

**POLITECNICO DI MILANO**

**FACOLTÀ DI INGEGNERIA INDUSTRIALE**

*Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Meccanica*



**MODELLAZIONE E VERIFICA SPERIMENTALE DI UN  
HARVESTER ELETTROMAGNETICO PER  
DIAGNOSTICA SU TRENI MERCI**

Relatore: Prof.ssa Gisella TOMASINI

Correlatore: Ing. Damiano MILANI

Tesi di Laurea di:  
Alberto NOVA  
Matr. 749834

Anno Accademico 2013/2014

*Milano, 3 Ottobre 2014*

# INDICE

<b>INDICE.....</b>	<b>III</b>
<b>ELENCO DELLE FIGURE .....</b>	<b>VI</b>
<b>ELENCO DELLE TABELLE.....</b>	<b>IX</b>
<b>SOMMARIO.....</b>	<b>1</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>2</b>
<b>INTRODUZIONE .....</b>	<b>3</b>
<b>1 STATO DELL'ARTE DELL' ENERGY HARVESTING DA VIBRAZIONI.....</b>	<b>6</b>
1.1 LA TECNOLOGIA DELL'ENERGY HARVESTING .....	6
1.2 IL RECUPERO DELL'ENERGIA DA VIBRAZIONI.....	8
1.2.1 Trasduzione capacitiva.....	9
1.2.2 La trasduzione piezoelettrica.....	11
1.2.3 La trasduzione magnetostrittiva .....	12
1.2.4 Trasduzione elettromagnetica .....	14
1.3 ENERGY HARVESTING PER APPLICAZIONI FERROVIARIE .....	16
1.3.1 Applicazione harvester piezoelettrico .....	17
1.3.2 Applicazione harvester elettromagnetico .....	18
<b>2 Analisi dell'applicazione .....</b>	<b>21</b>
2.1 SCOPO DEL LAVORO.....	21
2.2 REAL TIME RELIABILITY .....	23
2.3 LA PROPAGAZIONE DELLE CRICCHE .....	23
2.4 IL NODO SENSORIALE .....	24
2.4.1 Architettura .....	25
2.4.2 Applicazioni del nodo sensoriale .....	26
2.4.3 Consumi .....	26

2.5	VIBRAZIONI IN BOCCOLA .....	27
2.5.1	Vibrazioni in un treno merci .....	28
2.5.2	Vibrazioni in un treno metropolitano .....	30
2.5.3	Osservazioni.....	32
2.6	REQUISITI DELL’HARVESTER PER APPLICAZIONI FERROVIARIE .....	32
<b>3</b>	<b>Modello di un harvester elettromagnetico.....</b>	<b>34</b>
3.1	MODELLO SEMPLIFICATO.....	34
3.2	MODELLO DI HARVESTER ELETTROMECCANICO.....	39
3.3	PARAMETRI CONCENTRATI DEL CIRCUITO ELETTRICO: $L_C$ , $R_C$ E $R_L$ .....	42
3.4	ACCOPIAMENTO ELETTRO-MECCANICO.....	44
3.4.1	Campo magnetico numerico.....	44
3.4.2	Il coefficiente di accoppiamento .....	47
3.5	POTENZA ELETTRICA RECUPERATA.....	48
<b>4</b>	<b>COSTRUZIONE DEL PROTOTIPO .....</b>	<b>55</b>
4.1	COMPONENTI E MATERIALI .....	55
4.1.1	Il magnete.....	56
4.1.2	Le molle .....	58
4.1.3	La guida lineare.....	62
4.1.4	La bobina.....	64
4.2	ASSEMBLAGGIO .....	67
4.3	LA FLESSIONE DELLE MOLLE.....	69
<b>5</b>	<b>RISULTATI SPERIMENTALI .....</b>	<b>71</b>
5.1	CONFIGURAZIONE DELLA PROVA .....	71
5.2	SETUP SPERIMENTALE.....	72
5.3	CARATTERIZZAZIONE DINAMICA DEL SISTEMA ELETTROMAGNETICO .....	74
5.3.1	Moto libero.....	74
5.3.2	Sweep in frequenza .....	76
5.4	CONFRONTO NUMERICO – SPERIMENTALE .....	78
5.4.1	Risultati .....	81
5.4.2	Potenza estratta.....	86

5.4.3 Limiti del prototipo .....	87
5.5 POTENZE OTTENIBILI .....	88
<b>6 CONCLUSIONI .....</b>	<b>90</b>
6.1 RISULTATI .....	90
6.2 LIMITI DEL MODELLO E DEL PROTOTIPO .....	91
6.3 SVILUPPI FUTURI.....	91
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>94</b>

# ELENCO DELLE FIGURE

<b>Figura 1.1:</b> Densità di potenza per diverse sorgenti energetiche.....	7
<b>Figura 1.2:</b> Articoli scientifici presenti database Engineering Village Elsevier. ....	8
<b>Figura 1.3:</b> Rappresentazione schematica di un harvester da vibrazioni. ....	9
<b>Figura 1.4:</b> Condensatore per applicazioni MEMS.....	10
<b>Figura 1.5:</b> Funzionamento di un harvester piezoelettrico ed equivalente meccanico. ....	11
<b>Figura 1.6:</b> Configurazione harvester magnetostrittivo.....	13
<b>Figura 1.7:</b> Schema di un harvester elettromagnetico. ....	14
<b>Figura 1.8:</b> Harvester elettromagnetico con magneti multipli.....	15
<b>Figura 1.9:</b> Configurazione di test di un harvester piezoelettrico. ....	17
<b>Figura 1.10:</b> Potenza estratta da un harvester piezoelettrico in funzione del carico elettrico. ....	18
<b>Figura 1.11:</b> Harvester elettromagnetico con sospensione magnetica. ....	19
<b>Figura 1.12:</b> Metodologia di della sperimentazione di un harvester elettromagnetico. ....	19
<b>Figura 2.1:</b> Disegno di un carrello ferroviario.....	22
<b>Figura 2.2:</b> Cricca in un assile ferroviario.....	24
<b>Figura 2.3:</b> Schema a blocchi di un nodo sensoriale.....	25
<b>Figura 2.4:</b> Accelerazione misurata in boccola su un treno merci a 40 km/h 1) e spettro dell'accelerazione 2). ....	28
<b>Figura 2.5:</b> Accelerazione misurata in boccola su un treno merci a 60 km/h 1) e spettro dell'accelerazione 2). ....	29
<b>Figura 2.6:</b> Accelerazione misurata in boccola su un treno merci a 70 km/h 1) e spettro dell'accelerazione 2). ....	29
<b>Figura 2.7:</b> Velocità di un convoglio metropolitano 1), Accelerazione misurata in boccola 2). ....	30
<b>Figura 2.8:</b> Spettro dell'accelerazione in boccola su un convoglio metropolitano.....	31
<b>Figura 2.9:</b> Tempo di ricarica necessario in funzione delle prestazioni dell'harvester. ....	33
<b>Figura 3.1:</b> Schema harvester elettromagnetico. ....	35
<b>Figura 3.2:</b> Modello meccanico harvester elettromagnetico. ....	35
<b>Figura 3.3:</b> Sistema meccanico harvester elettromagnetico con smorzamento elettrico. ....	36
<b>Figura 3.4:</b> Potenza elettrica in funzione del rapporto degli smorzamenti.....	38
<b>Figura 3.5:</b> Schema a parametri concentrati harvester elettromagnetico. ....	39
<b>Figura 3.6:</b> Rappresentazione schematica delle linee del campo magnetico che concatenano una spira.....	41
<b>Figura 3.7:</b> Bobina a layer singolo a) e layer multipli b) .....	43
<b>Figura 3.8:</b> Campo magnetico generato dal magnete ricavato dal software FEMM.....	45
<b>Figura 3.9:</b> Campo magnetico radiale generato dal magnete cilindrico. ....	46

<b>Figura 3.10:</b> Campo magnetico radiale al variare della distanza dalla superficie laterale del magnete.....	46
<b>Figura 3.11:</b> Disposizione bobina lungo la direzione z.....	47
<b>Figura 3.12:</b> Coefficiente di accoppiamento per bobina a layer singolo.....	48
<b>Figura 3.13:</b> Diagramma di Bode della funzione di trasferimento del sistema elettromeccanico.....	50
<b>Figura 3.14:</b> Tensione efficace in funzione del carico $R_L$ .....	51
<b>Figura 3.15:</b> Funzione di risposta in frequenza tra la potenza dissipata sul carico $R_L$ e l'accelerazione del supporto.....	52
<b>Figura 3.16:</b> Potenza sul carico $R_L$ in funzione della frequenza di eccitazione.....	52
<b>Figura 3.17:</b> Potenza elettrica in funzione del carico $R_L$ per diversi valori di $R_C$ .....	53
<b>Figura 3.18:</b> Potenza elettrica al variare del coefficiente di accoppiamento $B_{L0}$ per diversi casi di carico $R_L$ .....	54
<b>Figura 4.1:</b> Prototipo di harvester elettromagnetico.....	56
<b>Figura 4.2:</b> Intensità del campo magnetico radiale generato dal magnete in funzione della distanza radiale e della quota.....	57
<b>Figura 4.3:</b> Precarico fornito dalla struttura di supporto.....	58
<b>Figura 4.4:</b> Lunghezza delle molle sottoposte al precarico statico e alla forza peso. ...	59
<b>Figura 4.5:</b> Spostamento massimo del magnete sottoposto a un forzamento sinusoidale in funzione della rigidezza (a) e della frequenza propria (b).....	60
<b>Figura 4.6:</b> Caratteristiche dimensionali delle molle di compressione.....	61
<b>Figura 4.7:</b> Il supporto delle molle.....	62
<b>Figura 4.8:</b> Tavola costruttiva della guida.....	63
<b>Figura 4.9:</b> Disposizione della bobina sulla superficie esterna della guida nelle configurazioni a layer singolo a) e layer multipli b).....	64
<b>Figura 4.10:</b> Resistenza della bobina in funzione del numero di layer.....	65
<b>Figura 4.11:</b> Induttanza della bobina in funzione del numero di layer.....	65
<b>Figura 4.12:</b> Coefficiente di accoppiamento elettromeccanico del prototipo.....	66
<b>Figura 4.13:</b> Coefficiente di accoppiamento massimo in funzione del numero di layer.....	67
<b>Figura 4.14:</b> Vista esplosa del prototipo.....	68
<b>Figura 4.15:</b> Regolazione delle parti mobili del prototipo.....	69
<b>Figura 4.16:</b> Asta snella sottoposta a un carico di punta.....	69
<b>Figura 5.1:</b> Configurazione del setup sperimentale.....	73
<b>Figura 5.2:</b> Tensione ottenuta dal moto libero del sistema.....	75
<b>Figura 5.3:</b> Funzione di risposta in frequenza configurazione A1 (circuitto aperto). ....	76
<b>Figura 5.4:</b> Funzione di risposta in frequenza configurazione B1 (circuitto aperto). ....	77
<b>Figura 5.5:</b> Funzioni di risposta in frequenza configurazione A1 al variare del carico elettrico $R_L$ .....	78
<b>Figura 5.6:</b> Coefficiente di accoppiamento in funzione della quota del magnete.....	80
<b>Figura 5.7:</b> FRF dello spostamento della massa rispetto all'accelerazione in ingresso per la Configurazione B0.....	81

<b>Figura 5.8:</b> Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B0.....	81
<b>Figura 5.9:</b> Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B0 con smorzamento ottimizzato.....	82
<b>Figura 5.10:</b> Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B1.....	83
<b>Figura 5.11:</b> Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B1 con smorzamento ottimizzato.....	83
<b>Figura 5.12:</b> Fase al variare dello smorzamento imposto al modello numerico configurazione B1.....	84
<b>Figura 5.13:</b> Confronti risultati numerico-sperimentali configurazioni B0 e B1 (smorzamento ottimizzato).....	85
<b>Figura 5.14:</b> Confronti risultati numerico-sperimentali configurazioni B0 e B1 (smorzamento stimato dal moto libero).....	86
<b>Figura 5.15:</b> Tensione misurata sperimentalmente configurazione B1.....	87
<b>Figura 5.16:</b> Potenza massima estraibile dalla configurazione B1 ( $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ , $\zeta = 0.0753$ ). .....	88
<b>Figura 5.17:</b> Potenza massima estraibile dalla configurazione B1 ( $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ , $\zeta = 0.01$ ). .....	89



# ELENCO DELLE TABELLE

<b>Tabella 1.1:</b> Prestazione di harvester elettromagnetici.....	15
<b>Tabella 1.2:</b> Confronto tecniche di harvesting da vibrazioni. ....	16
<b>Tabella 1.3:</b> Prestazioni di un nodo sensoriale alimentato da un harvester piezoelettrico. .....	18
<b>Tabella 2.1:</b> Prestazioni di alcuni nodi sensoriali disponibili in letteratura. ....	27
<b>Tabella 2.2:</b> Velocità e RMS dell'accelerazione in boccola su un convoglio metropolitano.....	31
<b>Tabella 3.1:</b> Grandezze di riferimento utilizzate per lo studio dell'harvester elettromagnetico. ....	50
<b>Tabella 4.1:</b> Proprietà fisiche e geometriche del magnete.....	56
<b>Tabella 4.2:</b> Caratteristiche delle molle.....	61
<b>Tabella 4.3:</b> Caratteristiche meccaniche del sistema.....	62
<b>Tabella 4.4:</b> Proprietà magnetiche dell'Alluminio.....	63
<b>Tabella 4.5:</b> Proprietà del conduttore di rame. ....	64
<b>Tabella 4.6:</b> Posizione di ottimo del magnete al variare del numero di layer. ....	66
<b>Tabella 5.1:</b> Parametri delle configurazioni sperimentate.....	72
<b>Tabella 5.2:</b> Caratteristiche dell'accelerazione imposta dallo shaker. ....	72
<b>Tabella 5.3:</b> Coefficiente di smorzamento adimensionale. ....	76
<b>Tabella 5.4:</b> Parametri utilizzati nel modello numerico. ....	79
<b>Tabella 5.5:</b> Potenza elettrica estratta in condizioni di circuito aperto. ....	87



# SOMMARIO

In questo lavoro è presentata la modellazione di un sistema Energy Harvesting elettromagnetico in grado di recuperare energia elettrica dalle vibrazioni presenti in corrispondenza della boccola di un assile ferroviario, causate dall'irregolarità del binario. L'obiettivo è la messa a punto di un dispositivo capace di alimentare un nodo sensoriale con finalità diagnostiche, da impiegare a bordo di carri ferroviari per il trasporto di merci. E' studiata la trasduzione elettromagnetica, realizzata dal movimento relativo tra un magnete e un conduttore, ai capi del quale è generata una tensione governata dalla legge di Faraday. Il sistema è descritto attraverso un modello analitico-numerico, capace di evidenziare la mutua interazione tra il dominio meccanico ed il dominio elettrico. Il campo magnetico è studiato con un approccio numerico, basato sull'utilizzo di un codice ad elementi finiti. Il modello proposto fornisce una stima della tensione e della potenza elettrica estratta, in funzione dell'accelerazione imposta e dei parametri meccanici ed elettrici.

Per validare il modello numerico attraverso una campagna sperimentale, è stato costruito un prototipo di harvester elettromagnetico, di cui sono illustrate le scelte progettuali e i componenti utilizzati.

# ABSTRACT

Here a model for an electromagnetic Energy Harvesting system is presented. The system is able to gather electric energy from vibrations due to rail irregularities on the axle box wheelset bearing of a railroad car axle. The aim is to produce a device able to power a diagnostic sensor node, working on railway freight carriages.

Electromagnetic transduction is studied, which here is due to relative movement between a magnet and a conductor at whose ends a voltage is induced according to Faraday's law. The system is described through an analytic-numeric model, able to highlight the mutual interactions between mechanical and electrical systems. The magnetic field is studied using a numeric approach, based on a finite elements method. The proposed model gives an estimate of extracted voltage and electric power as a function of imposed acceleration and electrical and mechanical parameters.

In order to validate the numeric model through an experimental campaign, an electromagnetic harvester prototype has been produced and here the choices made in designing and the chosen components are presented.

# INTRODUZIONE

L'attenzione all'utilizzo delle risorse energetiche anima la comunità scientifica a ricercare soluzioni in grado sfruttare l'energia presente nell'ambiente che ci circonda. Esempi di "fonti rinnovabili" sono l'energia solare, eolica e delle maree per alimentare la rete elettrica su larga scala.

Il termine *Energy Harvesting*, o in alternativa *Energy Scavenging*, indica invece le tecnologie che si propongono di recuperare piccole quantità di energia da impiegare direttamente nel luogo dove questa viene convertita. Come fonti energetiche, in questo caso, si utilizzano oltre alle fonti rinnovabili (energia solare, associata al moto ondoso, al vento) anche forme di energia che normalmente dovrebbero essere dissipate come energia termica o energia meccanica nella forma di vibrazioni [1]–[3]. Non esiste un approccio unitario per descrivere le tecnologie di Energy Harvesting, perché ogni fonte energetica ha caratteristiche diverse e necessita dello sfruttamento di diversi principi di conversione.

Il costante progresso nel campo dell'elettronica, sempre più orientata alla produzione di dispositivi a basso consumo, rende promettente lo studio di generatori Harvesting. In particolare, l'applicazione di rete sensoriale wireless (Wireless Sensor Network), in cui sono impiegati sensori che comunicano tra di loro con finalità di monitoraggio di strutture, incoraggia lo studio di dispositivi autonomi capaci di alimentare i sensori stessi con l'energia recuperata dall'ambiente dove il nodo sensoriale è collocato.

L'Energy Harvesting, a differenza degli accumulatori chimici la cui efficienza nel tempo, si propone di progettare un dispositivo energeticamente autonomo.

Il lavoro di tesi si colloca all'interno di studi sulla diagnostica a bordo di treni merci e vuole offrire un contributo nello studio dei sistemi Harvesting da vibrazioni. L'obiettivo è la messa a punto di un sistema di recupero di energia da installare in corrispondenza della boccola di un assile ferroviario al fine di alimentare un nodo sensoriale in grado di monitorare diverse grandezze di interesse per la diagnostica e la gestione di carri ferroviari per il trasporto di merci. La fonte energetica è dunque la vibrazione in boccola associata all'irregolarità del binario.

In letteratura si trovano diverse metodologie che permettono di convertire l'energia dal dominio meccanico al dominio elettrico: le principali sono quelli basati su elementi di tipo capacitivo, piezoelettrico, magnetostrittivo ed elettromagnetico. Particolare interesse è stato dedicato dalla comunità scientifica alla conversione piezoelettrica, implementata in un primo momento solo per sensori e attuatori: grazie alla ricerca sull'efficienza dei materiali piezoelettrici è ad oggi possibile disporre di harvester in grado di alimentare semplici circuiti elettronici.

In questo lavoro di tesi è stato messo a punto un modello di harvester elettromagnetico e tale modello è stato verificato sperimentalmente mediante prove eseguite su un semplice prototipo. L'attività di studio vuole indagare le possibilità offerte da questa tecnologia in termini di potenza elettrica recuperata. Il principio fisico alla base della trasduzione elettromagnetica è la variazione di tensione indotta ai capi di un conduttore posto in moto relativo rispetto ad un campo magnetico. Il conduttore è realizzato da una bobina, collegata ad un circuito elettrico per estrarre la tensione generata. L'utilizzo di magneti permanenti rende difficoltosa una modellazione analitica generale a causa della variabilità del campo magnetico stesso in funzione dei materiali impiegati e del layout complessivo del dispositivo. È stato dunque sviluppato un modello analitico-numerico in cui l'equazione di moto del magnete e l'equazione della tensione generata nel circuito elettrico sono accoppiate, grazie ad un termine che sintetizza la variazione del flusso magnetico concatenato alle spire.

In una prima fase del lavoro è stata studiata la problematica specifica dell'applicazione ferroviaria, descrivendo il contesto in cui si intende utilizzare l'harvester. Sulla base di misure di accelerazione in boccia eseguite in una campagna di prove sperimentali su carri merci, si è analizzata la "fonte vibrazionale" in modo da caratterizzarla dal punto di vista energetico e studiarne il contenuto in frequenza. Sulla base di questo studio preliminare si è scelto il principio di trasduzione elettromagnetico e si è sviluppato un modello di harvester costituito da un magnete permanente libero di muoversi all'interno di una bobina, evidenziando l'interazione reciproca tra il dominio meccanico e il dominio elettrico, responsabile della conversione di energia. Il modello analitico ha permesso di evidenziare l'influenza dei parametri sulla generazione di potenza elettrica.

Al fine di caratterizzare sperimentalmente il modello è stato costruito un primo semplice prototipo: test di tipo sweep in frequenza per la caratterizzazione dinamica sono stati eseguiti su un tavolo vibrante controllato.

Una volta verificato il prototipo si è definito mediante modello un harvester ottimizzato per il quale si è stimata la potenza elettrica recuperabile.

Il lavoro è articolato nel modo seguente: nel Capitolo 1 è introdotta la tecnologia dell'Energy Harvesting e sono illustrate le tecniche di trasduzione adatte a convertire l'energia presente nell'ambiente sotto forma di vibrazione. Sono illustrati alcuni prototipi di harvester elettromagnetici disponibili in letteratura e particolare attenzione è riservata agli studi sul recupero dell'energia nel campo ferroviario.

Nel Capitolo 2 è illustrato il funzionamento del nodo sensoriale in relazione alla finalità diagnostica che si vuole perseguire, con lo scopo di fornire indicazioni circa le richieste energetiche del dispositivo. Inoltre viene descritto il livello di sollecitazione misurato su un carro ferroviario per avere una stima dell'accelerazione in ingresso al sistema elettromeccanico.

Nel Capitolo 3 si propone il modello di harvester elettro-meccanico, evidenziando le caratteristiche del campo magnetico generato dal magnete permanente e l'accoppiamento delle equazioni meccanica ed elettrica.

Nel Capitolo 4 si descrive il dimensionamento la costruzione del prototipo, indicando i materiali scelti e le loro caratteristiche; sono inoltre valutati i valori dei parametri meccanici ed elettrici da utilizzare nel modello numerico nella fase di verifica sperimentale.

Nel capitolo 5 è caratterizzata la dinamica del prototipo attraverso lo studio della funzione di risposta in frequenza, e sono confrontati i risultati ottenuti dal modello con i dati misurati sperimentalmente. E' inoltre restituito il valore della potenza elettrica ottenuta dal modello numerico in configurazione ottimizzata.

Nel Capitolo 6 sono esposti i principali risultati conseguiti; inoltre sono fornite indicazioni sulla direzione da perseguire nella fase di ottimizzazione del modello numerico e del prototipo con lo scopo di massimizzare la potenza elettrica estraibile dal dispositivo.

# 1

## STATO DELL'ARTE DELL' ENERGY HARVESTING DA VIBRAZIONI

In questo capitolo si intende introdurre la filosofia dell'Energy Harvesting e fornire una visione d'insieme delle tecniche di recupero di energia da vibrazioni. La scoperta dei principi fisici alla base della conversione di energia nei casi in esame risalgono al 1800, ma solo da pochi anni, dalla fine degli anni '90, questi sono divenuti in un primo momento oggetto di studio e successivamente campo di applicazioni reali.

Sono descritti i principi fisici alla base della trasduzione elettrica che convertono parte dell'energia meccanica disponibile nell'ambiente in energia elettrica. Particolare attenzione è posta all'analisi della trasduzione elettromagnetica, accompagnata da una review dei prototipi di harvester disponibili in letteratura.

Infine è riportata una sintesi degli studi recenti sul recupero dell'energia da vibrazioni in ambito ferroviario con lo scopo di alimentare un nodo sensoriale, poiché questo è l'oggetto del presente lavoro di tesi.

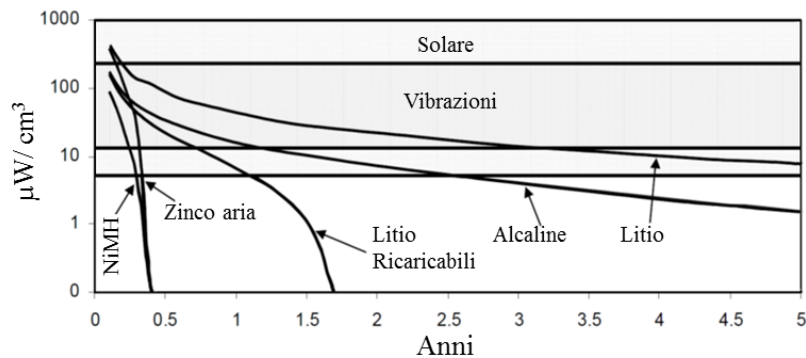
### 1.1 LA TECNOLOGIA DELL'ENERGY HARVESTING

Il termine "Energy Harvesting", o più correttamente "Energy Scavenging" indica tutte le tecnologie adatte a recuperare energia su piccola scala da utilizzare direttamente nel luogo in cui questa viene convertita: l'energia è disponibile nell'ambiente e, se non fosse raccolta, andrebbe persa. La differenza macroscopica tra l'energia "rinnovabile" e "scavenged" è il fattore di scala: nel primo caso, utilizzando ad esempio una pala eolica di medie dimensioni, si producono 100 kW di potenza, mentre nel secondo caso attraverso un dispositivo tipico del volume di 10 – 100 cm<sup>3</sup> viene prodotta una potenza limitata a pochi microWatt – milliWatt [4].



L'opportunità dell'indagare questi sistemi risiede nel fatto che i progressi continui nel campo dell'elettronica hanno consentito lo sviluppo di dispositivi orientati al “*low voltage – low power*”, la cui richiesta energetica è compatibile con le prestazioni offerte dai dispositivi harvesting.

Per meglio comprendere le possibilità offerte dall'utilizzo di fonti alternative rispetto alle tradizionali batterie in Figura 1.1 è riportata la potenza erogabile da fonti energetiche differenti in funzione della durata di funzionamento atteso [5].

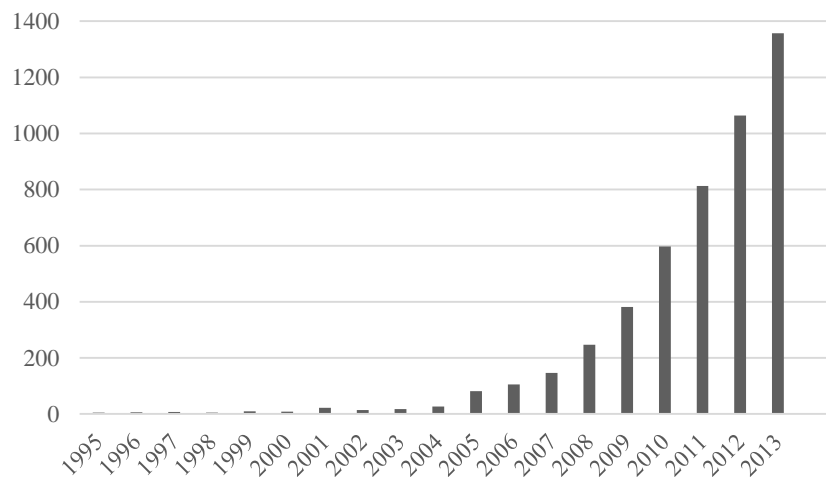


**Figura 1.1:** Densità di potenza per diverse sorgenti energetiche.

Le prestazioni delle batterie degradano velocemente nel tempo, rendendo questa tipologia di alimentazione non adatta a essere impiegata per lunghi periodi nel caso non si intenda prevedere la loro sostituzione. L'energia proveniente dalla radiazione solare o da vibrazioni al contrario potrebbe essere convertita con continuità e provvedere all'alimentazione di dispositivi durante tutta la loro vita operativa.

L'opportunità di disporre di una sorgente energetica continua nel tempo apre interessanti opportunità nella progettazione di dispositivi elettronici energeticamente autonomi: questa configurazione potrebbe essere l'unica soluzione nel caso di installazioni in luoghi remoti o collocati all'interno di strutture in luoghi difficili da raggiungere, oppure perché economicamente non si reputa vantaggiosa la continua sostituzione delle batterie o la cablatura dell'intera struttura.

Come prova dell'interesse generato dalla tecnologia dell'Energy Harvesting in Figura 1.2 si riporta il numero di articoli pubblicati su riviste scientifiche dalla metà degli anni '90 ad oggi. L'interesse maggiore della ricerca riguarda la possibilità di creare sistemi autonomi, a basso consumo, in grado di comunicare informazioni relative al monitoraggio di luoghi o strutture: queste sono le principali caratteristiche di un nodo sensoriale, elemento che verrà descritto in dettaglio nel Capitolo 2.



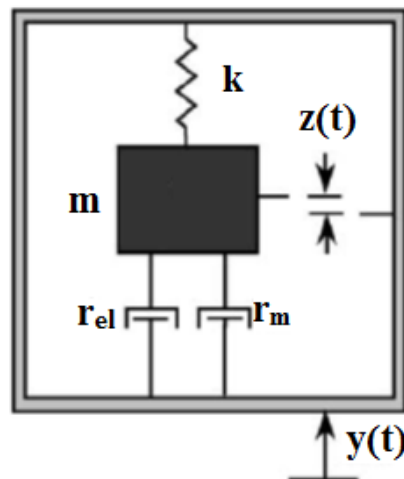
**Figura 1.2:** Articoli scientifici presenti database Engineering Village Elsevier.

## 1.2 IL RECUPERO DELL'ENERGIA DA VIBRAZIONI

Le vibrazioni sono largamente presenti in tutti gli ambienti industriali e domestici, e possono essere sfruttate come sorgente di energia.

La fonte di energia che si intende sfruttare per l'applicazione oggetto di studio è la vibrazione a bordo di un treno merci in esercizio, tuttavia in questo capitolo si intende introdurre le tecniche di Energy Harvesting che sfruttano le vibrazioni presenti anche in altre situazioni, come ad esempio in edifici o ponti soggetti al vento, strade, rotaie, organi di macchine, motori, rotor.

Sono disponibili diverse tecniche di trasduzione elettrica, ovvero il principio fisico utilizzato per convertire l'energia meccanica in energia elettrica (trasduzione capacitiva, piezoelettrica, magnetostriativa ed elettromagnetica [6]): in tutti i casi il funzionamento dei dispositivi Harvesting è schematizzabile come un sistema ad un grado di libertà, in cui è posta in movimento una massa rispetto alla sorgente della vibrazione stessa. Il funzionamento del sistema appena descritto è rappresentato in Figura 1.3. La vibrazione  $y(t)$  forza il sistema attraverso uno spostamento di vincolo impresso: la posizione della massa  $m$ , identificata dalla posizione relativa  $z(t)$  e vincolata attraverso una elemento elastico è posta in moto relativo rispetto a  $y$ . Per completezza sono indicati anche due smorzatori:  $r_m$  rappresenta lo smorzamento meccanico e permette di considerare le dissipazioni proporzionali alla velocità della massa, mentre  $r_{el}$  è lo smorzamento elettrico e indica che parte dell'energia meccanica è convertita nel dominio elettrico, causando un effetto frenante sul sistema meccanico.



*Figura 1.3: Rappresentazione schematica di un harvester da vibrazioni.*

E' possibile definire un valore teorico di potenza elettrica ottenibile da vibrazioni dall'equazione [7]:

$$P_{el} = \frac{m\zeta_{el}A_m^2}{4\omega_0(\zeta_m + \zeta_{el})^2} \quad (1.1)$$

dove  $\zeta_m$  e  $\zeta_{el}$  sono rispettivamente lo smorzamento adimensionale meccanico ed elettrico ( $\zeta_m = r_m/2m\omega_0$ ,  $\zeta_{el} = r_{el}/2m\omega_0$ ),  $A_m$  l'ampiezza dell'accelerazione in ingresso,  $m$  la massa e  $\omega_0$  la frequenza propria del sistema.

Si può dimostrare che l'equazione (1.1) assume valore massimo se lo smorzamento meccanico equivale allo smorzamento elettrico [8]. La potenza elettrica massima teorica estraibile da un sistema in risonanza è proporzionale alla massa che viene posta in movimento e all'ampiezza dell'accelerazione, che rappresenta l'input del sistema, mentre è inversamente proporzionale alla frequenza propria e allo smorzamento complessivo. La trattazione approfondita del modello matematico e della potenza estratta dall'harvester verrà illustrata nel Capitolo 3.

### 1.2.1 Trasduzione capacitiva

Il principio elettrostatico, alla base del funzionamento dei condensatori, consente di generare energia elettrica. Si considerano due conduttori, tra cui è interposto un dielettrico, posti in moto relativo. Considerando un condensatore piano a facce piane e parallele la differenza di potenziale tra le due superfici è:

$$V = \frac{Q}{C} \quad (1.2)$$

in cui  $Q$  è la carica elettrica e  $C$  la capacità, definita come:

$$C = \varepsilon_0 \frac{lw}{d} \quad (1.3)$$

Le dimensioni delle superfici sono  $l$  e  $w$ , mentre la loro distanza è  $d$ ;  $\varepsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto.

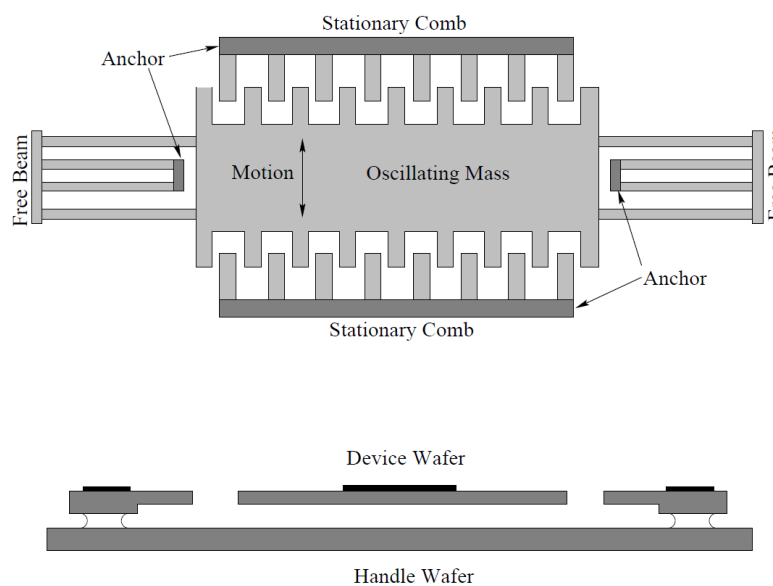
Si ricava il valore della tensione dall'equazione:

$$V = \frac{Q}{\varepsilon_0 lw} d \quad (1.4)$$

in funzione delle dimensioni delle superfici e della distanza: la variazione di queste grandezze comporta una tensione diversa tra le due facce e una variazione dell'energia accumulata nel sistema secondo la relazione:

$$E = \frac{1}{2} QV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (1.5)$$

Questa soluzione presenta il vantaggio di essere facilmente integrabile all'interno di schede elettroniche sfruttando le tecnologie MEMS.



**Figura 1.4:** Condensatore per applicazioni MEMS.

In Figura 1.4 è raffigurato un micro condensatore in cui è evidenziata la direzione del moto della massa oscillante rispetto allo statore che causa la variazione della capacità [9]. La configurazione a pettine consente di aumentare le superfici affacciate per ottenere valori superiori di capacità.

Lo svantaggio della trasduzione capacitiva è rappresentato dalla necessità di prevedere all'alimentazione elettrica per fornire la differenza di potenziale iniziale tra le superfici.

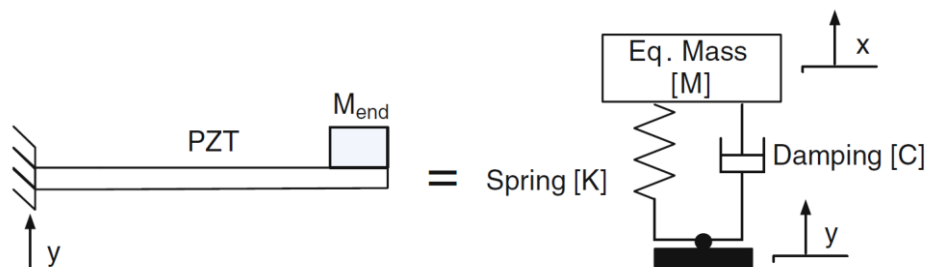
## 1.2.2 La trasduzione piezoelettrica

I materiali piezoelettrici hanno la caratteristica di deformarsi in presenza di un campo elettrico e, viceversa, generare una corrente elettrica se sottoposti ad uno stato di sforzo. Questo effetto è causato dalla deformazione della struttura cristallina a cui si assiste se al materiale, piezoceramiche policristalline, è imposta una deformazione: il reticolo cristallino si comporta come un dipolo elettrico, non risultando elettricamente neutro.

Il comportamento piezoelettrico è indotto durante la fase di produzione, in cui si sottopone il materiale piezoceramico ad un forte campo magnetico, orientando in modo definitivo i dipoli lungo un'unica direzione.

Applicando uno stato di sforzo di compressione o trazione nella direzione di magnetizzazione dei dipoli il materiale genera una differenza di potenziale. Se lo stato di sforzo è applicato in modo ciclico si ottiene una tensione generata con lo stesso andamento. Una delle possibili configurazioni di harvester piezoelettrici consiste in lamine di materiale piezoceramico sottoposte ad uno stato di sforzo flessionale alternato, causato dalla vibrazione da cui si vuole recuperare energia.

In Figura 1.5 è raffigurato lo schema di funzionamento [10].



**Figura 1.5:** Funzionamento di un harvester piezoelettrico ed equivalente meccanico.

La trasduzione piezoelettrica è governata dalle equazioni:

$$S = s^E T + dE \quad (1.6)$$

$$D = dT + \varepsilon^T E \quad (1.7)$$

dove  $T$  e  $S$  sono lo sforzo e la deformazione meccanica,  $D$  e  $E$  l'induzione e il campo elettrico,  $s^E$  è la cedevolezza meccanica valutata a campo elettrico costante e  $\varepsilon^T$  la costante dielettrica calcolata a sforzo costante. Il termine  $d$ , presente in entrambe le equazioni, è il coefficiente di accoppiamento piezoelettrico di deformazione.

La tensione di corto circuito è definita dall'equazione:

$$V_{oc} = -\frac{d}{\varepsilon} tT \quad (1.8)$$

in cui  $t$  è la distanza tra le superfici del materiale piezoelettrico.

Gli harvester piezoelettrici generano tensioni elevate e basse correnti: questa caratteristica facilita la rettificazione della corrente attraverso il ponte a diodi. Inoltre questo tipo di trasduzione non necessita di un'alimentazione elettrica per funzionare risultando adatto per applicazioni "stand alone"; tuttavia il materiale di cui è costituita la lamina è fragile e per questo motivo devono essere previsti limitatori meccanici per impedire elevate deformazioni.

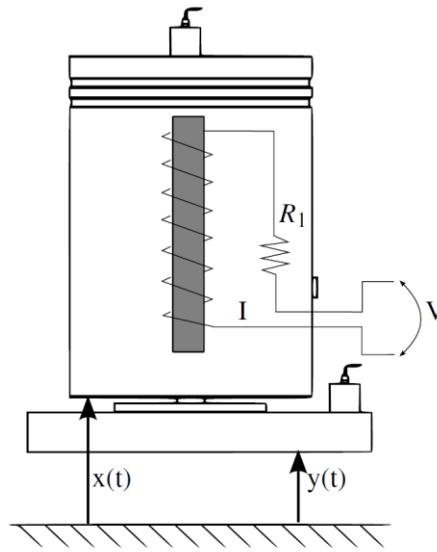
Esempi di applicazioni di harvester piezoelettrici sono descritti in [11], [12].

### 1.2.3 La trasduzione magnetostrittiva

I materiali magnetostrittivi hanno la caratteristica di deformarsi in presenza di un campo magnetico. Questo effetto è causato dall'orientazione del reticolo atomico, che si dispone secondo direzione ordinate all'interno del materiale. Il duale di questo comportamento è la capacità dei materiali magnetostrittivi di generare un campo magnetico se sottoposti ad uno stato di sforzo. Questo effetto, noto come effetto Villari, consiste nella variazione della suscettività magnetica a causa di una deformazione imposta al materiale.

In Figura 1.6 è rappresentato un harvester magnetostrittivo, in cui la deformazione del materiale causata dalla vibrazione  $y(t)$  genera un campo magnetico variabile nel tempo: questo induce una tensione nell'avvolgimento di conduttore che avvolge il materiale stesso.

Sono pochi i materiali ferromagnetici che godono di un effetto Villari sufficiente a generare un campo magnetico: il materiale più utilizzato è il Terfenolo-D, utilizzato anche per attuatori lineari sfruttando il comportamento duale. In [13] è proposto un harvester magnetostrittivo in cui si evidenzia la principale caratteristica di questi dispositivi, ovvero il funzionamento ad elevate frequenze, nell'ordine dei kHz. Le potenze elettriche generate invece sono nell'ordine dei microWatt.



**Figura 1.6:** Configurazione harvester magnetostrittivo.

Le equazioni che governano il fenomeno magnetostrittivo sono [14]:

$$S = s^H + dH \quad (1.9)$$

$$B = dT + \mu^T H \quad (1.10)$$

dove  $S$  e  $T$  sono la deformazione e lo sforzo meccanico,  $B$  e  $H$  l'induzione e il campo magnetico,  $s^H$  la cedevolezza meccanica valutata a campo magnetico costante e  $\mu^T$  la permeabilità magnetica valutata a sforzo costante. Come nel caso dei materiali piezoelettrici, le equazioni sono accoppiate da un coefficiente  $d$ , chiamato coefficiente di accoppiamento piezomagnetico.

L'energia del sistema si può esprimere con l'equazione [10]:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}TS + \frac{1}{2}HB = \frac{1}{2}Ts^H T + \frac{1}{2}TdH + \frac{1}{2}HdT + \frac{1}{2}H\mu^T H = \\ &= E_{mecc} + 2E_{mm} + E_{magn} \end{aligned} \quad (1.11)$$

in cui sono evidenziate tre componenti, rispettivamente l'energia meccanica, magnetica e magnetoelastica.

I vantaggi della trasduzione magnetostrittiva risiedono nel valore elevato dell'accoppiamento magnetico-meccanico, tuttavia l'ingombro non consente l'utilizzo su dispositivi di piccole dimensioni.

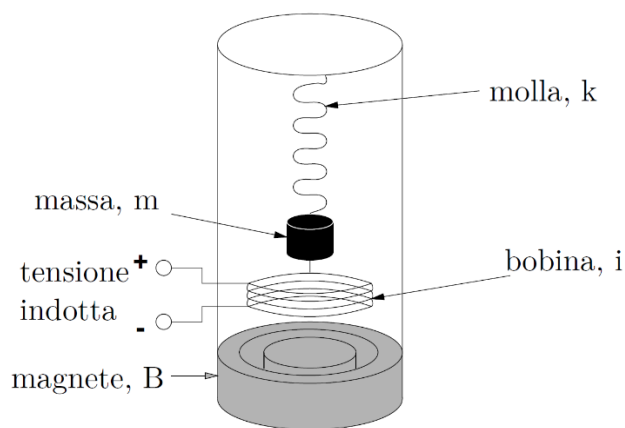
## 1.2.4 Trasduzione elettromagnetica

La trasduzione elettrica avviene ponendo un conduttore in un campo magnetico variabile nel tempo ed è governata dalla legge di Faraday:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (1.12)$$

dove  $\Phi$  è il flusso magnetico concatenato.

In Figura 1.7 è mostrato lo schema di un harvester elettromagnetico.



**Figura 1.7:** Schema di un harvester elettromagnetico.

Il campo magnetico è generato da un magnete permanente mentre il conduttore consiste in una bobina: il moto relativo tra la bobina e il magnete comporta una variazione del flusso concatenato dalle spire e ai capi del conduttore si misura una tensione  $\varepsilon$ .

Partendo dallo schema generale illustrato sono stati realizzati prototipi con layout differenti con lo scopo aumentare le prestazioni dell'harvester:

- massimizzazione del campo magnetico concatenato, ottenuto attraverso l'utilizzo di più magneti disposti in modo tale da aumentare l'intensità del campo magnetico dove viene collocata la bobina, e di conseguenza la tensione generata;
- estendere il range di frequenza in cui l'harvester è in grado di generare tensione<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Gli harvester che recuperano energia da vibrazioni sono chiamati "risonanti" poiché la massima potenza elettrica è generata quando la frequenza propria del dispositivo è sintonizzata con la frequenza della forzante. Nel caso la sollecitazione in ingresso cambi frequenza le prestazioni decadono, poiché il sistema meccanico non lavora più in risonanza.



In Figura 1.8 è raffigurata una soluzione adottata per aumentare il flusso concatenato alla bobina [15]: utilizzando più magneti cilindrici disposti in modo tale da avere direzione di magnetizzazione opposta (per magneti adiacenti) si ottengono linee di campo perpendicolari all'asse dei magneti la cui intensità, in corrispondenza degli avvolgimenti, è superiore rispetto al caso di magnete singolo.

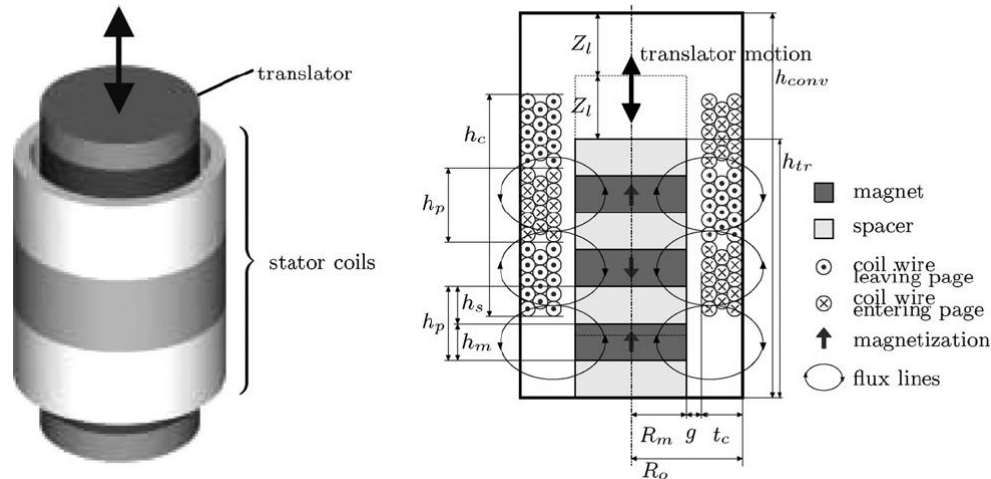


Figura 1.8: Harvester elettromagnetico con magneti multipli.

In [16] è proposto un prototipo in cui la bobina è posta su una struttura dotata di due modi di vibrare, in modo che sia sfruttata l'amplificazione dinamica in corrispondenze delle due frequenze proprie. Come è descritto nel Capitolo 3 la tensione generata dipende dalla velocità relativa tra magneti e bobina: per questo motivo disporre di più frequenze proprie corrisponde ad avere due valori di frequenza che massimizzano lo spostamento relativo e quindi la velocità.

In Tabella 1.1 sono riassunte le caratteristiche di alcuni generatori elettromagnetici disponibili in letteratura [3].

Tabella 1.1: Prestazione di harvester elettromagnetici.

	VIBES Mk2	Glynn-Jones [17]	Perpetuum [18]	Ching [19]
Frequenza [Hz]	52	99	100	110
Accelerazione [ $m/s^2$ ]	0.589	6.85	0.4	95.5
Massa [g]	0.66	2.96	50	0.192
Volume [ $cm^3$ ]	0.15	4.08	30	1
Potenza [ $\mu W$ ]	46	4990	4000	830
NPD <sup>2</sup> [ $kg/m^3$ ]	883.97	26.07	833.33	0.09

<sup>2</sup> "Normalized Power Density" (NPD) è il rapporto tra la potenza elettrica massima estratta dall'harvester e il livello accelerazione corrispondente, normalizzato per il volume del dispositivo.

In conclusione si confrontano in Tabella 1.2 le diverse tecniche di trasduzione elettrica [13] per evidenziarne i principali vantaggi e le criticità rispetto al loro utilizzo come alimentazione di un nodo sensoriale.

**Tabella 1.2:** Confronto tecniche di harvesting da vibrazioni.

	Vantaggi	Svantaggi
<i>Elettrostatico</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- non necessita smart materials</li> <li>- compatibile con MEMS</li> <li>- tensioni elevate (2 – 10 V)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- necessità di alimentazione esterna</li> <li>- necessità di limitatori meccanici</li> </ul>
<i>Piezoelettrico</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- non necessita di alimentazione esterna</li> <li>- tensioni adatte all'elettronica</li> <li>- configurazione compatta</li> <li>- compatibile con tecnologie MEMS</li> <li>- alto accoppiamento nei monocristalli</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- depolarizzazione</li> <li>- fragilità del materiale</li> <li>- basso accoppiamento (PVDF)</li> <li>- dispersione della carica</li> <li>- alta impedenza in uscita</li> </ul>
<i>Magnetostrittivo</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- alto coefficiente di accoppiamento</li> <li>- non affetto da depolarizzazione</li> <li>- alta flessibilità</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- effetti non lineari</li> <li>- difficile integrabilità in MEMS</li> <li>- bobina pick-up</li> </ul>
<i>Elettromagnetico</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- non necessita smart materials</li> <li>- non necessita alimentazione esterna</li> <li>- buona robustezza</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- dimensioni magnete e bobina elevate</li> <li>- difficile integrabilità in MEMS</li> <li>- tensione massima bassa (0.1 V)</li> </ul>

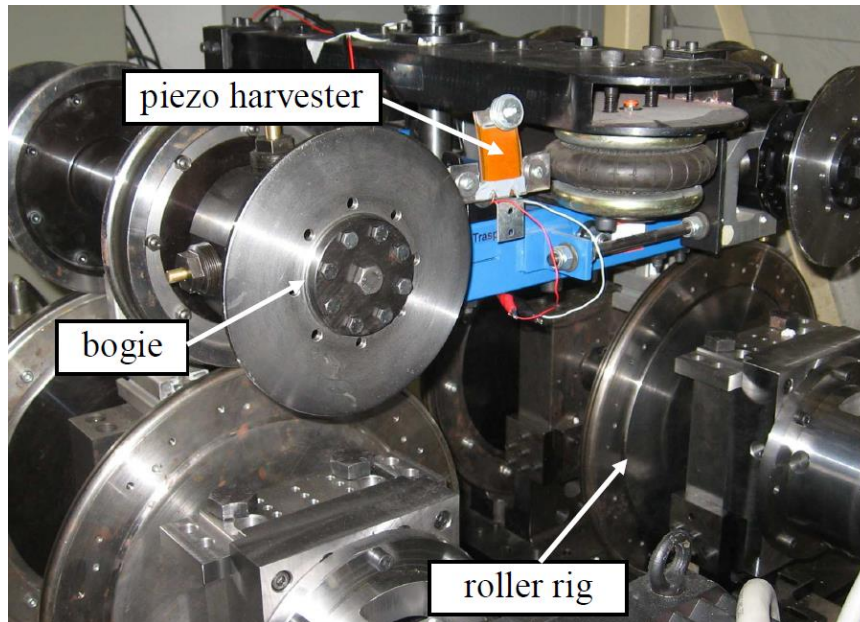
### 1.3 ENERGY HARVESTING PER APPLICAZIONI FERROVIARIE

L'applicazione di tecniche di Energy Harvesting in ambito ferroviario è un campo molto promettente, come illustrato in dettaglio nel Capitolo 2.

Sono stati condotti studi e sperimentazioni sulle potenzialità dei dispositivi di recupero dell'energia, con la finalità di fornire indicazioni sulla potenza elettrica effettivamente generata dall'utilizzo di harvester posizionati a bordo di carri ferroviari.

### 1.3.1 Applicazione harvester piezoelettrico

In [20] è proposto l'utilizzo di un harvester piezoelettrico montato su un carrello ferroviario in scala 1:4, raffigurato in Figura 1.9.

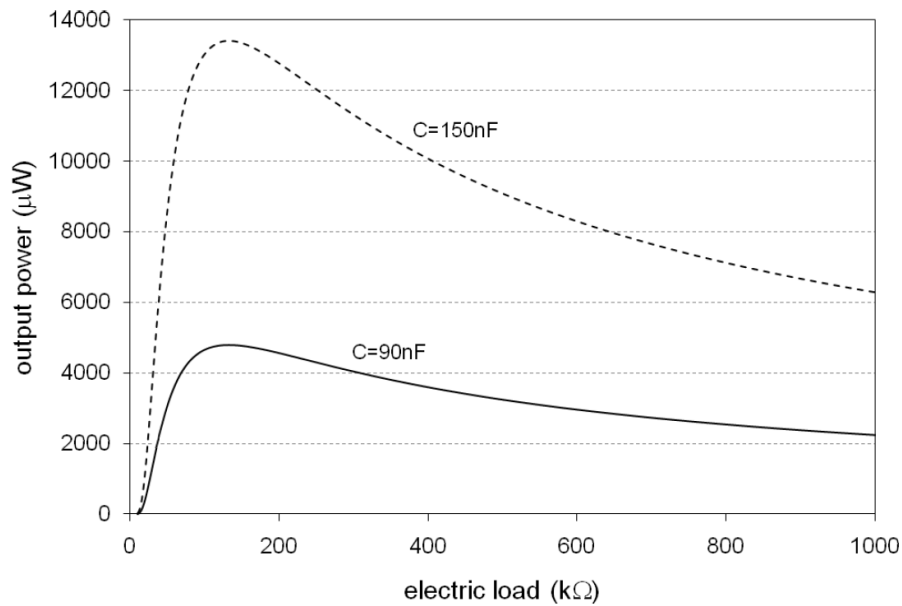


*Figura 1.9: Configurazione di test di un harvester piezoelettrico.*

L'attività sperimentale analizza la potenza elettrica estratta dall'harvester, immagazzinata in condensatori di diversa capacità.

L'andamento della potenza elettrica estratta dal sistema dipende da carico resistivo del circuito, come mostrato in Figura 1.10.

Inoltre è allestito un nodo sensoriale costituito da un accelerometro triassiale ST Microelectronics  $\pm 6g$  (modello LIS3L02AS4) e un modulo di comunicazione RF Texas Instruments (modello CC2520), che implementa il protocollo di trasmissione dati a 2.4GHz ZigBee.



**Figura 1.10:** Potenza estratta da un harvester piezoelettrico in funzione del carico elettrico.

In Tabella 2 si riportano i principali risultati ottenuti. Partendo dalla condizione di condensatori carichi si alimenta il circuito elettronico con l'energia contenuta nei condensatori stessi per un secondo e in seguito viene misurato il tempo necessario per ripristinare la completa carica, utilizzando la potenza elettrica fornita dall'harvester.

**Tabella 1.3:** Prestazioni di un nodo sensoriale alimentato da un harvester piezoelettrico.

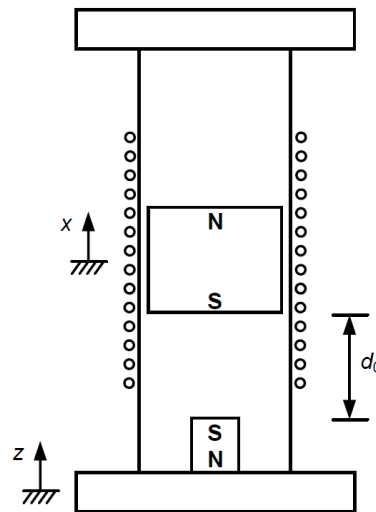
	Configurazione condensatore 90 nF	Configurazione condensatore 150 nF
<i>Frequenza propria harvester [Hz]</i>		5.71
<i>Accelerazione massima in risonanza [<math>m/s^2</math>]</i>		15
<i>Carico elettrico ottimo [<math>\Omega</math>]</i>		130
<i>Potenza massima estratta [mW]</i>	4.7	13.3
<i>Tempo di ricarica [s]</i>	17	7

Si osserva che l'accelerazione fornita al sistema durante la sperimentazione, pari a  $15 m/s^2$ , è un valore elevato, non disponibile con continuità a bordo di un convoglio in movimento.

### 1.3.2 Applicazione harvester elettromagnetico

In [21] è realizzato un prototipo di harvester elettromagnetico, mostrato in Figura 1.11, di cui sono testate le prestazioni attraverso un approccio numerico-sperimentale.

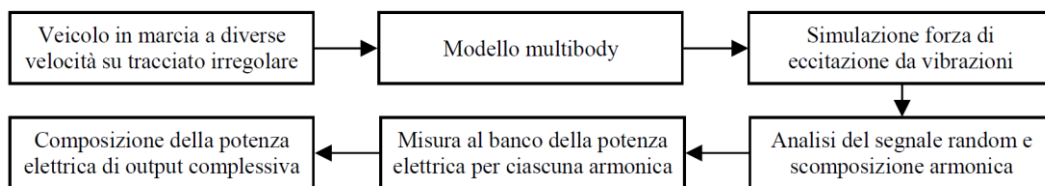
L'intento è stimare la potenza estratta, vincolando rigidamente l'harvester alla cassa di un convoglio ferroviario che viaggia alla velocità di 80 km/h.



**Figura 1.11:** Harvester elettromagnetico con sospensione magnetica.

La configurazione adotta una sospensione magnetica, ottenuta grazie all'impiego di due magneti, uno vincolato alla base dell'harvester e l'altro libero di muoversi in direzione verticale: opponendo le superfici dei magneti con uguale polarizzazione si genera una forza repulsiva, proporzionale alla distanza delle facce.

Lo schema a blocchi in Figura 1.12 riassume la metodologia utilizzata durante la sperimentazione.



**Figura 1.12:** Metodologia di della sperimentazione di un harvester elettromagnetico.

Il modello multibody è utilizzato per valutare l'accelerazione in cassa su un convoglio merci. Il risultato è scomposto attraverso la trasformata di Fourier in segnali mono armonici.

Analizzando in frequenza le componenti armoniche a maggior contenuto energetico del segnale di accelerazione è effettuata la sperimentazione del prototipo: attraverso prove mono armoniche viene misurata la potenza estratta in corrispondenza delle frequenze considerate e in seguito sommate per ottenere la potenza elettrica totale generata dal sistema.

Il risultato fornito indica che la potenza elettrica recuperata è 88.4 mW. Si osserva che il risultato è molto promettente, anche se ottenuto attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti, considerando l'accelerazione in input al sistema come somma delle sue componenti armoniche. Poiché il sistema studiato è non lineare a causa della rigidità magnetica e dell'interazione tra dominio meccanico e dominio elettrico, un approccio più rigoroso consiste nell'imporre al prototipo un segnale di accelerazione nel tempo con lo stesso contenuto energetico di quello valutato con il modello multibody.

## ANALISI DELL'APPLICAZIONE

La modellazione di un harvester elettromagnetico per applicazioni ferroviarie è un'applicazione innovativa: pertanto è necessario specificare le finalità che si intendono perseguire da un suo utilizzo su carri merci. Nel presente capitolo si descriverà lo scopo del lavoro, all'interno dei sistemi anti svio: questi sistemi vogliono fornire un contributo importante alla sicurezza dei convogli ferroviari durante l'esercizio, attraverso la misura di grandezze dinamiche in tempo reale ad opera di nodi sensoriali. E' fornita una stima della richiesta energetica del nodo sensoriale in funzione delle logiche di utilizzo implementate. Inoltre si analizzano segnali di accelerazioni caratteristiche misurate a bordo treno, che costituiscono il forzamento che permetterà all'harvester di generare energia.

### 2.1 SCOPO DEL LAVORO

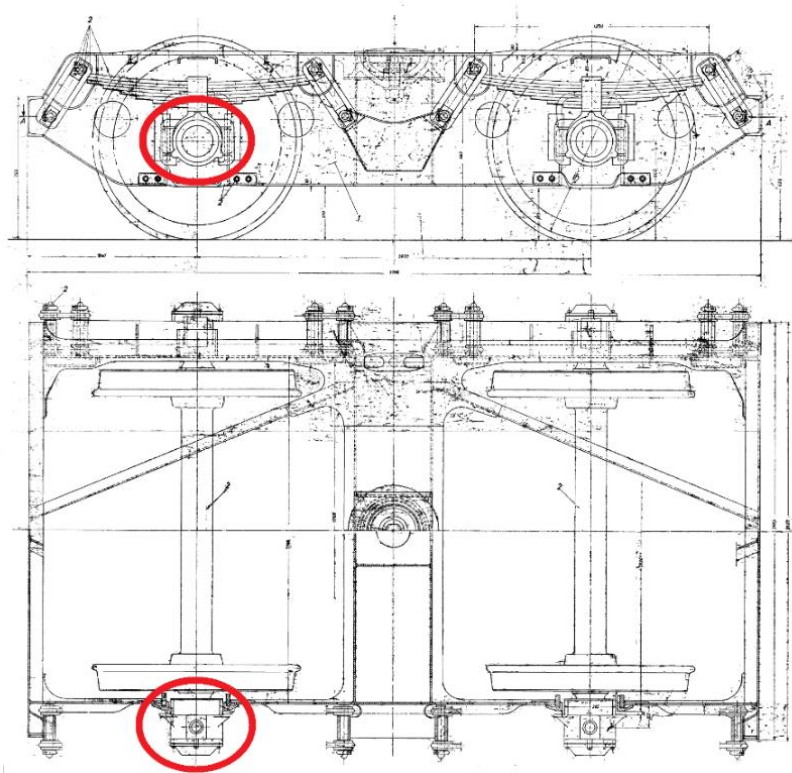
Lo scopo di questo lavoro consiste nel modellare un harvester elettromagnetico che fornisca una stima della potenza elettrica estraibile dalle vibrazioni in boccola di un carro ferroviario adibito al trasporto merci. Il lavoro di ricerca si inserisce negli studi in corso relativi alla progettazione di sistemi anti svio per convogli ferroviari: lo studio di questo sistema mira alla realizzazione di un dispositivo fisico che sia in grado di acquisire ed elaborare in tempo reale dati sulla dinamica del veicolo e fornire informazioni circa l'incipiente condizione di svio, attraverso la dislocazione di sensori lungo il convoglio, e la comunicazione degli stessi con la cabina di guida.

L'alimentazione del nodo sensoriale, il sistema fisico che misura e comunica i dati acquisiti, è un aspetto critico del problema: i carri merci non sono cablati e quindi non è possibile utilizzare l'energia della linea elettrica. Per far fronte a questa limitazione si vuole studiare un dispositivo, l'harvester, che sia in grado di recuperare energia

dalle vibrazioni dovute all'irregolarità della rotaia. La scelta di utilizzare un harvester, rispetto all'impiego di batterie, permette di avere un sistema energeticamente autonomo, che non necessiti quindi di manutenzione periodica per provvedere alla sostituzione delle batterie stesse.

Da studi precedenti è stata individuata la boccola come luogo in cui installare l'harvester (nel paragrafo 2.5 si analizzerà il livello di vibrazione in termini di ampiezza e frequenza in questo punto per meglio comprendere a quale forzamento è sottoposto l'harvester).

La boccola, evidenziata nel disegno complessivo del carrello in Figura 2.1, è la sede dei cuscinetti degli assili; è collegata alle sospensioni primarie da cui riceve il peso del carro, scaricato attraverso i cuscinetti stessi sui perni dell'assile.



**Figura 2.1:** Disegno di un carrello ferroviario.

La boccola si trova a monte degli stadi di sospensioni del carro, e per questo motivo, è una parte molto sollecitata dall'irregolarità del binario. Molteplici sono le cause che generano vibrazioni [22], ma in questa sede non si approfondisce lo studio di tale fenomeno; il problema verrà affrontato attraverso l'analisi sperimentale dello spettro di segnali di accelerazione misurati in boccola su alcuni convogli nel paragrafi 2.5.1 e 2.5.2.



## 2.2 REAL TIME RELIABILITY

In ambito ferroviario l'esigenza di standard di sicurezza sempre maggiori è un importante ambito di ricerca: in particolare il fenomeno della fatica, noto dalla metà del 1800, riveste tutt'oggi un terreno di sfida per l'ingegneria, poiché causa di numerosi incidenti dovuti al cedimento di componenti in esercizio.

L'assile è un elemento fortemente soggetto a fatica: le sollecitazioni dovute ai carichi applicati e causati dall'irregolarità della rotaia determinano uno stato di sforzo variabile nel tempo sul componente, rendendo possibile la progressiva propagazione dei difetti presenti.

Per prevenire questo fenomeno, attualmente si prevedono ispezioni periodiche che mirano a verificare l'integrità strutturale dell'assile. Questa operazione è complessa e costosa perché è necessario prevedere il fermo del carro da ispezionare. Poiché il difetto potrebbe essere interno, e quindi non visibile, sono state messe a punto metodologie di ispezione non distruttive basate sugli ultrasuoni o sull'utilizzo di fluidi penetranti [23]: queste tecnologie sono molto promettenti e hanno consentito di effettuare notevoli passi in avanti nell'ambito della sicurezza.

All'interno dello studio sul sistema anti svio si vuole indagare l'opportunità di monitorare lo stato di integrità dell'assile grazie alla misura di grandezze dinamiche, quali ad esempio le accelerazioni, per poter fornire indicazioni immediate sullo stato del componente: poiché il fenomeno della fatica si manifesta su tempi lunghi, nell'ordine delle centinaia di migliaia di cicli, poter monitorare l'evoluzione delle grandezze dinamiche di accelerazione causate dall'assile può contribuire ad una pianificazione migliore degli intervalli di manutenzione. Nel caso invece ci si trovi in una situazione al limite del cedimento, si ha la possibilità di fermare subito il convoglio prevenendo lo svio e le eventuali conseguenze causate dal deragliament. Il concetto di "real-time reliability" può essere positivamente affiancato all'affidabilità garantita dalle ispezioni periodiche, con l'obiettivo di contribuire in modo più efficace alla sicurezza in ambito ferroviario.

## 2.3 LA PROPAGAZIONE DELLE CRICCHE

Il fenomeno di propagazione delle cricche dipende da molti fattori come rilevato nei numerosi studi condotti sulla resistenza a fatica in ambito ferroviario [24]–[26]. Nel caso di difetti presenti negli assili è possibile individuare alcune sezioni maggiormente sollecitate durante il moto. Le zone vicine ai cuscinetti e in cui ci sono maggiori variazioni di sezione, come il collegamento con il cerchione, presentano valori di Stress Intensity Factor (SIF) elevati e in queste sezioni la concentrazione degli sforzi dovute alle sollecitazioni è elevata.

In Figura 2.2 è mostrato un assile ferroviario in cui si è verificata una rottura provocata dalla propagazione di un difetto. Il cedimento avviene di schianto solo nel momento in cui la cricca raggiunge la dimensione critica. Nel momento in cui il difetto ha dimensioni contenute, invece, la nucleazione è lenta: questo fenomeno è descritto dalla legge di Paris, che considera le caratteristiche del materiale, dal carico applicato e dalla geometria del componente.



*Figura 2.2: Cricca in un assile ferroviario.*

La presenza di un difetto rende l'assile non omogeneo poiché il materiale non è distribuito con uniformità nelle sezioni del componente rispetto all'asse di rotazione [27]: in questo caso vengono generate forze rotanti, per effetto dello squilibrio, che possono causare rotture per fatica. L'analisi dello spettro dell'accelerazione misurata sui supporti può fornire informazioni sulla frequenza e sull'ampiezza delle sollecitazioni trasferite dall'assile, evidenziando situazioni anomale rispetto alle condizioni di funzionamento corretto. Seguendo questo approccio si possono comprendere i vantaggi dati dalla possibilità di effettuare misure accelerometriche durante l'esercizio del convoglio ferroviario: le misure real-time non sostituiscono il normale piano di ispezioni e verifiche ma forniscono indicazioni che possono essere sfruttate per fermare il carro prima che si verifichi un cedimento, con conseguenze importanti sulla sicurezza in termini di prevenzione degli incidenti.

## **2.4 IL NODO SENSORIALE**

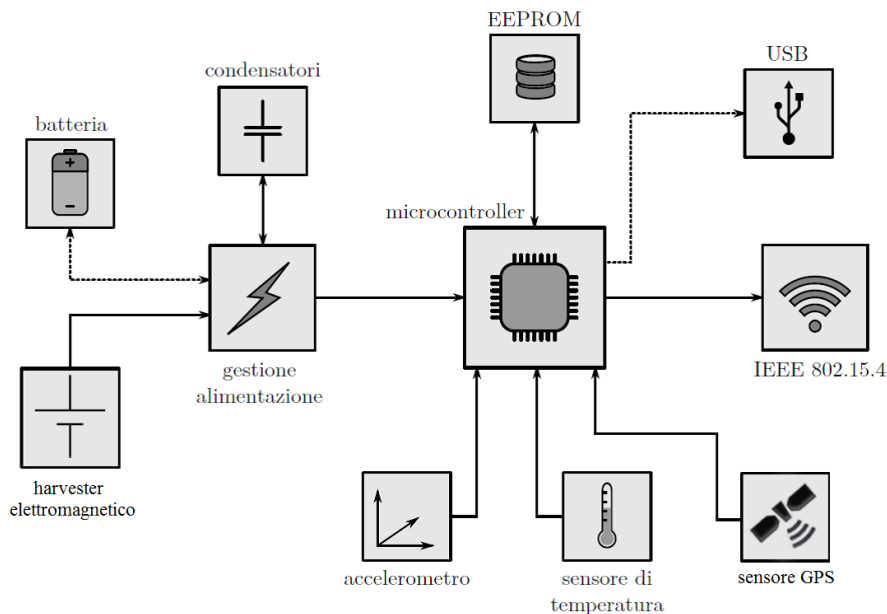
Il nodo sensoriale, già introdotto nel paragrafo 2.1, è un dispositivo elettronico capace di raccogliere dati, elaborarli e trasmetterli via radio: è una tecnologia promettente

nell'ambito dello “*structural monitoring*”, ovvero del monitoraggio di strutture, grazie al dislocamento di più unità capaci di misurare dati e comunicare con una centrale operativa, posta per esempio sulla motrice del convoglio.

Una soluzione abituale consiste nell'alimentare questi sistemi con delle batterie, ma tale scelta pone grandi limitazioni all'utilizzo nel tempo del nodo sensoriale, nel caso sia necessario sostituire le batterie frequentemente, in particolare se i nodi sono molti e dislocati su grandi strutture. L'energy harvesting è una risposta possibile all'esigenza di avere un dispositivo energeticamente autonomo, che non abbia bisogno di una fonte di alimentazione chimica, ma che sfrutti le vibrazioni presenti nell'ambiente in cui è inserito per generare energia da utilizzare successivamente per svolgere le operazioni per cui è progettato. Per questo motivo lo sviluppo delle tecnologie di energy harvesting hanno ricevuto una notevole spinta dai progressi dell'elettronica, sempre più orientata ad applicazioni “*ultra-low power*”.

### 2.4.1 Architettura

In [6] è presentata l'architettura di un nodo sensoriale, raffigurata in Figura 2.3: lo schema a blocchi consente di comprendere la logica di funzionamento di questo dispositivo.



**Figura 2.3:** Schema a blocchi di un nodo sensoriale.

L'harvester ha la funzione di fornire energia che viene accumulata in condensatori o batterie ed utilizzata per far funzionare l'intero nodo sensoriale. I sensori acquisiscono i dati che sono successivamente elaborati dal processore e salvati nella memoria

EEPROM. Infine l'apparato di comunicazione consente di trasmettere i dati memorizzati, o parte di essi, attraverso la rete wireless o la porta USB.

Ci sono diverse possibili logiche di funzionamento del nodo: l'ottimizzazione energetica di tutte le operazioni è essenziale, perché l'energia utilizzabile è limitata dalle caratteristiche degli accumulatori (batterie o condensatori) e dalla potenza che l'harvester è in grado di fornire. Nella maggioranza dei casi non è possibile, e non è necessario, prevedere il funzionamento continuo del dispositivo: è compito delle logiche di controllo fornire strategie adatte all'applicazione specifica che si intende realizzare. Il nodo può funzionare per un certo tempo in sleep-mode, attivandosi periodicamente per effettuare le misure, elaborare e trasmettere o archiviare i dati.

## 2.4.2 Applicazioni del nodo sensoriale

Grazie alla sua modularità, il nodo sensoriale consente di prevedere l'installazione di numerosi sensori in base alle diverse esigenze richieste. Oltre alla misura delle vibrazioni, utile per monitorare l'integrità strutturale, si riportano alcune delle possibili applicazioni interessanti in ambito ferroviari.

- Sensore GPS: consente di disporre di uno storico dell'utilizzo chilometrico di ogni carro. Spesso la composizione dei convogli merci viene modificata durante l'esercizio e ad oggi non è possibile sapere con precisione dove si trova uno specifico carro o quale distanza abbia percorso. Attraverso un sensore GPS è possibile rintracciare ogni carro su tutta la superficie terrestre e pianificare meglio la manutenzione in base ai chilometri percorsi.
- Sensore temperatura: fornisce indicazioni sulla temperatura, utile nel caso si trasportino merci particolari o per utilizzare questo dato per altre analisi.
- Accelerometro.

## 2.4.3 Consumi

L'analisi dei consumi dei diversi componenti del nodo sensoriale è fondamentale per progettare le strategie ottimali di gestione dell'energia. Nella Tabella 2.1 si riportano a titolo di esempio i consumi di alcuni nodi sensoriali per meglio comprendere le grandezze energetiche in termini di corrente assorbita e tensione di alimentazione necessarie [28]. I consumi indicati si riferiscono a un funzionamento del nodo sensoriale in cui il processore è attivo per il 10% del tempo complessivo, la trasmissione in funzione per l'1% e nel tempo rimanente è attiva la modalità sleep-mode (non è considerato l'utilizzo del sensore GPS).

**Tabella 2.1:** Prestazioni di alcuni nodi sensoriali disponibili in letteratura.

	Crossbow MICAz	Intel IMote 2	Jennic JN5139
<i>Standard radio</i>	IEEE 802.15.4/ZigBee	IEEE 802.15.4	IEEE 802.15.4/ZigBee
<i>Portata</i>	30 m – 100 m	30 m	1 km
<i>Velocità di trasmissione</i>	250 kbps	250 kbps	250 kbps
<i>Sleep mode</i>	15 $\mu$ A	390 $\mu$ A	2.8 $\mu$ A
<i>Processore</i>	8 mA	31-53 mA	2.7+0.235 mA/Mhz
<i>RX (ricezione)</i>	19.7 mA	44 mA	34 mA
<i>TX (trasmissione)</i>	17.4 mA	44 mA	34 mA
<i>Alimentazione minima</i>	2.7 V	3.2 V	2.7 V
<i>Consume medio</i>	2.8 mW	12 mW	3 mW

L'apparato di trasmissione è l'elemento che necessita la maggior quantità di energia. Sono disponibili standard di trasmissione dati a corto raggio che minimizzano il dispendio energetico, come ad esempio il protocollo IEEE 802.15.4/Low Rate WPAN adatto per le applicazioni industriali, in particolare nelle varianti MiWi e ZigBee.

Utilizzando questi protocolli si può stimare che un ciclo di acquisizione, elaborazione e trasmissione della durata media di 200 ms necessita di una quantità di energia pari a 40 mJ. Questo dato è un parametro rilevante poiché, a seconda della potenza che l'harvester è in grado di recuperare, sarà possibile effettuare il ciclo indicato più o meno frequentemente. Le logiche di controllo del nodo sensoriale devono prevedere quindi un funzionamento non continuo, ma discreto, in relazione all'energia disponibile nel sistema.

Inoltre è importante notare come non sia necessario trasmettere i dati con continuità: se il controllore è in grado di implementare codici per analizzare i dati acquisiti è possibile salvare in memoria valori medi, ad esempio valore quadratico medio (RMS), e attivare la trasmissione periodicamente, o solo nei casi in cui il valore medio superi un valore soglia fissato preventivamente.

## 2.5 VIBRAZIONI IN BOCCOLA

L'analisi delle vibrazioni misurate in corrispondenza della boccola è molto importante per comprendere quale sia in forzamento dell'harvester elettromagnetico in termini di ampiezza e frequenza. Il fenomeno vibratorio è causato da molti fattori: nel range di frequenze 20 – 250 Hz un parametro significativo è l'irregolarità del binario [22]. In questa sede non si vuole indagare le cause delle vibrazioni, ma l'effetto dell'irregolarità sul convoglio.

Analizzando lo spettro dei segnali di accelerazioni misurate sulla boccola di un assile di un carro merci è possibile valutare come sia disposta l'energia in frequenza, al fine di individuare la frequenza ottimale, per cui è massima l'ampiezza della forzante, sulla quale sintonizzare la frequenza propria dell'harvester.

### 2.5.1 Vibrazioni in un treno merci

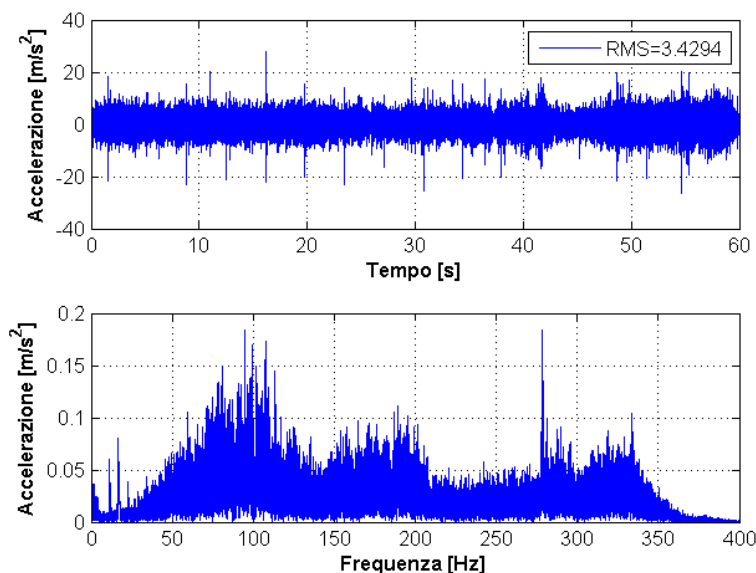
Vengono analizzate le vibrazioni misurate in boccola su un convoglio merci ad uso miniera in servizio a Widem in Svezia.

Sono considerate le vibrazioni verticali poiché queste risultano più significative rispetto a quelle laterali. Un parametro significativo per riassumere l'entità dell'accelerazione è l'RMS, definito nel caso di un segnale discreto  $X(t_i)$  come:

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (2.1)$$

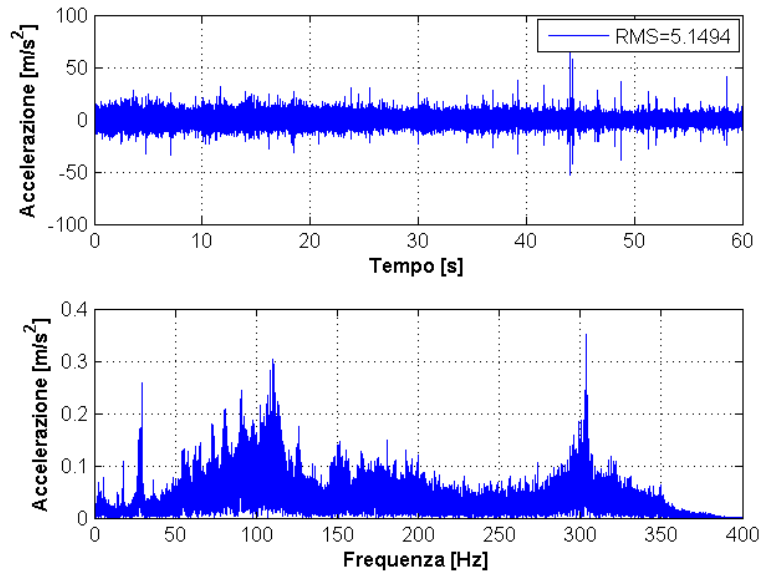
indicando con  $n$  il numero di campioni del vettore  $X$ .

In Figura 2.4 è rappresentata l'accelerazione nel caso di marcia del convoglio alla velocità media di 40 km/h. Lo spettro del segnale evidenzia come l'energia non sia distribuita uniformemente in frequenza. Nel range 60 – 110 Hz il segnale è più ricco, mentre il modulo della trasformata di Fourier è mediamente minore per frequenze superiori.



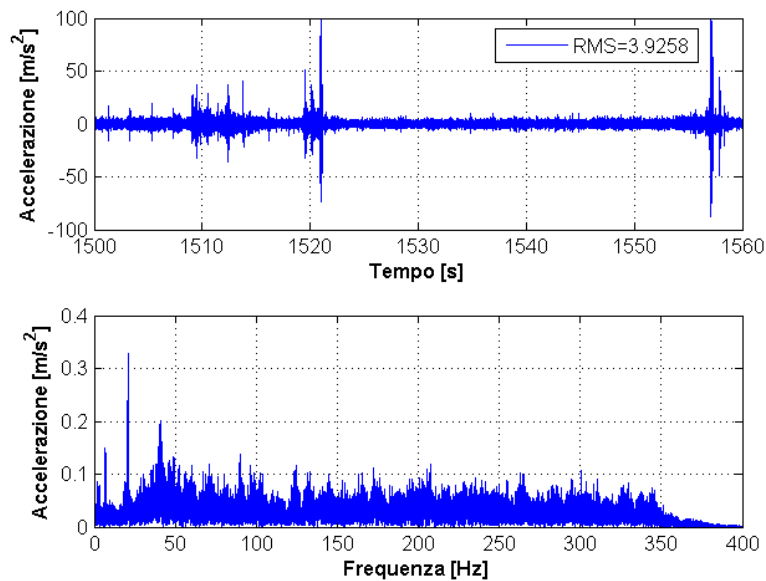
**Figura 2.4:** Accelerazione misurata in boccola su un treno merci a 40 km/h 1) e spettro dell'accelerazione 2).

Un andamento analogo si registra per velocità superiori. In Figura 2.5 è riportato un segnale di accelerazione tipico misurato a velocità pari a 60 km/h.



**Figura 2.5:** Accelerazione misurata in boccia su un treno merci a 60 km/h 1) e spettro dell'accelerazione 2).

In Figura 2.6 è rappresentata l'accelerazione misurata a 70 km/h. In Figura 2.6-1 sono visibili fenomeni impulsivi dovuti all'irregolarità concentrata, come scambi o giunzioni delle rotaie: nonostante ciò lo spettro del segnale mostra un andamento più regolare, in cui i picchi evidenziati in Figura 2.4 e in Figura 2.5 non sono più evidenti.

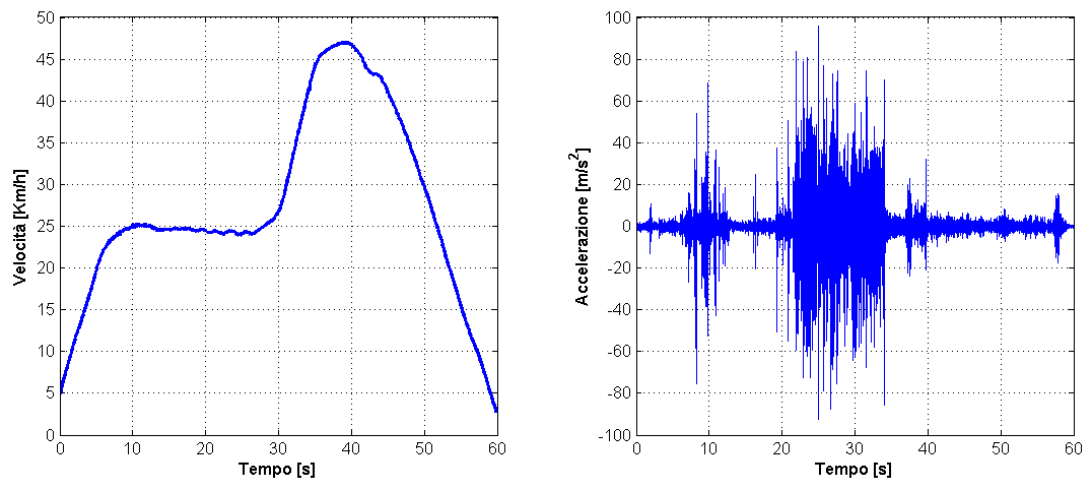


**Figura 2.6:** Accelerazione misurata in boccia su un treno merci a 70 km/h 1) e spettro dell'accelerazione 2).

L'analisi dei valori misurati sperimentalmente mostrano come, in particolare per velocità fino a 60 km/h lo spettro dell'accelerazione sia più ricco per frequenze comprese tra 50 e 100 Hz: questo effetto è dovuto all'influenza del carrello, a cui la boccia è vincolata attraverso le sospensioni primarie. I valori massimi dello spettro dell'accelerazione raggiungono  $0.15 \text{ m/s}^2$  per velocità pari a 40 km/h e aumentano fino a  $0.25 \text{ m/s}^2$  per velocità pari a 60 km/h. Per velocità superiori l'andamento in frequenza è più omogeneo: lo spettro risulta un rumore bianco, in cui la maggior ricchezza nel range 50 – 100 Hz non è presente. Si notano invece valori maggiori per frequenze comprese tra i 30 e 50 Hz. Una possibile causa della maggior uniformità può essere dovuta alla presenza minore di irregolarità concentrate, come ad esempio scambi tra i binari, presenti in quantità minore lungo il percorso percorso a questa velocità.

## 2.5.2 Vibrazioni in un treno metropolitano

Vengono analizzate le accelerazioni verticali misurate in boccia su un convoglio metropolitano.



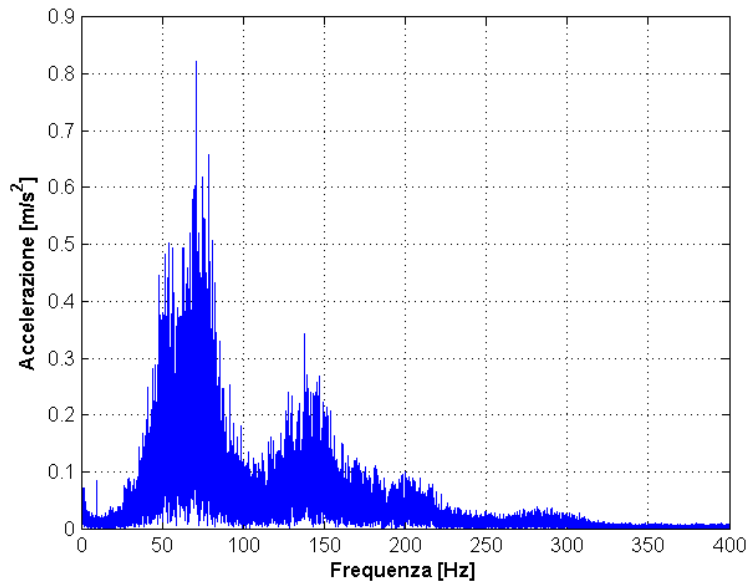
**Figura 2.7:** Velocità di un convoglio metropolitano 1), Accelerazione misurata in boccia 2).

In Figura 2.7 è rappresentata la velocità del convoglio durante la prova, poiché questa è variabile durante la percorrenza tra due stazioni successive, e l'accelerazione misurata.

Le accelerazioni misurate sono fortemente variabili: sono presenti fenomeni impulsivi di ampiezza molto evidente, maggiori al crescere della velocità di avanzamento. Questi picchi di accelerazioni sono dovuti a irregolarità concentrate causate da collegamenti tra le rotaie dagli urti della ruota con il binario



Lo spettro del segnale raffigurato in Figura 2.7-2 è mostrato in Figura 2.8: come è possibile osservare l'energia del segnale di accelerazione non è distribuita uniformemente in frequenza: il contributo maggiore si ha nel range 40 – 90 Hz.



**Figura 2.8:** Spettro dell'accelerazione in boccia su un convoglio metropolitano.

E' interessante notare come suddividendo il segnale di accelerazione in sotto campioni si ottengano risultati molto diversi in funzione del campione considerato.

In Tabella 2.2 sono riportati i valori RMS del segnale di accelerazione suddiviso in periodi da 5 secondi.

**Tabella 2.2:** Velocità e RMS dell'accelerazione in boccia su un convoglio metropolitano.

	Velocità media [km/h]	Accelerazione RMS [m/s <sup>2</sup> ]
0 – 60 s	27.3	9.38
0 – 5 s	12.4	1.10
5 – 10 s	23.3	8.51
10 – 15 s	24.9	4.81
15 – 20 s	24.6	3.84
20 – 25 s	24.2	18.32
25 – 30 s	24.9	18.53
30 – 35 s	35.2	15.31
35 – 40 s	46.2	3.40
40 – 45 s	44.0	1.89
45 – 50 s	35.7	1.40
50 – 55 s	22.7	1.59
55 – 60 s	9.2	2.51

La variazione in termini di valore quadratico medio è molto evidente: i valori più elevati sono dovuti ad irregolarità concentrate della rotaia.

Questi risultati, conseguenti direttamente dalla variabilità dell'accelerazione nel tempo, confermano la dipendenza dell'ampiezza delle vibrazioni dalla velocità di avanzamento.

### **2.5.3 Osservazioni**

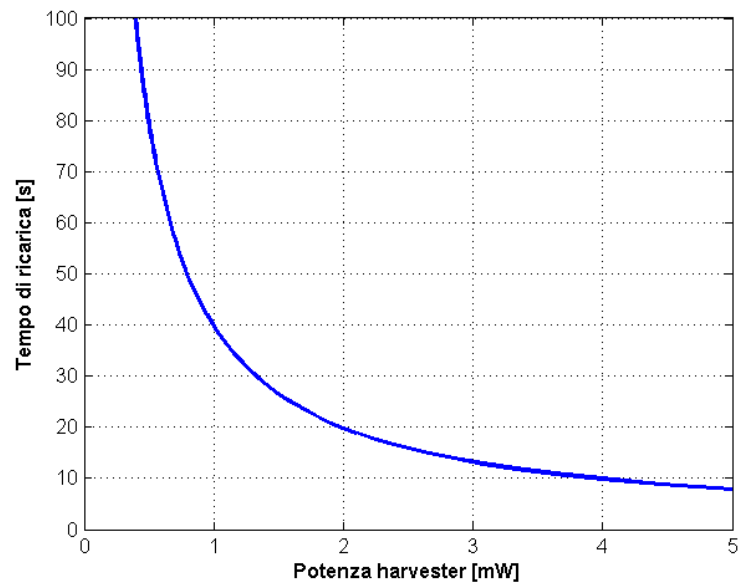
Dalle figure riportate nei paragrafi precedenti si può concludere che non c'è un valore di frequenza univoco caratteristico del fenomeno: gli spettri delle accelerazioni mostrano ampiezze maggiori nel range 60 – 110 Hz. La frequenza propria dell'harvester deve quindi essere tarata in questo intervallo. Il range di frequenze ottimale risulta però molto ampio: pertanto in fase di ottimizzazione dell'harvester è necessario stimare delle condizioni tipiche di lavoro del convoglio ferroviario e di conseguenza lo spettro caratteristico dell'accelerazione in funzione di velocità di percorrenza. L'analisi di lunghe tratte consente di ottenere risultati statisticamente rilevanti.

## **2.6 REQUISITI DELL'HARVESTER PER APPLICAZIONI FERROVIARIE**

Per procedere con la progettazione dell'harvester elettromagnetico è opportuno riassumere i principali vincoli che devono essere soddisfatti.

- La potenza fornita deve essere sufficiente per alimentare un nodo sensoriale: in Figura 2.9 è rappresentato il tempo necessario per raccogliere l'energia necessaria per effettuare un ciclo di acquisizione, elaborazione e trasmissione in funzione della potenza recuperata, ipotizzando il consumo descritto nel paragrafo 2.4.3.

All'aumentare delle prestazioni dell'harvester in termini di potenza recuperata è possibile diminuire il tempo che intercorre tra due cicli operativi successivi del nodo sensoriale. Al limite, se l'harvester fosse in grado di recuperare 200 mW, sarebbe possibile il funzionamento continuo del nodo sensoriale.



*Figura 2.9: Tempo di ricarica necessario in funzione delle prestazioni dell'harvester.*

- L'harvester deve avere elevate caratteristiche di robustezza per resistere alle sollecitazioni presenti in boccola durante l'esercizio e alle sollecitazioni dovute all'ambiente in cui è inserito.
- La dimensione complessiva dell'harvester deve essere tale da poter essere collegata rigidamente alla boccola e rientrare nella sagoma limite del convoglio, senza creare ostacolo alla manutenzione dei componenti del carrello ferroviario.
- L'harvester non deve necessitare di manutenzione periodica.

# 3

## MODELLO DI UN HARVESTER ELETTROMAGNETICO

In questo capitolo viene proposto un modello matematico di harvester elettromagnetico: al fine di effettuare una progettazione corretta è necessario realizzare un modello che consideri tutte le variabili che interagiscono nella trasduzione elettromagnetica.

Inizialmente si considera il problema dal punto di vista esclusivamente meccanico consentendo di ottenere risultati validi per tutti i sistemi harvesting da vibrazioni.

Successivamente è analizzata la mutua interazione tra il sistema meccanico e il circuito elettrico, ponendo particolare attenzione alla modellazione del campo magnetico generato dal magnete permanente.

Sebbene siano disponibili in letteratura modelli analitici semplificati del campo magnetico si preferisce adottare una soluzione numerica fornita da un programma ad elementi finiti che permette di riprodurre il campo magnetico in modo più accurato.

### 3.1 MODELLO SEMPLIFICATO

Una possibile configurazione di harvester elettromagnetico è mostrata in Figura 3.1 [29]. Il magnete è vincolato ad un supporto attraverso un elemento elastico ed è libero di muoversi rispetto alla bobina, solidale con il supporto. Il sistema è forzato dallo spostamento di vincolo impresso al supporto  $y(t)$ , che rappresenta il moto dell'oggetto a cui l'harvester è collegato rigidamente e di cui si vogliono sfruttare le vibrazioni per generare una potenza elettrica.

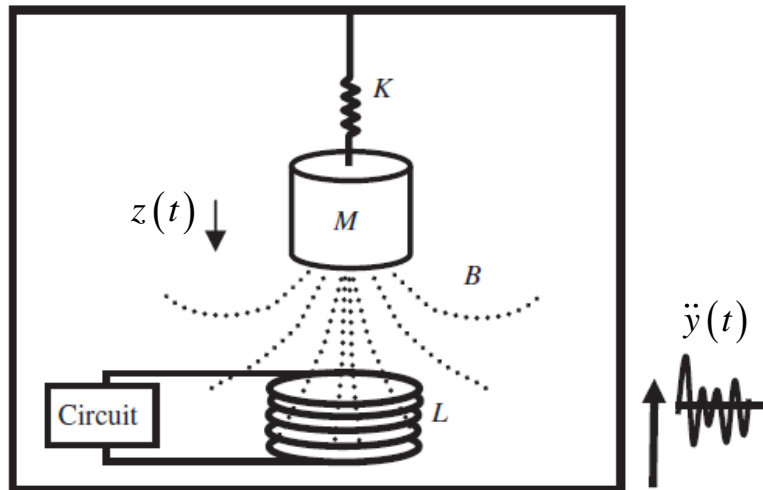


Figura 3.1: Schema harvester elettromagnetico.

Dal punto di vista cinematico, l'harvester elettromagnetico descritto è un sistema ad un grado di libertà massa – molla – smorzatore ed è rappresentato in Figura 3.2. La massa oscillante è la massa del magnete, a cui si aggiungono altri termini inerziali, quali ad esempio, una massa supplementare solidale con il magnete, se presente, e la parte della massa delle molle nel caso questa non si possa ritenere trascurabile. Si considerano gli effetti dissipativi, proporzionali alla velocità, attraverso il coefficiente di smorzamento  $r$ .

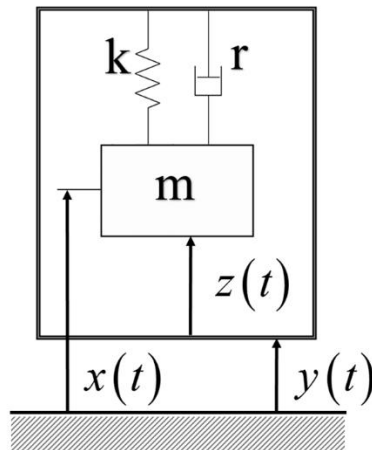


Figura 3.2: Modello meccanico harvester elettromagnetico.

Indicando con  $x$  lo spostamento assoluto della massa  $m$  e con  $y$  lo spostamento assoluto del supporto, l'equazione di moto del sistema è:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = r\dot{y} + ky \quad (3.1)$$

che può essere riscritta nella forma:

$$m\ddot{x} + r(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (3.2)$$

Risulta più conveniente, al fine di valutare la potenza estratta dal sistema, definire la coordinata  $z$  come posizione relativa della massa rispetto al supporto:

$$z = x - y \quad (3.3)$$

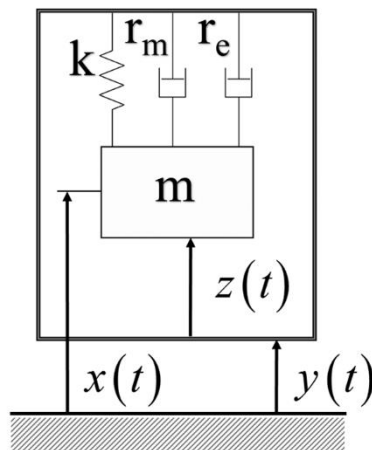
Sostituendo l'equazione (3.3) nella (3.2) si ottiene:

$$m\ddot{z} + r\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \quad (3.4)$$

Il modello di interazione elettromeccanica più semplice è quello secondo il quale la reciproca influenza tra il dominio meccanico e il dominio elettrico è rappresentata da una forza sulla massa oscillante, funzione solo della velocità: si tratta quindi di una forza dissipativa,  $F_{el}$ , esprimibile dalla relazione:

$$F_{el} = r_{el}\dot{z} \quad (3.5)$$

Nella (3.5) si è indicato con  $r_{el}$  lo smorzamento elettrico introdotto nel sistema. Questo termine si somma allo smorzamento meccanico essendo in parallelo con esso ( $r = r_m + r_{el}$ ). In Figura 3.3 è rappresentato il modello descritto in cui viene aggiunto lo smorzatore elettrico in parallelo allo smorzatore meccanico.



**Figura 3.3:** Sistema meccanico harvester elettromagnetico con smorzamento elettrico.

Introducendo questo nuovo termine all'equazione di moto si ottiene:

$$m\ddot{z} + (r_m + r_{el})\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \quad (3.6)$$

Sollecitando il sistema con una forzante armonica del tipo  $y(t)=Y_0\cos(\Omega t)=\Re(Y_0e^{j\Omega t})$  e passando al dominio di Laplace si ricava la funzione di trasferimento:

$$Z = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + j2(\zeta_m + \zeta_{el})\omega_0 + \omega_0^2} Y(j\Omega) \quad (3.7)$$

dove si è indicato con  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  la frequenza propria del sistema non smorzato, e con  $\zeta_m=r_m/2m\omega_0$  e  $\zeta_{el}=r_{el}/2m\omega_0$  gli smorzamenti adimensionali. Un'ultima sostituzione,  $a=\Omega/\omega_0$ , consente di scrivere l'equazione (3.7), e la sua derivata nel tempo, l'equazione (3.9), in forma adimensionale:

$$Z = \frac{-a^2}{(1-a^2) + j2a(\zeta_m + \zeta_{el})} Y(j\Omega) \quad (3.8)$$

$$\dot{Z} = j\Omega Z = \frac{-j\Omega a^2}{(1-a^2) + j2a(\zeta_m + \zeta_{el})} Y(j\Omega) \quad (3.9)$$

La potenza elettrica generata è:

$$P_{el} = \int_0^{\dot{z}} F_{el} d\dot{z} = \frac{1}{2} r_{el} \dot{z}^2 \quad (3.10)$$

ed è massima quando è massima la velocità di allungamento dello smorzatore elettrico ideale: questo si verifica quando il sistema è in risonanza, ovvero per  $\Omega=\omega_0$ , e di conseguenza  $a=1$ .

Sostituendo la (3.9) nella (3.10) e calcolando il modulo si ottiene:

$$|P_{el}(\omega_0)| = \frac{m\zeta_{el}\omega_0\Omega^2 a^4}{(1-a^2)^2 + [2a(\zeta_m + \zeta_{el})]^2} Y(j\Omega)^2 \quad (3.11)$$

Valutando che la potenza estratta in condizioni di risonanza si ricava l'espressione della potenza massima:

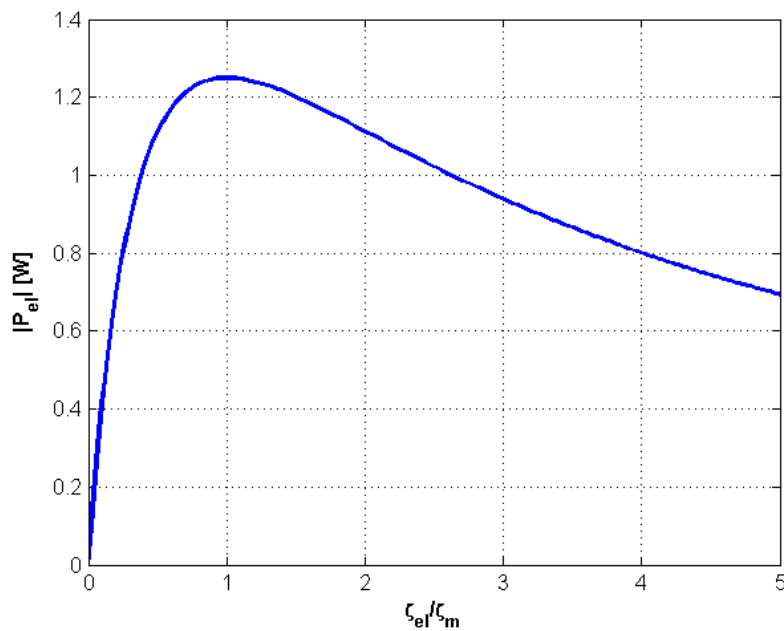
$$|P_{el}(\omega_0)| = \frac{m\zeta_{el}\omega_0^3}{4(\zeta_m + \zeta_{el})^2} Y(j\Omega)^2 \quad (3.12)$$

Considerando che il modulo dell'accelerazione in ingresso si può esprimere come  $A_{in} = \omega_0^2 Y^2(j\Omega)$  si ottiene:

$$|P_{el}(\omega_0)| = \frac{m\zeta_{el}}{4(\zeta_m + \zeta_{el})^2 \omega_0} A_m^2 \quad (3.13)$$

L'equazione (3.13) ha carattere generale ed è valida per tutti i sistemi harvesting che sfruttano le vibrazioni: il termine  $\zeta_{el}$  sintetizza l'effetto di interazione elettromagnetica e da questo dipende la potenza trasferita dal dominio meccanico a quello elettrico.

In Figura 3.4 si rappresenta la potenza elettrica in funzione del rapporto tra gli smorzamenti adimensionali. Per semplicità sono stati considerati unitari i valori di massa, frequenza propria, accelerazione in ingresso, mentre lo smorzamento meccanico è stato scelto arbitrariamente pari al 5%.



**Figura 3.4:** Potenza elettrica in funzione del rapporto degli smorzamenti

Si osserva che la potenza elettrica è massima per valori di smorzamento meccanico e smorzamento elettrico uguali tra loro: questo è dimostrabile analiticamente [8].

Dall'equazione (3.13) si osserva che la potenza è direttamente proporzionale alla massa, per questo motivo sono da preferire grandi masse per avere migliori prestazioni.

A parità di frequenza di eccitazione la potenza estraibile dipende dal quadrato dell'ampiezza dell'accelerazione in ingresso: questo risulta però essere un vincolo



esterno alla progettazione dell'harvester poiché dipende dalle caratteristiche della sorgente del movimento  $y(t)$ .

La potenza risulta invece essere inversamente proporzionale alla frequenza propria del sistema meccanico. E' da notare che in generale i sistemi harvesting sono progettati in modo da operare in risonanza, in modo da sfruttare l'amplificazione dinamica. In questo caso si deve considerare che le ampiezze di oscillazione sono elevate, in particolare per bassi valori di frequenza propria.

Anche la dipendenza dallo smorzamento complessivo del sistema è inversamente proporzionale rispetto alla potenza estraibile: durante la fase di ottimizzazione è necessario indagare l'effetto di questo parametro poiché il suo aumento, pur diminuendo la quantità di potenza elettrica estraibile in risonanza farebbe aumentare la banda del sistema, allargando il picco della FRF. Solo analizzando lo spettro dell'ingresso è possibile fare ulteriori considerazioni in merito ai valori ottimali con cui progettare l'harvester: in generale potrebbe essere opportuno avere un picco più largo, poiché, in molte applicazioni, la frequenza del forzamento non è nota con esattezza e potrebbe non essere costante nel tempo.

## 3.2 MODELLO DI HARVESTER ELETTROMECCANICO

Si procede ora a definire un modello di harvester elettromeccanico che riproduca nel dettaglio la mutua interazione tra il dominio elettrico e il dominio meccanico.

In Figura 3.5 è rappresentato l'equivalente elettrico della bobina ai cui capi si vuole estrarre la potenza elettrica. Per meglio comprendere lo schema funzionale del dispositivo è rappresentato anche il sistema meccanico [15].

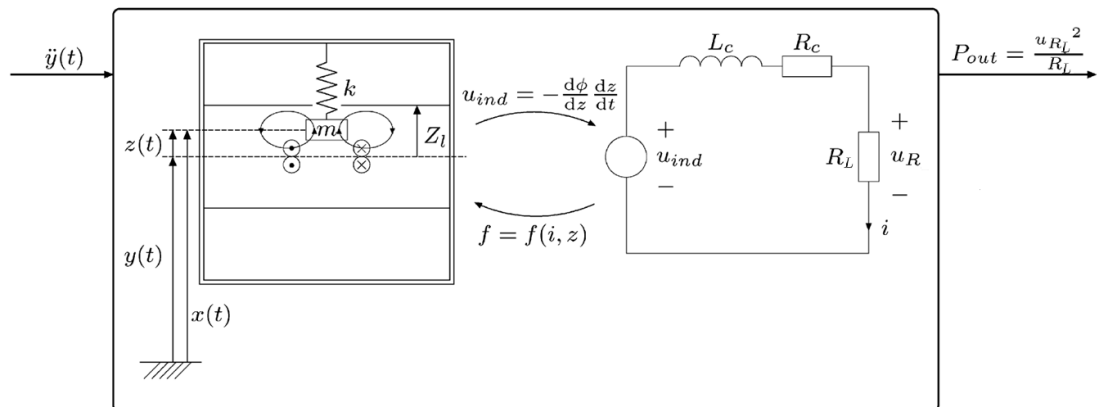


Figura 3.5: Schema a parametri concentrati harvester elettromagnetico.

L'input del sistema è l'accelerazione  $\ddot{y}(t)$  che causa il movimento del magnete  $z(t)$  che a sua volta crea una variazione nel tempo del flusso magnetico concatenato alle spire della bobina. Secondo la legge di Faraday viene indotta nella bobina una tensione e sul magnete viene esercitata una forza che si oppone al movimento, la forza di Lorentz. I due fenomeni sono connessi: in questo paragrafo si vuole formulare un modello analitico-numerico che consideri questi effetti e che fornisca una stima della potenza elettrica dissipata sul carico  $R_L$ .

L'equazione di moto del sistema meccanico deve essere modificata introducendo la forza di Lorentz:

$$m\ddot{z} + r\dot{z} + kz + F_L = -m\ddot{y} \quad (3.14)$$

$F_L$  è la componente verticale della forza di Lorentz  $F_L$  dovuta alla corrente  $I$  indotta nella bobina:

$$F_L = I \int d\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad (3.15)$$

dove si è indicato con  $d\mathbf{L}$  il vettore lunghezza differenziale lungo la bobina e con  $\mathbf{B}$  il vettore campo magnetico.

Considerando il circuito elettrico rappresentato in Figura 3.5, la legge di Kirchoff permette di scrivere:

$$L_C \dot{I} + (R_C + R_L) I = \varepsilon \quad (3.16)$$

dove  $L_C$  è l'induttanza e  $R_C$  la resistenza interna della bobina,  $R_L$  l'impedenza del circuito (considerata puramente resistiva) e  $\varepsilon$  la forza elettromotrice.

La forza elettromotrice vale:

$$\varepsilon = \int d\mathbf{L} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.17)$$

avendo indicato con  $\mathbf{v}$  il vettore velocità del magnete.

La forza elettromotrice può anche essere ricavata [30] attraverso la legge di Faraday:

$$\varepsilon = - \frac{d \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}}{dt} \quad (3.18)$$

dove  $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$  è il flusso magnetico attraverso la superficie infinitesima  $d\mathbf{A}$ . Si osserva che il termine all'interno dell'integrale è il flusso concatenato alle spire.

E' possibile effettuare delle semplificazioni poiché il problema analizzato è monodimensionale: il magnete si muove solo nel piano verticale, quindi  $\mathbf{v} = [0 \ \dot{z} \ 0]$ .

Le espressioni della forza di Lorentz e della forza elettromotrice nel caso monodimensionale, si ricavano dalle equazioni (3.15) e (3.17), applicando semplici passaggi del calcolo vettoriale:

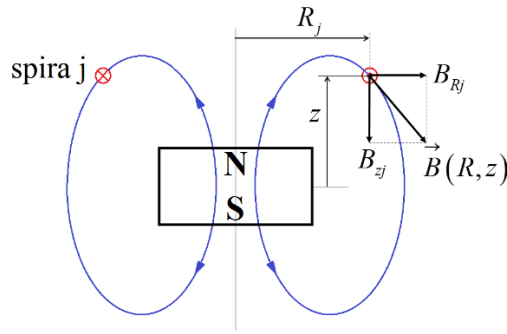
$$F_L = I(dL_z B_x + dL_x B_z) \quad (3.19)$$

$$\varepsilon = -\dot{z}(dL_z B_x + dL_x B_z) \quad (3.20)$$

e sono espresse in coordinate cartesiane.

Una seconda semplificazione è data dalla geometria del magnete: poiché questo è cilindrico il campo magnetico  $\mathbf{B}$  generato è assialsimmetrico e dipende quindi dalle due coordinate  $r$  e  $z$ :  $\mathbf{B}=\mathbf{B}(r,z)$ .

In Figura 3.6 è rappresentata una linea di campo del campo magnetico generato dal magnete che concatena la generica spira  $j$ .



**Figura 3.6:** Rappresentazione schematica delle linee del campo magnetico che concatenano una spira.

Il campo magnetico per convenzione è rappresentato uscente dal polo nord ed entrante nel polo sud: in corrispondenza della spira il vettore  $\mathbf{B}(r,z)$  può essere scomposto nelle due componenti radiale e assiale, rispettivamente  $B_{Rj}$  e  $B_{zj}$ . La spira è posta ad una distanza  $z$  dalla mezzeria del magnete e ha raggio  $R_j$ .

Per la singola spira  $j$  le equazioni (3.19) e (3.20) possono essere riscritte come

$$F_{Lj} = I(2\pi R_j B_{Rj}) \quad (3.21)$$

e

$$\varepsilon_j = -\dot{z}(2\pi R_j B_{Rj}) \quad (3.22)$$

dove  $R_j$  è il raggio della spira e  $B_{Rj}$  il campo magnetico radiale che investe la spira  $j$ .

Si nota che il termine  $2\pi R_j$  è la lunghezza della spira e che la moltiplicazione tra questo termine per  $B_{Rj}$  nella (3.21) e (3.22) risolve i termini integrali delle (3.15) e (3.17) nel caso monodimensionale ed in presenza di un campo magnetico assialsimmetrico con asse parallelo alla direzione del moto del magnete.

Considerando una bobina formata da  $N$  avvolgimenti, le equazioni (3.21) e (3.22) diventano:

$$F_L = I 2\pi R \sum_{j=1}^N B_{Rj} \quad (3.23)$$

$$\varepsilon = -\dot{z} 2\pi R \sum_{j=1}^N B_{Rj} \quad (3.24)$$

dove con  $R$  si è indicato il raggio di tutte le spire ipotizzato costante nel caso di bobina a layer singolo.

Sostituendo nelle equazioni (3.14) e (3.16) le espressioni ricavate di  $F_L$  e  $\varepsilon$  si ricavano le equazioni:

$$m\ddot{z} + r\dot{z} + kz + B_L(z)I = -m\ddot{y} \quad (3.25)$$

$$L_c \dot{I} + (R_C + R_L)I = -B_L(z)\dot{z} \quad (3.26)$$

Il termine  $B_L(z)$  è il coefficiente di accoppiamento elettromeccanico del sistema:

$$B_L(z) = 2\pi R \sum_{j=1}^N B_{Rj} \quad (3.27)$$

e dipende da  $z$ , posizione relativa tra magnete e bobina. Per valutarlo è sufficiente sommare tutti i contributi relativi alle singole spire. Questo termine introduce una non linearità nel sistema, come verrà illustrato nel paragrafo 3.4.2.

### 3.3 PARAMETRI CONCENTRATI DEL CIRCUITO ELETTRICO: $L_C$ , $R_C$ E $R_L$

In questo paragrafo si intende definire il significato dei termini dei coefficienti del circuito elettrico  $L_C$ ,  $R_C$  e  $R_L$ .

La bobina è realizzata da un avvolgimento circolare di materiale conduttore. In Figura 3.7 a) è mostrata la geometria nel caso di singolo layer, mentre in b) il caso di layer

multipli: per aumentare il numero di spire e l'induttanza viene utilizzata questa configurazione, poiché consente di concatenare più linee di campo del campo magnetico limitando lo sviluppo in altezza della bobina stessa.

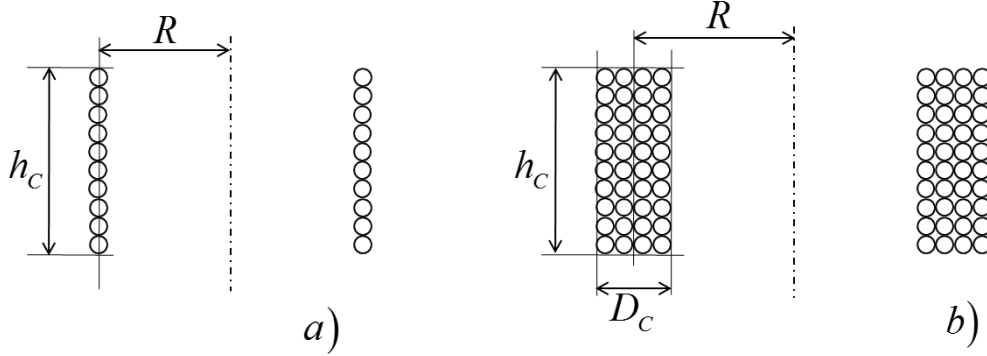


Figura 3.7: Bobina a layer singolo a) e layer multipli b)

L'induttanza della bobina,  $L_C$ , può essere stimata attraverso le formule di Wheeler [31]:

$$L_C = \frac{\mu_0 \pi R^2 N_C^2}{h_c} k \quad (3.28)$$

dove  $R$  è il raggio della bobina,  $h_c$  l'altezza,  $N_C$  il numero di avvolgimenti,  $\mu_0$  la costante dielettrica nel vuoto  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$  mentre  $k$  è un fattore geometrico che dipende dal numero di layer della bobina, che caso di singolo avvolgimento è:

$$k = \frac{1}{0.0254 \mu_0 \pi \left( 10 + 9 \frac{R}{h_c} \right)} \quad (3.29)$$

e nel caso di layer multipli:

$$k = \frac{0.8}{0.0254 \mu_0 \pi \left( 9 + 6 \frac{R}{h_c} + 10 \frac{D_C}{h_c} \right)} \quad (3.30)$$

dove si è indicato con  $R$  il raggio medio della bobina, valutato come differenza tra diametro esterno ed interno, e con  $D_C$  lo spessore radiale della stessa.

Inserendo nella (3.29) o nella (3.30) le lunghezze in metri si ottiene dalla (3.28) il valore di induttanza in  $\mu H$ .

La resistenza elettrica  $R_C$  del conduttore di rame utilizzato per creare la bobina e vale

$$R_C = \frac{\rho_w L_w}{A_w} \quad (3.31)$$

indicando con  $\rho_w$  la resistività del materiale e con  $L_w$  e  $A_w$  rispettivamente la lunghezza e la sezione del conduttore.

L'impedenza del circuito è  $R_L$  e rappresenta l'accumulatore in cui si desidera raccogliere l'energia recuperata, come ad esempio una batteria o un condensatore. Si definisce questo carico come puramente resistivo.

## 3.4 ACCOPPIAMENTO ELETTRO-MECCANICO

L'aspetto centrale della progettazione del generatore elettromeccanico è la modellazione dell'interazione tra magnete e bobina, da cui consegue il termine di accoppiamento tra il dominio meccanico e il dominio elettrico.

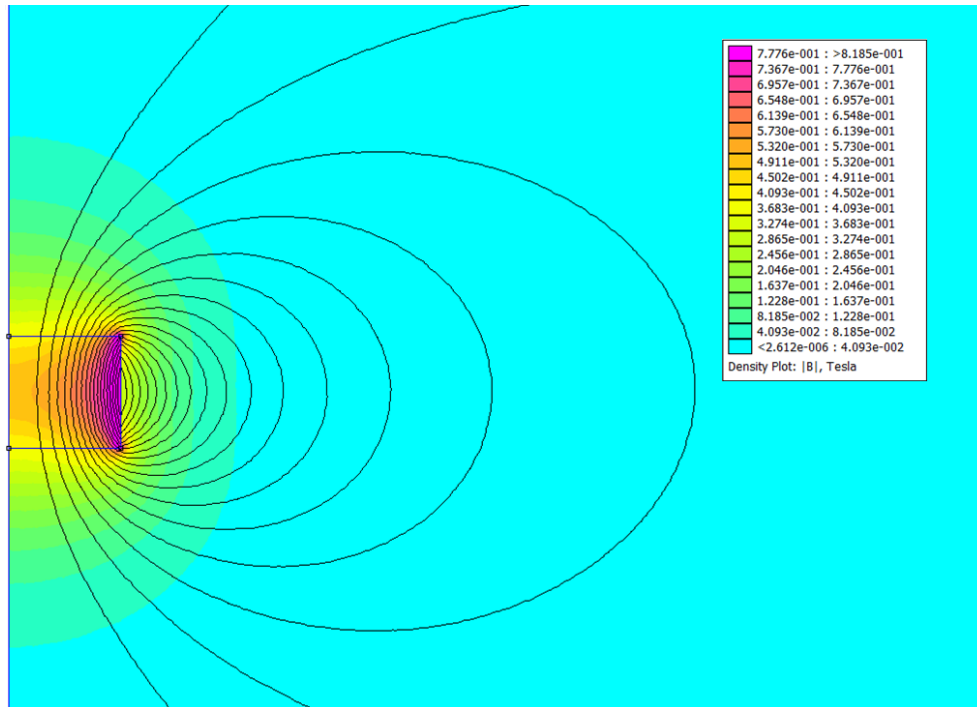
Un aspetto critico della trattazione è la definizione del campo magnetico generato dal magnete. In generale non ci sono soluzioni analitiche che definiscono l'andamento del campo magnetico generato da un generico magnete poiché le equazioni di Maxwell che governano il fenomeno non sono integrabili in forma chiusa, ad eccezione di alcuni semplici casi. Il presente lavoro, sebbene si consideri una geometria semplice perché assialsimmetrica ed il problema sia monodimensionale, non rientra in questa categoria.

Si perde quindi la generalità della trattazione, non potendo procedere oltre con la modellazione matematica del problema. Sono disponibili modelli analitici per geometrie semplificate [32], [33], come ad esempio il metodo del solenoide [34], tuttavia non si ritiene conveniente perseguire questa strada poiché il metodo stesso è una approssimazione e come tale introduce notevoli semplificazioni e fattori di forma. Si preferisce proseguire nella trattazione introducendo il campo magnetico fornito da un software ad elementi finiti, grazie al quale è possibile modellare la geometria desiderata ed ottenere una soluzione precisa a meno di approssimazioni, accettabili dal punto di vista ingegneristico, dovute all'utilizzo degli elementi finiti stessi.

### 3.4.1 Campo magnetico numerico

Dal punto di vista numerico è possibile calcolare il campo magnetico generato dal magnete utilizzando il software freeware FEMM (Finite Element Method Magnetics) [35]: il programma risolve problemi elettrostatici e magnetostatici bidimensionali, planari o assialsimmetrici.

A titolo di esempio in Figura 3.8 si mostra il campo magnetico generato da un magnete permanente di raggio 10 mm e altezza 10 mm con magnetizzazione residua pari a 1.2 Tesla.

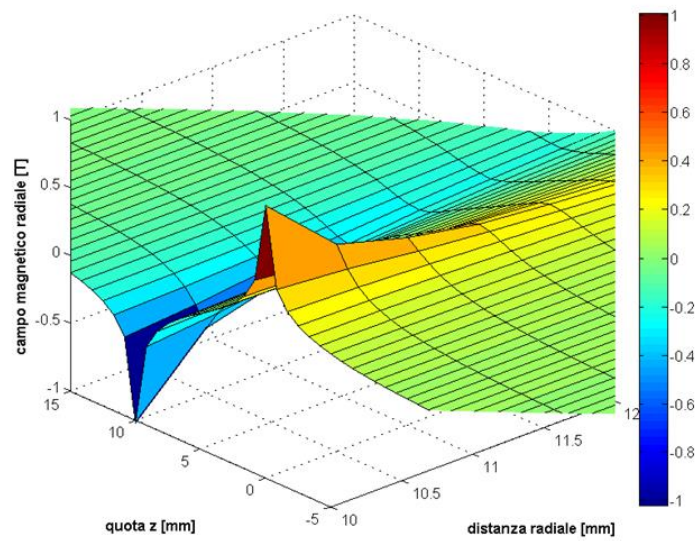


**Figura 3.8:** Campo magnetico generato dal magnete ricavato dal software FEMM.

Ad una distanza radiale pari al raggio del magnete dalla superficie laterale il campo magnetico decresce di 6 ordini di grandezza ed è quindi trascurabile.

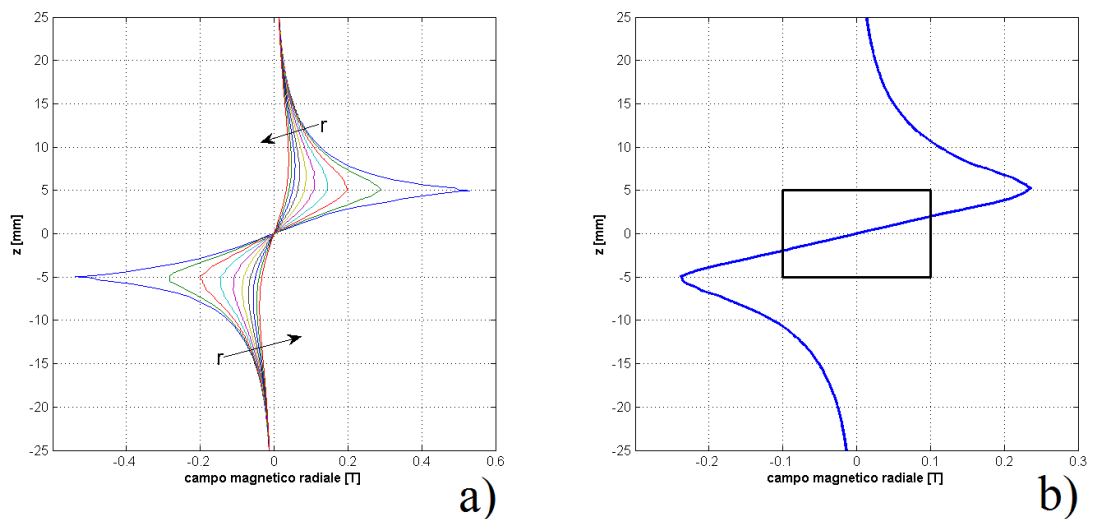
Dalla formula (3.27) si osserva che quello che si vuole conoscere è l'andamento del campo magnetico radiale, in funzione della distanza radiale dalla superficie del magnete e della quota  $z$ .

In Figura 3.9 si riporta il campo magnetico radiale al variare della distanza dalla superficie laterale del magnete e della quota  $z$ : il campo magnetico decresce rapidamente allontanandosi dall'asse mentre presenta un cambio di segno per  $z=0$ , posizione che indica la mezzeria del magnete.



**Figura 3.9:** Campo magnetico radiale generato dal magnete cilindrico.

Nella Figura 3.10 a) è riportato il campo magnetico per distanze radiali  $r$  differenti mentre in b) il campo magnetico ad una distanza di  $r = 2$  mm dalla superficie laterale del cilindro. Si nota un andamento simmetrico rispetto all'origine. Il massimo è circa in corrispondenza delle faccia superiore, mentre il minimo, per simmetria, della superficie inferiore.



**Figura 3.10:** Campo magnetico radiale al variare della distanza dalla superficie laterale del magnete.

L'andamento descritto è tipico del campo magnetico radiale ad una distanza generica dalla superficie del magnete: il cambio di segno è dovuto al fatto che le linee di campo sono uscenti dal polo positivo del magnete (faccia superiore) ed entranti nel polo



negativo (faccia inferiore). A metà altezza del magnete il campo magnetico radiale è nullo in quanto, in quel punto, è diretto come l'asse stesso del magnete, non avendo quindi una componente radiale come mostrato in Figura 3.8.

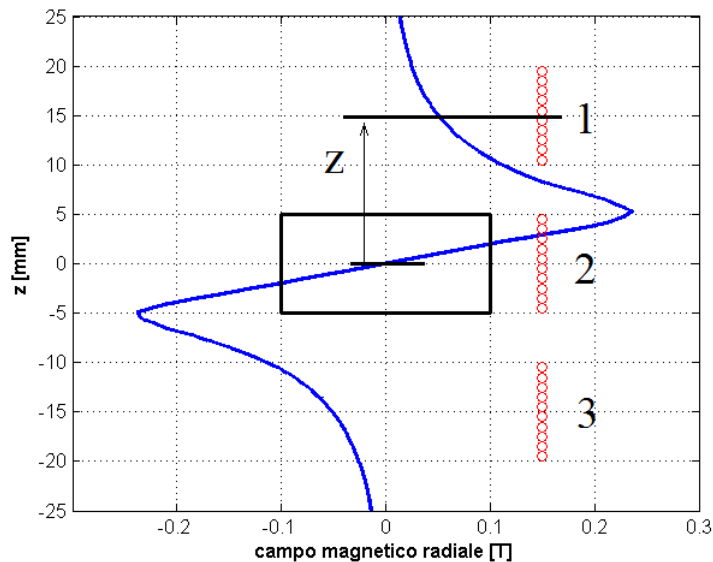
### 3.4.2 Il coefficiente di accoppiamento

Il termine da valutare per il completamento del modello analitico è il coefficiente di accoppiamento elettro-meccanico introdotto nell'equazione (3.27)

$$B_L(z) = 2\pi R \sum_{j=1}^N B_{Rj}.$$

L'integrale dell'equazione 3.6 è stato ridotto ad una sommatoria da effettuare su tutte le spire  $j$  della bobina.

La posizione relativa tra magnete e spire è identificata dalla coordinata  $z$  poiché la bobina è rigidamente collegata al supporto. In Figura 3.7 è già stata definita l'altezza  $h_C$ , il numero di spire  $N$  e il raggio di avvolgimento  $R$ : sostituendo questi valori nella (3.27) è possibile valutare il coefficiente  $B_L$ . Tale coefficiente, dipende dalla posizione  $z$  poiché il campo magnetico concatenato con ogni spira varia in funzione della posizione relativa rispetto al magnete.

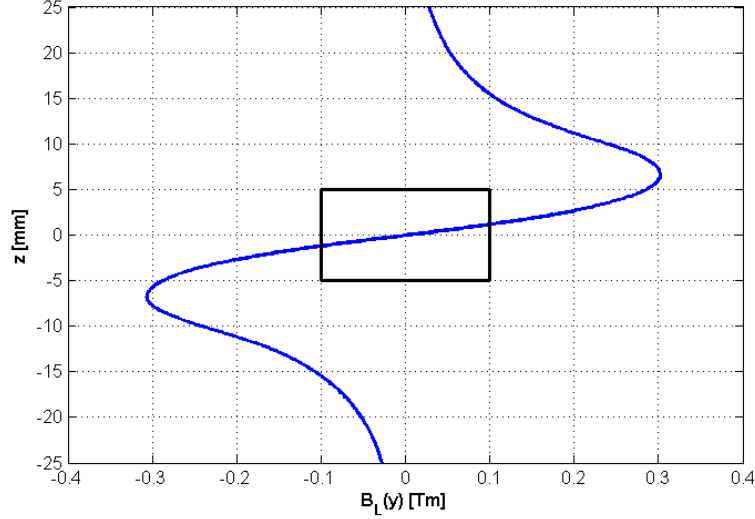


**Figura 3.11:** Disposizione bobina lungo la direzione  $z$ .

Per calcolare  $B_L(z)$  si impongono diverse distanze tra la mezzeria del magnete e l'altezza media della bobina  $z$ .

In Figura 3.12 si riporta l'andamento del coefficiente  $B_L(z)$  ottenuto nel caso di bobina a layer singolo: l'andamento qualitativo è lo stesso del campo magnetico radiale. Per

massimizzare la potenza generata dall'harvester la posizione iniziale del magnete deve essere tale da rendere massimo  $B_L$ .



**Figura 3.12:** Coefficiente di accoppiamento per bobina a layer singolo

Se il centro della bobina fosse posto alla stessa quota del centro del magnete, come in Figura 3.11 (posizione 2 delle spire), il coefficiente di accoppiamento sarebbe nullo. In questo caso le spire concatenano un campo magnetico di segno opposto e di modulo uguale: per  $z > 0$   $B_R$  positivo e negativo per  $z < 0$ .

### 3.5 POTENZA ELETTRICA RECUPERATA

Lo studio della potenza elettrica dissipata nel carico  $R_L$  è trattato nel dominio di Laplace [36].

Per eseguire il passaggio nel dominio delle frequenze è necessario che il problema sia lineare. Ipotizzando che l'ampiezza delle vibrazioni sia piccola è possibile considerare costante il coefficiente di accoppiamento, unico termine non lineare nelle equazioni (3.25) e (3.26), valutandone il valore nell'intorno della posizione di equilibrio  $z=z_0$ :

$$B_L = B_L|_{z_0} = B_{L0} \quad (3.32)$$

Le equazioni del sistema elettromeccanico nel dominio di Laplace sono

$$\begin{cases} (ms^2 + rs + k)Z(s) + B_{L0}I(s) = -ms^2Y(s) \\ (L_Cs + R_C + R_L)I(s) = B_{L0}sZ(s) \end{cases} \quad (3.33)$$

Nella (3.33) sono state indicate con  $Z(s)$  e  $I(s)$  le trasformate di Laplace di  $z$  e  $I$ , e con  $s$  la variabile di Laplace  $s=j\Omega$ . Dalla (3.33) si ricava la funzione di trasferimento tra l'accelerazione del supporto e tensione generata, ricordando le relazioni  $V(s)=R_L I(s)$  e  $A_{in}(s)=s^2 Y(s)$  accelerazione del supporto:

$$\frac{V(s)}{A_{in}(s)} = \frac{mR_L B_{L0} s}{(ms^2 + rs + k)(L_C s + R_C + R_L) + B_{L0}^2 s} \quad (3.34)$$

Il modello ottenuto risulta molto simile ai modelli dei microfoni: la trasduzione elettromeccanica di un harvester è molto simile al principio che permette il funzionamento di un microfono, in cui una membrana viene messa in movimento dalla pressione acustica.

Nel caso di eccitazione armonica  $A_{in}=A_{in0}\sin(\Omega t)$  anche la tensione ai capi del circuito è armonica con pulsazione  $\Omega$ . Il valore efficace della tensione,  $V_{eff}$ , è quindi il valore di picco,  $V_{MAX}$ , diviso per  $\sqrt{2}$ :

$$V_{eff} = \frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}} \quad (3.35)$$

Ricordando la relazione  $I(s)=V(s)/R_L$  e l'espressione della potenza dissipata dal carico  $R_L$  si ottiene:

$$P = V_{eff}^2 / 2R_L \quad (3.36)$$

Riscrivendo la (3.36) considerando le (3.34) e (3.35) si ottiene l'espressione della potenza elettrica:

$$P(s) = \frac{m^2 B_{L0}^2 s^2 A_{in}(s)^2}{\left[ (ms^2 + rs + k)(L_C s + R_C + R_L) + B_{L0}^2 s \right]^2 2R_L} \quad (3.37)$$

L'equazione (3.37) consente di valutare le prestazioni del modello al variare dei parametri meccanici  $m$ ,  $r$  e  $k$ , ed elettrici  $L_C$ ,  $R_C$  e  $R_L$  discussi nel paragrafo 3.3.

Il termine  $B_{L0}$  è stato studiato nel paragrafo 3.4 e viene considerato costante, come indicato nell'equazione (3.32) nell'intorno della posizione di equilibrio tale da massimizzare il coefficiente stesso, trascurando la dipendenza dalla posizione della massa.

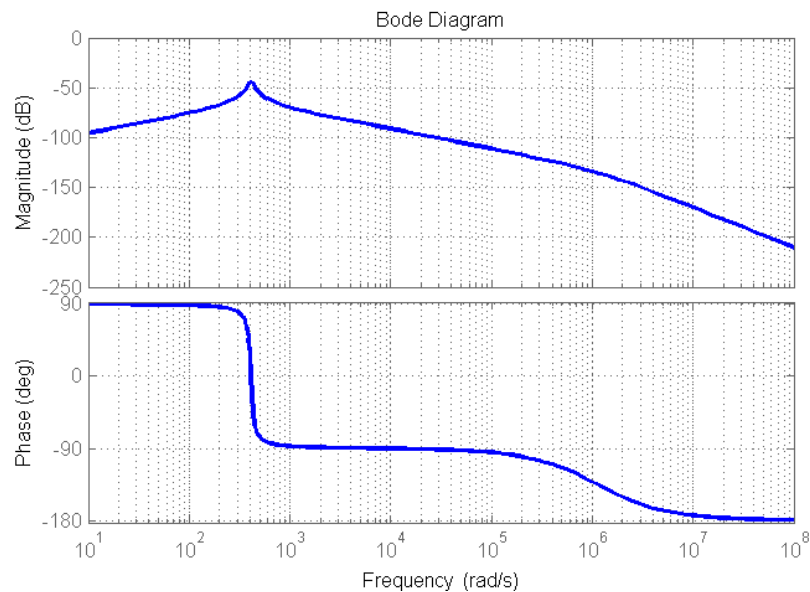
In Tabella 3.1 sono riportati i valori numerici utilizzati per stimare la potenza estratta dall'harvester. Si fa riferimento al prototipo realizzato che verrà descritto nel capitolo 4 e si considerano i valori tipici di coefficiente di accoppiamento.

**Tabella 3.1:** Grandezze di riferimento utilizzate per lo studio dell'harvester elettromagnetico.

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità di misura
Massa	$m$	0.024	Kg
Rigidità	$k$	4000	N/m
Smorzamento meccanico adimensionale	$\zeta_m$	0.05	-
Induttanza bobina	$L_C$	10e-6	H
Resistenza bobina	$R_C$	1	$\Omega$
Impedenza circuito	$R_L$	10	$\Omega$
Accelerazione ingresso	$A_{in}$	1	m/s <sup>2</sup>
Coefficiente di accoppiamento	$B_{L0}$	0.3	Tm

I valori indicati nella Tabella 3.1 sostituiti nell'equazione (3.35) consentono di ricavare la funzione di risposta in frequenza della tensione efficace in funzione della pulsazione dell'accelerazione del supporto.

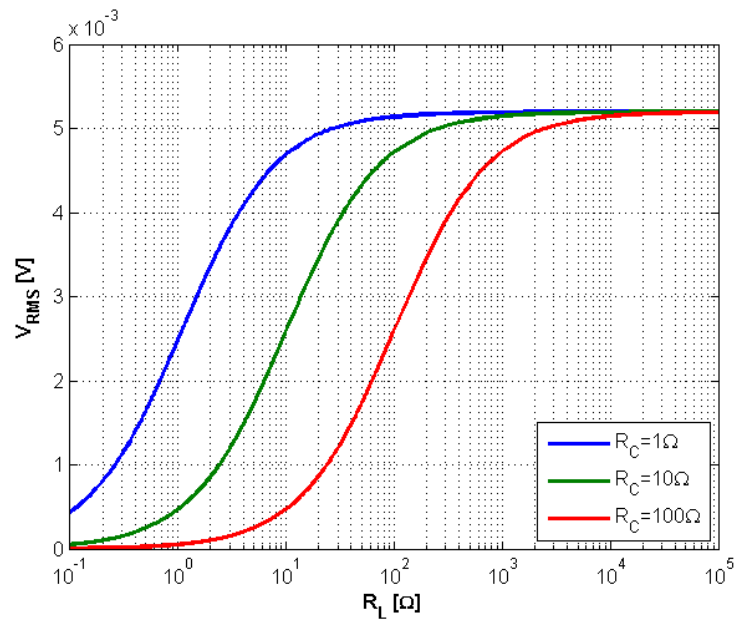
In Figura 3.13 è rappresentato il diagramma di Bode della funzione di trasferimento tra la tensione generata e l'accelerazione in ingresso al sistema elettro-meccanico mostrata nell'equazione (3.34).

**Figura 3.13:** Diagramma di Bode della funzione di trasferimento del sistema elettro-meccanico.

Il modulo della funzione di trasferimento ha inizialmente pendenza pari a 20 dB/decade e decresce fino a -20 dB/decade dopo il passaggio per la frequenza propria del sistema  $\omega_0$ . Il grafico della fase parte da  $\pi/2$  poiché è presente uno zero nell'origine, mentre in corrispondenza della frequenza propria meccanica decresce di  $\pi$  a causa dei poli complessi coniugati; infine il polo reale dovuto alla dinamica elettrica ad alta frequenza, 10<sup>6</sup> rad/s, porta la fase al valore finale pari a  $-\pi$ .

La tensione generata nel circuito è massima quando il sistema è eccitato in risonanza, poiché lo spostamento e la velocità del magnete sono massimi.

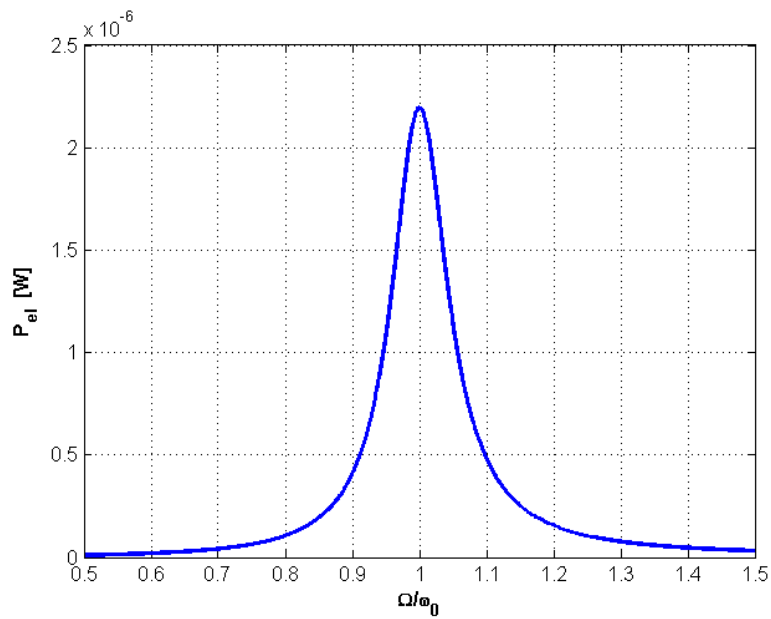
In Figura 3.14 è mostrato l'andamento della tensione efficace al variare del carico  $R_L$  per tre casi diversi valori della resistenza della bobina  $R_C$  (1, 10, 100  $\Omega$ ). Nei casi analizzati, il valore massimo a cui satura la tensione efficace ottenibile è indipendente dalla resistenza della bobina: per  $R_C = 1 \Omega$  la tensione massima viene raggiunta a partire da un carico pari a 100  $\Omega$ , mentre per  $R_C$  maggiori la tensione massima viene raggiunta per valori superiori del carico.



**Figura 3.14:** Tensione efficace in funzione del carico  $R_L$ .

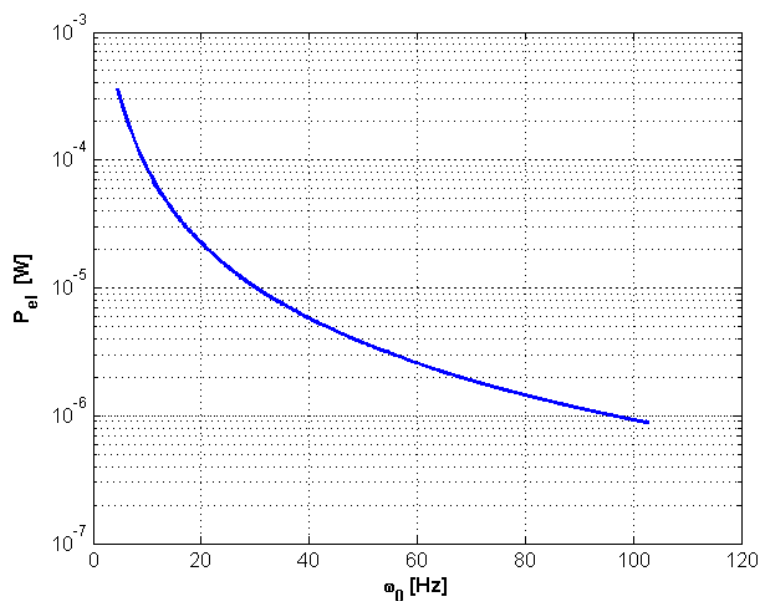
La potenza estraibile sul carico  $R_L$  si ricava dall'equazione (3.37) ed è mostrata, in funzione del parametro adimensionale  $a = \Omega/\omega_0$ , in Figura 3.15.

Il picco della FRF è più stretto rispetto a quello della tensione: questo evidenzia nuovamente l'importanza della sintonizzazione della frequenza propria del sistema con la frequenza di eccitazione per ottenere le massime prestazioni in termini di potenza estratta: piccoli scostamenti della frequenza di eccitazione rispetto a  $\omega_0$  causano una diminuzione notevole della potenza.



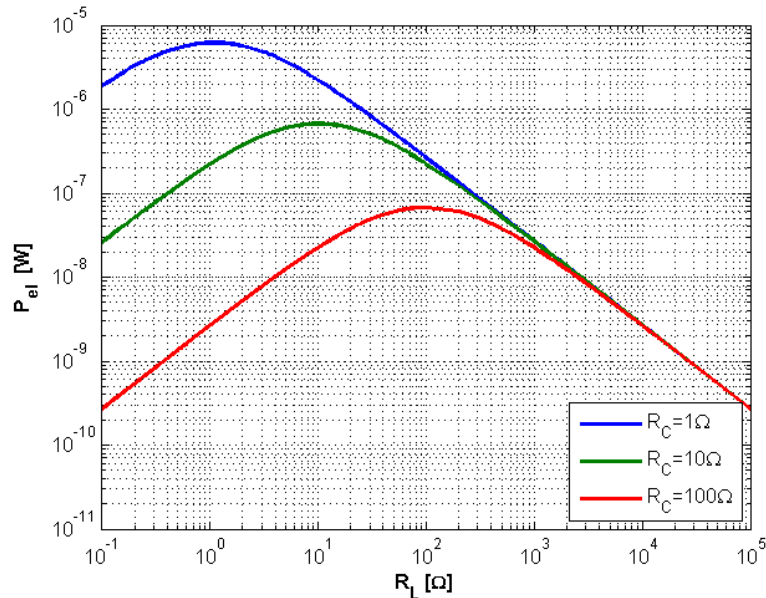
**Figura 3.15:** Funzione di risposta in frequenza tra la potenza dissipata sul carico  $R_L$  e l'accelerazione del supporto.

In Figura 3.16 è rappresentata la potenza estraibile in risonanza dal sistema al variare della frequenza propria. Si è dovuto utilizzare la scala semilogaritmica per poter apprezzare i valori anche oltre i 20 Hz. La potenza è fortemente dipendente dalla frequenza propria del sistema. Da 10 a 100 Hz la potenza estraibile si riduce di due ordini di grandezza. Per questo motivo sarebbe opportuno sintonizzare la frequenza propria del sistema su un valore più basso possibile, compatibilmente con lo spettro della forzante.



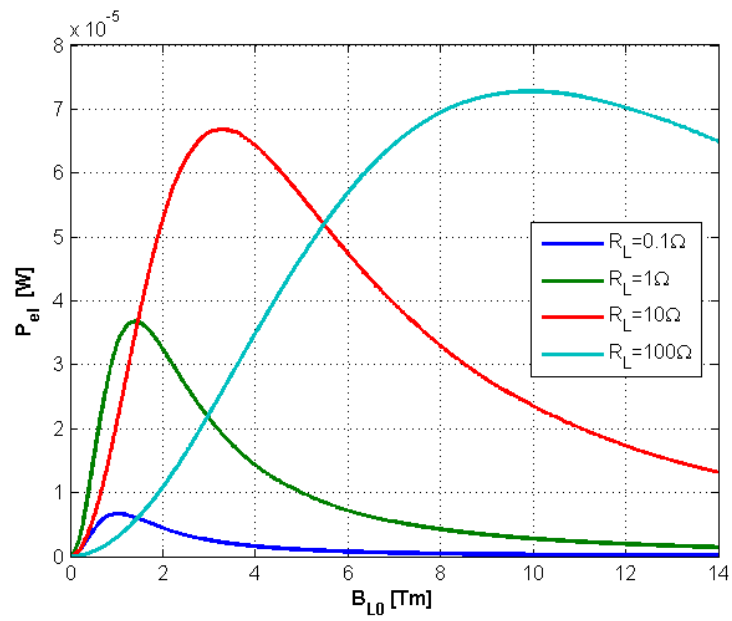
**Figura 3.16:** Potenza sul carico  $R_L$  in funzione della frequenza di eccitazione.

In Figura 3.17 è riportato l'andamento della potenza estratta in funzione del carico  $R_L$ , per diversi valori di resistenza della bobina  $R_C$ . Coerentemente con quanto osservato per la tensione (Figura 3.14), la potenza dipende dalla resistenza della bobina solo per bassi valori di carico  $R_L$ , mentre non dipende  $R_C$  per valori elevati di  $R_L$ .



**Figura 3.17:** Potenza elettrica in funzione del carico  $R_L$  per diversi valori di  $R_C$ .

In Figura 3.18 è mostrato l'andamento della potenza in funzione del coefficiente  $B_{LO}$ . Per ogni valore di  $R_L$  la potenza presenta un massimo in corrispondenza di  $B_{LO,max}$ , maggiore al crescere di  $R_L$ . Noto il valore dell'impedenza del circuito elettrico la potenza è massimizzata per un unico valore del coefficiente  $B_{LO}$ . Il significato del punto di massimo  $B_{LO,max}$  si spiega valutando separatamente l'equazione (3.25) e (3.26). Per valori di  $B_{LO}$  inferiori a  $B_{LO,max}$  il sistema risulta poco accoppiato e quindi l'energia non viene trasferita al dominio elettrico. Per valori superiori la parte meccanica risulta eccessivamente smorzata, causando una diminuzione dell'ampiezza di oscillazione e di conseguenza della velocità della massa.



**Figura 3.18:** Potenza elettrica al variare del coefficiente di accoppiamento  $B_{L0}$  per diversi casi di carico  $R_L$ .



# 4

## COSTRUZIONE DEL PROTOTIPO

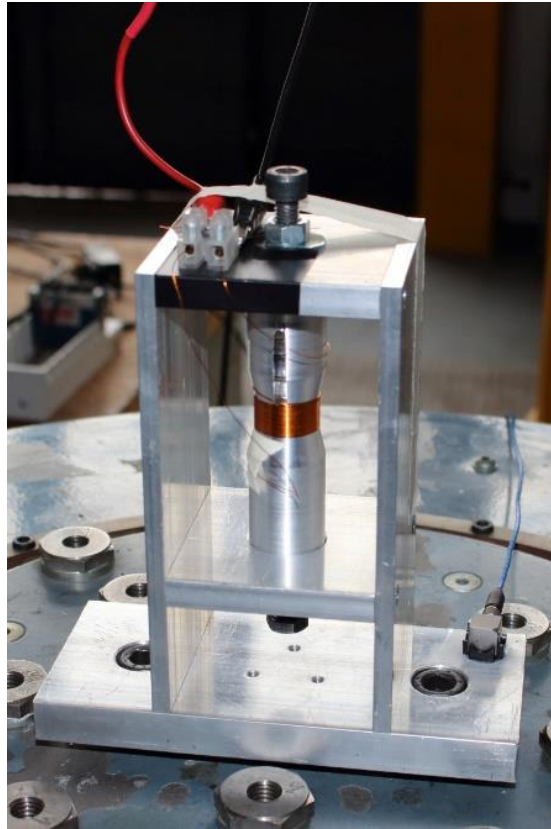
In questo capitolo viene presentata la progettazione del prototipo dell'harvester elettromagnetico. L'obiettivo di tale attività è implementare la trasduzione elettromagnetica modellata nel Capitolo 3. Nel primo paragrafo sono descritti i materiali e le caratteristiche dei singoli componenti e successivamente il sistema assemblato. Durante la trattazione sono indicati riferimenti al Capitolo 3, con lo scopo di evidenziare le scelte effettuate e le problematiche riscontrate.

La progettazione è orientata alla costruzione di un prototipo con caratteristiche di flessibilità, requisito necessario durante la successiva fase di sperimentazione.

### 4.1 COMPONENTI E MATERIALI

La progettazione dell'harvester è volta a implementare la trasduzione elettromagnetica discussa nel Capitolo 3.

Il moto relativo tra il magnete e la spira, necessario per convertire l'energia dal dominio meccanico al dominio elettrico, è realizzato attraverso una guida vincolata rigidamente alla struttura di supporto: al suo interno il magnete è libero di muoversi in direzione verticale, mentre all'esterno è posta la bobina, solidale con la guida stessa. Il prototipo realizzato rispetta i legami cinematici schematizzati in Figura 3.3 ed è mostrato in Figura 4.1. Il richiamo elastico del sistema è garantito da due molle elicoidali del tipo a compressione, poste sopra e sotto al magnete: un'estremità è solidale con il magnete stesso, mentre l'altra è solidale con la struttura di supporto. Questa tipologia di molla lavora correttamente se è sempre sottoposta ad uno stato di sforzo di compressione, quindi è necessario applicare un precarico statico per garantire il soddisfacimento di questa condizione.



**Figura 4.1:** Prototipo di harvester elettromagnetico.

La progettazione dell'harvester viene effettuata con l'obiettivo di rispettare le dimensioni di ingombro massime pari a 150 mm di larghezza, 200 mm di altezza e 100 mm di spessore: la scelta è arbitraria e fa riferimento a prototipi simili disponibili in letteratura [21].

### 4.1.1 Il magnete

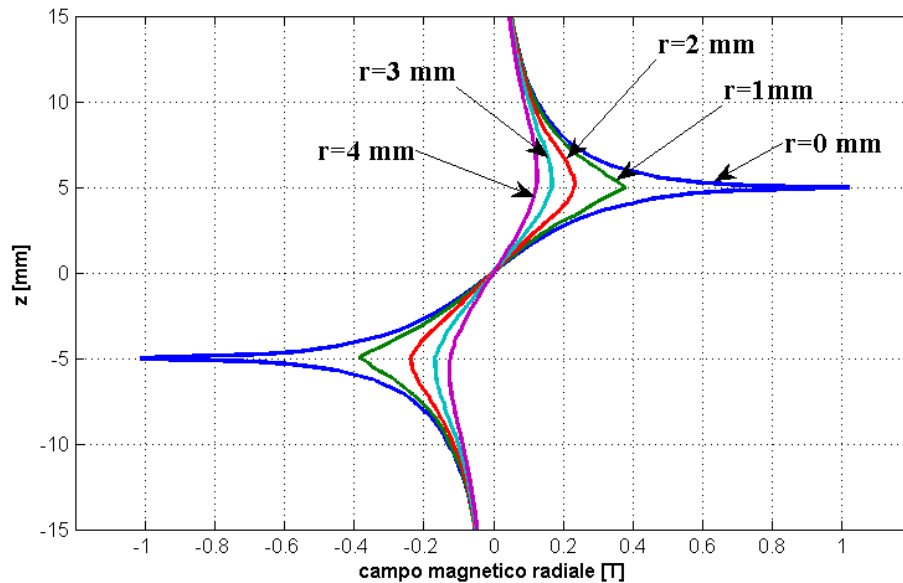
Il campo magnetico è generato da un magnete cilindrico realizzato con “terre rare”, della tipologia Neodimio-Ferro-Boro (NdFeB N35). Le caratteristiche fisiche e geometriche sono riportate in Tabella 4.1:

**Tabella 4.1:** Proprietà fisiche e geometriche del magnete.

Caratteristiche fisiche				Caratteristiche geometriche	
$B_{rem}$ [T]	$H_c$ [kA/m]	$\mu_{rel}$ [-]	$m$ [g]	$d$ [mm]	$h$ [mm]
1.22	891	1.06	23.4	20	10

$B_{rem}$  è l'induzione residua,  $H_c$  la coercività e  $\mu_{rel}$  la permeabilità relativa; il cilindro ha massa  $m$ , diametro  $d$  e altezza  $h$ .

Nel paragrafo 3.4.1 è stato discusso il campo magnetico generato dal magnete cilindrico utilizzato. In Figura 4.2 riporta l'andamento del campo magnetico radiale in funzione della quota  $z$  per alcuni casi di distanza radiale dalla superficie del cilindro, compresi tra 0 e 4 millimetri.



**Figura 4.2:** Intensità del campo magnetico radiale generato dal magnete in funzione della distanza radiale e della quota.

La curva  $r = 0$  millimetri rappresenta l'intensità del campo magnetico lungo la retta parallela all'asse del magnete, posta a una distanza pari al raggio del cilindro, ovvero passante per la sua superficie laterale. Si riportano i valori del campo magnetico fino a  $r = 4$  millimetri per evidenziare come il gradiente sia molto elevato: a questa distanza il valore massimo del campo magnetico radiale diminuisce di un ordine di grandezza rispetto al valore massimo valutato per  $r = 0$ . È dunque di fondamentale importanza collocare la bobina in una zona in cui il campo magnetico sia molto intenso, per ottenere un elevato coefficiente di accoppiamento.

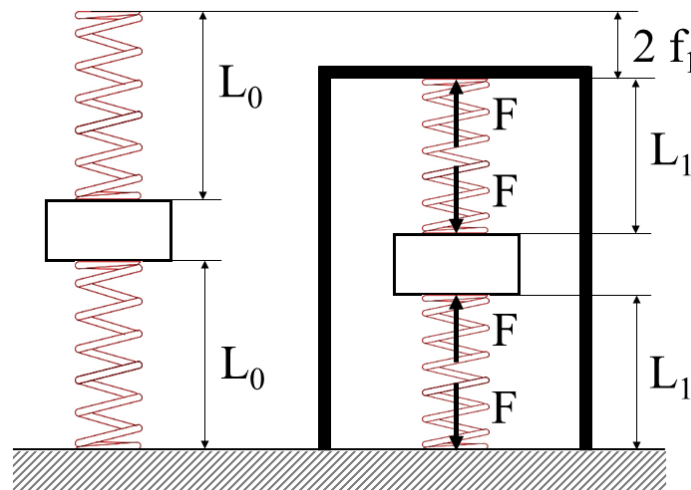
Alla distanza  $r = 0$  il valore massimo del campo magnetico radiale si ha alla quota pari a 5 millimetri, che corrisponde alla quota del piano che contiene la superficie circolare superiore del cilindro rispetto alla sua mezzeria; all'aumentare della distanza  $r$  la quota per cui è massimo il campo magnete aumenta, ma in modo trascurabile.

Il campo magnetico decresce rapidamente anche in direzione  $z$ , imponendo forti limitazioni all'altezza della bobina.

Le osservazioni svolte sul campo magnetico riguardano la parte di piano superiore, ma analoghe considerazioni descrivono anche la parte inferiore, per valori di  $z$  minori di zero, per ragioni di simmetria.

### 4.1.2 Le molle

Per garantire il richiamo elastico al sistema si utilizzano elicoidali del tipo a compressione. Utilizzando due molle uguali si ottiene una configurazione simmetrica rispetto alla mezzeria del magnete. Durante il moto del sistema il magnete oscilla in direzione verticale, modificando la lunghezza delle molle: per garantire uno stato di sforzo di compressione in ogni condizione di lavoro è quindi necessario applicare un precarico, fornito grazie alla struttura di supporto.



**Figura 4.3:** Precarico fornito dalla struttura di supporto.

In Figura 4.3 è raffigurata la soluzione adottata: la struttura di supporto garantisce che in condizioni statiche la lunghezza di ogni molla sia inferiore alla lunghezza indeformata.

Ogni molla è compressa ed esercita sul magnete e sul supporto una forza:

$$F = kf_1 \quad (4.1)$$

definendo l'accorciamento statico  $f_1$  dovuta al precarico:

$$f_1 = L_0 - L_1 \quad (4.2)$$

Dove  $L_0$  e  $L_1$  sono rispettivamente la lunghezza libera e deformata della molla di rigidità  $k$ .

Data la simmetria geometrica della configurazione la forza risultante sul magnete è nulla.

Il sistema è posto nel piano verticale e deve quindi essere considerata la forza peso del magnete e della molla superiore: questa risulta più scarica mentre la molla inferiore è più caricata.

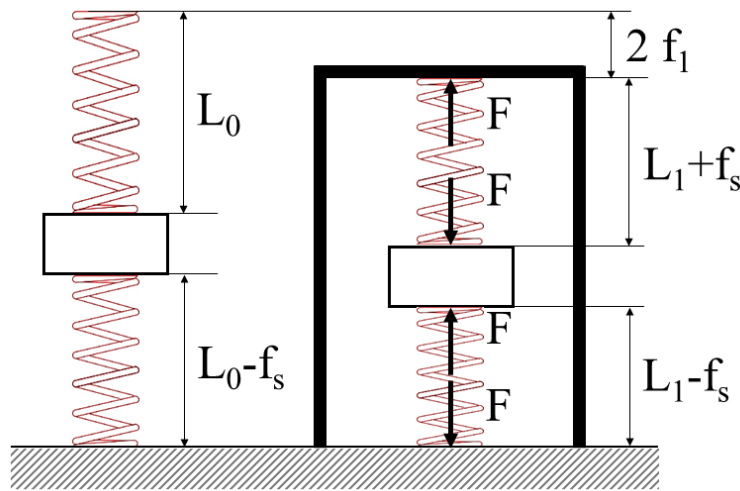
La massa del sistema vale:

$$m = m_{mag} + m_{mol} \quad (4.3)$$

e di conseguenza si ricava la variazione di lunghezza statica  $f_s$  dovuta alla forza peso:

$$f_s = \frac{mg}{k} \quad (4.4)$$

In Figura 4.4 è indicata la posizione assunta dalle molle considerando massa della molla superiore e del magnete, oltre al precarico dovuto alle dimensioni del supporto.



**Figura 4.4:** Lunghezza delle molle sottoposte al precarico statico e alla forza peso.

Rispetto alla situazione descritta in Figura 4.3, aver considerato la forza peso modifica solo le lunghezze delle molle della quantità  $f_s$ , ma non modifica le forze dinamiche che le molle scambiano con il magnete perché la forza peso è sempre equilibrata dal precarico statico.

Questa analisi è necessaria per garantire che il sistema risulti sufficientemente precaricato, in modo che durante il moto lo spostamento del magnete sia tale da mantenere entrambe le molle in una condizione di compressione. Le lunghezze delle molle sono definite dalle equazioni:

$$\begin{cases} L_{sup,stat} = L_1 + f_s \\ L_{inf,stat} = L_1 - f_s \end{cases} \quad (4.5)$$

dove il valore di  $L_1$  si ricava dalla (4.2):

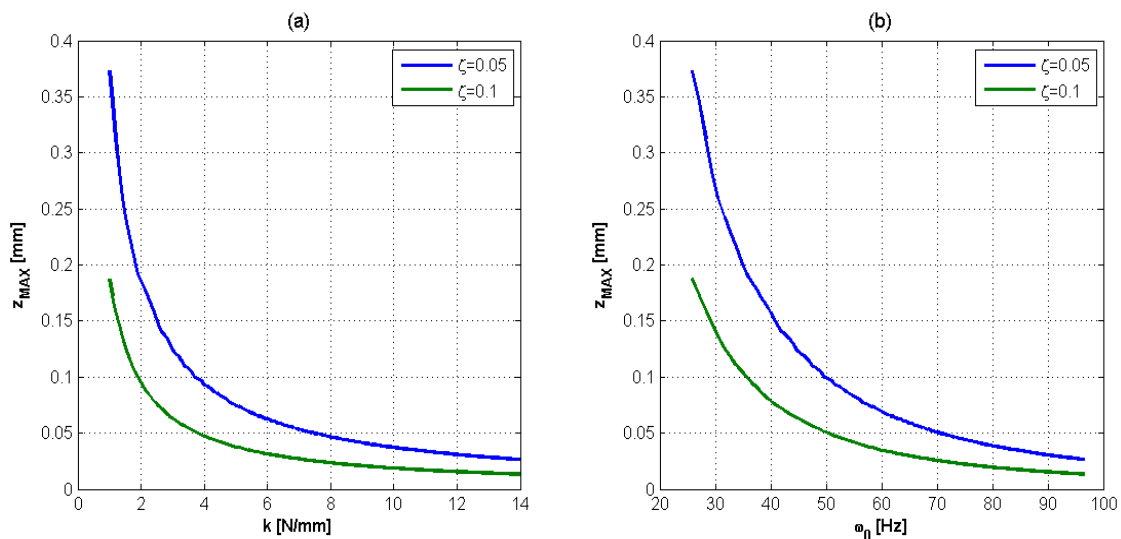
$$L_1 = L_0 - f_1 \quad (4.6)$$

Il dimensionamento deve essere effettuato sulla lunghezza  $L_1$  della molla superiore: dalle osservazioni svolte il vincolo da rispettare riguarda la variazione lunghezza statica  $f_l$  che deve essere superiore all'accorciamento causato dal forzamento  $y(t)$ . Considerando il sistema dinamico ad un grado di libertà raffigurato in Figura 4.4, indicando con  $z$  lo spostamento verticale assoluto della massa  $m$ , si ricava lo spostamento a seguito di un forzamento armonico  $\ddot{y}(t)=A_{in}\sin(\Omega t)$ . Il moto del sistema è descritto dall'equazione (3.7).

Nel Capitolo 2 si è analizzato lo spettro dell'accelerazione misurata sulla boccola di un assile ferroviario boccola: il valore di ampiezza massima risulta  $A_{in,max} = 0.3 \text{ m/s}^2$ . Cautelativamente si assume l'ampiezza dell'accelerazione pari a  $1 \text{ m/s}^2$  per valutare la freccia statica minima  $f_l$  da imporre alle molle, per fornire un risultato conservativa nel caso il sistema sia sottoposto ad accelerazioni superiori a quelle attese (la maggiorazione è pari al 3%).

Il valore dello smorzamento influenza significativamente il risultato e non è possibile averne una stima corretta a priori: solo a posteriori, attraverso prove sperimentali sul prototipo, è possibile determinare il valore effettivo utilizzando, ad esempio, il metodo del decremento logaritmico. In questa sede si utilizzano due valori di smorzamento adimensionale,  $\zeta=r/2m\omega_0$ , pari a 0.05 e 0.1. Ai fini del dimensionamento si considera il sistema con smorzamento adimensionale minore, pari a 0.05: questa ipotesi risulta conservativa, poiché imponendo il valore di smorzamento minore si ottiene uno spostamento  $z$  maggiore.

In Figura 4.5 (a) è raffigurato lo spostamento massimo in funzione della rigidezza del sistema e in (b) in funzione della frequenza propria.



**Figura 4.5:** Spostamento massimo del magnete sottoposto a un forzamento sinusoidale in funzione della rigidezza (a) e della frequenza propria (b).

La rigidità complessiva  $k_t$  si ricava dall'equazione:

$$k_t = m\omega_0^2 \tag{4.7}$$

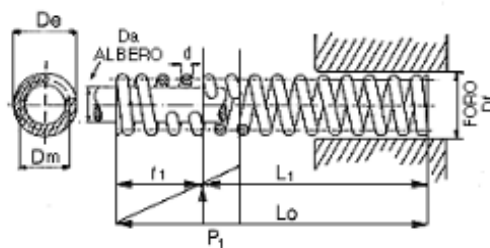
indicando con  $m$  la massa del sistema e con  $\omega_0$  la sua frequenza propria.

La rigidità di ogni singola molla vale :

$$k = k_t/2 \tag{4.8}$$

La scelta della frequenza propria su cui tarare il prototipo deriva dalle osservazioni svolte nel paragrafo 2.5.1. Lo spettro dell'accelerazione misurata in boccia su un convoglio merci presenta uno spettro più ricco nel range di frequenze 50 – 100 Hz: si intende quindi sfruttare l'energia disponibile in questa banda per convertire la potenza meccanica in potenza elettrica.

In Tabella 4.2 sono indicati i dati di due set di molle, (disponibili a catalogo del distributore DIM) tali da ottenere frequenze proprie nel range di frequenze 50 – 100 Hz. Le dimensioni indicate si riferiscono alla Figura 4.6.



**Figura 4.6:** Caratteristiche dimensionali delle molle di compressione.

**Tabella 4.2:** Caratteristiche delle molle

	A0 (D22500)	B0 (D12500)
d [mm]	1.6	1.6
D [mm]	16	16
L0 [mm]	34	34
L1 [mm]	11	11
Da [mm]	13.7	13.7
Df [mm]	18.3	18.3
Spire utili	3.5	3.5
P1 [N]	88.2	88.2
k [N/mm]	3.87	4.65
Massa [g]	4.02	4.05
Materiale	Acciaio inossidabile	Acciaio al carbonio

In base alle scelte effettuate si ricavano i valori di frequenza propria, rigidezza e spostamento massimo del sistema, nelle configurazioni A0, B0. I risultati sono indicati in Tabella 4.3: Caratteristiche meccaniche del sistema.

**Tabella 4.3:** Caratteristiche meccaniche del sistema.

	A0	B0
Frequenza propria [Hz]	75.27	79.26
Rigidezza [N/mm]	7.74	9.30
Spostamento massimo [mm]	0.0483	0.0398

Per consentire il posizionamento assiale corretto delle molle rispetto al magnete sono stati creati due supporti: un'estremità è incollata al magnete mentre l'altra è sagomata in modo da essere l'albero interno della molla. La soluzione adottata è riportata in Figura 4.7.



**Figura 4.7:** Il supporto delle molle.

Il supporto ha inoltre la funzione di distanziare il magnete dalla molla, questo effetto è benefico perché il campo magnetico risulta meno influenzato dalla presenza della molla stessa. Il peso dei due elementi descritti è pari a 12 grammi e deve essere aggiunto alla massa del magnete nel calcolo dell'inerzia del sistema.

### 4.1.3 La guida lineare

La guida ha lo scopo di condurre il magnete in direzione verticale, limitando il più possibile le dissipazioni inevitabili dovute agli attriti.



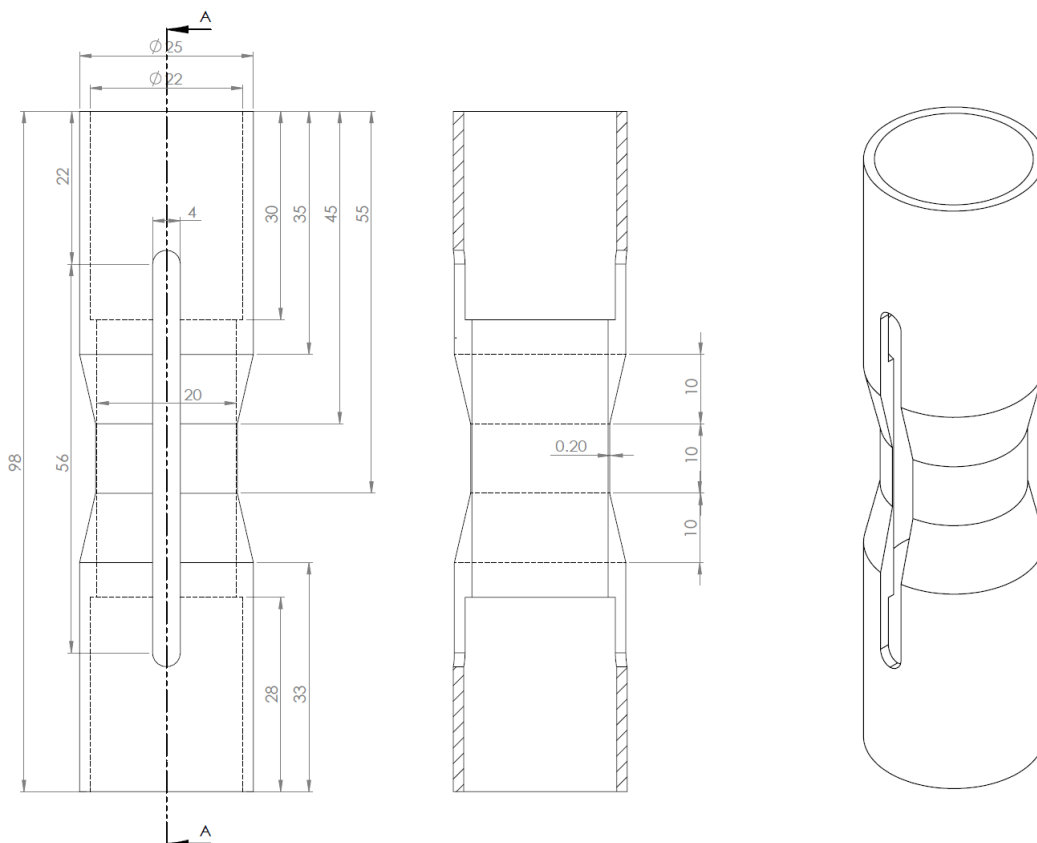
Secondo il layout di harvester proposto la guida si frappone tra il magnete e la bobina: per questo motivo è importante che la guida non influenzi il campo magnetico deviando le linee di campo al suo interno. Si sceglie di realizzare la guida in alluminio, le cui proprietà magnetiche sono riportate nella Tabella 4.4.

**Tabella 4.4:** Proprietà magnetiche dell'Alluminio.

$\mu$ [A/m]	$\mu_{rel}$ [-]
$1.256665 \times 10^{-6}$	1.000022

La permeabilità magnetica relativa dell'alluminio,  $\mu_{rel}$ , è molto simile a quella dell'aria: questo significa che il campo magnetico incontra la stessa resistenza nell'attraversare la guida e l'aria.

Un secondo motivo per cui si è scelto l'alluminio è la sua ottima lavorabilità alle macchine utensili: la guida è realizzata di pezzo dal pieno, tramite foratura e tornitura. In Figura 4.8 è riportata la tavola costruttiva quotata della guida.



**Figura 4.8:** Tavola costruttiva della guida.

Il foro interno è in tolleranza stretta con il magnete per consentirne lo scorrimento ed è ottenuto per alesatura. La parte esterna, lavorata al tornio, prevede una gola in

mezzeria sulla quale viene alloggiata la bobina. Particolare cura è stata posta nella tornitura di questa sezione: la distanza dal magnete deve essere ridotta al minimo, senza compromettere l'integrità e la resistenza strutturale del componente, poiché l'intensità del campo magnetico decresce rapidamente al crescere della distanza dalla superficie laterale del magnete, che si trova all'interno della guida. Lo spessore ottenuto è di 2/10 di millimetro.

In direzione assiale si è realizzato uno scasso di 4 mm, utile per avere visibilità all'interno della guida durante la regolazione della posizione del magnete e del precarico delle molle.

### 4.1.4 La bobina

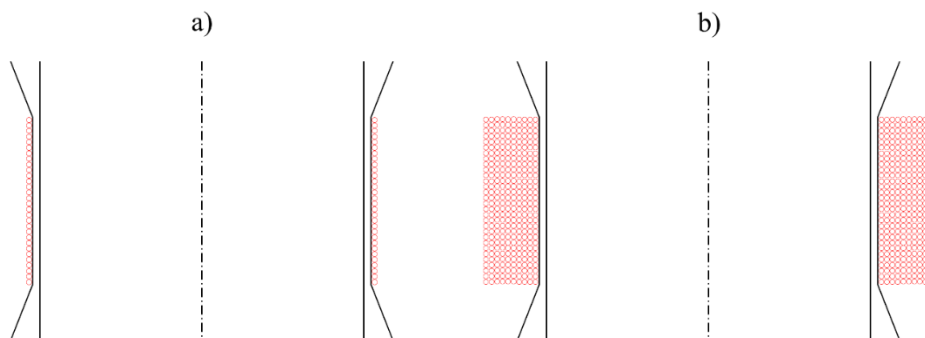
La bobina è realizzata da un avvolgimento di un conduttore di rame. In Tabella 4.5 sono riportate le proprietà del conduttore di diametro  $d_c$ , sezione  $A$ , resistenza lineare  $\rho_{lin}$  e permeabilità magnetica relativa  $\mu_{rel}$ .

**Tabella 4.5:** Proprietà del conduttore di rame.

$d_c$ [mm]	$A$ [mm <sup>2</sup> ]	$\rho_{lin}$ [ $\Omega$ /m]	$\mu_{rel}$ [-]
0.30	0.0855	0.1999	0.999994

La permeabilità magnetica relativa del rame è prossima all'unità: è quindi lecito considerare il campo magnetico nello spazio occupato dalla bobina non influenzato dalla bobina stessa, analogamente a quanto osservato per la guida in alluminio.

In Figura 4.9 è rappresentata la sezione della guida sulla quale è avvolta la bobina a singolo layer a) e layer multipli b).



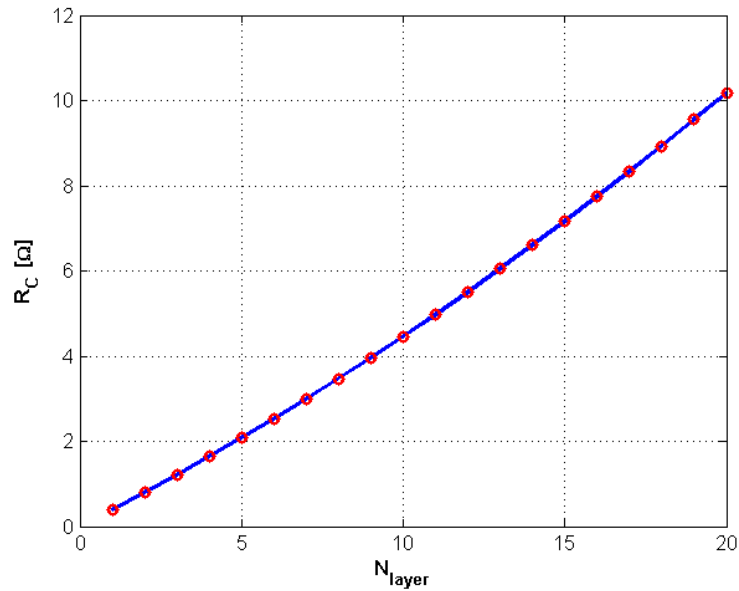
**Figura 4.9:** Disposizione della bobina sulla superficie esterna della guida nelle configurazioni a layer singolo a) e layer multipli b).

L'altezza della bobina è la stessa per tutti i layer, ed equivale all'altezza della gola realizzata nella guida, pari a 10 mm. Ogni layer ha lo stesso numero di spire:

$$N_{spire} = \frac{10}{0.30} = 33 \tag{4.9}$$

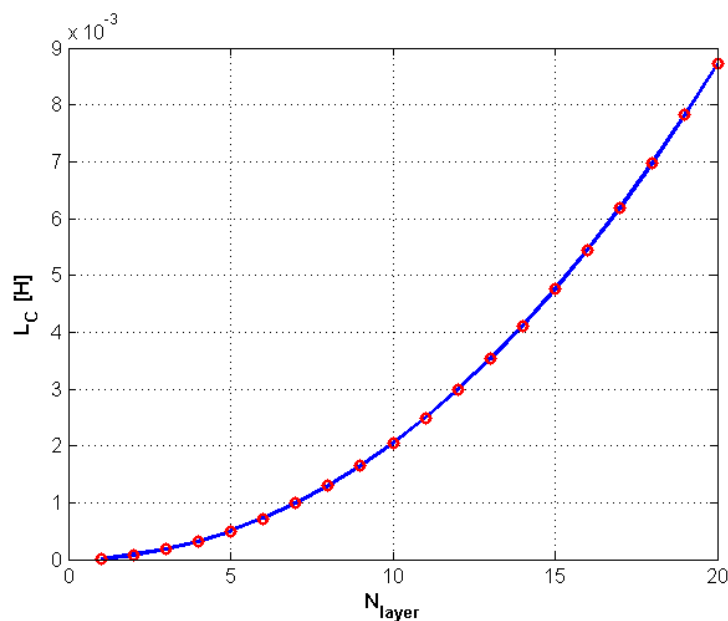
Definita la geometria della bobina si ricavano i valori di induttanza e resistenza in funzione del numero di layer dalle equazioni (3.28) e (3.31).

In Figura 4.10 è riportata la resistenza della bobina al variare del numero di layer: la dipendenza è lineare, se si trascura la variabilità del raggio di avvolgimento in funzione del layer considerato.



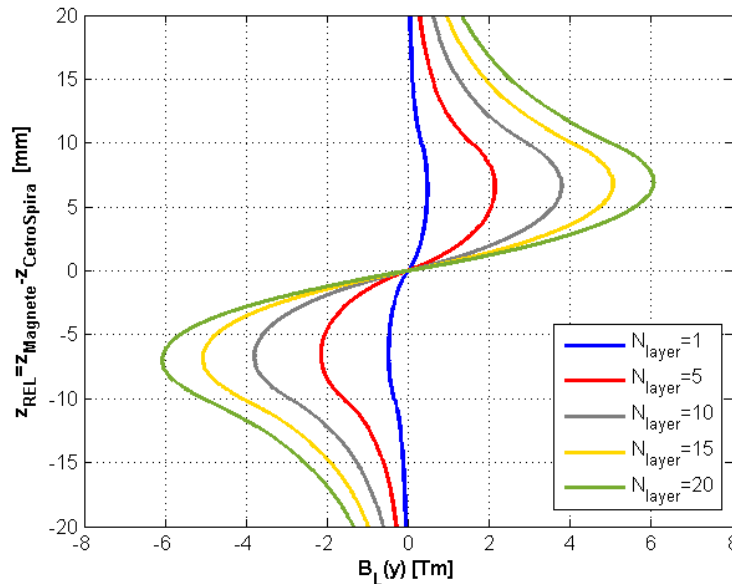
**Figura 4.10:** Resistenza della bobina in funzione del numero di layer.

In Figura 4.11 è riportato il valore dell'induttanza della bobina in funzione del numero di layer. La dipendenza è di tipo parabolico poiché l'induttanza dipende dal numero di spire al quadrato.



**Figura 4.11:** Induttanza della bobina in funzione del numero di layer.

Per completare la trattazione si riporta in Figura 4.12 il coefficiente di accoppiamento  $B_L(y)$ , studiato nel paragrafo 3.4.2 e valutato in base alle dimensioni geometriche effettive adottate nella progettazione del prototipo.



**Figura 4.12:** Coefficiente di accoppiamento elettromeccanico del prototipo.

Per facilità di lettura sono stati riportati i valori del coefficiente di accoppiamento solo per 1, 5, 10, 15, 20 layer. Considerando ogni curva il termine  $B_L(y)$  ha un massimo in corrispondenza di una quota relativa tra la posizione della mezzeria del magnete rispetto alla bobina. Per massimizzare l’efficacia della trasduzione il magnete deve essere posto nella posizione di equilibrio statico alla quota relativa che massimizza tale coefficiente, come indicato nella Tabella 4.6.

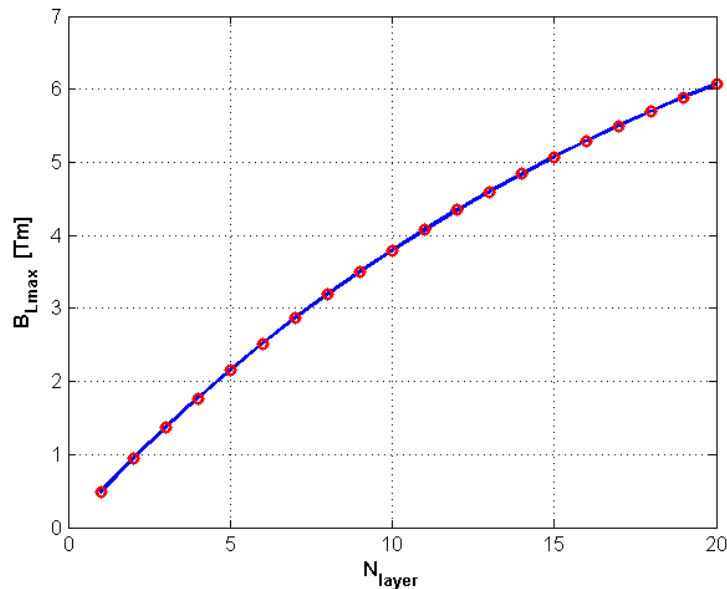
**Tabella 4.6:** Posizione di ottimo del magnete al variare del numero di layer.

$N_{layer}$	$B_{L,max}$ [Tm]	$h_{rel,ott}$ [mm]
1	0.482	6.50
5	2.155	6.46
10	3.796	6.80
15	5.070	6.80
20	6.068	7.13

In Figura 4.13 è riportato il valore del coefficiente di accoppiamento massimo in funzione del numero di layer.

$B_{L,max}$  è il valore massimo, raggiunto alla quota  $h_{rel,ott}$ , ed è ottenuto numericamente massimizzando l’equazione (3.27). Il suo aumento è meno che lineare al crescere del numero dei layer perché è funzione del prodotto di due termini: il raggio di

avvolgimento delle spire aumenta nei layer più esterni, mentre il campo magnetico radiale diminuisce rapidamente allontanandosi dalla superficie laterale del magnete.



**Figura 4.13:** Coefficiente di accoppiamento massimo in funzione del numero di layer.

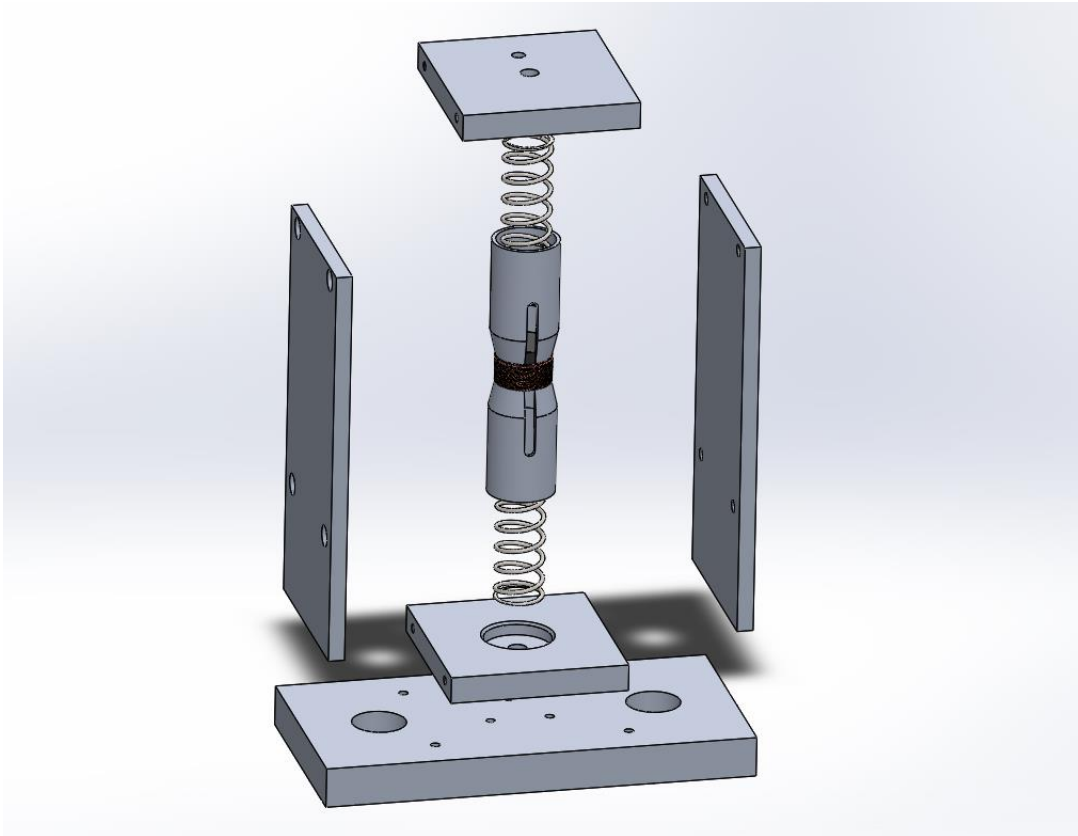
In fase di realizzazione dell'harvester si deve considerare la difficoltà pratica nell'assemblare layer multipli garantendo l'omogeneità spaziale della disposizione delle spire: il primo layer è avvolto lungo la superficie laterale della guida, mentre gli strati successivi sono avvolti sui layer precedenti e quindi su superfici non piane.

## 4.2 ASSEMBLAGGIO

L'harvester si compone delle parti descritte nel paragrafo 4.1.

La bobina è realizzata avvolgendo il filo di rame attorno alla guida, nella posizione in cui si è ricavata la gola. In questa parte la sezione ha il minimo spessore per sfruttare il campo magnetico nella porzione di spazio dove la sua intensità è maggiore. I capi della bobina sono infine raccolti in una morsettiera da cui è possibile estrarre la tensione generata.

Per contenere la guida e le parti vibranti, costituite dal magnete e dalle molle, è necessario predisporre una struttura di contenimento, realizzata da piastre in alluminio. La Figura 4.14 mostra una vista esplosa dell'assieme: la struttura è formata da due colonne (verticali) e da due traverse (orizzontali); le due colonne sono fissate ad una ulteriore piastra orizzontale, su cui sono previsti dei fori per provvedere al collegamento dell'intero sistema con la sorgente delle vibrazioni.



**Figura 4.14:** Vista esplosa del prototipo.

La guida è vincolata rigidamente alla traversa superiore attraverso un collegamento forzato.

In questo modo si ottiene che tutte le parti, ad eccezione del magnete, siano solidali e sottoposte al movimento  $y(t)$ .

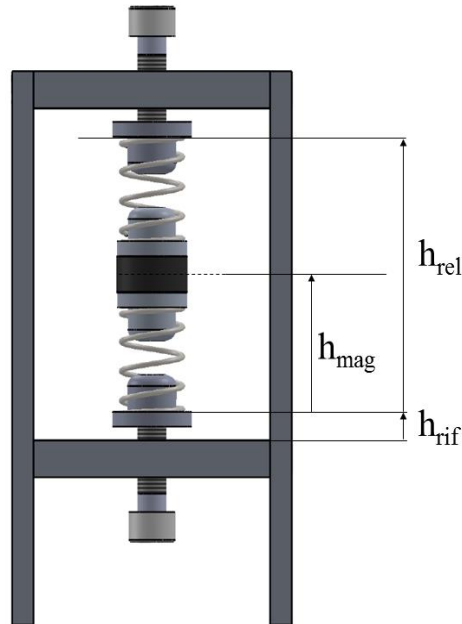
La struttura di supporto ha anche la funzione di rendere possibile la regolazione della posizione del magnete rispetto alla bobina in direzione verticale e regolare il precarico delle molle.

In Figura 4.15 è mostrato il funzionamento del sistema di regolazione reso possibile da due viti passanti nella traversa superiore e inferiore. All'estremità delle viti è posto il sostegno delle molle, che ha la medesima funzione dei supporti posti sul magnete descritti nel paragrafo 4.1.2.

La quota  $h_{rif}$  indica la posizione del sostegno della molla inferiore ed è determinata dalla posizione della vite inferiore. La quota  $h_{rel}$  è regolata dalla posizione relativa delle due viti e determina la lunghezza  $L_l$  delle molle, e di conseguenza il loro precarico. La quota  $h_{mag}$  è utile per definire la posizione del magnete rispetto alla bobina, con lo scopo di massimizzare il coefficiente di accoppiamento elettromeccanico.

Il posizionamento del sistema avviene quindi attraverso la regolazione delle viti: questo layout è stato scelto per avere un prototipo flessibile durante la fase di sperimentazione. Tale configurazione consente di posizionare il magnete alla quota

corretta, utilizzando molle di lunghezza diversa oppure nel caso si voglia aggiungere elementi tra il magnete e le molle, ad esempio con lo scopo di aumentare la massa complessiva del sistema.

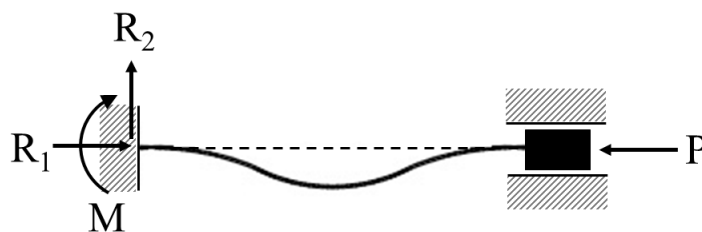


*Figura 4.15: Regolazione delle parti mobili del prototipo.*

### 4.3 LA FLESSIONE DELLE MOLLE

L'utilizzo delle molle di compressione comporta difficoltà nel mantenere rettilineo il loro asse una volta applicato il precarico.

Ogni molla infatti si comporta come un'asta snella caricata di punta come raffigurato in Figura 4.16.



*Figura 4.16: Asta snella sottoposta a un carico di punta.*

Anche per modesti valori di carico  $P$ , corrispondenti al precarico statico e alle azioni dinamiche dovute all'inerzia del magnete, la molla non si mantiene in posizione

rettilenea: l'asse sbanda creando nell'incastro una reazione vincolare normale alla direzione di applicazione del carico. Poiché la molla è solidale con il magnete le reazioni di incastro vengono scaricate sul magnete stesso: la reazione  $R_1$  è equilibrata dalla seconda molla simmetrica rispetto al magnete, mentre la reazione  $R_2$  è fornita dalla guida. Quest'ultima forza comprime il magnete contro la superficie interna della guida generando durante il moto una forza d'attrito  $F_a$  pari a:

$$F_a = \mu_d R_2 \quad (4.10)$$

Nonostante la lubrificazione delle superfici del magnete e della guida miri a ridurre il coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d$ , la reazione  $R_2$  causa una forza d'attrito significativa, tanto maggiore tanto aumenta il precarico fornito alle molle. Questo effetto può essere solo limitato imponendo il valore minimo pari a  $f_l$ , in riferimento alle osservazioni svolte nel paragrafo 4.1.2, nel rispetto dell'esigenza di mantenere le molle in compressione durante il moto del magnete.



# 5

## RISULTATI SPERIMENTALI

In questo capitolo sono riportati i risultati ottenuti durante la sperimentazione e il confronto con i risultati forniti dal modello numerico. E' caratterizzata la risposta dinamica del sistema elettromagnetico, attraverso prove di tipo sweep in frequenza, e il moto libero per ricavare il valore dello smorzamento meccanico da utilizzare nel modello. Il confronto analitico-sperimentale avviene confrontando i valori di tensione recuperata dall'harvester.

Infine è stimata dal modello la potenza elettrica recuperabile nel caso di harvester ottimizzato.

### 5.1 CONFIGURAZIONE DELLA PROVA

La sperimentazione viene effettuata sul prototipo nelle due configurazioni A e B, introdotte nel Capitolo 4: le due varianti differiscono per la frequenza propria, ottenuta grazie all'impiego di molle con diversa rigidità. La massa vibrante è la medesima, e consiste nel magnete e nei supporti delle molle. Al fine di studiare l'effetto del parametro  $h_{rel}$ , e quindi di diversi valori del coefficiente di accoppiamento elettromeccanico  $B_{LO}$ , sono effettuate prove con due diverse posizioni relative tra magnete e spira:  $h_{rel} = 2 - 2.83$  mm. Inoltre il carico elettrico viene fatto variare utilizzando resistenze comprese tra 0.12 e 55 k $\Omega$ .

Le caratteristiche meccaniche ed elettriche delle diverse configurazioni testate sono riassunte nella Tabella 5.1.

**Tabella 5.1:** Parametri delle configurazioni sperimentate.

		<i>AI</i>	<i>BO</i>	<i>BI</i>
Carico elettrico [k $\Omega$ ]	$R_L$	0.12 – 2 – 10 – 55 – 1000	1000	
Altezza relativa [mm]	$h_{rel}$	2.83	2	2.83
Coeff. di accoppiamento [Tm]	$B_{L0}$	0.40	0.341	0.40

Il posizionamento del magnete rispetto alla bobina  $h_{rel}$  e il precarico fornito alle molle sono le due grandezze a cui è necessario prestare attenzione, con lo scopo di effettuare prove ripetibili: una variazione di pochi decimi di millimetro di queste grandezze infatti causa grandi differenze sulla tensione misurata. L'effetto del precarico è stato discusso nel paragrafo 4.3: per limitare l'insorgere di attriti lungo la superficie laterale si decide di imporre la minima freccia statica  $f_1$ .

## 5.2 SETUP SPERIMENTALE

L'obiettivo dell'attività sperimentale duplice:

- caratterizzare dinamicamente il sistema, in termini di tensione generata dall'harvester in funzione della sollecitazione in ingresso;
- validare il modello numerico del sistema descritto nel Capitolo 3.

Sono effettuate due tipologie di prova: sweep in frequenza per la definizione della funzione di risposta in frequenza, e prove di moto libero per la determinazione dello smorzamento meccanico ai fini della verifica del modello numerico descritto nel capitolo 3.

Nelle prove di sweep il sistema elettro-meccanico è montato su uno shaker (Unholtz-Dickie S452) in grado di imporre accelerazioni costanti al variare della frequenza. Lo shaker è comandato da un controllo in retroazione sull'accelerazione imposta. La Tabella 5.2 mostra le caratteristiche dell'accelerazione.

**Tabella 5.2:** Caratteristiche dell'accelerazione imposta dallo shaker.

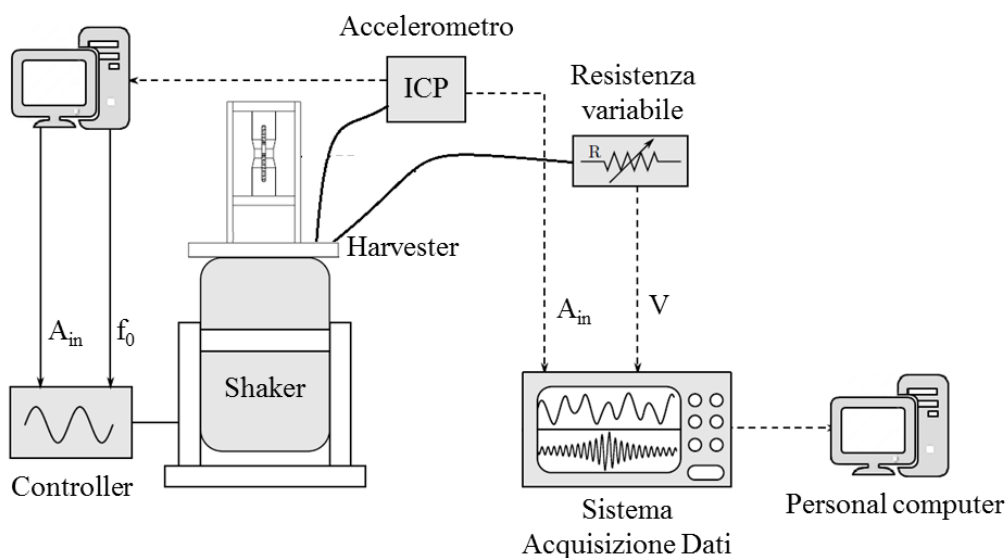
<i>Ampiezza</i>	$F_{min}$	$F_{max}$	<i>Velocità di sweep</i>	$T$
10 m/s <sup>2</sup>	40 Hz	120 Hz	30 Hz/s	160 s

Durante ognuna di queste prove viene acquisita l'accelerazione della struttura di supporto e la tensione generata ai capi della bobina. Non è possibile utilizzare un laser ottico per acquisire la posizione del magnete poiché la sua collocazione interna alla guida impedisce il posizionamento dello strumento. Inoltre non è possibile disporre un accelerometro sulla superficie del magnete per due motivi: il campo magnetico

sarebbe modificato dalla presenza dell'accelerometro stesso e il suo posizionamento sul magnete creerebbe uno squilibrio al moto in direzione verticale, oltre a modificare le caratteristiche meccaniche del sistema e le sue condizioni di vincolo.

L'influenza del carico elettrico rispetto alla caduta di tensione è ottenuta collegando al circuito resistenze diverse; nel caso di circuito aperto si considera come carico la resistenza della scheda di acquisizione, pari a 1000 k $\Omega$ .

In Figura 5.1 si riporta lo schema della catena di misura adottata per le prove di sweep: un accelerometro del tipo ICP misura l'accelerazione verticale del supporto dell'harvester e fornisce il segnale di retroazione per il controllo dello shaker, mentre un circuito elettrico permette di valutare la tensione generata dal sistema, attraverso il collegamento di una resistenza variabile in parallelo ai capi della bobina. La campionatura dei segnali di accelerazione e tensione avviene grazie ad una scheda di acquisizione (National Instruments NI 9239). Un Personal Computer è infine collegato attraverso una porta USB al modulo di acquisizione per visualizzare e memorizzare i dati raccolti.



**Figura 5.1:** Configurazione del setup sperimentale.

Le prove di moto libero sono ottenute imponendo uno spostamento iniziale della massa pari a 5 mm; la tensione generata è acquisita con la stessa strumentazione descritta per la prova di sweep.

In tutte le prove si è adottata una frequenza di campionamento di 2 kHz.

## 5.3 CARATTERIZZAZIONE DINAMICA DEL SISTEMA ELETTRROMAGNETICO

Per effettuare il confronto tra il modello numerico e i dati sperimentali è necessario conoscere tutte le grandezze meccaniche del sistema vibrante. Se massa e rigidità sono facilmente misurabili, o ricavabili, lo smorzamento meccanico  $\zeta$ , non ipotizzabile a priori, è stato identificato mediante una prova di moto libero realizzata ad hoc. Il secondo tipo di prova realizzata è lo sweep sinusoidale in frequenza dal quale si ricava la funzione di risposta in frequenza del sistema in funzione della variazione dei parametri: il carico resistivo e il coefficiente di accoppiamento elettromeccanico.

### 5.3.1 Moto libero

Per poter utilizzare il modello matematico proposto nel Capitolo 3 è di basilare importanza stimare con accuratezza il valore dello smorzamento meccanico adimensionale  $\zeta$ : si utilizza il metodo del decremento logaritmico basato sull'analisi del decadimento dell'ampiezza delle oscillazioni libere [27].

La prova è effettuata imponendo al sistema una posizione iniziale diversa da zero e analizzando le ampiezze dei picchi durante il moto libero. Il valore di decay  $\delta$  si ottiene dal logaritmo del rapporto delle ampiezze tra due picchi successivi:

$$\delta = \ln \frac{x_i}{x_{i+1}} = 2\pi\zeta \quad (5.1)$$

Per ricavare una stima accurata del parametro  $\zeta$  si mediano i valori ottenuti da 5 picchi consecutivi. Non potendo misurare direttamente lo spostamento della massa, lo smorzamento associato al decay è stato stimato sul segnale della tensione come mostrato in Figura 5.2.

Lo smorzamento calcolato, poiché valutato sull'uscita in tensione, è da considerarsi rappresentativo dello smorzamento complessivo del sistema elettromeccanico  $\zeta = \zeta_m + \zeta_{el}$ .

Dalle equazioni (3.24) e (3.27) si ricava che la tensione dipende dalla velocità del magnete:

$$V = -B_L(z) \dot{z} \quad (5.2)$$

Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, il coefficiente di accoppiamento  $B_L(z)$  può considerato costante, e pari al valore assunto nella posizione di equilibrio  $z_0$ .

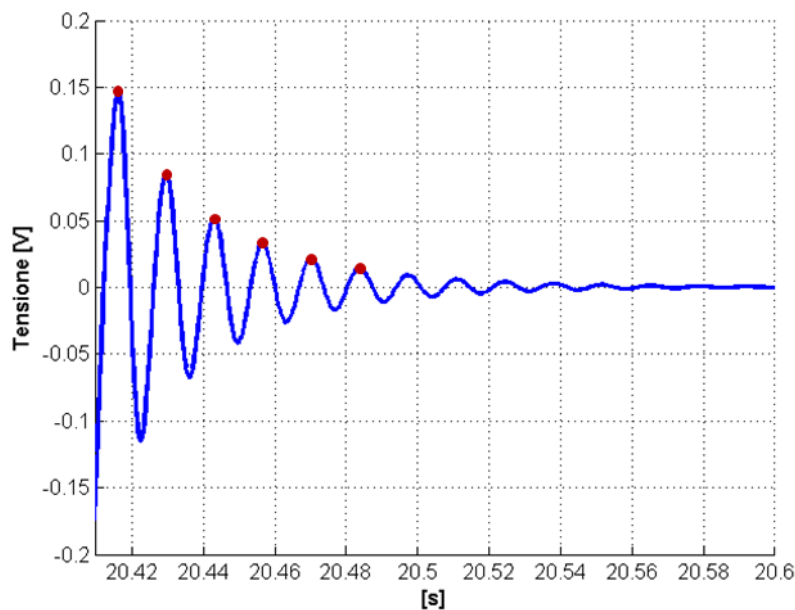
Sostituendo l'equazione (3.32) nella (5.2) risulta che il legame tra la tensione e la velocità è lineare:

$$V = -B_{L0}\dot{z} \Rightarrow \dot{z} = \frac{V}{Cost} \quad (5.3)$$

Poiché anche lo spostamento  $z$  è linearmente dipendente dalla velocità ( $\dot{z}=i\omega z$ ) si ricava che il decay della tensione  $V$  è analogo a quello dello spostamento:

$$\delta = \ln \frac{V_i}{V_{i+1}} = \ln \frac{\alpha z_i}{\alpha z_{i+1}} = \ln \frac{z_i}{z_{i+1}} \quad (5.4)$$

indicando con  $\alpha$  il prodotto delle costanti presenti nelle equazioni (5.3) e (5.4). Per questo motivo si considera lo smorzamento calcolato come una buona stima dello smorzamento meccanico.



**Figura 5.2:** Tensione ottenuta dal moto libero del sistema

Le prove sono state ripetute quattro volte: i valori medi e la deviazione standard sono riportati in Tabella 5.3. Lo smorzamento medio calcolato per la configurazione B0 è molto superiore ai valori ottenuti per le altre configurazioni: questo risultato indica che in funzione della quota del magnete le dissipazioni sono diverse. Inoltre, sempre per la configurazione B0 risulta elevato il valore di deviazione standard, indicato che i campioni raccolti sono molto dispersi intorno al valor medio.

**Tabella 5.3:** Coefficiente di smorzamento adimensionale.

	A1	B0	B1
$\zeta$ (valore medio)	0.0771	0.0926	0.0753
Deviazione standard	0.0089	0.0176	0.0080

### 5.3.2 Sweep in frequenza

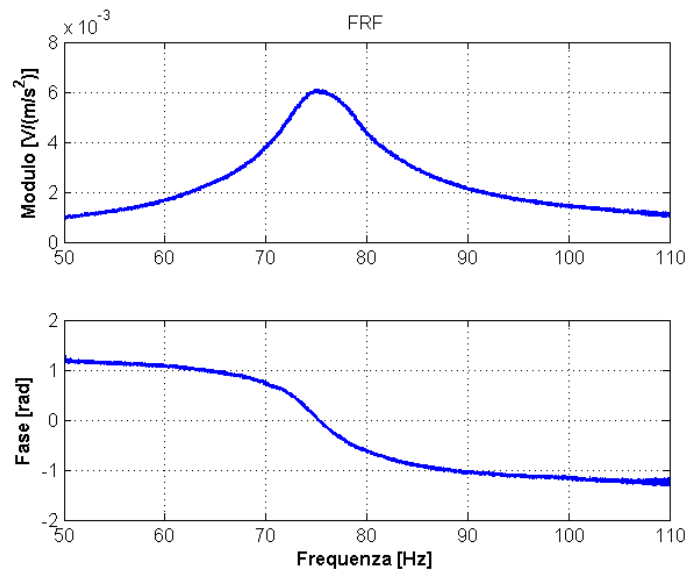
Attraverso uno sweep in frequenza è possibile caratterizzare il comportamento dinamico del sistema in termini di tensione generata misurata ai capi della bobina in funzione dell'accelerazione in ingresso, imposta dallo shaker alla struttura di supporto dell'harvester.

La stima della funzione di trasferimento è effettuata attraverso lo stimatore  $H_1$ , insensibile al rumore sull'uscita, definito come il rapporto del cross-spettro tra ingresso e uscita e l'auto-spettro dell'ingresso:

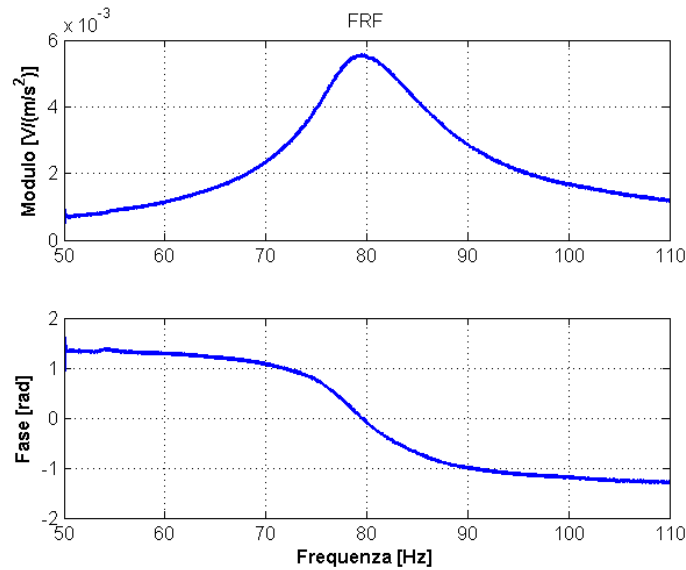
$$H_1(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \tag{5.5}$$

Il range in cui viene fatta variare la frequenza dell'accelerazione è circoscritto nell'intorno della frequenza propria meccanica del sistema  $\omega_0$  ( $f = 40 - 120$  Hz). La velocità di sweep è pari a 0.5 Hz/s per un totale di  $T = 160$  s con rate 0.5 Hz/s. L'ampiezza dell'accelerazione in ingresso viene mantenuta costante e pari a  $10 \text{ m/s}^2$  e i segnali sono campionati a 2 kHz.

In Figura 5.3 e Figura 5.4 sono riportati i risultati ottenuti rispettivamente per la configurazione di prova A1 e per la configurazione di prova B1, entrambe in circuito aperto ( $R_L = 1000 \text{ k}\Omega$ ).



**Figura 5.3:** Funzione di risposta in frequenza configurazione A1 (circuito aperto).



**Figura 5.4:** Funzione di risposta in frequenza configurazione B1 (circuito aperto).

Dalle FRF si ricava la frequenza propria<sup>3</sup> dei sistemi nelle due configurazioni, pari a 75.27 Hz per la configurazione A1 e 79.47 Hz per la configurazione B1.

Il valore massimo di tensione generata in risonanza è maggiore per il sistema A0, che ha frequenza propria minore, in accordo alle osservazioni svolte nel Capitolo 3.

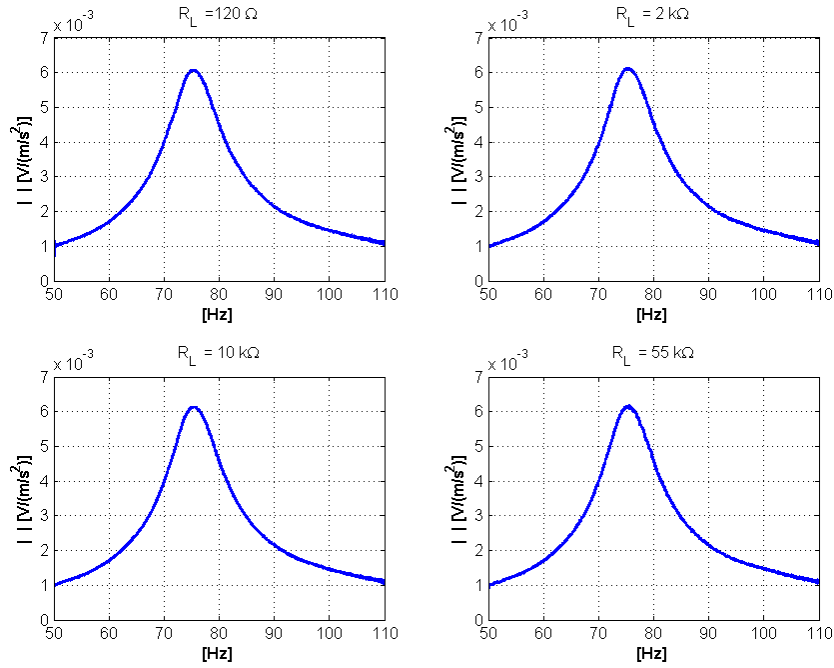
Osservando l'andamento della fase della funzione si trasferimento si osserva la concordanza con il risultato fornito dal modello numerico, in accordo con l'equazione (3.34): la fase parte da  $\pi/2$  a causa dello zero nell'origine e presenta due poli complessi coniugati in corrispondenza della risonanza meccanica. Non si vede l'effetto del polo reale che governa la dinamica elettrica poiché questo si trova ad alta frequenza.

In Figura 5.5 si riportano le FRF della configurazione A1 nel caso di resistenza  $R_L$  variabile (0.12, 2, 10, 55 k $\Omega$ ).

Si osserva che il valore massimo del picco in risonanza non varia in modo significativo. Per valori di resistenza  $R_L$  compresi tra 120 – 2000  $\Omega$  si nota un leggero aumento, mentre per resistenze superiori il valore massimo satura ad un valore costante<sup>4</sup>. Questo risultato è in accordo con quanto previsto dal modello numerico: in Figura 3.14 si è mostrato come la potenza massima sia influenzata dal carico  $R_L$  solo per valori del carico stesso molto superiori al valore di resistenza della bobina.

<sup>3</sup> La frequenza misurata per via sperimentale è la frequenza propria del sistema smorzato  $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$ . Tuttavia imponendo il valore di smorzamento ricavato ad esempio per la configurazione B1, pari a  $\zeta = 0.0753$  (riportato in Tabella 5.3), risulta  $\sqrt{1 - \zeta^2} = 0.9972$  ed quindi è lecito considerare  $\omega_d \approx \omega_0$ .

<sup>4</sup> Il comportamento differisce da quanto ottenuto da harvester piezoelettrici, dove la tensione generata aumenta all'aumentare del carico  $R_L$  [6]. I sistemi dal punto di vista elettrico sono diversi: l'harvester elettromagnetico è un generatore di tensione mentre l'harvester piezoelettrico è un generatore di carica.



**Figura 5.5:** Funzioni di risposta in frequenza configurazione A1 al variare del carico elettrico  $R_L$ .

## 5.4 CONFRONTO NUMERICO – SPERIMENTALE

Nel precedente paragrafo si è definito il setup di prova e le configurazioni analizzate: si procede con il confronto tra i risultati ottenuti sperimentalmente e quelli previsti dal modello numerico.

L’ingresso al sistema è l’accelerazione imposta al supporto dell’harvester: le curve utilizzate per la validazione sono le funzioni di risposta in frequenza ottenute in laboratorio e quelle numeriche calcolate dal modello, imponendo il medesimo ingresso temporale.

Il risultato atteso è valutato integrando nel tempo il sistema di equazioni differenziali in forma di stato:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{I} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{m} & -\frac{k}{m} & -\frac{B_L(z)}{m} \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{B_L(z)}{L_C} & 0 & -\frac{R_C + R_L}{L_C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \dot{z} \\ I \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} A_m \Rightarrow \dot{x} = [A]x + [B]u \quad (5.6)$$



Per estrarre le grandezze di interesse si utilizza l'osservatore<sup>5</sup>:

$$\begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \\ I \\ V \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & R_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \\ I \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} A_{in} \Rightarrow \mathbf{y} = [\mathbf{C}]\mathbf{x} + [\mathbf{D}]u \quad (5.7)$$

La verifica sperimentale avviene confrontando la FRF della tensione rispetto all'accelerazione imposta  $V(j\omega)/A_{in}(j\omega)$ , non potendo disporre della misura della quota del magnete assunta dal prototipo durante il moto. Utilizzando la FRF invece dello spettro della tensione misurata è possibile confrontare anche la fase.

I valori dei parametri del modello numerico sono riportati in Tabella 5.4 (per comodità di lettura sono riportati anche i parametri già indicati in precedenza in questo Capitolo).

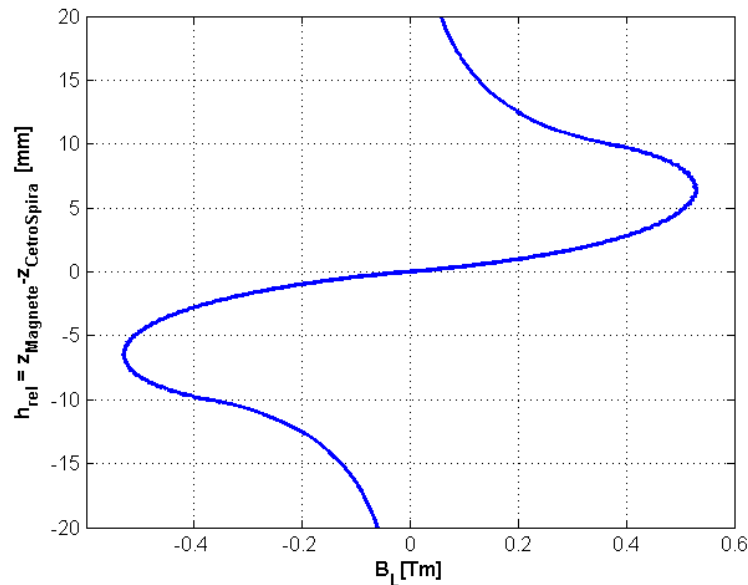
**Tabella 5.4:** Parametri utilizzati nel modello numerico.

		<i>AI</i>	<i>BO</i>	<i>BI</i>
Massa [Kg]	m	0.036	0.0375	
Rigidezza [N/m]	k	7740	9300	
Frequenza propria [Hz]	$\omega_0$	75.27	79.26	
Smorzamento adimensionale	$\zeta$	0.0771	0.0920	0.0753
Resistenza bobina [ $\Omega$ ]	$R_C$	1.1	1.1	
Carico elettrico [k $\Omega$ ]	$R_L$	1000	1000	
Induttanza [ $\mu$ H]	$L_C$	3.739	3.739	
Altezza relativa [mm]	$h_{rel}$	2.83	2	2.83
Coeff. di accoppiamento [Tm]	$B_{L0}$	0.40	0.341	0.40

Il coefficiente di smorzamento adimensionale  $\zeta$  è stato calcolato per ogni configurazione per ottenere una maggiore accuratezza. I valori delle resistenze  $R_L$  e  $R_C$  sono state misurate con un multimetro da banco, mentre l'induttanza  $L_C$  è calcolata grazie alle formule di Wheeler sulla base della geometria effettiva.

Anche il coefficiente  $B_L(y)$  in funzione della quota relativa  $h_{rel}$  è stato ricalcolato sulla base della distanza effettiva tra il magnete e la spira pari a 0.35 mm. Il risultato è riportato in Figura 5.6. Nel paragrafo 3.4.2 è stato discusso il problema della non linearità introdotto nel sistema da questo termine.

<sup>5</sup> Si noti che la tensione, valutata come  $V=R_L I$ , è una semplificazione perché trascura la resistenza associata al conduttore  $R_C$ . Tuttavia, poiché per il caso in esame il circuito consiste in un partitore di tensione,  $R_L$  e  $R_C$  sono in parallelo e la resistenza complessiva risulta all'incirca pari a  $R_L$ , dal momento che  $R_C = 1\Omega$  e  $R_L = 1000\text{ k}\Omega$  (nel caso di circuito aperto).



**Figura 5.6:** Coefficiente di accoppiamento in funzione della quota del magnete.

Poiché il sistema è non lineare la sua risoluzione comporta l'integrazione numerica nel tempo: il costo computazionale richiesto è molto elevato dal momento che il passo di integrazione deve essere piccolo a causa della presenza del termine  $L_C$ <sup>6</sup>.

E' stato effettuato il confronto tra il risultato fornito dal modello non lineare e dal modello lineare imponendo ad entrambi il forzamento descritto per la prova sweep:

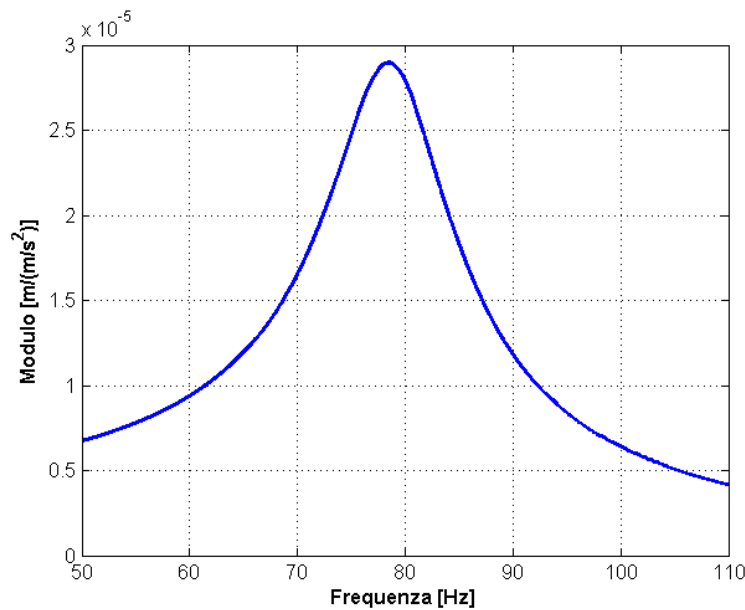
- il modello non lineare è il sistema in equazione (5.6) ed è stato risolto nel tempo dall'integratore MATLAB "ode15s"<sup>7</sup>;
- il modello lineare è lo stesso del caso precedente, con la differenza che il termine  $B_L(y)$  è sostituito dal coefficiente costante  $B_{L0}$ , ed è stato risolto nel dominio delle frequenze utilizzando le funzioni MATLAB "ss" e "lsim".

Il confronto è stato effettuato calcolando l'errore quadratico medio tra il risultato di tensione nel dominio del tempo ottenuto dai due modelli descritti. Seguendo il procedimento indicato si è ottenuto un valore di errore pari allo 0.6% tra il risultato fornito dal sistema lineare e quello fornito dal sistema non lineare. E' lecito quindi utilizzare il modello lineare, ed assumere il valore  $B_L(y) = B_{L0}$  costante.

L'ipotesi è valida in quanto lo spostamento della massa è nell'ordine di 0.029 mm, come indicato dal grafico della FRF tra lo spostamento della massa e l'accelerazione in ingresso  $z(j\omega)/A_{in}(j\omega)$ , come riportato in Figura 5.7.

<sup>6</sup> Il valore dell'induttanza dell'ordine di  $10^{-6}$  e la non linearità rendono il sistema in equazione (5.6) "stiff" [37]. Per integrare questa tipologia di sistemi in MATLAB sono implementati algoritmi dedicati all'interno della famiglia di integratori ODE: es. *ode15s* e *ode23s*.

<sup>7</sup> Per il funzionamento delle funzioni MATLAB "ode15s" e "ss" si faccia riferimento a [37].

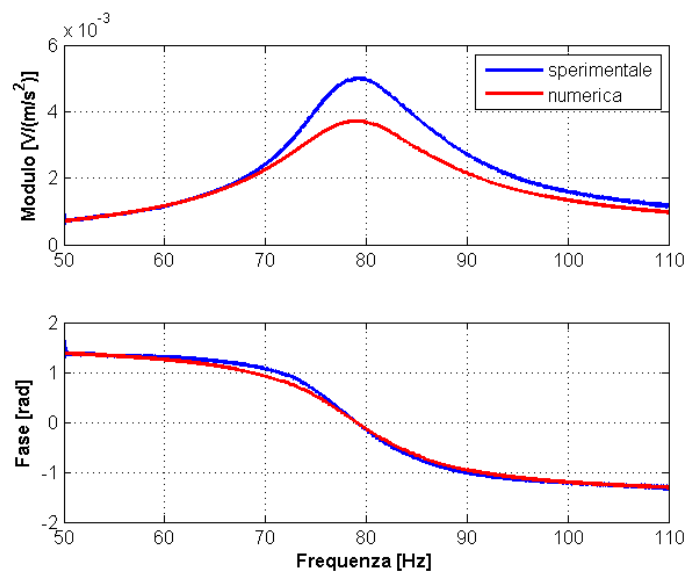


**Figura 5.7:** FRF dello spostamento della massa rispetto all'accelerazione in ingresso per la Configurazione B0.

Questa semplificazione consente di ridurre notevolmente i tempi di calcolo, grazie all'utilizzo degli algoritmi MATLAB indicati in precedenza, basati sul passaggio al dominio di Laplace.

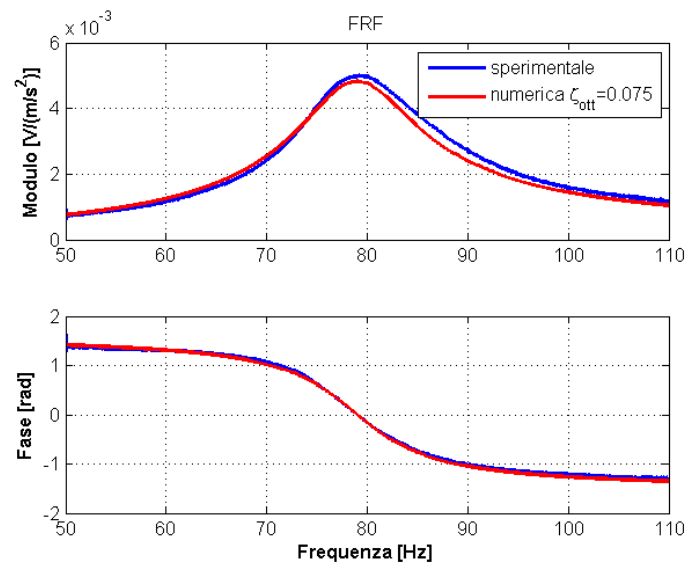
### 5.4.1 Risultati

Sono testate le configurazioni B0 e B1, che differiscono per la diversa posizione relativa tra il magnete e la bobina. In Figura 5.8 è mostrato il risultato ottenuto dalla configurazione B0, ovvero quella in cui  $B_{L0}=0.341$  e  $\zeta=0.092$ .



**Figura 5.8:** Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B0.

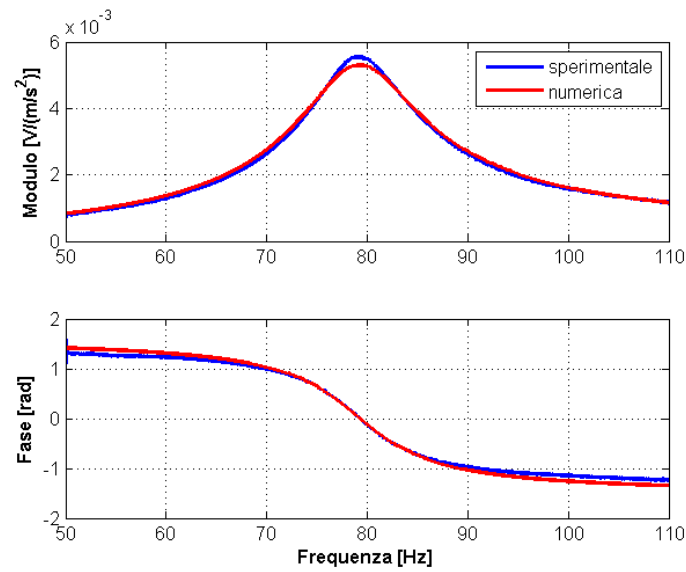
Come è possibile osservare il modello segue piuttosto bene il dato sperimentale soprattutto a basse frequenze e riproduce correttamente la frequenza propria. C'è una sottostima del picco da parte del modello numerico associata prevalentemente ad una stima non precisa dello smorzamento, visibile dal grafico della fase, dove in corrispondenza della frequenza propria la pendenza delle due curve non coincide. Ottimizzando il valore dello smorzamento per riportare la pendenza della fase, in corrispondenza della frequenza propria, allo stesso valore del dato sperimentale è possibile recuperare parte del gap sul picco del modulo della FRF come mostrato in Figura 5.9.



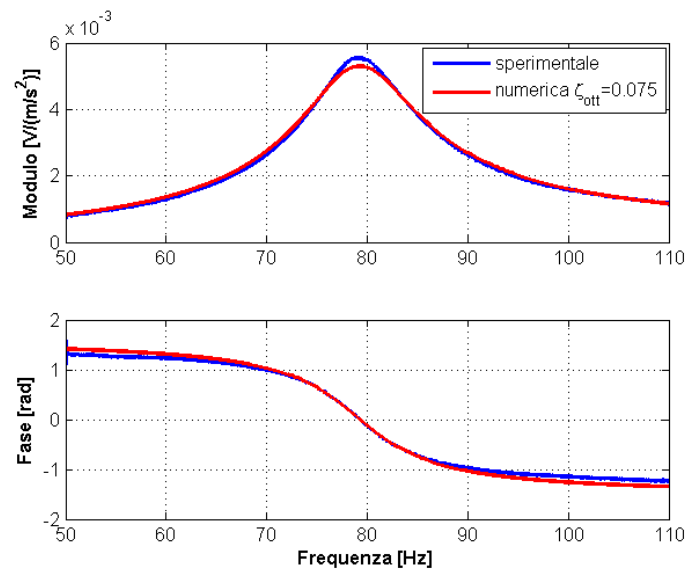
**Figura 5.9:** Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B0 con smorzamento ottimizzato.

Il valore ottimizzato per la configurazione B0 è  $\zeta = 0.075$ : la differenza rispetto al valore calcolato con la prova di moto libero è pari al 18%. Si nota che il valore ottenuto coincide con il risultato ottenuto dalla prova di moto libero per la configurazione B1. Il risultato ottenuto per la configurazione B1, in cui  $B_{L0}=0.40$  e  $\zeta=0.0753$  è mostrato in Figura 5.10.

In questo caso il modello numerico restituisce un risultato accurato, a meno di una leggera sottostima del picco della FRF. Effettuando l'ottimizzazione descritta per la configurazione B0 si ricava il valore di coefficiente del smorzamento ottimizzato: il valore si discosta di poco dallo smorzamento calcolato dal moto libero ed è pari a 0.075; il risultato ottenuto è mostrato in Figura 5.11.



**Figura 5.10:** Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B1.

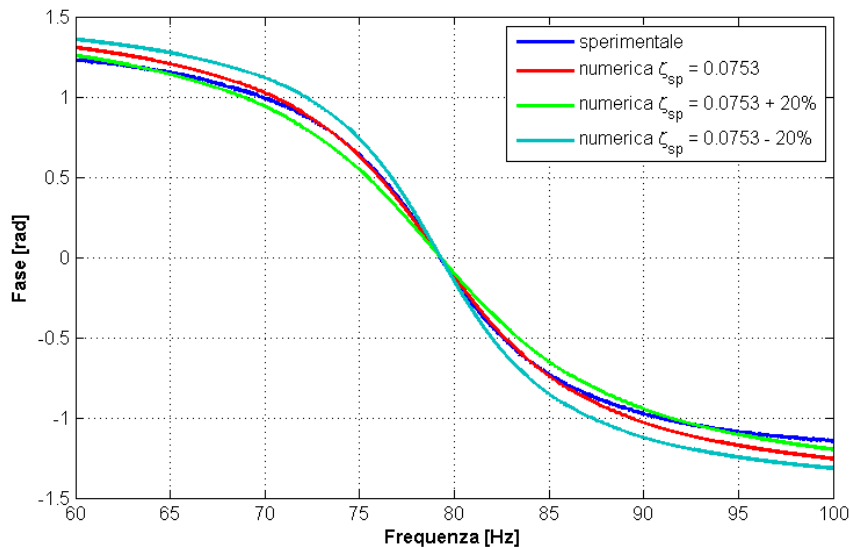


**Figura 5.11:** Confronto risposta numerica e sperimentale configurazione B1 con smorzamento ottimizzato.

Poiché il valore della fase in questo caso non coincide anche al di fuori delle zona di risonanza, come invece accadeva per la configurazione B0 ottimizzata, si è cercato un valore di smorzamento da utilizzare nel modello numerico che meglio approssimasse il dato sperimentale in tutto il range di frequenze studiato. Lo smorzamento è stato fatto variare di  $\pm 20\%$  rispetto al valore misurato sperimentalmente, come mostrato in Figura 5.12.

Per facilità di visualizzazione non sono state riportate sul grafico le curve ottenute solo modificando il valore di smorzamento misurato, pari a 0.0753, di  $\pm 20\%$  (le curve ottenute da valori di variazione minori sono comprese tra i due casi estremi). Si osserva come non ci siano valori di smorzamento che consentano al modello numerico di ottenere una fase delle funzione di trasferimento sovrapponibile alla fase ottenuta dai valori sperimentali. Questo è visibile osservando il grafico in corrispondenza della frequenza propria del sistema, dove la fase vale 0 radianti:

- utilizzando il valore di smorzamento ottimizzato, pari a 0.075 si ottiene una pendenza uguale tra il dato sperimentale e il modello numerico, mentre lontano dalla zona di risonanza la fase ottenuta con il modello numerico presenta un gap rispetto al valore ottenuto sperimentalmente.
- utilizzando i valori di smorzamento modificati, linea verde e grigia, si ottiene una pendenza differente. Tuttavia nel caso di maggiorazione dello smorzamento del 20% lontano dalla frequenza propria il valore della fase presenta un errore minore.



**Figura 5.12:** Fase al variare dello smorzamento imposto al modello numerico configurazione B1.

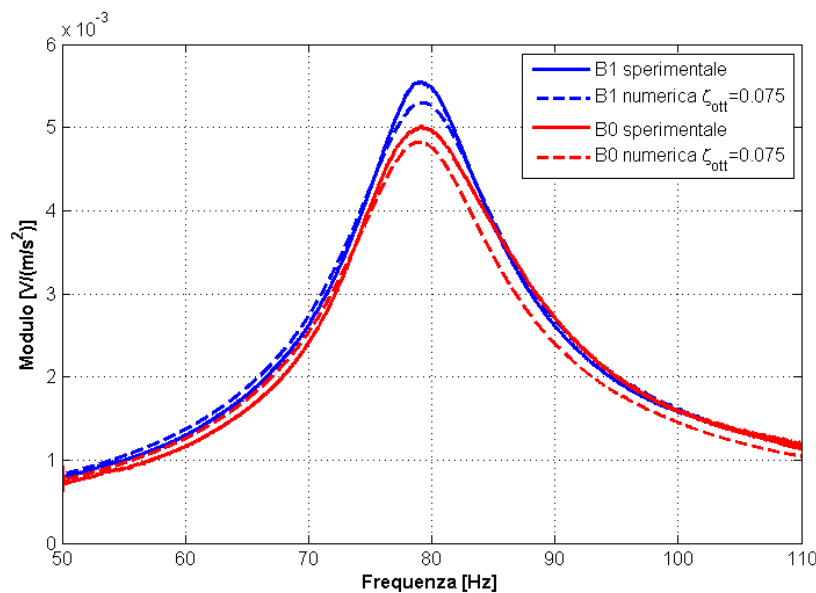
Queste osservazioni permettono di concludere che lo smorzamento non è costante e dipende dalla posizione della massa e dalla sua velocità: osservando la Figura 5.7 si nota come a causa del fenomeno dell'amplificazione dinamica la massa a frequenze diverse oscilla con ampiezze, e quindi anche velocità, diverse.

Complessivamente si è trovato che il modello riesce a prevedere l'incremento del picco di tensione al crescere di  $h_{rel}$ , ovvero della quota relativa tra il magnete e la bobina, che modifica il valore del coefficiente  $B_{L0}$ , come mostrato in Figura 5.13.

Per le due configurazioni studiate, utilizzando il valore di smorzamento ottimizzato, l'errore calcolato in risonanza valutato tra il dato sperimentale e il risultato ottenuto

dal modello numerico vale rispettivamente 3.6% per a configurazione B0 e 4.3% per la configurazione B1 (coincidente all'errore valutato utilizzando il valore di smorzamento ricavato dalla prova di moto libero): l'errore è ampiamente accettabile per considerare il modello una buona approssimazione del fenomeno fisico che rappresenta.

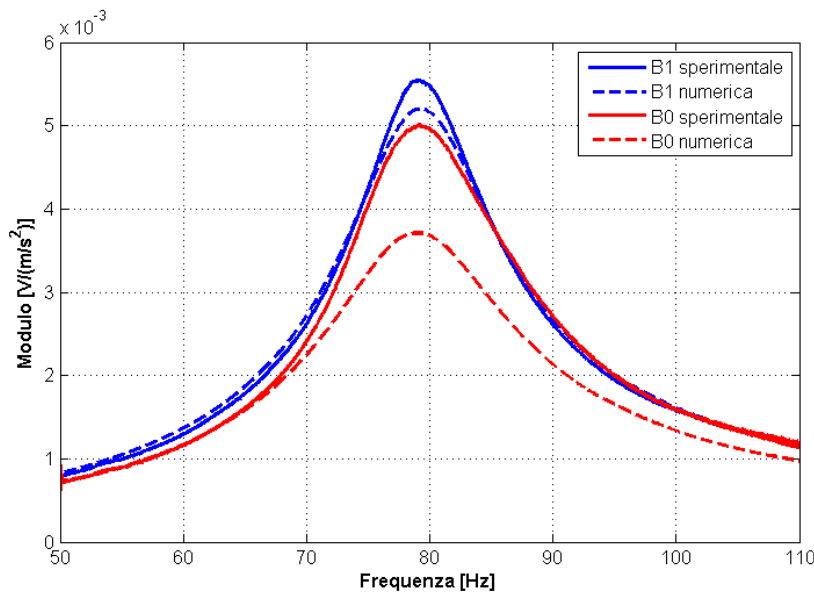
L'errore appena descritto, dovuto alla sottostima del valore massimo di tensione visibile in Figura 5.13, è imputabile al valore imposto al coefficiente di accoppiamento, funzione della quota relativa tra il magnete e la bobina. In riferimento alla Figura 5.6 si osserva che un errore di pochi decimi di millimetro nella stima della posizione della configurazione reale del prototipo introduce un coefficiente di accoppiamento molto diverso dal valore corretto. In questo caso la differenza nei valori massimi tra quanto previsto nel modello e quanto misurato sperimentalmente può essere imputato ad una stima errata della quota relativa tra il magnete e la bobina: l'errore dovuto all'utilizzo del modello numerico linearizzato, come descritto nel paragrafo 5.4, non giustifica una differenza di questa entità.



**Figura 5.13:** Confronti risultati numerico-sperimentali configurazioni B0 e B1 (smorzamento ottimizzato).

I risultati ottenuti dal modello numerico utilizzando il coefficiente di smorzamento stimato dal moto libero sono riportati nello stesso grafico in Figura 5.14.

In questo caso il modello non è in grado di prevedere correttamente il dato sperimentale a causa del valore impreciso di smorzamento utilizzato: il risultato è evidente per la configurazione B0, dove l'ampiezza della campana della FRF risulta molto diversa tra il valore misurato e il valore calcolato dal modello numerico.



**Figura 5.14:** Confronti risultati numerico-sperimentali configurazioni B0 e B1 (smorzamento stimato dal moto libero).

Si deve sottolineare però come il valore di smorzamento stimato dal moto libero sia molto superiore nella configurazione B0 rispetto alla configurazione B1 come indicato in tabella Tabella 5.3.

Tuttavia il valore medio stimato è pari a 0.0926 e la varianza dei campioni è pari a 0.017: poiché la varianza è dello stesso ordine di grandezza del valor medio i campioni utilizzati sono molto dispersi attorno al valor medio. Questa considerazione conferma le osservazioni svolte sulla variazione dello smorzamento in funzione delle ampiezze di oscillazione e della posizione assunta dalla massa durante il moto.

La difficoltà nello stimare correttamente il valore di smorzamento  $\zeta$  e  $h_{rel}$  non significa che il modello non sia affidabile per problemi intrinseci alla descrizione del fenomeno fisico, poiché modificando opportunamente il valore di smorzamento, coerentemente con l'evidenza dei dati sperimentale (in particolare del diagramma della fase della FRF) è stato possibile ottenere una buona corrispondenza tra i valori misurati e le simulazioni numeriche.

## 5.4.2 Potenza estratta

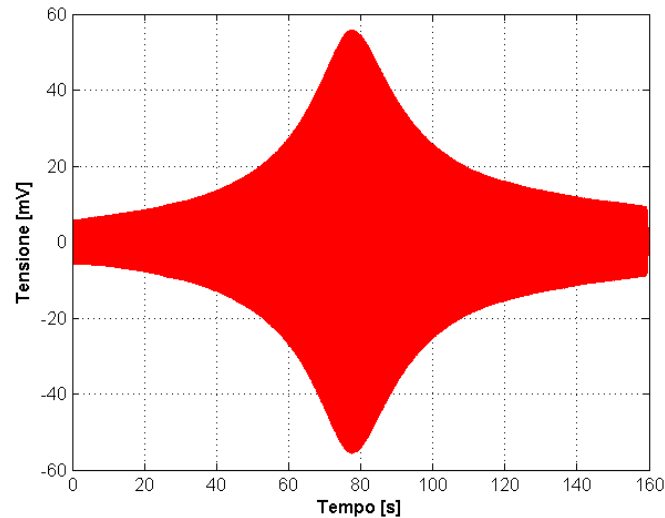
Si conclude l'analisi dei dati sperimentali valutando la potenza estratta dall'harvester nelle configurazioni in cui è stato testato.

La tensione acquisita durante lo sweep in frequenza ha un andamento sinusoidale con pulsazione pari alla frequenza di eccitazione. I valori acquisiti per la configurazione B1 sono riportati in Figura 5.15.

La potenza elettrica estratta è definita dalle equazioni (3.35) e (3.36). L'influenza del carico elettrico  $R_L$  come mostrato in Figura 5.5 non influisce in modo significativo sul



valore della tensione massima estratta dall'harvester, in accordo con i risultati forniti dal modello numerico.



**Figura 5.15:** Tensione misurata sperimentalmente configurazione B1.

La potenza elettrica dissipata sul carico resistivo è inversamente proporzionale al valore del carico stesso, e quindi nel caso di circuito aperto risulta estremamente bassa. I risultati numerici sono riportati nella Tabella 5.5.

**Tabella 5.5:** Potenza elettrica estratta in condizioni di circuito aperto.

	<i>A1</i>	<i>B0</i>	<i>B1</i>
$P_{max}$ [ $\mu$ W]	0.00185	0.00124	0.00156

La potenza estratta dal prototipo nel caso di circuito aperto, in cui si considera la resistenza della scheda di acquisizione del segnale ( $R=1000$  k $\Omega$ ) è pari a circa  $10^{-3}$   $\mu$ W. Una potenza di questa entità è insufficiente ad alimentare un circuito elettronico e non risulta quindi una situazione di interesse applicativo. D'altra parte il prototipo è stato costruito con l'obiettivo primario di validare il modello e verificare la corretta modellazione della trasduzione elettromagnetica: in questa fase non si ricercava l'ottimizzazione del recupero energetico.

### 5.4.3 Limiti del prototipo

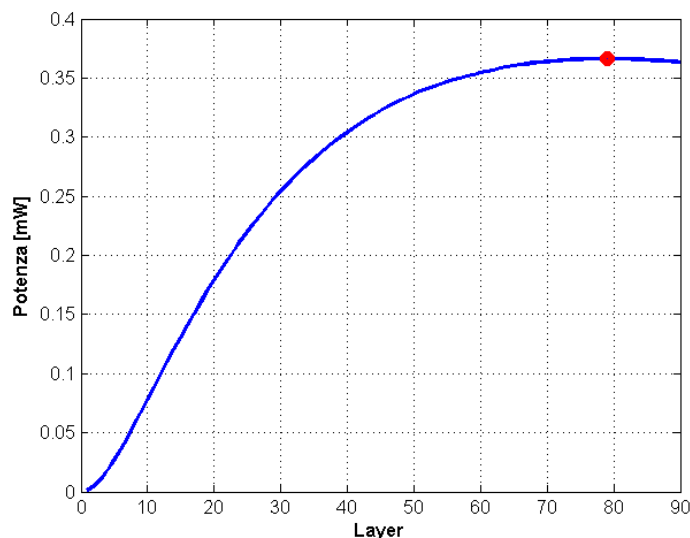
Il prototipo costruito presenta dei limiti, ma ha permesso di verificare la bontà del modello nella stima della tensione, e anche quindi della potenza estraibile, e ha fatto emergere anche delle criticità in relazione, per esempio, alla stima di alcuni parametri

(smorzamento e coefficiente di accoppiamento). In particolare problematiche evidenziate dalla realizzazione dell'harvester, che influenzano la corretta determinazione dei parametri da inserire nel modello numerico, sono di seguito elencate:

- lo smorzamento meccanico del sistema dipende dalla posizione in cui si trova il magnete: lo strisciamento tra il magnete e la guida è limitato a pochi decimi di millimetro, ma risente dei difetti di forma della guida e del magnete stesso. Eventuali differenze nella sezione interna della guida a diverse altezze o la presenza di impurità nel meato comportano una diversa resistenza al moto durante lo strisciamento e quindi possibili non linearità nello smorzamento del prototipo.
- Il valore del precarico influenza la direzione dell'asse delle molle, generando forze di contatto radiali tra il magnete e la guida.
- A causa della geometria scelta per la struttura di supporto non è stato possibile misurare la posizione del magnete durante il moto; non è stato possibile misurare con l'accuratezza necessaria la quota relativa tra il magnete e la bobina, disponendo quindi di un coefficiente di accoppiamento non accurato.

## 5.5 POTENZE OTTENIBILI

A margine dei risultati ottenuti dalla sperimentazione del prototipo si fornisce una stima delle potenzialità dell'harvester attraverso l'utilizzo del modello numerico. Simulando il sistema nella configurazione B1 nel caso di layer multipli, che corrisponde ad utilizzare un numero maggiore di spire, è possibile osservare come il valore della potenza estratta aumenti, fino a valori nell'ordine dei mW come mostrato in Figura 5.16.

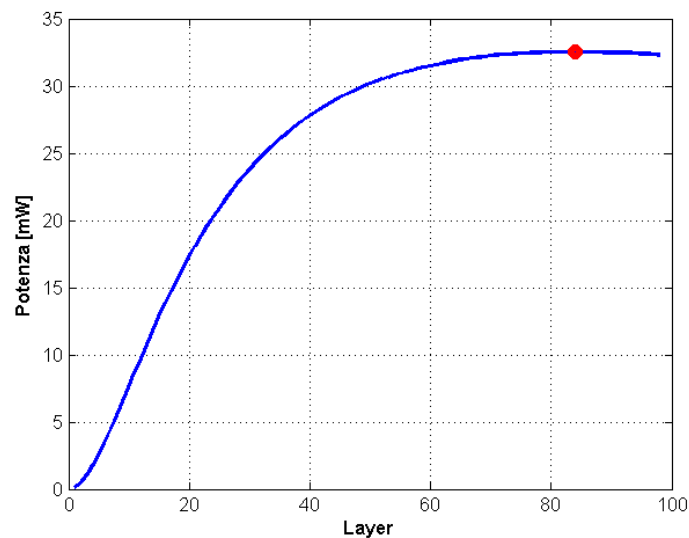


**Figura 5.16:** Potenza massima estraibile dalla configurazione B1 ( $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $\zeta = 0.0753$ ).

A livello pratico si sottolinea la difficoltà nel realizzare un numero elevato di layer con una disposizione regolare nello spazio attorno al magnete, così come supposto nel modello (nella stima di Figura 5.16 è stato considerato un carico elettrico  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ ). Lo smorzamento meccanico elevato riduce notevolmente le prestazioni dell'harvester, limitando l'ampiezza delle vibrazioni e di conseguenza la velocità del magnete.

Questo porta a prevedere un nuovo layout costruttivo, orientato a diminuire il valore dello smorzamento meccanico: una diversa costruzione dell'harvester, in cui il magnete si muova vincolato ad una guida lineare consente di ridurre notevolmente lo smorzamento meccanico fino a valori nell'ordine dell'1%.

Ponendo il magnete alla quota che massimizza il coefficiente di accoppiamento e utilizzando nel modello un valore di smorzamento  $\zeta = 1\%$  si ottiene la potenza rappresentata in Figura 5.17.



**Figura 5.17:** Potenza massima estraibile dalla configurazione B1 ( $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $\zeta = 0.01$ ).

La potenza massima ottenibile dal dispositivo è raggiunta utilizzando 83 layer che corrispondono a 2740 spire, ponendo il magnete alla quota  $h_{\text{rel}}$  pari a

Il risultato ottenuto è in linea con le potenze estraibili da harvester piezoelettrici [6]. La configurazione descritta consente di alimentare un circuito elettronico: si ricordano i consumi tipici di nodi sensoriali descritti nel paragrafo 2.4.3, nell'ordine di 3 – 10 mW.

# 6

## CONCLUSIONI

### 6.1 RISULTATI

In questo lavoro di tesi è stato messo a punto un modello di harvester elettromagnetico per rispondere all'esigenza di alimentare un nodo sensoriale da installare a bordo di un treno merci.

L'analisi delle accelerazioni misurate sulla boccola di una sala ferroviaria ha permesso di valutare le caratteristiche tipiche della sollecitazione in ingresso, disponibili in ambito ferroviario.

Il modello proposto è in grado di riprodurre la mutua interazione tra dominio meccanico e dominio elettrico, attraverso lo studio del campo magnetico generato dal magnete permanente, posto in moto relativo rispetto alla bobina.

La costruzione di un prototipo ha permesso di valutare la bontà del modello. I risultati ottenuti mostrano che il modello riesce a dare una buona descrizione del fenomeno studiato: utilizzando il valore di smorzamento meccanico ottimizzato, il modello numerico commette un errore pari al 4.3% nella stima del massimo della tensione estratta in risonanza.

Le prove sperimentali hanno anche messo in evidenza alcune criticità nella determinazione di parametri quali la quota relativa del magnete rispetto alla bobina e il coefficiente di smorzamento meccanico.

Il prototipo, realizzato con lo scopo di verificare il modello analitico, non consente di estrarre una potenza elettrica sufficiente ad alimentare un semplice circuito elettronico. Tuttavia, utilizzando il modello numerico, è stato possibile progettare un sistema harvester ottimizzato al fine di evidenziare le potenza massima estraibile (riducendo il valore dello smorzamento meccanico ad un valore pari all'1% e aumentando il numero di layer della bobina). In tali condizioni, da modello numerico l'harvester eccitato in risonanza, è in grado di generare una potenza pari a 32.6 mW, a fronte di una accelerazione in ingresso di  $10 \text{ m/s}^2$ .

Il risultato ottenuto è confrontabile con la potenza estratta da un harvester piezoelettrico, e consente di alimentare un nodo sensoriale composto da un accelerometro, un apparato di elaborazione e di trasmissione.

## 6.2 LIMITI DEL MODELLO E DEL PROTOTIPO

L'elemento centrale nella modellazione della trasduzione elettromagnetica è l'interazione tra il campo magnetico e il conduttore, ai capi del quale è estratta la potenza elettrica recuperata dall'harvester. Il campo magnetico è stato studiato attraverso un codice ad elementi finiti, dal momento che non è possibile disporre di una formulazione analitica generale. Il limite principale del modello consiste nel valore del campo magnetico calcolato, poiché questo non considera la presenza degli elementi ferromagnetici collocati vicino al magnete e in grado di modificare il campo magnetico stesso. Tuttavia dato il buon accordo tra i risultati numerici e sperimentali è possibile concludere che per il prototipo analizzato tale effetto è trascurabile.

La costruzione del prototipo ha invece consentito di evidenziare i limiti derivanti dal layout scelto: il valore elevato dello smorzamento meccanico, pari a 7.5%, limita la velocità del magnete e quindi anche la potenza estratta. Inoltre, il valore dello smorzamento è risultato variabile in funzione della quota relativa tra il magnete e la spira e in funzione della velocità, a causa dell'attrito presente tra il magnete e la superficie interna della guida, peggiorato dalla flessione delle molle a compressione precaricate. Infine, poiché il magnete era interno alla guida, la determinazione della quota relativa tra il magnete e la guida è risultata difficoltosa. Per tutte queste ragioni il prototipo costruito è stato utile solo ai fini della verifica sperimentale del modello. L'impedenza del circuito elettrico alimentato dall'harvester deve essere ridotta al minimo poiché la potenza estratta è inversamente proporzionale al carico applicato. Si ricorda anche l'importanza della sintonizzazione della frequenza propria dell'harvester con la frequenza della vibrazione esterna: nel caso analizzato l'operazione risulta semplice perché è sufficiente una scelta opportuna della massa e della rigidità delle molle utilizzate.

## 6.3 SVILUPPI FUTURI

Sono proposte alcune possibili strade da intraprendere per proseguire il lavoro iniziato in questa tesi.

Il modello può essere ulteriormente analizzato, con lo scopo di cogliere l'influenza di parametri che in questo lavoro sono stati mantenuti costanti, come ad esempio il diametro del filo della bobina, l'altezza della bobina e la geometria del magnete. Inoltre, è possibile valutare l'opportunità di disporre una seconda bobina posta simmetricamente rispetto alla mezzeria del magnete, così da incrementare il valore della potenza estratta.

L'intensità del campo magnetico, le cui linee di campo si chiudono in aria, è risultata molto debole, sebbene lo spessore della guida abbia consentito di posizionare la bobina ad una distanza di tre decimi di millimetro dal magnete: per questo motivo è

possibile studiare numericamente l'influenza di un traferro, posizionato in modo da raccogliere al suo interno le linee di campo del campo magnetico in modo da ridurre la resistenza dovuta alla chiusura delle linee di campo stesse in aria.

Il prototipo può essere migliorato riducendo il valore dello smorzamento meccanico grazie all'utilizzo di una guida lineare. Inoltre, un diverso schema di vincolo delle molle consentirebbe di limitarne la flessione e di conseguenza sarebbero ridotte le forze applicate al magnete in direzione perpendicolare al moto e quindi gli attriti. Infine, sarebbero possibili ulteriori conferme ai risultati forniti dal modello numerico prevedendo un layout dell'harvester che permetta di misurare la posizione della massa attraverso un laser ottico, o la sua accelerazione attraverso un accelerometro.

Questi sono solo alcuni dei miglioramenti possibili, suggeriti dall'esperienza maturata durante lo svolgimento di questo lavoro di tesi.



## BIBLIOGRAFIA

- [1] S. P. Beeby, M. J. Tudor, and N. M. White, “Energy harvesting vibration sources for microsystems applications,” *Meas. Sci. Technol.*, vol. 17, no. 12, pp. R175–R195, Dec. 2006.
- [2] N. G. Stephen, “On energy harvesting from ambient vibration,” *J. Sound Vib.*, vol. 293, no. 1–2, pp. 409–425, May 2006.
- [3] S. P. Beeby, R. N. Torah, M. J. Tudor, P. Glynne-Jones, T. O’Donnell, C. R. Saha, and S. Roy, “A micro electromagnetic generator for vibration energy harvesting,” *J. Micromechanics Microengineering*, vol. 17, no. 7, pp. 1257–1265, Jul. 2007.
- [4] S. Roundy, “On the effectiveness of vibration-based energy harvesting,” *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 16, no. 10, pp. 809–823, Oct. 2005.
- [5] S. J. Roundy, “Energy scavenging for wireless sensor nodes with a focus on Vibration to Electricity Conversion,” University of California, 2003.
- [6] D. Milani, “Modellazione di un bimorph piezoelettrico e sviluppo di un nodo sensoriale wireless alimentato tramite energy harvesting,” Politecnico di Milano, 2012.
- [7] C. Williams and R. Yates, “Analysis of a micro-electric generator for microsystems,” *Sensors Actuators A Phys.*, vol. 52, pp. 8–11, 1996.
- [8] A. S. Jonnalagadda, “Magnetic induction systems to harvest energy from mechanical vibrations,” 2007.
- [9] R. Amirtharajah, “Design of low power VLSI powered by ambient mechanical vibration,” Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- [10] S. Priya and D. Inman, *Energy harvesting technologies*. Springer, 2009.
- [11] E. Minazara, D. Vasic, and F. Costa, “Piezoelectric generator harvesting bike vibrations energy to supply portable devices” ... *Conf. Renew. Energies ...*, 2008.



- 
- [12] S. R. Anton and H. a Sodano, “A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006)” *Smart Mater. Struct.*, vol. 16, no. 3, pp. R1–R21, Jun. 2007.
- [13] L. Wang and F. G. Yuan, “Vibration energy harvesting by magnetostrictive material,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 17, no. 4, p. 045009, Aug. 2008.
- [14] J. R. Yu and V. Alfredo, “Magnetolectric properties in piezoelectric and magnetostrictive laminate composites magnetolectric properties in piezoelectric and magnetostrictive laminate composites”, 2001.
- [15] T. von Büren and G. Tröster, “Design and optimization of a linear vibration-driven electromagnetic micro-power generator,” *Sensors Actuators A Phys.*, vol. 135, no. 2, pp. 765–775, Apr. 2007.
- [16] S. Chen, J. Wu, and S. Liu, “Electromagnetic energy harvester with an in-phase vibration bandwidth broadening technique”, 2014.
- [17] P. Glynne-Jones, “Vibration powered generators for self-powered microsystems,” University of Southampton, UK, 2001.
- [18] Perpetuum.com, “PMG7 data sheet.”
- [19] N. Ching, H. Wong, and W. Li, “A laser-micromachined multi-modal resonating power transducer for wireless sensing systems,” *Sensors Actuators A ...*, vol. 98, pp. 685–690, 2002.
- [20] G. De Pasquale, “Performances evaluation of an autonomous sensing network node for rail vehicles supplied by a piezoelectric energy harvester,” *Proc. Power MEMS, ...*, 2010.
- [21] G. De Pasquale, A. Somà, and N. Zampieri, “Design, Simulation, and Testing of Energy Harvesters With Magnetic Suspensions for the Generation of Electricity From Freight Train Vibrations,” *J. Comput. Nonlinear Dyn.*, vol. 7, no. 4, p. 041011, 2012.
- [22] G. Loprencipe and G. Cantisani, “Modelli per la valutazione delle vibrazioni ferroviarie,” pp. 347–358, 2014.
- [23] D. I. Fletcher, P. Hyde, and a. Kapoor, “Modelling and full-scale trials to investigate fluid pressurisation of rolling contact fatigue cracks,” *Wear*, vol. 265, no. 9–10, pp. 1317–1324, Oct. 2008.

- 
- [24] S. Beretta, “Structural Integrity and Reliability Assessment of Railway Axles and Wheelsets-Researches at PoliMi,” pp. 1–10, 2013.
- [25] M. Madia, S. Beretta, M. Schödel, U. Zerbst, M. Luke, and I. Varfolomeev, “Stress intensity factor solutions for cracks in railway axles,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 78, no. 5, pp. 764–792, Mar. 2011.
- [26] D. S. Hoddinott, “Railway axle failure investigations and fatigue crack growth monitoring of an axle,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part F J. Rail Rapid Transit*, vol. 218, no. 4, pp. 283–292, Jan. 2004.
- [27] G. Diana and F. Cheli, *Dinamica e vibrazione dei sistemi*. UTET libreria, 1993.
- [28] J. M. Gilbert and F. Balouchi, “Comparison of energy harvesting systems for wireless sensor networks,” *Int. J. Autom. Comput.*, vol. 5, no. 4, pp. 334–347, Oct. 2008.
- [29] N. G. Elvin and A. a. Elvin, “An experimentally validated electromagnetic energy harvester,” *J. Sound Vib.*, vol. 330, no. 10, pp. 2314–2324, May 2011.
- [30] P. Mazzoldi, M. Nigro, and C. Voci, *Elementi di fisica. Elettromagnetismo e onde*. 2008.
- [31] F. Langford-Smith, *Radio Designer’s Handbook*, 4th ed. ILIFFE & SONS LTD, 1957.
- [32] N. Derby and S. Olbert, “Cylindrical Magnets and Ideal Solenoids,” Sep. 2009.
- [33] G. Donoso, C. L. Ladera, and P. Martín, “Magnet fall inside a conductive pipe: motion and the role of the pipe wall thickness,” *Eur. J. Phys.*, vol. 30, no. 4, pp. 855–869, Jul. 2009.
- [34] R. Ravaud, G. Lemarquand, and V. Lemarquand, “Coils and Magnets: 3D Analytical Models,” *PIERS Proc.*, vol. 0, no. 1, pp. 1178–1184, 2011.
- [35] D. Meeker, “Finite Element Method Magnetics,” 2009.
- [36] V. P. Generation, R. Amirtharajah, and A. P. Chandrakasan, “Self-Powered Signal Processing Using Vibration-Based Power Generation,” *Sensors Actuators A ...*, vol. 33, no. 5, pp. 687–695, 1998.
- [37] A. Quarteroni, F. Saleri, and P. Gervasio, *Calcolo scientifico*. Springer, 2012.