

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



**Progettazione di un generatore elettromagnetico
per il recupero di energia dalle vibrazioni
in un braccio per la distribuzione di calcestruzzo**

Relatore: Ing. Gisella TOMASINI

Correlatore: Prof. Ferdinando Luigi MAPELLI

Tesi di laurea di:

Fabio Baroni

Matr. 786569

Anno Accademico 2013–2014

Sommario

Il lavoro presentato si propone di ideare, modellare e progettare un sistema di recupero energetico di tipo elettromagnetico in grado di generare energia dalle vibrazioni presenti in un braccio per la distribuzione di calcestruzzo. Oggetto della prima parte dell'analisi è capire quali sono i prerequisiti che deve avere il generatore per svolgere al meglio la sua funzione nell'applicazione specifica a cui è destinato. Per descrivere il fenomeno di conversione dell'energia e capire come montare al meglio sul sistema il generatore ideato viene presentato un semplice modello analitico per la stima della potenza. In seguito, verrà svolto uno studio approfondito dell'accoppiamento elettromagnetico del generatore per arrivare alla definizione delle equazioni che ne descrivono il comportamento. Infine, a compimento della trattazione, viene realizzata la progettazione e la simulazione, tramite il modello definito, di un generatore in scala ridotta.

Indice

1	Stato dell'arte energy harvesting elettromagnetico	1
1.1	Energy harvesting elettromagnetico	1
1.1.1	Generatori micro	1
1.1.2	Generatori macro	4
1.1.3	Smorzatori	7
1.2	Motori lineari	9
2	Stima della potenza recuperabile dal sistema	13
2.1	Modello harvester elettromagnetico	13
2.1.1	Potenza meccanica convertita	13
2.1.2	Potenza elettrica recuperata	16
2.2	Applicazione al braccio	19
2.2.1	Configurazione trasversale	19
2.2.2	Configurazione longitudinale 1° tronco	24
2.2.3	Configurazione longitudinale 2°, ... , 5° tronco	30
3	Modello analitico di un generatore Halbach air core	39
3.1	Configurazione Halbach esterno	39
3.2	Modellazione del campo magnetico	40
3.2.1	Propagazione in aria	40
3.2.2	Calcolo della densità di flusso magnetico superficiale	41
3.2.3	Distribuzione spaziale del campo magnetico	45
3.3	Accoppiamento elettromagnetico	47
3.3.1	Tensione indotta	47
3.3.2	Inversione degli avvolgimenti	48
3.3.3	Flusso massimo	49
3.3.4	Coefficiente di accoppiamento elettromagnetico	50
3.3.5	Forza frenante	50
3.4	Configurazione Halbach interno	50
3.4.1	Accoppiamento elettromagnetico	51
3.4.2	Confronto esterno - interno	53

3.5	Confronto analitico - numerico	55
3.5.1	Analisi agli elementi finiti	55
3.5.2	Scelta del circuito equivalente	57
3.5.3	Confronto densità e flusso magnetico	58
3.6	Equazioni dinamiche del sistema	60
3.6.1	sistema meccanico con smorzamento elettrico	60
3.6.2	sistema elettromeccanico	61
4	Progettazione del banco prova	63
4.1	Configurazione finale	63
4.2	Scelta delle molle	63
4.2.1	Applicazione reale	65
4.2.2	Banco prova	65
4.3	Dimensionamento dei vari componenti	66
4.3.1	Traslatore	66
4.3.2	Supporto esterno	68
4.3.3	Statore	69
4.4	Simulazioni	70
4.4.1	Sistema meccanico con smorzamento elettrico	70
4.4.2	Sistema elettromeccanico	73
4.4.3	Esempio di sfasamento tensione-corrente	74
	Conclusioni	77
	Bibliografia	81

Elenco delle figure

1.1	Generatore con avvolgimenti mobili [8]	1
1.2	Generatore con avvolgimenti mobili e molla elicoidale [10]	2
1.3	Generatore con magnete mobile e sospensione magnetica [16]	2
1.4	Generatore con magneti multipli contrapposti [20]	3
1.5	Andamento del campo magnetico in un generatore air-core [11]	3
1.6	Circuito elettrico del generatore con esempio di circuito di estrazione e accumulo [1]	4
1.7	Accoppiamento elettromagnetico tra sistema meccanico e sistema elettrico semplificato [20]	4
1.8	Generatore marino sommerso [18]	5
1.9	Generatore marino galleggiante [13]	6
1.10	Andamenti del campo magnetico in generatori iron-core, configurazioni slotted e slotless [4]	6
1.11	Generatore a combustione interna a camera singola [14]	7
1.12	Generatore a combustione interna a camere contrapposte [15]	7
1.13	Smorzatore elettromagnetico con recupero di energia [6]	8
1.14	Smorzatore elettromagnetico e a correnti parassite [6]	9
1.15	Motore ironless con doppio array di Halbach [12]	10
1.16	Motore tubolare iron core con array di Halbach [5]	10
1.17	Motore tubolare ironless con doppio array di Halbach [22]	11
2.1	Modello semplificato di un generatore elettromagnetico	14
2.2	Effetto degli avvolgimenti elettrici nel dominio meccanico	14
2.3	Circuito elettrico semplificato	17
2.4	Applicazione del generatore trasversale	19
2.5	Potenza elettrica media al variare del numero di spire (a) e in funzione dello smorzamento elettrico (b)	21
2.6	Potenza elettrica media al variare della resistenza del carico (a) e in funzione dello smorzamento elettrico (b)	21
2.7	Spostamenti massimi al variare (a) del numero di spire e (b) della resistenza del carico	22

2.8	Abbattimento degli spostamenti all'aumentare dello smorzamento elettrico o meccanico (b) e effetti sulla potenza elettrica media (a)	22
2.9	Andamenti della potenza elettrica media (a) (c) e degli spostamenti (b) (d) al variare del numero di spire e della resistenza del carico	23
2.10	Applicazione del generatore longitudinale al 1° tronco	25
2.11	Modello dinamico del generatore longitudinale al 1° tronco	25
2.12	Posizione generica del sistema per il calcolo delle variabili cinematiche	26
2.13	Andamento temporale delle due forzanti	28
2.14	Andamento temporale (a) della potenza elettrica e (b) degli spostamenti della massa	29
2.15	Schema degli spostamenti trasversali e longitudinali in diversi tronchi	30
2.16	Applicazione del generatore longitudinale al 2° tronco	31
2.17	Modello dinamico del generatore longitudinale al 2° tronco	31
2.18	Posizione generica del sistema per il calcolo delle variabili cinematiche	32
2.19	Andamento temporale delle tre forzanti	34
2.20	Variabilità della forzante rispetto all'angolo relativo tra i due tronchi	35
2.21	Andamento in funzione dello smorzamento elettrico (a) della potenza media e (b) degli spostamenti massimi	35
2.22	Andamento temporale (a) della potenza elettrica e (b) degli spostamenti per tre diversi vincoli sulle dimensioni del generatore	36
2.23	Andamento temporale (a) della potenza elettrica e (b) degli spostamenti al variare dell'angolo relativo tra i due tronchi	37
2.24	Andamento temporale della potenza elettrica al variare della vibrazione in ingresso al generatore	37
3.1	Configurazione Halbach esterno	39
3.2	Andamento del campo magnetico in aria	40
3.3	Andamento del campo magnetico con strato di ferro immaginario	41
3.4	Cella elementare e componenti del circuito magnetico	42
3.5	I tre possibili circuiti magnetici equivalenti individuati	42
3.6	Schema per il calcolo della riluttanza radiale	43
3.7	Semplificazione dei tre circuiti magnetici	44
3.8	Andamento della densità di flusso radiale per i tre circuiti	45
3.9	Distribuzione spaziale del campo magnetico	46
3.10	Disposizione degli avvolgimenti sullo statore	48
3.11	Condizione di flusso attraverso le spire massimo	49
3.12	Configurazione Halbach interno	51
3.13	Nuova cella elementare e componenti del circuito magnetico	52
3.14	I tre nuovi circuiti magnetici equivalenti	52
3.15	Confronto della densità radiale di flusso magnetico nelle due configurazioni	54

3.16	Confronto del flusso magnetico attraverso le spire nelle due configurazioni .	54
3.17	Distribuzione del campo magnetico per la configurazione Halbach esterno (a) e ingrandimento (b)	56
3.18	Distribuzione del campo magnetico per la configurazione Halbach interno (a) e ingrandimento (b)	57
3.19	Confronto analitico-numericò della densità di flusso magnetico radiale . . .	58
3.20	Confronto analitico-numericò della densità di flusso magnetico radiale per il nuovo circuito magnetico intermedio	58
3.21	Confronto analitico-numericò della densità di flusso magnetico radiale lun- go la coordinata assiale	59
3.22	Confronto analitico-numericò del flusso magnetico lungo la coordinata as- siale per la configurazione Halbach esterno	59
3.23	Confronto analitico-numericò del flusso magnetico lungo la coordinata as- siale per la configurazione Halbach interno	60
4.1	Schema finale del generatore con sovrapposizione delle molle	63
4.2	Condizione limite di funzionamento del generatore	64
4.3	Andamento radiale della densità di flusso magnetico per diversi spessori dei magneti (a) e spessore ottimale per massimizzare il flusso in corrispondenza delle spire (b)	67
4.4	Schema dei 4 alberi di supporto esterni (a) e modello per la verifica dell'in- flessione massima (b)	68
4.5	Modello per la verifica dell'inflessione massima dello statore	69
4.6	Oscillazioni del sistema soggetto al forzamento in risonanza	71
4.7	Andamento della velocità e dell'accelerazione (a) e dettaglio dell'irregola- rità del moto (b)	72
4.8	Andamento (a) e dettaglio (b) della tensione e della corrente	72
4.9	Andamento (a) e dettaglio (b) della forza elettrica	72
4.10	Andamento (a) e dettaglio (b) della potenza elettrica	73
4.11	Schema per il calcolo dell'induttanza degli avvolgimenti	73
4.12	Andamento (a) e dettaglio (b) degli spostamenti e della corrente per il siste- ma elettromeccanico	74
4.13	Andamento (a) e dettaglio (b) degli spostamenti e della corrente per il siste- ma elettromeccanico con induttanza incrementata	74
4.14	Andamento (a) e dettaglio (b) dello sfasamento tensione-corrente	75
4.15	Andamento (a) e dettaglio (b) della forza elettrica per il sistema elettromec- canico con induttanza incrementata	75
4.16	Andamento (a) e dettaglio (b) della potenza elettrica per il sistema elettro- meccanico con induttanza incrementata	76

Elenco delle tabelle

2.1	Valori ipotizzati per la prima stima della potenza recuperata	20
2.2	Risultati della stima della potenza recuperata	24
2.3	Valori assunti per il calcolo delle due forzanti	28
2.4	Dati utilizzati per la nuova stima della potenza recuperata	30
2.5	Valori assunti per il calcolo delle tre forzanti	34
2.6	Risultati della stima della potenza recuperata per il generatore longitudinale al 2° tronco	36
3.1	parametri geometrici dei magneti	45
3.2	caratteristiche dei magneti utilizzati	55
4.1	Caratteristiche della molla a trazione considerata	64
4.2	Dimensioni finali del banco prova	66
4.3	Caratteristiche di due materiali plastici per uso ingegneristico	69
4.4	Caratteristiche e parametri principali del banco prova	70

Capitolo 1

Stato dell'arte energy harvesting elettromagnetico

1.1 Energy harvesting elettromagnetico

1.1.1 Generatori micro

Le configurazioni possibili sono molte, ma hanno tutte in comune la presenza di due elementi in movimento relativo tra loro: i magneti permanenti e gli avvolgimenti elettrici.

Nel generatore di Figura 1.1 degli anelli magnetici sono inseriti su un albero, solidale all'involucro esterno. La vibrazione in ingresso si trasmette agli avvolgimenti elettrici, realizzando il movimento relativo necessario alla generazione di potenza elettrica.

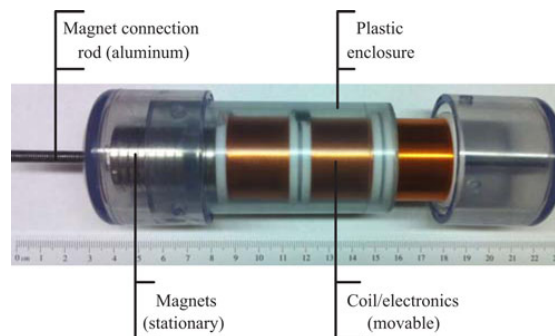


Figura 1.1: Generatore con avvolgimenti mobili [8]

Spesso, per amplificare dinamicamente la vibrazione in ingresso, uno dei due elementi è vincolato elasticamente alla struttura: ad esempio, gli avvolgimenti del generatore in Figura 1.2 sono collegati a una molla elicoidale. Si realizza in questo modo un sistema meccanico oscillante dotato di frequenza propria. Nota la frequenza principale della vibrazione in ingresso, per sfruttare al massimo il fenomeno dell'amplificazione dinamica, si impone la stessa frequenza propria al dispositivo (ad esempio con delle masse di sintonizzazione, visibili in Figura 1.2).

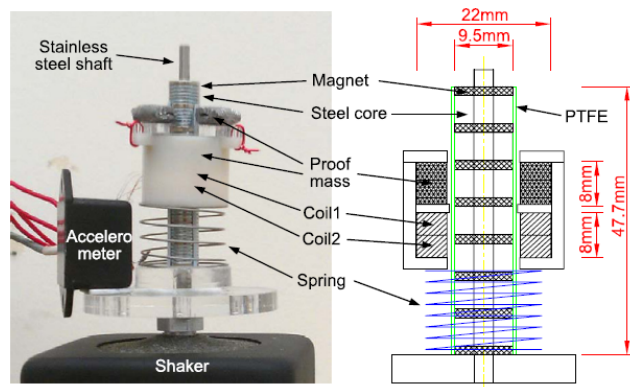


Figura 1.2: Generatore con avvolgimenti mobili e molla elicoidale [10]

Dal momento che il forzamento sul dispositivo viene trasformato in una forza d'inerzia dell'elemento vincolato elasticamente, è più conveniente utilizzare il materiale magnetico (in generale più pesante) come elemento mobile, e fissare gli avvolgimenti elettrici alla struttura, come mostrato in Figura 1.3. In questo modo si evita anche di avere scomode connessioni elettriche in movimento con il sistema di accumulo dell'energia elettrica.

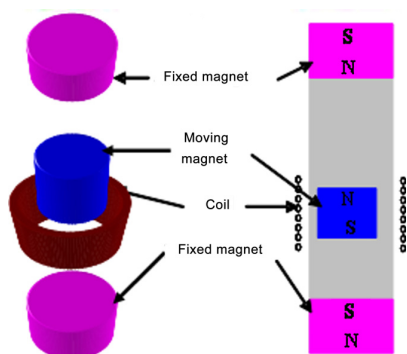


Figura 1.3: Generatore con magneti mobile e sospensione magnetica [16]

Nel generatore di Figura 1.3 il vincolo elastico non è di tipo meccanico: grazie all'aggiunta di due magneti agli estremi del dispositivo, è possibile realizzare un sistema oscillante per mezzo della sola forza di repulsione magnetica. Questa configurazione è molto conveniente per l'assenza di componenti meccanici, soggetti ad usura e cedimenti: una molla elicoidale, ad esempio, può danneggiarsi velocemente se si verifica il contatto tra spire adiacenti. Lo svantaggio principale del sistema a sospensione magnetica è che limita le dimensioni del dispositivo, poichè la forza di repulsione si genera solo per piccole distanze tra i magneti.

Per incrementare le prestazioni del generatore è possibile utilizzare, al posto di un singolo magnete, un numero elevato di magneti di piccole dimensioni [10], interspaziati da materiale ferromagnetico con la funzione di concentrare il flusso magnetico e indirizzarlo verso gli avvolgimenti.

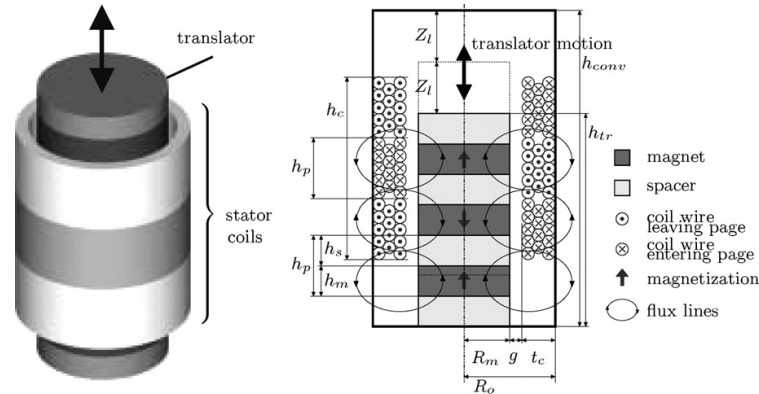


Figura 1.4: Generatore con magneti multipli contrapposti [20]

I magneti sono magnetizzati assialmente, e disposti alternando i poli nord e sud in modo da avere sempre repulsione tra magneti adiacenti. Come si può osservare dalla Figura 1.5, le linee del campo magnetico vengono forzate a curvare subito dopo aver attraversato i magneti: in questo modo aumenta la densità di flusso magnetico in corrispondenza degli avvolgimenti elettrici. Inoltre si osserva il tipico andamento circolare del campo magnetico, caratteristico della propagazione in aria e di tutti i materiali, come ad esempio la plastica, che non interagiscono con il campo magnetico.

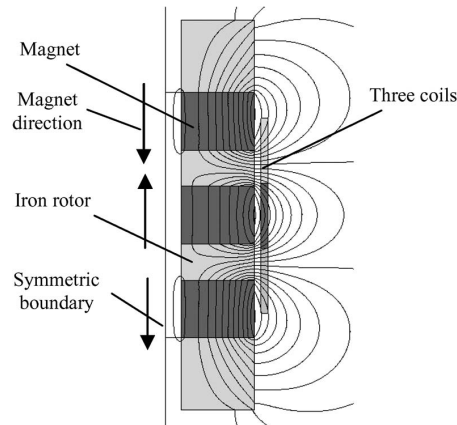


Figura 1.5: Andamento del campo magnetico in un generatore air-core [11]

La maggioranza dei micro generatori, per motivi che saranno chiariti in seguito, è caratterizzata da un involucro esterno in materiale plastico, che non interagisce con il campo magnetico; questa classe di generatori è definita "air-core" o "ironless".

Il movimento relativo tra i magneti e gli avvolgimenti elettrici genera una corrente alternata, che è necessario convertire in continua prima di immagazzinare l'energia elettrica in un accumulatore. Si definisce con "circuito di estrazione e accumulo" la catena di tutti gli elementi posti a valle degli avvolgimenti elettrici. Un esempio di circuito elettrico completo, formato dagli avvolgimenti più il circuito di estrazione e accumulo, è rappresentato in Figura 1.6.

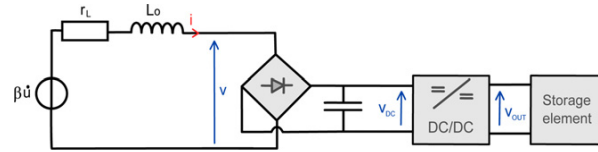


Figura 1.6: Circuito elettrico del generatore con esempio di circuito di estrazione e accumulo [1]

La corrente alternata presente negli avvolgimenti, viene convertita in corrente continua da un ponte a diodi, e accumulata temporaneamente in un condensatore. In seguito viene posto un convertitore DC/DC, per adattare la tensione in ingresso all'accumulatore finale (tipicamente una batteria). Il circuito di estrazione e accumulo può essere anche molto complesso e dipende dal tipo di generatore a cui si interfaccia; in generale se ne simula l'effetto tramite un generale carico ohmico, come in Figura 1.7.

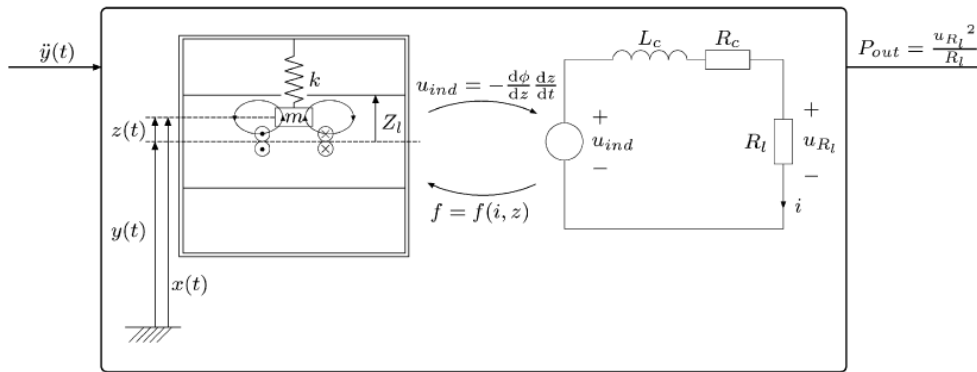


Figura 1.7: Accoppiamento elettromagnetico tra sistema meccanico e sistema elettrico semplificato [20]

La dinamica del sistema meccanico è influenzata dalla corrente negli avvolgimenti, che dipende dal circuito di estrazione accumulo (o dal carico ohmico equivalente). Esiste quindi un accoppiamento elettromagnetico tra il sistema meccanico e il sistema elettrico, come è schematizzato in Figura 1.7.

1.1.2 Generatori macro

La tecnologia dei piccoli generatori descritti in precedenza, è utilizzata anche a livello macro in diverse applicazioni per la produzione di energia elettrica; è molto utile analizzare anche questi generatori (tubular permanent-magnet linear generator o in breve TPMLG) per avere una visione completa sull'argomento.

Il mare rappresenta una fonte di energia praticamente inesauribile, dotato di una densità di potenza elevata (fino a 100 kW per metro di oscillazione del moto ondoso [18]). Le oscillazioni continue prodotte dal moto ondoso vengono sfruttate dai generatori lineari

tubolari principalmente in due modalità. La prima, rappresentata in Figura 1.8 , prevede l'installazione del generatore sul fondale marino. Il traslatore, formato da magneti e materiale ferromagnetico alternati, è collegato rigidamente a una pesante boa posta in superficie. Per garantire un forte accoppiamento elettromagnetico, la propagazione in aria del campo magnetico è limitata al minimo: gli avvolgimenti sono posti in delle cavità (chiamati "slot", da cui prende il nome la configurazione del generatore: "slotted") realizzate in uno statore in ferro. In questo modo si raggiungono potenze elevate, che vanno da qualche kWatt fino anche a centinaia di kWatt [9].

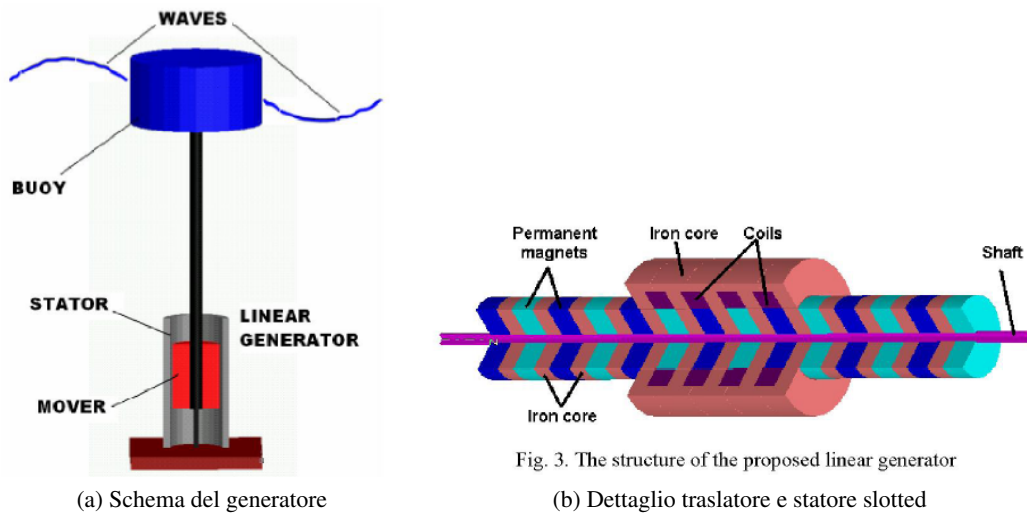


Figura 1.8: Generatore marino sommerso [18]

Nella seconda modalità, rappresentata in Figura 1.9 , il generatore è interamente galleggiante, e del tutto simile ai micro generatori descritti precedentemente. Il moto ondoso viene trasferito e amplificato, tramite una molla, a un traslatore interno. Il traslatore, costituito da un albero su cui vengono inseriti anelli magnetici alternati ad anelli in ferro, realizza il movimento relativo con lo statore in ferro, in questo caso privo degli slot per gli avvolgimenti, e definito quindi "slotless". Le potenze prodotte con questo tipo di generatore sono di gran lunga inferiori, dell'ordine dei 50-100 Watt [13].

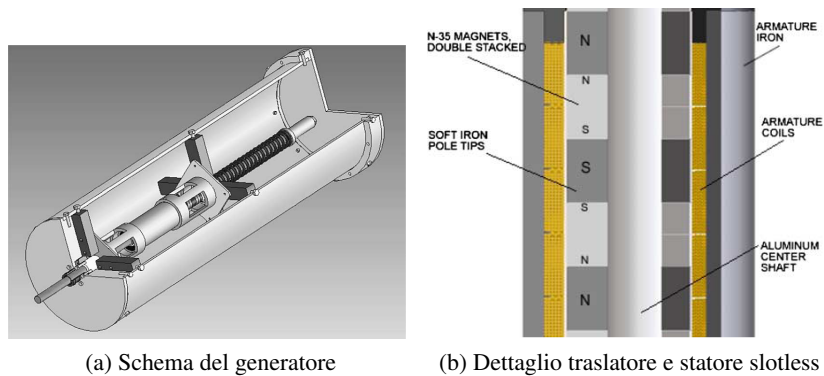


Figura 1.9: Generatore marino galleggiante [13]

In entrambe le configurazioni di generatori marini, slotted e slotless, la presenza del ferro statorico (da cui deriva il nome della classe: "iron core") modifica profondamente le linee del campo magnetico, che vengono attratte e confinate nello statore. In particolare, come si vede dal confronto in Figura 1.10, la configurazione Slotted (a sinistra) è quella che presenta una densità delle linee di campo più elevata. In questo modo si realizza un accoppiamento elettromagnetico maggiore fra statore e traslatore, ed è per questo motivo che tale configurazione è utilizzata nei generatori di grossa taglia. Tuttavia, in entrambe le configurazioni, nascono dei problemi dovuti all'interazione del campo magnetico con la grande quantità di ferro presente nello statore, interazione che porta a uno smorzamento aggiuntivo al sistema.

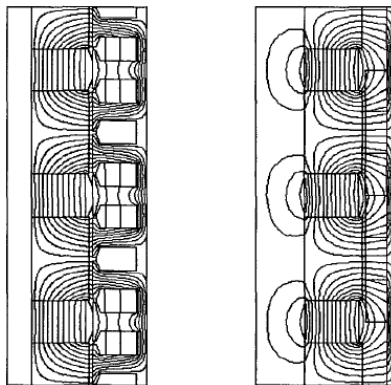


Figura 1.10: Andamenti del campo magnetico in generatori iron-core, configurazioni slotted e slotless [4]

Un altro settore di applicazione di questa tecnologia è nel campo dei generatori a combustione interna lineari, chiamati "free piston linear generator" e rappresentati in Figura 1.11. Nei tradizionali generatori a combustione, il moto lineare del pistone è convertito nella rotazione di un albero meccanico che viene successivamente accoppiato a un alternatore rotante per convertire l'energia meccanica in energia elettrica. Nei generatori lineari invece, il moto lineare del pistone è sfruttato direttamente per movimentare i magneti del traslatore, realizzando il movimento relativo con lo statore in cui sono alloggiati gli avvolgimenti

elettrici. I vantaggi di questo tipo di generatore sono l'elevato rendimento energetico e le dimensioni contenute: le potenze prodotte vanno da centinaia di Watt , per unità di piccole dimensioni, fino a un centinaio di kWatt per i motori di grossa cilindrata [15].

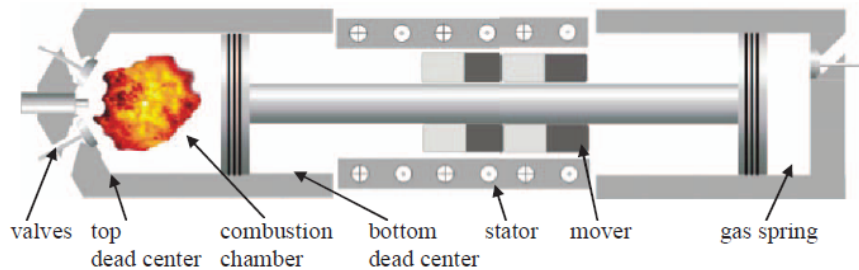


Figura 1.11: Generatore a combustione interna a camera singola [14]

In Figura 1.12 si può vedere un altro esempio di generatore a combustione, in cui si utilizzano due camere di combustione contrapposte per alternare il moto in maniera più efficace. Si osserva come il traslatore, formato sempre dall'alternarsi di anelli magnetici e anelli in ferro, a differenza di tutti i casi visti fino ad ora è posizionato all'esterno rispetto allo statore. Lo statore è in ferro e di tipo slotted, per garantire un forte accoppiamento elettromagnetico. Per l'elevata efficienza e il limitato ingombro, questi tipi di generatori sono al momento in fase di studio come applicazione nei veicoli ibridi.

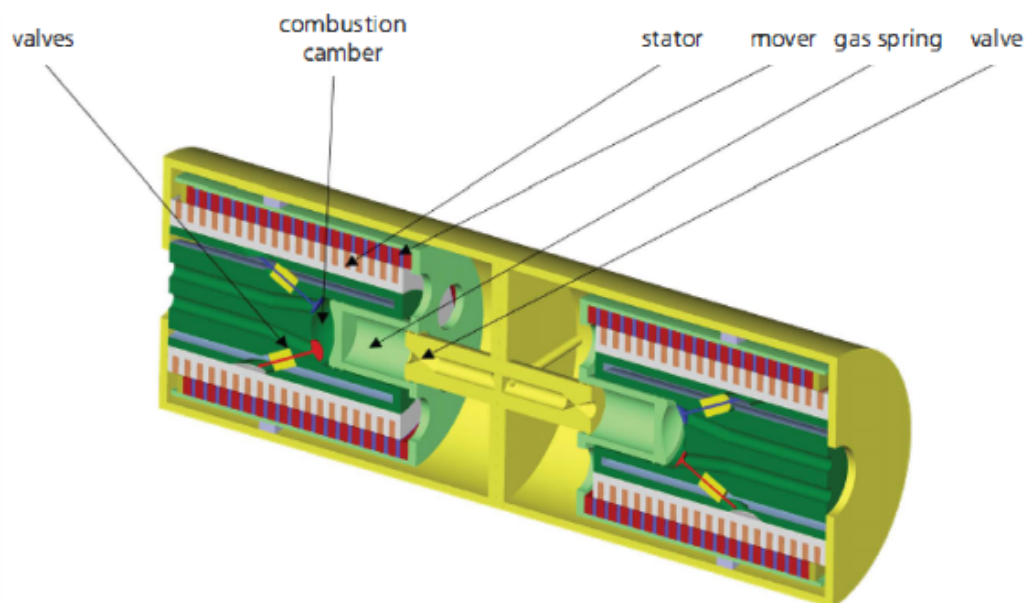


Figura 1.12: Generatore a combustione interna a camere contrapposte [15]

1.1.3 Smorzatori

I dispositivi introdotti nelle sezioni precedenti generano energia elettrica, dissipando parte della vibrazione in ingresso. Dispositivi analoghi vengono utilizzati come smorzatori, in

campo automobilistico, per dissipare le vibrazioni in ingresso; parte dell'energia dissipata è recuperata e immagazzinata oppure utilizzata per rendere energeticamente autonomo il controllo del dispositivo. In Figura 1.13 si osserva la medesima configurazione di magneti e avvolgimenti descritta fino ad ora, caratterizzata da uno statore in ferro di tipo slotless.

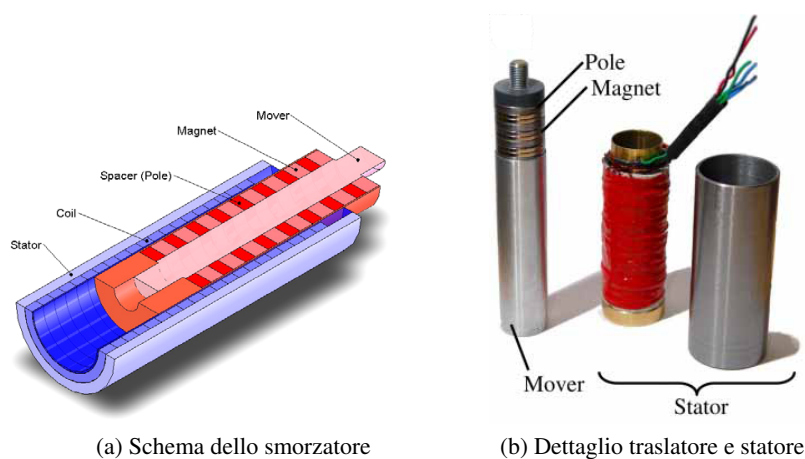


Figura 1.13: Smorzatore elettromagnetico con recupero di energia [6]

L'effetto smorzante è dovuto all'interazione tra il campo magnetico del traslatore e il campo magnetico prodotto dalle correnti indotte, che si manifestano nei materiali conduttori in prossimità dei magneti. Perciò si può distinguere tra la corrente indotta negli avvolgimenti, responsabile della generazione di energia elettrica, e la corrente indotta nel ferro statorico, che non può essere recuperata e si manifesta come un aumento di temperatura dello statore (e per questo viene denominata "corrente parassita"). Nel caso degli smorzatori in questione, visto l'obiettivo principale di dissipare energia, è conveniente aumentare la quantità di materiale conduttore in prossimità dei magneti per intensificare le correnti parassite. Ad esempio, in Figura 1.14 si vede come venga aggiunto uno strato conduttivo di rame, e un ulteriore array magnetico esterno, per intensificare lo smorzamento globale del sistema.

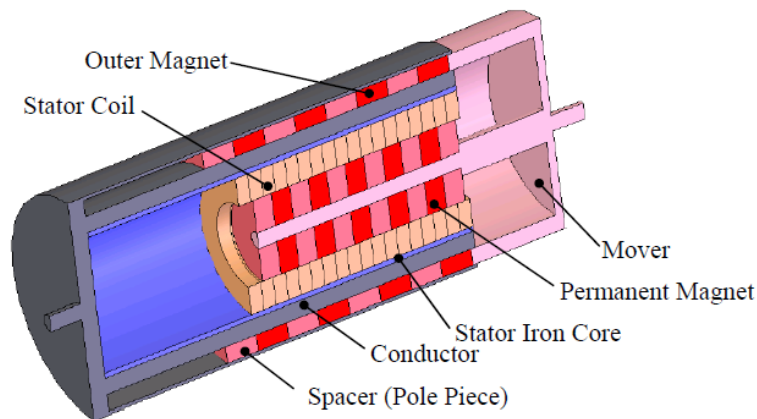


Figura 1.14: Smorzatore elettromagnetico e a correnti parassite [6]

Nei micro generatori, l'energia associata alla vibrazione in ingresso è spesso limitata, non è quindi necessario introdurre materiale ferromagnetico nello statore allo scopo di raggiungere un elevato accoppiamento elettromagnetico: in questo modo, oltre a contenere il peso del dispositivo, si evita lo smorzamento aggiuntivo introdotto dal fenomeno delle correnti parassite.

1.2 Motori lineari

Generatori e motori sono lo stesso tipo di macchina elettrica: mentre i primi trasformano un movimento esterno in energia elettrica, i secondi svolgono la funzione opposta, trasformando l'energia elettrica in un movimento esterno. Si riportano di seguito alcune interessanti caratteristiche costruttive di particolari motori lineari, caratteristiche che possono essere utilizzate efficacemente anche nella realizzazione di un generatore.

In Figura 1.15 è riportato un attuatore lineare, non tubolare, privo di ferro nello statore (ironless permanent-magnet linear motor o in breve IPMLM). Gli avvolgimenti elettrici sono disposti in una piastra centrale, ed è previsto un sistema di raffreddamento a liquido per limitarne la temperatura, come si può vedere in Figura 1.15b. L'accoppiamento elettromagnetico del sistema è molto elevato, grazie alla presenza di due array magnetici (uno superiore e uno inferiore) e alla particolare disposizione dei magneti, denominata "Halbach". La particolarità di questa disposizione consiste nell'affiancare ai magneti assiali dei magneti radiali, orientandoli come in Figura 1.15a.

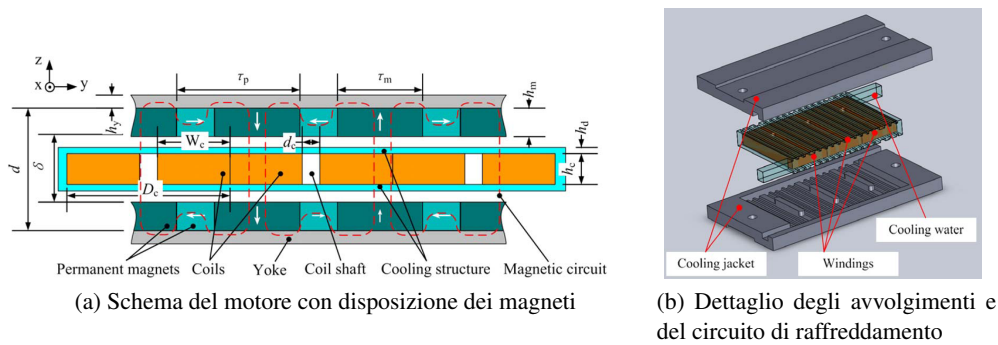


Figura 1.15: Motore ironless con doppio array di Halbach [12]

In questo modo si viene a creare una asimmetria nel campo magnetico, che viene indirizzato solo su un lato dell'array magnetico (in questo caso quello interno, dove sono posizionati gli avvolgimenti elettrici). Sul lato esterno di entrambi gli array magnetici, viene posizionata una lastra in materiale ferromagnetico, con lo scopo di guidare il flusso magnetico nel passaggio tra magneti adiacenti, evitando perdite dovute alla propagazione del campo magnetico in aria. Si sottolinea che in questo caso, lo strato di ferro incrementa le prestazioni senza portare svantaggi: il fenomeno delle correnti parassite non si verifica, perchè non si ha movimento relativo tra i magneti e la lastra di ferro.

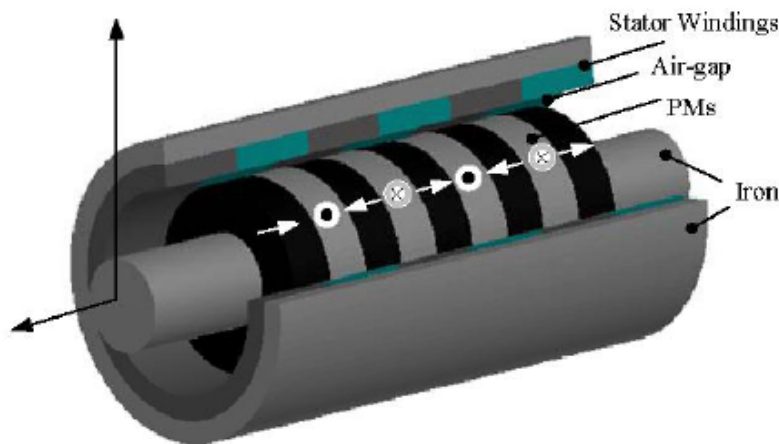


Figura 1.16: Motore tubolare iron core con array di Halbach [5]

La disposizione di magneti Halbach viene utilizzata per aumentare l'accoppiamento elettromagnetico anche nei motori tubolari (tubular permanent-magnet linear motor o in breve TPMLM), come si può vedere in Figura 1.16. Questo motore, ha la stessa struttura di un generatore iron core di tipo slotless (si noti la somiglianza con lo smorzatore in Figura 1.13), ad eccezione degli anelli ferromagnetici del traslatore, sostituiti in questo caso con anelli magnetici radiali per incrementare l'intensità del campo magnetico in corrispondenza degli avvolgimenti elettrici.

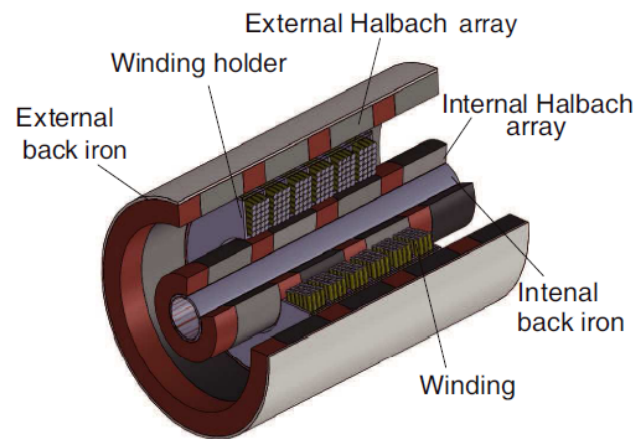


Figura 1.17: Motore tubolare ironless con doppio array di Halbach [22]

In Figura 1.17 è riportato un motore tubolare ironless che presenta un doppio array di Halbach, analogamente al motore in Figura 1.15. L'oggetto di studio di questo motore è l'influenza del materiale ferromagnetico sul lato inattivo dell'array magnetico, che in questo caso è cilindrico e viene denominato "back iron". Da una analisi della distribuzione del campo magnetico, si è visto che la presenza di questi elementi in ferro a contatto con i magneti, aumenta l'intensità del campo magnetico in corrispondenza degli avvolgimenti, aumentando le prestazioni del motore.

Capitolo 2

Stima della potenza recuperabile dal sistema

2.1 Modello harvester elettromagnetico

Viene presentato ora un modello analitico semplificato sull'energy harvesting di tipo elettromagnetico [7] [17] [23], per la stima della potenza elettrica recuperata dal dispositivo. Il modello, basato su semplici equivalenze energetiche, è in grado di descrivere in modo completo il fenomeno di conversione energetica. È proprio per la sua semplicità, è adatto a stimare la potenza recuperabile dal sistema nelle diverse configurazioni ipotizzate. Lo svantaggio di questo modello è che non rappresenta fisicamente l'accoppiamento tra il sistema meccanico e il sistema elettrico, e per questo motivo non può essere adottato per la progettazione del generatore.

2.1.1 Potenza meccanica convertita

In Figura 2.1 il generatore è schematizzato come un sistema vibrante a un grado di libertà di massa m , rigidità k , e smorzamento meccanico r_m , forzato tramite uno spostamento di vincolo z che rappresenta la vibrazione in ingresso. La coordinata x rappresenta lo spostamento assoluto della massa; si sceglie come grado di libertà libero del modello lo spostamento relativo $y = x - z$, vincolato inferiormente e superiormente dall'alloggiamento del dispositivo, di altezza complessiva L .

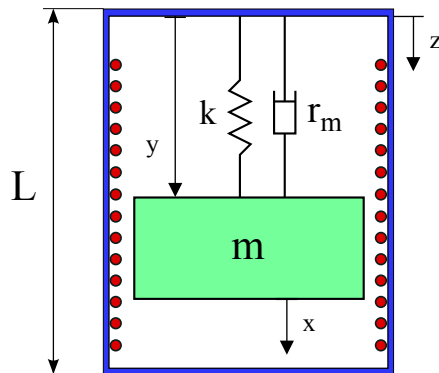


Figura 2.1: Modello semplificato di un generatore elettromagnetico

La conversione dell'energia cinetica in energia elettrica è opera degli avvolgimenti che interagiscono con la dinamica del sistema meccanico frenando la massa m .

L'effetto frenante, risultato dell'interazione elettromagnetica tra gli avvolgimenti e i magneti, è modellato tramite uno smorzamento viscoso equivalente r_{el} , che agisce in parallelo allo smorzamento meccanico, come rappresentato in Figura 2.2. Lo smorzamento complessivo del sistema è quindi dato dalla somma dei due:

$$r = r_m + r_{el} \quad (2.1)$$

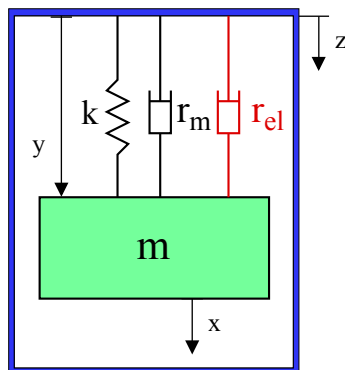


Figura 2.2: Effetto degli avvolgimenti elettrici nel dominio meccanico

L'equazione di moto del sistema, ricavabile dall'equilibrio dinamico delle forze in gioco, è descritta da:

$$m\ddot{y} + r\dot{y} + ky = -m\ddot{z} \quad (2.2)$$

Per quanto detto, la potenza meccanica convertita nel dominio elettrico è pari alla potenza associata alla forza viscosa elettrica $F_{el} = r_{el}\dot{y}$:

$$P_{el} = F_{el}\dot{y} = r_{el}\dot{y}^2 \quad (2.3)$$

Passando nel dominio delle frequenze, ipotizzando un'eccitazione armonica con pulsazione Ω :

$$z(t) = Z \sin(\Omega t) \quad (2.4)$$

si ricava dalla 2.2 la funzione di trasferimento tra la vibrazione in ingresso e lo spostamento relativo conseguente:

$$\frac{Y}{Z} = \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2\right] + i2h\left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)} \quad (2.5)$$

dove con h si indica lo smorzamento adimensionale:

$$h = h_m + h_{el} \quad (2.6)$$

e analogamente al noto smorzamento adimensionale meccanico $h_m = r_m/2m\omega_0$, si introduce lo smorzamento adimensionale elettrico:

$$h_{el} = \frac{r_{el}}{2m\omega_0} \quad (2.7)$$

Dall'espressione 2.5 la potenza elettrica può essere espressa, in valore assoluto, in funzione dell'ampiezza della vibrazione in ingresso Z :

$$|P_{el}(\Omega)| = r_{el} \frac{\Omega^6}{\omega_0^4 \left[\left(1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2h\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2 \right]} Z^2 \quad (2.8)$$

Tipicamente, la frequenza propria del sistema non smorzato $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ è tarata sulla frequenza propria della vibrazione in ingresso per amplificare le oscillazioni della massa m . In condizioni di risonanza, l'espressione 2.8 si riduce a:

$$|P_{el}(\omega_0)| = r_{el} \frac{\omega_0^2}{4h^2} Z^2 = \frac{m\omega_0^3 h_{el}}{2(h_m + h_{el})^2} Z^2 \quad (2.9)$$

che può essere riscritta in funzione dell'accelerazione imposta $A_{in} = |\ddot{z}| = \omega_0^2 Z$ come:

$$|P_{el}(\omega_0)| = \frac{mh_{el}}{2\omega_0(h_m + h_{el})^2} A_{in}^2 \quad (2.10)$$

L'analisi dell'espressione trovata mostra un insolito legame fra il dominio meccanico e quello elettrico: si può dimostrare infatti che la potenza convertita nel dominio elettrico in condizioni di risonanza è massima quando lo smorzamento elettrico è pari allo smorzamento meccanico. Tenuto conto che lo smorzamento meccanico deve essere mantenuto basso per massimizzare l'energia della vibrazione in ingresso, si conclude che in generale sono da

preferire sistemi oscillanti con un basso smorzamento complessivo, caratterizzati da grandi amplificazioni dinamiche.

Esprimendo l'accelerazione in ingresso come funzione del tempo, si ottiene l'andamento della potenza elettrica:

$$P_{el}(t) = |P_{el}(\omega_0)| \sin^2(\Omega t) \quad (2.11)$$

La potenza elettrica media \bar{P}_{el} si ottiene dalla risoluzione dell'integrale di $P_{el}(t)$ in un periodo $T = \frac{2\pi}{\Omega}$:¹

$$\bar{P}_{el} = \frac{1}{T} \int_0^T |P_{el}(\omega_0)| \sin^2(\Omega t) dt = \frac{|P_{el}(\omega_0)|}{2} \quad (2.12)$$

2.1.2 Potenza elettrica recuperata

Nella realtà, non tutta la potenza meccanica convertita in potenza elettrica viene recuperata: una parte viene inevitabilmente dissipata negli avvolgimenti elettrici per effetto Joule. Per capire meglio questo aspetto, è necessario approfondire il fenomeno elettromagnetico.

Si introduce il coefficiente di accoppiamento elettromagnetico o elettromeccanico K_{el} : questo termine è responsabile della mutua interazione tra il dominio meccanico e il dominio elettrico. In particolare, il coefficiente K_{el} , lega la tensione indotta negli avvolgimenti E alla velocità relativa dei magneti \dot{y} :

$$E = K_{el}\dot{y} \quad (2.13)$$

La tensione indotta genera il passaggio di corrente I nel circuito degli avvolgimenti elettrici, che a sua volta genera la forza viscosa elettrica F_{el} , legata sempre dal coefficiente K_{el} tramite:

$$F_{el} = K_{el}I \quad (2.14)$$

Per la stima del coefficiente K_{el} viene spesso utilizzata l'espressione semplificata [3]:

$$K_{el} = N_s l_s B_{av} \quad (2.15)$$

In cui N_s è il numero totale di avvolgimenti, l_s è la lunghezza di un avvolgimento e B_{av} è la densità di flusso magnetico media in prossimità degli avvolgimenti, ipotizzata a priori o valutata tramite una analisi magnetostatica agli elementi finiti.

In Figura 2.3 è schematizzato il circuito elettrico formato dagli avvolgimenti e dal carico, ovvero l'elemento che provvede a estrarre e accumulare l'energia elettrica. Gli avvolgimenti

¹l'integrale può essere semplicemente risolto tenendo conto dell'identità trigonometrica: $\sin^2(\Omega t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\Omega t)$

sono rappresentati tramite un generatore ideale di tensione E , in serie a una resistenza R_C , mentre il carico è rappresentato da una resistenza R_L .

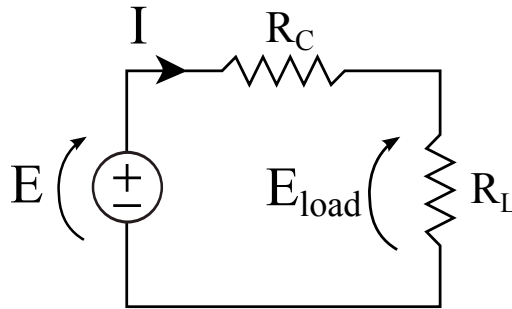


Figura 2.3: Circuito elettrico semplificato

La resistenza degli avvolgimenti può essere calcolata dalla seconda legge di Ohm:

$$R_C = \rho \frac{l_{tot}}{S} \quad (2.16)$$

dove ρ è la resistività del rame, l_{tot} è la lunghezza totale degli avvolgimenti e S è la sezione del conduttore di rame utilizzato, di diametro d_c .

In questa sede si trascura l'impedenza dovuta all'induttanza degli avvolgimenti; in generale, finché questa rimane piccola rispetto alla resistenza non vi sono problemi, nel Capitolo 3 verrà approfondito cosa accade in caso contrario.

Non essendo presente nessun elemento dinamico nel circuito elettrico, la corrente può essere semplicemente calcolata dalla prima legge di Ohm, tenendo conto della 2.13 :

$$I = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{K_{el}\dot{y}}{R_C + R_L} \quad (2.17)$$

A questo punto, tramite la 2.17, la forza viscosa elettrica può essere espressa in funzione della velocità:

$$F_{el} = \frac{K_{el}^2 \dot{y}}{R_C + R_L} \quad (2.18)$$

e quindi si ricava l'espressione dello smorzamento elettrico:

$$r_{el} = \frac{K_{el}^2}{R_C + R_L} \quad (2.19)$$

Si osserva come lo smorzamento elettrico dipenda, oltre che dal coefficiente di accoppiamento elettromagnetico, funzione della geometria di magneti e avvolgimenti, anche dalla resistenza complessiva del circuito, che dipende dal circuito di estrazione e accumulo adottato.

A questo punto si esprime la potenza elettrica come prodotto di tensione e corrente, definiti in 2.13 e 2.17: riconoscendo lo smorzamento elettrico r_{el} appena introdotto, si arriva alla medesima espressione della potenza definita inizialmente in 2.3.

$$P_{el} = EI = \frac{K_{el}^2 \dot{y}^2}{R_C + R_L} = r_{el} \dot{y}^2 \quad (2.20)$$

Questa potenza, come già detto, rappresenta l'intera potenza convertita dal dominio meccanico a quello elettrico; la potenza elettrica recuperata è solamente quella entrante nel circuito di estrazione e accumulo, rappresentato tramite la resistenza del carico R_L .

La potenza elettrica recuperata è quindi il prodotto della tensione del carico per la corrente:

$$P_{el,load} = E_{load} I \quad (2.21)$$

dove la tensione del carico E_{load} si ricava dalla legge di Kirchhoff delle tensioni:

$$E_{load} = E \frac{R_L}{R_L + R_C} \quad (2.22)$$

La potenza recuperata assume quindi la forma:

$$P_{el,load} = EI \frac{R_L}{R_L + R_C} = P_{el} \frac{R_L}{R_L + R_C} \quad (2.23)$$

In conclusione, sostituendo la 2.10 e la 2.12 si ottiene l'espressione della potenza media recuperata dal dispositivo:

$$\bar{P}_{el,load} = \frac{mA_{in}^2 h_{el}}{4\omega_0 (h_m + h_{el})^2} \frac{R_L}{R_L + R_C} \quad (2.24)$$

dove, alla luce della 2.19 e della 2.15, lo smorzamento elettrico adimensionale h_{el} definito in 2.7 assume la forma:

$$h_{el} = \frac{1}{2m\omega_0} \frac{(N_s l_s B_{av})^2}{R_C + R_L} \quad (2.25)$$

In generale, per la presenza della resistenza del carico R_L nelle due espressioni 2.24 e 2.25, la potenza recuperata non è più massima per $h_{el} = h_m$. Tuttavia per gli alti valori tipicamente associati alla resistenza del carico si può assumere:

$$\frac{R_L}{R_L + R_C} \simeq 1 \quad (2.26)$$

E quindi di nuovo la potenza è massima quando lo smorzamento elettrico è pari allo smorzamento meccanico.

Per un generatore iron core, o ancora peggio per uno smorzatore elettromagnetico, lo smorzamento elettrico definito dalla 2.25 è soltanto una parte e bisogna introdurre nel modello l'effetto aggiuntivo delle correnti parassite.

Nell'ipotesi di generatore air core, e più in generale se non c'è movimento relativo tra materiale conduttore nelle vicinanze dei magneti e i magneti stessi, si può ritenere che la corrente negli avvolgimenti elettrici sia l'unica corrente indotta dal campo magnetico, e

perciò lo smorzamento complessivo del sistema è dato dallo smorzamento meccanico più quello elettrico definito dalla 2.25 .

Si osserva come, rielaborando la 2.24 tenendo conto della 2.25, si arriva a un'espressione della potenza che mostra il legame con le grandezze elettriche di maggior rilevanza, ovvero il numero di spire N_s e la resistenza del carico R_L :

$$\bar{P}_{el,load}(N_s, R_L) = \frac{m^2 A_{in}^2 (N_s l_s B_{av})^2 R_L}{2 \left[r_m (R_L + R_C) + (N_s l_s B_{av})^2 \right]^2} \quad (2.27)$$

Dall'analisi della 2.27 si vede che il comportamento dinamico del dispositivo è funzione delle caratteristiche del circuito di estrazione dell'energia (ovvero del carico R_L) e del numero di spire adottato N_s ; il primo parametro è definito a posteriori, a seguito del progetto dei reali componenti elettrici-elettronici a valle degli avvolgimenti, mentre il numero di spire è una variabile libera, scelta in modo da massimizzare la potenza recuperata nel rispetto dei vincoli imposti dall'applicazione.

2.2 Applicazione al braccio

2.2.1 Configurazione trasversale

La Figura 2.4 mostra il braccio per la distribuzione di calcestruzzo (configurazione chiusa) in cui si intende disporre il generatore elettromagnetico.

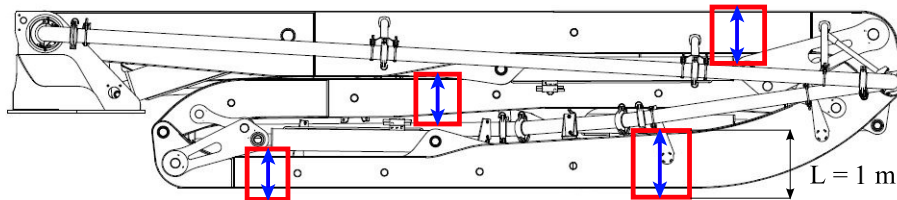


Figura 2.4: Applicazione del generatore trasversale

Ipotizzando di inserire il generatore in posizione trasversale ad ogni tronco (ovvero nella direzione principale della vibrazione) appare evidente che il vincolo più critico da rispettare è l'ampiezza dell'oscillazione, limitata fisicamente dall'alloggiamento del generatore (di altezza L indicativamente pari a 1 metro). Definita la vibrazione in ingresso $z(t) = Z \sin(\Omega t)$ e considerando un forzamento in risonanza $\Omega = \omega_0$, l'ampiezza dell'oscillazione della massa m si può esprimere in funzione delle due variabili elettriche rielaborando la 2.5 e tenendo conto della 2.25 :

$$Y(N_s, R_L) = \frac{m\omega_0}{r_m + \frac{(N_s l_s B_{av})^2}{R_L + R_C}} Z \quad (2.28)$$

2. Stima della potenza recuperabile dal sistema

L'ampiezza limite di oscillazione, trascurando la lunghezza delle molle, è la metà della corsa disponibile, ovvero $Y_{LIM} = L/2$.

L'ipotesi di considerare il forzamento in risonanza è per garantire che, anche in condizioni di amplificazione massima della vibrazione in ingresso, le oscillazioni non superino il vincolo Y_{LIM} dato dall'alloggiamento del generatore. In generale però, per frequenze del forzamento in ingresso che si discostano dalla frequenza propria del generatore, le ampiezze di oscillazione come la potenza recuperata diminuiscono.

Al fine di ottenere una prima stima della potenza recuperabile si esegue un predimensionamento del generatore. Si ipotizza una massa oscillante m pari a 2 kg e una ampiezza di vibrazione in ingresso Z variabile tra 10 e 40 cm (compatibile con le reali oscillazioni del braccio durante il pompaggio di calcestruzzo); i valori considerati sono riassunti nella Tabella 2.1.

Si procede ora alla stima della potenza recuperata anche se, in questa configurazione caratterizzata da vibrazioni in ingresso elevate combinate a basse corse disponibili, più che il valore assoluto della potenza è interessante studiare l'influenza delle variabili elettriche sulla dinamica e le prestazioni del generatore elettromagnetico, definite rispettivamente dalle espressioni 2.28 e 2.27.

Variabile	Simbolo	Valore	Intervallo
massa oscillante	m [kg]	2	-
vibrazione in ingresso	Z [m]	0,4	0,1 ÷ 0,4
oscillazione limite	Y_{LIM} [m]	0,5	-
pulsazione propria	ω_0 [rad/s]	3,14	-
smorzamento meccanico	h_m [%]	1	-
numero di spire	N_s	500	50 ÷ 1000
lunghezza spira	l_s [m]	0,6	-
densità di flusso media	B_{av} [T]	0,4	-
diametro conduttore	d_c [mm]	1	-
resistenza delle spire	R_C [Ω]	$\simeq 10$	-
resistenza del carico	R_L [k Ω]	5	1 ÷ 500

Tabella 2.1: Valori ipotizzati per la prima stima della potenza recuperata

Si valuta inizialmente l'andamento della potenza media recuperata dal generatore al variare del numero di spire N_s , fissato il valore del carico. Dalla Figura 2.5a si osserva come esista un numero di spire ottimo per massimizzare la potenza recuperata, indipendentemente dall'entità della vibrazione in ingresso.

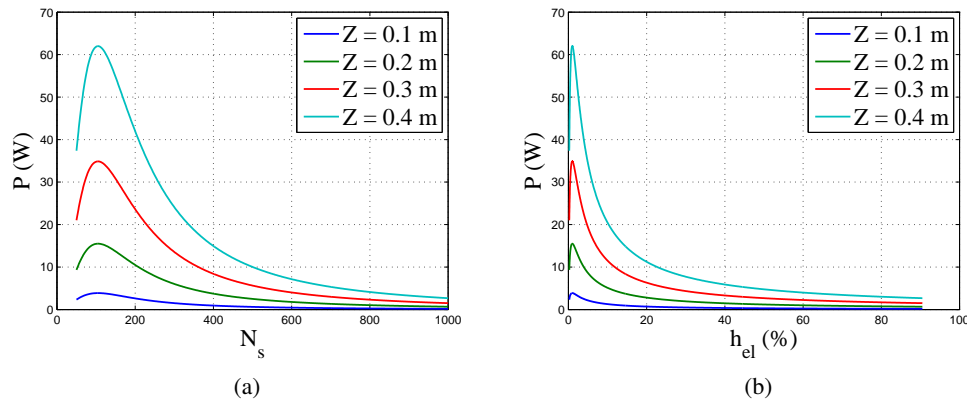


Figura 2.5: Potenza elettrica media al variare del numero di spire (a) e in funzione dello smorzamento elettrico (b)

Mantenendo costante il numero di spire, pari al valore ottimale, si valuta ora l'andamento della potenza media recuperata al variare della resistenza del carico R_L . Analogamente al caso precedente, si nota dalla Figura 2.6a che esiste un valore ottimale del carico che massimizza la potenza, ma le curve in questo caso sono molto più piatte a parità di variazione dello smorzamento elettrico (visibile in Figura 2.6b).

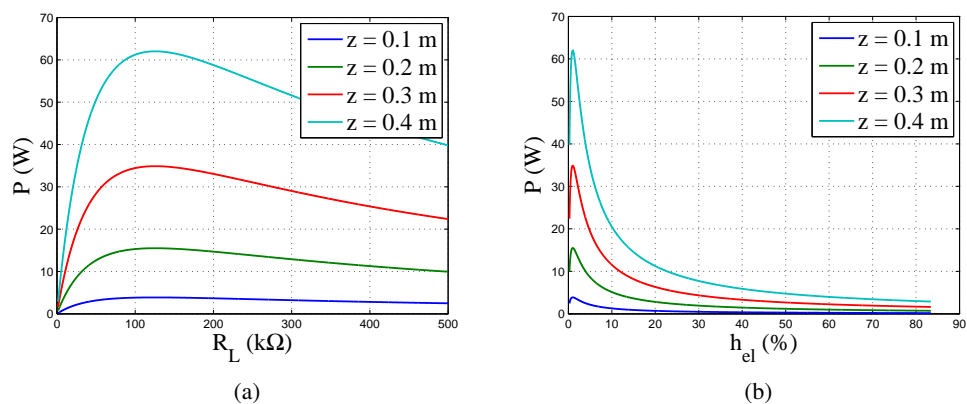


Figura 2.6: Potenza elettrica media al variare della resistenza del carico (a) e in funzione dello smorzamento elettrico (b)

Si può concludere che la potenza recuperata varia principalmente al variare dello smorzamento elettrico, indipendentemente dalle cause che provocano questa variazione. Infatti è possibile aumentare lo smorzamento elettrico allo stesso modo aumentando il numero di spire (e quindi incrementando la tensione indotta negli avvolgimenti) o diminuendo la resistenza del carico (incrementando così direttamente la corrente che circola negli avvolgimenti). In ogni caso, lo smorzamento elettrico ottimale è pari allo smorzamento meccanico anche se non sempre è possibile lavorare nelle condizioni ottimali per il limitato spazio disponibile alle oscillazioni. Per diminuire l'ampiezza delle oscillazioni risulta efficace ele-

2. Stima della potenza recuperabile dal sistema

vare lo smorzamento elettrico, agendo indirettamente sulle due variabili N_s e R_L come si può osservare dalla Figura 2.7 .

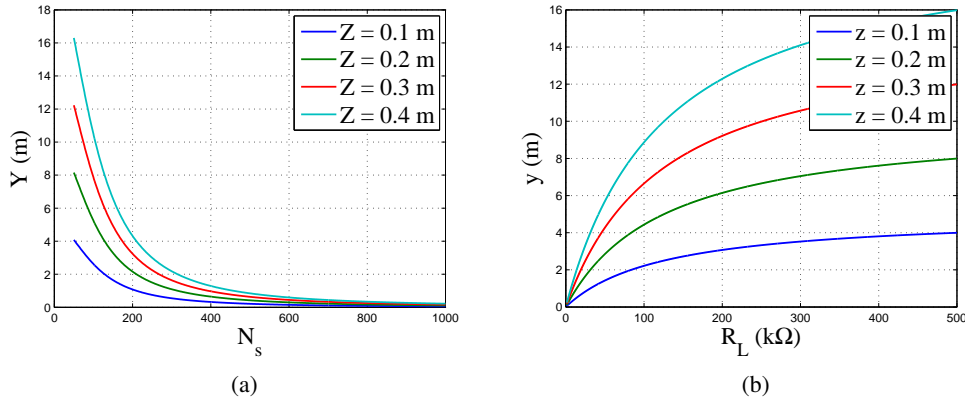


Figura 2.7: Spostamenti massimi al variare (a) del numero di spire e (b) della resistenza del carico

Alternativamente, si potrebbe pensare di diminuire l'ampiezza delle oscillazioni incrementando lo smorzamento meccanico, lasciando inalterato quello elettrico; questa operazione tuttavia porta a grosse perdite di potenza a parità di abbattimento dell'ampiezza di oscillazione. Come si può vedere dall'esempio di Figura 2.8b, lo smorzamento totale del sistema ($h = h_{el} + h_m$) è portato dall'2% a 5%, agendo in un caso solo sullo smorzamento elettrico e nell'altro solo sullo smorzamento meccanico: nel primo caso la potenza decresce del 30% mentre nel secondo caso il calo di prestazioni è dell'80%.

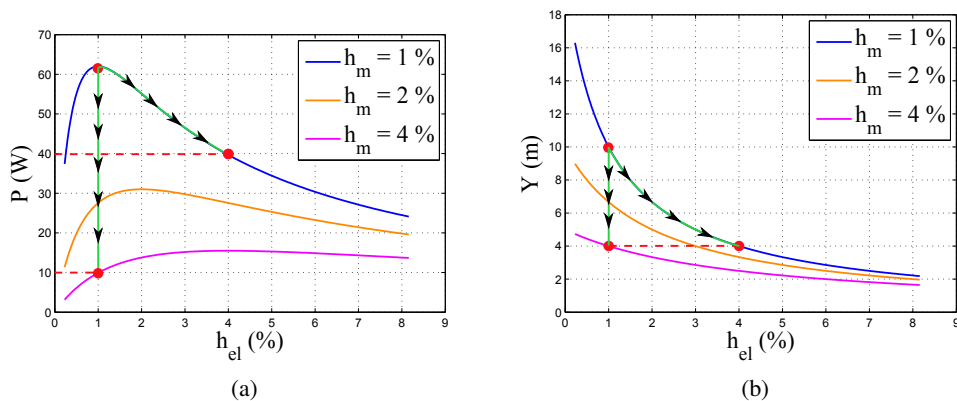


Figura 2.8: Abbattimento degli spostamenti all'aumentare dello smorzamento elettrico o meccanico (b) e effetti sulla potenza elettrica media (a)

Nota l'influenza dei singoli parametri, si valuta l'influenza combinata di N_s e R_L sulla potenza recuperata e sullo spostamento massimo in uscita, ovvero le due funzioni definite in 2.27 e 2.28, considerando un'ampiezza di vibrazione in ingresso pari a $Z = 0,4$ m . In

Figura 2.9a si vede come il numero ottimale di spire sia variabile, e in particolare aumenti all'aumentare della resistenza del carico: in particolare, per quanto detto precedentemente, le zone del grafico caratterizzate dallo stesso valore di potenza sono caratterizzate anche dallo stesso valore di smorzamento elettrico. In Figura 2.9b è rappresentato il rapporto tra l'ampiezza di oscillazione massima e l'ampiezza di oscillazione limite, data dal vincolo dell'alloggiamento del generatore; si vede che, in questa configurazione, la maggior parte dei punti non rispetti tale vincolo in quanto risulta $Y/Y_{LIM} \gg 1$.

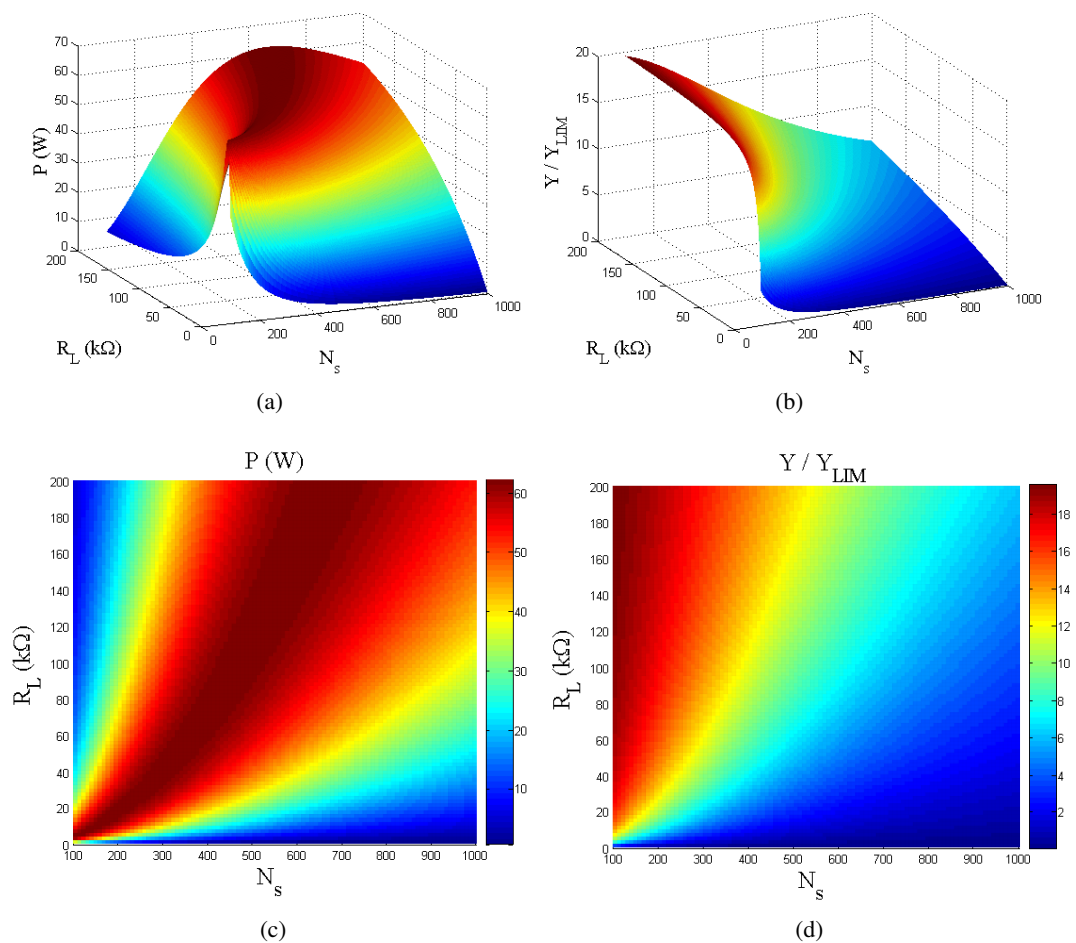


Figura 2.9: Andamenti della potenza elettrica media (a) (c) e degli spostamenti (b) (d) al variare del numero di spire e della resistenza del carico

Per rispettare il vincolo sull'ampiezza di oscillazione massima e stimare la reale potenza recuperata, è necessario lavorare ben fuori dalla regione di ottimo, aumentando lo smorzamento elettrico. Si determinano le coppie di valori di N_s e R_L tali da rispettare il vincolo $Y/Y_{LIM} \leq 1$, dopodichè per quelle coppie di valori si valuta il corrispondente valore di potenza: a questo scopo risultano di facile consultazione le mappe bidimensionali riportate nelle Figura 2.9c e 2.9d

In Tabella 2.2 vengono riassunti i dati relativi alla potenza massima recuperata per i valori considerati e nel rispetto del vincolo descritto. Si può concludere che in questa configurazione e con l'ingresso considerato non si riesce a sfruttare tutto il potenziale del generatore, e la potenza media realmente recuperabile si ferma a circa il 10% di quella ottimale teorica. (62 W ottimali contro i 6 W recuperati)

Variabile	Simbolo	Valore
vibrazione in ingresso	$Z [m]$	0,4
numero di spire finale	N_s	500
resistenza del carico finale	$R_L [k\Omega]$	3
smorzamento elettrico adimensionale	$h_{el} [\%]$	40
potenza media recuperata	$\bar{P}_{el,load} [W]$	6
oscillazione massima	$Y [m]$	0,5
oscillazione limite	$Y_{LIM} [m]$	0,5

Tabella 2.2: Risultati della stima della potenza recuperata

Inoltre, fino a questo momento, si è trascurato il fatto che l'allungamento statico di una molla lineare, per un sistema con una frequenza propria pari a 0,5 Hz, è pari a:

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega_0^2} \simeq 1 \text{ m} \quad (2.29)$$

In funzione della configurazione del braccio e della posizione del generatore, la molla è dunque soggetta a un precarico statico che, nel peggiore dei casi, è pari a 1 metro. Il generatore disposto trasversalmente non è quindi la soluzione migliore per questa applicazione.

2.2.2 Configurazione longitudinale 1° tronco

Dall'analisi effettuata nella sezione precedente si capisce l'importanza dell'ampiezza limite di oscillazione; con l'obiettivo di aumentare la potenza recuperata, il generatore viene ruotato di 90° facendo oscillare i magneti longitudinalmente al braccio. In questo modo aumenta la corsa disponibile e inoltre si pone rimedio al problema della deflessione statica. In questa sezione si vuole studiare il forzamento su una massa oscillante lungo il primo tronco del braccio, come in Figura 2.10. Dato il maggior volume reso disponibile dall'alloggiamento del generatore, l'idea è anche quella di aumentare la massa dei magneti per incrementare la potenza recuperata (si considera una massa di un ordine di grandezza più elevata, pari a 20 kg).

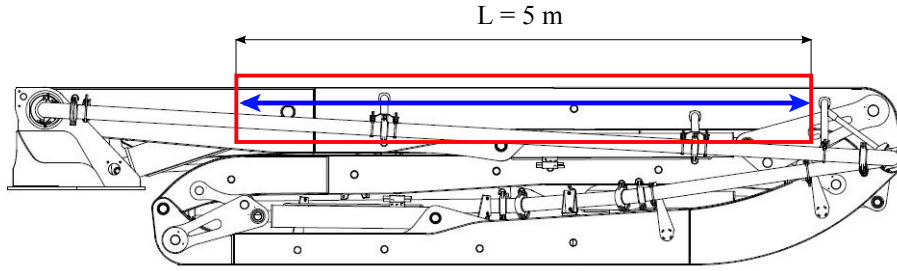


Figura 2.10: Applicazione del generatore longitudinale al 1° tronco

Si introduce il modello dinamico di Figura 2.11, in cui il primo tronco del braccio è rappresentato da un'asta rigida e la massa scorre longitudinalmente ad essa. Per simulare le vibrazioni del braccio si utilizza uno spostamento di vincolo rotazionale impresso all'asta:

$$\vartheta(t) = \vartheta_{v0} \cos(\Omega t) \quad (2.30)$$

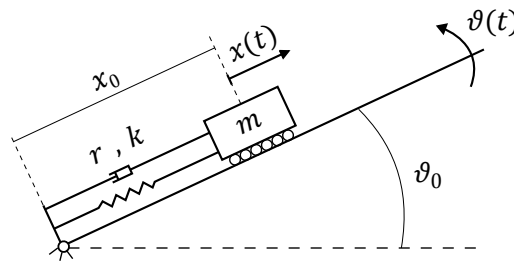


Figura 2.11: Modello dinamico del generatore longitudinale al 1° tronco

L'obiettivo è ricavare lo spostamento longitudinale $x(t)$, in generale formato da una componente statica e una dinamica:

$$x(t) = \Delta l_0 + x_d(t) \quad (2.31)$$

L'equazione di moto del sistema si ricava applicando l'equazione di Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial L}{\partial x} \quad (2.32)$$

In cui le forme di energia necessarie, rispettivamente cinetica, potenziale e dissipativa, sono definite come:

$$\begin{aligned} E_C &= \frac{1}{2} m v_m^2 \\ V &= V_k + V_g = \frac{1}{2} k x^2 + m g h_m \\ D &= \frac{1}{2} r \dot{x}^2 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Allo scopo di definire velocità v_m e quota h_m , necessarie a definire le forme di energia introdotte, si ricavano le coordinate globali della massa m (x_{glob_m} , y_{glob_m}) in funzione dei

gradi di libertà (x, ϑ) e in una generica posizione, come in Figura 2.12:

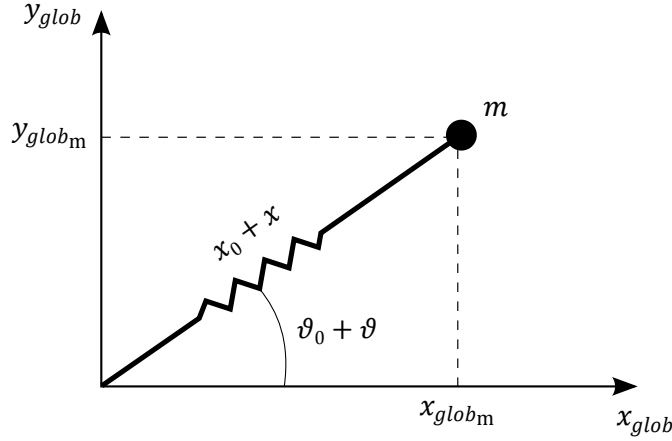


Figura 2.12: Posizione generica del sistema per il calcolo delle variabili cinematiche

$$\begin{cases} x_{glob_m} = (x_0 + x) \cos(\vartheta_0 + \vartheta) \\ y_{glob_m} = (x_0 + x) \sin(\vartheta_0 + \vartheta) \end{cases} \quad (2.34)$$

Derivando nel tempo la 2.34 si ricavano le componenti di velocità della massa m lungo le coordinate assolute :

$$\begin{cases} \dot{x}_{glob_m} = -(x_0 + x) \dot{\vartheta} \sin(\vartheta_0 + \vartheta) + \dot{x} \cos(\vartheta_0 + \vartheta) \\ \dot{y}_{glob_m} = +(x_0 + x) \dot{\vartheta} \cos(\vartheta_0 + \vartheta) + \dot{x} \sin(\vartheta_0 + \vartheta) \end{cases} \quad (2.35)$$

Perciò si ricava la velocità al quadrato necessaria a definire l'energia cinetica:

$$v_m^2 = \dot{x}_{glob_m}^2 + \dot{y}_{glob_m}^2 = (x_0 + x)^2 \dot{\vartheta}^2 + \dot{x}^2 \quad (2.36)$$

e la quota h_m necessaria a definire l'energia potenziale gravitazionale:

$$h_m = y_{glob_m} = (x_0 + x) \sin(\vartheta_0 + \vartheta) \quad (2.37)$$

Il termine cinetico e potenziale dell'equazione di Lagrange sono rispettivamente:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial x} = m\ddot{x} - m(x_0 + x) \dot{\vartheta}^2 \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = kx + mg \sin(\vartheta_0 + \vartheta) \quad (2.39)$$

e l'equazione di moto, che risulta non lineare, è pari a:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + k(\Delta l_0 + x_d) = -mg \sin(\vartheta_0 + \vartheta) + m(x_0 + \Delta l_0 + x_d) \dot{\vartheta}^2 \quad (2.40)$$

I due termini al secondo membro rappresentano la forzante totale sulla massa m , fortemente non lineare e formata rispettivamente da un termine gravitazionale e uno centrifugo.

Allo scopo di linearizzare l'equazione si valuta la posizione di equilibrio statico Δl_0 della massa m , annullando la 2.39 valutata per $x_d = \vartheta = 0$:

$$\Delta l_0 = -\frac{g}{\omega_0^2} \sin(\vartheta_0) \quad (2.41)$$

La massa, come già accennato, non oscilla al centro dell'alloggiamento: considerando la frequenza propria pari a quella del pompaggio $f_0 = 0,5 \text{ Hz}$, la forza gravitazionale si traduce in un precarico statico di compressione delle molle che va da 70 cm a 1 m di lunghezza, considerando rispettivamente $\vartheta_0 = 45^\circ$ e $\vartheta_0 = 90^\circ$. In configurazione longitudinale, merito dell'elevata lunghezza dell'alloggiamento del generatore, questa deflessione statica variabile non costituisce un grosso impedimento per la massa, che sposta semplicemente il centro delle oscillazioni all'interno dell'alloggiamento.

Per una comprensione migliore e la risoluzione dell'equazione di moto, si linearizza il termine non lineare associato alla forza gravitazionale:

$$mg \sin(\vartheta_0 + \vartheta) \simeq mg \sin(\vartheta_0) + mg \cos(\vartheta_0) \vartheta \quad (2.42)$$

E si valuta il termine centrifugo nella condizione di equilibrio statico:

$$m(x_0 + \Delta l_0 + x_d) \dot{\vartheta}^2 \simeq m(x_0 + \Delta l_0) \dot{\vartheta}^2 \quad (2.43)$$

Come si vedrà in seguito, per piccole oscillazioni, questo termine risulta un infinitesimo di secondo ordine e può essere trascurato.

L'equazione di moto linearizzata (nella variabile x) nell'intorno della posizione di equilibrio statico assume la forma:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx_d = -mg \cos(\vartheta_0) \vartheta + m(x_0 + \Delta l_0) \dot{\vartheta}^2 \quad (2.44)$$

Sostituendo a questo punto l'espressione dello spostamento di vincolo definito in 2.30, si caratterizza l'andamento temporale delle due forzanti:

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t) = F_{01} \cos(\Omega t) + F_{02} \sin^2(\Omega t) \quad (2.45)$$

di modulo pari a:

$$\begin{cases} F_{01} = -mg \cos(\vartheta_0) \vartheta_{v0} \\ F_{02} = m(x_0 + \Delta l_0) \Omega^2 \vartheta_{v0}^2 \end{cases} \quad (2.46)$$

La forza centrifuga $F_2(t)$ ha andamento di un seno al quadrato, e per comodità viene riscritta tenendo conto dell'identità trigonometrica: $\sin^2(\Omega t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\Omega t)$

$$F(t) = F_{01} \cos(\Omega t) + \frac{F_{02}}{2} - \frac{F_{02}}{2} \cos(2\Omega t) \quad (2.47)$$

2. Stima della potenza recuperabile dal sistema

A questo punto è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, e calcolare la soluzione $x(t)$ come somma di $x_1(t)$ e $x_2(t)$, risposte del sistema alle singole forzanti $F_1(t)$ e $F_2(t)$:

$$\begin{cases} x_1(t) = \left| \frac{X}{F} \right|_{a=1} F_{01} \cos(\Omega t + \varphi_1) \\ x_2(t) = \frac{F_{02}}{2k} - \frac{F_{02}}{2} \left| \frac{X}{F} \right|_{a=2} \cos(2\Omega t + \varphi_2) \end{cases} \quad (2.48)$$

Dove $\frac{X}{F}$ è la funzione di trasferimento tra la forzante in ingresso e lo spostamento in uscita dal sistema, con $a = \Omega_F/\omega_0$ rapporto tra la frequenza della forzante e la frequenza propria del sistema:

$$\frac{X}{F} = \frac{1/k}{(1 - a^2) + i2ha} \quad (2.49)$$

Si osserva come le due forzanti abbiano pulsazioni diverse, rispettivamente pari a Ω e 2Ω , e quindi vengono filtrate diversamente dal sistema meccanico. Per ottenere uno spostamento massimo in uscita, bisogna capire quale delle due forzanti sia di entità maggiore e tarare di conseguenza la frequenza propria del sistema.

In Tabella 2.3 si riportano i valori utilizzati per il calcolo di F_{01} e F_{02} mentre in Figura 2.13 è rappresentato l'andamento delle due forzanti in un periodo di oscillazione.

Ω [rad/s]	m [kg]	ϑ_0 [gradi]	ϑ_{v0} [gradi]	x_0 [m]	F_{01} [N]	F_{02} [N]
3,14	20	45	2	6	$\simeq 5$	$\simeq 1$

Tabella 2.3: Valori assunti per il calcolo delle due forzanti

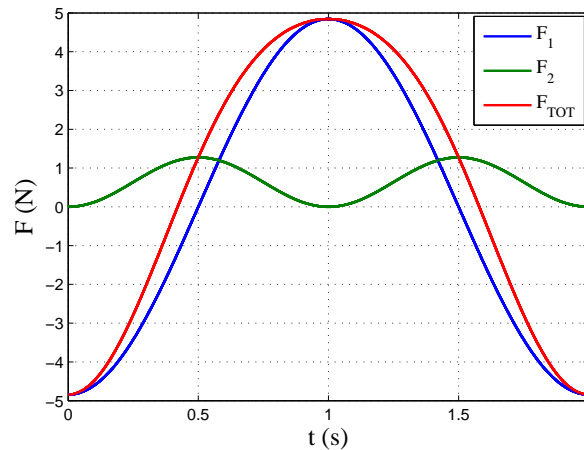


Figura 2.13: Andamento temporale delle due forzanti

Come ci si aspettava il termine centrifugo apporta un contributo minimo alla forzante totale; la sua componente dinamica è circa il 10% rispetto alla forzante F_1 . Quindi si tara

la frequenza propria del sistema alla frequenza della forzante gravitazionale, ovvero alla frequenza della vibrazione in ingresso:

$$\omega_0 = \Omega \quad (2.50)$$

A questo punto la risposta del sistema soggetto alla forzante F_2 è trascurabile poichè si trova in zona sismografica, e la risposta del sistema coincide con la risposta alla forzante F_1 .

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \simeq x_1(t) = \left| \frac{X}{F} \right|_{a=1} F_{01} \cos(\Omega t) \quad (2.51)$$

Si sottolinea che lo spostamento $x(t)$ è già lo spostamento della massa m rispetto all'alloggiamento, necessario al calcolo della potenza elettrica. Tenendo conto che la lunghezza del primo tronco del braccio è di circa 8 metri, posizionando inizialmente la massa a una distanza $x_0 = 6 \text{ m}$ e tenendo conto che nel peggiore dei casi la deflessione statica è pari a 1 metro, si pone come limite alle oscillazioni della massa $Y_{LIM} = 2 \text{ m}$. Ovvero si ipotizza un alloggiamento del generatore indicativamente pari a:

$$L = 2Y_{LIM} + \Delta l_{0MAX} = 5 \text{ m} \quad (2.52)$$

Per determinare la potenza elettrica potenzialmente recuperabile in questa configurazione, si valutano spostamenti e potenza aumentando progressivamente il numero di spire e fissando la resistenza del carico. In Figura 2.14 si riporta l'andamento delle due grandezze, dove in rosso viene evidenziata la curva relativa al numero ottimo di spire; i valori ottenuti sono riassunti nella Tabella 2.4.

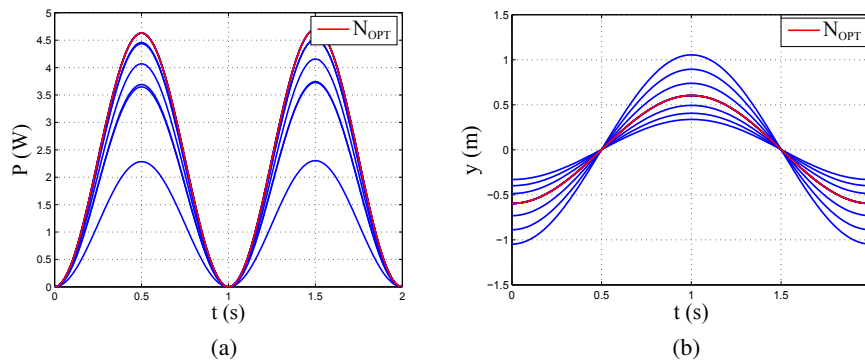


Figura 2.14: Andamento temporale (a) della potenza elettrica e (b) degli spostamenti della massa

Variabile	Simbolo	Valore
massa oscillante	$m [kg]$	20
pulsazione propria	$\omega_0 [rad/s]$	3,14
smorzamento meccanico adimensionale	$h_m [\%]$	1
numero di spire (ottimale)	N_s	250
resistenza del carico	$R_L [k\Omega]$	3
smorzamento elettrico adimensionale	$h_{el} [\%]$	1
potenza media recuperata (ottimale)	$\bar{P}_{el,load} [W]$	2
oscillazione massima	$Y [m]$	0,6
oscillazione limite	$Y_{LIM} [m]$	2

Tabella 2.4: Dati utilizzati per la nuova stima della potenza recuperata

Si osserva come la potenza elettrica ottimale sia piccola considerata l'elevata massa adottata e i valori di potenza massima stimati precedentemente; questo fatto è dovuto alle oscillazioni contenute della massa, ben al di sotto del vincolo dell'oscillazione limite. Il problema risiede nell'entità ridotta del forzamento, che si crea solo per le piccole variazioni della forza gravitazionale. In questo caso, come si può vedere dallo schema in Figura 2.15, è assente lo spostamento Z_{\parallel} dell'alloggiamento (ovvero dell'asta) nella direzione di oscillazione della massa m , spostamento che dà luogo al forzamento inerziale $m\ddot{z}$ come mostrato nella sezione precedente.

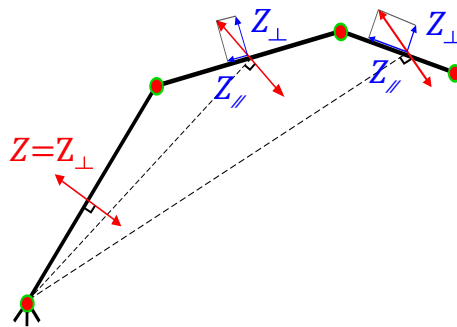


Figura 2.15: Schema degli spostamenti trasversali e longitudinali in diversi tronchi

2.2.3 Configurazione longitudinale 2°, ... , 5° tronco

Dalla Figura 2.15, dove si ipotizzano tronchi indeformabili e vibrazioni indotte da spostamenti rigidi dell'intera struttura, si osserva come il secondo e terzo tronco presentino uno spostamento in direzione longitudinale. Il discorso vale in generale per tutti i tronchi del braccio ad eccezione del primo, e anche rimuovendo l'ipotesi di spostamenti rigidi. Si studia quindi il forzamento su una massa m che oscilla longitudinalmente al secondo tronco come

in Figura 2.17, ma il modello introdotto, con adeguate semplificazioni, vale in generale per tutti i tronchi dal secondo al quinto.

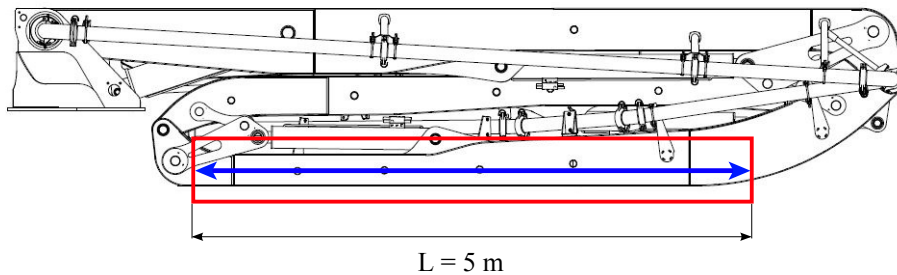


Figura 2.16: Applicazione del generatore longitudinale al 2° tronco

In Figura 2.17 sono schematizzati i primi due tronchi del braccio, rigidamente collegati in una configurazione definita dagli angoli ϑ_0 e α_0 ; si intuisce come quest'ultimo angolo sia la principale differenza fra questo modello e quello relativo al primo tronco descritto nella sezione precedente. Infatti, per posizioni del braccio in cui α_0 è nullo, il forzamento su una massa m oscillante sul secondo tronco è già descritto dal modello precedente.

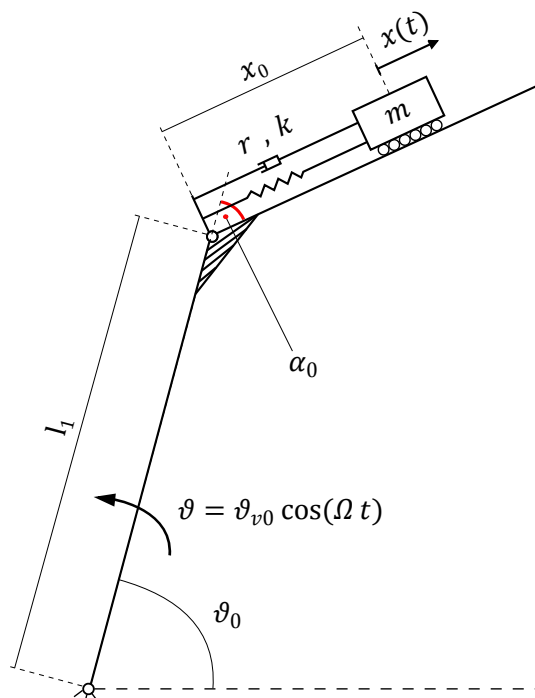


Figura 2.17: Modello dinamico del generatore longitudinale al 2° tronco

Apparte per l'angolo α_0 , il modello è analogo al precedente, e si segue la stessa procedura per ricavare l'equazione di moto. Si calcolano le componenti di spostamento (x_{glob_m}, y_{glob_m}) in una generica configurazione, rappresentata in Figura 2.18:

$$\begin{cases} x_{glob_m} = l_1 \cos(\vartheta_0 + \vartheta) + (x_0 + x) \cos(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) \\ y_{glob_m} = l_1 \sin(\vartheta_0 + \vartheta) + (x_0 + x) \sin(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) \end{cases} \quad (2.53)$$

Derivando in funzione del tempo:

$$\begin{cases} \dot{x}_{glob_m} = -l_1 \dot{\vartheta} \sin(\vartheta_0 + \vartheta) - (x_0 + x) \dot{\vartheta} \sin(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) + \dot{x} \cos(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) \\ \dot{y}_{glob_m} = l_1 \dot{\vartheta} \cos(\vartheta_0 + \vartheta) + (x_0 + x) \dot{\vartheta} \cos(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) + \dot{x} \sin(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) \end{cases} \quad (2.54)$$

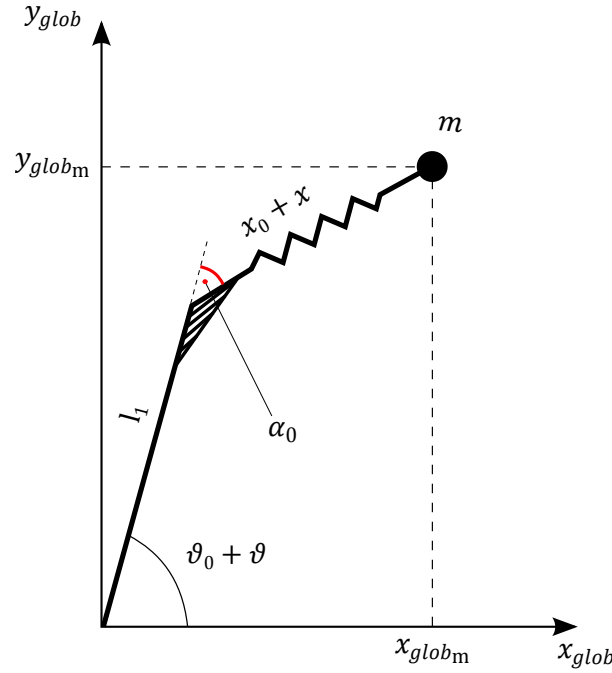


Figura 2.18: Posizione generica del sistema per il calcolo delle variabili cinematiche

si ricava l'espressione della velocità al quadrato:

$$v_m^2 = (x_0 + x)^2 \dot{\vartheta}^2 + \dot{x}^2 + l_1^2 \dot{\vartheta}^2 + 2l_1 \dot{\vartheta}^2 (x_0 + x) \cos \alpha_0 - 2l_1 \dot{x} \dot{\vartheta} \sin \alpha_0 \quad (2.55)$$

necessaria a definire l'energia cinetica:

$$E_C = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \left[l_1^2 + (x_0 + x)^2 \right] \dot{\vartheta}^2 + m l_1 \dot{\vartheta} \left[(x_0 + x) \dot{\vartheta} \cos \alpha_0 - \dot{x} \sin \alpha_0 \right] \quad (2.56)$$

e si calcola il termine cinetico dell'equazione di Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial x} = m \ddot{x} - m (x_0 + x + l_1 \cos \alpha_0) \dot{\vartheta}^2 - m l_1 \ddot{\vartheta} \sin \alpha_0 \quad (2.57)$$

Si nota la somiglianza con i due termini forzanti al secondo membro dell'equazione 2.38 e inoltre, grazie alla presenza dell'angolo α_0 , in questo caso si aggiunge un altro termine che

rappresenta il forzamento inerziale $m\ddot{z}$ dovuto allo spostamento longitudinale dell'asta z_{\parallel} . Quest'ultimo infatti può essere espresso in funzione della rotazione ϑ :

$$z_{\parallel} = \vartheta l_1 \sin \alpha_0 \quad (2.58)$$

Il termine potenziale rimane praticamente invariato:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = kx + mg \sin(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) \quad (2.59)$$

così come la deflessione statica che definisce la posizione di equilibrio:

$$\Delta l_0 = -\frac{g}{\omega_0^2} \sin(\vartheta_0 - \alpha_0) \quad (2.60)$$

L'equazione di moto non lineare assume quindi la forma:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + k(\Delta l_0 + x_d) = -mg \sin(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) + m(x_0 + (\Delta l_0 + x_d) + l_1 \cos \alpha_0) \dot{\vartheta}^2 + ml_1 \ddot{\vartheta} \sin \alpha_0 \quad (2.61)$$

Si procede linearizzando i primi due termini a secondo membro:

$$m(x_0 + (\Delta l_0 + x_d) + l_1 \cos \alpha_0) \dot{\vartheta}^2 \simeq m(x_0 + \Delta l_0 + l_1 \cos \alpha_0) \dot{\vartheta}^2 \quad (2.62)$$

$$mg \sin(\vartheta_0 + \vartheta - \alpha_0) \simeq mg \sin(\vartheta_0 - \alpha_0) + mg \cos(\vartheta_0 - \alpha_0) \vartheta \quad (2.63)$$

Perciò l'equazione di moto linearizzata nell'intorno della posizione di equilibrio definita da Δl_0 diventa:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx_d = -mg \cos(\vartheta_0 - \alpha_0) \vartheta + m(x_0 + \Delta l_0 + l_1 \cos \alpha_0) \dot{\vartheta}^2 + ml_1 \ddot{\vartheta} \sin \alpha_0 \quad (2.64)$$

dove la forzante è dovuta alle variazioni della forza gravitazionale, alla forza centrifuga, e al nuovo termine inerziale relativo allo spostamento longitudinale z_{\parallel} . Sostituendo l'espressione dello spostamento di vincolo impresso definito in 2.30, l'andamento temporale della forzante assume la forma:

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t) + F_3(t) = F_{01} \cos(\Omega t) + F_{02} \sin^2(\Omega t) + F_{03} \cos(\Omega t) \quad (2.65)$$

dove il modulo delle tre componenti è pari a:

$$\begin{cases} F_{01} = -mg \cos(\vartheta_0 - \alpha_0) \vartheta_{v0} \\ F_{02} = m(x_0 + \Delta l_0 + l_1 \cos \alpha_0) \Omega^2 \vartheta_{v0}^2 \\ F_{03} = -ml_1 \Omega^2 \vartheta_{v0} \sin \alpha_0 = -m\Omega^2 Z_{\parallel} \end{cases} \quad (2.66)$$

2. Stima della potenza recuperabile dal sistema

Scomponendo di nuovo la forza centrifuga $F_2(t)$ in una componente statica e dinamica, si ricava l'espressione della forzante dinamica totale $F(t)_{din}$:

$$F(t)_{din} = (F_{01} + F_{03}) \cos(\Omega t) - \frac{F_{02}}{2} \cos(2\Omega t) \quad (2.67)$$

In Tabella 2.5 sono riportati i valori utilizzati per il calcolo delle tre forze e in Figura 2.19 è riportato l'andamento temporale in un periodo di oscillazione. Il termine gravitazionale e il termine centrifugo variano poco rispetto al caso precedente, mentre la nuova forza F_3 è predominante rispetto alle altre due; si nota che a parità di condizioni rispetto al caso precedente (stessa massa oscillante e stesso spostamento di vincolo impresso alla struttura) la forzante totale è un ordine di grandezza superiore.

m [kg]	ϑ_0 [gradi]	α_0 [gradi]	ϑ_{v0} [gradi]	x_0 [m]	l_1 [m]	F_{01} [N]	F_{02} [N]	F_{03} [N]
20	70	40	2	5	8,5	$\simeq 6$	$\simeq 2$	$\simeq 40$

Tabella 2.5: Valori assunti per il calcolo delle tre forzanti

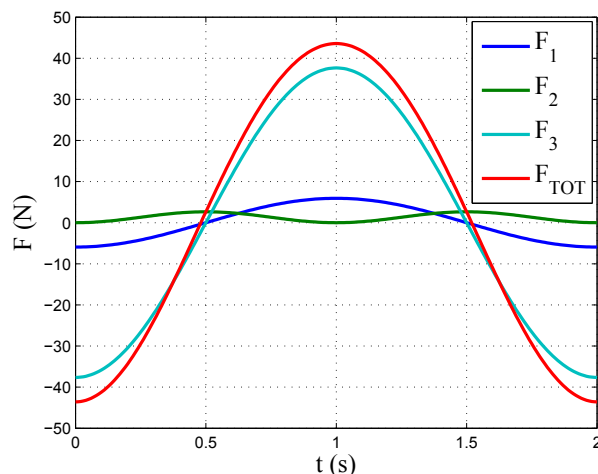


Figura 2.19: Andamento temporale delle tre forzanti

Nell'analisi della forzante si è ipotizzato un generico angolo $\alpha_0 = 40^\circ$, ma come si può constatare dalla Figura 2.20 il modulo della forzante è fortemente variabile in base a tale angolo, anche se il valore ipotizzato rappresenta un buon valore medio, che verrà utilizzato in seguito come riferimento.

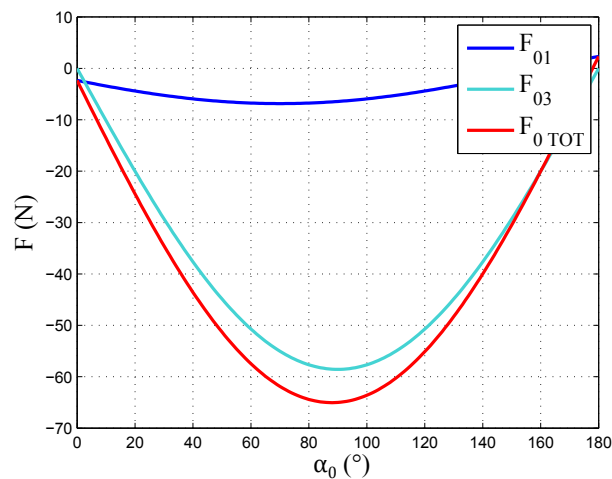


Figura 2.20: Variabilità della forzante rispetto all'angolo relativo tra i due tronchi

Ponendo $\omega_0 = \Omega$ la forza centrifuga è di nuovo trascurabile e la risposta del sistema è approssimabile alla risposta delle forzanti F_1 e F_3 , in fase tra loro:

$$x(t) \simeq x_1(t) + x_3(t) = \left| \frac{X}{F} \right|_{a=1} (F_{01} + F_{03}) \cos(\Omega t) \quad (2.68)$$

A questo punto si valutano le prestazioni del generatore in questa nuova promettente configurazione: in Figura 2.21a si riporta l'andamento della potenza media recuperata in funzione dello smorzamento elettrico. Come nella configurazione trasversale, anche in questo caso è necessario lavorare fuori dalla regione di ottimo, poichè le ampiezze di oscillazione in tale regione sono proibitive, come si può vedere dal confronto con la Figura 2.21b. Malgrado ciò, le potenze recuperate sono di gran lunga superiori rispetto ai casi precedenti, come si vede dai valori riportati in Tabella 2.6.

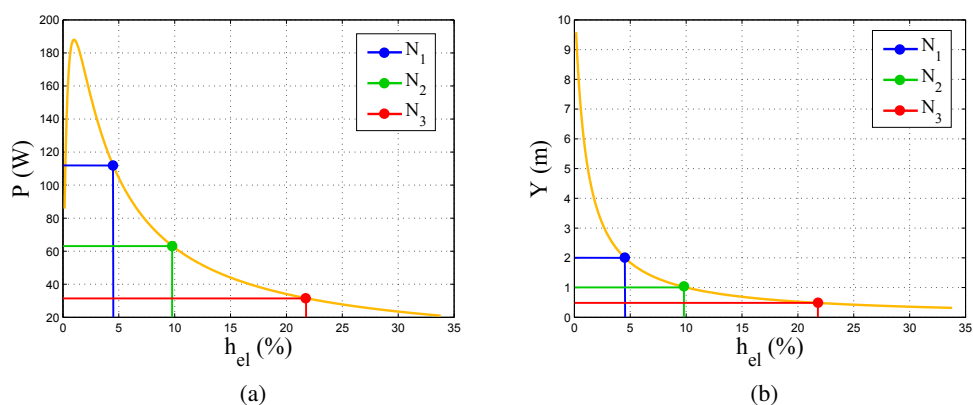


Figura 2.21: Andamento in funzione dello smorzamento elettrico (a) della potenza media e (b) degli spostamenti massimi

In Figura 2.22 vengono riportati gli andamenti nel tempo della potenza media recuperata e

2. Stima della potenza recuperabile dal sistema

degli spostamenti massimi, per tre differenti vincoli sull'ampiezza di oscillazione. In questo caso anche ponendo un limite relativamente basso $Y_{LIM} = 0,5 \text{ m}$, è possibile recuperare circa 30 W di potenza media, mentre considerando un alloggiamento del generatore invariato rispetto al caso precedente (cioè imponendo $Y_{LIM} = 2 \text{ m}$) il generatore arriva a produrre in media 110 W.

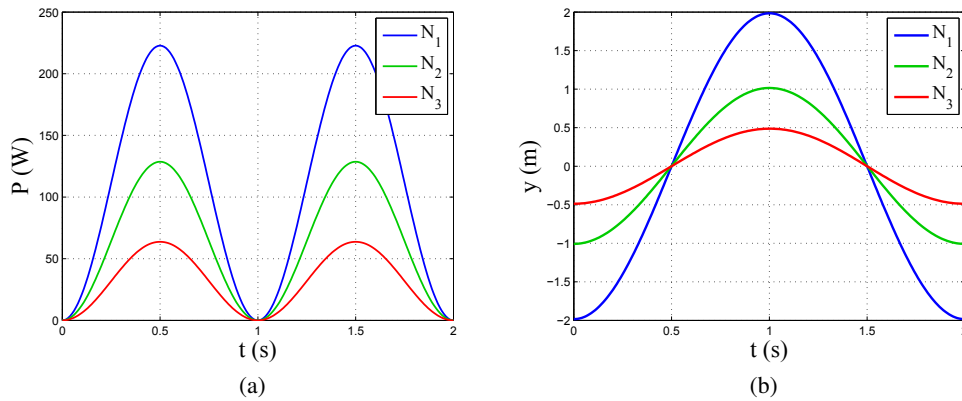


Figura 2.22: Andamento temporale (a) della potenza elettrica e (b) degli spostamenti per tre diversi vincoli sulle dimensioni del generatore

Variabile	Simbolo	Valore	OPT	# 1	# 2	# 3
massa oscillante	m [kg]	20				
pulsazione propria	ω_0 [rad/s]	3, 14				
smorzamento meccanico adimensionale	h_m [%]	1				
resistenza del carico	R_L [k Ω]	3				
numero di spire	N_s		250	500	800	1200
smorzamento elettrico adimensionale	h_{el} [%]		1	4	10	22
potenza media recuperata	$\bar{P}_{el,load}$ [W]		190	110	65	32
oscillazione massima	Y [m]		5	2	1	0,5

Tabella 2.6: Risultati della stima della potenza recuperata per il generatore longitudinale al 2° tronco

Modificando nuovamente l'angolo α_0 si valuta ora la variabilità della potenza che segue dalla variabilità della forzante al variare di tale parametro. A questo scopo, in Figura 2.23a sono riportati gli andamenti della potenza e degli spostamenti in diverse configurazioni del braccio, impostando per ogni caso un numero di spire necessario a garantire spostamenti massimi pari a $Y_{LIM} = 2 \text{ m}$.

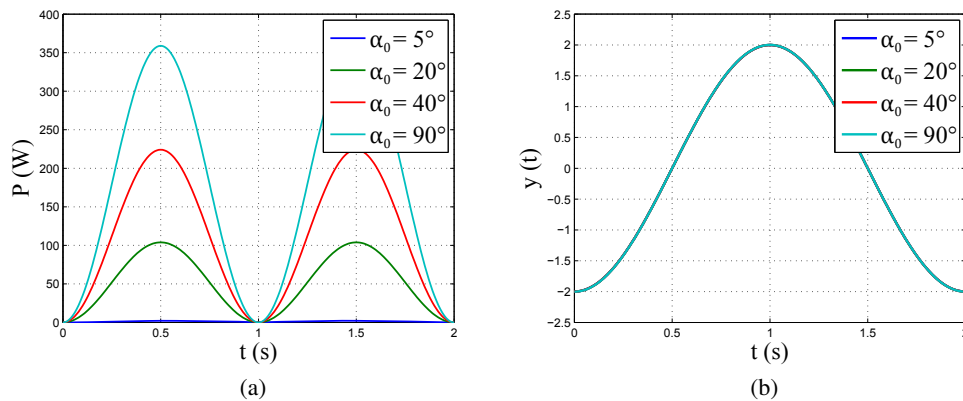


Figura 2.23: Andamento temporale (a) della potenza elettrica e (b) degli spostamenti al variare dell'angolo relativo tra i due tronchi

A questo punto, tornando ai valori di riferimento, si considera variabile l'entità della vibrazione in ingresso, adottando un diverso spostamento di vincolo impresso ϑ_{v0} . Sempre mantenendo uno spostamento massimo di 2 metri si valuta l'andamento temporale della potenza, riportato in Figura 2.24.

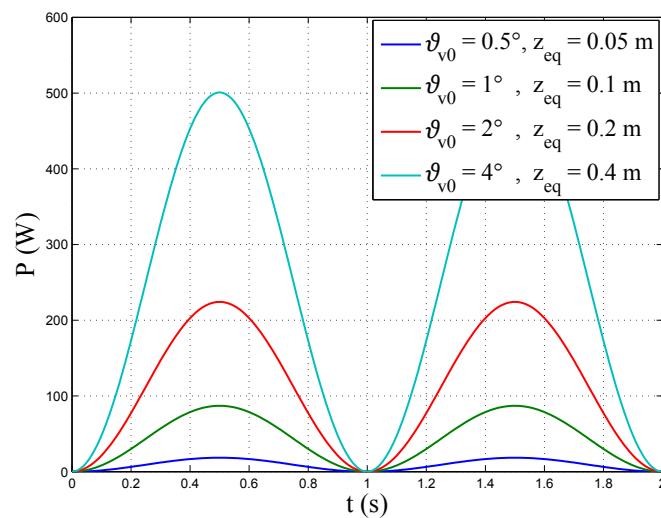


Figura 2.24: Andamento temporale della potenza elettrica al variare della vibrazione in ingresso al generatore

Nella legenda, vengono riportati anche gli spostamenti longitudinali z_{eq} , equivalenti alla rotazione impressa e definiti dalla 2.58.

Questi spostamenti equivalenti permettono di estendere il modello, valido per il secondo tronco, a tutti i tronchi del braccio (eccetto il primo in cui si è già chiarito che non è presente uno spostamento assiale).

2. Stima della potenza recuperabile dal sistema

In particolare, trascurando il forzamento gravitazionale F_1 si può ritenere con buona approssimazione che i valori di potenza mostrati in Figura 2.24, rappresentano le prestazioni di un generatore disposto longitudinalmente a un tronco qualsiasi del braccio, che ha la particolarità di oscillare assialmente della quantità z_{eq} . Ad esempio, un generatore posto sul quinto braccio, il quale oscilla assialmente di 40 cm, produce una potenza di picco dell'ordine dei 500 W con oscillazione della massa interna pari a 2 metri.

Capitolo 3

Modello analitico di un generatore Halbach air core

3.1 Configurazione Halbach esterno

Per le considerazioni fatte nel Capitolo 1, e alla luce dei risultati trovati nel Capitolo 2, si vuole studiare un generatore air core con disposizione di magneti Halbach, oscillante per mezzo di molle elicoidali come rappresentato in Figura 3.1.

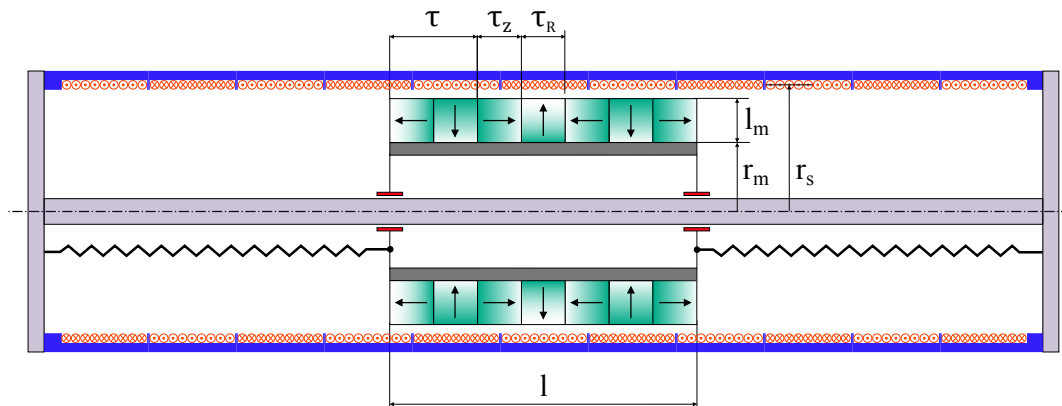


Figura 3.1: Configurazione Halbach esterno

Si definisce la dimensione caratteristica del traslatore, somma delle dimensioni assiali di due magneti adiacenti:

$$\tau = \tau_r + \tau_z \quad (3.1)$$

Questo parametro, come si vedrà nel seguente paragrafo, caratterizza la distribuzione del campo magnetico prodotto dal generatore.

3.2 Modellazione del campo magnetico

Il primo elemento necessario a definire l'accoppiamento elettromagnetico fra statore e traslatore è la distribuzione spaziale della densità di flusso magnetico radiale in condizioni statiche, ovvero senza nessun movimento relativo fra statore e traslatore.

Considerata la assialsimmetria del problema, il campo magnetico è completamente descritto dall'andamento nel piano assiale e radiale, e si presta ad una analisi tramite la teoria dei circuiti magnetici equivalenti per la determinazione del flusso magnetico.

Tale teoria, sfruttando la forte analogia presente fra le grandezze caratteristiche dell'elettromagnetismo e dell'elettrotecnica, arriva a definire un circuito equivalente in cui sono presenti sorgenti di flusso magnetico (analoghe a dei generatori di tensione) e riluttanze (analoghe a delle resistenze elettriche) che simulano rispettivamente la "produzione" di campo magnetico all'interno dei magneti permanenti e la resistenza offerta al passaggio di flusso magnetico nei diversi materiali. Definito il circuito e i suoi elementi si calcola il flusso magnetico (analogo alla corrente elettrica) con le note leggi di Kirchhoff proprie dell'elettrotecnica.

Normalmente una modellazione tramite circuiti magnetici equivalente è adatta nei casi in cui il percorso del flusso magnetico è lineare e ben definito, ad esempio perchè confinato in materiali ad alta permeabilità magnetica come avviene nei trasformatori elettrici.

Nel caso considerato risulta quindi impossibile definire la parte di circuito relativa alla propagazione del campo magnetico in aria; per superare questo problema si utilizza un risultato presente in letteratura [2], descritto nel seguente paragrafo.

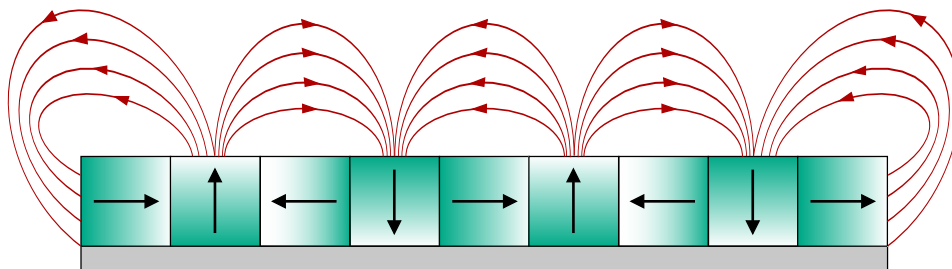


Figura 3.2: Andamento del campo magnetico in aria

3.2.1 Propagazione in aria

Il problema di rappresentare sotto forma di circuito magnetico la propagazione del campo magnetico in aria, viene superato introducendo uno strato esterno di ferro immaginario come in Figura 3.3, posto a una precisa distanza dalla superficie dei magneti, in modo da mantenere la stessa riluttanza tra il sistema reale e il sistema virtuale. In questo modo il flusso magnetico virtuale, calcolato dalla teoria dei circuiti magnetici equivalenti, permette di ricavare la densità di flusso magnetico massima sulla superficie dei magneti per il sistema

reale. A questo punto, data la propagazione libera del campo magnetico, si ipotizza che questo decada esponenzialmente dalla superficie dei magneti.

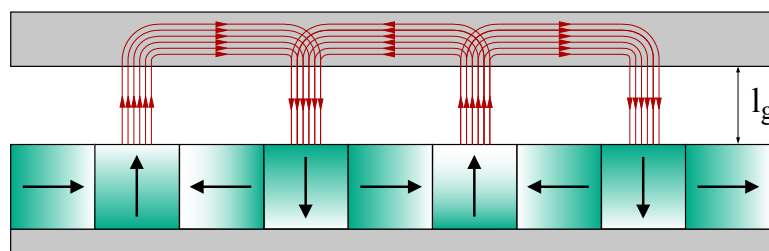


Figura 3.3: Andamento del campo magnetico con strato di ferro immaginario

Lo spessore equivalente, ricavato dall'equazione di diffusione di Laplace e dalla teoria del potenziale magnetico scalare [2], è funzione della geometria dei magneti:

$$l_g = \frac{\tau}{\pi} \quad (3.2)$$

Come già anticipato, si assume che la densità radiale di flusso magnetico B_R sia esponenziale decrescente a partire dalla superficie dei magneti, con la velocità di decadimento che dipende sempre dalla geometria dei magneti tramite lo spessore equivalente l_g :

$$B_R(\tilde{r}) = B_{Rmax} e^{-\frac{\tilde{r}}{l_g}} \quad (3.3)$$

Dove con \tilde{r} si indica la coordinata radiale a partire dalla superficie dei magneti e B_{Rmax} è la densità radiale di flusso magnetico massima sulla superficie dei magneti, calcolata dall'analisi dei circuiti magnetici.

Questa procedura, che sostanzialmente riconduce lo studio del generatore air-core a un generatore fittizio iron core, è stata validata da analisi agli elementi finiti, e si è dimostrata accurata al 90%. Tuttavia, l'intero lavoro si applica a una disposizione di magneti assiali contrapposti; è necessario quindi definire un nuovo circuito magnetico equivalente per tenere conto della disposizione Halbach.

3.2.2 Calcolo della densità di flusso magnetico superficiale

L'analisi tramite circuiti magnetici equivalenti, riferita alla cella elementare evidenziata in Figura 3.4, presenta ancora un certo grado di ambiguità dato dalla difficoltà di individuare a priori il percorso del flusso magnetico all'interno e all'interfaccia dei magneti. Di seguito vengono definiti tre diversi circuiti, si vedrà poi nel Capitolo 4 come l'effettivo andamento del campo magnetico sia una combinazione lineare dei tre circuiti individuati.

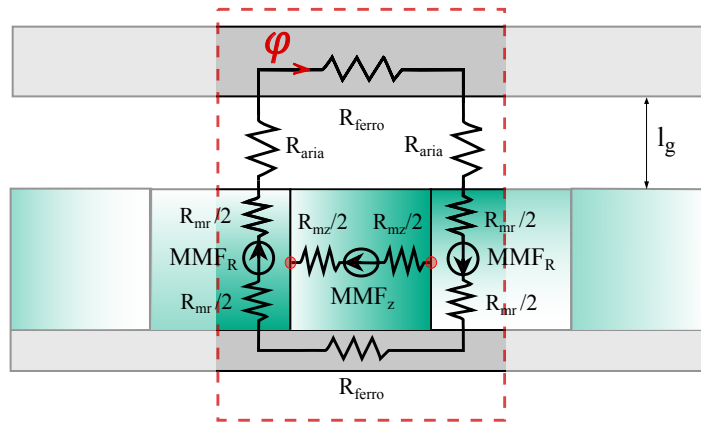


Figura 3.4: Cella elementare e componenti del circuito magnetico

I tre circuiti definiti in Figura 3.5 si differenziano per come il flusso all'interno del magnete assiale si interfaccia con i due magneti radiali adiacenti; le prime due configurazioni rappresentano due condizioni estreme, mentre la terza è intermedia tra le due.

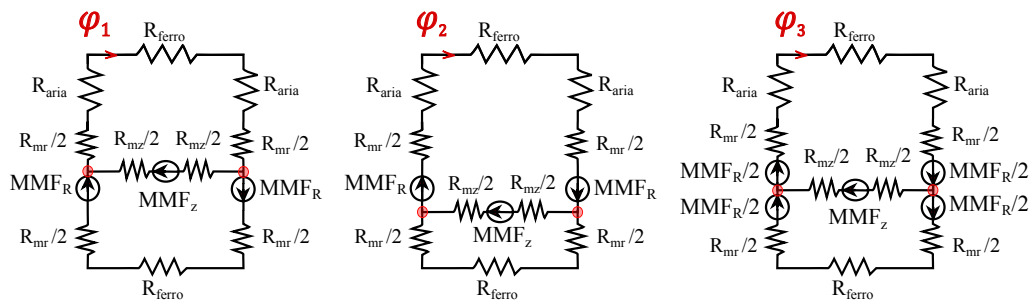


Figura 3.5: I tre possibili circuiti magnetici equivalenti individuati

Riluttanze

Sono definite per ogni materiale attraversato dal flusso come [19]:

$$R_i = \frac{l_i}{\mu_i A_i} \quad (3.4)$$

in cui l_i è la lunghezza del materiale nella direzione di scorrimento del flusso magnetico, A_i è la sezione del materiale perpendicolare al flusso magnetico e $\mu_i = \mu_0 \mu_{ri}$ è la permeabilità magnetica assoluta del mezzo, espressa come prodotto della permeabilità nel vuoto e la permeabilità relativa del mezzo.

La riluttanza del ferro si può ritenere trascurabile per l'elevata permeabilità magnetica rispetto agli altri materiali in gioco.

Per il magnete assiale la riluttanza segue la definizione:

$$R_{mz} = \frac{\tau_z}{\mu_m A_{mz}} \quad (3.5)$$

in cui A_{mz} è l'area della corona circolare formata dal magnete assiale.

Per il magnete radiale e lo spessore equivalente d'aria la riluttanza non è esprimibile direttamente dalla definizione, poichè la sezione perpendicolare al flusso è funzione della coordinata radiale.

Si procede quindi suddividendo il materiale in tanti strati infinitesimi come in Figura 3.6, ad ognuno dei quali è associato una riluttanza infinitesima esprimibile dalla definizione come funzione della coordinata radiale.

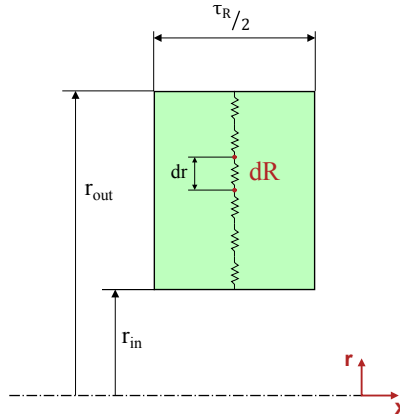


Figura 3.6: Schema per il calcolo della riluttanza radiale

Riprendendo l'analogia elettrica, gli elementi in serie è come se fossero delle resistenze, quindi la riluttanza equivalente può essere ottenuta integrando la riluttanza infinitesima tra il raggio in ingresso e il raggio in uscita:

$$R_{i,eq} = \int_{r_{i,in}}^{r_{i,out}} dR(r) = \int_{r_{i,in}}^{r_{i,out}} \frac{dr}{\mu A(r)} = \int_{r_{i,in}}^{r_{i,out}} \frac{dr}{\mu \tau_r \pi r} = \frac{1}{\mu \pi \tau_r} \ln \left(\frac{r_{i,out}}{r_{i,in}} \right) \quad (3.6)$$

Seguono le riluttanze equivalenti associate al magnete radiale e allo spessore equivalente d'aria:

$$R_{mr,eq} = \frac{1}{\mu_m \pi \tau_r} \ln \left(\frac{r_m + l_m}{r_m} \right) \quad (3.7)$$

$$R_{aria,eq} = \frac{1}{\mu_a \pi \tau_r} \ln \left(\frac{r_m + l_m + l_g}{r_m + l_m} \right) \quad (3.8)$$

Forze magnetomotrici

Sono definite per ogni magnete come l'intensità del campo magnetico H_c per la lunghezza del magnete nella direzione di magnetizzazione:

$$MMF_z = H_c \tau_z = \frac{B_{rem}}{\mu_m} \tau_z \quad (3.9)$$

$$MMF_r = H_c l_m = \frac{B_{rem} l_m}{\mu_m} \quad (3.10)$$

Dove l'intensità del campo magnetico è espressa in funzione dei parametri caratteristici dei magneti permanenti: l'induzione residua B_{rem} e la permeabilità magnetica μ_m .

Si nota che la necessità di definire più circuiti è dovuta anche all'ipotesi di dover concentrare puntualmente la "produzione" di campo magnetico, quando nella realtà è distribuita uniformemente all'interno del magnete.

Definite le seguenti variabili:

$$\begin{aligned} V_1 &= MMF_z \\ V_2 &= 2MMF_r \\ R_1 &= R_{mz} \\ R_2 &= 2R_{aria,eq} + R_{mr,eq} \\ R_3 &= R_{mr,eq} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Si semplificano i tre circuiti equivalenti come in Figura 3.7

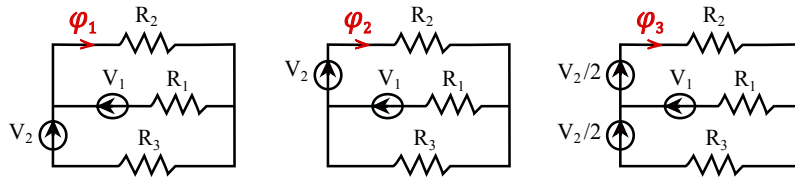


Figura 3.7: Semplificazione dei tre circuiti magnetici

Tramite le leggi di Kirchhoff dei nodi e delle maglie si calcolano le espressioni del flusso magnetico nel ramo che attraversa lo spessore d'aria, indicati in figura come $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ rispettivamente per i tre circuiti:

$$\varphi_i = \frac{\frac{(V_1 + c_i V_2)}{R_1} + \frac{V_2}{R_3}}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3}}, \quad c_i = \{0; 1; 0.5\} \quad (3.12)$$

L'espressione del flusso è formalmente la stessa per i tre circuiti, l'unica differenza risiede nel coefficiente numerico c_i , che pesa l'influenza della forza magnetomotrice associata ai due semi-magneti radiali.

Infine si calcola la densità radiale di flusso magnetico massima sulla superficie dei magneti, dividendo il flusso per la superficie esterna del semi-magnete radiale:

$$B_{Rmax,i} = \frac{\varphi_i}{A_{mr,sup}} = \frac{\varphi_i}{\tau_r \pi (r_m + l_m)} \quad (3.13)$$

Si osserva che la densità di flusso espressa dalla 3.13, a meno delle proprietà dei magneti B_{rem} e μ_m , dipende soltanto dai quattro parametri geometrici τ_r, τ_z, l_m, r_m ; allo scopo di poter fare un confronto fra i tre circuiti magnetici, si definiscono:

τ_r [mm]	τ_z [mm]	l_m [mm]	r_m [mm]
30	30	30	100

Tabella 3.1: parametri geometrici dei magneti

In Figura 3.8 è valutato l'andamento radiale della densità di flusso magnetico per i tre circuiti, normalizzata rispetto alla densità di flusso superficiale $B_{Rmax,3}$ relativa al circuito magnetico intermedio 3. Si osserva come la densità di flusso superficiale relativa ai circuiti estremi (1 e 2), con i parametri geometrici assunti, si discosta di circa il 30% da quella intermedia, utilizzata come riferimento.

La coordinata radiale in ascissa, è normalizzata rispetto allo spessore equivalente l_g : si nota come, in generale, il campo magnetico si annulla dopo una distanza pari a 4 volte lo spessore equivalente.

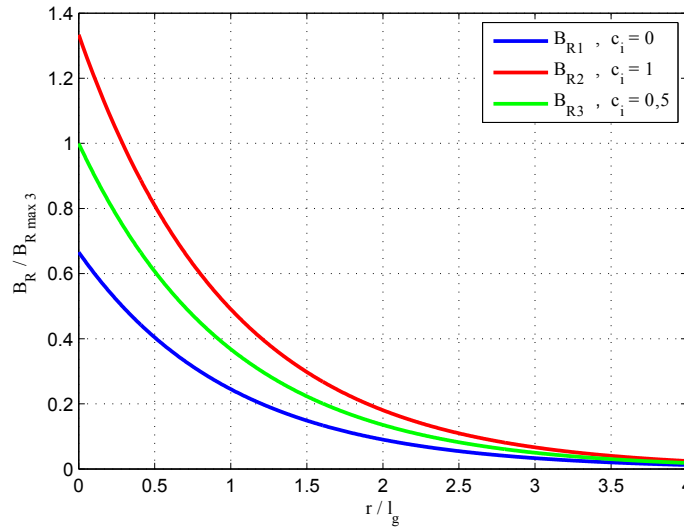


Figura 3.8: Andamento della densità di flusso radiale per i tre circuiti

3.2.3 Distribuzione spaziale del campo magnetico

In generale, per la simmetria assiale del problema, la densità di flusso magnetico è descritta dal vettore \vec{B} :

$$\vec{B} = B_R \vec{r} + B_z \vec{z} \quad (3.14)$$

Dove \vec{r} e \vec{z} definiscono la direzione delle due componenti, rispettivamente radiale e assiale.

Osservando la disposizione dei magneti lungo l'asse del generatore, si nota come questa si ripeta ogni quattro magneti. La direzione di magnetizzazione e quindi la densità di flusso magnetico \vec{B} ruota di 90° tra un magnete e quello adiacente, per tornare alla direzione iniziale a ogni nuovo ciclo di ripetizione. Quindi è ragionevole assumere che l'andamento

assiale della densità di flusso magnetico radiale sia sinusoidale, con periodo spaziale pari a 2τ e modulo funzione della distanza radiale dalla superficie dei magneti:

$$B_R(x, \tilde{r}) = B_R(\tilde{r}) \cos(\omega_x x) \quad (3.15)$$

In cui ω_x è la pulsazione spaziale, pari a:

$$\omega_x = \frac{2\pi}{T_x} = \frac{\pi}{\tau} = \frac{1}{l_g} \quad (3.16)$$

Sostituendo la (3.3) nella (3.15) passando dalla coordinata radiale relativa a quella radiale assoluta, l'espressione completa diventa:

$$B_R(x, r) = B_{Rmax,i} e^{-\frac{(r-r_m-l_m)}{l_g}} \cos\left(\frac{x}{l_g}\right) \quad (3.17)$$

Si deduce che lo spessore equivalente l_g non è soltanto un parametro utile alla risoluzione dei circuiti magnetici, ma caratterizza la distribuzione spaziale del campo magnetico. In Figura 3.9 è rappresentata la distribuzione normalizzata di B_R , valida in generale per ogni tipo di geometria e magneti.

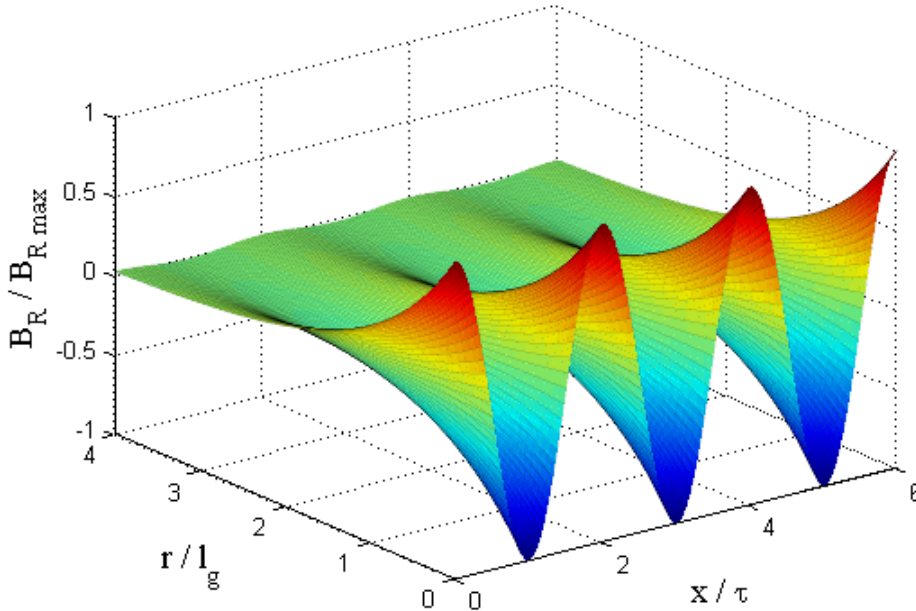


Figura 3.9: Distribuzione spaziale del campo magnetico

3.3 Accoppiamento elettromagnetico

3.3.1 Tensione indotta

Come afferma la legge dell'induzione di Faraday-Lenz, la tensione indotta negli avvolgimenti a seguito del movimento relativo con i magneti, è la variazione nel tempo del flusso concatenato con le spire:

$$E = -\frac{d\Lambda}{dt} \quad (3.18)$$

Il segno negativo ha un significato fisico importante, e si riferisce al fatto che la corrente elettrica, che si instaura nel circuito a seguito della tensione indotta, è sempre tale da creare un campo magnetico opposto a quello generato dai magneti permanenti; il risultato è una forza frenante che si oppone al movimento della massa traslante.

Il flusso concatenato Λ è proporzionale, tramite il numero di spire attive N_a , al flusso magnetico attraverso la superficie individuata dalle spire ϕ :

$$\Lambda = N_a\phi \quad (3.19)$$

Le spire attive sono quelle che risentono del campo magnetico: trascurando gli effetti di bordo agli estremi dell'array magnetico, sono quelle direttamente affacciate all'array magnetico; perciò si possono quantificare come il numero di spire per unità di lunghezza N_1 , detta densità di spire, per la lunghezza dell'array magnetico:

$$N_a = N_1l \quad (3.20)$$

La densità di spire N_1 è un parametro che dipende solo dal diametro del conduttore utilizzato, non dipende quindi dalle caratteristiche del traslatore. Perciò, il flusso concatenato assume la forma:

$$\Lambda = N_1l\phi \quad (3.21)$$

Il flusso magnetico attraverso le spire, analogamente a B_R , è una funzione sinusoidale rispetto alla coordinata assiale:

$$\phi(x) = \phi_{max} \cos\left(\frac{x}{l_g}\right) \quad (3.22)$$

Alla luce della 3.22 la tensione indotta espressa dalla 3.18 viene riportata evidenziando la dipendenza dallo spazio:

$$E = -\frac{d\Lambda}{dx} \frac{dx}{dt} = -N_1l \frac{d\phi(x)}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (3.23)$$

Riconoscendo nel termine dx/dt la velocità relativa tra avvolgimenti e magneti, si ricava l'espressione del coefficiente di accoppiamento elettromagnetico già introdotto nella sezione 2.1.2, che lega la tensione indotta alla velocità relativa dei magneti:

$$K_{el} = -N_1 l \frac{d\phi(x)}{dx} \quad (3.24)$$

Prima di affrontare il calcolo del flusso massimo ϕ_{max} , necessario a definire il coefficiente K_{el} e quindi la tensione indotta, è necessario descrivere come sono avvolte le spire sullo statore.

3.3.2 Inversione degli avvolgimenti

Siccome la densità di flusso magnetico radiale B_R ha andamento sinusoidale, affinché la corrente indotta istantaneamente negli avvolgimenti sia dello stesso segno in tutti i punti del circuito, è necessario invertire periodicamente il senso di avvolgimento delle spire. Gli avvolgimenti sono suddivisi in gruppi collegati in serie, e ogni gruppo comprende N spire come si vede dalla Figura 3.10.

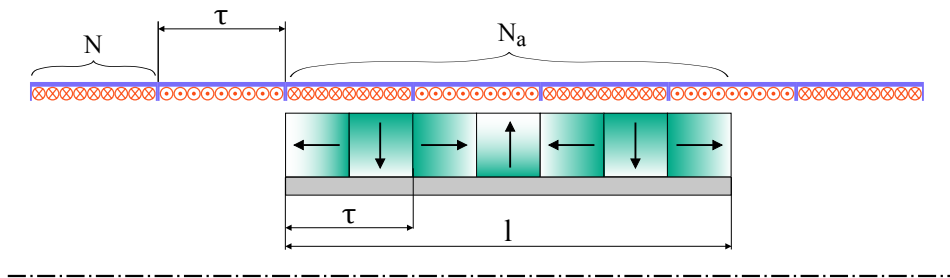


Figura 3.10: Disposizione degli avvolgimenti sullo statore

Per comprendere meglio l'inversione degli avvolgimenti, si riporta l'espressione della corrente indotta J in un materiale con conduttività σ , sottoposto a un campo magnetico B che si muove con velocità v :

$$\vec{J} = \sigma (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.25)$$

Tenendo conto della direzione della velocità dei magneti (lungo la coordinata assiale) e della corrente (uscente o entrante rispetto al piano assiale-radiale), la componente del campo magnetico da prendere in considerazione nel fenomeno dell'induzione è quella radiale; è per questo motivo che l'analisi del campo magnetico si è focalizzata su B_R .

Di conseguenza, fissato il segno della velocità, il segno della corrente indotta oscilla periodicamente lungo x , in seguito all'andamento sinusoidale di B_R . Per mantenere la corrente dello stesso segno in tutti i punti del circuito, è necessario invertire il senso di avvolgimento delle spire ogni Δx , distanza pari a metà del periodo di B_R :

$$\Delta x = \frac{T_x}{2} = \tau \quad (3.26)$$

Tenendo conto della densità di spire, il numero di spire all'interno di ogni gruppo N , caratterizzato dallo stesso senso di avvolgimento, è funzione di τ secondo l'espressione:

$$N = N_1 \tau \quad (3.27)$$

3.3.3 Flusso massimo

Si considera una posizione opportuna dei magneti rispetto agli avvolgimenti, rappresentata in Figura 3.11.

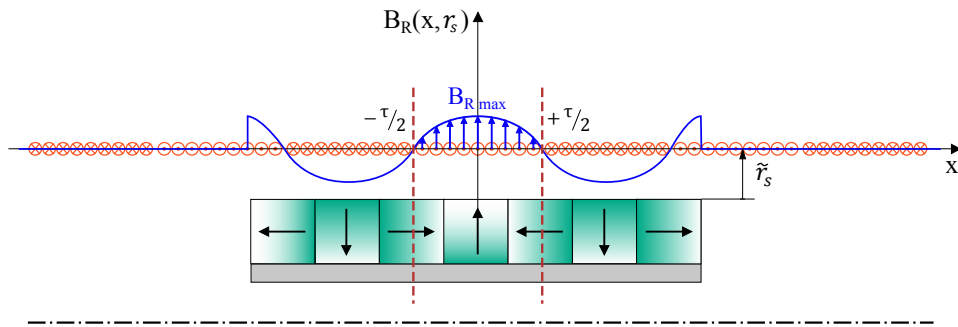


Figura 3.11: Condizione di flusso attraverso le spire massimo

In questa posizione, la densità di flusso magnetico radiale B_R si annulla in corrispondenza di ogni inversione degli avvolgimenti; in questo modo il flusso magnetico attraverso le spire è quello massimo in valore assoluto, e può essere calcolato dalla definizione, integrando la densità di flusso magnetico sulla superficie alla quale sono avvolte le spire.

$$\phi_{max} = \int_A \vec{B}(x, r_s) \cdot d\vec{A} \quad (3.28)$$

Di nuovo si nota che, per la presenza del prodotto scalare, si considera solo la componente radiale della densità di flusso magnetico, valutata per $r = r_s = r_m + l_m + \tilde{r}_s$.

Perciò, esplicitando l'area infinitesima dA e tenendo conto della 3.17, la 3.28 diventa:

$$\phi_{max} = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} B_{Rmax} e^{-\frac{(r_s - r_m - l_m)}{l_g}} \cos\left(\frac{x}{l_g}\right) 2\pi r_s dx \quad (3.29)$$

Tenendo conto della 3.3 per semplicità, risolvendo l'integrale si ottiene:

$$\phi_{max} = 4\tau r_s B_R(\tilde{r}_s) \quad (3.30)$$

Si osserva come il flusso massimo aumenti con l'aumentare del raggio delle spire r_s , e al diminuire della distanza tra i magneti e le spire \tilde{r}_s .

3.3.4 Coefficiente di accoppiamento elettromagnetico

Il flusso magnetico $\phi(x)$ non ha nessun effetto sulle spire, il fattore responsabile della tensione indotta negli avvolgimenti è la variazione spaziale del flusso, come indicato dall'espressione del coefficiente di accoppiamento definito in 3.24.

Derivando quindi l'espressione 3.22, tenendo conto della 3.30, si ottiene:

$$K_{el} = N_1 l 4\pi r_s B_R(\tilde{r}_s) \sin\left(\frac{x}{l_g}\right) \quad (3.31)$$

A differenza del coefficiente di accoppiamento semplificato introdotto nella sezione 2.1.2, di valore costante e indipendente dalla geometria dei magneti, il nuovo coefficiente K_{el} qui introdotto si rivela essere funzione sinusoidale della posizione dei magneti, e di ampiezza dipendente dalle caratteristiche geometriche dei magneti e degli avvolgimenti.

3.3.5 Forza frenante

Come già accennato all'inizio della sezione 3.3.1, la corrente indotta negli avvolgimenti genera un campo magnetico che interferisce con quello generato dai magneti permanenti, dando origine a una forza frenante proporzionale proprio alla corrente:

$$F_{el} = K_F I \quad (3.32)$$

Il termine di proporzionalità K_F si valuta eguagliando la potenza elettrica nel dominio elettrico, prodotto di tensione e corrente, alla potenza elettrica nel dominio meccanico, prodotto di forza frenante e velocità dei magneti:

$$P_{el} = EI = (K_{el}v)I = F_{el}v = (K_F I)v \quad (3.33)$$

Si deduce quindi che:

$$K_F = K_{el} \quad (3.34)$$

Perciò, sostituendo la 3.31 nella 3.32 si ricava l'espressione della forza frenante:

$$F_{el} = N_1 l 4\pi r_s B_R(\tilde{r}_s) \sin\left(\frac{x}{l_g}\right) I \quad (3.35)$$

3.4 Configurazione Halbach interno

Può essere conveniente adottare una configurazione del generatore con lo statore interno rispetto al traslatore, come in Figura 3.12.

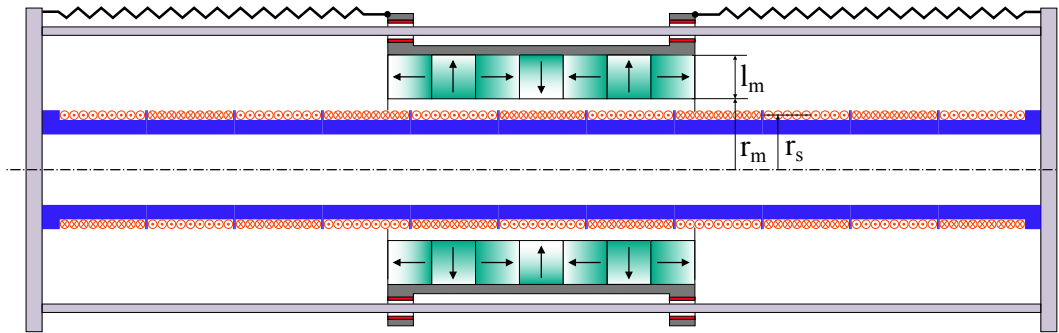


Figura 3.12: Configurazione Halbach interno

I vantaggi pratici di questa configurazione sono molteplici:

- Il peso del traslatore può essere meglio distribuito su due o più alberi posti esternamente
- Le spire sono avvolte sul lato esterno dello statore, e non più sospese all'interno di questo
- Gli alberi, le molle, il traslatore e le spire sono visibili e facilmente accessibili, e non più nascoste all'interno dello statore
- Nell'ottica di diminuire la lunghezza totale del generatore, è possibile sovrapporre le molle senza problemi di ingombro, come si vedrà nel Capitolo 4

Per indirizzare il campo magnetico verso l'interno, dove sono posizionate le spire, è necessario modificare la disposizione dei magneti, ad esempio scambiando di posizione i magneti radiali come si può notare dal confronto della Figura 3.12 con la Figura 3.1. Ovviamente anche il rivestimento in ferro sul lato inattivo dell'array magnetico si modifica, andando a posizionarsi sul lato esterno del traslatore, impedendo al campo magnetico di interferire con gli alberi e le molle posti esternamente.

Il modello analitico che descrive la distribuzione del campo magnetico e l'accoppiamento elettromagnetico per la configurazione Halbach interno, a meno di piccole differenze, è lo stesso definito per la configurazione Halbach esterno nelle sezioni 3.2 e 3.3.

Di seguito viene brevemente richiamata l'intera procedura per il calcolo del coefficiente $K_{el,int}$, che descrive l'accoppiamento elettromagnetico tra statore e trasaltore nella nuova configurazione Halbach interno.

3.4.1 Accoppiamento elettromagnetico

Data la nuova configurazione dell'array magnetico, lo strato di ferro immaginario è posto ora internamente al traslatore:

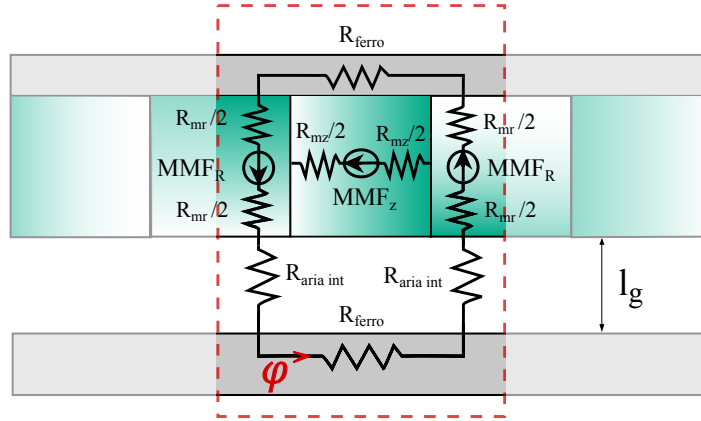


Figura 3.13: Nuova cella elementare e componenti del circuito magnetico

Si definiscono i tre nuovi circuiti magnetici equivalenti, del tutto simili a quelli definiti per la configurazione Halbach esterno:

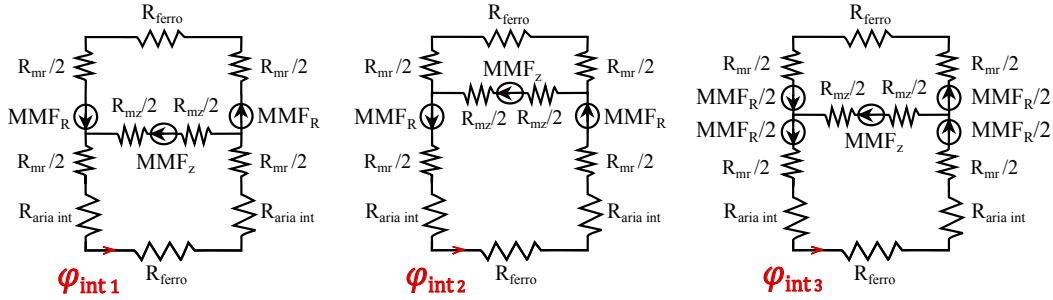


Figura 3.14: I tre nuovi circuiti magnetici equivalenti

L'unico elemento che presenta delle differenze rispetto alla configurazione iniziale è la riluttanza relativa alla propagazione del campo magnetico in aria, definita sempre tramite la 3.8, e pari a:

$$R_{aria,eq,int} = \frac{1}{\mu_a \pi \tau r} \ln \left(\frac{r_m}{r_m - l_g} \right) \quad (3.36)$$

Per la risoluzione dei tre circuiti magnetici, si introducono le stesse variabili definite in 3.11, ad eccezione di R_2 che viene aggiornata per tenere conto della nuova riluttanza in aria $R_{aria,eq,int}$:

$$\begin{aligned} V_1 &= MMF_z \\ V_2 &= 2MMF_r \\ R_1 &= R_{mz} \\ R_{2,int} &= 2R_{aria,eq,int} + R_{mr,eq} \\ R_3 &= R_{mr,eq} \end{aligned} \quad (3.37)$$

L'espressione del flusso magnetico nel ramo in aria è la stessa definita dalla 3.12, a patto di considerare la nuova variabile introdotta $R_{2,int}$:

$$\varphi_{int,i} = \frac{\frac{(V_1 + c_i V_2)}{R_1} + \frac{V_2}{R_3}}{1 + \frac{R_{2,int}}{R_1} + \frac{R_{2,int}}{R_3}}, \quad c_i = \{0; 1; 0.5\} \quad (3.38)$$

La densità di flusso magnetico radiale massima in superficie si differenzia dalla 3.13, oltre che per il nuovo valore del flusso magnetico $\varphi_{int,i}$, anche per la superficie del semi-magnete radiale, che in questo caso è quella interna:

$$B_{Rmax,int,i} = \frac{\varphi_{int,i}}{A_{mr,inf}} = \frac{\varphi_{int,i}}{\tau_r \pi r_m} \quad (3.39)$$

L'andamento della densità di flusso magnetico radiale lungo la coordinata radiale, a partire dalla superficie interna dei magneti, è analoga alla 3.3, tenendo presente che la coordinata radiale relativa si sviluppa ora verso l'interno:

$$B_{R,int}(\tilde{r}_{int}) = B_{Rmax,int} e^{-\frac{\tilde{r}_{int}}{l_g}} \quad (3.40)$$

Terminata la modellazione del campo magnetico, l'ultimo passaggio necessario prima di definire il coefficiente di accoppiamento elettromagnetico è il calcolo del flusso massimo in corrispondenza delle spire, analogamente a quanto descritto in 3.3.3. Formalmente vale ancora l'espressione 3.30, a patto di considerare il nuovo valore di $B_R(\tilde{r}_s)$, definito dalla 3.40, e il nuovo raggio delle spire $r_{s,int} = r_m - \tilde{r}_s$:

$$\phi_{max,int} = 4\tau r_{s,int} B_{R,int}(\tilde{r}_s) \quad (3.41)$$

Infine, derivando l'andamento del flusso definito in 3.22 e considerando il nuovo valore del flusso massimo $\phi_{max,int}$, si ricava l'espressione del coefficiente di accoppiamento elettromagnetico $K_{el,int}$:

$$K_{el,int} = N_1 l A \pi r_{s,int} B_{R,int}(\tilde{r}_s) \sin\left(\frac{x}{l_g}\right) \quad (3.42)$$

3.4.2 Confronto esterno - interno

Adottando gli stessi parametri geometrici del traslatore definiti nella Tabella 3.1, si valuta l'andamento della densità di flusso magnetico radiale nella nuova configurazione. Dal confronto con la configurazione esterna, visibile in Figura 3.15, si vede che la nuova configurazione, a parità di dimensioni, presenta una densità di flusso magnetico leggermente superiore, praticamente invariata.

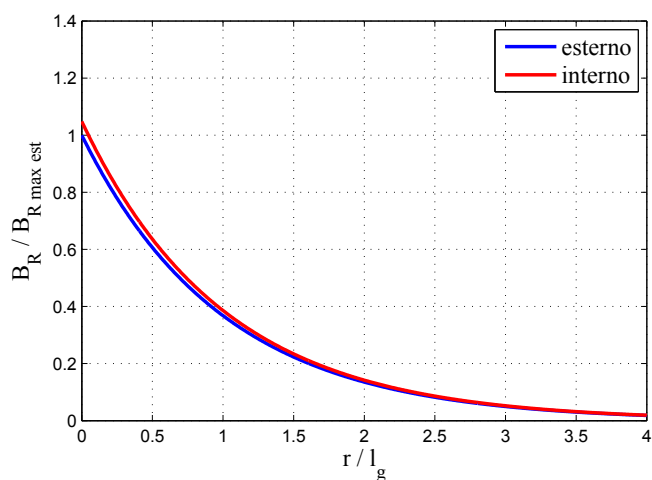


Figura 3.15: Confronto della densità radiale di flusso magnetico nelle due configurazioni

Una differenza più sostanziale si ha nel valore massimo del flusso attraverso le spire e quindi anche nel valore massimo del coefficiente di accoppiamento, come si nota dalla Figura 3.16.

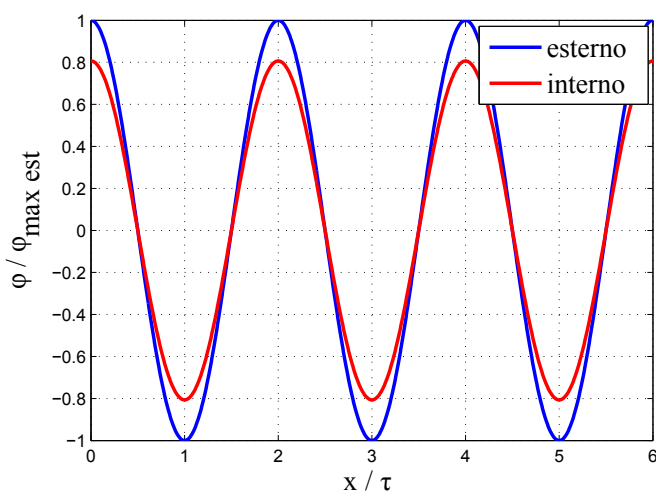


Figura 3.16: Confronto del flusso magnetico attraverso le spire nelle due configurazioni

Per i valori assunti, il flusso magnetico nella nuova configurazione risulta il 20% inferiore; il motivo di questo calo di prestazioni si spiega dall'espressione del flusso massimo 3.41, proporzionale al raggio delle spire, e al fatto che le spire sono poste nella nuova configurazione a un raggio inferiore (considerando lo stesso traslatore). Perciò, diminuendo lo spessore radiale dei magneti l_m le differenze tra le due configurazioni si riducono fino ad annullarsi.

3.5 Confronto analitico - numerico

Per la complessità del campo magnetico all'interno dei magneti, sono stati definiti tre possibili circuiti magnetici equivalenti. In questa sezione si vuole definire, in modo univoco, un modello analitico che descriva al meglio il campo magnetico nelle due configurazioni introdotte.

Di seguito viene effettuata una analisi magnetostatica agli elementi finiti, dopodichè si procede al confronto analitico-numerico.

3.5.1 Analisi agli elementi finiti

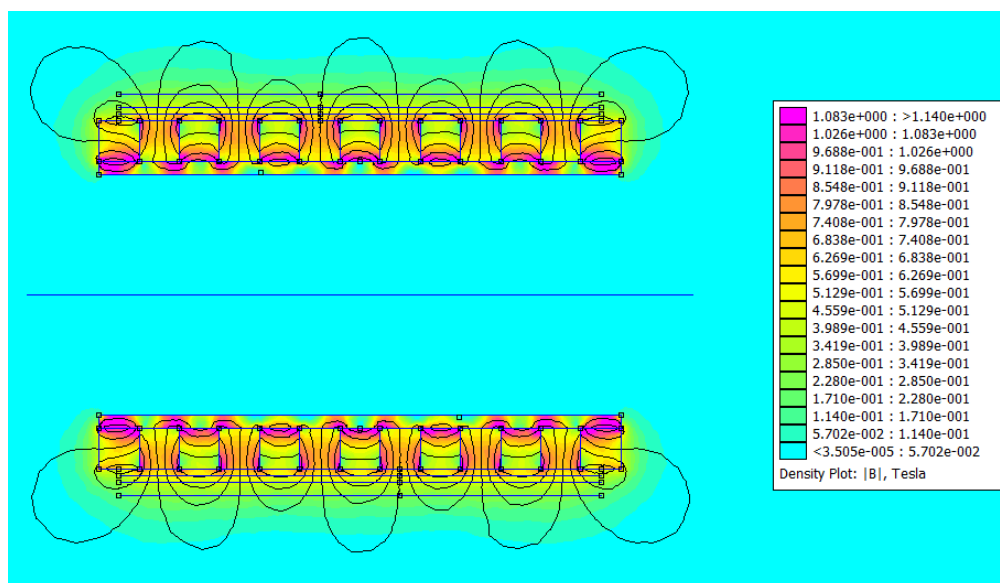
Per la soluzione numerica del campo magnetico si utilizza il software gratuito FEMM , che permette di risolvere qualunque problema bidimensionale di magnetostatica. Il campo magnetico che si intende modellare agli elementi finiti è in realtà tridimensionale ma, come per il modello analitico, si può risolvere il corrispettivo problema bidimensionale assialsimmetrico.

Si utilizzano gli stessi parametri geometrici del traslatore definiti in Tabella 3.1 e si considerano dei magneti al Neodimio (NdFeB N35) con le caratteristiche:

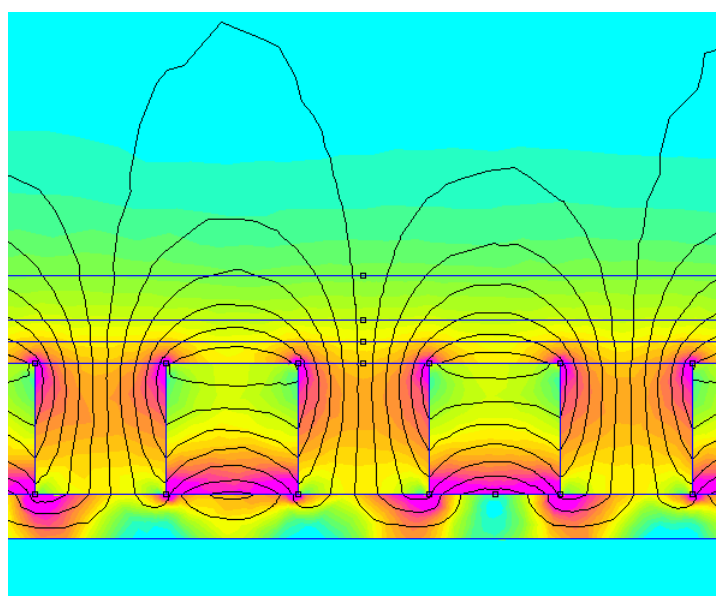
B_{rem} [T]	H_c [kA/m]	μ_r [-]
1,2	900	1,06

Tabella 3.2: caratteristiche dei magneti utilizzati

In Figura 3.17 si riporta la distribuzione del campo magnetico per la configurazione Halbach esterno: sul lato attivo dell'array si può notare la tipica forma circolare associata alla propagazione del campo magnetico in aria, mentre sul lato interno si apprezza l'annullamento del campo magnetico ottenuto grazie alla combinazione della disposizione dei magneti Halbach e dello strato di ferro interno. Dall'ingrandimento riportato in Figura 3.17b si può osservare il particolare andamento delle linee del campo magnetico all'interno e all'interfaccia dei magneti.



(a)

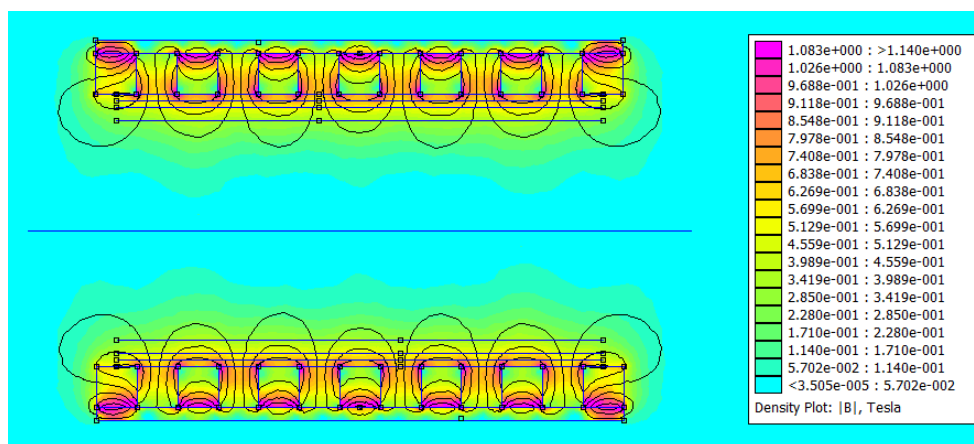


(b)

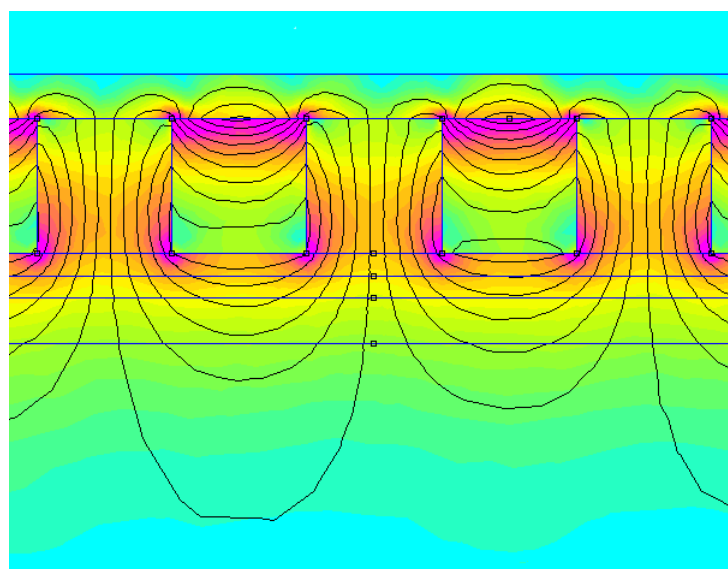
Figura 3.17: Distribuzione del campo magnetico per la configurazione Halbach esterno (a) e ingrandimento (b)

Per passare dalla configurazione esterna a quella interna mantenendo la stessa geometria dei magneti è sufficiente invertire i magneti radiali e posizionare lo strato di ferro sul lato inattivo dell'array, che diventa in questo caso quello esterno.

La distribuzione del campo magnetico è del tutto simile alla precedente, ed è visibile in Figura 3.18. In entrambe le figure sono presenti dei segmenti in aria, sul lato attivo dell'array, che verranno utilizzati nella sezione successiva per diagrammare le grandezze utili per poter fare il confronto con il modello analitico.



(a)



(b)

Figura 3.18: Distribuzione del campo magnetico per la configurazione Halbach interno (a) e ingrandimento (b)

3.5.2 Scelta del circuito equivalente

In Figura 3.19 si riporta il confronto tra l'andamento radiale di B_R relativa ai tre circuiti magnetici e quella valutata dall'analisi agli elementi finiti per la configurazione Halbach esterno. L'ipotesi di decadimento esponenziale si può ritenere corretta, e si nota come l'andamento numerico sia intermedio tra il circuito magnetico 1 e il circuito magnetico 3.

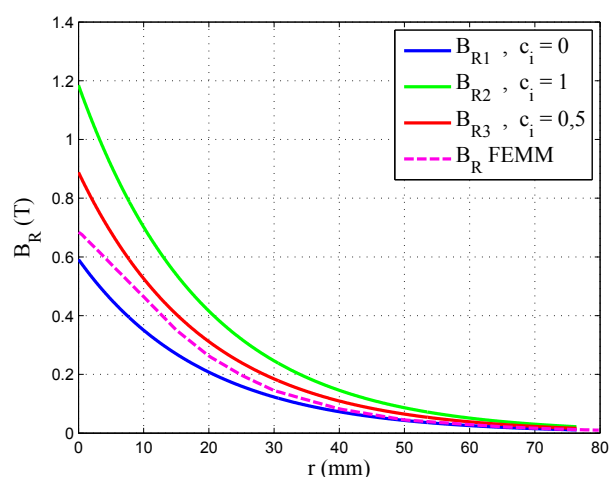


Figura 3.19: Confronto analitico-numeric della densità di flusso magnetico radiale

Si definisce il circuito magnetico equivalente caratterizzato da un flusso magnetico intermedio tra i circuiti 1 e 3, definito quindi dal coefficiente:

$$c = 0,5c_1 + 0,5c_2 = 0,25 \quad (3.43)$$

In Figura 3.20 è rappresentato il confronto analitico-numeric per il nuovo circuito equivalente definito.

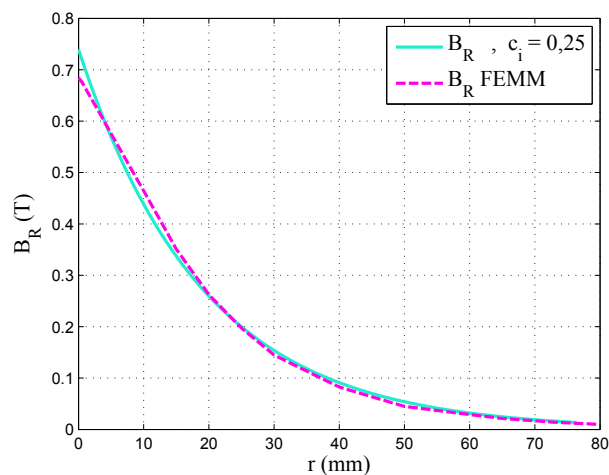


Figura 3.20: Confronto analitico-numeric della densità di flusso magnetico radiale per il nuovo circuito magnetico intermedio

3.5.3 Confronto densità e flusso magnetico

Si vuole ora verificare l'ipotesi di andamento sinusoidale di B_R lungo la coordinata assiale: in Figura 3.21 è riportato il confronto tra il modello analitico definitivo e il modello numerico. Si osserva come in generale, apparte la superficie dei magneti in cui sono presenti

picchi di densità di flusso dovuti al passaggio tra magneti adiacenti, l'ipotesi di andamento sinusoidale è confermata dal modello numerico.

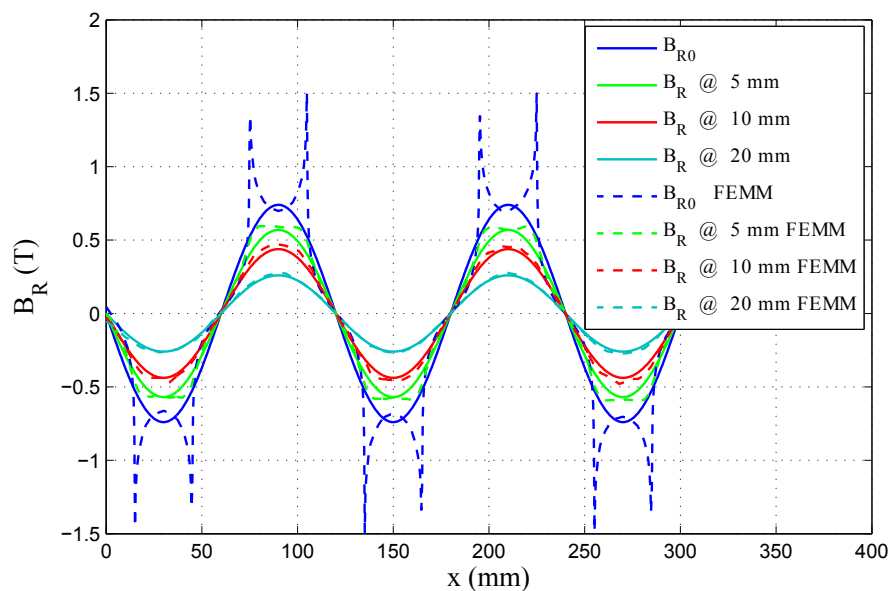


Figura 3.21: Confronto analitico-numerico della densità di flusso magnetico radiale lungo la coordinata assiale

Infine, si riporta il confronto per l'andamento assiale del flusso magnetico, valutato sugli stessi segmenti in cui è stato valutato $B_R(x)$:

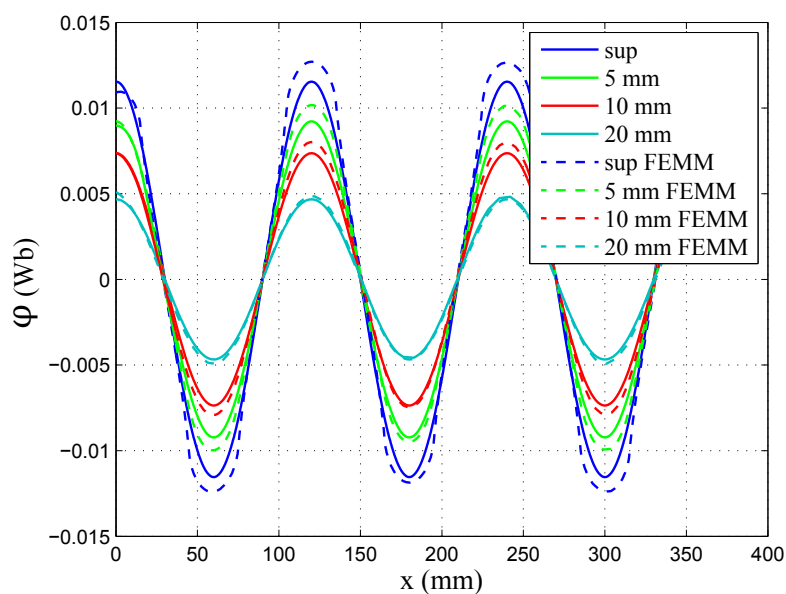


Figura 3.22: Confronto analitico-numerico del flusso magnetico lungo la coordinata assiale per la configurazione Halbach esterno

Per quanto riguarda la configurazione Halbach interno valgono le stesse considerazioni; si riporta il confronto finale relativo all'andamento assiale del flusso magnetico, considerando anche in questo caso il coefficiente $c = 0,25$ relativo al circuito magnetico equivalente definitivo.

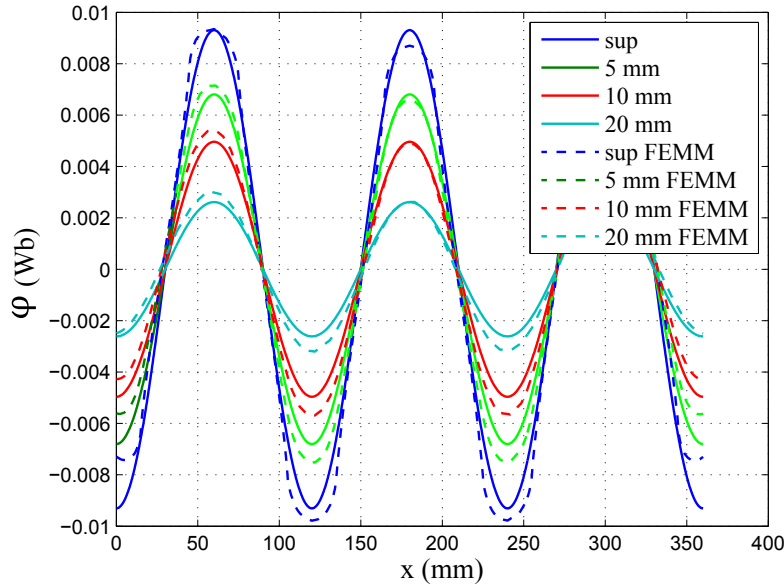


Figura 3.23: Confronto analitico-numeric del flusso magnetico lungo la coordinata assiale per la configurazione Halbach interno

3.6 Equazioni dinamiche del sistema

Riprendendo le equazioni di moto introdotte nella sezione 2.1 , si vuole analizzare il comportamento dinamico del sistema introdotto. Di seguito, si considera il coefficiente di accoppiamento elettromagnetico per la configurazione Halbach esterno, definito dalla 3.31, ma le equazioni di moto descritte hanno valenza generale e sono valide anche per la configurazione Halbach interno.

Viene presentata prima la dinamica del sistema trascurando l'induttanza degli avvolgimenti elettrici, in seguito si analizza il comportamento dinamico completo del sistema, considerando anche la dinamica dell'induttore.

3.6.1 sistema meccanico con smorzamento elettrico

Trascurando l'induttanza degli avvolgimenti, l'effetto della forza elettrica frenante sul sistema meccanico può essere vista come uno smorzamento aggiuntivo:

$$m\ddot{y} + (r_m + r_{el}(y))\dot{y} + ky = -m\ddot{z} \quad (3.44)$$

Lo smorzamento elettrico, in questo caso funzione non lineare della posizione relativa dei magneti rispetto alle spire, viene calcolato dalla 2.19 :

$$r_{el}(y) = \frac{K_{el0}^2}{R_C + R_L} \sin^2 \left(\frac{y}{l_g} \right) \quad (3.45)$$

in cui K_{el0} è il valore massimo del coefficiente di accoppiamento:

$$K_{el0} = N_1 l_4 \pi r_s B_R (\tilde{r}_s) \quad (3.46)$$

Isolando il termine di accelerazione:

$$\ddot{y} = -\frac{(r_m + r_{el}(y))}{m} \dot{y} + \frac{k}{m} y - \ddot{z} \quad (3.47)$$

Si trasforma l'equazione differenziale del secondo ordine in un sistema di equazioni differenziali del primo ordine:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\omega_0(h_m + h_{el}(y)) & -\omega_0^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{z} \quad (3.48)$$

Definendo lo stato $\underline{x} = \begin{bmatrix} \dot{y} & y \end{bmatrix}^T$ si riporta il sistema nella tradizionale forma di stato:

$$\dot{\underline{x}} = [A(y)] \underline{x} + [B] \ddot{z} \quad (3.49)$$

Si sottolinea però che, essendo la matrice di stato funzione della posizione dei magneti $[A] = [A(y)]$, il sistema è non lineare: la soluzione del problema si ottiene tramite integrazione numerica.

3.6.2 sistema elettromeccanico

Considerando l'induttanza degli avvolgimenti, alla dinamica del sistema meccanico si aggiunge la dinamica del sistema elettrico: la corrente è perciò una variabile dinamica. Di conseguenza, non è più possibile tenere conto della forza frenante elettrica tramite uno smorzamento aggiuntivo, ma è necessario inserirla nel bilancio delle forze in gioco:

$$m\ddot{y} + r_m\dot{y} + ky + K_{el}(y)I = -m\ddot{z} \quad (3.50)$$

La dinamica del sistema elettrico si ricava applicando la legge di Kirchhoff delle tensioni sul circuito completo:

$$K_{el}(y)\dot{y} - (R_C + R_L)I - L\dot{I} = 0 \quad (3.51)$$

La dinamica del sistema elettromeccanico è quindi descritta dal sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\frac{r_m}{m}\dot{y} - \frac{k}{m}y - \frac{K_{el}(y)}{m}I - \ddot{z} \\ \dot{I} = \frac{K_{el}(y)}{L}\dot{y} - \frac{R_C+R_L}{L}I \end{cases} \quad (3.52)$$

O in altri termini, passando a un sistema di equazioni differenziali del primo ordine:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{y} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\omega_0 h_m & -\omega_0^2 & -\frac{K_{el}(y)}{m} \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_{el}(y)}{L} & 0 & -\frac{R_C+R_L}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{z} \quad (3.53)$$

Definendo lo stato, che in questo caso tiene conto anche della corrente $\underline{x} = \begin{bmatrix} \dot{y} & y & I \end{bmatrix}^T$, il sistema si esprime sempre nella forma:

$$\dot{\underline{x}} = [A(y)]\underline{x} + [B]\ddot{z} \quad (3.54)$$

Anche in questo caso, la matrice di stato dipende dalla posizione dei magneti tramite il coefficiente $K_{el}(y)$, e la soluzione del sistema si ottiene integrando numericamente.

Scrivendo l'equazione caratteristica $\det[A - \lambda I] = 0$ è possibile fare qualche considerazione sulle non linearità del sistema:

$$\left(\frac{R_C + R_L}{L} + \lambda\right) (\lambda^2 + 2\omega_0 h_m \lambda + \omega_0^2) + \lambda \frac{K_{el}^2(y)}{mL} = 0 \quad (3.55)$$

Si osserva che se non ci fosse l'ultimo termine, funzione di K_{el} , l'equazione caratteristica potrebbe essere semplicemente risolta, e gli autovalori del sistema elettromeccanico coinciderebbero con gli autovalori dei due sistemi separati:

$$\begin{cases} \lambda_{elett} = -\frac{R_C+R_L}{L} \\ \lambda_{mecc} = -\omega_0 h_m \pm i\omega_0 \sqrt{1 - h_m^2} \end{cases} \quad (3.56)$$

Tenendo conto dell'andamento sinusoidale di K_{el} , l'ultimo termine dell'equazione caratteristica, di coefficiente K_{el}^2/mL , ha un andamento pulsante dallo zero. Di conseguenza, gli autovalori del sistema elettromeccanico oscillano tra gli autovalori dei sistemi disaccoppiati definiti in 3.56 e gli autovalori del sistema con coefficiente di accoppiamento massimo K_{el0} , soluzione di:

$$\left(\frac{R_C + R_L}{L} + \lambda\right) (\lambda^2 + 2\omega_0 h_m \lambda + \omega_0^2) + \lambda \frac{K_{el0}^2}{mL} = 0 \quad (3.57)$$

Capitolo 4

Progettazione del banco prova

4.1 Configurazione finale

Per i vantaggi costruttivi elencati nella sezione 3.4 si sceglie la configurazione Halbach interno: come già accennato, è conveniente sovrapporre le molle come in Figura 4.1. In questo modo è possibile diminuire la lunghezza totale del generatore mantenendo la massima ampiezza di oscillazione disponibile, limitata dall'allungamento massimo sopportabile dalla molla.

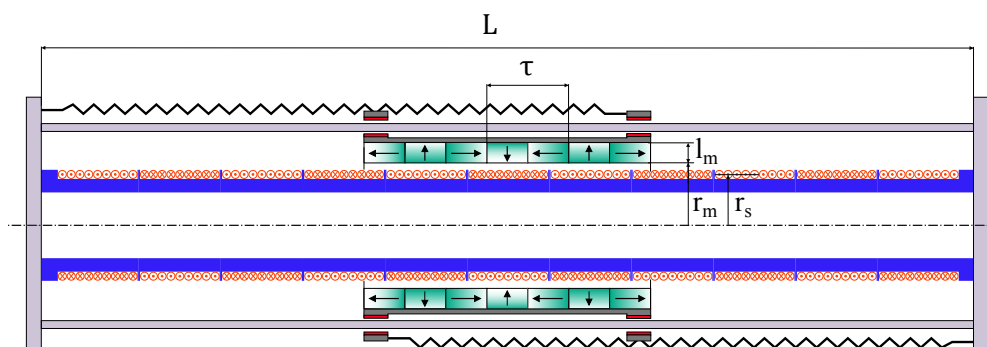


Figura 4.1: Schema finale del generatore con sovrapposizione delle molle

Il problema principale riscontrato nella progettazione meccanica del generatore risulta proprio il dimensionamento delle molle: esse infatti sono vincolate ad avere una bassa rigidezza, per conferire al sistema una frequenza propria pari alla frequenza della vibrazione in ingresso, e allo stesso tempo devono resistere ad allungamenti consistenti per massimizzare l'ampiezza di oscillazione del traslatore.

4.2 Scelta delle molle

Esistono principalmente due tipi di molle elicoidali: a compressione e a trazione. In generale le prime sono più rigide ed è consigliabile che lavorino solo a compressione. Per ottenere una bassa rigidezza bisognerebbe porne diverse in serie, raggiungendo lunghezze elevate:

questo porta però a problemi di inflessione laterale delle molle, motivo per il quale vengono scartate per l'applicazione in questione. La scelta ricade su molle a trazione caratterizzate da bassa rigidezza e buona resistenza meccanica: questo tipo di molle, essendo sempre sottoposte a trazione, non presentano il problema dell'inflessione laterale, ed è possibile quindi disporle efficacemente in serie. In Tabella 4.1 si riportano le caratteristiche di una molla a trazione commerciale¹, presa come riferimento:

Variabile	Simbolo	Valore
diametro del filo	$d_F [mm]$	5
diametro delle spire	$d_S [mm]$	50
lunghezza indeformata	$l_0 [mm]$	340
carico massimo	$P [N]$	450
lunghezza minima	$l_{min} [mm]$	$\simeq 400$
lunghezza massima	$l_{max} [mm]$	$\simeq 900$
rigidezza	$k_1 [N/m]$	700

Tabella 4.1: Caratteristiche della molla a trazione considerata

Si sottolinea il fatto che, oltre a non superare la lunghezza massima di utilizzo, le molle devono lavorare sempre in trazione: bisogna cioè garantire in ogni condizione di funzionamento una lunghezza minima affinché non si abbia il contatto fra le spire adiacenti.

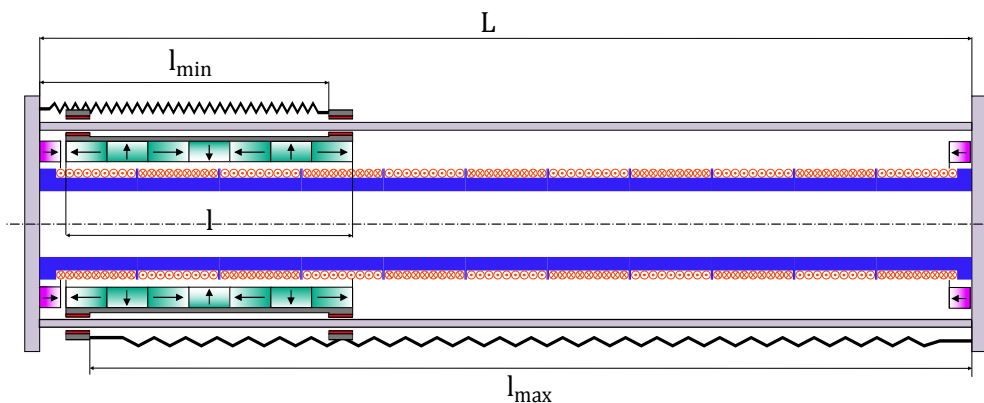


Figura 4.2: Condizione limite di funzionamento del generatore

In Figura 4.2 si riporta la condizione limite a cui si può arrivare durante il funzionamento del generatore, in cui la molla a sinistra raggiunge la lunghezza minima (ovvero è soggetta al solo precarico iniziale) mentre la molla di destra è completamente estesa alla lunghezza massima. Per garantire entrambi i limiti possono essere utilizzati efficacemente dei magneti

¹www.dim.molle.com

assiali fissati alle due estremità del generatore come in figura, in modo da frenare il traslatore tramite la forza di repulsione magnetica in caso di oscillazioni elevate.

4.2.1 Applicazione reale

Disponendo più molle in serie è quindi possibile abbassare la rigidità del sistema fino al valore desiderato. Ad esempio, utilizzando 7 molle in serie per ogni lato del generatore, la rigidità equivalente del sistema è pari a:

$$k_{eq} = \frac{k_1}{7} + \frac{k_1}{7} = 200 \text{ N/m} \quad (4.1)$$

Per l'applicazione in questione, è necessario raggiungere una frequenza propria di 0,5 Hz, perciò la massa del traslatore è vincolata al valore:

$$m = \frac{k_{eq}}{\omega_0^2} \simeq 20 \text{ kg} \quad (4.2)$$

Nel capitolo 2 si è ipotizzato proprio una massa oscillante di 20 Kg e una ampiezza di oscillazione di 2 metri, per una corsa totale del traslatore di 4 metri. Con il sistema di molle indicato si possono raggiungere allungamenti massimi pari a 7 volte l'allungamento di ogni molla, e con le molle scelte si ottiene una corsa del traslatore pari a 3,5 metri, che non si discosta troppo dal valore ipotizzato nel Capitolo 2.

Si capisce ora l'esigenza di sovrapporre le molle per contenere la lunghezza totale del generatore: ogni molla equivalente del generatore, ottenuta mettendo in serie 7 molle a trazione, ha una lunghezza minima di 2,8 metri e una lunghezza massima di 6,3 metri. Sovrappo-
nendo le molle come indicato si può ridurre la lunghezza totale del generatore praticamente alla lunghezza massima della molla.

4.2.2 Banco prova

Per la realizzazione del banco prova si rimuove il vincolo del sistema vibrante a 0,5 Hz: lo scopo è quello di provare a costruire un sistema vibrante con caratteristiche analoghe, ma di dimensioni ridotte. Si considerano a tale scopo 2 molle in serie per ogni lato del generatore, per una rigidità complessiva del sistema pari a:

$$k_{eqBANCO} = \frac{k_1}{2} + \frac{k_1}{2} = 700 \text{ N/m} \quad (4.3)$$

Le dimensioni del generatore sono quindi conseguenza della dimensioni delle molle, e sono riassunte in Tabella 4.2.

Variabile	Simbolo	Valore
numero di molle in serie		2
lunghezza minima della molla	$l_{min} [mm]$	800
lunghezza massima della molla	$l_{max} [mm]$	1800
ampiezza massima di oscillazione	$x_{max} [mm]$	500
lunghezza del traslatore	$l [mm]$	600
lunghezza del generatore	$L [mm]$	2000

Tabella 4.2: Dimensioni finali del banco prova

4.3 Dimensionamento dei vari componenti

4.3.1 Traslatore

Si considerano anelli magnetici al Neodimio di dimensioni standard (103 x 92 x 6) mm, presenti nei cataloghi dei maggiori produttori²: il basso spessore in direzione assiale $s_z = 6 \text{ mm}$ permette di variare, in base a come vengono inseriti i magneti nel traslatore , il parametro fondamentale τ dell'array di Halbach. L'obbiettivo è quello di ottimizzare la densità di flusso magnetico radiale in corrispondenza degli avvolgimenti elettrici.

Ipotizzando una distanza di 5 mm tra la superficie dei magneti e gli avvolgimenti elettrici, si valuta l'andamento $B_R(r)$ definito dall'Equazione 3.3 al variare della distanza τ : dalla Figura 4.3a si vede che per massimizzare B_R a una distanza dalla superficie dei magneti pari a 5 mm è necessario adottare:

$$\tau_{opt} = 4l_m \quad (4.4)$$

In Figura 4.3b è riportato per maggiore chiarezza l'andamento di B_R (valutata a una distanza di 5 mm), in funzione del rapporto τ/l_m .

²Ad esempio : www.algamagneti.it

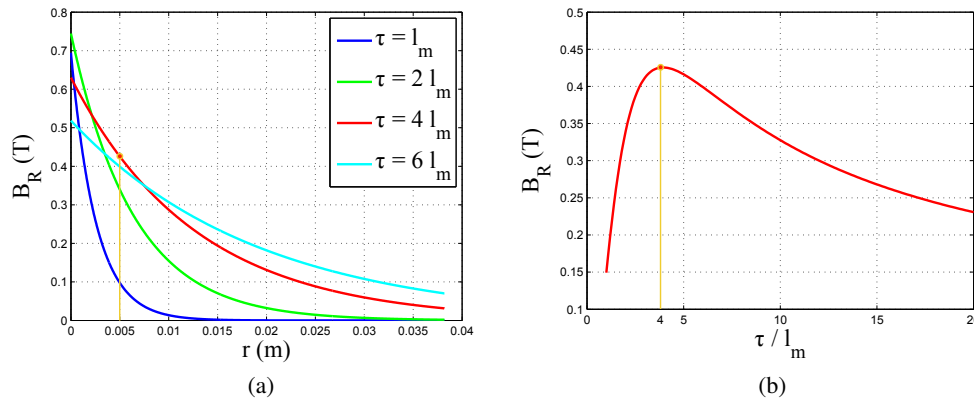


Figura 4.3: Andamento radiale della densità di flusso magnetico per diversi spessori dei magneti (a) e spessore ottimale per massimizzare il flusso in corrispondenza delle spire (b)

Si compongono quindi 2 magneti assiali dello stesso tipo a formare un magnete da $\tau_z = 12 \text{ mm}$, dopodichè si affiancano 2 magneti radiali che costituiscono un magnete da $\tau_R = 12 \text{ mm}$: continuando a disporre i magneti in questo modo si ottiene un array di Halbach caratterizzato da:

$$\tau = \tau_R + \tau_z = 24 \text{ mm} \quad (4.5)$$

Perciò, tenendo conto dello spessore radiale dei magneti pari a $l_m = (103 - 92)/2 = 5,5 \text{ mm}$, si ottiene un rapporto vicino al valore ottimo calcolato:

$$\tau / l_m = 4,36 \text{ mm} \quad (4.6)$$

Considerando la lunghezza del traslatore $l = 600 \text{ mm}$, si calcola il numero di coppie di magneti di lunghezza τ :

$$n_\tau = \frac{600}{24} = 25 \quad (4.7)$$

Perciò, tenendo conto di come sono stati assemblati i magneti assiali e radiali, si calcola il numero totale di magneti singoli (suddivisi equamente fra magneti assiali e magneti radiali):

$$n_{tot \text{ magneti}} = 25(2 + 2) = 100 \quad (4.8)$$

Considerando il peso dei singoli magneti di 76 grammi, la massa totale relativa al materiale magnetico del traslatore è pari a:

$$m_{magneti} = 7,6 \text{ kg} \quad (4.9)$$

Al peso del materiale magnetico si aggiunge il peso dato dal cilindro di ferro esterno a contatto con i magneti, ipotizzato di dimensioni (109 x 103 x 600) mm, e il peso degli

elementi che collegano il traslatore agli alberi esterni di supporto, comprensivi dei cuscinetti lineari necessari a realizzare lo scorrimento a basso attrito del traslatore. Perciò, il peso totale del traslatore si stima essere pari a:

$$m_{BANCO} = m_{magneti} + m_{ferroest} + m_{collegamento} \simeq 15 \text{ kg} \quad (4.10)$$

Di conseguenza, la frequenza propria del banco prova risulta pari a:

$$f_{0BANCO} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq, BANCO}}{m_{BANCO}}} \simeq 1 \text{ Hz} \quad (4.11)$$

4.3.2 Supporto esterno

Per sostenere il peso del traslatore si utilizzano quattro alberi esterni come rappresentato in Figura 4.4a ; è importante dimensionare correttamente gli alberi perchè la distanza tra traslatore e statore non deve mai annullarsi per evitare di rovinare gli avvolgimenti elettrici. Modellando gli estremi del generatore come degli incastrati, si ricava il diametro degli alberi imponendo la freccia nella condizione più critica. L'espressione della freccia per il sistema di Figura 4.4b si può ricavare dal principio dei lavori virtuali, ma fa parte dei casi standard presenti in letteratura, e per questo si trascura il procedimento necessario a ricavarla.

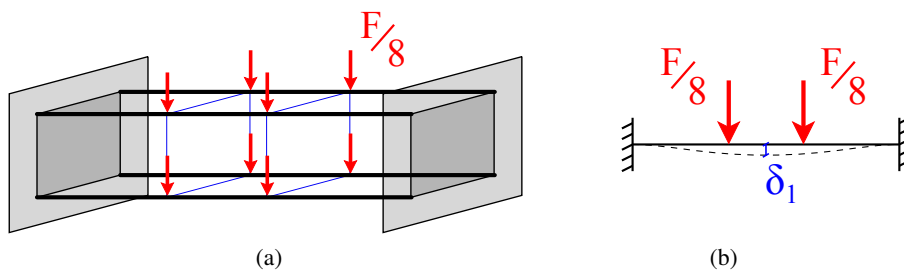


Figura 4.4: Schema dei 4 alberi di supporto esterni (a) e modello per la verifica dell'inflessione massima (b)

Vista la distanza tra magneti e spire, ipotizzata di 5 mm, si sovradimensiona la struttura esterna in modo da avere una freccia massima pari a 1 mm:

$$\delta_1 = \frac{FL^3}{192EJ} \left[3 - 4 \left(\frac{L-l}{2} \right) \right] \left(\frac{L-l}{2} \right)^2 \equiv 1 \text{ mm} \quad (4.12)$$

La forza F rappresenta il peso totale del traslatore, pari a circa 160 N . Ipotizzando acciaio con modulo elastico E pari a 206 GPa e tenendo conto del momento d'inerzia della sezione circolare $J = \pi D_{albero}^4 / 64$ si ricava il diametro dell'albero:

$$D_{albero} = \sqrt[4]{\frac{FL^3}{48E\delta_1}} \simeq 20 \text{ mm} \quad (4.13)$$

4.3.3 Statore

Lo statore è formato da un tubo in materiale plastico sulla quale sono avvolti gli avvolgimenti elettrici: analogamente al supporto esterno, deve essere dimensionato correttamente per evitare l'inflessione centrale causando strisciamento durante il movimento del traslatore. In Figura 4.5 si modellano sempre con degli incastrati le estremità, mentre il peso proprio del tubo più il peso aggiuntivo degli avvolgimenti vengono rappresentati con un carico uniformemente distribuito:

$$q = (m_{plast} + m_{spire})g/L \quad (4.14)$$

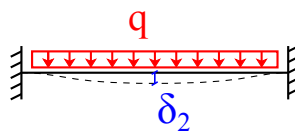


Figura 4.5: Modello per la verifica dell'inflessione massima dello statore

L'espressione per il calcolo della freccia risulta:

$$\delta_2 = \frac{qL^4}{384EJ} = \frac{qL^4}{6\pi E(D_{statore}^4 - d_{statore}^4)} \quad (4.15)$$

Il diametro esterno è pari al diametro interno dei magneti meno due volte la distanza ipotizzata tra magneti e spire, $D_{statore} = 82 \text{ mm}$.

Dall'analisi delle caratteristiche meccaniche dei materiali polimerici e per la scarsa reperibilità di tubi con elevato spessore, si prendono in considerazione barre cilindriche piene. In Tabella 4.3 si riportano le caratteristiche di due materiali plastici idonei per l'applicazione.

	Polycarbonato - PC	Resina acetlica - POM C
Densità (g/cm^3)	1,2	1,4
Modulo elastico (Mpa)	2400	3600
Temperatura max impiego ($^{\circ}C$)	120	110
Carico di snervamento (Mpa)	60	70

Tabella 4.3: Caratteristiche di due materiali plastici per uso ingegneristico

Inoltre la resina acetlica è caratterizzata da una stabilità dimensionale molto buona, ed è adatta alle lavorazioni meccaniche su torni automatici. Questo particolare permette di realizzare con facilità gli slot superficiali in cui disporre i diversi gruppi di avvolgimenti.

Considerando quindi una barra cilindrica lunga 2 metri di resina acetlica, di diametro pari a 82 mm e del peso di 15 Kg si vuole verificare che la freccia massima δ_2 non sia eccessiva.

Ipotizzando 10 kg di avvolgimenti elettrici, e quindi un carico distribuito pari a 122 N/m, la freccia massima risulta:

$$\delta_2 = 0,8 \text{ mm} \quad (4.16)$$

E cioè di valore accettabile visto lo stesso ordine di grandezza della freccia massima della struttura δ_1 .

4.4 Simulazioni

Definite le caratteristiche di massima del banco prova si procede a valutarne le prestazioni integrando le equazioni dinamiche introdotte nella sezione 3.6. Considerate le dimensioni e la frequenza propria ridotta del generatore si ipotizza una vibrazione in ingresso di 5 cm a una frequenza di 1 Hz.

Inizialmente si valuta il comportamento del generatore trascurando la dinamica dell'induttore, in seguito si analizza il caso generale di sistema elettromeccanico considerando anche l'induttanza degli avvolgimenti.

4.4.1 Sistema meccanico con smorzamento elettrico

Per limitare le oscillazioni del traslatore al valore limite imposto si utilizza un numero di spire totali pari a 5000. Si ricorda che le spire attive che interagiscono con i magneti sono solo quelle direttamente affacciate al traslatore, pari a 1500. Tenendo conto inoltre di una resistenza del carico pari a 5 kOhm si ottiene uno smorzamento elettrico massimo pari al 10% ; i parametri introdotti sono riassunti in Tabella 4.4.

Variabile	Simbolo	Valore
massa oscillante	$m_{BANCO} [kg]$	15
frequenza propria	$f_{0BANCO} [Hz]$	1
ampiezza vibrazione in ingresso	$z [mm]$	50
ampiezza limite di oscillazione	$x_{lim} [mm]$	500
numero di spire attive	N_a	1500
numero di spire totali	N	5000
resistenza del carico	$R_L [k\Omega]$	5
smorzamento meccanico	$h_m [\%]$	1
smorzamento elettrico massimo	$h_{el0} [\%]$	10
smorzamento medio	$h_{med} [\%]$	6

Tabella 4.4: Caratteristiche e parametri principali del banco prova

In Figura 4.6 si riporta l'andamento delle oscillazioni del sistema: dopo un breve transitorio di amplificazione dinamica il sistema si porta alla condizione di regime con un'ampiezza di oscillazione di circa 400 mm.

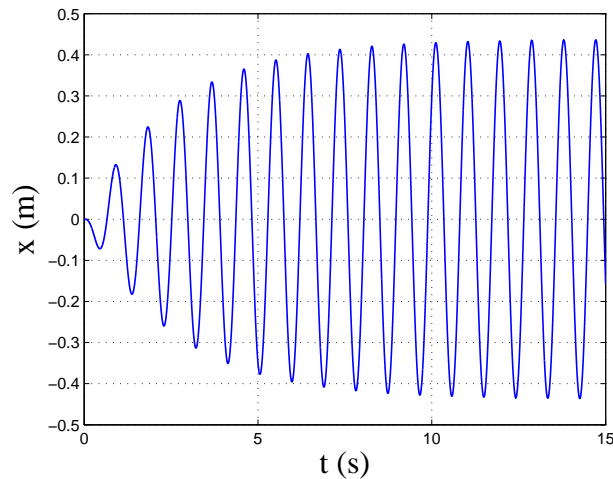


Figura 4.6: Oscillazioni del sistema soggetto al forzamento in risonanza

Considerando l'entità della vibrazione in ingresso, si ha un rapporto di amplificazione delle ampiezze pari a 8, prevedibile a priori considerando lo smorzamento medio del sistema:

$$\left| \frac{X}{Z} \right|_{\Omega=\omega_0} \simeq \frac{1}{2h_{med}} \simeq 8 \quad (4.17)$$

L'effetto dello smorzamento non lineare del sistema, variabile tra l'1% e l'11%, si nota dall'andamento irregolare dell'accelerazione, in Figura 4.7.

La causa di questa irregolarità è dovuta alla forza elettrica indotta dalla corrente sul trasformatore. Gli andamenti della forza elettrica, della tensione e della corrente indotta negli avvolgimenti sono visibili nelle Figure 4.9 e 4.8. Infine, in Figura 4.10 si riporta l'andamento della potenza elettrica, di valore massimo pari a circa 170 W.

4. Progettazione del banco prova

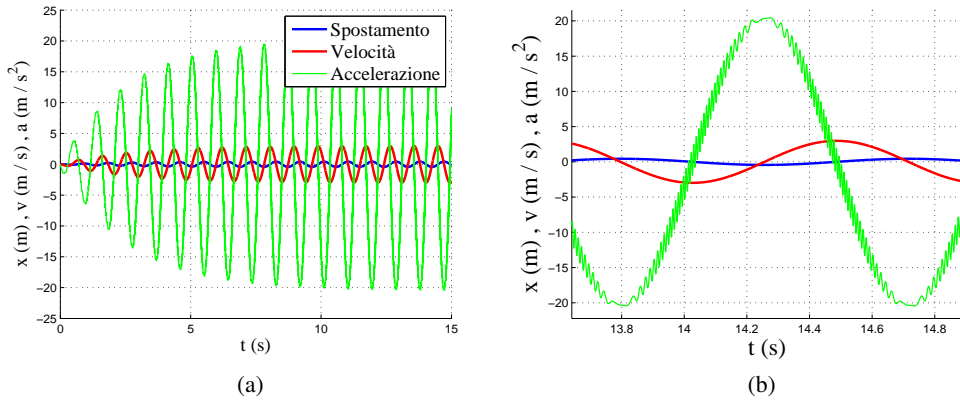


Figura 4.7: Andamento della velocità e dell'accelerazione (a) e dettaglio dell'irregolarità del moto (b)

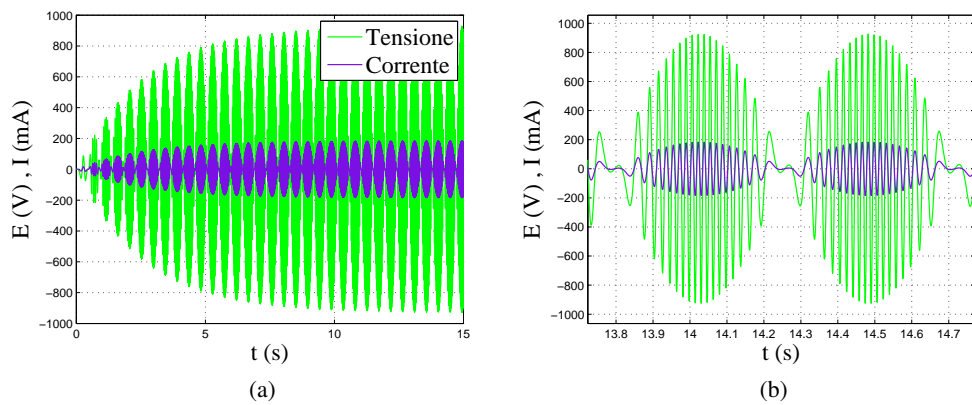


Figura 4.8: Andamento (a) e dettaglio (b) della tensione e della corrente

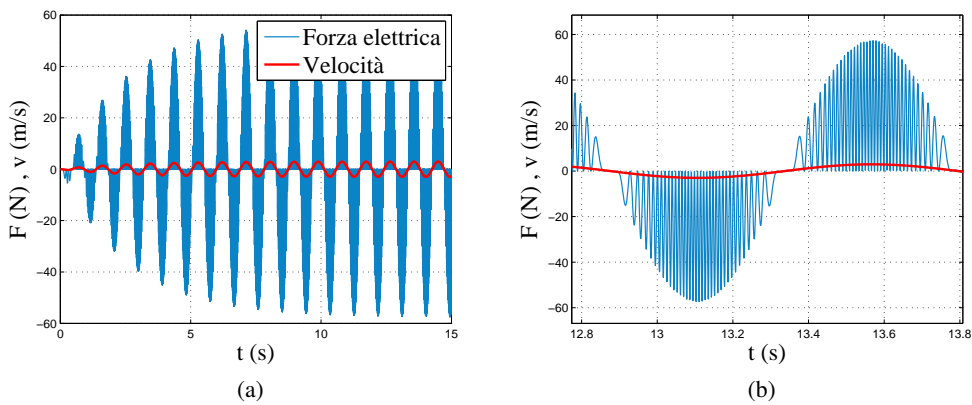


Figura 4.9: Andamento (a) e dettaglio (b) della forza elettrica

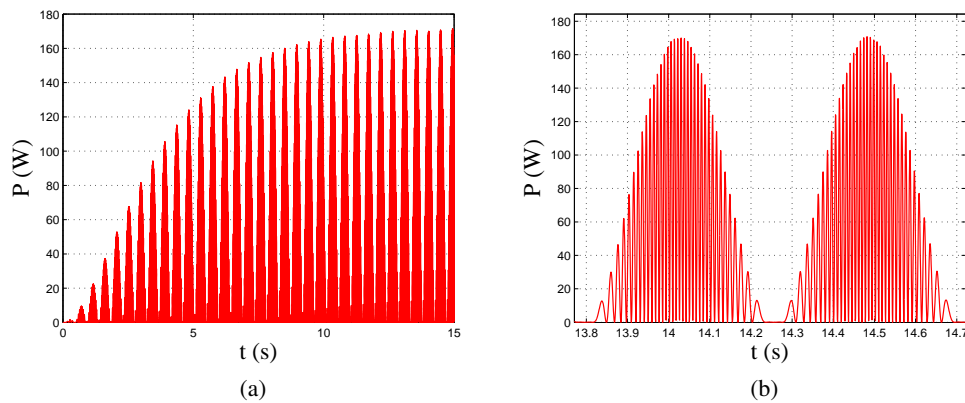


Figura 4.10: Andamento (a) e dettaglio (b) della potenza elettrica

Una differenza sostanziale tra la potenza stimata ipotizzando un coefficiente di accoppiamento costante, come nel Capitolo 2, e la potenza stimata tenendo conto del reale andamento sinusoidale del coefficiente K_{el} , è che in quest'ultimo caso la potenza media (da cui dipende direttamente la quantità di energia recuperata dal generatore) è pari a un quarto della potenza massima. Quindi sebbene il generatore arrivi a una potenza di picco di 170 W, la potenza media recuperata si ferma a circa 40 W.

4.4.2 Sistema elettromeccanico

Si considerano gli stessi parametri della simulazione precedente, e si introduce anche l'induttanza degli avvolgimenti elettrici. Per un avvolgimento in aria, schematizzato in Figura 4.11, è possibile utilizzare la formula semplificata di Wheeler: [21]

$$L = \frac{a^2 N^2}{8a + 11b} \simeq 30 \text{ mH} \quad (4.18)$$

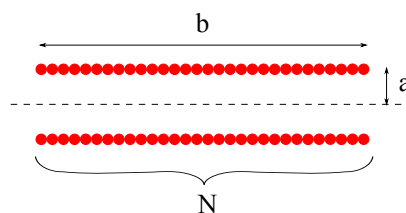


Figura 4.11: Schema per il calcolo dell'induttanza degli avvolgimenti

In Figura 4.12 si riporta l'andamento degli spostamenti a confronto con la corrente indotta negli avvolgimenti: si può osservare che il valore massimo della corrente è per il traslatore in posizione centrale, dove è massima la velocità. Con la geometria degli avvolgimenti considerati, non si osserva nessun influenza della dinamica dell'induttore sul comportamento del generatore, che è caratterizzato dagli stessi valori di spostamento, corrente e potenza del caso precedente.

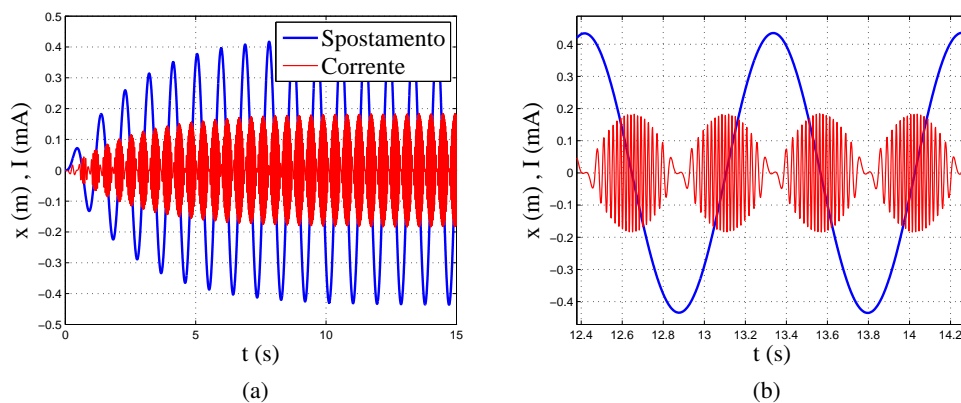


Figura 4.12: Andamento (a) e dettaglio (b) degli spostamenti e della corrente per il sistema elettromeccanico

4.4.3 Esempio di sfasamento tensione-corrente

A livello teorico un induttore tende ad opporsi alle rapide variazioni della corrente, causando uno sfasamento tra la tensione ai capi degli avvolgimenti e la corrente circolante.

Per rendere più chiaro il fenomeno si ipotizza un'induttanza elevata, pari a 1 H. In Figura 4.13 si riporta l'andamento degli spostamenti e della corrente con il nuovo valore di induttanza: quello che si nota è una forte instabilità del sistema, che non raggiunge più, come nel caso precedente, una condizione di regime.

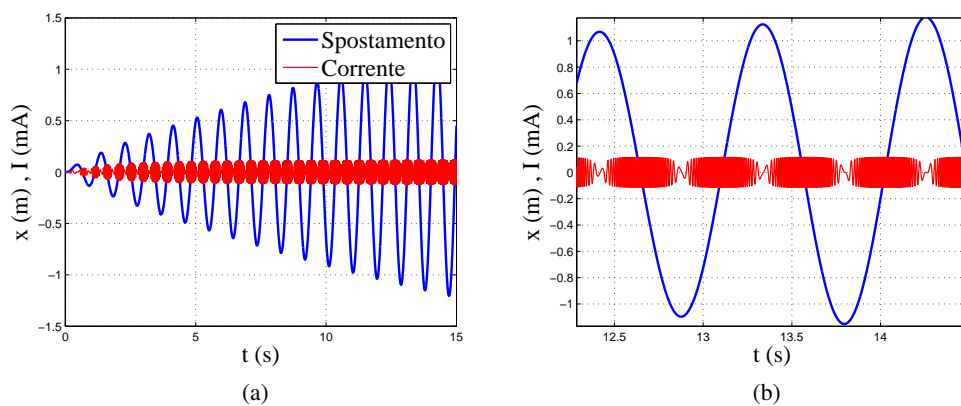


Figura 4.13: Andamento (a) e dettaglio (b) degli spostamenti e della corrente per il sistema elettromeccanico con induttanza incrementata

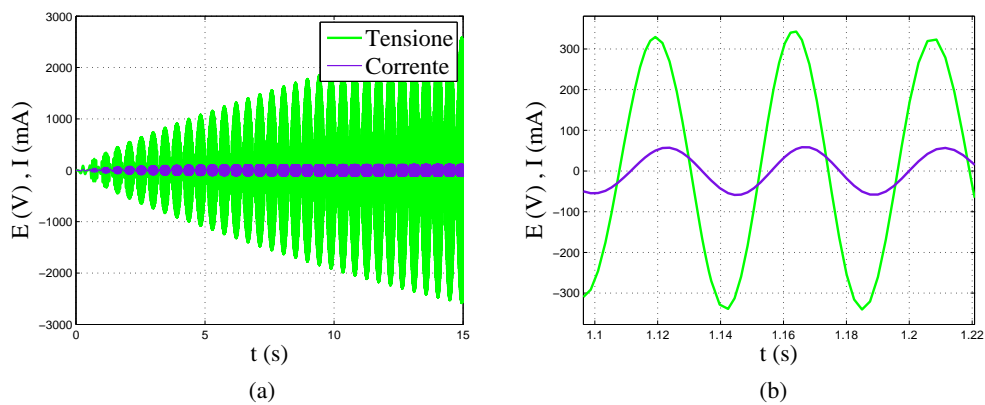


Figura 4.14: Andamento (a) e dettaglio (b) dello sfasamento tensione-corrente

In Figura 4.14 si nota lo sfasamento tra la tensione e la corrente, responsabile dell'instabilità. In particolare, quello che succede è che gli avvolgimenti elettrici, oltre a frenare il traslatore, in alcuni istanti lo accelerano: si osserva infatti l'andamento particolare della forza elettrica in Figura 4.15.

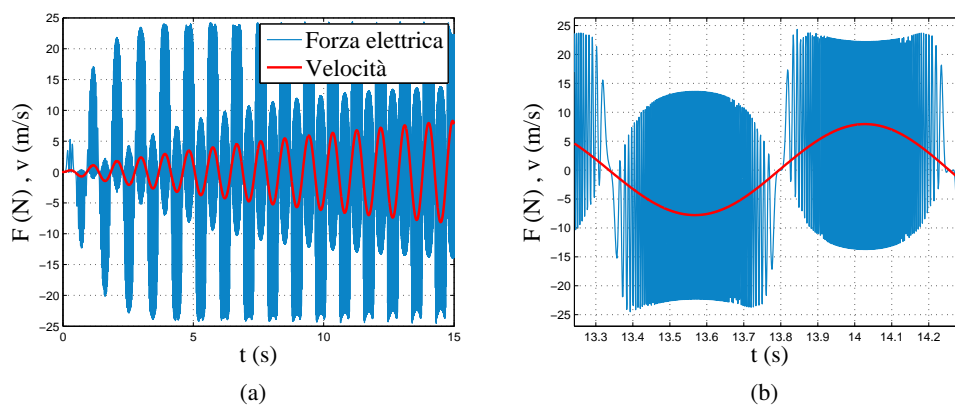


Figura 4.15: Andamento (a) e dettaglio (b) della forza elettrica per il sistema elettromeccanico con induttanza incrementata

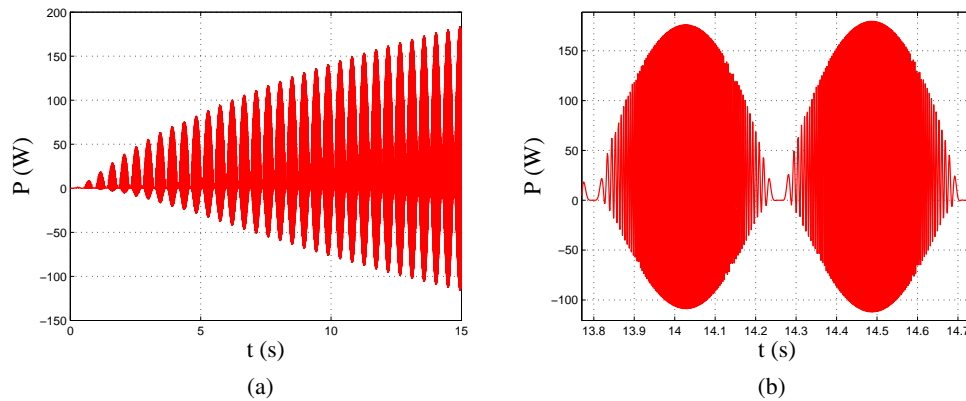


Figura 4.16: Andamento (a) e dettaglio (b) della potenza elettrica per il sistema elettromeccanico con induttanza incrementata

L'energia reintrodotta nel sistema è ovviamente tutta energia persa: dalla Figura 4.16 si nota l'abbassamento della potenza media recuperata. In alcuni istanti infatti, quando tensione e corrente sono di segno opposto, la potenza assume valori negativi, indicando che fluisce verso il sistema meccanico e non verso il circuito di accumulo dell'energia elettrica.

Conclusioni

Il lavoro presentato in questa tesi inizia con lo studio approfondito delle caratteristiche basilari di una grande varietà di macchine elettriche lineari, volto a delineare la struttura migliore per il recupero di energia nel sistema oggetto di studio.

In seguito, grazie alle preziose informazioni fornite da un primo semplice modello, si è arrivati a definire la configurazione migliore per il generatore ideato. Infine, dopo lo studio dettagliato delle proprietà del sistema ideato e della messa a punto di un modello che ne descriva il comportamento, si è voluto indagare i problemi connessi alla realizzazione pratica del generatore ideato.

Alla luce dei promettenti risultati in termini di potenza recuperata si ritiene interessante continuare il percorso iniziato, procedendo alla realizzazione vera e propria del banco prova, e alla validazione delle ipotesi assunte nel presente lavoro.

Bibliografia

- [1] Emmanuelle Arroyo and Adrien Badel. Electromagnetic vibration energy harvesting device optimization by synchronous energy extraction. *Sensors and Actuators A: Physical*, 171(2):266–273, 2011.
- [2] Nicholas Jon Baker. *Linear generators for direct drive marine renewable energy converters*. PhD thesis, Durham University, 2003.
- [3] Steve P Beeby, RN Torah, MJ Tudor, P Glynne-Jones, T O'Donnell, CR Saha, and S Roy. A micro electromagnetic generator for vibration energy harvesting. *Journal of Micromechanics and microengineering*, 17(7):1257, 2007.
- [4] N Bianchi, S Bolognani, and F Tonel. Design criteria of a tubular linear ipm motor. In *Electric Machines and Drives Conference, 2001. IEMDC 2001. IEEE International*, pages 1–7. IEEE, 2001.
- [5] JY Choi, HW Cho, and BH Kim. The influence of mechanical resonance on the dynamic performance of a tubular linear actuator with halbach array. In *Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems (Volume 1)*, 2005.
- [6] Babak Ebrahimi. *Development of hybrid electromagnetic dampers for vehicle suspension systems*. PhD thesis, University of Waterloo, 2009.
- [7] M El-Hami, P Glynne-Jones, NM White, M Hill, Stephen Beeby, E James, AD Brown, and JN Ross. Design and fabrication of a new vibration-based electromechanical power generator. *Sensors and Actuators A: Physical*, 92(1):335–342, 2001.
- [8] Ross A Howard, Yimin Xiao, and Steven D Pekarek. Modeling and design of air-core tubular linear electric drives. 2013.
- [9] IA Ivanova, Hans Bernhoff, Olov Ågren, and Mats Leijon. Simulated generator for wave energy extraction in deep water. *Ocean engineering*, 32(14):1664–1678, 2005.
- [10] Soon-Duck Kwon, Jinkyoo Park, and Kincho Law. Electromagnetic energy harvester with repulsively stacked multilayer magnets for low frequency vibrations. *Smart materials and structures*, 22(5):055007, 2013.

- [11] Haodong Li and Pragasen Pillay. A methodology to design linear generators for energy conversion of ambient vibrations. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 47(6):2445–2452, 2011.
- [12] Liyi Li, Donghua Pan, and Xuzhen Huang. Analysis and optimization of iron-less permanent-magnet linear motor for improving thrust. *Plasma Science, IEEE Transactions on*, 41(5):1188–1192, 2013.
- [13] Ken Rhinefrank, EB Agamloh, Annette von Jouanne, AK Wallace, Joe Prudell, Kelly Kimble, Jess Aills, E Schmidt, P Chan, B Sweeny, et al. Novel ocean energy permanent magnet linear generator buoy. *Renewable Energy*, 31(9):1279–1298, 2006.
- [14] F Rinderknecht. Iron losses of a linear generator for a hybrid vehicle concept. In *Power Engineering, Energy and Electrical Drives (POWERENG), 2013 Fourth International Conference on*, pages 252–257. IEEE, 2013.
- [15] Frank Rinderknecht. A highly efficient energy converter for a hybrid vehicle concept-focused on the linear generator of the next generation. In *Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), 2013 8th International Conference and Exhibition on*, pages 1–7. IEEE, 2013.
- [16] Saha, Donnell, Wang, and McCloskey. Electromagnetic generator for harvesting energy from human motion. *Sensors and Actuators A: Physical*, 147(1):248 – 253, 2008.
- [17] D Spreemann, B Folkmer, and Y Manoli. Comparative study of electromagnetic coupling architectures for vibration energy harvesting devices. *Proceedings of PowerMems*, pages 257–260, 2008.
- [18] Loránd Szabó, Claudiu Oprea, KA Biro, et al. Novel permanent magnet tubular linear generator for wave energy converters. In *Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC'07. IEEE International*, volume 2, pages 983–987. IEEE, 2007.
- [19] M. Usai. *Circuiti Magnetici*. DIEE Università degli studi di Cagliari. Dispense libere.
- [20] Thomas von Büren and Gerhard Tröster. Design and optimization of a linear vibration-driven electromagnetic micro-power generator. *Sensors and Actuators A: Physical*, 135(2):765–775, 2007.
- [21] Harold A Wheeler. Simple inductance formulas for radio coils. *Radio Engineers, Proceedings of the Institute of*, 16(10):1398–1400, 1928.
- [22] Liang Yan, Lei Zhang, Tianyi Wang, Zongxia Jiao, Chin-Yin Chen, I Chen, et al. Magnetic field of tubular linear machines with dual halbach array. *Progress In Electromagnetics Research*, 136:283–299, 2013.

- [23] Songye Zhu, Wen-ai Shen, and You-lin Xu. Linear electromagnetic devices for vibration damping and energy harvesting: Modeling and testing. *Engineering Structures*, 34:198–212, 2012.

