = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} \Big|_{z=0} = -a \cos(\omega t - kx).$$

La pendenza dell'onda risulta in prima approssimazione:

$$\alpha \approx \frac{\partial \xi_\omega}{\partial x} \Big|_{z=0} = -ka \text{sen}(\omega t - kx),$$

e dunque:

$$\alpha_{\max} = ka = 2\pi a/\lambda = \pi H/\lambda.$$

---

Sostituendo il potenziale nella condizione al contorno (1)-(2) si ottiene:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh),$$

che è denominata *relazione di dispersione*: essa rappresenta il legame tra la pulsazione dell'onda, la sua lunghezza d'onda e la profondità del bacino, come si vede dalla figura seguente:

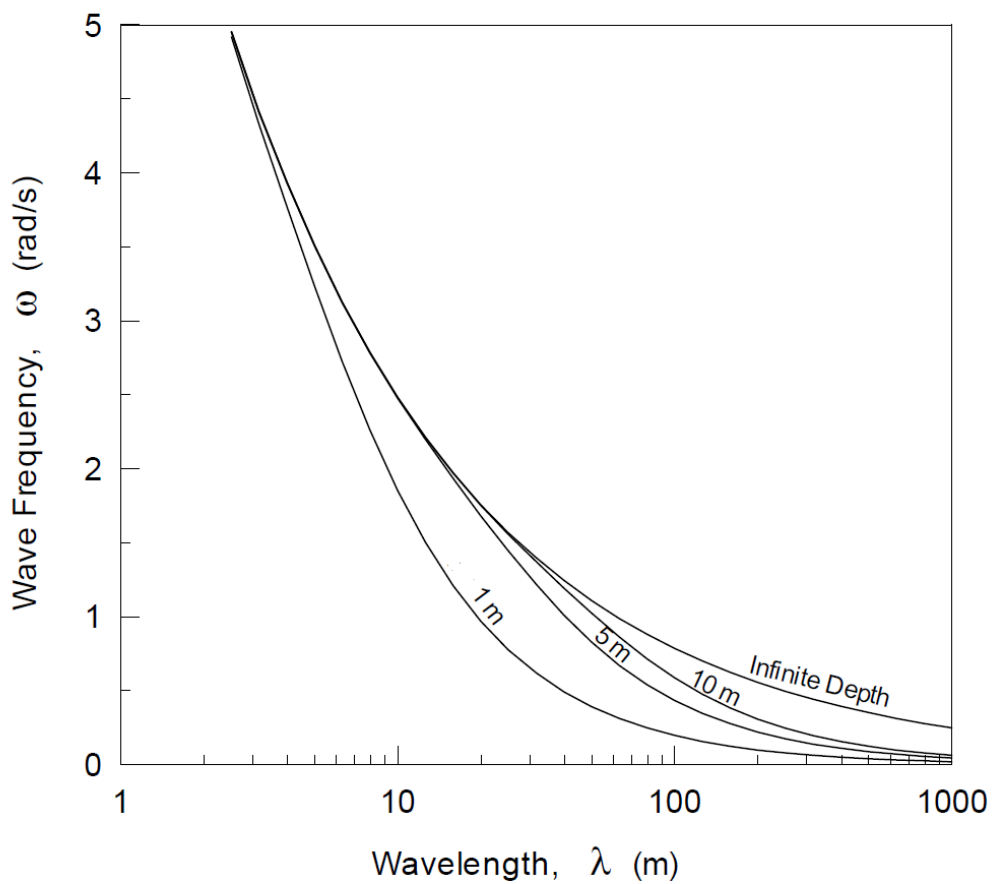


Fig.3.4: Pulsazione dell'onda in funzione della lunghezza d'onda (scala logaritmica) al variare della profondità del bacino  $h$ .

Si ottiene la velocità di propagazione d'onda, o celerità:

$$c = \sqrt{g/k \tanh(kh)},$$

ne si rappresenta l'andamento, come per la pulsazione:

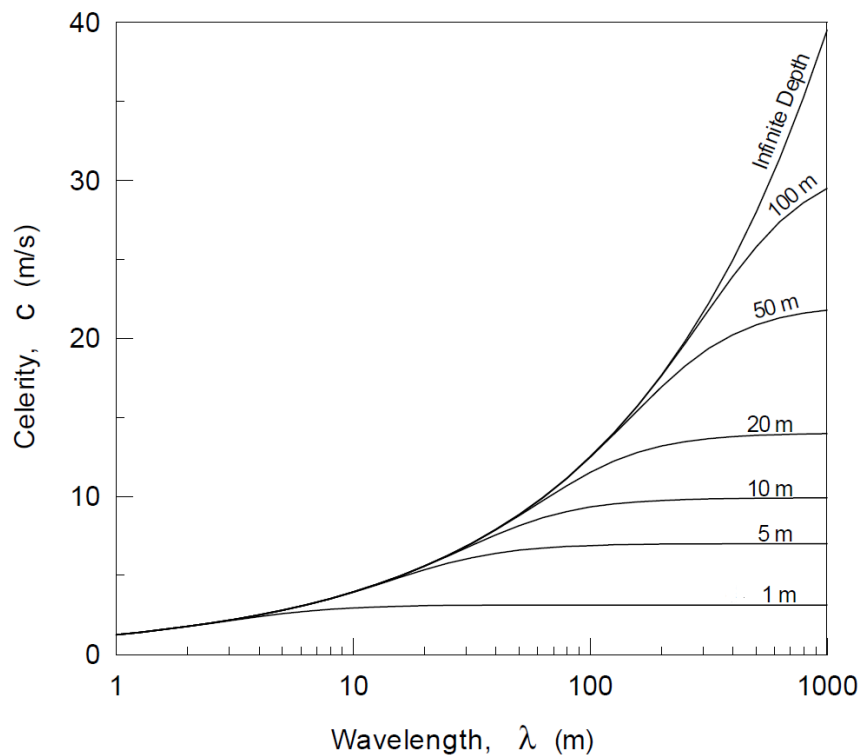


Fig.3.5: Celerità dell'onda in funzione della lunghezza d'onda (scala logaritmica) al variare della profondità del bacino  $h$ .

Si ricavano anche le componenti di velocità in direzione di propagazione dell'onda, dunque nel modello analizzato corrispondente con l'asse  $x$ , e nella direzione verticale:

$$u = -\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial x} = \frac{gka}{\omega} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} \cos(\omega t - kx),$$

$$w = -\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial z} = \frac{gka}{\omega} \frac{\sinh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} \sin(\omega t - kx).$$

Si mostra in figura il campo di velocità del fluido:

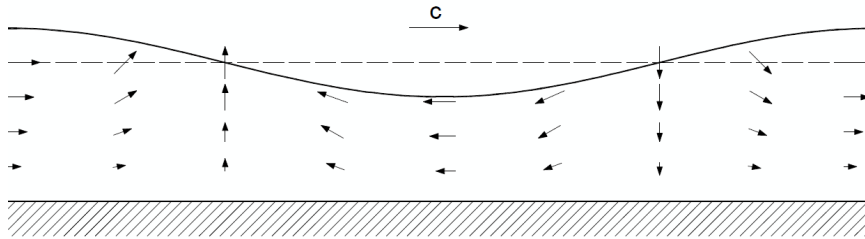


Fig.3.6: Campo di velocità del fluido secondo la teoria lineare a potenziale.

Dalle relazioni precedenti si dimostra che le particelle di fluido seguono traiettorie chiuse aventi forma di ellisse.

Prendendo difatti come  $(x_0, z_0)$  le coordinate della posizione di riposo si ha che:

$$\left[ \frac{x - x_0}{\frac{a \cosh[k(z_0+h)]}{\sinh(kh)}} \right]^2 + \left[ \frac{z - z_0}{\frac{a \sinh[k(z_0+h)]}{\sinh(kh)}} \right]^2 = 1.$$

Si nota che la trattazione sinora seguita fa riferimento ad un'onda che avanza lungo la direzione positiva dell'asse delle ascisse  $x$ , si può estendere semplicemente la trattazione considerando la direzione di propagazione inclinata di un angolo  $\chi$  rispetto all'asse  $x$ .

In tal caso il profilo dell'onda si descrive con l'equazione seguente:

$$\xi_\omega(x, y, t) = a \cos[\omega t - k(\cos\chi)x + k(\sin\chi)y + \beta].$$

Si definiscono, dove con la sottolineatura si indica il simbolo di vettore:

$$\underline{k} = k(\cos\chi) \underline{i} + k(\sin\chi) \underline{j} = k_x \underline{i} + k_y \underline{j},$$

$$\underline{r} = x \underline{i} + y \underline{j},$$

e dunque si ha:

$$\xi_\omega(\underline{r}, t) = a \cos[\omega t - \underline{k} \underline{r} + \beta].$$

Nel seguito della trattazione si fa comunque riferimento per comodità alle caratteristiche dell'onda calcolate in riferimento all'angolo  $\chi = 0$ .

---

### 3.2.1.1. Deep water

Alcune relazioni, come quella dispersione e l'orbita delle particelle, possono essere ulteriormente semplificate introducendo l'ipotesi di acqua molto profonda ("deep water"), che difatti è oggetto del presente studio, essendo la profondità considerata  $h = 5000$  m (Nord del Pacifico).

Nel caso di un fluido nel quale si possa considerare  $h \rightarrow \infty$ , l'espressione del potenziale diventa:

$$\phi_{\omega} = \frac{ga}{\omega} e^{-kz} \text{sen}(\omega t - kx).$$

La relazione di dispersione diventa:

$$\omega^2 = gk = 2\pi g/\lambda.$$

Si ha dunque, per le principali caratteristiche dell'onda:

$$T = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}} \approx 0,80 \sqrt{\lambda},$$

$$\lambda \approx \frac{gT^2}{2\pi} \approx 1,56 T^2,$$

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \approx 1,25 \sqrt{\lambda}.$$

L'equazione del profilo dell'onda non cambia, le traiettorie delle particelle fluide assumono invece forma circolare:

$$(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 = a^2 e^{-2kz_0},$$

il raggio decresce all'aumentare della profondità e vale:

$$r = a e^{-kz_0}.$$

Si nota che per interessi pratici si considera tale situazione di acqua profonda nel caso di  $h/\lambda > 0,5$ .



### 3.2.1.2. Shallow water

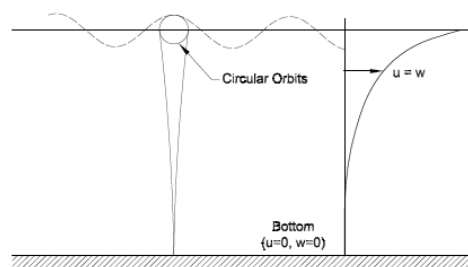
Per completezza si riporta anche il caso di acqua poco profonda, per la quale si ha come ipotesi base che:

$$h \ll \lambda.$$

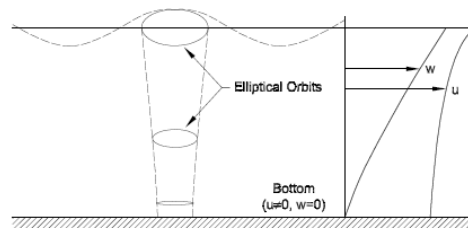
$$\text{Si ha che } c = \sqrt{gd}.$$

Nel caso pratico si considera acqua poco profonda nel caso di  $h/\lambda < 0,05$ .

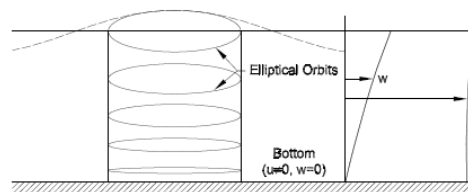
Si rappresentano le orbite delle particelle di fluido al variare della profondità del fondale:



(a) Alto fondale



(b) Profondità intermedia



(c) Basso fondale

*Fig.3.7: Orbite delle particelle fluide secondo la teoria lineare delle onde al variare della profondità del bacino.*

---

### 3.3. Limiti della teoria lineare di Airy

La teoria lineare ora introdotta è caratterizzata senza dubbio da grande semplicità sia di trattazione che di utilizzo, tuttavia è importante notare le limitazioni che la caratterizzano.

Da un punto di vista fisico la differenza tra la soluzione della teoria lineare e quella di teorie di ordine superiore è che quest'ultima considera l'influenza dell'onda stessa sulle proprie caratteristiche: la forma della superficie, la lunghezza d'onda e la velocità di fase dipendono tutte dall'altezza  $H$ .

La teoria lineare prevede che l'onda abbia stessa ampiezza di cresta e cavo, quelle di ordine superiore, anche dette ad altezza finita, prevedono invece creste più alte che i cavi: per onde molto ripide il cavo è solamente il 30% dell'altezza  $H$  dell'onda.

Anche il percorso che seguono le particelle di fluido non è più chiuso ma prevede orbite aperte.

Da un punto di vista matematico la teoria lineare è basata sull'ipotesi di trascurare la forma della superficie libera, riferendo tale condizione al piano  $z = 0$  e di trascurare i termini di ordine superiore del potenziale.

Queste approssimazioni in generale non sono né a sfavore né a favore di sicurezza: permettono sì di ottenere stime di massima necessarie per comprendere l'essenza del problema, ma potrebbero anche perdere di significato allorché lo stato di mare sia piuttosto severo.

Per ottenere delle soluzioni affidabili sono pertanto necessari dei calcoli più raffinati, quali quelli al second'ordine o ordini maggiori.

Esistono in realtà anche metodi alternativi per una buona descrizione del problema che a posteriori "correggono" la soluzione figlia del problema lineare, o anche del problema non lineare, rappresentando la superficie libera con la reale elevazione dell'onda e non con il piano  $z = 0$ .

Queste teorie, denominate di "stretching", si basano sulla modifica del campo di velocità e permettono di utilizzare le teorie lineari e non, anche al di fuori del loro dominio di definizione.

Si illustrano nel seguito la teoria di stretching e quella al second'ordine che sono implementate nel programma di calcolo in utilizzo.

---

### 3.4. Lo “Stretching” di Wheeler

Questo processo consente di estendere la teoria di Airy, permettendole di fornire risultati riguardo la cinematica dell’onda per punti situati al di sopra della superficie libera di riposo del fluido, punti che in base alle ipotesi di linearizzazione effettuate non farebbero parte del dominio del fluido, anche in caso di mare molto severo.

In particolare è un metodo molto utilizzato per ottenere risultati utili in relazione ad una buona approssimazione ingegneristica [10].

Si nota che questo metodo può essere esteso al caso di onda non lineare per permettere di superare anche in quel caso i limiti della teoria stessa.

In questo paragrafo si affronta la sola modifica alla teoria lineare.

Per comprendere lo spirito di questo metodo, si fa riferimento alla componente orizzontale della velocità della particella fluida, vista nel paragrafo 3.2.1:

$$u = \frac{gka}{\omega} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} \cos(\omega t - kx),$$

in cui si nota il termine  $\frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)}$  che per comodità si chiama  $E(z)$ .

$E(z)$  è un termine con andamento esponenziale, che tiene conto del fatto che al crescere in negatività dell’ordinata  $z$  (man mano che si raggiunge il fondo), la velocità diminuisce.

Tuttavia per  $z > 0$  tale termine è maggiore dell’unità, il che comporta che la velocità cresca: risultato fisicamente impossibile.

Ciò può comportare previsioni decisamente non realistiche.

I vari metodi di “stretching” forniscono differenti alternative alla funzione  $E(z)$  per ovviare a questo problema e fornire una previsione accurata della velocità di particelle di fluido con  $z > 0$ .

Le tipologie di maggior utilizzo sono:

- “Stretching” verticale;
- “Stretching” di Wheeler;
- “Extrapolation Stretching”.

Lo “Stretching” di Wheeler si basa sul principio di scalare la colonna d’acqua la cui altezza oscilla in funzione del profilo dell’onda alla dimensione media  $h$  sostituendo la funzione  $E(z)$  con  $E(z')$ : in sostanza questo metodo fa sì che la  $z$  del fluido possa essere compresa solamente tra i valori  $[-h, 0]$ .

Si definisce  $z'$ :

$$z' = h(h+z)/(d + \xi_\omega) - h.$$

### 3.5. Teoria al second'ordine di Stokes

Si fa riferimento alla seguente fonte bibliografica: [11].

La teoria non lineare che viene qui considerata è la Teoria al Second'ordine di Stokes, la quale, come già anticipato nel paragrafo 3.3 prevede ulteriori termini nello sviluppo dell'onda il che comporta la dipendenza dei parametri caratteristici della stessa dall'ampiezza  $H$ .

Naturalmente la trattazione del problema a potenziale non permette le semplificazioni sinora adottate.

Non è più valido il principio di sovrapposizione degli effetti.

Il potenziale di velocità associato all'onda al second'ordine di Stokes soddisfa l'equazione di Laplace, la condizione al contorno sulla non penetrabilità del fondale ed anche la condizione non lineare sulla superficie libera.

Seguendo l'espansione di Stokes, si può scrivere il potenziale come sviluppo in serie:

$$\phi_{\omega,S} = \phi_{\omega,S}^{(1)} + \phi_{\omega,S}^{(2)} + \dots,$$

dove il termine con apice (1) rappresenta il potenziale al prim'ordine già riportato nel paragrafo 3.2.1, che dunque soddisfa l'equazione di Laplace e le condizioni al contorno tra cui quella sul piano a  $z = 0$ , mentre il potenziale al second'ordine, riportato con apice (2), soddisfa sia l'equazione che la condizione al contorno sulla vera superficie libera.

Si riporta l'espressione di  $\phi_{\omega,S}^{(2)}$ :

$$\phi_{\omega,S}^{(2)} = -\frac{i 3 \omega a^2}{8 \operatorname{senh}^4(kh)} \cosh[2k(z+h)] e^{i(-2\omega t + 2kx + 2\beta)}$$

Risolvendo il problema dal punto di vista dell'elevazione dell'onda  $\xi_{\omega,S}$  si nota che l'onda di Stokes al second'ordine è composta da tre contributi, indicati di seguito con <sup>(a)</sup>, <sup>(b)</sup>, <sup>(c)</sup>:

$$\xi_{\omega,S} = {}^{(a)}a \operatorname{sen}(kx - \omega t + \beta) - \frac{{}^{(b)}ka^2}{2} \frac{3 - \tanh^2(kh)}{2 \tanh^3(kh)} \cos(2kx - 2\omega t + 2\beta) - {}^{(c)}a^2 \left[ \frac{k}{2 \operatorname{senh}(2kh)} + \frac{k}{4} \frac{4S + 1 - \tanh^2(kh)}{4S^2kh - \tan(kh)} \right],$$

dove i simboli impiegati sono gli stessi della descrizione dell'onda regolare eccetto:

$$S = \frac{\operatorname{senh}(2kh)}{2kh + \operatorname{senh}(2kh)}$$

Nel termine indicato con <sup>(a)</sup> si riconosce il contributo del potenziale del primo ordine, il quale però influenza anche il termine <sup>(b)</sup>: il solo termine <sup>(c)</sup> è puramente di second'ordine.

Nello specifico, il termine <sup>(b)</sup> rappresenta la correzione al second'ordine che rende la cresta più pronunciata e il cavo più piatto; il termine <sup>(c)</sup>, denominato (D+C) è una costante negativa chiamata il "set-down" che rappresenta il valor medio dell'onda di Stokes. Si riporta l'andamento delle varie grandezze a confronto:

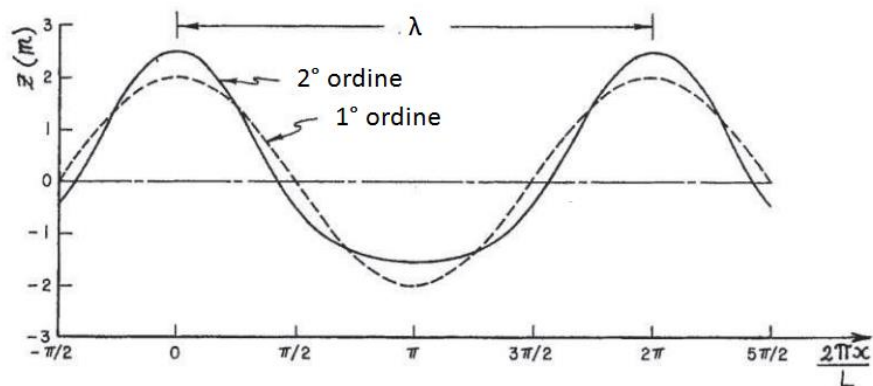


Fig.3.8: Confronto tra i profili d'onda al primo ed al second'ordine.

Le nuove componenti considerate nel potenziale dell'onda incidente modificano le quantità ad esso associate aggiungendo (in sostanza) termini al calcolo della forza di Froude Krylov, che si possono derivare dal calcolo del parametro di pressione  $p$  al second'ordine. Indicando con  $\mathbf{v}$  il vettore velocità della particella fluida si ha:

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi^{(1)}_{\omega,S}}{\partial t} - \rho \frac{\partial \Phi^{(2)}_{\omega,S}}{\partial t} - \rho g z + \text{componenti che dipendono dalla } \mathbf{v} \text{ al } 1^\circ \text{ ord.}$$

È interessante notare la semplificazione del potenziale e del profilo dell'onda ne caso di fondale profondo ( $h \rightarrow \infty$ ):

$$\begin{aligned} \Phi_{\omega,S}^{(1)} + \Phi_{\omega,S}^{(2)} &= -\frac{i g \xi_a}{\omega} e^{i(-\omega t + kx + \beta) + kz}, \\ \xi_{\omega,S} &= {}^{(a)} a e^{i(-\omega t + kx)} + \frac{1}{2} k a^2 e^{i(-2\omega t + 2kx + 2\beta)}. \end{aligned}$$

Tale semplificazione riconduce nel caso di acqua molto profonda il potenziale al second'ordine ad essere uguale a quello di primo ordine. Ciò comporta che nel caso in esame la differenza tra i due risultati sarà attribuibile principalmente al differente profilo d'onda considerato.

---

## 4. CORPO RIGIDO IN MOTO ONDOSO

Sinora si è studiata la modellazione del mare come sovrapposizione di onde piane regolari, senza considerare la presenza del natante.

Tale corpo presente all'interno del moto ondoso naturalmente ne modifica le caratteristiche, è dunque necessario studiare tale interazione.

È buona norma considerare che il corpo sia perfettamente rigido, in modo tale da semplificare la trattazione e lo studio dei moti.

Si nota che, nel presente lavoro, per la trattazione delle rotazioni e degli spostamenti di tale corpo rigido si considera la teoria dei piccoli spostamenti.



*Fig.4.1: Standard barge in navigazione.*

Nei paragrafi successivi si fa riferimento alle seguenti fonti bibliografiche: da [2] a [15] esclusi [10] e [11].

## 4.1. Il corpo rigido

### 4.1.1. Sistemi di riferimento

Si riporta in figura la scelta dei sistemi di riferimento:

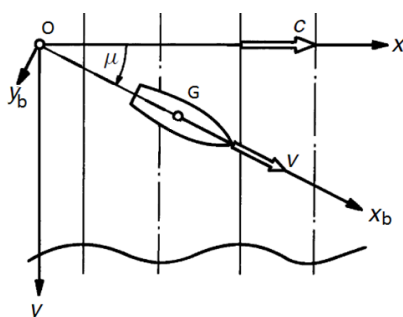


Fig.4.2: Sistemi di riferimento globali e del corpo rigido.

Come si nota in figura si indica con  $V$  (o ugualmente  $U$ ) la velocità costante di avanzamento del natante, anche uguale a zero, con  $c$  la velocità del fronte d'onda: la velocità di fase.

Si indica con  $\mu$  l'angolo tra le direzioni positive di avanzamento dell'onda e del natante.

Si indica con:

$(O, x, y, z)$  il sistema di riferimento il cui piano  $Oxy$  coincide con la superficie libera dell'acqua tranquilla, che ha come direzione positiva dell'asse  $x$  quella che avanza con l'onda, l'asse  $z$  ha verso uscente dal fluido, l'asse  $y$  completa la terna destrorsa. È un sistema di riferimento inerziale;

$(O, x_b, y_b, z_b)$  il sistema di riferimento centrato nel medesimo punto  $O$  del sistema di cui sopra e ruotato in modo che la direzione positiva dell'asse  $x_b$  coincida con quella di avanzamento medio del natante, media in quanto come naturale il corpo verrà deviato dalla sua direzione principale a causa del moto ondoso.

Tale sistema è quello cui si fa riferimento in seguito per la descrizione dei moti del corpo rigido. Si nota che si tratta di un sistema di riferimento inerziale.

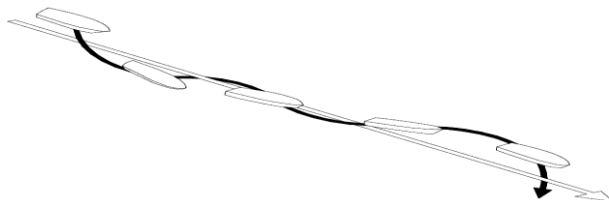


Fig.4.3: Tipica traiettoria in moto ondoso.

---

### 4.1.2. Gradi di libertà del corpo rigido

Si introduce la suddivisione classica dei sei gradi di libertà del corpo rigido, in riferimento ad un sistema di riferimento, chiamato  $(O, x_{rb}, y_{rb}, z_{rb})$ , centrato nel baricentro del corpo rigido e con ciascun asse principale parallelo all'asse associato nel sistema  $(O, x_b, y_b, z_b)$ : tale nuovo sistema ha dunque l'asse  $x_{rb}$  parallelo ad  $x_b$  e così via per gli altri due.

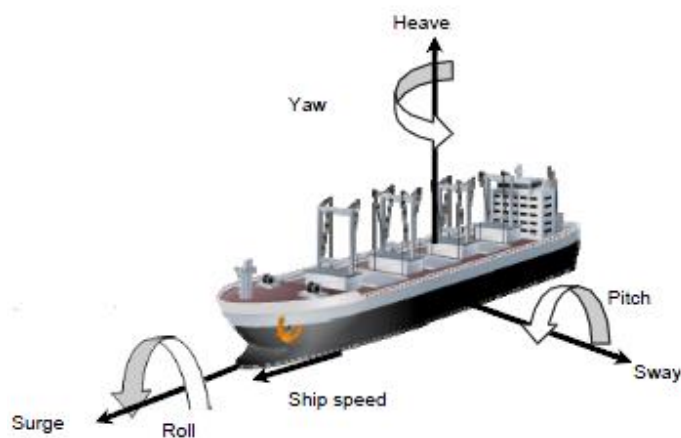


Fig.4.4: Gradi di libertà del corpo rigido del natante.

Si definiscono dunque i sei gradi di libertà:

Nome:		Direzione:	Incognita associata:
Abbrivio	(surge)	$x_{rb}$	$X$ ;
Scarroccio	(sway)	$y_{rb}$	$Y$ ;
Sussulto	(heave)	$z_{rb}$	$\zeta$ ;
Rollio	(roll)	rotazione asse $x_{rb}$	$\phi$ ;
Beccheggio	(pitch)	rotazione asse $y_{rb}$	$\vartheta$ ;
Imbardata	(yaw)	rotazione asse $z_{rb}$	$\psi$ .



### 4.1.3. Caratteristiche del corpo rigido in esame

Si introducono le caratteristiche del natante oggetto di questo studio: esso è composto da una chiatta standard per carico merci e dal carico che consiste in otto telai d'acciaio.

#### 4.1.3.1. Caratteristiche della chiatta

Si tratta di una chiatta standard per carico merci, di dimensioni riportate in figura, dimensioni in cm:

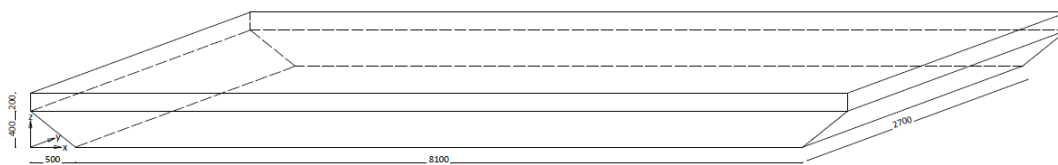


Fig.4.5: Chiatta standard, oggetto di studio, dimensioni in cm.

Come si nota in figura è riportato anche un sistema di riferimento, utile per la descrizione delle caratteristiche geometriche del corpo.

Suddividendo tale descrizione in un parallelepipedo superiore e in un prisma a base trapezia inferiore si ha:

- lunghezza della dimensione lungo l'asse x del parallelepipedo:  $l_{x,par} = 91$  m;
- lunghezza della dimensione lungo l'asse y del parallelepipedo:  $l_{y,par} = 27$  m;
- lunghezza della dimensione lungo l'asse z del parallelepipedo:  $l_{z,par} = 2$  m;
- l. della base maggiore lungo l'asse x del prisma a base trapezia:  $l_{x,trap,bmagg} = 91$  m;
- l. della base minore lungo l'asse x del prisma a base trapezia:  $l_{x,trap,bmin} = 81$  m;
- l. dell'altezza, lungo l'asse y, del prisma a base trapezia:  $l_{y,trap} = 27$  m;
- l. dell'altezza, lungo l'asse z, del prisma a base trapezia:  $l_{z,trap} = 4$  m.

Il volume totale del solido è dunque pari a:

$$V_{tot,chiatta} = 14202 \text{ m}^3.$$

In generale si indica, anche nel seguito:

- B = 27 m      dimensione trasversale della chiatta;
- L = 91 m      dimensione longitudinale della chiatta;
- H = 6 m      dimensione verticale della chiatta.

---

Per quanto concerne la massa della chiatta, essa è distribuita in base ai telai metallici ed alle solette che la compongono.

La distribuzione dei telai metallici è regolare nella direzione x.

Nei primi 5 metri da ambo le estremità, laddove sono le falde estreme, sono presenti tre irrigidimenti trasversali.

Nella parte di sagoma parallelepipedale i telai trasversali hanno passo pari a  $p_{x,estremità} = 2,00$  m per i primi 6 m da entrambe le estremità,  $p_{x,centrale} = 2,30$  m nella parte centrale.

Per quanto riguarda la sezione trasversale yz nella parte centrale della chiatta, si rappresenta in figura:

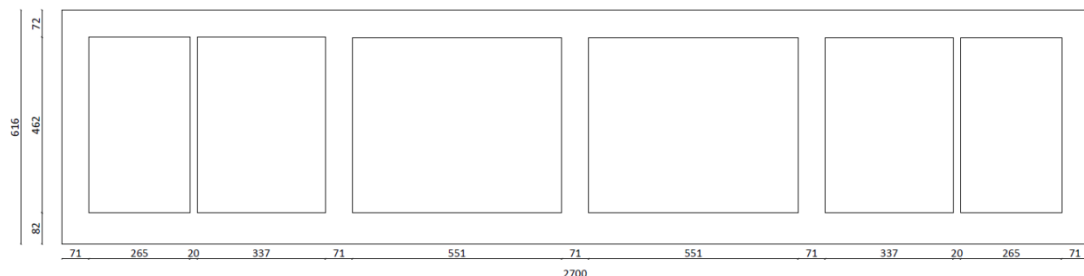


Fig.4.6: Sezione trasversale chiatta, quote in cm.

La massa totale è stata fornita pari a:

$$M_{\text{tot,chiatta}} = 1800 \text{ ton.}$$

Non disponendo dell'esatta composizione dei telai e per semplicità di tattazione si assume che la chiatta sia approssimabile ad un corpo con densità uniforme.

Si forniscono dunque le coordinate del baricentro in riferimento all'sdr di figura 4.2:

$$X_{G,chiatta} = 45,50 \text{ m;}$$

$$Y_{G,chiatta} = 13,5 \text{ m;}$$

$$Z_{G,chiatta} = 3,06 \text{ m.}$$

In base a questa ipotesi il corpo presenta duplice simmetria: rispetto ai piani verticali xz ed yz passanti per il baricentro di massa.

---

Si calcolano i momenti di inerzia di massa del corpo considerato con densità uniforme.  
Si nota che si fa riferimento ad un parallelepipedo di dimensioni:

$$l_x = 86 \text{ m};$$

$$l_y = 27 \text{ m};$$

$$l_z = 6 \text{ m};$$

e massa  $M = 1800 \text{ ton}$ .

La densità considerata è pari a:

$$\rho_{\text{tot,chiatta}} = 129,20 \text{ kg/m}^3.$$

Si ha, rispetto al baricentro del corpo omogeneo:

$$J_x = 1/12 M (l_y^2 + l_z^2) = 1,147500 \text{ E+08 kg m}^2;$$

$$J_y = 1/12 M (l_x^2 + l_z^2) = 11,148000 \text{ E+08 kg m}^2;$$

$$J_z = 1/12 M (l_x^2 + l_y^2) = 12,187500 \text{ E+08 kg m}^2;$$

Per continuare con la definizione delle caratteristiche di questo corpo bisogna aggiungere una certa distribuzione di acqua nel suo interno.

La coperta della chiatta è divisa in compartimenti stagni che possono all'occorrenza essere riempiti di acqua per due motivi:

- permettere un maggior affondamento e dunque una maggiore stabilità in navigazione;
- poter gestire l'inclinazione del natante nel piano xz in modo da garantire che ci sia un certo angolo tra l'asse del corpo  $x_{rb}$  e quello globale  $x_n$  così da favorire un miglior approccio della nave alla navigazione.

Il secondo accorgimento aggiunge una distribuzione di massa non simmetrica rispetto al piano yz, facendo perdere la simmetria rispetto a quel piano.

Per il calcolo della nuova posizione del baricentro  $x_{G,chiatta}$  è necessario introdurre la disposizione d'acqua adottata.

Allo scopo di questa trattazione i compartimenti stagni sono definiti di dimensione pari a:

$c_x$       passo  $p_x$  dei telai trasversali lungo x,

$c_y$       18,2 m in direzione trasversale y,

$c_z$       2,5 m in direzione verticale z,

sono presenti nella sola parte di profilo longitudinale della chiatta.

La dimensione trasversale  $c_y$  18,2 m indica che in direzione trasversale è presente una tale metratura di serbatoi, con distribuzione simmetrica.

---

Una ulteriore precisazione è doverosa, ciascun compartimento è riempito totalmente per scongiurare il fenomeno cosiddetto dello “sloshing”.

Se non fossero totalmente riempiti l’acqua contenuta all’interno dei compartimenti inizierebbe a muoversi in accordo con i moti nave generando fenomeni indesiderati difficilmente modellabili con software.

In tabella 4.1 si riporta la scelta del riempimento d’acqua: si indica come linea ciascuna area compresa tra due telai trasversali, dunque ciascuna area di forma parallelepipedale con dimensione lungo x pari al passo del telaio trasversale, lungo y pari a 27 m (riempita poi per 16,5 m), lungo z pari a 2,5 m.

Ciascuna linea è numerata, la numero 1 è quella con baricentro con ascissa x pari ad 6 m così via lungo la direzione crescente dell’asse, e nel caso sia riempita è indicata con il numero 1, nel caso sia vuota con lo 0.

Tale disposizione è fondamentale sia per il calcolo della massa di acqua aggiunta quanto per momenti d’inerzia di massa che essa comporta: si riportano i momenti di inerzia di ciascuna linea in relazione al proprio baricentro (dunque momento di inerzia di un parallelepipedo nelle tre direzioni principali).

Si introduce la disposizione scelta per l’acqua, con  $\rho_{\text{acqua}} = 1025 \text{ kg/m}^3$ .

Si indica con  $M_i = c_x c_y c_z \rho_{\text{acqua}}$  la massa di acqua aggiunta in relazione al differenziale  $c_x$ :

$$M_{2,0} = 2,0 \text{ m} \times 16,5 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} \times 1025 \text{ kg/m}^3 = 84562,5 \text{ kg} \quad \text{linea con } c_x = 2,00 \text{ m};$$

$$M_{2,3} = 2,3 \text{ m} \times 18,2 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} \times 1025 \text{ kg/m}^3 = 97246,9 \text{ kg} \quad \text{linea con } c_x = 2,30 \text{ m}.$$

n°	s/n	c <sub>x</sub> [m]	x baric. [m]	massa [kg]	J <sub>x</sub> singola linea [kgm <sup>2</sup> ]	J <sub>y</sub> s. l. [kgm <sup>2</sup> ]	J <sub>z</sub> s. l. [kgm <sup>2</sup> ]
1	1	2,00	6,00	84562,500	72230	1962555	1946699
2	1	2,00	8,00	84562,500	72230	1962555	1946699
3	1	2,00	10,00	84562,500	72230	1962555	1946699
4	1	2,30	12,15	97246,875	93519	2256938	2249158
5	1	2,30	14,45	97246,875	93519	2256938	2249158
6	1	2,30	16,75	97246,875	93519	2256938	2249158
7	1	2,30	19,05	97246,875	93519	2256938	2249158
8	1	2,30	21,35	97246,875	93519	2256938	2249158
9	1	2,30	23,65	97246,875	93519	2256938	2249158
10	1	2,30	25,95	97246,875	93519	2256938	2249158
11	1	2,30	28,25	97246,875	93519	2256938	2249158
12	1	2,30	30,55	97246,875	93519	2256938	2249158
13	1	2,30	32,85	97246,875	93519	2256938	2249158
14	1	2,30	35,15	97246,875	93519	2256938	2249158
15	1	2,30	37,45	97246,875	93519	2256938	2249158
16	1	2,30	39,75	97246,875	93519	2256938	2249158
17	1	2,30	42,05	97246,875	93519	2256938	2249158
18	1	2,30	44,35	97246,875	93519	2256938	2249158
19	1	2,30	46,65	97246,875	93519	2256938	2249158
20	1	2,30	48,95	97246,875	93519	2256938	2249158
21	1	2,30	51,25	97246,875	93519	2256938	2249158
22	1	2,30	53,55	97246,875	93519	2256938	2249158
23	1	2,30	55,85	97246,875	93519	2256938	2249158
24	1	2,30	58,15	97246,875	93519	2256938	2249158
25	1	2,30	60,45	97246,875	93519	2256938	2249158
26	1	2,30	62,75	97246,875	93519	2256938	2249158
27	1	2,30	65,05	97246,875	93519	2256938	2249158
28	1	2,30	67,35	97246,875	93519	2256938	2249158
29	1	2,30	69,65	97246,875	93519	2256938	2249158
30	1	2,30	71,95	97246,875	93519	2256938	2249158
31	1	2,30	74,25	97246,875	93519	2256938	2249158
32	1	2,30	76,55	97246,875	93519	2256938	2249158
33	0	2,30	78,85	0	0	0	0
34	0	2,00	81,00	0	0	0	0
35	0	2,00	83,00	0	0	0	0
36	0	2,00	85,00	0	0	0	0

Tab.4.1: Disposizione delle linee di acqua aggiunta e momenti d'inerzia di massa baricentrali di ciascuna linea nelle tre direzioni.

---

La massa d'acqua aggiunta complessivamente è pari a:

$$M_{\text{acqua aggiunta}} = 3073,847 \text{ ton.}$$

La posizione del baricentro della distribuzione d'acqua:

$$x_{G,\text{acqua}} = 41,35 \text{ m;}$$

$$y_{G,\text{acqua}} = 13,50 \text{ m;}$$

$$z_{G,\text{acqua}} = 1,25 \text{ m.}$$

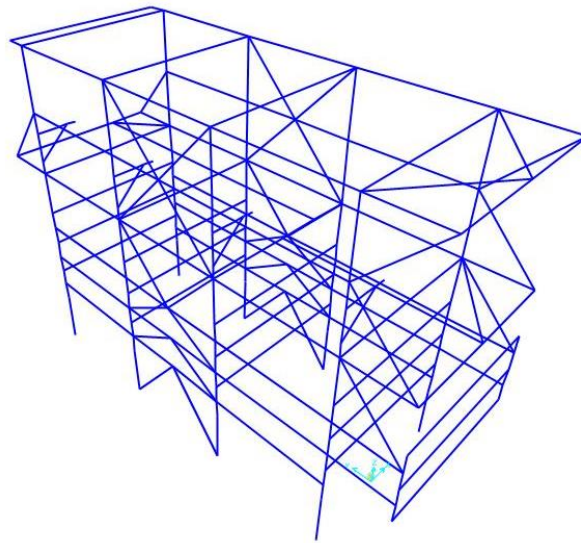
Per completare la descrizione del corpo rigido è necessario introdurre le caratteristiche del carico trasportato.

---

#### 4.1.3.2. Caratteristiche dei moduli

La struttura da trasportare è un modulo di un “pipe-rack”, una delle strutture maggiormente impiegate all’interno del panorama dell’oil&gas, è una struttura di sostegno alle tubazioni e ai dispositivi ad esse collegati.

Tale struttura è composta da una successione di telai trasversali uniti da travi longitudinali.



*Fig.4.7: Modulo del pipe-rack.*

Per quanto concerne la modellazione di tale struttura, si decide di adottare un modello semplificato a forma di parallelepipedo con densità variabili che rappresentino in modo corretto la distribuzione delle masse.

Si fa riferimento alla figura seguente.

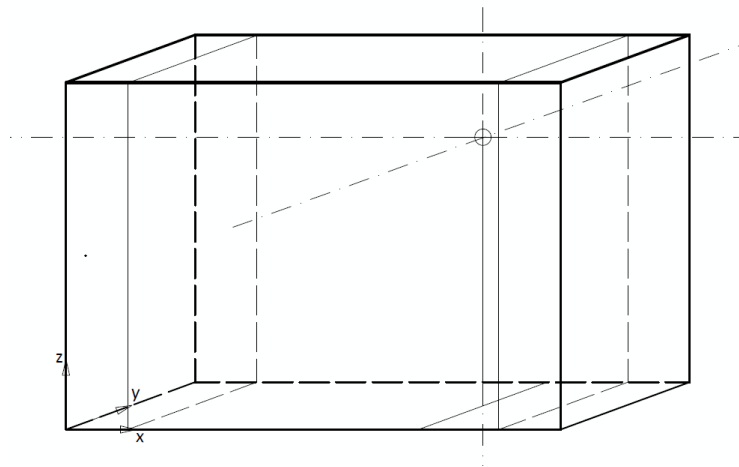


Fig.4.8: Schema semplificato modulo.

Il parallelepipedo disegnato internamente con spessore minore indica l'ingombro massimo dei "piedini" della struttura, sono presenti infatti alle due estremità longitudinali degli elementi strutturali "sospesi" di 3 m ciascuno d'ingombro in direzione y.

In riferimento agli assi cartesiani riportati in figura, si forniscono le dimensioni del modulo:

dimensione lungo asse x:  $l_x = 24,00$  m;  
 dimensione lungo asse y:  $l_y = 8,00$  m;  
 dimensione lungo asse z:  $l_z = 16,80$  m.

La posizione del baricentro è:

$x_{G, modulo} = 17,06$  m;  
 $y_{G, modulo} = 4,00$  m;  
 $z_{G, modulo} = 13,02$  m.

La struttura presenta una sola simmetria: rispetto al piano verticale (parallelo al piano zy) passante per il baricentro.

La massa totale del modulo è indicata pari a:

$$M_{modulo} = 270,000 \text{ ton.}$$

Il volume totale del modulo è pari a:

$$V_{modulo} = 3225,6 \text{ m}^3.$$



Per il calcolo dei momenti di inerzia di massa si utilizza un modello semplificato, che rappresenti la distribuzione delle masse, indicato in figura 4.9:

- si pone una lastra pesante in quota  $z = 16,8$  m per simulare il peso delle tubazioni;
- si divide il solido in tre parallelepipedi tagliandolo con due piani paralleli al piano  $zx$  alle quote:  
 $y_1 = 3,00$  m;  
 $y_2 = 21,00$  m.

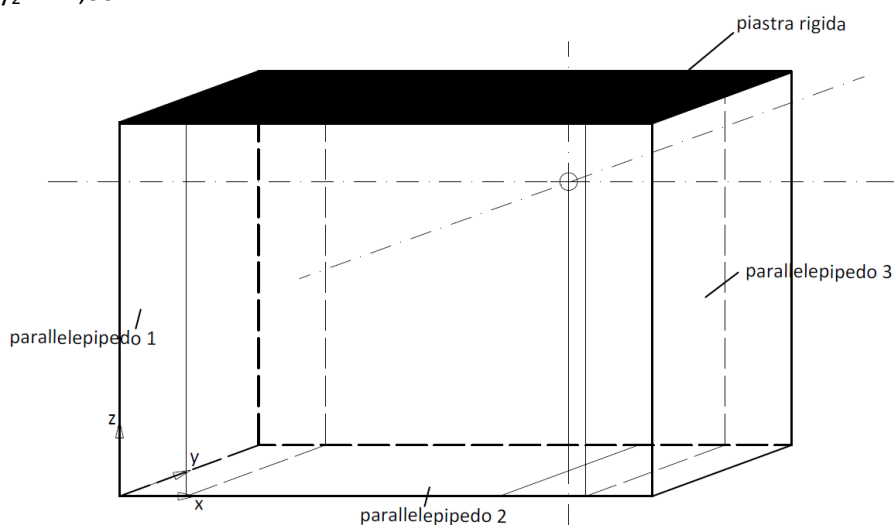


Fig.4.9: Modello semplificato per il calcolo delle masse.

La massa totale dei tubi, equivalente alla massa della piastra superiore è pari a:

$$M_{\text{tubi}} = M_{\text{piastra superiore}} = 138005 \text{ kg.}$$

Si cercano poi le densità dei tre parallelepipedi in modo da rappresentare correttamente la posizione del baricentro delle masse:

- direzione  $x$ : la pt 3 ha una massa circa 4 volte maggiore rispetto alla pt 1;
- direzione  $z$ : le pt 1,2,3 devono cedere massa alle tubazioni pari al 5%, per rappresentare la corretta elevazione del baricentro.

Le densità così calcolate sono pari a:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{parte 1}} &= 4,76 \text{ kg/m}^3; \\ \rho_{\text{parte 2}} &= 51,06 \text{ kg/m}^3; \\ \rho_{\text{parte 3}} &= 9,06 \text{ kg/m}^3. \end{aligned}$$

Alla luce di tale modellazione è possibile calcolare i momenti di inerzia del modulo in riferimento al proprio baricentro, calcolati in ciascuna direzione come somma dei momenti di ciascuna parte e di quelli di trasporto.

<b>Momento di inerzia <math>J_x</math> di massa parte 1</b>		<b>Momento di inerzia <math>J_x</math> di massa parte 2</b>	
Massa di riferimento [kg]	1920,6	Massa di riferimento [kg]	117867,7
Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	55414,4	Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	3400874,9
Distanza baricentri in yz [m]	4,6	Distanza baricentri in yz [m]	3,96
Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	40914,6	Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	1848120,1
Tot parte 1 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	96329,0	Tot parte 2 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	5248995,1
<b>Momento di inerzia <math>J_y</math> di massa parte 1</b>		<b>Momento di inerzia <math>J_y</math> di massa parte 2</b>	
Massa di riferimento [kg]	1920,6	Massa di riferimento [kg]	117867,7
Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	46611,9	Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	5954674,3
Distanza baricentri in zx [m]	16,2	Distanza baricentri in zx [m]	6,43
Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	506104,4	Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	4869894,4
Tot parte 1 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	552716,2	Tot parte 2 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	10824568,6
<b>Momento di inerzia <math>J_z</math> di massa parte 1</b>		<b>Momento di inerzia <math>J_z</math> di massa parte 2</b>	
Massa di riferimento [kg]	1920,6	Massa di riferimento [kg]	117867,7
Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	11683,4	Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	3811054,4
Distanza baricentri in xy [m]	15,6	Distanza baricentri in xy [m]	5,06
Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	465189,7	Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	3021774,2
Tot parte 1 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	476873,1	Tot parte 2 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	6832828,6
<b>Momento di inerzia <math>J_x</math> di massa parte 3</b>		<b>Momento di inerzia <math>J_x</math> di massa piastra</b>	
Massa di riferimento [kg]	6557,6	Massa di riferimento [kg]	143654,2
Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	189209,3	Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	766155,5
Distanza baricentri in yz [m]	3,96	Distanza baricentri in yz [m]	3,78
Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	102821,1	Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	2057395,0
Tot parte 3 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	292030,4	Tot piastra baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	2823550,6
<b>Momento di inerzia <math>J_y</math> di massa parte 3</b>		<b>Momento di inerzia <math>J_y</math> di massa piastra</b>	
Massa di riferimento [kg]	6557,6	Massa di riferimento [kg]	143654,2
Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	159153,6	Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	6895399,6
Distanza baricentri in zx [m]	6,73	Distanza baricentri in zx [m]	6,32
Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	296649,4	Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	5740257,9
Tot parte 3 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	455803,0	Tot piastra baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	12635657,5
<b>Momento di inerzia <math>J_z</math> di massa parte 3</b>		<b>Momento di inerzia <math>J_z</math> di massa piastra</b>	
Massa di riferimento [kg]	6557,6	Massa di riferimento [kg]	143654,2
Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	39892,2	Proprio baricentro [ $\text{kg m}^2$ ]	7661555,1
Distanza baricentri in xy [m]	5,44	Distanza baricentri in xy [m]	5,06
Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	193828,3	Trasporto [ $\text{kg m}^2$ ]	3682862,9
Tot parte 3 baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	233720,6	Tot piastra baric modulo [ $\text{kg m}^2$ ]	11344418,0

Tab.4.2: Calcolo momenti di inerzia di massa del modulo.

---

In riferimento al sistema indicato in figura 4.8, traslato nel baricentro del modulo si ha:

$$J_x = 8460905,1 \text{ kg m}^2;$$

$$J_y = 24468745,3 \text{ kg m}^2;$$

$$J_z = 18177246,6 \text{ kg m}^2.$$

#### 4.1.3.3. Caratteristiche del natante come somma di tutte le sue componenti

Si procede ora alla somma di tutte le componenti del corpo rigido.

Sulla chiatta vengono disposti 8 moduli, in modo tale da massimizzare il carico, pari a 2160 ton.

Si sceglie di disporre un numero pari di moduli in modo tale da poterli disporre sul ponte annullando a coppie l'eccentricità del baricentro lungo la dimensione maggiore del modulo. L'interasse tra i moduli è pari ad 3 m.

Nella figura seguente si riporta la disposizione dei moduli:

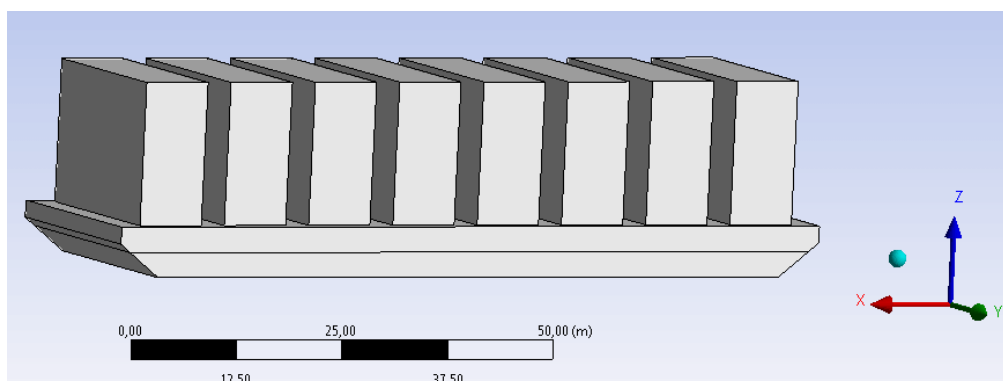


Fig.4.10: Chiatta e disposizione moduli.

Si riporta dunque la posizione del baricentro globale del natante come corpo rigido, tenendo presente che la disposizione dei moduli è simmetrica sia rispetto al piano zx passante per il baricentro della chiatta sia rispetto al piano zy rispetto al baricentro della chiatta senza la distribuzione aggiuntiva d'acqua: difatti il carico riporta verso la simmetria la distribuzione d'acqua, in ogni caso è garantita una minima eccentricità.

La massa totale è pari a :

$$M_{\text{totale}} = 7021,200 \text{ ton.}$$

La posizione del baricentro è in relazione al sistema di riferimento di figura 4.5:

$$X_{G, globale} = 43,68 \text{ m};$$

$$Y_{G, globale} = 13,50 \text{ m};$$

$$Z_{G, globale} = 7,18 \text{ m}.$$

Per il calcolo dei momenti di inerzia è necessario orientare i diversi sistemi di riferimento con cui si sono descritti i corpi. Si deve inoltre sommare sia il contributo baricentrale di ciascun corpo sia quello di trasporto nel baricentro globale.

Posizione baricentro moduli						
Modulo1	y	0	x	7,00	z	19,02
Modulo2	y	0	x	18,00	z	19,02
Modulo3	y	0	x	29,00	z	19,02
Modulo4	y	0	x	40,00	z	19,02
Modulo5	y	0	x	51,00	z	19,02
Modulo6	y	0	x	62,00	z	19,02
Modulo7	y	0	x	73,00	z	19,02
Modulo8	y	0	x	84,00	z	19,02

Momenti di trasporto moduli							
dist xz [m]	38,54	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	4,01E+08	dist xy [m]	36,68	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	3,63E+08
dist xz [m]	28,28	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	2,16E+08	dist xy [m]	25,68	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	1,78E+08
dist xz [m]	18,86	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	9,60E+07	dist xy [m]	14,68	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	5,82E+07
dist xz [m]	12,39	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	4,15E+07	dist xy [m]	3,68	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	3,66E+06
dist xz [m]	13,92	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	5,23E+07	dist xy [m]	7,32	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	1,45E+07
dist xz [m]	21,81	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	1,28E+08	dist xy [m]	18,32	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	9,06E+07
dist xz [m]	31,62	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	2,70E+08	dist xy [m]	29,32	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	2,32E+08
dist xz [m]	42,02	$J_y \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	4,77E+08	dist xy [m]	40,32	$J_z \text{ trasporto [kg m}^2\text{]}$	4,39E+08

Tab.4.3: Posizione e calcolo momenti di inerzia di massa di trasporto di ciascun modulo.

Si sommano tutti i contributi:

Momento di inerzia di massa $J_x$ TOT	
TOT mom baricentrali moduli [kg m <sup>2</sup> ]	6,7687E+07
TOT mom trasporto moduli [kg m <sup>2</sup> ]	3,0256E+08
Mom baricentrale chiatta [kg m <sup>2</sup> ]	1,1475E+08
Mom trasporto chiatta [kg m <sup>2</sup> ]	3,0509E+07
TOT mom acqua aggiunta (baricentrale + trasporto) [kg m <sup>2</sup> ]	1,7870E+08
<b>TOT <math>J_x</math> corpo rigido [kg m<sup>2</sup>]</b>	<b>694205804,94</b>
Momento di inerzia di massa $J_y$ TOT	
TOT mom baricentrali moduli [kg m <sup>2</sup> ]	1,9575E+08
TOT mom trasporto moduli [kg m <sup>2</sup> ]	1,6818E+09
Mom baricentrale chiatta [kg m <sup>2</sup> ]	1,1148E+09
Mom trasporto chiatta [kg m <sup>2</sup> ]	3,6467E+07
TOT mom acqua aggiunta (baricentrale + trasporto) [kg m <sup>2</sup> ]	1,4925E+09
<b>TOT <math>J_y</math> corpo rigido [kg m<sup>2</sup>]</b>	<b>4521354157,87</b>
Momento di inerzia di massa $J_z$ TOT	
TOT mom baricentrali moduli [kg m <sup>2</sup> ]	1,4542E+08
TOT mom trasporto moduli [kg m <sup>2</sup> ]	1,3793E+09
Mom baricentrale chiatta [kg m <sup>2</sup> ]	1,2188E+09
Mom trasporto chiatta [kg m <sup>2</sup> ]	5,9581E+06
TOT mom acqua aggiunta (baricentrale + trasporto) [kg m <sup>2</sup> ]	1,4527E+09
<b>TOT <math>J_z</math> corpo rigido [kg m<sup>2</sup>]</b>	<b>4202103851,84</b>

Tab.4.4: Momenti di inerzia del natante, con tutte le sue parti, considerato come corpo rigido.

---

## 4.2. Frequenza di incontro $\omega_e$

La frequenza rappresenta uno dei parametri fondamentali per caratterizzare un'onda regolare ed anche i moti del natante dipendono fortemente da questo parametro.

Tuttavia nel momento in cui tale corpo rigido è inserito nel moto ondoso ed avanza con una velocità costante, la frequenza con cui viene sollecitato dall'onda non è più quella caratteristica dell'onda stessa.

La presenza di una velocità di avanzamento difatti modifica la frequenza con cui il natante incontra le onde: la frequenza apparente cui si fa riferimento è chiamata *frequenza d'incontro*.

Tale frequenza dipende dalla frequenza dell'onda regolare, dall'angolo  $\mu$  tra le due direzioni positive di avanzamento di natante ed onda, dalla velocità di avanzamento del corpo rigido.

La velocità di avanzo nella direzione di propagazione dell'onda regolare è pari a:

$$U_\mu = U \cos\mu,$$

dunque l'onda si muove rispetto al natante con velocità relativa pari a:

$$c_\mu = c - U \cos\mu.$$

Poichè le creste dell'onda si trovano a distanza  $\lambda$  costante, esse incontrano il natante ad intervalli di tempo  $T_e$  regolari, con  $T_e$  periodo d'incontro:

$$T_e = \lambda / c_\mu = \lambda / (c - U \cos\mu),$$

e dunque per la frequenza di incontro:

$$\omega_e = 2\pi / T_e = 2\pi(c - U \cos\mu) / \lambda.$$

In acqua profonda, ricordando la relazione fondamentale, si ha:

$$\omega_e = \omega - kU \cos\mu = \omega - \omega^2 U \cos\mu / g.$$

La frequenza di incontro può assumere valori sia positivi che negativi: valori positivi indicano che l'onda sopravanza la nave, valori negativi il viceversa.

La relazione tra la frequenza dell'onda e quella d'incontro è:

$$\omega_{1,2} = g / (2U \cos\chi) \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\omega_e}{g} U \cos\chi} \right).$$

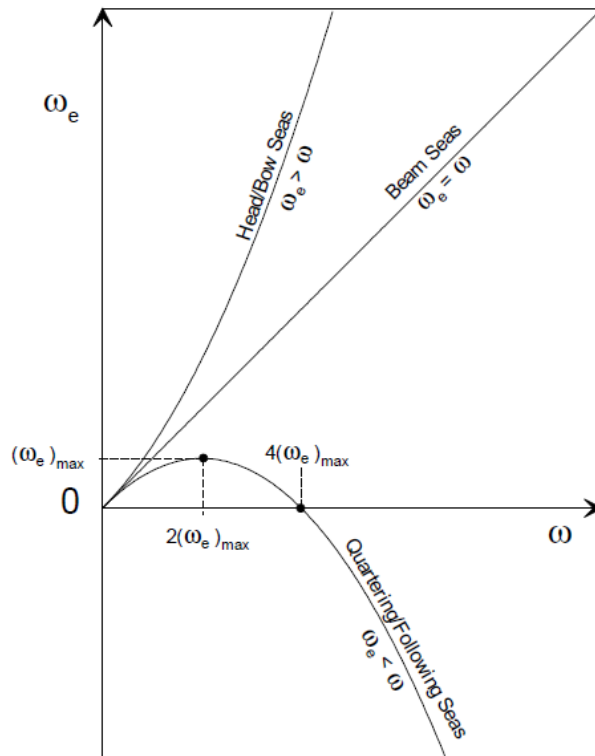


Fig.4.11: Relazione tra frequenza d'onda e frequenza d'incontro.

Si riporta nella figura seguente qualche esempio di posizione relativa mare onda:

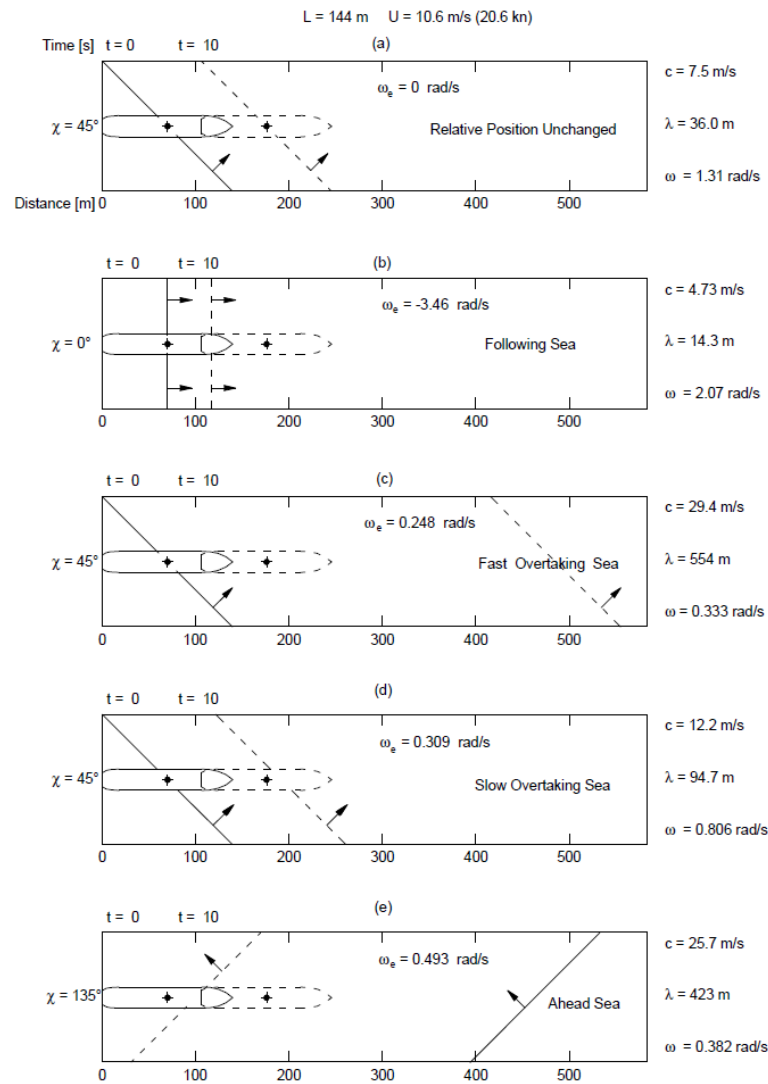


Fig.4.12: Posizioni relative mare di una nave in diversi sistemi ondosi (Bhattacharya, 1978).

Si anticipa che per analizzare il caso sfavorevole per i moti nave si cerca la frequenza che porta a risonanza il moto nave ad oggetto e la si eguaglia alla frequenza di incontro, da cui si calcola la frequenza reale dell'onda.



---

### 4.3. Teoria a potenziale lineare

Si procede ora alla descrizione e risoluzione del problema con lo stesso approccio a potenziale lineare adottato in precedenza per la sola onda incidente, in assenza cioè del corpo rigido oscillante.

Le ipotesi necessarie all'utilizzo della teoria del potenziale, ossia che il fluido sia ideale, incompressibile, inviscido e privo di tensioni superficiali risultano ancora valide.

Si procede pertanto allo studio delle componenti aggiuntive di velocità dovute alla presenza del corpo rigido.

Si nota che per semplicità di trattazione si adottano tutte le semplificazioni proprie della teoria lineare a potenziale trattata in precedenza nel capitolo 3.2.1..

Si procede dapprima allo studio del corpo considerato con velocità media nulla, per poi commentare le modifiche da introdurre nel caso di velocità di avanzamento costante.

---

### 4.3.1. Teoria lineare a potenziale: corpo rigido con velocità media nulla

Si introduce ora la presenza del corpo rigido libero di oscillare nel moto ondoso.

La presenza di tale corpo altera le caratteristiche del potenziale, aggiungendo ulteriori termini al già descritto potenziale dell'onda incidente.

Per comporre il potenziale definitivo si utilizza il Principio di Sovrapposizione degli effetti, essendo il problema in esame completamente lineare.

Le componenti aggiuntive vengono così distinte in:

- potenziale di diffrazione, il quale fa riferimento alla situazione di corpo immobile nel moto ondoso e dunque all'interazione che ne deriva in relazione alla sua impenetrabilità nei confronti del fluido;
- potenziale di radiazione, il quale fa riferimento ad un'oscillazione del corpo in acqua calma. Questa componente tiene conto di come il moto del corpo influenzi l'ambiente circostante in termini di creazione di onde.

Si ha così che il potenziale definitivo appare nella forma:

$$\phi(x,y,z,t) = \phi_{\omega} + \phi_d + \phi_r,$$

con:

$\phi_{\omega}$	potenziale dell'onda incidente, già trattato in precedenza
$\phi_d$	potenziale di diffrazione dell'onda
$\phi_r$	potenziale di radiazione dell'onda.

Si considerano da subito le semplificazioni caratteristiche della teoria lineare.

Il potenziale ad oggetto deve soddisfare naturalmente l'equazione di Laplace:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0,$$

oltre che le condizioni al contorno:

1. Dinamica (ricavata dall'equazione di Bernoulli):  $\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\xi_{\omega} = 0$  per  $z = 0$ ,
2. Di non permeabilità del fondale:  $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$  per  $z = -h$ ,

che caratterizzavano il potenziale dell'onda incidente.

Cambia la condizione al contorno cinematica, poichè per quanto concerne la velocità in direzione normale, ora essa deve eguagliare in ogni punto la componente di velocità del corpo nella stessa direzione:

3. Uguaglianza tra velocità normali:  $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_n(x,y,z,t)$  sulla superficie di interfaccia fluido corpo.

Tale condizione può essere scomposta ulteriormente considerando il fatto che la soluzione è linearizzata:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_n(x,y,z,t) = \sum_{j=1}^6 v_j f_j,$$

Dove si indica con:

$v_j$  le componenti nelle 6 direzioni della velocità del corpo, nell'ordine:  
abbrivio, scarroccio, sussulto, rollio, beccheggio, imbardata.

$f_j$  i coseni direttori sulla superficie del corpo:

$$\begin{aligned} f_1 &= \cos(n,x) \\ f_2 &= \cos(n,y) \\ f_3 &= \cos(n,z) \\ f_4 &= y \cos(n,z) - x \cos(n,y) = y f_3 - x f_2 \\ f_5 &= z \cos(n,x) - x \cos(n,z) = y f_1 - x f_3 \\ f_6 &= x \cos(n,y) - y \cos(n,x) = y f_2 - x f_1. \end{aligned}$$

È da soddisfare anche la condizione che fa riferimento alla radiazione delle onde da parte del corpo:

4. Condizione di radiazione: quando la distanza R di una particella d'acqua dal corpo che oscilla tende ad infinito il valore del potenziale deve essere nullo:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \Phi = 0.$$

Si possono introdurre ulteriori condizioni di simmetria ed antisimmetria:

5. Usualmente le imbarcazioni sono simmetriche rispetto al loro piano verticale medio longitudinale, pertanto indicando con  $\Phi^{(i)}$  le componenti nelle 6 direzioni (anche angolari) del potenziale di velocità si ha:

- 6.
- |                   |                  |   |
|-------------------|------------------|---|
| per lo scarroccio | (antisimmetrico) | $\Phi^{(2)}(-x, y) = -\Phi^{(2)}(x, y)$ |
| per il sussulto   | (simmetrico)     | $\Phi^{(3)}(-x, y) = \Phi^{(3)}(x, y)$  |
| per il rollio     | (antisimmetrico) | $\Phi^{(4)}(-x, y) = -\Phi^{(4)}(x, y)$ |

Risolto il problema a potenziale, a seconda del corpo e delle differenti condizioni al contorno, è dunque possibile il calcolo di tutte le grandezze, in particolare del parametro di pressione  $p$  nella parte sommersa del corpo.

Tale parametro è fondamentale per il calcolo delle forze e dei momenti agenti sul corpo rigido.

Il parametro di pressione  $p$  è ricavabile tramite l'equazione linearizzata di Bernoulli, in funzione del potenziale di velocità:

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z = -\rho \left( \frac{\partial \Phi_r}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} \right) - \rho g z.$$

Le forze ed i momenti sono:

$$\mathbf{F} = \iint (p \mathbf{n}) dS$$

$$\mathbf{M} = - \iint p (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS$$

dove:

in grassetto si indicano le quantità vettoriali;

$\mathbf{n}$  è il vettore normale uscente dall'elemento di superficie  $dS$ ;

$\mathbf{r}$  è il vettore posizione della superficie  $dS$  nel sistema di riferimento ad oggetto.

Sostituendo il parametro di pressione all'interno della definizione di forze e momenti si possono dividere i contributi dei differenti potenziali di velocità:

$$\mathbf{F} = \rho \iint \left( \frac{\partial \Phi_r}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} + g z \right) \mathbf{n} dS;$$

$$\mathbf{M} = \rho \iint \left( \frac{\partial \Phi_r}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} + g z \right) (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS.$$

Questi contributi possono essere divisi anche come segue:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_r + \mathbf{F}_\omega + \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_s;$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_r + \mathbf{M}_\omega + \mathbf{M}_d + \mathbf{M}_s;$$

dove ciascun pedice ha il significato seguente:

- $r$  componente di radiazione;
- $\omega$  componente incidente;
- $d$  componente di diffrazione;
- $s$  componente idrostatica.

---

### 4.3.2. Teoria lineare a potenziale: corpo rigido con velocità media non nulla

L'introduzione della velocità di avanzamento costante comporta la seguente modifica nella teoria a potenziale finora descritta: il potenziale  $\phi(x, y, z, t)$  si deve descrivere non più in riferimento al sistema fisso ma in riferimento al sistema che trasla con moto uniforme con velocità  $U$ , solidale con il natante.

Gli effetti della velocità costante di avanzamento sono riscontrabili nella differenza di velocità relativa tra nave e corpo: la modifica fondamentale si avrebbe nella parte di trattazione che fa riferimento al potenziale di diffrazione, in cui si lascia il corpo libero di muoversi, tuttavia tale influenza non è qui discussa in termini matematici.

Per una trattazione approfondita fare riferimento a [Timman and Newman, 1962].

Si tenga conto del fatto che in molte delle applicazioni il corpo può essere pensato non in avanzamento rispetto alle onde in quanto tale velocità è spesso molto inferiore rispetto a quella dell'onda.

In ogni caso il software utilizzato per l'analisi dei moti effettua il calcolo tenendo conto di questa ulteriore componente.

---

### 4.3.3. Composizione delle equazioni del moto

Si procede all'analisi dei diversi termini introdotti nel paragrafo 4.3.1. in modo da pervenire alle equazioni di equilibrio dinamico del corpo.

Lo studio si può dividere tra la componente del potenziale di radiazione, quella idrostatica ed insieme le componenti incidente e diffrazione.

#### 4.3.3.1. Contributi del potenziale di radiazione

La componente di radiazione è quella che vede il corpo libero di oscillare e avanzare nell'acqua calma. È possibile scomporre tale potenziale nelle sei direzioni dei moti:

$$\Phi_r(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^6 \Phi_{r,j}(x, y, z, t),$$

questo può essere ulteriormente scomposto in un prodotto tra i potenziali che dipendono solo dalle variabili spaziali  $\varphi_{r,j}(x, y, z)$  ed i vettori di oscillazione  $v_j(t)$  che dipendono dal tempo:

$$\Phi_r(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^6 \Phi_{r,j}(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^6 \varphi_{r,j}(x, y, z) v_j(t).$$

Ciò permette di scrivere la velocità normale sulla superficie del corpo:

$$\frac{\partial \Phi_r}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \sum_{j=1}^6 \Phi_{r,j} = \sum_{j=1}^6 \left( \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} v_j \right),$$

dove, ponendo  $\frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} = f_j$  coseni direttori, si ottiene:

$$\frac{\partial \Phi_r}{\partial n} = \sum_{j=1}^6 (f_j v_j).$$

Per quanto concerne la componente di radiazione di forze e momenti si ottiene:

$$\mathbf{F}_r = \rho \iint \left( \frac{\partial \Phi_r}{\partial t} \right) \mathbf{n} dS = \rho \iint \left( \frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^6 \varphi_{r,j} v_j \right) \mathbf{n} dS;$$
$$\mathbf{M}_r = \rho \iint \left( \frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^6 \varphi_{r,j} v_j \right) (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS.$$

Le componenti di queste forze e momenti si possono definire così:

$$\mathbf{F}_r = [ E_{r,1}, E_{r,2}, E_{r,3} ] \text{ ed } \mathbf{M}_r = [ E_{r,4}, E_{r,5}, E_{r,6} ],$$

si ha così:

$$E_{r,k} = \rho \iint \left( \frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^6 \varphi_{r,j} v_j \right) f_k dS = \rho \iint \left( \frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^6 \varphi_{r,j} v_j \right) \frac{\partial \varphi_{r,k}}{\partial n} dS \quad \text{per } k=1, \dots, 6.$$

Essendo che nè  $\varphi_{r,j}$  nè  $\varphi_{r,k}$  sono dipendenti dal tempo, si può scrivere:

$$E_{r,k} = \sum_{j=1}^6 E_{r,kj} \quad \text{per } k=1, \dots, 6,$$

con:

$$E_{r,kj} = \frac{\partial v_j}{\partial t} \rho \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_{r,k}}{\partial n} \right) dS,$$

$E_{r,kj}$  è la forza o momento di radiazione in direzione  $k$  causato da una oscillazione armonica del corpo in direzione  $j$ . Questo è vero per qualsiasi  $j$  e  $k$  da 1 a 6, naturalmente quando  $j=k$  si ha la forza o momento causato da una eccitazione nella stessa direzione.

Tale interazione tra  $j$  e  $k$  introduce quello che è l'accoppiamento tra le forze e i momenti, o, in generale, dei moti.

Rimangono tuttavia da determinare le componenti del potenziale  $\varphi_{r,j}$ .

Introducendo ora un generico moto oscillatorio, in notazione complessa:

$$y_j = y_{a,j} e^{-i\omega t},$$

si hanno le velocità e le accelerazioni:

$$\begin{aligned} \dot{y}_j &= v_j = -i\omega y_{a,j} e^{-i\omega t} \\ \ddot{y}_j &= \frac{d v_j}{dt} = -\omega^2 y_{a,j} e^{-i\omega t}. \end{aligned}$$

La forza o momento idrodinamico può essere ora separato in un contributo proporzionale alla velocità ed uno alla accelerazione.

Si sostituisce l'accelerazione  $\frac{d v_j}{dt} = -\omega^2 y_{a,j} e^{-i\omega t}$  nella definizione di  $E_{r,kj}$ :

$$E_{r,kj} = (-\omega^2 y_{a,j} \rho \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_{r,k}}{\partial n} \right) dS) e^{-i\omega t}.$$

Si definiscono ora due gruppi di coefficienti:

$$A_{kj} = - \operatorname{Re} \left\{ \rho \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_{r,k}}{\partial n} \right) dS \right\};$$

$$C_{kj} = - \operatorname{Im} \left\{ \rho \omega \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_{r,k}}{\partial n} \right) dS \right\}.$$

Sulla base delle definizioni fornite si può scrivere:

$$- A_{kj} \ddot{y}_j - C_{kj} \dot{y}_j = [\omega^2 \gamma_{a,j} M_{kj} + i\omega \gamma_{a,j} C_{kj}] e^{-i\omega t} = E_{r,kj}.$$

Riscrivendo il tutto:

$$E_{r,kj} = - A_{kj} \ddot{y}_j - C_{kj} \dot{y}_j$$

si nota che i coefficienti  $A_{kj}$  e  $C_{kj}$  risultano rispettivamente *coefficienti dinamici di massa e smorzamento idrodinamici*.

Nello specifico si ha che:

- nel caso di oscillazione del corpo in direzione  $j$  con un potenziale di velocità  $\varphi_{r,j}$  i coefficienti sono:

$$A_{kj} = - \operatorname{Re} \left\{ \rho \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_{r,k}}{\partial n} \right) dS \right\};$$

$$C_{kj} = - \operatorname{Im} \left\{ \rho \omega \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_{r,k}}{\partial n} \right) dS \right\};$$

- nel caso di oscillazione del corpo in direzione  $k$  con un potenziale di velocità  $\varphi_{r,k}$  i coefficienti sono:

$$A_{jk} = - \operatorname{Re} \left\{ \rho \iint \left( \varphi_{r,k} \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} \right) dS \right\};$$

$$C_{jk} = - \operatorname{Im} \left\{ \rho \omega \iint \left( \varphi_{r,k} \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} \right) dS \right\}.$$

Si definiscono così due matrici di dimensione 6x6:

A                    massa idrodinamica;  
C                    smorzamento idrodinamico.



Si può dimostrare, tramite il Secondo Teorema di Green applicato ai potenziali  $\varphi_{r,k}$  e  $\varphi_{r,j}$  con volume di riferimento un cilindro di raggio molto grande e come basi la superficie libera insieme con la parte bagnata immersa della superficie esterna del corpo ed il fondo del bacino che sussiste l'uguaglianza:

$$\iint \left( \varphi_{r,k} \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} \right) dS = \iint \left( \varphi_{r,k} \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} \right) dS.$$

Ciò permette di assicurare l'uguaglianza tra i coefficienti:

$$\begin{aligned} A_{kj} &= A_{jk}; \\ C_{kj} &= C_{jk}. \end{aligned}$$

Le matrici  $\underline{A}$  e  $\underline{C}$  risultano dunque simmetriche.

Per la simmetria tipica delle imbarcazioni alcuni coefficienti risultano nulli, si hanno dunque le seguenti due matrici:

$$\underline{A}_{\text{idrodinamica}} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & 0 & A_{15} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & A_{26} \\ A_{13} & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} & 0 \\ 0 & A_{24} & 0 & A_{44} & 0 & A_{46} \\ A_{15} & 0 & A_{35} & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & A_{26} & 0 & A_{46} & 0 & A_{66} \end{bmatrix};$$

$$\underline{C}_{\text{idrodinamica}} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & C_{13} & 0 & C_{15} & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & C_{24} & 0 & C_{26} \\ C_{13} & 0 & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\ 0 & C_{24} & 0 & C_{44} & 0 & C_{46} \\ C_{15} & 0 & C_{35} & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & C_{26} & 0 & C_{46} & 0 & C_{66} \end{bmatrix}.$$

---

#### 4.3.3.2. Contributi del potenziale dell'onda incidente e di diffrazione

Si definiscono le forze e i momenti in riferimento ai due potenziali ad oggetto:

$$\mathbf{F}_\omega + \mathbf{F}_d = \rho \iint \left( \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} \right) \mathbf{n} \, dS;$$
$$\mathbf{M}_\omega + \mathbf{M}_d = \rho \iint \left( \frac{\partial \Phi_\omega}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial t} \right) (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) \, dS.$$

Il principio di sovrapposizione permette di calcolare questi due potenziali in riferimento al corpo immobile, con velocità nulla.

In questa trattazione non è d'importanza il fatto che si sta trascurando l'effetto della velocità di avanzamento del corpo.

Si ha dunque sulla superficie bagnata del corpo:

$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial n} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial n} = 0.$$

Si possono scrivere i potenziali  $\Phi_\omega(x, y, z, t)$  e  $\Phi_d(x, y, z, t)$  in funzione di potenziali che dipendano dalle sole coordinate spaziali moltiplicati per funzioni oscillanti nel tempo unitarie  $u(t) = 1 e^{-i\omega t}$ :

$$\Phi_\omega(x, y, z, t) = \varphi_\omega(x, y, z) e^{-i\omega t};$$
$$\Phi_d(x, y, z, t) = \varphi_d(x, y, z) e^{-i\omega t}.$$

Mettendo a sistema le due equazioni appena descritte con la condizione al contorno bagnato del corpo rigido si ottiene:

$$\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial n} = - \frac{\partial \varphi_d}{\partial n}.$$

Grazie a questa espressione ed alla definizione dei coseni direttori generalizzati (in funzione del potenziale di radiazione) si possono scrivere le forze e i momenti che agiscono sul corpo rigido vincolato:

$$E_{(\omega,d)j} = - i\rho e^{-i\omega t} \iint (\varphi_\omega + \varphi_d) f_j \, dS = - i\rho e^{-i\omega t} \iint (\varphi_\omega + \varphi_d) \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} \, dS.$$

Il potenziale delle onde incidenti è una funzione nota, come descritto nel paragrafo 3.2.1., mentre il potenziale di diffrazione deve essere calcolato.

Utilizzando il Secondo Teorema di Green si ha che:

$$\iint \left( \varphi_d \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} \right) dS = \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_d}{\partial n} \right) dS,$$

che con l'equazione prima trovata  $\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial n} = - \frac{\partial \varphi_d}{\partial n}$  diventa:

$$\iint \left( \varphi_d \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} \right) dS = - \iint \left( \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_\omega}{\partial n} \right) dS,$$

grazie alla quale si può considerata eliminato dalla trattazione il potenziale di diffrazione.

Si può dunque scrivere quella che viene denominata la relazione di Haskind:

$$E_{(\omega,d)j} = - ipe^{-i\omega t} \iint \left( \varphi_\omega \frac{\partial \varphi_{r,j}}{\partial n} - \varphi_{r,j} \frac{\partial \varphi_\omega}{\partial n} \right) dS \quad \text{per } j = 1, \dots, 6.$$

Il problema dipende ora, grazie alle semplificazioni effettuate, dal solo potenziale di radiazione e dal noto potenziale delle onde incidenti.

Il potenziale  $\varphi_\omega$  è, in forma complessa, introducendo anche il differente angolo di propagazione tra onda e natante:

$$\varphi_\omega = - \frac{iga}{\omega} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} e^{ik(x \cos\mu + y \sin\mu)} e^{-i\omega t},$$

e dunque il fattore dipendente dalle sole componenti spaziali:

$$\varphi_\omega = - \frac{iga}{\omega} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} e^{ik(x \cos\mu + y \sin\mu)}.$$

Si può ricavare  $\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial n}$ , e sostituendo questa nell'equazione di  $E_{(\omega,d)j}$  si trova:

$$E_{(\omega,d)j} = - ipe^{-i\omega t} \iint (\varphi_\omega f_k) dS + ipe^{-i\omega t} k \iint (\varphi_\omega \varphi_{r,j} [f_3 + i(f_1 \cos\mu + f_2 \sin\mu)]) dS \quad \text{per } j = 1, \dots, 6.$$

Tale espressione genera il cosiddetto vettore delle forze esterne: le componenti definite sono difatti solo sei.

---

Si possono distinguere due componenti:

- forza o momento di Froude-Krylov, causato dall'onda incidente:

$$E_{(\omega,d),FK} = - i \rho e^{-i\omega t} \iint (\varphi_{\omega} f_k) dS,$$

essa corrisponde al calcolo basato sull'ipotesi semplificativa formulata da Froude-Krylov, in base alla quale in ogni punto della superficie immersa dello scafo viene esercitata una pressione idrodinamica la cui intensità è determinata dal moto ondoso nel punto corrispondente di fluido in assenza della nave.

Quest'ipotesi è nota anche come *ipotesi della nave fantasma*.

In realtà, la presenza della nave influenza, in maggiore o minore misura, la distribuzione della pressione idrodinamica dell'onda, per cui la pressione agente sul generico elemento di carena è differente da quella esistente in assenza della nave. Essa sarebbe esattamente la stessa soltanto se il fasciame dello scafo non presentasse alcuna resistenza al passaggio delle particelle fluide;

- disturbo causato dalla presenza del corpo:

$$E_{(\omega,d),rb} = i \rho e^{-i\omega t} k \iint (\varphi_{\omega} \varphi_{r,j} [ f_3 + i(f_1 \cos\mu + f_2 \sin\mu) ]) dS,$$

queste sono le componenti delle forze eccitanti che contribuiscono alla formazione della forzante esterna.

#### 4.3.3.3. Contributo di forze e momenti idrostatici

Si definiscono le forze e i momenti idrostatici:

$$F_s = \rho g \iint z n dS;$$
$$M_s = \rho g \iint z (r \times n) dS,$$

Che più in generale possono essere indicate come componente del vettore dei carichi esterni, tenendo conto che parte di queste contribuisce al calcolo della matrice di rigidezza  $K_{jk}$  del sistema:

$$E_{sj} = \rho g \iint z f_j dS \quad \text{per } j = 1, \dots, 6.$$

---

## 4.4. Equazioni del moto

Si possono ora definire le equazioni del moto.

Tali equazioni si compongono dei termini precedentemente introdotti e di termini ulteriori quale la matrice della massa del corpo rigido, di rigidità geometrica.

I termini già introdotti sono:

$\underline{A}$  idrodinamica, anche detta  $\underline{A}$  aggiunta: matrice di massa aggiunta dovuta agli effetti idrodinamici;

$\underline{C}$  idrodinamica: matrice di smorzamento idrodinamico, opportunamente da integrare con i coefficienti di viscosità per il moto di rollio;

$\underline{E}$  idrodinamica e idrostatica =  $\underline{E}_{(\omega,d)} + \underline{E}_s$ : vettore delle forzanti esterne contenente i contributi idrodinamici ed idrostatico.

Devono essere definite le matrici  $\underline{M}_{\text{corpo}}$  di massa del corpo e  $\underline{K}_{\text{geometrica}}$  di rigidità geometrica.

La matrice di massa del corpo è costruita sull'ipotesi di densità di massa costante e distribuita in modo invariante nel tempo.

Essa è definita come segue:

$$\underline{M}_{\text{corpo}} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{xx} & 0 & -J_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -J_{zx} & 0 & J_{zz} \end{bmatrix}.$$

Con:

M: massa del corpo rigido;

$J_{ik}$ : momento di inerzia di massa nel riferimento del corpo rigido.

I momenti  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$  Sono stati già calcolati nel paragrafo 4.1.3.3, che sono quelli fondamentali da inserire nel programma di calcolo insieme con la massa per la definizione delle caratteristiche di massa del corpo rigido. Per quanto concerne il momento d'inerzia misto esso viene calcolato automaticamente dal programma.

Per quanto concerne la matrice di rigidezza “geometrica” essa è composta a partire dall’effetto combinato delle forze peso del natante e dalle forze di spinta del fluido, come indicato nel precedente paragrafo 4.3.3.3.

Tenendo conto che la pressione sulla carena non dipende dagli spostamenti di abbrivio, scarroccio e imbardata, ne segue che le forze ed i momenti di richiamo sono presenti solo nei moti di sussulto, rollio e beccheggio. Si ha dunque una matrice così composta:

$$\underline{K}_{\text{geometrica}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & K_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{35} & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

dove si possono indicare anche i valori:

$$K_{33} = \rho g A_w;$$

$$K_{44} = \rho g V GM_T;$$

$$K_{55} = \rho g V [GM_L + (1/V)A_w XGF^2];$$

$$K_{35} = K_{53} = - \rho g A_w XGF;$$

dove:

$\rho$	densità del fluido;
$g$	accelerazione di gravità;
$A_w$	area della porzione di superficie libera occupata dal natante in condizione di equilibrio idrostatico;
$V$	volume di carena: volume del corpo al di sotto della linea di galleggiamento;
$GM_T$	altezza metacentrica trasversale;
$GM_L$	altezza metacentrica longitudinale;
$XGF$	differenza tra l’ascissa del baricentro della superficie di galleggiamento e l’ascissa del baricentro del corpo rigido.

Si nota come per i soli moti di sussulto, rollio e beccheggio sia possibile definire la frequenza propria di oscillazione.

Ricapitolando, i contributi alle equazioni del moto secondo la teoria del potenziale lineare possono essere descritti nel seguente modo:

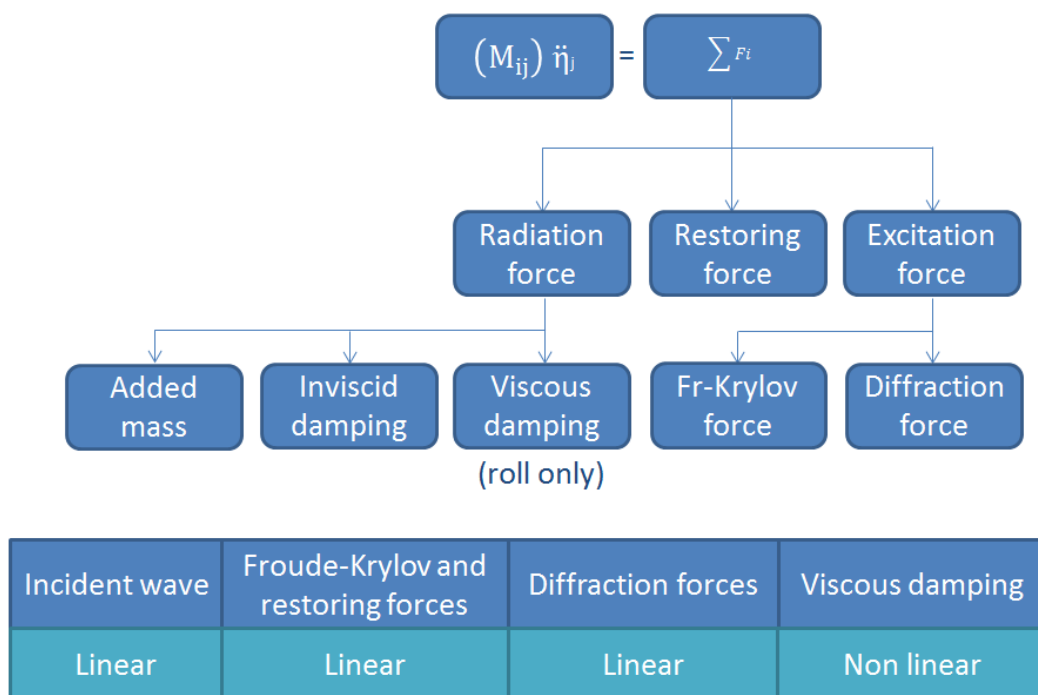


Fig.4.13: Contributi alle equazioni del moto.

Come già anticipato in figura è necessario per i moti nave tenere conto dell'effetto non lineare dello smorzamento del moto di rollio. Questo difatti è l'unico effetto non lineare non trascurabile anche nell'ambito delle ipotesi lineari, naturalmente in riferimento ad una opportuna semplificazione che lo linearizzi in modo tale da poter ancora utilizzare la teoria lineare.

Le equazioni differenziali dei moti così ottenute sono lineari ed a coefficienti costanti: si può applicare, come noto, il *principio di sovrapposizione degli effetti*, in base al quale l'effetto netto delle forze agenti, per quanto possano differire nella loro natura e nelle modalità d'azione, può essere calcolato per mezzo di una semplice somma degli effetti delle varie componenti considerate indipendentemente.

Bisogna osservare che oltre alle forze agenti in acqua tranquilla ed in mare ondoso, la nave può trovarsi sotto l'influenza di molte altre forze quali, ad esempio, le forze di corrente, la pressione del vento sull'opera morta e sulle sovrastrutture, il tiro di cavi in tensione, le forze centrifughe di inerzia durante una manovra di evoluzione, ecc.

---

Nonostante queste forze possano influenzare significativamente il comportamento dinamico della nave, esse non modificano le caratteristiche essenziali dei moti oscillatori, che avvengono anche in loro assenza.

Un esame dettagliato di queste particolari categorie di forze non rientra, in senso stretto, nella materia oggetto della Teoria dei Moti Nave.



---

### 4.4.1. Smorzamento non lineare per il rollio

Nel presente paragrafo si fa riferimento in particolare, oltre ai riferimenti comuni di capitolo, alle seguenti fonti bibliografiche: da [16] a [18].

La teoria del potenziale sinora sviluppata è figlia di ipotesi di linearità.

Una delle ipotesi fondamentali per lo sviluppo di questa teoria è che la viscosità del fluido è trascurata, ciò però può comportare dei seri problemi allorchè si cerca di calcolare la risposta in termini di moto di rollio a risonanza in quanto tali termini acquisiscono valori consistenti.

Si devono pertanto correggere i coefficienti  $C_{jk}$  calcolati nel paragrafo 4.3.3.1 tenendo conto degli ulteriori contributi.

Il problema è la natura non lineare di questi coefficienti aggiuntivi, che comporta necessarie iterazioni nel calcolo dei moti, rendendo inutilizzabile il calcolo nel dominio delle frequenze.

Tuttavia esistono in letteratura dei metodi semplificati che permettono di mantenere l'impostazione lineare del problema.

Si analizza nello specifico il singolo moto di rollio, in modo da rendere chiari gli aspetti del problema tramite un semplice esempio.

Si fa riferimento al moto libero di rollio in acqua calma, anche noto come "free decay test".

In questo test si può fare riferimento alla singola equazione del moto di rollio, non accoppiata alle altre:

$$(I_{xx} + A_{44}) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + (C_{44} + C_{44,viscoso}) \frac{\partial \Phi}{\partial t} + K_{44} \Phi = 0.$$

Con le dovute semplificazioni si ottiene:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + 2\nu \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \omega_0^2 \Phi = 0,$$

con:

rapporto tra smorzamento e momento d'inerzia:

$$2\nu = \frac{C_{44} + C_{44,viscoso}}{I_{xx} + A_{44}},$$

frequenza propria di rollio al quadrato:

$$\omega_0^2 = \frac{K_{44}}{I_{xx} + A_{44}}.$$

Si definisce il coefficiente adimensionale di smorzamento del moto di rollio:

$$\zeta = \nu / \omega_0 = \frac{C_{44} + C_{44,viscoso}}{2 \sqrt{(I_{xx} + A_{44}) K_{44}}},$$

nel quale si riconosce al numeratore il coefficiente di smorzamento attuale ed al denominatore il coefficiente cosiddetto di smorzamento critico.

Si scrive dunque l'equazione precedente:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \omega_0^2 \Phi = 0.$$

Assegnando come condizione iniziale un angolo pari a  $\phi_a$ , e velocità nulla, si ottiene:

$$\phi = \phi_a e^{-\nu t} \left[ \cos(\omega_\phi t) + \frac{\nu}{\omega_\phi} \sin(\omega_\phi t) \right],$$

con:

$\omega_\phi^2 = \omega_0^2 - \nu^2$ , che nel caso di coefficiente di smorzamento piccolo diventa:  
 $\omega_\phi^2 \approx \omega_0^2$ , e dunque  $\omega_0 T_\phi \approx \omega_\phi T_\phi = 2\pi$ .

Si introduce il decremento logaritmico:

$$\nu T_\phi = \zeta \omega_0 T_\phi = \ln \left\{ \frac{\Phi(t)}{\Phi(t + T_\phi)} \right\},$$

tenendo conto di  $\omega_0 T_\phi \approx \omega_\phi T_\phi = 2\pi$  si ottiene un'altra definizione del coefficiente di smorzamento non dimensionale:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{\Phi(t)}{\Phi(t + T_\phi)} \right\} = \frac{(C_{44} + C_{44,viscoso}) \omega_0}{2 K_{44}},$$

da cui si può dare una definizione del coefficiente addizionale di smorzamento  $C_{44, viscoso}$ , seppur figlia di più semplificazioni:

$$C_{44, viscoso} = \zeta \frac{2 K_{44}}{\omega_0} - C_{44}.$$

Come noto il coefficiente  $\zeta$  può essere facilmente determinato tramite

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{\Phi(t)}{\Phi(t + T_\phi)} \right\}:$$

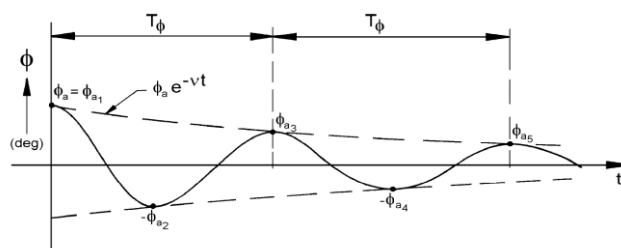


Fig.4.14: Andamento nel tempo di un test di decadimento del moto di rollio.

Il coefficiente di decadimento può essere quindi determinato dall'oscillazione che decade calcolando il rapporto tra qualsiasi coppia di ampiezze a distanza di un periodo. Quando lo smorzamento è molto piccolo e l'oscillazione decade molto lentamente possono essere effettuate molti di questi calcoli da un solo test di decadimento. Naturalmente se il comportamento fosse lineare si dovrebbe avere un valore costante di  $\zeta$ , cosa che naturalmente non accade dato il comportamento non lineare.

È da notare che la prova qui descritta ha il solo scopo di effettuare una stima grossolana in quanto non descrive la variazione del coefficiente di smorzamento in funzione della frequenza, in quanto, per definizione tale prova è condotta ad una sola frequenza.

Inoltre tale stima è valida nel solo caso di moto di rollio disaccoppiato dagli altri. C'è da dire però che nel caso in cui il valore di  $u$  sia minore o uguale a 0,2 si ha una buona stima del coefficiente.

Si mostra infine l'andamento reale del coefficiente di smorzamento  $\zeta$ :

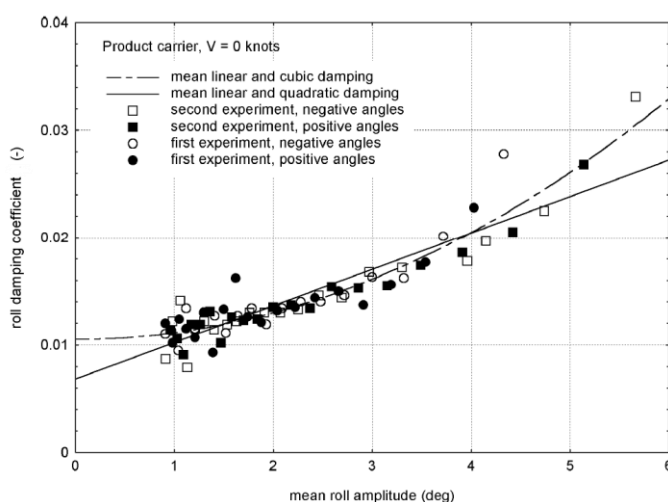


Fig.4.15: Coefficiente di smorzamento in funzione dell'ampiezza media del moto.

Il legame è chiaramente non lineare, come descritto in precedenza. Esistono differenti stime per l'interpolazione, ad esempio:

lineare:  $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 \Phi_a$ ;  
 quadratica:  $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 \Phi_a + \zeta_3 \Phi_a^2$ ,

di volta in volta si affina il calcolo dei coefficienti, a seconda delle caratteristiche meccaniche e geometriche del corpo in esame. Questa strategia risolutiva conduce ad una necessaria iterazione nel calcolo.

Come anticipato in letteratura sono presenti metodi di calcolo dei coefficienti di smorzamento modellando la natura non lineare del problema con coefficienti lineari: se ne riportano di seguito due, di cui il più famoso è il cosiddetto metodo semi-empirico di Ikeda.

Il primo metodo si basa sull'equivalenza di energia dissipata dal modello lineare e quello non lineare, nel caso specifico quadratico:

$$C_{44, v, \text{lineare}} \int_0^{T_\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt = C_{44, v, \text{quadratico}} \int_0^{T_\Phi} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right| \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt,$$

cioè:

$$C_{44, v} = C_{44, v, \text{lineare}} = \frac{8}{3\pi} \phi_a \omega C_{44, v, \text{quadratico}}.$$

Per l'utilizzo di questo metodo si deve pertanto conoscere il coefficiente  $C_{44, v, \text{quadratico}}$ , il che non sempre è possibile.

Il modello semi-empirico di Ikeda invece è di carattere molto più generale.

Esso introduce le ulteriori componenti del coefficiente di smorzamento suddividendole in:

$C_{44,S}$ :	correzione da attribuire alla velocità di avanzamento costante;
$C_{44,F}$ :	coefficiente di smorzamento relativo alla frizione;
$C_{44,E}$ :	coefficiente di smorzamento generato dalla nascita di vortici;
$C_{44,L}$ :	coefficiente di smorzamento dovuto alla forza di portanza ("lift");
$C_{44,K}$ :	correzione dovuta a alla presenza di "alettoni", denominati "bilge keels".

L'aggiunta, prettamente viscosa, è dunque:

$$C_{44, \text{viscoso}} = C_{44,S} + C_{44,F} + C_{44,E} + C_{44,L} + C_{44,K}.$$

In ogni caso la teoria sviluppata da Ikeda, insieme con Himeno e Tanaka trova notevole riscontro con i dati sperimentali, specialmente per barche di dimensioni e forme standard.

---

## 4.5. Teoria a potenziale lineare: metodi risolutivi

Si procede ora ad illustrare le strategie risolutive che accompagnano il problema a potenziale lineare.

Si illustrano di seguito due metodi:

- “Strip theory”:
- la tecnica più utilizzata, si basa sullo studio 2D della sezione del natante trasversale per poi passare all'integrazione lungo la lunghezza;
- “BEM method”:
- “Boundary Element Method”, riconduce il problema 3D ad un calcolo bidimensionale, senza introdurre semplificazioni.
- Il “3D Panel method” è a tutti gli effetti un metodo che ha queste caratteristiche, ed è quello utilizzato dal software in uso ANSYS Pacchetto AQWA.
- Tale metodo è basato sul principio del teorema di Green, riconduce l'equazione lineare omogenea 3D in una equazione integrale 2D.

---

#### 4.5.1. “Strip theory”

Questa strategia risolutiva viene considerata da molti come la più efficace per il calcolo dei moti delle navi indotti dalle onde in quanto in grado di risolvere il problema tridimensionale integrando le soluzioni bidimensionali della teoria a potenziale lungo la lunghezza del natante.

Ciascuna sezione è considerata come parte di un cilindro infinito, le interazioni tra le diverse sezioni sono però trascurate.

Per il calcolo di forme non regolari di sezione si fa sempre riferimento al cosiddetto “conformal mapping” grazie al quale si può sempre ricondurre ad un cerchio qualsiasi figura descritta in un piano complesso.

La “Strip theory” è una teoria per corpi snelli, dunque le stime diventano migliori quanto più il rapporto  $B/L$  è  $< 0,3$ : si suppone che in tal caso la variazione del flusso sia preponderante nella direzione ortogonale all’asse longitudinale del corpo, potendo trascurare quella nella direzione stessa dell’asse.

Pur se i suoi limiti sono ben noti, come ad esempio il fatto di trascurare tutte le componenti di velocità che non appartengono al piano della sezione, il che è una sostanziale differenza con i risultati sperimentali nel caso di basse frequenze di sollecitazione, tale teoria viene largamente accettata nella fase di progettazione e predimensionamento del problema.

Analisi più approfondite sono richieste nel caso si necessiti di maggiore accuratezza.

---

#### 4.5.2. “Boundary Elements Method” : “3D Panel method”

Si illustra ora il metodo degli elementi al contorno, alla base del programma di calcolo utilizzato nel presente lavoro.

La caratteristica principale di questo metodo è quella di poter trattare un problema tridimensionale come quello in esame con equazioni bidimensionali e, a differenza della “Strip theory”, senza introdurre semplificazioni.

Esso si basa sulla risoluzione di un’equazione integrale definita sul contorno invece che sulla risoluzione diretta delle equazioni differenziali parziali.

L’equazione di Laplace, come già illustrato, è una equazione differenziale lineare, pertanto combinazioni lineari di soluzioni elementari rappresentano una soluzione.

La forte efficacia di tale metodo si basa proprio sul fatto di poter determinare diverse soluzioni “base”: l’idea base è quella di sovrapporre semplici soluzioni ricavate in riferimento ad un campo di fluido illimitato. Essendo che il flusso non attraversa mai le superfici che le fanno da contorno, come ad esempio lo scafo della barca, qualsiasi soluzione ricavata in riferimento ad un campo illimitato di flusso dove le linee di flusso coincidano con quelle del problema vincolato possono essere interpretate come sue soluzioni. La restante parte del campo illimitato non ha alcun interesse pratico e non è presa in considerazione.

Conoscendo dunque il flusso in relazione al campo illimitato in relazione a perturbazioni note è possibile calcolare quello nel campo reale sulla base dell’utilizzo del teorema di reciprocità, di cui un esempio in elasticità è rappresentato dal teorema di Betti.

Tale teorema è lo strumento che permette di “guadagnare una dimensione” nel calcolo.

Un metodo che fa riferimento a tale tipologia di soluzione basato su integrali al contorno, è il “3D Panel Method”.

Come detto in precedenza grazie all’utilizzo del Teorema di Green tale metodo è capace di ricondurre il problema tridimensionale a potenziale dell’equazione di Laplace in un integrale di superficie noto come identità di Green.

Si introduce la funzione di Green, la quale soddisfa l’equazione e le condizioni al contorno del problema, oltre che alla seguente (con il grassetto si indica una quantità vettoriale):

$$\Delta G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, \omega) = \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} = \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})$$

Con:

- $\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}$  appartenenti al dominio  $\Omega$  del fluido,
- $\boldsymbol{\xi}$  definisce la posizione del punto cosiddetto sorgente
- $\delta$  individua la funzione delta di Dirac.

---

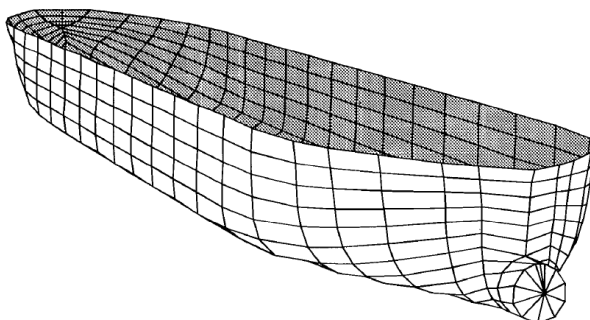
La potenza del metodo è quella di basarsi su di una soluzione esatta: si conosce difatti la forma della funzione di Green, qui omessa per semplicità.

Come già anticipato la funzione di Green qui definita dipende naturalmente dalla posizione del punto di sorgente.

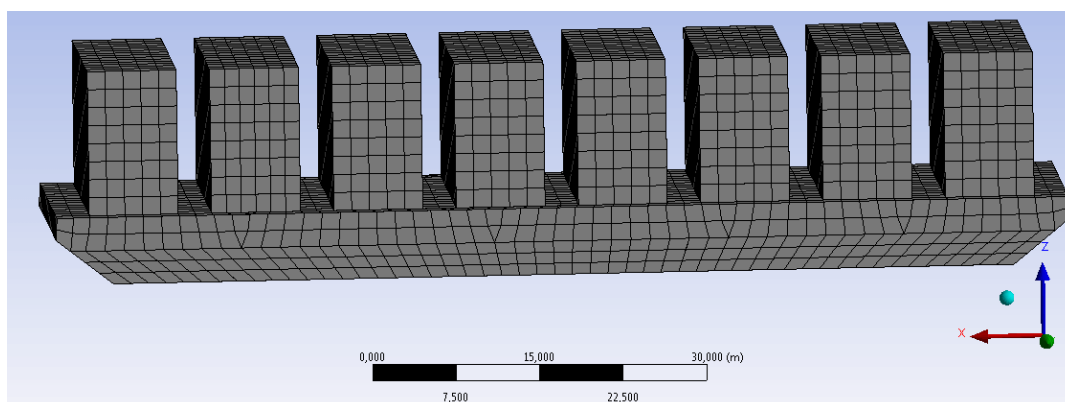
Usando il teorema di Green si trova il legame tra il potenziale e la funzione appena definita.

Secondo lo spirito degli integrali di bordo dunque si porta al limite del dominio  $\Omega$ , per la precisione lungo la superficie libera la posizione del punto di sorgente, in modo tale che la soluzione dell'equazione integrale abbia come unica incognita il potenziale.

Per risolvere numericamente il problema si utilizza il "constant panel method" di Hess-Smith, nel quale la superficie del corpo è divisa in un numero  $N$  di pannelli di forma triangolare o quadrilatera, come indicato nelle seguenti immagini:



*Fig.4.16: Esempio di mesh a pannelli.*



*Fig.4.17: Mesh sulla struttura in esame.*

La scelta del numero  $N$  è tale da poter assumere che sia il potenziale che la forza della sorgente siano costanti e pari al valor medio per la superficie del pannello considerato.



---

È dunque possibile ora il calcolo del potenziale a partire dal sistema di  $N$  equazioni, una per ogni pannello.

Si nota che questo metodo non prevede particolari restrizioni per la geometria del corpo da studiare.

I vantaggi di questo metodo, già enunciati, si possono riassumere:

- nel fatto che la mesh ha due sole dimensioni per un problema a tutti gli effetti tridimensionale, quando in genere bisogna aggiungere molti punti spesso poco significativi per la descrizione dello spazio attorno al corpo;
- si devono risolvere solo  $N^2$  equazioni e non  $N^3$  per trovare il campo di velocità del fluido.

Gli “svantaggi” o meglio limiti del metodo sono:

- può essere utilizzato solo nell’ambito della teoria lineare;
- sono trascurati gli effetti della separazione del flusso, pertanto non può essere utilizzato per lo studio di corpi snelli (la separazione del flusso è inevitabile in presenza di angoli vivi);
- la qualità dei risultati dipende dalla mesh adottata.

Accorgimenti per l’utilizzo del metodo:

- la dimensione caratteristica dell’elemento deve essere sufficientemente piccola nella zona di contatto con l’onda: circa  $1/8$  della lunghezza d’onda.

---

## 5. RISOLUTORE ANSYS AQWA

Si fa riferimento alla seguente fonte bibliografica: [19].

Si è scelto di condurre le analisi relative ad i moti nave avvalendosi di un software, poichè sarebbe risultata molto onerosa la scrittura di un programma ad hoc per il caso in esame.

Nell'ambito dei software che permettono calcoli di questo tipo il pacchetto di Ansys denominato AQWA appare di semplice utilizzo e dotato di grande capacità di calcolo.

Il software è inoltre in grado di risolvere i problemi 3D tramite l'utilizzo del "Constant Panel Method", descritto nel capitolo precedente, sviluppando la soluzione al problema teorico per come è stato descritto nei capitoli precedenti.

Alternative all'utilizzo di questo software sarebbero state principalmente basate sul metodo risolutivo denominato "Strip Method", il quale avrebbe comportato eccessive approssimazioni, data la geometria del corpo in esame.

Per quanto concerne le possibilità del software AQWA in termini di analisi, esso permette di condurre analisi lineari per onde regolari e irregolari ed anche analisi non lineari tramite la Teoria al second'ordine di Stokes.

Si precisa che nel caso delle teorie lineari e non lineari il software è in grado di ricorrere, qualora necessario, al metodo indicato nel paragrafo 3.4 in modo da poter risolvere condizioni di mare severo.

La risoluzione del problema idrodinamico si sviluppa su due fasi:

1. "AQWA Hydrodynamic Diffraction": calcolo lineare nel dominio delle frequenze delle quantità caratterizzanti le equazioni del moto;
2. "AQWA Hydrodynamic Time Response": calcolo, anche non lineare, della risposta nel dominio del tempo con diverse tipologie di forzanti.  
Possibilità di introdurre lo "Stretching" di Wheeler.

---

Per quanto concerne la prima fase del calcolo, “AQWA Hydrodynamic Diffraction” è possibile scegliere tra:

- analisi lineare per onda regolare con una direzione di propagazione e velocità di avanzamento del corpo non nulla, con risultati definiti sulla base di ampiezza d’onda unitaria;
- analisi lineare per onda regolare con diverse direzioni di propagazione d’onda con velocità di avanzamento del corpo nulla con risultati definiti sulla base di ampiezza d’onda unitaria.

Ciò permette il calcolo delle matrici che definiscono il problema lineare.

Per quanto concerne la seconda fase del calcolo, “AQWA Hydrodynamic Time Response”, essa prende piede dalla soluzione trovata nella fase precedente, permettendo di sviluppare analisi mirate, offre la possibilità di calcolo non lineare, trattazione irregolare delle onde:

- analisi lineare e/o non lineare (Second’ordine, Stokes) per un’onda regolare definendone frequenza, direzione e ampiezza;
- analisi lineare e/o non lineare (Second’ordine, Stokes) per un’onda regolare definendone frequenza, direzione e ampiezza, con l’aggiunta dell’utilizzo dello “Stretching” di Wheeler;
- analisi lineare per uno spettro in input di diverse tipologie (illustrate nel seguito), tra le quali anche uno spettro definito dall’utente, sia monodimensionale che bidimensionale con velocità di avanzo nulla.

Per tutte queste soluzioni è possibile inserire la presenza del vento o di corrente.

Si nota che per quanto concerne lo studio della risposta si è utilizzata la sola analisi lineare e non lineare per onde irregolari, per quelle irregolari si è sviluppato un apposito programma su Matlab.

---

## 6. CARATTERISTICHE DI GALLEGGIAMENTO DEL CORPO

Si fa riferimento in particolare alla seguente fonte bibliografica: [20]

Il natante, essendo come già detto un galleggiante, si compone di una parte immersa ed una emersa.

Nel seguito si enunciano le caratteristiche di equilibrio idrostatico e di stabilità del corpo.

La parte immersa appartiene ad un involucro stagno che conferisce alla nave la necessaria galleggiabilità: esso è limitato superiormente da una superficie continua detta *ponte principale* o *di bordo libero* e lateralmente dalla superficie esterna della nave che, chiusa e stagna fino al ponte, si estende, in generale, oltre, nella parte emersa.

In generale si indica con:

W                    peso del corpo.

### 6.1. Lo scafo

Si chiama *scafo* l'insieme di tutte le strutture che costituiscono il corpo della nave.

Da un punto di vista strutturale, il rivestimento esterno dello scafo è detto fasciame esterno: opportuni elementi interni, detti ossature, lo sostengono ed irrigidiscono.

Nel senso della lunghezza, la superficie dello scafo è simmetrica rispetto ad un piano detto piano di simmetria o piano diametrale dello scafo o della nave.

La parte anteriore dello scafo, in genere a forma di cuneo per fendere facilmente l'acqua, dicesi *prora* o *prua*.

La parte posteriore, detta *poppa*, presenta forma avviata e tale da facilitare lo scorrimento dell'acqua e la chiusura del solco aperto dal passaggio della nave.

I due lati di uno scafo rispetto al piano diametrale, visti da un osservatore posto a poppa, si dicono *sinistra* e *dritta* della nave.

Le superfici che limitano lateralmente i due lati dello scafo si dicono *fianchi* od anche *murate* della nave.

Si definisce *fondo della nave* la parte della superficie esterna che limita inferiormente lo scafo.

## 6.2. Piano di galleggiamento

Si dice *piano di galleggiamento* della nave quello cui appartiene la superficie libera del mare perfettamente in quiete, posta a distanza  $T$ , detta *immersione*, dal fondo dello scafo. La curva intersezione del piano di galleggiamento con la superficie esterna dello scafo dicesi *linea di galleggiamento*.

La *figura di galleggiamento* è la figura piana avente per contorno la linea di galleggiamento, di essa si definiscono:

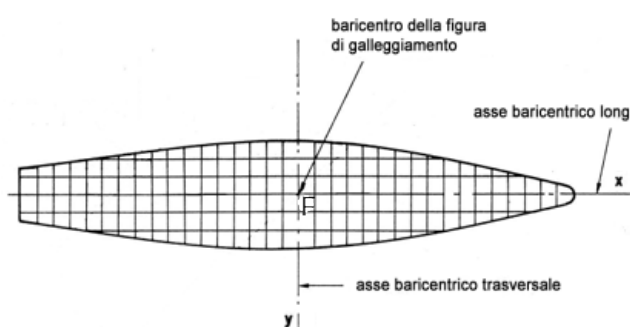


Fig.6.1: Figura di galleggiamento.

$F$	il centro;
$A_W$	l'area;
$I_{x,W}$	il momento d'inerzia geometrico rispetto all'asse principale $x$ ;
$I_{y,W}$	il momento d'inerzia geometrico rispetto all'asse principale $y$ .

Dalla teoria dei momenti d'inerzia risulta che per un sistema piano di masse, come è la figura di galleggiamento, esistono due assi ortogonali, definiti assi principali d'inerzia, intorno ai quali  $J$  assume i valori massimo e minimo.

Quando la figura di galleggiamento ha un asse di simmetria, come in questo caso, questi è asse principale d'inerzia, e in particolare il momento d'inerzia intorno a questo è minimo.

Si nota che tutte le coordinate qui fornite sono in relazione al sistema di riferimento centrato nel baricentro del corpo.

Per la chiatte in esame in condizione di equilibrio idrostatico si ha:

$$\begin{aligned}x_F &= 0,04 \text{ m;} \\y_F &= 0,00 \text{ m;} \\T &= 3,00 \text{ m;} \\A_W &= 2390,3809 \text{ m}^2; \\I_x &= 145215,33 \text{ m}^4; \\I_y &= 1561300,30 \text{ m}^4.\end{aligned}$$

---

Il piano di galleggiamento suddivide lo scafo in due parti: quella immersa è detta *opera viva* o *carena*, l'altra emersa è l'*opera morta*.

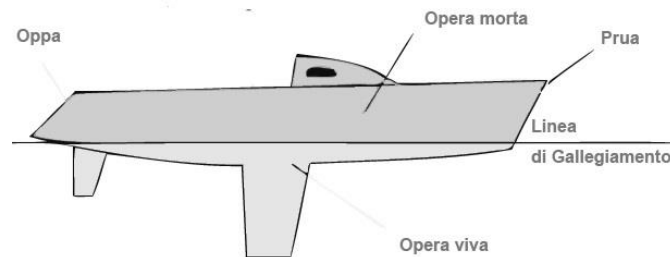


Fig.6.2: Scafo e linea di galleggiamento.

Si indicano con:

- $S_w$  la superficie che limita l'opera viva, detta *superficie di carena*,
- $\Delta$  il volume da essa racchiuso, detto *volume di carena* o anche *dislocamento*,
- $B$  il centro del volume, chiamato *centro di carena* o *centro di galleggiamento*.

Si ha in relazione al sistema di riferimento centrato nel baricentro del corpo:

$\Delta = 6831,68 \text{ m}^3$  (si ricorda che la densità dell'acqua è  $\rho_{\text{acqua}} = 1025 \text{ kg/m}^3$ );

$x_B = 0,00 \text{ m}$ ;

$y_B = 0,00 \text{ m}$ ;

$z_B = -1,47 \text{ m}$ , leggermente più su rispetto alla metà di T per la geometria dello scafo della chiatta.

### 6.3. Condizioni di equilibrio idrostatico del corpo galleggiante

La prima condizione di equilibrio è quella cosiddetta *delle forze*, che consiste nel Principio di Archimede:

$$\Delta = W.$$

La stessa relazione vale nel caso di euquivalenza delle masse, essendo ciascun termine dell'equazione moltiplicato per l'accelerazione di gravità  $g$ :

$$M_{\text{corpo}} = M_{\text{acqua spostata}}$$

in questo caso si ha:

$$M_{\text{corpo}} = 7015,0 \text{ ton (differisce del 0,1\% da quella calcolata).}$$

Il volume di fluido spostato, data la densità dell'acqua  $\rho_{\text{acqua}} = 1025 \text{ kg/m}^3$ , è:

$$V_{\text{acqua spostata}} = \Delta = 6831,68 \text{ m}^3.$$

La seconda condizione di equilibrio è la cosiddetta *dei momenti*: che sia nulla la somma dei momenti delle forze agenti.

Questa condizione è soddisfatta in figura 6.3 (a), in cui il centro di gravità  $G$  ed il centro di carena  $B$  si trovano sulla stessa retta verticale ed è quindi nulla la somma dei loro momenti rispetto a qualsiasi riferimento.

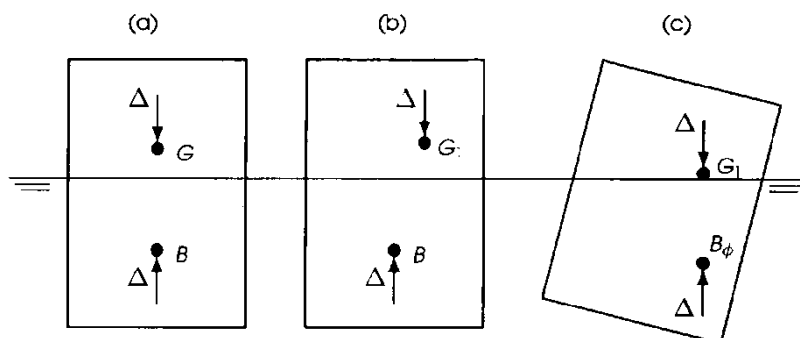


Fig.6.3: Equilibrio dei momenti.

Se assumiamo che il centro di gravità si sposta, rimanendo sullo stesso piano, in una nuova posizione  $G_1$ , figura 6.3 (b), la somma dei momenti non è più nulla.

Ciò dà luogo ad una rotazione del corpo d'un angolo  $\phi$ , tale che un certo volume s'immerge sul lato destro in figura ed un ugual volume emerge sul lato sinistro.

Il risultato è che il centro di carena si sposta in una nuova posizione  $B_\phi$  ed il corpo ritroverà una nuova posizione d'equilibrio quando  $G_1$  e  $B_\phi$  saranno di nuovo sulla stessa verticale, figura 6.3 (c).

È possibile sintetizzare la figura 6.3 rappresentando tutte le situazioni in un unico schema, come mostrato in figura 6.4, in cui, invece di ruotare il corpo in senso orario, tenendo ferma la linea d'acqua, rappresentiamo la linea d'acqua inclinata d'un angolo  $\phi$ , in senso antiorario.

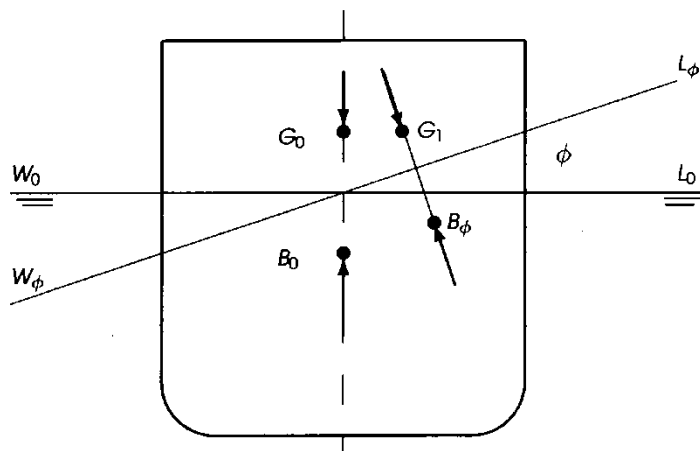


Fig.6.4: Riassunto Fig.6.3.

La linea d'acqua corrispondente alla posizione iniziale è la  $W_0L_0$  ed il peso, uguale a  $W$ , agisce attraverso il centro iniziale di gravità  $G_0$ , in direzione verticale, perpendicolare quindi alla  $W_0L_0$ .

La spinta idrostatica, anch'essa uguale a  $\Delta$ , è applicata al centro di carena  $B_0$ , ed è perpendicolare alla  $W_0L_0$ .

Spostandosi  $G_0$  in  $G_1$ , il corpo ruota dell'angolo  $\phi$  ed il nuovo centro di carena  $B_\phi$  si dispone sulla verticale passante per  $G_1$ , cioè sulla perpendicolare alla nuova linea d'acqua  $W_\phi L_\phi$ .

Quindi la seconda condizione d'equilibrio del corpo galleggiante è soddisfatta se il centro di gravità ed il centro di carena si trovano sulla stessa verticale.



## 6.4. Stabilità del corpo galleggiante: definizione del metacentro

Interessa fissare il concetto di stabilità, come esso si applica ai corpi galleggianti.

Consideriamo un galleggiante in equilibrio ed assumiamo che una qualsiasi causa (forza e/o momento) provochi una piccola variazione della sua posizione: quando la causa cessa, si possono presentare tre diverse situazioni:

- il corpo ritorna alla sua posizione iniziale: si dice che l'equilibrio è *stabile*;
- la posizione del corpo continua a cambiare: si dice che l'equilibrio è *instabile*, il che in termini pratici, per un galleggiante significa che si capovolge e/o affonda;
- il corpo rimane nella nuova posizione finché una nuova perturbazione non lo riporta nella posizione iniziale o continua ad allontanarlo da essa: si dice che l'equilibrio è *indifferente*.

Si analizzi ora la situazione riportata in figura:

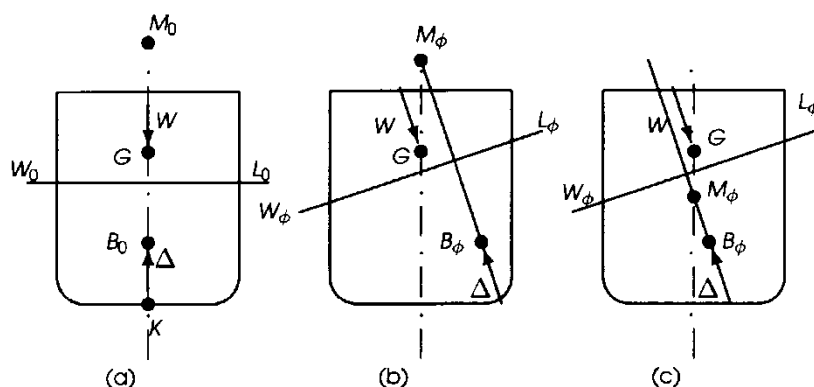


Fig.6.5: Condizioni di equilibrio in diverse configurazioni de natante.

In figura 6.5(a) è riportata la situazione di stabilità iniziale: si supponga che la nave sbandi verso destra, inclinandosi d'un angolo  $\phi$ , come rappresentato in figura 6.5(b), in cui la nuova linea d'acqua è  $W_\phi L_\phi$ .

Se i pesi sono fissati, come si deve a bordo d'una nave, il centro di gravità rimane nella stessa posizione G ed a causa della variazione di forma del volume il centro di carena si sposta in  $B_\phi$ .

Peso e spinta sono verticali, vale a dire perpendicolari alla linea d'acqua  $W_\phi L_\phi$ , si genera quindi un momento che tende a riportare la nave in posizione parallela alla  $W_\phi L_\phi$ , cioè verso sinistra, in posizione orizzontale.

Si dice che in queste condizioni la nave è stabile.

Se si verificasse la situazione mostrata in figura 6.5(c), in cui la verticale per  $B_\phi$  si trova a sinistra della verticale per  $G$ , il momento tenderebbe a far ancora ruotare la nave verso destra.

Si dice che in queste condizioni la nave è instabile.

La differenza tra le condizioni di figura 6.5 (b) e (c), può essere descritta introducendo il concetto di *metacentro*.

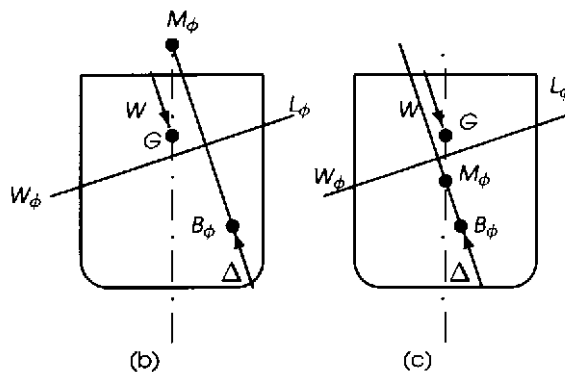


Fig.6.5(b) (c): Definizione del metacentro.

Si considera la figura 6.5 (b) e (c), osserviamo che la retta verticale, disegnata con linea tratto-punto, rappresenta la traccia del piano diametrale della nave.

Più in generale, detta linea è la retta d'azione della spinta prima dello sbandamento.

Se si denomina:

- M      metacentro      intersezione della retta d'azione della spinta con il piano diametrale, possiamo osservare che si presentano le due situazioni riportate in figura 6.5 (b) e (c):
  - in (b) il metacentro M si trova sopra il centro di gravità G;
  - in (c) il metacentro M si trova sotto il centro di gravità G.

Si può concludere che:

*l'equilibrio di un galleggiante è stabile se il metacentro si trova sopra il centro di gravità.*

È bene porre attenzione che nelle figure considerate il metacentro giace sul piano diametrale, essendo la nave di forma simmetrica.

Quanto sopra esposto è valido a condizione che l'angolo di sbandamento sia piccolo.

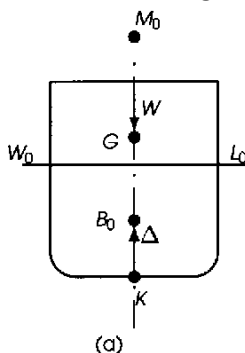


Fig.6.5(a): Definizione del metacentro.

Abbiamo visto che una nave di superficie è stabile in una certa condizione se il suo metacentro si trova sopra il centro di gravità.

Per ricavare una formulazione matematica da usare nei calcoli, si considera di nuovo la figura 6.5 (a), in cui si un punto di riferimento, K, all'intersezione della linea di mezzeria con la linea di base, a partire dal quale si le coordinate verticali, positive verso l'alto.

Vale a dire che K è l'origine delle altezze z.

Nella stessa figura  $M_0$  è il *metacentro iniziale*, corrispondente cioè alla posizione dritta della nave.

Si può scrivere, indicando in grassetto grandezze vettoriali ed abbandonando il pedice  $0$ :

$$\mathbf{GM} = \mathbf{KB} + \mathbf{BM} - \mathbf{KG},$$

dove il vettore **GM** si chiama altezza metacentrica.

Si rappresenta la cosiddetta *evolva metacentrica*, che rappresenta la curva passante per le successive posizioni che assume il metacentro al variare dell'angolo di sbandamento:

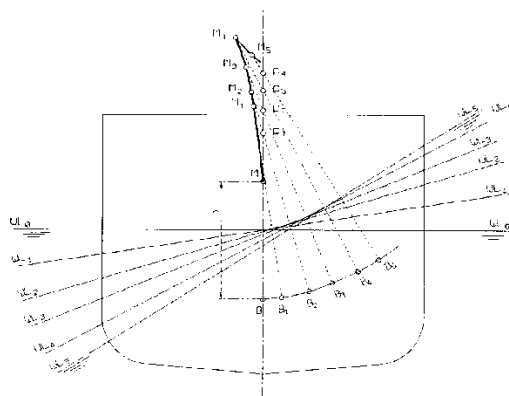


Fig.6.6: Evolva metacentrica.

---

Si nota che la curva descritta dai vari centri di carena si approssima a circonferenza nel caso di angoli di sbandamento piccoli.

Il vettore **BM** è il *raggio metacentrico*, dipendente dalle forme della nave, generalmente indicato come:

**BM<sub>T</sub>**            se *raggio metacentrico trasversale*  
**BM<sub>L</sub>**            se *raggio metacentrico longitudinale*

Per calcolare il raggio metacentrico **BM** si deve determinare lo spostamento del centro di carena B.

Per far ciò si ricorre alla formula:

variazione di coordinate = variazione di momento del volume / volume totale.

Trascurando i dettagli del calcolo, si può affermare che:

*il modulo del raggio metacentrico **BM** è il rapporto tra il momento d'inerzia della superficie di galleggiamento, intorno all'asse d'inclinazione ed il volume del dislocamento.*

Si fa riferimento agli assi di figura 6.1 (principali d'inerzia della figura di galleggiamento) per il calcolo del raggio metacentrico trasversale.

Per avere un'idea dell'ordine relativo di grandezza dei raggi metacentrici, si una chiatta, avente figura di galleggiamento rettangolare, di lunghezza L, larghezza B e sia T l'immersione della chiatta.

raggio metacentrico trasversale (modulo):             $BM_T = \frac{LB^3}{12} \frac{1}{LBT} = \frac{B^2}{12 T} \approx 20,25 \text{ m};$

raggio metacentrico longitudinale (modulo):             $BM_L = \frac{BL^3}{12} \frac{1}{LBT} = \frac{L^2}{12 T} \approx 230,03 \text{ m}.$

Nel caso in esame si ha (si indicano i moduli delle grandezze vettoriali):

GB = 5,66 m;

BM<sub>x</sub> = BM<sub>T</sub> = I<sub>x,w</sub> / Δ = 21,26 m;

BM<sub>y</sub> = BM<sub>L</sub> = I<sub>y,w</sub> / Δ = 228,54 m;

GM<sub>x</sub> = GM<sub>T</sub> = BM<sub>T</sub> - GB = 15,60 m;

GM<sub>y</sub> = GM<sub>L</sub> = BM<sub>L</sub> - GB = 222,88 m.

Come si nota il natante è caratterizzato da equilibrio stabile.

I momenti che si generano in seguito ad un angolo di sbandamento di 1°:

M<sub>x</sub> = 326309,22 Nm /°;

M<sub>y</sub> = 4662302,50 Nm /°.

---

## 7. DATABASE DELLE CARATTERISTICHE DELL'ONDA

Per quanto concerne la scelta delle ampiezze delle onde utilizzate per i test numerici si fa riferimento a due fonti:

- Il sito del National Data Buoy Centre del Governo Americano (sito <http://www.ndbc.noaa.gov/>), dove sono presenti registrazioni effettuate da boe collocate nelle posizioni strategiche di tutto il Globo;
- lavoro di Alves and Young sulle onde estreme [21].

È importante notare come la rotta seguita dal natante oggetto di studio sia quella che collega la Corea del Sud al Canada.

Per quanto concerne la prima fonte questi dati si riferiscono a registrazioni con periodo di ritorno di 8 anni, organizzate in modo statistico nei diversi mesi dell'anno.

Le misure sono organizzate per boe di riferimento: bisogna per prima cosa scegliere le boe per poi accedere ai dati.

Le registrazioni fanno riferimento a:

- $H_{1/3}$  altezza significativa delle onde: terzo superiore delle altezze misurate;  
 $T_z$  intervallo di tempo medio tra due successivi passaggi per lo zero, entrambi in salita o in discesa;  
 $U_{10}$  velocità del vento a 10 m dal livello del mare.

Tutte le boe presentano registrazioni riferite al parametro altezza d'onda significativa, ma non tutte quelle di periodo medio di attraversamento dell'asse dei tempi  $T_z$  e di velocità media del vento  $U$ .

Si scelgono pertanto le solo boe complete di tutti i dati.

Per quanto concerne la seconda raccolta di dati si fa riferimento a degli atlanti dell'altezza d'onda significativa compilati da Alves e da Alves e Young, con periodo di ritorno rispettivamente di 50 e 100 anni.

Gli atlanti dunque forniscono i dati in input per la cosiddetta onda di progetto.

## 7.1. Parametri significativi dell'onda dal database NOAA

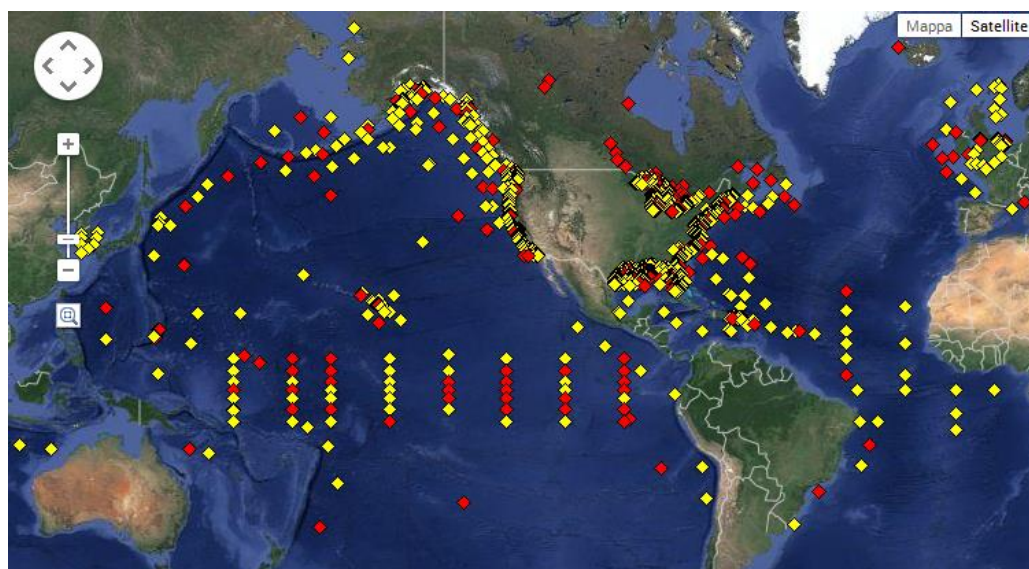


Fig.7.1: Disposizione delle boe nel Pianeta: in giallo le boe con registrazioni recenti, in rosso quelle con registrazioni aggiornate ad 8 ore fa.

Si riporta la scelta delle boe, per nome e coordinate, in base alla loro dislocazione lungo la rotta indicata:

Stazione	n° boa	Coordinate	Colore
1	46066	52.785N 155.047W	giallo
2	46075	53.911 N 160.806 W	giallo
3	46072	51.663 N 172.162 W	rosso
4	46070	55.083 N 175.270 E	giallo

Tab.7.1: Scelta delle boe di riferimento.

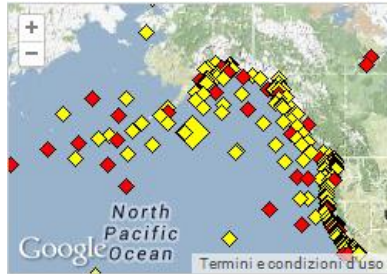


Fig.7.2: Posizione stazione 1, n° 46066.

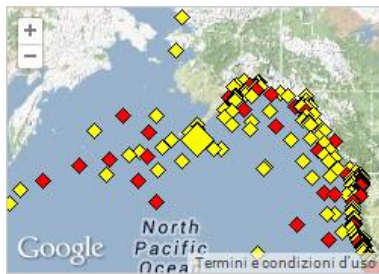


Fig.7.3: Posizione stazione 2, n° 46075.

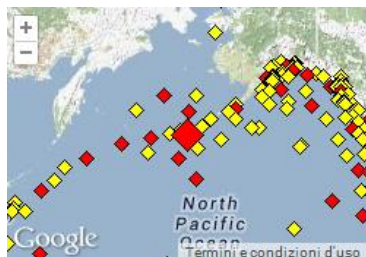


Fig.7.4: Posizione stazione 3, n° 46072.

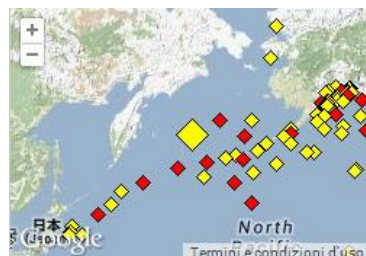


Fig.7.5: Posizione stazione 4, n° 46070.

Per quanto riguarda l'interpretazione dei seguenti grafici si faccia riferimento alla figura riportata di seguito:

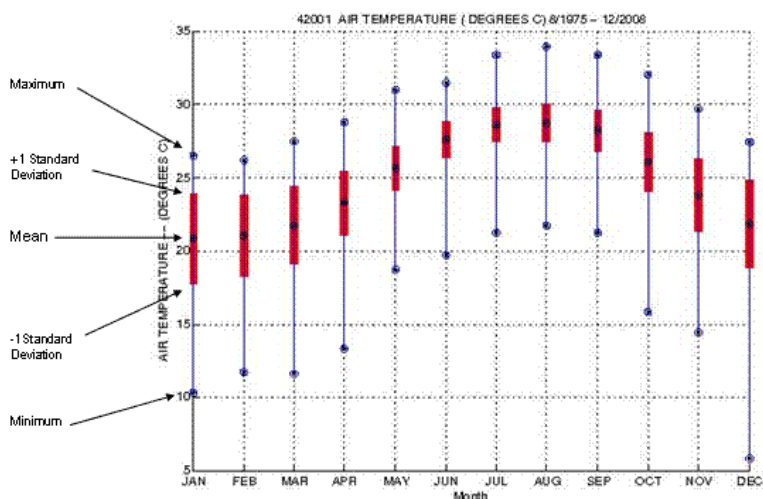


Fig.7.6: Legenda tipologia di grafico.

Si nota che i dati si organizzano in base all'altezza d'onda significativa.

Di conseguenza gli altri parametri si associano a questa nel seguente modo: *i valori massimi dell'altezza d'onda si associano fisicamente ad i valori massimi di periodo  $T_z$  e di velocità del vento*, lo stesso vale per i valori medi e minimi.

Questa ipotesi di lavoro è fondamentale per le scelte dei dati di riferimento nelle successive di analisi.



### 7.1.1. Database NOAA: stazione 1, n° 46066

Si riporta la statistica dell'altezza significativa dell'onda:

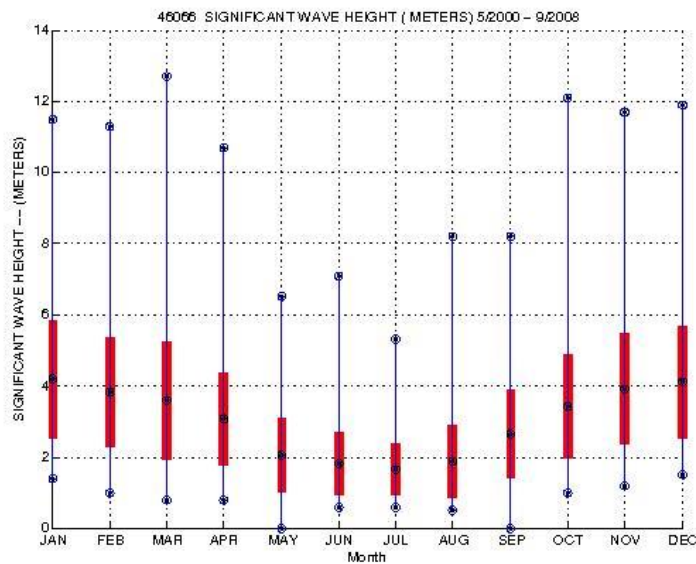


Fig.7.7: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 1.

Si riporta la statistica del periodo di attraversamento medio dell'asse dei tempi:

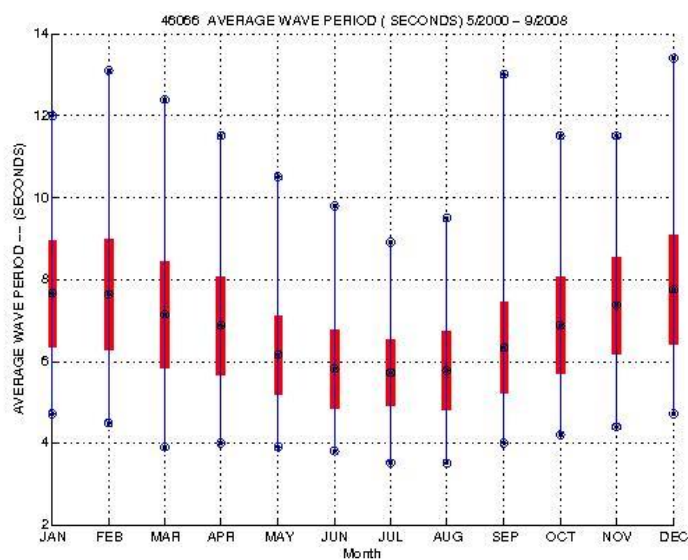


Fig.7.8: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 1.

Si riporta la statistica della velocità media del vento a quota 10 m:

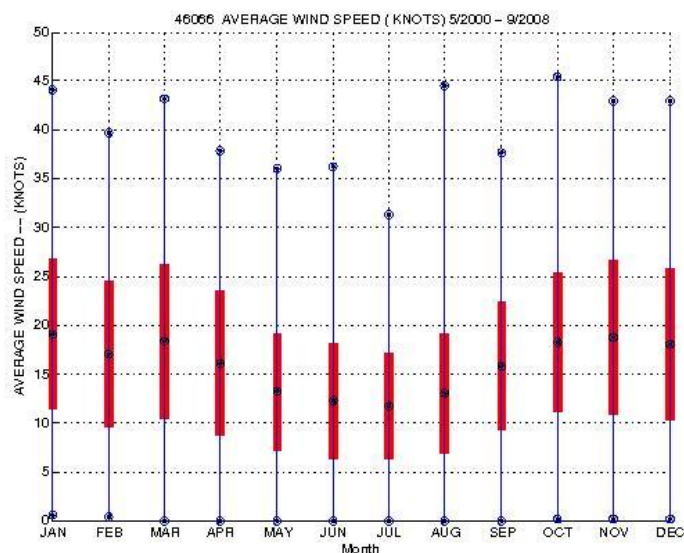


Fig.7.9: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 1.

Si organizza la trattazione dei dati in funzione dell'altezza significativa dell'onda, indicandone il valor massimo dei massimi, medio dei medi e minimo dei minimi in relazione alle quattro Stagioni.

Periodo estivo (Giugno- Settembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 8,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 4,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 10,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 35,0 \text{ nodi} \approx 18,0 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 2,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 6,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 12,5 \text{ nodi} \approx 6,4 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 6,0 \text{ nodi} \approx 3,1 \text{ m/s}$ .

---

Periodo invernale (Dicembre- Febbraio):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 12,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 6,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 14,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 45,0 \text{ nodi} \approx 23,2 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 4,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 2,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 8,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

Periodo primaverile-autunnale (Marzo- Maggio e Settembre- Novembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 11,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 5,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 12,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 40 \text{ nodi} \approx 20,6 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 3,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 7,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

## 7.1.2. Database NOAA: stazione 2, n° 46075

Si riporta la statistica dell'altezza significativa dell'onda:

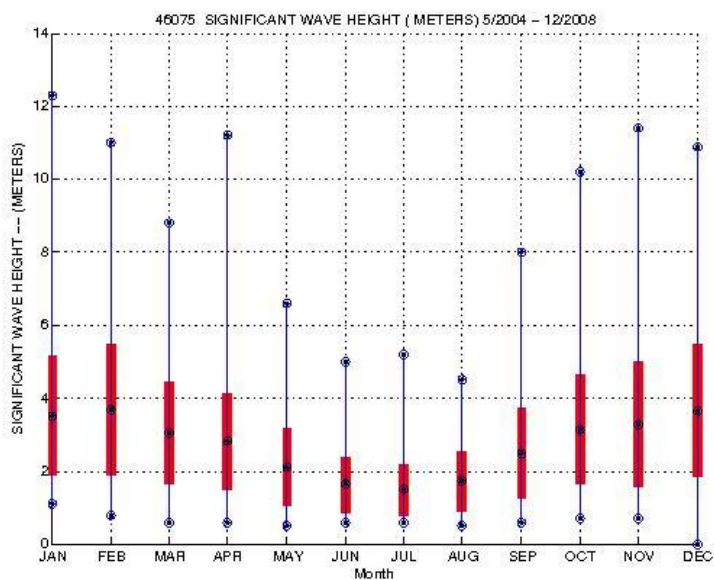


Fig.7.10: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 2.

Si riporta la statistica del periodo di attraversamento medio dell'asse dei tempi:

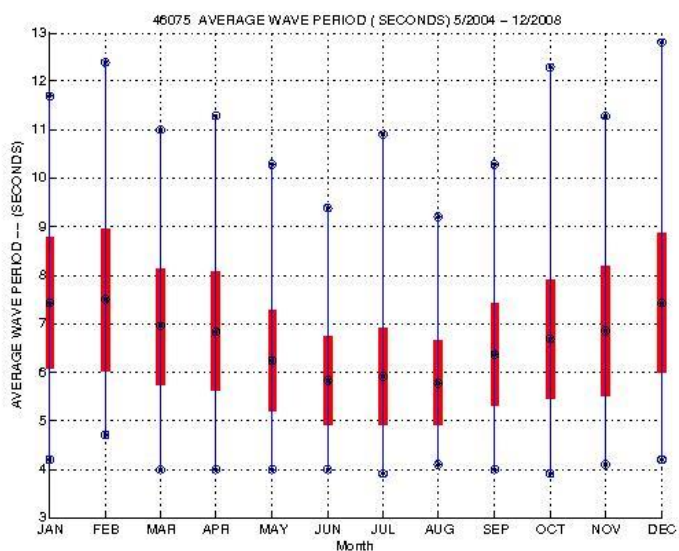


Fig.7.11: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 2.

Si riporta la statistica della velocità media del vento a quota 10 m:

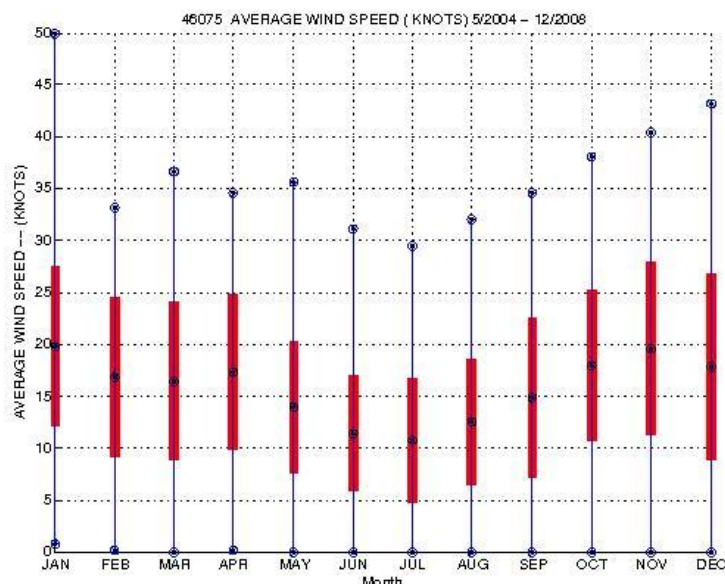


Fig.7.12: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 2.

Si organizza la trattazione dei dati in funzione dell'altezza significativa dell'onda, indicandone il valor massimo dei massimi, medio dei medi e minimo dei minimi in relazione alle quattro Stagioni.

Periodo estivo (Giugno- Settembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 5,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 2,5 \text{ m}$ ,  
 $T_{z, \text{ associato}} \approx 11,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 30,0 \text{ nodi} \approx 15,4 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 2,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,0 \text{ m}$ ,  
 $T_{z, \text{ associato}} \approx 6,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 12,5 \text{ nodi} \approx 6,4 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_{z, \text{ associato}} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 6,0 \text{ nodi} \approx 3,1 \text{ m/s}$ .

---

Periodo invernale (Dicembre- Febbraio):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 12,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 6,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 13,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 50,0 \text{ nodi} \approx 25,7 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 4,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 2,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 7,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

Periodo primaverile-autunnale (Marzo- Maggio e Settembre- Novembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 11,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 5,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 11,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 35,0 \text{ nodi} \approx 18,0 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 3,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 7,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

### 7.1.3. Database NOAA: stazione 3, n° 46072

Si riporta la statistica dell'altezza significativa dell'onda:

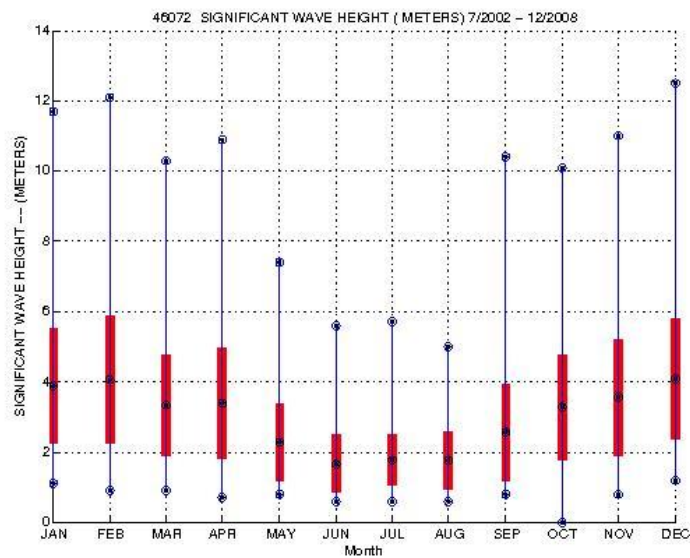


Fig.7.13: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 3.

Si riporta la statistica del periodo di attraversamento medio dell'asse dei tempi:

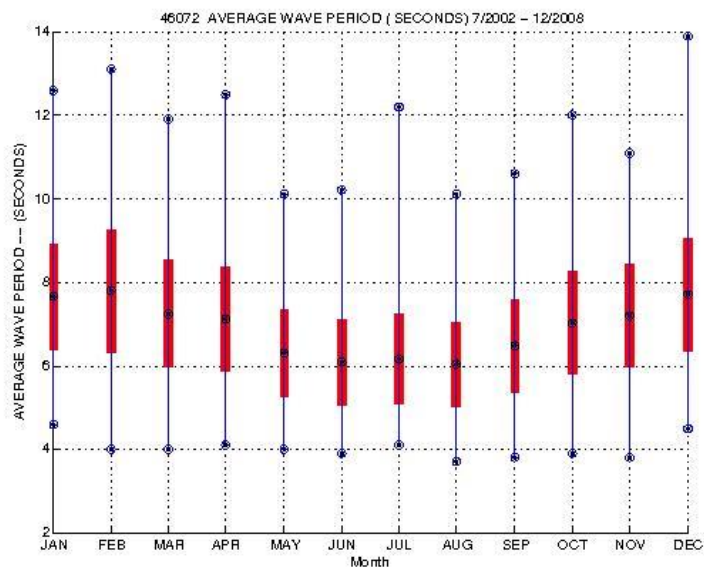


Fig.7.14: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 3.

Si riporta la statistica della velocità media del vento a quota 10 m:

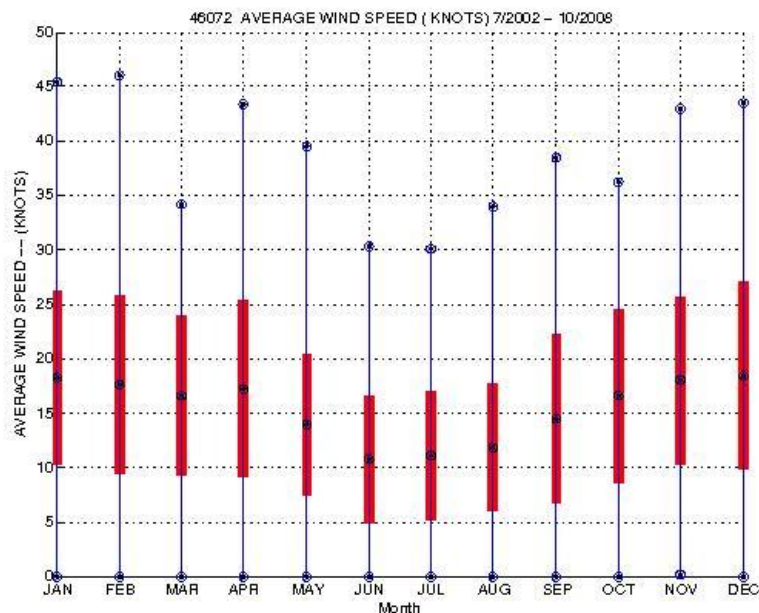


Fig.7.15: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 3.

Si organizza la trattazione dei dati in funzione dell'altezza significativa dell'onda, indicandone il valor massimo dei massimi, medio dei medi e minimo dei minimi in relazione alle quattro Stagioni.

Periodo estivo (Giugno- Settembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 6,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 3,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 12,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 30,0 \text{ nodi} \approx 15,4 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 2,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 6,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 10,0 \text{ nodi} \approx 5,1 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 6,0 \text{ nodi} \approx 3,1 \text{ m/s}$ .



---

Periodo invernale (Dicembre- Febbraio):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 12,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 6,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 14,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 40,0 \text{ nodi} \approx 20,6 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 4,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 2,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 7,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

Periodo primaverile-autunnale (Marzo- Maggio e Settembre- Novembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 11,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 5,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 12,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 43 \text{ nodi} \approx 22,1 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 3,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 7,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

#### 7.1.4. Database NOAA: stazione 4, n° 46070

Si riporta la statistica dell'altezza significativa dell'onda:

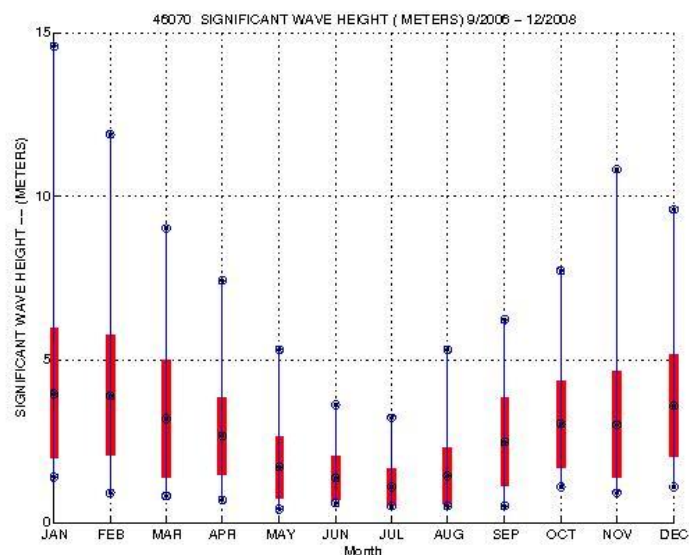


Fig.7.16: Statistica altezza significativa dell'onda stazione 4.

Si riporta la statistica del periodo di attraversamento medio dell'asse dei tempi:

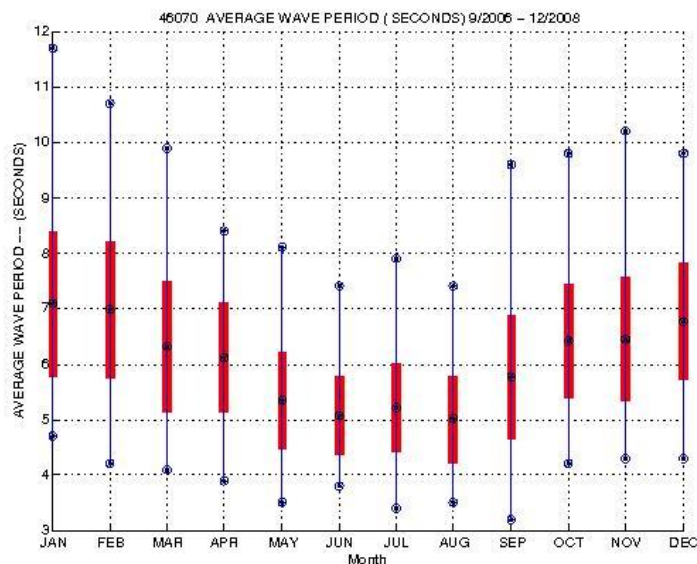


Fig.7.17: Statistica periodo di attraversamento medio dell'onda stazione 4.

Si riporta la statistica della velocità media del vento a quota 10 m:

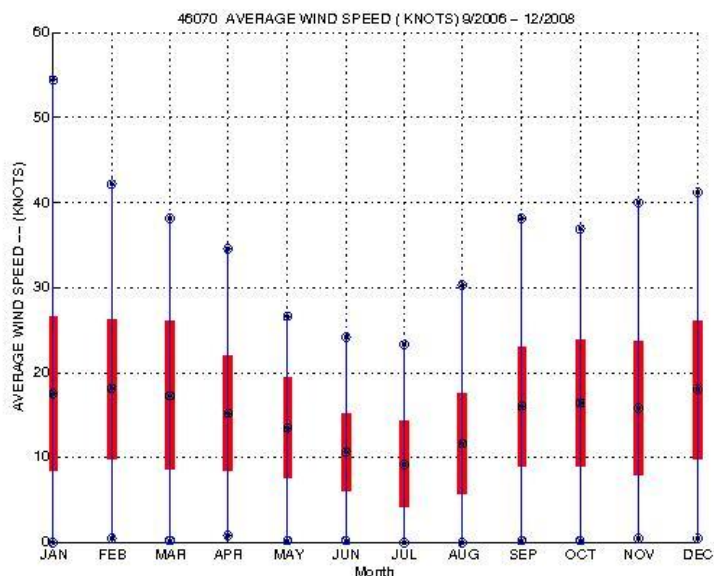


Fig.7.18: Statistica velocità media del vento a quota 10 m stazione 4.

Si organizza la trattazione dei dati in funzione dell'altezza significativa dell'onda, indicandone il valor massimo dei massimi, medio dei medi e minimo dei minimi in relazione alle quattro Stagioni.

Periodo estivo (Giugno- Settembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 5,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 2,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 9,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 25,0 \text{ nodi} \approx 12,9 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 2,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 5,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 10,0 \text{ nodi} \approx 5,1 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 6,0 \text{ nodi} \approx 3,1 \text{ m/s}$ .

---

Periodo invernale (Dicembre- Febbraio):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 15,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 7,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 12,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 55,0 \text{ nodi} \approx 28,3 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 4,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 2,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 7,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

Periodo primaverile-autunnale (Marzo- Maggio e Settembre- Novembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 10,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 5,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 10,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 40 \text{ nodi} \approx 20,6 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 3,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 6,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

---

### 7.1.5. Database NOAA: altezze per stagione e parametri associati

Dalla trattazione dei dati precedente appare chiaro come suddividendo i dati per stagioni dell'anno i dati raccolti siano pressochè gli stessi tra le varie stazioni.

Si possono così individuare dei valori di riferimento in ciascun periodo, che saranno poi utilizzati nelle analisi successive.

Periodo estivo (Giugno- Settembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 8,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 4,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 10,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 35,0 \text{ nodi} \approx 18,0 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 2,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 6,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 12,5 \text{ nodi} \approx 6,4 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 6,0 \text{ nodi} \approx 3,1 \text{ m/s}$ .

Periodo invernale (Dicembre- Febbraio):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 15,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 7,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 14,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 55,0 \text{ nodi} \approx 28,3 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 4,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 2,0 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 8,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

---

Periodo primaverile-autunnale (Marzo- Maggio e Settembre- Novembre):

valor massimo:  $H_{1/3, \max(\max), 8 \text{ anni}} \approx 11,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \max, 8 \text{ anni}} \approx 5,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 11,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 43 \text{ nodi} \approx 22,1 \text{ m/s}$ ;

valor medio:  $H_{1/3, \text{ media}(\text{medi}), 8 \text{ anni}} \approx 3,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \text{ media}, 8 \text{ a}} \approx 1,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 7,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 17,5 \text{ nodi} \approx 9,0 \text{ m/s}$ ;

valor minimo:  $H_{1/3, \min(\min), 8 \text{ anni}} \approx 1,0 \text{ m}$ , dunque  $a_{1/3, \min, 8 \text{ anni}} \approx 0,5 \text{ m}$ ,  
 $T_z, \text{ associato} \approx 4,0 \text{ s}$ ,  
 $U_{10 \text{ m}, \text{ associata}} \approx 0,0 \text{ nodi} \approx 0,0 \text{ m/s}$ .

Si nota che nel seguito potranno essere scelte anche altre combinazioni di periodo  $T_z$  e  $H_{1/3}$  in funzione delle esigenze di calcolo.

Nel particolare nel capitolo 13 si farà riferimento ad una combinazione che sceglie il valore del periodo  $T_z = 7 \text{ s}$ , che può essere individuato oltre che nel periodo Primaverile ed Autunnale anche nel periodo Invernale come valor *medio*, associata con l'altezza significativa  $H_{1/3} = 11 \text{ m}$ , che corrisponde ad un valore molto prossimo al *massimo*.

La scelta di combinare un valore medio di periodo con un massimo di altezza significativa porta difatti al limite di *steepness* la condizione di mare in input: la lunghezza d'onda per onda regolare associata, calcolata con la relazione di dispersione in acqua profonda, è circa  $\lambda = 80 \text{ m}$  contro una altezza di  $H = 11 \text{ m}$ .

Ciò comporta un rapporto  $H/\lambda$  prossimo ad  $1/7$ , che rappresenta il limite fisico per la pendenza dell'onda.

Questa scelta, nell'ottica delle analisi successive, è caratterizzata da uno stato di mare decisamente conservativo.

---

## 7.2. Parametri significativi dell'onda dalla ricerca di Alves e Young

Si riportano gli Atlanti che riportano le dimensioni dell'altezza significativa dell'onda con periodo di ritorno rispettivamente di 50 e 100 anni.

Si veda riferimento bibliografico [21].

Periodo di ritorno di 50 anni:

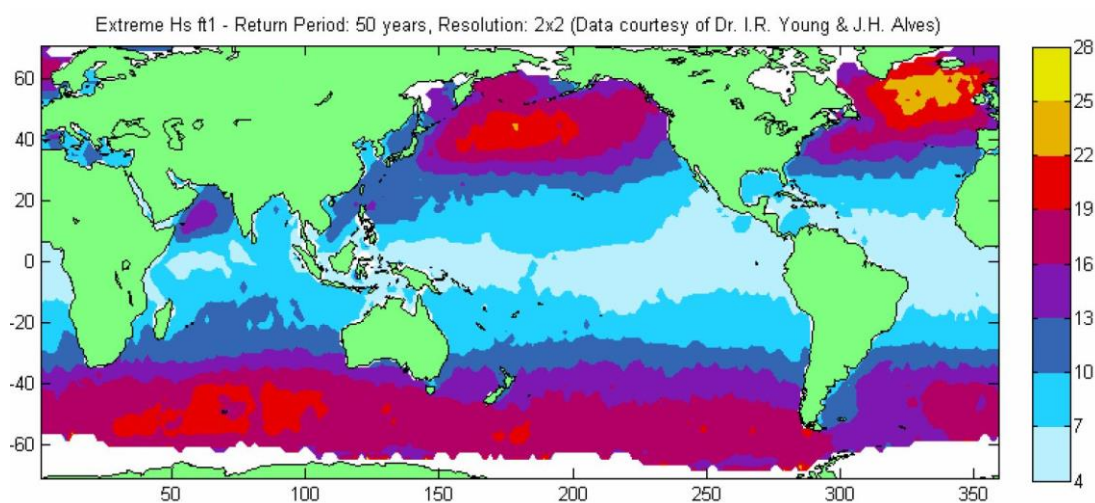


Fig.7.19: Altezza significativa dell'onda con periodo di ritorno di 50 anni.

Come si nota il valore più grande che interessa la rotta oggetto di studio è di:

$$H_{1/3, \max, 50} = 24 \text{ m, dunque} \quad a_{1/3, \max, 50} = 12 \text{ m.}$$

Per quanto concerne il periodo associato a tale altezza significativa si prende, sempre in riferimento alla ricerca di Alves e Young:

$$T_{z, \text{ associato}} \approx 17,5 \text{ s.}$$

Periodo di ritorno di 100 anni:

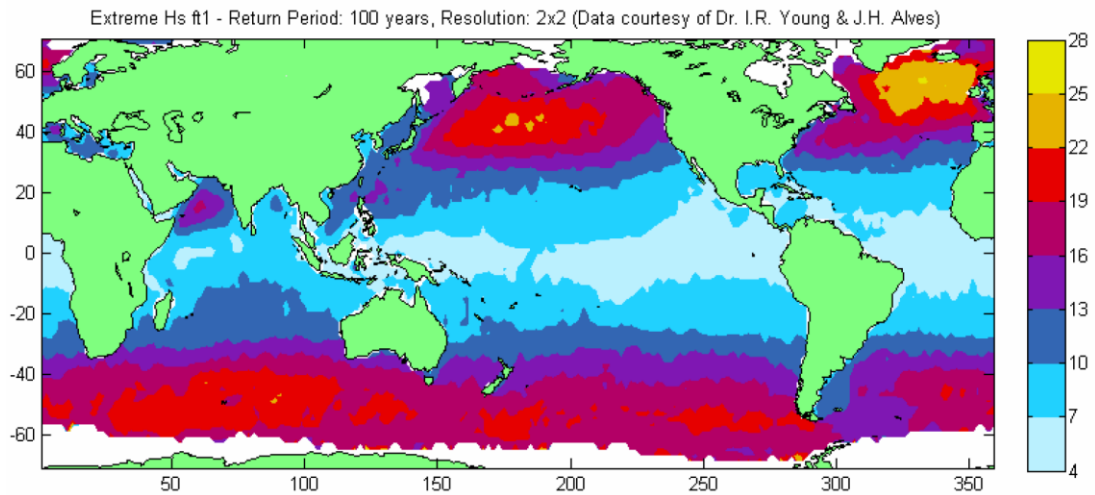


Fig.7.20: Altezza significativa dell'onda con periodo di ritorno di 100 anni.

Come si nota il valore più grande che interessa la rotta oggetto di studio è di:

$$H_{1/3, \max, 100} = 24 \text{ m, dunque} \quad a_{1/3, \max, 100} = 12 \text{ m.}$$

Per quanto concerne il periodo associato a tale altezza significativa si prende, sempre in riferimento alla ricerca di Alves e Young:

$$T_{z, \text{ associato}} \approx 17,5 \text{ s.}$$

Le caratteristiche di sollecitazione a 50 e 100 anni risultano le stesse.



## 8. COMBINAZIONE DELLE ACCELERAZIONI: PUNTO P

L'obiettivo di questo studio è quello di calcolare le accelerazioni cui sono soggetti i moduli trasportati, durante il moto ondoso.

È pertanto necessario trasportare le accelerazioni che fanno riferimento al baricentro del corpo rigido nei punti di contatto tra struttura e ponte.

Essendo il modello a corpo rigido, è sufficiente comporre le accelerazioni tramite un'opportuna matrice di trasferimento, prestando opportuna attenzione alle fasi tra i diversi moti.

Per quanto concerne il punto di riferimento del calcolo, si sceglie il baricentro della sagoma rettangolare del modulo a prua.

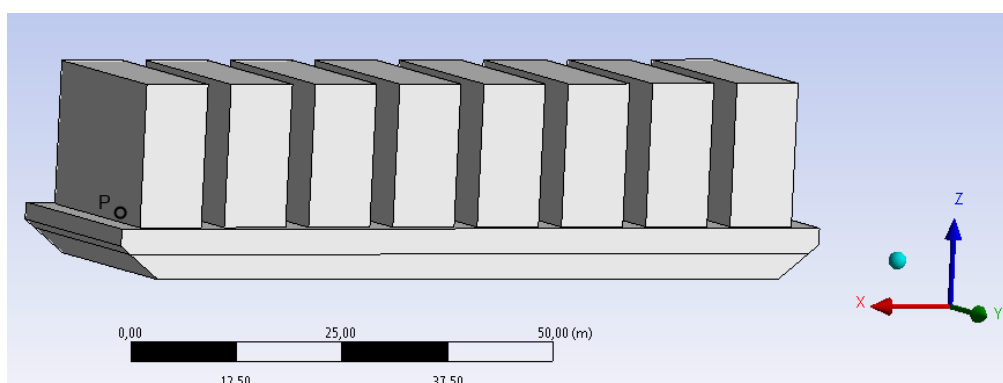


Fig.8.1: Punto di riferimento per il calcolo delle accelerazioni al piede della struttura.

Le coordinate del punto P rispetto al sistema d'assi baricentrico solidale alla nave sono:

$$x_{rb,P} = 40,31 \text{ m,}$$

$$y_{rb,P} = 0,00 \text{ m,}$$

$$z_{rb,P} = -1,17 \text{ m.}$$

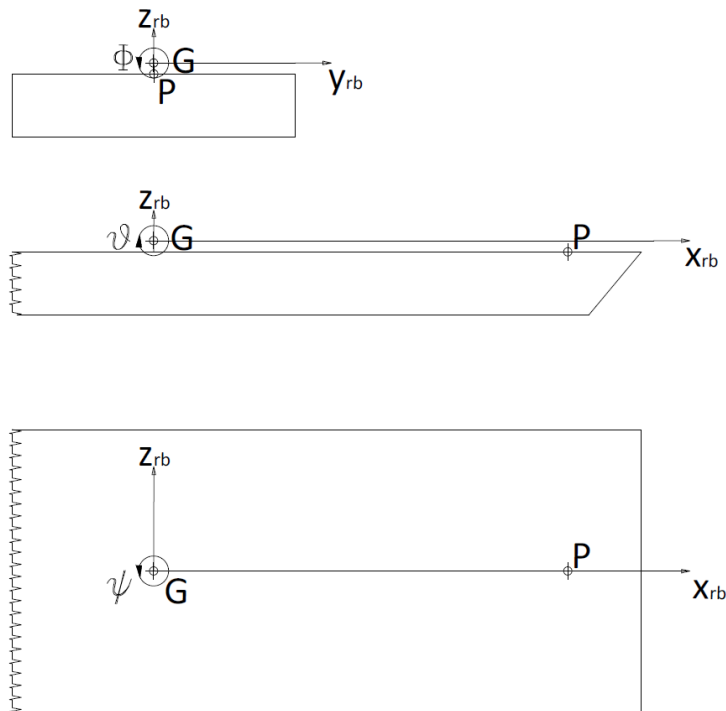


Fig.8.2: Posizione nei tre piani del punto P.

Le relazioni tra le accelerazioni del punto P e quelle del baricentro, in riferimento al sistema globale  $(O, x_b, y_b, z_b)$  e nell'ipotesi di piccole oscillazioni, sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
 X_{P, \text{accelerazione}} &= X_{G, \text{accelerazione}} + z_{rb, P} \vartheta_{G, \text{accelerazione}} - y_{rb, P} \psi_{G, \text{accelerazione}}; \\
 Y_{P, \text{accelerazione}} &= Y_{G, \text{accelerazione}} - z_{rb, P} \phi_{G, \text{accelerazione}} + x_{rb, P} \psi_{G, \text{accelerazione}}; \\
 Z_{P, \text{accelerazione}} &= \zeta_{G, \text{accelerazione}} + y_{rb, P} \phi_{G, \text{accelerazione}} - x_{rb, P} \vartheta_{G, \text{accelerazione}}; \\
 RX_{P, \text{accelerazione}} &= \phi_{G, \text{accelerazione}}; \\
 RY_{P, \text{accelerazione}} &= \vartheta_{G, \text{accelerazione}}; \\
 RZ_{P, \text{accelerazione}} &= \psi_{G, \text{accelerazione}}.
 \end{aligned}$$

Dove con  $X_p, Y_p$  e  $Z_p$  si indicano le quantità in riferimento agli assi rispettivamente  $x_b, y_b, z_b$ , con il prefisso R si indica la rotazione, con  $X_G, Y_G, \zeta_G, \phi_G, \vartheta_G, \psi_G$  le quantità definite nel paragrafo 4.1.2, i moti del natante in riferimento al baricentro G.

Si definisce ora la matrice  $\underline{\underline{T}}$ , sulla base delle equazioni prima introdotte, in modo che sia vera la seguente uguaglianza:

$$\underline{\underline{A}}_P = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{A}}_G,$$

dove con la doppia sottolineatura si indicano le matrici, con la singola i vettori e con il simbolo  $A$  le accelerazioni.

Si nota che tale matrice di trasporto vale per qualsiasi punto appartenente al corpo rigido.

Si definisce così:

$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{rb,P} & -y_{rb,P} \\ 0 & 1 & 0 & -z_{rb,P} & 0 & x_{rb,P} \\ 0 & 0 & 1 & y_{rb,P} & -x_{rb,P} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1,17 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1,17 & 0 & 40,31 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -40,31 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si nota che per la composizione dei moti è fondamentale la conoscenza della fase presente tra le diverse leggi orarie, come verrà discusso in seguito.

---

## 9. SCELTA DELLE TIPOLOGIE DI ANALISI

Si fa riferimento alle seguenti fonti bibliografiche: da [2] a [9] e da [22] a [25].

Si considera il natante in moto in un fluido ideale, rispetto ad un dato sistema di onde, con velocità di avanzo ed angolo di rotta prefissati.

Per prima cosa si procede con la risoluzione del problema a potenziale lineare formulato in precedenza in modo tale da definire le equazioni del moto.

Prima di procedere è però necessario ragionare sulla validità della teoria lineare cui si è fatto riferimento sinora.

Nel paragrafo 3.2.1 si erano enunciate le seguenti ipotesi alla base della teoria di Airy, cosiddetta “teoria delle onde di piccola ampiezza”:

1.  $a \ll \lambda$ : onde di piccola ampiezza nei confronti della lunghezza, dunque piccola pendenza;
2.  $(\frac{\lambda}{h})^3 \frac{H}{\lambda} \ll 1$ : onde piccole nei confronti della profondità del mare.

Si procede a verificarne la validità:

- la profondità  $h$  del fondale è:  $h = 5000$  m;
- le altezze d’onda non superano mai:  $H = 25$  m;
- bisogna stimare una lunghezza d’onda plausibile per le analisi che si dovranno effettuare.

Considerando che il natante ad oggetto ha dimensioni dell’ordine del centinaio di metri, è una buona approssimazione quella di considerare:

$$\lambda \approx 100 \text{ m,}$$

in quanto per la massimizzazione dei moti l’onda deve essere, orientativamente, o circa uguale alla dimensione del corpo rigido o doppia.

Per  $\lambda = 100$  m, si ha:

$$\left(\frac{\lambda}{h}\right)^3 \frac{H}{\lambda} \approx \left(\frac{100}{5000}\right)^3 \frac{25}{100} \approx 0,2 \text{ E-05} \ll 1,$$

si può pertanto affermare che la seconda ipotesi sarà con molta probabilità verificata.

Ciò si poteva stabilire da subito, in quanto questa ha il solo scopo di distinguere la trattazione tra mari poco o molto profondi.

Si concentra l’attenzione sulla prima ipotesi, ricordando quanto riportato in figura 3.3, per onde lineari.

---

Il limite per l'utilizzo della teoria lineare delle onde è rappresentato, nel caso di acqua profonda dalla relazione:

$$\frac{H}{gT^2} \approx 0,001,$$

dove le grandezze sono in metri e secondi.

Ricordando che dalla relazione di dispersione si ha  $T^2 = 2\pi\lambda / g \approx 0,64 \lambda$ :

$$\frac{H}{g \cdot 0,64 \lambda} \approx 0,15928 \frac{H}{\lambda},$$

la relazione prima indicata diventa:

$$\frac{H}{\lambda} \approx 0,00629, \text{ indicando entrambe in metri.}$$

Per un'onda che abbia  $a = 1$  m, dunque  $H = 2$  m, la lunghezza d'onda minima per poter utilizzare la teoria di Airy è  $\lambda \approx 318$  m.

Tale ipotesi sembra dunque difficilmente rispettabile date le grandezze associate al problema in esame: con ogni probabilità si dovrà ricorrere ad analisi non lineari per ottenere risultati di maggiore affidabilità.

È tuttavia possibile condurre in ogni caso analisi lineari, utilizzando la correzione di Wheeler: i risultati per le due tipologie di teorie a confronto sono con buona approssimazione pressochè identici anche per mari molto severi, come si vedrà nei capitoli successivi.

Si deve ora ragionare al riguardo della tipologia di mare utilizzata in input: usualmente la prima analisi che si conduce è un'analisi lineare per **onde regolari** ("long crested sea"), la quale può sembrare poco conciliabile con la realtà caotica della superficie oceanica, tuttavia, grazie alla sua semplicità, permette di cogliere con ottima approssimazione le caratteristiche fondamentali di eccitazione dei moti studiati, riuscendo ad individuare le situazioni di massima criticità per ciascuno.

Si conducono poi analisi per mare in tempesta, dove è necessario ricorrere ad una trattazione statistica delle onde, dette pertanto **irregolari**.

È da dire che, in generale, in una zona di tempesta, ci si può aspettare che soltanto in condizioni ideali le onde si propaghino tutte nella stessa direzione.

È infatti più verosimile che le onde reali si muovano in molte direzioni differenti, sebbene un osservatore esperto possa facilmente evidenziare l'esistenza di una direzione predominante di propagazione, spesso più o meno allineata con quella del vento.

---

Tale situazione è provocata dai cambiamenti della direzione del vento e dalla presenza di sistemi ondosi generati in altro luogo, cui si devono aggiungere, nel caso di mari poco profondi, anche l'influenza dell'orografia costiera e della topografia del fondo.

Per questo, non esiste in natura un mare a cresta lunga ("long crested sea"), dove le creste infinitamente lunghe rimangono parallele fra loro durante la propagazione delle onde.

La presenza di più sistemi ondosi dovuti a mari a cresta lunga dà luogo ad una continua composizione o cancellazione delle creste e dei cavi.

Questo fenomeno sta alla base del cosiddetto mare a cresta corta ("short crested sea"), caratterizzato dalla coesistenza di più sistemi ondosi con diverse direzioni di propagazione.

In questo caso è necessario introdurre nell'analisi un input in un particolare punto dell'oceano sia capace di descrivere i contributi dovuti ad onde provenienti da molte direzioni, diverse da quella predominante: si vedrà in seguito che si tratta di uno spettro di densità di energia bidirezionale.

Il grado di dispersione direzionale delle onde ha un'influenza sostanziale su alcuni movimenti della nave, come ad esempio il moto di rollio, che viene eccitato anche in mari di prora e di poppa. Le analisi dunque si articolano nel seguente modo:

**CAPITOLO 10:** calcolo lineare delle grandezze relative alle equazioni del moto:

Tale analisi, condotta nel dominio delle frequenze, permette di comprendere la natura della risposta, le caratteristiche del mare che portano la stessa verso condizioni critiche in riferimento ad un'onda regolare di ampiezza unitaria.

**CAPITOLO 11:** calcolo per onda regolare di 1° e 2° ordine ("long crested sea"):

È un'analisi condotta nel dominio del tempo sulla base di quanto calcolato nel capitolo 10.

Il calcolo è accompagnato dalla correzione di Wheeler, per ampiezza d'onda reale individuata nel database riportato nel capitolo 7.

Si riportano a confronto i risultati ottenuti con le due diverse teorie di approssimazione.

**CAPITOLO 13:** calcolo per onde irregolari lineari ("short crested sea"):

Questa analisi è condotta con l'utilizzo di spettri bidirezionali in situazione di mare in tempesta con periodi di ritorno di 8 e 100 anni.

Il periodo di ritorno di 8 anni è scelto in quanto si dispone di molti dati del database NOAA, quello di 100 in quanto considerato "di progetto".

Tale analisi è condotta per rappresentare l'andamento quanto più reale dei moti nave in condizioni critiche, di tempesta.

I calcoli sono svolti in ambito lineare.

Per quanto concerne la scelta degli spettri in input si fa riferimento all'altezza d'onda significativa massima nel caso di  $T_R = 100$  anni, mentre si cerca la combinazione peggiore di frequenza modale e altezza d'onda significativa, per quanto riguarda lo spettro a  $T_R = 8$  anni, in relazione a quanto analizzato nel caso di onde regolari, per poter fornire un confronto tra le due metodologie di calcolo.

---

## 10. CALCOLO LINEARE DELLE GRANDEZZE RELATIVE ALLE EQUAZIONI DEL MOTO

Si fa riferimento alle seguenti fonti bibliografiche: da [2] a [9] e da [22] a [25].

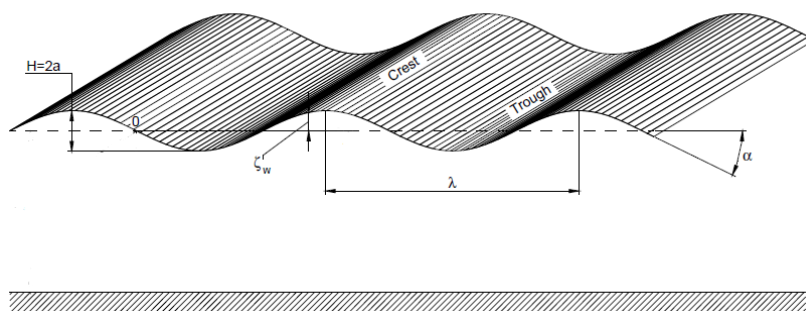
Le equazioni del moto sono costruite procedendo alla risoluzione del problema a potenziale lineare sviluppato nella Teoria di Airy.

I vari termini dell'equazioni del moto dipendono dalla frequenza in input delle onde, o da quella d'incontro, pertanto la soluzione viene formulata nel dominio delle frequenze per un intervallo ben determinato ed un passo di campionamento opportuno.

Limitazioni alla frequenza massima provengono dalla dimensione caratteristica della mesh utilizzata.

In base a quanto detto, per comprendere gli aspetti principali della soluzione al problema lineare e dunque dei moti che ne derivano, si fa riferimento ad un'onda in input di tipo regolare, dunque con legge oraria armonica.

Tale tipologia di mare in input è il cosiddetto "long crested sea", in questo caso regolare.



*Fig.10.1: Onda regolare.*

Come già evidenziato in precedenza le forze di interazione tra corpo e fluido sono funzione sia dei moti nave che delle caratteristiche del moto della superficie libera del mare.

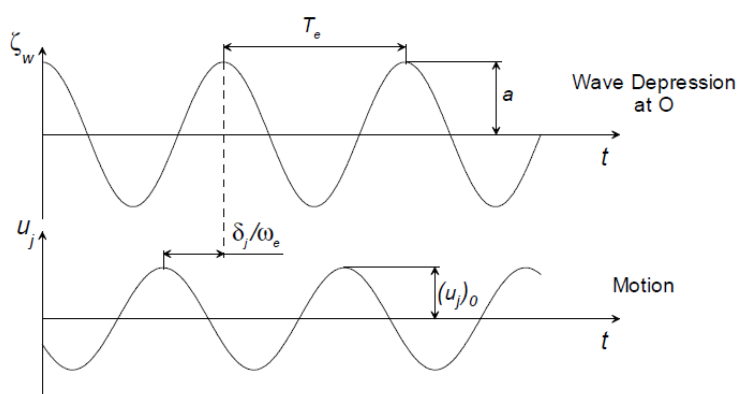
Come conseguenza dell'eccitazione ondosa armonica, la nave, pensata come corpo rigido puntiforme, oscilla nei vari gradi di libertà con leggi orarie di tipo armonico con frequenza eguale alla frequenza d'incontro, fase e ampiezza diverse.

Considerando il corpo come rigido e con massa puntiforme, dunque, le ampiezze dei moti e delle accelerazioni sono direttamente proporzionali alle ampiezze delle forze di eccitazione, le quali a loro volta sono proporzionali all'ampiezza dell'onda.

Un altro parametro fondamentale per comprendere la risposta ed i suoi effetti è rappresentato dall'angolo di fase  $\delta_j$  che mette in relazione le leggi orarie dei moti risultanti con quella dell'onda.

Per comprenderne la definizione si prende a riferimento l'andamento nel tempo della risposta dinamica della nave a confronto con quello del profilo dell'onda, facendo riferimento alla configurazione che pone in  $t = 0$  il cavo dell'onda allineato in verticale con la posizione del baricentro.

Il massimo del moto avviene per un intervallo di tempo  $t_{uj,max} = \delta_j/\omega_e$  prima della massima depressione dell'onda.



*Fig.10.2: Leggi orarie della depressione dell'onda e del generico moto nave nel caso di onde regolari.*

Come si vedrà nei capitoli successivi, la conoscenza delle fasi è di fondamentale importanza nello studio dei moti nave, specialmente per l'esame del cosiddetto moto relativo nave-onda che può generare in caso di eccessiva eccitazione fenomeni indesiderati quale lo slamming.



---

Si analizza nello specifico il natante ad oggetto: esso presenta la sola simmetria laterale, dunque per quanto detto nel paragrafo 4.3.3 le equazioni dei moti risultano disaccoppiate a gruppi.

È possibile considerare separatamente le equazioni di numero pari e le equazioni di numero dispari.

Si ha che i moti di abbrivio, sussulto e beccheggio, chiamati *moti longitudinali o simmetrici* perchè nel piano verticale, possono essere considerati separatamente rispetto a quelli di scarroccio, rollio e imbardata, chiamati *lateral o antisimmetrici*.

Il risultato non è necessariamente vero per moti di grande ampiezza.

Una ulteriore semplificazione può essere quella di trascurare i termini:  $A_{13}$ ,  $A_{15}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{15}$  in quanto molto spesso i moti di abbrivio e sussulto ed abbrivio e beccheggio sono anch'essi disaccoppiati.

Per quanto riguarda lo sviluppo dell'analisi, per prima cosa si definisce la direzione d'onda, o equivalentemente l'angolo di rotta, nel sistema  $(O, x_b, y_b, z_b)$ , in relazione alla componente di moto da sollecitare maggiormente e si specifica la velocità di avanzamento del corpo.

Si procede poi con il calcolo dei periodi propri di oscillazione dei vari moti tramite formule approssimate (si veda paragrafo 10.3), per poter in qualche modo anticipare la frequenza di massima risposta.

Si confronta poi questo risultato con la risposta calcolata con il software, in modo da individuare le tipologie di mare tali da massimizzare le risposte del corpo rigido in termini di spostamenti/rotazioni e accelerazioni.

È di interesse il calcolo delle massime rotazioni per quanto concerne i moti angolari: maggiore è l'inclinazione che caratterizza il ponte, maggiore è la componente dell'accelerazione di gravità lungo i piani paralleli a quello del ponte.

Le accelerazioni sono calcolate per tutti i gradi di libertà a partire da quelli di cui si può definire una frequenza di risonanza.

Come anticipato, oltre alle formule approssimate, si ha a disposizione un ulteriore e più preciso metodo di calcolo per la frequenza di input delle onde: si può fare riferimento ai cosiddetti RAO, *Response Amplitude Operators*, che rappresentano il rapporto tra l'ampiezza del moto e l'ampiezza dell'onda sollecitante, in funzione della frequenza di incontro, sempre nell'ipotesi di corpo rigido puntiforme:

$$a_{\text{moto}} = \text{RAO} \xi_{\text{onda}}$$

È possibile tramite RAO individuare, qualora sia presente, il punto di picco di risposta e la frequenza ad esso associata.

Tale risultato verrà commentato dal punto di vista fisico in relazione alle dimensioni coinvolte nel problema ad oggetto.

---

Nel paragrafo seguente se ne illustrano le caratteristiche ed il calcolo.

Nello specifico si ritiene che, per ciascun moto analizzato, siano di interesse i seguenti risultati (in relazione al moto stesso):

- andamento nel dominio delle frequenze del termine sulla diagonale principale di massa aggiunta;
- andamento nel dominio delle frequenze del termine sulla diagonale principale di smorzamento (comprendente anche il termine non lineare linearizzato nel caso di rollio);
- termine sulla diagonale principale di rigidezza, costante rispetto alla frequenza;
- andamento nel dominio delle frequenze del termine della forzante esterna sia totale che la sola componente di Froude-Krylov.

La velocità di avanzamento del corpo è:

$$U = 5 \text{ nodi} = 2,57 \text{ m/s.}$$

---

## 10.1. “Response Amplitude Operator” (RAO)

I moti nave in onde regolari sono assunti proporzionali all'ampiezza o alla pendenza dell'onda, pertanto è utile esprimerli in forma adimensionalizzata: usualmente si rappresentano sia le ampiezze dei moti traslazionali che dei moti rotazionali in relazione all'ampiezza dell'onda.

Si definisce così il RAO, che rappresenta in sintesi la funzione di trasferimento, la proporzione con cui il sistema nave interagisce con l'input rappresentato dall'onda nelle corrispondenti ampiezze dei moti.

Si possono così definire sei RAO, uno per ogni grado di libertà e raccogliarli nel vettore RAO.

La definizione di quest'ultimo deriva dal calcolo lineare condotto nel dominio delle frequenze per forzante armonica unitaria ed in relazione alla frequenza di incontro (con una sottolineatura si indicano i vettori, con due le matrici):

$$[-\omega_e^2(\underline{M} + \underline{A}) + i\omega_e \underline{C} + \underline{K}] \underline{x}(\omega_e) = \underline{F}_{unitaria}(\omega_e).$$

Come usuale si indica come matrice delle funzioni di risposta in frequenza:

$$\underline{H} = [-\omega_e^2(\underline{M} + \underline{A}) + i\omega_e \underline{C} + \underline{K}]^{-1}.$$

A partire dal vettore  $\underline{x}(\omega_e)$  nel quale sono contenute le informazioni relative al modulo del moto ed alla sua fase, si definisce il vettore RAO( $\omega_e$ ) il quale rappresenta l'andamento lungo l'asse delle frequenze d'incontro dell'ampiezza dei sei moti adimensionalizzata nei confronti dell'ampiezza d'onda.

Si perde pertanto l'informazione relativa all'andamento della fase: questa deve essere opportunamente conservata per poter ricostruire a posteriori l'esatto andamento dei moti.

## 10.2. Angolo di rotta

In generale è difficile pensare ad una nave che riesca a mantenere una rotta rettilinea con velocità di avanzo  $U$  costante in presenza di moto ondoso: le onde incontrate danno luogo a successive deviazioni dalla direzione di avanzo, il cui risultato finale consiste in un progressivo allontanamento della nave dalla rotta prescelta.

Tuttavia, una nave direzionalmente stabile nelle mani di un comandante esperto o provvista di autopilota è generalmente in grado di seguire una rotta media che può essere considerata praticamente rettilinea.

In riferimento ad una situazione di questo tipo si chiama *angolo di rotta* l'angolo della direzione positiva della rotta rispetto all'angolo di propagazione delle onde: esso è uguale ed opposto all'angolo  $\mu$ , come definito nel paragrafo 4.1.1, che corrisponde all'*angolo di incontro*.

Si distinguono i seguenti casi:

- $\mu = 0^\circ$       *mare di poppa*: il mare e le onde si muovono nella stessa direzione;
- $\mu = 90^\circ$      *mare al traverso da dritta*: le onde si avvicinano alla nave da destra;
- $\mu = 180^\circ$     *mare di prua*: le onde si muovono in direzione opposta alla nave;
- $\mu = 270^\circ$     *mare al traverso da sinistra*: le onde si avvicinano da sinistra.

Nelle direzioni intermedie:

- $0^\circ < \mu < 90^\circ$  o  $270^\circ < \mu < 360^\circ$  *onde al giardinetto*;
- $90^\circ < \mu < 180^\circ$  o  $180^\circ < \mu < 270^\circ$  *onde al moscone*.

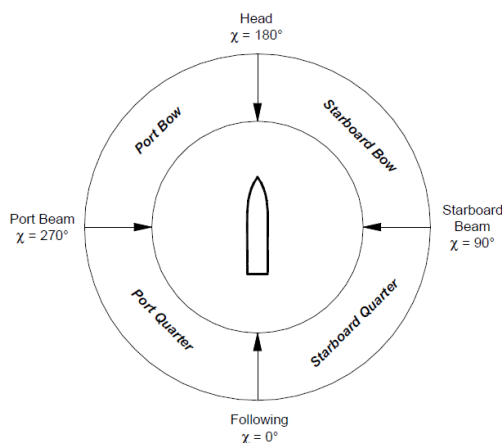


Fig.10.3: Classificazione degli angoli di rotta nave-onda.

In relazione ad i moti la scelta si effettua come segue:

- moti di sussulto e beccheggio:  $\mu = 0^\circ/90^\circ$ , mari di poppa e/o di prua;
- moto di rollio:  $\mu = 180^\circ/270^\circ$ , mari al traverso.

---

### 10.3. Formule approssimate per i periodi naturali

Si è già evidenziato che gli unici moti per cui è definibile una frequenza di oscillazione naturale sono quelli di sussulto, rollio e beccheggio: questo perchè la matrice di rigidità presenta termini nulli per gli altri tre moti.

Detto ciò è doverosa una ulteriore precisazione.

Finora si è detto che la risposta dei moti è naturalmente figlia delle caratteristiche del moto ondoso in input: ciò può essere tradotto nella dipendenza della frequenza propria di oscillazione da quella di incontro con le onde (e dunque da quella dell'onda stessa).

Questo è il motivo per il quale in generale non sarebbe definibile un unico valore per le frequenze proprie dei singoli moti: si fa tuttavia riferimento a formule approssimate, funzione delle dimensioni geometriche del corpo e delle caratteristiche dell'equilibrio idrostatico, ricavate dall'esperienza, considerando ciascun moto indipendente dagli altri.

La frequenza propria così definita viene calcolata per il solo moto di sussulto per entrambe le tipologie di mare considerate. Per quanto riguarda i moti angolari è conveniente da subito riferirsi all'analisi tramite software e dunque RAO.

---

## 10.4. Moto di sussulto

In questo paragrafo si vuole calcolare la condizione affinché sia portato a risonanza il moto di sussulto, in particolare l'accelerazione in relazione ad:

onda di prua  $\mu = 180^\circ$   
onda di poppa  $\mu = 0^\circ$ .

Come già illustrato è necessario ricorrere a formule semplificate per il calcolo del periodo proprio di tale moto libero.

In questo caso, indicando con  $\zeta$  il moto in questione e ricordando i termini di massa e rigidità definiti in precedenza si ha:

$$T_\zeta = 2\pi \sqrt{\frac{M + M_{a\zeta}}{\rho g A_w}}$$

con:

M                    massa del natante;  
 $M_{a\zeta} = A_{33}$         massa aggiunta relativa a tale moto;  
 $\rho$                     densità dell'acqua;  
g                    accelerazione di gravità;  
 $A_w$                 area della figura di galleggiamento.

A partire da questa formula si procede con le dovute semplificazioni:

- si pone  $\pi \approx \sqrt{g}$  misurando g in  $m/s^2$ ;
- si adimensionalizza la massa aggiunta ponendo  $M'_{a\zeta} = M_{a\zeta}/M$ .

Per il calcolo è necessario scegliere l'angolo di rotta e calcolare il termine di massa aggiunta.

Si differenzia pertanto l'analisi tra le due direzioni d'onda.

Si procede con il calcolo tramite il software "AQWA Hydrodynamic diffraction", il passo di campionamento sull'asse delle frequenze si sceglie pari a 0,005 Hz, l'intervallo di studio tra 0,01 Hz e 0,20 Hz.

### 10.4.1. Moto di sussulto: onda di prora $\mu = 180^\circ$

Si riporta l'andamento del termine di massa aggiunta in relazione al moto di sussulto, sulla diagonale principale,  $A_{33}(f_e)$ :

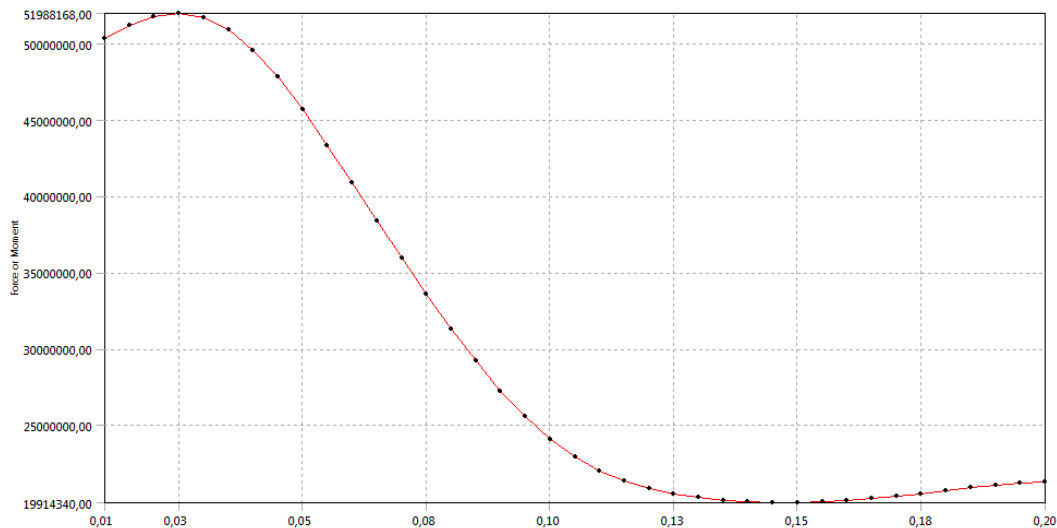


Fig.10.4: Andamento del termine  $A_{33}$  dell'equazione del moto [kg] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

Procedendo con il calcolo del periodo proprio, serve scegliere un valore per il termine  $A_{33}$ : tuttavia non si conosce a priori la frequenza di input delle onde, pertanto si ipotizza che la frequenza di eccitazione massima si trovi tra 0,12 e 0,20 Hz. In questo modo si ottiene  $A_{33} \approx 20000$  ton.

Ciò conduce al valore:

$$M'_{a\zeta} \approx 20000/7000 \approx 2,86.$$

Si ha pertanto:

$$T_\zeta = 2 \sqrt{\frac{3,86 M}{\rho A_w}}$$

Con:

$$\begin{aligned} \rho &= 1025 \text{ kg/m}^3; \\ M &= 7000 \text{ ton}; \\ A_w &= 2390,38 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Risulta:

$$T_\zeta \approx 6,64 \text{ s.}$$

Da cui:

$$f_{\zeta} = 0,15 \text{ Hz}, \omega_{\zeta} = 0,95 \text{ rad/s.}$$

Prima di procedere al confronto con il RAO associato, si riportano gli andamenti dei termini di smorzamento  $C_{33}$ , percentuale di smorzamento critico, valore del termine di rigidezza di interesse  $K_{33}$ , forzante esterna  $F_{33}$  sia totale che la sola componente di Froude-Krylov  $F_{33,FK}$ .

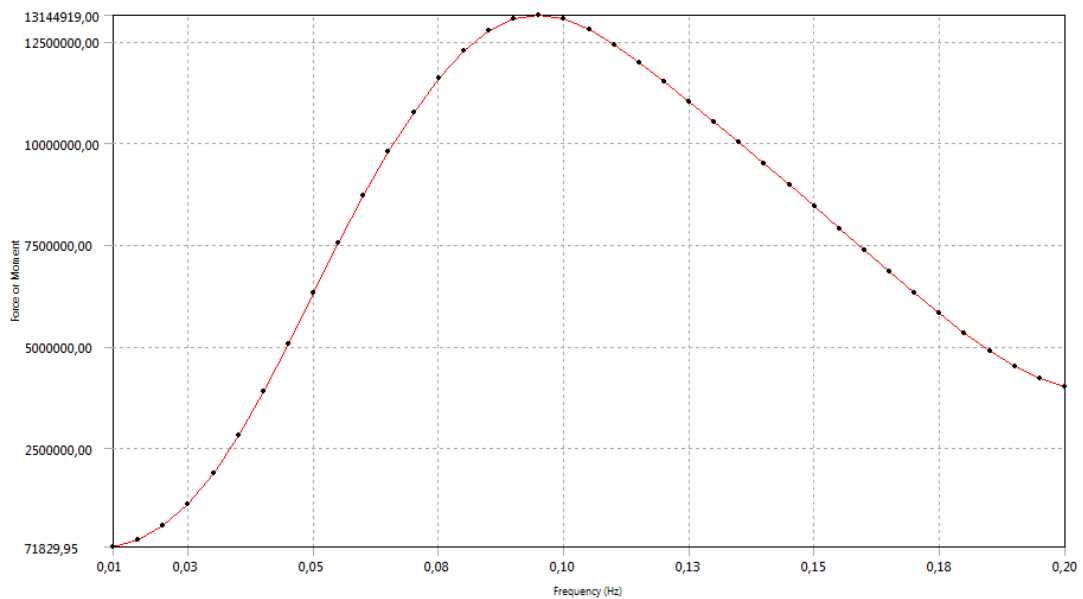


Fig.10.5: Andamento del termine  $C_{33}$  dell'equazione del moto [N/(m/s)] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

La percentuale di smorzamento rispetto al critico è riportata nella seguente figura:

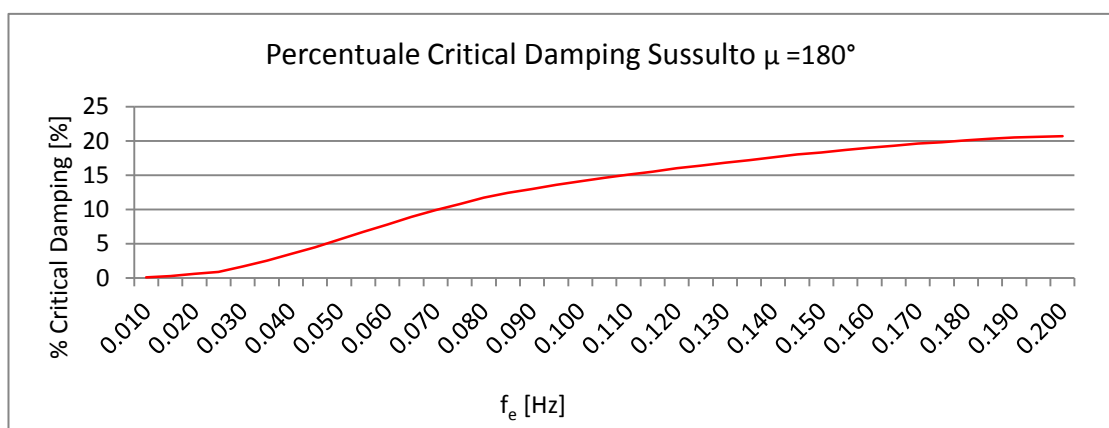


Fig.10.6: Percentuale di smorzamento critico moto sussulto in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .



Il termine di rigidità associato:

$$K_{33} = 2,4028 \text{ E}+07 \text{ N/m,}$$

si ricorda che la rigidità non dipende nè dalla frequenza nè dalla direzione d'onda: rimane una caratteristica del natante.

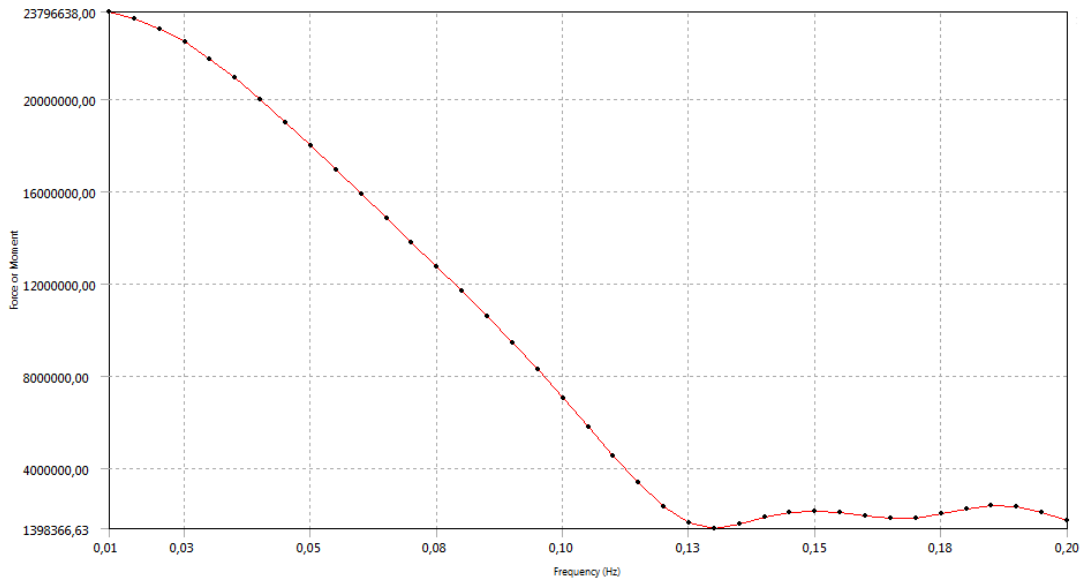


Fig.10.7: Andamento del termine  $F_{33}$  dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

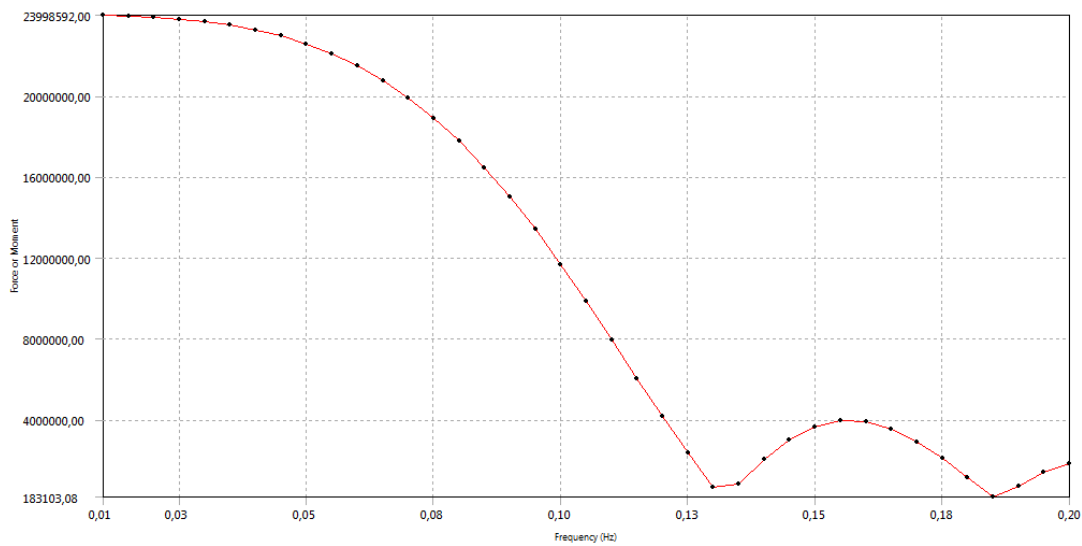


Fig.10.8: Andamento del termine  $F_{33, FK}$  dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

Si riporta l'andamento del RAO relativo al moto di sussulto per confronto con il calcolo approssimato del periodo proprio:

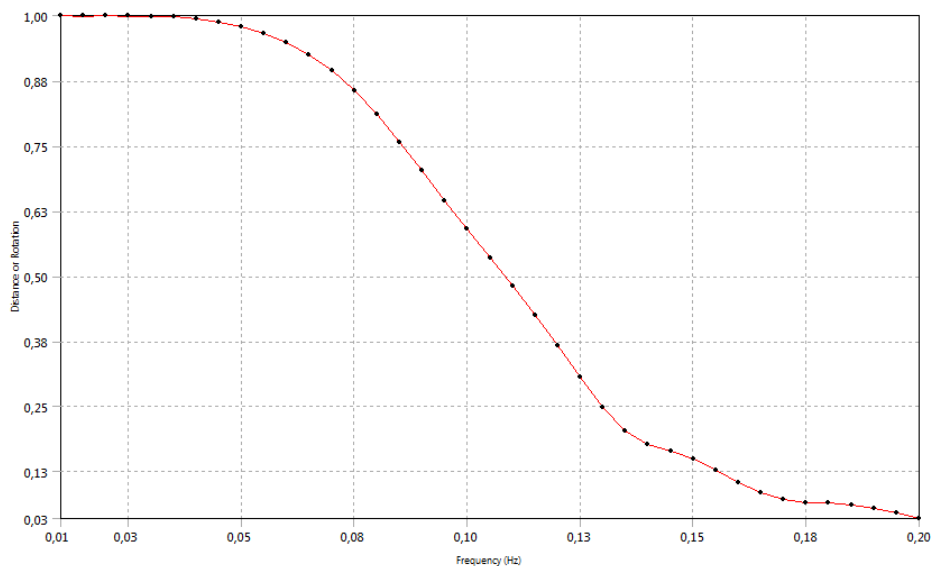


Fig.10.9: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto  $|\zeta|$  e quella dell'onda  $[m/m]$  in funzione della frequenza d'incontro  $[Hz]$   $\mu = 180^\circ$ .

Il moto di sussulto è fortemente smorzato, come si nota dalle percentuali espresse in precedenza, difatti non è presente un forte picco nella risposta.

La risposta del moto di sussulto è significativa in relazione alle onde molto lunghe: in questa situazione il natante oscilla assecondando il loro profilo.

La frequenza propria calcolata in precedenza, modificata opportunamente dallo smorzamento, si manifesta con un leggero picco in corrispondenza del valore indicato precedentemente.

Si nota che all'aumentare della velocità di avanzo diminuirebbe lo smorzamento portando ad un picco progressivamente più pronunciato, come si può apprezzare qualitativamente nella figura seguente:

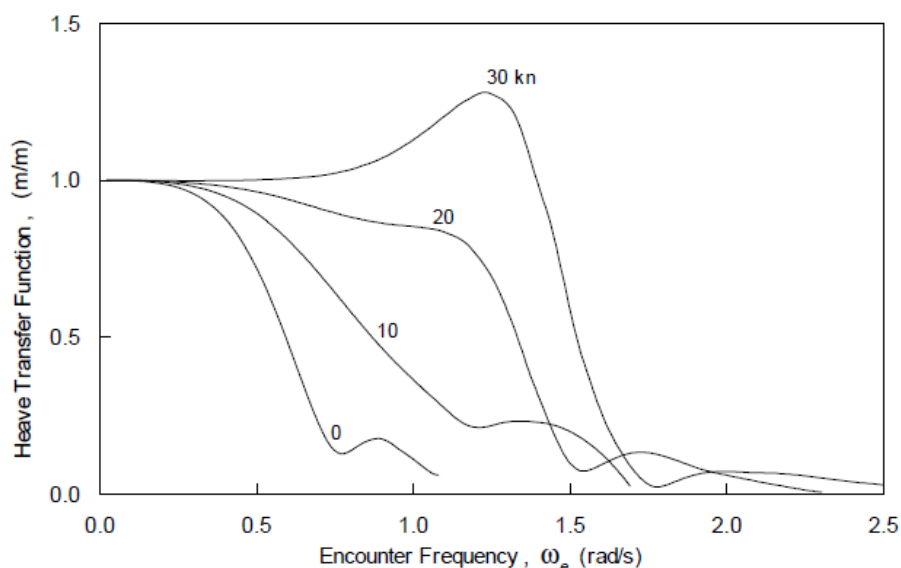


Fig.10.10: Moto di sussulto per un natante di dimensioni simili a quello in esame in funzione delle diverse velocità di avanzo  $\mu = 180^\circ$ .

Come detto in precedenza, per quanto riguarda il moto di sussulto è di interesse il solo calcolo delle accelerazioni massime, e non degli spostamenti. È tuttavia sempre di interesse il calcolo della fase.

La legge oraria del moto di sussulto, nell'ipotesi di corpo rigido puntiforme, è armonica sinusoidale: si ha pertanto che l'accelerazione è di ampiezza proporzionale allo spostamento con fattore moltiplicativo uguale alla pulsazione al quadrato. In questo caso, per rendere massima l'ampiezza dell'accelerazione di sussulto, è necessario che vi sia un opportuno compromesso tra la frequenza in input e l'ampiezza del moto ad essa associata.

Date le dimensioni fisiche del problema tale assunto non è del tutto veritiero: la forzante sarà in generale caratterizzata da differenti componenti in frequenza, il che comporta una non perfetta proporzionalità tra spostamento, velocità ed accelerazione. Il calcolo nel dominio del tempo fornirà i valori corretti di queste quantità.

Per capire il motivo fisico alla base di questa obiezione basta pensare al fatto che nave ed onda non viaggiano con la stessa velocità e che il natante ha dimensioni non trascurabili.

---

Se la nave fosse ferma e di dimensioni opportunamente piccole rispetto all'onda essa, come corpo rigido, sarebbe sollecitata da una forzante a tutti gli effetti armonica.

Rimuovendo l'ipotesi di nave ferma e ragionando sull'interazione nave-onda appare chiaro che la velocità di avanzamento del natante comporta una differente interazione con la legge armonica che caratterizza l'onda e di conseguenza una forzante non caratterizzata da legge armonica.

Ciò è ulteriormente avvalorato dal fatto che la nave viola il profilo dell'onda "attraversandola".

Rimuovendo l'ipotesi di corpo rigido puntiforme si intuisce che nei diversi punti del corpo la pressione agente può essere molto diversa: anche qui si conclude che la forzante non deve per forza seguire una legge armonica.

Si sceglie tuttavia di assumere l'ipotesi di forzante armonica, quantomeno per definire in modo qualitativo, ma efficace, il RAO dell'accelerazione.

Conferme di quanto detto si avranno dai risultati dei calcoli nel dominio nel tempo condotti nel capitolo 11.

Si riporta l'andamento del RAO relativo all'accelerazione del moto di sussulto così calcolato:

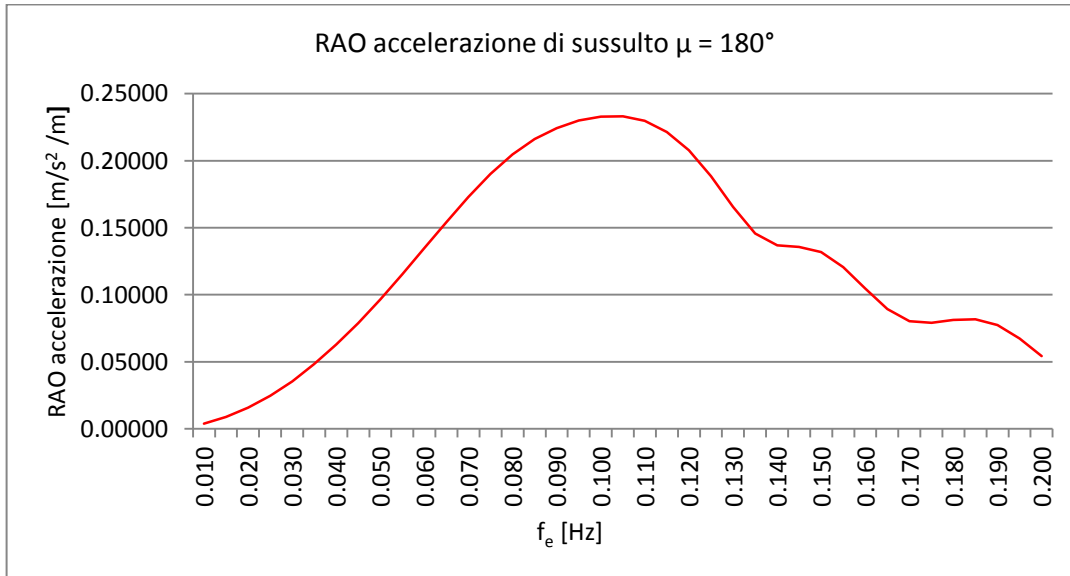


Fig.10.11: RAO acc. di sussulto [m/s<sup>2</sup>/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz], μ = 180°.

Il picco di risposta corrispondente alla frequenza di massima oscillazione è leggermente più accentuato, tuttavia predomina ancora la natura fisica del problema di interazione nave-onda.

L'accelerazione massima si ha in corrispondenza della frequenza di incontro:

$$f_e = 0,100 \text{ Hz}, \quad \text{RAO}_{\zeta, \text{accelerazione, max}} = 0,23312 \text{ m/s}^2 / \text{m}.$$

Si possono individuare le caratteristiche dell'onda che massimizza il moto in esame:

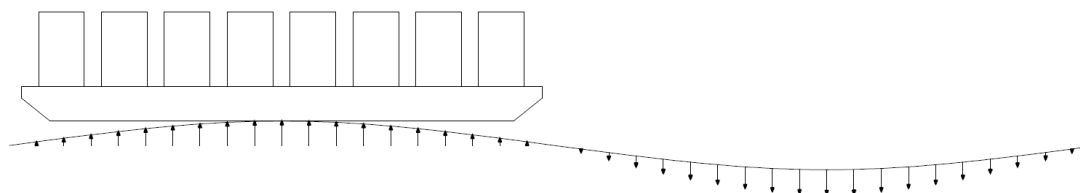
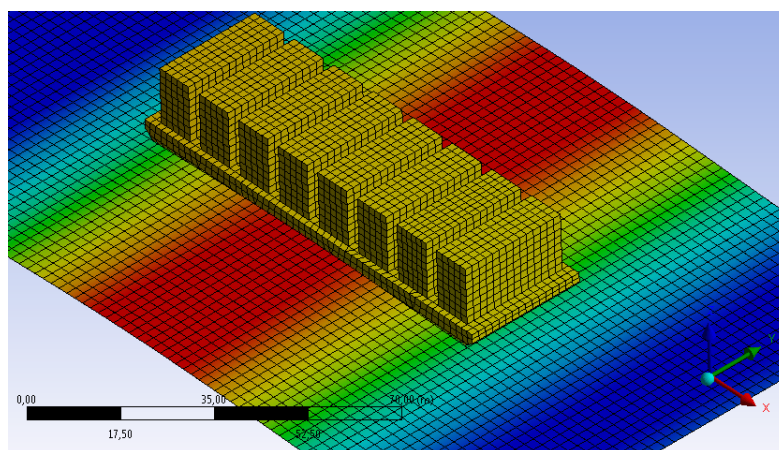
frequenza di incontro appena calcolata	$f_{e, \zeta, \text{prora}} = 0,100 \text{ Hz};$
pulsazione	$\omega_{e, \zeta, \text{prora}} = 0,628 \text{ rad/s};$
periodo	$T_{e, \zeta, \text{prora}} = 10,0 \text{ s};$
lunghezza d'onda	$\lambda_{e, \zeta, \text{prora}} = 156,13 \text{ m};$

La lunghezza d'onda è calcolata sulla base della relazione di dispersione in acqua profonda riportata nel paragrafo 3.2.1.1.

---

Si può fornire una interessante interpretazione della lunghezza d'onda ora calcolata: tenendo conto che la dimensione longitudinale del natante a livello della superficie di galleggiamento è circa 88 m si ha che la lunghezza d'onda è orientativamente il doppio di questa.

Ciò permette all'onda di sollecitare con pressioni dello stesso segno lo scafo, massimizzando la risposta di sussulto.



*Fig.10.12: Interazione nave-onda per ottenere la massima acceleraz. di sussulto  $\mu = 180^\circ$ , la scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu).*

## 10.4.2. Moto di sussulto: onda di poppa $\mu = 0^\circ$

Si procede al calcolo della massa aggiunta.  
Si ottiene, il seguente andamento  $A_{33}(f_e)$ :

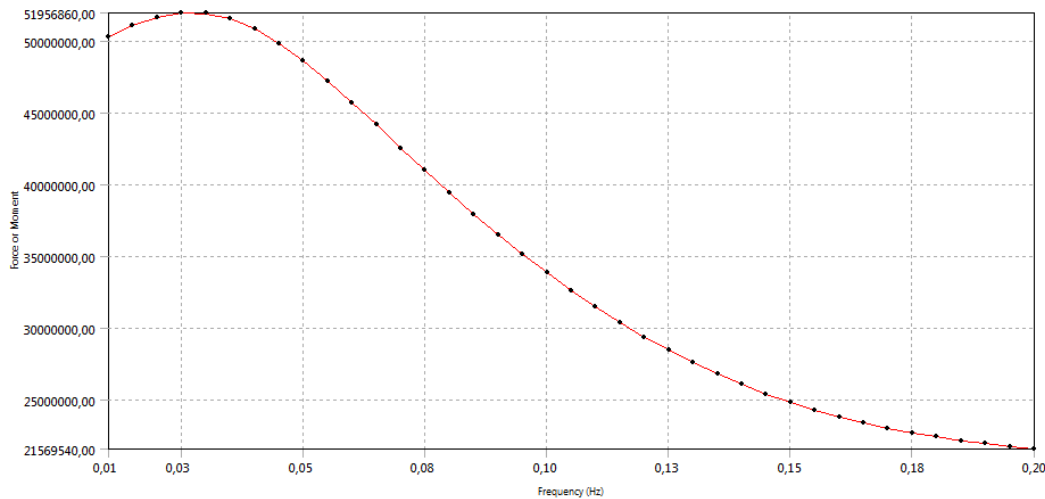


Fig.10.13: Andamento del termine  $A_{33}$  dell'equazione del moto [kg] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

Naturalmente non si conosce a priori la frequenza di input delle onde, pertanto ipotizzando che la frequenza di eccitazione massima si trovi tra 0,15 e 0,20 Hz si ha  $A_{33} \approx 23000$  ton.

Ciò conduce al valore:

$$M'_{a\zeta} \approx 23000/7000 \approx 3,29.$$

Si ha pertanto:

$$T_{\zeta} = 2 \sqrt{\frac{4,29 M}{\rho A_w}}$$

Con:

$$\begin{aligned} \rho &= 1025 \text{ kg/m}^3; \\ M &= 7000 \text{ ton}; \\ A_w &= 2390,98 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Risulta:

$$T_{\zeta} \approx 7,00 \text{ s.}$$

Da cui:

$$f_{\zeta} = 0,14 \text{ Hz}, \omega_{\zeta} = 0,90 \text{ rad/s.}$$

Prima di procedere al confronto con il RAO associato, si riportano gli andamenti dei termini di smorzamento  $C_{33}$ , di percentuale di smorzamento critico, rigidità  $K_{33, \text{poppa}}$ , forzante esterna  $F_{33}$  sia totale che la sola componente di Froude-Krylov  $F_{33, \text{FK}}$ .

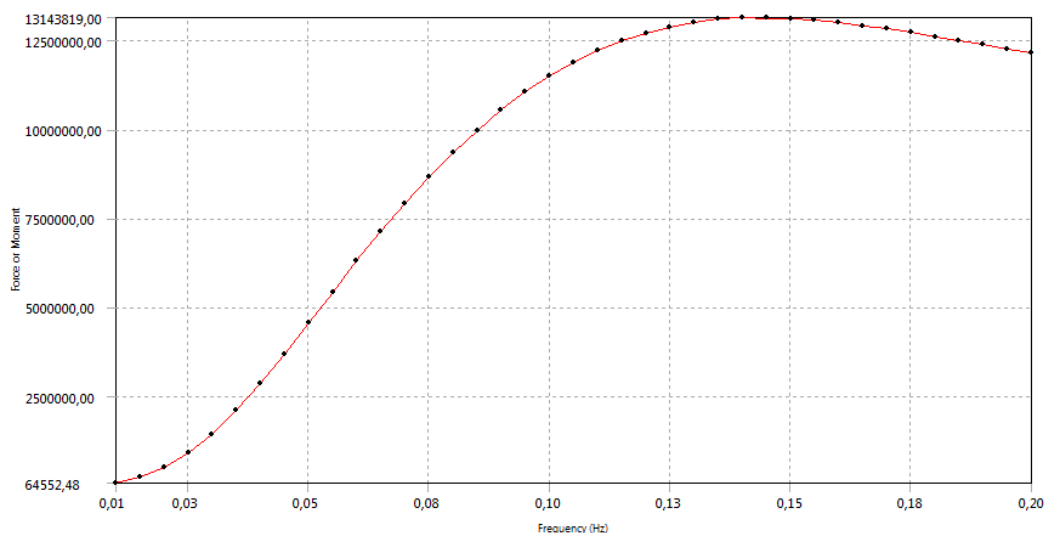


Fig.10.14: Andamento del termine  $C_{33}$  dell'equazione del moto [N/(m/s)] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

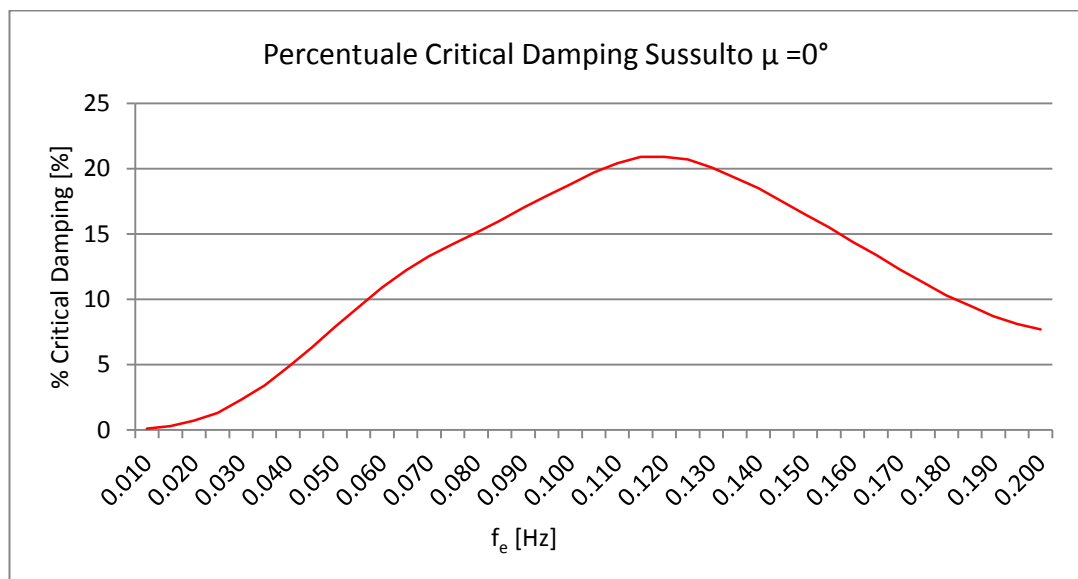


Fig.10.15: Percentuale di smorzamento critico moto sussulto in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .



Il termine di rigidità associato, già riportato in precedenza:

$$K_{33} = 2,4028 \text{ E}+07 \text{ N/m},$$

si ricorda che la rigidità non dipende nè dalla frequenza nè dalla direzione d'onda: rimane una caratteristica del natante.

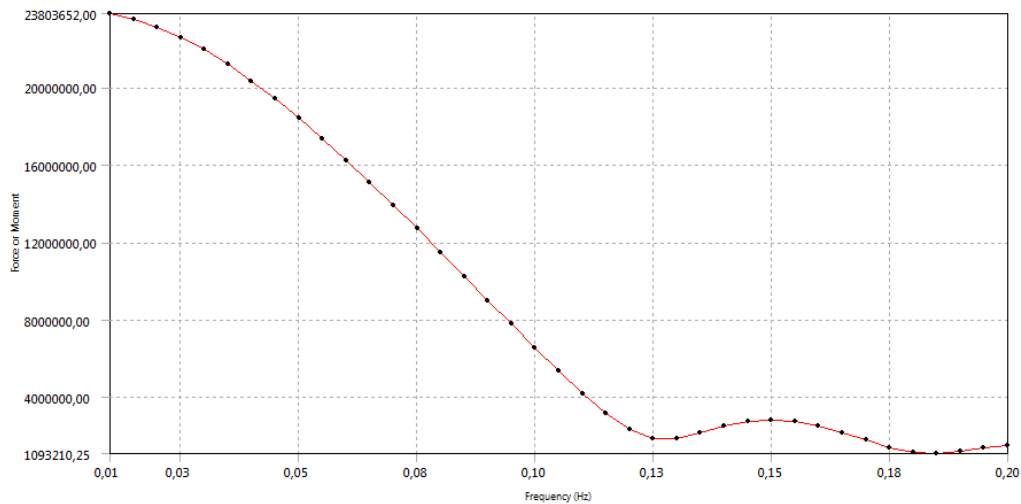


Fig.10.16: Andamento del termine  $F_{33}$  dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

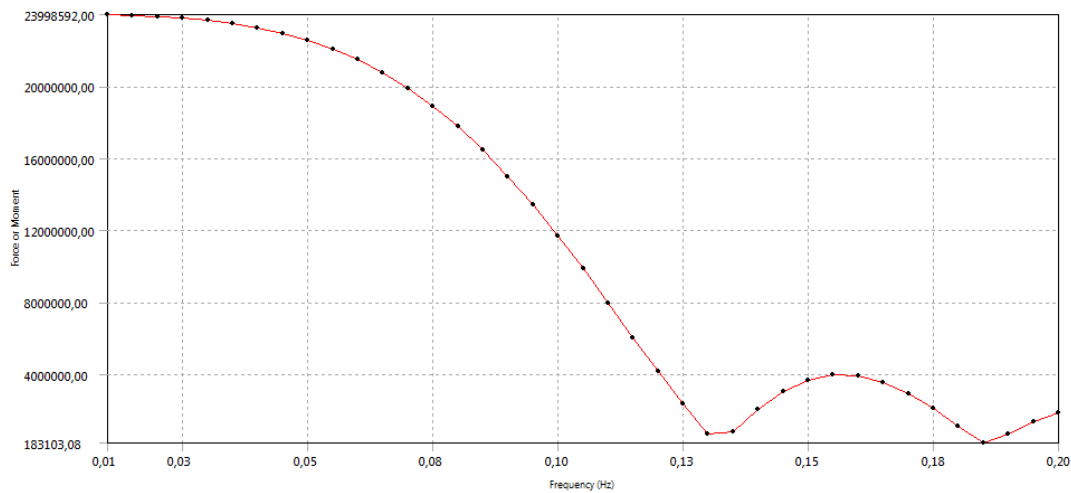


Fig.10.17: Andamento del termine  $F_{33, FK}$  dell'equazione del moto [N/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

Si riporta l'andamento del RAO relativo al moto di sussulto per confronto con il calcolo approssimato del periodo proprio:

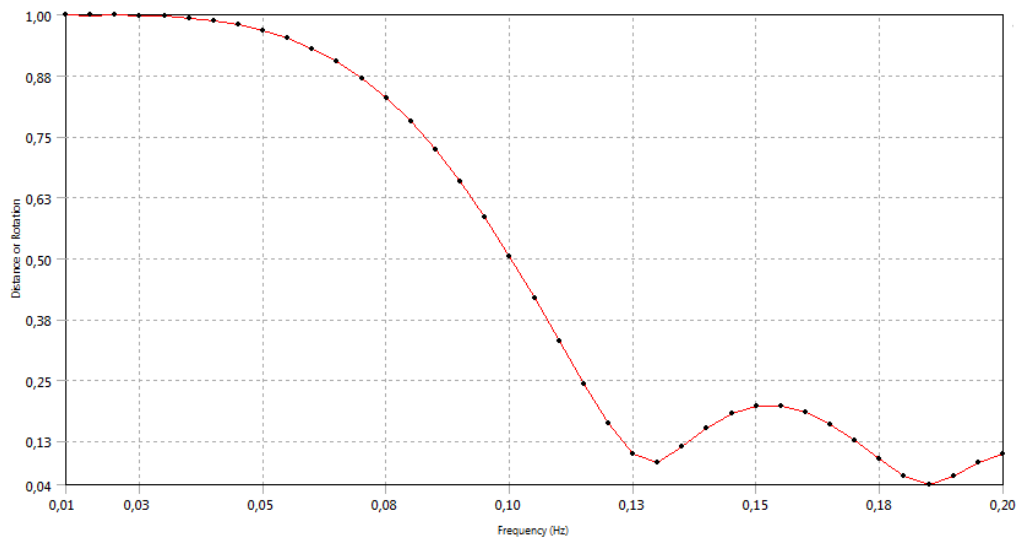


Fig.10.18: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto  $|\zeta|$  e quella dell'onda  $[m/m]$  in funzione della frequenza d'incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

Come si nota essendo il moto fortemente smorzato, anche qui si intuisce dai valori elevati di smorzamento percentuale: non si evidenzia un picco molto pronunciato, ma comunque visibile in corrispondenza della frequenza propria, che si discosta poco dal valore calcolato tramite formula approssimata.

La risposta è dominata dalle onde molto lunghe: in questa situazione il natante oscilla assecondando il profilo delle onde.

Passando alle accelerazioni tale picco risulterà più pronunciato e naturalmente leggermente spostato.

All'aumentare della velocità di avanzo si avrebbe il seguente comportamento:

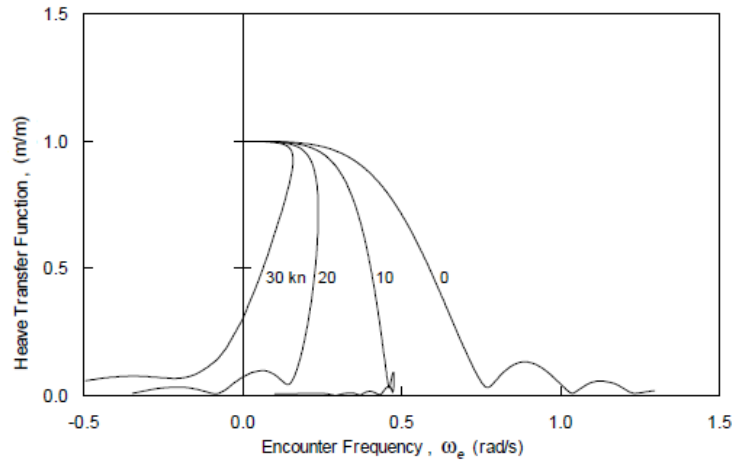


Fig.10.19: Moto di sussulto per un natante di dimensioni simili a quello in esame in funzione delle diverse velocità di avanzo  $\mu = 0^\circ$ .

Si riporta l'andamento del RAO relativo all'accelerazione del moto di sussulto:

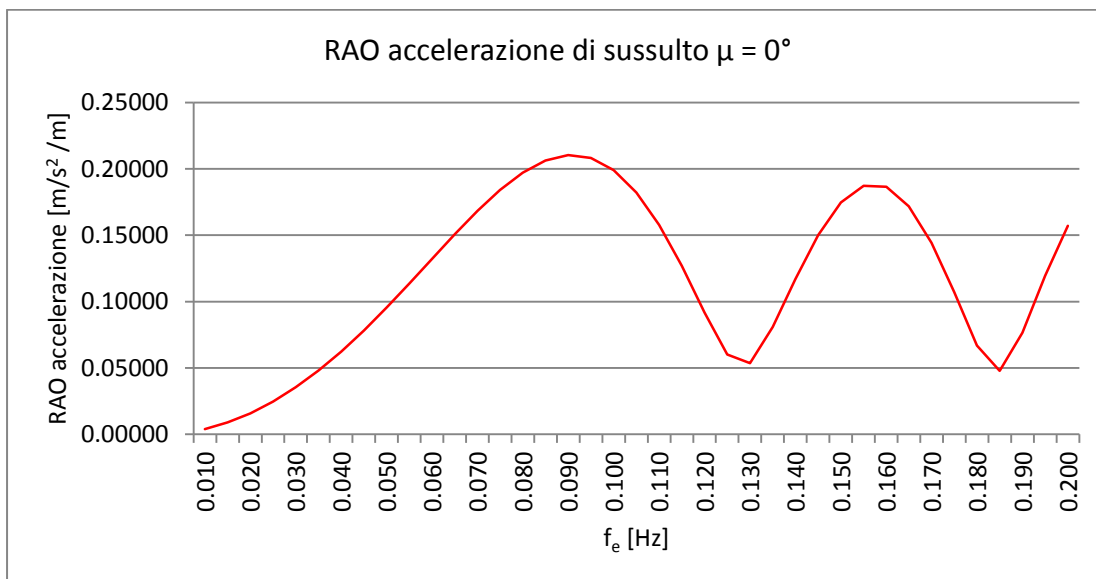


Fig.10.20: RAO acc. di sussulto [ $m/s^2/m$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

---

L'accelerazione massima si ha in corrispondenza della frequenza di incontro:

$$f_e = 0,090 \text{ Hz}, \quad \text{RAO}_{\zeta, \text{accelerazione, max}} = 0,2103 \text{ m/s}^2 / \text{m}.$$

Le caratteristiche dell'onda sono dunque:

frequenza di incontro appena calcolata	$f_{e, \zeta, \text{prora}} = 0,090 \text{ Hz};$
pulsazione	$\omega_{e, \zeta, \text{prora}} = 0,565 \text{ rad/s};$
periodo	$T_{e, \zeta, \text{prora}} = 11,11 \text{ s};$
lunghezza d'onda	$\lambda_{e, \zeta, \text{prora}} = 192,75 \text{ m};$

La lunghezza d'onda è calcolata sulla base della relazione di dispersione in acqua profonda.

Valgono le stesse osservazioni di figura 10.12, anche se con valori diversi di lunghezze d'onda data la diversa direzione delle onde, trattandosi della lunghezza di incontro.

## 10.5. Moto di rollio: onde al traverso

Si procede con la massimizzazione del moto di rollio: è di interesse il calcolo di rotazione e accelerazione angolare.

Si nota che per questa analisi in particolare si è resa la nave quanto più simmetrica possibile tra prua e poppa modificando la distribuzione della massa di acqua aggiunta. Questo per ottenere una più precisa valutazione della risposta del moto di rollio per mare al traverso. Nel caso di presenza della non simmetria si avrebbe avuto un accoppiamento con il moto di imbarcata e scarroccio che avrebbe reso di difficile interpretazione i risultati.

Come illustrato in precedenza in questo caso si fa riferimento ad un mare al traverso. Il moto di rollio è in generale poco smorzato, dunque presenta un massimo di risposta molto pronunciato. Nel caso di maggiore velocità della nave lo smorzamento aumenterebbe facendo diminuire l'intensità del picco e facendolo spostare leggermente verso le frequenze più basse, come illustrato in figura:

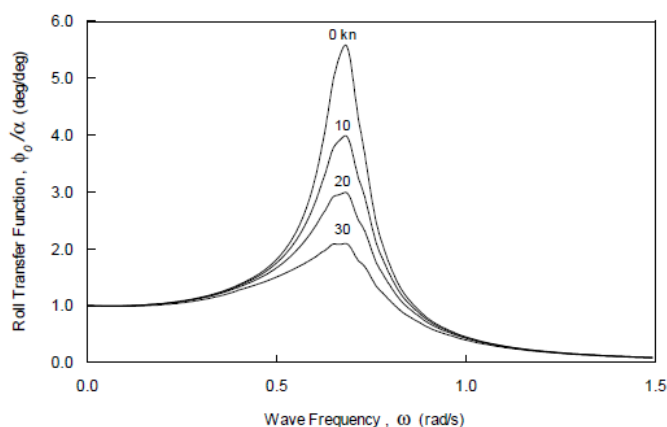


Fig.10.21: Moto di rollio per un natante di dimensioni simili a quello in esame in funzione delle diverse velocità di avanzo  $\mu = 90^\circ$ .

L'esperienza insegna che la trattazione lineare del problema può considerarsi valida fino ad angoli di rollio pari a  $20^\circ$  per la maggior parte delle navi.

Si fa pertanto ancora riferimento all'ipotesi di piccole rotazioni.

Prima di procedere al confronto con il RAO associato, si riportano gli andamenti dei termini di massa aggiunta  $A_{44}$ , smorzamento  $C_{44}$ , percentuale di smorzamento critico, rigidità associata  $K_{44}$ , forzante esterna  $F_{44}$  sia totale che la sola componente di Froude-Krylov  $F_{44, FK}$ . Si fa riferimento all'intervallo [0,01 Hz, 0,20 Hz] e passo di campionamento 0,005 Hz.

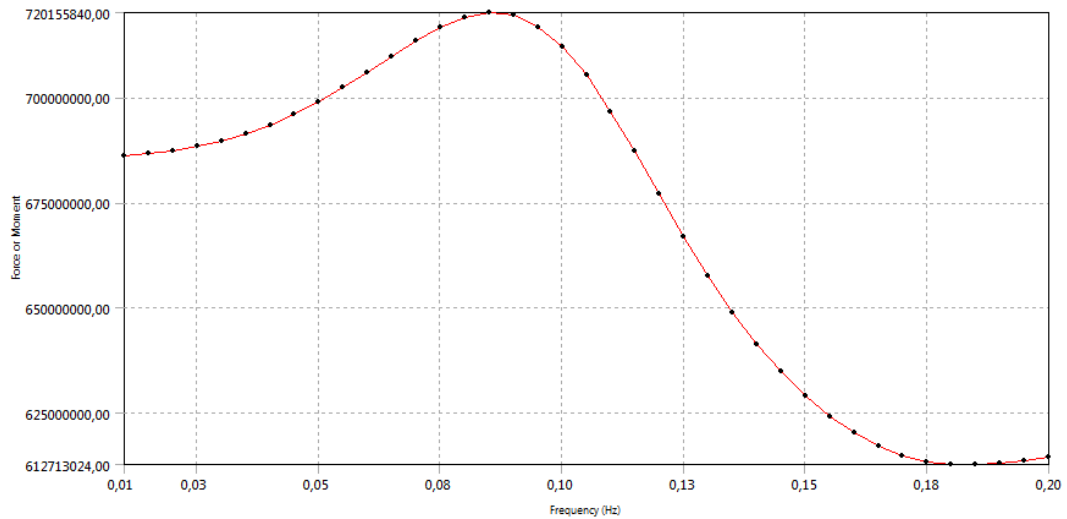


Fig.10.22: Andamento del termine  $A_{44}$  dell'equazione del moto [ $\text{kg m}^2/\text{rad}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 90^\circ$ .

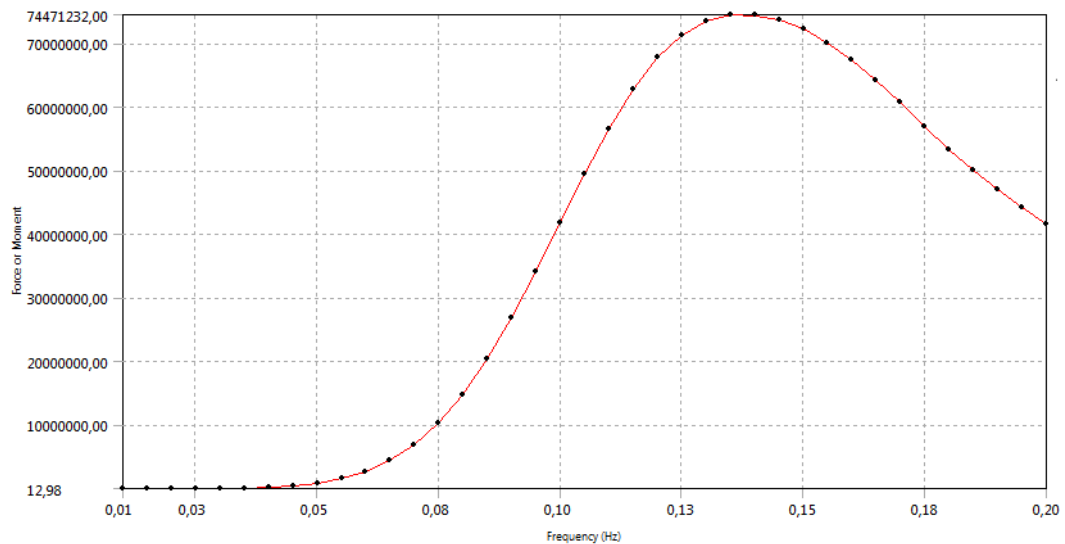


Fig.10.23: Andamento del termine  $C_{44}$  dell'equazione del moto [ $\text{Nm}/(\text{rad}/\text{s})$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 90^\circ$ .

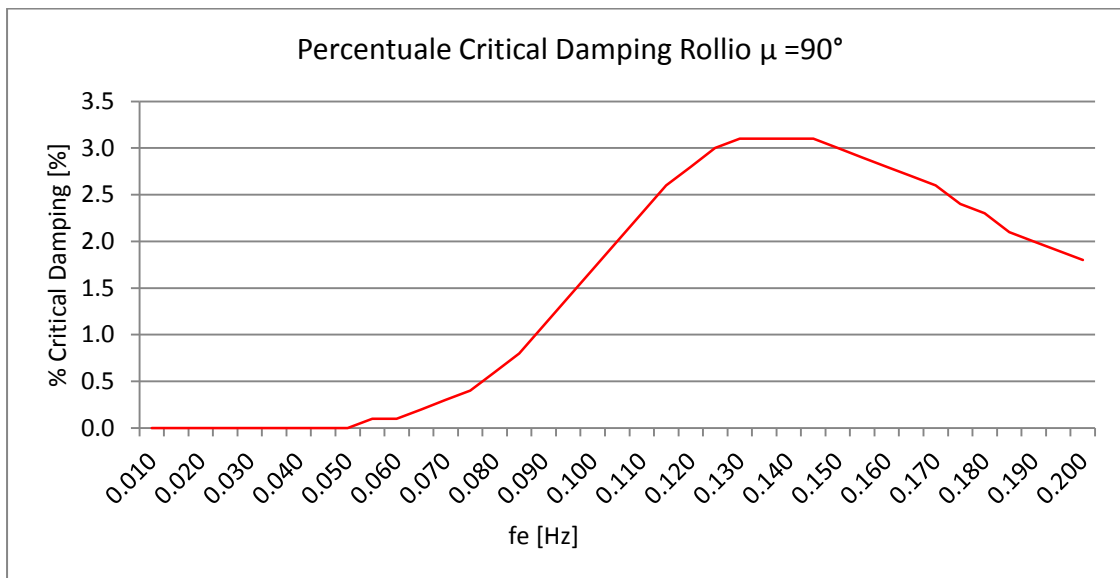


Fig.10.24: Percentuale di smorzamento critico moto rollio in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 90^\circ$ .

Il termine di rigidità associato:

$$K_{44} = 107,1210 \text{ E}+07 \text{ Nm/rad,}$$

si ricorda che la rigidità non dipende nè dalla frequenza nè dalla direzione d'onda: rimane una caratteristica del natante.

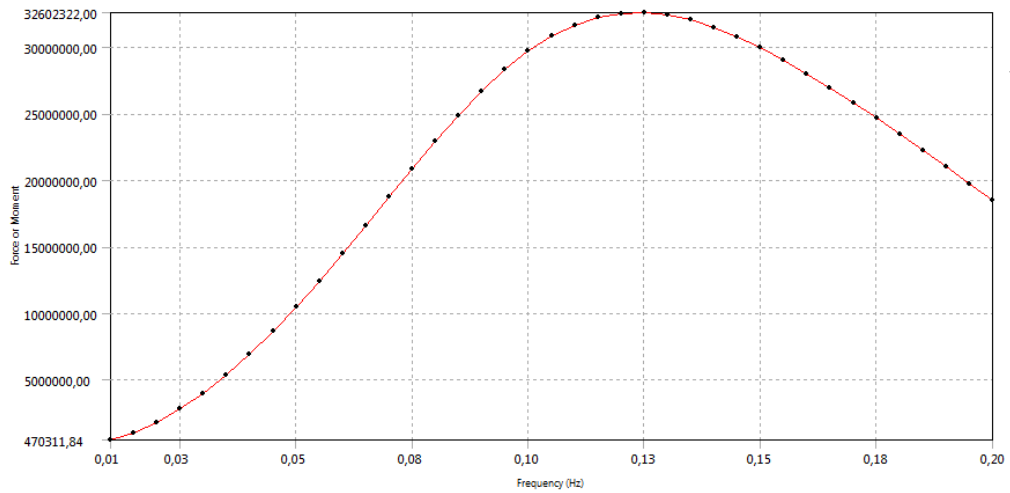


Fig.10.25: Andamento del termine  $F_{44}$  dell'equazione del moto [Nm/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 90^\circ$ .

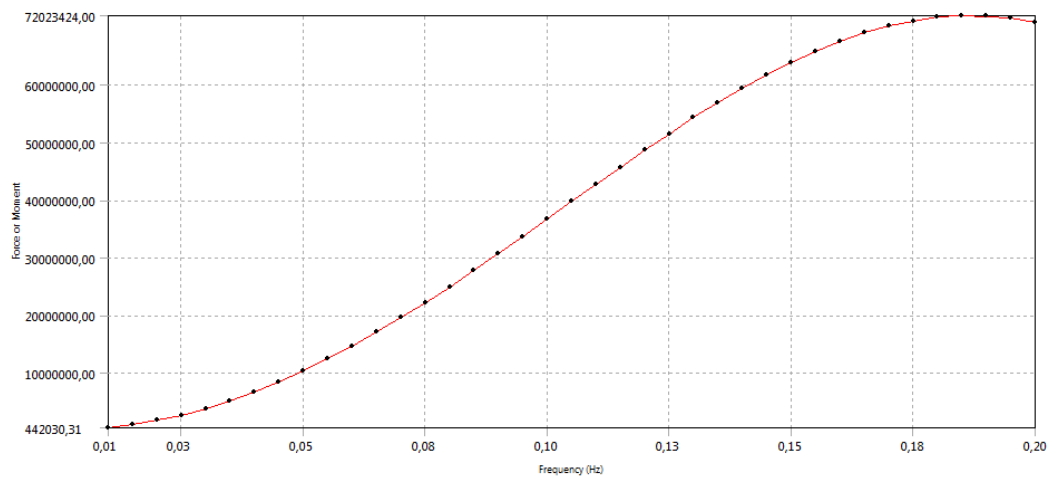


Fig.10.26: Andamento del termine  $F_{44, FK}$  dell'equazione del moto [Nm/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 90^\circ$ .



Si riporta l'andamento del RAO relativo al moto di rollio:

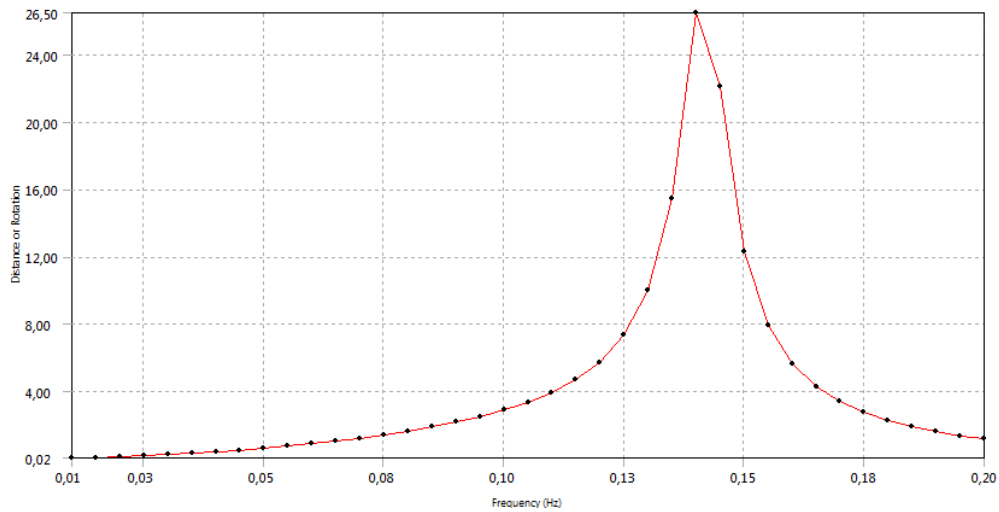


Fig.10.27: RAO rot. di rollio  $\phi$  [ $^{\circ}/m$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 90^{\circ}$ .

Con discretizzazione più fitta si ottiene il medesimo risultato.

Si nota la presenza di un solo massimo relativo, che coincide con il massimo assoluto, in corrispondenza della frequenza:

$$f_e = 0,140 \text{ Hz, con valore: } \quad \text{RAO}_{\phi, \text{max}} = 26,50 \text{ } ^{\circ}/m.$$

Le caratteristiche dell'onda incidente in funzione della frequenza di incontro sono dunque:

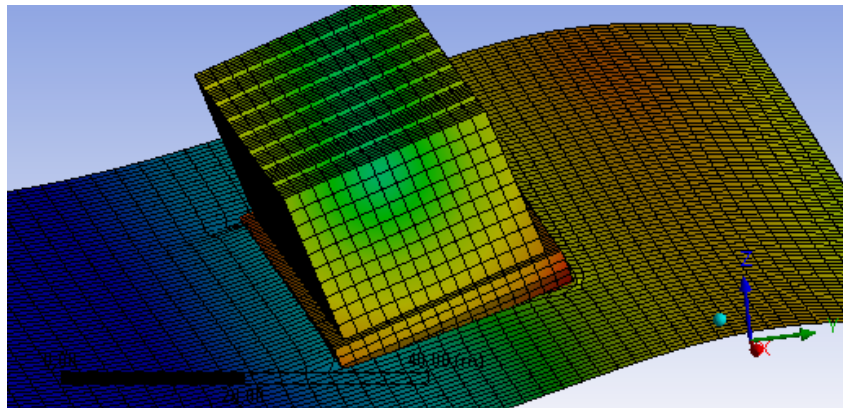
$$\omega_{e, \phi, \text{traverso}} = 0,880 \text{ rad/s;}$$

$$T_{e, \phi, \text{traverso}} = 7,14 \text{ s;}$$

$$\lambda_{e, \phi, \text{traverso}} = 79,66 \text{ m.}$$

---

Tale valore di lunghezza d'onda è con buona approssimazione quello atteso, pari a due volte la dimensione  $B = 27$  m: come per il moto di sussulto la massimizzazione avviene per il passaggio della cresta, per la rotazione di rollio avviene quando il natante scorre lungo il profilo cresta-cavo, ottenendo così la massima inclinazione.



*Fig.10.28: Interazione nave-onda per ottenere la massima rotazione di rollio  $\mu = 90^\circ$ , La scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu).*

Per quanto concerne l'accelerazione per prima cosa si riporta il RAO:

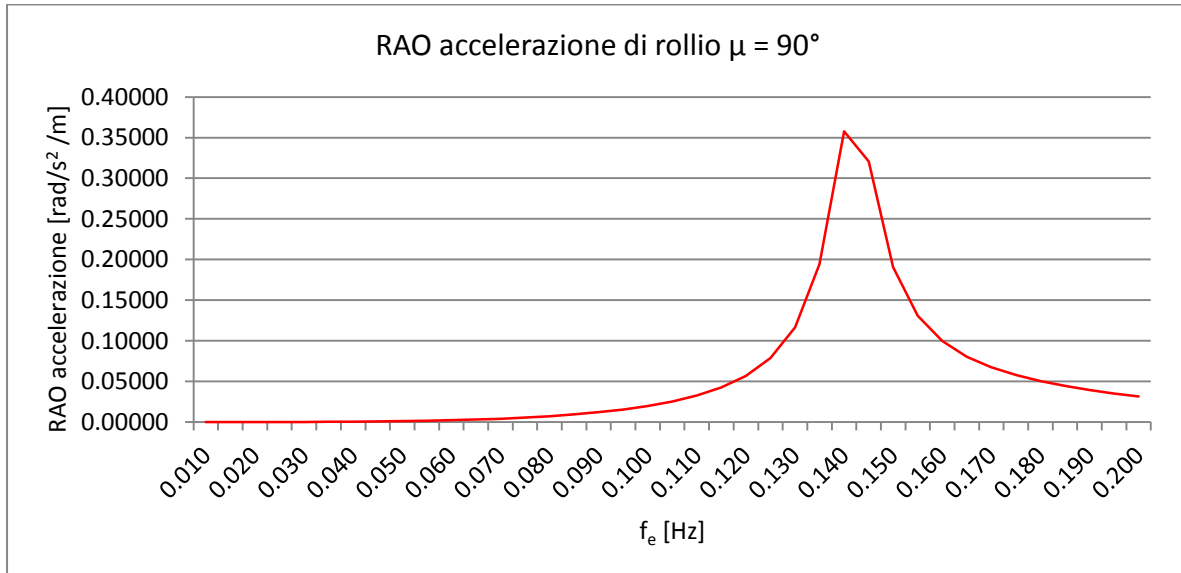


Fig.10.29: RAO acc. di rollio [rad/s<sup>2</sup>/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 90^\circ$ .

L'accelerazione massima si ha in corrispondenza della frequenza di incontro:

$$f_e = 0,140 \text{ Hz}, \quad \text{RAO}_{\phi, \text{accelerazione, max}} = 0,3579 \text{ rad/s}^2 / \text{m}.$$

L'onda regolare di riferimento è:

frequenza di incontro	$f_{e, \phi, \text{prora}} = 0,140 \text{ Hz};$
pulsazione	$\omega_{e, \phi, \text{prora}} = 0,880 \text{ rad/s};$
periodo	$T_{e, \phi, \text{prora}} = 7,14 \text{ s};$
lunghezza d'onda	$\lambda_{e, \phi, \text{prora}} = 79,66 \text{ m};$

La lunghezza d'onda è calcolata sulla base della relazione di dispersione in acqua profonda.

---

## 10.6. Moto di beccheggio

Si procede con la massimizzazione del moto di beccheggio in termini di rotazione e accelerazione angolare, essendo un moto angolare.

Come illustrato in precedenza in questo caso si fa riferimento ai mari di prua e poppa.

Per i calcoli tramite software nel dominio delle frequenze si fa riferimento all'intervallo [0,01 Hz, 0,20 Hz] con  $\Delta f = 0,005$  Hz.

### 10.6.1. Moto di beccheggio: onda di prora $\mu = 180^\circ$

Prima di procedere al confronto con il RAO associato, si riportano gli andamenti dei termini di massa aggiunta  $A_{55}$ , smorzamento  $C_{55}$ , percentuale di smorzamento critico, di rigidità  $K_{55}$ , forzante esterna  $F_{55}$  sia totale che la sola componente di Froude-Krylov  $F_{55, FK}$ .

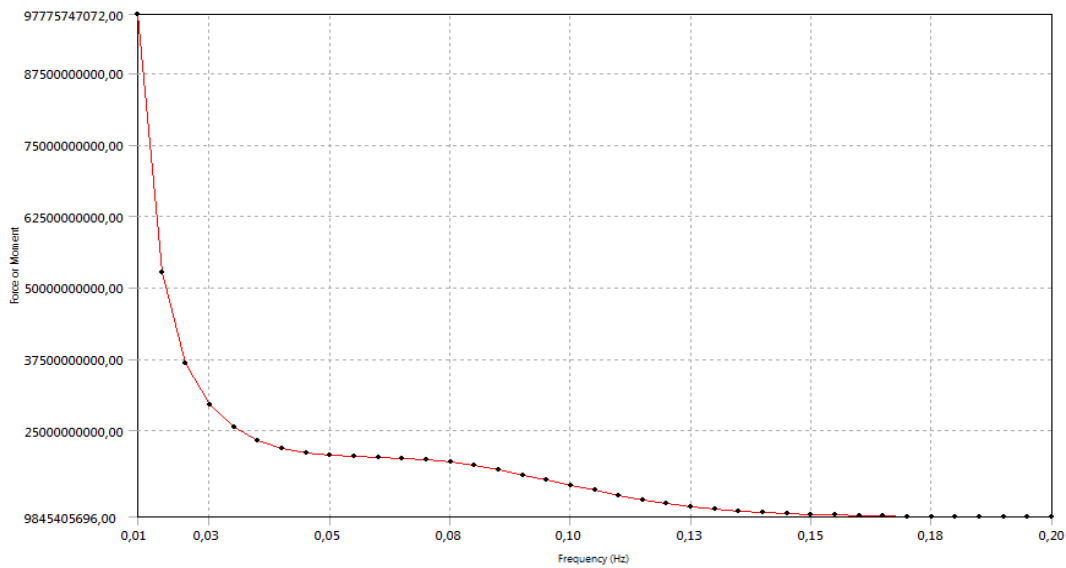


Fig.10.30: Andamento del termine  $A_{55}$  dell'equazione del moto [ $\text{kg m}^2/\text{rad}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

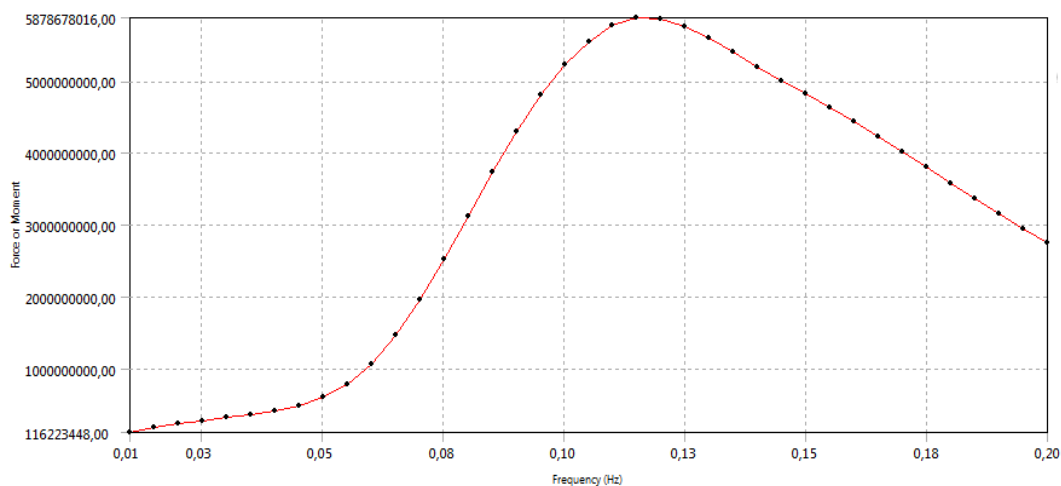


Fig.10.31: Andamento del termine  $C_{55}$  dell'equazione del moto [ $\text{Nm}/(\text{rad}/\text{s})$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

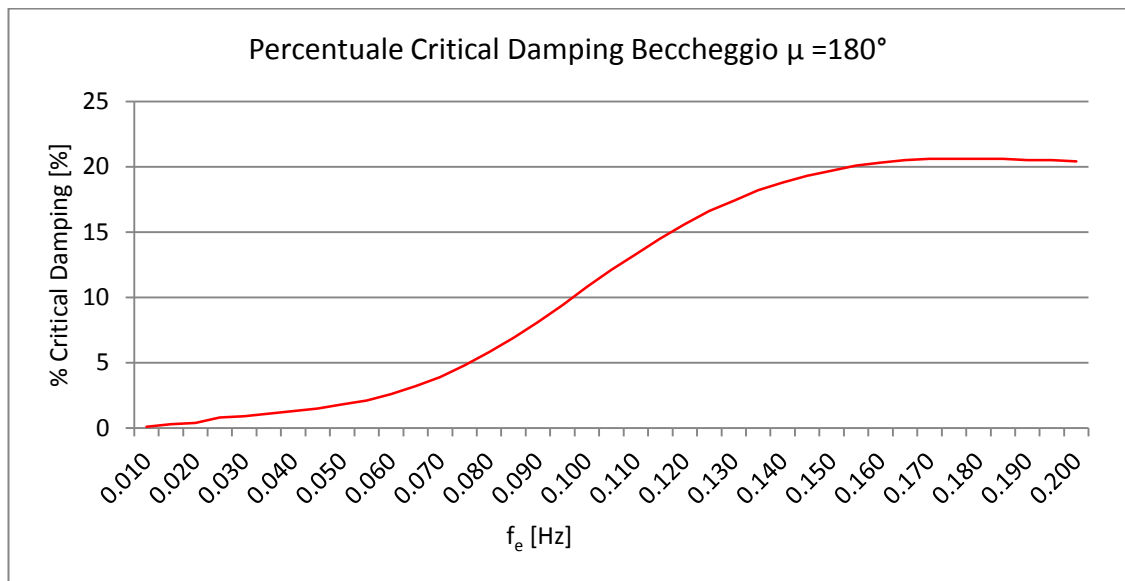


Fig.10.32: Percentuale di smorzamento critico moto beccheggio in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

Il termine di rigidità associato:

$$K_{55} = 1530,5400 \text{ E}+07 \text{ Nm/rad,}$$

si ricorda che la rigidità non dipende nè dalla frequenza nè dalla direzione d'onda: rimane una caratteristica del natante.

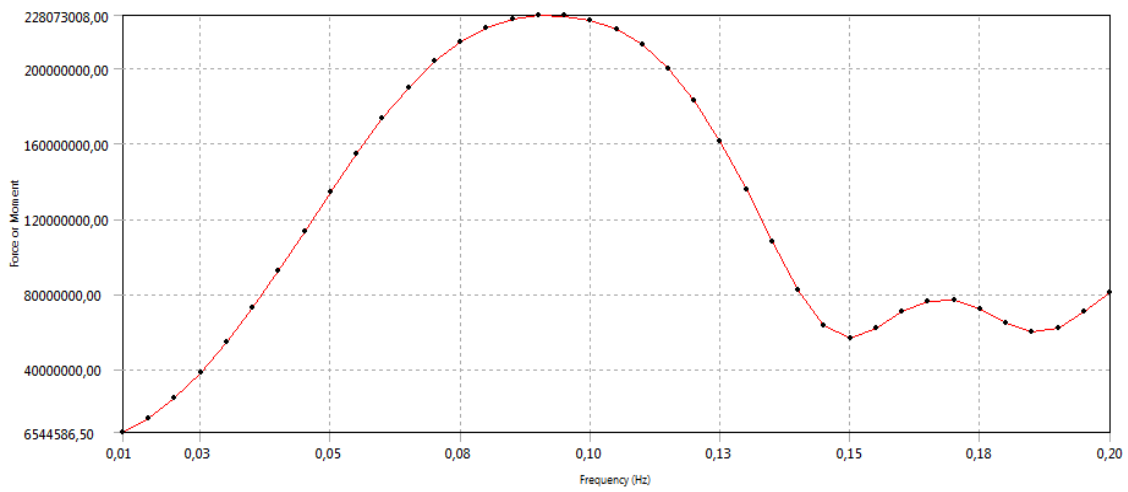


Fig.10.33: Andamento del termine  $F_{55}$  dell'equazione del moto [Nm/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

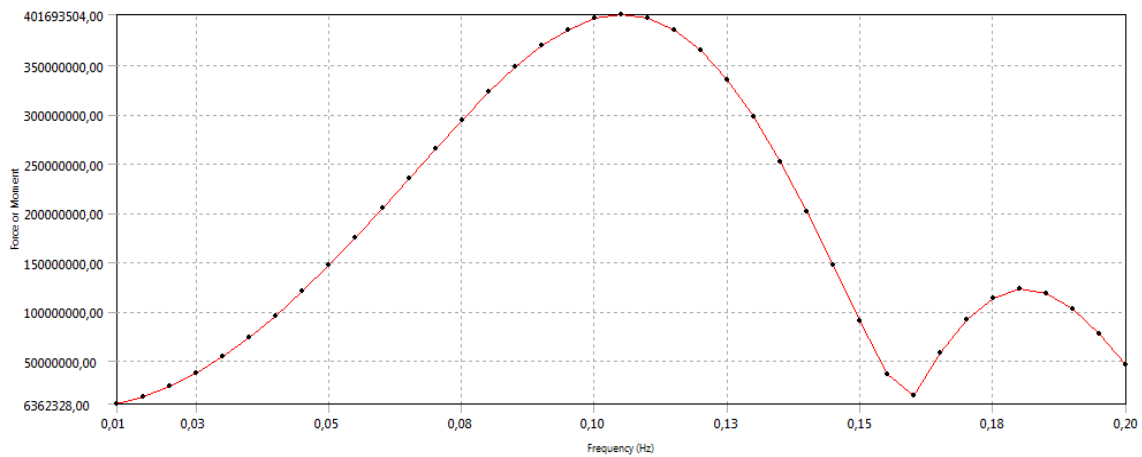


Fig.10.34: Andamento del termine  $F_{55, FK}$  dell'equazione del moto [Nm/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 180^\circ$ .

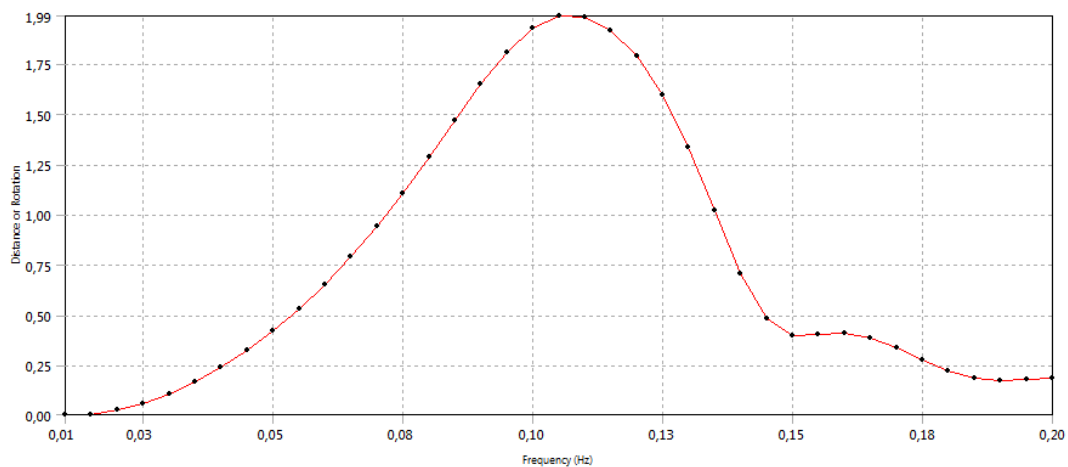


Fig.10.35: RAO rot. di beccheggio  $\theta$  [°/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz],  $\mu = 180^\circ$ .

Grazie a questo andamento si riesce ad individuare la frequenza propria, che corrisponde al massimo relativo meno pronunciato che si colloca a circa:

$f_e \approx 0,165$  Hz con un valore di rotazione corrispondente pari a  $\vartheta = 0,41$  °/m.

La frequenza di maggiore eccitazione del moto resta comunque dominata dalla fisica dell'interazione con le onde:

$f_e = 0,105$  Hz, con valore:  $RAO_{\vartheta, \max, prua} = 1,99$  °/m.

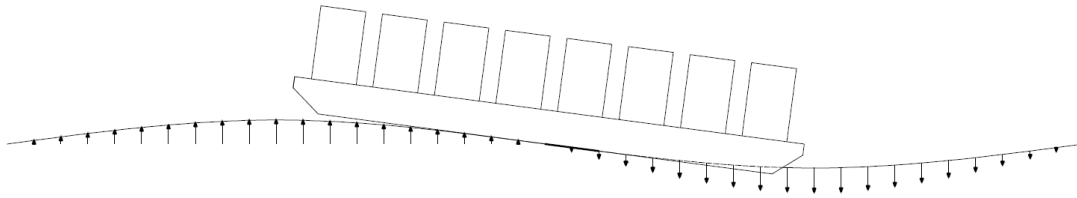
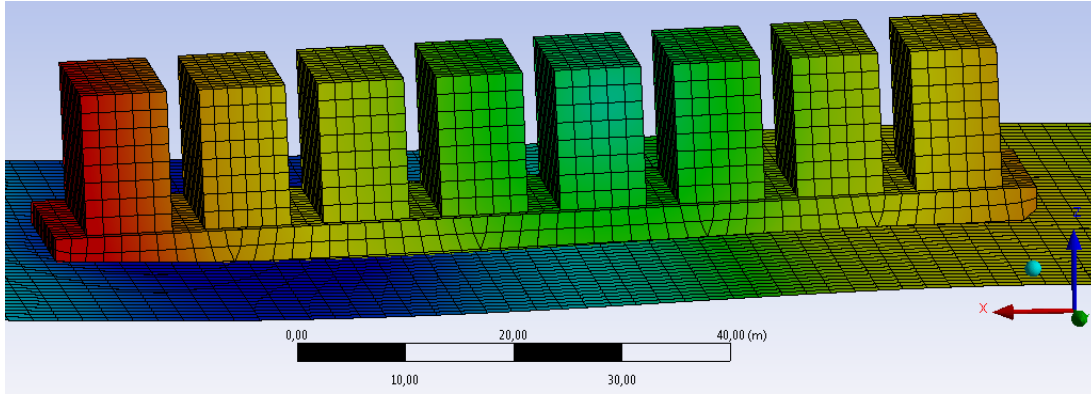
Tale frequenza di picco è molto simile a quella analizzata in precedenza per l'accelerazione del moto di sussulto.

Le caratteristiche dell'onda che massimizza la rotazione di beccheggio, in funzione della frequenza di incontro sono:

frequenza di incontro	$f_{e, \vartheta, prua} = 0,105$ Hz;
pulsazione	$\omega_{e, \vartheta, prua} = 0,660$ rad/s;
periodo	$T_{e, \vartheta, prua} = 9,52$ s;
lunghezza d'onda	$\lambda_{e, \vartheta, prua} = 141,62$ m.

La similitudine con la frequenza di sussulto è dovuta al fatto che così come per il massimo sussulto si ha che la nave è completamente coinvolta da una cresta dell'onda, così nel massimo beccheggio la nave deve poter scorrere lungo il profilo cresta-cavo (dunque  $\lambda/2$ ) in tutta la sua lunghezza (in realtà per la lunghezza che caratterizza la dimensione longitudinale del piano di galleggiamento).





*Fig.10.36: Interazione nave-onda per ottenere la massima rotaz. di beccheggio  $\mu = 180^\circ$ , La scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu).*

Si riporta il RAO dell'accelerazione:

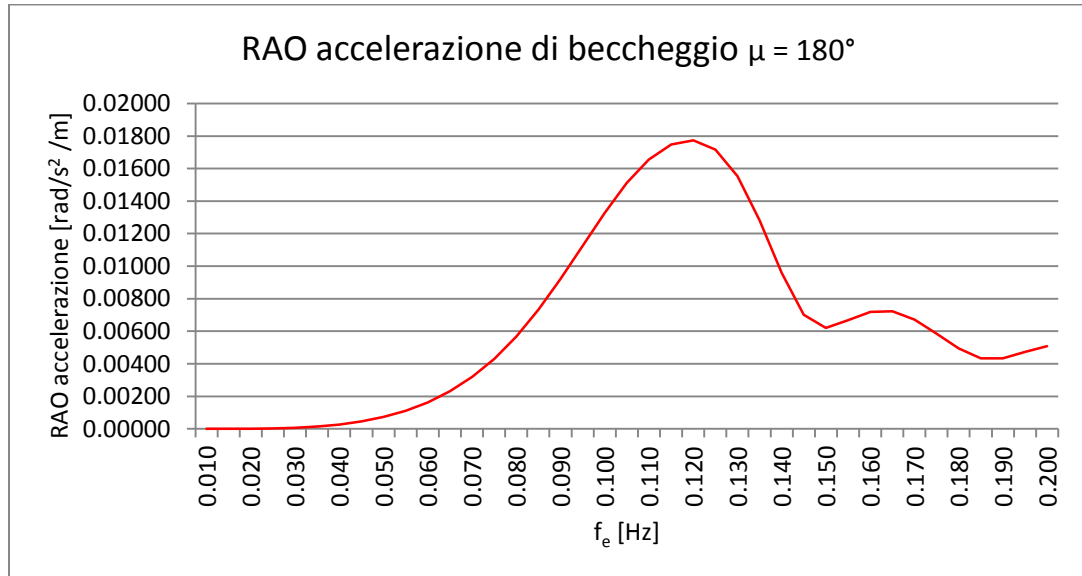


Fig.10.37: RAO acc. di beccheggio [rad/s<sup>2</sup>/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz],  $\mu = 180^\circ$ .

L'accelerazione massima si ha in corrispondenza della frequenza di incontro:

$$f_e = 0,120 \text{ Hz}, \quad \text{RAO}_{\vartheta, \text{accelerazione, max}} = 0,0177 \text{ rad/s}^2 / \text{m}.$$

A questa frequenza corrisponde una lunghezza d'onda, calcolata sulla base della relazione di dispersione, pari a:

$$\lambda_{e, \varphi, \text{prora}} = 108,42 \text{ m}.$$

Tale onda ha una lunghezza che paragonata alla dimensione L del natante risulta maggiore di circa il 25%.

Tale risultato è atteso poichè in tale configurazione l'onda si sviluppa lungo tutta la lunghezza del natante (è leggermente più lunga) sollecitandolo con il massimo momento possibile, alternando pressioni di segno inverso:

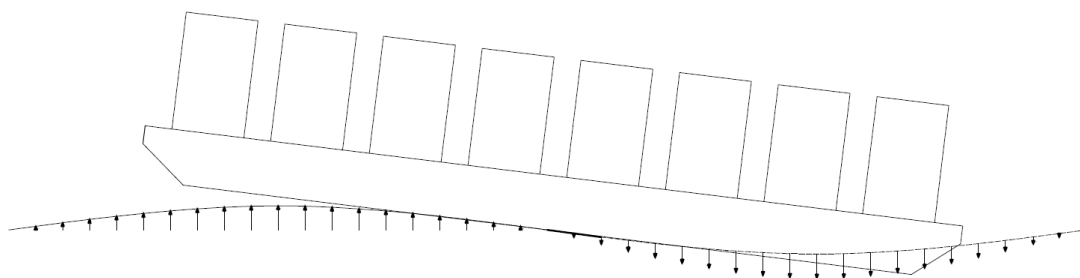


Fig.10.38: Interazione nave-onda per ottenere la massima rotazione di beccheggio  $\mu = 180^\circ$ .

L'onda regolare di riferimento è:

frequenza di incontro

$$f_{e, \phi, \text{prora}} = 0,120 \text{ Hz};$$

pulsazione

$$\omega_{e, \phi, \text{prora}} = 0,754 \text{ rad/s};$$

periodo

$$T_{e, \phi, \text{prora}} = 8,33 \text{ s};$$

lunghezza d'onda

$$\lambda_{e, \phi, \text{prora}} = 108,42 \text{ m};$$

## 10.6.2. Moto di beccheggio: onda di poppa $\mu = 0^\circ$

Prima di procedere al confronto con il RAO associato, si riportano gli andamenti dei termini di massa aggiunta  $A_{55}$ , smorzamento  $C_{55}$ , percentuale di smorzamento critico, la rigidezza associata  $K_{55}$ , la forzante esterna  $F_{55}$  sia totale che la sola componente di Froude-Krylov  $F_{55,FK}$ .

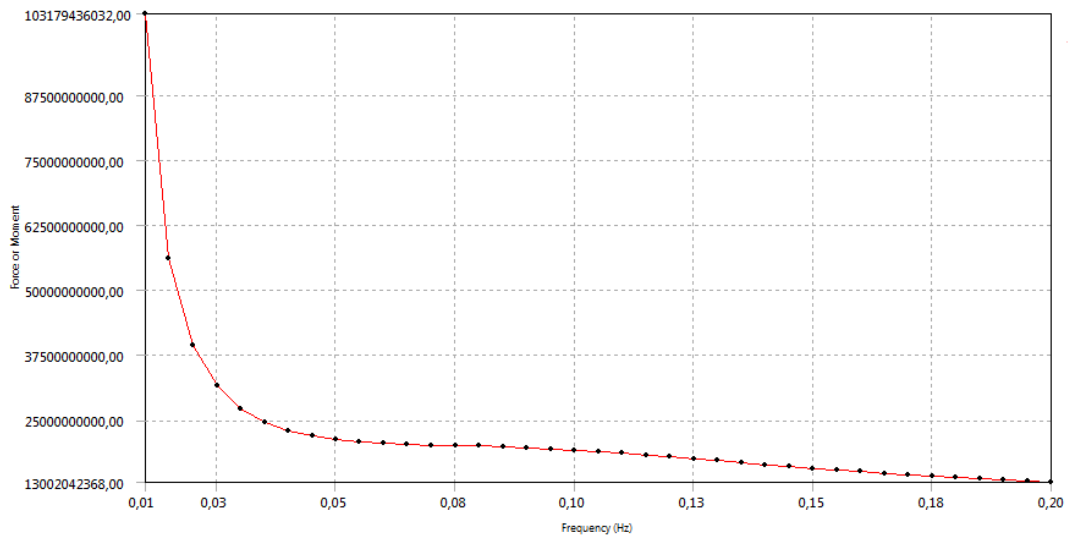


Fig.10.39: Andamento del termine  $A_{55}$  dell'equazione del moto [ $\text{kg m}^2/\text{rad}$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

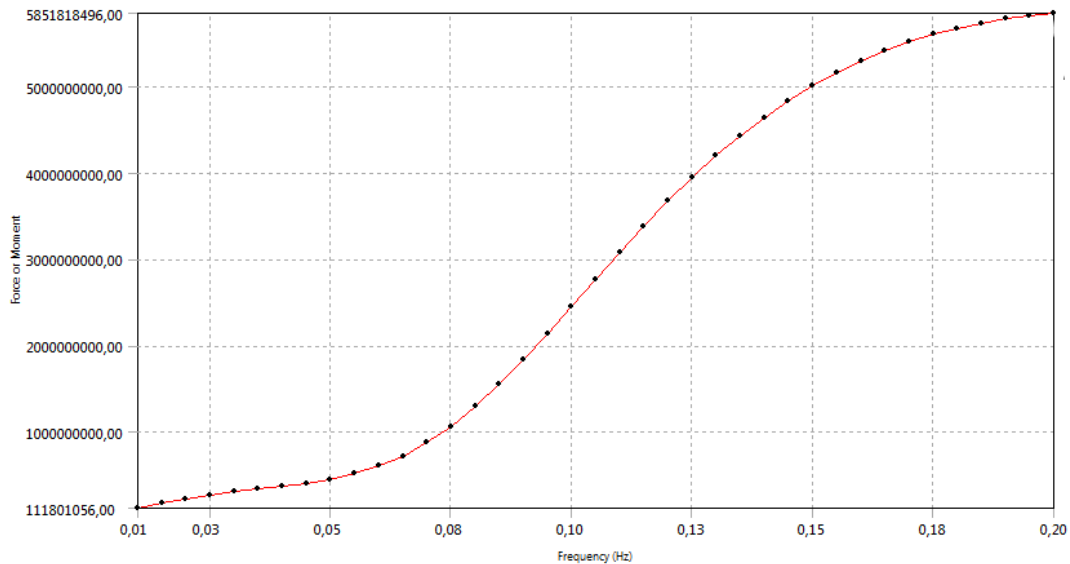


Fig.10.40: Andamento del termine  $C_{55}$  dell'equazione del moto [ $\text{Nm}/(\text{rad}/\text{s})$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

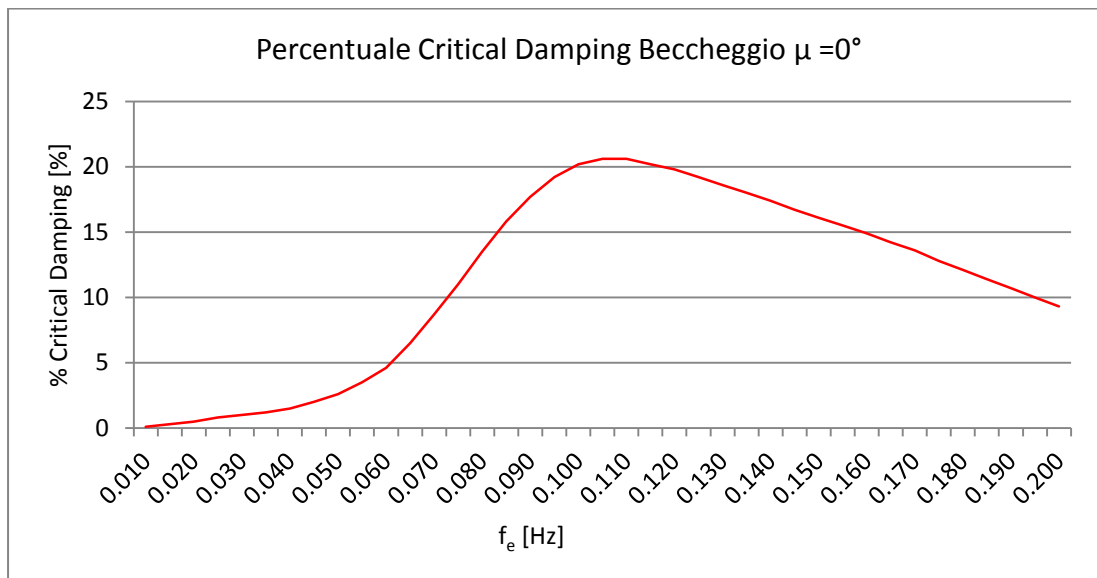


Fig.10.41: Percentuale di smorzamento critico moto beccheggio in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

Il termine di rigidità associato, come indicato in precedenza:

$$K_{55} = 1530,5400 \text{ E}+07 \text{ Nm/rad,}$$

si ricorda che la rigidità non dipende nè dalla frequenza nè dalla direzione d'onda: rimane una caratteristica del natante.

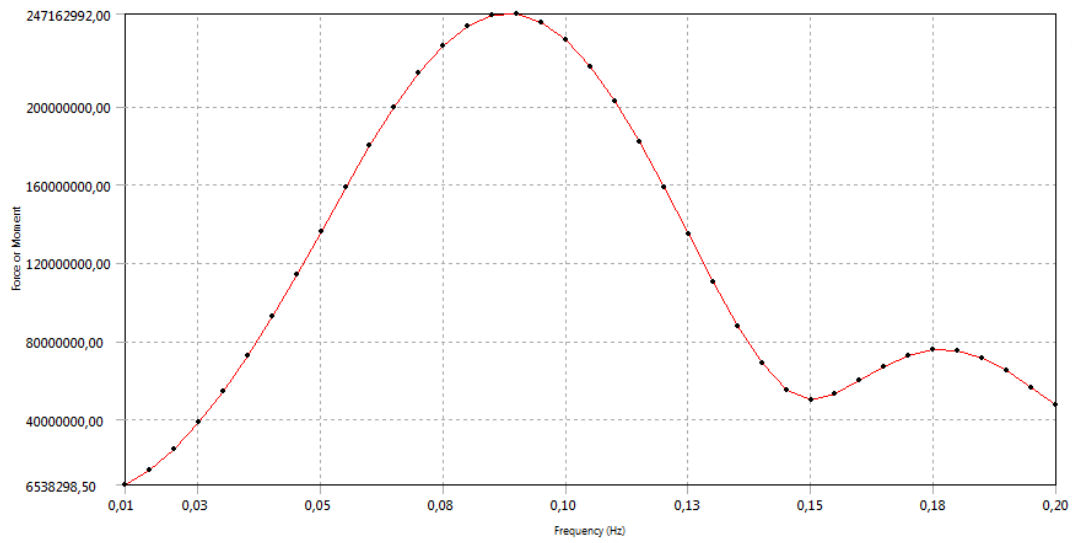


Fig.10.42: Andamento del termine  $F_{55}$  dell'equazione del moto [Nm/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

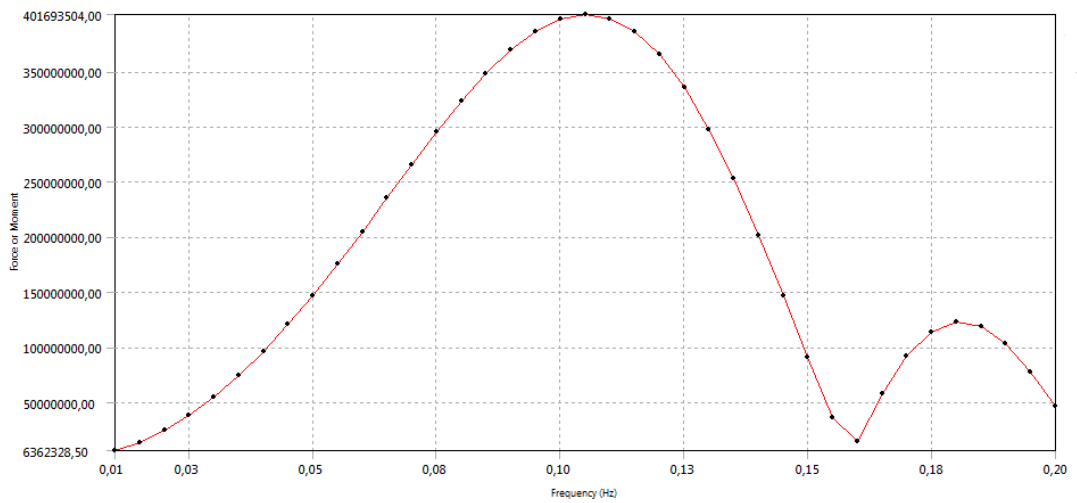


Fig.10.43: Andamento del termine  $F_{55,FK}$  dell'equazione del moto [Nm/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz]  $\mu = 0^\circ$ .

Si riporta l'andamento del RAO relativo al moto di beccheggio:

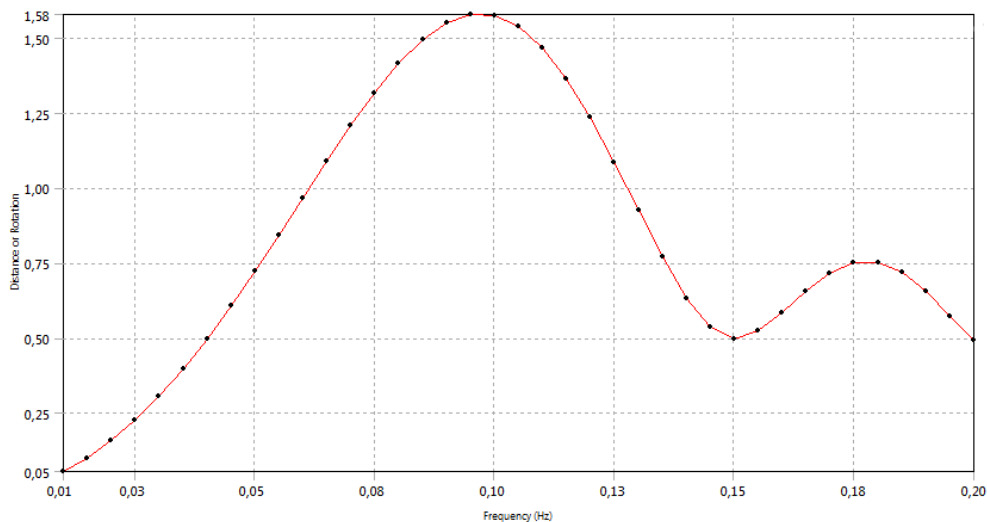


Fig.10.44: RAO rot. di beccheggio  $\theta$  [ $^{\circ}/m$ ] in funzione della frequenza di incontro [Hz],  $\mu = 0^{\circ}$ .

Grazie a questo andamento si riesce ad individuare la frequenza propria, che corrisponde al massimo relativo meno pronunciato che si colloca a circa:

$$f_e \approx 0,180 \text{ Hz con un valore di rotazione corrispondente pari a } \vartheta = 0,75 \text{ } ^{\circ}/m.$$

La frequenza di maggiore eccitazione del moto resta comunque dominata dalla fisica dell'interazione con le onde:

$$f_e = 0,095 \text{ Hz, con valore: } \text{RAO}_{\vartheta, \text{max, poppa}} = 1,58 \text{ } ^{\circ}/m.$$

Tale frequenza di picco è molto simile a quella analizzata in precedenza per l'accelerazione del moto di sussulto e per lo spostamento di beccheggio per mare di prora.

Per il calcolo della risposta nel dominio del tempo si fa riferimento dunque a:

frequenza di incontro	$f_{e, \vartheta, \text{poppa}} = 0,095 \text{ Hz};$
pulsazione	$\omega_{e, \vartheta, \text{poppa}} = 0,597 \text{ rad/s};$
periodo	$T_{e, \vartheta, \text{poppa}} = 10,53 \text{ s};$
lunghezza d'onda	$\lambda_{e, \vartheta, \text{poppa}} = 173,00 \text{ m}.$

Si ha di nuovo che la lunghezza dell'onda che massimizza la rotazione di beccheggio è circa il doppio della dimensione L del natante.

Si riporta il RAO dell'accelerazione:

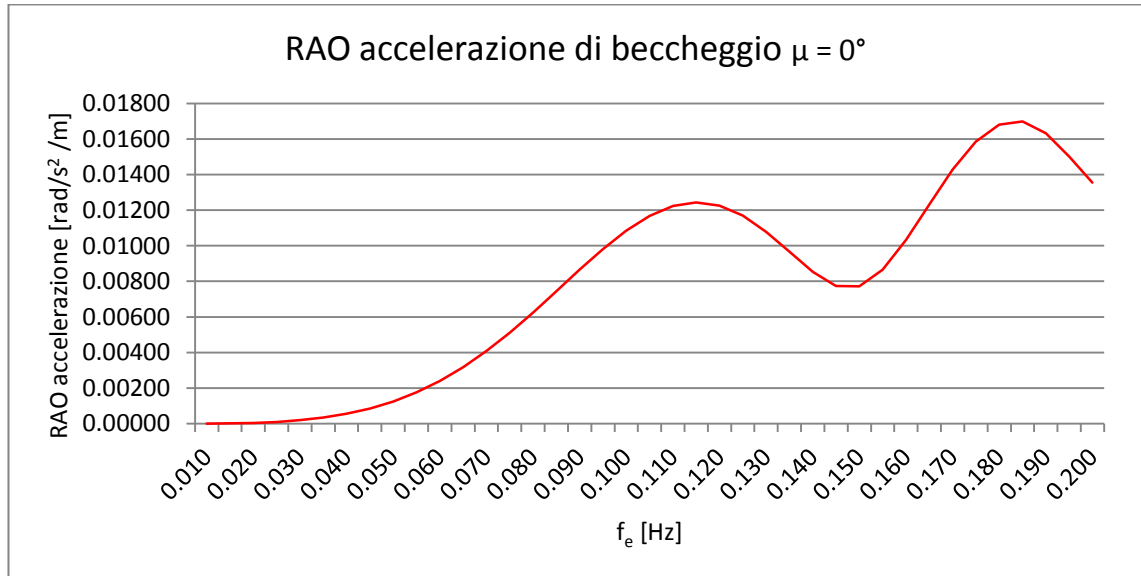


Fig.10.45: RAO acc. di beccheggio [rad/s<sup>2</sup>/m] in funzione della frequenza di incontro [Hz],  $\mu = 0^\circ$ .

L'accelerazione massima si ha in corrispondenza della frequenza di incontro:

$$f_e = 0,185 \text{ Hz}, \quad \text{RAO}_{\vartheta, \text{accelerazione, max, poppa}} = 0,0170 \text{ rad/s}^2 / \text{m}.$$

L'onda regolare di riferimento è:

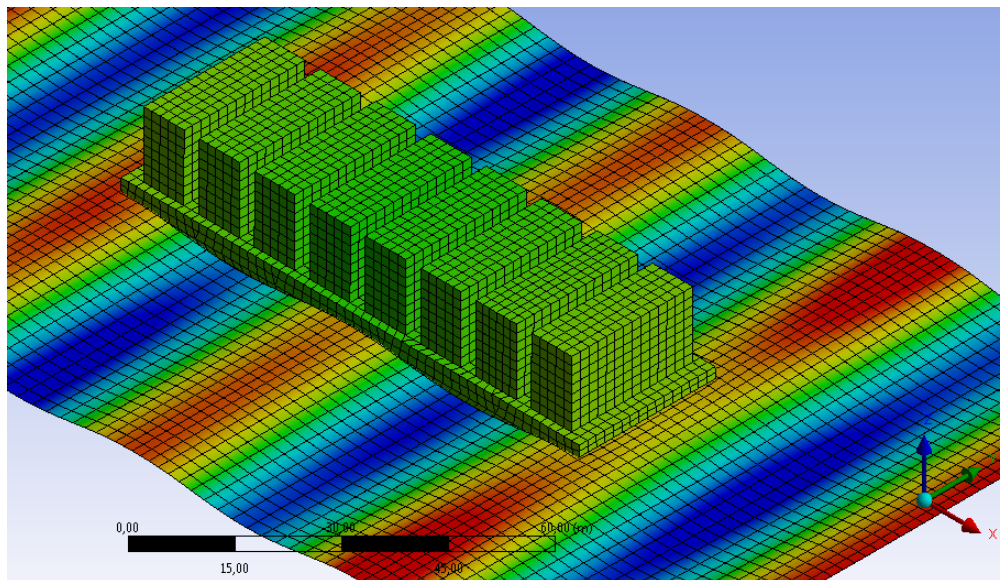
frequenza di incontro	$f_{e, \phi, \text{poppa}} = 0,185 \text{ Hz};$
pulsazione	$\omega_{e, \phi, \text{poppa}} = 1,162 \text{ rad/s};$
periodo	$T_{e, \phi, \text{poppa}} = 5,41 \text{ s};$
lunghezza d'onda	$\lambda_{e, \phi, \text{poppa}} = 45,62 \text{ m}.$

La lunghezza d'onda è calcolata sulla base della relazione di dispersione in acqua profonda.



---

Per comprendere l'interazione mare-natante si prenda a riferimento la figura seguente:



*Fig.10.46: Interazione nave-onda per ottenere la massima acceleraz. di beccheggio  $\mu = 0^\circ$ ,  
La scala di colori è da leggersi dal massimo spostamento totale (rosso) al minimo (blu).*

---

## 10.7. Andamento della fase per ciascuna direzione d'onda

Si riportano gli andamenti della fase degli spostamenti e delle rotazioni di interesse per ciascuna direzione di mare considerata.

Si nota che la fase è calcolata rispetto alla legge oraria dell'onda incidente: l'istante  $t = 0$  è definito quando il cavo dell'onda passerà per l'origine del sistema di riferimento mobile.

A causa della simmetria laterale del natante si trascurano i seguenti moti:

- mare di prua ( $\mu = 180^\circ$ ): scarroccio ( $Y$ ), rollio ( $\phi$ ), imbardata ( $\Psi$ );
- mare di poppa ( $\mu = 0^\circ$ ): scarroccio ( $Y$ ), rollio ( $\phi$ ), imbardata ( $\Psi$ );
- mare al traverso ( $\mu = 90^\circ$ ): abbrivio ( $X$ ), beccheggio ( $\vartheta$ ) e trascurando la disposizione asimmetrica dell'acqua per comprendere meglio le caratteristiche del moto di rollio anche l'imbardata ( $\Psi$ ).

Di seguito si indica la fase con il simbolo  $\beta$ .

Si riportano i risultati delle analisi condotte tramite software.

Si ricorda che le fasi delle accelerazioni associate sono quelle degli spostamenti più l'angolo piatto, trattandosi di moto armonico.

### 10.7.1. Fasi per mare di prua, $\mu = 180^\circ$

Fase per lo spostamento di abbrivio (X):

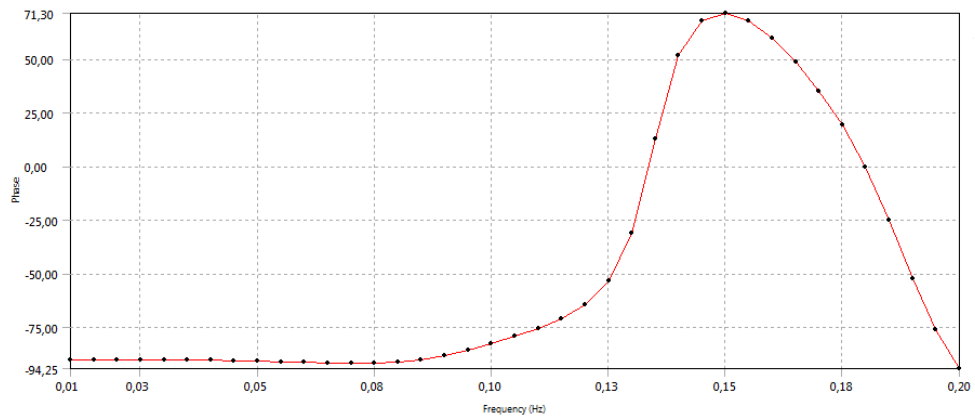


Fig.10.47: Andamento della fase  $\theta$  [°] per lo spost. di abbrivio (X), per mare di prua  $\mu = 180^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Fase per lo spostamento di sussulto ( $\zeta$ ):

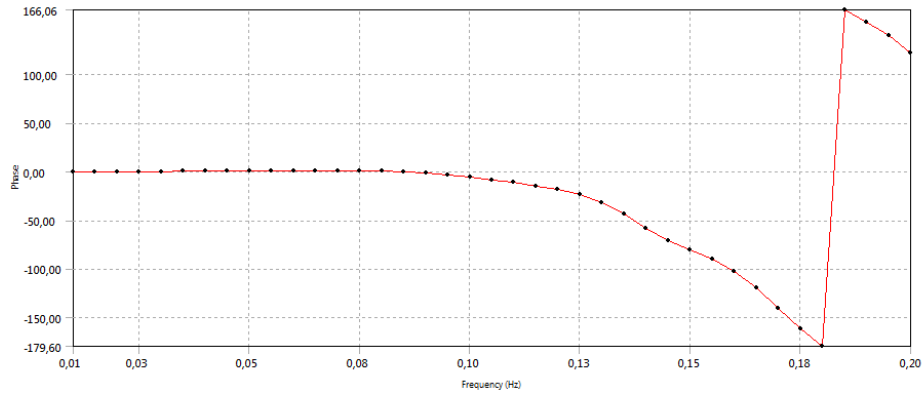


Fig.10.48: Andamento della fase  $\theta$  [°] per lo spost. di sussulto ( $\zeta$ ), per mare di prua  $\mu = 180^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Fase per la rotazione di beccheggio ( $\vartheta$ ):

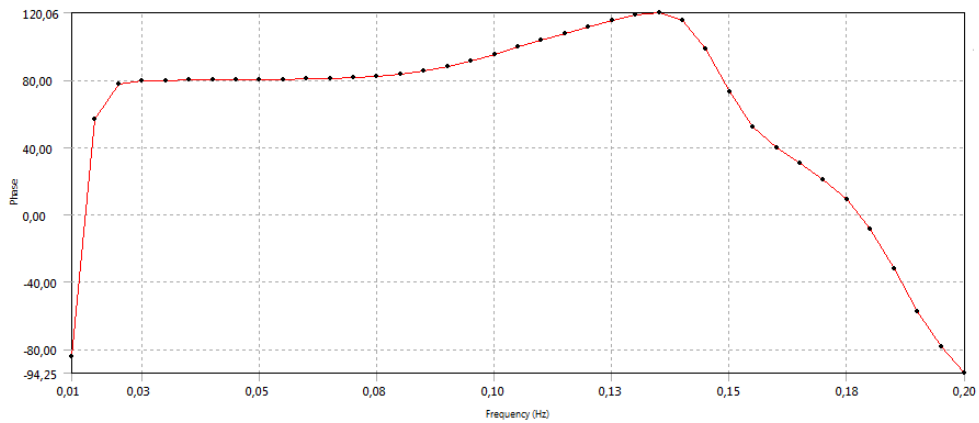


Fig.10.49: Andamento della fase  $\beta$  [°] per la rot. di beccheggio ( $\theta$ ), per mare di prua  $\mu = 180^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Pertanto si ha:

- $f_e = 0,100$  Hz:  $\beta_x = - 82,75^\circ$ ,  
 $\beta_z = - 5,70^\circ$ ,  
 $\beta_\vartheta = + 95,39^\circ$ ;
- $f_e = 0,120$  Hz:  $\beta_x = - 64,49^\circ$ ,  
 $\beta_z = - 18,64^\circ$ ,  
 $\beta_\vartheta = + 111,56^\circ$ .

si può commentare, in via generale, che i moti di abbrivio e beccheggio risultano in controfase, il moto di sussulto è invece in quadratura di fase con loro: ciò verrà utilizzato in seguito per combinarli opportunamente.

## 10.7.2. Fasi per mare al traverso, $\mu = 90^\circ$

Fase per lo spostamento di scarroccio (Y):

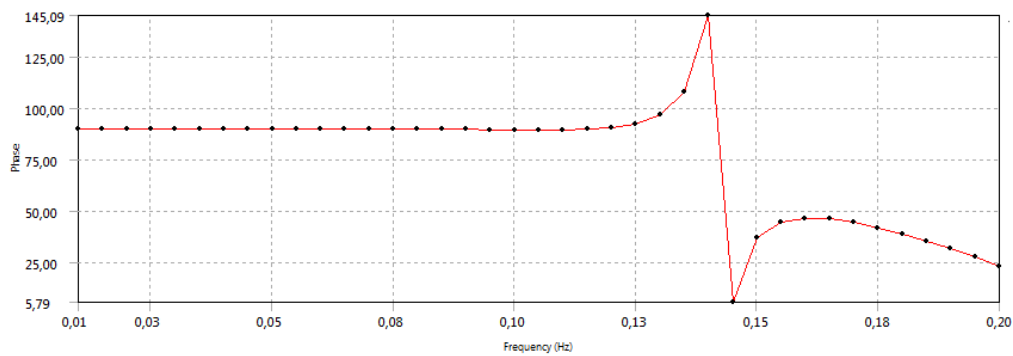


Fig.10.50: Andamento della fase  $\theta$  [°] per lo spost. di scarroccio (Y), per mare al trav.  $\mu = 90^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Fase per la rotazione di rollio ( $\vartheta$ ):

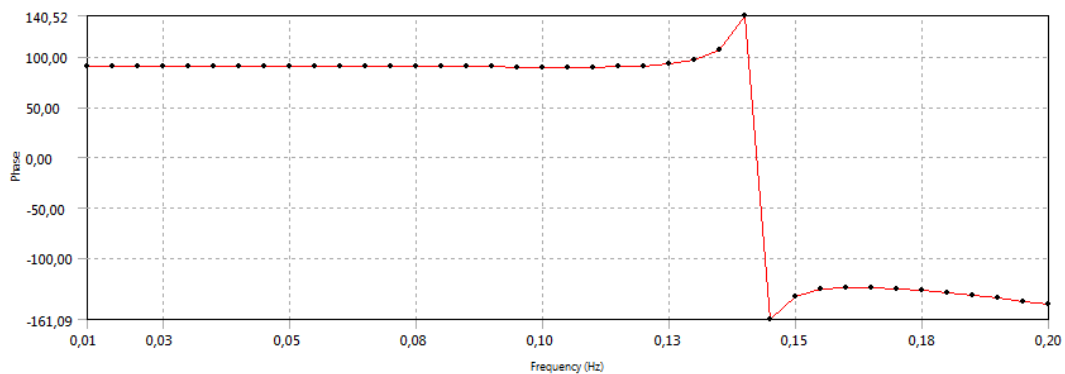


Fig.10.51: Andamento della fase  $\theta$  [°] per la rotazione di rollio ( $\phi$ ), per mare al trav.  $\mu = 90^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Fase per lo spostamento di sussulto ( $\zeta$ ):

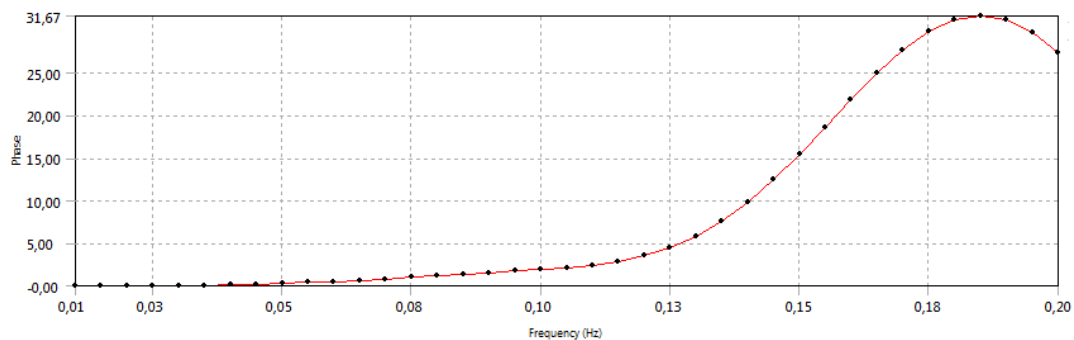


Fig.10.52: Andamento della fase  $\beta$  [°] per lo spost. di sussulto ( $\zeta$ ), per mare al trav.  $\mu = 90^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Pertanto si ha:

$f_e = 0,140$  Hz:

- $\beta_\gamma = 145,09^\circ$ ,
- $\beta_\zeta = 9,79^\circ$ ;
- $\beta_\phi = 140,52^\circ$ .

Si può commentare, in via generale, che i moti di scarroccio e rollio risultano in fase.

### 10.7.3. Fasi per mare di poppa, $\mu = 0^\circ$

Fase per lo spostamento di abbrivio (X):

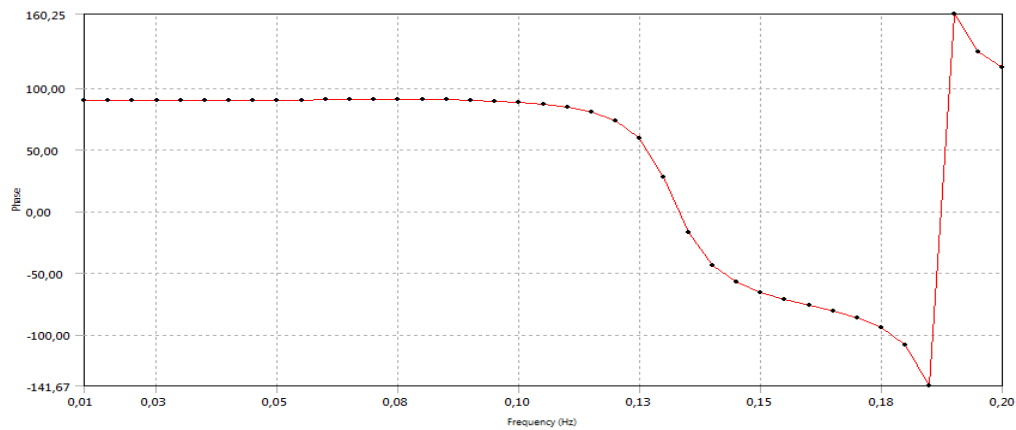


Fig.10.53: Andamento della fase  $\theta$  [°] per lo spost. di abbrivio (X), per mare di poppa  $\mu = 0^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Fase per lo spostamento di sussulto ( $\zeta$ ):

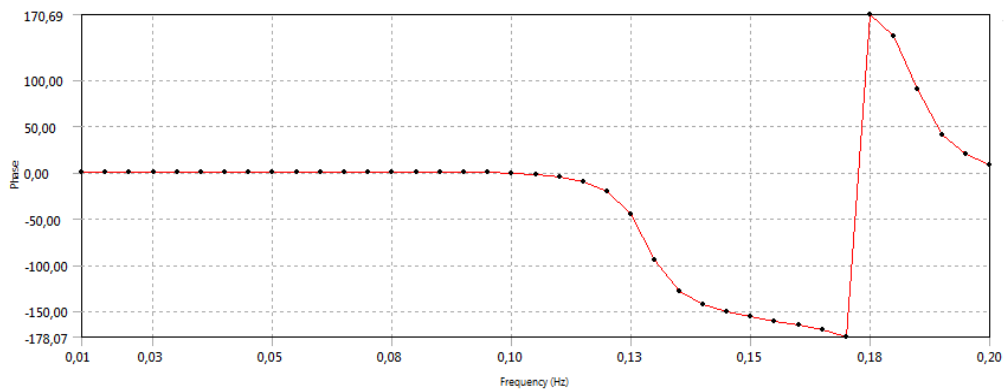


Fig.10.54: Andamento della fase  $\theta$  [°] per lo spost. di sussulto ( $\zeta$ ), per mare di poppa  $\mu = 0^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Fase per la rotazione di beccheggio ( $\vartheta$ ):

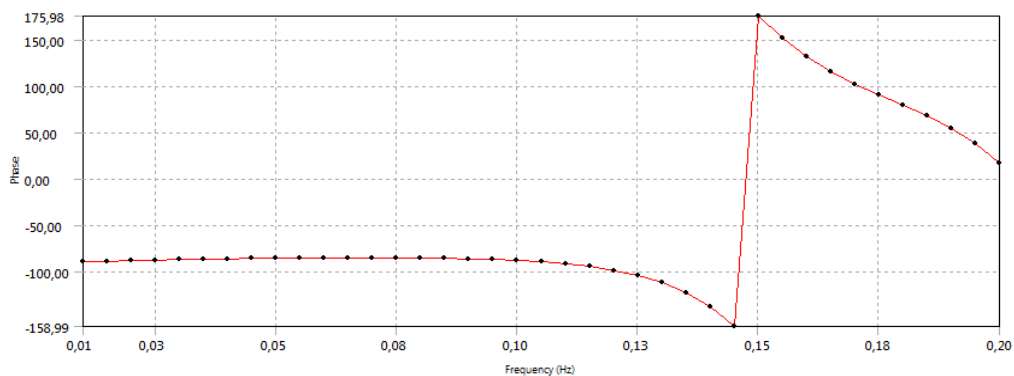


Fig.10.55: Andamento della fase  $\beta$  [°] per la rot. di beccheggio ( $\theta$ ), per mare di poppa  $\mu = 0^\circ$ , in funzione della frequenza di incontro [Hz].

Pertanto si ha:

- $f_e = 0,090$  Hz:  $\beta_x = + 90,25^\circ$ ,  
 $\beta_z = + 0,20^\circ$ ,  
 $\beta_\vartheta = - 86,06^\circ$ ;
- $f_e = 0,095$  Hz:  $\beta_x = + 89,68^\circ$ ,  
 $\beta_z = - 0,25^\circ$ ,  
 $\beta_\vartheta = - 86,76^\circ$ ;
- $f_e = 0,185$  Hz:  $\beta_x = - 141,67^\circ$ ,  
 $\beta_z = + 90,11^\circ$ ,  
 $\beta_\vartheta = + 63,31^\circ$ ;

si può commentare, in via generale, che i moti di abbrivio e beccheggio risultano in controfase, il moto di sussulto è invece in quadratura di fase con loro.



---

## 11. ANALISI DETERMINISTICA: ONDA REGOLARE DI AMPIEZZA REALE DI 1° E 2° ORDINE, “LONG CRESTED SEA”

Si procede al calcolo della risposta utilizzando la Teoria lineare di Airy con la correzione di Wheeler e per confronto anche la teoria al second'ordine di Stokes sempre con la correzione estesa di Wheeler.

Si riporta l'andamento nel tempo delle seguenti quantità, riferite al baricentro di massa:

- rotazioni per quanto concerne i moti angolari di rollio e beccheggio;
- accelerazioni per tutti i gdl,

calcolate con entrambe le teorie in modo da poterne cogliere e commentare le differenze.

La scelta del mare in input è figlia delle analisi lineari svolte nel capitolo precedente.

Per prima cosa dunque si riportano la frequenza e la direzione delle onde regolari scelte, a cui poi si affianca la scelta dell'altezza d'onda sulla base dei dati riportati nel paragrafo 7.1.5.

Il calcolo della risposta in termini di spostamento e accelerazione in funzione del tempo tramite il software AQWA utilizzando la funzione "Hydrodynamic Time Response". Si riporta l'accelerazione a regime della struttura.

Il passo di campionamento per l'asse dei tempi è scelto pari a  $\Delta t = 0,5$  s, in modo tale da non incorrere in errori numerici (deve essere almeno pari a  $\Delta t = 1 / (2f)$  per cogliere i tutti i picchi di risposta).

L'analisi si concentra sulla risposta a regime, che, in linea teorica, è caratterizzata come già discusso in precedenza dallo stesso periodo della forzante ma diversa ampiezza. L'intervallo di riferimento, necessario a cogliere il valore dell'ampiezza del moto e la sua periodicità, è scelto pari a [0 s, 100 s]: circa 10 volte il periodo medio considerato.

---

## 11.1. Scelta tipologie di mare

Si riportano le frequenze individuate nel capitolo precedente:

1. Mare di prua,  $\mu = 180^\circ$ :

- |      |                    |            |  |
|------|--------------------|------------|--|
| 1.1. | $f_{e,pr,1}$       | = 0,100 Hz | massimizzazione accelerazione di sussulto,   |
|      | $\lambda_{e,pr,1}$ | = 156,13 m |  |
| 1.2. | $f_{e,pr,2}$       | = 0,105 Hz | massimizzazione rotazione di beccheggio,     |
|      | $\lambda_{e,pr,2}$ | = 141,62 m |  |
| 1.3. | $f_{e,pr,3}$       | = 0,120 Hz | massimizzazione accelerazione di beccheggio; |
|      | $\lambda_{e,pr,3}$ | = 108,42 m |  |

2. Mare di poppa,  $\mu = 0^\circ$ :

- |      |                    |            |  |
|------|--------------------|------------|--|
| 2.1. | $f_{e,po,1}$       | = 0,090 Hz | massimizzazione accelerazione di sussulto,   |
|      | $\lambda_{e,po,1}$ | = 192,75 m |  |
| 2.2. | $f_{e,po,2}$       | = 0,095 Hz | massimizzazione rotazione di beccheggio,     |
|      | $\lambda_{e,po,2}$ | = 173,00 m |  |
| 2.3. | $f_{e,po,3}$       | = 0,185 Hz | massimizzazione accelerazione di beccheggio; |
|      | $\lambda_{e,po,3}$ | = 45,62 m  |  |

3. Mare al traverso,  $\mu = 90^\circ$ :

- |      |                    |            |  |
|------|--------------------|------------|--|
| 3.1. | $f_{e,tr,1}$       | = 0,140 Hz | massimizzazione rotazione di rollio,     |
|      | $\lambda_{e,tr,1}$ | = 79,66 m  |  |
| 3.2. | $f_{e,tr,2}$       | = 0,140 Hz | massimizzazione accelerazione di rollio. |
|      | $\lambda_{e,tr,2}$ | = 79,66 m  |  |

Le frequenze riportate possono essere divise in quattro gruppi, in base alla lunghezza d'onda associata a confronto con  $L_{\text{water plane}} = 88,5$  m:

1.  $\lambda_e \approx 2L_{\text{water plane}} = 177,0$  m  $\Rightarrow \lambda_{e,pr,1}, \lambda_{e,po,2}$ ;
2.  $\lambda_e \approx L_{\text{water plane}} = 88,5$  m  $\Rightarrow \lambda_{e,pr,3}$ , nessuna per mare di poppa;
3.  $\lambda_e \approx L_{\text{water plane}}/2 = 44,3$  m  $\Rightarrow$  nessuna per il mare di prora,  $\lambda_{e,po,3}$ ;
4.  $\lambda_e \approx 3B_{\text{water plane}} = 81,0$  m  $\Rightarrow \lambda_{e,tr,1}$ .

Questa distinzione in multipli di  $L_{\text{water plane}}$  segue le osservazioni riportate nel capitolo 10 al termine di ogni analisi. È di interesse considerare anche frequenze simili per mari di prora e poppa per cogliere eventuali differenze che dipenderebbero così dalla sola direzione d'onda.

## 11.2. Individuazione delle ampiezze d'onda

Per quanto concerne le ampiezze, si cerca nel database del NOAA la stagione in cui il periodo registrato è simile a quello che si sceglie di mettere in input, così da trovare l'ampiezza d'onda associata.

Tale processo fornisce ampiezze d'onda con periodo di ritorno di 8 anni.

Si fa riferimento al paragrafo 7.1.5.

Si indica l'ampiezza, frequenza per frequenza, facendo riferimento alla stazione di misura ed al periodo cui fa riferimento la scelta:

Ampiezze d'onda					
$f_{e,po,2}$ [Hz]	0,095	$T_z$ [s]	10,5	Periodo dell'anno	Primavera- Autunno
		Valore di riferimento	massimo	$U_{10}$ [m/s]	22,1
		$H_{1/3}$ [m]	11,0	$a_{1/3}$ [m]	5,5
$f_{e,pr,1}$ [Hz]	0,100	$T_z$ [s]	10,0	Periodo dell'anno	Estate
		Valore di riferimento	massimo	$U_{10}$ [m/s]	18,0
		$H_{1/3}$ [m]	8,0	$a_{1/3}$ [m]	4,0
$f_{e,pr,3}$ [Hz]	0,120	$T_z$ [s]	8,3	Periodo dell'anno	Inverno
		Valore di riferimento	medio	$U_{10}$ [m/s]	9,0
		$H_{1/3}$ [m]	4,0	$a_{1/3}$ [m]	2,0
$f_{e,tr,1}$ [Hz]	0,140	$T_z$ [s]	7,1	Periodo dell'anno	Primavera- Autunno
		Valore di riferimento	medio	$U_{10}$ [m/s]	9,0
		$H_{1/3}$ [m]	3,0	$a_{1/3}$ [m]	1,5
$f_{e,po,3}$ [Hz]	0,185	$T_z$ [s]	5,4	Periodo dell'anno	Estate
		Valore di riferimento	medio	$U_{10}$ [m/s]	6,4
		$H_{1/3}$ [m]	2,0	$a_{1/3}$ [m]	1,0

Tab.10.1: Scelta delle ampiezze d'onda.

Si sceglie di condurre le analisi per entrambe le frequenze  $f_{e,po,2}$  ed  $f_{e,pr,1}$ , anche se simili, per cogliere eventuali differenze tra mari di prua e poppa.

---

### 11.3. Mare di prua, $\mu = 180^\circ$

Si procede alle analisi, considerando le due frequenze di interesse individuate in precedenza.

In questa tipologia di analisi, essendo la nave caratterizzata da simmetria laterale, si possono escludere i moti di scarroccio, rollio ed imbardata poichè sono nulli.

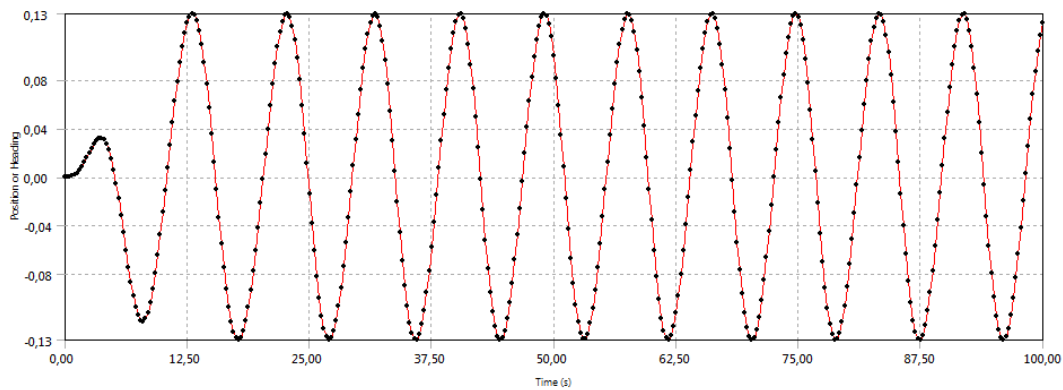
Si riportano pertanto i valori di rotazione di beccheggio ed accelerazione di abbrivio, sussulto e beccheggio.

#### 11.3.1. Analisi con $f_{e,pr,1} = 0,100$ Hz

Si conduce un'analisi nel dominio del tempo con onda in input del tipo di Stokes con le seguenti caratteristiche (riferite all'onda regolare del prim'ordine associata):

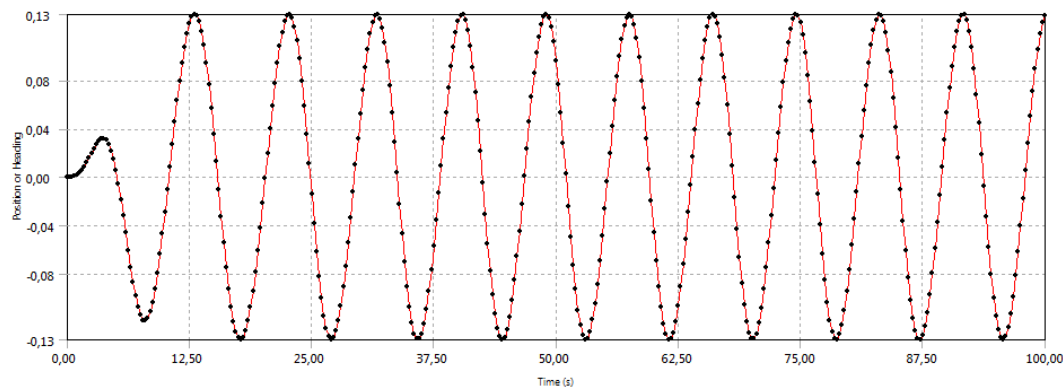
frequenza (di incontro)	$f_{e,pr,1} = 0,100$ Hz;
pulsazione	$\omega_{e,pr,1} = 0,628$ rad/s;
periodo	$T_{e,pr,1} = 10,0$ s;
lunghezza	$\lambda_{e,pr,1} = 156,1$ m;
ampiezza	$a_{e,pr,1} = 4,0$ m.

Questa frequenza è associata alla massima accelerazione di sussulto.



*Fig.11.1: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo primo ordine:  $\vartheta_{\text{rot}, 1^{\circ} \text{ ordine}} = 0,134 \text{ rad.}$



*Fig.11.2: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{\text{rot}, 2^{\circ} \text{ ordine}} = 0,135 \text{ rad.}$   
 Differenza percentuale:  $(\vartheta_{\text{rot}, 2^{\circ} \text{ ordine}} - \vartheta_{\text{rot}, 1^{\circ} \text{ ordine}})\% = + 0,7 \%$ .

Per quanto concerne le altre componenti di rotazione ed accelerazione si hanno differenze percentuali simili, sempre modeste, pertanto non si riportano gli andamenti ma i soli valori:

Valore massimo second'ordine:  $\chi_{\text{acc}, 2^{\circ} \text{ ordine}} = 0,922 \text{ m/s}^2.$   
 Valore massimo second'ordine:  $\zeta_{\text{acc}, 2^{\circ} \text{ ordine}} = 1,264 \text{ m/s}^2.$   
 Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{\text{acc}, 2^{\circ} \text{ ordine}} = 0,072 \text{ rad/s}^2.$

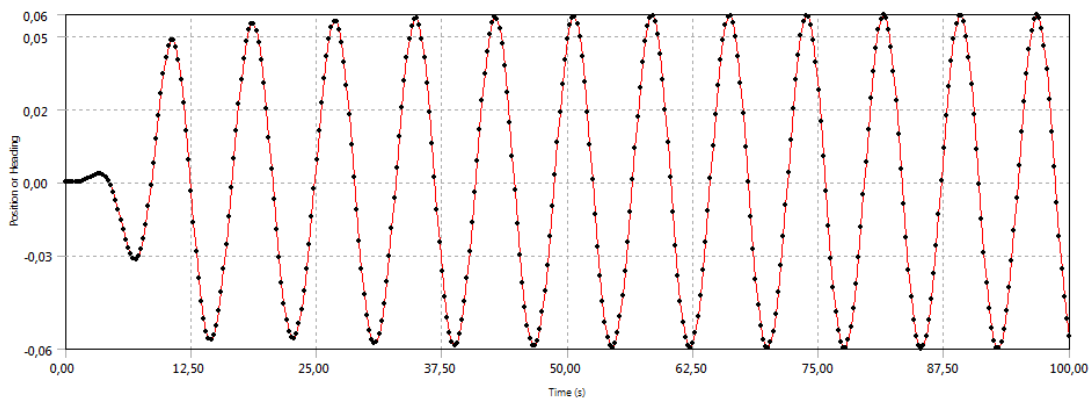
---

### 11.3.2. Analisi con $f_{e,pr,3} = 0,120$ Hz

Si conduce un'analisi nel dominio del tempo con onda in input del tipo di Stokes con le seguenti caratteristiche (riferite all'onda regolare del prim'ordine associata):

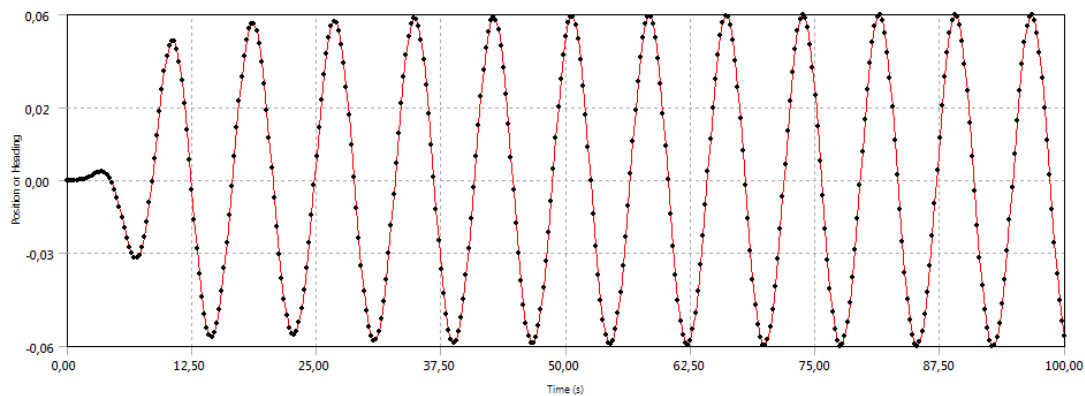
frequenza (di incontro)	$f_{e,pr,3} = 0,120$ Hz;
pulsazione	$\omega_{e,pr,3} = 0,754$ rad/s;
periodo	$T_{e,pr,3} = 8,3$ s;
lunghezza	$\lambda_{e,pr,3} = 108,4$ m;
ampiezza	$a_{e,pr,3} = 2,0$ m.

Questa frequenza è associata alla massima accelerazione di beccheggio.



*Fig.11.3: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo primo ordine:  $\vartheta_{rot, 1^\circ \text{ ordine}} = 0,059 \text{ rad.}$



*Fig.11.4: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{rot, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,062 \text{ rad.}$   
 Differenza percentuale:  $(\vartheta_{rot, 2^\circ \text{ ordine}} - \vartheta_{rot, 1^\circ \text{ ordine}})\% = + 5,0 \%$ .

Per quanto concerne le altre componenti di rotazione ed accelerazione si hanno differenze percentuali simili, sempre modeste, pertanto non si riportano gli andamenti ma i soli valori:

Valore massimo second'ordine:  $\chi_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,262 \text{ m/s}^2.$   
 Valore massimo second'ordine:  $\zeta_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,600 \text{ m/s}^2.$   
 Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,052 \text{ rad/s}^2.$

### 11.3.3. Considerazioni sui risultati per mare di prora

Tra analisi al primo ed al second'ordine non si riscontrano differenze degne di nota: si conclude che lo stretching di Wheeler sia già una buona correzione e fornisca risultati affidabili per quanto concerne la condizione a contorno del problema a potenziale.

Si ricorda che il potenziale al second'ordine in acqua profonda coincide con quello al prim'ordine.

Si fa riferimento ai risultati al prim'ordine, in quanto utili per il confronto con quelli per onde irregolari.

Senza dubbio si hanno eccitazioni peggiori nel primo caso analizzato: molto dipende dall'altezza d'onda che è circa il doppio del secondo caso:

$$\begin{aligned}\vartheta_{\text{rot}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \vartheta_{\text{rot}} = 0,134 \text{ rad}; \\ X_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= X_{\text{acc}} = 0,92 \text{ m/s}^2; \\ \zeta_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \zeta_{\text{acc}} = 1,26 \text{ m/s}^2; \\ \vartheta_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \vartheta_{\text{acc}} = 0,072 \text{ rad/s}^2.\end{aligned}$$

Per il calcolo della loro combinazione si fa riferimento alle fasi riportate nel paragrafo 10.7.1, l'accelerazione è in controfase:

$$\begin{aligned}\beta_X &= -82,75^{\circ} \quad \text{fase spostamento di abbrivio, } \beta_{X,a} = -82,75^{\circ} + 180^{\circ} = +97,25^{\circ}; \\ \beta_{\zeta} &= -5,70^{\circ} \quad \text{fase spostamento di sussulto, } \beta_{\zeta,a} = -5,70^{\circ} + 180^{\circ} = +174,30^{\circ}; \\ \beta_{\vartheta} &= +95,39^{\circ} \quad \text{fase rotazione di beccheggio, } \beta_{\vartheta,a} = +95,39^{\circ} - 180^{\circ} = -84,61^{\circ}.\end{aligned}$$

Si possono ricavare la rotazione e le accelerazioni in riferimento al punto P nelle tre direzioni su indicate mediante la Teoria dei Fasori (con i unità immaginaria):

$$\begin{aligned}\vartheta_{\text{rot}, \text{ punto P}} &= \vartheta_{\text{rot}} = 0,134 \text{ rad, con fase } \beta_{\vartheta} = +95,39^{\circ}; \\ X_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) &= X_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,pr,1} t + \beta_{X,a}) + z_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,pr,1} t + \beta_{\vartheta,a}), \\ &=> X_{\text{acc}} \cos(\beta_{X,a}) + z_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \cos(\beta_{\vartheta,a}) + i [X_{\text{acc}} \sin(\beta_{X,a}) + z_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \sin(\beta_{\vartheta,a})] = \\ &= -0,128 + 1,035 i \quad => X_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) = 1,043 \cos(\omega_{e,pr,1} t + 97,05^{\circ}); \\ X_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= 1,04 \text{ m/s}^2; \\ \zeta_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) &= \zeta_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,pr,1} t + \beta_{\zeta,a}) - x_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,pr,1} t + \beta_{\vartheta,a}), \\ &=> -1,526 + 3,015 i \quad => \zeta_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) = 3,379 \cos(\omega_{e,pr,1} t + 116,85^{\circ}); \\ \zeta_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= 3,38 \text{ m/s}^2; \\ \vartheta_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= \vartheta_{\text{acc}} = 0,080 \text{ rad/s}^2, \text{ con fase } \beta_{\vartheta,a} = -84,61^{\circ}.\end{aligned}$$



---

## 11.4. Mare di poppa, $\mu = 0^\circ$

Si procede alle analisi, considerando le due frequenze individuate in precedenza.

Così come per il mare di prua, si possono escludere i moti di scarroccio, rollio ed imbardata poichè sono nulli.

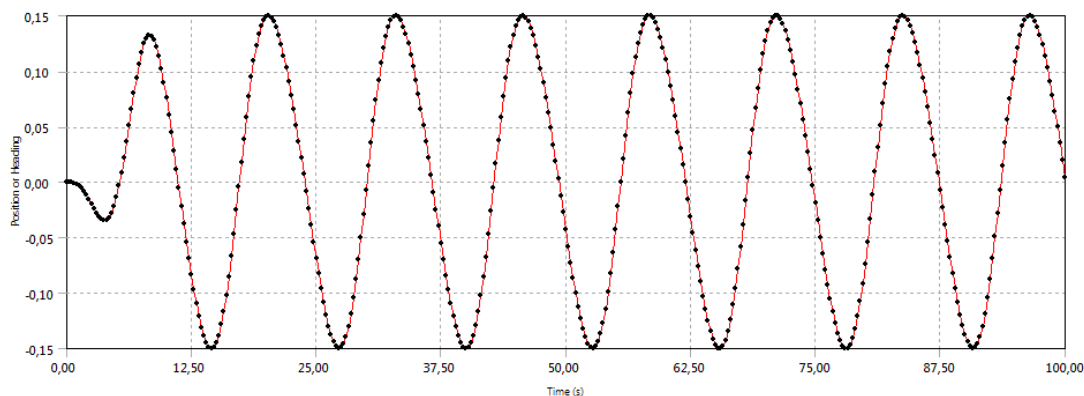
Si riportano pertanto i valori di rotazione di beccheggio ed accelerazione di abbrivio, sussulto e beccheggio.

### 11.4.1. Analisi con $f_{e,po,2} = 0,095$ Hz

Si conduce un'analisi nel dominio del tempo con onda in input del tipo di Stokes con le seguenti caratteristiche (riferite all'onda regolare del prim'ordine associata):

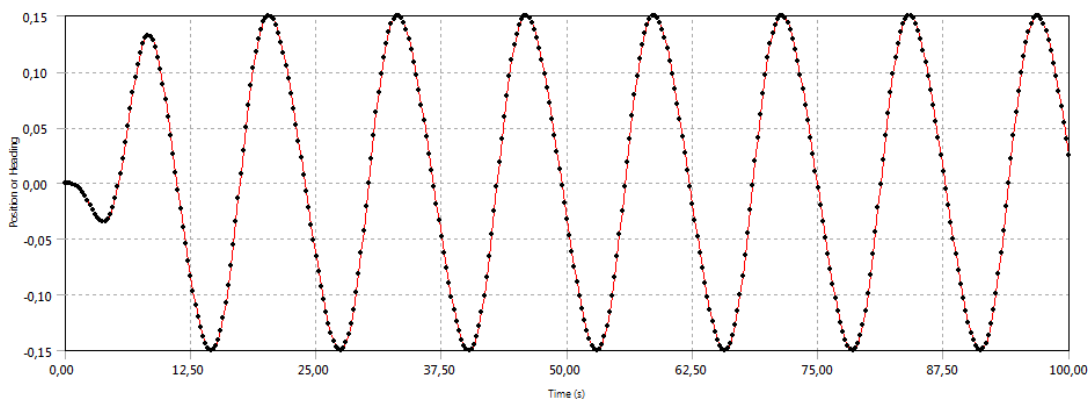
frequenza (di incontro)	$f_{e,po,2} = 0,095$ Hz;
pulsazione	$\omega_{e,po,2} = 0,597$ rad/s;
periodo	$T_{e,po,2} = 10,5$ s;
lunghezza	$\lambda_{e,po,2} = 173,0$ m;
ampiezza	$a_{e,po,2} = 5,5$ m.

Questa frequenza è associata alla massima rotazione di beccheggio.



*Fig.11.5: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo primo ordine:  $\vartheta_{rot, 1^\circ \text{ ordine}} = 0,152 \text{ rad.}$



*Fig.11.6: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{rot, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,153 \text{ rad.}$

Differenza percentuale:  $(\vartheta_{rot, 2^\circ \text{ ordine}} - \vartheta_{rot, 1^\circ \text{ ordine}})\% = + 0,6 \%$ .

Per quanto concerne le altre componenti di rotazione ed accelerazione si hanno differenze percentuali simili, sempre modeste, pertanto non si riportano gli andamenti ma i soli valori:

Valore massimo second'ordine:  $X_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 1,089 \text{ m/s}^2.$

Valore massimo second'ordine:  $\zeta_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,815 \text{ m/s}^2.$

Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,038 \text{ rad/s}^2.$

---

### 11.4.2. Analisi con $f_{e,po,3} = 0,185$ Hz

Si conduce un'analisi nel dominio del tempo con onda in input del tipo di Stokes con le seguenti caratteristiche (riferite all'onda regolare del prim'ordine associata):

frequenza (di incontro)	$f_{e,po,3} = 0,185$ Hz;
pulsazione	$\omega_{e,po,3} = 1,162$ rad/s;
periodo	$T_{e,po,3} = 5,4$ s;
lunghezza	$\lambda_{e,po,3} = 45,6$ m;
ampiezza	$a_{e,po,3} = 1,0$ m.

Questa frequenza è associata alla massima accelerazione di beccheggio.

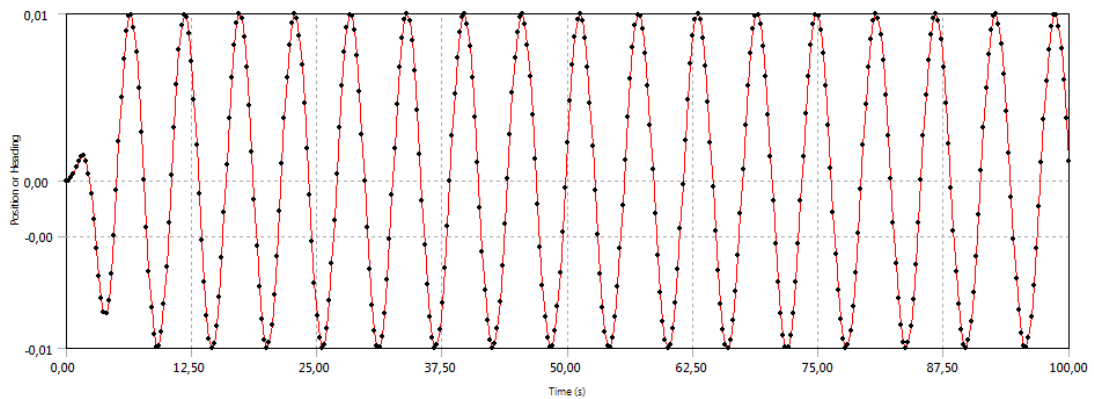


Fig.11.7: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate.

Valore massimo primo ordine:  $\vartheta_{rot, 1^\circ \text{ ordine}} = 0,013 \text{ rad.}$

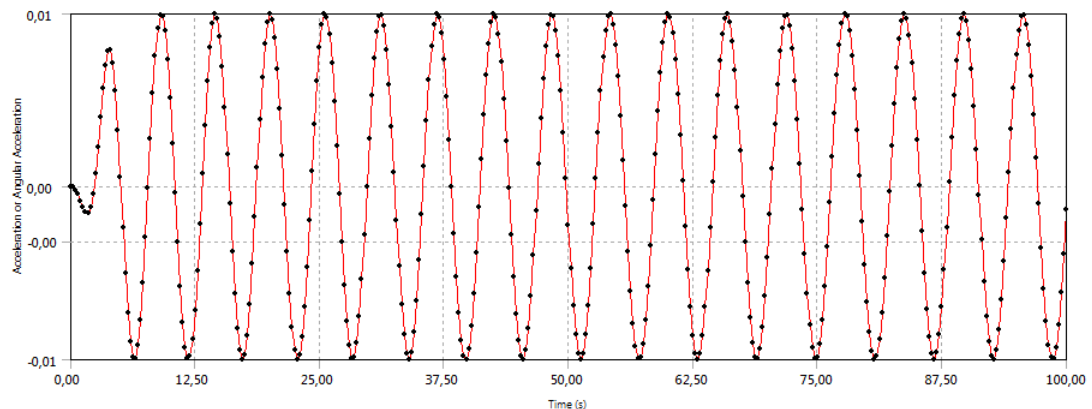


Fig.11.8: Rotazione di beccheggio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate.

Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{rot, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,013 \text{ rad.}$

Differenza percentuale:  $(\vartheta_{rot, 2^\circ \text{ ordine}} - \vartheta_{rot, 1^\circ \text{ ordine}})\% = 0,0 \%$ .

Per quanto concerne le altre componenti di rotazione ed accelerazione si hanno differenze percentuali simili, sempre modeste, pertanto non si riportano gli andamenti ma i soli valori:

Valore massimo second'ordine:  $\chi_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,041 \text{ m/s}^2.$

Valore massimo second'ordine:  $\zeta_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,023 \text{ m/s}^2.$

Valore massimo second'ordine:  $\vartheta_{acc, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,008 \text{ rad/s}^2.$

Come si nota l'altezza d'onda minore dei due casi precedenti fa sì che la risposta di questo caso sia notevolmente minore rispetto a quelli precedenti.

### 11.4.3. Considerazioni sui risultati per mare di poppa

Si confermano le osservazioni precedenti riguardo il primo e second'ordine.

Per il mare di poppa si fa riferimento alla prima delle due onde di input che presenta valori di eccitazione peggiori:

$$\begin{aligned}\vartheta_{\text{rot}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \vartheta_{\text{rot}} = 0,152 \text{ rad}; \\ X_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= X_{\text{acc}} = 1,089 \text{ m/s}^2; \\ \zeta_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \zeta_{\text{acc}} = 0,815 \text{ m/s}^2; \\ \vartheta_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \vartheta_{\text{acc}} = 0,038 \text{ rad/s}^2.\end{aligned}$$

Per il calcolo della loro combinazione si fa riferimento alle fasi riportate nel paragrafo 10.7.3, l'accelerazione è in controfase:

$$\begin{aligned}\beta_x &= + 89,68^{\circ} \text{ fase spostamento di abbrivio, } \beta_{x,a} = + 89,68^{\circ} - 180^{\circ} = - 90,32^{\circ}; \\ \beta_z &= - 0,25^{\circ} \text{ fase spostamento di sussulto, } \beta_{z,a} = - 0,25^{\circ} + 180^{\circ} = + 179,75^{\circ}; \\ \beta_{\vartheta} &= - 86,76^{\circ} \text{ fase rotazione di beccheggio, } \beta_{\vartheta,a} = - 86,76^{\circ} + 180^{\circ} = + 93,24^{\circ}.\end{aligned}$$

Le fasi sono scambiate per abbrivio e beccheggio rispetto al caso di mare di prora.

Si possono ricavare la rotazione e le accelerazioni in riferimento al punto P nelle tre direzioni su indicate mediante la Teoria dei Fasori:

$$\begin{aligned}\vartheta_{\text{rot}, \text{ punto P}} &= \vartheta_{\text{rot}} = 0,152 \text{ rad, con fase } \beta_{\vartheta} = - 90,32^{\circ}; \\ X_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) &= X_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,po,2}t + \beta_{x,a}) + z_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,po,2}t + \beta_{\vartheta,a}), \\ &=> X_{\text{acc}} \cos(\beta_{x,a}) + z_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \cos(\beta_{\vartheta,a}) + i [X_{\text{acc}} \sin(\beta_{x,a}) + z_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \sin(\beta_{\vartheta,a})] = \\ &= -0,004 - 1,133 i \Rightarrow X_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) = 1,133 \cos(\omega_{e,po,2}t - 90,18^{\circ}); \\ X_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= 1,13 \text{ m/s}^2; \\ \zeta_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) &= \zeta_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,po,2}t + \beta_{z,a}) - x_{rb,P} \vartheta_{\text{acc}} \cos(\omega_{e,po,2}t + \beta_{\vartheta,a}), \\ &=> -0,728 - 1,526 i \Rightarrow \zeta_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) = 1,691 \cos(\omega_{e,po,2}t - 115,52^{\circ}); \\ \zeta_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= 1,69 \text{ m/s}^2; \\ \vartheta_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= \vartheta_{\text{acc}} = 0,038 \text{ rad/s}^2, \text{ con fase } \beta_{\vartheta,a} = + 93,24^{\circ}.\end{aligned}$$

Si nota che rispetto al mare di prora risultano maggiori la rotazione di beccheggio e l'accelerazione di abbrivio, mentre risultano minori le accelerazioni di sussulto e beccheggio.

---

## 11.5. Mare al traverso, $\mu = 90^\circ$

Si procede alle analisi, considerando la frequenza individuata in precedenza.

In questa tipologia di analisi, essendo la nave caratterizzata da simmetria laterale, si possono escludere i moti di abbrivio e beccheggio poichè sono nulli.

Si può ulteriormente escludere l'accelerazione di imbardata in quanto si impone simmetria anche tra poppa e prua per cogliere meglio gli aspetti caratterizzanti la risposta per il moto di rollio.

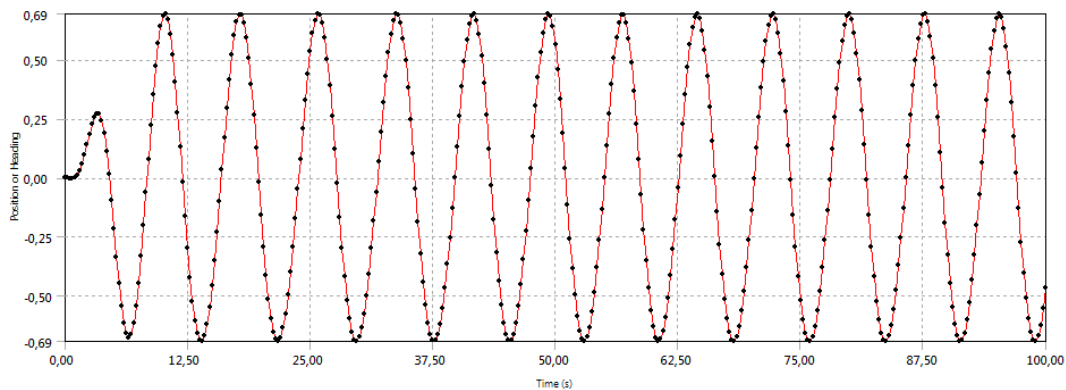
Si riportano pertanto i valori di rotazione di rollio ed accelerazione di scarroccio, sussulto e rollio.

### 11.5.1. Analisi con $f_{e,tr,1} = 0,140$ Hz

Si conduce un'analisi nel dominio del tempo con onda in input del tipo di Stokes con le seguenti caratteristiche (riferite all'onda regolare del prim'ordine associata):

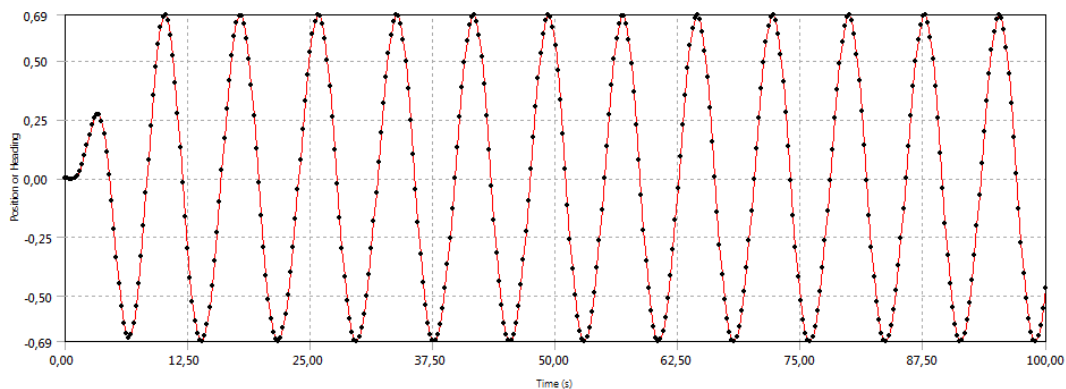
frequenza (di incontro)	$f_{e,tr,1}$	= 0,140 Hz;
pulsazione	$\omega_{e,tr,1}$	= 0,880 rad/s;
periodo	$T_{e,tr,1}$	= 7,1 s;
lunghezza	$\lambda_{e,tr,1}$	= 79,7 m;
ampiezza	$a_{e,tr,1}$	= 1,5 m.

Questa frequenza è associata alle massime rotazione ed accelerazione di rollio.



*Fig.11.9: Rotazione di rollio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 1° ordine (Airy), caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo primo ordine:  $\phi_{\text{rot}, 1^\circ \text{ ordine}} = 0,694 \text{ rad.}$



*Fig.11.10: Rotazione di rollio a regime [rad], calcolo secondo Teoria di Stokes al 2° ordine, caratteristiche di onda in input su riportate.*

Valore massimo second'ordine:  $\phi_{\text{rot}, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,694 \text{ rad.}$   
 Differenza percentuale:  $(\phi_{\text{rot}, 2^\circ \text{ ordine}} - \phi_{\text{rot}, 1^\circ \text{ ordine}})\% = 0,0 \%$ .

Si nota che tale condizione per il moto di rollio è molto rara da ottenersi: il comandante esperto sa regolare la rotta in modo da scongiurare rotazioni così elevate.

Si utilizzano poi di solito dispositivi appositi anti-rollio.

Per quanto concerne le altre componenti di rotazione ed accelerazione si hanno differenze percentuali simili, sempre modeste, pertanto non si riportano gli andamenti ma i soli valori:

Valore massimo second'ordine:  $Y_{\text{acc}, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,499 \text{ m/s}^2.$   
 Valore massimo second'ordine:  $Z_{\text{acc}, 2^\circ \text{ ordine}} = 1,114 \text{ m/s}^2.$   
 Valore massimo second'ordine:  $\phi_{\text{acc}, 2^\circ \text{ ordine}} = 0,536 \text{ rad/s}^2.$

---

## 11.5.2. Considerazioni sui risultati per mare al traverso

Si confermano anche qui le osservazioni in merito alla differenza di calcolo tra gli approcci al primo e second'ordine e l'utilizzo dello Stretching di Wheeler.

Si riportano i valori di riferimento della rotazione di rollio e delle accelerazioni di scarroccio, sussulto e rollio:

$$\begin{aligned}\phi_{\text{rot}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \phi_{\text{rot}} = 0,694 \text{ rad}; \\ Y_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= Y_{\text{acc}} = 0,499 \text{ m/s}^2; \\ \zeta_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \zeta_{\text{acc}} = 1,114 \text{ m/s}^2; \\ \phi_{\text{acc}, 1^{\circ} \text{ ordine}} &= \phi_{\text{acc}} = 0,536 \text{ rad/s}^2.\end{aligned}$$

Per il calcolo della loro combinazione si fa riferimento alle fasi riportate nel paragrafo 10.7.2, l'accelerazione è in controfase:

$$\begin{aligned}\beta_Y &= + 145,09^{\circ} \text{ fase spost. di scarroccio,} & \beta_{Y,a} &= + 145,09^{\circ} - 180^{\circ} = - 34,91^{\circ}; \\ \beta_{\zeta} &= + 9,79^{\circ} \text{ fase spost. di sussulto,} & \beta_{\zeta,a} &= + 9,79^{\circ} - 180^{\circ} = - 170,21^{\circ}; \\ \beta_{\phi} &= + 140,52^{\circ} \text{ fase rot. di rollio,} & \beta_{\phi,a} &= + 140,52^{\circ} - 180^{\circ} = - 39,48^{\circ}.\end{aligned}$$

Si possono ricavare la rotazione e le accelerazioni in riferimento al punto P nelle tre direzioni su indicate mediante la Teoria dei Fasori:

$$\begin{aligned}\phi_{\text{rot}, \text{ punto P}} &= \phi_{\text{rot}} = 0,694 \text{ rad, con fase } \beta_{\phi} = + 140,52^{\circ}; \\ Y_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) &= Y_{\text{acc}} \cos(\omega_{e, \text{tr}, 1} t + \beta_{Y,a}) - z_{\text{rb}, \text{P}} \phi_{\text{acc}} \cos(\omega_{e, \text{tr}, 1} t + \beta_{\phi,a}), \\ &=> Y_{\text{acc}} \cos(\beta_{Y,a}) - z_{\text{rb}, \text{P}} \phi_{\text{acc}} \cos(\beta_{\phi,a}) + i [Y_{\text{acc}} \sin(\beta_{Y,a}) - z_{\text{rb}, \text{P}} \phi_{\text{acc}} \sin(\beta_{\phi,a})] = \\ &= 0,893 - 0,684 i => Y_{\text{acc}, \text{ punto P}}(t) = 1,125 \cos(\omega_{e, \text{tr}, 1} t - 37,45^{\circ}); \\ Y_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= 1,13 \text{ m/s}^2; \\ \zeta_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= 1,11 \text{ m/s}^2, \text{ in quanto non si combina con gli altri moti in esame}; \\ \phi_{\text{acc}, \text{ punto P}} &= \phi_{\text{acc}} = 0,536 \text{ rad/s}^2, \text{ con fase } \beta_{\phi,a} = - 39,48^{\circ}.\end{aligned}$$



---

## 12. ONDE NON REGOLARI

Si fa riferimento alle seguenti fonti bibliografiche: da [2] a [9] e da [22] a [25].

Come già anticipato la teoria moderna dei moti nave prende piede da una descrizione più completa di quella che è la superficie ondosca.

Il problema della caratterizzazione di un fenomeno molto complesso come quello del moto ondosco per anni ha frenato lo sviluppo della teoria legata ai moti della nave, non disponendo dei corretti strumenti di analisi.

Nel 1974 autori con Price e Bishop ed anche Ochi e Bolton hanno per primi introdotto l'applicazione di metodi statistici, riferendosi alla superficie ondosca come processo casuale o stocastico, allora già largamente utilizzati nella scienza delle telecomunicazioni.

Per capire come sia stato affrontato e risolto il problema, si considerino due differenti tipi di osservazioni della superficie marina, ovvero una ripresa fotogrammetrica eseguita con un aereo ed una registrazione locale per mezzo di una boa oceanografica.

La sintesi dei risultati ottenuti in questo modo viene riportata nelle figure seguenti sotto forma di profilo ondosco.

Come si può vedere, entrambe le procedure consentono una descrizione quantitativa dello stato del mare: nel primo caso su di un'area opportunamente estesa ed in un prefissato istante (osservazione istantanea), mentre nel secondo caso su un certo intervallo di tempo ed in un punto prestabilito (osservazione puntuale).

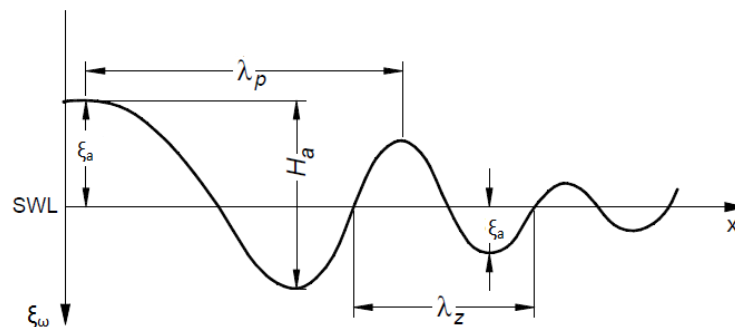


Fig.12.1: Profilo del mare in un prefissato istante, ottenuto tagliando la superficie ondosa lungo una direzione (osservazione istantanea).

Nelle figure si indicano con:

$\xi_{a, app}$	ampiezza apparente dell'onda	distanza verticale di una cresta o di un cavo dal livello medio dell'acqua tranquilla (SWL);
$H_{a, app}$	altezza apparente dell'onda	distanza verticale fra una cresta ed il cavo successivo o viceversa;
$\lambda_{p, app}$	lunghezza d'onda apparente tra i picchi	distanza tra i due picchi;
$\lambda_{z, app}$	lunghezza d'onda apparente tra zeri	distanza tra due successivi passaggi per lo zero entrambi in salita o in discesa;

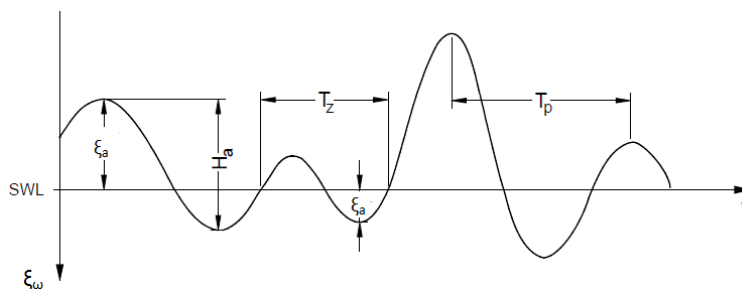


Fig.12.2: Profilo del mare in un punto prestabilito, ottenuto mediante la registrazione dell'onda nel tempo (osservazione puntuale).

$T_{p, app}$	periodo apparente tra i picchi	intervallo di tempo tra due picchi successivi;
$T_{z, app}$	periodo apparente tra zeri	intervallo di tempo tra due successivi passaggi per lo zero entrambi in salita o in discesa.

Queste grandezze, riferendosi esclusivamente al particolare record in esame, sono di poca utilità per caratterizzare il corrispondente stato di mare nel suo complesso. Le caratteristiche globali della superficie marina vengono perciò definite in termini dei corrispondenti valori medi, ovvero:

$\xi_{a, media}$	ampiezza media delle onde	valore medio delle ampiezze apparenti;
$H_a$	altezza media delle onde	valore medio delle altezze apparenti;
$\lambda_p$	lunghezza media d'onda tra i picchi	valor medio delle lunghezze d'onda apparenti tra i picchi;
$\lambda_z$	lunghezza media d'onda fra zeri	valor medio delle lunghezze d'onda apparenti fra zeri;
$T_p$	periodo medio tra i picchi	valor medio dei periodi apparenti fra i picchi;
$T_z$	periodo medio tra zeri	valor medio dei periodi apparenti fra zeri.

Inoltre, sempre a partire dal record in esame, vengono generalmente definite altre due grandezze geometriche, già introdotte nel capitolo 7:

$\xi_{1/3}$	ampiezza significativa delle onde	valore medio di un terzo delle misure più alte delle ampiezze apparenti delle onde;
$H_{1/3}$	altezza significativa delle onde	valore medio di un terzo delle misure più alte delle altezze apparenti delle onde.

Queste ultime sono legate dalla seguente relazione:

$$H_{1/3} = 2 \xi_{1/3}.$$

Sulla base delle registrazioni che si effettuano sul profilo ondoso, lo stato di mare si può definire un fenomeno *stazionario* ed *ergodico* se analizzando una grandezza statistica in relazione ad una singola realizzazione o in relazione a tutte le realizzazioni, in riferimento ad un solo istante, si ha lo stesso risultato.

Affinchè un'analisi goda delle suddette proprietà, si richiede che il record del profilo ondoso contenga almeno 100 paia di creste e di cavi.

---

Un tale record deve avere tipicamente la durata di circa 20 -30 minuti.

Registrazioni più corte comportano il rischio di risultati non attendibili in quanto esse possono, casualmente, risultare o troppo severe o troppo moderate.

I record molto lunghi, ad esempio di alcune ore, devono essere evitati in quanto è abbastanza verosimile che, in questo intervallo di tempo, abbiano avuto luogo variazioni sostanziali nella statistica delle onde a causa dei cambiamenti della velocità del vento o addirittura per l'arrivo di onde di mar morto (swell) provenienti da altre zone lontane.

Lo stato di mare non conserva allora le caratteristiche di stazionarietà.

Nel seguito della trattazione si fa riferimento ad uno stato di mare stazionario ed ergodico, inoltre si fa esplicito riferimento alle registrazioni temporali in quanto di più facile acquisizione sperimentale.

---

## 12.1. Analisi di Fourier

La forma tipica di una qualsiasi registrazione del profilo di un sistema di onde irregolari suggerisce di rappresentare il record, della durata  $T_R$ , mediante una serie di Fourier:

$$\xi_\omega(t) = \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t)],$$

essendo le frequenze delle componenti armoniche:

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T_R}, \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots, \infty;$$

ed i coefficienti delle corrispondenti ampiezze:

$$a_n = \frac{2}{T_R} \int_0^{T_R} \xi_W(t) \cos(\omega_n t) dt,$$
$$b_n = \frac{2}{T_R} \int_0^{T_R} \xi_W(t) \sin(\omega_n t) dt.$$

Uguualmente si può scrivere:

$$\xi_\omega(t) = \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [\xi_n \cos(\omega_n t + \beta_n)],$$

dove i coefficienti sono:

$$\xi_n = \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)},$$

e le fasi:

$$\beta_n = -b_n/a_n.$$

L'espressione di  $\xi_\omega(t)$  precedente ha un significato fisico immediato in quanto permette di rappresentare il profilo ondoso di un mare irregolare come una somma o sovrapposizione di infinite onde regolari, come già anticipato nel capitolo 3.

Al limite, per  $T_R \rightarrow +\infty$  la serie temporale passa da discreta a continua per diventare un integrale di Fourier.

Se si avesse la possibilità di calcolare per ogni registrazione i coefficienti si potrebbe rappresentare esattamente la superficie ondosa tramite serie di Fourier, nel limite dell'intervallo di osservazione  $T_R$ .

Uno strumento, forse più adatto del calcolo dei coefficienti di Fourier, per la rappresentazione di un mare confuso è quello che si basa sull'equivalenza energetica.

---

## 12.2. Spettro di energia

L'importanza relativa delle componenti armoniche di un'onda irregolare può essere convenientemente rappresentata in termini dello spettro di densità di energia ("wave energy spectrum").

Il procedimento seguito per la definizione dello spettro di densità di energia, o più semplicemente spettro di energia, può essere illustrato come segue.

A partire dalla n-esima componente ondosa, si consideri un intervallo di frequenze avente ampiezza  $\delta\omega$  e centrato sulla frequenza  $\omega_n$  generica.

Se la larghezza dell'intervallo è sufficientemente piccola, esso include una sola componente armonica: in realtà, per un sistema di onde irregolari, vi sono anche altre componenti. L'analisi discreta di Fourier non consentendo di evidenziarle esplicitamente congloba il loro effetto complessivo nella sola frequenza  $\omega_n$  che perciò le rappresenta globalmente.

Un metodo più circostanziato richiederebbe l'uso dell'integrale di Fourier che, da un punto di vista pratico, poco aggiunge a quanto già detto.

Lo spettro di energia di ogni singola componente armonica viene definito in modo che l'area sottesa delimitata da un intervallo elementare di frequenze, a cavallo della componente considerata, risulti proporzionale all'energia per unità di superficie (densità di energia) di tutte le componenti ondose comprese in quell'intervallo.

L'energia per unità di superficie dell'n-esima componente armonica è pari a:

$$E = \frac{1}{2} \rho g \xi_n^2,$$

segue per definizione, da St. Denis e Pierson:

$$\rho g S_\xi(\omega_n) \delta\omega = \frac{1}{2} \rho g \xi_n^2,$$

da cui si ottiene:

$$S_\xi(\omega_n) = \frac{\xi_n^2}{2 \delta\omega}.$$

In questo modo, l'area totale sottesa dallo spettro risulta proporzionale all'energia totale per unità di superficie del sistema ondoso proprio di un mare in tempesta.

Si mostra nella figura seguente un tipico esempio di spettro di energia, corrispondente ad una serie temporale di onde irregolari.

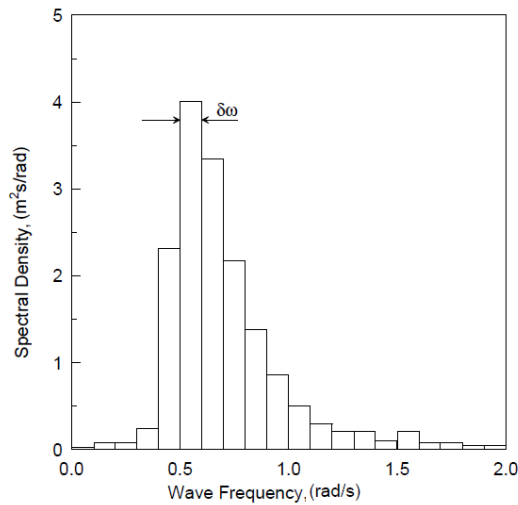


Fig.12.3: Spettro di energia delle onde ottenuto mediante l'analisi di Fourier della serie temporale di un mare irregolare.

Come si vede, esso è discontinuo e consiste di una serie di rettangoli di area proporzionale alla densità di energia delle onde comprese nel corrispondente intervallo di frequenza. Questa viene attribuita ad un'unica componente armonica, le cui caratteristiche sono determinate dall'analisi di Fourier.

Se lo spettro di energia risulta noto a priori, è possibile invertire il ragionamento precedente.

In questo modo, sommando un gran numero di componenti armoniche si può generare una serie temporale.

Le ampiezze delle componenti armoniche si ottengono a partire dalla definizione dello spettro:

$$\xi_n = \sqrt{2S_\xi(\omega_n)\delta\omega} \cos(\omega_n t + \beta_n),$$

segue così il profilo ondoso di un mare in tempesta:

$$\xi_\omega(t) = \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2S_\xi(\omega_n)\delta\omega} \cos(\omega_n t + \beta_n),$$

dove le fasi  $\beta_n$  vengono scelte a caso con eguale probabilità tra 0 e  $2\pi$  e usualmente si pone  $\xi_0 = 0$ , si pone che la media del profilo ondoso coincida con il piano  $z = 0$ .

Si nota che per quanto concerne la fase si ha un numero infinito di scelte e ciascuna di esse da luogo ad una differente realizzazione del profilo temporale.

Usualmente il numero di termini della sommatoria si mantiene finito e di solito pari ad una ventina.

Quanto finora detto faceva riferimento ad uno spettro che avesse l'asse delle ascisse discretizzato.

In linea di principio sarebbe richiesto un numero infinito di componenti armoniche per rappresentare nel migliore dei modi un qualsiasi stato di mare, in tal modo lo spettro avrebbe forma continua.

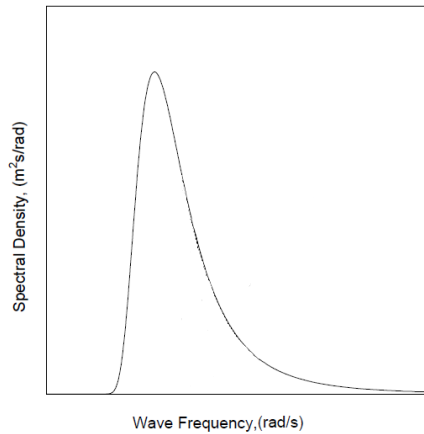


Fig.12.4: Spettro di energia delle onde per una distribuzione continua di componenti.

Da un punto di vista pratico però, risultati accettabili possono essere ottenuti anche con un numero limitato di componenti spettrali.

In particolare, la forma dello spettro può essere usata come criterio guida per operare la scelta del più appropriato intervallo di frequenze richieste: le armoniche corrispondenti alle ordinate più elevate dello spettro devono essere ovviamente incluse fra le componenti rappresentative, mentre si perde poca significatività omettendo sia quelle di frequenza più bassa che quelle di frequenza più alta, qualora i loro contributi all'energia totale dello spettro risultino piccoli.

In genere, il taglio alle frequenze più basse è del 3% ed alle frequenze più alte del 5% dell'area sottesa.

L'uso di un numero limitato di componenti armoniche può produrre una serie temporale accettabile per tutti gli scopi pratici.

Si consideri ora la serie temporale (con  $\xi_0 = 0$ ):

$$\xi_\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n \cos(\omega_n t + \beta_n),$$

se il numero delle osservazioni è sufficientemente grande, la varianza del processo si esprime come segue:

$$m_0 = \frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} \xi_\omega^2(t) dt,$$

che dopo semplici passaggi diviene:

$$m_0 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n^2.$$



---

Sostituendo la definizione di densità spettrale si ha:

$$m_0 = \sum_{n=1}^{\infty} S_{\xi}(\omega_n) \delta\omega = \int_0^{\infty} S_{\xi}(\omega) \delta\omega,$$

in altri termini la varianza della serie temporale è uguale all'area sottesa dal corrispondente spettro di energia.

Si possono poi ricavare la velocità e l'accelerazione del profilo ondoso procedendo per derivazione rispetto al tempo della storia temporale prima definita.

Omettendo i calcoli si nota che l'andamento della velocità e dell'accelerazione nel tempo risulta composto dalle stesse armoniche di cui è fatto il profilo d'onda, moltiplicate ciascuna per  $\omega_n$  nel caso della velocità e per  $\omega_n^2$  nel caso dell'accelerazione.

Si possono pertanto ottenere con semplicità gli spettri di energia della velocità e dell'accelerazione:

$$S_{\xi, \text{velocità}}(\omega_n) = \frac{\xi_{n, \text{velocità}}^2}{2 \delta\omega} = \omega_n^2 \frac{\xi_n^2}{2 \delta\omega} = \omega_n^2 S_{\xi}(\omega_n),$$
$$S_{\xi, \text{accelerazione}}(\omega_n) = \frac{\xi_{n, \text{accelerazione}}^2}{2 \delta\omega} = \omega_n^4 \frac{\xi_n^2}{2 \delta\omega} = \omega_n^4 S_{\xi}(\omega_n).$$

Da un punto di vista pratico è quindi sufficiente conoscere uno solo dei tre spettri che descrivono la cinematica del profilo ondoso per poter determinare gli altri due, questo consente anche una certa flessibilità nella scelta della strumentazione di misura, potendone registrare uno qualsiasi dei tre.

Si nota che l'area sottesa dallo spettro di velocità è così uguale alla varianza della velocità e lo stesso vale per l'accelerazione:

$$m_2 = \int_0^{\infty} S_{\xi, \text{velocità}}(\omega_n) \delta\omega = \int_0^{\infty} \omega^2 S_{\xi}(\omega) \delta\omega,$$
$$m_4 = \int_0^{\infty} S_{\xi, \text{accelerazione}}(\omega_n) \delta\omega = \int_0^{\infty} \omega^4 S_{\xi}(\omega) \delta\omega,$$

Queste due grandezze sono anche chiamate *momenti spettrali* in quanto sono a tutti gli effetti dei momenti geometrici dell'area dello spettro rispetto all'asse verticale per l'origine.

Si definisce il momento spettrale di ordine n:

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S_{\xi}(\omega) \delta\omega,$$

con n che assume valori interi relativi.

Nelle applicazioni pratiche i momenti spettrali di vario ordine sono utilizzati per calcolare le grandezze statistiche delle registrazioni.

Se si assume che le ordinate del profilo della superficie del mare sono distribuite con legge normale, si hanno le seguenti relazioni, come dimostrato nel 1973 da Ochi e Bolton:

periodo medio tra i picchi	$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}}$
periodo medio tra zeri	$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$
lunghezza media d'onda tra i picchi	$\lambda_p = 2\pi g \sqrt{\frac{m_4}{m_8}}$
lunghezza media d'onda tra zeri	$\lambda_z = 2\pi g \sqrt{\frac{m_0}{m_4}}$

Inoltre possono essere definite ulteriori quantità, come ad esempio:

frequenza media, baricentro dell'area dello spettro	$\omega_{\text{media}} = \frac{m_1}{m_0}$
periodo medio	$T_{\text{medio}} = 2\pi \frac{m_0}{m_1}$

Da un punto di vista applicativo la statistica delle onde oceaniche per mare molto severo risulta un processo a banda stretta, il che concede alcune semplificazioni nel calcolo delle grandezze di interesse.

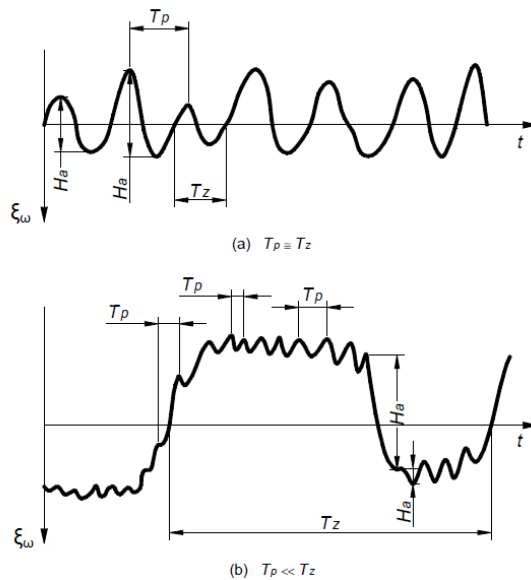


Fig.12.5: Particolari serie temporali, processo: (a) a banda stretta, (b) a banda larga.

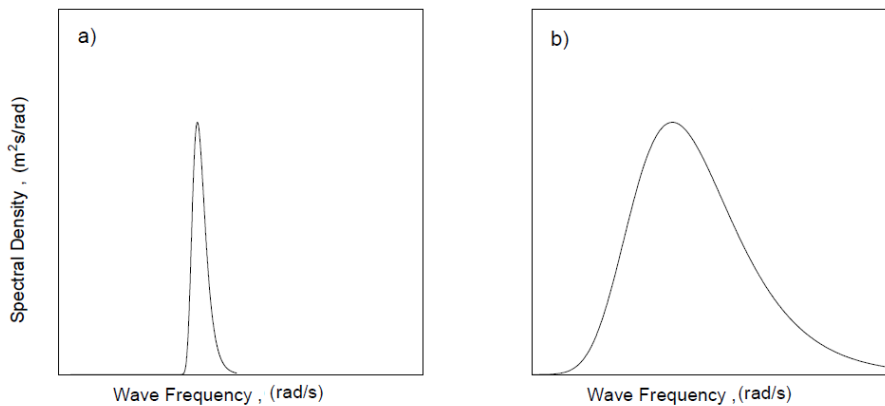


Fig.12.6: Particolari spettri, processo: a) a banda stretta, b) a banda larga.

Si definisce il parametro larghezza di banda:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{T_p^2}{T_z^2}} = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$$

il valore  $\varepsilon \approx 0$  corrisponde ad un processo a banda molto stretta,  
 $\varepsilon \approx 1$  corrisponde ad un processo a banda molto larga.

Si ha la seguente relazione, dimostrata da Catwright e Lounguet-Higgins nel 1956:

$$H_{1/3} = 4,00 \sqrt{m_0 \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\right)},$$

nel caso particolare di processo a banda stretta, come quello della statistica delle onde oceaniche, si ha:

$$H_{1/3} = 4,00 \sqrt{m_0}.$$

Si nota che per in processo a banda larga si ha:

$$H_{1/3} = 2,83 \sqrt{m_0}.$$

In realtà il valore di  $\varepsilon$  si colloca spesso verso 0,5, tuttavia considerare il processo a banda stretta fornisce una stima a favore di sicurezza.

Lo spettro di energia ottenuto a partire da una registrazione di onde irregolari in un particolare punto dell'oceano e per un prefissato intervallo di tempo (spettro puntuale), costituisce un risultato sperimentale unico ed irripetibile.

Sebbene tale spettro possa essere considerato rappresentativo anche per condizioni di mare analoghe, il suo uso esplicito nella progettazione navale è però piuttosto limitato.

---

La pratica quotidiana suggerisce infatti di riferirsi a famiglie di spettri ideali, definiti con formule teoriche, valide sia per condizioni di mare aperto che per mari sotto costa.

Nel seguito si esaminano alcuni casi di spettro teorico di maggiore interesse ingegneristico:

- Spettro di Pierson –Moskowitz,
- Spettro di Bretschneider;
- Spettro JONSWAP,

focalizzando poi l'attenzione sui due implementati nel programma di calcolo.

Si tratta di tutti spettri cosiddetti *unimodali*, in quanto presentano un solo picco caratteristico, associato alla frequenza cosiddetta *modale*, che si può ricavare annullando la derivata prima dello spettro.

---

### 12.2.1. Spettro di Pierson -Moskowitz

Lo spettro di Pierson-Moskowitz è uno spettro ad un parametro, concepito dagli oceanografi per rappresentare un mare pienamente sviluppato (Pierson and Moskowitz, 1964).

Esso può essere considerato come una forma asintotica di spettro, risultato dell'azione prolungata di un vento costante in una zona priva di contaminazioni da onde di mar lungo ("swell").

Il modello è basato sulle registrazioni ondose effettuate nel Nord Atlantico da stazioni meteorologiche marine inglesi ed americane.

A partire da 460 spettri puntuali disponibili, Moskowitz et al. (1962-63) scelsero un campione di 54 spettri che furono raggruppati e distribuiti secondo cinque velocità del vento, ovvero 20, 25, 30, 35 e 40 nodi.

Per essere inclusi nel data base, gli spettri dovettero soddisfare appropriati criteri meteorologici: durante l'acquisizione del record ondoso il vento doveva avere durata ragionevole, le sue velocità all'inizio ed alla fine della misura dovevano essere minori della velocità media e la sua direzione istantanea doveva mantenersi sempre all'interno di un intervallo di  $\pm 45^\circ$  rispetto alla direzione media.

Furono esclusi tutti gli spettri contenenti uno o più sistemi di onde di mar morto provenienti da altre zone di tempesta.

Per lo spettro teorico di un mare pienamente sviluppato, Pierson and Moskowitz (1964) proposero la seguente formulazione analitica:

$$S_{\xi,PM}(\omega) = \frac{Ag^2}{\omega^5} e^{-B \left(\frac{g}{V_w \omega}\right)^4},$$

dove:

$V_w$                       velocità del vento in m/s misurata ad un'altezza standard dal livello del mare di 19,5 m, che rappresenta l'unico parametro effettivo dello spettro, da cui si possono ricavare tutte le altre grandezze, come illustrato successivamente, specialmente per il Nord Atlantico, dove:

$$A = 0,0081,$$

$$B = 0,74.$$

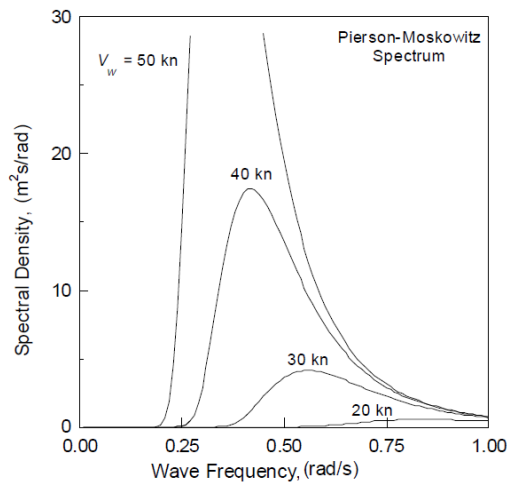


Fig.12.7: Esempio di Spettro di Pierson -Moskowitz.

I primi momenti dello spettro valgono:

$$m_0 = \frac{A V_w^4}{4B g^2},$$

$$m_2 = \frac{A V_w^2}{4} \sqrt{\frac{\pi}{B}},$$

$$m_4 = \infty.$$

Per il periodo  $T_z$  segue:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{4\pi B}} \frac{V_w}{g} (\approx 0,519 V_w \text{ nel caso di Nord Atlantico}),$$

e per l'altezza significativa:

$$H_{1/3} = 4,00 \sqrt{m_0} = 2,00 \frac{V_w^2}{g} \sqrt{\frac{A}{B}} (\approx 0,0213 V_w^2 \text{ nel caso di Nord Atlantico}).$$

Per voler estendere la definizione di tale spettro si possono porre, in base alle relazioni precedenti:

$$A = 4 \pi^3 \left( \frac{H_{1/3}}{g T_z^2} \right)^2 \quad \text{parametro caratteristico dello spettro;}$$

$$B = 16 \pi^3 \left( \frac{1}{g T_z} \right)^4 V_w^4 \quad \text{altro parametro caratteristico dello spettro.}$$

Sebbene lo spettro di Pierson-Moskowitz costituisca un modello appropriato per rappresentare un mare in condizioni di tempesta, l'esperienza insegna che mari pienamente sviluppati con venti molto intensi sono piuttosto rari, in quanto sia la durata dell'azione del vento che l'estensione del fetch sono raramente sufficienti per raggiungere la stabilità spettrale.

Ne segue che esso risulta poco adatto per usi progettuali correnti.

---

## 12.2.2. Spettro di Bretschneider

Lo spettro di Bretschneider è uno spettro a due parametri usato per definire, nel caso di mare aperto, sia lo spettro di un mare pienamente sviluppato che quelli di un mare in via di formazione o di estinzione.

Ne segue che si tratta di un modello particolarmente importante per scopi ingegneristici.

Lo spettro di Bretschneider è espresso dalla relazione:

$$S_{\xi,B}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} e^{-\frac{B}{\omega^4}}.$$

Si osservi che lo spettro di Pierson –Moskowitz può essere ottenuto come caso particolare dello spettro suddetto.

Per il calcolo della frequenza di picco è sufficiente imporre la derivata prima dello spettro nulla:

$$\omega_{\text{picco}} = \sqrt[4]{\frac{4B}{5}},$$

e per il periodo del picco:

$$T_{\text{picco}} = 2\pi \sqrt[4]{\frac{5}{4B}}.$$

Le raccomandazioni della ITTC (International Towing Tank Conference) sull'uso delle diverse formulazioni spettrali ai fini progettuali suggeriscono l'utilizzo di questo spettro per condizioni di oceano aperto.

Qualora siano disponibili dati statistici al riguardo di  $H_{1/3}$  e  $T_{\text{medio}} = 2\pi \frac{m_0}{m_1}$ , si esprimono le costanti dello spettro:

$$A = 173 \frac{H_{1/3}^2}{T_{\text{medio}}^4},$$

$$B = \frac{691}{T_{\text{medio}}^4}.$$

Avendo a disposizione, in questa sede, la statistica di  $T_z$  si procede con il calcolo di B a partire da  $T_z$  secondo la seguente relazione:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = \frac{2\pi}{\sqrt[4]{\pi B}},$$

per poi calcolare  $T_{\text{medio}}$  e così il parametro A.

Si nota che vale anche la seguente relazione:

$$\lambda_z = 2/3 \frac{g}{2\pi} T_z^2.$$

Si riportano dei tipici andamenti dello spettro al variare del periodo modale ( $T_m$ ), cioè il periodo di picco dello spettro, e dell'altezza significativa dell'onda:

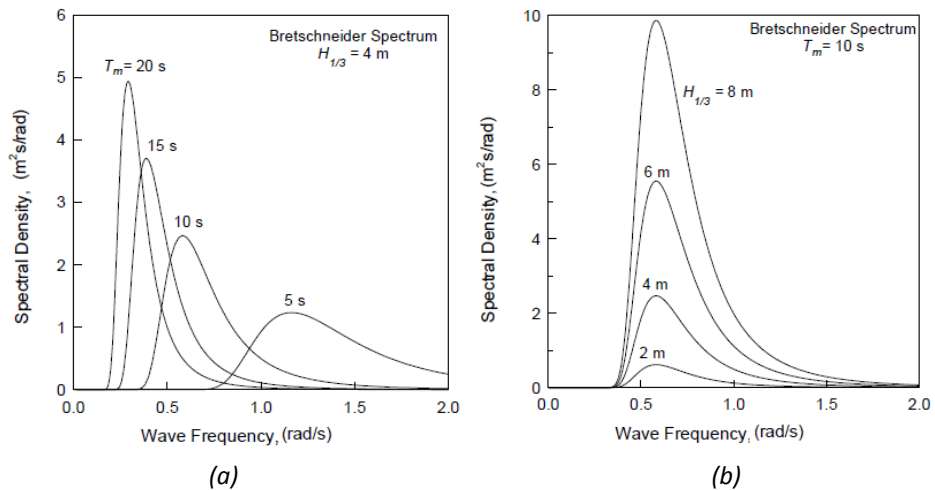


Fig.12.8: Esempio di Spettro di Bretschneider:

(a) per  $H_{1/3}$  fissato al variare di  $T_{picco}$

(b) per  $T_m$  fissato al variare di  $H_{1/3}$ .

Per quanto riguarda i momenti spettrali si può dimostrare la relazione (Borodaj e Necvetaev nel 1982):

$$m_n = 1/4 AB^{-(5-n)/4} \Gamma\left(\frac{5-n}{4}\right),$$

essendo  $\Gamma$ :  $\Gamma(1) = 1$ ;  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ ;  $\Gamma(5/4) \approx 0,90640$ ;  $\Gamma(0) = \infty$ .



### 12.2.3. Spettro JONSWAP

Lo spettro JONSWAP (Joint North Sea Wave Project) fu proposto nel tentativo di riprodurre i picchi più alti e gli spostamenti in frequenza che si verificano in una situazione di tempesta a fetch limitato, dei quali lo spettro di Bretschneider, a parità di energia, non riesce a tener conto.

Questo spettro è ancora unimodale e rappresenta le condizioni ondose di un mare con acque ristrette.

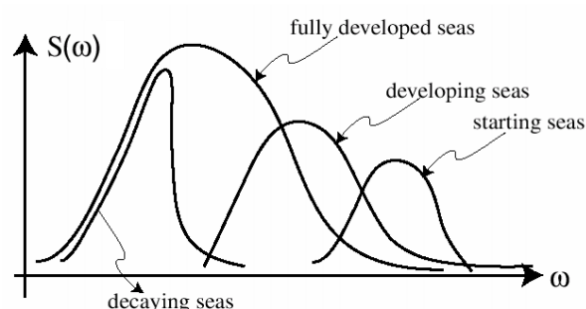


Fig.12.9: Evoluzione dello spettro di densità di energia in relazione alla condizione del mare.

Lo spettro JONSWAP è definito dalla relazione:

$$S_{\xi,J}(\omega) = 0,658 S_{\xi,B}(\omega) \gamma \left[ -\frac{(\omega - \omega_m)^2}{2\sigma^2 \omega_m^2} \right]$$

con:

- $S_{\xi,B}(\omega)$  densità spettrale di Bretschneider;
- $\omega_m$  la frequenza del massimo dello spettro  $S_{\xi,B}(\omega)$ ;
- $\gamma$  parametro di *sovraelongazione* ("overshoot parameter"), esprime, a meno di un fattore costante, il rapporto tra i massimi dello spettro JONSWAP e dello spettro Bretschneider;
- $\sigma$  larghezza di banda.

Per quanto concerne i valori di  $\gamma$ , essi oscillano tra 1 e 7 estremi esclusi, e possono essere trovati interpolando il grafico di figura seguente in base ai parametri  $H_{1/3}$  e  $T_{picco}$ :

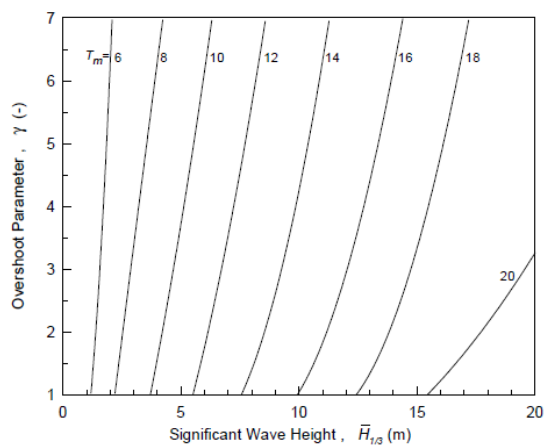


Fig.12.10: Andamento del parametro  $\gamma$  [/] in funzione di  $H_{1/3}$  e  $T_{picco}$ , Chakrabarti e Snider, 1975.

Per quanto concerne  $\sigma$  si ha:

$$\sigma = \begin{cases} 0,07 & \text{per } \omega < \omega_m \text{ o } \omega = \omega_m, \\ 0,09 & \text{per } \omega > \omega_m. \end{cases}$$

Lo spettro JONSWAP, essendo una generalizzazione dello spettro di Bretschneider, viene anch'esso specificato in termini di altezza significativa e periodo modale.

La figura seguente mostra un confronto tra i due spettri per altezza significativa  $H_{1/3} = 4$  m e periodo del picco  $T_{picco} = 10$  s.

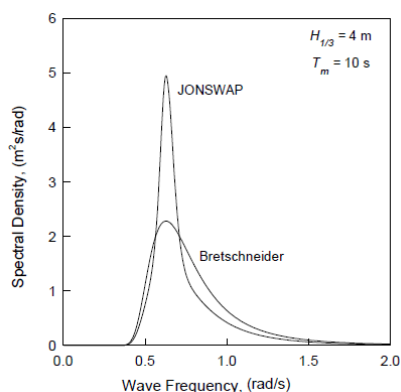


Fig.12.11: Confronto tra i due spettri di Bretschneider e JONSWAP per altezza significativa e periodo modale indicati.

---

L'effetto dei fattori addizionali nello spettro JONSWAP è generalmente quello di aumentare l'altezza del picco dando luogo al cosiddetto "overshoot".

C'è tuttavia una corrispondente riduzione delle ordinate sia alle basse che alle alte frequenze in modo che, a parità di altezza significativa, le aree sottese da ciascun spettro risultino le stesse, essendo le energie fra loro eguali.

Si pensa che l'effetto di overshoot sia dovuto all'interazione non lineare fra le onde, presa in considerazione dallo spettro JONSWAP in modo empirico.

### 12.3. Propagazione delle onde e spettro bidirezionale “short crested sea”

Si fa riferimento alle seguenti fonti bibliografiche: da [26] a [28].

Come anticipato nel capitolo così l'angolo  $\nu$  rispetto alla direzione principale di avanzamento delle onde è possibile dare una definizione dello spettro direzionale, così come concepito per fini progettuali:

$$S_{\xi}(\omega, \nu) = D \cos^m \left( \frac{\pi}{2\nu_{\max}} \right) S_{\xi}(\omega),$$

con  $D$  costante e  $m$  intero positivo.

Per quanto concerne la costante  $D$ , essa viene ricavata in base all'uguaglianza tra l'integrale dello spettro 2D rispetto allo spreading e lo spettro 1D:

$$D = \frac{\pi}{4\nu_{\max}} \frac{1}{\int_0^{\pi/2} \cos^m \nu' d\nu'}$$

che per valori usuali del parametro  $m$  diventa:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2\nu_{\max}} && \text{per } m = 0; \\ D &= \frac{\pi}{4\nu_{\max}} && \text{per } m = 1; \\ D &= \frac{1}{\nu_{\max}} && \text{per } m = 2. \end{aligned}$$

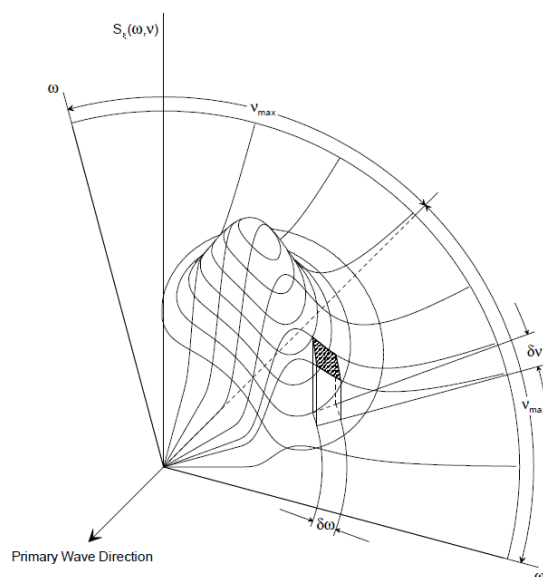


Fig.12.12: Spettro bidirezionale.

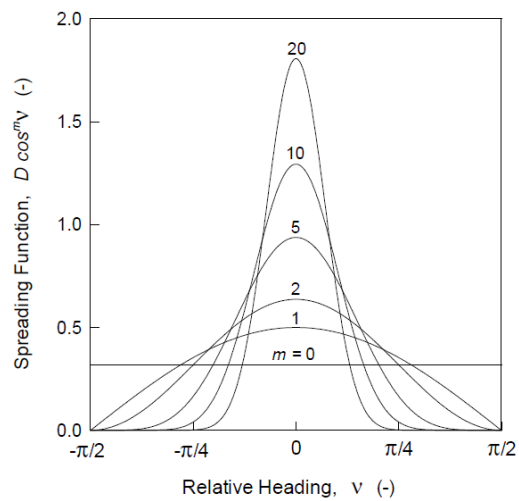


Fig.12.13: Funzione di dispersione al variare della costante  $m$ .

Per tutti gli scopi pratici connessi alla descrizione di un mare a cresta corta, la tendenza più comune è quella di usare  $m = 2$  e  $v_{\max} = 90^\circ$ .

L'evidenza sperimentale suggerisce che questa dispersione, detta in gergo del tipo coseno quadrato, sia appropriata per la maggior parte delle condizioni tipiche dell'oceano aperto.

Per una dispersione tipo coseno quadrato con  $v_{\max} = 90^\circ$ , lo spettro diviene:

$$S_{\xi}(\omega, v) = \frac{2}{\pi} \cos^2 v S_{\xi}(\omega).$$

---

## 13. ANALISI ALEATORIA LINEARE: ONDE NON REGOLARI, “SHORT CRESTED SEA”

Si procede ora all’analisi lineare dei moti nave con input irregolare di tipo spettro bidirezionale alla Bretschneider, in quanto indicato anche dalla ITTC [26]:

$$S_{\xi, B}(f, \nu) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \nu S_{\xi, B}(f),$$

con uno “spreading” pari all’angolo piatto.

Per prima cosa si procede alla definizione degli spettri in input bidirezionali in base alle differenti caratteristiche del mare, funzione dei periodi di ritorno scelti: 8 e 100 anni. Si ricorda che tutta l’analisi è condotta in riferimento alla frequenza di incontro  $f_e$ , pertanto è necessario convertire in tale dominio anche lo spettro in input.

Tali spettri sollecitano il natante secondo le tre differenti direzioni principali sinora evidenziate: prora, poppa e traverso.

È necessario pertanto il calcolo dei RAO dei sei moti e dunque delle sei accelerazioni nelle varie direzioni, calcolo da accompagnare con l’andamento della fase di ciascuno in modo tale da poter condurre al meglio la fase di combinazione.

Si sceglie come passo di campionamento per la propagazione della direzione:

$$\Delta \nu = 15^\circ = 0,2618 \text{ rad.}$$

Si procede così al calcolo dei RAO direzione per direzione, riportando anche l’andamento della fase.

Dai RAO relativi agli spostamenti/rotazioni si passa a quelli relativi alle accelerazioni.

Si procede poi al calcolo della risposta tramite combinazione di RAO e spettro in input:

$$S_{\text{output}}(f_e, \nu) = \text{RAO}(f_e, \nu)^2 S_{\text{input}}(f_e, \nu).$$

Questo calcolo viene condotto direzione per direzione.

L’output viene così calcolato in termini di ciascun moto: si calcolano in totale 18 spettri in uscita, essendo sei i RAO dell’accelerazione del natante e tre le direzioni principali dello spettro.

Si nota che la matrice spettrale appare qui diagonale, ciò potrebbe condurre a pensare che non ci sia correlazione tra i diversi moti: in realtà essa è implicita nella struttura dei RAO, i quali sono il risultato della risoluzione del sistema lineare.

Da questa formulazione spettrale è ora necessario ricondursi a delle storie temporali delle sei accelerazioni.

Chiamando con  $s(t)$  la storia temporale di una generica accelerazione, si ha:

$$s(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{2 S_{\text{output}}(f_m, v_n) \Delta f \Delta v} \cos(2\pi f_m t + \beta_{mn} + \varepsilon_{mn}),$$

dove si indica con:

**M** il numero di frequenze considerate, in questo caso pari a  $M = 39$ , avendo discretizzato sin da prima l'analisi nel dominio  $[0,01, 0,2]$  con passo di campionamento  $\Delta f = 0,005$  Hz. Tale scelta permette di descrivere storie temporali di 200 s, che non rappresenta la durata media di un evento "tempesta". Si sceglie pertanto di diminuire tale intervallo in modo tale da descrivere un evento di durata di circa 5 ore e mezza (20000 s), che rappresenta la durata media di una tempesta per fini ingegneristici, scegliendo dunque  $\Delta f$  pari a  $\Delta f = 0,00005$  Hz.

Si nota che per far ciò è necessario interpolare i valori dello spettro.

**N** il numero di direzioni considerate, che dipende dall'angolo  $v_{\text{max}} = 90^\circ$  precedentemente definito e dal  $\Delta v = 15^\circ = 0,2618$  rad. Pertanto si ha  $N = 13$ ;

$S_{\text{output}}$  definito in precedenza;

$\beta_{mn}$  la fase calcolata tramite software AQWA che fa riferimento alla  $m$ -esima frequenza di incontro dell'onda sollecitante ed alla  $n$ -esima direzione.

Tale parametro permette di tenere in conto lo sfasamento reale che hanno le diverse componenti della risposta: per ogni combinazione di  $f_m$  e  $v_n$  si ha una risposta con una fase propria, non tenerne conto nella combinazione darebbe luogo ad un risultato privo di significato;

$\varepsilon_{mn}$  una fase generata in modo casuale con uguale probabilità tra 0 e  $2\pi$ : vengono generati  $M \times N$  valori che poi vengono attribuiti a tutte e sei le diverse accelerazioni nel medesimo ordine in modo tale da tener conto dell'aleatorietà dell'analisi e non alterare lo sfasamento reale considerato tramite  $\beta_{mn}$ .

Ottenute le sei storie si combinano in modo opportuno tramite la matrice  $\underline{I}$  definita nel capitolo 8, per trovare le accelerazioni del punto P.

Lo stesso discorso formulato per le accelerazioni si conduce anche per le rotazioni di beccheggio e rollio, per tenere opportunamente conto della quotaparte di accelerazione di gravità, come già discusso in precedenza.

Si nota che qui non è necessario comporre le rotazioni tramite matrice  $\underline{I}$  poichè essendo il corpo rigido il ponte ha le medesime rotazioni nello spazio.

Per ognuna delle tre tipologie di mare si calcolano dunque sei storie di accelerazione e due di rotazione.

---

## 13.1. Definizione degli spettri bidirezionali in input

### 13.1.1. Spettri bidirezionali per $T_R = 8$ anni

Si sceglie di definire tale spettro a partire dal periodo  $T_z$  che rende critica l'eccitazione dei moti in riferimento a quanto trovato nelle analisi per onde regolari svolte nel capitolo 11. In particolare si operano le seguenti scelte:

a. Massimizzazione rollio:

$$f_e \approx 0,140 \text{ Hz} \Rightarrow T_z = 1/f_e \approx 7,0 \text{ s};$$

b. Massimizzazione beccheggio e sussulto:

$$f_e \approx 0,100 \text{ Hz} \Rightarrow T_z = 1/f_e \approx 10,0 \text{ s}.$$

Si procede ora con la scelta di altezza significativa in base a quanto riportato nel paragrafo 7.1.5.

In particolare si scelgono due tipologie di mare per quanto concerne la a. ed una per la b.:

Scelta 1:  $T_{z, 8 \text{ anni}} = 7,0 \text{ s} \Rightarrow H_{1/3, 8 \text{ anni}} = 11,0 \text{ m}$ ,  
questa scelta è condotta per ottenere risultati che siano decisamente a favore di sicurezza: si combinano difatti il valor medio del periodo individuato nella stagione primaverile-autunnale, con il massimo di altezza d'onda nello stesso periodo. Come anticipato nel paragrafo 7.1.5 questa scelta è molto vicina al limite fisico di esistenza dell'onda;

Scelta 2:  $T_{z, 8 \text{ anni}} = 7,0 \text{ s} \Rightarrow H_{1/3, 8 \text{ anni}} = 3,0 \text{ m}$ ,  
scelta che corrisponde alla associazione fisica;

Scelta 3:  $T_{z, 8 \text{ anni}} = 10,0 \text{ s} \Rightarrow H_{1/3, 8 \text{ anni}} = 8,0 \text{ m}$ ,  
l'accoppiamento è individuato nei valori massimi della stagione estiva.

Si nota che questi spettri sono caratterizzati da altezze d'onda minori rispetto a quelle con periodo di ritorno di 100 anni, tuttavia sono più affini in termini di frequenza ai RAO dei moti, generando così una risposta che potrebbe essere anche maggiore in termini di spostamenti e rotazioni massime in valore assoluto.

Si procede dunque con il calcolo dei parametri caratteristici dello spettro di Bretschneider e nel caso specifico si fa riferimento al solo spettro 1, gli altri calcoli non sono riportati per brevità:

$$S_{\xi, B}(f) = \frac{A}{\omega^5} e^{-\frac{B}{\omega^4}} = \frac{A}{(2\pi f)^5} e^{-\frac{B}{(2\pi f)^4}}.$$



Si ha:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = \frac{2\pi}{\sqrt[4]{\pi B}}, \text{ dunque } B = \frac{16 \pi^3}{T_z^4} = 0,2066 \text{ rad}^4/\text{s}^4.$$

Si calcola poi  $T_{\text{medio}}$ :

$$T_{\text{medio}} = \sqrt[4]{\frac{691}{B}} = 7,6 \text{ s},$$

si può quindi calcolare la costante A:

$$A = 173 \frac{H_{1/3}^2}{T_{\text{medio}}^4} = 6,2594 \text{ m}^2/\text{s}^4.$$

Si calcolano ora le caratteristiche del picco dello spettro:

$$\omega_{\text{picco}} = \sqrt[4]{\frac{4B}{5}} = 0,64 \text{ rad/s e dunque } f_{\text{picco}} = 0,10 \text{ Hz},$$

$$T_{\text{picco}} = 2\pi \sqrt[4]{\frac{5}{4B}} = 9,85 \text{ s}.$$

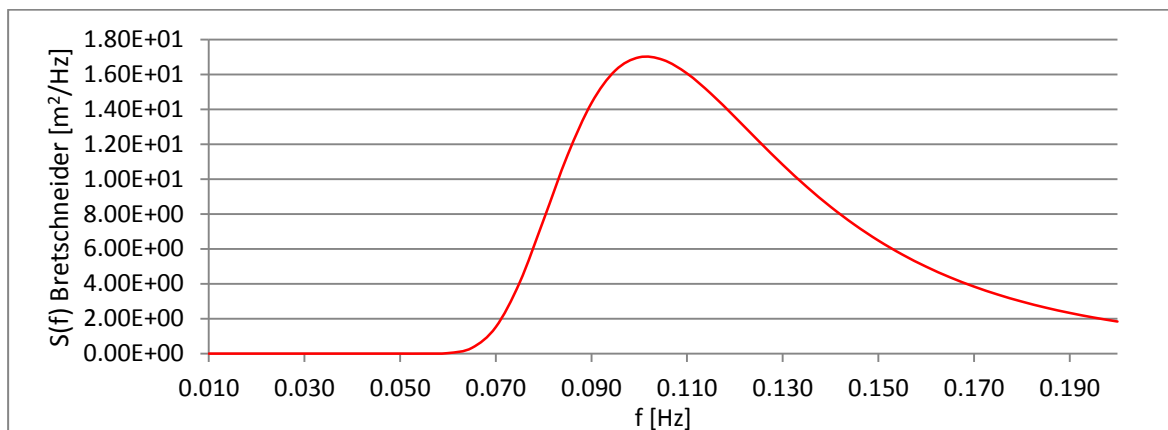


Fig.13.1: Spettro monodirezionale di progetto per  $T_R=8$  anni del tipo Bretschneider [ $\text{m}^2/\text{Hz}$ ], in funzione della frequenza [Hz].

I calcoli sinora sviluppati sono tutti in riferimento alla frequenza di incontro  $f_e$ , si procede pertanto alla trasformazione, basata sul principio di equivalenza delle aree:

$$S_\xi(f)\delta f = S_\xi(f_e)\delta f_e,$$

dove si ha:

$$\delta\omega = \left(1 - \frac{2\omega}{g} U \cos\mu\right) \delta\omega_e \text{ ottenuta differenziando la relazione che lega le due frequenze.}$$

In relazione alla frequenza in Hz tale relazione diventa:

$$\delta f = \left(1 - \frac{4\pi f}{g} U \cos\mu\right) \delta f_e.$$

Si ha così:

$$S_{\xi}(f_e) = S_{\xi}(f) \left(1 - \frac{4\pi f}{g} U \cos\mu\right)^{-1} = \frac{g}{g - 4\pi f U \cos\mu} S_{\xi}(f).$$

Si riporta a titolo di esempio una conversione da letteratura tra i due spettri per mare di prora per velocità molto sostenuta:

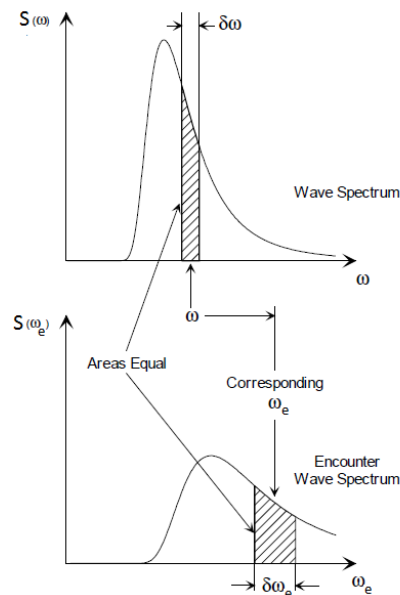


Fig.13.2: Trasformazione dello spettro di energia delle onde in spettro di incontro con onde di prora, per velocità di avanzo sostenuta.

Si forniscono gli andamenti degli spettri nelle tre direzioni di interesse:

- mare di prua;
- mare di poppa;
- mare al traverso.

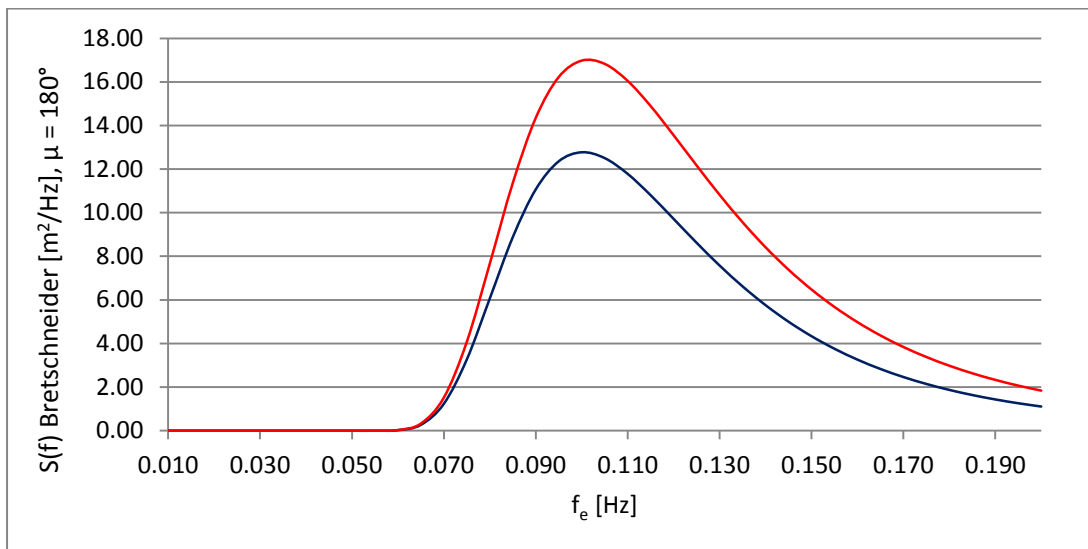


Fig.13.3: Spettro monodirezionale di progetto per  $T_R=8$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di prora (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R=8$  anni in funzione della frequenza (in rosso).

Lo spettro d'incontro risulta più basso e leggermente spostato verso frequenze minori.

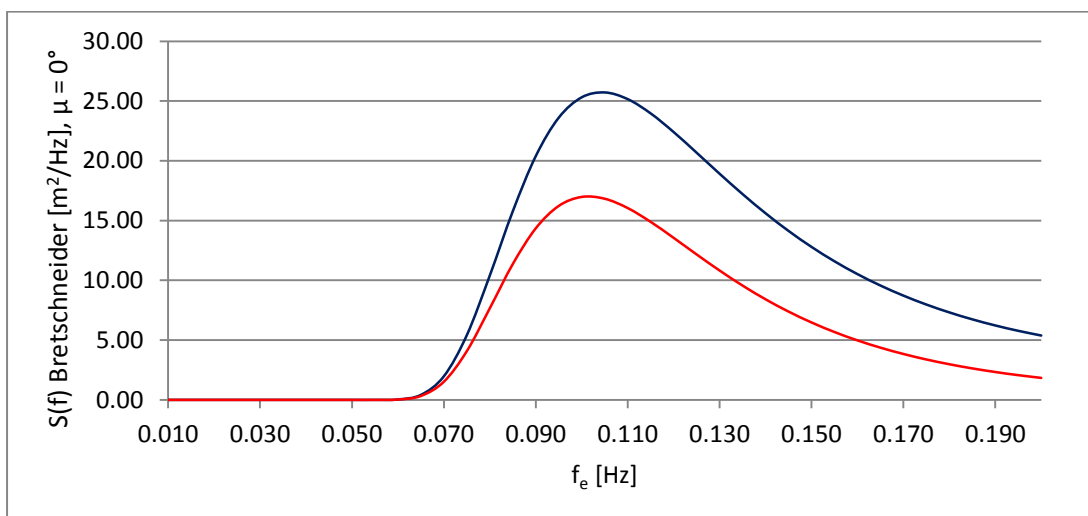


Fig.13.4: Spettro monodirezionale di progetto per  $T_R=8$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di poppa (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R=8$  anni in funzione della frequenza (in rosso).

Lo spettro d'incontro risulta più alto e leggermente spostato verso le frequenze maggiori.

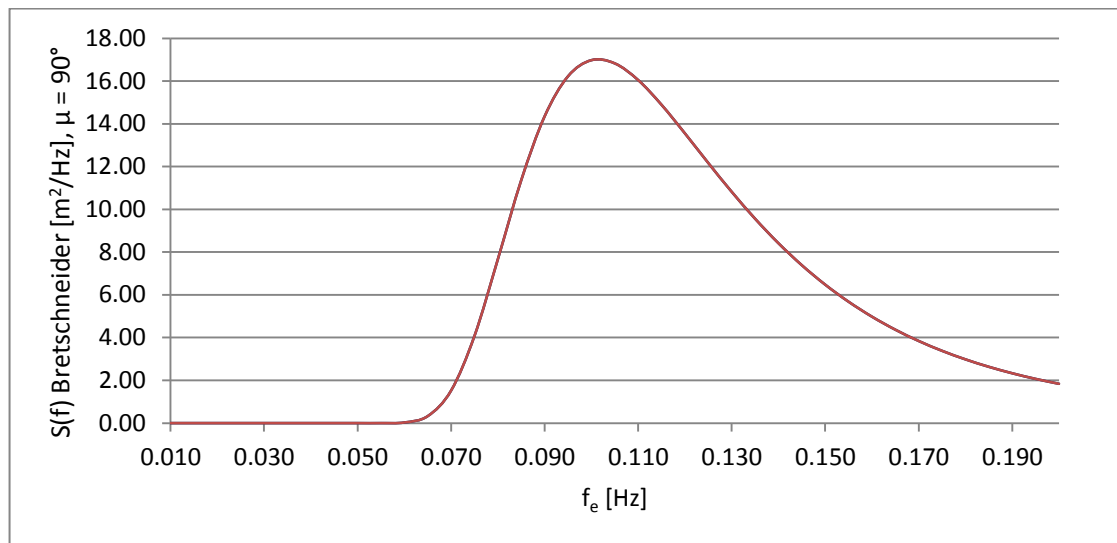


Fig.13.5: Spettro monodirezionale di progetto per  $T_R=8$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare al traverso (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R=8$  anni in funzione della frequenza (in rosso).

Come naturale per un mare al traverso non si ha cambiamento nella percezione dello spettro.

Lo spettro bidirezionale, nei tre casi, ha la seguente forma:

$$S_{\xi, B}(f, \nu) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \nu S_{\xi, B}(f).$$

Si riporta l'andamento dei suddetti spettri calcolati tramite programma Matlab sviluppato appositamente.

Per mare di prora si ha un intervallo di direzione in gradi pari a  $[90^\circ, 270^\circ]$ :

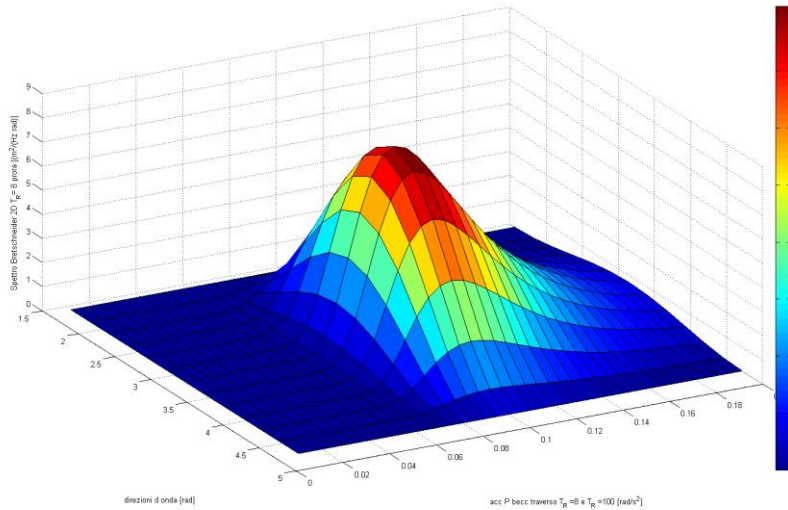


Fig.13.6: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 del tipo Bretsch.  $[m^2/(Hz rad)]$ , con funzione di dispersione "cosenquadro" per mare di prora, in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad].

Per mare di poppa si ha un intervallo di direzione in gradi pari a  $[-90^\circ, 90^\circ]$ :

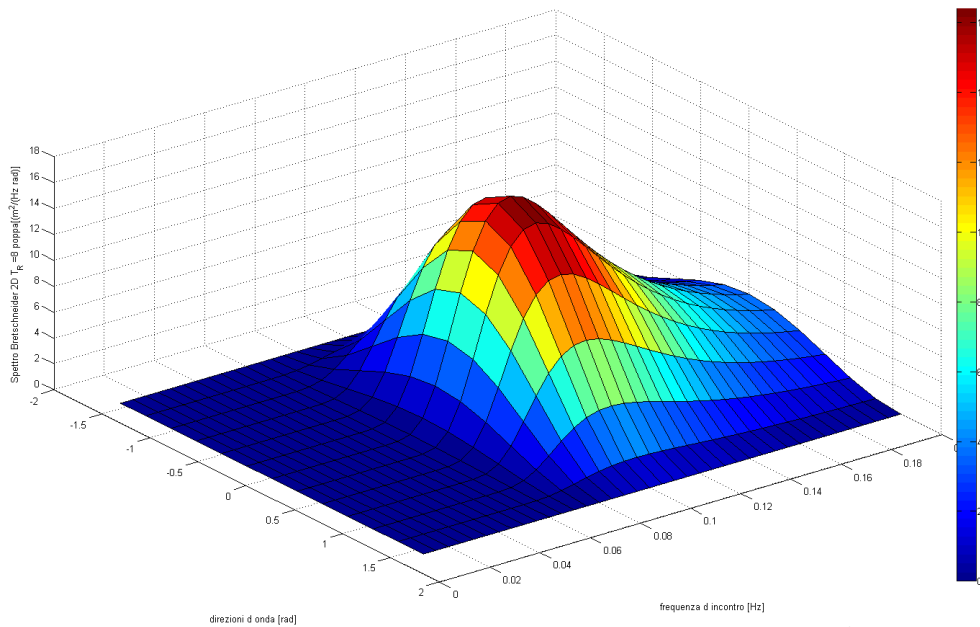


Fig.13.7: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 del tipo Bretsch.  $[m^2/(Hz rad)]$ , con funzione di dispersione "cosenquadro" per mare di poppa, in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad].

Per mare al traverso si ha un intervallo di direzione in gradi pari a  $[0^\circ, 180^\circ]$ :

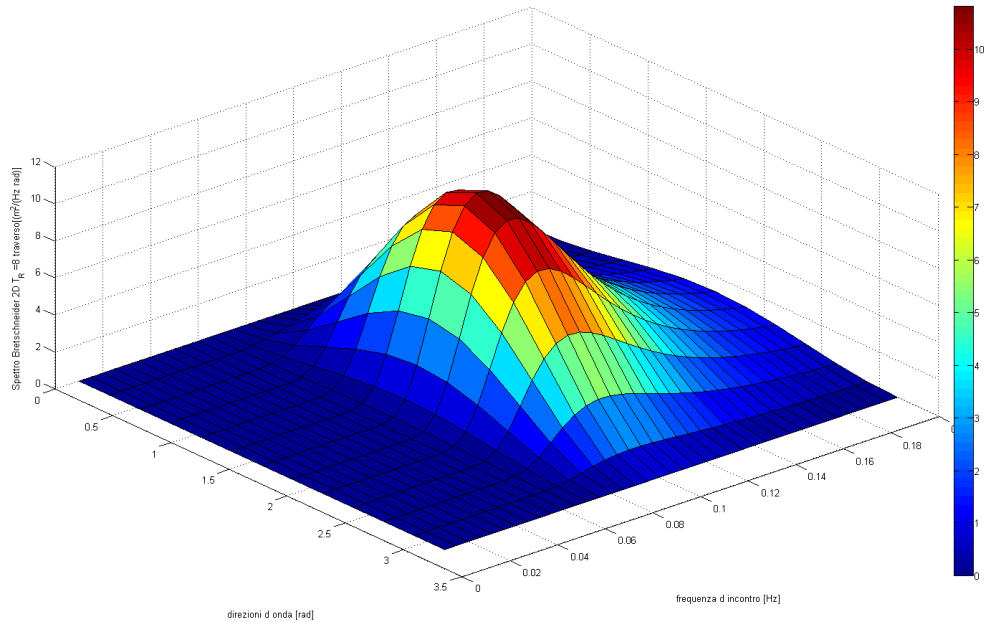


Fig.13.8: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 del tipo Bretsch. [ $m^2/(Hz rad)$ ], con funzione di dispersione "cosenquadro" per mare al traverso, in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad].

---

### 13.1.2. Spettri bidirezionali tipo Bretschneider per $T_R = 100$ anni

In riferimento al paragrafo 7.2 si ha:

$$H_{1/3, 100 \text{ anni}} = 24,0 \text{ m};$$

$$T_{z, 100 \text{ anni}} = 17,5 \text{ s};$$

non si hanno dati in riferimento alla velocità media del vento.

Si procede dunque con il calcolo dei parametri caratteristici dello spettro di Bretschneider:

$$S_{\xi, B}(f) = \frac{A}{\omega^5} e^{-\frac{B}{\omega^4}} = \frac{A}{(2\pi f)^5} e^{-\frac{B}{(2\pi f)^4}}.$$

Si ha:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = \frac{2\pi}{\sqrt[4]{\pi B}}, \text{ dunque } B = \frac{16 \pi^3}{T_z^4} = 0,0053 \text{ rad}^4/\text{s}^4.$$

Si calcola poi  $T_{\text{medio}}$ :

$$T_{\text{medio}} = \sqrt[4]{\frac{691}{B}} = 19,01 \text{ s},$$

si può quindi calcolare la costante A:

$$A = 173 \frac{H_{1/3}^2}{T_{\text{medio}}^4} = 0,7628 \text{ m}^2/\text{s}^4.$$

Si calcolano ora le caratteristiche del picco dello spettro:

$$\omega_{\text{picco}} = \sqrt[4]{\frac{4B}{5}} = 0,26 \text{ rad/s e dunque } f_{\text{picco}} = 0,04 \text{ Hz},$$

$$T_{\text{picco}} = 2\pi \sqrt[4]{\frac{5}{4B}} = 24,64 \text{ s}.$$

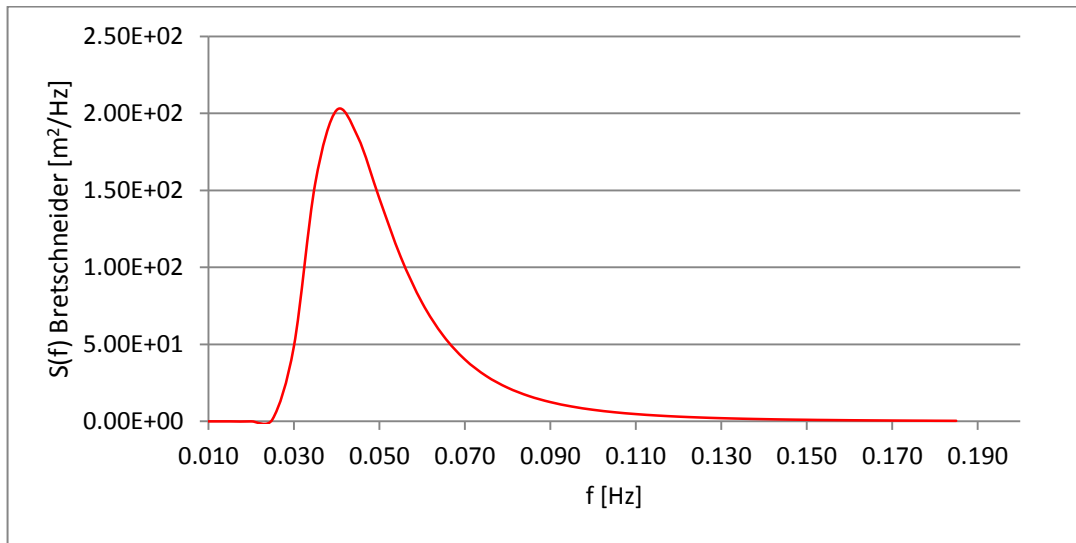


Fig.13.9: Spettro monodirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $\text{m}^2/\text{Hz}$ ], in funzione della frequenza [ $\text{Hz}$ ].

Si riporta l'andamento in funzione della frequenza di incontro per mare di prora:

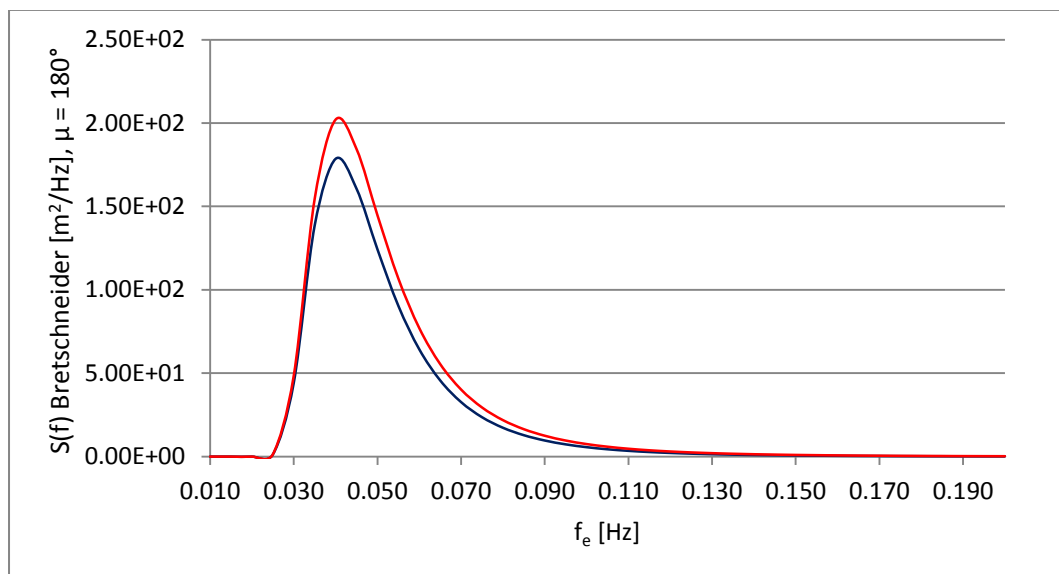


Fig.13.10: Spettro monodirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $\text{m}^2/\text{Hz}$ ], in funzione della frequenza di incontro [ $\text{Hz}$ ] per mare di prora (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R = 100$  anni in funzione della frequenza (in rosso).



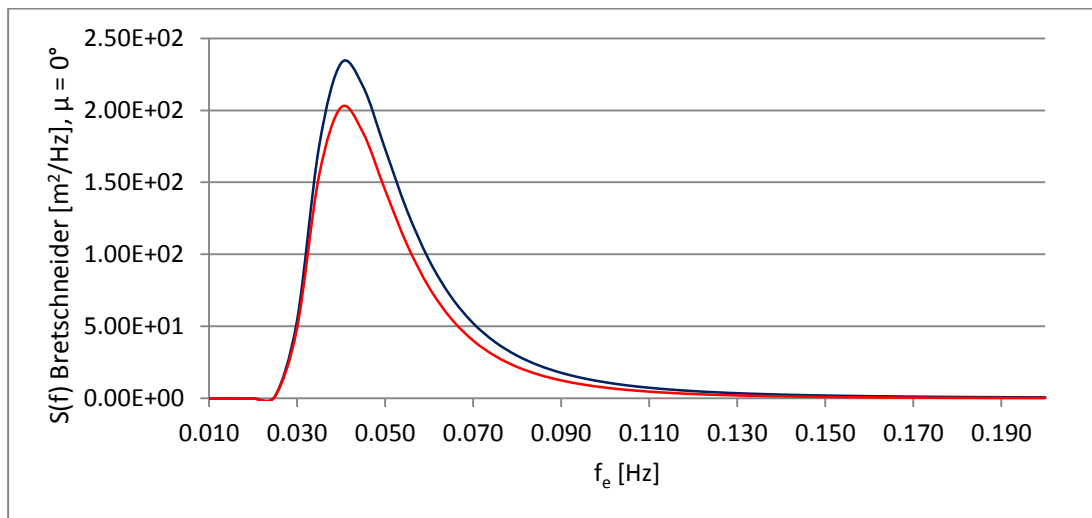


Fig.13.11: Spettro monodirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di poppa (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R=100$  anni in funzione della frequenza (in rosso).

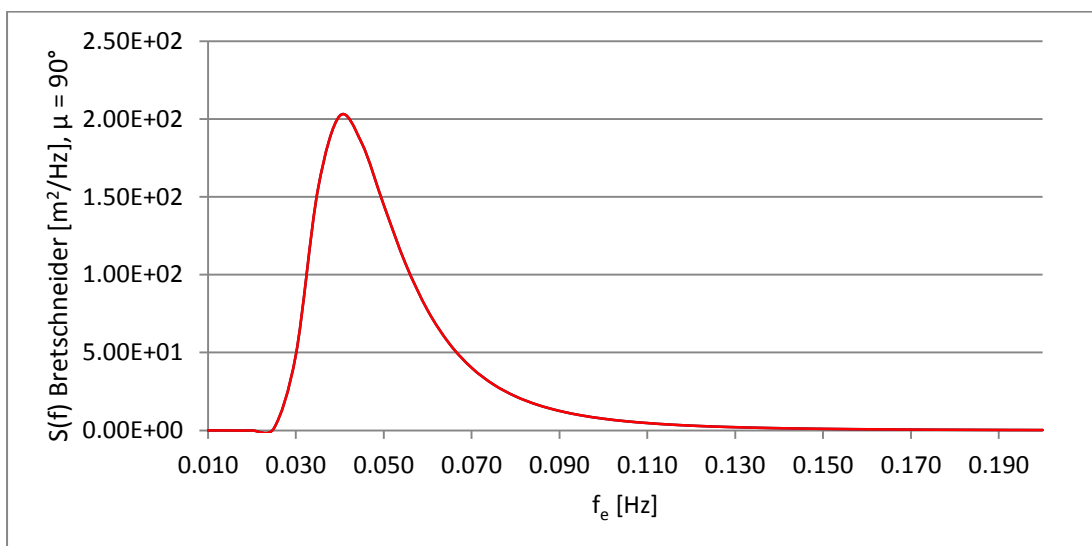


Fig.13.12: Spettro monodirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider [ $m^2/Hz$ ], in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare al traverso (in blu), a confronto con lo spettro Bretschneider  $T_R=100$  anni in funzione della frequenza (in rosso).

Valgono le medesime osservazioni di cui sopra.

Per mare di prua si ha un intervallo di direzione in gradi pari a  $[90^\circ, 270^\circ]$ :

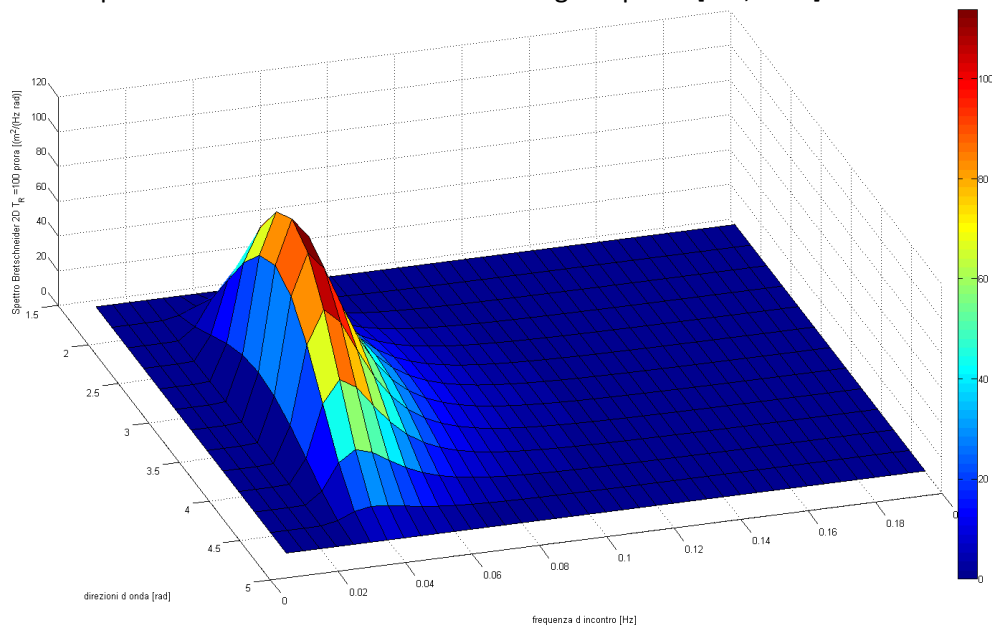


Fig.13.13: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider  $[m^2/(Hz rad)]$ , con funzione di dispersione "cosenquadro", in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di prua.

Per mare di poppa si ha un intervallo di direzione in gradi pari a  $[-90^\circ, 90^\circ]$ :

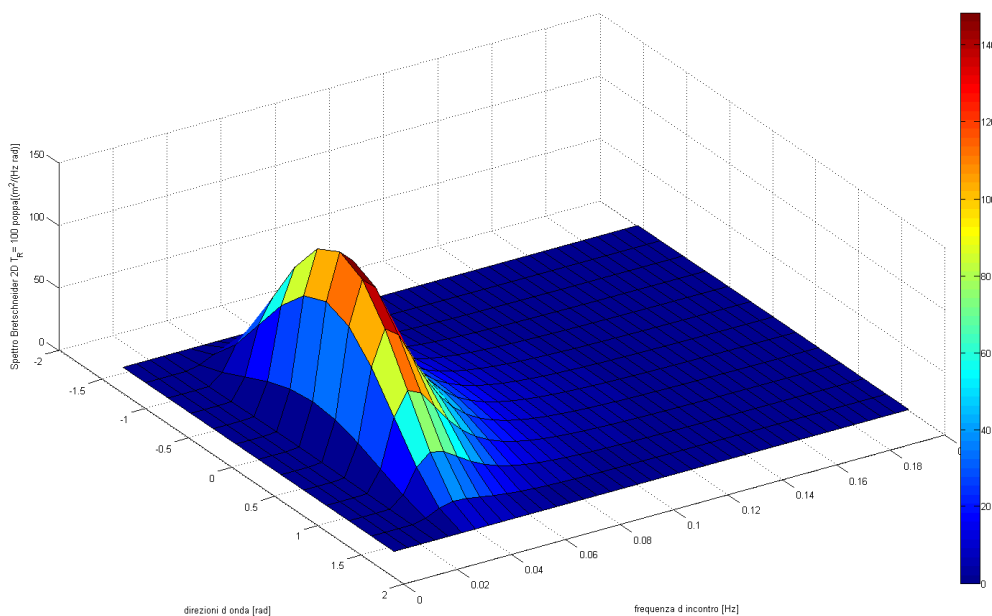


Fig.13.14: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider  $[m^2/(Hz rad)]$ , con funzione di dispersione "cosenquadro", in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare di poppa.

Per mare al traverso si ha un intervallo di direzione in gradi pari a  $[0^\circ, 180^\circ]$ :

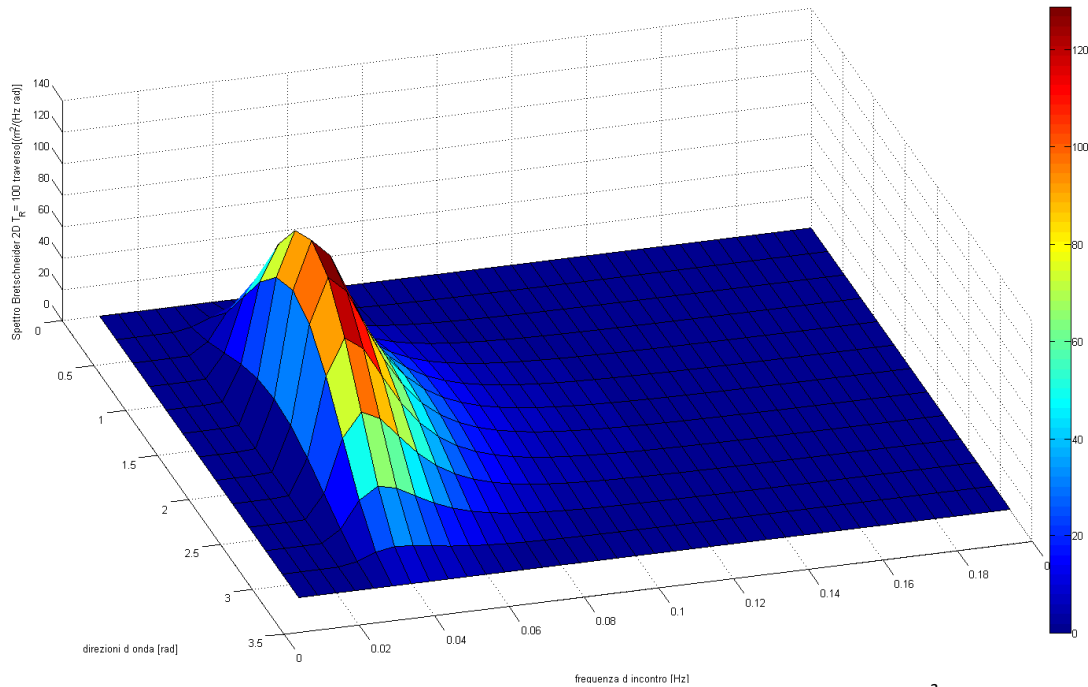


Fig.13.15: Spettro bidirez. di progetto per  $T_R = 100$  anni del tipo Bretschneider  $[m^2/(Hz rad)]$ , con funzione di dispersione "cosenquadro", in funzione della frequenza di incontro [Hz] per mare al traverso.

---

## 13.2. RAO bidimensionali e fasi associate

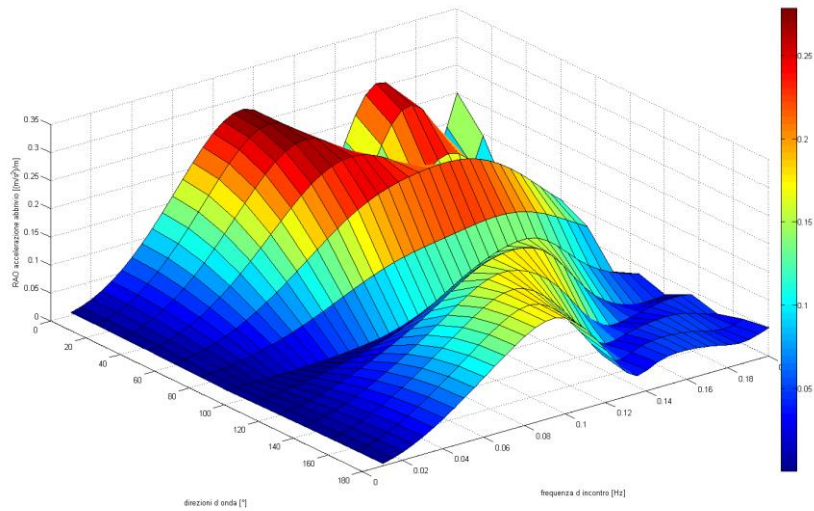
Si riportano ora gli andamenti dei RAO e delle relative fasi in funzione sia della frequenza che delle diverse direzioni, ricavati tramite elaborazione in Matlab delle analisi svolte tramite software, in quanto AQWA concede una sola analisi per volta considerando una velocità di avanzamento diversa da zero.

Tenendo conto della simmetria laterale della nave si riportano i sei RAO relativi alle accelerazioni del baricentro del natante.

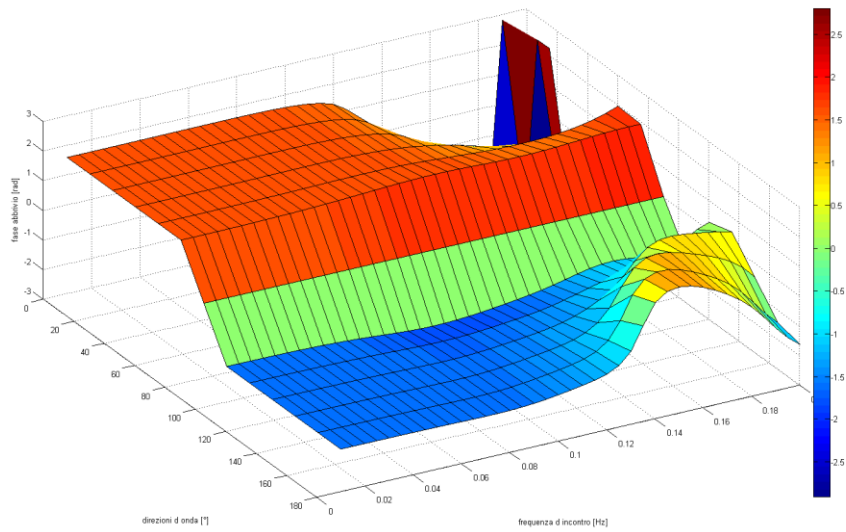
Si riporta anche l'andamento della fase della rotazione o spostamento associata al moto in esame: si nota che la fase dell'accelerazione è traslata di  $180^\circ$ .

L'intervallo di direzioni è:  $[0^\circ, 180^\circ]$ .

Si riportano anche i RAO delle rotazioni di beccheggio e rollio.

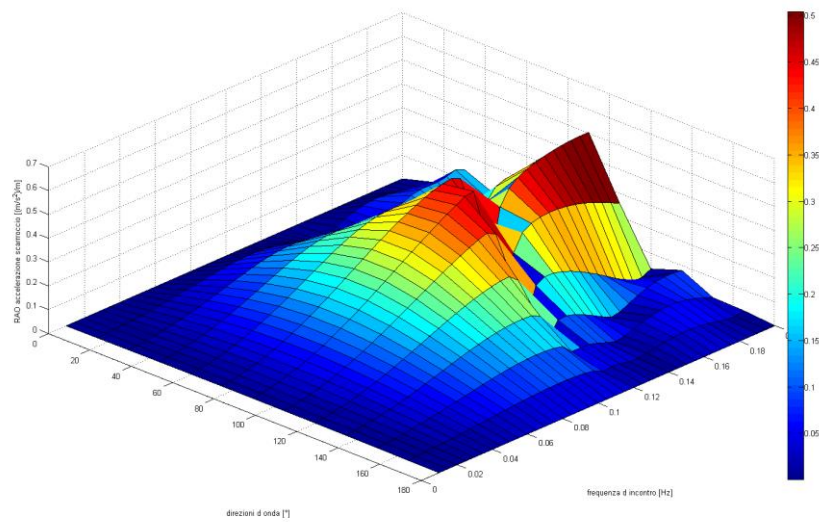


(a)

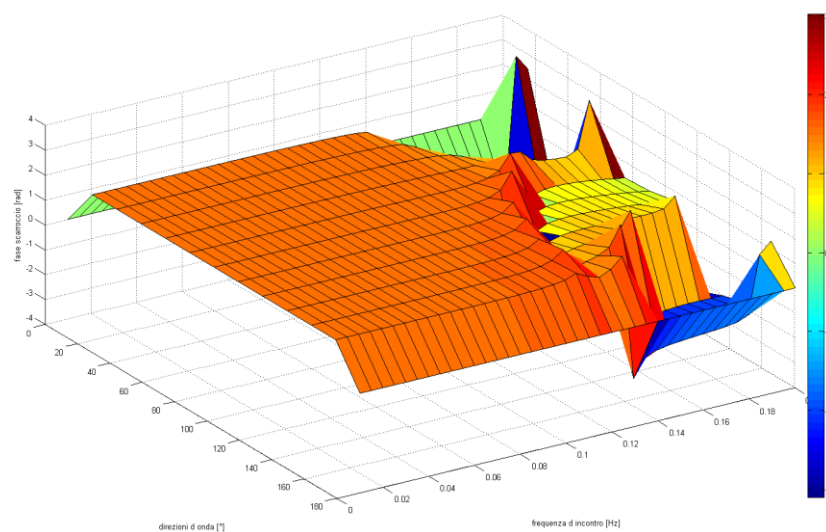


(b)

Fig.13.16: RAO accelerazione di abbrivio (X) [ $m/s^2 / m$ ] (a) e fase dello spostamento [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .



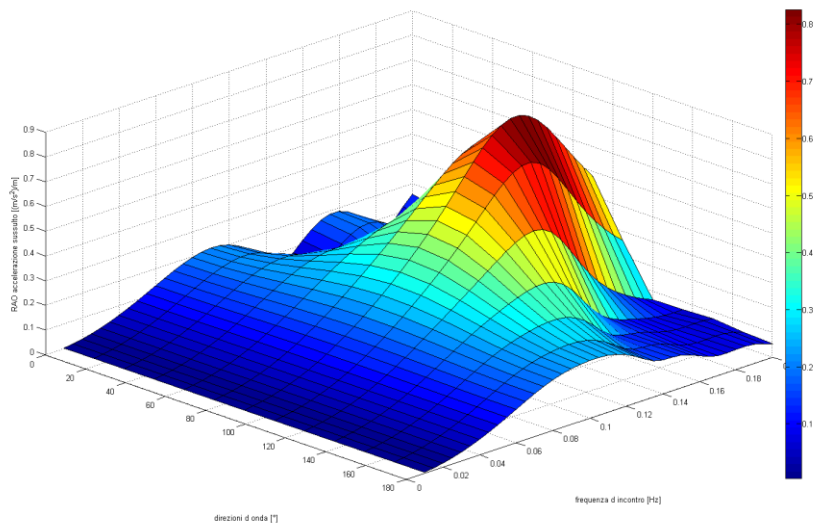
(a)



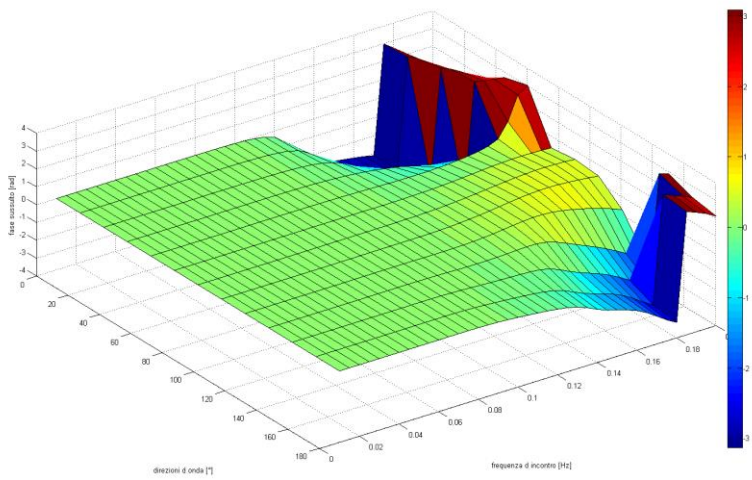
(b)

Fig.13.17: RAO accelerazione di scarroccio (Y) [ $m/s^2/m$ ] (a) e fase dello spostamento [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $^\circ$ ] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .

Si nota che per le direzioni  $0^\circ$  e  $180^\circ$  si sono poste a zero le fasi in quanto la risposta calcolata dal programma era caratterizzata da errori numerici dovuti al fatto che in quelle direzioni il moto di scarroccio non ha molto senso: è prossimo a zero data la simmetria del natante.

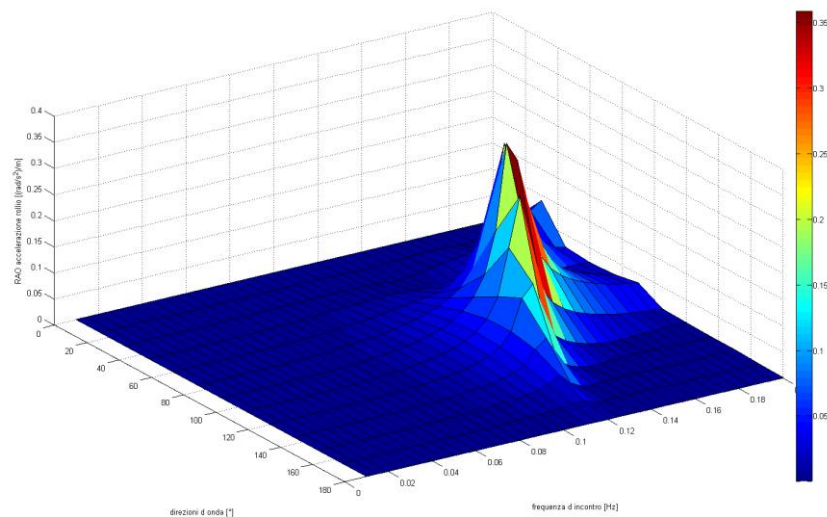


(a)

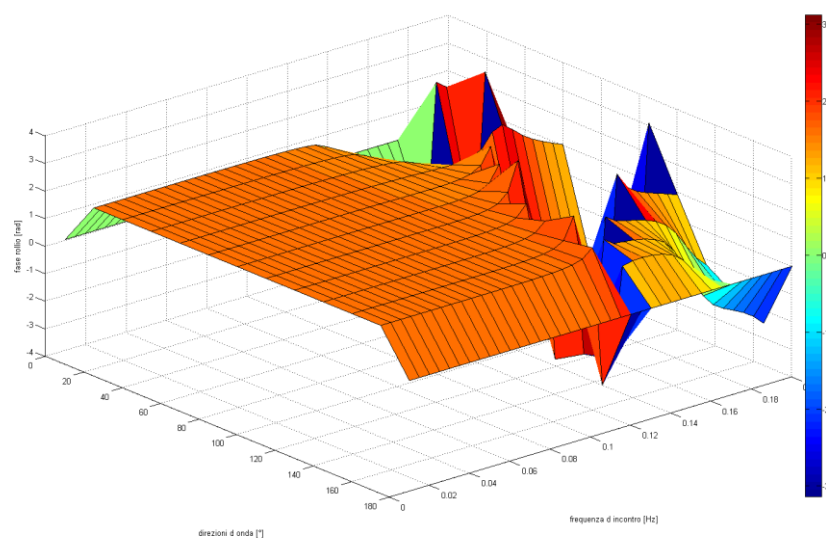


(b)

Fig.13.18: RAO accelerazione di sussulto ( $\zeta$ ) [ $m/s^2 / m$ ] (a) e fase dello spostamento [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .



(a)

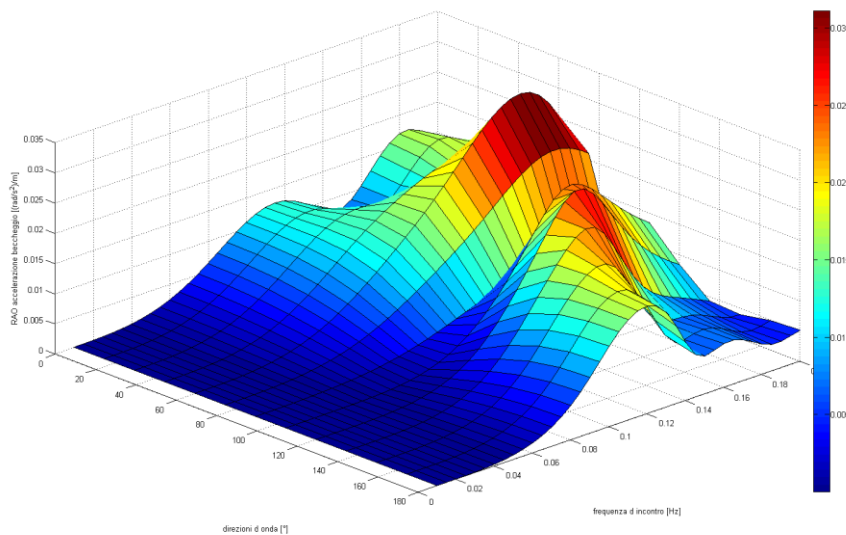


(b)

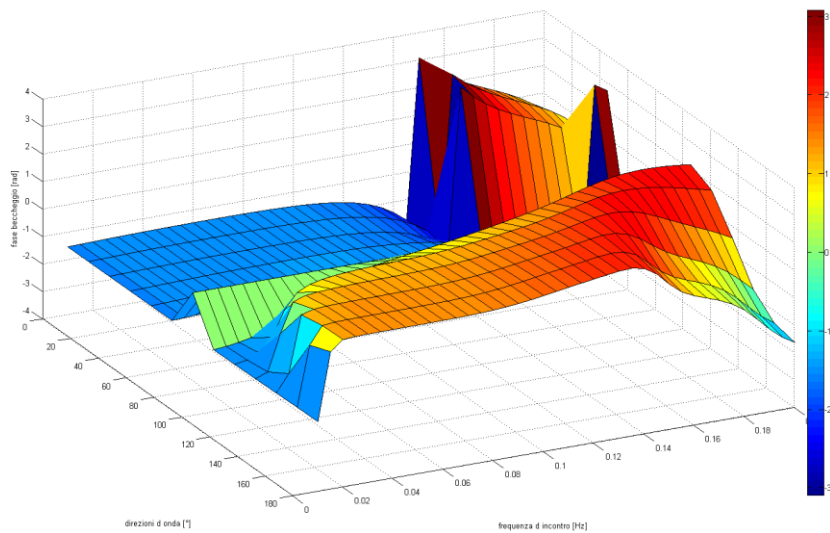
Fig.13.19: RAO accelerazione di rollio ( $\phi$ ) [ $\text{rad}/\text{s}^2/\text{m}$ ] (a) e fase della rotazione [ $\text{rad}$ ] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $^\circ$ ] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .

Si nota che per le direzioni  $0^\circ$  e  $180^\circ$  si sono poste a zero le fasi in quanto la risposta calcolata dal programma era caratterizzata da errori numerici dovuti al fatto che in quelle direzioni il moto di rollio non ha molto senso: è prossimo a zero data la simmetria del natante.



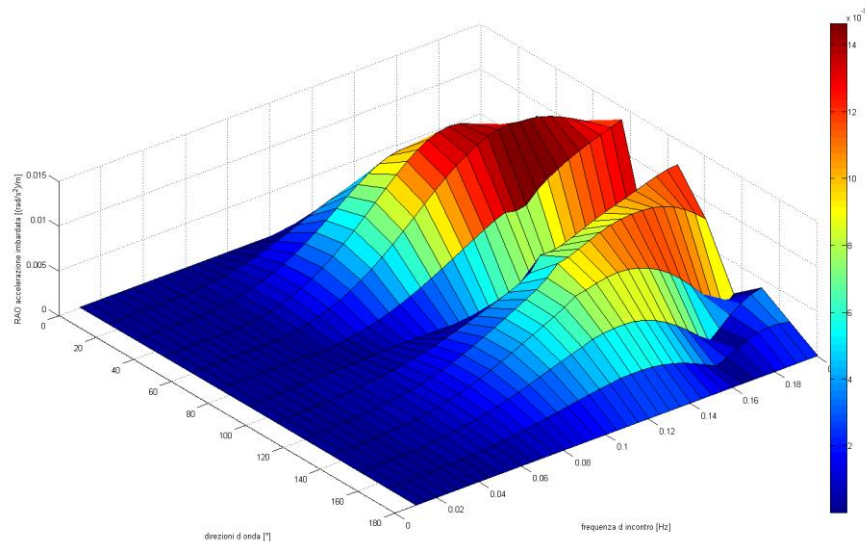


(a)

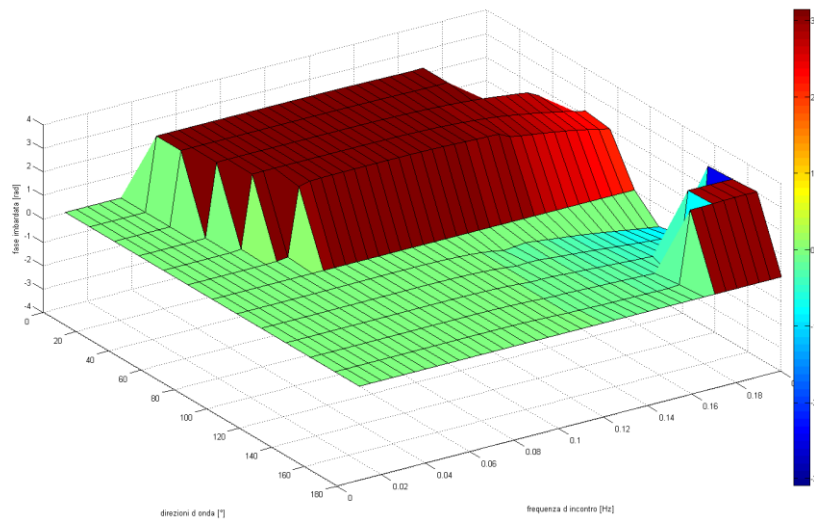


(b)

Fig.13.20: RAO accelerazione di beccheggio ( $\theta$ ) [ $\text{rad/s}^2/\text{m}$ ] (a) e fase della rotazione [rad] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .



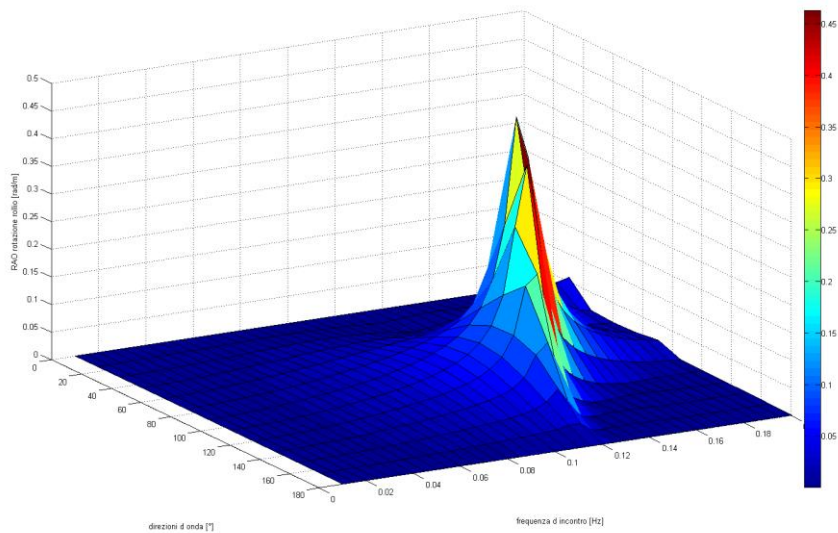
(a)



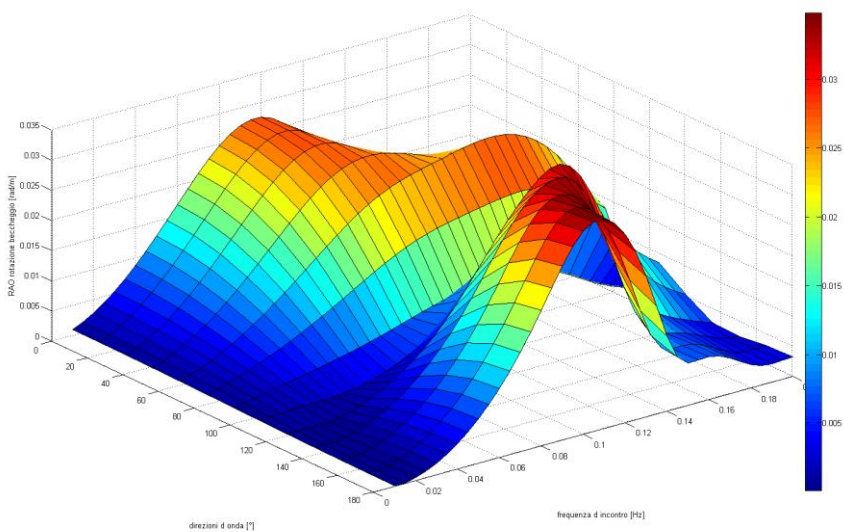
(b)

Fig.13.21: RAO accelerazione di imbardata ( $\psi$ ) [ $\text{rad/s}^2/\text{m}$ ] (a) e fase della rotazione [ $\text{rad}$ ] (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [ $^\circ$ ] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .

Si nota che per le direzioni  $0^\circ$  e  $180^\circ$  si sono poste a zero le fasi perchè la risposta calcolata dal programma era caratterizzata da errori numerici dovuti al fatto che in quelle direzioni il moto di imbardata non ha molto senso: è prossimo a zero data la simmetria del natante.



*Fig.13.22: RAO rotazione di rollio ( $\phi$ ) [rad /m],  
in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .*



*Fig.13.23: RAO rotazione di beccheggio ( $\theta$ ) [rad /m],  
in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [°] per  $0^\circ < \nu < 180^\circ$ .*

---

### 13.3. Calcolo della risposta nel baricentro del natante

Si nota che gli andamenti della risposta qui riportati fanno riferimento alle analisi con lo spettro di tempo di ritorno  $T_R = 8$  anni, di Scelta 1, il più conservativo (si veda paragrafo 13.1.1.); oltre che l'unico spettro per  $T_R = 100$  anni.

Al termine del capitolo si riportano i valori massimi della risposta per tutte e tre le scelte di spettro ad 8 anni.

Nelle pagine seguenti si riportano gli spettri di:

- accelerazione di sussulto;
- rotazioni di beccheggio;
- rotazioni di rollio;

in quanto ritenuti più significativi.

Si rimanda all'Appendice A per quanto concerne le figure degli spettri delle altre componenti di accelerazione quali:

- accelerazione di abbrivio;
- accelerazione di scarroccio;
- accelerazione di rollio;
- accelerazione di beccheggio;
- accelerazione di imbardata.

---

### 13.3.1. Mare di prua

Si procede con il calcolo degli spettri di accelerazione tramite la formula di combinazione:

$$S_{\text{moti, accelerazione}}(f_e, \nu) = \text{RAO}(f_e, \nu)^2 S_{\xi, B \text{ prua}}(f_e, \nu),$$

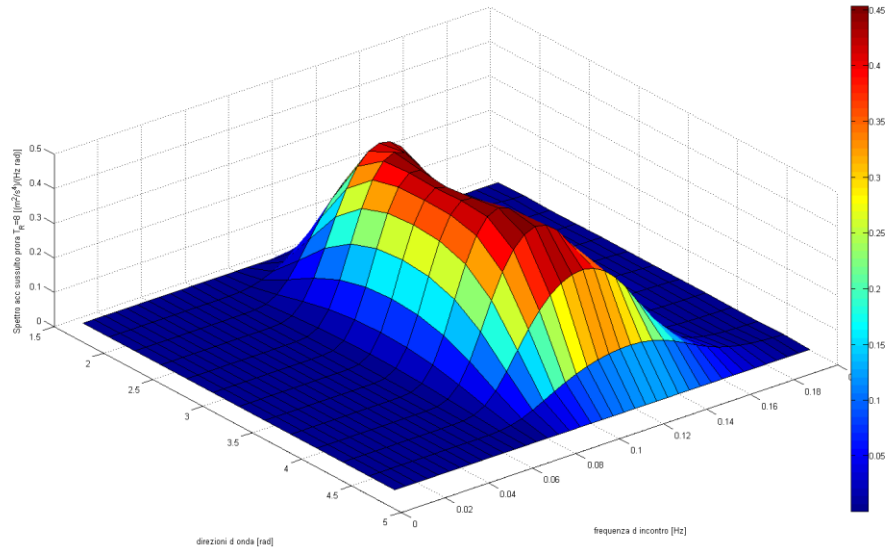
tenendo presente che i RAO cui si fa riferimento sono costruiti per le stesse direzioni dello spettro delle onde d'incontro, dunque l'intervallo delle direzioni, in gradi, è  $[90^\circ, 270^\circ]$  (per mare di prua).

Per creare suddetti RAO si utilizza la simmetria laterale del natante, utilizzando quanto riportato nei grafici precedenti nell'intervallo di direzione  $[90^\circ, 180^\circ]$  e riproponendolo simmetricamente rispetto a  $180^\circ$  per coprire le direzioni  $[180^\circ, 270^\circ]$ .

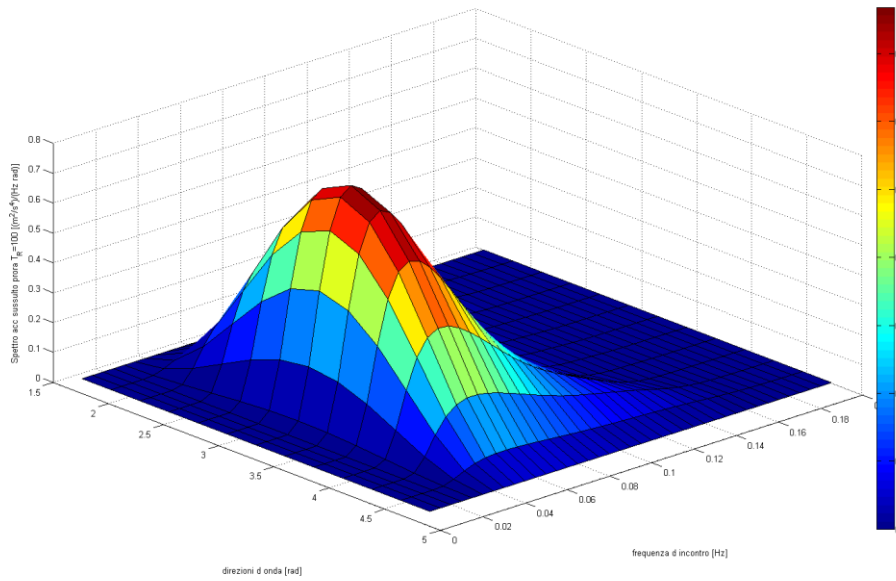
Si omettono per brevità i RAO così ottenuti, procedendo ad illustrare i risultati.

Come si vede nel seguito la scelta di spettro ad 8 anni decisamente conservativa (Scelta 1) fa sì che i valori di accelerazione e rotazione in output siano paragonabili, se non maggiori, a quelli ottenuti dallo spettro a 100 anni.

Per quanto concerne le figure omesse si fa riferimento all'Appendice A, figure dalla A.1 ad A.5.

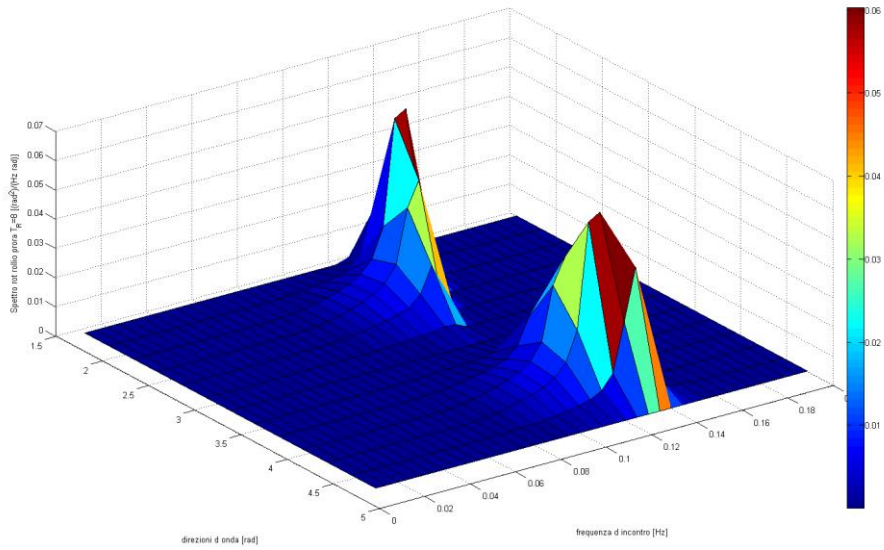


(a)

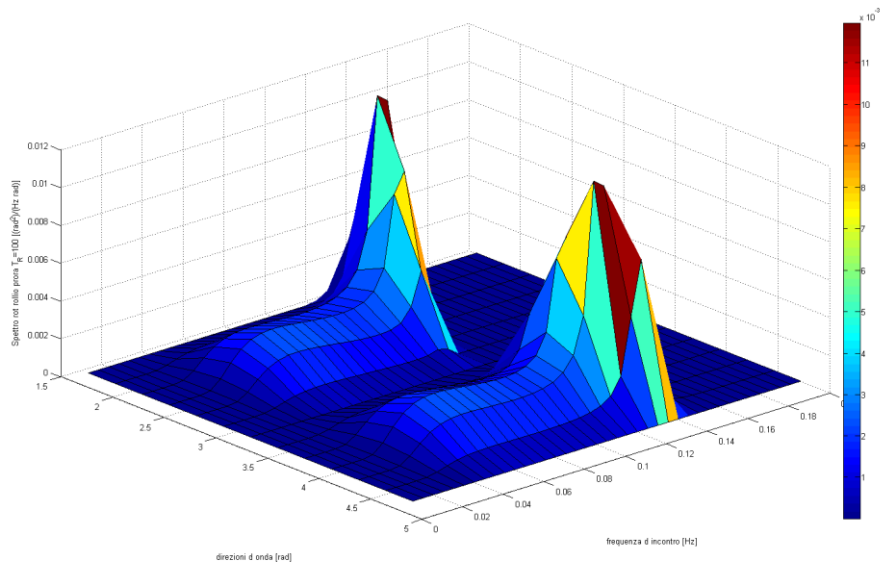


(b)

Fig.13.24: Spettro accelerazione di sussulto ( $S_{acc, \zeta}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz rad)$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$ .

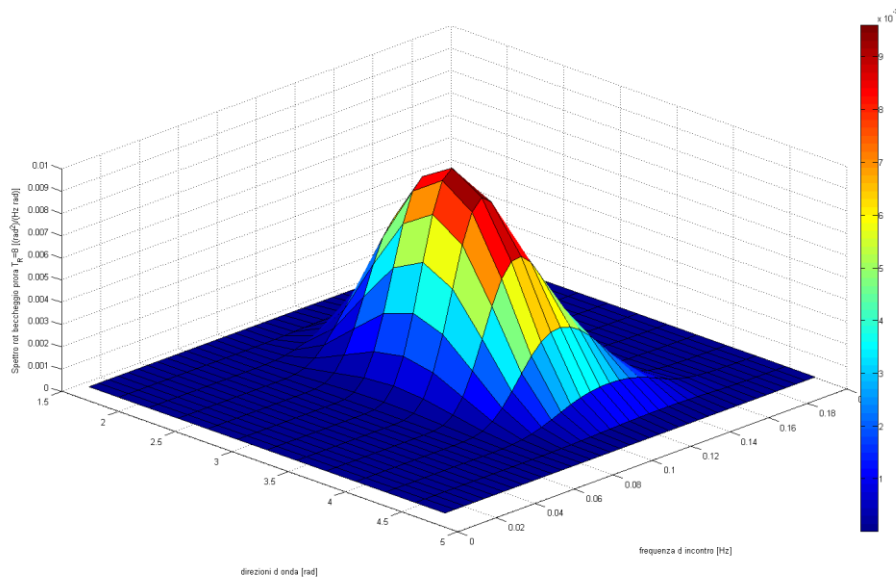


(a)

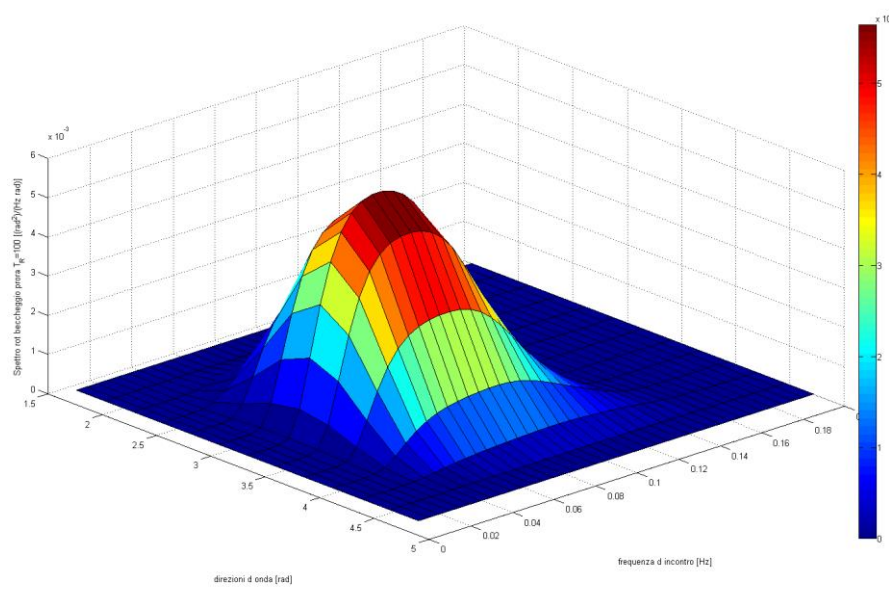


(b)

Fig.13.25: Spettro rotazione di rollio ( $S_{rot, \phi}$ ) [ $\text{rad}^2 / (\text{Hz rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$ .



(a)



(b)

Fig.13.26: Spettro rotazione di beccheggio ( $S_{rot, \vartheta}$ ) [ $\text{rad}^2 / (\text{Hz rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$ .



---

Si calcolano ora le storie temporali, combinandole come già detto all'inizio del capitolo 13:

$$s(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{2 S_{\text{acc,moto}}(f_m, v_n) \Delta f \Delta v} \cos(2\pi f_m t + \beta_{mn} + \varepsilon_{mn}),$$

dove la generazione delle fasi casuali  $\varepsilon_{mn}$  è affidata alla funzione "randi" già presente nelle librerie di Matlab.

Si riportano così le storie temporali, per entrambi i periodi di ritorno analizzati sinora, si ricorda che per 8 anni si ha lo spettro di Scelta 1.

Per quanto riguarda i massimi assoluti di rotazioni ed accelerazioni si fa riferimento al paragrafo 13.3.4, tabelle 13.1, tabelle 13.2, tabelle 13.3 rispettivamente per i tre spettri diversi scelti per  $T_R = 8$  anni (si veda paragrafo 13.1.1.).

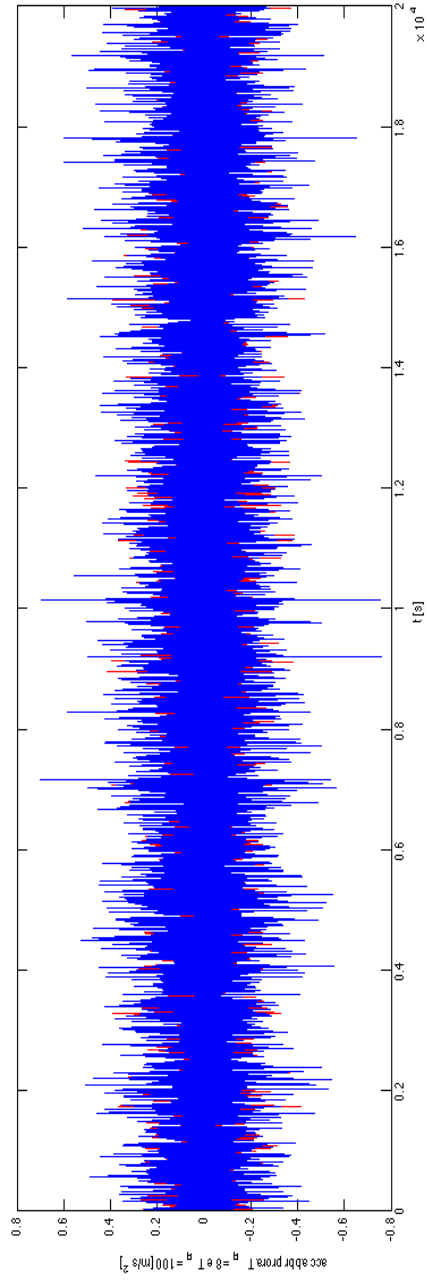


Fig.13.27: Storia temporale dell'accelerazione di abbrivio  $[m/s^2]$ , per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo  $[s]$ , per mare di prora.

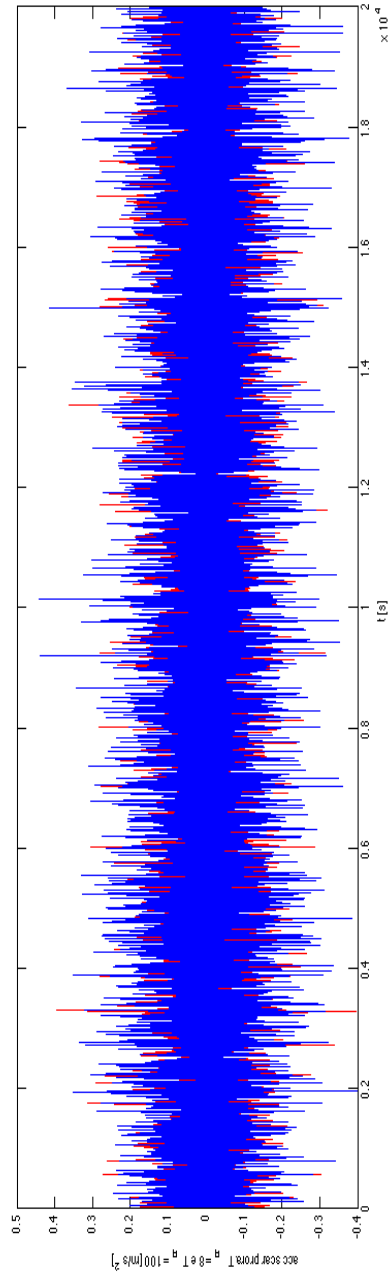


Fig.13.28: Storia temporale dell'accelerazione di scarroccio  $[m/s^2]$ , per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo  $[s]$ , per mare di prora.

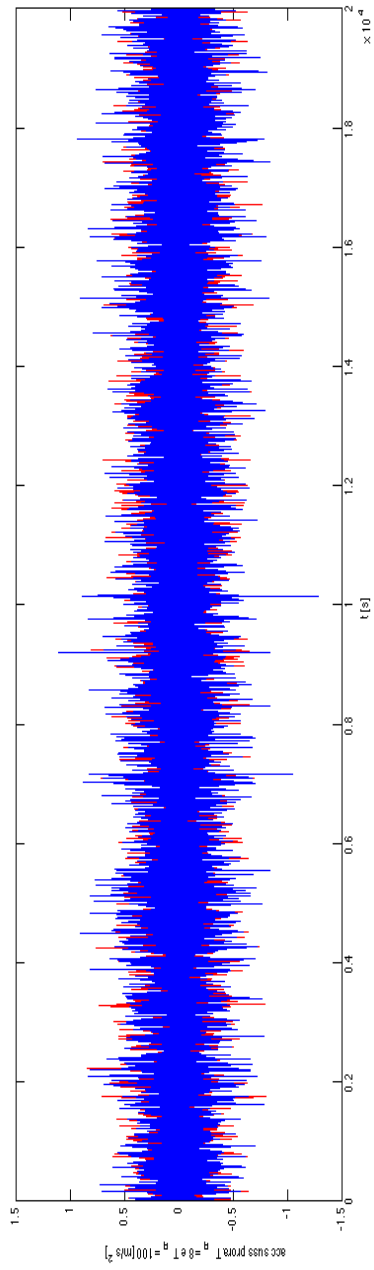


Fig.13.29: Storia temporale dell'accelerazione di sussulto  $[m/s^2]$ , per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo  $[s]$ , per mare di prora.

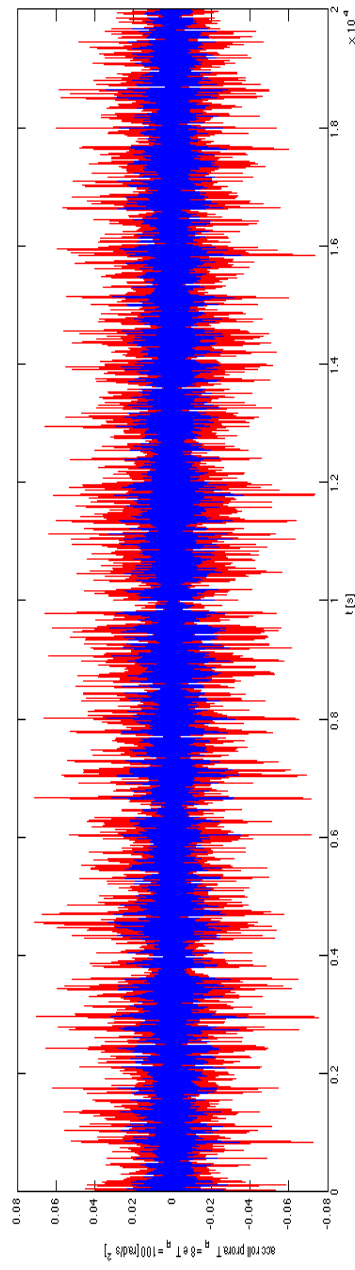


Fig.13.30: Storia temporale dell'accelerazione di rollio  $[rad/s^2]$ , per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo  $[s]$ , per mare di prora.

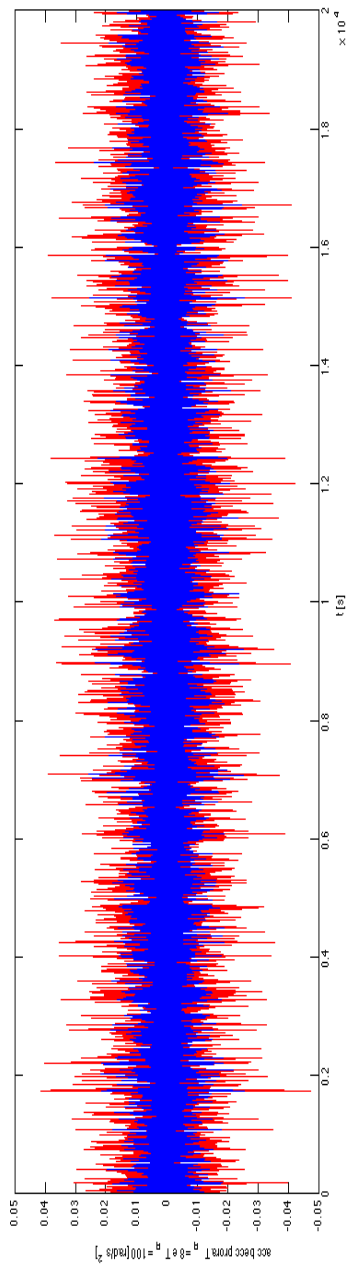


Fig.13.31: Storia temporale dell'accelerazione di beccheggio [rad/s<sup>2</sup>], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora.

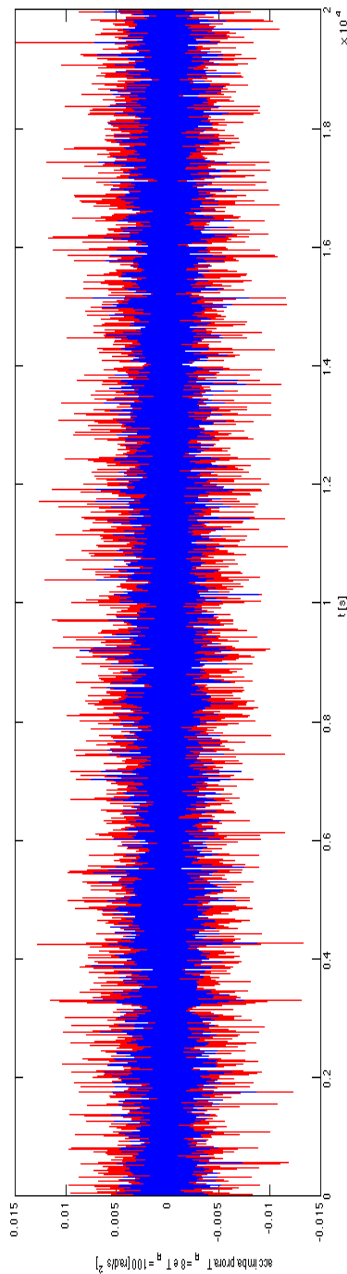


Fig.13.32: Storia temporale dell'accelerazione di imbardata [rad/s<sup>2</sup>], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora.

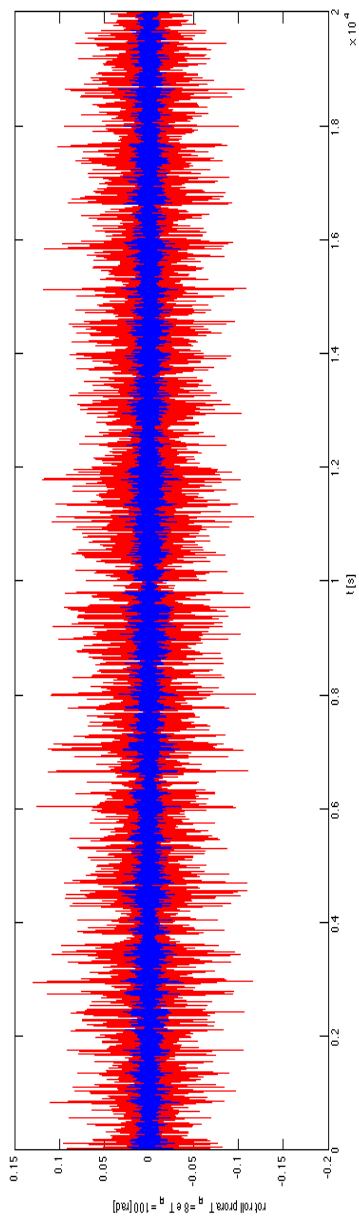


Fig.13.33: Storia temporale della rotazione di rollio [rad], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora.

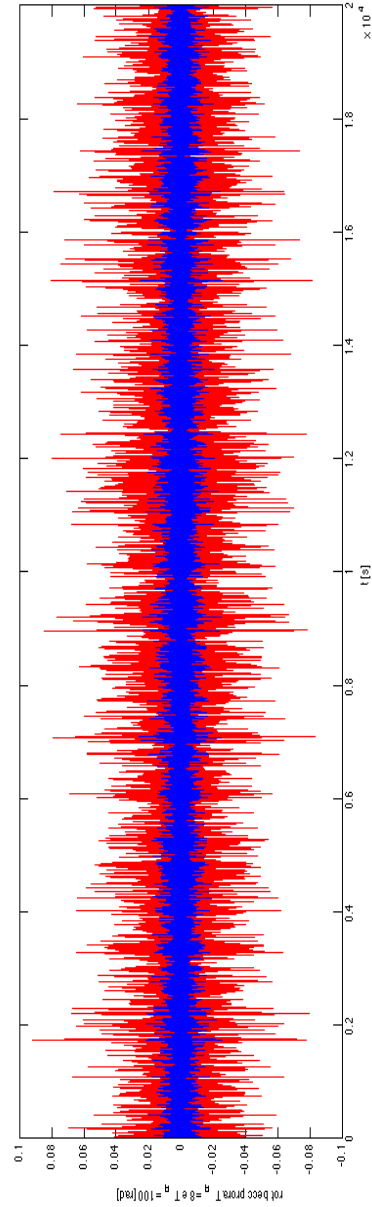


Fig.13.34: Storia temporale della rotazione di beccheggio [rad], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di prora.

Come si nota lo spettro con  $T_R = 8$  anni, Scelta 1, genera una risposta che per i moti rotazionali è decisamente maggiore di quella dello spettro a 100 anni. Per i moti traslazionali non c'è grande differenza, il che avvalorava in ogni caso la tesi formulata in precedenza.

---

### 13.3.2. Mare di poppa

Si procede con il calcolo degli spettri di accelerazione tramite la formula di combinazione:

$$S_{\text{moti, accelerazione}}(f_e, v) = \text{RAO}(f_e, v)^2 S_{\xi, B \text{ poppa}}(f_e, v),$$

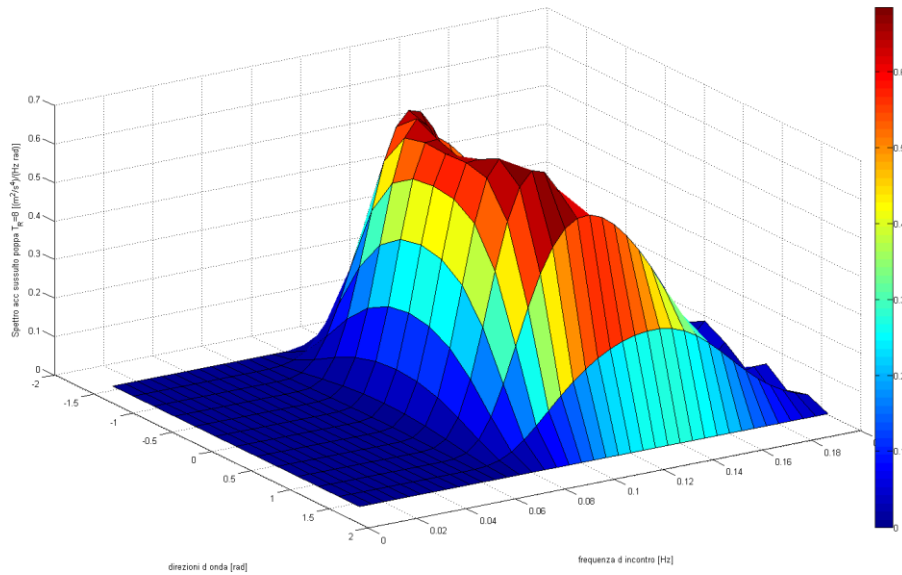
tenendo presente che i RAO cui si fa riferimento sono costruiti per le stesse direzioni dello spettro delle onde d'incontro, dunque l'intervallo delle direzioni, in gradi, è  $[-90^\circ, 90^\circ]$  (per mare di poppa).

Per creare suddetti RAO si sfrutta la simmetria laterale del natante, utilizzando quanto riportato nei grafici precedenti nell'intervallo di direzione  $[0^\circ, 90^\circ]$  e riproponendolo simmetricamente rispetto a  $0^\circ$  per coprire le direzioni  $[-90^\circ, 0^\circ]$ .

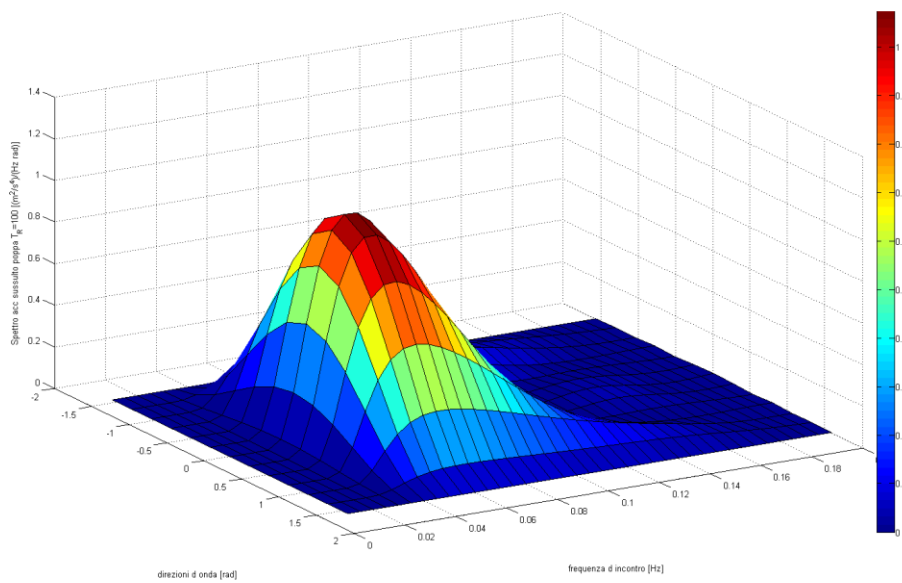
Si omettono per brevità i RAO così ottenuti, procedendo ad illustrare i risultati. Lo spettro ad 8 anni è quello più conservativo (Scelta 1).

Per quanto riguarda i massimi assoluti di rotazioni ed accelerazioni si fa riferimento al paragrafo 13.3.4, tabelle 13.1, tabelle 13.2, tabelle 13.3 rispettivamente per i tre spettri diversi scelti per  $T_R = 8$  anni (si veda paragrafo 13.1.1.).

Per quanto concerne le figure omesse si fa riferimento all'Appendice A, figure dalla A.6 ad A.10.

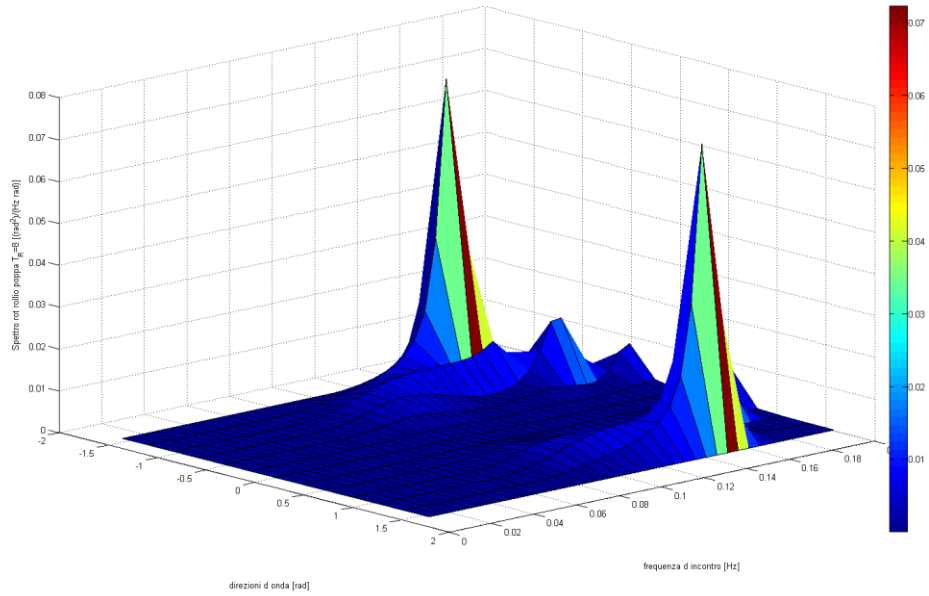


(a)

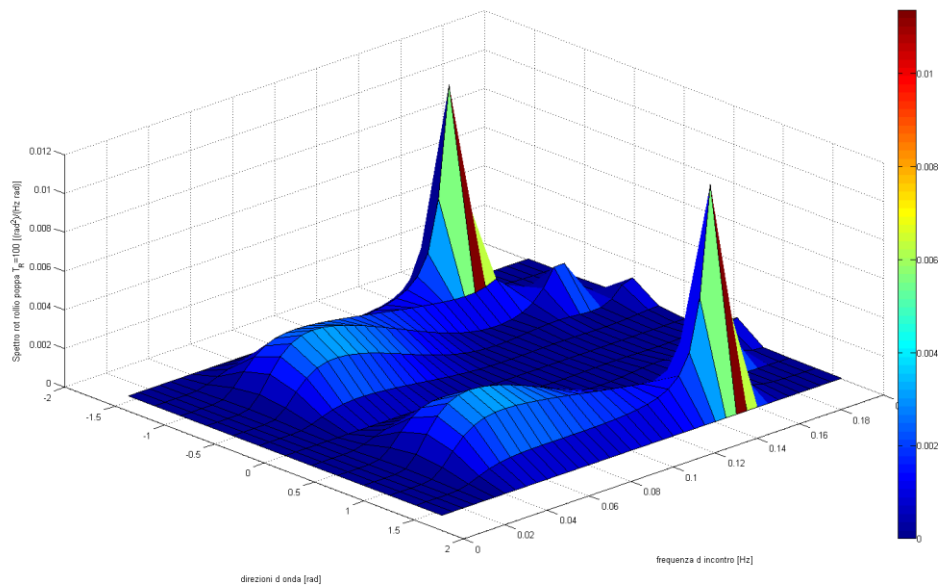


(b)

Fig.13.35: Spettro accelerazione di sussulto ( $S_{acc, z}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz rad)$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$ .



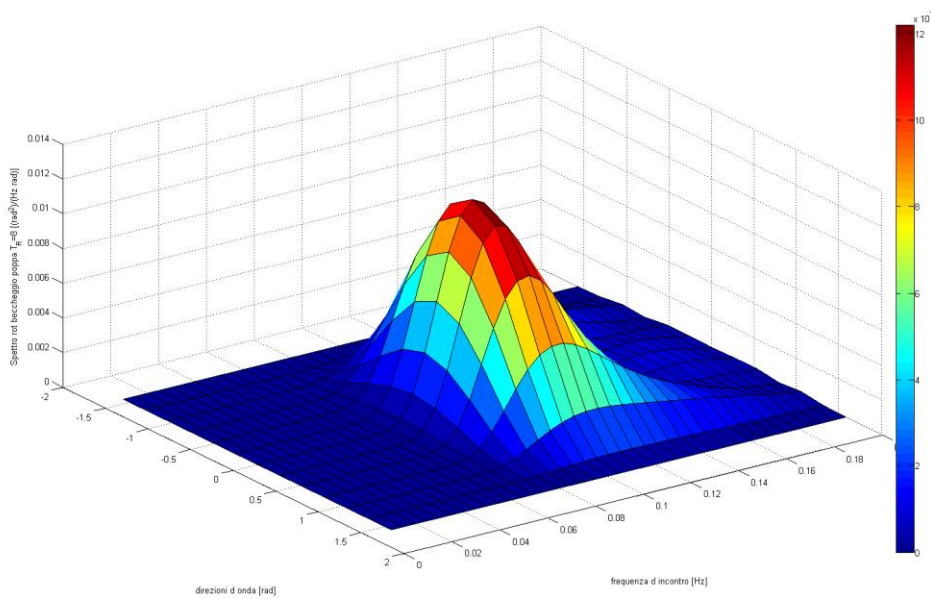
(a)



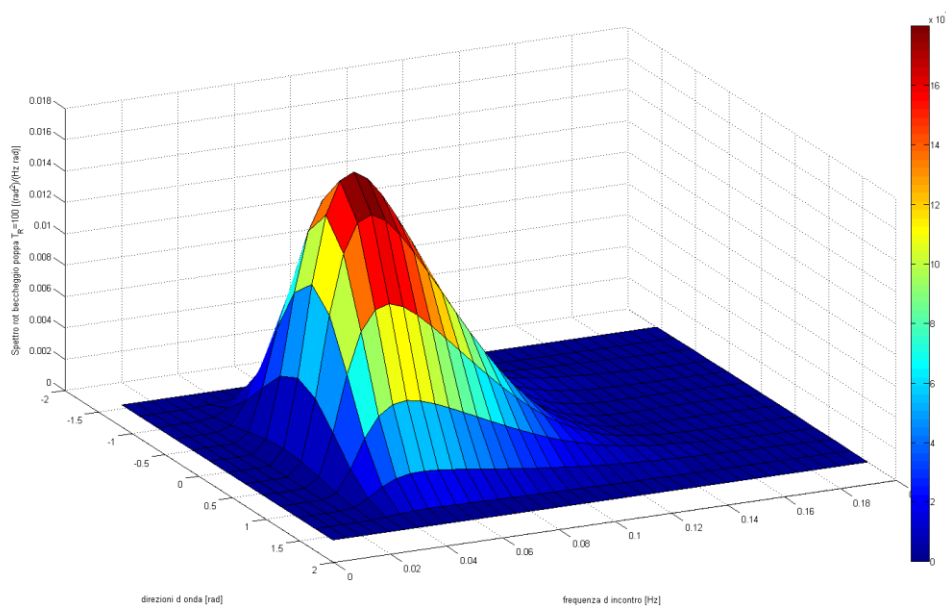
(b)

Fig.13.36: Spettro rotazione di rollio ( $S_{rot, \phi}$ ) [ $\text{rad}^2 / (\text{Hz rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$ .





(a)



(b)

Fig.13.37: Spettro rotazione di beccheggio ( $S_{rot, \theta}$ ) [ $\text{rad}^2 / (\text{Hz rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$ .

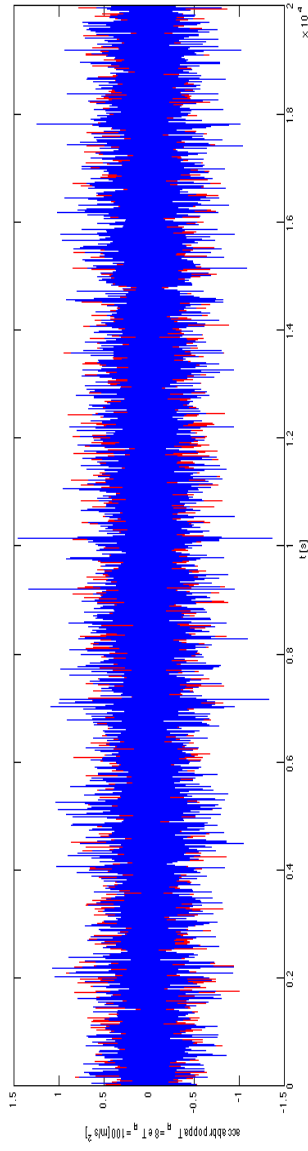


Fig.13.38: Storia temporale dell'accelerazione di abbrivio [ $m/s^2$ ], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

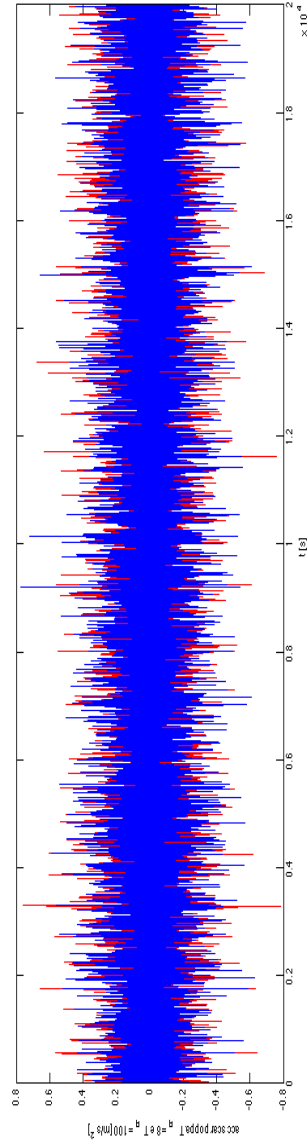


Fig.13.39: Storia temporale dell'accelerazione di scarraccio [ $m/s^2$ ], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

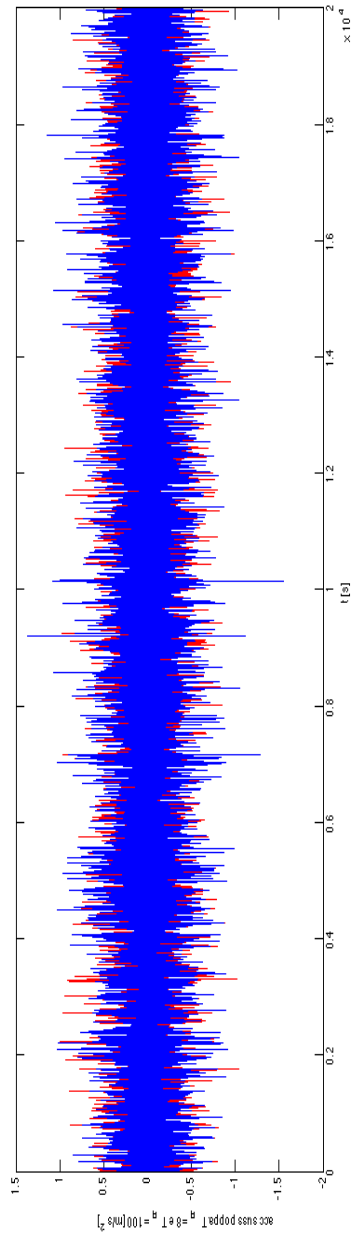


Fig.13.40: Storia temporale dell'accelerazione di sussulto [ $m/s^2$ ], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

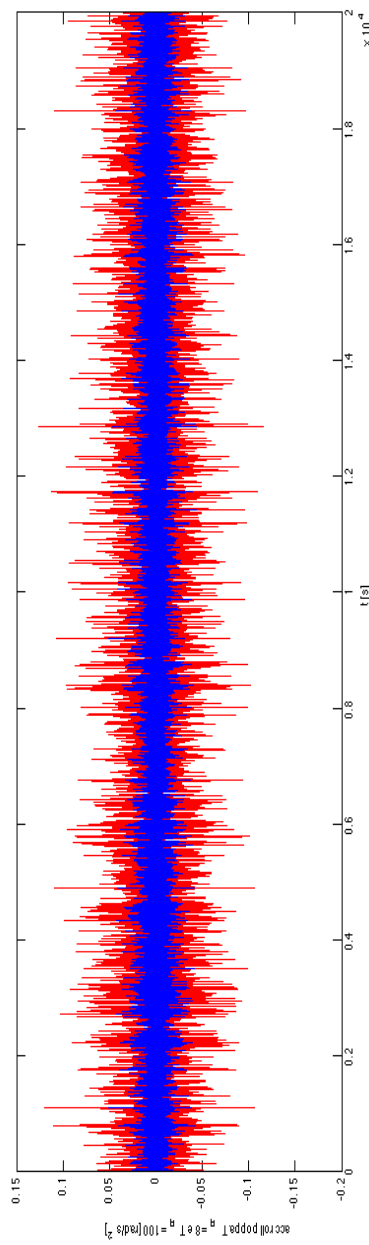


Fig.13.41: Storia temporale dell'accelerazione di rollio [ $rad/s^2$ ], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

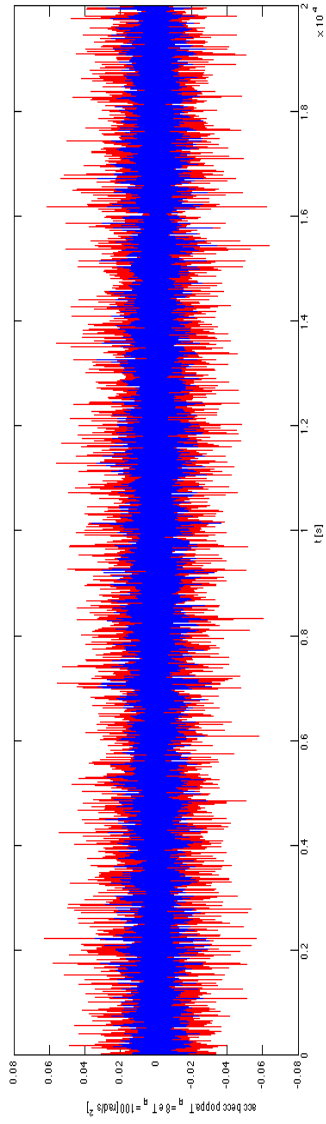


Fig.13.42: Storia temporale dell'accelerazione di beccheggio [rad/s<sup>2</sup>], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

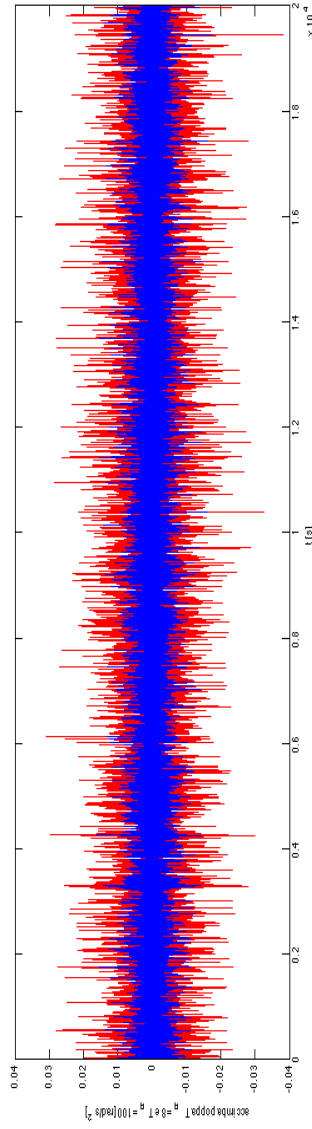


Fig.13.43: Storia temporale dell'accelerazione di imbardata [rad/s<sup>2</sup>], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

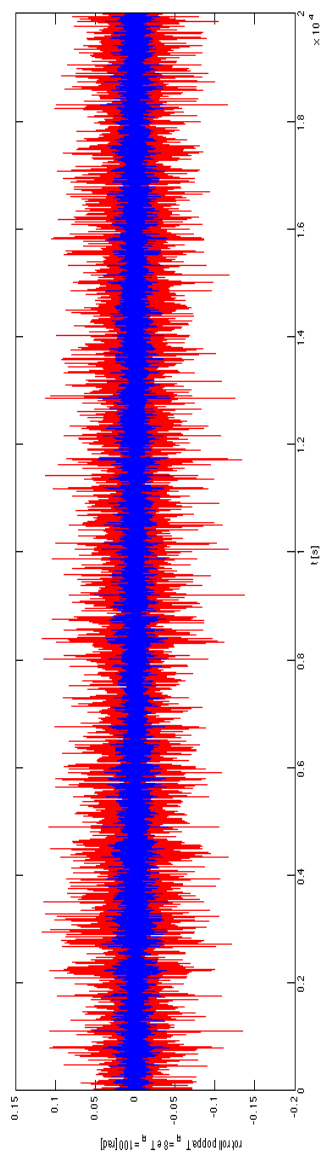


Fig.13.44: Storia temporale della rotazione di rollio [rad], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

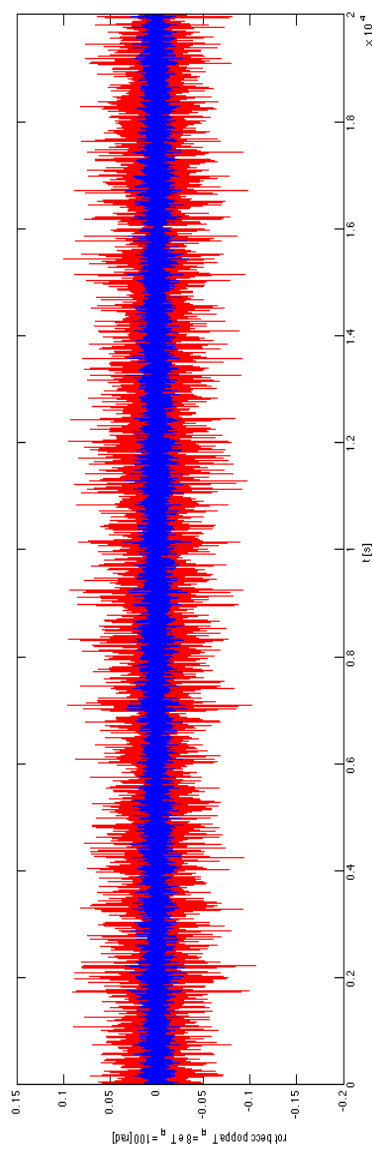


Fig.13.45: Storia temporale della rotazione di beccheggio [rad], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu) in funzione del tempo [s], per mare di poppa.

Le osservazioni sono le medesime condotte per il caso di mare di prua.

---

### 13.3.3. Mare al traverso

Si procede con il calcolo degli spettri di accelerazione tramite la formula di combinazione:

$$S_{\text{moti, accelerazione}}(f_e, \nu) = \text{RAO}(f_e, \nu)^2 S_{\zeta, B \text{ traverso}}(f_e, \nu),$$

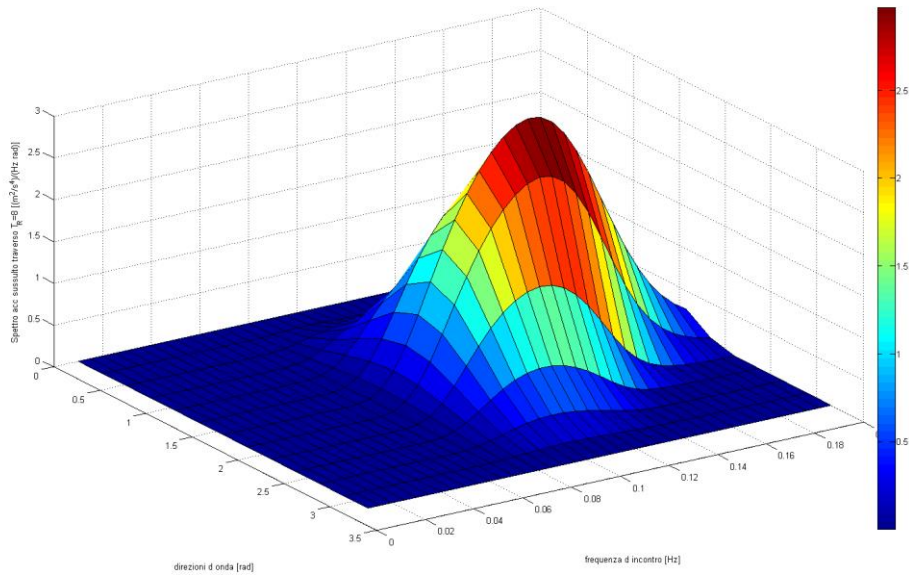
tenendo presente che i RAO cui si fa riferimento sono costruiti per le stesse direzioni dello spettro delle onde d'incontro, dunque l'intervallo delle direzioni, in gradi, è  $[0^\circ, 180^\circ]$  (per mare al traverso).

In questo caso i RAO qui utilizzati coincidono con quelli riportati nel paragrafo 13.2.

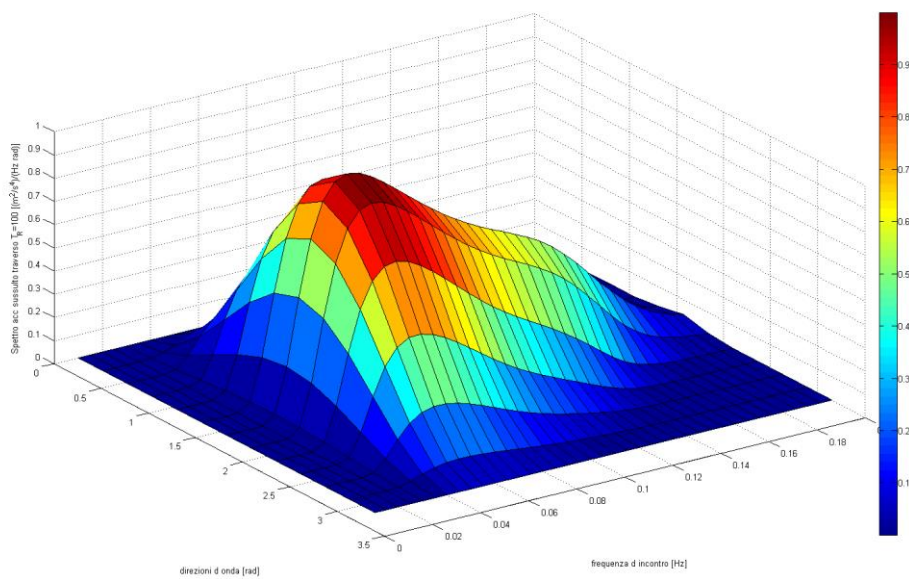
Si omettono per brevità i RAO così ottenuti, procedendo ad illustrare i risultati. Lo spettro ad 8 anni è quello più conservativo (Scelta 1).

Per quanto riguarda i massimi assoluti di rotazioni ed accelerazioni si fa riferimento al paragrafo 13.3.4, tabelle 13.1, tabelle 13.2, tabelle 13.3 rispettivamente per i tre spettri diversi scelti per  $T_R = 8$  anni (si veda paragrafo 13.1.1.).

Per quanto concerne le figure omesse si fa riferimento all'Appendice A, figure dalla A.11 ad A.15.

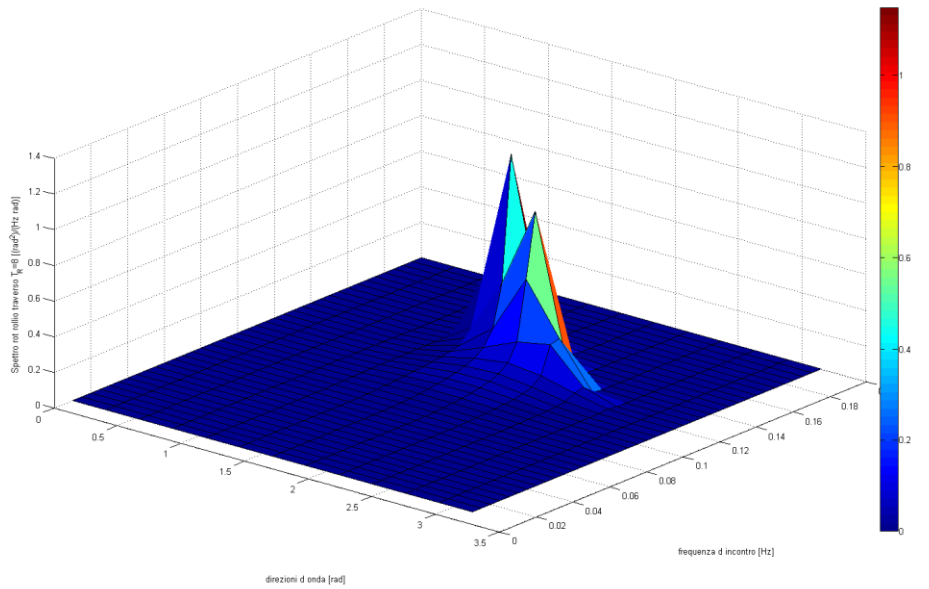


(a)

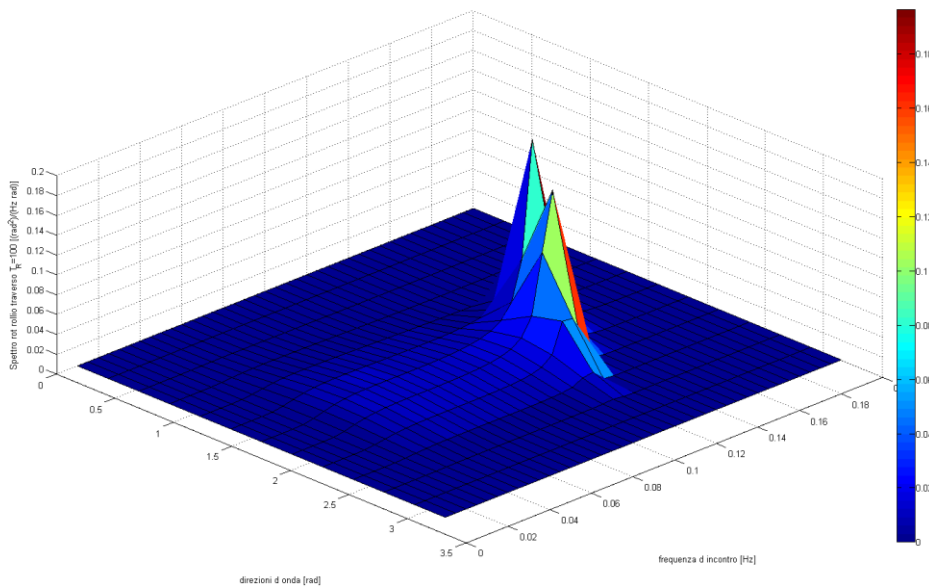


(b)

Fig.13.46: Spettro accelerazione di sussulto ( $S_{acc, z}$ ) [ $m^2/s^4/(Hz rad)$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$ .



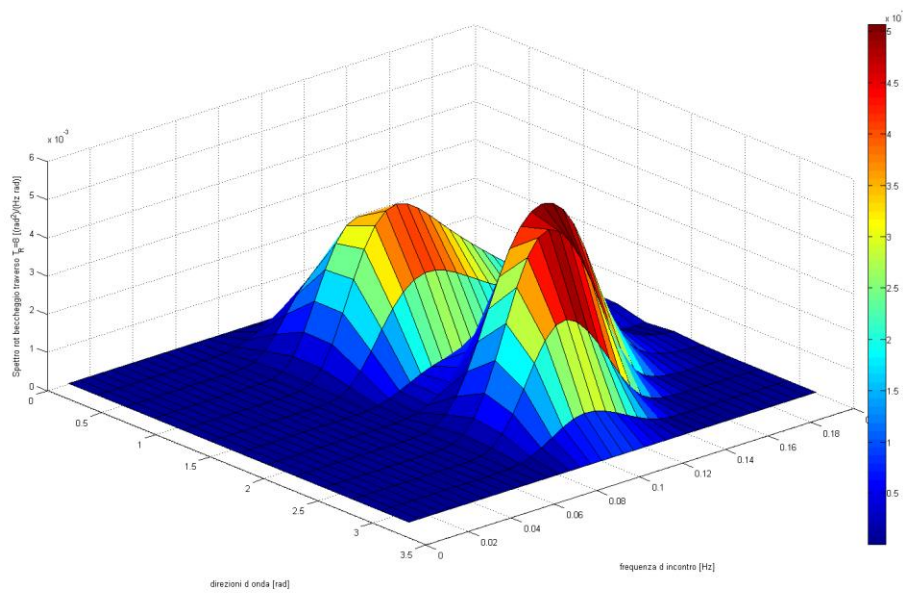
(a)



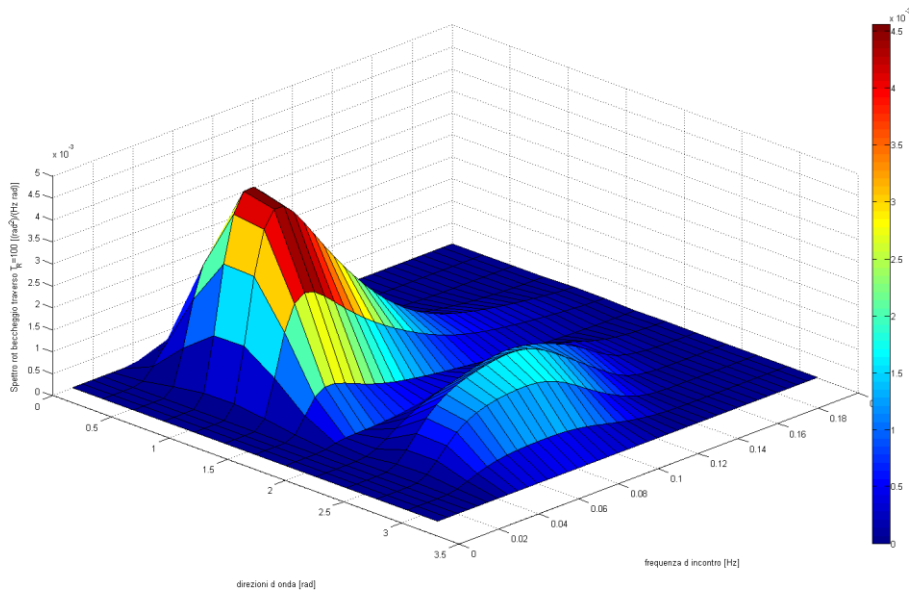
(b)

Fig.13.47: Spettro rotazione di rollio ( $S_{rot, \phi}$ ) [ $\text{rad}^2 / (\text{Hz rad})$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$ .





(a)



(b)

Fig.13.48: Spettro rotazione di beccheggio ( $S_{rot, \theta}$ ) [ $\text{rad}^2 / (\text{Hz rad})$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$ .

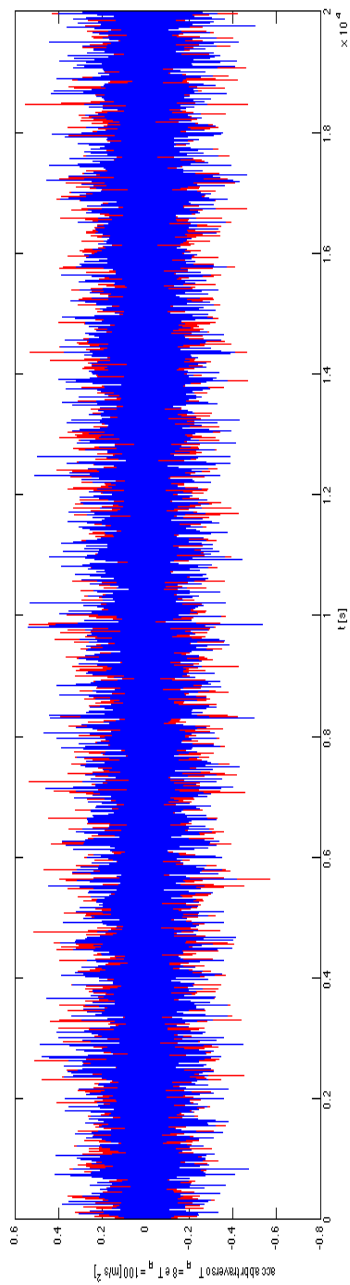


Fig.13.49: Storia temporale dell'accelerazione di abbrivio [ $m/s^2$ ], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso.

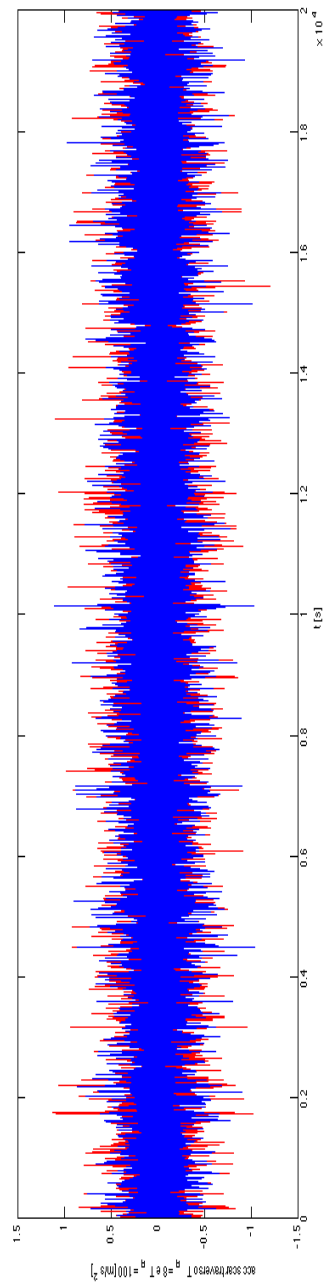


Fig.13.50: Storia temporale dell'accelerazione di scarraccio [ $m/s^2$ ], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso.

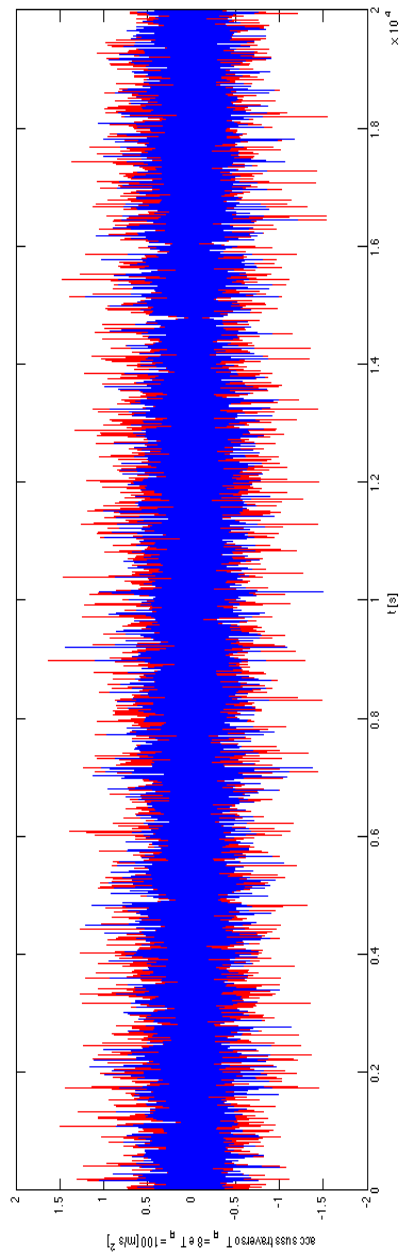


Fig.13.51: Storia temporale dell'accelerazione di sussulto [m/s<sup>2</sup>], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso.

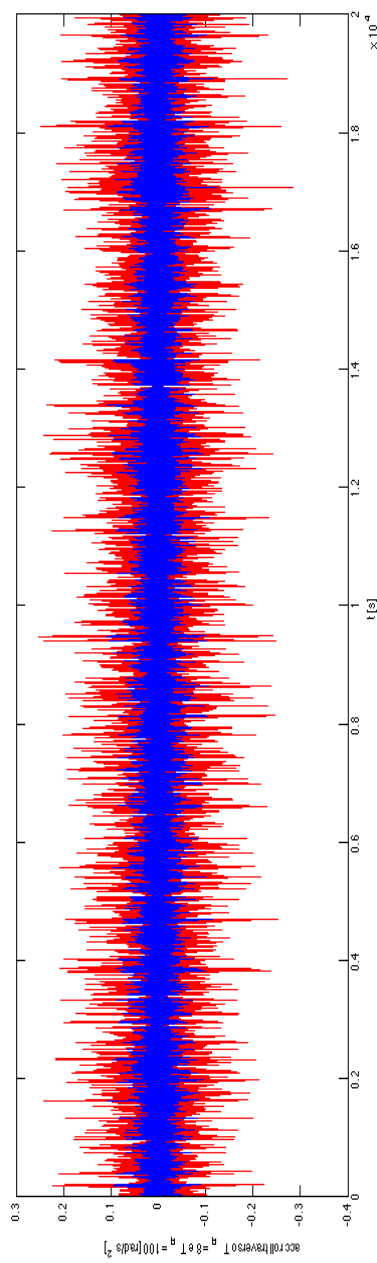


Fig.13.52: Storia temporale dell'accelerazione di rollio [rad/s<sup>2</sup>], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso.

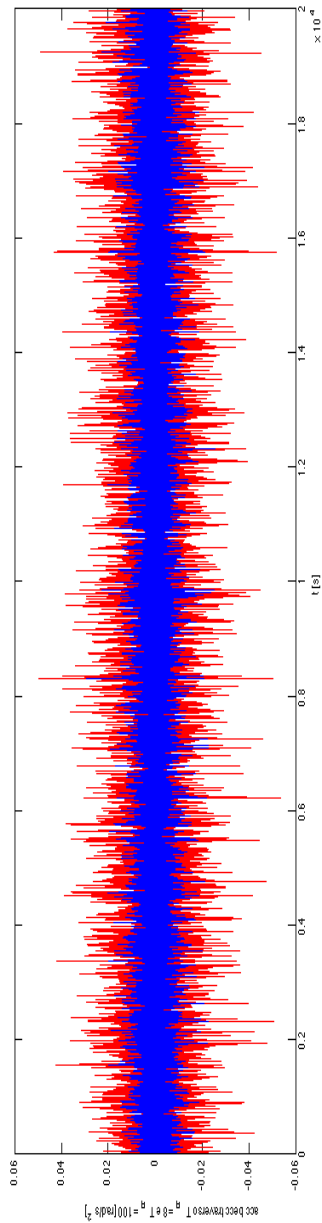


Fig.13.53: Storia temporale dell'accelerazione di beccheggio  $[\text{rad/s}^2]$ , per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo  $[s]$ , per mare al traverso.

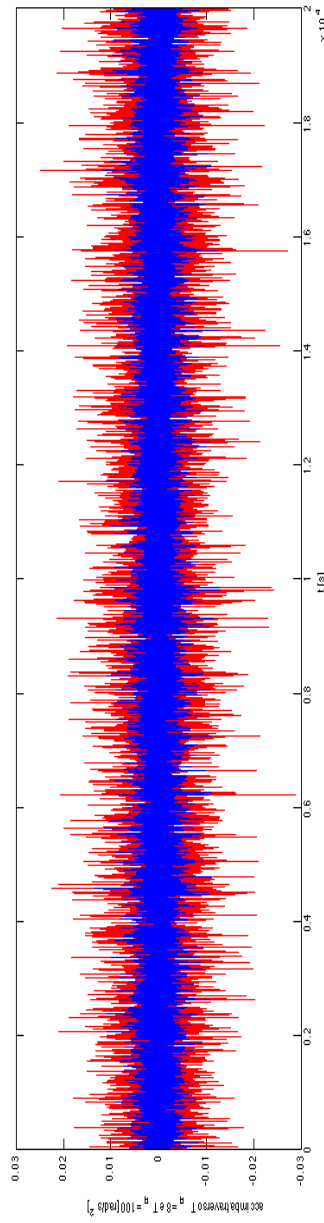


Fig.13.54: Storia temporale dell'accelerazione di imbarcata  $[\text{rad/s}^2]$ , per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo  $[s]$ , per mare al traverso.

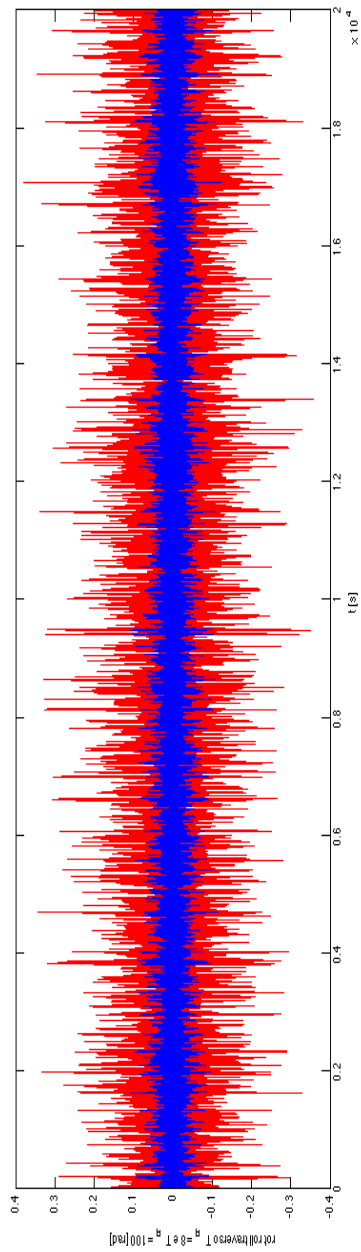


Fig.13.55: Storia temporale della rotazione di rollio [rad], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso.

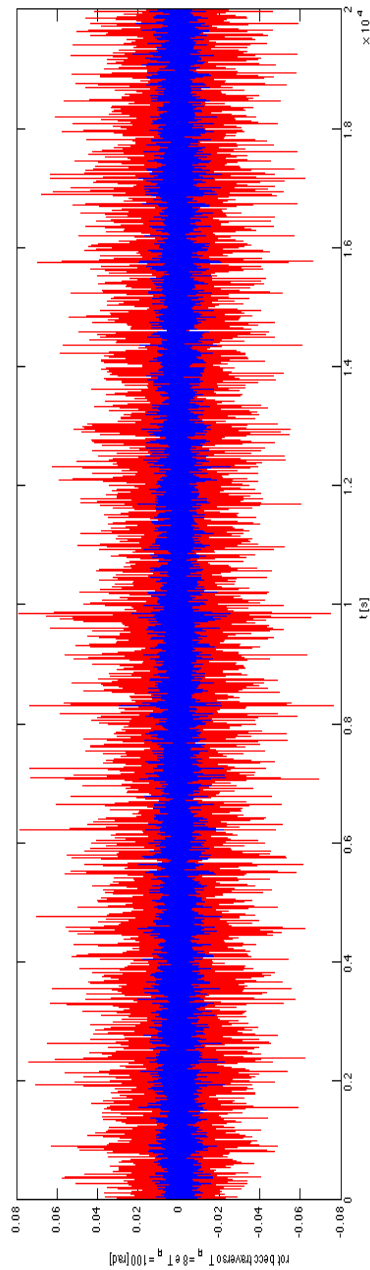


Fig.13.56: Storia temporale della rotazione di beccheggio [rad], per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (rosso) e  $T_R = 100$  anni (blu), in funzione del tempo [s], per mare al traverso.

Le osservazioni sono le medesime condotte per i mari di prua e poppa.

### 13.3.4. Massime accelerazioni e rotazioni baricentriche

Per la definizione delle Scelte dello spettro ad 8 anni si faccia riferimento al paragrafo 13.1.1.

Moto	Spettro $T_R = 8$ anni (Scelta 1)			Spettro $T_R = 100$ anni		
	Prora	Poppa	Traverso	Prora	Poppa	Traverso
$\phi_{rot} [^\circ]$	7,4	7,9	21,8	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot} [^\circ]$	5,2	6,1	4,5	5,5	9,4	4,4
$X_{acc} [m/s^2]$	0,45	1,01	0,57	0,76	1,44	0,54
$Y_{acc} [m/s^2]$	0,40	0,78	1,21	0,44	0,77	1,11
$Z_{acc} [m/s^2]$	0,85	1,04	1,63	1,28	1,55	1,49
$\phi_{acc} [rad/s^2]$	0,076	0,126	0,283	0,038	0,051	0,123
$\vartheta_{acc} [rad/s^2]$	0,047	0,064	0,054	0,026	0,037	0,029
$\Psi_{acc} [rad/s^2]$	0,015	0,039	0,029	0,009	0,018	0,014

Tab.13.1: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al baricentro del natante, con spettro per  $T_R = 8$  anni con  $T_z = 7$  s,  $H_{1/3} = 11$  m (Scelta 1).

Moto	Spettro $T_R = 8$ anni (Scelta 2)			Spettro $T_R = 100$ anni		
	Prora	Poppa	Traverso	Prora	Poppa	Traverso
$\phi_{rot} [^\circ]$	2,1	1,7	6,3	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot} [^\circ]$	1,2	1,4	1,1	5,5	9,4	4,4
$X_{acc} [m/s^2]$	0,11	0,23	0,12	0,76	1,44	0,54
$Y_{acc} [m/s^2]$	0,07	0,16	0,24	0,44	0,77	1,11
$Z_{acc} [m/s^2]$	0,20	0,24	0,38	1,28	1,55	1,49
$\phi_{acc} [rad/s^2]$	0,022	0,029	0,078	0,038	0,051	0,123
$\vartheta_{acc} [rad/s^2]$	0,010	0,004	0,013	0,026	0,037	0,029
$\Psi_{acc} [rad/s^2]$	0,003	0,007	0,007	0,009	0,018	0,014

Tab.13.2: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al baricentro del natante, con spettro per  $T_R = 8$  anni con  $T_z = 7$  s,  $H_{1/3} = 3$  m (Scelta 2).

Moto	Spettro $T_R = 8$ anni (Scelta 3)			Spettro $T_R = 100$ anni		
	Prora	Poppa	Traverso	Prora	Poppa	Traverso
$\phi_{rot} [^\circ]$	3,4	3,8	9,7	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot} [^\circ]$	3,4	4,6	2,2	5,5	9,4	4,4
$X_{acc} [m/s^2]$	0,34	0,72	0,27	0,76	1,44	0,54
$Y_{acc} [m/s^2]$	0,21	0,45	0,65	0,44	0,77	1,11
$Z_{acc} [m/s^2]$	0,58	0,73	0,87	1,28	1,55	1,49
$\phi_{acc} [rad/s^2]$	0,032	0,044	0,110	0,038	0,051	0,123
$\vartheta_{acc} [rad/s^2]$	0,023	0,033	0,021	0,026	0,037	0,029
$\Psi_{acc} [rad/s^2]$	0,007	0,017	0,011	0,009	0,018	0,014

Tab.13.3: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al baricentro del natante, con spettro per  $T_R = 8$  anni con  $T_z = 10$  s,  $H_{1/3} = 8$  m (Scelta 3).

---

Per commentare i risultati è possibile condurre un paragone sia in ciascuna tabella tra i risultati ad 8 e 100 anni di periodo di ritorno, che trasversalmente tra le tabelle per confrontare le tre Scelte di spettro ad 8 anni cui si è fatto riferimento sinora.

Per quanto riguarda il periodo di ritorno di 8 anni, si nota che le tre formulazioni di spettro generano i valori dei moti attesi: i valori di tabella 13.1 sono circa 3 volte quelli della 13.2, come si poteva attendere data la linearità del sistema insieme con il rapporto 11:3 delle  $H_{1/3}$ , mentre quelli della tabella 13.3 si collocano nel mezzo.

Si nota che i valori massimi più probabili per i moti considerati, con periodo di ritorno di 8 anni, possono essere individuati in tabella 13.3.

Per quanto concerne il paragone tra i risultati dei due periodi di ritorno, è interessante volgere da subito l'attenzione a quelli di tabella 13.1: si ha che i valori massimi dei moti angolari, sia in termini di rotazioni che di accelerazioni, sono maggiori per lo spettro ad 8 anni che a 100 anni; per i moti traslazionali i valori massimi sono simili, se non maggiori nel caso di 100 anni.

Dai risultati ottenuti si può quindi confermare la tesi iniziale: la frequenza media di sollecitazione è un parametro fondamentale tanto quanto l'altezza d'onda significativa.

## 13.4. Calcolo della risposta nel punto P

Si procede ora alla composizione delle accelerazioni per ottenere le componenti nel punto P, come descritto nel capitolo 8, che saranno poi utilizzate nelle analisi del capitolo 17.

Si fa pertanto utilizzo della matrice  $\underline{I}$ .

Si nota che si è scelto di combinare solo a questo punto le accelerazioni per non perdere le informazioni relative alla fase, cosa che sarebbe avvenuta se ad esempio si fosse scelto di combinare i RAO nel baricentro per ottenere quelli nel punto P.

Si riportano i valori massimi di accelerazioni e rotazioni di interesse in riferimento al punto P, seguendo lo schema adottato in precedenza.

Per brevità non si riportano gli andamenti delle storie temporali.

Le rotazioni di rollio e beccheggio sono utili per tener conto della componente di accelerazione di gravità in direzione del ponte.

In questo paragrafo si fa riferimento al solo modello di spettro ad 8 anni denominato Scelta 1 in quanto sarà quello di riferimento per le analisi sulla struttura, essendo il più conservativo in termini di eccitazioni fornite.

Si riportano i valori estremi dei moti indicati in riferimento al punto P.

Moto	Spettro $T_R = 8$ anni (Scelta 1)			Spettro $T_R = 100$ anni		
	Prora	Poppa	Traverso	Prora	Poppa	Traverso
$\Phi_{rot}$ [°]	7,4	7,9	21,8	5,0	5,8	12,1
$\Theta_{rot}$ [°]	5,2	6,1	4,5	5,5	9,4	4,4
$X_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,48	1,07	0,61	0,79	1,49	0,57
$Y_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,65	1,71	1,78	0,59	0,98	1,20
$Z_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2,17	3,03	2,80	1,52	2,12	1,57
$\Phi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,076	0,126	0,283	0,038	0,051	0,123
$\Theta_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,047	0,064	0,054	0,026	0,037	0,029
$\Psi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,015	0,039	0,029	0,009	0,018	0,014

Tab.13.4: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al punto P, con spettro per  $T_R = 8$  anni di Scelta 1 (più conservativo) e  $T_R = 100$  anni.

Si nota che si confermano valori massimi maggiori per lo spettro ad 8 anni rispetto a quello a 100 anni nel caso di moti angolari (d'altronde sono gli stessi della tabella 13.1).

Per quanto riguarda i moti traslazionali non si riconosce una predominanza di uno spettro rispetto all'altro, se non nel caso dell'accelerazione di sussulto per spettro ad 8 anni. Quest'ultima è figlia della combinazione con l'accelerazione angolare di beccheggio.

Questi valori sono associati a storie temporali con durata di 20000 secondi.

Nel caso delle analisi sulla struttura, per esigenze computazionali, si considera una porzione opportunamente ridotta di queste storie, pari a 1800 secondi: mezz'ora.



---

## 14. CONFRONTO CON LE NORMATIVE

Si fa riferimento alle seguenti fonti bibliografiche: da [28] a [31].

Le Normative di riferimento spaziano in tutti gli ambiti di interesse dello studio delle imbarcazioni.

Nel caso specifico si fa riferimento ai valori di spostamenti/rotazioni e accelerazioni del natante.

Le Normative analizzate sono:

1. "Guide Lines Noble & Denton for marine transportation", 2010;
2. "Rules for ships", Gennaio 2014, DNV ("Det Norske Veritas").

Si sceglie di non analizzare la normativa italiana denominata RINA, "Norme per la verifica delle sistemazioni per il trasporto di carichi concentrati sul ponte di coperta di pontoni destinati alla navigazione marittima" (Registro Italiano Navale) del 1° Giugno 1988 in quanto prevede formule semplificate in relazione ai trasporti nel solo Mare Mediterraneo.

Si procede al confronto, tenendo presente che le accelerazioni/rotazioni fornite in Normativa (sia nel caso di N&D che DNV) sono valori estremi cui il progettista può far riferimento, associati ad una probabilità di superamento molto piccola.

Non rappresentano pertanto valori massimi da non eccedere: in questo senso un confronto con i risultati delle analisi può essere molto significativo per comprendere il grado di conservatività delle Norme.

Bisogna ulteriormente precisare che tutte le quantità indicate nelle Normative sono riferite al baricentro del natante: non forniscono difatti valori di accelerazioni in punti diversi rispetto a questo, ma criteri di combinazione.

## 14.1. Noble & Denton

Si fa riferimento alle pagine 34 e seguenti.

Il testo nel punto 7.9.1 recita così:

“If neither a motions study nor model tests are performed, then for a standard configurations and subject to satisfactory marine procedures, the following motion criteria may be acceptable.”

I valori riportati di seguito sono pertanto quelli cui far riferimento nel caso non siano condotte analisi più approfondite.

Si riporta la Tabella 7-2 di pag 35:

Table 7-2 Default Motion Criteria

Nature of Transportation	Case	LOA (m)	B <sup>[1]</sup> (m)	L/B <sup>[1]</sup>	Block Coeff	Full cycle period (secs)	Single amplitude		Heave
							Roll	Pitch	
Unrestricted	1	> 140	and > 30	n/a	< 0.9	10	20°	10°	0.2 g
	2	> 76	and > 23	n/a	any	10	20°	12.5°	0.2 g
	3	≤ 76	or ≤ 23	≥ 2.5	< 0.9	10	30°	15°	0.2 g
	4				≥ 0.9		25°		
	5	≤ 76	or ≤ 23	< 2.5	< 0.9	10	30°	30°	0.2 g
	6				≥ 0.9		25°	25°	
Weather restricted operations in non-benign areas for a duration <24 hours (see Section 7.9.2 d. For L/B < 1.4 use unrestricted case.	7	any		≥ 2.5	any	10	10°	5°	0.1 g
	8	any		< 2.5, ≥ 1.4	any	10	10°	10°	0.1 g
Weather restricted operations in benign areas (see Section 7.9.2.e). For L/B < 1.4 use unrestricted case.	9	any		≥ 2.5	any	10	5°	2.5°	0.1 g
	10	any		< 2.5, ≥ 1.4	any	10	5°	5°	0.1 g
Inland and sheltered water transportations (see Section 7.9.2.f). For L/B < 1.4 use unrestricted case.	11	any		≥ 1.4	any	Static	Equivalent to 0.1 g in both directions		0.0
Independent leg jack-ups, ocean tow on own hull.	12	n/a	> 23	< 1.4	n/a	10	20°	20°	0.0
Independent leg jack-ups, 24-hour or location move.	13	n/a	> 23	< 1.4	n/a	10	10°	10°	0.0
Mat-type jack-ups, ocean tow on own hull.	14	n/a	> 23	< 1.4	n/a	13	16°	16°	0.0
Mat-type jack-ups, 24-hour or location move.	15	n/a	> 23	< 1.4	n/a	13	8°	8°	0.0

[1] B = maximum moulded waterline breadth, L = waterline length. n/a = not applicable

Block coefficient = 0.9 is the cut-off between barge-shaped hulls (>0.9) and ship-shaped hulls.

*Fig.14.1: Indicazioni N&D  
su rotazione di rollio (roll) e beccheggio (pitch) e accelerazione di sussulto (heave),  
in funzione delle caratteristiche del natante.*

---

Per comprendere l'utilizzo della tabella è necessario spiegare le entrate sia in riga che in colonna.

Partendo dalla colonna si ha:

1 <sup>a</sup> riga	nessuna limitazione.
2 <sup>a</sup> riga	caso di condizioni non favorevoli, il viaggio è concesso fino al livello 5 della Scala di Beaufort.
3 <sup>a</sup> riga	caso di condizioni favorevoli, viaggi di durata limitata. Per precisazioni maggiori bisogna far riferimento all'apposito ufficio GL N&D analizzando il tipo di natante, la rotta e le condizioni metereologiche incontrate.
4 <sup>a</sup> riga	caso di acque chiuse.
5 <sup>o</sup> - 8 <sup>a</sup> riga	caso di piattaforme mobili di vario tipo.

Per quanto concerne la riga superiore:

LOA	[m]	Lenght Over All	è la lunghezza massima del natante, che in questo caso coincide con la lunghezza media, ed è pari a LOA = 91 m.
B	[m]	Beam	come da legenda indica lo spessore dello scafo, B = 27 m.
L	[m]	waterline lenght	L = 88,5 m.
Block Coeff	[/]		rapporto tra l'area della sezione trasversale del natante e la sezione rettangolare che la racchiude. In questo caso: Block Coeff = 1.
Full cicle p.	[s]	T [s]	periodo
Roll	[°]	rollio	angolo di rollio.
Pitch	[°]	beccheggio	angolo di beccheggio.
Heave	[m/s <sup>2</sup> ]	sussulto	accelerazione di sussulto.

Si nota che  $L/B = 3,28$ .

---

In relazione a quanto descritto sinora si nota che i casi di interesse per questa trattazione sono:

Caso 2: "Unrestricted".

LOA	> 76 m	contro	LOA	= 91 m;
B	> 23 m	contro	B	= 27 m;
L/B	n/a	contro	L/B	= 3,28;
Block Coeff	any	contro	B. C.	= 1;

$$\phi_{rot} = 20^\circ, \vartheta_{rot} = 12,5^\circ, \zeta_{acc} = 0,2 \quad g = 1,962 \text{ m/s}^2, T = 10 \text{ s.}$$

I requisiti di applicazione sono tutti rispettati, si nota che anche in termini di periodo si ha somiglianza di valori: le analisi effettuate sono caratterizzate all'incirca da un valore simile.

Si potrebbe fare riferimento alle condizioni descritte nei casi 7, 9, ma essendo le eccitazioni descritte minori di quelle del caso 2 si sceglie di non considerarle.

Si paragonano le indicazioni di Normativa ai risultati delle analisi precedenti, facendo riferimento ai valori relativi al **baricentro del natante**, non essendo specificato altrimenti sulla Normativa. Si riportano inoltre le tre tipologie di Spettro ad 8 anni analizzate.

	N&D	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 1) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	20	0,0	0,0	39,8	7,4	7,8	21,8	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot}$ [°]	10	7,7	8,7	0,0	5,2	6,1	4,5	5,4	9,4	4,4
$\zeta_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,96	1,26	0,82	1,11	0,85	1,04	1,63	1,28	1,55	1,49

Tab.14.1: Confronto tra GL N&D e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro  $T_R = 8$  anni di Scelta 1).

	N&D	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 2) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	20	0,0	0,0	39,8	2,1	1,7	6,3	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot}$ [°]	10	7,7	8,7	0,0	1,2	1,4	1,1	5,4	9,4	4,4
$\zeta_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,96	1,26	0,82	1,11	0,20	0,24	0,38	1,28	1,55	1,49

Tab.14.2: Confronto tra GL N&D e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro  $T_R = 8$  anni di Scelta 2).

	N&D	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 3) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	20	0,0	0,0	39,8	3,4	3,8	9,7	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot}$ [°]	10	7,7	8,7	0,0	3,4	4,6	2,2	5,4	9,4	4,4
$\zeta_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,96	1,26	0,82	1,11	0,58	0,73	0,87	1,28	1,55	1,49

Tab.14.3: Confronto tra GL N&D e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro  $T_R = 8$  anni di Scelta 3).

Analizzando i soli risultati per mare ad onde regolari, si nota che i valori massimi calcolati nelle analisi precedenti sono in buon accordo con quelli forniti da Normativa, eccetto la rotazione di rollio che risulta decisamente maggiore.

Al riguardo, si può affermare che tali risultati sono rappresentativi di condizioni di mare eccessivamente severe per i moti in esame e alquanto irrealistiche: l'energia dell'onda è tutta concentrata in una sola frequenza.

---

Per quanto concerne la rotazione di rollio, pur se risultato di un mare al traverso con altezza d'onda moderata, si può affermare che il valore indicato non si raggiungerà praticamente mai: il comandante esperto saprà opportunamente modificare la rotta, anche in favore dell'altezza d'onda moderata.

Inoltre il valore calcolato non prevede alcun dispositivo anti-rollio.

Si conclude così che i valori massimi hanno solo interesse di studio, ma poca rilevanza pratica.

Si volge pertanto l'attenzione verso il paragone con i mari a cresta corta, onde irregolari, i quali sono decisamente più fedeli alla realtà.

Anche qui si deve distinguere tra le tre Scelte di spettro con tempo di ritorno di 8 anni.

A tal proposito, il dato interessante è quello di tabella 14.1, nella quale si evidenzia che lo spettro di Scelta 1 comporta valori massimi per i moti prossimi, e nel caso della rotazione di beccheggio addirittura superiori, a quelli indicati da Normativa.

Ciò conferma la formulazione estremamente conservativa del suddetto modello di spettro.

Si ha infatti che gli altri valori, spettri ad 8 anni delle tabelle 14.2 e 14.3 e spettri a 100 anni delle tabelle 14.1, 14.2 e 14.3, sono minori di quelli da Normativa.

In ogni caso per le analisi sulla struttura si farà riferimento a quelle di Scelta 1.

È da tener presente che la Normativa non dà indicazioni al riguardo degli altri moti, che non sono trascurabili alla luce delle analisi precedentemente condotte.

Si può concludere che le GL Noble & Denton riportano valori che in generale sono sufficientemente a favore di sicurezza, peccano però in quanto non riportano indicazioni relative alla direzione predominante del mare cui fanno riferimento i dati indicati, nè come già detto alla presenza delle altre cinque componenti di accelerazione di interesse, oltre a quella di sussulto.

---

## 14.2. Det Norske Veritas

Si fa riferimento alla edizione di Gennaio 2014, “Rules for Ships”, Parte 3, Capitolo 1, Sezione 4: “Design loads”, Punto B: “Ship motions and accelerations”.

Questa Normativa fornisce delle formule che permettono il calcolo delle accelerazioni di abbrivio, scarroccio ed imbardata combinate, sussulto, rollio e beccheggio, degli ultimi due fornisce anche indicazioni per il calcolo della rotazione.

I valori risultato dell’applicazione delle formule sono quelli estremi, cioè quelli con probabilità di superamento minore di  $10^{-8}$ .

Si nota che nella combinazione delle accelerazioni tale Normativa considera tutte le componenti come indipendenti, pertanto le combina con una formula del tipo radice quadrata della somma dei quadrati.

Questa procedura non è stata utilizzata nelle analisi precedenti in quanto si avevano precise informazioni riguardanti la fase tra i moti.

---

### 14.2.1. Parametri base

Si definiscono i seguenti parametri:

L	= 88,50 m	lunghezza linea di galleggiamento,
B	= 27,00 m	larghezza natante,
V	= 5,00 nodi	velocità di avanzamento, da inserire in nodi,
$g_0$	= 9,81 m/s <sup>2</sup>	accelerazione di gravità,
$C_B$	= 1	block coefficient,
GM	= 15,60 m	altezza metacentrica trasversale, dal capitolo 6.

Si definisce il coefficiente  $C_w$ , coefficiente d'onda che relaziona accelerazione con l'azione esercitata dall'onda:

$$C_w = 0,0792 L = 7,01.$$

Si definisce un parametro di accelerazione:

$$a_0 = 3C_w/L + C_v C_{v1},$$

con

$$C_v = \sqrt{L}/50 = 0,188$$

$$C_{v1} = V/\sqrt{L} = 0,53, \text{ il minimo deve essere } 0,8 \text{ pertanto } C_{v1} = 0,8.$$

Si ha:

$$a_0 = 3C_w/L + C_v C_{v1} = 0,388.$$



---

## 14.2.2. Accelerazioni di abbrivio, scarroccio/imbardata, sussulto

L'accelerazione di abbrivio è data dalla seguente formula:

$$a_x = 0,2 g_0 a_0 \sqrt{C_B} = 0,76 \text{ m/s}^2.$$

L'accelerazione di scarroccio/imbardata è data da un'unica formula, si considerano difatti combinate:

$$a_{y\epsilon\psi} = 0,3 g_0 a_0 = 1,14 \text{ m/s}^2.$$

Per l'accelerazione di sussulto:

$$a_z = 0,7 g_0 a_0 / \sqrt{C_B} = 2,66 \text{ m/s}^2.$$

---

### 14.2.3. Rotazione ed accelerazione di rollio

Per quanto concerne la rotazione di rollio la formula di riferimento è la seguente:

$$\phi = 50 c / (B + 75),$$

dove:

$$c = (1,25 - 0,025 T_R) k,$$

$$k = 1,2 \quad \text{supponendo che non ci siano supporti di smorzamento dinamico attivi, in modo tale da poter paragonare tale valore con i risultati numerici calcolati,}$$

$$T_R = 2 k_r / \sqrt{GM},$$

$$k_r = 9,96 \text{ m, raggio giratore per il moto di rollio in m (} k_{xx} \text{).}$$

Dunque si ha:

$$T_R = 2 k_r / \sqrt{GM} = 5,04 \text{ s,}$$

$$c = (1,25 - 0,025 T_R) k = 1,35.$$

Per quanto concerne la rotazione di rollio:

$$\phi = 50 c / (B + 75) = 0,661 \text{ rad} = 37,9^\circ.$$

L'accelerazione tangenziale di rollio in riferimento al baricentro si calcola tramite la formula:

$$a_{\phi, \text{tang}} = \phi (2\pi/T_R)^2 R_R,$$

è di interesse l'accelerazione angolare, quindi si fa riferimento a:

$$a_{\phi} = \phi (2\pi/T_R)^2 = 1,027 \text{ rad/s}^2.$$

---

#### 14.2.4. Rotazione ed accelerazione di beccheggio

L'angolo di rotazione di beccheggio è dato dalla formula:

$$\vartheta = 0,25 a_0 / C_B = 0,097 \text{ rad} = 5,558^\circ.$$

L'accelerazione tangenziale di beccheggio:

$$a_{\vartheta, \text{tang}} = \vartheta (2\pi/T_p)^2 R_p,$$

con:

$$T_p = 1,8 \sqrt{L/g_0} = 5,4 \text{ s}.$$

Volendo calcolare l'accelerazione angolare di beccheggio si ha:

$$a_{\vartheta} = \vartheta (2\pi/T_p)^2 = 0,131 \text{ rad/s}^2.$$

### 14.2.5. Confronto tra Normativa DNV e analisi precedenti

Si riportano i valori a confronto: anche qui si fa riferimento alle tre scelte di spettro ad 8 anni.

Si nota che l'accelerazione combinata di scarroccio e imbardata fornita in Normativa viene confrontata con l'accelerazione di imbardata in quanto non è specificato il punto di riferimento di calcolo. Si trascura pertanto l'eventuale contributo di accelerazione di imbardata.

	DNV	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 1) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	37,9	0,0	0,0	39,8	7,4	7,9	21,8	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot}$ [°]	5,6	7,7	8,7	0,0	5,2	6,1	4,5	5,4	9,4	4,4
$X_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,76	0,92	1,09	0,00	0,45	1,01	0,57	0,76	1,44	0,54
$Y_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,14	0,00	0,00	0,50	0,40	0,78	1,21	0,44	0,77	1,11
$Z_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2,66	1,26	0,82	1,11	0,85	1,04	1,63	1,28	1,55	1,49
$\phi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	1,027	0,000	0,000	0,536	0,076	0,126	0,283	0,038	0,051	0,123
$\vartheta_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,131	0,072	0,038	0,000	0,047	0,064	0,054	0,026	0,037	0,029

Tab.14.4: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro  $T_R = 8$  anni di Scelta 1).

	DNV	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 2) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	37,9	0,0	0,0	39,8	2,1	1,7	6,3	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot}$ [°]	5,6	7,7	8,7	0,0	1,2	1,4	1,1	5,4	9,4	4,4
$X_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,76	0,92	1,09	0,00	0,11	0,23	0,12	0,76	1,44	0,54
$Y_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,14	0,00	0,00	0,50	0,07	0,16	0,24	0,44	0,77	1,11
$Z_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2,66	1,26	0,82	1,11	0,20	0,24	0,38	1,28	1,55	1,49
$\phi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	1,027	0,000	0,000	0,536	0,022	0,029	0,078	0,038	0,051	0,123
$\vartheta_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,131	0,072	0,038	0,000	0,010	0,004	0,013	0,026	0,037	0,029

Tab.14.5: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro  $T_R = 8$  anni di Scelta 2).

	DNV	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 3) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	37,9	0,0	0,0	39,8	3,4	3,8	9,7	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot}$ [°]	5,6	7,7	8,7	0,0	3,4	4,6	2,2	5,4	9,4	4,4
$X_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,76	0,92	1,09	0,00	0,34	0,72	0,27	0,76	1,44	0,54
$Y_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,14	0,00	0,00	0,50	0,21	0,45	0,65	0,44	0,77	1,11
$Z_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2,66	1,26	0,82	1,11	0,58	0,73	0,87	1,28	1,55	1,49
$\phi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	1,027	0,000	0,000	0,536	0,032	0,044	0,110	0,038	0,051	0,123
$\vartheta_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,131	0,072	0,038	0,000	0,023	0,033	0,021	0,026	0,037	0,029

Tab.14.6: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate (con spettro  $T_R = 8$  anni di Scelta 3).

Una caratteristica di questa Normativa è quella di ricavare tramite formule che tengono conto della geometria del natante le caratteristiche di eccitazione dei moti: ciò la rende sicuramente più fedele alla realtà di quanto sia la N&D.

Si nota a tal proposito che il valore di rotazione di rollio per onde regolari, che nel caso di N&D era circa il doppio di quello indicato in Normativa, ora è in linea con quanto indicato.

Per quanto concerne la rotazione di beccheggio si ha una diminuzione di circa il 50% del valore indicato in Normativa e ciò comporta l'aumento delle analisi che superano tale suggerimento.

Procedendo come nelle situazioni precedenti con un confronto strutturato, si può affermare che anche in questo caso la Scelta 1 dello spettro con  $T_R = 8$  anni risulta molto conservativa, al punto da superare i valori massimi indicati in Norma: si nota che ciò non accade per le altre due scelte di spettro.

Si ha invece per quanto concerne lo spettro a 100 anni un valore circa doppio di rotazione di beccheggio per mare di poppa rispetto a quella riportata dalla Normativa, valore che era perfettamente in linea con quello della N&D.

Si può concludere che la DNV risulta sicuramente più dettagliata della N&D, calcolando i valori massimi dei moti in base a formule che si riferiscono alla geometria del natante.

È pur vero che alcuni valori sono forse eccessivamente a favore di sicurezza, come ad esempio la rotazione di rollio (qui confermata dal dato di analisi per onde regolari al traverso figlio di ipotesi poco conformi alla realtà) e l'accelerazione di rollio.

---

Si riporta una tabella con i valori a confronto delle due Normative:

	N&D	DNV	Differenza %
$\phi_{rot}$ [°]	20,0	37,9	47,3
$\vartheta_{rot}$ [°]	10,0	5,6	-79,9
$X_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	nd	0,76	nd
$Y_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	nd	1,14	nd
$\zeta_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,96	2,66	26,3
$\phi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	nd	1,027	nd
$\vartheta_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	nd	0,131	nd

Tab.14.7: Confronto tra GL N&D e DNV rispetto al valore DNV.

---

## 15. MODULI TRASPORTATI SENZA PRIMO PIANO

Si procede alla descrizione del secondo modello, ripercorrendo in modo sintetico i passi seguiti in precedenza.

Questo modello è caratterizzato dall'assenza del primo piano per ciascun modulo trasportato: tale scelta è stata condotta per cercare di limitare l'altezza metacentrica trasversale in favore di una maggiore stabilità del corpo e dunque di eccitazioni dinamiche, in termini di valori massimi dei moti, minori.

### 15.1. Caratteristiche corpo rigido

Le caratteristiche geometriche e di massa della chiatta rimangono invariate.

Si riporta la nuova geometria dei moduli:

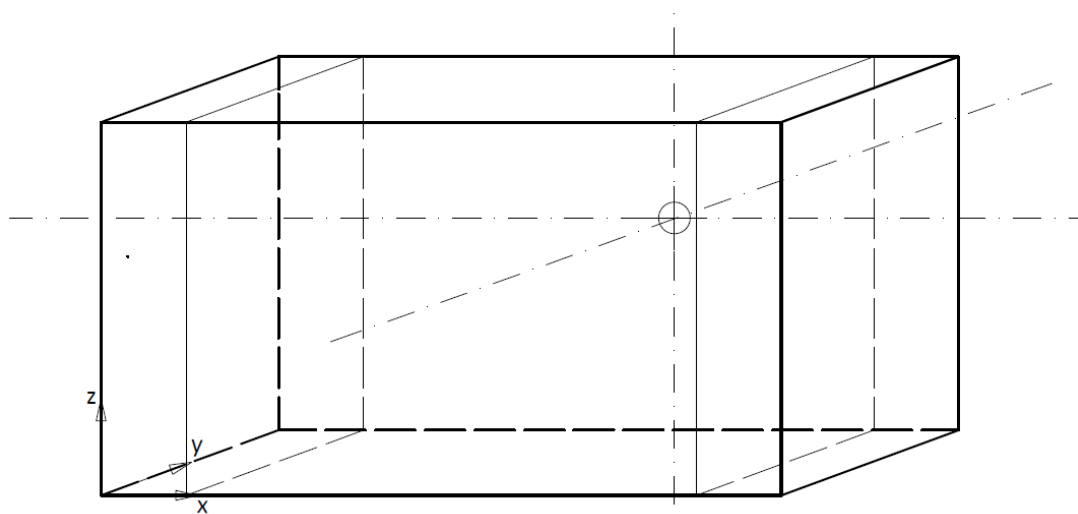


Fig.15.1: Schema semplificato modulo.

In riferimento agli assi riportati in figura si ha:

dimensione lungo asse x:	$l_x = 24,00 \text{ m};$
dimensione lungo asse y:	$l_y = 8,00 \text{ m};$
dimensione lungo asse z:	$l_z = 13,10 \text{ m}.$

Il modello semplificato di massa associato è schematizzato nella figura seguente:

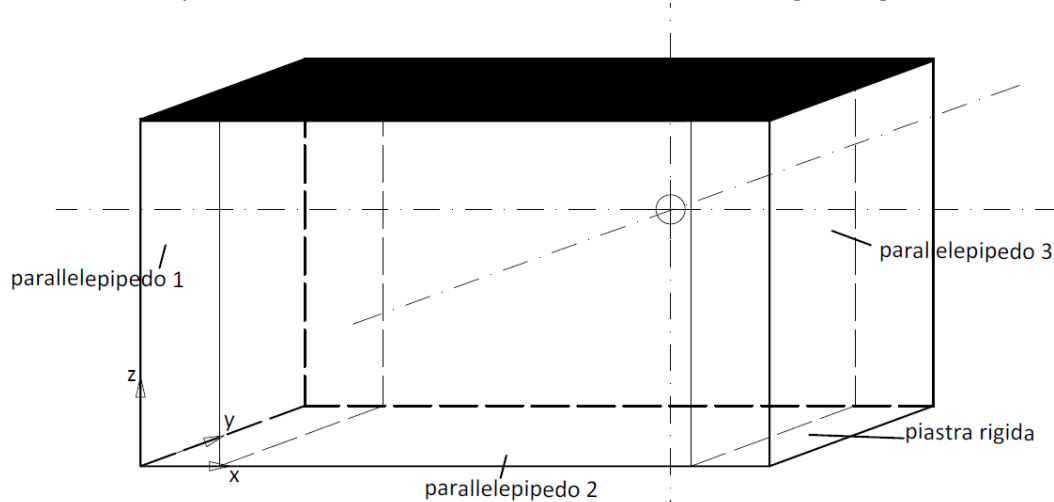


Fig.15.2: Modello semplificato per il calcolo delle masse.

La massa totale del modulo è pari a:

$$M_{\text{modulo}} = 230 \text{ ton.}$$

La posizione del baricentro:

$$x_{G,\text{modulo}} = 17,06 \text{ m}; y_{G,\text{modulo}} = 4,00 \text{ m}; z_{G,\text{modulo}} = 8,60 \text{ m.}$$

I suoi momenti di inerzia, in riferimento al proprio baricentro sono:

$$\begin{aligned} J_{x,\text{modulo}} &= 5562015 \text{ kgm}^2; \\ J_{y,\text{modulo}} &= 18265666 \text{ kgm}^2; \\ J_{z,\text{modulo}} &= 13785020 \text{ kgm}^2. \end{aligned}$$

Per quanto concerne il riempimento d'acqua esso segue lo stesso criterio riportato in precedenza.

La massa totale di acqua aggiunta è pari a:

$$M_{\text{acqua aggiunta}} = 3375 \text{ ton,}$$

Per una massa totale del natante pari a circa:

$$M_{\text{tot}} = 7000 \text{ ton.}$$



La disposizione è quella riportata in figura:

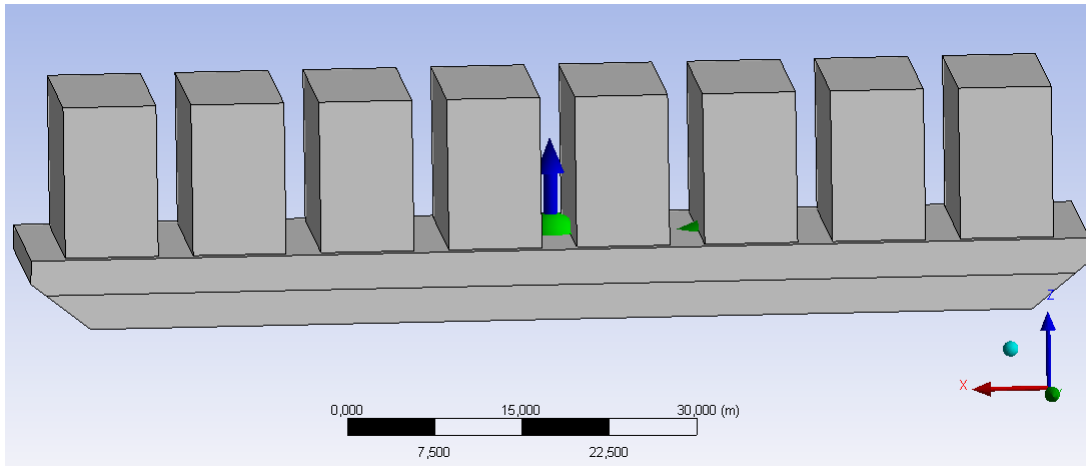


Fig.15.3: Chiatta e disposizione moduli.

Il baricentro del natante si colloca in:

$$x_{G, \text{globale}} = 43,49 \text{ m}; y_{G, \text{globale}} = 0 \text{ m}; z_{G, \text{globale}} = 5,20 \text{ m}.$$

Sommando tutti i contributi e riferendoli al baricentro del natante si hanno i seguenti momenti di inerzia di massa:

$$\begin{aligned} J_{x, \text{tot}} &= 476048268 \text{ kgm}^2; \\ J_{y, \text{tot}} &= 4180760313 \text{ kgm}^2; \\ J_{z, \text{tot}} &= 4118221842 \text{ kgm}^2, \end{aligned}$$

i quali risultano minori di quelli del modello precedente (Tab 4.4), specialmente per il rollio.

Si riportano le caratteristiche di equilibrio idrostatico del natante, in riferimento al piano di galleggiamento, che si colloca dalla chiglia della chiatta a:  $z_{\text{piano gall}} = 3,00 \text{ m}$ :

centro di galleggiamento:  $x_{B, \text{tot}} = 0 \text{ m}; y_{B, \text{tot}} = 0 \text{ m}; z_{B, \text{tot}} = -1,47 \text{ m};$

area di galleggiamento:  $2390,38 \text{ m}^2$ , questa naturalmente è identica, essendo la massa la stessa e la chiatta anche  
 $I_x = 145215 \text{ m}^4; I_y = 1561300 \text{ m}^4.$

$$GB = 3,68 \text{ m}; GM_x = 17,57 \text{ m}; GM_y = 224,86 \text{ m}; BM_x = 21,25 \text{ m}; BM_y = 228,54 \text{ m}.$$

---

## 15.2. Accelerazioni punto P: Matrice $\underline{\underline{T}}$

Si riporta la nuova matrice  $\underline{\underline{T}}$ , essendo la geometria cambiata:

$x_{rb,P} = 40,51$  m;  $y_{rb,P} = 0,00$  m;  $z_{rb,P} = 0,80$  m.

$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{rb,P} & -y_{rb,P} \\ 0 & 1 & 0 & -z_{rb,P} & 0 & x_{rb,P} \\ 0 & 0 & 1 & y_{rb,P} & -x_{rb,P} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0,80 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0,80 & 0 & 40,51 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -40,51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### 15.3. Calcolo lineare delle grandezze delle equazioni del moto

Si procede con l'esposizione dei RAO dei moti di sussulto e beccheggio per quanto concerne il mare di poppa e prua, del solo moto di rollio per il mare al traverso. Questi risultati possono essere paragonati con quelli del capitolo 10.

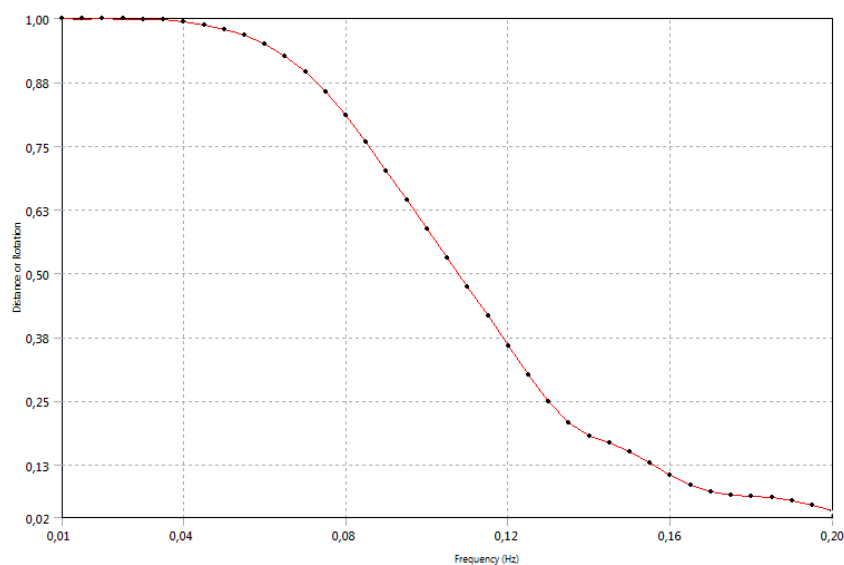


Fig.15.4: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto  $|\zeta|$  e quella dell'onda  $[m/m]$  in funzione della frequenza d'incontro  $[Hz]$   $\mu = 180^\circ$ .

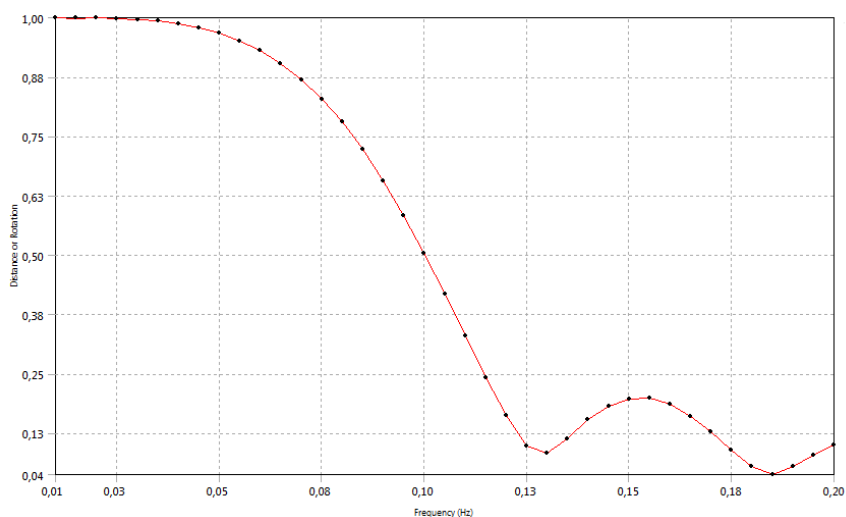
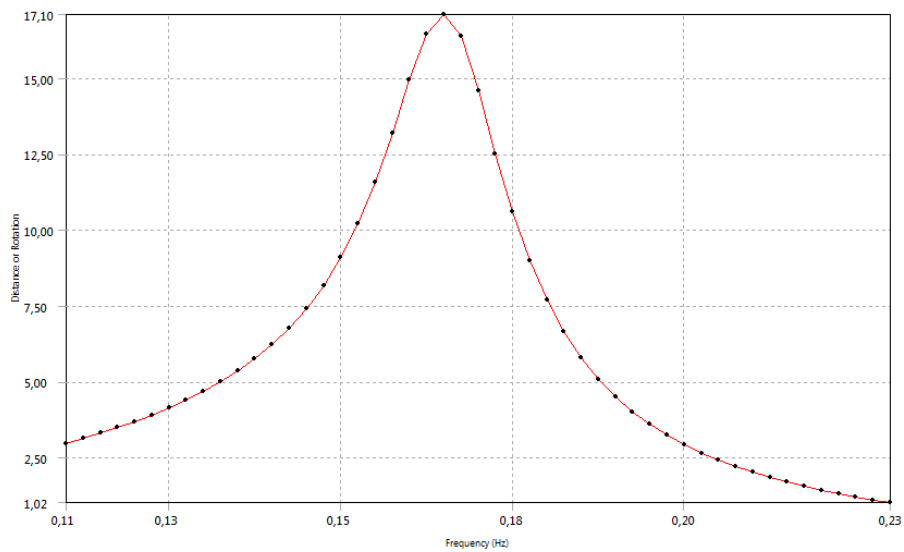


Fig.15.5: Rapporto tra l'ampiezza del moto di sussulto  $|\zeta|$  e quella dell'onda  $[m/m]$  in funzione della frequenza d'incontro  $[Hz]$   $\mu = 0^\circ$ .



*Fig.15.6: Rapporto tra l'ampiezza del moto di rollio  $|\phi|$  e quella dell'onda  $[\text{°}/\text{m}]$  in funzione della frequenza d'incontro  $[\text{Hz}]$   $\mu = 90^\circ$ .*

Come si nota il RAO del rollio è caratterizzato da una frequenza modale più alta, pertanto da una altezza d'onda significativa minore rispetto al caso di "moduli interi".

Ciò, combinato con il fatto che la rotazione massima è  $17 \text{ °}/\text{m}$  contro i  $26 \text{ °}/\text{m}$  del caso precedente, fa sì che la risposta sia complessivamente meno gravosa.

Le osservazioni condotte per il moto di rollio possono essere riflesse su tutti gli altri moti in quanto l'eccitazione RX è senza dubbio la più impegnativa.

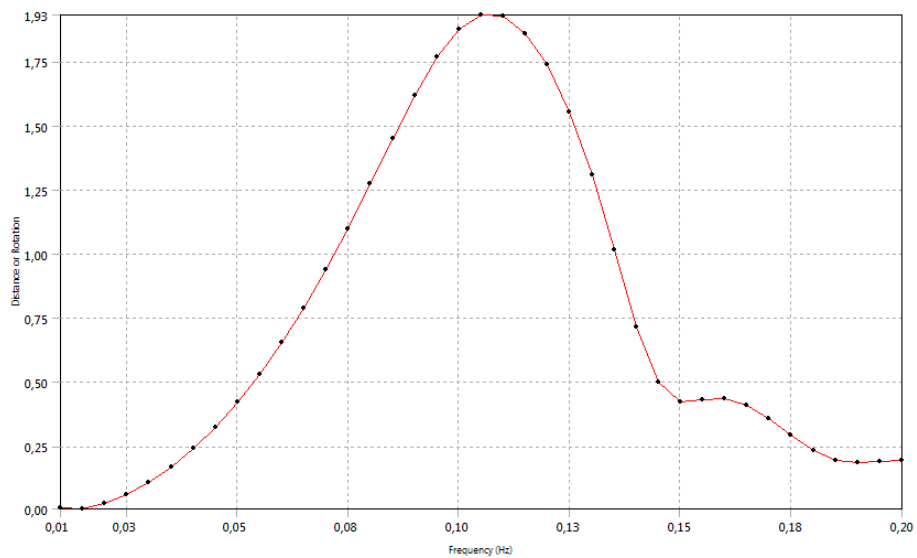


Fig.15.7: Rapporto tra l'ampiezza del moto di beccheggio  $|\theta|$  e quella dell'onda  $[^{\circ}/m]$  in funzione della frequenza d'incontro [Hz]  $\mu = 180^{\circ}$ .

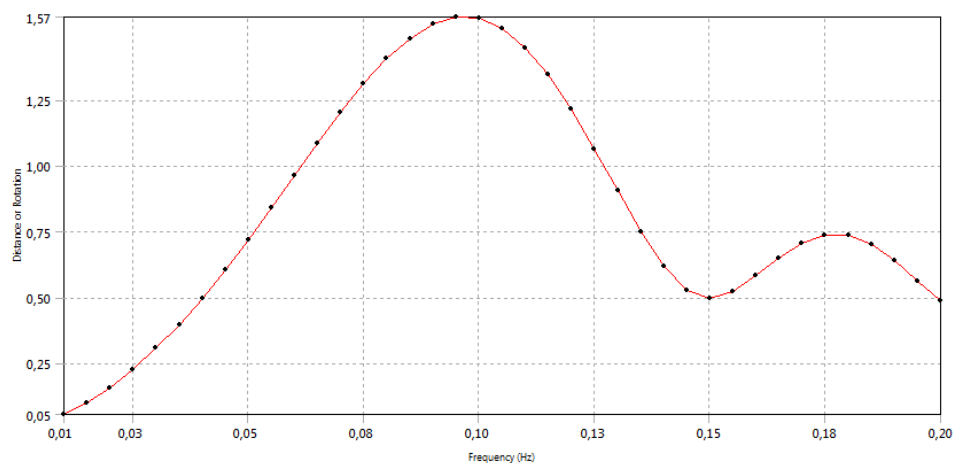


Fig.15.8: Rapporto tra l'ampiezza del moto di beccheggio  $|\theta|$  e quella dell'onda  $[^{\circ}/m]$  in funzione della frequenza d'incontro [Hz]  $\mu = 0^{\circ}$ .

---

## 15.4. Risultati long/short crested sea a confronto con le Normative

Per brevità si riportano le tabelle di paragone con le Normative, in modo da mostrare sia i risultati di interesse delle analisi per mare a cresta lunga e cresta corta, sia il confronto con i valori delle diverse Normative.

Le ipotesi di calcolo sono le stesse utilizzate per le analisi precedenti, in particolare nel caso di mare a cresta corta si sono utilizzati gli stessi spettri in input in quanto le frequenze di eccitazione maggiore si attestano attorno allo stesso valore precedente: si è fatto riferimento al solo spettro di scelta 1.

Si ricorda che i valori massimi di accelerazioni e rotazioni indicati sono in relazione al baricentro del natante: il trasporto delle stesse nel punto P non è necessario in questo caso in quanto le analisi si svolgeranno sulla struttura completa.

### 15.4.1. Noble & Denton

Si riporta la tabella con i valori risultato delle analisi sia a cresta lunga che corta (di cui si sono omessi per brevità tutti i passaggi) a confronto con i valori di Normativa.

Si nota che lo spettro qui considerato è quello della Scelta 1: date le migliori caratteristiche di equilibrio dinamico del natante in relazione ai moti analizzati sono possibili significativi confronti con la Normativa anche considerando lo spettro estremamente conservativo.

	N&D	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 1) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	20	0,0	0,0	17,1	2,4	3,3	12,0	2,2	2,9	5,0
$\vartheta_{rot}$ [°]	10	7,6	8,5	0,0	2,9	4,0	3,4	3,7	4,6	2,3
$\zeta_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,96	1,23	0,84	1,04	0,60	0,72	1,10	0,70	0,85	0,75

Tab.15.1: Confronto tra GL N&D e risultati delle analisi numeriche affrontate.

I valori massimi ottenuti sono tutti minori di quelli indicati in Normativa: aver ridotto l'altezza metacentrica trasversale ha sicuramente migliorato le caratteristiche di equilibrio dinamico del natante.

Si nota inoltre che in relazione ai risultati per il modello precedente, che prevedeva il trasporto dei moduli interi, si hanno valori massimi decisamente minori, a fronte degli stessi indicati in Normativa.

Appare dunque evidente come la geometria del corpo, le caratteristiche di equilibrio idrostatico e dunque la stabilità siano fattori che devono essere messi in conto per ottenere risultati affidabili: in base a questo punto di vista la N&D risulta eccessivamente semplificata.

## 15.4.2. Det Norske Veritas

La maggior parte dei valori di riferimento calcolati come da Normativa sono i medesimi, gli unici due che variano a causa del cambio di modello sono la rotazione e l'accelerazione di rollio, in quanto si hanno diversa altezza metacentrica  $GM_x$  (più grande rispetto al caso precedente) e raggio giratore  $k_{xx}$  (più piccolo), in modo che il periodo sia minore ed  $T_R = 3,93$  s.

Per quanto concerne i valori calcolati nelle analisi lo spettro di riferimento con periodo di ritorno a 8 anni è quello della Scelta 1.

	DNV	Long crested sea $T_R = 8$ anni onde regolari			Short crested sea $T_R = 8$ anni (Scelta 1) onde irregolari			Short crested sea $T_R = 100$ anni onde irregolari		
		prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso	prora	poppa	traverso
$\phi_{rot}$ [°]	38,8	0,0	0,0	17,1	2,4	3,3	12,0	2,2	2,9	5,0
$\vartheta_{rot}$ [°]	5,6	7,6	8,5	0,0	2,9	4,0	3,4	3,7	4,6	2,3
$X_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,76	0,87	1,10	0,00	0,25	0,70	0,42	0,40	0,80	0,39
$Y_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,14	0,00	0,00	0,17	0,25	0,50	0,70	0,25	0,55	0,70
$Z_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2,66	1,23	0,84	1,04	0,60	0,72	1,10	0,70	0,85	0,75
$\phi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	1,732	0,000	0,000	0,321	0,037	0,049	0,200	0,015	0,030	0,060
$\vartheta_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,131	0,080	0,034	0,000	0,028	0,045	0,045	0,022	0,030	0,018

Tab.15.2: Confronto tra DNV e risultati delle analisi numeriche affrontate.

Il confronto tra i valori calcolati nelle analisi e quelli di riferimento di Normativa evidenzia ancora dei valori che sono maggiori nel caso delle analisi, ma in generale si hanno rotazioni ed accelerazioni di gran lunga minori di quelle calcolate con DNV.

Ciò evidenzia il fatto che modificare opportunamente la geometria e le caratteristiche di equilibrio dinamico del natante può influire molto sul risultato, pur avendo mantenuto come input ad 8 anni per le analisi a cresta corta lo spettro di Scelta 1, decisamente conservativo.



---

## 15.5. Confronto tra i due modelli

Le differenze sostanziali tra i due modelli si possono riconoscere nei punti seguenti:

- posizione del baricentro delle masse: nel caso di moduli completi si ha che la quota  $z$  del baricentro rispetto alla chiglia è maggiore di quella del ponte, cosa che non accade nel caso di moduli trasportati senza primo piano. Ciò rende sicuramente il natante meno stabile trasversalmente nel primo caso rispetto al secondo, come confermano le quote metacentriche trasversali e di conseguenza i valori massimi delle rotazioni ed accelerazioni di rollio;
- frequenze naturali dei moti: facendo riferimento al RAO della rotazione di rollio per mare al traverso, che rappresenta il caso più evidente, si nota uno spostamento dell'ascissa del picco sull'asse delle frequenze dal valore di 0,140 Hz nel caso di moduli completi al valore di 0,165 Hz per moduli senza primo piano. Ciò comporta una interazione diversa con l'input, che è lo stesso in entrambi i casi: si nota che gli spettri sono caratterizzati da frequenze modali (o di picco) centrate su valori di frequenza tra i 0,100 e 0,140 Hz, si ha così che i massimi delle due curve (input e risposta della struttura) arrivano praticamente a coincidere nel caso di moduli completi amplificando ancor più l'output, mentre si allontanano nel secondo.

---

## 16. SLAMMING

Si affronta ora il capitolo dei cosiddetti *effetti indesiderati*.

Tali fenomeni dipendono principalmente dai moti relativi nave-onda, questi risultano generalmente maggiori verso le estremità di prora e poppa.

In mare mosso, tali moti possono raggiungere ampiezze sufficientemente elevate tanto da comportare la fuoriuscita della ruota di prora, delle pale dell'elica o l'immersione del ponte di coperta.

Con ruota di prora si intende il profilo del natante a prora.

I fenomeni associati a tali effetti indesiderati sono rispettivamente: lo slamming, l'imbarco d'acqua e il fuorigiri dell'elica.

Essi sono più frequenti alle velocità elevate, la loro frequenza di occorrenza aumenta in mare di prora.

Il fenomeno dello slamming è legato ad una fuoriuscita della ruota di prora ed al successivo rientro nell'acqua, se il rientro risulta sufficientemente violento, esso può comportare un impatto ("slam") dello scafo contro la massa fluida, che avviene nell'istante in cui la chiglia colpisce la superficie del mare, il quale può comportare anche danni severi.

Poichè anche uno slam di modesta entità innesca una vibrazione naturale dello scafo, generalmente alla frequenza di alcuni cicli al secondo, ne segue che il conseguente carico di fatica riduce la vita della struttura.

La vibrazione indotta da uno slam è chiamata "whipping" e, per il comandante, costituisce spesso la prima indicazione dell'occorrenza dello slamming.

L'imbarco d'acqua sul ponte ("deck wetness") può aver luogo in ogni punto della nave, lungo tutta la sua lunghezza, generalmente si verifica laddove il bordo libero è sufficientemente basso.

Tuttavia, l'esperienza insegna che l'imbarco d'acqua più severo avviene all'estremità prodiera e che esso è favorito dalla velocità della nave e da un mare di prora.

In queste condizioni di navigazione, la velocità di avanzo accentua gli effetti dell'acqua imbarcata con la conseguente possibilità di danneggiamento delle sovrastrutture, dell'allestimento e dell'eventuale carico presente sul ponte.

Per quanto concerne il fuorigiri dell'elica esso è di poco interesse in questa trattazione in quanto il natante oggetto di studio è con ogni probabilità trainato da altre imbarcazioni.

I fenomeni sopra descritti sono come già detto fenomeni indesiderati, pertanto il comandante esperto cercherà opportunamente di evitarli: un rimedio comune è quello di porre un limite alla velocità di avanzamento del natante.

Si procede ora ad una analisi più dettagliata del fenomeno di slamming, il quale appare molto complesso specialmente se si vogliono condurre calcoli raffinati.

---

La probabilità di occorrenza dello slamming dipende essenzialmente dalla probabilità del moto relativo locale di eccedere, in valore assoluto, l'immersione della nave.

Per definizione, il moto relativo di un punto della nave rispetto all'onda si ottiene sottraendo al moto assoluto verticale l'ordinata istantanea della superficie del mare, è tuttavia da tenere in conto il fatto che quando lo scafo si immerge, l'aumento rapido del volume di fluido spostato crea uno "swell-up" dell'acqua circostante, ovvero un innalzamento locale di livello.

L'effetto scompare quando lo scafo emerge: ne segue che il moto relativo effettivamente osservato supera in entità quello previsto teoricamente.

Ciò è spesso tenuto in conto tramite un coefficiente correttivo detto coefficiente di "swell-up", indicato con  $C_s$ .

Sperimentalmente si trova che il coefficiente di swell-up è una funzione della forma di carena, della posizione considerata, della velocità nave e della lunghezza dell'onda.

Poichè non è stato sviluppato alcun metodo universalmente accettato per il calcolo di  $C_s$ , esso viene misurato per mezzo di prove su modelli.

L'insieme più vasto di dati sperimentali sull'argomento è quello pubblicato da Blok and Huisman (1985).

Per quanto concerne la stima della pressione di slamming sono presenti diversi approcci, molti dei quali decisamente semplificativi, in quanto il problema dello slamming non è stato ancora del tutto compreso a fondo: non si ha a disposizione una teoria completa che possa definirsi tale.

Si riporta un excursus sulle tecniche risolutive adottate negli anni, per giungere così alle formulazioni più avanzate in uso ai giorni nostri.

Il primo ad occuparsi di questo fenomeno fu Theodore von Karman (1881-1963), il quale propose nel 1929 un metodo per calcolare la forza su un idrovolante, tipico di quei tempi.

La sua teoria, denominata "momentum theory", è basata sulle seguenti semplificazioni:

- l'aereo è approssimato con un piatto rigido;
- la velocità di impatto è quella verticale.

Successivamente Wilhelm Pabst migliorò la teoria di von Karman introducendo l'utilizzo della velocità normale per l'impatto e non di quella verticale e commentò che solo grazie alla flessibilità che lo caratterizzava il idrovolante riusciva a resistere all'impatto.

Il primo ad occuparsi del problema dal punto di vista matematico fu Herbert Wagner (1900-1982), il quale scrisse un articolo nel 1932 basato sull'utilizzo di:

- teoria a potenziale;
- analogia tra impacting wedge ed il flusso attorno all'ala ad incidence;
- calcolo della superficie libera reale lungo il verificarsi dell'impatto.

---

Victor Szebehely applicò per primo i concetti sviluppati sinora in ambito aerospaziale alle imbarcazioni, nel 1952, basandosi sul lavoro di Wagner.

Gli sviluppi successivi sono poi legati ai metodi oggi più utilizzati:

- metodi statistici;
- metodi analitici per forme semplici;
- BEM non lineari;
- Sviluppi idroelastici;
- Utilizzo di metodi di calcolo di CFD.

Si è anche fatto molto dal punto di vista sperimentale, per validare di volta in volta i metodi sviluppati.

I primi a sviluppare metodi statistici furono Ochi e Matter nel 1964, il quale è caratterizzato dal fatto che considera solo il cosiddetto "bottom slamming" e fornisce la stima della pressione di picco relativa all'impatto.

I metodi analitici sono invece basati sulla teoria a potenziale lineare, la quale è fortemente utilizzata per scopi teorici ma poco affine alla realtà fisica del fenomeno.

Per quanto concerne i metodi non lineari basati sull'utilizzo dei BEM essi sono stati sviluppati da Greenhow e Lin nel 1985 e Zhao e Faltinsen nel 1993.

Tali metodi trovarono negli anni a seguire delle interessanti applicazioni in 3D da parte di Kvalsvold, Sames e Hermundstad nella prima decade del ventunesimo secolo.

Per quanto concerne i metodi cosiddetti idroelastici, essi sono importanti per quegli impatti che avvengono su un'ampia superficie piatta di fluido, i quali sono quelli che danno maggiori pressioni.

Questi metodi si basano sul calcolo del fattore amplificativo della deformazione statica da parte di analisi che coinvolgono il tempo di durata del fenomeno e la frequenza naturale della struttura.

I metodi basati sul calcolo CFD sono quelli maggiormente utilizzati ai giorni nostri:

- i calcoli vengono condotti considerando l'intera imbarcazione nel dominio completo del fluido;
- di solito si fa riferimento al solo mare di poppa;
- oneri computazionali molto elevati;
- un problema importante è quello della dissipazione dell'onda.

In sintesi, oggi non è ancora possibile descrivere un vero impatto di slamming.

Il problema è caratterizzato principalmente dalla necessità di includere nel modello gli effetti di idroelasticità, di inclusione di particelle di aria, della compressibilità del fluido.

---

Al momento soluzioni che utilizzano CFD sono quelle maggiormente utilizzate.

Trattazioni semplificate molto utilizzate sono quelle sviluppate da Zhao e Faltinsen o MLM di Korobkin, le quali necessitano comunque potenziamenti.

Per quanto concerne il presente lavoro si sceglie di non condurre analisi riguardanti i suddetti fenomeni indesiderati: l'utilizzo di metodi semplificati darebbe luogo a risultati poco affidabili e dunque di scarso interesse.

Si propongono tali argomenti come possibile miglioramento del presente lavoro.

A giustificazione di questa scelta si pone il fatto che le accelerazioni associate a tale fenomeno sono accelerazioni verticali, pertanto di modesto interesse ai fini delle valutazioni ingegneristiche qui condotte.

---

## 17. CALCOLO DELLA RISPOSTA STRUTTURALE

### 17.1. Struttura oggetto di studio

Il case study di riferimento è quello che prevede i moduli trasportati nella loro totalità, comprensivi dunque del primo piano.

Si prende in considerazione il primo modulo trasportato a partire dalla prua.

Si hanno a disposizione diverse soluzioni strutturali, sviluppate nella tesi di Maria Chiara Padovani e Francesco Riva [32], ciascuna in riferimento ad una specifica condizione di carico.

In particolare si fa riferimento a due soluzioni strutturali:

- 1) Soluzione per vento e PSV;
- 2) Soluzione per sisma di elevata severità (0,40g).

Si nota che le PSV (Pressure Safety Valves) sono dei dispositivi automatici il cui scopo è quello di impedire che un impianto possa essere sottoposto ad una pressione pericolosa.

Il loro peso proprio è stato considerato come carico distribuito sulle travi trasversali dell'ultimo piano.

Queste due soluzioni strutturali differiscono per schema resistente ai carichi orizzontali, che sono in particolare sempre più rigidi al crescere della numerazione.

Lo schema principale-tipo è riportato nella figura seguente:

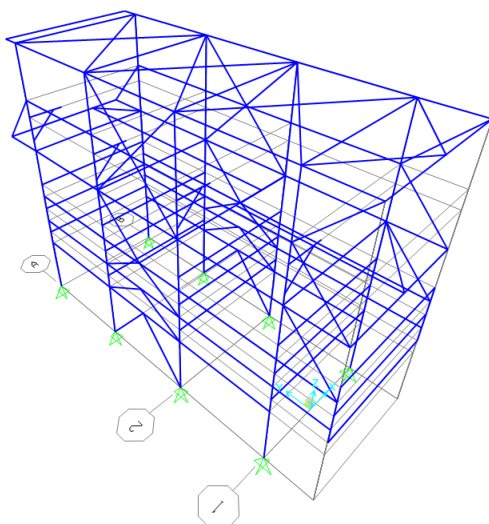


Fig.17.1: Modello di riferimento.

Il modello 1) è caratterizzato dai seguenti profili metallici:

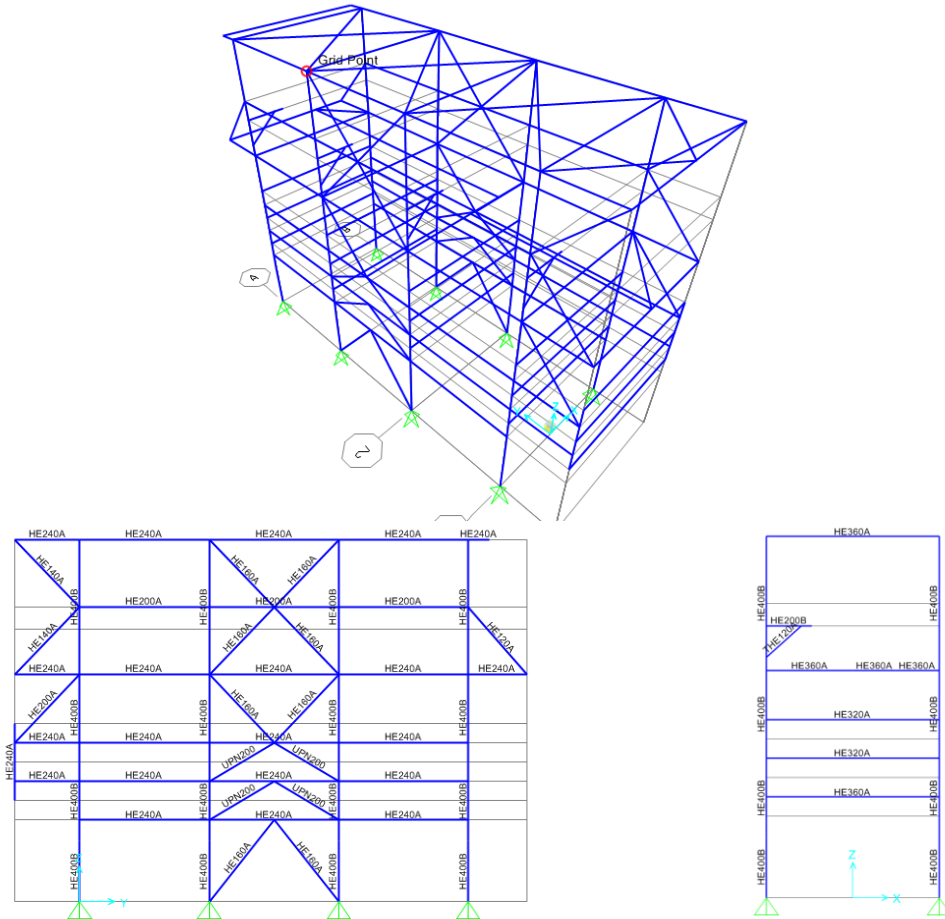


Fig.17.2: Modello 1), schema strutturale per azioni di vento e PSV.

Si nota che i pilastri hanno sezione HEB400 ( $I_x = 1,398 \text{ E}+08 \text{ mm}^4$ ;  $I_y = 5,987 \text{ E}+08 \text{ mm}^4$ ).

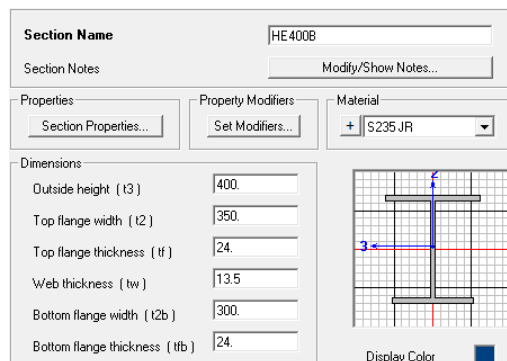


Fig.17.3: Sezione profili metallici dei pilastri: HEB400.

Il modello 2) è invece caratterizzato da una sostanziale modifica della sezione dei pilastri, i quali sono formati da una sezione cava circolare al primo interpiano e da profili tubolari di sezione quadrata negli altri.  
 È inoltre presente, per resistere al sisma di elevata severità, un controvento trasversale.

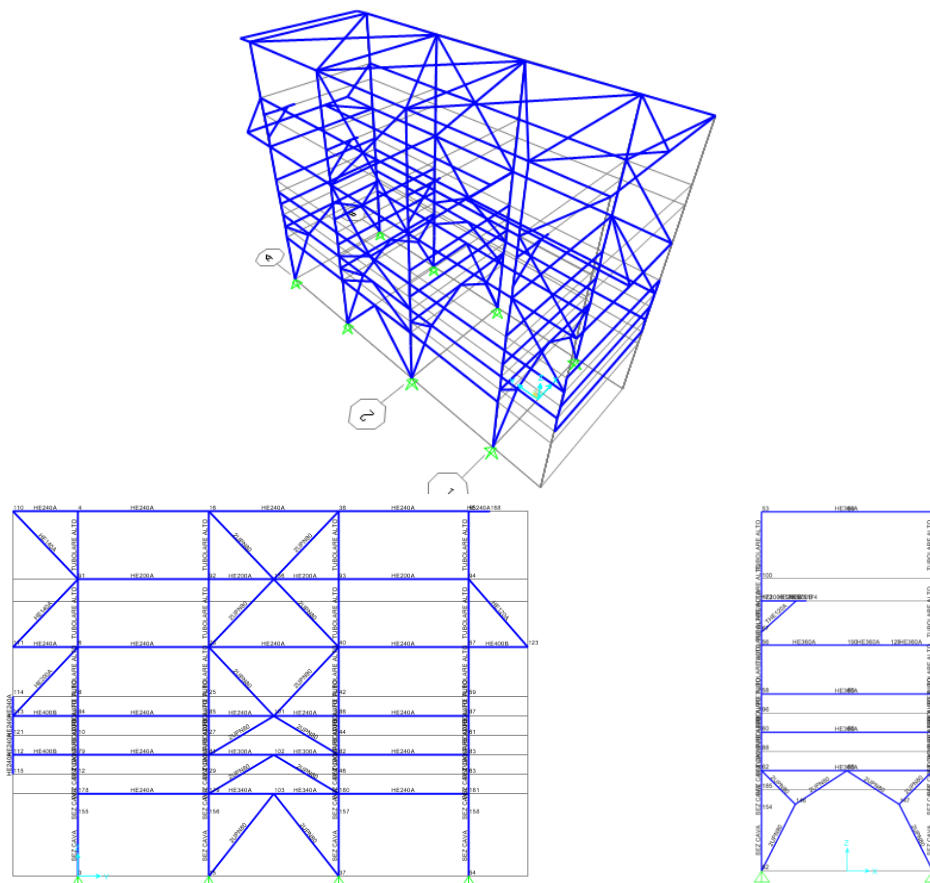


Fig.17.4: Modello 2), schema strutturale per azione di sisma di elevata severità (0,40g).

I controventi sono realizzati con due profili UPN80 affiancati.

I momenti di inerzia dei pilastri di interpiano diverso dal primo sono:

$I_x = I_y = 11,42E+08 \text{ mm}^4$ , il doppio di quelli del modello precedente in direzione forte, dieci volte in direzione debole.

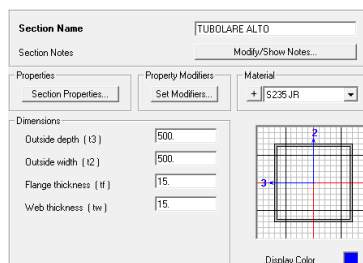


Fig.17.5: Sezione profili metallici dei pilastri di interpiano diverso dal primo: sezione tubolare.



Si definisce un sistema di riferimento solidale alla struttura:

- Origine: in uno dei quattro vertici del rettangolo di base (non ha importanza quale dato che questo sistema ha il solo scopo di identificare le direzioni);
- $x_{str}$ : asse che corre lungo la dimensione minore della struttura in pianta;
- $y_{str}$ : asse che corre lungo la dimensione maggiore della struttura in pianta;
- $z_{str}$ : asse verticale, con direzione positiva diretta verso i piani superiori.

Si procede nel seguito confrontando modello per modello quattro parametri fondamentali per strutture soggette ai carichi orizzontali:

- $\delta_x$ : massimo spostamento in sommità in direzione  $x_{str}$ ;
- $\delta_y$ : massimo spostamento in sommità in direzione  $y_{str}$ ;
- $\Delta_x$ : massimo spostamento di interpiano in direzione  $x_{str}$  (tipicamente il primo);
- $\Sigma V_x$  alla base (taglio totale max in direzione  $x_{str}$  alla base dei pilastri in modulo);
- $\Sigma V_y$  alla base (taglio totale max in direzione  $y_{str}$  alla base dei pilastri in modulo);
- $M_y$ : momento massimo nelle colonne dell'ultimo interpiano.

Il confronto si conduce tra le condizioni di carico tipiche della struttura durante la sua vita utile in loco rispetto a quelle di trasporto.

I carichi permanenti strutturali e non (come valvole e tubi) sono considerati in entrambe le valutazioni, essendo presenti già nella fase di trasporto.

Essi sono anche valutati come masse strutturali.

Per quanto concerne le azioni aggiuntive dovute al trasporto si fa riferimento a quanto calcolato in precedenza in riferimento al punto P: accelerazioni nelle sei direzioni e rotazioni di rollio e beccheggio.

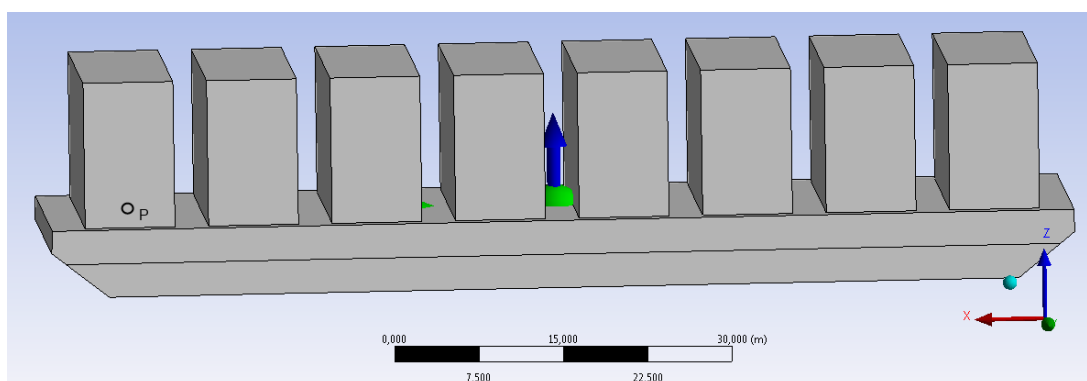


Fig.17.6: Punto di riferimento per il calcolo delle accelerazioni (punto P), modulo di riferimento.

## 17.2. Stati di mare di riferimento

Le storie temporali dei moti scelte per l'analisi, come già commentato in precedenza, sono quelle risultate dagli studi con mare a cresta corta. Ciò poichè più ricche in termini di componenti di accelerazioni e rotazioni e più rispondenti alla realtà rispetto alle analisi a cresta lunga con onde regolari.

Si prendono a riferimento lo spettro ad 8 anni di Scelta 1 e lo spettro a 100 anni. La scelta dello spettro con tempo di ritorno di 8 anni di Scelta 1 è figlia del fatto che qui sono presenti le massime accelerazioni e rotazioni, anche rispetto alla Scelta 3.

Si riportano i valori massimi delle accelerazioni e rotazioni nel punto P, come da tabella 13.4:

Moto	Spettro $T_R = 8$ anni (Scelta 1)			Spettro $T_R = 100$ anni		
	Prora	Poppa	Traverso	Prora	Poppa	Traverso
$\phi_{rot}$ [°]	7,4	7,9	21,8	5,0	5,8	12,1
$\vartheta_{rot}$ [°]	5,2	6,1	4,5	5,5	9,4	4,4
$X_{acc}$ [ $m/s^2$ ]	0,48	1,07	0,61	0,79	1,49	0,57
$Y_{acc}$ [ $m/s^2$ ]	0,65	1,71	1,78	0,59	0,98	1,20
$Z_{acc}$ [ $m/s^2$ ]	2,17	3,03	2,80	1,52	2,12	1,57
$\phi_{acc}$ [ $rad/s^2$ ]	0,076	0,126	0,283	0,038	0,051	0,123
$\vartheta_{acc}$ [ $rad/s^2$ ]	0,047	0,064	0,054	0,026	0,037	0,029
$\psi_{acc}$ [ $rad/s^2$ ]	0,015	0,039	0,029	0,009	0,018	0,014

Tab.17.1: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al punto P, con spettro per  $T_R = 8$  anni di Scelta 1 (più conservativo) e  $T_R = 100$  anni.

Si nota che i valori massimi indicati per lo spettro ad 8 anni di Scelta 1 per mare al traverso sono in generale maggiori rispetto a quelli delle altre cinque colonne: l'unico valore che risulta minore in maniera significativa è la rotazione di beccheggio, pari a circa la metà del risultato per mare di prora con tempo di ritorno di 100 anni.

Questa differenza in termini di rotazione non è comunque significativa se si osservano tutte le componenti in blocco.

Si scelgono pertanto come riferimento per le analisi successive i moti per mare al traverso e spettro con tempo di ritorno 8 anni, di Scelta 1:

Moto	Traverso
$\phi_{rot}$ [°]	21,8
$\vartheta_{rot}$ [°]	4,5
$X_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,61
$Y_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,78
$Z_{acc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	2,80
$\phi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,283
$\vartheta_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,054
$\psi_{acc}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	0,029

*Tab.17.2: Massime accelerazioni e rotazioni in riferimento al punto P, con mare al traverso, spettro per  $T_R = 8$  anni di Scelta 1.*

Le storie temporali calcolate nel precedente studio sono di durata di 20000 secondi e caratterizzate da un passo di campionamento di 2,5 s (il minimo per poter cogliere almeno due punti per ogni periodo, essendo la frequenza massima pari a 0,2 Hz).

Il passo di campionamento e la durata del fenomeno sono la migliore combinazione in relazione alla fisica del fenomeno, al costo computazionale ed alla capacità di cogliere i massimi picchi della risposta.

Per quanto concerne i calcoli strutturali però è necessario procedere con delle modifiche:

- è opportuno ridurre il passo di campionamento ad 1 secondo, poichè 2,5 secondi avrebbe dato luogo ad analisi pressochè statiche;
- è opportuno ridurre la durata del fenomeno a 1800 secondi, sia perchè è sufficiente per cogliere il comportamento strutturale sia per esigenze computazionali.

Per poter ottenere una storia temporale con queste caratteristiche che rappresenti bene anche la fisica dell'eccitazione ondosa (nel senso di cogliere i massimi picchi di risposta), è necessario che essa venga estrapolata da una sequenza più lunga nel tempo, ad esempio 10000 secondi (che rappresenta un ottimo compromesso computazionale in relazione ai 20000 secondi precedenti avendo dimezzato il passo di campionamento da 2,5 s a 1 s).

Si sceglie pertanto di estrarre un pacchetto di 1800 secondi consecutivi, a cavallo del massimo valore di accelerazione di rollio.

Individuato l'istante nel quale si ha il picco dell'accelerazione di rollio si estraggono così tutte e sei le storie di accelerazione e le due di rotazione nella stessa finestra temporale.

Si omettono per brevità gli andamenti delle storie temporali così ottenute.

---

### 17.3. Storie temporali e modello strutturale

Si hanno sei storie di accelerazione alla base della struttura, e due storie di rotazione.

Si pone il problema di come indicare nel programma la contemporanea azione delle accelerazioni e delle rotazioni del sistema di riferimento.

Le rotazioni rigide della base hanno il solo effetto di coinvolgere l'accelerazione di gravità in direzioni diverse da quella verticale nel sistema di riferimento solidale alla struttura (indicato in precedenza).

Il metodo che sembra più efficace è quello di assegnare alla base della struttura le sei storie di accelerazione. Per quanto concerne le due di rotazione bisogna pensare uno stratagemma alternativo, onde evitare che il programma di calcolo possa commettere errori non essendo più chiaro quale sia per lui la posizione di riferimento della struttura: questa varia nel tempo con le rotazioni o è tutto riferito alla posizione iniziale della base.

L'alternativa è quella di inserire nodo per nodo, in relazione agli angoli di rotazione che si hanno istante per istante, delle forze dinamiche che rappresentino le effettive componenti della gravità.

Gli ingredienti necessari per costruire le storie di carico sono dunque:

- le storie temporali dei seni dei due angoli di rotazione e beccheggio per ricreare le componenti dell'accelerazione di gravità nel piano  $x_{str}y_{str}$ ;
- le masse di riferimento di ogni nodo, che si possono ottenere interrogando opportunamente il programma di calcolo o con semplici considerazioni di influenza nodale.

Si nota che nell'ottica di questa modellazione si sceglie, come ipotesi semplificativa, di considerare le sole componenti orizzontali aggiuntive della gravità nel sistema di riferimento solidale alla struttura mantenendo inalterata la componente verticale.

---

## 17.4. Quantità di riferimento

Si riportano le quantità con le quali si conduce il confronto.

In particolare si ha:

MODELLI STRUTTURALI ESISTENTI RISPOSTA PER CARICHI IN LOCO	MODELLO 1) VENTO	MODELLO 2) AZIONE SISMICA ELEVATA SEVERITA' 0,40 g
SLE		
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	45	24
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	3	11
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	18	4
SLU (senza coefficienti moltiplicativi)		
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	284	422
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	364	579
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	453	307

Tab.17.3: Modelli strutturali esistenti: risposta per carichi in loco.

Il modello 2) ha una rigidezza maggiore in direzione  $x_{str}$  rispetto che il modello 1): ciò è evidenziato dal fatto che nel caso 2), rispetto che nell'1), lo spostamento in direzione  $x_{str}$  risulta minore mentre il taglio alla base maggiore.

In direzione  $y_{str}$  la struttura è decisamente più sollecitata a causa del sisma nel modello 2).

## 17.5. Analisi con azioni da trasporto

### 17.5.1. Sole accelerazioni alla base

Dapprima si sceglie di condurre le analisi con riferimento alle sole sei componenti di accelerazione orizzontale, trascurando le due rotazioni.

Questa scelta è condotta per evidenziare il contributo aggiuntivo derivante dalla rotazione del sistema di riferimento.

Si riporta la tabella di confronto in base ai parametri significativi descritti in tabella 17.3:

CONFRONTO PER MODELLO 1) trasporto: sole accelerazioni alla base	MODELLO 1) VENTO ESISTENTE	MODELLO 1) TRASPORTO (sole accelerazioni)	differenza %
SLE			
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	45	48	6,67
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	3	24	700,00
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	18	20	11,11
SLU (senza coefficienti moltiplicativi)			
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	284	219	-22,89
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	364	1154	217,03
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	453	273	-39,74

Tab.17.4: Confronto con il Modello 1) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (sole accelerazioni alla base).

Come si nota le sole accelerazioni causano uno spostamento in sommità in direzione  $x_{str}$  dell'ordine di quello causato dal vento.

Si ha uno spostamento molto maggiore in direzione  $y_{str}$  a causa della forte accelerazione di rollio, che ha forte impatto nonostante si tratti della direzione "più forte" del telaio.

Si noti in merito che considerando un punto posto a 15 m di altezza (non lontano dal baricentro della struttura) si ha una componente di accelerazione in direzione  $y_{str}$  causata dalla rotazione di rollio pari a  $0,283 \text{ rad/s}^2 \times 15 \text{ m} = 4,245 \text{ m/s}^2$ , non certo trascurabile.

Lo spostamento massimo di interpiano è in linea con i risultati dello spostamento massimo in sommità nella stessa direzione.

Per quanto concerne il taglio totale alla base in direzione  $x_{str}$  si ha una differenza modesta, anche questa in linea con i risultati dello spostamento in sommità.

Tale differenza si riscontra, dello stesso ordine, in relazione al momento nella direzione debole del telaio.

Per quanto concerne il taglio in direzione  $y_{str}$  anche qui la forte differenza è dovuta all'accelerazione di rollio.

CONFRONTO PER MODELLO 2) trasporto: sole accelerazioni alla base	MODELLO 2) AZIONE SISMICA ELEVATA SEVERITA' (0,40g) ESISTENTE	MODELLO 2) TRASPORTO (sole acc.)	differenza %
SLE			
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	24	18	-25,00
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	11	26	136,36
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	4	2	-50,00
SLU (senza coefficienti moltiplicativi)			
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	422	235	-44,31
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	579	1157	99,83
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	307	300	-2,28

Tab.17.5: Confronto con il Modello 2) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (sole accelerazioni alla base).

Si nota che lo spostamento in direzione  $y_{str}$  (direzione forte) generato per la condizione di carico da trasporto di sole accelerazioni alla base risulta dello stesso ordine di quello calcolato nel modello 1): ciò è dovuto al fatto che non si sono effettuate sostanziali modifiche nel telaio resistente (se non la sezione dei pilastri).

La stessa osservazione si può condurre in relazione al taglio totale alla base nella medesima direzione,  $y_{str}$ .

Si nota inoltre che lo spostamento  $\delta_y$  risulta maggiore di quello generato dall'azione sismica: ciò è imputabile alla violenta accelerazione di rollio.

Per quanto concerne la direzione debole del telaio ( $x_{str}$ ) si evidenzia un forte irrigidimento dovuto alla presenza del controvento trasversale: lo spostamento in tale direzione è fortemente diminuito nel passaggio dal modello 1) al modello 2) e risulta minore di quello generato dall'azione sismica.

La stessa osservazione vale per lo spostamento di interpiano.

Dato l'aumento di rigidezza si registra un incremento, seppur limitato, della sollecitazione flettente in direzione debole tra il modello 2) ed il modello 1).

## 17.5.2. Accelerazioni alla base e rotazioni del supporto

Si considerano anche le rotazioni alla base.

Si riporta la tabella di confronto in base ai parametri significativi descritti in tabella 17.3:

CONFRONTO PER MODELLO 1) trasporto: accelerazioni e rotazioni alla base	MODELLO 1) VENTO ESISTENTE	MODELLO 1) TRASPORTO (acceler. e rot.)	differenza %
SLE			
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	45	118	162,22
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	3	49	1533,33
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	18	43	138,89
SLU (senza coefficienti moltiplicativi)			
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	284	547	92,61
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	364	2491	584,34
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	453	373	-17,66

Tab.17.6: Confronto con il Modello 1) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (accelerazioni e rotazioni alla base).

CONFRONTO PER MODELLO 1) diverse analisi per azioni da trasporto	MODELLO 1) TRASPORTO (sole accelerazioni)	MODELLO 1) TRASPORTO (acceler. e rot.)	differenza %
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	48	118	145,83
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	24	49	104,17
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	20	43	115,00
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	219	547	149,77
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	1154	2491	115,86
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	273	373	36,63

Tab.17.7: Confronto con il Modello 1) tra risposta per azioni da trasporto con sole accelerazioni e con accelerazioni e rotazioni alla base.

Il confronto più interessante è quello riportato in tabella 17.7: l'influenza delle rotazioni di rollio e beccheggio causano in direzione  $x_{str}$  degli spostamenti che sono paragonabili all'accelerazione alla base.

Lo stesso accade in direzione  $y_{str}$ , dove però si tratta di un risultato atteso data l'entità della rotazione di rollio ( $20^\circ$ ): ciò coinvolge una componente di peso proprio pari a  $\sin(20^\circ) = 0,34$  e dunque pari al 34%. La risposta della struttura è in un certo senso limitata dato il fatto che il rollio viene contrastato dalla "direzione forte" del modulo.



---

Per quanto concerne lo spostamento in direzione  $x_{str}$ , si può qualitativamente fornire la seguente giustificazione:

- la massima accelerazione alla base in direzione  $x_{str}$  è uguale a  $0,61 \text{ m/s}^2$ , con una massa sollecitata pari a circa 300 ton. Si ha dunque una forza pari a:  $0,61 \times 300 \text{ kN}$ ;
- l'angolo di beccheggio massimo è pari a circa  $5^\circ$ , il  $\text{sen}(5^\circ) = 0,087$ .  
Si ha dunque una forza pari a  $0,087 \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 300 \text{ ton} = 0,85 \times 300 \text{ kN}$ .

Le due sollecitazioni sono sicuramente paragonabili, se non maggiore la sollecitazione associata alla rotazione del supporto.

CONFRONTO PER MODELLO 2) trasporto: accelerazioni e rotazioni alla base	MODELLO 2) AZIONE SISMICA ELEVATA SEVERITA' (0,40g) ESISTENTE	MODELLO 2) TRASPORTO (acceler. e rot.)	differenza %
SLE			
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	24	35	45,83
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	11	49	345,45
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	4	4	0,00
SLU (senza coefficienti moltiplicativi)			
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	422	462	9,48
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	579	2182	276,86
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	307	370	20,52

Tab.17.8: Confronto con il Modello 2) tra risposta per azioni in loco e da trasporto (accelerazioni e rotazioni alla base).

CONFRONTO PER MODELLO 2) diverse analisi per azioni da trasporto	MODELLO 2) TRASPORTO (sole accelerazioni)	MODELLO 2) TRASPORTO (acceler. e rot.)	differenza %
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	18	35	94,44
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	26	49	88,46
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	2	4	100,00
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	235	462	96,60
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	1157	2182	88,59
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	300	370	23,33

Tab.17.9: Confronto con il Modello 2) tra risposta per azioni da trasporto con sole accelerazioni e con accelerazioni e rotazioni alla base.

Si confermano le osservazioni condotte in precedenza in relazione all'importanza delle rotazioni alla base come azioni sulla struttura, riscontrabili in tabella 17.9.

È ora interessante procedere con un confronto tra le sole sollecitazioni da trasporto nel loro completo in riferimento ai due modelli analizzati:

CONFRONTO TRA MODELLI 1) E 2) azioni da trasporto al completo	MODELLO 1) TRASPORTO (acceler. e rot.)	MODELLO 2) TRASPORTO (acceler. e rot.)	differenza %
$\delta_x$ - Spostamento massimo sommità [mm]	118	35	-70,34
$\delta_y$ - Spostamento massimo sommità [mm]	49	49	0,00
$\Delta_x$ - Spostamento interpiano (il primo) [mm]	43	4	-90,70
$\Sigma V_x$ - Taglio totale max base pilastri dir $x_{str}$ [kN]	547	462	-15,54
$\Sigma V_y$ - Taglio totale max base pilastri dir $y_{str}$ [kN]	2491	2182	-12,40
$M_y$ - Momento max ultimo piano pilastri [kNm]	373	370	-0,80

Tab.17.10: Confronto tra Modelli 1) e 2) in relazione alle azioni da trasporto al completo.

È evidente che la presenza del controvento limita fortemente gli spostamenti trasversali nella direzione debole ( $x_{str}$ ).

Per quanto concerne lo spostamento in direzione forte non si evidenziano sostanziali differenze, come commentato in precedenza.

In conclusione, la soluzione con controvento è sicuramente efficace in relazione ai carichi da trasporto, oltre che all'azione sismica di elevata severità.

Si potrebbe pensare di collocare dei controventi provvisori ulteriori sia in direzione trasversale che longitudinale per ridurre al minimo i danni durante il trasporto.

Inoltre è fondamentale tener conto della forte componente in direzione  $y_{str}$  del taglio alla base, che deve essere opportunamente assorbita dai dispositivi di ancoraggio e trasferita allo scheletro resistente della nave.

---

## 18. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

Come si è evidenziato nel corso della trattazione, un'analisi più accurata del problema dei carichi da trasporto può comportare notevoli vantaggi dal punto di vista strutturale, specialmente se si focalizza l'attenzione sulla rotta e sul periodo dell'anno in cui si intende effettuare il trasporto via mare: le caratteristiche dell'onda di progetto possono variare anche di un ordine di grandezza tra le diverse stagioni dell'anno, con punte di severità nei passaggi stagionali autunnali e primaverili.

Pertanto interrogarsi sulle caratteristiche del trasporto piuttosto che fissare un periodo standard in cui si riconoscono circostanze particolarmente favorevoli sono delle caratteristiche importanti per una progettazione che ha come obiettivo l'ottimizzazione strutturale.

L'altra variabile importante è l'esperienza del comandante, che può opportunamente modificare la rotta in modo da sfruttare al meglio le caratteristiche della nave evitando situazioni critiche specialmente nei confronti del moto di rollio, che è risultato generalmente il più severo.

Il lavoro condotto evidenzia, in generale, due importanti aspetti critici:

- 1) le Normative, che forniscono valori di riferimento e non massimi, sono piuttosto conservative prescindendo dalle caratteristiche dell'onda ma focalizzandosi solo su quelle del natante;
- 2) le azioni da trasporto in riferimento alla condizione di mare analizzata più gravosa possibile tra quelle riportate nel database del NOAA sono tutt'altro che trascurabili: generano risposta sulla struttura dell'ordine di quelle del sisma di elevata intensità (0.4g), è pur vero che con ipotesi meno conservative tali azioni si riducono anche del 70%.

Un possibile argomento che potrebbe essere sviluppato, già accennato nel presente lavoro, è quello della modellazione non lineare del moto ondoso, così come abbandonare l'utilizzo della teoria dei piccoli spostamenti, in favore di quella per grandi spostamenti.

---

Un problema che non è stato affrontato in questa trattazione è quello dello slamming. Questo fenomeno necessita di studi approfonditi per capire quale sia il metodo più adeguato in termini di rapporto accuratezza/costo computazionale per affrontare analisi in tal senso.

Lo stesso può essere detto in relazione all'interazione tra il natante considerato come corpo elastico e il fluido.

Al riguardo un approccio innovativo e promettente oggetto di studi avanzati nel Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale del Politecnico di Milano risulta essere l'utilizzo della tecnica della Co-Simulazione applicata al problema di Interazione Fluido Struttura: essa permette di accoppiare due software, sviluppati indipendentemente per la modellazione strutturale e l'analisi fluidodinamica, in un'unica simulazione.

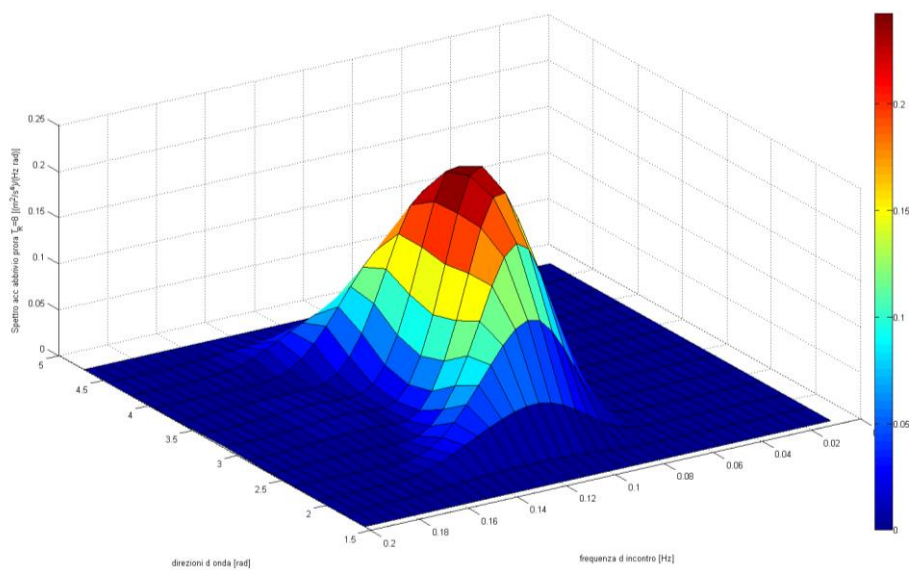
Ciò permette di sfruttare le rispettive potenzialità per risolvere, grazie allo scambio di informazioni tra i due programmi nel corso dell'analisi, complesse situazioni di FSI: ciascuno dei due sottodomini (il fluido e la struttura) viene così trattato con metodi specifici e ampiamente consolidati.

Un altro aspetto chiave che si evidenzia è quello di allargare i case-study analizzati a diversi mezzi di trasporto, coinvolgendo anche navi di forme diverse, in modo da cogliere la variazione della risposta in funzione della tipologia di natante.

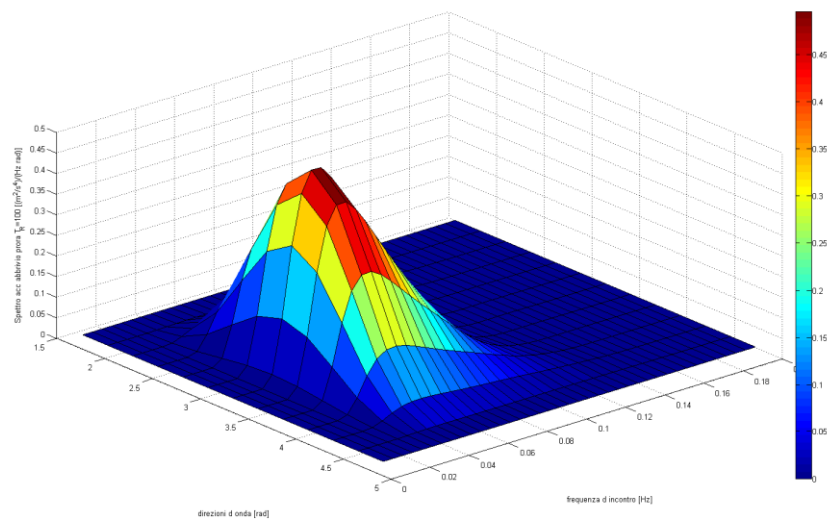
Lo studio potrebbe infine essere arricchito con analisi in acqua poco profonda.

## APPENDICE A: FIGURE DEGLI SPETTRI DEI MOTI

### A.1. Mare di prua

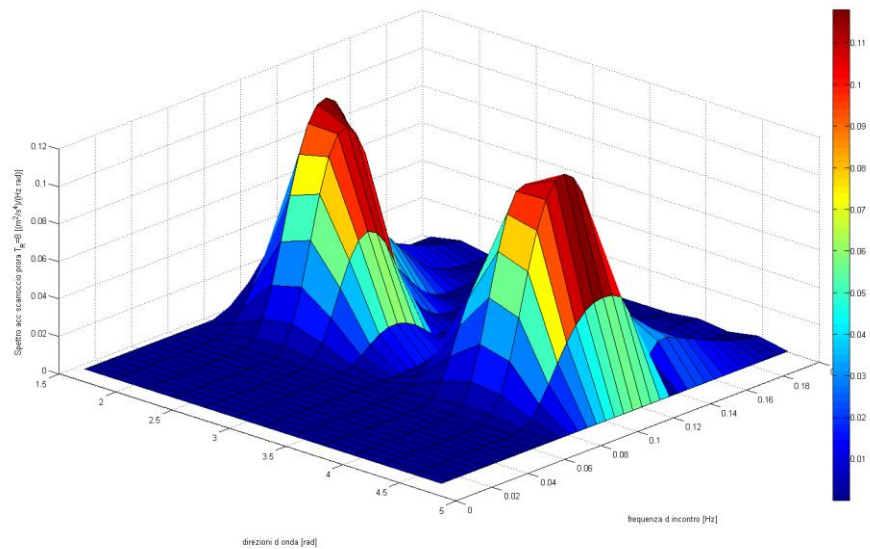


(a)

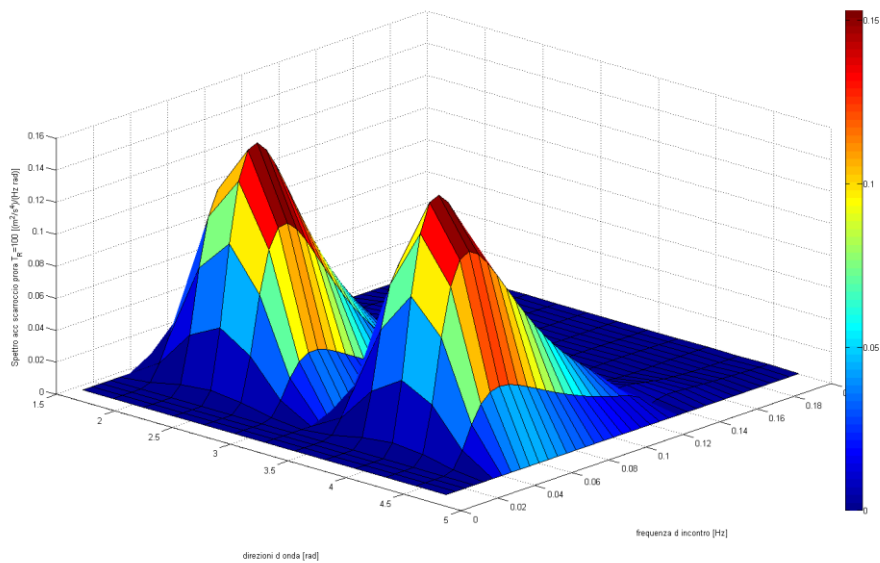


(b)

Fig.A.1: Spettro accelerazione di abbrivio ( $S_{acc,x}$ ) [ $m^2/s^4/(Hz rad)$ ], per mare di prua, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$ .

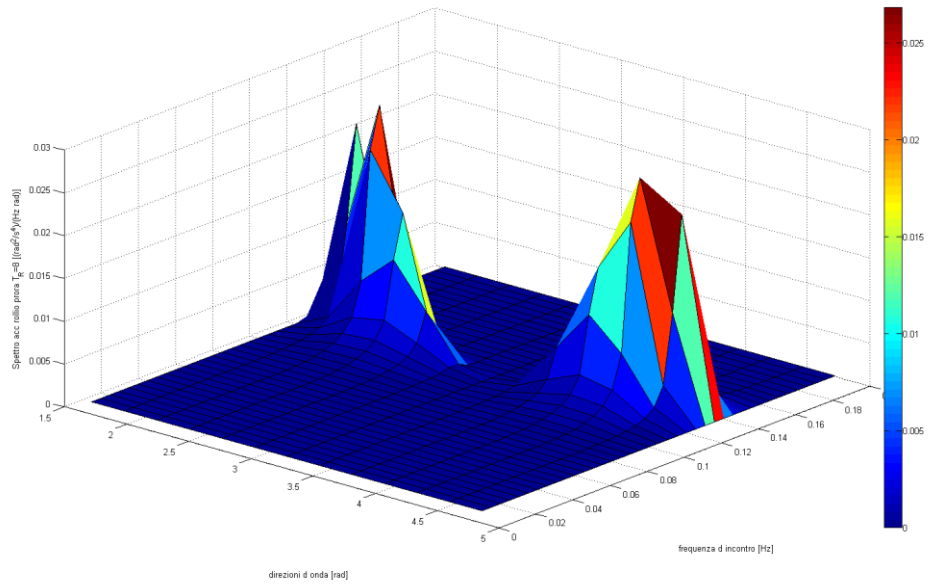


(a)

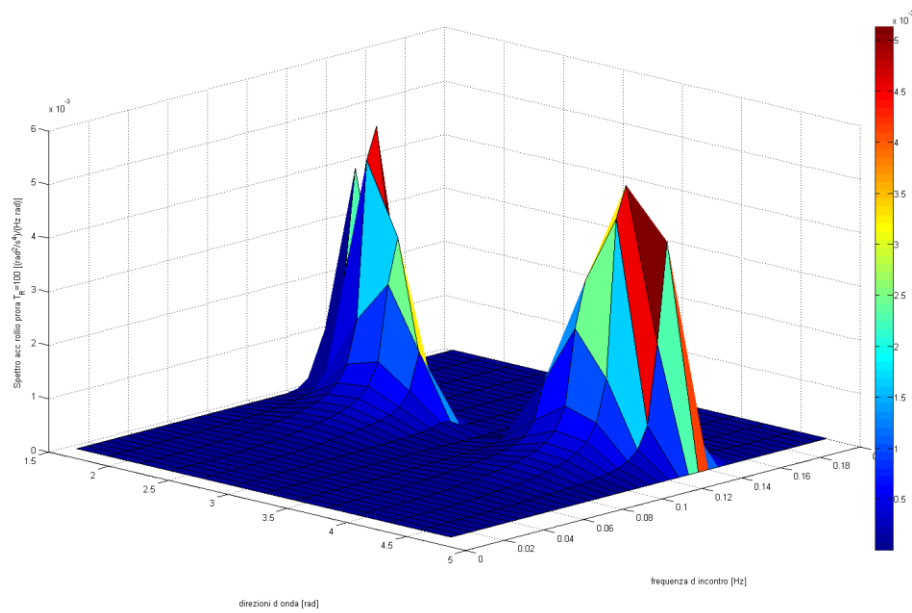


(b)

Fig.A.2: Spettro accelerazione di scarroccio ( $S_{acc, v}$ ) [ $m^2/s^4/(Hz rad)$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < v < 3/2 \pi$ .



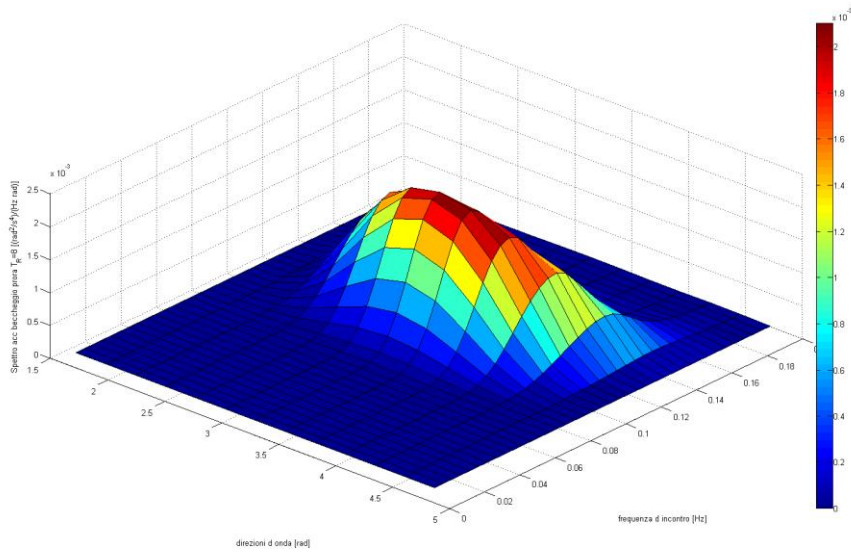
(a)



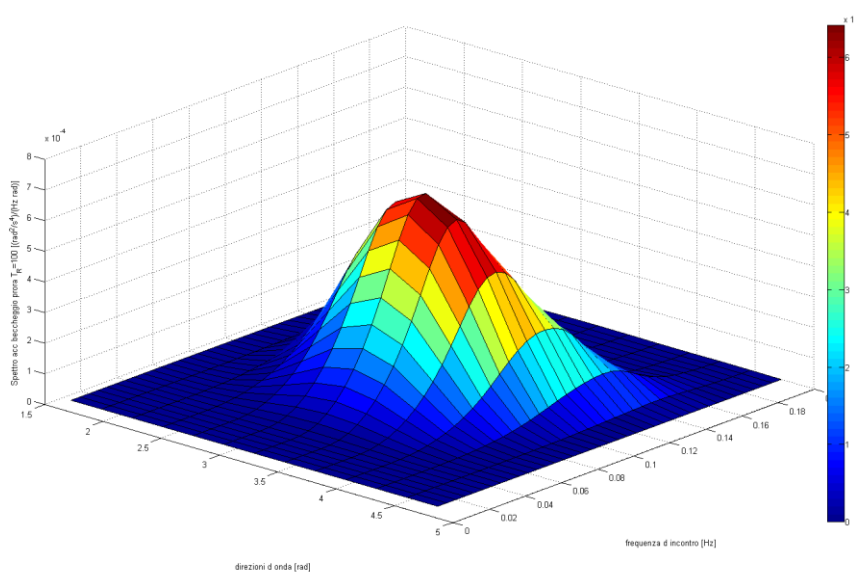
(b)

Fig.A.3: Spettro accelerazione di rollio ( $S_{acc, \phi}$ ) [ $rad^2/s^4/(Hz rad)$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$ .



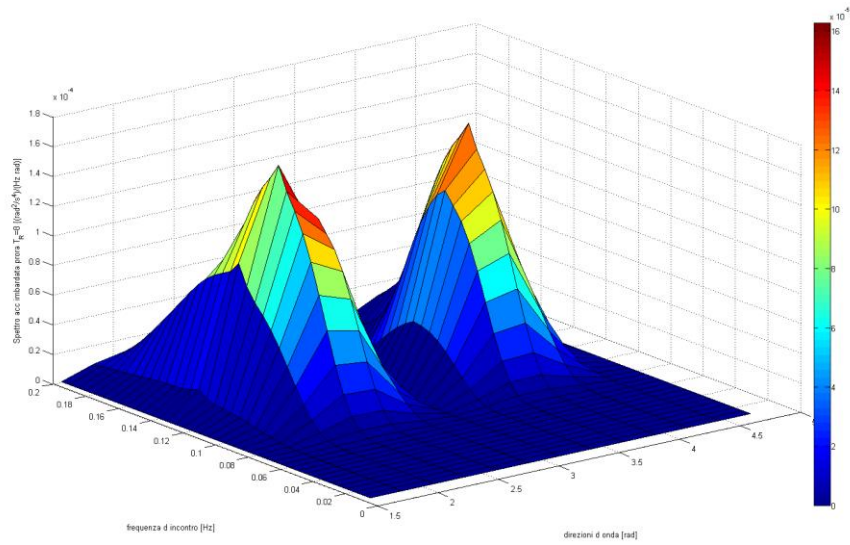


(a)

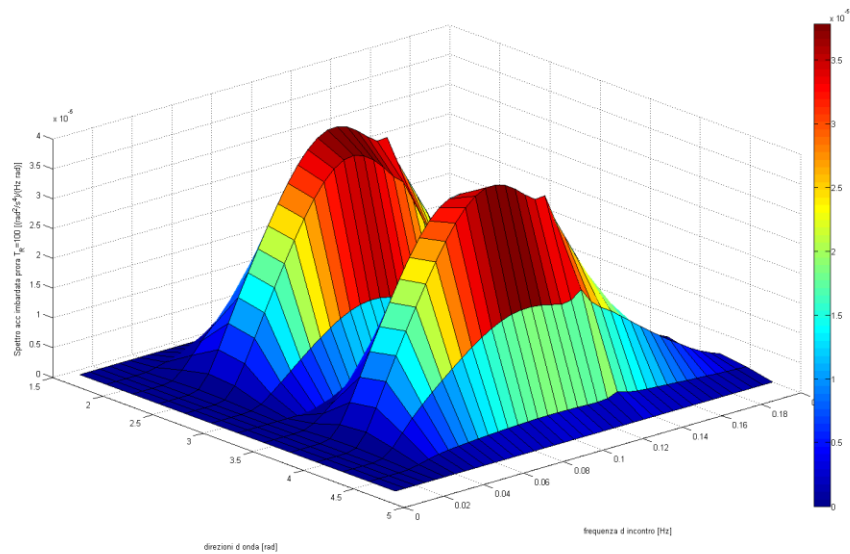


(b)

Fig.A.4: Spettro accelerazione di beccheggio ( $S_{acc, \theta}$ ) [ $\text{rad}^2/\text{s}^4/(\text{Hz rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$ .



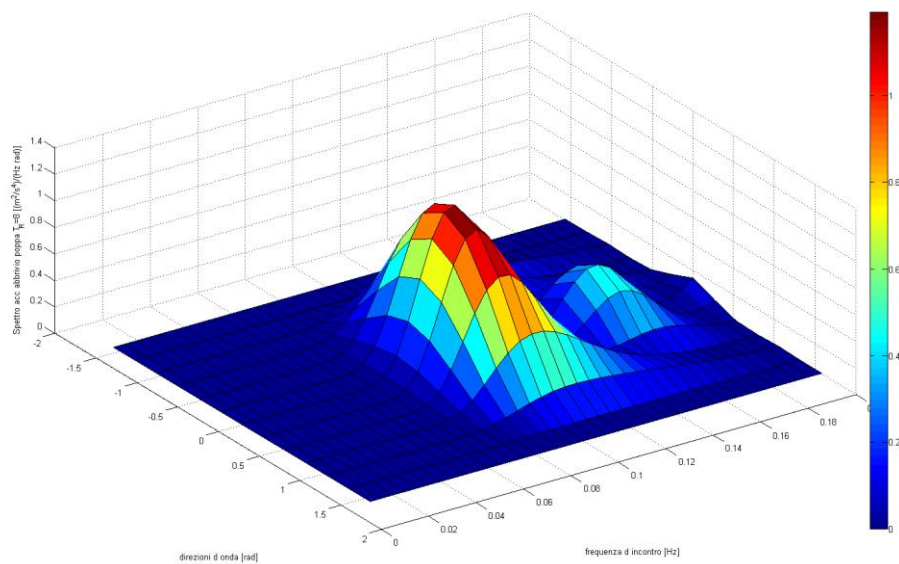
(a)



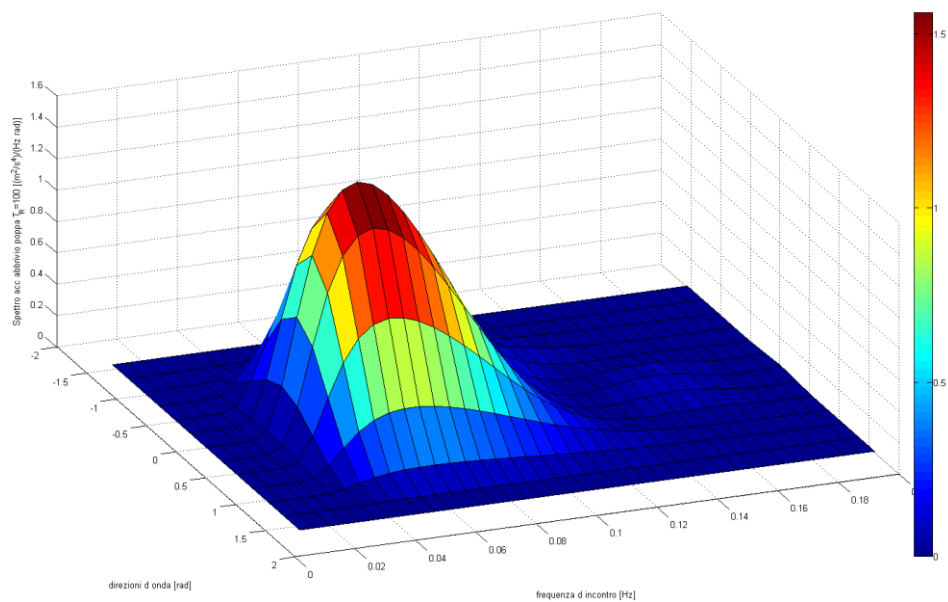
(b)

Fig.A.5: Spettro accelerazione di imbardata ( $S_{acc, \psi}$ ) [ $\text{rad}^2/\text{s}^4 / (\text{Hz rad})$ ], per mare di prora, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $\pi/2 < \nu < 3/2 \pi$ .

## A.2. Mare di poppa

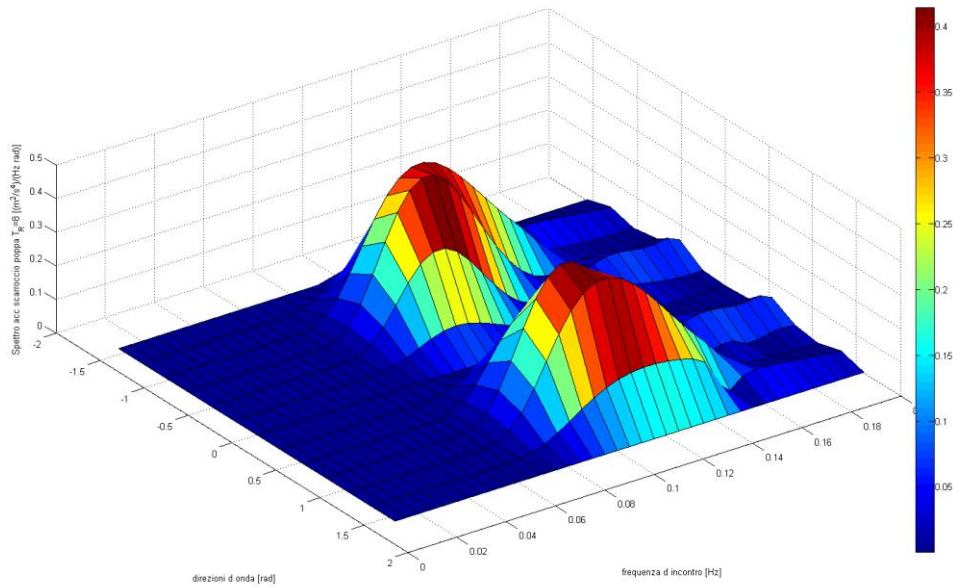


(a)

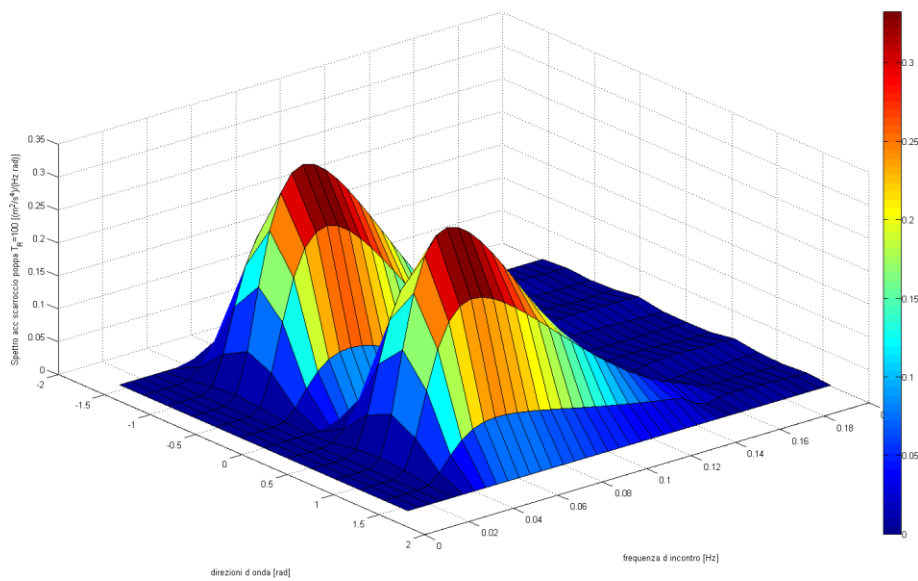


(b)

Fig.A.6: Spettro accelerazione di abbrivio ( $S_{acc, x}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz rad)$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$ .

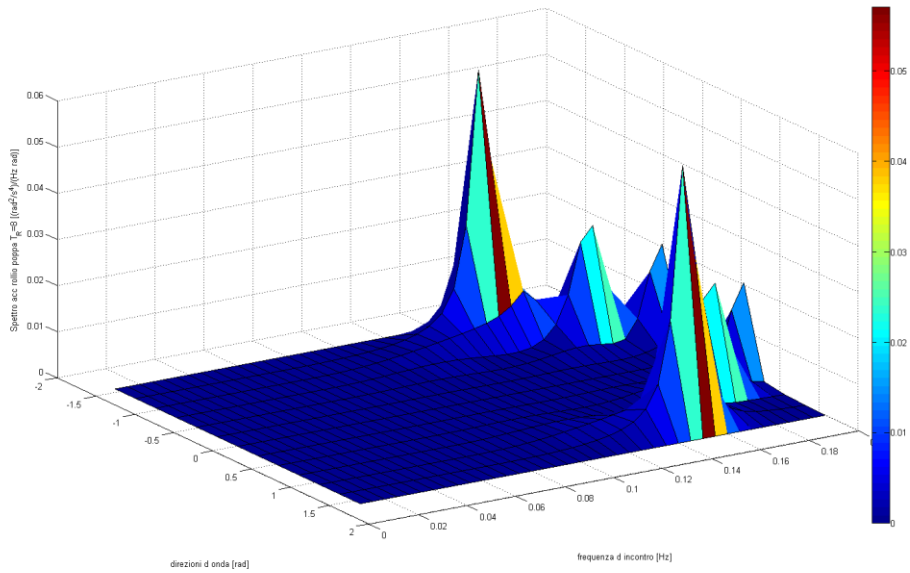


(a)

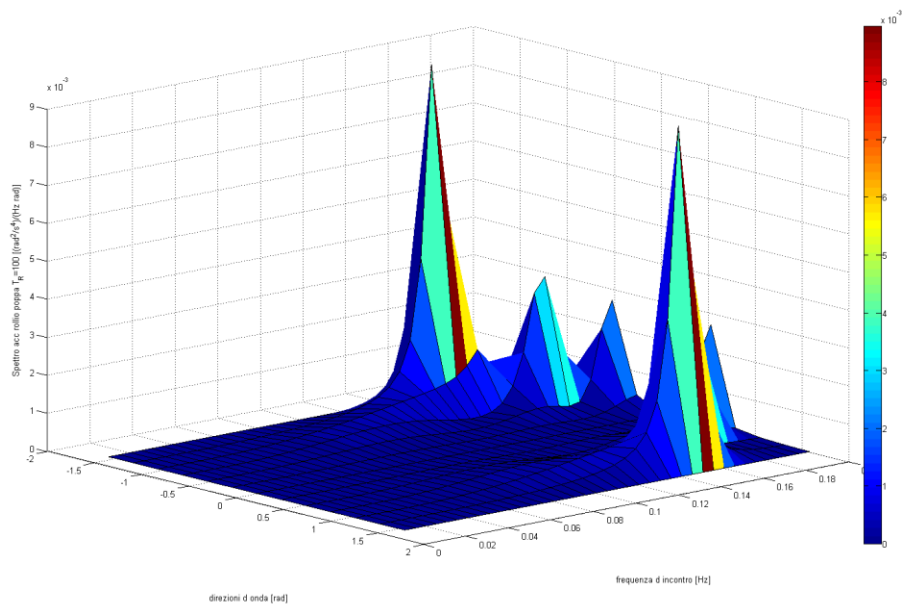


(b)

Fig.A.7: Spettro accelerazione di scarroccio ( $S_{acc, \nu}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz rad)$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$ .

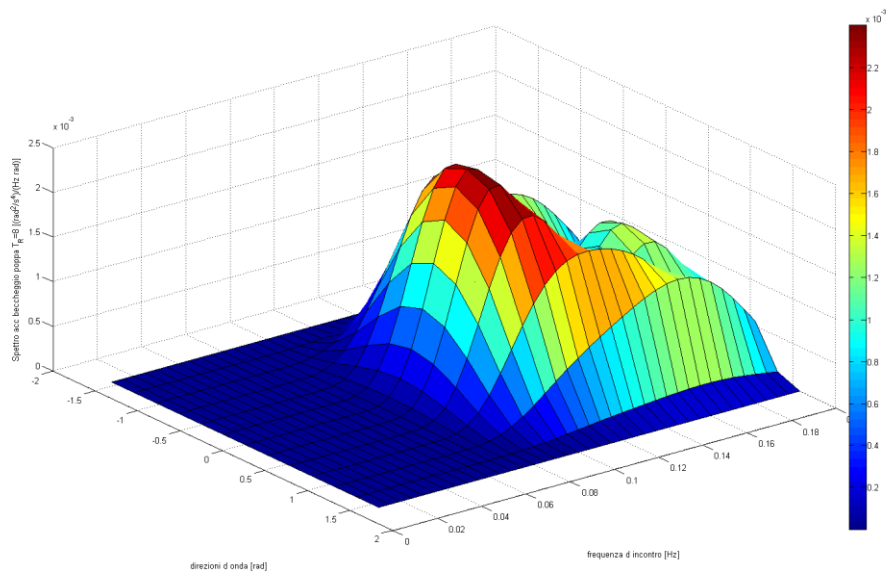


(a)

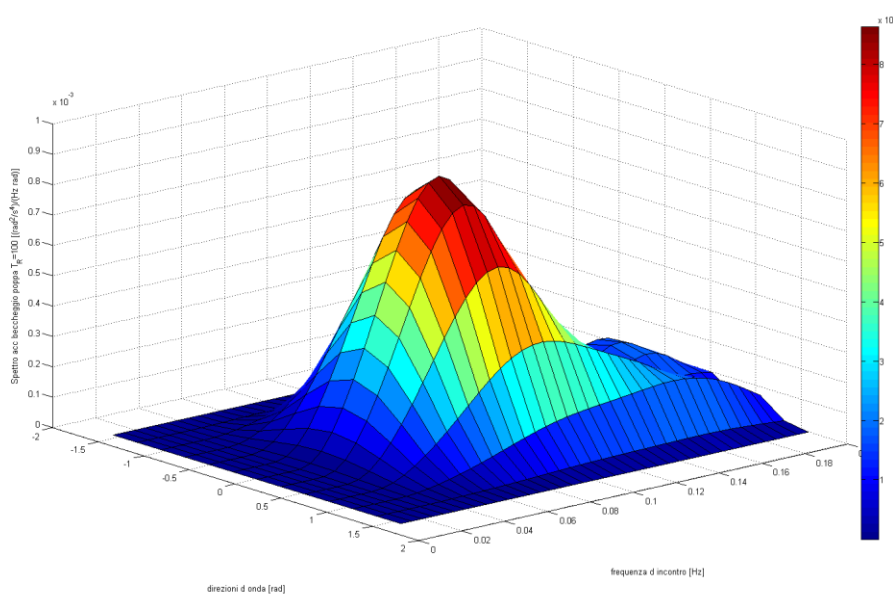


(b)

Fig.A.8: Spettro accelerazione di rollio ( $S_{acc, \phi}$ ) [ $\text{rad}^2/\text{s}^4 / (\text{Hz rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$ .

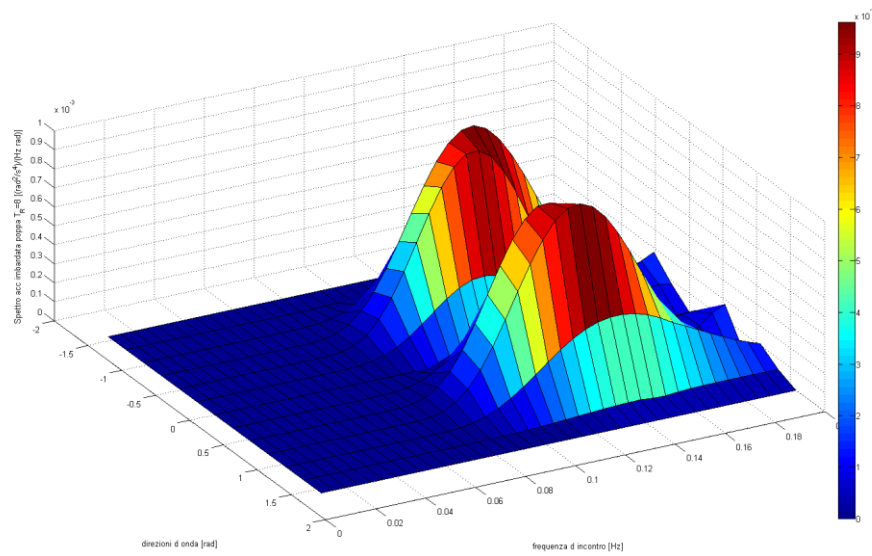


(a)

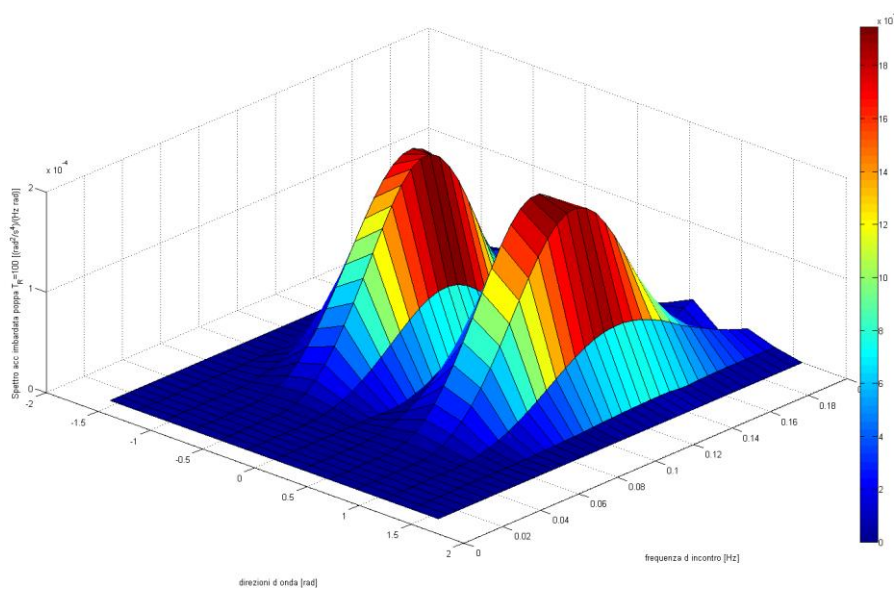


(b)

Fig.A.9: Spettro accelerazione di beccheggio ( $S_{acc, \theta}$ ) [ $\text{rad}^2/\text{s}^4 / (\text{Hz rad})$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \nu < \pi/2$ .



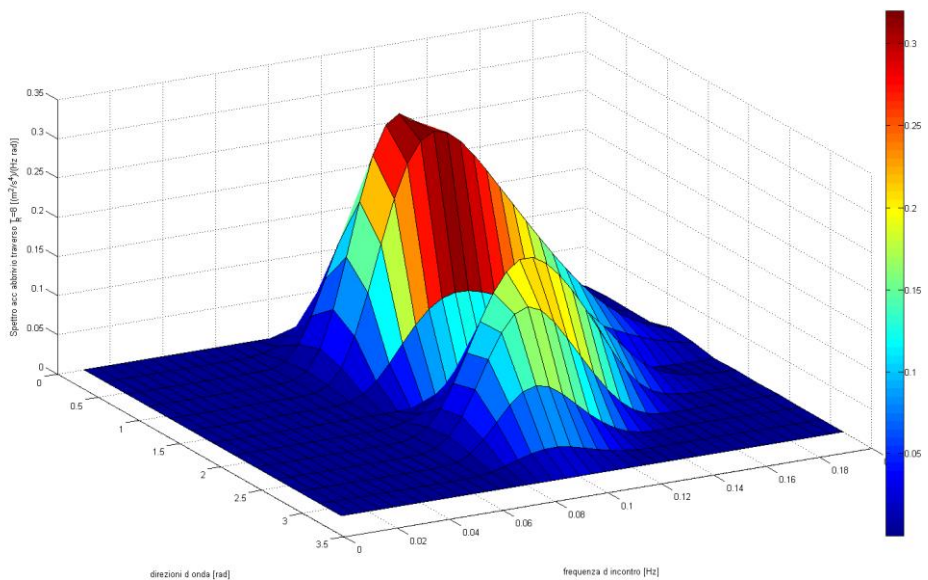
(a)



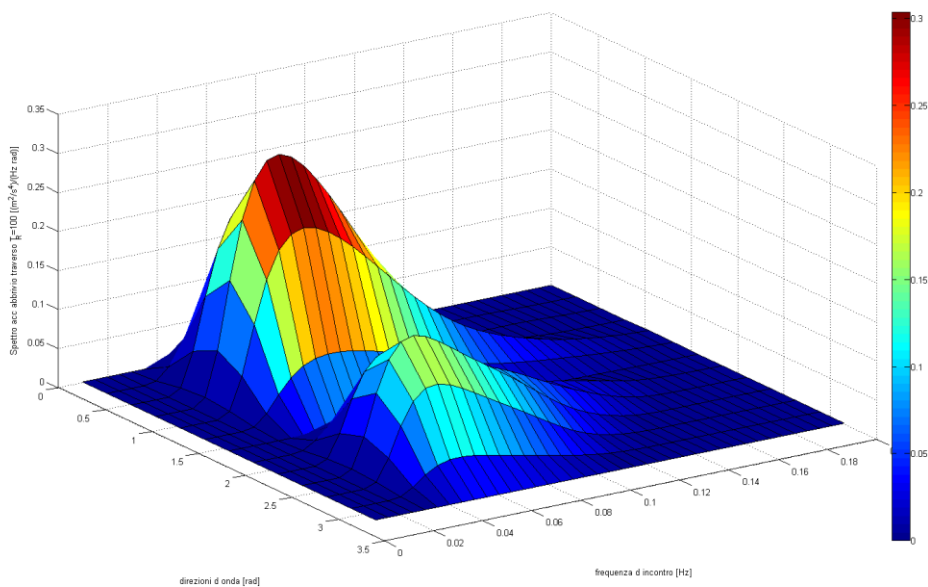
(b)

Fig.A.10: Spettro accelerazione di imbardata ( $S_{acc, \psi}$ ) [ $rad^2/s^4 / (Hz rad)$ ], per mare di poppa, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ .

### A.3. Mare al traverso



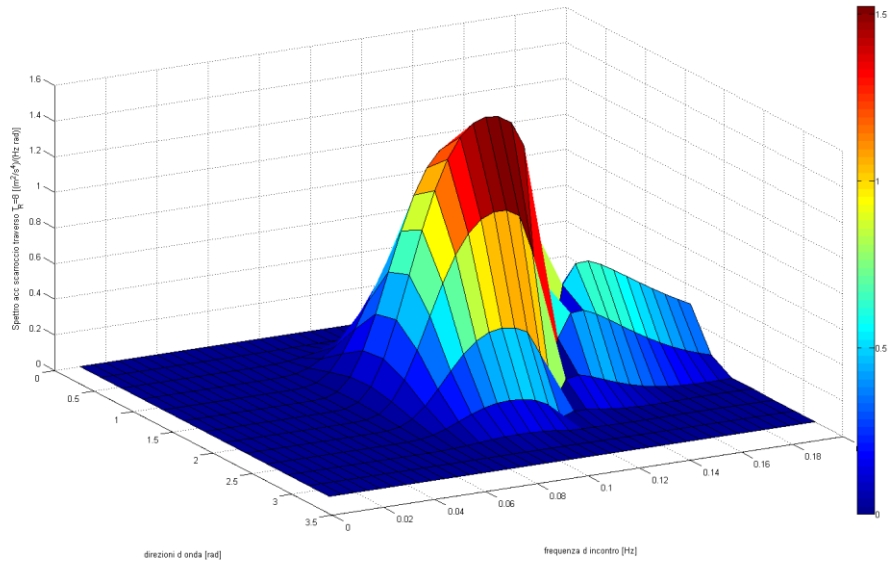
(a)



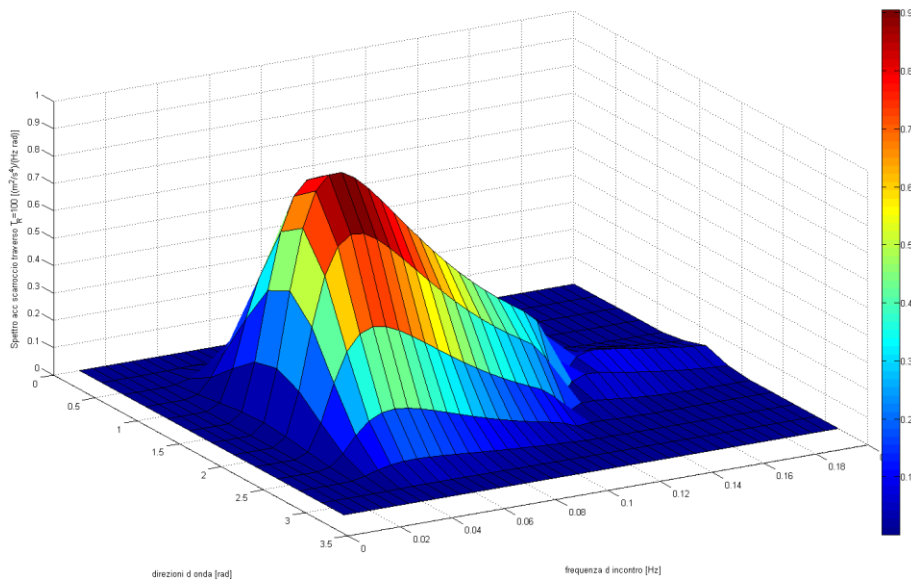
(b)

Fig.A.11: Spettro accelerazione di abbrivio ( $S_{acc,x}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz rad)$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$ .



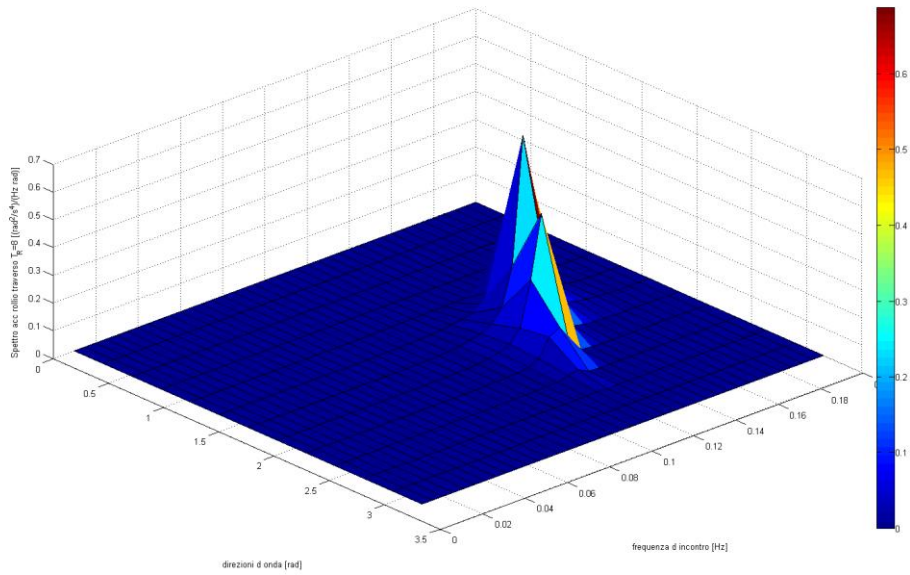


(a)

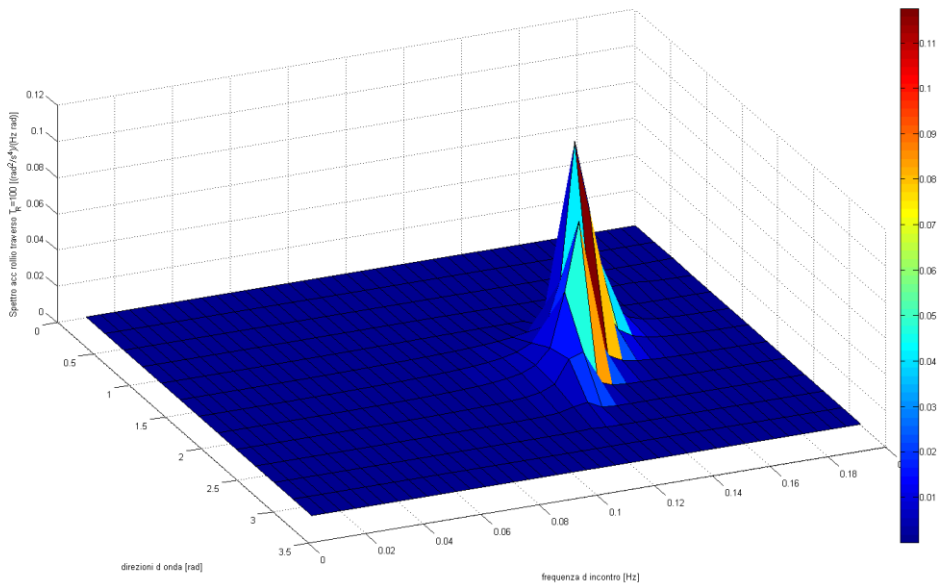


(b)

Fig.A.12: Spettro accelerazione di scarraccio ( $S_{acc, v}$ ) [ $m^2/s^4 / (Hz rad)$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < v < \pi$ .

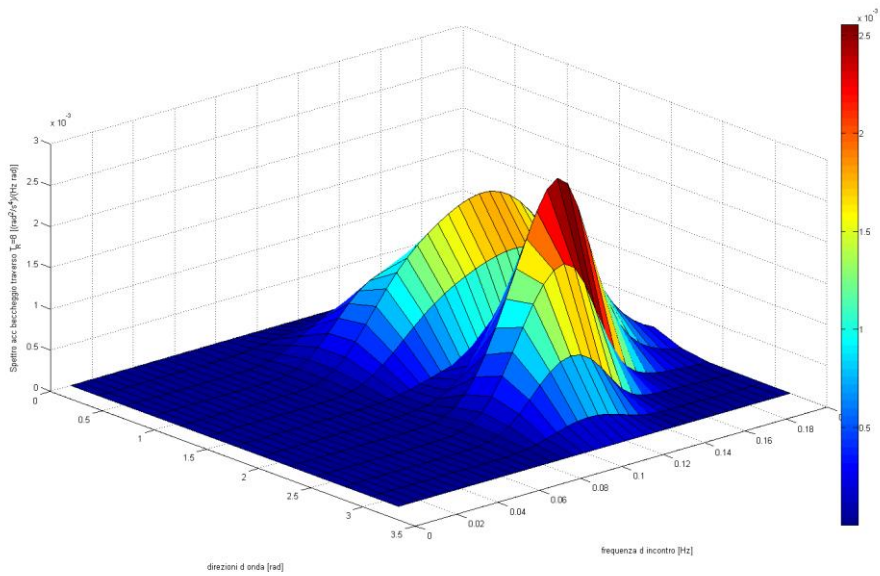


(a)

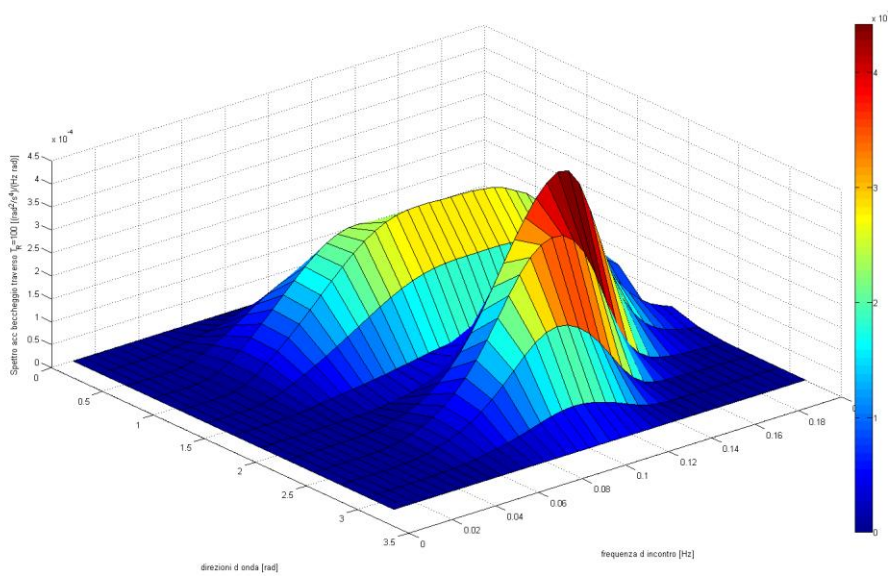


(b)

Fig.A.13: Spettro accelerazione di rollio ( $S_{acc, \phi}$ ) [ $\text{rad}^2/\text{s}^4 / (\text{Hz rad})$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$ .

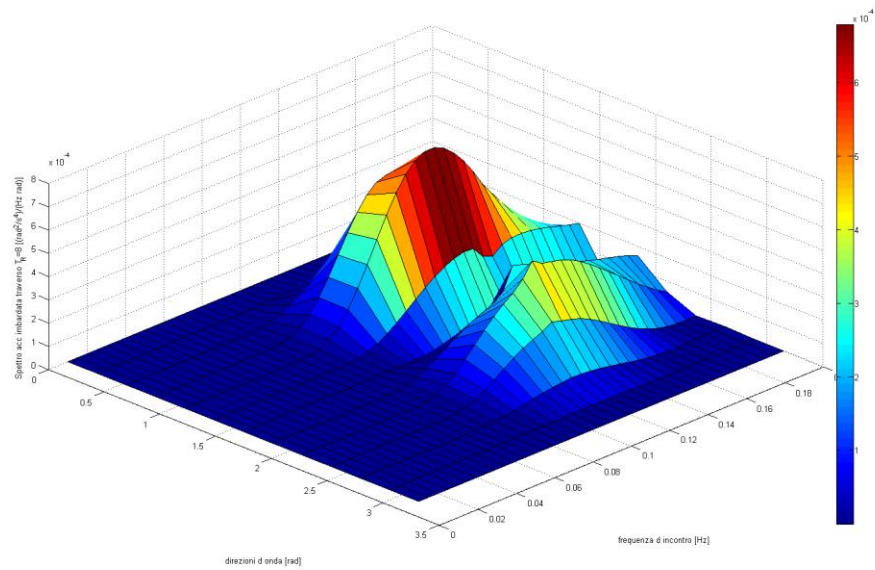


(a)

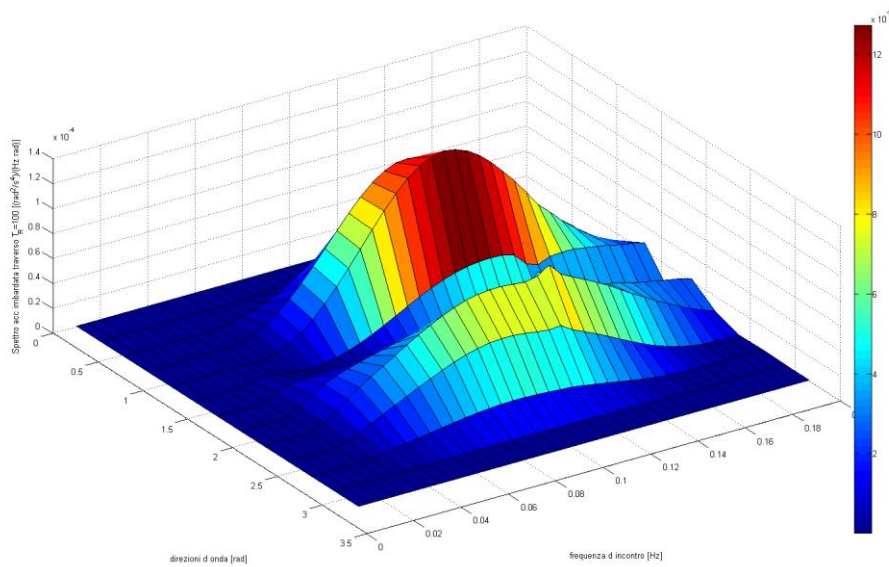


(b)

Fig.A.14: Spettro acceleraz. di beccheggio ( $S_{acc, \theta}$ ) [ $\text{rad}^2/\text{s}^4 / (\text{Hz rad})$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \nu < \pi$ .



(a)



(b)

Fig.A.15: Spettro acceleraz. di imbardata ( $S_{acc, \psi}$ ) [ $\text{rad}^2/\text{s}^4 / (\text{Hz rad})$ ], per mare al traverso, per  $T_R = 8$  anni Scelta 1 (a) e  $T_R = 100$  anni (b), in funzione della frequenza di incontro [Hz] e della direzione [rad] per  $0 < \psi < \pi$ .

---

---

---

## BIBLIOGRAFIA

- [1] A.G.F. Gibb, "Off-site fabrication: prefabrication, pre-assembly and modularization", John Wiley & Sons, 1999.
- [2] R. Nabergoj, "Fondamenti di tenuta della nave al mare", Trieste, 2010.
- [3] Price and Bishop, "Probabilistic theory of ship dynamics", Chapman and Hall, 1974.
- [4] J.M.J. Journée, "Theoretical Manual of SEAWAY", Delft University of Technology, Ship Hydromechanics Laboratory, 2001.
- [5] J.M.J. Journée and J. Pinkster, "Introduction in ship hydromechanics", Draft edition Delft University of Technology, April 2002.
- [6] J.M.J. Journée and W.W. Massie, "Offshore Hydromechanics", Delft University of Technology, Jan 2001.
- [7] V. Bertram, "Practical Ship Hydrodynamics", Butterworth-Heinemann, 2000.
- [8] Usfos, "Hydrodynamics, theory description of use", 2010.
- [9] T.I. Andersen and P. Frigaard, "Lecture notes for the course in Water Wave Mechanics", Aalborg University, July 2011.
- [10] J.D. Wheeler, "Method for calculating forces produced by irregular waves", 1969 Offshore Technology Conference, Vol. I, Paper No. 1007, pp. I-83-I-94.
- [11] Xiao-Bo Chen, "The set-down in the second-order Stokes' waves", Research Department, Bureau Veritas, Paris La Defense France, 2004.
- [12] B. De Jong, "Computation of the Hydrodynamic Coefficients of Oscillating Cylinders", Report No. 145S Netherlands Ship Research Centre TNC, 1973.
- [13] G. Kapsenberg ICMS, "Mathematical challenges and modeling of hydro-elasticity", Edinburgh, 21 –24 June 2010.
- [14] N. Salvsen, E.O. Tuck and O. Faltinsen, "Ship Motion and Sea Loads", Trans. SNAME Vol.78, 1970.

- 
- [15] K.J. Rawson and E.C. Tupper, "Basic ship theory", Butterworth-Heinemann, 2001.
- [16] Y. Ikeda, Y. Himeno, N. Tanaka, "A Prediction Method for Ship Roll Damping," Report of Department of Naval Architecture University of Osaka, Prefecture, Osaka, Japan, No. 405, 1978.
- [17] B. Colbourne, "The Effect of Forward Speed on Roll Damping," Massachusetts Institute of Technology, 1983.
- [18] E. Ovegard, "Numerical simulation of parametric rolling in waves", Master thesis KTH Centre for Naval Architecture, February 2009.
- [19] ANSYS, Inc., "Ansys AQWA Theory Manual", November 2013.
- [20] Di Blasi, "Geometria dei galleggianti", AA. 2006/2007.
- [21] J.H.G.M. Alves and I.R. Young, "On estimating extreme wave heights using combined Geosat, Topex/Poseidon and ERS-1 altimeter data", Applied Ocean Research, 25 (2003).
- [22] Nikolai Kornev, "Ship dynamics in waves", Universitat Rostock, 2011.A.H. Techet, "Design principles for Ocean Vehicles", Spring 2005.
- [23] W.E. Cummins, "The Impulse Response Function and Ship Motions", Schiffstechnik Heft 47, Juni 1962.
- [24] Z. Thein, "Practical Source Code for Ship Motions Time Domain Numerical Analysis and Its Mobile Device Application", Department of Shipping and Marine Technology, Chalmers University of Technology, 2011.
- [25] K. Koskinen, "Numerical simulation of ship motion due to waves and manoeuvring", Degree Project in Naval Architecture, Stockholm, Sweden 2012.
- [26] 23rd International Towing Tank Conference, "Final Reports and Recommendations on the 23rd ITTC", 2002.
- [27] COST 714 Working Group 3, "Measuring and analyzing the directional spectrum of ocean waves", Helsinki, 2003.

- 
- [28] E.A. Tannuria, J.V. Sparanoa, A.N. Simosa and J.J. Da Cruzb, "Estimating directional wave spectrum based on stationary ship motion measurements", Applied Ocean Research, 2003.
- [29] Registro Italiano Navale, "Norme per la verifica delle sistemazioni per il trasporto di carichi concentrati sul ponte di coperta di pontoni destinati alla navigazione marittima", 1° Giugno 1988.
- [30] DNV, "Rules for classification of Ships", January 2014.
- [31] GL Noble Denton, "Technical Policy Board Guidelines for Marine Transportation", 2010.
- [32] M.C. Padovani e F. Riva, "Aspetti strutturali nella modularizzazione di edifici industriali", Tesi di Laurea Magistrale, Politecnico di Milano, 2014.