



**POLITECNICO DI MILANO**

Facoltà di Ingegneria Industriale  
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

**Modello analitico e numerico di onde di deformazione  
generate da impatti a bassa velocità  
su una lastra di alluminio**

Relatore :  
Prof. Marco Giglio

Co-relatore :  
Ing. Claudio Sbarufatti  
Ing. Andrea Gilioli

Tesi di laurea di :  
Tiziano Di Somma

Matr. 787103

**Anno Accademico 2013-2014**



# Ringraziamenti

Vorrei esordire dicendo che sicuramente il Politecnico offre una formazione di alto livello, però quanta fatica, tensione, sacrifici e a volte anche rabbia.

Per resistere a tutto questo è stata fondamentale la presenza, innanzitutto, della famiglia, cioè di nonni, zii, cugini e in particolare di mamma, papà e del mio fratellino Lele che mi da gioie e dolori.

Inoltre vorrei ringraziare i miei amici di Monza, (quasi) sempre pronti a movimentare le serate che hanno scandito la mia vita universitaria e gli amici/compagni (non in senso politico) del poli, con i quali ho condiviso tanti problemi e soddisfazioni.

Infine vorrei ringraziare coloro che mi hanno seguito durante il periodo di tesi, cioè Claudio e Andrea.

Ciao

*Tiziano*

---

# Indice

<b>Ringraziamenti</b>	<b>I</b>
<b>Sommario</b>	<b>IX</b>
<b>Abstract</b>	<b>XI</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1 Structural Health Monitoring System . . . . .	4
1.1.1 Approccio completo SHM System . . . . .	5
1.2 Caso studio . . . . .	7
1.3 Ambito della tesi . . . . .	8
1.4 Introduzione alle onde di Lamb . . . . .	8
<b>2 Ricerca bibliografica</b>	<b>15</b>
2.1 Modellazione delle Lamb wave . . . . .	18
2.2 Modellazione della realtà . . . . .	20
2.3 Conclusioni del capitolo 2 . . . . .	23
<b>3 Estensione del modello analitico</b>	<b>25</b>
3.1 Velocità di fase . . . . .	27
3.1.1 Confronto tra le curve approssimanti la velocità di fase e Vallen Dispersion . . . . .	29
3.2 Velocità di gruppo . . . . .	30
3.2.1 Confronto tra le curve approssimanti la velocità di gruppo e Vallen Dispersion . . . . .	31
3.3 Conclusioni del capitolo 3 . . . . .	32
<b>4 Modello con elementi cubici</b>	<b>33</b>
4.1 Analisi di sensitività . . . . .	36
4.1.1 Numero di elementi nello spessore . . . . .	36
4.1.2 Modulo di Young e densità . . . . .	41

---

4.1.3	Area di applicazione del carico . . . . .	46
4.2	Modello con leggi di carico a banda limitata . . . . .	52
4.3	Modello con legge di carico reale . . . . .	60
4.4	Conclusioni del capitolo 4 . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Modello shell</b>	<b>65</b>
5.1	Analisi di sensitività . . . . .	66
5.1.1	Dimensione degli elementi della mesh . . . . .	66
5.1.2	Ordine di arrivo . . . . .	70
5.2	Confronto tra modello 3D e shell . . . . .	72
5.3	Somma di 2 onde . . . . .	74
5.3.1	Caso 1: $A_{300} = A_{150}$ . . . . .	78
5.3.2	Caso 2: $A_{300} = A_{150}/2$ . . . . .	80
5.3.3	Caso 3: $A_{300} = A_{150}/3$ . . . . .	82
5.3.4	Caso 4: $A_{300} = A_{150}/100$ . . . . .	83
5.4	Somma di 4 onde . . . . .	85
5.4.1	Caso 1: Stessa ampiezza . . . . .	87
5.4.2	Caso 2: segmento blu . . . . .	90
5.4.3	Caso 3: segmento verde . . . . .	92
5.4.4	Caso 4: segmento azzurro . . . . .	94
5.5	Conclusioni del capitolo 5 . . . . .	96
<b>6</b>	<b>Confronto tra deformazioni numeriche e sperimentali</b>	<b>99</b>
6.1	Set-up sperimentale . . . . .	101
6.1.1	Pannello d'alluminio . . . . .	101
6.1.2	Sensori . . . . .	101
6.1.3	Martello dinamometrico . . . . .	103
6.1.4	Elettronica di condizionamento . . . . .	104
6.1.5	Software di acquisizione . . . . .	105
6.2	Impatto centrale . . . . .	107
6.3	Impatto decentrato . . . . .	112
6.4	Conclusioni del capitolo 6 . . . . .	115
<b>7</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>117</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>119</b>

# Elenco delle figure

1.1	SHM system . . . . .	4
1.2	SHM system completo . . . . .	5
1.3	Pannello sandwich . . . . .	7
1.4	Onde longitudinali . . . . .	9
1.5	Onde trasversali . . . . .	9
1.6	Lastra di dimensioni finite . . . . .	11
1.7	Modi A0 e S0 . . . . .	11
1.8	Eccitazione dei modi A0 e S0 . . . . .	12
1.9	Eccitazione dei modi A0 e S0 . . . . .	12
1.10	Curve di dispersione . . . . .	13
3.1	Esempio di uno spettro . . . . .	25
3.2	Numero di elementi nello spessore . . . . .	27
3.3	Ingrandimento delle velocità di fase . . . . .	28
3.4	Errore percentuale della velocità di fase delle curve approssimanti rispetto ai dati analitici . . . . .	29
3.5	Confronto tra la velocità di fase delle curve approssimanti rispetto al software Vallen . . . . .	29
3.6	Errore percentuale della velocità di fase delle curve approssimanti rispetto al software Vallen . . . . .	30
3.7	Velocità di gruppo dei modi di propagazione fondamentali . . . . .	30
3.8	Confronto tra la velocità di gruppo delle curve approssimanti rispetto al software Vallen . . . . .	31
3.9	Errore percentuale della velocità di gruppo delle curve approssimanti rispetto al software Vallen . . . . .	31
4.1	Pannello sandwich . . . . .	33
4.2	Lastra d'alluminio . . . . .	34
4.3	Lastra con sistema di riferimento . . . . .	35
4.4	Rotazione del sistema di riferimento . . . . .	36
4.5	5 cicle tone burst . . . . .	37
4.6	Numero di elementi nello spessore . . . . .	37

---

4.7	Confronto tra le deformazioni vs numero di elementi. L'asterisco rosso rappresenta il punto notevole utilizzato per il calcolo della velocità, mentre i cerchi neri sono gli istanti di arrivo del modo S0 e A0 calcolati riferendosi alla velocità analitica . . . . .	39
4.8	Cross-correlazioni sovrapposte. Gli asterischi, denominati "target time" sono gli istanti di arrivo di A0 e S0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione . . . . .	40
4.9	Legge di carico e spettro . . . . .	41
4.10	Sensitività alla variazione di E . . . . .	42
4.11	Cross-correlazione al variare di $\rho$ ed E . . . . .	43
4.12	Deformazioni per il caso di default. I pallini neri rappresentano i tempi di arrivo del modo simmetrico S0 (a sinistra) e quello anti-simmetrico A0 (a destra), mentre la croce rossa è l'istante temporale utilizzato per calcolare le velocità . . . . .	44
4.13	Deformazioni xz al variare di $\rho$ . I pallini neri rappresentano i tempi di arrivo del modo simmetrico S0 e A0, mentre la croce rossa è l'istante temporale scelto per calcolare le velocità . . . . .	45
4.14	Deformazioni xz al variare di E. I pallini neri rappresentano i tempi di arrivo del modo simmetrico S0 e A0, mentre la croce rossa è l'istante temporale scelto per calcolare le velocità . . . . .	45
4.15	Area di applicazione della pressione . . . . .	46
4.16	Curve di carico . . . . .	47
4.17	Deformazioni nel caso di area con diametro di 1mm. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione . . . . .	48
4.18	Cross-correlazione delle deformazioni . . . . .	49
4.19	Deformazioni in direzione xz. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione . . . . .	50
4.20	Velocità di gruppo . . . . .	52
4.21	Leggi di carico e spettri . . . . .	53
4.22	Deformazioni in direzione xz. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione . . . . .	54
4.23	Deformazioni indotte da Amp9. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione . . . . .	55
4.24	Deformazioni indotte da Amp10. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione . . . . .	56

4.25	Deformazioni indotte da Amp11. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione . . . . .	56
4.26	Deformazioni indotte da Amp12. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione . . . . .	57
4.27	Deformazioni indotte da Amp13. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione . . . . .	57
4.28	Spettro delle deformazioni. Con "X" sono state evidenziate le frequenze mostrate nella tabella precedente . . . . .	59
4.29	Esempio di propagazione in un modello numerico . . . . .	59
4.30	Carico acquisito dal martello dinamometrico durante una prova sperimentale . . . . .	60
4.31	Primo picco della legge reale . . . . .	61
4.32	Deformazioni in tutte le direzioni. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione . . . . .	62
4.33	Spettro delle deformazioni in direzione y . . . . .	63
5.1	Modello reale impattato centralmente . . . . .	67
5.2	Legge di carico per l'impatto centrale . . . . .	67
5.3	Deformazioni lungo la diagonale misurate da un sensore. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo dei modi S0 e A0 riferiti alle velocità fornite dalle curve di dispersione . . . . .	69
5.4	Modello reale impattato nel punto C . . . . .	70
5.5	Deformazioni misurate da i 4 sensori. I pallini indicano gli istanti di arrivo del modo A0, calcolati ipotizzando che la velocità di propagazione sia quella massima, cioè 3181 m/s . . . . .	71
5.6	Legge di carico . . . . .	72
5.7	Confronto tra le deformazione del modello 3D e shell. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità massime fornite dalle curve di dispersione. Mentre "*" indica l'istante di arrivo delle legge di carico "amp9" corrispondente ad una velocità di 1592 m/s. . . . .	73
5.8	Cross-correlazione tra le deformazioni . . . . .	74
5.9	Leggi di carico . . . . .	75
5.10	Deformazioni complete. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz. . . . .	76
5.11	Spettri delle deformazioni . . . . .	76



5.12	Ingrandimento sui tempi di arrivo. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz. . . . .	77
5.13	Legge di carico per $A_{300} = A_{150}$ . . . . .	78
5.14	Spettri per $A_{300} = A_{150}$ . . . . .	79
5.15	Deformazioni per $A_{300} = A_{150}$ . "*" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz. . . . .	79
5.16	Legge di carico per $A_{300} = A_{150}/2$ . . . . .	80
5.17	Deformazioni per $A_{300} = A_{150}/2$ . "*" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz. . . . .	81
5.18	Zoom sui tempi di arrivo per $A_{300} = A_{150}/2$ . "*" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz. . . . .	81
5.19	Legge di carico per $A_{300} = A_{150}/3$ . . . . .	82
5.20	Deformazioni per $A_{300} = A_{150}/3$ . "*" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz. . . . .	82
5.21	Legge di carico per $A_{300} = A_{150}/100$ . . . . .	83
5.22	Deformazioni per $A_{300} = A_{150}/100$ . "*" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz. . . . .	84
5.23	Andamento delle ampiezza . . . . .	85
5.24	Spettri e leggi di carico . . . . .	86
5.25	Legge di carico e deformazioni. . . . .	87
5.26	Ingrandimento sui tempi di arrivo. ">", "o", "x", "*" sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione. . . . .	88
5.27	Riflessioni nella lastra di lato 150 mm . . . . .	89
5.28	Legge di carico e deformazioni. . . . .	90
5.29	Zoom sui tempi di arrivo. ">", "o", "x", "*" sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione. . . . .	91
5.30	Legge di carico e deformazioni. . . . .	92
5.31	Zoom sui tempi di arrivo. ">", "o", "x", "*" sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione. . . . .	93

5.32	Legge di carico e deformazioni. . . . .	94
5.33	Zoom sui tempi di arrivo. ">","o","x","*" sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione. . . .	95
5.34	Confronto tra i 4 casi. ">","o","x","*" sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione. . . .	97
6.1	Dimensioni della lastra reale . . . . .	100
6.2	Estensimetri . . . . .	102
6.3	Martello dinamometrico . . . . .	103
6.4	Elettronica di condizionamento . . . . .	104
6.5	Schermata tipica di labVIEW . . . . .	105
6.6	Schermata tipica di Perception . . . . .	106
6.7	Legge di carico . . . . .	107
6.8	Legge di carico del modello numerico . . . . .	108
6.9	Deformazioni misurate sperimentalmente . . . . .	109
6.10	Deformazioni estratte dal modello numerico . . . . .	110
6.11	Confronto tra le deformazioni misurate sperimentalmente e quelle estratte dal modello numerico . . . . .	111
6.12	Legge di carico . . . . .	112
6.13	Deformazioni . . . . .	113
6.14	Sfasamento tra le deformazioni . . . . .	113

# Sommario

I danneggiamenti dovuti a impatti a bassa velocità hanno causato numerosi incidenti in campo aeronautico e in modo particolare in campo elicotteristico. Questo ha spinto la ricerca verso il monitoraggio continuo della struttura, cioè verso sistemi di *Structural Health Monitoring*, grazie ai quali è possibile localizzare un impatto ed applicare alla zona interessata gli opportuni controlli non distruttivi, in questo modo la localizzazione di eventuali danni alla struttura composita che costituisce la maggior parte dei velivoli è molto più agile e mirata. Per realizzare questo è necessario istruire una rete neurale con una popolazione di dati, i quali saranno costituiti da un input, che sarà una caratteristica dell'onda di deformazione generata dal impatto, da un output noto che sarà il punto in corrispondenza del quale è avvenuto l'impatto. Tale popolazione di dati può essere creata sperimentalmente (*Data-based approach*) o numericamente (*Model-based approach*).

Nel presente lavoro di tesi si considera l'approccio *Model-based*, in particolare si costruirà il modello numerico di una lastra di alluminio interessata da un impatto a bassa velocità e ci si concentrerà sulla modellazione dei modi di propagazione fondamentali. Il primo modello presentato sarà formato da elementi cubici i quali riproducono correttamente i modi di propagazione ma richiedono oneri computazionali elevati. Il secondo modello creato è formato dal elementi shell, per i quali le analisi numeriche richiedono meno tempo. In fine sarà presentato il confronto tra le deformazioni del modello shell e quelle misurate da estensimetri durante un test sperimentale.

I suddetti modelli numerici saranno preceduti da una ricerca bibliografica, grazie alla quale è possibile identificare 2 direzioni di ricerca e collocare il presente lavoro di tesi. Inoltre sono state ricavate le curve complete di dispersione, risolvendo iterativamente le equazioni descrittive dei 2 modi di propagazione fondamentali.

---



# Abstract

Damage in structural composite panel due to low velocity impact, are the main cause of accidents in aeronautical field. These events boosted the researches toward an continuous control of the health structure , called *Structural Health Monitoring*, which allow the impact area localization and consequently, the application of non destructive control technique to limited regions. So the damage localization in composite panels of the aircraft or helicopter structure is easier and more delimited. In order to improve a SHM system is needed to train neural network with lots of data, which are made from an input and output: input data is a particular feature of the deformation wave due to low velocity impact and output data is the impact point. This combination of data can be generated by experimental tests (*Data-based approach*) or by numerical model (*Model-based approach*).

In this thesis it's considered the *Model-based approach*, in particular it's created a numerical model of an aluminum panel while low velocity impact occurs, with a focus on the fundamentals propagation modes, called symmetric mode (S0) and anti-symmetric mode (A0).

The firs model created is made with cubic elements because they can show the propagation mode correctly but it's need lots of time to achieve an completed analysis.

The second model is made with shell elements, which are less expensive from the anaysis time point of view. In the last chapter is presented a comparison between the deformation that occurs in a shell model and the deformation measured by strain gauge during an experimental test.

These models come after the bibliographic research, by which it is possible to found 2 different groups of work and locate this thesis. Moreover it's extract complete dispersion curve by solve propagation equation with a MatLab routine.

---



# Capitolo 1

## Introduzione

La resistenza a fatica di componenti e strutture meccaniche è un problema che affligge diversi settori e che ha causato anche la perdita di vite umane. L'ambito nel quale è nato lo studio delle sollecitazioni affaticanti è quello aeronautico, infatti fin dalla nascita di tale settore industriale si sono registrati cedimenti che hanno causato delle vere e proprie tragedie [1].

Nel Gennaio del 1954 il velivolo DeHavilland Comet cadde in seguito alla propagazione di una cricca nucleata in corrispondenza dello spigolo di un finestrino. In questo caso non è stata considerata la sollecitazione alternata della fusoliera del velivolo sottoposta a cicli di pressurizzazione e depressurizzazione. Questa rottura comportò la perdita di 35 vite.

Nell'Ottobre del 1971 il velivolo Vanguard cadde in seguito alla rottura del pressure bulkhead posteriore, causando la morte di tutti i 63 passeggeri.

Nell'Agosto del 1985, l'aereo Boeing 747SR-46 cadde in seguito alla rottura del pressure bulkhead di poppa e della fusoliera di coda, causando 520 morti su 524 passeggeri.

Nell'Aprile del 1988 un Boeing 737-297 eseguì un atterraggio di emergenza in seguito alla separazione completa del tetto della fusoliera anteriore. Questo guasto fu causato da un non corretto programma di manutenzione e controllo, in particolare fu rilevato un danno da fatica sul giunto della fusoliera. In questo caso ci fu solamente un morto su 95 passeggeri.

Quelli citati sono solo alcuni dei numerosi incidenti causati da sollecitazioni di fatica riguardanti aerei.

---

Tali catastrofi stimolarono lo studio delle sollecitazioni di fatica e la nascita di filosofie progettuali volte all'incremento della vita a fatica di una struttura che possono essere classificate nel seguente modo:

- Fail safe;
- Safe life;
- Damage tolerant;

**Fail safe** L'approccio fail safe si basa sulla presenza di elementi strutturali ridondanti capaci di sostenere un carico maggiore di quello nominale. Praticamente se un elemento strutturale dovesse cedere ne esiste un altro in grado di sostenere il carico aggiuntivo e di evitare il collasso dell'intera struttura. Questo è permesso da una ripartizione dei carichi, cioè nel momento in cui un componente cede, il carico si ripartisce sui componenti sani in modo ovviamente differente da quello precedente. Questa peculiarità è chiamata Multiple Load Path (MLP). Le attuali normative per la sicurezza aerea inseriscono il fail safe nel damage tolerant, tuttavia per motivi storici si è preferito descrivere le due filosofie separatamente.

**Safe life** Quest'approccio prevede di utilizzare componenti progettati a fatica, cioè la cui vita operativa sia fissata a priori in fase di progetto considerando anche un opportuno margine di sicurezza. A differenza dell'approccio fail safe, in questo caso non ci sono elementi ridondanti e nemmeno percorsi di carico alternativi (MLP) perciò, per garantire la sicurezza necessaria, i componenti sono sovradimensionati. Questo limita l'ottimizzazione del peso dell'intera struttura, inoltre una volta che un componente ha raggiunto la vita operativa prevista in fase di progetto deve essere sostituito, a prescindere dal grado di danneggiamento. Praticamente in questo caso non sono previsti i periodici controlli non distruttivi che permettono di valutare lo stato di salute di un componente e al limite di prolungarne l'utilizzo.

**Damage tolerant** L'assunzione alla base di quest'approccio è che ogni pezzo meccanico contiene delle cricche indipendentemente dal ciclo di carico che ha subito, quindi con il damage tolerant si studiano la velocità di propagazione della cricca e la dimensione minima oltre la quale si ha la propagazione della stessa. In base a questi dati si prevedono gli intervalli di ispezione tramite i quali si controlla lo stato di salute dei vari componenti e si valuta



se sono idonei a sostenere ulteriori carichi.

Il damage tolerant si sviluppa attraverso tre passaggi fondamentali:

- Individuazione delle aree critiche, cioè le zone il cui cedimento comprometterebbe l'intera struttura;
- Identificazione degli spettri di carico delle aree critiche, i quali influenzano fortemente le modalità e le velocità di propagazione delle cricche;
- Definizione della dimensione iniziale del difetto.

Tale approccio richiede un elevato numero di prove sperimentali per determinare gli spettri di carico e diverse simulazioni numeriche per definire le aree critiche e la dimensione iniziale della cricca. In realtà gli oneri computazionali possono essere contenuti ricorrendo alla teoria della meccanica della frattura, tuttavia il damage tolerant è comunque più dispendioso rispetto ai due modi di progetto precedenti, ma consente di prolungare la vita di un componente qualora, dopo gli opportuni controlli non distruttivi, non presenti danneggiamenti che ne compromettono la capacità di carico. Il principale limite del damage tolerant è l'applicabilità, infatti, si possono monitorare solamente le parti accessibili ai controlli non distruttivi. Inoltre è necessario controllare come minimo tutte le aree critiche presenti nella struttura, cioè anche quelle non danneggiate.

In questo scenario si introduce il concetto di Structural Health Monitoring System (SHM System), cioè sistemi che controllano l'intera struttura in tempo reale.

## 1.1 Structural Health Monitoring System

SHM System sono la naturale evoluzione del damage tolerant infatti non è più necessario prevedere un calendario di controlli non distruttivi perché il monitoraggio avviene in continuo e in tempo reale tramite sensori distribuiti su tutta la struttura. La grandezza misurata può essere un modo di vibrare, una caratteristica termica, magnetica o una deformazione.

I campi di applicazione di questa tecnologia sono molteplici e vanno dal settore aeronautico a quello civile, tuttavia è possibile distinguere i 2 seguenti macro-casi:

- Individuazione di danni dovuti ad un'alta concentrazione degli sforzi in una zona critica della struttura;
- Individuazione di danni causati da un impatto a bassa energia, cioè da urti accidentali.

I vantaggi principali del SHM System sono:

- Procedure on condition, cioè i controlli non distruttivi non seguono più un calendario predefinito e non interessano tutte le zone critiche ma sono eseguiti solamente qualora i dati acquisiti dai sensori integrati nella struttura segnalino un'anomalia;
- Diminuzione dei tempi d'ispezione è una conseguenza del punto precedente che merita di essere sottolineata per la sua importanza;
- Informazioni in tempo reale. A differenza dell'approccio damage tolerant con il quale si hanno informazioni riguardanti la salute della struttura solamente in corrispondenza degli intervalli di controllo programmati, ora è possibile avere informazioni continue.

Il PHM System si articola principalmente nelle fasi di diagnosi e di prognosi, come mostrato in figura 1.1. La fase di diagnosi permette d'identificare la

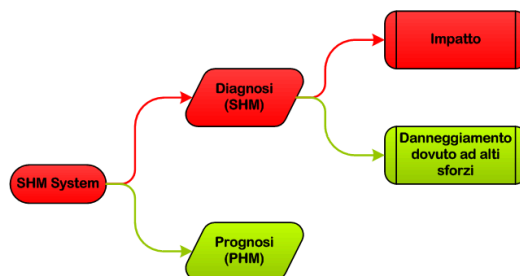


Figura 1.1. SHM system

presenza di un difetto e delle sue caratteristiche oppure può essere utilizzata per localizzare un impatto a bassa velocità, cioè un urto accidentale. Nel primo caso, l'obiettivo è di individuare un danneggiamento dovuto alla concentrazione degli sforzi nei pressi di una zona critica come ad esempio una brusca variazione di sezione oppure una zona soggetta a un carico esterno molto elevato. Nel secondo caso, l'obiettivo è la localizzazione di un impatto accidentale che potrebbe danneggiare la struttura. La conoscenza di questa informazione permetterebbe di applicare i controlli non distruttivi a un'area ridotta e quindi di risparmiare tempo e risorse.

Mentre nella fase di prognosi si esegue la previsione di vita residua del sistema. Quest'ultima fase deve necessariamente seguire la fase di diagnosi perciò con SHM si indica solamente la fase di diagnosi mentre con PHM si indica la fase di diagnosi seguita da quella di prognosi.

L'ambito del presente lavoro di tesi è quello colorato di rosso nel grafico, cioè di diagnosi (SHM), in particolare si considererà il caso d'impatto a bassa velocità ponendosi come obiettivo quello di localizzare tale impatto.

### 1.1.1 Approccio completo SHM System

In realtà la procedura di applicazione del SHM System è più ampia di quella descritta sopra, infatti esiste un flusso d'informazioni che converge verso le fasi di diagnosi e prognosi dalle quali non è possibile prescindere e che sono schematicamente illustrate in figura 1.2.

In generale, per localizzare un impatto è necessario individuare un indice, cioè

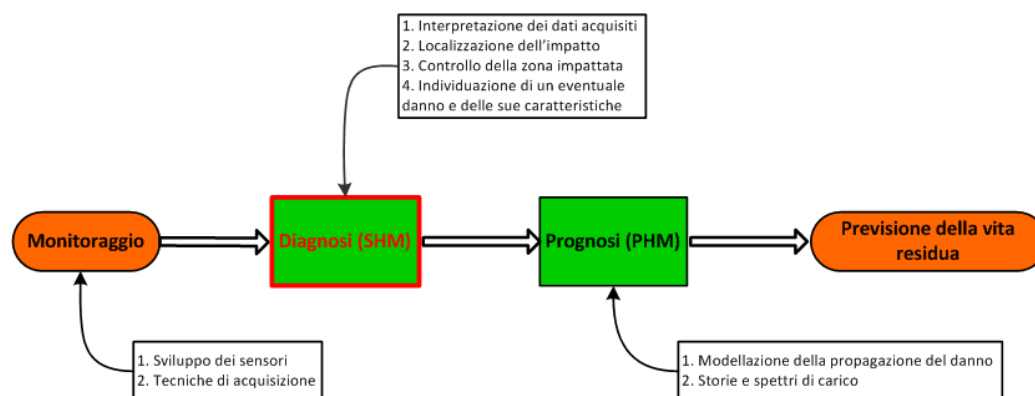


Figura 1.2. SHM system completo

una caratteristica dell'onda di deformazione, che varia in seguito all'impatto a bassa velocità, inoltre è necessario trovare una correlazione tra tale grandezza e il luogo in cui è avvenuto l'urto.

In pratica per ottenere delle informazioni utili dalla grandezza indice è necessario avere:

1. Una rete di sensori che misuri la grandezza monitorata;
2. Un algoritmo che processi il segnale e ne estragga degli indici;
3. Un sistema d'interpretazione degli indici.

Spesso, il sistema d'interpretazione (fig.3) è una rete neurale che riceve in ingresso gli indici e restituisce l'interpretazione, praticamente gli indici sono un punto notevole dell'onda di deformazione mentre l'interpretazione è il luogo dell'impatto. Affinché la rete neurale possa interpretare correttamente le informazioni in ingresso è necessario allenarla, cioè sottoporle un elevato numero di dati noti, sia input che output.

Questi dati possono essere creati tramite 2 approcci distinti:

- Data-based, cioè i dati sono generati sperimentalmente. Il vantaggio di tale approccio è che le informazioni sono provenienti da un caso reale quindi sono molto accurate, tuttavia è difficile eseguire tante prove sperimentali a causa del loro costo e tempo;
- Model-based, cioè i dati sono generati tramite un modello numerico, quindi è possibile ottenere molti più dati rispetto all'approccio data-based ma meno accurati. Infatti il modello numerico non rispecchia la realtà inoltre un modello molto accurato comporta oneri computazionali elevati.

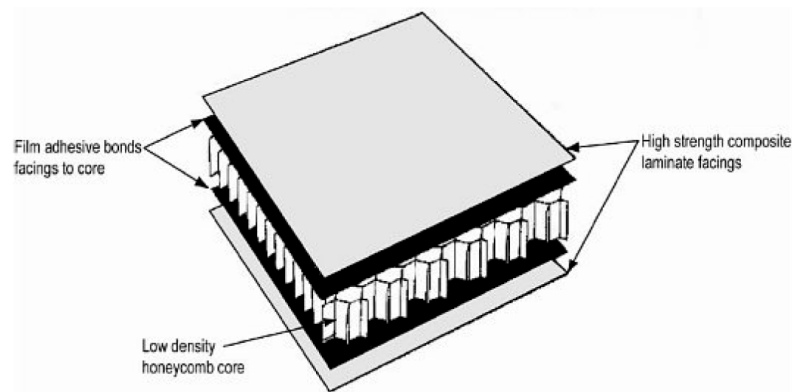
## 1.2 Caso studio

Attualmente la struttura portante di velivoli quali elicotteri e aerei è costruita quasi interamente da materiali compositi, i quali presentano diversi vantaggi rispetto ai materiali tradizionali:

- Maggiore rigidità;
- Leggerezza;
- Possibilità di realizzare materiali con caratteristiche su misura variando i materiali accoppiati, la resina, l'orientazione dei materiali costituenti.

Il danneggiamento più frequente che affligge i materiali compositi è la delaminazione, cioè la separazione dei materiali costituenti. Per quanto riguarda i pannelli, la delaminazione si verifica spesso in seguito a impatti a bassa velocità inoltre le modalità di propagazione dei danneggiamenti nei compositi non è ben chiara. Il lettore interessato può riferirsi a [2] dove è presentata una panoramica generale riguardante la risposta ad un impatto su un pannello sandwich e i relativi danneggiamenti.

In questo caso i pannelli sandwich sono costituiti da 2 lamine di alluminio 2024 esterne e da un cuore costituito da una struttura a nido d'ape. Essi sono molto esposti a urti accidentali che possono danneggiarli, quindi se si riuscisse a localizzare l'impatto sarebbe possibile applicare i controlli non distruttivi solamente ad una zona particolare.



**Figura 1.3.** Pannello sandwich

## 1.3 Ambito della tesi

Il presente lavoro di tesi si sviluppa all'interno della fase di diagnosi (SHM), quindi l'obiettivo sarebbe la localizzazione di un impatto a bassa velocità.

Come visto nei capitoli precedenti, per localizzare un impatto è necessario installare una rete di sensori che acquisiscano l'onda di deformazione generata dall'impatto stesso. In questo modo si crea una popolazione di dati composta da un punto notevole della curva di deformazione (input) e dal luogo dove è avvenuto l'impatto (output), con la quale è possibile allenare la rete neurale. La popolazione di dati può essere creata sperimentalmente (data-based) oppure numericamente (model-based).

In questo caso si adatterà l'approccio model based creando un modello agli elementi finiti della lastra nella quale propagano le onde di deformazione. Inoltre si dovrà definire il punto notevole della curva di deformazione, perciò sarà necessario comprendere le modalità di propagazione delle onde elastiche all'interno di una lamina di materiale isotropo.

## 1.4 Introduzione alle onde di Lamb

Le onde che si propagano in un mezzo solido possono essere di vari tipi, per esempio esistono le onde di Lamb, Rayleigh, Love, Stoneley, Sezawa, ognuna delle quali presenta ovviamente delle peculiarità che la identificano. Le onde di maggior interesse per lo Structural Health Monitoring system sono le onde di Lamb.

Per comprendere tali onde è necessario introdurre alcuni concetti preliminari [3] [4].

Inizialmente si considera un caso ideale per il quale valgono le seguenti ipotesi:

- Il mezzo è considerato infinito quindi la velocità di propagazione non dipende dalla geometria del componente ma solamente dalle costanti elastiche del materiale;
- Il materiale è considerato isotropo e il fenomeno è puramente elastico, perciò il problema può essere descritto dalle costanti di Lamè. Questo implica che la velocità di propagazione non dipende dalla direzione;
- La velocità di propagazione non dipende dalla frequenza (onde non-dispersive);
- Le velocità longitudinale e trasversale non interagiscono tra loro.

In questo caso è possibile individuare 2 tipi di onde: longitudinali e trasversali. Le onde longitudinali sono caratterizzate dal fatto che le particelle del mezzo si muovono in direzione parallela alla velocità di propagazione, praticamente si possono individuare delle zone in cui le particelle sono in compressione alternate a zona di trazione, così che il materiale si deforma lungo la direzione di propagazione (figura 1.4). Mentre le onde trasversali inducono una deformazione perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda. Da quanto esposto si deduce che le onde longitudinali generano una deformazione nel piano, mentre quelle trasversali producono deformazioni fuori piano [5].

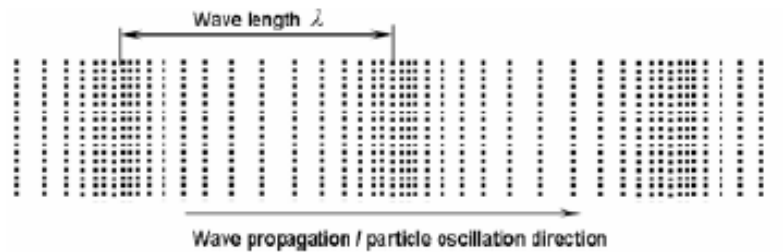


Figura 1.4. Onde longitudinali

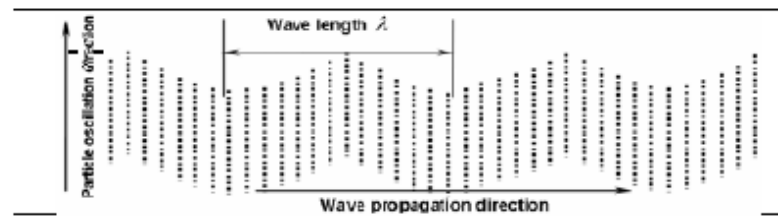


Figura 1.5. Onde trasversali

Le equazioni che descrivono le velocità longitudinale e trasversale sono le seguenti:

$$V_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad V_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1.1)$$

Dove  $\rho$  è la densità del materiale,  $\lambda$  e  $\mu$  sono le costanti di Lamè che dipendono dal modulo di Young  $E$  e dal coefficiente di Poisson  $\nu$ .

$$\lambda = \frac{E \cdot \nu}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.2)$$

In realtà le ipotesi sopracitate non sono verificate, quindi le onde trasversali

e longitudinali non si propagano singolarmente ma si sovrappongono. Tale sovrapposizione origina le onde di Lamb-Rayleigh [5]. Le onde di Rayleigh sono definite come onde che si propagano sulla superficie di un solido semi-infinito, in particolare le particelle del materiale si muovono descrivendo ellissi perpendicolari alla superficie e parallele alla direzione di propagazione che entrano ed escono dalla superficie del materiale creando delle onde sinusoidali. Tali onde hanno la particolarità di decadere molto lentamente, con legge  $1/\sqrt{r}$ , dove "r" è la distanza dal punto di origine delle onde, perciò sono molto studiate e applicate per l'SHM system. Se il mezzo di propagazione è una lamina sottile allora le onde sono dette di Lamb.

Si consideri una lastra di dimensioni finite e con spessore pari a  $d=2h$  (figura 1.6), sovrapponendo le equazioni differenziali descrittive del modo longitudinale e trasversale si ottiene un'unica equazione che descrive il moto delle onde di Lamb in un materiale isotropo e omogeneo:

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = \frac{4k^2 pq\mu}{(\lambda k^2 + \lambda p^2 + 2\mu p^2)(k^2 - q^2)} \quad (1.3)$$

Dall'equazione 1.3 è possibile esprimere separatamente il modo compressivo che propaga nel piano in direzione radiale (modo simmetrico S) e il modo fuori piano flessionale (modo anti-simmetrico A)

$$\text{Modo simmetrico (S)} \quad \frac{\tan(q \cdot h)}{\tan(p \cdot h)} = -\frac{4k^2 \cdot p \cdot q}{(q^2 - k^2)^2} \quad (1.4)$$

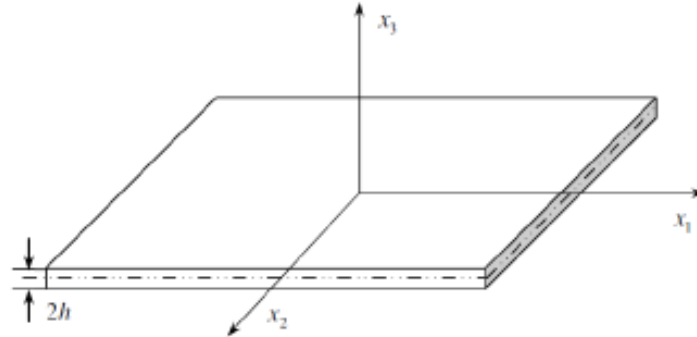
$$\text{Modo anti-simmetrico (A)} \quad \frac{\tan(p \cdot h)}{\tan(q \cdot h)} = -\frac{4k^2 \cdot p \cdot q}{(q^2 - k^2)^2} \quad (1.5)$$

Dove  $k$  è il numero d'onda che specifica il numero di oscillazioni per unità di spazio,  $c$  è la velocità di fase e  $p, q$  sono costanti date dalle seguenti formule:

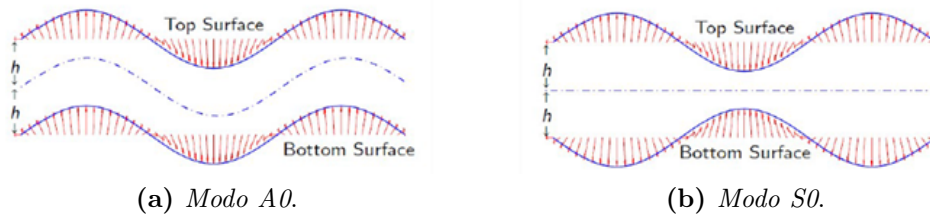
$$p = \frac{\omega}{\sqrt{V_t^2 - c^2}} \quad q = \frac{\omega}{\sqrt{V_t^2 - c^2}} \quad (1.6)$$

Il modo simmetrico è tale da generare lo spostamento simmetrico delle particelle del mezzo rispetto alla mezzeria dello spessore, mentre il modo anti-simmetrico produce una deformazione asimmetrica rispetto alla mezzeria come mostrato in figura 1.7.





**Figura 1.6.** Lastra di dimensioni finite



(a) *Modo A0.*

(b) *Modo S0.*

**Figura 1.7.** Modi A0 e S0

Per ognuna delle 2 modalità di propagazione (simmetrica e anti-simmetrica) esistono infiniti modi: il modo rappresenta la forma dell'onda di deformazione ed è funzione della frequenza. Inoltre, si osserva che per una sola frequenza sono permessi più modi di propagazione.

Osservando le formule del modo simmetrico e anti-simmetrico si nota la presenza del termine "c", che non è la velocità di propagazione dell'onda ma la velocità di fase, cioè la velocità con cui cambia la fase dell'onda di Lamb durante la propagazione. La conoscenza di questa grandezza permette di calcolare la velocità di gruppo, cioè la velocità di avanzamento dell'onda.

$$c_g = c - \lambda \frac{\partial c}{\partial \lambda} \quad (1.7)$$

La derivata di c rispetto a  $\lambda$  è esprimibile nel modo seguente:

$$\frac{\partial c}{\partial \lambda} = \frac{f^2 \partial c}{(f \partial c - c \partial f)} \quad (1.8)$$

Quindi la velocità di gruppo è:

$$c_g = c^2 \left( c - f \frac{\partial c}{\partial f} \right)^{-1} \quad (1.9)$$

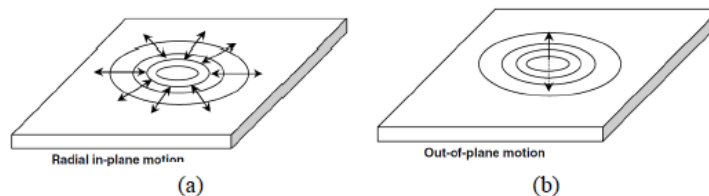
Per descrivere il fenomeno di propagazione delle Lamb waves in un mezzo di dimensioni finite si ricorre alle dispersion curves, cioè dei grafici che rappresentano la velocità di fase e di gruppo in funzione della frequenza.

Nella presente tesi il modello analitico di riferimento per il calcolo delle dispersion curves è il Vallen Dispersion, il quale fornisce le velocità di gruppo del modo fondamentale anti-simmetrico A0 a partire da 6.1 kHz. Questo rappresenta un problema in quanto il range di frequenze eccitate da un impatto a bassa velocità è 0-3 kHz, perciò sarà necessario estendere questo modello analitico anche alle frequenze più basse.

Per comprendere meglio le direzioni delle deformazioni prodotte dai 2 modi fondamentali si ritiene opportuno mostrare i carichi che eccitano solamente A0 e S0. Come mostrato in figura 1.8 e 1.9 per eccitare solamente il modo S0 è necessario applicare due forze con lo stesso modulo e verso opposto rispettivamente sulla superficie superiore e inferiore della lastra che sollecitano il materiale a trazione e compressione, mentre per eccitare solamente A0 le forze devono avere il medesimo verso, in modo da creare degli sforzi di flessione. Infine si mostrano le curve di dispersione (fig.1.10) calcolate con il software Vallen Dispersion per una lastra di alluminio di spessore 1.5 mm.



**Figura 1.8.** Eccitazione dei modi A0 e S0



**Figura 1.9.** Eccitazione dei modi A0 e S0

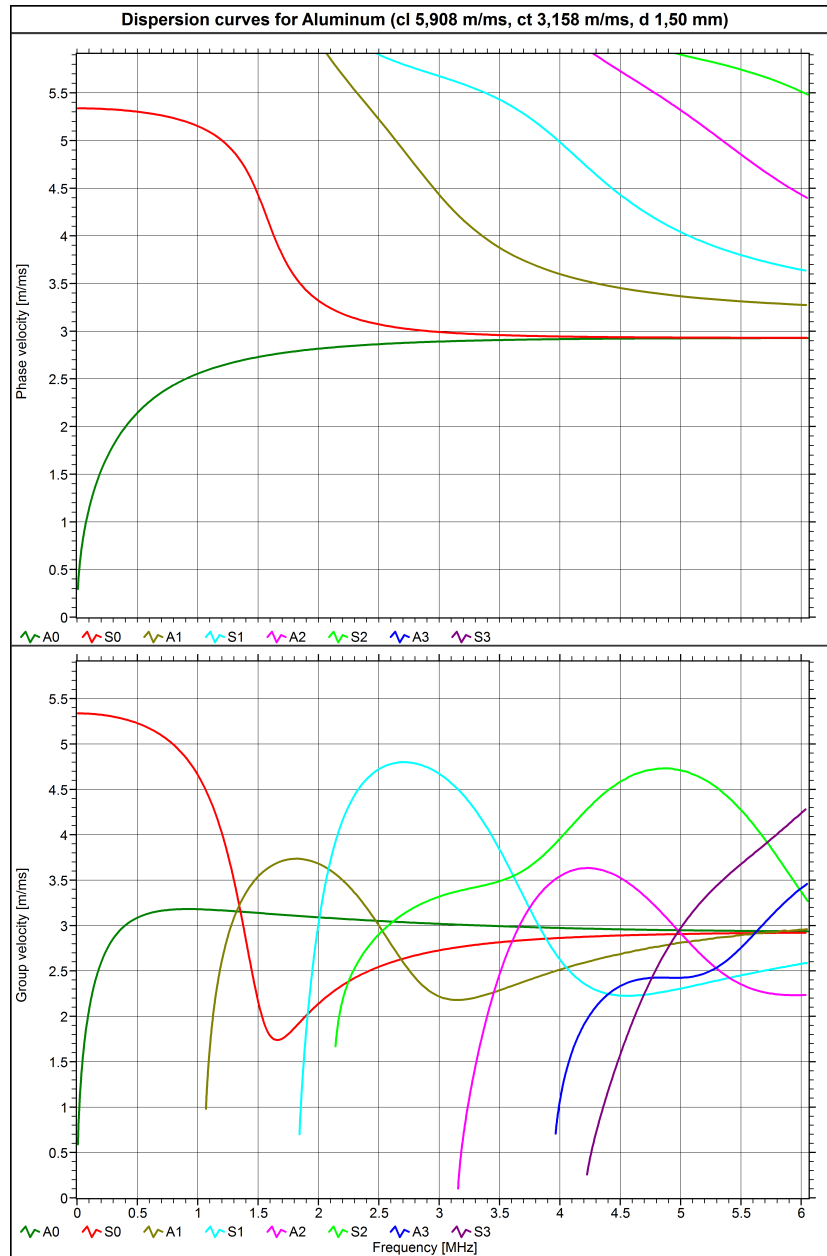


Figura 1.10. Curve di dispersione



## Capitolo 2

### Ricerca bibliografica

Come visto nel capitolo precedente, uno degli obiettivi del presente lavoro di tesi è la creazione di un modello numerico, tramite il risolutore esplicito di *Abaqus*, della propagazione delle onde di Lamb in una lastra di alluminio, generate in seguito ad un impatto a bassa velocità. Siccome in quest'ambito sono già stati condotti degli studi negli anni precedenti, si ritiene utile fornire una panoramica generale riguardante i tipi di sensori utilizzabili, la modellazione e l'analisi dei dati ottenuti dal modello [6].

Le onde di Lamb possono essere generate da un impatto oppure da dispositivi capaci di eccitare il sistema oggetto dello studio. Tali dispositivi sono:

- Ultrasonic probe;
- Laser;
- Piezoelectric element;
- Interdigital transducer.

I sensori che possono essere utilizzati per la misura delle onde di Lamb sono:

- Piezoelectric element (PZT);
  - Optical fibre (FBG);
  - Strain gauge.
-

Inoltre, i sensori possono essere classificati in base alla loro capacità di emettere o meno un segnale:

- I sensori attivi sono dispositivi che possono sia emettere un segnale di eccitazione che riceverlo. In questi casi la lastra può essere eccitata dal sensore il quale, dopo l'emissione riceve in ingresso il segnale di ritorno. Questo metodo è utilizzato per la localizzazione di difetti, infatti il segnale di ritorno avrà subito delle modifiche dovute alla presenza del danneggiamento, oppure per studiare la propagazione a livello teorico. Nel caso di localizzazione d'impatti, la lastra è eccitata da un sistema esterno perciò i sensori sono solamente riceventi. Tuttavia è possibile utilizzare sensori attivi, come i piezoelettrici, solo come ricevitori.
- I sensori passivi sono dispositivi riceventi, cioè non possono emettere alcun segnale, perciò l'eccitazione deve essere necessariamente esterna.

La modellazione della propagazione delle onde di Lamb può essere analitica o numerica. La modellazione analitica consiste nella risoluzione delle equazioni differenziali che governano la propagazione delle onde tramite processi iterativi come Newton-Raphson [7] dove i modi di propagazione sono le radici dell'equazione. La risoluzione di queste equazioni è possibile per geometrie semplici come lastre o cilindri, ma per strutture più articolate diventa molto complicato. Il modello numerico, a differenza di quello analitico, permette di gestire più facilmente le geometrie complesse perciò è l'unica possibilità in tali casi.

Un modello numerico può essere realizzato seguendo 2 approcci distinti:

- Boundary Element Method (BEM);
- Finite Element Method (FEM).

Il modello BEM necessita di una discretizzazione nello spazio solo su una superficie del componente, quindi il problema passa da tri-dimensionale a bi-dimensionale, tuttavia i codici FEM sono commercialmente più diffusi ed intuitivi, inoltre forniscono diverse opzioni per l'analisi dei risultati. Perciò nel presente lavoro di tesi si utilizzerà un codice FEM, in particolare Abaqus CAE. L'interpretazione dei segnali misurati dal sistema eccitato tramite le onde di Lamb e l'individuazione delle caratteristiche chiave presenta dei problemi quali rumore elettrico, interferenze, confusione dovuta all'interazione dei modi di propagazione e riflessioni delle onde sui bordi del sistema indagato.

Le tecniche d'interpretazione dei segnali possono essere classificate nel seguente modo:

1. Time domain analysis;
2. Frequency domain analysis;
3. Integrated time-frequency domain analysis.

L'ultimo approccio (3) può essere ulteriormente suddiviso nei seguenti campi:

- Short-time Fourier transform (STFT) analysis;
- Winger-Ville distribution (WVD) analysis;
- Wavelet transform (WT) analysis.

L'ultimo passo è la localizzazione di un impatto o di una cricca e può essere eseguito tramite 2 differenti approcci:

1. Forward (direct) algorithm;
2. Inverse algorithm.

L'algoritmo diretto è utilizzato in tutti i casi in cui la soluzione è unica mentre quello inverso è applicato a problemi di difficile risoluzione per i quali la soluzione può essere ambigua come l'identificazione quantitativa di un difetto. In pratica, l'algoritmo diretto consiste nella determinazione della posizione di un danno o di un impatto misurando la differenza dei tempi di arrivo dell'onda di deformazione tra 2 o più sensori. Mentre l'algoritmo inverso è rappresentato dall'intelligenza artificiale, cioè le reti neurali.

Dal punto di vista della modellazione numerica è necessario osservare che le pubblicazioni focalizzate sulla modellazione delle onde di Lamb che si propagano in un generico mezzo, descrivono esperienze nelle quali si utilizzano sensori/emettitori piezoelettrici. In questo modo, noto l'ingresso è possibile capire meglio le caratteristiche della propagazione. Mentre gli articoli che hanno come obiettivo la creazione di un modello agli elementi finiti che sia il più possibile aderente alla realtà ricorrono anche a sensori passivi. Perciò è possibile individuare 2 classi di articoli:

1. Modellazione delle Lamb wave;
2. Modellazione della realtà.

Tuttavia è necessario osservare che, indipendentemente dal tipo di modello, le onde di Lamb hanno frequenze nell'ordine dei kHz perciò è necessario utilizzare un'alta risoluzione temporale (incremento temporale piccolo) e tempi di analisi molto corti (ordine del  $\mu s$ ). Inoltre la lunghezza d'onda sarà molto piccola perciò gli elementi della mesh dovranno essere piccoli (ordine dei mm o meno), conseguentemente il numero degli elementi necessari a modellare un componente reale sarà grande. Perciò la matrice di rigidezza che il codice deve invertire è grande. Questo implica potenze e tempi di calcolo elevati. Per garantire la convergenza dell'analisi è necessario verificare che le seguenti linee guida siano soddisfatte [8]:

1. Scegliere un adeguato time step  $\Delta t$ , cioè l'intervallo di tempo per il quale si risolve l'equazione generale della dinamica. Per avere una elevata accuratezza il time step deve essere piccolo, tuttavia una riduzione eccessiva di questo parametro comporta un inutile aumento del tempo di calcolo. Inoltre si ricorda che in questo caso si utilizza il pacchetto *Explicit* di *Abaqus*, di conseguenza le analisi saranno di tipo esplicito. Perciò, affinché il modello converga, è necessario che l'incremento temporale (*time step*) sia minore di un certo valore critico.

$$\Delta t = \frac{1}{20f_{max}} \quad (2.1)$$

Dove  $f_{max}$  è la massima frequenza. Se la forzante è simile a una funzione gradino, è necessario utilizzare un time step più piccolo:

$$\Delta t = \frac{1}{180f_{max}} \quad (2.2)$$

2. La lunghezza degli elementi deve essere scelta in modo che ci siano 10 oppure 20 elementi per lunghezza d'onda:

$$l_e = \frac{\lambda_{min}}{20} \quad (2.3)$$

## 2.1 Modellazione delle Lamb wave

In questa sezione ci sono articoli che descrivono modelli volti alla comprensione della propagazione delle onde di Lamb in pannelli sandwich e materiali compositi di vario genere. Un esempio per tale categoria di studi è rappresentato da [9] nel quale, su una lastra di alluminio sono stati installati 2 sensori piezoelettrici (PZT) i quali svolgono la funzione di eccitatore della lastra e sensori. In particolare i dati sperimentali, cioè le deformazioni sono state



confrontate con un quelle estratte dall'analisi agli elementi finiti, inoltre è stata calcolata la velocità di propagazione del modo A0 e S0 e le rispettive tensioni misurate dal sensore. La lastra è stata modellata come infinita nella direzione perpendicolare a quella di propagazione. Inoltre, grazie alla simmetria geometrica e di propagazione è possibile considerare solo metà lastra. Per quanto riguarda l'emissione, il punto d'installazione del PZT emettitore è modellato come un punto sul quale è applicata una forza tempo-dipendente, in pratica l'interfaccia tra pannello e PZT non è stata modellata. Le dimensioni degli elementi della mesh sono sostanzialmente più piccoli della lunghezza d'onda. Inoltre il time-step è fissato a 1/8 del periodo dell'onda. Dalla simulazione si osserva che S0 ha la velocità di gruppo maggiore e la direzione di deformazione è parallela alla direzione di propagazione, mentre il modo A0 produce spostamenti nella direzione dello spessore.

Successivamente è stato sviluppato un modello più realistico del PZT considerando l'interazione sensore-pannello cioè considerando le equazioni che legano le seguenti grandezze: sforzi, deformazioni, il campo elettrico e lo spostamento elettrico. Per creare una simulazione accurata si dovrebbe accoppiare la soluzione elettrostatica con quella meccanica ma gli oneri computazionali sarebbero troppo alti. Perciò si ricorre a un modello semplificato che considera gli effetti del campo elettrico applicando delle forze esterne al PZT. La modellazione della ricezione è stata più complessa perchè durante l'emissione il movimento del PZT è simmetrico, mentre in questo caso il sensore interagisce con un solo modo che propaga in una sola direzione, perciò lo spostamento del PZT non è simmetrico. Per modellare questo fenomeno si utilizza una simulazione multifisica (elettromeccanica) tempo-dipendente.

Dai risultati si nota che il modello più avanzato approssima meglio i dati sperimentali.

Un altro esempio di studio eseguito con sensori/emettitori PZT è [10].

L'oggetto di questo articolo è un pannello sandwich formato da due lamine esterne in graphite/epoxy rinforzata e da un cuore in materiale a bassa densità. Per prima cosa è stato realizzato un modello analitico partendo dall'equazione di moto e considerando il pannello come un sistema 3D, la cui risoluzione ha portato all'ottenimento delle curve di dispersione del pannello considerato. Tale modello è stato realizzato per pannelli con nuclei diversi e successivamente sono state osservate le differenze tra un pannello e l'altro. Poi è stato realizzato un altro modello analitico basato sulla teoria di Mindlin il quale, tramite opportune ipotesi, considera il pannello come un sistema 2D. Infine il pannello è stato modellato agli elementi finiti con il software Abaqus, in particolare per le skin esterne sono stati utilizzati elementi continuum shell e cubici, i sensori/emettitori sono stati riprodotti riprendendo le dimensioni reali dei componenti e il nucleo è stato modellato riprendendo la geometria a

nido d'ape reale.

Il carico in ingresso è, in ogni caso, una Lamb wave con frequenze comprese tra 20 e 100 kHz del tipo 3.5 cicli finestrata con una Hanning.

I risultati mostrano una buona corrispondenza tra FEM e dati sperimentali per la prima parte delle curve di deformazione, cioè prima delle riflessioni, mentre per tempi maggiori le deformazioni del FEM sono diverse da quelle rilevate sperimentalmente. Questo è probabilmente dovuto alla presenza di difetti nel pannello sandwich e al fatto che i sistemi che vincolano il pannello reale non sono ideali.

Nel articolo [11] è presentato uno studio parametrico su un pannello sandwich, in particolare mostra l'influenza delle proprietà geometriche dell'honeycomb, del materiale delle lastre esterne e della frequenza del carico sulla velocità di gruppo, lunghezza d'onda e energia trasmessa. A tal fine si crea un modello agli elementi finiti con il software ANSYS: le skin esterne sono modellate con elementi cubici mentre per il nucleo in honeycomb sono stati utilizzati elementi shell, inoltre i 2 tipi di elementi sono stati vincolati tramite un'equazione predefinita in modo da garantire la continuità tra gli starti a contatto. Inoltre è stato sviluppato un modello semplificato nel quale l'honeycomb è modellato come un materiale omogeneo con elementi cubici. Il carico è un'onda a banda stretta di 3,5 cicli con frequenza centrale pari a 200 kHz applicata in corrispondenza degli emettitori PZT modellati con elementi cubici elettromeccanici.

La velocità di propagazione è calcolata individuando l'istante di arrivo del modo simmetrico e anti-simmetrico in corrispondenza del sensore. Per validare il modello FEM è stato eseguito anche un test sperimentale con l'obiettivo di calcolare la velocità di gruppo, in particolare si possono distinguere 2 approcci: in entrambi la legge di carico è generata da un "sensore" PZT mentre l'acquisizione avviene con sensori PZT nel primo caso e con laser che rileva lo spostamento nel secondo caso. Successivamente è mostrata l'influenza dei suddetti parametri sulla propagazione e il confronto tra il modello semplificato e quello reale. Infine il modello FEM è stato validato con i dati sperimentali.

Altri articoli appartenenti a questa categoria sono [8], [12], [13], [14]

## 2.2 Modellazione della realtà

Gli articoli che descrivono la modellazione di un impatto, cioè che applicano una legge di carico reale assimilabile ad un urto accidentale di corpo estraneo, si focalizzano sull'impatto e sulle modalità di danneggiamento ad esso dovute e non sulle onde di Lamb che si propagano nel pannello. Infatti questo

campo, cioè la comprensione della propagazione delle onde in un mezzo, viene sviluppato generando uno stimolo analiticamente ed osservando la risposta. In [15] sono stati utilizzati dei sensori ottici (FBG) per misurare le deformazioni di una lastra in fibra di carbonio rinforzata e per eseguire un'analisi modale. Tali prove sperimentali hanno validato il modello agli elementi finiti. La prima parte dell'articolo espone il funzionamento e la calibrazione dei sensori FBG utilizzati, successivamente si trovano le caratteristiche della lastra, la quale è formata da 28 strati di fibra di carbonio (ply). I sensori FBG sono alloggiati tra l'ultimo e il penultimo strato e sono diretti come la fibra di rinforzo. Il carico è lineare per ridurre gli oneri computazionali ed è imposta tramite un'apposita macchina con punta di metallo. Il modello FEM della lastra è stato realizzato con elementi cubici, in particolare lo spessore è stato discretizzato con 6 elementi, considerandolo quindi come un materiale omogeneo. Il sensore non è stato modellato esplicitamente:

le deformazioni sono acquisite da un nodo in corrispondenza del sensore; mentre la punta di metallo che trasmette il carico è modellata con elementi 3D. Inoltre, per ottenere una maggiore accuratezza, in corrispondenza dei sensori è stato fatto un sub-model con mesh ply-by-ply, cioè la mesh è stata applicata su ogni strato di fibra separatamente.

Confrontando le deformazioni numeriche con quelle sperimentali si nota che il modello è sufficientemente accurato. Per l'analisi modale sono stati utilizzati 2 sensori FBG i quali misurano le deformazioni indotte da una serie di 15 impatti nei punti definiti da una griglia. L'analisi modale con i sensori FBG è stata validata con la risposta misurata da un vibrometro laser.

Quindi con questo articolo è stato validato il modello FEM della lastra ed è stata dimostrata l'applicabilità dei sensori FBG per l'analisi modale.

L'articolo [16] riguarda uno studio puramente sperimentale quindi non dovrebbe essere inserito nella presente ricerca bibliografica. Tuttavia si ritiene opportuno citarlo perchè descrive una semplice procedura per la localizzazione di un impatto. In particolare l'oggetto dell'esperimento è una lastra in fibra di carbonio sulla quale sono stati installati sensori FBG ed accelerometri i quali rilevano le deformazioni indotte dall'impatto centrale di un martello. Al fine di descrivere correttamente questo metodo è necessario definire "arrival time delay" cioè il tempo in corrispondenza del quale l'ampiezza della deformazione è maggiore di una soglia fissata. Il metodo consiste in un'interpolazione dei dati noti, tali dati sono gli arrival time delay e le corrispondenti posizioni dell'impatto.

Dalla presente ricerca bibliografica emerge che la modellazione della propagazione delle onde di Lamb in una lastra di alluminio descritta nei capitoli successivi e oggetto della presente tesi è un'applicazione poco indagata negli anni precedenti o quantomeno non stati pubblicati articoli a riguardo. Infatti,

come scritto precedentemente, la soluzione migliore per la comprensione della propagazione delle onde elastiche è quella di utilizzare emettitori e sensori piezoelettrici. Inoltre si è notato che nei test sperimentali utilizzati per validare i modelli numerici di un impatto si usano spesso i sensori ottici (FBG). Infatti questi sensori hanno un rapporto segnale-rumore più alto degli estensimetri e misurano le deformazioni lungo una direzione ben precisa, a differenza dei PZT che misurano la deformazione dell'area sulla quale sono installati e non lungo una direzione definita chiaramente.

## 2.3 Conclusioni del capitolo 2

In questo capitolo è stata eseguita una ricerca bibliografica riguardante la modellazione delle onde di deformazione generate da un impatto a bassa velocità, al fine di individuare le direzioni principali di sviluppo. In particolare è emerso che esistono 2 macro-categorie principali:

- Modellazione delle Lamb wave  
In questa categoria sono presenti tutte quelle attività il cui scopo è la modellazione delle onde di deformazione, in particolare il modello numerico è confrontato con deformazioni misurate sperimentalmente da sensori attivi, come i PZT, i quali possono emettere un'onda predefinita nota e misurare le relative deformazioni indotte dalla stessa.
- Modellazione della realtà  
In questa categoria sono presenti attività il cui scopo è la modellazione di un'impatto che genera delle onde di deformazione, perciò il modello numerico è confrontato con deformazioni misurate da sensori passivi, come gli le fibre di Bragg, indotte da impatti reali eseguiti, per esempio, con un martello dinamometrico.

La presente tesi non si colloca in alcuna delle sopracitate categorie, infatti l'obiettivo è la modellazione della propagazione delle onde di Lamb ma il modello numerico sarà confrontato con le deformazioni misurate sperimentalmente da sensori passivi, in particolare si utilizzeranno estensimetri.

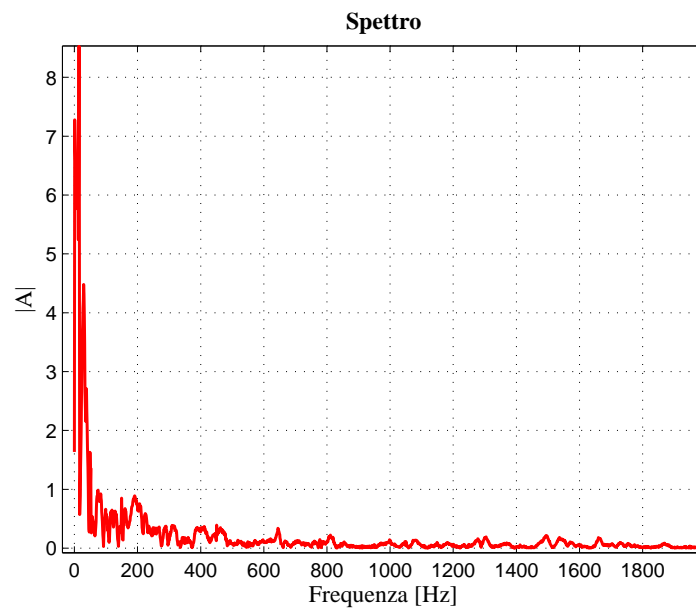


## Capitolo 3

# Estensione del modello analitico

Un impatto a bassa velocità, che può essere dovuto ad un martello dinamometrico oppure ad urto accidentale di un oggetto qualsiasi, eccita frequenze fino a circa 1 kHz (fig.3.1), le frequenze superiori sono accitate anch'esse ma con ampiezze dello spettro molto inferiori, perciò la banda di frequenze d'interesse per la presente tesi sarà 0-1kHz.

Il modello analitico Vallen dispersion fornisce le velocità di gruppo a partire



**Figura 3.1.** Esempio di uno spettro

da 6.61 kHz, quindi è necessario estenderlo anche alle basse frequenze. A tal fine, tramite software MatLab 2013, sono state risolte numericamente le equazioni implicite (1.4), (1.5) descrittive dei modi di propagazione.

---

Il metodo di risoluzione adottato [4] è quello proposto da Rose nel 1999, il quale trasforma le equazioni (1.4), (1.5) nel seguente modo:

$$\text{Modo simmetrico (S0)} \quad \frac{\tan \beta d}{\beta} + \frac{4\xi^2 \alpha \tan(\alpha d)}{(\xi^2 - \beta^2)^2} = 0 \quad (3.1)$$

$$\text{Modo simmetrico (A0)} \quad \beta \tan(\beta d) + \frac{(\xi^2 - \beta^2)^2 \tan(\alpha d)}{4\xi^2 \alpha} = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{dove} \quad \alpha^2 = \omega^2 \left( \frac{1}{V_t^2} - \frac{1}{c^2} \right) \quad \beta^2 = \omega^2 \left( \frac{1}{V_t^2} - \frac{1}{c^2} \right) \quad \xi^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (3.3)$$

Seguendo le linea guida fornite da Rose sono state calcolate le curve di dispersione tramite i seguenti passi:

1. Il primo passo prevede la creazione di una griglia con le frequenze "f" sull'asse delle ascisse e le velocità di fase "c" sull'asse delle ordinate, sia per il modo di propagazione simmetrico S0 sia per il modo anti-simmetrico A0.
2. Si calcola il valore delle equazioni (3.1) e (3.2) per ogni punto della griglia. I valori di "c" ed "f" in corrispondenza dei quali le equazioni (3.1) e (3.2) sono nulle rappresentano la soluzione. Tuttavia il procedimento appena descritto è discreto, perciò le suddette equazioni non assumeranno mai un valore esattamente uguale a zero.
3. A questo punto è necessario individuare, per ogni frequenza un intervallo di velocità di fase "c" che contenga un cambiamento di segno delle funzioni (3.1) e (3.2). Praticamente gli estremi degli intervalli individuati dovranno assumere valori di segno opposto, questo implica che in tali intervalli ci sia la soluzione, cioè un punto con valore pari a zero.
4. Si calcola la velocità di fase "c" come media aritmetica degli estremi degli intervalli individuati al punto precedente.
5. Adesso è possibile calcolare la velocità di gruppo tramite la seguente formula:

$$c_g = c^2 \left( c - fd \frac{\partial c}{\partial fd} \right)^{-1} \approx c^2 \left( c - fd \frac{\Delta c}{\Delta fd} \right)^{-1} \quad (3.4)$$

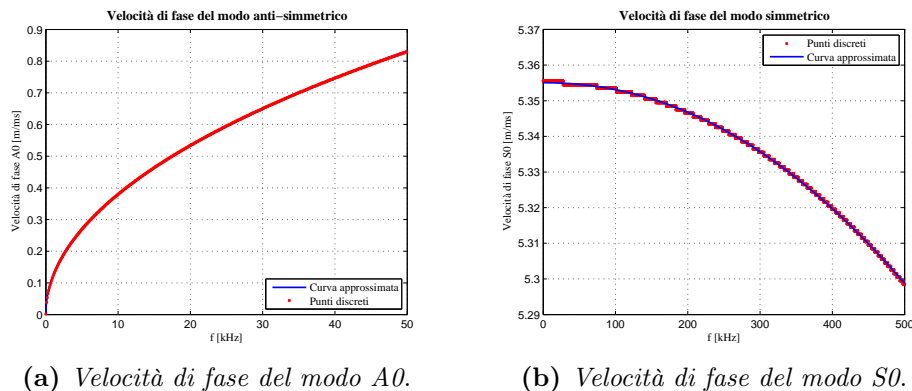
In realtà il punto (4) non è così immediato, infatti le velocità di fase "c" sono state calcolate discretamente, praticamente non si ha una funzione continua bensì una sequenza di punti che presenta delle discontinuità, le quali si riflettono amplificate sulla velocità di gruppo "c<sub>g</sub>". Perciò è necessario approssimare i dati con una funzione, in particolare è stata utilizzata una



funzione potenza  $ax^b + c$  che in MatLab è chiamata "power2". Per il modo simmetrico S0, il suddetto stratagemma è stato applicato a un banda di 0-500 kHz, mentre la banda di frequenze del modo anti-simmetrico è stata ridotta a 0-50 kHz perchè non esiste una funzione che possa approssimare una banda più larga senza commettere errori grossolani, infatti la curva di dispersione del modo A0 ha una pendenza molto variabile nella banda 0-500 kHz: per frequenze molto basse la curva di dispersione del modo A0 ha una pendenza molto elevata che diminuisce rapidamente aumentando la frequenza.

### 3.1 Velocità di fase

I risultati relativi alle velocità di fase sono riportati nelle figure (3.2.a) e (3.2.b), le quali mostrano il confronto tra le curve approssimanti (blu) e i punti discreti (rossi). Le figure (3.3) mostra il confronto tra le curve approssimanti delle

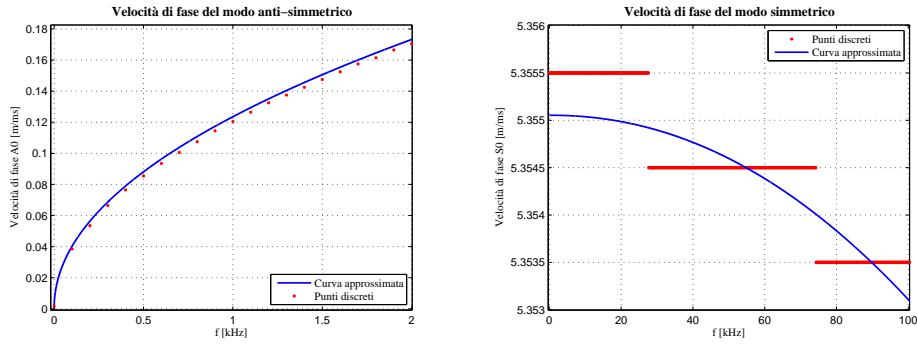


**Figura 3.2.** Numero di elementi nello spessore

velocità di fase e i punti discreti a frequenze basse, in questo modo è possibile notare l'andamento dei punti discreti e il piccolo scostamento tra le funzioni e i dati sperimentali. Inoltre si nota che l'andamento dei punti discreti è piuttosto insolito: l'andamento è lineare all'interno di bande di frequenze con ampiezza variabile. Questo è spiegabile osservando che la derivata della curva di dispersione del modo simmetrico è così piccola da non riuscire a coglierne la variazione all'interno di un intervallo di frequenza, con il passo di discretizzazione fissato. Praticamente, quando la differenza di velocità di fase tra un punto e l'altro è maggiore di una certa soglia allora si riesce a distinguere la variazione. La soglia è il passo di discretizzazione del vettore delle velocità di fase fissato a  $0.001 \text{ m/ms}$ . Questo è provato dal fatto che le linee orizzontali rosse della figura 3.2.b sono distanziate proprio di  $0.001$

$m/ms$ .

Per valutare quantitativamente la bontà dell'approssimazione dei dati discreti



(a) *Ingrandimento della velocità di fase del modo A0.*

(b) *Ingrandimento della velocità di fase del modo S0.*

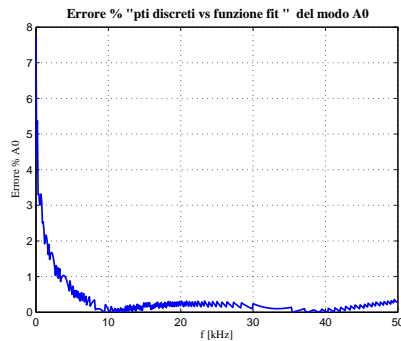
**Figura 3.3.** Ingrandimento delle velocità di fase

da parte delle funzioni potenze è stato calcolato un errore percentuale definito nel modo seguente:

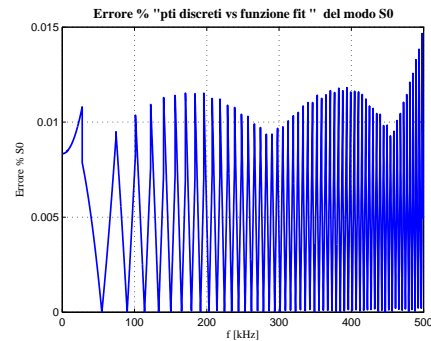
$$Errore = \frac{abs(c_{i,discreta} - c_{i,fitting})}{c_{i,discreta}} \quad (3.5)$$

$$Errore = \frac{abs(cg_{i,discreta} - cg_{i,fitting})}{cg_{i,discreta}} \quad (3.6)$$

dove  $c_{i,discreta}$  e  $c_{i,fitting}$  sono rispettivamente le velocità di fase del punto  $i$ -esimo della curva discreta e della funzione approssimante, mentre  $cg_{i,discreta}$  e  $cg_{i,fitting}$  sono rispettivamente le velocità di gruppo del punto  $i$ -esimo della curva discreta e della funzione approssimante. Dai grafici degli errori così calcolati per il modo anti-simmetrico e per il modo simmetrico (3.4) si nota che le curve approssimanti sono piuttosto vicine ai dati discreti e che per frequenze minori di 10 kHz l'errore percentuale aumenta. Questo è dovuto al fatto che per basse frequenze la derivata dei punti calcolati analiticamente è molto pendente.



(a) *Errore percentuale della velocità di fase A0.*

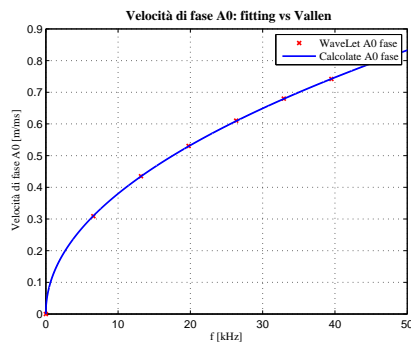


(b) *Errore percentuale della velocità di fase S0.*

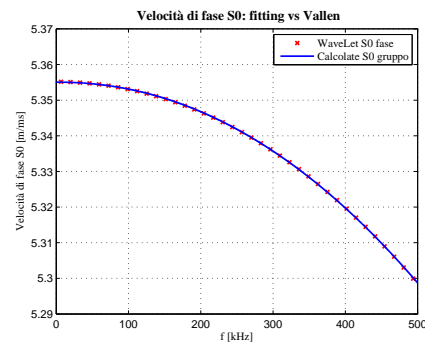
**Figura 3.4.** Errore percentuale della velocità di fase delle curve approssimanti rispetto ai dati analitici

### 3.1.1 Confronto tra le curve approssimanti la velocità di fase e Vallen Dispersion

Il confronto tra le curve approssimanti le velocità di fase e le curve di dispersione calcolate con il software Vallen Dispersion è stato eseguito valutando le funzioni approssimanti in corrispondenza delle frequenze per le quali sono note le velocità del Vallen Dispersion. I risultati ottenuti sono mostrati in figura 3.5 . Per valutare quantitativamente e oggettivamente lo scostamento delle velocità calcolate da quelle fornite dal software di riferimento si calcola un errore percentuale definito similmente alle formule 3.6 e 3.5 i cui risultati sono mostrati nella figura 3.6.

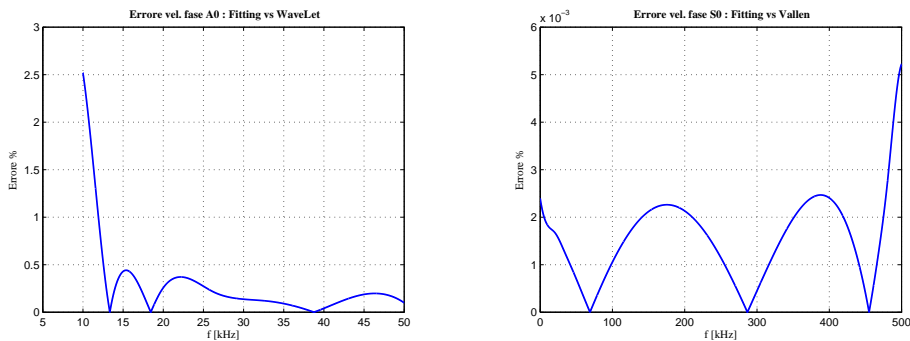


(a) *Confronto tra la velocità di fase A0 rispetto a Vallen.*



(b) *Confronto tra la velocità di fase S0 rispetto a Vallen.*

**Figura 3.5.** Confronto tra la velocità di fase delle curve approssimanti rispetto al software Vallen



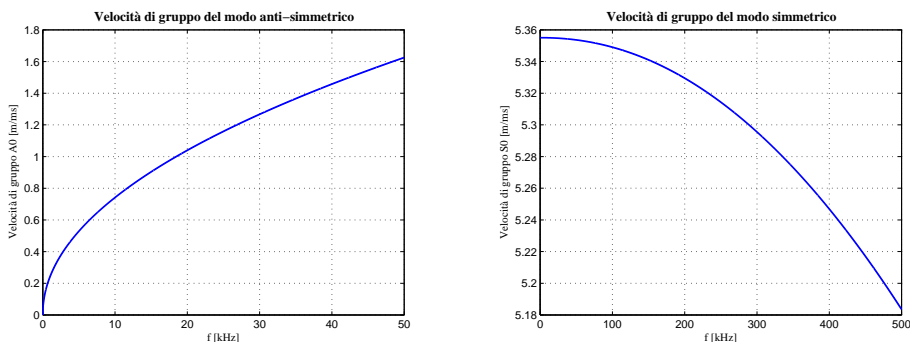
(a) *Errore percentuale della velocità di fase A0 rispetto a Vallen.*

(b) *Errore percentuale della velocità di fase S0 rispetto a Vallen.*

**Figura 3.6.** Errore percentuale della velocità di fase delle curve approssimanti rispetto al software Vallen

### 3.2 Velocità di gruppo

La velocità di gruppo del modo simmetrico e anti-simmetrico è stata calcolata tramite l'equazione 3.4, in particolare la funzione approssimante della velocità di fase è valutata in corrispondenza dei punti di un vettore contenente le frequenze con passo più piccolo di quello utilizzato per il calcolo delle velocità di fase discrete, questo permette di calcolare la velocità di gruppo in modo discreto e di ridurre il passo di discretizzazione in modo da avere delle curve di dispersione più accurate rispetto a quelle calcolate con il software Vallen Dispersion. I grafici delle velocità di gruppo così ottenute sono riportati nelle figure 3.7.



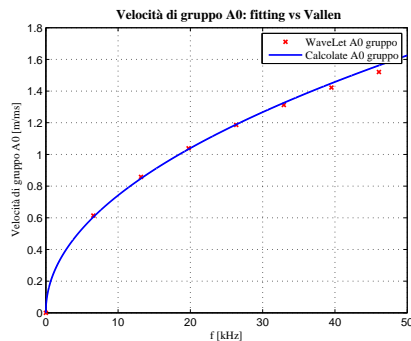
(a) *Velocità di gruppo del modo A0.*

(b) *Velocità di gruppo del modo S0.*

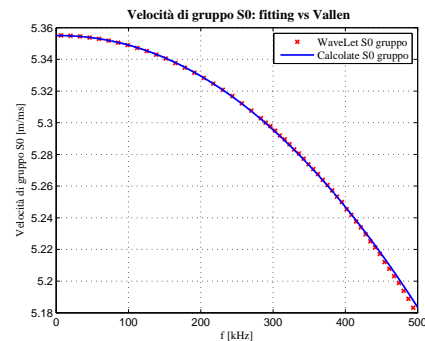
**Figura 3.7.** Velocità di gruppo dei modi di propagazione fondamentali

### 3.2.1 Confronto tra le curve approssimanti la velocità di gruppo e Vallen Dispersion

Similmente al sotto-capitolo 3.1.1 si confrontano le curve che approssimano le velocità di gruppo con quelle fornite dal software di riferimento e si calcola l'errore percentuale. Osservando la figura 3.9 si nota che l'errore del modo S0 è più contenuto rispetto a quello del modo A0 e che per frequenze minori di 10 kHz l'errore è maggiore. Questo è dovuto al fatto che il software "Vallen" non fornisce alcun valore in questa banda di frequenze, in ogni caso errore percentuale è ritenuto globalmente accettabile.

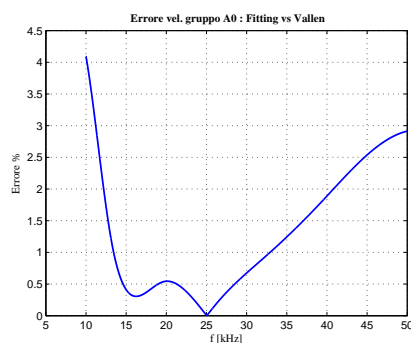


(a) Confronto tra la velocità di gruppo A0 rispetto a Vallen.

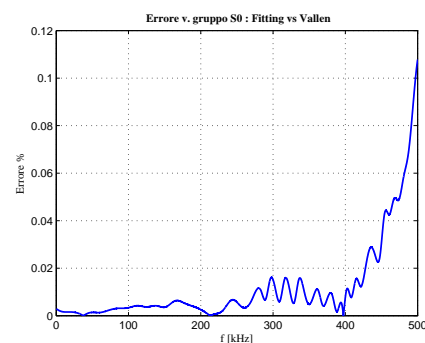


(b) Confronto tra la velocità di gruppo S0 rispetto a Vallen.

**Figura 3.8.** Confronto tra la velocità di gruppo delle curve approssimanti rispetto al software Vallen



(a) Errore percentuale della velocità di gruppo A0 rispetto a Vallen.



(b) Errore percentuale della velocità di gruppo S0 rispetto a Vallen.

**Figura 3.9.** Errore percentuale della velocità di gruppo delle curve approssimanti rispetto al software Vallen

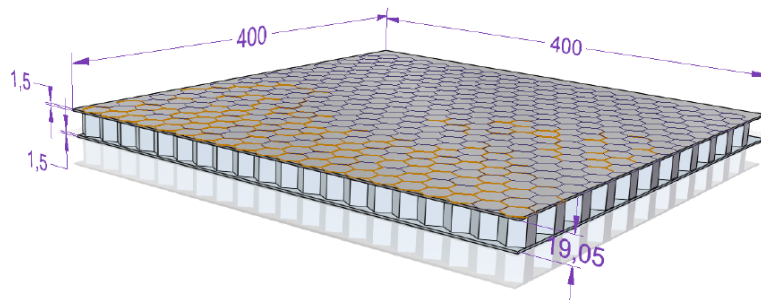
### 3.3 Conclusioni del capitolo 3

In modello analitico di riferimento che calcola le curve di dispersione (Vallen Dispersion) fornisce le velocità di propagazione solamente a partire da circa 10 kHz. Tuttavia, osservando lo spettro di un impatto a bassa velocità si nota che le frequenze responsabili del maggior trasporto di energia sono quelle minori di 1 kHz, perciò si è ritenuto opportuno ricavare delle curve di dispersione complete tramite le equazioni descrittive della propagazione del modo simmetrico S0 e anti-simmetrico A0.

## Capitolo 4

### Modello con elementi cubici

Come accennato nel capitolo introduttivo per comprendere la propagazione delle onde di deformazione generate da un impatto e per creare una popolazione di dati necessari ad allenare una eventuale rete neurale (approccio model-based) è necessario creare un modello agli elementi finiti che sia il più possibile aderente alla realtà. Il fine ultimo sarebbe quello di realizzare il modello di un pannello sandwich, formato da 2 lamine di alluminio separate da uno strato di Nomex, cioè una struttura a forma di nido d'ape (honeycomb), del tipo rappresentato nella figura 4.1. Tuttavia si preferisce iniziare a

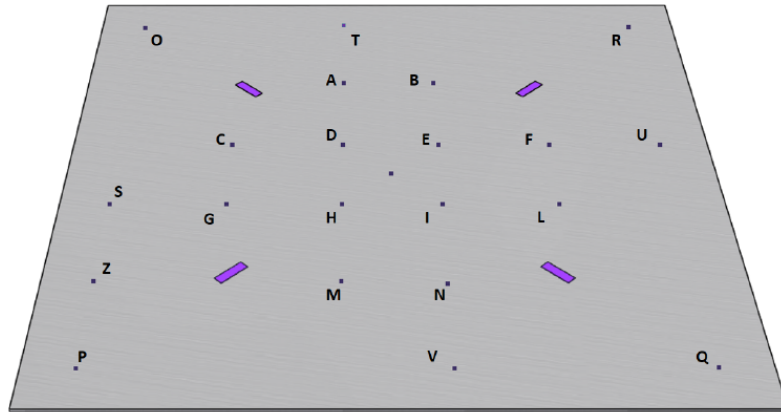


**Figura 4.1.** Pannello sandwich

modellare solamente una delle 2 lamine d'alluminio in modo da comprendere meglio la propagazione delle onde. Infatti il pannello sandwich presenta delle discontinuità che renderebbero più complicata l'interpretazione dei dati ed il confronto con i test sperimentali. Perciò si sceglie di modellare la propagazione delle onde di deformazione in una semplice lastra di alluminio, le cui misure sono le medesime di quelle di una delle 2 lastre del pannello sandwich: 400 mm x 400 mm x 1.5 mm. Su tale lastra, mostrata in figura 4.2, è stata disegnata una griglia che riporta i punti in corrispondenza dei quali

---

devono essere eseguiti gli impatti, inoltre sono stati installati 4 estensimetri che misurano i segnali di deformazione lungo le diagonali, cioè inclinati di  $45^\circ$ .



**Figura 4.2.** Lastra d'alluminio

Per ridurre gli oneri computazionali è conveniente modellare una lastra ridotta, in particolare di  $150\text{ mm} \times 150\text{ mm} \times 1.5\text{ mm}$  i cui risultati non potranno essere confrontati con quelli sperimentali, perchè la lastra utilizzata per i test ha dimensioni maggiori. Perciò, inizialmente il modello numerico sarà confrontato con quello analitico, cioè con le curve di dispersione e solo successivamente si confronterà un modello numerico opportunamente dimensionato con le deformazioni misurate sperimentalmente.

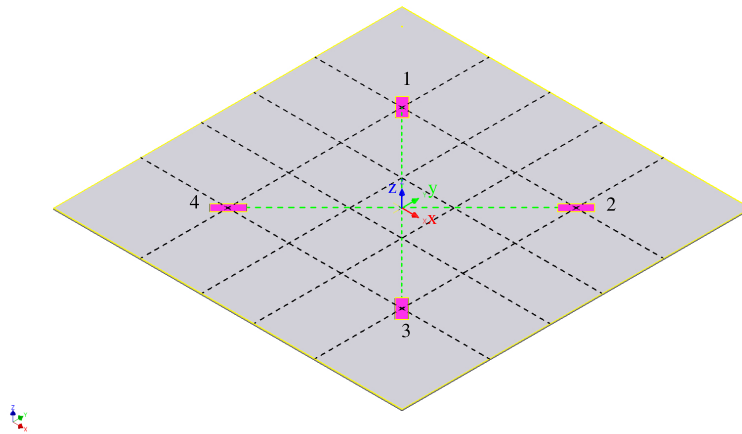
Il software utilizzato è *Abaqus CAE*, in particolare il pacchetto *Explicit*, mentre il modello è stato realizzato nel seguente modo:

- Mesh strutturata con elementi C3D8R, cioè un elemento cubico lineare a 8 nodi con integrazione ridotta [17];
- Il carico è stato imposto definendo una legge di carico applicata su un'area circolare o su un punto d'integrazione in centro alla lastra;
- I 4 estensimetri non sono stati modellati esplicitamente, infatti è stato selezionato un elemento in corrispondenza del quale si registra tutta la storia temporale delle deformazioni;
- La lastra è stata vincolata ai vertici bloccando gli spostamenti in tutte le direzioni e permettendo le rotazioni.



L'analisi è di tipo esplicito quindi il metodo è condizionatamente stabile, cioè le analisi convergono se l'incremento temporale (*time step*) è minore di un certo valore critico.

Si ricorda inoltre che il modello della lastra in alluminio con dimensioni ridotte (150 x 150 x 1.5 mm) sarà confrontato con le curve di dispersione, cioè confrontando le velocità di propagazione delle onde di deformazione, mentre il modello della lastra con le dimensioni reali (400 x 400 x 1.5 mm) sarà confrontato con le deformazioni misurate dagli estensimetri durante un test sperimentale. Inoltre si osserva che gli estensimetri misurano le deformazioni solamente nelle direzione parallela alla griglia estensimetrica, cioè lungo la diagonale a 45°, mentre le deformazioni estratte dal modello analitico sono nelle direzioni x,y,z. Quindi, al fine di confrontare i dati è necessario ruotare il sistema di riferimento del modello analitico di 45° in senso anti-orario, come mostrato in figura 4.3. In generale, detto  $\sigma_{ij}$  il tensore degli sforzi riferito



**Figura 4.3.** Lastra con sistema di riferimento

al sistema "x-y-z", il tensore  $\sigma_{i1j1}$  è dato dalla seguente equazione matriciale [18]:

$$[\sigma_{i1j1}] = T \cdot [\sigma_{ij}] \cdot T^T \quad (4.1)$$

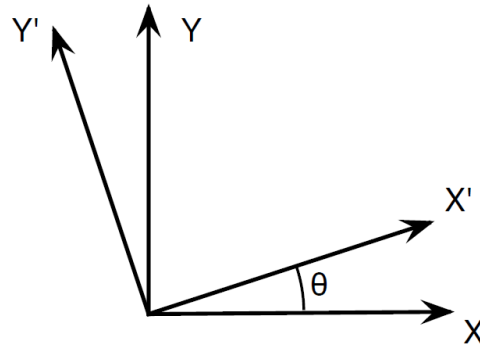
dove "T" è il tensore di trasformazione contenente i coseni direttori.

Si osserva che la rotazione del sistema di riferimento è intorno all'asse "z" perciò gli sforzi e le deformazioni in questa direzione non cambiano, il cambiamento interessa solamente le componenti "x" e "y". A livello pratico la trasformazione di coordinate è stata eseguita applicando le formule 4.2, 4.3, 4.4, le quali si riferiscono alla figura 4.4.

$$\sigma_{x1} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta) \quad (4.2)$$

$$\sigma_{y1} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\theta) - \tau_{xy} \sin(2\theta) \quad (4.3)$$

$$\tau_{x1y1} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta) \quad (4.4)$$



**Figura 4.4.** Rotazione del sistema di riferimento

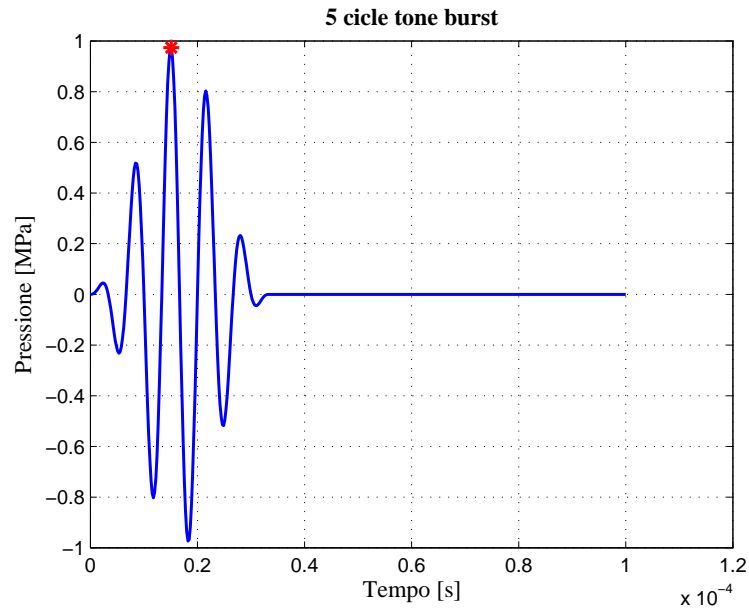
In questa fase della tesi, la trasformazione di coordinate non è strettamente necessaria perchè agisce solamente sulle ampiezze delle deformazioni e non sulle fasi, quindi i tempi di arrivo delle onde di deformazione in corrispondenza dei sensori rimangono invariati, tuttavia permette di osservare dati più aderenti alla realtà.

## 4.1 Analisi di sensitività

Il modello iniziale di dimensioni ridotte (150 mm x 150 mm x 1.5 mm), realizzato nel modo illustrato precedentemente, deve essere caratterizzato, cioè si deve capire l'influenza del numero di elementi della mesh nello spessore, delle proprietà del materiale e della modalità di applicazione della legge di carico sulla propagazione, in particolare sulla velocità di arrivo delle onde in corrispondenza dei sensori.

### 4.1.1 Numero di elementi nello spessore

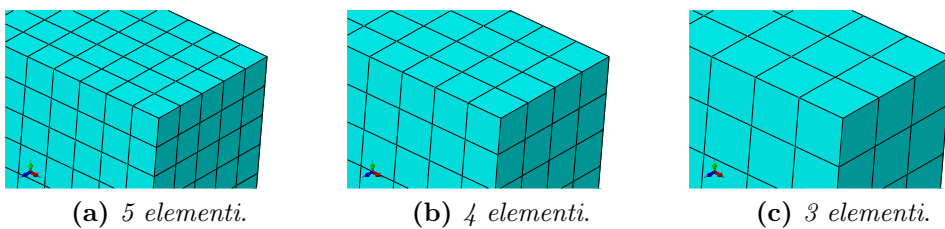
Per comprendere l'influenza del numero di elementi nello spessore è stato realizzato un modello caricato centralmente con una legge realizzata analiticamente, in particolare è una funzione seno con frequenza pari 150 kHz che compie 5 cicli, cioè il tempo è pari a  $5T = 5/f$ , finestrata con una Hanning. Questa funzione è chiamata *5 cycle tone burst* ed è mostrata in figura 4.5.



**Figura 4.5.** 5 cicle tone burst

Gli elementi utilizzati sono i C3D8R con dimensioni tali da realizzare i casi mostrati in figura 4.6:

- 3 elementi nello spessore con lato di 0.5 mm;
- 4 elementi nello spessore con lato di 0.375 mm;
- 5 elementi nello spessore con lato di 0.3 mm.



**Figura 4.6.** Numero di elementi nello spessore

Le deformazioni misurate dal modello numerico sono riferite al sistema di coordinate cartesiane standard di Abaqus, per ottenere le deformazioni lungo la diagonale si devono applicare le formule (4.2), (4.3), (4.4). Inoltre si nota che l'impatto è centrale, perciò tutti e 4 i sensori misurano la stessa cosa. Le deformazioni misurate dal sensore 1 nella direzione parallela alla diagonale

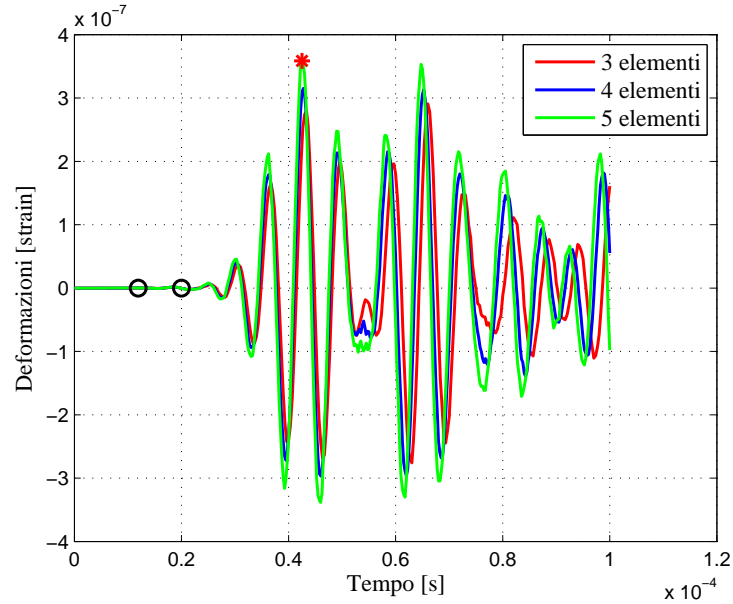
sono mostrate in figura 4.7.a dalla quale si nota che all'aumentare del numero di elementi nello spessore le curve si spostano verso sinistra, praticamente la velocità aumenta. Inoltre si nota che la prima parte del segnale, fino a circa  $5.5 \times 10^{-5} s$  è molto simile alla legge di carico in ingresso, poi iniziano le riflessioni. Mentre, dalla figura 4.7.b ingrandita si nota che prima della deformazione che corrisponde macroscopicamente alla legge di carico, c'è una deformazione di ampiezza molto minore che corrisponde all'arrivo del modo simmetrico S0 (primo pallino nero). Infatti, dalle curve di dispersione si nota che il modo S0 è più veloce del modo A0 ed ha un'ampiezza minore perchè il modo di carico che prevede una pressione applicata alla sola faccia superiore della lastra, favorisce la nascita del modo anti-simmetrico. La valutazione quantitativa dell'influenza del numero di elementi nello spessore sulla propagazione avviene confrontando le velocità fornite dalle curve di dispersione con quelle calcolabili dai dati numerici, in particolare si possono usare 2 metodi per calcolare le velocità:

1. Si misura lo sfasamento tra un punto notevole della legge di carico e il corrispondente nella deformazione misurata dal sensore. Il punto considerato è il vertice del terzo picco della legge di carico evidenziato con un asterisco rosso nelle figure 4.5 e 4.7. Per calcolare la velocità si applica la seguente formula:

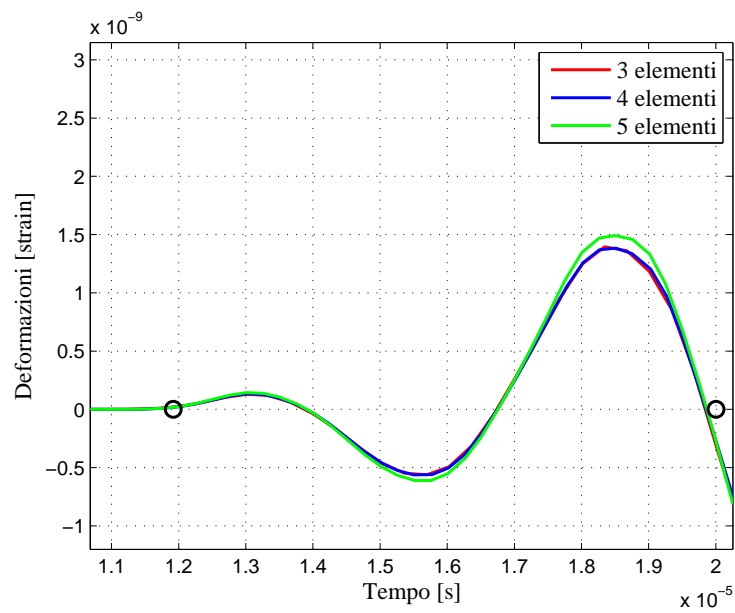
$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad (4.5)$$

dove "d" è la distanza tra il punto centrale d'impatto e il sensore, pari a 63.63 mm e  $\Delta t$  è lo sfasamento tra i 2 punti corrispondenti.

2. Si applica la cross-correlazione alla legge di carico e alla deformazione, lo sfasamento in corrispondenza del picco di massima ampiezza nel grafico della cross-correlazione rappresenta lo sfasamento tra la legge di carico in ingresso e la deformazione misurata dal sensore. Praticamente lo sfasamento è il tempo necessario all'onda di deformazione a percorrere la distanza tra il punto d'impatto e il sensore. In figura 4.8 vengono presentati i risultati ottenuti dal calcolo delle cross-correlazioni nel caso di 3, 4, 5 elementi della mesh nello spessore, inoltre sono stati evidenziati gli istanti di arrivo del modo simmetrico S0 e anti-simmetrico A0, denominati "target time", calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione. Il picco considerato per il calcolo delle velocità è quello con ampiezza maggiore sotto il quale è stato evidenziato l'istante di arrivo del modo anti-simmetrico S0.

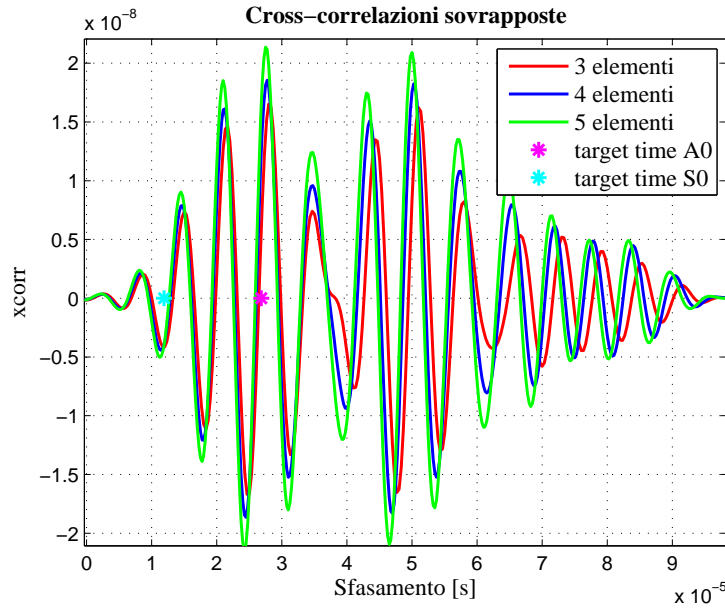


(a) Deformazioni complete.



(b) Zoom tra  $1.2 \cdot 10^{-5}$  s e  $2 \cdot 10^{-5}$  s.

**Figura 4.7.** Confronto tra le deformazioni vs numero di elementi. L'asterisco rosso rappresenta il punto notevole utilizzato per il calcolo della velocità, mentre i cerchi neri sono gli istanti di arrivo del modo S0 e A0 calcolati riferendosi alla velocità analitica



**Figura 4.8.** Cross-correlazioni sovrapposte.  
 Gli asterischi, denominati "target time" sono gli istanti di arrivo di A0 e S0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione

I risultati quantitativi ottenuti seguendo il primo metodo, cioè quello della misura dello sfasamento tra 2 punti corrispondenti della legge di carico e delle deformazioni, sono presentati nella tabella sottostante.

#elementi	$t_{deformazioni}[s]$	$t_{carico}[s]$	$v_{A0}[m/s]$
<i>analitico</i>	—	—	2394
3	$4.302 \cdot 10^{-5}$	$1.511 \cdot 10^{-5}$	2279
4	$4.278 \cdot 10^{-5}$	$1.511 \cdot 10^{-5}$	2299
5	$4.251 \cdot 10^{-5}$	$1.511 \cdot 10^{-5}$	2322

Si osserva che, come accennato precedentemente, all'aumentare del numero di elementi nello spessore la velocità di propagazione tende al valore fornito dalle curve di dispersione.

Le velocità ottenute dal metodo della cross-correlazione sono mostrati nella tabella sottostante.

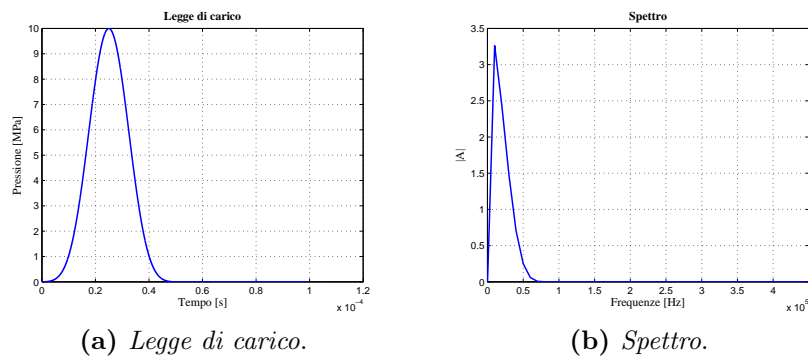
#elementi	$Sfasamento[s]$	$v_{A0}[m/s]$
<i>analitico</i>	—	2394
3	$2.800 \cdot 10^{-5}$	2275
4	$2.775 \cdot 10^{-5}$	2293
5	$2.750 \cdot 10^{-5}$	2313

### 4.1.2 Modulo di Young e densità

A questo punto si deve capire l'influenza delle proprietà del materiale sulla velocità di propagazione. A tal fine si definiscono delle caratteristiche di riferimento per l'alluminio AA2024 della lastra modellata e si osserva come cambiano le deformazioni e la velocità di propagazione se tali caratteristiche variano di  $\pm 5\%$ , come mostrato nella tabella sottostante.

	$E[MPa]$	$\rho[kg/m^3]$
<i>Default</i>	70000	2700
+5%	73500	2835
-5%	66500	2565

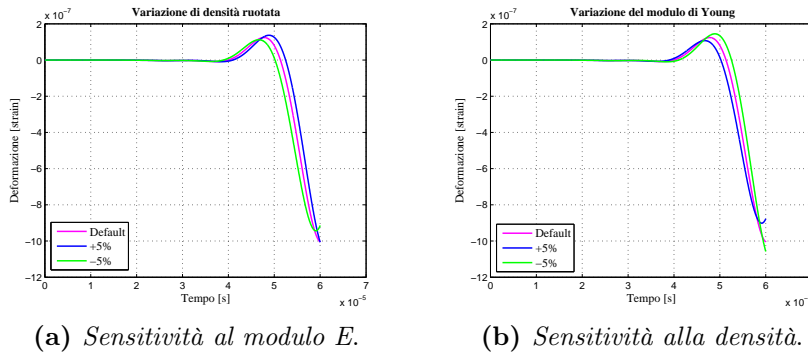
La legge di carico è stata creata analiticamente in modo che nel tempo sia un impulso reale, cioè con un solo picco simmetrico che cresce e decresce gradualmente, cioè non ci devono essere discontinuità brusche che potrebbero generare degli errori numerici e falsare i risultati, inoltre si vorrebbe uno spettro che abbia un lobo principale molto più marcato di quelli secondari. Queste condizioni sono state imposte per limitare gli eventuali problemi legati ad una legge di carico troppo complessa e per concentrarsi maggiormente sull'influenza delle proprietà del materiale sulla propagazione. Una funzione che soddisfa le richieste appena citate è la finestra blackmanarris [19] che il software MatLab genera automaticamente e che è rappresentata in figura 4.21.



**Figura 4.9.** Legge di carico e spettro

Le deformazioni misurate dai sensori sono state opportunamente ruotate e rappresentate nei grafici 4.10, in particolare è stata considerata la deformazione lungo la diagonale. Inoltre si nota che la variazione dei densità e modulo di Young hanno tendenze opposte, cioè all'aumentare della densità la curva

di deformazione si sposta verso destra, cioè velocità diminuisce, mentre all'aumentare del modulo di Young le curve si spostano verso sinistra, cioè la velocità di propagazione aumenta. La valutazione quantitativa dell'influenza



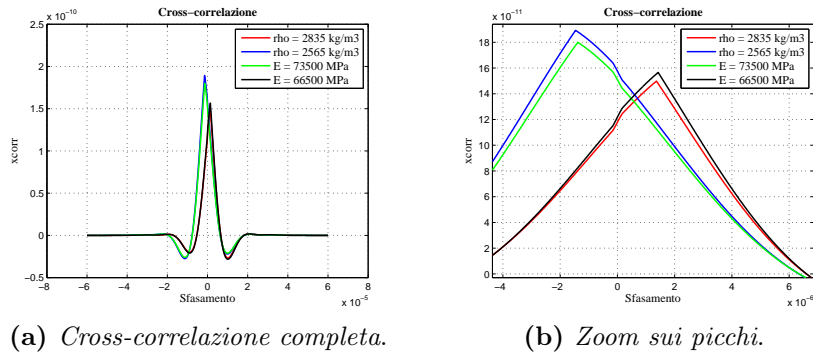
**Figura 4.10.** Sensibilità alla variazione di  $E$

delle caratteristiche del materiale è stata fatta calcolando lo sfasamento tra le curve di deformazione tramite la cross-correlazione i cui grafici sono riportati in figura 4.11 mentre i risultati sono riportati nella tabella sottostante.

	<i>Velocità numerica</i> <i>modo A0 [m/s]</i>	<i>Variazione</i> [%]	<i>Velocità analitica</i> <i>@900 kHz [m/s]</i>
<i>Default</i>	3139	-	3181
+5% $\rho$	2910	-6.2393	3105
-5% $\rho$	3342	7.6846	3263
+5% $E$	3328	7.2396	3259
-5% $E$	2902	-6.4927	3102

La differenza tra le velocità calcolate dal modello numerico e quelle fornite dalle curve di dispersione sono dovute al fatto che entrambi i modelli sono delle approssimazioni della realtà perciò sarebbe impossibile ottenere i medesimi risultati, inoltre per quanto riguarda il modello numerico ci sono dei problemi legati alla scelta dell'istante di tempo che si considera per calcolare la velocità del modo anti-simmetrico A0 per il caso di default, a partire dal quale si calcolano le velocità di propagazione per gli altri casi. Per comprendere il problema si osservino le figure 4.12 : i pallini neri rappresentano i tempi di arrivo del modo simmetrico S0 (a sinistra) e quello anti-simmetrico A0 (a destra), mentre la croce rossa è l'istante temporale utilizzato per calcolare le velocità. Dalla figura ingrandita si nota il modo simmetrico S0 che è l'oscillazione con ampiezze piccole tra i 2 pallini e il modo anti-simmetrico che è l'oscillazione successiva con ampiezze maggiori.





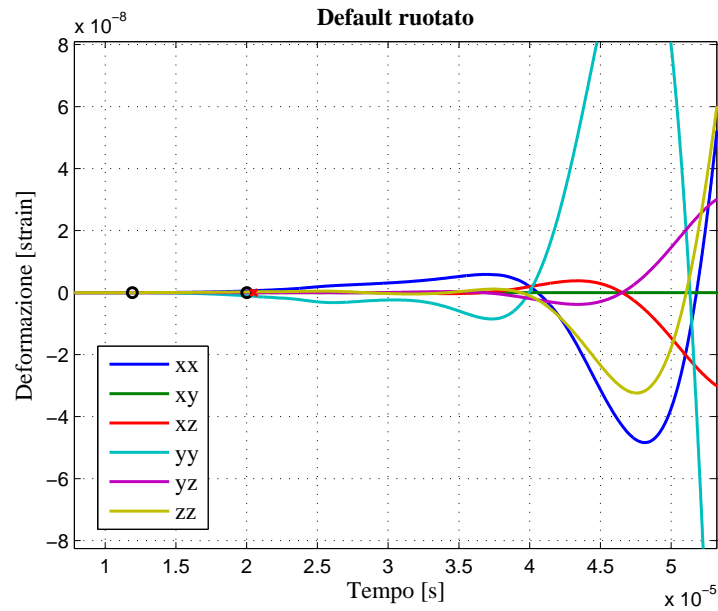
(a) Cross-correlazione completa.

(b) Zoom sui picchi.

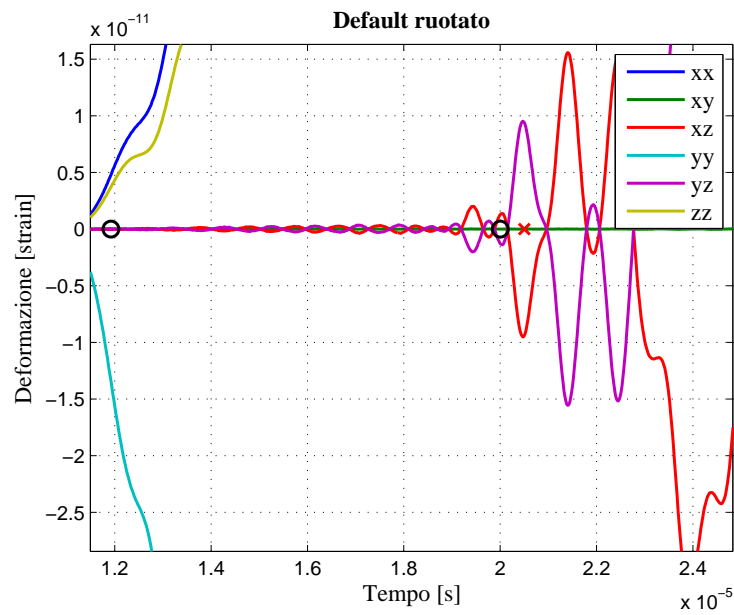
**Figura 4.11.** Cross-correlazione al variare di  $\rho$  ed E

Il problema sopracitato consiste nella determinazione univoca del istante di arrivo del modo anti-simmetrico A0, infatti il passaggio da un modo all'altro è graduale. Inoltre, dalla figura 4.12.b si nota che il modo simmetrico S0 si vede meglio lungo le direzioni "xz" e "yz" cioè in direzione normale alla superficie della lastra, infatti, come accennato nel capitolo introduttivo 1.4, il modo simmetrico S0 è il modo compressivo, in pratica genera degli sforzi di compressione e trazione in direzione normale alla lastra.

In figura 4.13 e 4.14 si osservano le deformazioni in direzione "xz" al variare della densità e del modulo di Young. Come nelle immagini precedenti si distinguono il modo simmetrico e anti-simmetrico, in particolare si nota che l'istante di arrivo del modo S0 fornito dalle curve di dispersione è leggermente in ritardo rispetto all'inizio delle oscillazioni tuttavia si nota che le ampiezze di deformazione tra l'inizio delle deformazioni e il punto di arrivo analitico sono piccolissime, quindi potrebbero anche essere dovute ad un errore numerico.



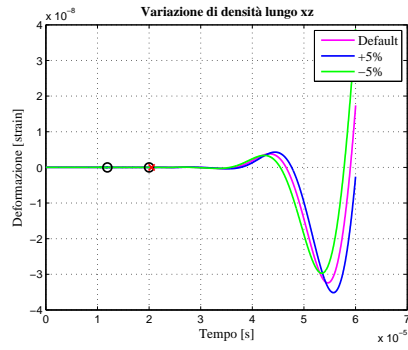
(a) Deformazioni complete.



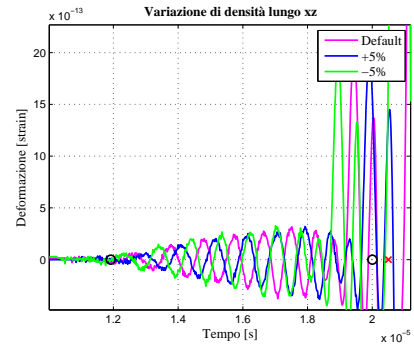
(b) Zoom sui tempi di arrivo.

**Figura 4.12.** Deformazioni per il caso di default.

I pallini neri rappresentano i tempi di arrivo del modo simmetrico S0 (a sinistra) e quello anti-simmetrico A0 (a destra), mentre la croce rossa è l'istante temporale utilizzato per calcolare le velocità



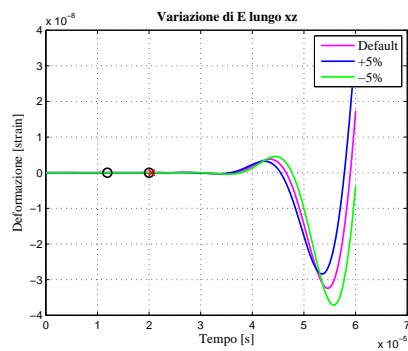
(a) Deformazioni  $xz$  complete.



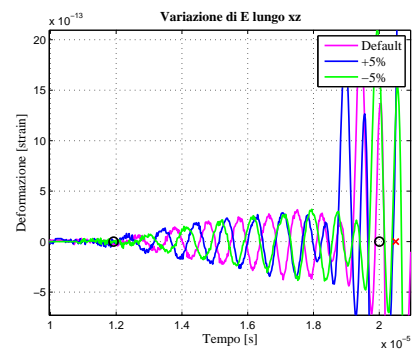
(b) Zoom deformazioni  $xz$ .

**Figura 4.13.** Deformazioni  $xz$  al variare di  $\rho$ .

I pallini neri rappresentano i tempi di arrivo del modo simmetrico S0 e A0, mentre la croce rossa è l'istante temporale scelto per calcolare le velocità



(a) Deformazioni  $xz$  complete.



(b) Zoom deformazioni  $xz$ .

**Figura 4.14.** Deformazioni  $xz$  al variare di  $E$ .

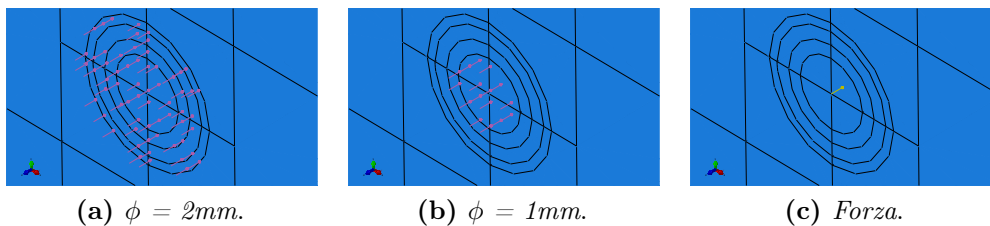
I pallini neri rappresentano i tempi di arrivo del modo simmetrico S0 e A0, mentre la croce rossa è l'istante temporale scelto per calcolare le velocità

Quindi, in questo capitolo è stata osservata la variazione della velocità di propagazione al variare delle caratteristiche del materiale, in particolare si nota che una diminuzione della densità del 5% produce gli stessi effetti di un aumento del modulo di Young della stessa percentuale. Inoltre osservando le curve di deformazione è si riconoscono i 2 modi di propagazione fondamentali S0 (il più veloce) e A0 (più lento) ma non si riesce ad individuare un'interfaccia precisa, cioè un istante temporale in cui arriva il modo anti-simmetrico. Viceversa l'istante temporale di nascita del modo simmetrico è riconoscibile più facilmente in quanto prima non c'è alcuna deformazione, tuttavia tale istante non coincide perfettamente con quello fornito dalle curve di dispersione.

### 4.1.3 Area di applicazione del carico

Nel presente sotto-capitolo si vuole osservare l'influenza della dimensione dell'area su cui è applicato il carico, perciò si confronteranno 3 simulazioni numeriche il cui modello è stato realizzato impostando un'area di applicazione della pressione decrescente, in particolare tale area è di forma circolare con 3 diversi diametri (fig.4.15):

1.  $\phi = 2\text{mm}$ ;
2.  $\phi = 1\text{mm}$ . Questo è il modello utilizzato anche per le simulazioni dei capitoli precedenti;
3.  $\phi = 0\text{mm}$ . In questo caso si applica una forza concentrata in un punto.



**Figura 4.15.** Area di applicazione della pressione

La legge di carico applicata è la medesima del caso precedente, cioè è una blackmanharris la cui ampiezza varia in modo da mantenere costante la forza applicata alla lastra come mostrato in figura 4.16. Si osserva che la curva di carico di riferimento è quella applicata sull'area di 1mm, cioè per ottenere le altre curve è stata calcolata la forza associata alla pressione applicata sull'area di 1mm. Similmente a quanto fatto nel capitolo precedente, i risultati sono confrontati con un caso di riferimento, che in questo caso è il modello con l'area

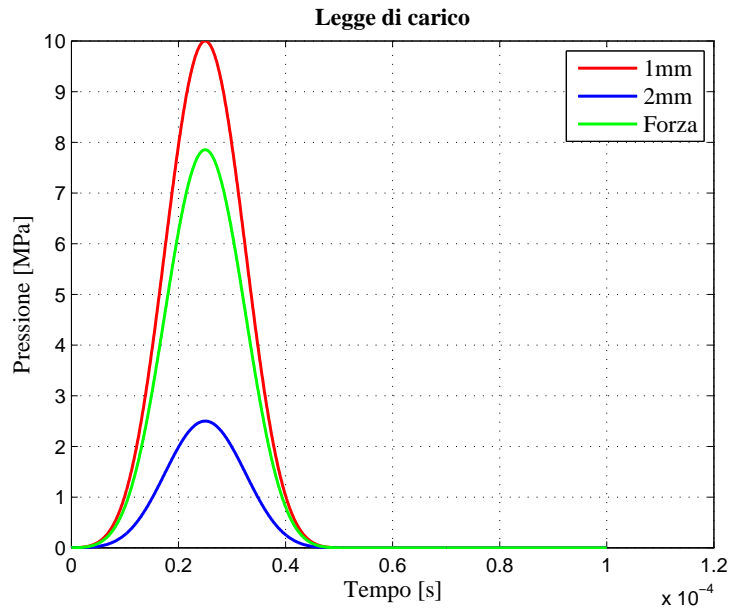
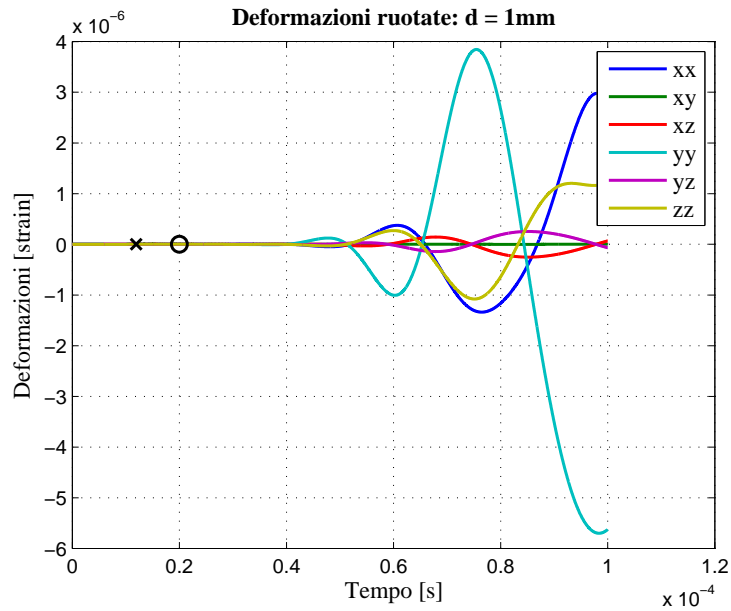


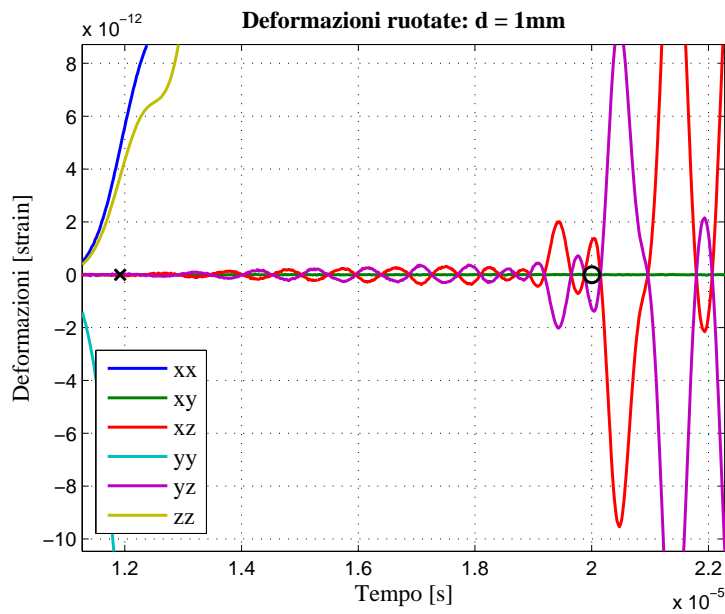
Figura 4.16. Curve di carico

di applicazione della pressione di diametro pari a 1mm, le cui deformazioni sono riportate in figura 4.17, dove il contrassegno a forma di "x" indica l'istante di arrivo del modo simmetrico S0 fornito dalle curve di dispersione, mentre il contrassegno a forma di "o" indica l'arrivo del modo anti-simmetrico, il quale è il riferimento rispetto al quale saranno confrontati gli altri risultati. Gli istanti di arrivo di A0 e S0 sono calcolati partendo dalle velocità di propagazione massime fornite dalle curve di dispersione. Osservando la figura ingrandita (fig.4.17.b) si notano, come nel capitolo precedente, le oscillazioni relative ai 2 modi fondamentali.

Le velocità di propagazione nel modello con pressione applicata su un'area circolare di diametro 2mm e con forza applicata in un punto sono calcolate come variazione rispetto alla velocità di riferimento, cioè quella misurata nel modello con pressione applicata su un'area del diametro di 1mm. Praticamente, similmente a quanto fatto nei capitoli precedenti, la velocità di riferimento è quella di arrivo del modo anti-simmetrico A0 fornita dalle curve di dispersione (3181 m/s) dalla quale si ricava facilmente l'istante di arrivo che è pari a  $2.000314 \cdot 10^{-5}$ . Le altre velocità sono calcolate con la classica formula spazio/tempo, dove il tempo è dato dall'istante di arrivo di riferimento, più lo sfasamento calcolato tramite la cross-correlazione. L'istante di tempo di riferimento è quello associato alla velocità di propagazione massima, pari a 3181 m/s, perchè, come si nota nella figura 4.17.b, in corrispondenza di



(a) Deformazioni complete per il caso di riferimento (1mm).



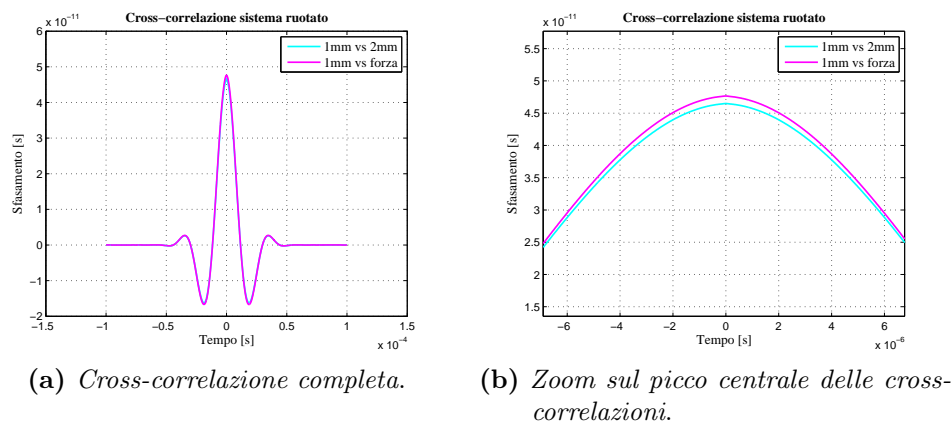
(b) Zoom sui tempi di arrivo dei 2 modo fondamentali.

**Figura 4.17.** Deformazioni nel caso di area con diametro di 1mm. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione

questo istante si ha un effettivo aumento delle ampiezze di oscillazione, questo significa che il modo anti-simmetrico è giunto sul sensore.

Osservando la figura 4.18.a, che riporta la cross-correlazione tra il caso di riferimento e le altre 2 possibilità considerate, si nota che le il picco massimo, in entrambi i casi, è in corrispondenza di uno sfasamento nullo, questo significa che la dimensione dell'area sulla quale è applicato il carico non influisce sulla velocità di propagazione, tuttavia dall'immagine ??b ingrandita sul picco centrale, si nota che l'ampiezza è leggermente differente.

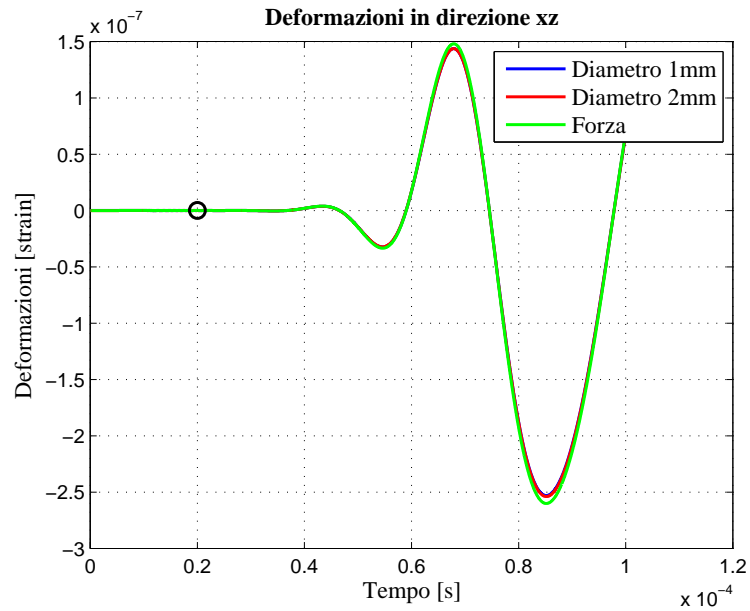
Infatti, come mostrato in figura 4.19 , le differenze tra i 2 casi con area finita



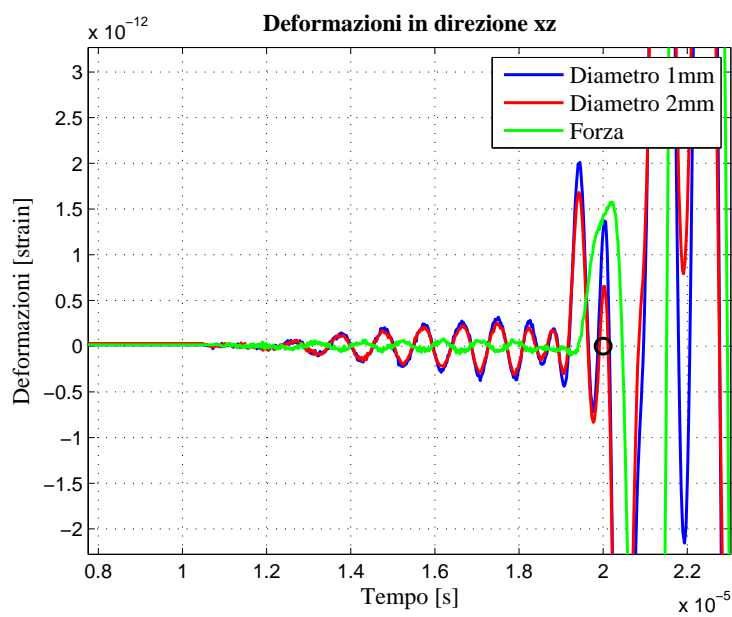
**Figura 4.18.** Cross-correlazione delle deformazioni

(1mm e 2mm) che sono molto simili tra loro e il caso con forza applicata in un punto sono: nel caso di forza applicata, le deformazioni relative al modo simmetrico  $S_0$ , cioè quelle prima del pallino nero, hanno una ampiezza molto più piccola rispetto ai 2 casi con area finita, inoltre si nota che il picco in corrispondenza dell'istante di arrivo del modo  $A_0$ , pallino nero, è individuabile più facilmente nel caso di forza applicata in punto.

Si potrebbe pensare che le differenze riscontrate osservando le curve di deformazione siano dovute al fatto che nei tre casi esaminati la distanza effettivamente percorsa dalle onde di deformazione è diversa, infatti nel caso di pressione applicata su un'area di diametro 2mm, la distanza percorsa è 62.63mm mentre nel caso di forza applicata in un punto la distanza è 63.63mm, tuttavia una onda di Lamb che si propaga a 3181  $m/s$  necessita solamente di  $3.1436 \cdot 10^{-7}$  s per percorrere 1mm. I tempi di arrivo dei modi fondamentali sono dell'ordine dei  $10^{-5}$  s perciò quest'effetto è trascurabile. A questo punto è possibile affermare che la dimensione dell'area di applicazione del carico influisce molto debolmente sulla propagazione delle onde di deformazione all'interno della lastra, perciò si potrebbe addirittura applicare una forza concentrata in un



(a) *Deformazioni complete.*



(b) *Zoom sui tempi di arrivo.*

**Figura 4.19.** Deformazioni in direzione xz. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione



punto al posto di una pressione. Questo comporterebbe un notevole vantaggio dal punto di vista degli oneri computazionali, infatti la mesh dell'area circolare sulla quale si applicherebbe la pressione avrebbe degli elementi più piccoli, questo rallenterebbe molto l'analisi. Tuttavia, per i capitoli seguenti si è scelto di utilizzare ancora il modello con area di applicazione del carico di 1mm in modo da mantenere una maggiore aderenza al caso reale ed avere un'ulteriore conferma di quanto esposto sopra.

## 4.2 Modello con leggi di carico a banda limitata

L'obiettivo del presente capitolo è di capire se il modello realizzato con elementi 3D prevede correttamente anche velocità minori di quelle massime. Infatti nei capitoli precedenti la curve di carico imposte evidentemente eccitavano come minimo anche le frequenze in corrispondenza delle quali si ha la velocità massima. Come si può vedere dalla figura 4.20 per il modo S0 il massimo di velocità è in corrispondenza di 0 Hz perciò, in tutte le simulazioni numeriche la velocità di S0 sarà sempre  $5338 m/s$ , mentre per il modo A0 la frequenza in corrispondenza della velocità massima, pari a  $3181 m/s$ , è circa 900 kHz. Quindi quanto detto all'inizio del capitolo 3, cioè che un impatto a bassa velocità eccita significativamente le frequenze fino a circa 1 kHz perciò la banda d'interesse è circa 0-1 kHz, non è completamente corretto infatti è vero che lo spettro delle deformazioni per un impatto a bassa velocità (fig 3.1) presenta le ampiezze maggiori per frequenze inferiori a 1 Hz, tuttavia è evidente che le piccole ampiezze in corrispondenza di 900 kHz sono sufficienti a generare un modo anti-simmetrico A0 con la velocità massima.

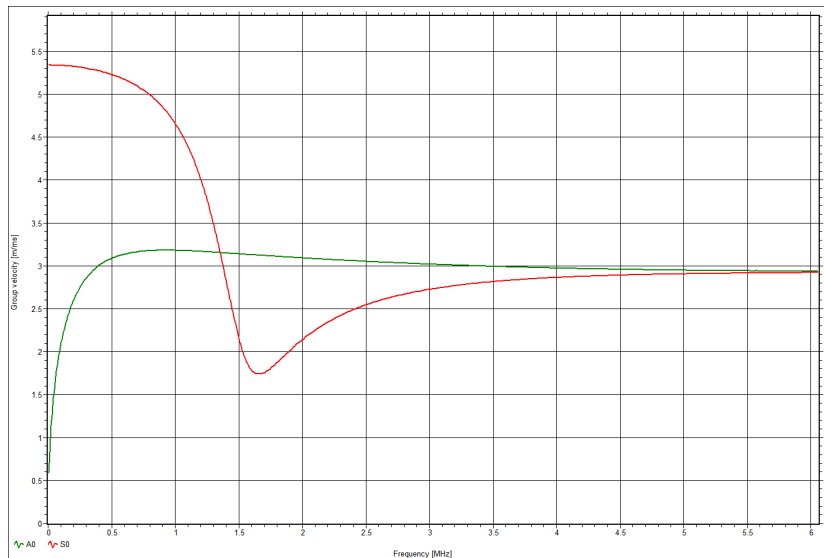


Figura 4.20. Velocità di gruppo

Perciò in questo capitolo saranno presentate delle simulazioni numeriche le cui leggi di carico sono state scelte in modo da eccitare diverse bande di frequenza. In particolare le leggi di carico sono tutte delle finestre *blackmanharris* di periodo variabile in modo da eccitare frequenze diverse:

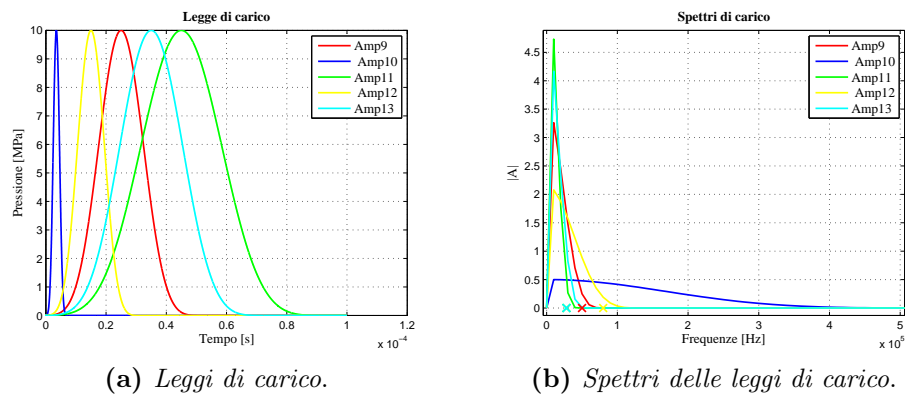
le funzioni scelte sono formate da un unico picco che inizia al tempo zero e finisce al generico tempo "T", detto periodo, il quale è stato scelto considerando che  $T = 4/f$  dove "f" è la frequenza in corrispondenza della quale lo spettro

del carico assume delle ampiezze quasi nulle.

Le leggi di carico e i relativi spettri considerati in questa serie di simulazioni numeriche sono mostrate nella figura ??:

la legge "Amp10" di colore blu eccita frequenze più alte rispetto alle altre, quindi è quella che dovrebbe generare il modo-antisimmetrico più veloce, mentre la legge "Amp11" in verde dovrebbe generare l'onda più lenta. In particolare l'ordine delle leggi di carico dalla più veloce alla più lenta dovrebbe essere:

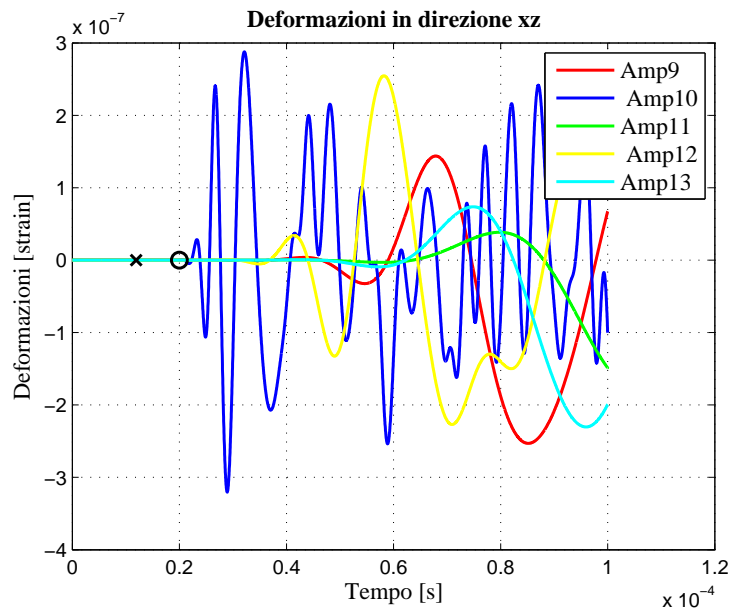
*Amp10, Amp12, Amp9, Amp13, Amp11*



**Figura 4.21.** Leggi di carico e spettri

Un primo risultato qualitativo può essere ottenuto osservando la figura 4.22 che rappresenta le deformazioni in direzione "xz" relative a tutte e 5 le leggi di carico:

si nota che la prima onda di deformazione che presenta un picco visibile è la blu, cioè la deformazione generata dalla "Amp10", mentre l'ultima è la curva associata alla "Amp11" (verde). È importante notare che le oscillazioni di grande entità che si individuano osservando i grafici senza ingrandire una zona particolare, sono delle riflessioni, cioè onde che hanno impattato i bordi della lastra che sono tornate verso i sensori. In ogni caso, l'ordine delle velocità previsto precedentemente è qualitativamente verificato.



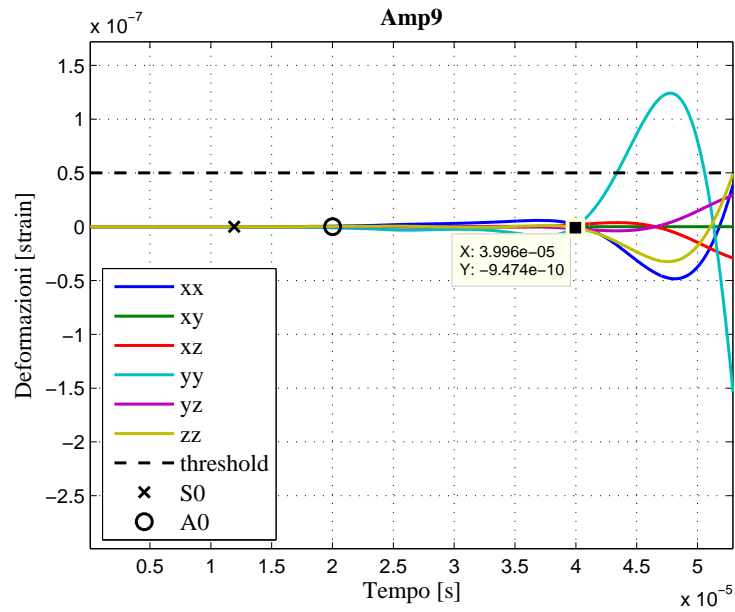
**Figura 4.22.** Deformazioni in direzione xz.

"X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione

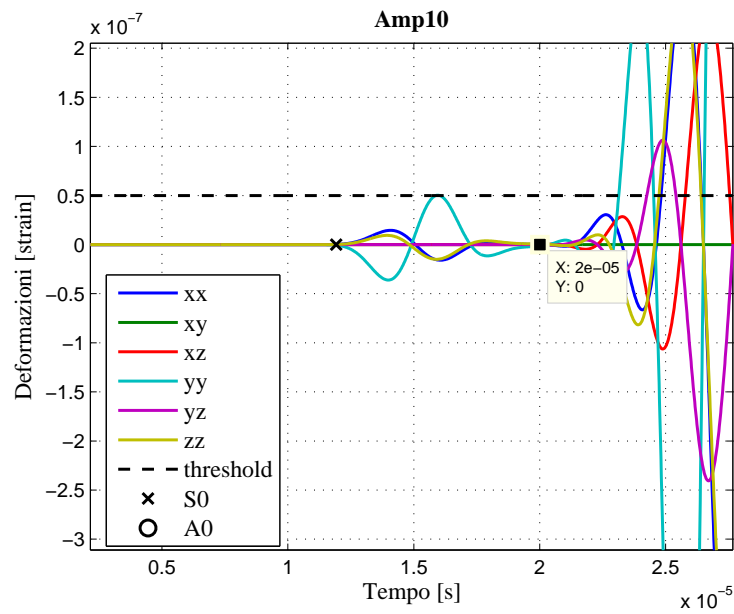
In questo caso il confronto quantitativo non può essere fatto tramite la cross-correlazione perchè, come si osserva in fig 4.22 le curve di deformazione sono piuttosto diverse tra loro, soprattutto quella relativa alla "Amp10" rispetto alle altre, perciò la cross-correlazione restituirebbe risultati poco attendibili. Quindi si deve trovare una caratteristica presente in tutte le curve di deformazione che identifichi l'istante di arrivo del modo anti-simmetrico. A tal fine si osservano le deformazioni relative alla "Amp10", cioè quelle più veloci, riportate in figura 4.24 nella quale l'istante di arrivo del modo S0 è contrassegnato con "X", mentre l'istante di arrivo del modo S0 è indicato con "O", i quali sono stati calcolati riferendosi alle velocità massime dei modi A0 e S0 rispettivamente pari a 3181 m/s e 5338 m/s . Dalle suddette figure si notano distintamente i modi S0 (compreso tra i contrassegni) e A0, in particolare l'istante di arrivo del modo A0 è prima di un picco d'ampiezza pari a circa  $3 \cdot 10^{-8}$  strain.

Quindi, dall'osservazione delle deformazioni relative al carico "Amp10" si è notato che esiste una soglia prima della quale si trova l'istante di arrivo del modo A0, mentre osservando le deformazioni indotte dagli altri carichi è stato possibile rifinire il valore di tale soglia e creare una convenzione:

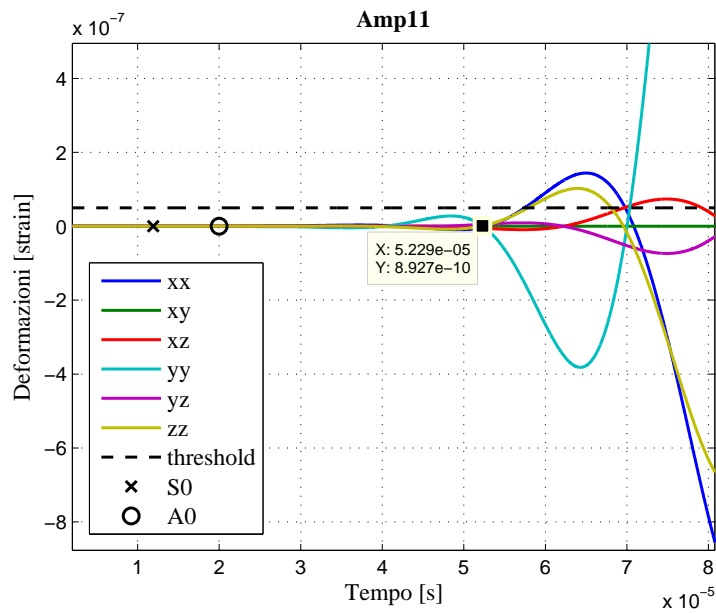
*l'istante di arrivo del modo anti-simmetrico A0 è il punto d'intersezione di tutte le curve di deformazione relative ad una legge di carico, prima del primo picco di ampiezza minima pari a  $5 \cdot 10^{-8}$  strain (Metodo threshold).*



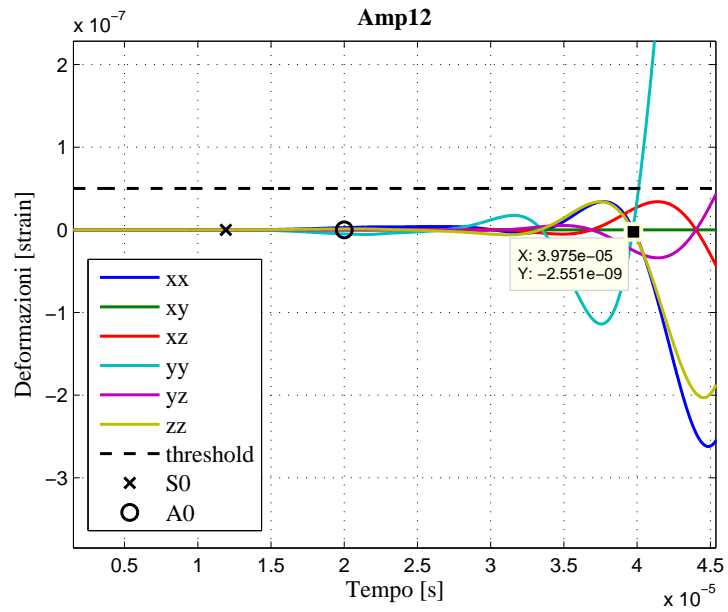
**Figura 4.23.** Deformazioni indotte da Amp9.  
 "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione



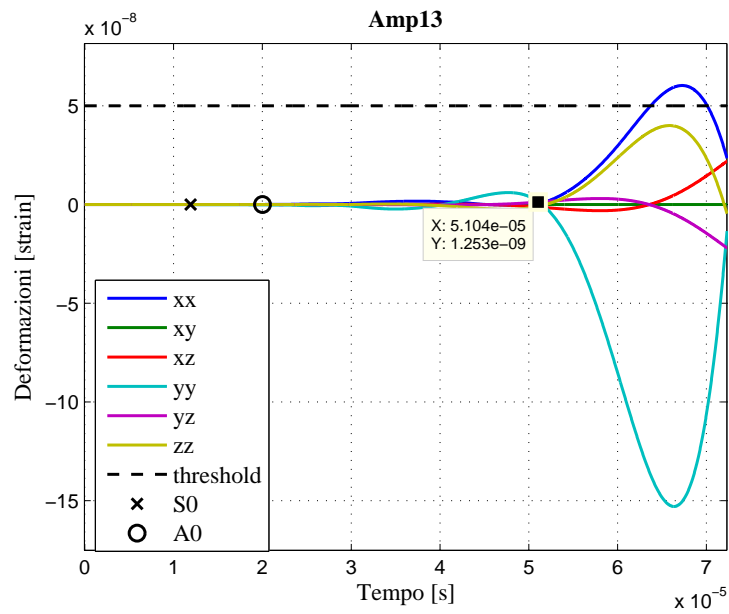
**Figura 4.24.** Deformazioni indotte da Amp10. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione



**Figura 4.25.** Deformazioni indotte da Amp11. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione



**Figura 4.26.** Deformazioni indotte da Amp12.  
 "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione



**Figura 4.27.** Deformazioni indotte da Amp13.  
 "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione

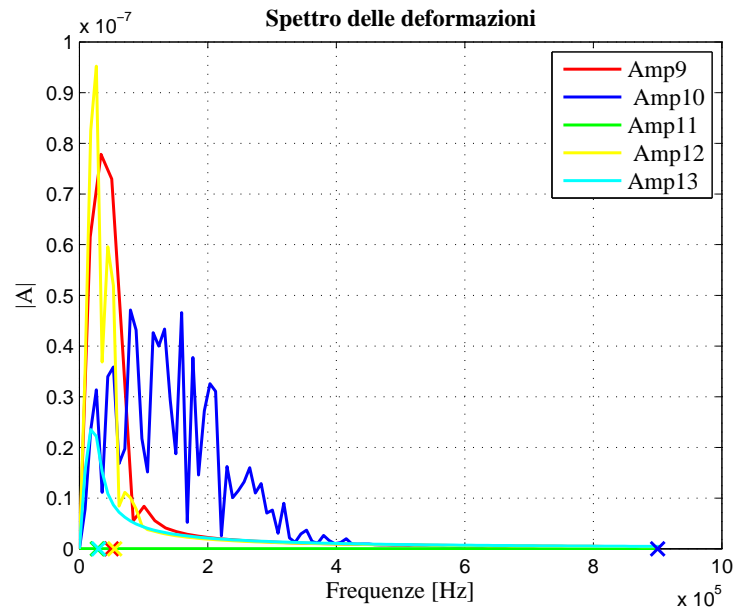
Tramite la suddetta convenzione si determinano graficamente i tempi di arrivo del modo anti-simmetrico e quindi le velocità di propagazione, ricordando che la distanza tra il punto di applicazione del carico ed i sensori è pari a 63.63mm. Note le velocità di gruppo di A0 è possibile ricavare le frequenze ad esse associate tramite le curve di dispersione (fig.4.20). I risultati ottenuti sono riportati nella tabella sottostante.

<i>Carico</i>	<i>Tempo</i> [s]	<i>Velocità A0</i> [m/s]	<i>Frequenze</i> [kHz]
<i>Amp9</i>	$3.996 \cdot 10^{-5}$	1592	50
<i>Amp10</i>	$2.000 \cdot 10^{-5}$	3181	900
<i>Amp11</i>	$5.229 \cdot 10^{-5}$	1217	28
<i>Amp12</i>	$3.975 \cdot 10^{-5}$	1600	55
<i>Amp13</i>	$5.104 \cdot 10^{-5}$	1246	30

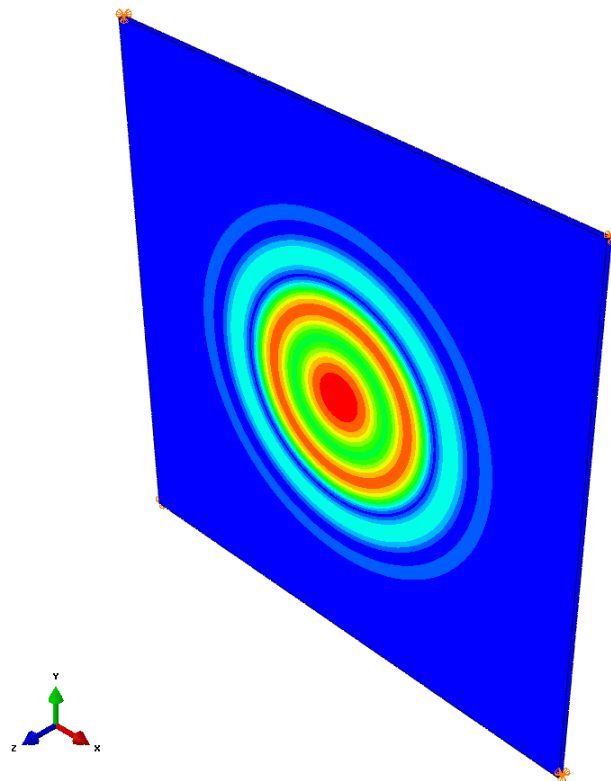
È importante sottolineare che le frequenze determinate tramite le curve di dispersione non sono valori precisissimi perchè la curva del modo anti-simmetrico a basse frequenze è molto pendente perciò risulta difficile distinguere frequenze molto vicine tra loro. Tuttavia l'ordine di arrivo è corretto anche dal punto di vista quantitativo.

A questo punto sarebbe interessante individuare una ampiezza nello spettro, in corrispondenza della quale si ha l'arrivo del modo anti-simmetrico. A tal fine in figura 4.28 sono rappresentate con una "X" le frequenze indicate nella tabella sopra. Si nota che non esiste un'ampiezza dello spettro comune, infatti l'ampiezza dello spettro in corrispondenza delle suddette frequenze decresce all'aumentare della banda sottesa dallo spettro stesso. La stessa cosa vale per il rapporto tra il picco massimo dello spettro e l'ampiezza in corrispondenza della frequenza contrassegnata: non esiste, anche in questo caso, un rapporto comune. Probabilmente la caratteristica che accomuna le leggi di carico considerate è l'energia introdotta nella lastra, infatti è possibile che al modo simmetrico e anti-simmetrico sia associata un'energia minima, se questa non è raggiunta allora l'onda corrispondente ad una data frequenza non nasce. Tuttavia è impossibile calcolare l'energia che è introdotta nella lastra solamente utilizzando 4 sensori perchè tale energia si disperde uniformemente su tutta la lastra con onde circolari, perciò si dovrebbero sommare le energie misurate su tutti gli elementi della mesh della lastra. Per avere un'idea più precisa del carattere dispersivo delle onde di Lamb si può far riferimento alla figura 4.29 nella quale è rappresentata la propagazione delle onde in un modello numerico.





**Figura 4.28.** Spettro delle deformazioni.  
 Con "X" sono state evidenziate le frequenze mostrate nella tabella precedente



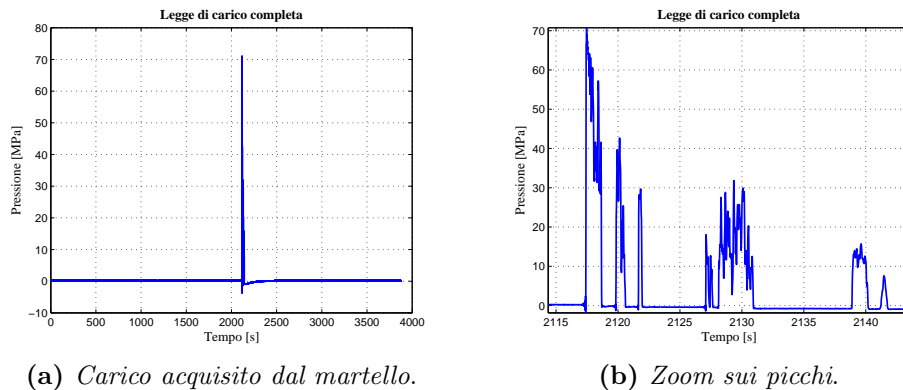
**Figura 4.29.** Esempio di propagazione in un modello numerico

### 4.3 Modello con legge di carico reale

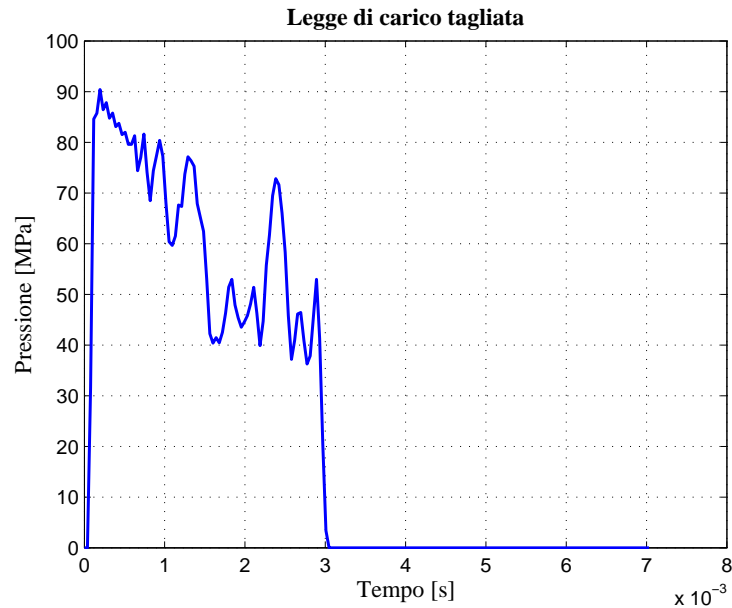
Nel sotto-capitolo precedente è stato verificato che il modello numerico con elementi 3D prevede anche velocità inferiori a quella massima, tuttavia non è stato possibile determinare una soglia oltre la quale nasce un'onda anti-simmetrica A0 con una certa velocità piuttosto che con un'altra.

A questo punto si vuole osservare la velocità delle onde di Lamb nel caso in cui la legge di carico sia reale, cioè sia una legge misurata da un martello dinamometrico durante un impatto.

In figura 4.30.a è mostrata la legge di carico reale misurata dal martello dinamometrico. Osservando tale figura sembra che ci sia un solo picco, tuttavia ingrandendo l'immagine proprio in corrispondenza del picco (fig. 4.30.b) si nota che ci sono più picchi: il primo è dovuto all'impatto mentre gli altri sono dovuti al ritorno elastico della lastra che impatta sulla punta del martello dinamometrico. Per la simulazione numerica presentata in questo sotto-capitolo è stato considerato solamente il primo picco (fig. 4.31), infatti sia il modo simmetrico che quello anti simmetrico giungono al sensore prima ancora che il primo picco sia completamente esaurito, quindi le deformazioni relative ai picchi successivi si sovrapporrebbero con le riflessioni del primo picco. Praticamente tali onde di deformazione non sono interessanti dal punto di vista della propagazione perchè i fenomeni che le governano sono troppo complessi.

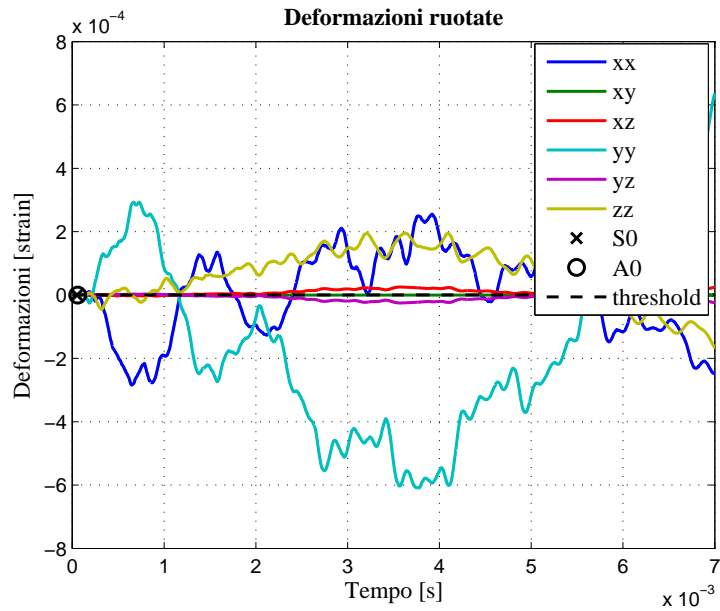


**Figura 4.30.** Carico acquisito dal martello dinamometrico durante una prova sperimentale

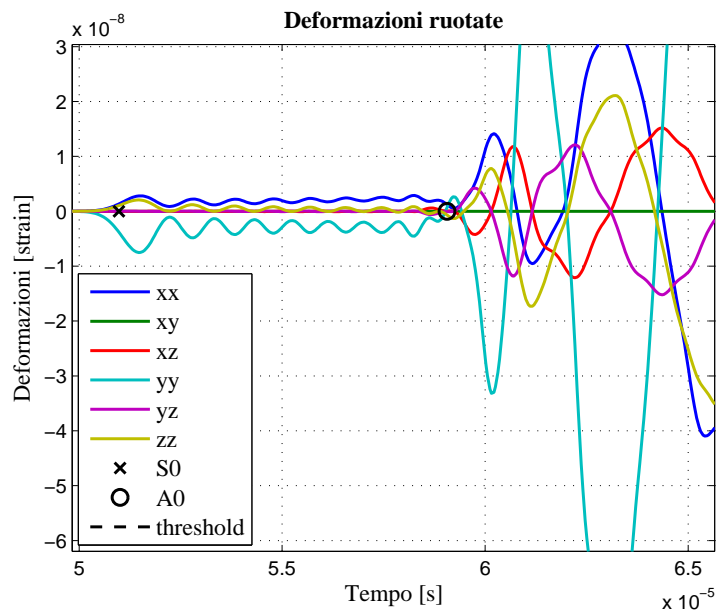


**Figura 4.31.** Primo picco della legge reale

Le deformazioni complete misurate dal sensore sono mostrate in figura 4.32.a, mentre la figura 4.32.b rappresenta le deformazioni ingrandite sui tempi di arrivo del modo simmetrico S0 e anti-simmetrico A0, i quali sono stati calcolati riferendosi alle velocità massime fornite dalle curve di dispersione, rispettivamente pari a 3181 m/s e 5338 m/s. Il pallino nero rappresenta l'istante d'arrivo del modo anti-simmetrico A0 e coincide con il punto di arrivo del modo A0 individuato applicando la convenzione basata sulla soglia (*Metodo threshold*) presentata nel sotto-capitolo precedente. Perciò si può affermare che la velocità di propagazione del modo A0 è pari alla velocità massima di 3181 m/s (pallino nero) fornita dalle curve di dispersione. Questo implica che la frequenza di 900 kHz, alla quale corrisponde la suddetta velocità massima, è stata eccitata anche se osservando lo spettro delle deformazioni in direzione y (fig. 4.33) non sembrerebbe così, infatti l'ampiezza dello spettro diventa piccolissima per frequenze maggiori di 1kHz.



(a) Deformazioni complete.



(b) Zoom sui tempi di arrivo di A0 e S0.

**Figura 4.32.** Deformazioni in tutte le direzioni. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati partendo dalle velocità massime fornite dalle curve di dispersione

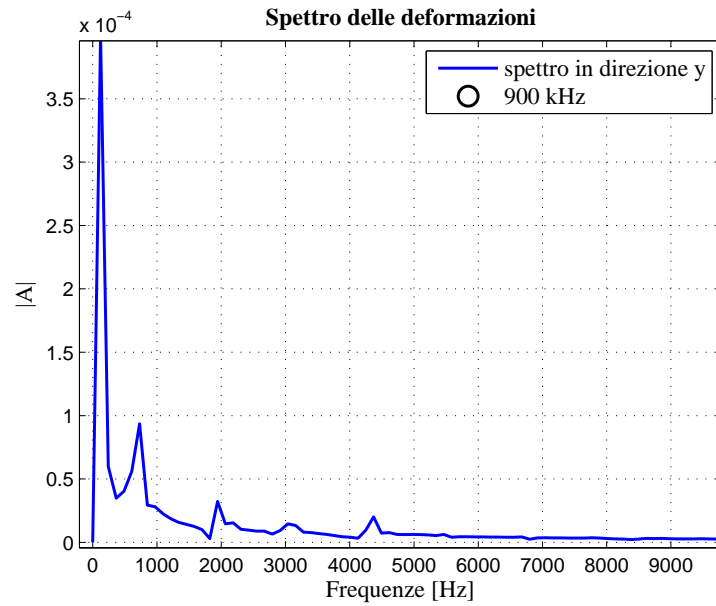


Figura 4.33. Spettro delle deformazioni in direzione y

Con questo capitolo si conclude la parte relativa al modello la cui mesh è formata da elementi cubici. A questo punto si può affermare che il modello prevede correttamente sia le velocità massime permesse dalle curve di dispersione sia velocità inferiori, tuttavia è importante osservare che *un generico carico reale eccita sempre frequenze come minimo pari a 900 kHz perciò la velocità di propagazione del modo anti-simmetrico A0 sarà sempre la velocità massima pari a 3181 m/s*.

## 4.4 Conclusioni del capitolo 4

In questo capitolo sono state svolte le seguenti attività:

- Analisi di sensitività, dalla quale è emerso che all'aumentare del numero di elementi nello spessore la velocità di propagazione aumenta, cioè tende asintoticamente alla velocità fornita dalle curve di dispersione. In particolare per un numero di elementi nello spessore maggiore di 5, l'incremento di velocità diventa trascurabile. Dall'analisi di sensitività rispetto alle caratteristiche meccaniche del materiale è emerso che una diminuzione della densità del 5% produce gli stessi effetti di un aumento del modulo di Young della stessa percentuale. Inoltre si è notato che riducendo l'area di applicazione del carico la fase delle onde di deformazione non varia.
- Modello con leggi di carico a banda limitata. In questo caso sono state definite delle leggi di carico tali da eccitare diverse bande di frequenze, quindi le deformazioni risultanti hanno diverse velocità. In particolare è stato verificato che le leggi che eccitano le frequenze più alte producono delle deformazioni più veloci. A tal fine è stato definito un metodo empirico (*Metodo threshold*) per identificare oggettivamente l'arrivo del modo anti-simmetrico in corrispondenza del sensore.
- Modello con legge di carico reale, dal quale è emerso che un generico carico reale eccita sempre frequenze come minimo pari a 900 kHz, perciò la velocità di propagazione del modo anti-simmetrico A0 sarà sempre la velocità massima consentita dalle curve di dispersione, pari a 3181 m/s.

# Capitolo 5

## Modello shell

Nel capitolo 4 è stato presentato e caratterizzato un modello la cui mesh è formata da elementi cubici, tale modello descrive correttamente la propagazione delle onde di deformazione dovute ad un impatto a bassa velocità, ma il tempo necessario a completare un'analisi non è modesto:

con il computer usato per le simulazioni (DELL PRECISION M4400 con processore dual core da 2.53 GHz e 4 Gb di RAM) il modello con il carico generato analiticamente necessita di circa 30 min, mentre quello con il carico reale necessita di circa 2.5 h.

Per ridurre i tempi di calcolo è possibile applicare una forza concentrata in un punto, in luogo di una pressione distribuita su un'area che contiene sicuramente degli elementi della mesh più piccoli di quelli lontani dalla variazione di geometria i quali rallentano molto l'analisi. Un ulteriore decremento dei tempi di calcolo può essere ottenuto utilizzando gli elementi shell, in particolare sono stati utilizzati gli S4R, cioè elementi shell a 4 nodi lineari ad integrazione ridotta, i quali non misurano gli sforzi nella direzione normale alla lastra, cioè direzione "z".

Il modello numerico implementato ha le seguenti caratteristiche:

- Mesh strutturata con elementi S4R, cioè un elemento shell a 4 nodi lineari ad integrazione ridotta [17];
  - Il carico è stato imposto definendo una legge di carico applicata in un punto d'integrazione, praticamente è stata applicata una forza concentrata;
  - I 4 estensimetri non sono stati modellati esplicitamente, infatti è stato selezionato un punto in corrispondenza del quale si registra tutta la storia temporale delle deformazioni;
-

- La lastra è stata vincolata ai vertici bloccando gli spostamenti in tutte le direzioni e permettendo le rotazioni.

## 5.1 Analisi di sensitività

Come nel caso del modello realizzato con gli elementi cubici, anche in questo caso è necessario comprendere l'influenza delle caratteristiche del modello sulla propagazione delle onde di deformazione generate da un impatto. In particolare si studieranno i seguenti casi:

1. Dimensione degli elementi della mesh;
2. Ordine di arrivo;

### 5.1.1 Dimensione degli elementi della mesh

In questa sezione si osserva l'influenza degli elementi della mesh sulla propagazione delle onde di Lamb. Si considerano elementi il cui lato ha le seguenti dimensioni:

- 5 mm
- 2.5 mm
- 1 mm
- 0.5 mm

Il modello utilizzato per le simulazioni presentate in questa sezione è reale, cioè ha le dimensioni di 400mm x 400mm x 1.5mm (fig. 5.1) e la legge di carico è anch'essa reale (fig. 5.2), cioè misurata da un martello dinamometrico durante un impatto. In realtà la legge di carico misurata dal martello dinamometrico è formata da più picchi, il primo dei quali è direttamente dovuto all'impatto, mentre i picchi seguenti sono generati dal ritorno elastico della lastra che "rimbalza" contro la punta del martello. Tuttavia, per la simulazione numerica è sufficiente utilizzare solamente il primo picco perchè gli altri indurrebbero nella lastra delle doformazioni che si sovrapporebbero alle riflessioni del primo picco.

In questo caso è stato utilizzato il modello reale perchè il computer a disposizione era più prestante di quello utilizzato in tutte le altre simulazioni della presente tesi.



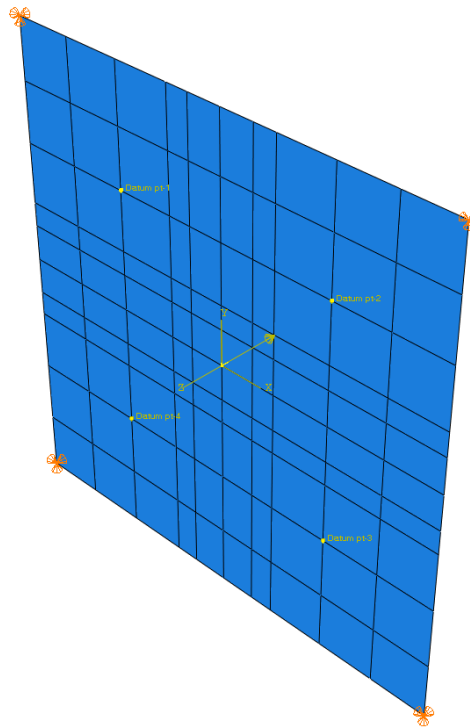


Figura 5.1. Modello reale impattato centralmente

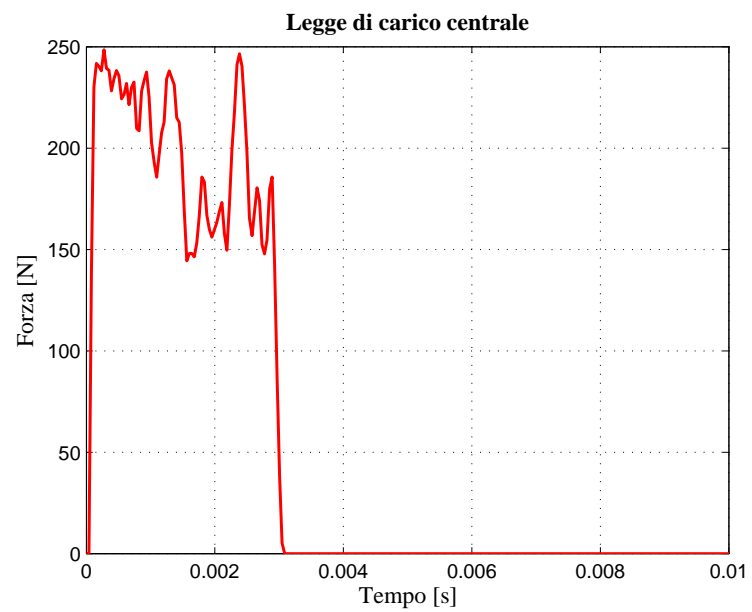
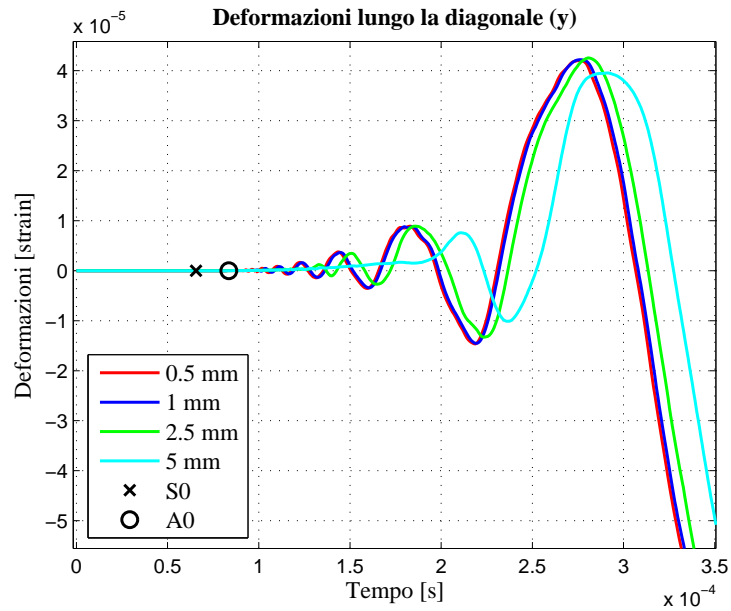


Figura 5.2. Legge di carico per l'impatto centrale

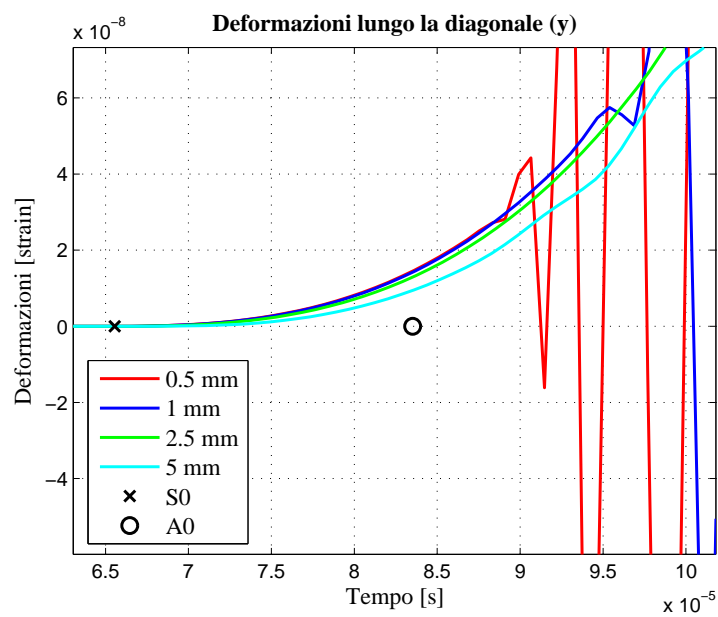
I risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche sono mostrati in figura 5.3.a, dalla quale si può notare che riducendo la dimensione degli elementi le curve si spostano verso sinistra, cioè le velocità di propagazione tendono asintoticamente ad un valore, infatti le deformazioni relative ai modelli con elementi di lato 1mm e 5mm sono vicine a tal punto da poter affermare che sarebbe più conveniente utilizzare l'elemento con lato da 1mm perchè la velocità è praticamente la stessa a fronte di oneri computazionali inferiori.

In figura 5.3.b si presenta l'ingrandimento sui tempi di arrivo analitici, cioè corrispondenti alle velocità massime permesse dalle curve di dispersione e pari a 3181 m/s, per il modo A0, e 5338 m/s per il modo S0. Osservando la figura si nota che le oscillazioni iniziano poco dopo l'istante di arrivo del modo anti-simmetrico, questo significa che la velocità del modo A0 è quella massima (3181 m/s), tuttavia la corrispondenza tra l'istante di arrivo teorico di A0 (pallino nero) e l'inizio delle oscillazioni non è molto precisa. Questo è dovuto al fatto che in questo caso è stato considerato opportuno osservare solamente le deformazioni lungo la diagonale, cioè in direzione "y", in questo modo il modello numerico è più vicino alla realtà, infatti gli estensimetri misurano le deformazioni solo in questa direzione. Tuttavia nelle deformazioni parallele alla direzione di propagazione, cioè "y", il modo simmetrico S0 è difficilmente distinguibile a causa della sua natura. Infatti il modo S0 è compressivo, cioè genera delle deformazioni di compressione e trazione in direzione normale alla lastra.

Per questi motivi, nelle deformazioni lungo la diagonale, S0 non si vede e di conseguenza è difficile individuare il punto di interfaccia tra A0 e S0.



(a) Deformazioni complete.



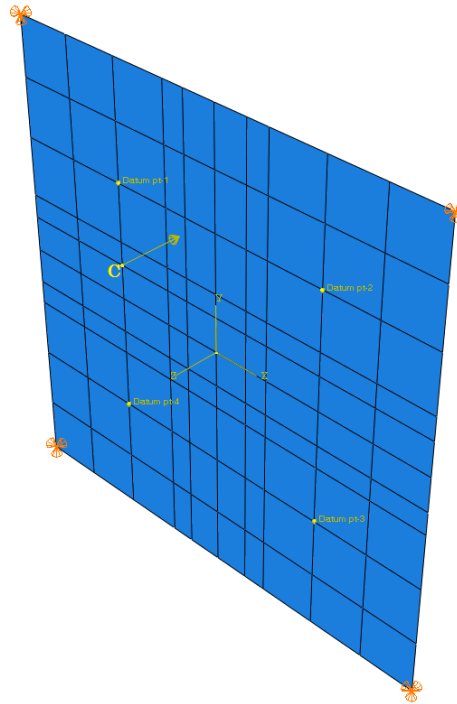
(b) Zoom sui tempi di arrivo dei modi A0 e S0.

**Figura 5.3.** Deformazioni lungo la diagonale misurate da un sensore. "X" e "O" sono gli istanti di arrivo dei modi S0 e A0 riferiti alle velocità fornite dalle curve di dispersione

### 5.1.2 Ordine di arrivo

In questo sotto-capitolo si vuole verificare che l'ordine di arrivo delle onde di deformazione dovute ad un impatto decentrato in corrispondenza dei 4 sensori sia corretto. In particolare la forza è applicata nel punto "C" appena sotto il sensore 1, come mostrato in figura 5.4, quindi considerando che la velocità di propagazione non varia con la direzione, i sensori che misureranno per primi una deformazione saranno quelli più vicini al punto d'impatto. Quindi l'ordine di arrivo delle onde di deformazione in corrispondenza dei sensori è il seguente:

$$\text{sensore1, sensore4, sensore2, sensore3} \quad (5.1)$$

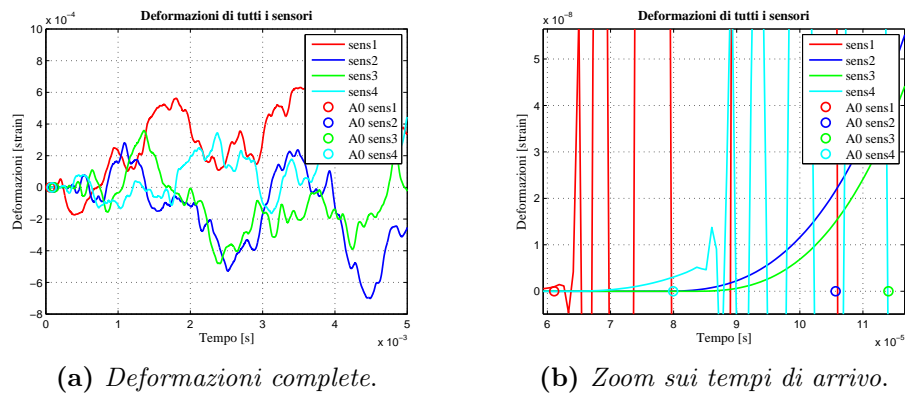


**Figura 5.4.** Modello reale impattato nel punto C

Le deformazioni misurate lungo la diagonale dai 4 sensori sono rappresentate in figura 5.5.

In questo caso forse sarebbe più intuitivo ruotare il riferimento in modo che l'asse "y" sia diretto come il segmento che unisce i sensori con il punto d'impatto. Tuttavia, per modellare al meglio la realtà si ritiene opportuno osservare le deformazioni lungo le diagonali, come fatto precedentemente, infatti gli estensimetri misurano le deformazioni lungo questa direzione a prescindere del luogo dove avviene l'impatto.

Per capire se l'ordine di arrivo predetto è verificato si deve osservare quali sono le deformazioni che escono dalla "base line" per prime, oppure è possibile fissare arbitrariamente un valore di deformazione e osservare quali curve intersecano per prime il segmento orizzontale. Applicando questi metodi qualitativi si può affermare che l'ordine di arrivo predetto è verificato, tuttavia, per essere più sicuri è opportuno ingrandire la parte iniziale delle curve di deformazione che non è affetta dalle molteplici riflessioni. Osservando la figura ingrandita (fig. 5.5.b), nella quale i pallini indicano gli istanti di arrivo calcolati ipotizzando che la velocità di propagazione sia quella massima, cioè 3181 m/s, si può affermare con sicurezza che l'ordine previsto è corretto, si nota inoltre che la velocità di propagazione è effettivamente quella massima, infatti in corrispondenza dei pallini le curve iniziano ad oscillare (modo anti-simmetrico).



**Figura 5.5.** Deformazioni misurate da i 4 sensori.

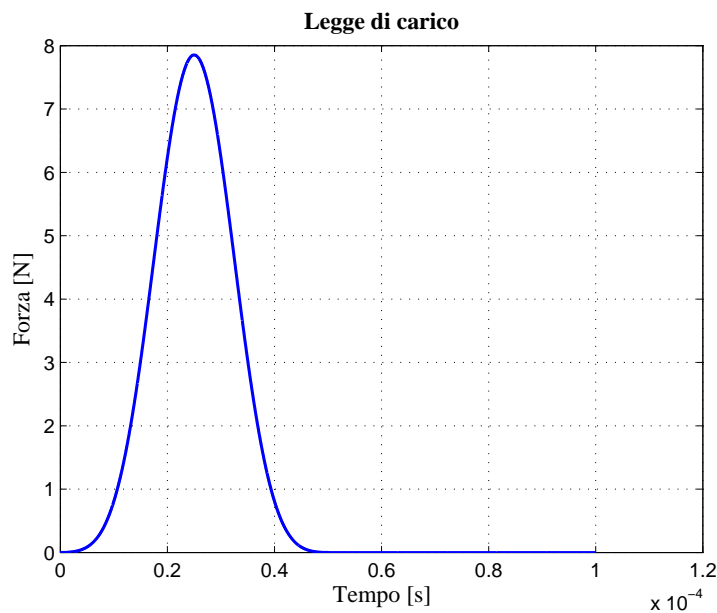
I pallini indicano gli istanti di arrivo del modo A0, calcolati ipotizzando che la velocità di propagazione sia quella massima, cioè 3181 m/s

## 5.2 Confronto tra modello 3D e shell

Nel sotto-capitolo precedente è stata presentata l'analisi di sensitività rispetto alla dimensione degli elementi, il risultato è che con elementi shell S4R con lato da 1mm le velocità di propagazione sono modellate correttamente, inoltre si è notato che l'istante di arrivo del modo anti-simmetrico A0 è molto vicino a quello dedotto dalle curve di dispersione e corrispondente alla massima velocità di 3181 m/s. Perciò si può affermare che il modello shell sia corretto, tuttavia si ritiene opportuno confrontare le deformazioni misurate da tale modello con quelle del modello realizzato con elementi cubici C3D8R, in modo da cogliere le differenze riguardanti la propagazione.

In particolare si confrontano i modelli caricati con una forza applicata nel punto centrale e con la legge di carico "Amp9", mostrata in figura 5.6, utilizzata anche nel capitolo 4.2.

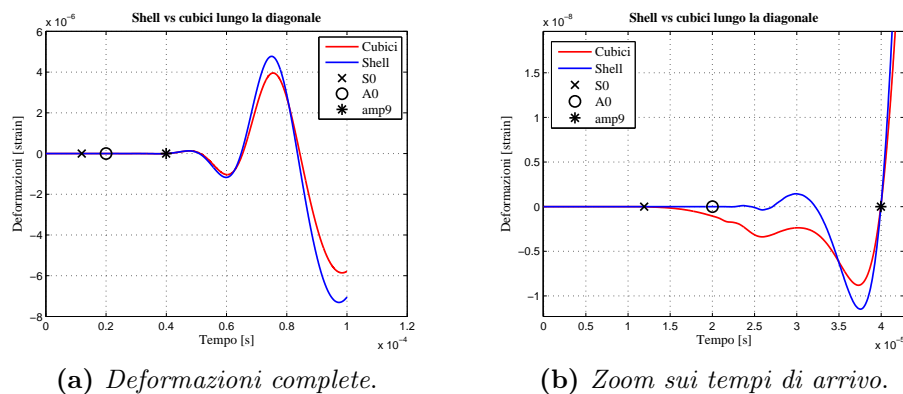
Si osserva che, in questo caso il modello shell utilizzato ha dimensioni di 150mm x 150mm x 1.5mm, in questo modo è possibile confrontarlo con il modello 3D.



**Figura 5.6.** Legge di carico

Le deformazioni misurate dal sensore 1 sono state, in entrambi i casi, ruotate opportunamente di  $45^\circ$  in modo che l'asse "y" coincida con la diagonale e confrontate in figura 5.7, dalla quale si nota che l'unica differenza macroscopica è una leggera sovrastima dell'ampiezza della deformazione da parte del modello

shell rispetto a quello 3D. Tuttavia le 2 deformazioni sembrano avere la medesima fase, di conseguenza i tempi di arrivo dei modi di propagazione dovrebbero essere uguali tra i 2 modelli. Ingrandendo l'immagine 5.7.a, come fatto per i casi precedenti (fig.5.7.b), si osserva che le deformazioni dei 2 modelli considerati sono molto vicine tra loro.



**Figura 5.7.** Confronto tra le deformazione del modello 3D e shell. "X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità massime fornite dalle curve di dispersione. Mentre "\*" indica l'istante di arrivo delle legge di carico "amp9" corrispondente ad una velocità di 1592 m/s.

Per confermare che le 2 deformazioni sono in fase è stata calcolata la cross-correlazione, mostrata in figura 5.8, dalla quale si nota che il picco massimo è in corrispondenza di uno sfasamento nullo, quindi le curve considerate sono in fase e di conseguenza le velocità di propagazione sono le medesime, ovvero pari a 1592 m/s. A conferma di questo la figura 5.7.a, che rappresenta l'ingrandimento sui tempi di arrivo delle deformazioni nel modello shell, mostra che in corrispondenza del istante di arrivo corrispondente alla velocità di 1592 m/s l'ampiezza di oscillazione cresce vistosamente, inoltre si nota che le deformazioni prima di tale punto, cioè quelle corrispondenti al modo simmetrico S0 sono diverse tra i 2 modelli, mentre il modo anti-simmetrico A0, cioè la parte dopo il pallino nero, sono piuttosto simili. Si ritiene opportuno ricordare che tale velocità è stata calcolata con il metodo "threshold" presentato nel capitolo 4.2.

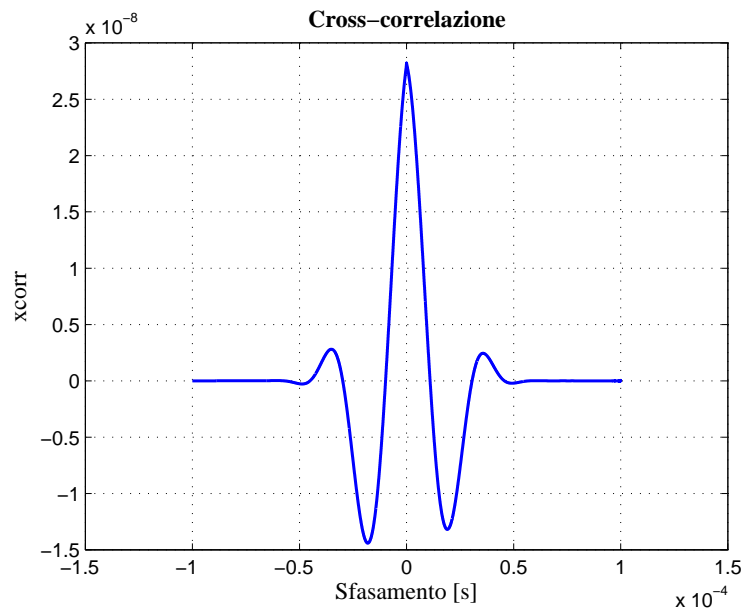


Figura 5.8. Cross-correlazione tra le deformazioni

### 5.3 Somma di 2 onde

Nel capitolo 5.1.1, oltre all'analisi di sensitività è stata confermata ulteriormente l'ipotesi che un impatto reale eccita tutte le frequenze, infatti, la maggior parte dell'energia è associata alle frequenze basse, fino a 1 kHz, mentre le frequenze maggiori sono stimulate poco, ma abbastanza da far nascere delle onde con velocità di propagazione elevate. In pratica, la legge di carico può essere vista come la somma di tante onde con lo stesso periodo ma con frequenza diversa e ampiezza decrescente all'aumentare della frequenza.

In questo capitolo si sommerano 2 onde con frequenza rispettivamente pari a 150 kHz e 300 kHz. L'onda con frequenza di 300 kHz è più veloce, perciò la deformazione complessiva avrà una velocità molto prossima a quella dell'onda da 300 kHz. Questo è sicuramente vero se le 2 onde sommate hanno la stessa ampiezza, ma cosa accade se l'onda di 300 kHz ha un'ampiezza minore? Per rispondere a questa domanda sono stati studiati i seguenti casi:

1.  $A_{300} = A_{150}$ ;
2.  $A_{300} = A_{150}/2$ ;
3.  $A_{300} = A_{150}/3$ ;
4.  $A_{300} = A_{150}/100$ .



Tuttavia, prima di trattare i casi sopracitati è necessario verificare che il modello preveda correttamente le velocità nel caso in cui il carico sia un'onda con una sola frequenza, in particolare si controllano i casi in cui il carico ha una frequenza di 150 kHz e 300 kHz (figure 5.9). Le deformazioni misurate

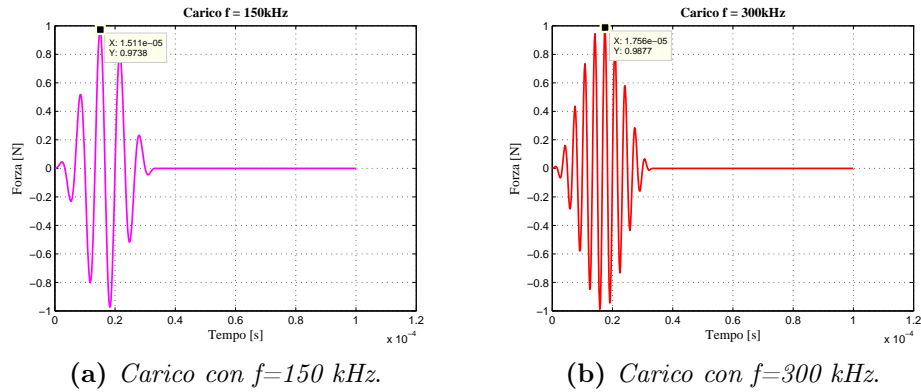
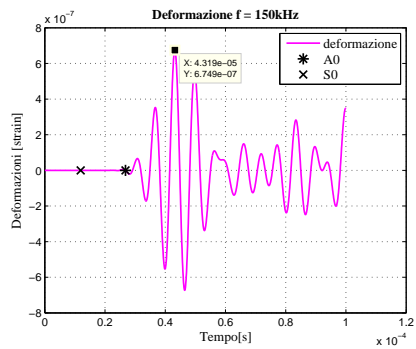


Figura 5.9. Leggi di carico

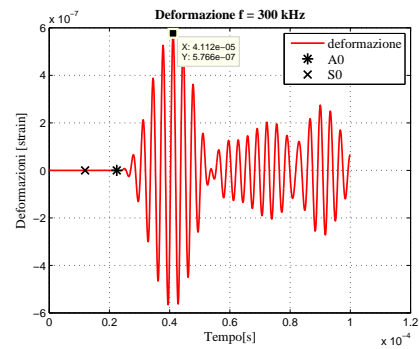
sono mostrate in figura 5.10 nella quale è stato evidenziato l'istante di arrivo del modo A0 calcolato utilizzando la velocità fornita dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz, rispettivamente pari a 2392 m/s e 2863 m/s. Osservando gli spettri delle deformazioni in figura 5.11, si nota che sono centrati sulle frequenze di 150 kHz e 300 kHz, quindi teoricamente le velocità rilevate dal modello dovrebbero essere simili a quelle estratte dalle curve di dispersione.

La tabella sottostante mostra i risultati ottenuti in termini di velocità e di errore percentuale tra la velocità calcolata tramite il modello numerico ( $v_{A0num}$ ) e quella fornita dalle curve di dispersione ( $v_{A0teor}$ ) che si assesta intorno al 4.5%.

	$\Delta t$ [s]	$d$ [mm]	$v_{A0}$ num [m/s]	$v_{A0}$ teor [m/s]	$\Delta_{perc}$ [%]
150 kHz	$2.785 \cdot 10^{-5}$	63.63	2284	2394	4.59
300 kHz	$2.333 \cdot 10^{-5}$	63.63	2726	2863	4.79



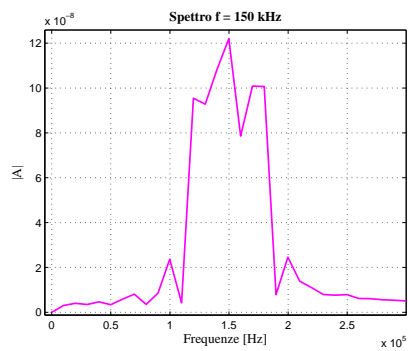
(a) Deformazioni per  $f=150$  kHz.



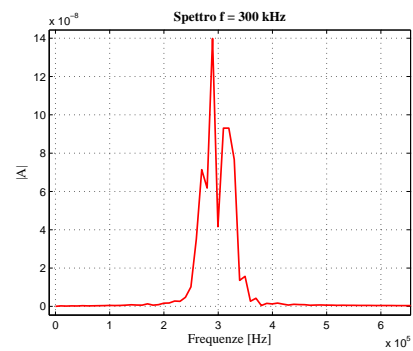
(b) Deformazioni per  $f=300$  kHz.

**Figura 5.10.** Deformazioni complete.

”X” e ”O” indicano gli istanti di arrivo di S0 e A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz.



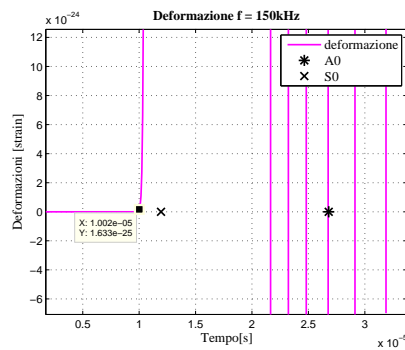
(a) Spettro per  $f=150$  kHz.



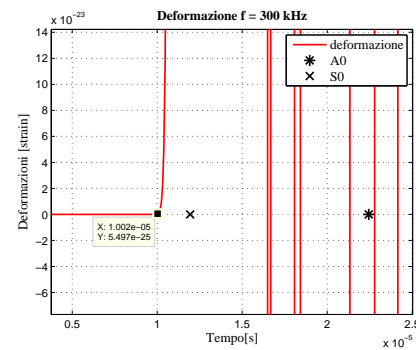
(b) Spettro per  $f=300$  kHz.

**Figura 5.11.** Spettri delle deformazioni

Osservando la figura 5.12, che rappresenta un ingrandimento sui tempi di arrivo, si nota che le primissime deformazioni cioè quelle corrispondenti al modo simmetrico sono prima del contrassegno che indica l'istante di arrivo teorico di S0, in particolare la velocità calcolata tramite il modello è pari a 6494 m/s contro i 5329 m/s (errore percentuale pari a 17.9 %) estratti dalle curve di dispersione, tuttavia, come precedentemente accennato, dalle deformazioni in direzione "y", cioè lungo la diagonale, è difficile riconoscere con precisione l'istante di arrivo dei modi, perciò quest'ultimo dato non deve essere considerato come un'impresione del modello, infatti il confronto tra modello 3D e shell è andato a buon fine, tuttavia è opportuno notare che la velocità di A0 nel modello shell è simile alla velocità del modello 3D nel caso di 3 elementi nello spessore.



(a) Zoom per  $f=150$  kHz.



(b) Zoom per  $f=300$  kHz.

**Figura 5.12.** Ingrandimento sui tempi di arrivo.

"X" e "O" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz.

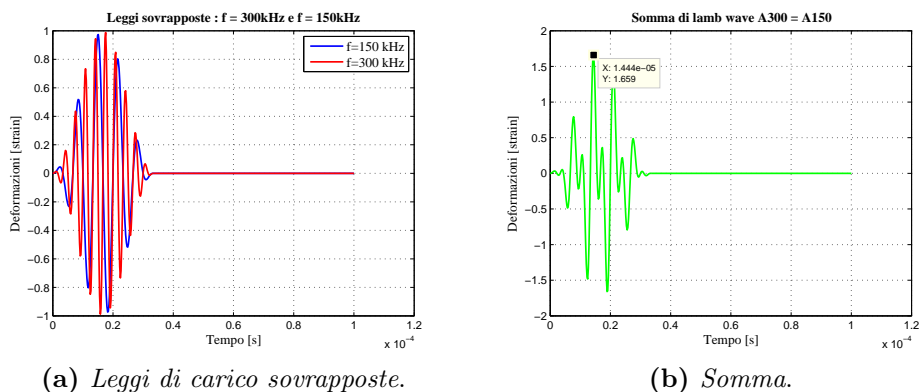
### 5.3.1 Caso 1: $A_{300} = A_{150}$

In questo primo caso la legge di carico (figura 5.13.a) risulta dalla somma delle onde *5 cycle tone burst* con frequenza pari a 150 kHz e 300 kHz con la medesima ampiezza.

Come accenato precedentemente è difficile individuare gli istanti di arrivo dei modi A0 e S0 osservando le deformazioni lungo la diagonale, perciò si calcolerà la velocità come sfasamento tra 2 picchi corrispondenti.

Osservando la figura 5.13.b, che mostra le 2 leggi di carico sovrapposte si nota che gli istanti in corrispondenza dei quali si hanno i picchi sono ovviamente diversi da quelli individuabili nel caso di onde separate, perciò la velocità risultante sarà in generale diversa da quelle delle singole onde. Tuttavia lo spettro delle deformazioni e del carico (figura 5.14) mostra chiaramente la presenza di 2 frequenze dominanti, quindi nella lastra le onde con frequenza diversa si propagano alla loro velocità, quindi osservando le deformazioni si dovrebbe riuscire distinguere gli istanti di arrivo delle onde con frequenza 150kHz e 300kHz.

La velocità calcolata come rapporto tra distanza del punto di applicazione



**Figura 5.13.** Legge di carico per  $A_{300} = A_{150}$

del carico dal sensore (63.63mm) e lo sfasamento tra i punti evidenziati nelle figure 5.13 e 5.15, è pari a 2555 *m/s*, cioè un valore compreso tra le velocità dell'onda da 300 kHz e 150 kHz. Questo risultato non è in accordo con quanto affermato precedentemente, cioè che la deformazione dovrebbe avere la velocità dell'onda più rapida, cioè quella da 300 kHz, infatti è necessario considerare che la legge di carico è la somma di 2 leggi distinte perciò i picchi della legge "somma" non coincidono con quelli dell'onda da 300 kHz, di conseguenza la velocità risulta minore. Tuttavia la figura 5.15.b mostra che la prima deformazione corrisponde all'istante di arrivo dell'onda da 300 kHz.

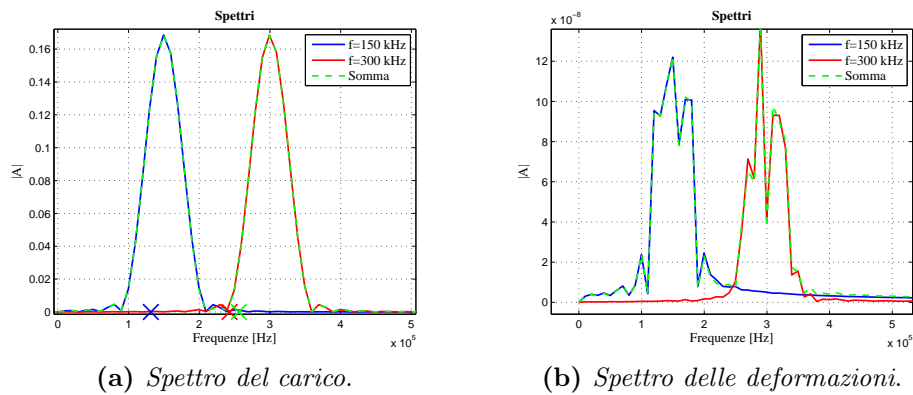


Figura 5.14. Spettri per  $A_{300} = A_{150}$

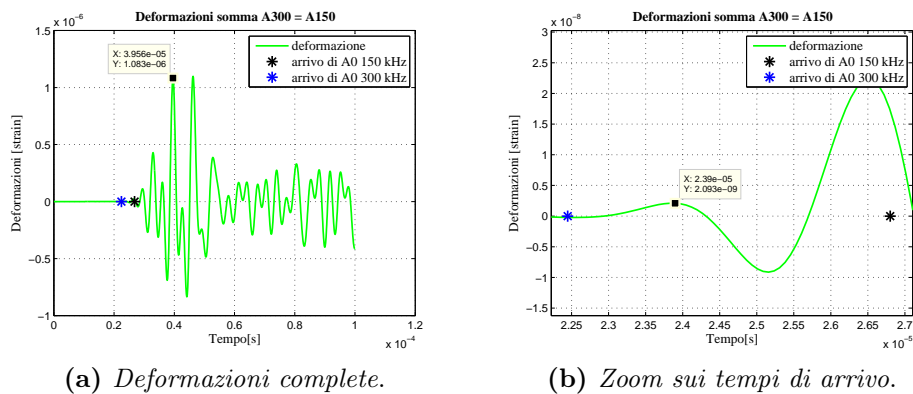


Figura 5.15. Deformazioni per  $A_{300} = A_{150}$ .

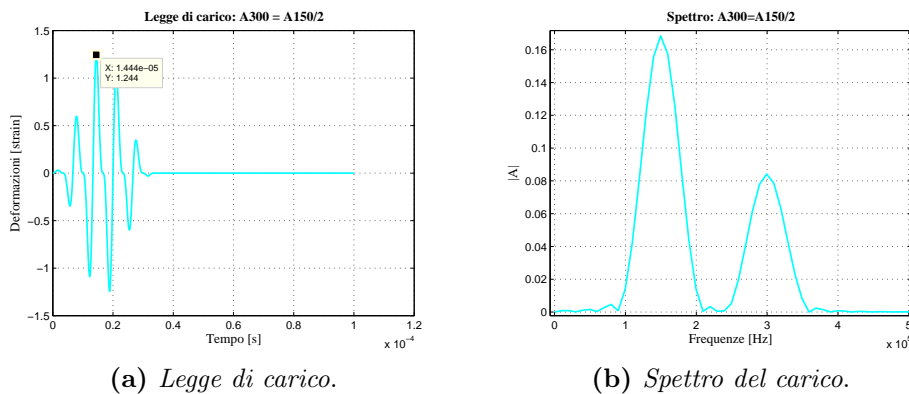
“\*” indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz.

Quindi la velocità calcolata riferendosi ad una caratteristica della legge di carico e della deformazione è diversa dalla velocità dell’onda più veloce, in particolare è un valore compreso tra la velocità massima e minima. Però, osservando le deformazioni più attentamente si nota che effettivamente la prima onda è dovuta al carico con frequenza più alta, cioè a quello con  $f = 300kHz$ , mentre l’istante di arrivo dell’onda con frequenza pari a 150 kHz non è distinguibile chiaramente.

### 5.3.2 Caso 2: $A_{300} = A_{150}/2$

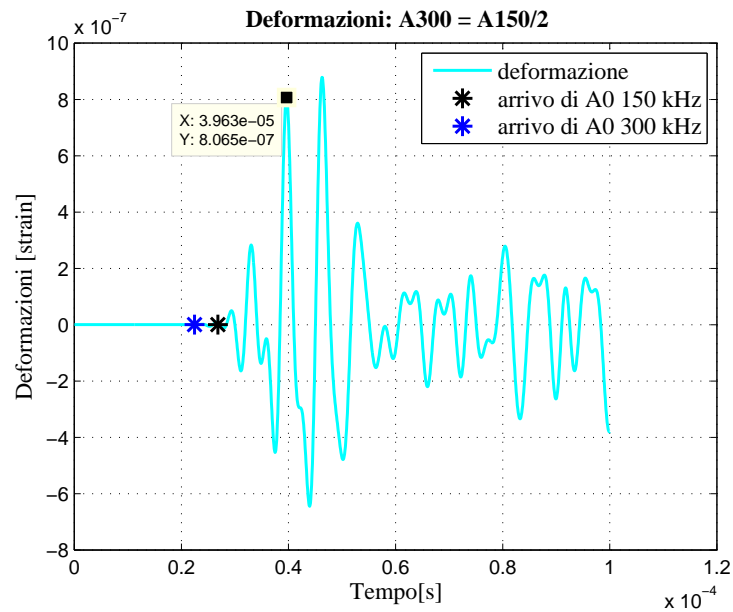
Nel sotto-capitolo precedente abbiamo notato la legge di carico risultante dalla somma tra 2 onde con frequenza rispettivamente pari a 150 kHz e 300 kHz ha ovviamente una velocità maggiore rispetto al carico da 150 kHz, praticamente l'onda con frequenza di 300 kHz ha l'effetto di accelerare l'intera onda di deformazione.

A questo punto sarebbe interessante osservare le differenze rispetto ad una legge di carico risultante dalla somma di un'onda da 150 kHz e una da 300 kHz scalata di una determinata quantità rispetto all'onda da 150 kHz, in particolare, in questo caso si applica un fattore di scala pari a 2. In figura 5.16 è possibile osservare che la curva di carico risultante ha lo stesso numero di picchi di quella con frequenza pari a 150 kHz, quindi si può affermare che in questo caso l'onda di 300 kHz ha un'influenza meno marcata dal punto di vista macroscopico. La velocità di propagazione è calcolata misurando lo

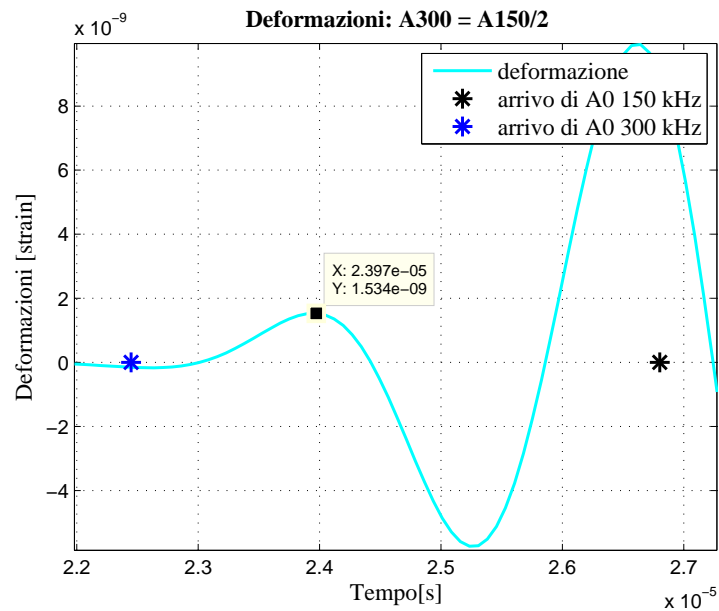


**Figura 5.16.** Legge di carico per  $A_{300} = A_{150}/2$

sfasamento tra i 2 picchi mostrati nelle figure 5.16 e 5.17 ed è pari a 2548 m/s. Questo valore di velocità è praticamente uguale a quello calcolato nel capitolo precedente perciò si può affermare con sicurezza che anche in questo caso l'influenza dell'onda con frequenza pari a 300 kHz su quella da 150 kHz è uguale al caso precedente (capitolo 5.3.1). Inoltre osservando l'ingrandimento sui tempi di arrivo (figura 5.18) si nota che la prima deformazione che si manifesta è ancora quella relativa all'onda da 300 kHz ma con ampiezza ridotta rispetto al caso precedente, infatti la frequenza di 300 kHz è stata eccitata meno rispetto a quella da 150 kHz.



**Figura 5.17.** Deformazioni per  $A_{300} = A_{150}/2$ .  
 "\*" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz.



**Figura 5.18.** Zoom sui tempi di arrivo per  $A_{300} = A_{150}/2$ .  
 "\*" indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz.

### 5.3.3 Caso 3: $A_{300} = A_{150}/3$

In questo sotto-capitolo si utilizzerà una legge di carico risultante dalla somma di un'onda con frequenza pari a 150 kHz e una da 300 kHz con ampiezza scalata rispetto all'onda da 150 kHz, in particolare il fattore di scala è pari a 3, quindi si dovrebbe ottenere una velocità più prossima a 2393 m/s, cioè minore rispetto a *Caso 2*. Invece la velocità calcolata misurando lo sfasamento tra i 2 picchi evidenziati nelle figure 5.19 e 5.20.a è pari a 2541 m/s, pratica uguale al caso precedente. Tuttavia, in figura 5.20.b si nota che l'onda con frequenza pari a 300 kHz è sempre ben visibile e la sua ampiezza è minore rispetto ai 2 casi precedenti.

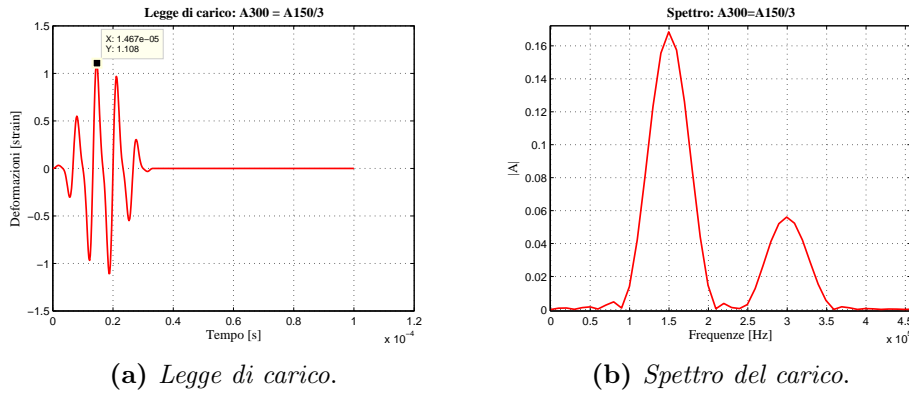


Figura 5.19. Legge di carico per  $A_{300} = A_{150}/3$

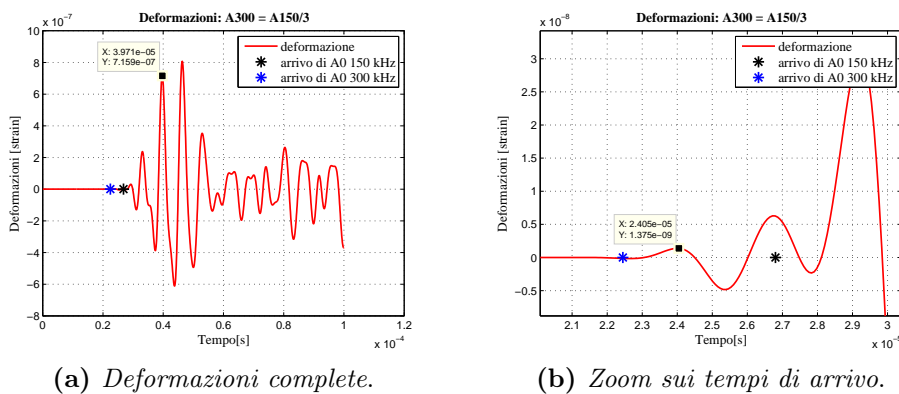


Figura 5.20. Deformazioni per  $A_{300} = A_{150}/3$ .

“\*” indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz.



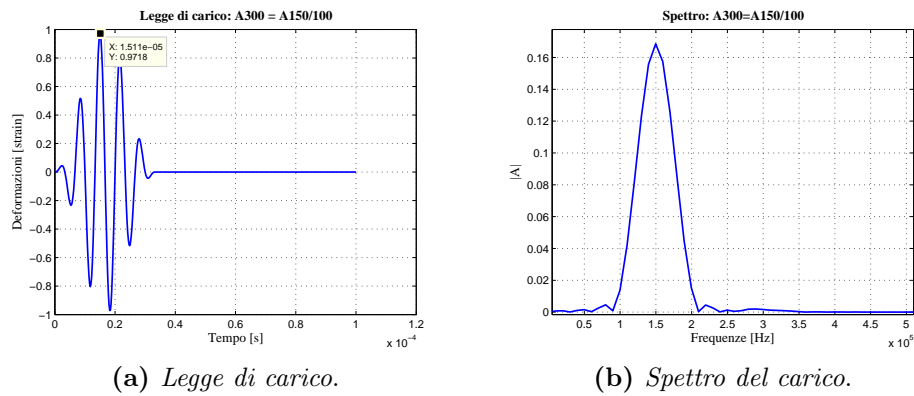
### 5.3.4 Caso 4: $A_{300} = A_{150}/100$

I casi precedenti hanno mostrato che all'aumentare del fattore di scala, cioè quando l'ampiezza dell'onda da 300 kHz si riduce la velocità si avvicina a quella dell'onda di frequenza pari a 150 kHz e l'ampiezza della deformazione associata chiaramente si riduce.

A questo punto, per confermare quanto osservato fin ora, si applica una legge di carico risultante dalla somma dell'onda di 150 kHz e di quella da 300 kHz con fattore scala pari a 100.

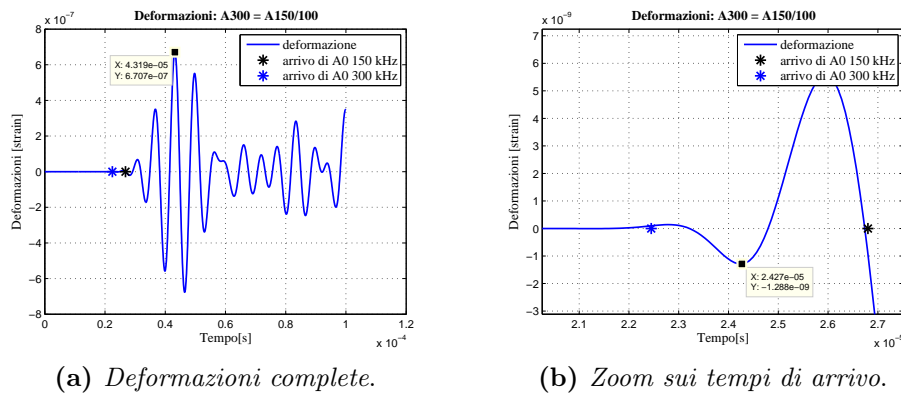
In figura 5.21 si può notare che legge di carico è visivamente uguale alla legge con frequenza pari a 150 kHz, questo implica che l'influenza della legge con frequenza pari a 300 kHz è molto bassa. Questo è confermato dal fatto che lo spettro in corrispondenza di 300 kHz ha un'ampiezza molto piccola.

La velocità calcolata misurando lo sfasamento tra i 2 picchi evidenziati nelle



**Figura 5.21.** Legge di carico per  $A_{300} = A_{150}/100$

figure 5.21 e 5.22.a è pari a 2266 m/s, cioè è uguale alla velocità dell'onda con frequenza pari a 150 kHz, tuttavia la deformazione associata all'onda di frequenza pari a 300 kHz è sempre ben visibile (figura 5.22.b).



**Figura 5.22.** Deformazioni per  $A_{300} = A_{150}/100$ .

“\*” indicano gli istanti di arrivo di A0 calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione in corrispondenza di 150 kHz e 300 kHz.

A questo punto è possibile affermare che, in generale, le onde ad alta frequenza anche se hanno un'ampiezza molto piccola sono sempre presenti, nel senso che provocano delle deformazioni di piccola ampiezza che precedono quelle di maggiore entità, cioè quelle deformazioni la cui frequenza è stata eccitata maggiormente. Perciò le deformazioni indotte da un'impatto qualsiasi avranno come velocità massima il più alto valore permesso dalla teoria, cioè 3181 m/s, tuttavia, in alcuni casi, le deformazioni associate a tale velocità potrebbero essere piccolissime e quindi invisibili se sono state misurate con sensori con un rapporto segnale-rumore non particolarmente spinto, come gli estensimetri.

## 5.4 Somma di 4 onde

Nel capitolo precedente sono state eseguite una serie di simulazioni applicando una legge di carico non reale, risultante dalla somma di 2 onde con frequenze pari a 150 kHz e 300 kHz, in particolare l'onda di 300 kHz è stata scalata di un fattore 2,3 e 100. Dai risultati è emerso che all'aumentare del fattore di scala, cioè al decrescere dell'ampiezza dell'onda di 300 kHz rispetto a quella di 150 kHz, la velocità delle deformazioni si avvicina alla velocità dell'onda di 150 kHz, tuttavia le deformazioni associate all'onda di frequenza pari a 300 kHz sono sempre presenti e visibili prima delle deformazioni più marcate.

In questo capitolo si vuole ripetere la medesima attività del capitolo 5.3 con una legge di carico creata analiticamente ma più vicina ad una legge di carico reale, risultante della somma di 4 onde con frequenza pari a 50 kHz, 150 kHz, 250 kHz, 350 kHz e con ampiezze che seguono gli andamenti riportati in figura 5.23.

Similmente a quanto ottenuto nel capitolo precedente, la velocità delle deformazioni calcolate tramite lo sfasamento di 2 punti corrispondenti sarà un valore compreso tra la velocità massima e minima delle singole onde, riassunte nella tabella sottostante, che tende alla velocità dell'onda più lenta all'aumentare del fattore di scala.

$f$ [kHz]	$v_{A0}$ [m/s]
50	1620
150	2393
250	2743
350	2942

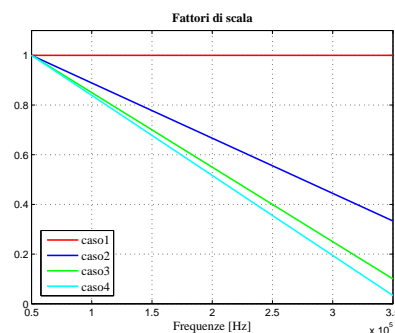
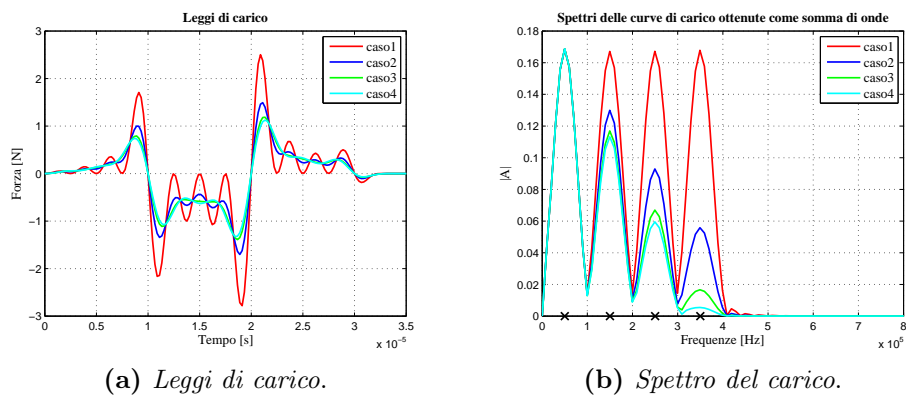


Figura 5.23. Andamento delle ampiezza

In particolare si studieranno i 4 casi seguenti, le cui leggi di carico sono rappresentate in figura 5.24, dalla quale è possibile notare che i casi 3 e 4 sono molto simili tra loro.

1. Le onde sono sommate tra loro senza applicare alcun fattore di scala, quindi la funzione delle ampiezze rispetto alle frequenze sarà un segmento orizzontale (rosso);
2. Le onde sono moltiplicate per i fattori di scala interpolati dal segmento blu (figura 5.23) e sommate tra loro;
3. Le onde sono moltiplicate per i fattori di scala interpolati dal segmento verde (figura 5.23) e sommate tra loro;
4. Le onde sono moltiplicate per i fattori di scala interpolati dal segmento azzurro (figura 5.23) e sommate tra loro;



**Figura 5.24.** Spettri e leggi di carico

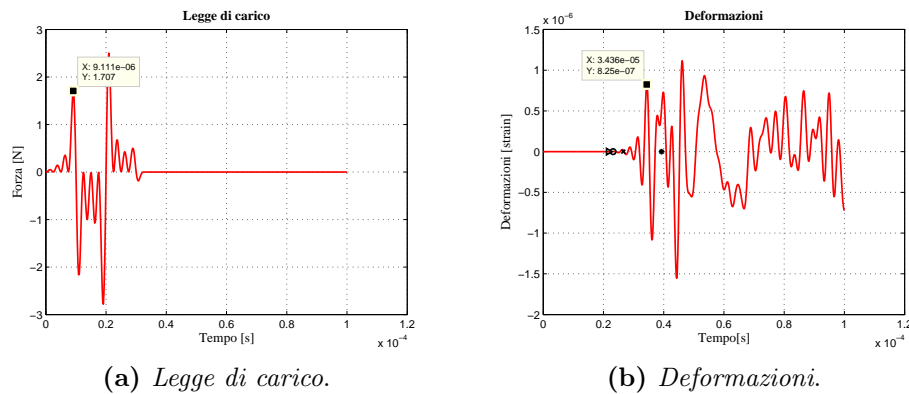
### 5.4.1 Caso 1: Stessa ampiezza

In questo caso le 4 onde sono sommate tra loro senza applicare alcun fattore di scala, praticamente per ottenere la legge di carico è stata applicata la seguente formula:

$$carico = onda_{50} + onda_{150} + onda_{250} + onda_{350} \quad (5.2)$$

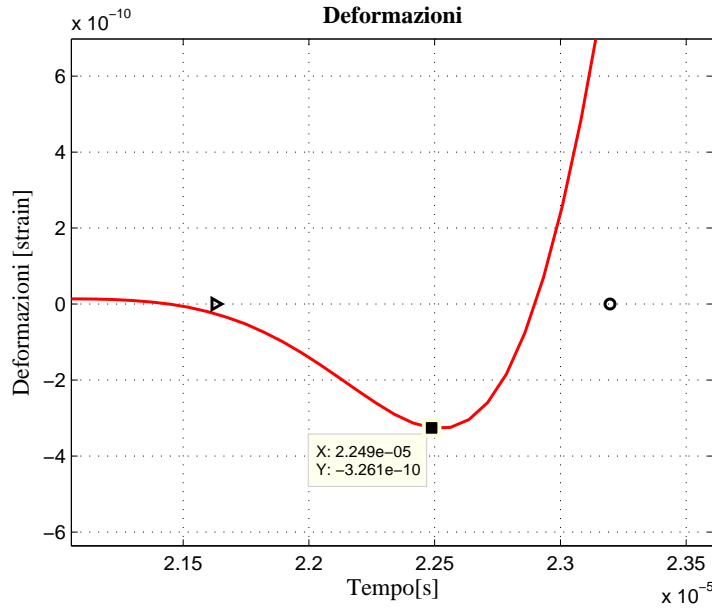
dove  $onda_{50}$ ,  $onda_{150}$ ,  $onda_{250}$ ,  $onda_{350}$  sono i vettori delle onde con frequenza pari a 50 kHz, 150 kHz, 250 kHz, 350 kHz.

Osservando le deformazioni in figura 5.25.b si nota che la prima parte, fino a circa  $4.5 \cdot 10^{-5}$  s, corrisponde piuttosto bene alla legge di carico mostrata in figura 5.25.a. Perciò è possibile individuare un picco della legge carico e trovare il corrispondente nelle deformazioni, misurare lo sfasamento e calcolare così la velocità di propagazione del modo anti-simmetrico A0, che risulta essere pari a 2520 m/s.



**Figura 5.25.** Legge di carico e deformazioni.

Tale velocità, come anticipato precedentemente, è compresa tra la velocità dell'onda da 350 kHz (più rapida) e quella da 50 kHz (più lenta), tuttavia ingrandendo il grafico delle deformazioni (figura 5.26) in corrispondenza degli istanti di arrivo delle singole onde, calcolati tramite le velocità ottenute dalle curve dispersione, si nota che la prima deformazione è in corrispondenza dell'istante di arrivo dell'onda di 350 kHz. Quindi si può affermare che la velocità è una "media" delle singole velocità, tuttavia osservando l'inizio delle deformazioni si nota che le onde si propagano singolarmente, in particolare si nota solamente la deformazione relativa all'onda di 350 kHz, perchè le altre si sovrappongono tra loro rendendone impossibile il riconoscimento.



**Figura 5.26.** Ingrandimento sui tempi di arrivo.  
 ”>”, ”o”, ”x”, ”\*” sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione.

Inoltre è necessario considerare l’effetto delle riflessioni: le 4 onde singole propagano nella lastra con differenti velocità, una volta che hanno raggiunto il sensore, proseguono il loro cammino fino a quando non incontrano un bordo in corrispondenza del quale invertono la direzione di propagazione tornando verso i sensori. Contemporaneamente potrebbe arrivare una deformazione più lenta, il cui effetto si sovrappone a quello della riflessione.

Riferendosi alla figura 5.27 nella quale è evidenziato il percorso di un’onda riflessa, si calcolano gli istanti di tempo in corrispondenza dei quali arrivano le riflessioni:

la distanza ”d” tra punto di applicazione della forza e sensore è pari a 63.63 mm, mentre la distanza ”d<sub>1</sub>” minima tra sensore e bordo della lastra è 30 mm, il tempo ”Δt” necessario ad ogni onda per percorrere la distanza ”d<sub>1</sub>” e il tempo ”t” per percorrere la distanza ”d” è calcolato nel seguente modo:

$$\Delta t = \frac{d_1}{v_{A0}} \quad t = \frac{d}{v_{A0}} \tag{5.3}$$

L’istante di arrivo delle onde di riflessione, indicato con ”t<sub>rifl</sub>” si calcola nel seguente modo:

$$t_{rifl} = t + 2 \cdot \Delta t \tag{5.4}$$

I risultati ottenuti sono riportati nella tabella sottostante, dalla quale si nota in corrispondenza degli istanti di arrivo delle riflessioni la curva delle deformazioni si discosta significativamente dalla legge di carico.

$f$ [kHz]	$v_{A0}$ [m/s]	$t$ [ $10^{-5}s$ ]	$\Delta t$ [ $10^{-5}s$ ]	$t_{rifl}$ [ $10^{-5}s$ ]
50	1620	3.9277	1.8518	7.6314
150	2394	2.6578	1.2531	5.1641
250	2743	2.3197	1.0936	4.5069
350	2942	2.1628	1.0197	4.2022

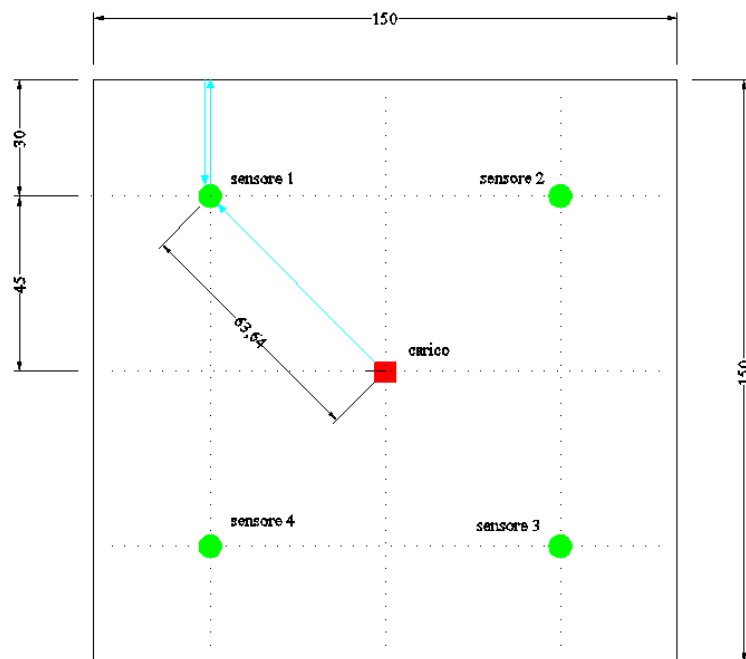


Figura 5.27. Riflessioni nella lastra di lato 150 mm

### 5.4.2 Caso 2: segmento blu

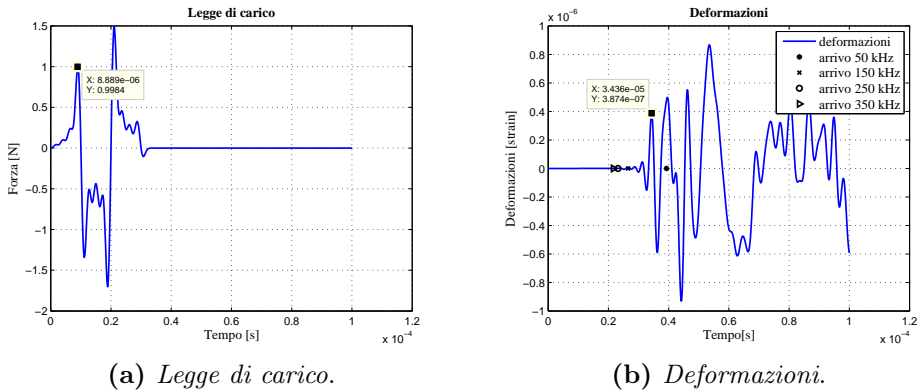
In questo caso le onde sono moltiplicate per un fattore di scala (figura 5.23) e sommate tra loro, secondo la seguente equazione, dalla quale si deduce che l'unica onda che conserva la propria ampiezza è quella più lenta di frequenza pari a 50 kHz.

$$carico = onda_{50} + fs_{150} \cdot onda_{150} + fs_{250} \cdot onda_{250} + fs_{350} \cdot onda_{350} \quad (5.5)$$

dove  $onda_{50}$ ,  $onda_{150}$ ,  $onda_{250}$ ,  $onda_{350}$  sono i vettori delle onde con frequenza pari a 50 kHz, 150 kHz, 250 kHz, 350 kHz e  $fs_{150}$ ,  $fs_{250}$ ,  $fs_{350}$  sono i rispettivi fattori di scala.

La legge di carico risultante dalla suddetta somma è mostrata in figura 5.28.a, nella quale è possibile individuare, analogamente al caso precedente, un picco di riferimento rispetto al quale si calcola la velocità.

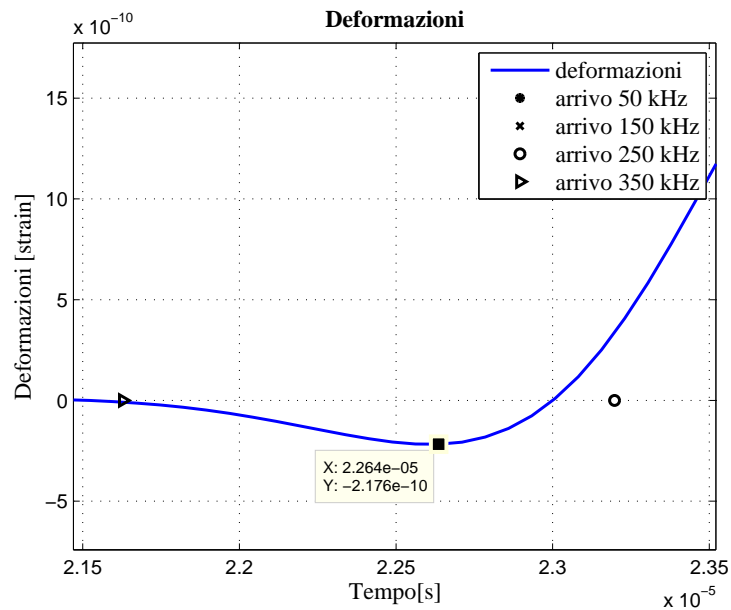
Nel segnale delle deformazioni (figura 5.28.b) si individua il picco corrispon-



**Figura 5.28.** Legge di carico e deformazioni.

dente a quello di riferimento individuato nella legge di carico e tramite la misura dello sfasamento tra i 2 picchi si calcola la velocità di propagazione, che risulta essere pari a 2498 m/s. Si osserva che tale valore è minore di quello determinato nel caso precedente, questo significa che la velocità di propagazione si avvicina alla velocità dell'onda più lenta, cioè quella con frequenza pari a 50 kHz, la quale non è stata moltiplicata per alcun fattore di scala. Tuttavia la prima deformazione è in corrispondenza dell'istante di arrivo del modo anti-simmetrico A0 dell'onda con frequenza pari a 350 kHz, inoltre, confrontando la figura 5.26 con la figura 5.29, che rappresenta l'ingrandimento sul istante di arrivo dell'onda da 350 kHz, si nota che la prima oscillazione ha una ampiezza minore nel caso 2 perchè le alte frequenze sono meno eccitate.





**Figura 5.29.** Zoom sui tempi di arrivo.  
 ”>”, ”o”, ”x”, ”\*” sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione.

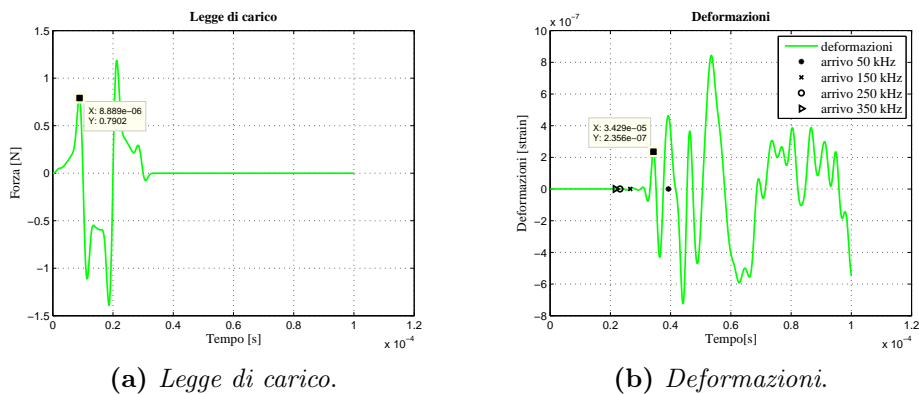
Per quanto riguarda la riflessioni, si possono trarre le medesime conclusioni esposte nel caso di legge di carico formata dalla somma di onde con la stessa ampiezza, ovvero che in corrispondenza degli istanti di arrivo delle onde di riflessione si osserva che le deformazioni si discostano dalla forma della legge di carico. Questo rappresenta un’ulteriore conferma del fatto che onde a frequenza diversa propagano nella lastra in modo indipendente dalle altre, cioè ogni onda ha la propria velocità di propagazione di conseguenza le rispettive riflessioni arrivano in istanti temporali differenti. Tuttavia la sovrapposizione delle singole onde di deformazione genera una onda la cui velocità è compresa tra quella massima e quella minima delle onde singole ed è vicina alla velocità dell’onda con ampiezza dello spettro maggiore.

### 5.4.3 Caso 3: segmento verde

In questo caso la curva dei fattori di scala è più pendente rispetto a quanto visto precedentemente, quindi le onde con frequenze maggiori di 50 kHz sono moltiplicate per fattori di scala più piccoli, di conseguenza la loro influenza sull'onda di 50 kHz sarà minore.

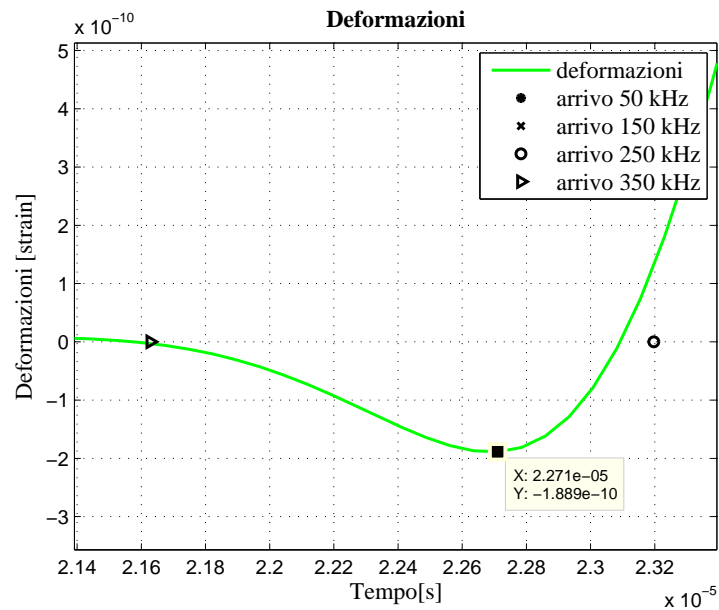
Similmente a quanto fatto precedentemente, si calcola la velocità di propagazione del modo anti-simmetrico A0 misurando lo sfasamento tra i 2 picchi corrispondenti individuabili nella legge di carico e nella curva delle deformazioni di figura 5.30.

La velocità di propagazione del modo A0 risulta pari a 2500 m/s, pratica-



**Figura 5.30.** Legge di carico e deformazioni.

mente uguale alla velocità calcolata per il caso 3. Questo risultato è piuttosto inaspettato, infatti la velocità sarebbe dovuta essere minore, in accordo a quanto esposto precedentemente, tuttavia confrontando le leggi di carico di figura 5.28.a e 5.30.a si osserva che sono molto simili, infatti il picco di riferimento è il medesimo in entrambi i casi, l'unica differenza è l'ampiezza. Perciò le velocità risultano uguali, tuttavia se si osservano le deformazioni ingrandite sui tempi di arrivo dell'onda di 350 kHz, si nota che l'ampiezza della prima deformazione dopo l'istante di arrivo è minore rispetto ai casi precedenti.



**Figura 5.31.** Zoom sui tempi di arrivo.  
 ">", "o", "x", "\*" sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione.

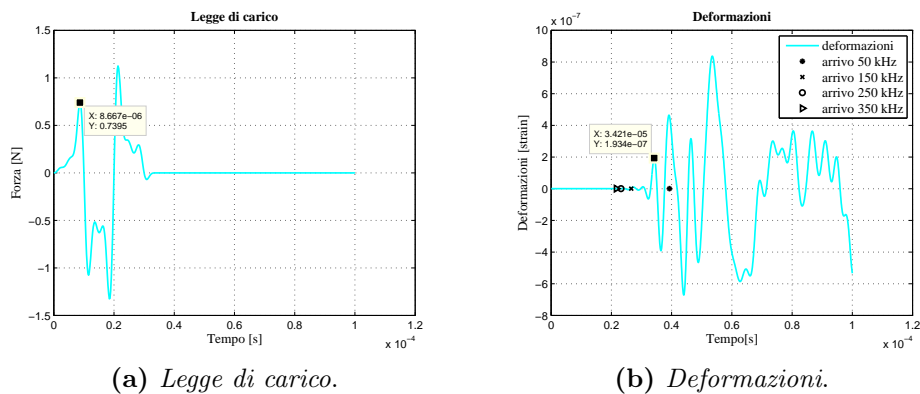
Quest'ultimo risultato è perfettamente in linea con quanto esposto finora, quindi è possibile concludere la velocità di propagazione dipende dalla spettro della legge di carico, sia dal punto di vista delle frequenze che delle ampiezze, e che il metodo utilizzato non permette di calcolare la velocità di propagazione in modo univoco, infatti è evidente una dipendenza del particolare picco di riferimento scelto.

#### 5.4.4 Caso 4: segmento azzurro

Quest'ultimo caso è il più estremo di quelli presentati fin ora infatti i fattori di scala sono ancora più piccoli del caso 3, tuttavia il risultato atteso è molto simile a quello del caso 3, perchè le curve dei fattori di scala (figura 5.23) sono molto vicine.

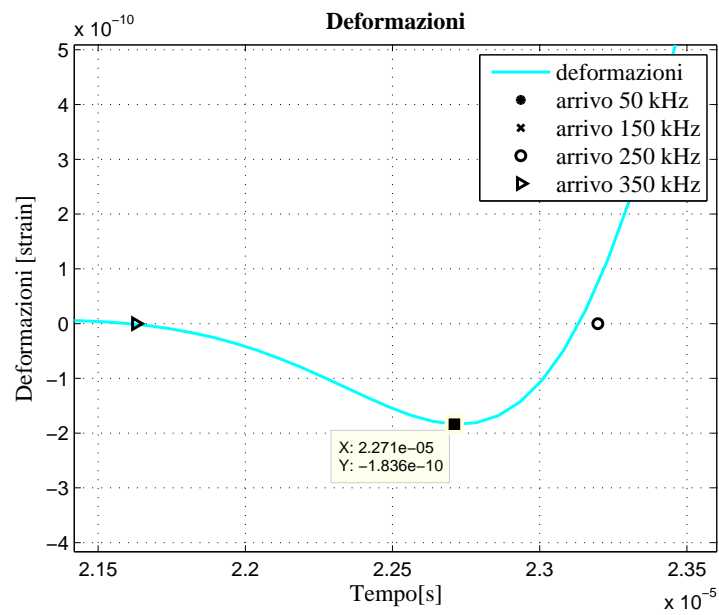
Similmente a quanto fatto precedentemente si calcola la velocità di propagazione riferendosi alla figura 5.32, rispettivamente della legge di carico e delle deformazioni, che risulta pari a 2490 m/s.

Anche in questo caso il valore della velocità di propagazione è molto vicino



**Figura 5.32.** Legge di carico e deformazioni.

a quello calcolato nei casi precedenti quindi per cogliere le differenze rispetto a questi ultimi è opportuno osservare la figura 5.33, dalla quale si nota che l'ampiezza della prima deformazione del modo anti-simmetrico A0 è minore rispetto ai casi precedenti. Questo è dovuto al fatto che l'onda di frequenza pari a 350 kHz, cioè l'onda più rapida, è stata eccitata meno rispetto ai tre casi precedenti, tuttavia la deformazione ad essa associata è sempre presente e visibile, quindi è possibile dedurre che l'unico modo per non avere la deformazione associata all'onda di frequenza pari a 350 kHz è impostare un fattore di scala nullo, che equivale a eliminare l'onda.



**Figura 5.33.** Zoom sui tempi di arrivo.  
 ”>”, ”o”, ”x”, ”\*” sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione.

## 5.5 Conclusioni del capitolo 5

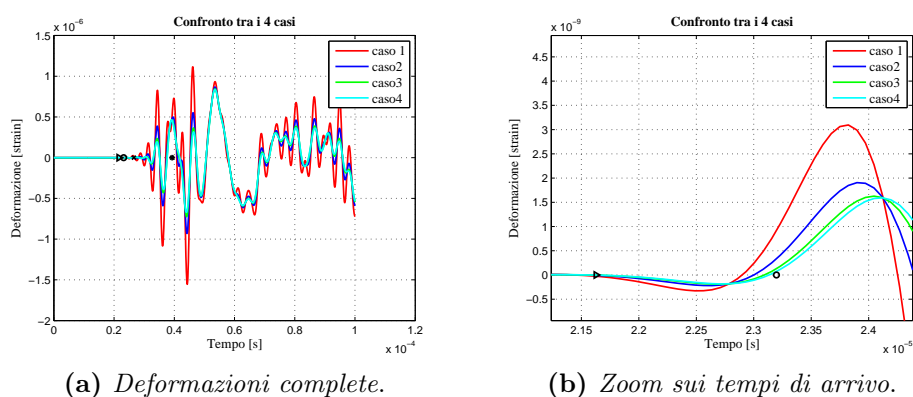
Le attività svolte nel presente capitolo sono le seguenti:

- **Analisi disensitività.**  
Sono state eseguite delle simulazioni numeriche variando la dimensione degli elementi shell, dalle quali è emerso che riducendo gli elementi la velocità di propagazione aumenta, cioè tende asintoticamente ad un certo valore, il quale è raggiunto quando le dimensioni degli elementi shell sono pari a 1mm. Inoltre è stata eseguita una simulazione con impatto decentrato, con la quale è stato verificato l'ordine di arrivo dell'onda di deformazione in corrispondenza dei 4 sensori.  
Inoltre è stato notato che le deformazioni parallele alla direzione di propagazione non mostrano chiaramente il modo S0, di conseguenza risulta difficile individuare l'istante di arrivo di A0 perchè non è possibile riferirsi all'interfaccia tra i 2 modi fondamentali;
- **Confronto tra modello 3D e shell.**  
Dal confronto emerge che le deformazioni rilevate nei 2 modelli hanno la medesima fase e l'ampiezza prevista dal modello shell è leggermente superiore a quella del modello 3D. In virtù del fatto che le deformazioni hanno la stessa fase, le velocità di propagazione sono uguali.
- **Somma di 2 onde.**  
In questa sezione si verifica che la legge di carico può essere vista come la somma di tante onde con frequenza e ampiezza diversa, in particolare si nota che ogni onda mono-frequenza si muove all'interno della lastra con la propria velocità caratteristica, infatti la primissima deformazione è sempre associata all'onda più veloce, mentre l'istante di arrivo delle onde più lente non è individuabile perchè le deformazioni relative ad esse si sovrappongono. Inoltre si nota che riducendo l'ampiezza di eccitazione dell'onda più veloce, la velocità delle deformazioni si avvicina alla quella dell'onda più lenta, tuttavia le deformazioni associate all'onda veloce sono sempre presenti e visibili prima delle deformazioni più marcate;
- **Somma di 4 onde.**  
Le simulazioni numeriche presentate in questo capitolo hanno confermato che una generica legge di carico può essere considerata come la sovrapposizione di tante onde a frequenza diversa e con ampiezza differente, le quali propagano in un mezzo generico autonomamente. Questo è possibile affermarlo perchè le prime deformazioni dovute a una legge di carico complessa arrivano sul sensore nel medesimo istante dell'onda la cui frequenza è associata alla velocità più alta. Dopo questi primi

istanti le deformazioni relative a tutte le frequenze si sovrappongono dando vita ad un'unica curva di deformazione la cui velocità è minore di quella massima.

Inoltre abbiamo notato che il metodo adottato per calcolare la velocità, basato sullo sfasamento di una caratteristica della legge di carico individuabile anche nelle deformazioni, non è preciso, infatti le velocità calcolate nei casi 2, 3 e 4 sono tutte molto simili sebbene le deformazioni abbiano una fase differente. Infatti osservando le figure 5.34 si nota chiaramente che le deformazioni più veloci sono quelle del caso 1, praticamente al decrescere dell'ampiezza di eccitazione delle frequenze associate alle velocità maggiori, la velocità delle deformazioni diminuisce.

La figura 5.34.b mostra chiaramente quali sono le deformazioni più veloci, inoltre, osservando tale immagine si può intuire che un metodo di calcolo della velocità di propagazione migliore di quello adottato fino ad ora è il *Metodo a soglia* esposto nel capitolo seguente.



**Figura 5.34.** Confronto tra i 4 casi.  $\triangleright$ ,  $\circ$ ,  $\times$ ,  $*$  sono gli istanti di arrivo delle onde di frequenza pari a 350,250,150,50 kHz calcolati riferendosi alle velocità fornite dalle curve di dispersione.





## Capitolo 6

# Confronto tra deformazioni numeriche e sperimentali

I capitoli precedenti, in particolare il capitolo 4 ha mostrato che tramite il modello realizzato con elementi cubici C38DR è possibile riprodurre correttamente i modi principali di propagazione indotti da un impatto, inoltre abbiamo notato che la velocità della deformazione è pari alla velocità massima, cioè che la prima deformazione che si nota, arriva in corrispondenza dell'istante temporale associato alla velocità massima. In questa fase sono state osservate le deformazioni in tutte le direzioni, in particolare nella direzione perpendicolare alla lastra, in modo da individuare con sicurezza i 2 modi di propagazione fondamentali A0 e S0.

Nel capitolo 5 è stato presentato un modello realizzato con elementi shell S4R, i quali sono meno onerosi dal punto di vista computazionale, inoltre le deformazioni sono molto simili, praticamente uguali, a quelle rilevate dal modello con elementi 3D perciò si può affermare che anche il modello shell riproduce correttamente i modi di propagazione fondamentali. In questo caso è stato compiuto un ulteriore passo verso la realtà, infatti le deformazioni osservate sono quelle dirette come la diagonale, cioè sono le medesime misurate realmente dagli estensimetri, nelle quali i modi A0 e S0 sono distinguibili con maggiore difficoltà.

Le simulazioni eseguite hanno permesso di notare che, come nel caso di modello 3D, le prime deformazioni hanno la velocità massima consentita dalle curve di dispersione, quindi un impatto reale ha una velocità pari a 3181 m/s, tuttavia queste deformazioni hanno una ampiezza molto piccola perchè spesso le frequenze associate ad esse sono debolmente eccitate. Le frequenze che trasportano la maggior parte dell'energia, e che perciò sono ben visibili grazie ad una ampiezza rilevante, sono quelle basse le quali hanno una velocità

---

di propagazione minore.

Il metodo utilizzato fino ad ora per determinare la velocità di propagazione non è molto robusto perchè dipende da quale caratteristica dell'onda si considera, perciò è opportuno utilizzare un metodo differente chiamato *metodo a soglia*, che permette di rilevare la deformazione che per prima raggiunge una soglia prefissata.

Nel presente capitolo si confronta un modello numerico di dimensioni reali (400mm x 400mm x 1.5mm), realizzato con elementi shell e caricato con una forza concentrata in un punto con le misure sperimentali eseguite da 4 estensimetri durante un impatto su una lastra di alluminio delle stesse dimensioni del modello (figura 6.1). In particolare si considera un impatto nel punto centrale e uno decentrato, nel punto C.

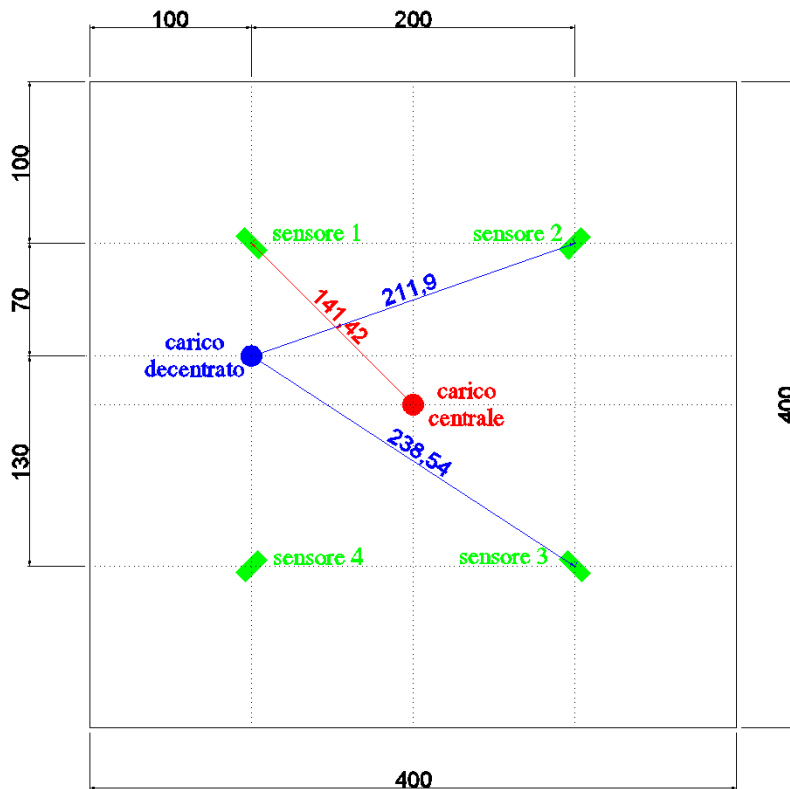


Figura 6.1. Dimensioni della lastra reale

## 6.1 Set-up sperimentale

In questa sezione saranno descritti gli strumenti utilizzati per acquisire il segnale di deformazione, il quale sarà successivamente confrontato con le deformazioni estratte dal modello numerico.

Gli strumenti utilizzati sono i seguenti:

1. Pannello di alluminio;
2. Sensori;
3. Martello dinamometrico con punta di in teflon;
4. Elettronica di condizionamento;
5. Software di acquisizione dei segnali.

### 6.1.1 Pannello d'alluminio

Il pannello aeronautico utilizzato è realizzato con una lega leggera di alluminio 2024-T3 di dimensioni 400 x 400 x 1.5 mm e con le seguenti caratteristiche meccaniche:

<i>Caratteristiche</i>	<i>U.D.M</i>	<i>Valori</i>
Densità	$kg/m^3$	2780
Modulo elastico	$MPa$	73100
Sforzo di snervamento	$MPa$	345
Sforzo di rottura	$MPa$	483
Modulo di Poisson	—	0.33

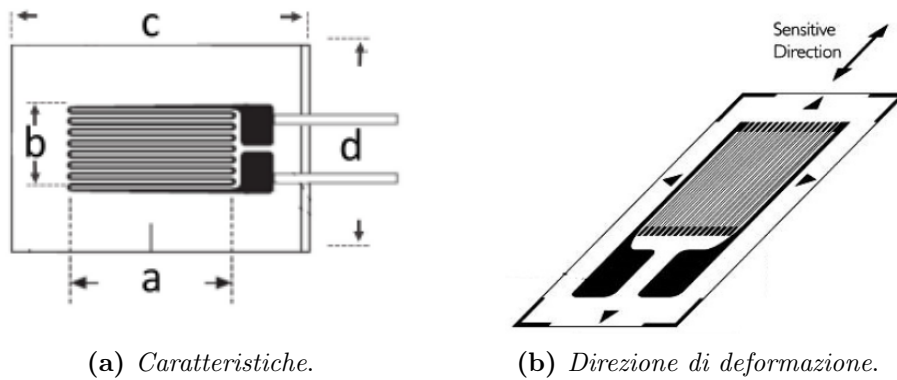
### 6.1.2 Sensori

I sensori utilizzati nelle prove sperimentali sono *strain gauge*, cioè estensimetri i quali sono stati installati con le griglie parallele alle diagonali della lastra, come mostrato in figura 6.1. Il numero di sensori (4) è tale da permettere una perfetta triangolazione tra i segnali, in realtà, a livello teorico basterebbero 3 sensori, tuttavia si ritiene che utilizzare 4 sensori sia meglio, infatti è possibile utilizzare il quarto per verificare i dati ottenuti.

Gli estensimetri utilizzati sono tipo 1-LY13-0.6/120 le cui caratteristiche sono

riportate nella tabella sottostante e in figura 6.2:

<i>Caratteristiche</i>	<i>Simboli</i>	<i>U.D.M</i>	<i>Valori</i>
Resistenza	$R$	$\Omega$	120
Ampiezza reticolo	$a$	$mm$	0.6
Ampiezza	$c$	$mm$	5
Altezza reticolo	$b$	$mm$	1
Altezza	$d$	$mm$	3
Gauge factor	$G$	—	2



**Figura 6.2.** Estensimetri

La scelta degli strain gauges è basata su tre considerazioni principali:

1. Il basso costo sia dei sensori che delle attrezzature necessarie;
2. Il presente studio è un'analisi preliminare perciò non è stato ritenuto opportuno utilizzare sensori più performanti e costosi come le *fibres di Bragg*, i quali saranno applicati quando lo studio sarà più maturo;
3. Gli estensimetri, contrariamente ai sensori piezoelettrici, identificano con precisione la direzione di deformazione (figura 6.2).

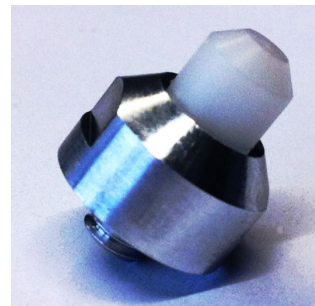
### 6.1.3 Martello dinamometrico

Il martello dinamometrico è un martello con una cella di carico integrata, che permette di misurare la forza d'impatto. In particolare lo strumento usato è un *PCB 086C05* le cui caratteristiche sono riportate sotto.

<i>Caratteristiche</i>	<i>U.D.M</i>	<i>Valori</i>
Sensibilità	$mV/N$	0.25
Fondo scala	$Npk$	22240
Frequenza di risonanza	$kHz$	22
Non linearità sul fondoscala	–	< 1%
Cella dinamometrica	–	Al quarzo



(a) Martello.



(b) Punta in teflon.

**Figura 6.3.** Martello dinamometrico

### 6.1.4 Elettronica di condizionamento

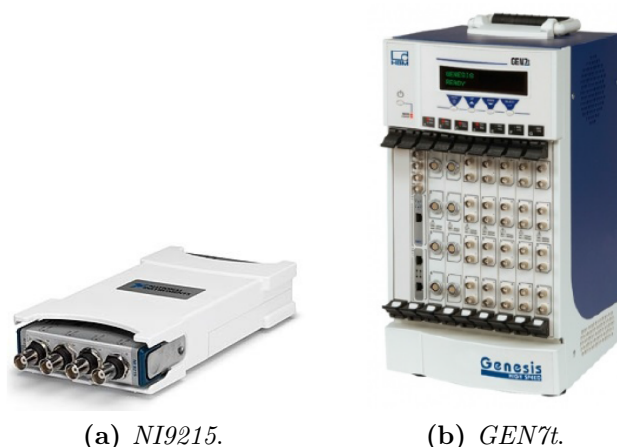
L'elettronica di condizionamento è l'insieme di componenti elettronici che permettono di trasformare un segnale analogico in digitale.

I componenti elettronici utilizzati in queste prove sperimentali sono essenzialmente 2:

- La prima componente elettronica è quella che consente di acquisire i dati del martello dinamometrico. In particolare ci si è serviti di un modulo di acquisizione della National Instruments (NI 9215), le cui caratteristiche sono riassunte nella tabella sottostante.

<i>Caratteristiche</i>	<i>U.D.M</i>	<i>Valori</i>
Canali	—	4
Risoluzione	<i>bits</i>	16
Frequenza campionamento	<i>kS/s</i>	100
$\Delta V$ ingresso	<i>V</i>	10

- Per quanto riguarda gli estensimetri invece è stato sfruttato un sistema di acquisizione denominato Genesis, in particolare si tratta del modello GEN7t prodotto dalla HBM, che consente di acquisire frequenze fino a 1 MHz e di utilizzare al massimo 7 schede di acquisizione, tuttavia, in questo caso, è stato sufficiente sfruttare una sola scheda.



**Figura 6.4.** Elettronica di condizionamento

### 6.1.5 Software di acquisizione

I software di gestione sono tutti quei programmi che permettono di modificare e selezionare i parametri ottimali di ciascuno strumento.

Prima di procedere alla descrizione di tali software di gestione è necessario puntualizzare che per l'acquisizione dei dati sono stati sfruttati due differenti computer:

il primo computer è stato infatti interfacciato con il modulo NI9215 responsabile delle acquisizioni degli urti del martello dinamometrico;  
 al secondo calcolatore invece sono state affidate le acquisizioni dei segnali processati dalla centralina Genesis.

Il PC dedicato al NI9215, e quindi al martello dinamometrico, utilizzava uno dei più noti software di acquisizione e gestione di segnali ovvero labVIEW Signal Express, che richiede di inserire il valore di due parametri, ovvero la frequenza di campionamento del martello ed il voltaggio dei canali di acquisizione, rispettivamente pari a 25.6 kHz e  $\pm 10$  V. A titolo esemplificativo in figura 6.5 viene riportata una schermata tipica di questo software.

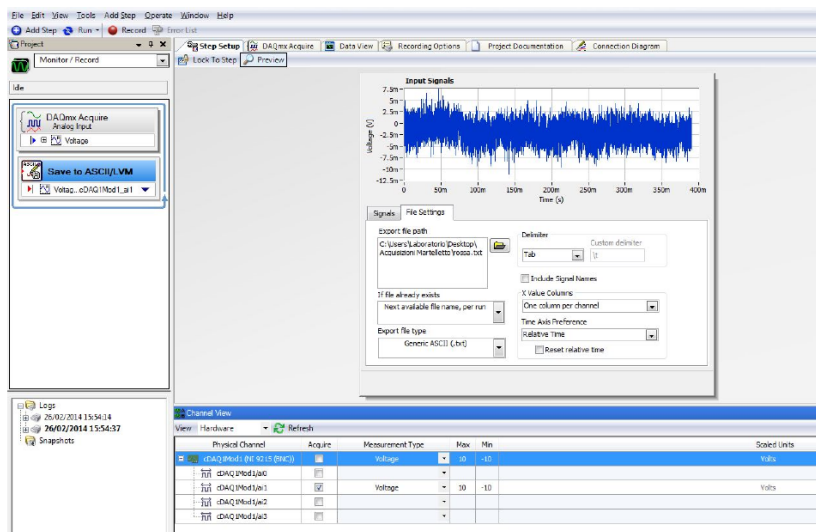


Figura 6.5. Schermata tipica di labVIEW

Il PC dedicato alla gestione delle acquisizioni estensimetriche sfrutta un software fornito direttamente dalla casa produttrice della centralina Genesis (ovvero la HBM), denominato *Perception*, tramite il quale sono stati regolati i parametri di acquisizione sui valori riportati in tabella.

<i>Parametri</i>	<i>U.D.M</i>	<i>Valori</i>
Frequenza di acquisizione	<i>kHz</i>	250
<i>Resistenza</i>	$\Omega$	120
Rapporto $\mu\epsilon/V$	$\mu\epsilon/V$	133333
<i>Tensione</i>	<i>V</i>	$\pm 7.5$

A titolo esemplificativo in figura 6.6 viene riportata una schermata tipica del software *Perception*.

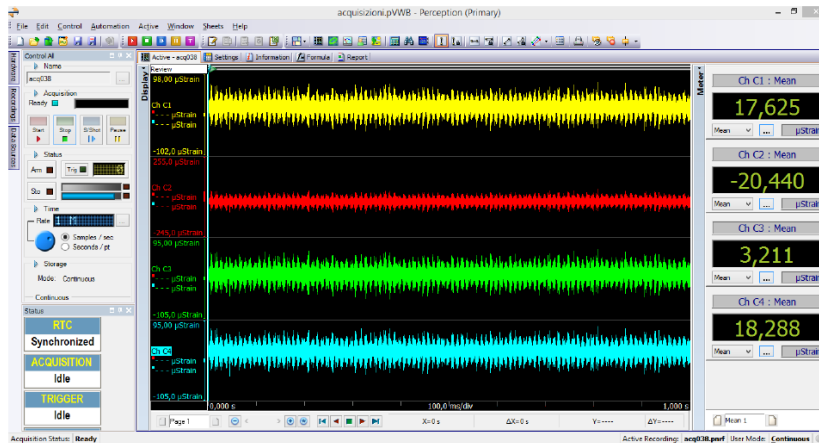


Figura 6.6. Schermata tipica di Perception



## 6.2 Impatto centrale

In questa sezione si confronteranno le deformazioni dovute ad un impatto a bassa velocità misurate durante un test sperimentale, con quelle estratte dal modello numerico. Il modello ha ovviamente le medesime dimensioni della lastra oggetto delle prove sperimentali, cioè 400 x 400 x 1.5 mm. La legge di carico del modello è stata applicata in un punto ed è uguale alla legge trasmessa alla lastra dal martello dinamometrico. In realtà la legge di carico del martello dinamometrico, mostrata in figura 6.7 presenta tanti picchi raggruppati, dei quali solamente il primo è direttamente dovuto all'impatto del martello sulla lastra, gli altri sono generati dal ritorno elastico della lastra che urta la punta del martello.

Le deformazioni misurate durante il test sperimentale sono influenzate anche dai picchi successivi al primo, tuttavia si nota che questi sono distanziati nel tempo, in particolare le deformazioni ad essi associate giungono in corrispondenza dei sensori parecchio tempo dopo la deformazione dovuta al primo picco. Quindi è possibile affermare che i picchi successivi al primo non influenzano le primissime deformazioni ma le riflessioni seguenti. Perciò ci si aspetta che le prime deformazioni siano piuttosto simili tra modello numerico e sperimentale, mentre le riflessioni saranno diverse, tuttavia queste ultime non sono interessanti dal punto di vista dello *Structural Health Monitoring system*.

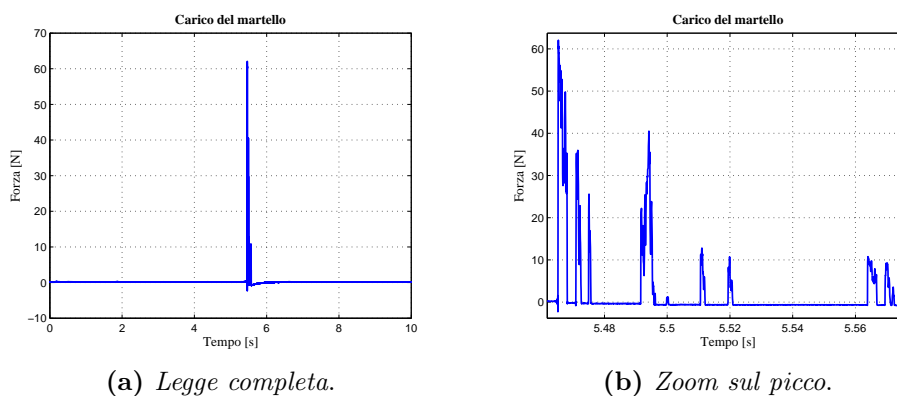
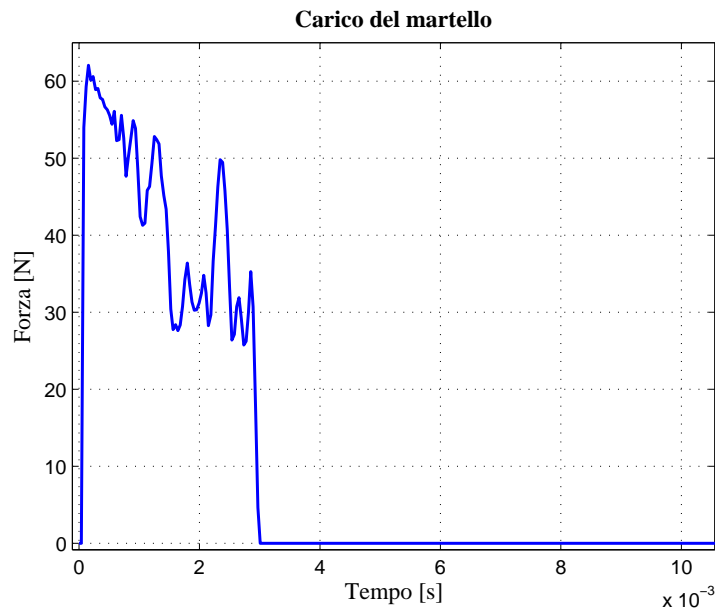


Figura 6.7. Legge di carico

Per le regioni appena esposte, la legge di carico del modello, mostrata in figura 6.8, sarà solamente il primo picco misurato dalla cella di carico installata nel martello dinamometrico.

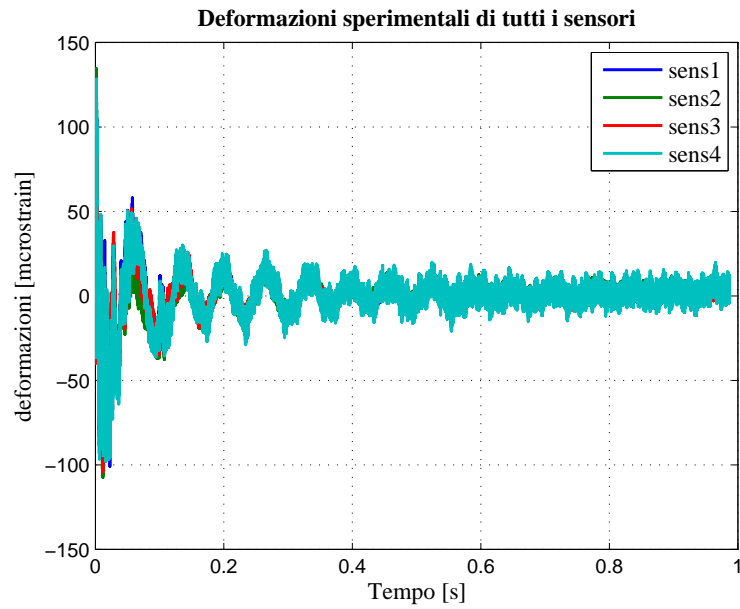
Le deformazioni complete misurate dagli estensimetri durante il test sperime-



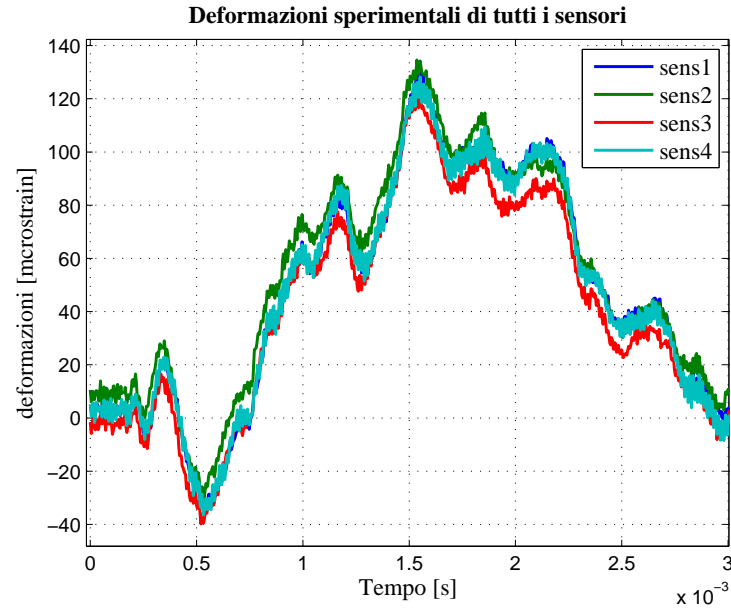
**Figura 6.8.** Legge di carico del modello numerico

tale sono mostrate in figura 6.9.a, dalla quale si nota che i segnali misurati dai 4 sensori sono sovrapposti tra loro, infatti l'impatto è centrale perciò la fase tra i 4 segnali è la medesima, inoltre si nota che l'ampiezza delle deformazioni è giustamente decrescente in quanto il contenuto energetico delle onde si disperde.

In figura ??b si osserva un ingrandimento delle deformazioni misurate dai sensori reali, in particolare si nota che le deformazioni sono precedute da una banda di rumore, chiamata *base line*, di ampiezza pari a circa  $10 \mu\epsilon$  che nasconde l'arrivo del modo simmetrico S0 e anti-simmetrico A0.



(a) Deformazioni complete.

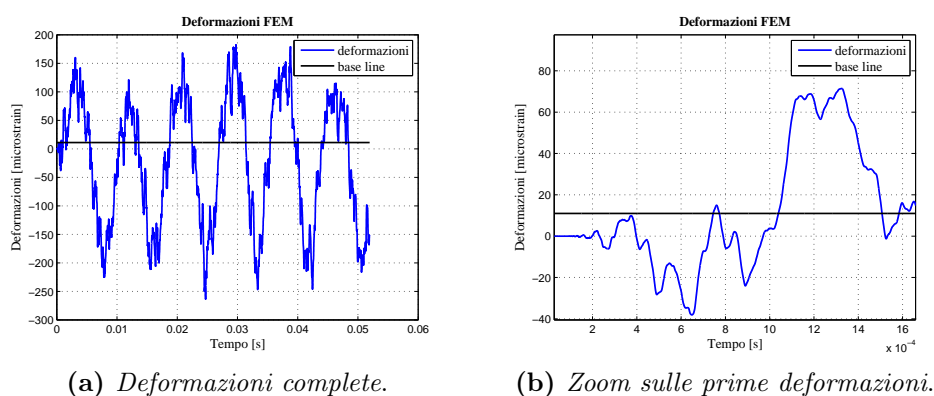


(b) Zoom sulle prime deformazioni.

Figura 6.9. Deformazioni misurate sperimentalmente

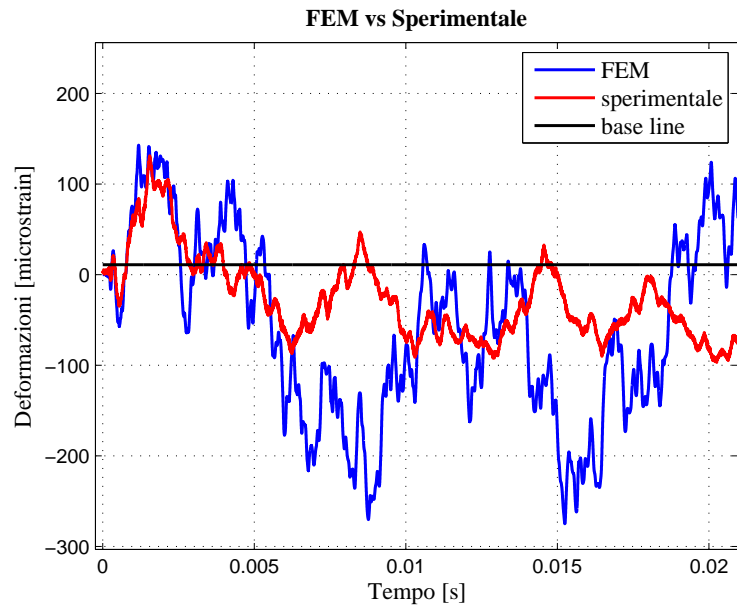
In figura 6.10.a si possono osservare le deformazioni rilevate dal modello numerico. Per prima cosa si nota che le oscillazioni dovute alla molteplici riflessioni hanno un'ampiezza costante, cioè che non decresce nel tempo, infatti il modello numerico non disperde l'energia, ma la conserva di conseguenza le ampiezze delle oscillazioni non sono decrescenti come per il caso reale. Inoltre se si osserva l'ingrandimento di figura ??b si nota che le deformazioni che precedono il punto d'intersezione tra la curva delle deformazioni e la base line non possono essere individuate nella realtà, praticamente si vedono solamente le deformazioni di ampiezza maggiore della base line, il cui valore è pari a  $11 \mu\epsilon$ .

Sovrapponendo le deformazioni estratte dal modello numerico a quelle

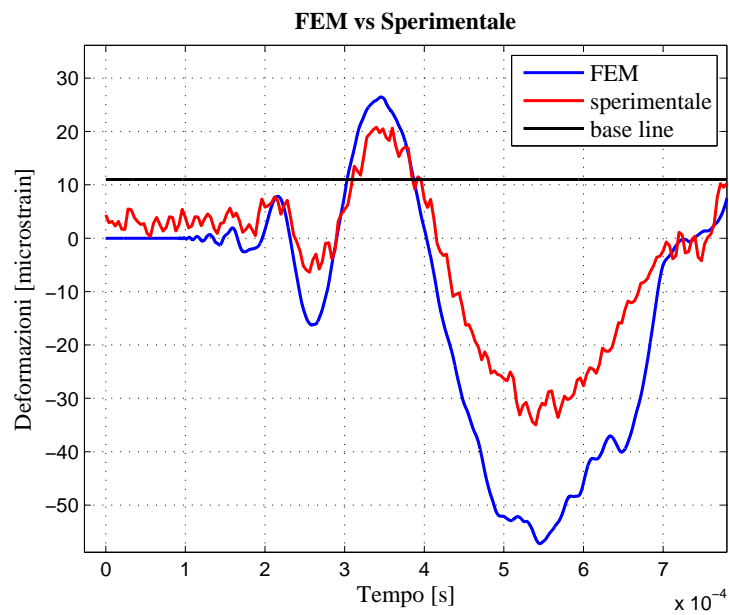


**Figura 6.10.** Deformazioni estratte dal modello numerico

misurate durante la prova sperimentale (figura 6.11.a) si nota che le primissime oscillazioni sono molto simili, mentre le riflessioni sono diverse. Questo è dovuto al fatto che nel caso sperimentale le riflessioni sono influenzate di picchi successivi al primo della legge di carico, inoltre i vincoli del modello numerico sono ideali, cioè gli spigoli hanno traslazioni nulle in tutte le direzioni, mentre nel caso reale questo non è assolutamente vero. La figura 6.11.b mostra con maggiore chiarezza la similitudine tra le 2 onde di deformazione, inoltre si nota che le deformazioni dovute al modo simmetrico S0 e le primissime del modo A0 sono nascoste dalla base line, perciò nel caso in cui l'impatto sia reale le deformazioni che hanno la velocità massima consentita dalle curve di dispersione, pari a  $3181 \text{ m/s}$ , non sono visibili. Praticamente, grazie alle simulazioni numeriche precedenti sappiamo che le deformazioni associate alla velocità massime sono sempre presenti e hanno piccola ampiezza, ma non sono individuabili in un segnale acquisito con estensimetri, perciò le deformazioni di riferimento saranno quelle più lente con una ampiezza maggiore.



(a) Deformazioni complete.



(b) Zoom sulle prime deformazioni.

**Figura 6.11.** Confronto tra le deformazioni misurate sperimentalmente e quelle estratte dal modello numerico

### 6.3 Impatto decentrato

In questo caso la legge di carico è applicata nel punto C, appena sotto il sensore 1, quindi ci si aspetta il seguente ordine di arrivo delle onde di deformazione in prossimità dei sensori.

$$\text{sensore1, sensore4, sensore2, sensore3} \quad (6.1)$$

Analogamente a quanto fatto nella sezione precedente, la legge di carico rilevata dal martello dinamometrico (fig 6.12.a) è stata tagliata in modo da isolare il primo picco (fig 6.12.b). Quest'ultimo rappresenta la legge di carico imposta al modello numerico.

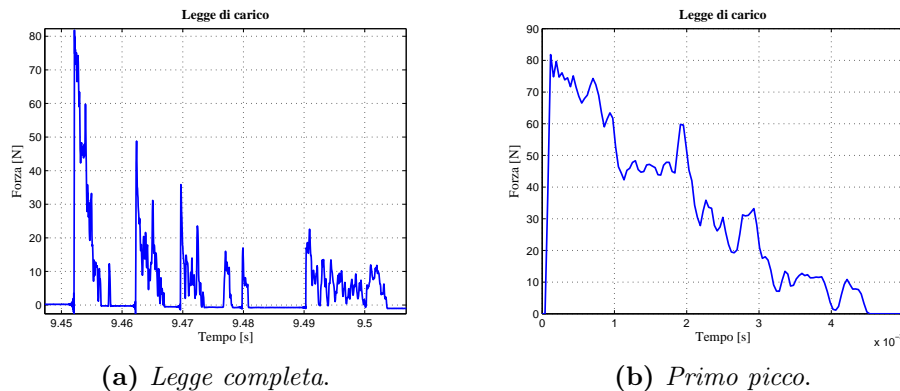


Figura 6.12. Legge di carico

Sia dalle deformazioni misurate dagli estensimetri (fig 6.13.a) che da quelle estratte dal modello numerico (fig 6.13.b) si nota che l'ordine di arrivo previsto è verificato. Per poter affermare questo è stata considerata come riferimento una *base line* pari a  $11\mu\epsilon$ , in particolare la deformazione che interseca tale riferimento per prima è quella associata al sensore più vicino al punto di impatto.

Il valore della *base line* è stato scelto tramite una procedura riportata in dettaglio in [20] e che si sviluppa attraverso i seguenti passaggi principali:

- Osservando un elevato numero di prove sperimentali si fissa una lunghezza di riferimento della *base line*, tale che sia minore della lunghezza effettiva per tutti i campioni;
- Si calcola il massimo e il minimo valore di deformazione della *base line* per tutte le acquisizioni;

- Si realizza un istogramma di tutte le ampiezze massime e minime di tutte le prove sperimentali eseguite. In questo modo si nota immediatamente il massimo e il minimo valore di deformazione nella *base line*, inoltre si può verificare che tale valore sia affidabile;

Il valore della *base line* fissato è stato determinato tramite la procedura sopra citata e maggiorato leggermente, in modo da essere sicuri che tutte le prove, anche quelle future, abbiano deformazioni contenute nella banda fissata. Per

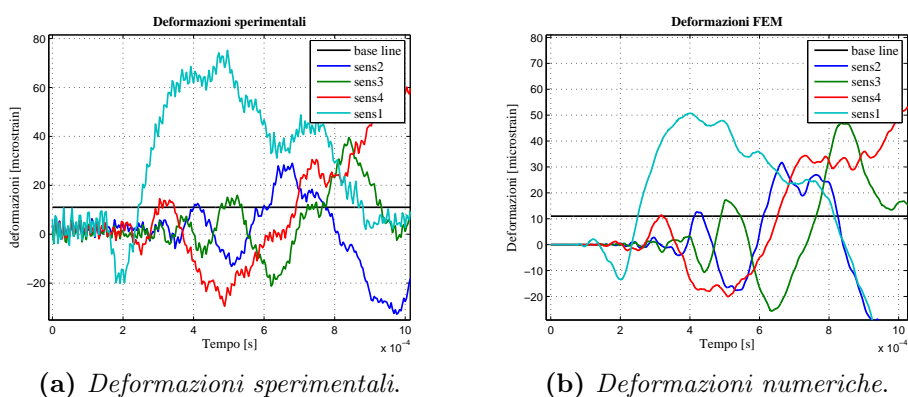


Figura 6.13. Deformazioni

confrontare le deformazioni sperimentali con quelle numeriche si calcolano le velocità delle 4 deformazioni come distanza tra il punto di impatto e il sensore considerato, diviso l'istante di tempo in corrispondenza del quale la deformazione incrocia per la prima volta la *base line* (figura 6.14).

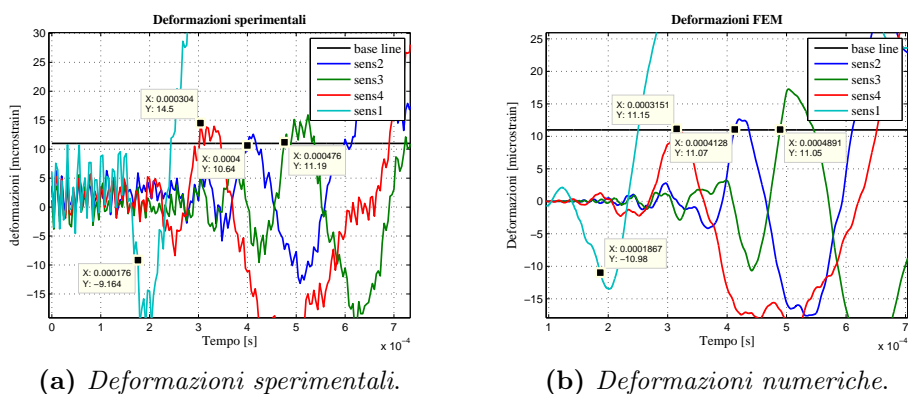


Figura 6.14. Sfasamento tra le deformazioni

Le velocità relative ai 4 sensori per il modello numerico e per il caso reale, sono riassunte nelle tabelle seguenti, osservando le quali si nota che le velocità di propagazione hanno valori piuttosto simili, questo è corretto, infatti i 4 sensori misurano tutti il medesimo fenomeno, perciò la velocità non dovrebbe cambiare tra un sensore e l'altro. Le differenze di velocità tra i sensori e tra il modello numerico e quello sperimentale sono dovute al fatto che la determinazione dell'istante di tempo è imprecisa a causa del passo di discretizzazione dei vettori delle deformazioni. Inoltre le onde misurate sperimentalmente presentano del rumore che incrementa il livello di incertezza dell'istante di tempo.

---

<b>Modello numerico</b>			
Sensore	Tempo di arrivo [s]	Distanza [mm]	Velocità [m/s]
1	0.0001867	70.00	379.3
2	0.0004128	211.89	513.5
3	0.0004896	238.53	487.1
4	0.0003151	130.00	412.5

---

---

<b>Modello numerico</b>			
Sensore	Tempo di arrivo [s]	Distanza [mm]	Velocità [m/s]
1	0.000176	70.00	397.7
2	0.0004000	211.89	529.7
3	0.0004760	238.53	501.1
4	0.0003040	130.00	427.6

---



## 6.4 Conclusioni del capitolo 6

Le attività svolte in questo capitolo sono le seguenti:

- **Impatto centrale.**  
In questa sezione è stato eseguito il confronto tra le deformazioni rilevate dal modello numerico e quelle sperimentali dovute ad un impatto centrale, dal quale è emerso che le prime deformazioni sono molto simili, mentre quelle successive, cioè le riflessioni sono diverse tra modello e prova sperimentale inoltre si nota che le deformazioni dovute al modo simmetrico S0 e le primissime del modo A0 sono nascoste dalla base line, perciò nel caso in cui l'impatto sia reale le deformazioni che hanno la velocità massima consentita dalle curve di dispersione, pari a 3181 m/s, che sono sempre presenti, non sono visibili. Perciò le deformazioni di riferimento saranno quelle successive, le quali hanno un'ampiezza maggiore della base line e sono più lente. Quindi, è possibile affermare che teoricamente le deformazioni indotte da un impatto reale hanno velocità pari a 3181 m/s, ma in pratica le deformazioni visibili hanno una velocità minore che dipende dai sensori utilizzati, infatti l'ampiezza della base line, cioè del rumore di fondo dipende dai sensori;
- **Impatto decentrato.** In questa sezione è stato eseguito il confronto tra le deformazioni rilevate dal modello numerico e quelle sperimentali dovute ad un impatto decentrato, dal quale è emersa nuovamente la buona corrispondenza tra modello e deformazioni sperimentali non filtrate, sia dal punto di vista qualitativo, cioè la previsione del ordine di arrivo delle deformazioni in corrispondenza dei sensori, che quantitativo. Infatti le velocità calcolate riferendosi alle deformazioni non filtrate rilevate sperimentalmente sono molto simili a quelle calcolate tramite il modello numerico e molto minori della velocità massima pari a 3181 m/s. Questo conferma il fatto che la velocità di propagazione delle onde di deformazione rilevate sperimentalmente è costante e dipende dai sensori utilizzati. Di conseguenza, nota la velocità, che è definita dai sensori, e noti gli istanti temporali, i quali possono essere misurati con facilità, è possibile ricavare la posizione dell'impatto.



# Capitolo 7

## Conclusioni

L'ambito del presente lavoro di tesi è lo *Structural Health Monitoring*, in particolare l'obiettivo primario è quello di creare un modello numerico affidabile e preciso tramite il quale si possa generare un'ampia popolazione di dati.

In primo luogo è stata eseguita una ricerca bibliografica tramite la quale sono state individuate 2 macro-categorie, in particolare una di queste si propone di modellare la propagazione delle onde e come strumento di validazione si usa una lastra strumentata con sensori attivi. L'altra macro-categoria è rappresentata dai modelli della realtà che si concentrano sull'impatto e utilizzano come strumento di validazione una lastra strumentata con sensori passivi. La presente tesi è un'applicazione che non rientra in questa classificazione, infatti si vuole modellare la propagazione delle onde di deformazione utilizzando come strumento di validazione conclusivo una lastra strumentata con sensori passivi, in particolare si impiegano estensimetri.

Successivamente sono state risolte le equazioni che descrivono i modi di propagazione, al fine di ottenere le curve di dispersione complete. Infatti il modello "Vallen Dispersion" fornisce le velocità di gruppo per frequenze superiori a 10 kHz, mentre gli impatti a bassa velocità interessano frequenze di circa 1 kHz, perciò è stato ritenuto opportuno ricavare un modello analitico più completo.

Una volta in possesso degli strumenti necessari per eseguire tutti i confronti del caso, è stato realizzato il primo modello numerico con elementi cubici. In questo caso sono state considerate le deformazioni in tutte le direzioni, in particolare quelle normali alla superficie della lastra che consentono di individuare facilmente i modi di propagazione fondamentali. Tramite opportune simulazioni abbiamo verificato che il modello è in grado di riprodurre anche

---

velocità minori di quella massima, tuttavia se la legge di carico eccita, anche debolmente, le frequenze per le quali si ha la velocità massima consentita dalle curve di dispersione, le primissime deformazioni si muoveranno con questa velocità. Perciò si può affermare che un carico reale eccita sempre le frequenze alte, quindi la prima deformazione del modo anti-simmetrico avrà una velocità pari a 3181 m/s.

Il modello con elementi cubici riproduce correttamente i modo di propagazione, tuttavia ha elevati oneri computazionali, perciò si realizza anche un modello con elementi shell. Dopo un opportuno confronto con il modello 3D è possibile affermare che anche il modello shell riproduce correttamente i modi di propagazione, inoltre in questo caso le deformazioni considerate sono quelle parallele alla direzione di propagazione, le quali consentono di individuare i modi A0 e S0 con maggiore difficoltà, tuttavia gli estensimetri misurano le deformazioni nel piano e non quelle normali ad esso. Anche con il modello shell abbiamo notato che se il carico eccita le alte frequenze, allora le deformazioni avranno la velocità massima. Questo è vero anche quando tali frequenze sono eccitate molto poco.

A questo punto è possibile eseguire il confronto con i dati sperimentali, in particolare sono stati effettuati 2 confronti: il primo con un impatto centrale, tramite il quale è stato possibile verificare che le deformazioni del modello sono molto simili a quelle sperimentali; il secondo con un impatto decentrato grazie al quale abbiamo verificato l'ordine di arrivo delle onde di deformazione in prossimità dei sensori. In entrambi i casi si nota che le primissime deformazioni del modo A0 e quelle del modo S0 sono completamente nascoste dal rumore di fondo. Perciò le deformazioni associate alla velocità di 3181 m/s, sono sempre presenti ma non si vedono mai perchè hanno un'ampiezza troppo piccola, di conseguenza le prime deformazioni visibili sono associate a frequenze più basse, le quali vengono eccitate maggiormente e che hanno velocità minori. Questo implica che le deformazioni che si osservano sperimentalmente non sono le prime raggiungono i sensori, infatti queste hanno un'ampiezza troppo piccola, ma sono le deformazioni successive che hanno un'ampiezze maggiore della *base line*. Queste ultime si propagano nel mezzo con una velocità minore di quella massima permessa dalle curve di dispersione per il modo anti-simmetrico. Quindi, si può affermare che la velocità di propagazione delle onde di deformazione che si osservano sperimentalmente, dipende dall'ampiezza della *base line*, cioè dipende dal tipo di sensore utilizzato.

# Bibliografia

- [1] Aviation-safety. 2014. URL: <http://aviation-safety.net/database>.
  - [2] G B Chai e S Zhu. A review of low-velocity impact on sandwich structures. *Journal of materials design and applications*, 2011.
  - [3] K. Worden. Rayleigh and lamb waves - basic principles. *Strain*, 2001.
  - [4] Jingjing Bao. Lamb wave generation and detection with piezoelectric wafer active sensors. Tesi. University of South Carolina, 2003.
  - [5] Galeazzi Riccardo. Studio sperimentale finalizzato al monitoraggio di difettosità interne in laminati cfrp per utilizzo aeronautico mediante approccio ultrasonoro con onde di lamb. Tesi. Politecnico Di Milano, 2013.
  - [6] Zhongqing Su, Lin Ye e Ye Lu. Guided lamb waves for identification of damage in composite structures: a review. *Journal of sound and vibration 295*, 2006.
  - [7] J. L. Rose. Ultrasonic waves in solid media. *Cambridge university press, new york*, 1999.
  - [8] Friedrich Moser, Laurence J. Jacobsa e Jianmin Qu. Modeling elastic wave propagation in waveguides with the finite element method. *NDT&E international 32*, 1999.
  - [9] Jeroen H. Nieuwenhuis, John J. Neumann et al. Generation and detection of guided waves using pzt wafer transducers. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 52, no. 11*, 2005.
  - [10] V. N. Smelyanski, V. Hafiychuk, D. G. Luchinsky et al. Modeling wave propagation in sandwich composite plates for structural health monitoring. *Annual conference of the prognostics and health management society*, 2011.
  - [11] Seyed Mohammad Hossein Hosseini e Ulrich Gabbert. Numerical simulation of the lamb wave propagation in honeycomb sandwich panels: a parametric study. *Composite structures 97*, 2013.
-

- [12] Ivan Bartolia, Francesco Lanza di Scalea, Mahmood Fatehb e Erasmo Viola. Modeling guided wave propagation with application to the long-range defect detection in railroad tracks. *NDT&E international* 38, 2005.
- [13] Ralf Weber, Seyed Mohammad Hossein Hosseini e Ulrich Gabbert. Numerical simulation of the guided lamb wave propagation in particle reinforced composites. *Composite structures* 94, 2005.
- [14] A. Ghoshala, W.N. Martinb, M.J. Schulzc et al. Simulation of asymmetric lamb waves for sensing and actuation in plates. *Shock and vibration* 12, 2005.
- [15] Jeannot Frieden, Joel Cugnoni, John Botsis et al. High-speed internal strain measurements in composite structures under dynamic load using embedded fbg sensors. *Composite structures* 92, 2010.
- [16] Jeannot Frieden, Joel Cugnoni, John Botsis et al. Low energy impact damage monitoring of composites using dynamic strain signals from fbg sensors – part i: impact detection and localization. *Composite structures* 94, 2012.
- [17] SIMULIA. *Abaqus 6.11 documentation*, 2011.
- [18] Stefano Beretta e Michele Sangirardi. *Appunti di costruzione di macchine 2*, 2011.
- [19] Harris e Fredric J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform. *Proceedings of the IEEE vol. 66*, pp. 51-83, 1978.
- [20] Comelli Stefano. Monitoraggio di impatti a bassa velocità su pannelli aeronautici mediante estensimetri. Tesi. Politecnico Di Milano, 2014.
- [21] Sbarufatti Claudio. Fatigue crack monitoring of helicopter fuselage and life evaluation through sensor network. Tesi. Politecnico Di Milano, 2012.
- [22] The mathworks, inc. 2014. URL: <http://www.mathworks.it>.