

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione



APPLICAZIONE DI SCHEMI INNOVATIVI DI CONTROLLO  
PREDITTIVO ALLA SEZIONE DI REFRIGERAZIONE DI UN  
IMPIANTO PER IL TRATTAMENTO DEL GAS NATURALE

Relatore : Prof. Marcello FARINA

Correlatore : Prof. Flavio MANENTI

Tesi di Laurea di :  
Giacomo Pietro FERRARI  
Matr. n. 800799  
Emiliano PIZZI  
Matr. n. 797043

Anno Accademico 2013 - 2014

# Sommario

I processi industriali sono in genere sistemi complessi che presentano numerose variabili d'ingresso e uscita, disturbi e perturbazioni. Essi possiedono caratteristiche di complessità e non linearità tali da costituire sistemi particolarmente critici per il progetto di schemi di controllo dedicati. Un sistema di controllo dedicato in grado di operare su impianti industriali dovrebbe essere in grado di gestire sistemi multi variabile, tempi di ritardo, vincoli, disturbi misurati e non misurabili. Dovrebbe avere caratteristiche di ottimalità rispetto a parametri economici e integrare algoritmi in grado di dedurre dalle misure disponibili i valori assunti dalle variabili rilevanti per la descrizione dello stato del sistema. Dovrebbe inoltre essere robusto rispetto agli errori di modellazione, al rumore sulle misure e capace di gestire in modo ottimale transitori di *Start-Up* e *Shut-Down* (programmati e di emergenza). Nella gestione dei processi industriali è inoltre necessario far fronte a vincoli economici ed ambientali che impongono specifiche di qualità, o vincoli relativi all'utilizzo dell'energia, alla sicurezza industriale e dell'ambiente. È importante notare che i suddetti vincoli sono a loro volta strettamente dipendenti delle condizioni operative, dai volumi di produzione e dalla qualità dei prodotti finali richiesti. Problemi di tale complessità trovano una risposta nell'utilizzo delle metodologie di progetto dei sistemi di controllo che vengono denominate Model Predictive Control (MPC).

In questa Tesi è presentata l'implementazione di differenti tipologie innovative di controllori basati su MPC. In relazione al problema di controllo di una sezione di refrigerazione di un impianto per il trattamento del gas naturale, vengono proposti, analizzati e confrontati tra loro i seguenti schemi di controllo: centralizzato, decentralizzato e distribuito.

Le fasi chiave attraverso le quali è articolata la presente Tesi sono:

- La creazione di una interfaccia di comunicazione tra il *software* industriale e dettagliato di simulazione dinamica *DynSim* e *Matlab*. La creazione di questa interfaccia di comunicazione permette di fare ricorso agli schemi di controllo di alto livello sovraesposti per la regolazione della sezione in esame

- L'identificazione di un modello matematico dell'impianto in questione, ottenuto attraverso la misura dei valori delle variabili fisiche estratte dal simulatore dinamico. A partire dalle funzioni di trasferimento identificate risulta possibile definire un modello orientato al controllo per ognuno dei regolatori analizzati in questa Tesi
- L'implementazione degli schemi di controllo proposti, realizzati attraverso procedure dedicate e differenti, che tengono conto delle caratteristiche teoriche di ogni controllore studiato
- La validazione degli schemi di controllo, effettuata attraverso simulazioni sulla piattaforma *DynSim*. L'efficacia di ogni schema viene analizzata introducendo un disturbo sulla portata in ingresso alla sezione, rappresentante una criticità fortemente realistica per l'impianto

In questa Tesi, in primo luogo è presentato l'impianto in esame. Vengono riportati i principi basilari per la refrigerazione delle correnti di gas naturale estratte dal sottosuolo e, successivamente, l'attenzione si concentra sul sistema di controllo attualmente implementato per la regolazione di tale sezione (Capitolo 2). Viene proposta la metodologia seguita per l'identificazione del modello matematico dell'impianto e per la realizzazione in spazio di stato dei modelli orientati al controllo di ogni schema di regolazione analizzato (Capitolo 3). Segue, nel capitolo 4, una fase di esposizione teorica degli algoritmi necessari all'implementazione degli schemi di controllo studiati, affiancata dalle differenti soluzioni realizzative proposte per ovviare alle problematiche riscontrate in fase di implementazione. Infine, sempre in questo capitolo, sono presentate le simulazioni in ambiente *Simulink* delle prestazioni di ogni tipologia di regolatore implementata. In ultimo, nel capitolo 5, vengono presentate e analizzate le simulazioni ottenute per validare gli schemi di controllo in ambiente *DynSim*, con particolare attenzione alle prestazioni, ai tempi computazionali e alla quantità di dati trasmessi per ogni schema di regolazione.

# Abstract

Industrial processes are complex, nonlinear, and multivariable systems, characterized by perturbations, measurement noise, and uncertainties. To devise suitable controllers for these systems is generally a challenging task, due to the discussed features, and for the fact that one must reliably, robustly and, if possible, optimally, cope with non-idealities, delays, and measurable and non-measurable perturbations. On the other hand, industrial processes are also characterized by economic, environmental, and operational constraints. An efficient and nowadays popular control methodology, which shows promising features that make it suitable for solving (at least some of) the mentioned issues, is model predictive control (MPC). This thesis describes the implementation of different control schemes based on MPC, spanning from centralized control to decentralized and distributed methods. These schemes are used for control of a natural gas refrigeration plant.

Some of the main results of this work are:

- A communication interface has been created between the dynamic and detailed simulation software *DynSim* and *Matlab*. This communication interface allows to implement the mentioned high-level control schemes for the regulation of the plant
- A data-driven mathematical model of the plant has been identified. It has been obtained by measuring the physical variables from the dynamic simulator. More specifically, control-oriented suitable realizations of the model have been obtained for all the design methods mentioned above
- Different and theoretically well-funded advanced control schemes have been studied and realized through dedicated procedures
- The control schemes have been validated. Specifically, the applied control test consists in introducing a disturbance on the refrigeration section inlet flow. This realistic and highly critical situation for the plant is simulated on the *DynSim* platform

First, a thorough description of the refrigeration plant is given. Basic principles for the refrigeration of the natural gas flow, extracted from the gas field, are discussed. Focus is also placed on the control system currently implemented for regulation of this system (see Chapter 2). The methodology used to identify a mathematical control-oriented model for each control scheme is discussed in Chapter 3. In Chapter 4, the theoretical principles of each control scheme are introduced, together with the solutions to different realization issues encountered in the implementation phase. Simulations, obtained in the *Simulink* environment, are shown to illustrate the efficacy of each control method. Finally, in Chapter 5, simulations obtained in *DynSim* environment are proposed and analyzed in order to validate control schemes, with particular attention to performance, computational time, and to the amount of data transmitted for each regulation scheme.

# Indice

<b>1. Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1. Introduzione al controllo predittivo	1
1.2. Architetture di controllo predittivo	4
1.2.1. Controllore MPC centralizzato	4
1.2.2. Controllore MPC decentralizzato (dMPC)	5
1.2.3. Controllore MPC distribuito (DMPC)	6
1.3. Metodologia del lavoro svolto	9
1.3.1. Finalità e Obiettivi	9
1.3.2. Presentazione del lavoro	9
1.4. Struttura in capitoli	12
<b>2. La sezione di refrigerazione del gas naturale e la piattaforma di simulazione</b>	<b>13</b>
2.1. L'impianto per il trattamento del gas naturale	13
2.1.1. Gas naturale	13
2.1.2. Descrizione dell'impianto	14
2.1.3. Descrizione del sistema di controllo tradizionale	20
2.2. Ambiente di simulazione del processo chimico	22
2.3. <i>DynSim</i>	23
2.3.1. Caratteristiche generali	23
2.3.2. Caratteristiche tecniche d'interesse	24
2.4. Interfaccia <i>DynSim-Matlab</i>	24
2.4.1. Linee guida della procedura operativa	26
<b>3. Identificazione dei modelli</b>	<b>28</b>
3.1. Il sistema studiato e i modelli per il controllo predittivo	29
3.1.1. Sistema	29
3.1.2. Modelli per i controllori predittivi	33
3.2. Identificazione delle funzioni di trasferimento	40

3.2.1. Indagine preliminare	40
3.2.2. Procedura di identificazione	43
3.2.3. Limiti della procedura adottata	45
3.2.4. Risultati della procedura di identificazione e riduzione del modello	48
3.2.5. Validazione delle funzioni di trasferimento identificate	50
3.3. Modelli in spazio di stato per il controllo predittivo	51
3.3.1. Problematiche legate alla realizzazione	51
3.3.2. Procedura per la realizzazione dei modelli orientati al controllo	53
3.3.3. Confronto dei modelli ottenuti	58
<b>4. Schemi di controllo predittivo</b>	<b>60</b>
4.1. Schema di controllo MPC centralizzato	62
4.1.1. Il problema di ottimizzazione e il principio <i>Receding Horizon</i>	62
4.1.2. Definizione del peso finale e del <i>set</i> terminale	64
4.2. Schema di controllo MPC decentralizzato	65
4.3. Schema di controllo DMPC cooperativo	66
4.3.1. Vincoli sulle variabili di stato e d'ingresso	67
4.3.2. Stabilità in anello chiuso	67
4.3.3. Problema di ottimizzazione	69
4.3.4. Convergenza della negoziazione	70
4.3.5. Soluzioni realizzative	72
4.4. Schema di controllo DMPC non cooperativo	73
4.4.1. Principi generali dell'algoritmo	74
4.4.2. Calcolo delle traiettorie di riferimento	77
4.4.3. Soluzioni realizzative	79
4.4.4. Definizione dei <i>set</i> robusti positivamente invarianti $Z_i$	79
4.5. Schemi di controllo <i>output-feedback</i>	81
4.5.1. Confronto tra filtraggio e predizione alla <i>Kalman</i>	82
4.5.2. Schema di filtraggio utilizzato per il controllore MPC centralizzato	84
4.5.3. Schema di filtraggio utilizzato per il controllore MPC decentralizzato	86
4.5.4. Schema di filtraggio utilizzato per il controllore DMPC cooperativo	88
4.5.5. Schema di filtraggio utilizzato per il controllore DMPC non cooperativo	90
4.6. Simulazioni	92

<b>5. Simulazione degli schemi di controllo in ambiente <i>DynSim</i></b>	<b>97</b>
5.1. Definizione del disturbo	97
5.2. Soluzioni per la reiezione dei disturbi	99
5.2.1. Compensazione statica	99
5.2.2. <i>Velocity form</i>	101
5.3. Indici prestazionali	102
5.4. Soluzione realizzativa migliore per ogni schema di controllo	104
5.5. Confronto dei diversi schemi di controllo	111
5.5.1. Analisi prestazionale	111
5.5.2. Analisi computazionale	115
5.5.3. Analisi della quantità di dati trasmessi	122
5.6. Analisi conclusiva	126
<b>6. Conclusioni</b>	<b>128</b>
6.1. Introduzione	128
6.2. Risultati conseguiti	129
6.3. Estensioni e sviluppi futuri	131
<b>A. Programmazione quadratica</b>	<b>132</b>
A.1. Scelta dell'applicativo	132
A.2. Traduzione del funzionale di costo e dei vincoli	132
A.3. Variabili di <i>slack</i>	135
<b>Bibliografia</b>	<b>137</b>



# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Introduzione al controllo predittivo

I processi industriali sono in genere sistemi complessi che presentano numerose variabili d'ingresso e uscita, disturbi e perturbazioni. Essi possiedono caratteristiche di complessità e non linearità tali da costituire sistemi particolarmente critici per il progetto di schemi di controllo dedicati. Ad esempio:

- Il processo è generalmente multi variabile e presenta un comportamento dinamico complesso (presenza di tempi di ritardo, lunghi tempi di misura, possibile instabilità in anello aperto).
- Il processo è intrinsecamente non lineare e può presentare diversi *set* di vincoli operativi
- Vi è spesso la necessità di svolgere complesse procedure di avvio e spegnimento.

Idealmente, dunque, un sistema di controllo dedicato in grado di operare su impianti con le caratteristiche sopraelencate dovrebbe essere in grado di gestire sistemi multi variabile, tempi di ritardo, vincoli, disturbi misurati e non misurabili. Dovrebbe avere caratteristiche di ottimalità rispetto a parametri economici e integrare algoritmi in grado di dedurre dalle misure disponibili i valori assunti dalle variabili rilevanti per la descrizione dello stato del sistema. Dovrebbe inoltre essere robusto rispetto agli errori di modellazione, al rumore sulle misure, e capace di gestire in modo ottimale transitori di *Start-Up* e *Shut-Down* (programmati e di emergenza). Nella gestione dei processi industriali è inoltre necessario far fronte a vincoli economici ed ambientali che impongono specifiche di qualità, o vincoli relativi all'utilizzo dell'energia, alla sicurezza industriale e dell'ambiente. È importante notare che i suddetti vincoli sono a loro volta strettamente dipendenti delle condizioni operative, dai volumi di produzione e dalla qualità dei prodotti finali richiesti. Problemi di tale complessità trovano una

risposta nell'utilizzo delle metodologie di progetto dei sistemi di controllo che vengono denominate Model Predictive Control (MPC).

Con Model Predictive Control si indica una classe di metodi di controllo di processo le cui applicazioni moderne più frequenti riguardano il controllo di impianti chimici e raffinerie petrolifere. Questi schemi hanno iniziato ad essere utilizzati su scala industriale negli anni '80, ma la nascita del controllo predittivo ha origini più lontane. Con l'introduzione negli anni '50 dell'utilizzo di calcolatori per il controllo dei processi industriali si cominciò a chiedersi quanto fosse conveniente investire in sistemi di controllo digitale. I primi risultati ottimistici vengono pubblicati da Williams negli anni '60 [15], il quale evidenzia la crescita del numero di applicazioni di controllo di processo "informatizzato" per impianti chimici e petroliferi. Negli anni '70 divenne evidente come un controllo digitale potesse aumentare i profitti e molte aziende manifatturiere decisero di investire sulle nuove tecnologie per il controllo degli impianti industriali. Il crescente utilizzo delle metodologie di controllo digitale portò a benefici in termini di disponibilità di informazioni operative, disponibilità delle informazioni riguardanti il processo controllato e in termini di gestione delle situazioni di emergenza [1, 5]. Successivamente, negli anni '70 e '80, l'avanzamento tecnologico portò a focalizzare l'attenzione delle industrie verso l'utilizzo di tecnologie sempre più progredite e performanti. In queste condizioni favorevoli cominciarono a svilupparsi i primi schemi di controllo predittivi, quali *Dinamic Matrix Control (DMC)* e *Identification and Command (IDCOM)*. Questi due metodi di controllo rappresentano la prima generazione degli schemi di controllo MPC. Con l'avvento della globalizzazione a partire dagli anni '90 si rese necessario per le industrie di processo abbattere i costi di produzione, aumentando la produttività, allo scopo di poter competere a livello mondiale. Il ruolo delle tecnologie di controllo predittivo in questa fase storica di cambiamento della concezione della produzione divenne fondamentale per le industrie di processo al fine di competere ad alti livelli. Viene riportato in Figura 1.1 uno schema che illustra l'evoluzione dei controllori predittivi negli anni [7].

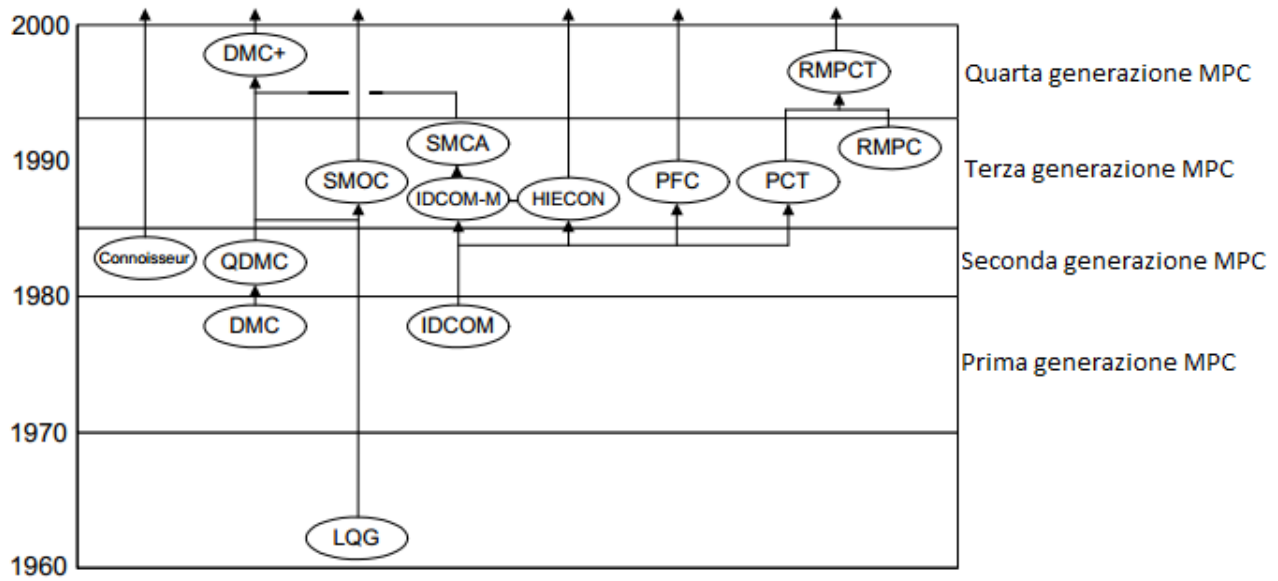


Figura 1.1: Evoluzione storica degli schemi di controllo predittivi

Oggigiorno la strategia Model Predictive Control è largamente riconosciuta come una tecnologia di controllo altamente performante e pratica, la cui efficacia è però subordinata a una realizzazione accurata del modello e all'utilizzo di supporti computazionali sufficientemente veloci.

I controllori MPC si basano sul modello dinamico del processo, il quale molto spesso è non lineare (o linearizzato in specifiche condizioni operative) ed ottenuto attraverso modelli matematici a sfondo fisico o empiricamente attraverso l'uso adeguato di metodi di identificazione. È in genere possibile ottenere, tramite opportuni procedimenti di identificazione a "scatola nera", modelli adeguati anche di sistemi non lineari caratterizzati da molte variabili d'ingresso e d'uscita, basandosi sul principio di sovrapposizione degli effetti, a patto di limitare lo studio a zone operative relativamente ristrette (dove i modelli linearizzati risultano sufficientemente accurati). La principale caratteristica del metodo di controllo MPC è la capacità di pianificare le azioni di controllo in modo da ottimizzare le prestazioni del sistema e rispettare i vincoli operativi per un intervallo temporale futuro, che prende il nome di orizzonte di predizione. Lo schema di controllo MPC fornisce all'impianto solo il primo *set* di variabili d'ingresso e ripete il calcolo quando è richiesto un nuovo aggiornamento. Le previsioni future vengono tenute in considerazione per il calcolo del valore di controllo attuale da implementare, senza però venire a loro volte assegnate all'impianto (Principio *Receding Horizon*). Il metodo MPC ha, quindi, l'abilità di anticipare gli eventi futuri e prendere decisioni di controllo in accordo con la previsione effettuata. In un processo chimico le variabili

dipendenti che possono essere regolate sono solitamente i *set-point* relativi ad attuatori integrati nei componenti o variabili di controllo primarie, come il livello d'apertura delle valvole. Le variabili indipendenti, le quali non possono essere regolate dal sistema di controllo dedicato, vengono misurate direttamente sull'impianto e considerate come disturbi che devono essere compensati o reiettati. L'approccio MPC permette di tenere opportunamente in conto le attuali misurazioni prese sull'impianto, la dinamica del processo, il modello per il controllo, il valore di riferimento delle variabili di processo e i vincoli sulle variabili (ingressi, uscite o variabili di stato), allo scopo di calcolare una successione di azioni di controllo future delle variabili d'ingresso per mantenere le variabili d'interesse ai valori nominali desiderati, rispettando ed interpretando al meglio i vincoli di processo.

## 1.2 Architetture di controllo predittivo

In questa sezione sono illustrati in modo generale gli schemi di controllo utilizzati e proposti nei successivi capitoli di questa trattazione. Ogni schema di controllo è analizzato descrivendo ad alto livello le logiche di funzionamento e mettendo in luce vantaggi e svantaggi relativi all'implementazione. A tal fine, si considera per semplicità un sistema  $\mathcal{S}$  suddiviso in due sottosistemi  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$ . Le variabili d'ingresso dei sottosistemi  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$  sono dette rispettivamente  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$ , e le loro variabili di uscita sono  $y_1(k)$  e  $y_2(k)$ . Si noti che le interazioni tra  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$  si verificano tramite le variabili d'ingresso e le variabili di stato, dette  $x_1(k)$  e  $x_2(k)$ .

### 1.2.1 Controllore MPC centralizzato

L'approccio MPC centralizzato, presentato in Figura 1.2, presuppone l'utilizzo di un unico regolatore  $\mathcal{R}$  incaricato di calcolare le azioni di controllo per le variabili di ingresso, basandosi su un modello globale dell'impianto considerato. L'algoritmo è in grado di tenere conto nel calcolo delle sue previsioni di tutte le relazioni che intercorrono tra i singoli componenti dell'impianto. Il metodo di controllo MPC di tipo centralizzato presenta alcuni limiti, soprattutto di tipo realizzativo.

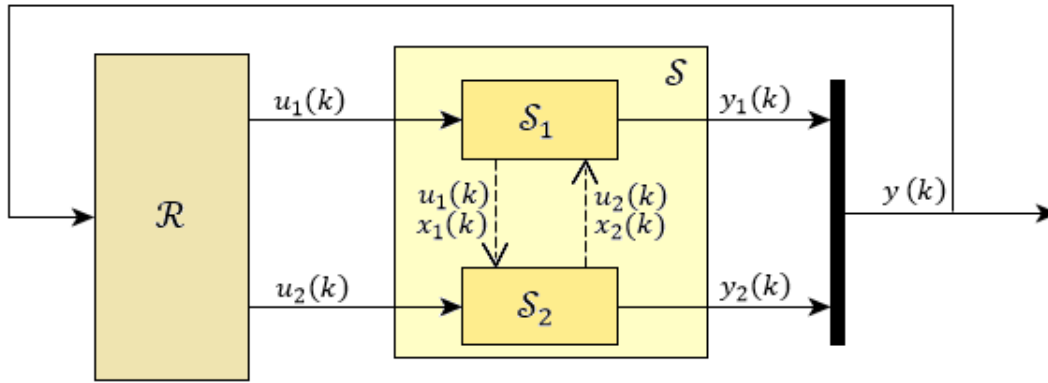


Figura 1.2: Controllo MPC centralizzato

I controllori MPC centralizzati, se applicati a impianti di processi di grandi dimensioni, necessitano di una elevata potenza computazionale, *software* di ottimizzazione veloci e algoritmi dedicati per il calcolo di un modello matematico accurato. Per far fronte ai problemi menzionati, sono stati proposti negli anni recenti schemi di controllo decentralizzato e distribuito. Il concetto fondamentale su cui si basano tali metodi è la suddivisione dell'impianto da controllare in unità operative interconnesse tra loro, che prendono il nome di sottosistemi. Per ogni singolo sottosistema viene implementato un controllore basato sull'approccio MPC che, in base allo specifico schema, può considerare o meno le interconnessioni del sottosistema singolo con il resto del processo in esame e risolvere un problema di controllo locale.

### 1.2.2 Controllore MPC decentralizzato (dMPC)

Il controllo MPC decentralizzato o dMPC, presentato in Figura 1.3, è una variazione dello schema MPC centralizzato proposto appena sopra. Il principio cardine del controllo dMPC consiste nel trascurare le interconnessioni tra i sottosistemi in oggetto e progettare un sistema di controllo dedicato per ogni sottosistema ( $\mathcal{R}_1$  e  $\mathcal{R}_2$  in Figura 1.3), come se fosse totalmente indipendente dai sottosistemi circostanti. I vantaggi di questo algoritmo di controllo sono evidenti in termini di complessità e peso computazionale, in quanto ogni sottosistema è gestito da un controllore dedicato che lavora su sistemi di dimensioni ridotte e di ordine minore rispetto alla totalità dell'impianto. Un ulteriore vantaggio è rappresentato dal minore numero di informazioni richieste dal regolatore e dalla conseguente minore difficoltà di discriminazione dei dati utili da quelli meno utili o inutili. La soluzione proposta dall'algoritmo dMPC elimina la conoscenza reciproca tra diverse unità operative, rendendo l'algoritmo flessibile ed adatto a sistemi con deboli interconnessioni tra le varie unità operative.

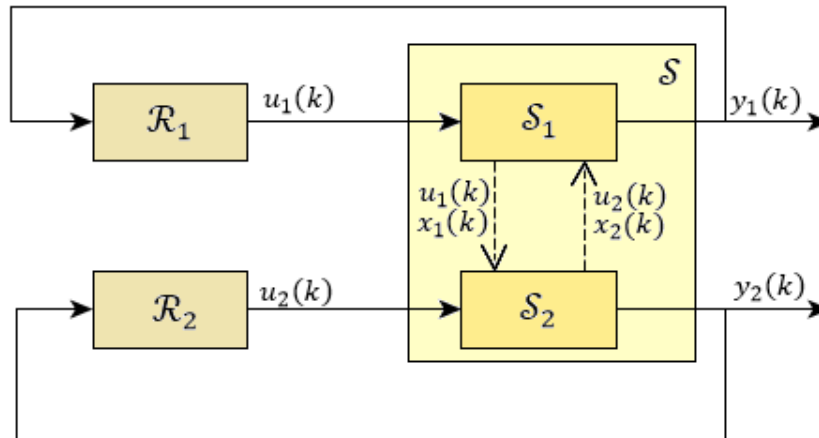


Figura 1.3: Controllo MPC decentralizzato

Sono presenti alcuni svantaggi non trascurabili nell'utilizzo di questa tipologia di controllo. Nel caso in cui il processo industriale da controllare abbia sottosistemi fortemente interconnessi, la soluzione decentralizzata può presentare prestazioni molto scarse o inaccettabili, poiché vengono trascurate dinamiche fondamentali di processo, senza le quali non sarebbe possibile il corretto funzionamento dell'impianto.

### 1.2.3 Controllore MPC distribuito (DMPC)

Un'altra tipologia di controllo basato su MPC per la realizzazione di regolatori per processi industriali, ed in particolare per impianti chimici, è il controllo MPC distribuito o DMPC.

Il controllo DMPC nasce, come il decentralizzato, dalla necessità di suddividere la complessità di un impianto in modo da ottenere problemi di controllo più semplici, da risolvere in modo parallelo e computazionalmente più efficiente.

La strategia DMPC si pone nel mondo del controllo industriale di sistemi di larga scala come un compromesso tra la complessità del metodo MPC centralizzato e la semplicità del metodo decentralizzato, in quanto è in grado di tenere in debita considerazione le interazioni tra i diversi sottosistemi, come evidenziato in Figura 1.4.

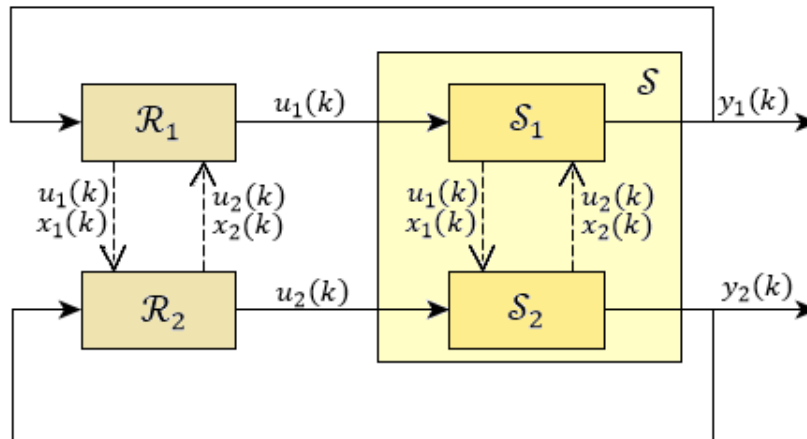


Figura 1.4: Controllo MPC distribuito

Gli schemi di controllo distribuito possono differenziarsi a seconda della topologia della rete di trasmissione delle informazioni tra i vari sottosistemi. Se ogni regolatore ( $\mathcal{R}_1$  e  $\mathcal{R}_2$  in Figura 1.4) trasmette informazioni riguardanti se stesso a tutti gli altri regolatori operanti sull'impianto la rete viene definita completamente connessa. Se, invece, ogni regolatore trasmette le proprie informazioni solamente ai regolatori dei sottosistemi con cui ha un effettiva interazione (definibili come i suoi "vicini"), si parla di rete parzialmente connessa. La possibilità di utilizzare una rete solo parzialmente connessa permette di diminuire notevolmente il carico di informazione da trasmettere. Questo, da un lato, aumenta la possibilità di trasmettere dati in modo rapido e, dall'altro lato, riduce la possibilità di errori di trasmissione.

Una discriminazione ulteriore sulla categoria degli algoritmi distribuiti può essere effettuata osservando lo scambio di informazioni. Possono essere realizzati algoritmi iterativi e non iterativi. Gli algoritmi distribuiti iterativi trasmettono e ricevono le informazioni più di una volta in un singolo periodo di campionamento, mentre quelli non iterativi solamente una volta.

Infine, la classificazione più importante tra le varie metodologie di controllo DMPC è quella relativa al fondamento logico dell'algoritmo. Le casistiche possibili sono tre:

- **DMPC non cooperativo ("agenti indipendenti"):** in questo caso ogni controllore locale è progettato in modo tale da ottimizzare le prestazioni del singolo sottosistema su cui è integrato, senza tenere conto di come questo impatti sia sulle prestazioni degli altri sottosistemi, sia sul sistema visto nella sua globalità. Da ciò deriva che le soluzioni ottenute grazie all'applicazione di questa tipologia di controllori non conferiscano ottimalità globale allo schema di controllo nel suo complesso.

- **DMPC cooperativo (“agenti coordinati”)**: in questo caso ogni controllore locale è progettato in modo tale da ottimizzare le prestazioni del sistema nel suo complesso, tenendo conto dell’impatto delle azioni di controllo locale sugli altri sottosistemi.
- **DMPC non cooperativo robusto (“agenti robusti”)**: questo schema di controllo può essere classificato come un metodo DMPC non cooperativo del primo tipo. Ogni regolatore locale è progettato in modo tale da ottimizzare le prestazioni del sottosistema su cui è integrato. La differenza principale, rispetto agli schemi non cooperativi classici, consiste nel fatto che ogni controllore locale risulti robusto rispetto ad ogni possibile azione compiuta dai controllori confinanti.

Si noti inoltre (e sarà più chiaro nel seguito della trattazione) come, per i metodi sovraesposti, sia necessario ricavare modelli matematici di diversa natura e complessità.

Le strategie di controllo distribuito sono progettati in modo da superare i limiti del controllo centralizzato MPC dal punto di vista della complessità computazionale e della quantità di flussi di informazioni necessari al corretto funzionamento dello schema di controllo. Un unico controllore centrale non è totalmente adatto a soddisfare le richieste di sistemi industriali di grandi dimensioni poiché tutti i diversi sottosistemi che lo compongono devono relazionarsi con un unico agente di controllo che fornisce soluzioni, rappresentanti un compromesso tra le necessità di tutti le singole unità operative dell’impianto. Più la dimensione dell’impianto aumenta, maggiore è la potenza computazionale richiesta agli strumenti di calcolo e il flusso di dati necessari al controllore.



## 1.3 Metodologia del lavoro svolto

### 1.3.1 Finalità e obiettivi

Lo scopo di questa trattazione non è quello di sviluppare nuove tipologie o algoritmi di controllo, ma proporre soluzioni realizzabili per casi reali di controllo di processo. La presentazione teorica dei metodi di identificazione e di controllo proposti sarà sempre affiancata dalla presentazione delle possibili problematiche che si riscontrano in riferimento all'applicazione al caso reale. Inoltre, per ogni problematica riscontrata, saranno discusse soluzioni realizzabili anche originali, che rendano effettivamente applicabile a sistemi reali le tecniche di controllo diverse.

Verranno analizzate e confrontate le prestazioni ottenute applicando le diverse metodologie, menzionate in precedenza, facendo ricorso a una piattaforma di simulazione industriale dettagliata, *Dynsim*. Quest'ultimo è un *software* di simulazione dinamica in grado di descrivere in maniera accurata l'evoluzione di processi industriali. In questo lavoro sono state estese le modalità di utilizzo classiche (progettazione impiantistica e simulazione di procedure di *Start-Up*) all'implementazione di strutture di controllo avanzate.

Verranno valutate le principali caratteristiche dei diversi schemi di controllo predittivo con particolare attenzione alle prestazioni computazionali e all'effettiva applicabilità a un caso di studio reale.

### 1.3.2 Presentazione del lavoro

La presente Tesi si articola nei seguenti punti:

- Viene proposta una metodologia con cui interfacciare il *software* di simulazione dinamica *Dynsim* all'ambiente *Matlab*, affiancando a una simulazione accurata dell'impianto reale la praticità di implementazione algoritmica offerta dal secondo applicativo
- Una volta descritto l'impianto di refrigerazione di gas naturale a cui sono applicate le metodologie proposte, verrà condotta un'indagine preliminare del comportamento dinamico del sistema considerato
- Viene svolta una fase di identificazione a "scatola nera" del modello più adatto per sviluppare i controllori descritti, con particolare attenzione alla struttura di modello richiesta per il progetto del sistema di controllo

- Progetto dei sistemi di controllo:
  - Schema MPC centralizzato: algoritmo predittivo centralizzato “classico” [10].
  - Schema MPC decentralizzato.
  - Schema DMPC cooperativo: algoritmo completamente connesso, iterativo e Pareto-ottimale [13].
  - Schema DMPC robusto: algoritmo non cooperativo parzialmente connesso, non iterativo, basato su una logica maxmin [2].
- Verranno affrontate in dettaglio problematiche implementative ricorrenti nella trattazione del caso realistico studiato, in particolare relative alla complessità del sistema e alla presenza di dinamiche instabili.
- Si analizzeranno le prestazioni degli schemi di controllo predittivo implementati con particolare attenzione al carico computazionale e al flusso di dati richiesto dalle diverse metodologie di controllo.

In Figura 1.5 si propone uno schema logico della metodologia del lavoro seguita in questa trattazione.

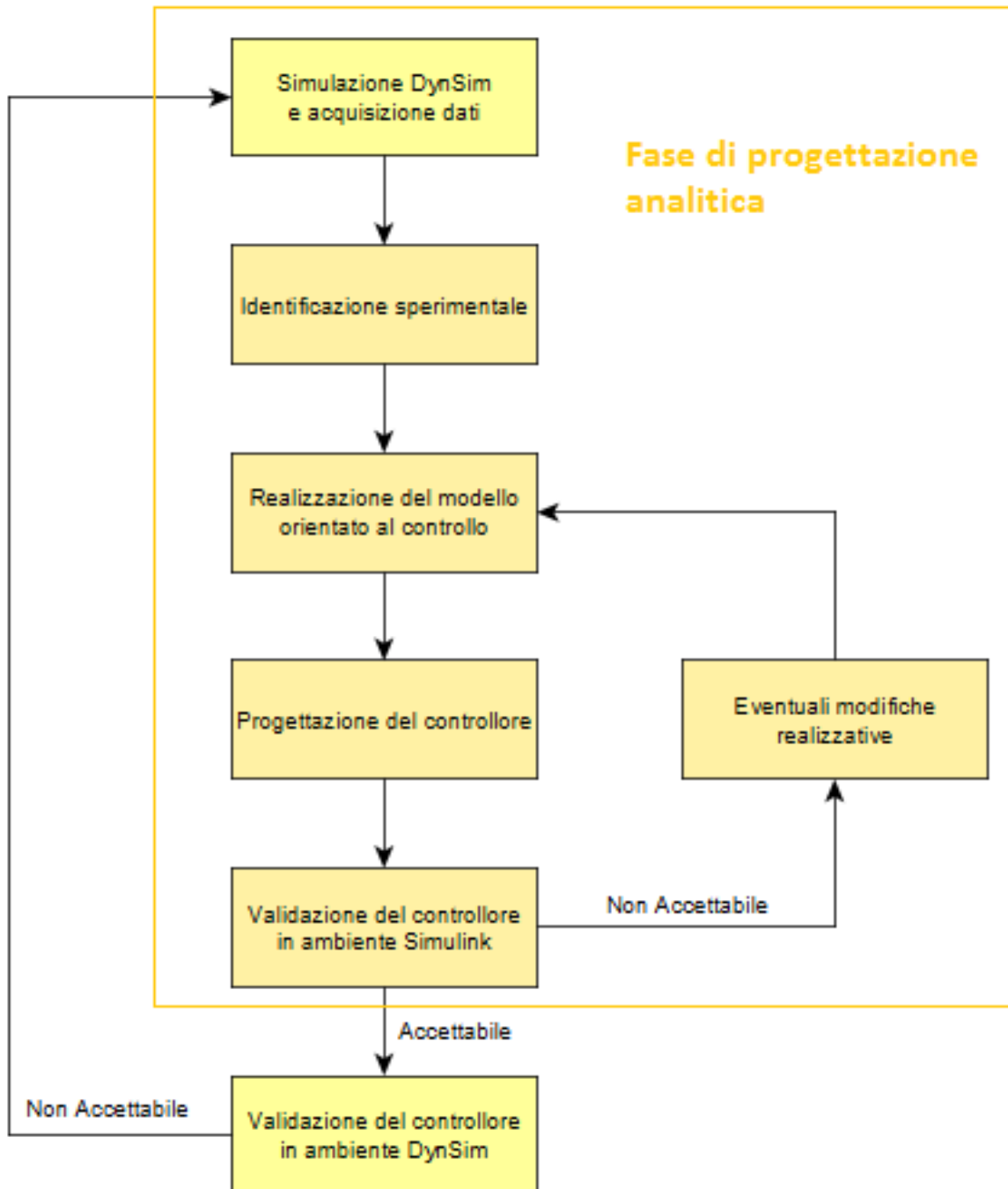


Figura 1.5: Schema logico della metodologia del lavoro svolto

## 1.4 Struttura in capitoli

Nel capitolo 2 vengono descritti il simulatore dinamico *DynSim*, l'impianto considerato come caso di studio per questa trattazione e le logiche d'interfacciamento tra *DynSim* e *Matlab*. Nel capitolo 3 sono discusse le problematiche riscontrate per l'identificazione di un modello in spazio di stato a partire dai dati estratti dal simulatore e la procedura utilizzata per ovviare a queste problematiche. Sempre nel terzo capitolo sono presentati i modelli orientati al controllo utilizzati nell'implementazione dei metodi MPC sovraesposti. Nel capitolo 4 è proposta una trattazione dettagliata degli algoritmi di controlli implementati, affiancata dalle scelte realizzative proposte per risolvere le problematiche relative all'implementazione degli schemi controllo. Inoltre in questo capitolo sono analizzate le prestazioni dei controllori implementati, attraverso simulazioni in ambiente *Simulink*. Nel capitolo 5 vengono evidenziati i risultati ottenuti dall'implementazione delle metodologie di controllo sull'impianto simulato in ambiente *DynSim*. Da ultimo, nel capitolo 6, sono riportate alcune considerazioni conclusive sui risultati conseguiti.

## CAPITOLO 2

# La sezione di refrigerazione del gas naturale e la piattaforma di simulazione

In questo capitolo verrà illustrato l'impianto per il trattamento del gas naturale, oggetto del presente studio. Inoltre verrà introdotto il simulatore dinamico adottato per le prove sperimentali effettuate sull'impianto in questione. Verranno spiegate le motivazioni per cui si è scelto di utilizzare *DynSim* e le sue caratteristiche principali. Infine si illustreranno le soluzioni adottate per il progetto dell'interfaccia dell'ambiente *DynSim* con l'ambiente *Matlab*, dove verranno implementati i sistemi di controllo studiati in questa Tesi.

### 2.1 L'impianto per il trattamento del gas naturale

Il presente paragrafo si propone di descrivere dal punto di vista strutturale e chimico l'impianto di trattamento del gas naturale, descrivendone le risorse utilizzate, la configurazione e il controllo attualmente implementato su di esso. La descrizione dell'impianto riportata di seguito e le relative considerazioni di natura chimica sono tratte da [6, 11].

#### 2.1.1 Gas Naturale

Per *gas naturale* si intende una miscela gassosa di origine naturale costituita essenzialmente da idrocarburi paraffinici con quantità significative di anidride carbonica e azoto. Il gas naturale è presente in giacimenti sotterranei da cui fuoriesce spontaneamente in superficie o da cui, più frequentemente, viene prelevato tramite trivellazioni del suolo. A seconda delle caratteristiche del giacimento è possibile suddividere i gas estratti in *gas associati* e *gas non associati*. Si parla di *gas associati* se, nel giacimento, i gas si trovano a contatto con il petrolio e *non associati* nel caso contrario. Un'ulteriore distinzione è relativa alla presenza o meno di gas condensabili: *gas umidi* e *gas secchi*, e al carattere più o meno acido dovuto soprattutto alla presenza di *H<sub>2</sub>S*, di

mercaptani o di altri composti organici dello zolfo. In Figura 2.1 sono rappresentati i dati di produzione del gas naturale in relazione alle aree geografiche.

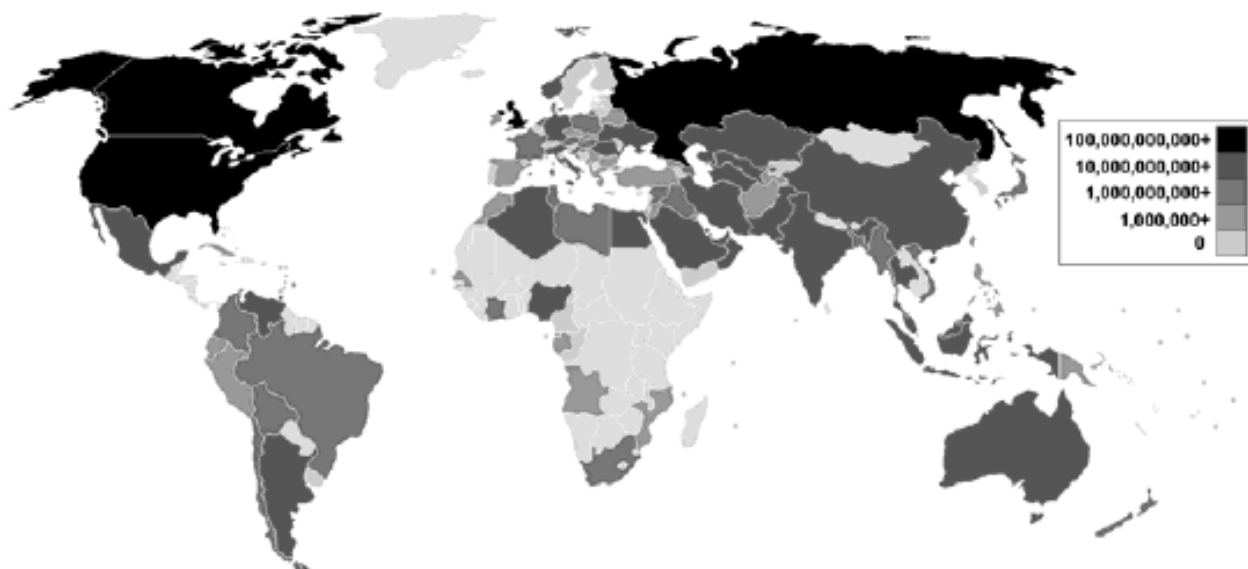


Figura 2.1: Produzione di gas naturale in metri cubi per anno

Il gas naturale rappresenta un'importante risorsa naturale in diversi settori industriali. I principali utilizzi in campo petrolchimico sono legati alla produzione del gas di sintesi, componenti fondamentali per alcuni tra i principali intermedi chimici di base. In quest'ambito, il gas naturale ha rimpiazzato l'impiego del petrolio negli impianti di *steam reforming*. Il gas naturale rappresenta una valida alternativa anche in campo energetico poiché, grazie alla sua composizione di idrocarburi leggeri e prevalentemente paraffinici, assicura combustioni più "pulite" in termini di emissioni e polveri sottili rispetto ai derivati del petrolio.

### 2.1.2 Descrizione dell'impianto

L'impianto industriale in studio consiste in un processo di raffinazione del gas naturale. Prima di tutto è possibile distinguere nel *flow-sheet*, presentato in Figura 2.2, due macro-sezioni aventi obiettivi distinti: la refrigerazione e la separazione. Il primo blocco è schematizzabile come un sistema di refrigerazione che separa gli incondensabili ed i composti relativamente leggeri della miscela idrocarburica ( $N_2$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$  e  $C_2H_6$ ) dai composti più pesanti ( $C_3H_8$ ,  $nC_4H_{10}$  e  $iC_4H_{10}$ ). Questa prima fase di separazione non richiede di raggiungere particolari specifiche di purezza. Il secondo blocco, invece, opera una separazione tra il  $C_4H_{10}$ , sia iso- che normal-butano, ed il propano, compresi gli incondensabili residui, provenienti dal sistema di refrigerazione, disciolti in miscela. In questo modo, tramite una colonna di depropanazione, si ottiene in coda una

corrente costituita da  $iC_4H_{10}$  e  $nC_4H_{10}$  con una quantità di  $C_3H_8$  inferiore al 2% molare. All'occorrenza, la purezza può arrivare al 99.99%.

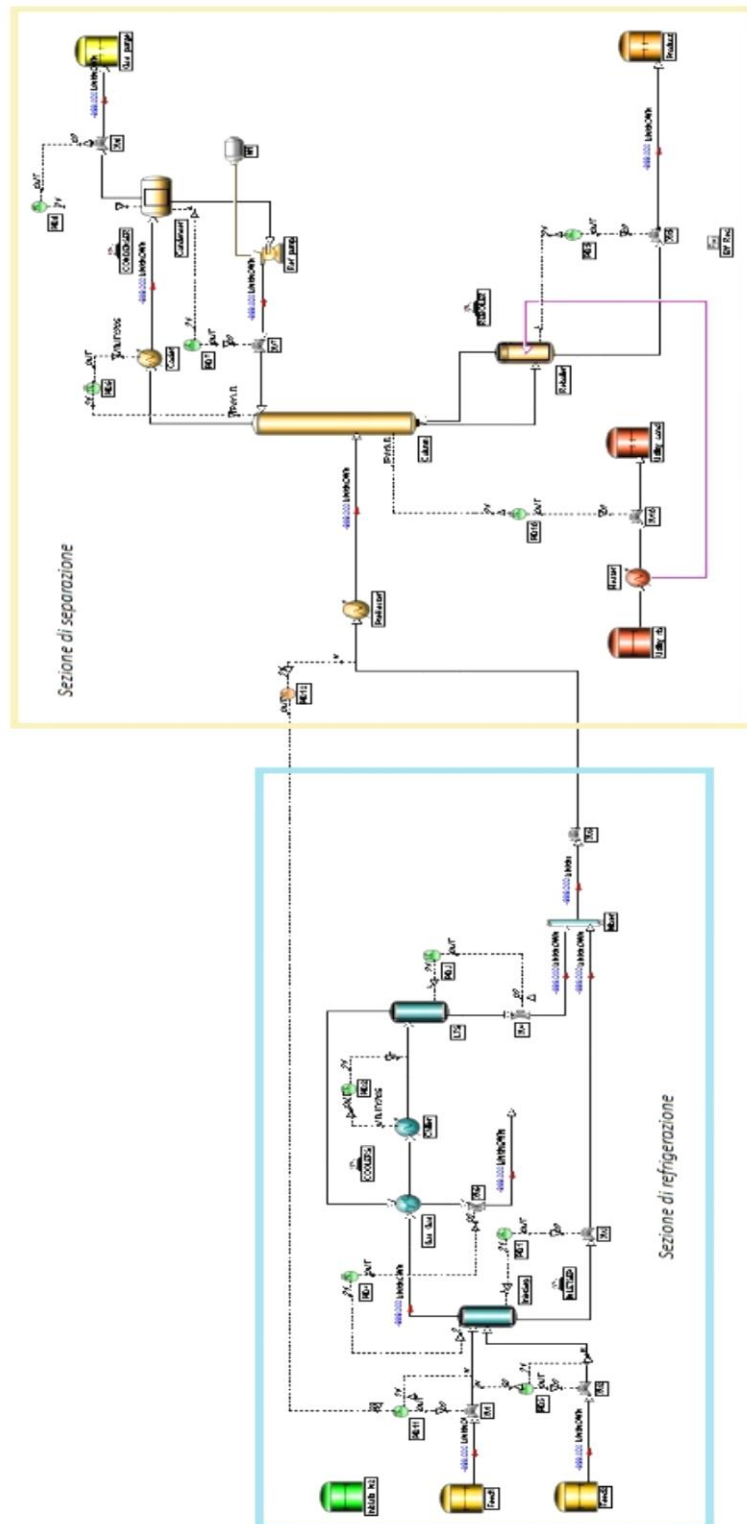


Figura 2.2: Flow-sheet dell'impianto di Gas Processing

L'impianto è alimentato da due correnti di gas naturale in pressione e con una temperatura circa pari a quella ambiente. Le alimentazioni contengono in prevalenza: N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> e idrocarburi leggeri, oltre ad altri composti presenti solo in piccole percentuali e per questo trascurabili ai fini della trattazione. La composizione della corrente di alimentazione è proposta in Tabella 2.1.

Proprietà e Componenti	Feed1	Feed2
Temperatura (°C)	15	15
Pressione (kPa)	4137	4137
Azoto (N <sub>2</sub> )	0.01	0.02
Anidride Carbonica (CO <sub>2</sub> )	0.01	0
Metano (CH <sub>4</sub> , detto C1)	0.6	0.4
Etano (C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> , detto C2)	0.2	0.2
Propano (C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> , detto C3)	0.1	0.2
Iso-Butano (iC <sub>4</sub> H <sub>10</sub> , detto iC4)	0.04	0.08
n-Butano (nC <sub>4</sub> H <sub>10</sub> , detto nC4)	0.04	0.1

Tabella 2.1: Condizioni operative e composizioni delle alimentazioni

Le due correnti di alimentazione vengono miscelate in un primo separatore (*inletSep*) che, sfruttando l'alta pressione iniziale (superiore alle 40 atm), permette la condensazione e quindi la rimozione di una parte degli idrocarburi. Nella miscela liquida si ritrovano principalmente i componenti meno bassobollenti, iC<sub>4</sub>, nC<sub>4</sub>, C<sub>3</sub> e parte del C<sub>2</sub>. Ciò nonostante gli incondensabili ed il metano permangono disciolti nella fase condensata, anche se in quantità piuttosto ridotte. La fase vapore contenente ancora un eccesso di C<sub>3</sub> e C<sub>4</sub> viene trattata nel sistema di refrigerazione: inizialmente, essa passa attraverso uno scambiatore di calore *gas/gas* dove incontra i gas già refrigerati provenienti dal separatore a bassa temperatura LTS (*Low Temperature Separator*), allo scopo di ottenere così un primo raffreddamento con un conseguente recupero di frigorifici. Successivamente, la corrente subisce un raffreddamento più spinto in uno scambiatore (*chiller*) che impiega un fluido ausiliario come refrigerante. All'uscita dal treno di scambio termico, la corrente raggiunge una temperatura di circa -15°C, tale da consentire il quasi completo recupero di C<sub>3</sub> e C<sub>4</sub> in fase liquida tramite il separatore LTS, mentre la fase vapore contenente N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> e una grande quantità di CH<sub>4</sub> con tracce di C<sub>2</sub> e C<sub>3</sub> raggiungerà lo scambiatore *gas/gas* che, come visto, preraffredda i vapori di alimentazione. La





Nel passaggio dalla sezione di refrigerazione alla colonna di depropanazione (Figura 2.4), la corrente liquida è soggetta ad un'espansione e, di conseguenza, ad un ulteriore abbassamento della temperatura. Viene quindi utilizzato uno scambiatore di calore necessario al preriscaldamento della corrente di *feed*, prima che entri in colonna, in modo da portarla in condizioni termiche prossime a quelle del piatto di alimentazione. La colonna di depropanazione, costituita da 12 stadi teorici, ha il compito di separare il butano dagli altri componenti, ottenendo un residuo con un contenuto di propano inferiore al 2% in moli. Inoltre, è necessario che il condensatore di testa operi a basse temperature così da ridurre al minimo le perdite di nC4 e, data la presenza di incondensabili e la difficoltà a condensare il propano, il condensatore parziale dovrà essere con riflusso totale in colonna (quindi senza distillato). Tuttavia, in seguito sarà necessario considerare uno spurgo di C3 liquido in testa. Per quanto riguarda la coda della colonna, il ribollitore a termosifone operante a circa 90°C viene alimentato da vapore surriscaldato a bassa pressione. Le unità di impianto a bassa temperatura sono coibentate per ridurre le dissipazioni energetiche (perdita di frigorifici verso l'esterno).

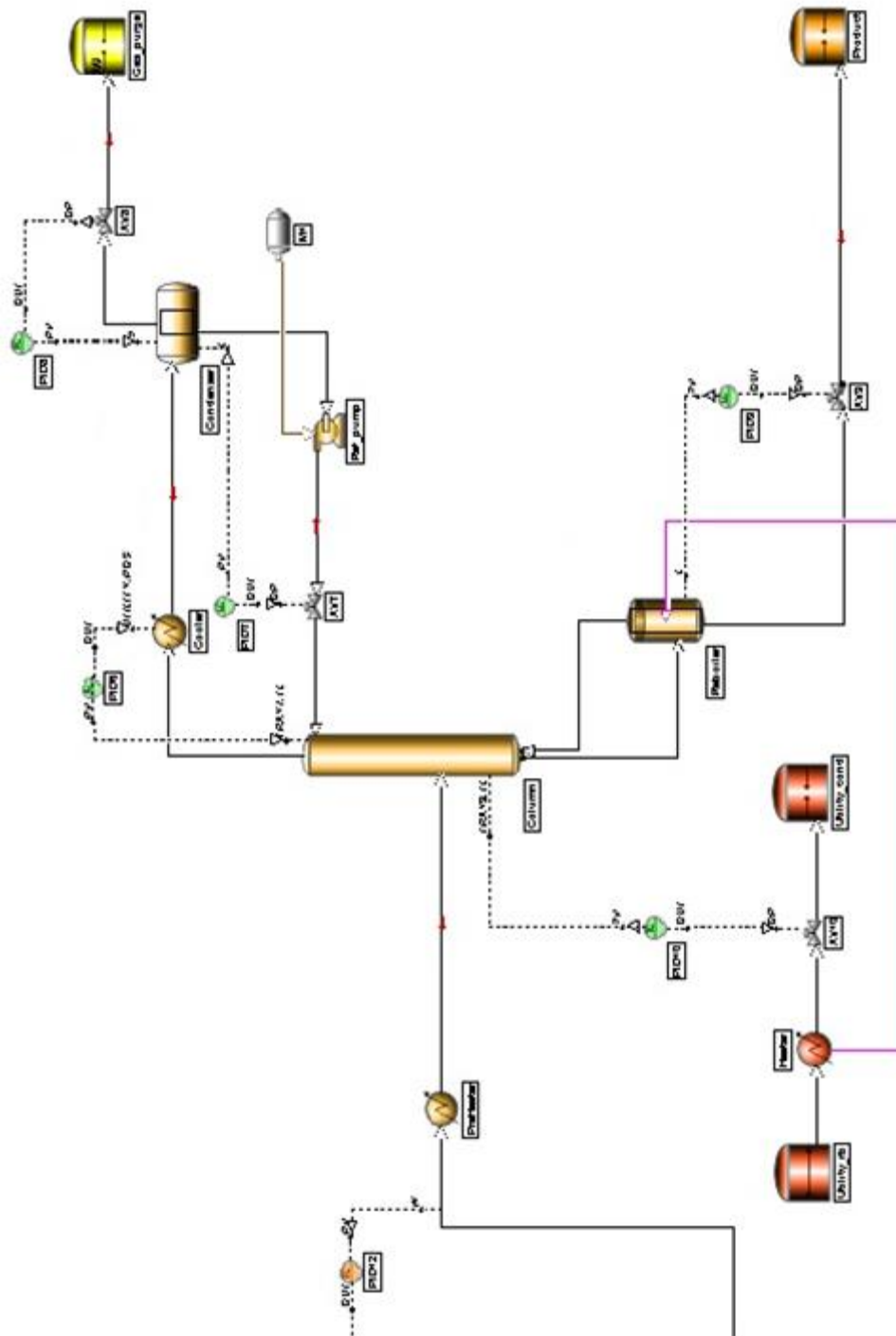


Figura 2.4: Sezione di separazione (depropanizer)

In questo paragrafo è stato presentato il funzionamento dell'impianto totale, composto dalla sezione di refrigerazione e da quella di separazione. In questa trattazione si è scelto, però, di analizzare solamente la porzione d'impianto relativa alla sezione di refrigerazione. Tale sezione presenta criticità non trascurabili quali il controllo della pressione del primo separatore (*Inlet Separator*) a fronte di disturbi di portata introdotti da eventuali variazioni programmate dei volumi produttivi o variazioni impreviste delle condizioni nominali di pressione del giacimento d'estrazione. Un'altra situazione critica riguarda il controllo della temperatura della portata in ingresso al separatore LTS, in quanto principale responsabile del recupero del materiale gassoso rimasto non condensato. Un controllo ottimale di quest'ultimo componente comporta un minore spreco di materiale e un migliore rendimento dell'impianto, oltre a conseguenti vantaggi economici.

### 2.1.3 Descrizione del sistema di controllo tradizionale

Il sistema di controllo tradizionale per l'impianto in questione è realizzato con anelli (*loop*) in retroazione PID (Proporzionale, Integrale e Derivativo), dove la componente derivativa è generalmente omessa. Tali sistemi di controllo tradizionale sono largamente diffusi in tutti gli ambiti industriali che richiedano regolazioni automatiche o controlli di qualità e rappresentano tutt'ora lo stato dell'arte dell'industria di processo. Nella parte dell'impianto relativa alla sezione di refrigerazione (Figura 2.3), gli aspetti che più condizionano le prestazioni e l'efficienza sono la pressione operativa e la temperatura della portata in ingresso al separatore LTS. Un eccessivo abbassamento della pressione, così come una temperatura troppo elevata nel LTS, porterebbero ad un'eccessiva perdita di propano e butano nella fase vapore contenente gli idrocarburi leggeri, l'azoto e il biossido di carbonio. Per controllare la sezione, si utilizzano quindi sei controllori convenzionali:

- **PID4**: controlla la pressione del separatore *inletSep* e agisce sulla valvola *xv6*, in modo da mantenere in pressione tutta la sezione di refrigerazione.
- **PID2**: agisce sulla portata ausiliaria di refrigerante del *chiller*, controllando la temperatura della corrente di processo *s8* uscente dallo stesso.
- **PID1**: regola il livello di liquido dell'*inletSep* agendo sulla valvola *xv3* per evitare sia la completa perdita di battente, che porterebbe ad avere una portata gassosa laddove ci si

dovrebbe aspettare del liquido, che l'eccessivo riempimento, spesso causa di rotture o di interruzioni/riduzioni di produzione.

- **PID3**: controlla l'*hold-up* liquido del LTS regolando l'apertura della valvola *xv4*.
- **PID11**: controlla la portata massiva della prima corrente di alimentazione *s2*, regolando opportunamente l'apertura della valvola *xv1*.
- **PID5**: controlla la portata massiva della seconda corrente di alimentazione *s4*, in funzione della portata *s2*. Il *set-point* di questo controllore, infatti, non è un valore fisso assegnato a priori dall'utente, bensì una variabile dinamica di processo soggetta a disturbi stocastici, incertezze e disturbi persistenti e cambi di marcia e produzione.

A fronte del disaccoppiamento effettuato della sezione di refrigerazione dalla seconda parte relativa alla colonna di separazione, sono state introdotte delle modifiche al controllo tradizionale. È stato necessario eliminare la retroazione e reimpostare la configurazione dei controllori PID che regolano gli ingressi di portata al primo separatore. Un'ulteriore scelta realizzata contestuale ai controlli che verranno successivamente proposti è quella di rimuovere solo i PID che controllano le uscite di interesse (*InletSep.L*, *InletSep.P*, *s8.T* e *LTS.L*) e di mantenere, invece, i controlli PID realizzati per il controllo delle portate d'ingresso. Questa scelta è stata dettata dalla necessità di testare i controlli MPC proposti a fronte di una variazione del *set-point* della portata. Tale variazione simula un disturbo realistico e contestuale alla natura dell'impianto.

## 2.2 Ambiente di simulazione del processo chimico

In questo paragrafo si vogliono mettere in evidenza i vantaggi derivanti dall'utilizzo del *software DynSim* come simulatore di riferimento per il processo chimico descritto nel precedente paragrafo. Nel mondo dei processi chimici il ricorso a dettagliati e affidabili strumenti di simulazione è molto diffuso. Ambienti di simulazione come *PRO/II* permettono di effettuare simulazioni statiche (o in *steady-state*) del comportamento dei processi studiati. L'analisi statica nell'ambito dei processi industriali è ben conosciuta e accreditata, sia per la realizzazione di studi preliminari, sia per la stesura del *design* d'impianto. Ciò nonostante, a fronte di una testimoniata utilità, i metodi di simulazione statica non permettono l'analisi di fenomeni come scenari d'emergenza e la realizzazione di simulazioni relative alle condizioni *Start-Up* e *Shut-Down* dell'impianto. Inoltre non permettono un'analisi delle prestazioni dinamiche dell'impianto anche a fronte dell'utilizzo di sistemi di controllo dedicati avanzati. Inoltre un approccio dinamico permette una migliore analisi della qualità della produzione e della gestione dei cambi di carico lavorativo sull'impianto, salvaguardando la sicurezza e gli aspetti economici dell'impianto industriale, soprattutto a fronte delle attuali sensibili variazioni del prezzo del petrolio e delle altalenanti richieste del mercato. Infine, un altro aspetto fondamentale è la possibilità, attraverso tecniche di simulazione dinamica, di migliorare la preparazione e l'esperienza degli operatori delle sale di controllo, rendendoli più consapevoli e pronti a reagire ad eventuali situazioni impreviste e di emergenze in quanto simulabili ed analizzabili a priori.

Tutti questi fattori hanno permesso a questi strumenti di divenire elementi chiave per il miglioramento della stabilità, controllabilità e flessibilità degli impianti di processo. Oggigiorno, numerosi ambienti di simulazione dinamica di processo sono disponibili sul mercato. Per l'analisi e la realizzazione del modello chimico dell'impianto presentato, oggetto di studio in questa Tesi, si è scelto di utilizzare *DynSim (Dynamic Simulation Suite)*. Questo *software* presenta caratteristiche di flessibilità e di semplicità che hanno facilitato le fasi di identificazione dei modelli e la fase d'implementazione dei sistemi di controllo trattati in questo lavoro di Tesi.

## 2.3 *DynSim*

### 2.3.1 Caratteristiche generali

*DynSim* è un ambiente di modellazione di impianti di processo avanzato ed unificato, da utilizzare durante l'intero ciclo di vita di un impianto. È impiegato in numerosi settori industriali quali:

- *Oil & Gas*
- Raffinazione
- Petrolchimico e chimico
- Ingegneria, Impiantistica e Consulenza

Grazie alla possibilità di ottenere simulazioni dinamiche dettagliate del comportamento di complessi impianti industriali, esso presenta molte importanti potenzialità:

- A livello economico permette di ridurre il costo delle attrezzature di processo progettate per soddisfare requisiti durante i transitori
- Convalida le operazioni per prevenire interruzioni di produzione ed aumentare l'efficienza nella *performance* d'impianto.
- Valuta le procedure e le operazioni di avviamento e fermata dell'impianto per ridurre il rischio di ritardi
- Aumenta la sicurezza d'impianto valutando i sistemi di torcia e di scarico
- Dal punto di vista del controllo è utilizzabile per convalidare la strategia scelta per il controllo di processo

Come può essere facilmente intuibile, affinché queste possibilità possano essere sfruttate completamente, si richiede un'accurata scelta dei parametri, sia di natura più prettamente chimica, che di parametri dimensionali o geometrici relativi ai componenti presenti.

### 2.3.2 Caratteristiche d'interesse

Le potenzialità espresse da *DynSim* rispecchiano in pieno le funzionalità richieste dal *software* di simulazione dinamica necessario per lo sviluppo di questa trattazione. *DynSim* permette la definizione di uno *scenario* di *Start-Up* per portare l'impianto, attraverso il relativo controllo PID implementato, in una condizione di equilibrio. Inoltre permette il salvataggio dei dati relativi a un qualunque *set* di condizioni operative raggiunte, che possono essere utilizzate come condizioni di partenza per simulazioni successive. Una volta raggiunto l'equilibrio è possibile rimuovere il controllo PID e mantenere ugualmente il sistema in una condizione di equilibrio caricando le condizioni precedentemente salvate. Il raggiungimento di tale condizione anche a fronte dell'assenza di controllo è indispensabile per avere un punto di partenza da cui svolgere l'identificazione del modello basata sui dati. Un'altra caratteristica imprescindibile di *DynSim* è la possibilità di programmare, utilizzando linguaggi come *C++* o *Fortran*, nuovi componenti e strutture e successivamente importarli all'interno del simulatore. Questa caratteristica peculiare di *DynSim* risulta utile in quanto rende possibile l'inserimento all'interno del simulatore di un elemento di interfaccia tra il simulatore, realizzato in *DynSim*, e il sistema di controllo, sviluppato in ambiente *Matlab*. Questo punto risulta essere d'interesse per la presente Tesi dal momento che gli ambienti *DynSim* e *Matlab* non sono naturalmente compatibili tra loro. Ciò ha richiesto lo sviluppo di un interfaccia di comunicazione *ad hoc*, illustrata del paragrafo successivo.

## 2.4 Interfaccia *DynSim-Matlab*

La scelta di interfacciare *DynSim* e *Matlab* è stata dettata dalla necessità di utilizzare, per l'implementazione di sistemi di controllo complessi e avanzati, *Matlab* in quanto linguaggio di programmazione flessibile a questo scopo e dove fossero già disponibili istruzioni in grado di svolgere operazioni matematiche complesse, come la risoluzione di problemi di ottimizzazione vincolata o operazioni su politopi. Utilizzando *Matlab* e avvalendosi di *Simulink* è inoltre possibile effettuare simulazioni preliminari per verificare le prestazioni dei sistemi di controllo progettati andando, solo successivamente, ad applicare gli algoritmo di controllo all'impianto simulato o eventualmente sull'impianto reale.



I due *software* sono messi in comunicazione grazie alla definizione di un gettone (o *token*) che permette di gestire i tempi attivi e passivi dei due *software*. Il *token* è pensato come una risorsa che i due ambienti detengono, in modo mutuamente esclusivo, negli istanti in cui svolgono operazioni e della quale si servono per comunicare tra loro. Le operazioni svolte, in modo sequenziale, sono presentate di seguito. Una volta terminata la sequenza delle sue operazioni, *DynSim* libera la risorsa rendendola disponibile per *Matlab*, il quale, fintanto che *DynSim* è impegnato nelle sue procedure, continua ad aspettare il *token*, rimanendo in attesa. Nel momento in cui *Matlab* ottiene la risorsa, inizia il suo iter operativo trattenendola ed impedendo a *DynSim* di procedere con la simulazione dinamica. Terminato lo svolgimento delle sue funzioni, *Matlab* libera la risorsa per un nuovo utilizzo da parte del *software* di simulazione dinamica. In Figura 2.5 è riportato uno schema della comunicazione delle procedure effettuate dai due *software*.

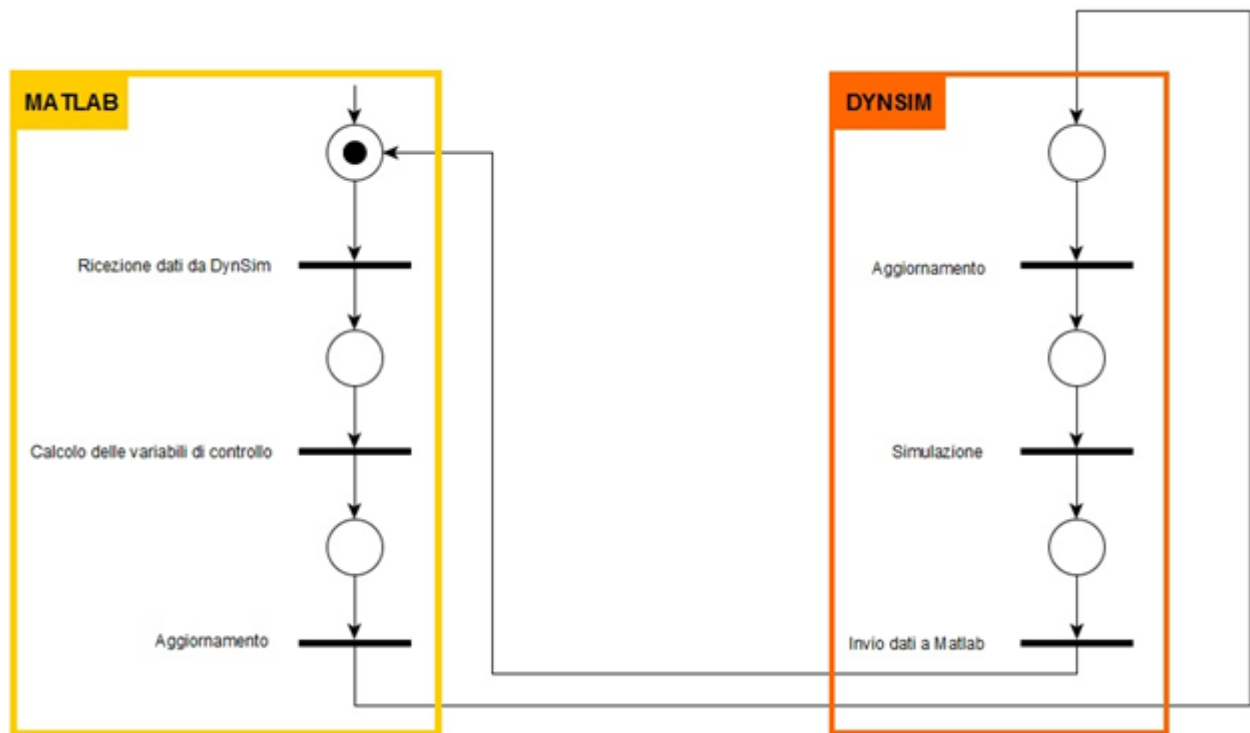


Figura 2.5: Rete di Petri per la gestione della risorsa token

### 2.4.1 Linee guida della procedura operativa

Come già anticipato, l'ambiente *DynSim* permette all'utilizzatore di creare nuovi componenti impiantistici in aggiunta agli elementi di base già presenti nel *software* di simulazione. Lo sviluppo di tali componenti consiste nell'implementazione (in linguaggio *C++*) di una libreria *software* che viene interrogata periodicamente in fase di simulazione, in cui vengono inseriti i modelli degli elementi che si desidera aggiungere. Si è fatto ricorso a questa possibilità per sviluppare l'interfaccia con l'ambiente *Matlab* e realizzare una struttura di esportazione/importazione dati dal simulatore. Utilizzando l'ambiente di sviluppo *Visual Studio 2013* è stato creato un file denominato *Interfaccia.dll* con cui si è realizzata la sequenza di operazioni descritte nel paragrafo precedente (Figura 2.5). Una volta introdotto il file *Interfaccia.dll* nel file di configurazione di *Dynsim*, compare all'interno della *icon palette* un nuovo elemento grafico selezionabile e utilizzabile, come mostrato in Figura 2.6.

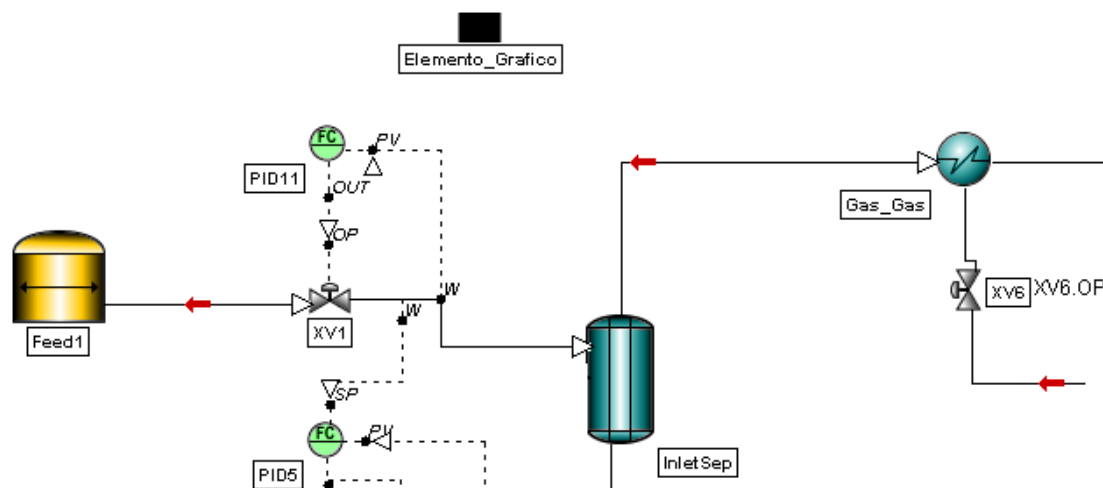


Figura 2.6: Elemento grafico creato a partire dal file *Interfaccia.dll*

Name	Assignment	UOM	Equation	Comments	Description
<b>Dynsim-&gt;Matlab</b>					
COMP_VAR	S1.W				Variabile di compensazione
L_LTS	LTS.L				LTS Level
L_SEP	InletSep.L				Separator Level
P_SEP	InletSep.P	atm			Pressione
T_CHILLER	S8.T	C			Chiller Temperature
<b>Matlab-&gt;Dynsim</b>					
INPUT_CHILLER	Chiller.UTILITY.POS				Chiller manipulated variable
OPEN3	XV3.OP				Valve3 opening
OPEN4	XV4.OP				Valve4 opening
OPEN6	XV6.OP				Valve6 opening

Figura 2.7: Configurazione dell'elemento grafico

L'elemento grafico creato è configurabile inserendo le variabili in uscita e in ingresso dal simulatore, come presentato in Figura 2.7. I valori in uscita dal sistema simulato sono le uscite di interesse (*InletSep.L*, *InletSep.P*, *s8.T* e *LTS.L*), mentre i valori in ingresso sono i risultati dell'algoritmo di controllo implementato in ambiente *Matlab* da applicare agli elementi terminali del controllo (le posizioni percentuali delle valvole).

Il salvataggio dei flussi di dati e la gestione del *token* è organizzata utilizzando dei file di testo in cui vengono salvati i valori delle variabili in ingresso e in uscita dal simulatore e la posizione del *token* all'interno dell'anello logico presentato in Figura 2.5. Il *token* è rappresentato da un file di testo, *Token.txt*, all'interno del quale è presente un carattere che indica quale delle due applicazioni sia attualmente operativa. La lettura da parte di *DynSim* del carattere 'd' avvia le operazioni di simulazione e scambio dati. Una volta finite le sue operazioni *DynSim* libera la risorsa scrivendo il carattere 'm' nel file di testo. Fintanto che *DynSim* è impegnato nelle sue procedure, *Matlab* continua ad aprire e leggere il file di testo *Token.txt* e, solamente nell'istante in cui legge il carattere 'm', può iniziare le operazioni di calcolo delle variabili di controllo da riassegnare al simulatore. Una volta terminate le sue funzioni *Matlab* reimposta il valore del *token* al carattere 'd' permettendo un nuovo ciclo di operazioni a *DynSim* (il quale è rimasto in modalità di lettura del file *Token.txt* durante la fase di calcolo di *Matlab*). Ogni ciclo di lavoro dei due *software* dura 0.25 secondi, tempo equivalente l'intervallo di discretizzazione di *DynSim*.

# CAPITOLO 3

## Identificazione dei modelli

In questo capitolo verrà illustrato il lavoro svolto al fine di ottenere modelli adatti al progetto e all'implementazione di controllori predittivi centralizzati, decentralizzati e distribuiti. In particolare, verranno in primo luogo descritte le strutture dei modelli usati per il progetto e l'implementazione dei diversi sistemi di controllo dedicati e le proprietà richieste a tali modelli. Verrà poi descritta la metodologia adottata per l'identificazione e la validazione delle funzioni di trasferimento esistenti tra le quattro variabili di ingresso del sistema e le quattro variabili d'uscita e le relative semplificazioni adottate. In seguito verranno descritti i modelli in spazio di stato orientati al controllo ottenuti a partire da quest'ultime e utilizzati nella fasi di progetto successive. Saranno quindi discusse le proprietà di tali modelli, con particolare riferimento alle specifiche teoriche richieste.

Si introduce la notazione che verrà utilizzata sia in questo capitolo sia nei capitoli successivi.

$$\mathbb{I}_{l:m} = \{l, l + 1, \dots, m - 1, m\}$$

dove  $l, m$  interi,  $l \leq m$ .

$$\mathbb{I}_{l:m} \setminus \{j\} = \{i: i \in \mathbb{I}_{l:m}, i \neq j\}$$

Il sistema analizzato sarà suddiviso in sottosistemi nei prossimi paragrafi di questo capitolo. Verrà indicata con  $u_{ji}$  la  $j$ -esima variabile d'ingresso dell' $i$ -esimo sottosistema di appartenenza, mentre con  $u_i$  sarà indicato il vettore delle variabili d'ingresso del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ . Una notazione analoga viene proposta anche per le variabili d'uscita: con  $y_{ji}$  sarà indicata la  $j$ -esima variabile d'uscita dell' $i$ -esimo sottosistema, mentre con  $y_i$  sarà identificato il vettore delle variabili d'uscita del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ .

Nella descrizione dei modelli relativi ai sottosistemi (esposta nel Paragrafo 3.1) si è indicata la dipendenza della generica variabile  $z$  dal tempo con  $z(k)$ . Là dove chiaro e non ambiguo, la dipendenza dal tempo verrà omessa per alleggerire la notazione.

In tal caso, nella descrizione di modelli dinamici, il valore della generica variabile  $z$  assunto all'istante successivo a quello di riferimento è detto  $z^+$ .

### 3.1 Il sistema studiato e i modelli per il controllo predittivo

#### 3.1.1 Sistema

La sezione di refrigerazione considerata come caso di studio reale può essere descritta come un processo multi variabile in cui individuiamo quattro variabili di ingresso e quattro variabili di uscita. Si faccia riferimento alla Figura 2.3.

##### Variabili d'ingresso:

$u_{11}$ : apertura della valvola che regola il flusso liquido uscente dal separatore d'ingresso (indicato come  $xv3$ )

$u_{21}$ : apertura della valvola che regola il flusso di vapore uscente dal separatore d'ingresso (indicato come  $xv6$ )

$u_{12}$ : apertura della valvola che regola la portata di refrigerante del *chiller* (indicato come *chiller.utility*)

$u_{13}$ : apertura della valvola che regola il flusso liquido uscente dal separatore LTS (indicato come  $xv4$ )

##### Variabili d'uscita:

$y_{11}$ : Livello di liquido del separatore d'ingresso (*InletSep.L*)

$y_{21}$ : Pressione del separatore d'ingresso (*InletSep.P*)

$y_{12}$ : Temperatura del flusso in uscita dal *chiller* (*s8.T*)

$y_{13}$ : Livello di liquido del separatore LTS (*LTS.L*)

Tutte le variabili di controllo possono assumere valori nell'intervallo  $[0,1]$  i cui estremi corrispondono rispettivamente alla totale chiusura e apertura della valvola. I livelli dei separatori possono assumere valori nell'intervallo  $[0.1,1.5]$ , espresso in metri, il cui estremo superiore corrisponde all'altezza dei due serbatoi, mentre quello inferiore al limite minimo del battente di liquido che garantisce all'impianto di operare in condizioni ottimali. La pressione del separatore d'ingresso può al massimo raggiungere il valore di pressione del giacimento pari a  $4137 \text{ kPa}$ , mentre valori di pressione inferiori a  $3500 \text{ kPa}$  portano l'impianto a lavorare in

condizioni operative non ottimali. Per ottimizzare la produzione e garantire una corretta separazione dei gas incondensabili è importante che la temperatura del fluido refrigerato non subisca variazioni superiori ai 5 K rispetto alla temperatura nominale.

Si riporta nella Tabella 3.1 una descrizione sintetica dei vincoli operativi presenti sulle variabili uscita dell'impianto.

	$y_{11}$	$y_{21}$	$y_{12}$	$y_{13}$
<b>Nome</b>	<i>InletSep.L</i>	<i>InletSep.P</i>	<i>s8.T</i>	<i>LTS.L</i>
<b>Valore minimo</b>	0.1	3500	253.15	0.1
<b>Valore nominale</b>	0.5	4100	258.15	0.5
<b>Valore massimo</b>	1.5	4137	263.15	1.5
<b>Unità di misura</b>	[m]	[kPa]	[K]	[m]

Tabella 3.1: Tabella dei vincoli operativi delle variabili d'uscita

Tutti i vincoli operativi qui descritti verranno opportunamente tenuti in considerazione nel progetto dei sistemi di controllo dedicati.

### Suddivisione in sottosistemi

Gli schemi di controllo predittivo decentralizzati e distribuiti, che verranno successivamente descritti, presuppongono una suddivisione del sistema complessivo in sottosistemi. Viene presentata una divisione, già implicitamente considerata nel paragrafo precedente, sulla base di considerazioni di natura impiantistica, la cui correttezza e validità potrà essere confermata solo al termine della procedura di identificazione che verrà presentata in questo capitolo. Il primo sottosistema è un sistema MIMO (*Multi-Input Multi-Output*), composto dal separatore d'ingresso (*InletSep*), il quale ha come variabili manipolabili le valvole  $xv3$  e  $xv6$ , utilizzate per regolare rispettivamente la portata liquida e la portata gassosa in uscita dal separatore. Le misurazioni di tali portate costituiscono le uscite d'interesse di questo sottosistema, che viene proposto in Figura 3.1. Il secondo sottosistema, mostrato in Figura 3.2 è un sistema SISO (*Single-Input Single -Output*) in cui l'unica variabile manipolabile è l'apertura delle valvola per

la regolazione della portata di fluido refrigerante circolante nel *chiller*. L'uscita d'interesse del secondo sottosistema è la portata di fluido refrigerato in ingresso al secondo separatore. Il terzo sottosistema della sezione di refrigerazione in esame, è anch'esso SISO ed costituito dal separatore LTS (*Low Temperature Separator*) il quale presenta come variabile manipolabile l'apertura della valvola *xv4* per la regolazione della portata liquida in uscita da tale separatore. Tale portata è l'uscita d'interesse dell'unità. Il terzo sottosistema è riportato in Figura 3.3.

$\mathcal{S}_1$ : Separatore d'ingresso: (*Multi-Input Multi-Output*)

Variabili controllate: apertura delle valvole *xv3* e *xv6*

Variabili d'uscita: livello separatore d'ingresso, pressione del separatore d'ingresso

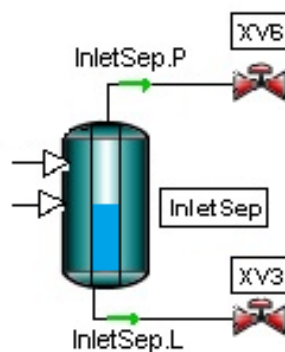


Figura 3.1: Sottosistema  $\mathcal{S}_1$

$\mathcal{S}_2$ : Chiller (*Single-Input Single-Output*)

Variabile controllata: apertura della valvola del flusso refrigerante (*chiller.utility*)

Variabile d'uscita: temperatura del flusso *s8* in uscita dal *chiller*

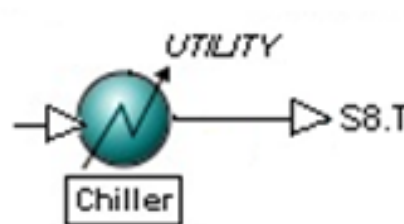


Figura 3.2: Sottosistema  $\mathcal{S}_2$

$\mathcal{S}_3$ : LTS (Single-Input Single-Output)

Variabile controllata: apertura della valvola xv4

Variabile d'uscita: livello del separatore LTS

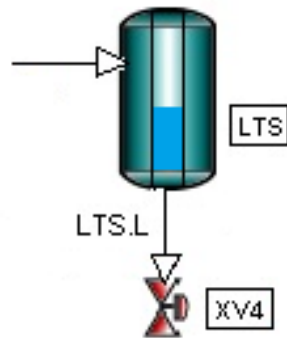


Figura 3.3: Sottosistema  $\mathcal{S}_3$

Si riporta in Figura 3.4 lo schema a blocchi relativo alla suddivisione in sottosistemi.

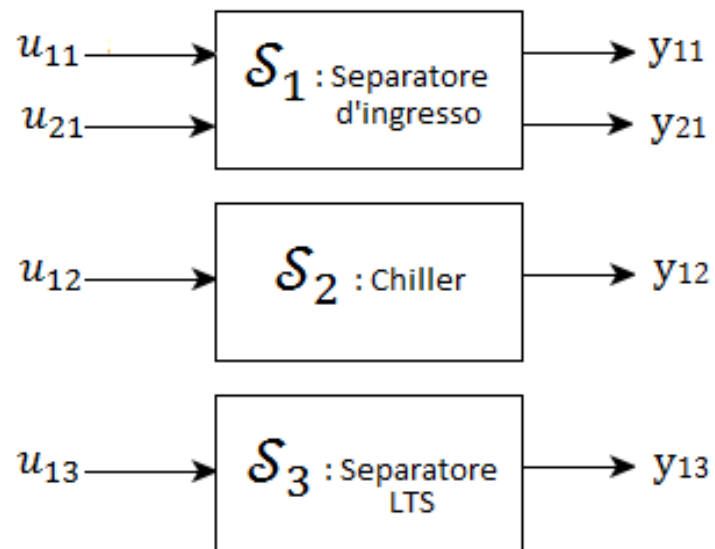


Figura 3.4: Sottosistemi



### 3.1.2 Modelli per i controllori predittivi

Per ogni metodologia di controllo predittivo analizzata è necessario definire un modello specifico con particolari caratteristiche strutturali e proprietà. Mentre per lo schema di controllo centralizzato è stata realizzata una classica realizzazione minima (osservabile e controllabile) dalla matrice di trasferimento, ogni altra metodologia di controllo studiata ha richiesto lo sviluppo di un modello avente una struttura particolare.

Ad esempio, il controllo decentralizzato richiede che venga sviluppato un modello in cui le interconnessioni tra i diversi sottosistemi siano totalmente trascurate, introducendo ovvi errori di modello e i problemi ad esso correlati.

Inoltre, per lo sviluppo di un controllore distribuito cooperativo, è necessario sviluppare un modello *state-decoupled*, in cui le interazioni tra i sottosistemi siano realizzate unicamente attraverso gli ingressi controllabili. Questo implica l'uso di modelli ridondanti, in quanto le dinamiche relative devono essere replicate di ogni sottomodello. È importante notare inoltre che, data la natura cooperativa del sistema di controllo che verrà discusso meglio nel successivo capitolo, si rende necessario che ogni controllore locale, integrato in ogni sottosistema, abbia la completa conoscenza dello stato e delle dinamiche dell'intero sistema, con un conseguente aumento del carico di conoscenze e memoria richiesti ad ogni controllore. Tali richieste risultano, in diversi casi, ridurre le possibilità applicative di questo schema di controllo.

In ultimo verrà descritto il modello realizzato per lo schema di controllo distribuito robusto non cooperativo. Il modello richiesto risulta, in questo caso, essere molto generale, in quanto le interazioni tra sottosistemi si realizzano attraverso sia gli ingressi che gli stati. L'ottenimento di un modello di questo tipo può essere raggiunto a partire da un modello del sistema centralizzato, se sfruttato in modo opportuno (ad esempio quando esso risulta essere ottenuto da un procedimento modellistico a sfondo fisico), con una scomposizione in sottomodelli non sovrapposti (*non-overlapping*). La soluzione scelta in questa Tesi, dato che il modello in forma di stato centralizzato risulta non chiaramente strutturata in sottomodelli, si basa su un procedimento di individuazione dei poli di interconnessione. Per dettagli si veda in seguito.

L'utilizzo di differenti modelli per i diversi schemi di controllo ha introdotto alcune problematiche metodologiche e pratiche che verranno esposte in seguito.

**(a) Modello per il controllore centralizzato**

Per l'implementazione dello schema di controllo centralizzato verrà utilizzato un modello nella forma:

$$\begin{cases} x^+ = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

Dove  $x \in \mathbb{R}^n$  è il vettore delle variabili di stato,  $u \in \mathbb{R}^4$  è il vettore delle variabili di ingresso,  $y \in \mathbb{R}^4$  è il vettore delle variabili d'uscita. Si noti come la dimensione  $n$  del vettore degli stati sarà nota solo al termine della procedura di identificazione.

Le proprietà strutturali (si veda a tal proposito [9]) richieste ai fini della applicabilità di tale schema di controllo sono la rivelabilità della coppia  $(A, C)$  e la stabilizzabilità della coppia  $(A, B)$ . Si noti come in uscita dalla piattaforma *DynSim* siano disponibili solamente i valori misurati delle uscite d'interesse e non quelli delle variabili di stato. Si rende necessaria quindi l'implementazione di un opportuno osservatore dello stato che stimi tali variabili. L'ipotesi di rivelabilità della coppia  $(A, C)$  risulta quindi fondamentale per la corretta realizzazione dello stimatore. La verifica dell'ipotesi strutturale di stabilizzabilità risulta invece indispensabile per garantire che lo schema di controllo implementato calcoli una legge di controllo che renda il sistema in anello chiuso stabile, anche a fronte delle presenza di modi instabili. Inoltre la stabilizzabilità della coppia  $(A, B)$  garantisce la ricorsiva risolubilità del problema di ottimizzazione per il calcolo dell'azione di controllo.

**(b) Modello per il controllore decentralizzato**

Per ognuno dei sottosistemi  $\mathcal{S}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  verrà individuato un modello nella forma:

$$\begin{cases} x_i^+ = A_{ii}x_i + B_{ii}u_i \\ y_i = C_{ii}x_i \end{cases} \quad (3.2)$$

Dove  $x_i \in \mathbb{R}^{m_i}$  indica il vettore delle variabili di stato,  $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$  il vettore delle variabili di ingresso e  $y_i \in \mathbb{R}^{p_i}$  il vettore delle variabili d'uscita del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ . Si noti come, in riferimento alla scomposizione preliminare in sottosistemi precedentemente introdotta, risulta  $p_1 = m_1 = 2$ , mentre  $p_i = m_i = 1$ ,  $i \in \mathbb{I}_{2:3}$ .

Il modello appena introdotto si differenzia dal modello (3.1) in quanto in (3.2) vengono trascurate le dipendenze che sussistono tra le variabili relative a diversi sottosistemi. Tale approssimazione induce un "errore di modello", tanto più rilevante quanto più forti sono le interazioni tra i diversi sottosistemi. Il vettore delle variabili di stato di ogni sottosistema avrà,

in generale, dimensione minore rispetto a quello del modello per il controllore centralizzato e la realizzazione di un controllore dedicato non presenterà criticità legate alla complessità computazionale del problema.

Le proprietà strutturali richieste al generico sottosistema  $\mathcal{S}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  per la realizzazione di un sistema di controllo sono rivelabilità della coppia  $(A_{ii}, C_{ii})$  e stabilizzabilità della coppia  $(A_{ii}, B_{ii})$ .

Come già descritto, i modelli introdotti trascurano totalmente le interazione tra diversi sottosistemi. Per questo motivo, sebbene ogni regolatore decentralizzato possa essere progettato in modo da garantire l'asintotica stabilità in anello chiuso del sistema di controllo locale, non è possibile garantire l'asintotica stabilità del sistema complessivo a priori. Infatti la singola legge di controllo ottima calcolata per una singola sezione potrebbe risultare "dannosa" per il controllo di altre unità fortemente interconnesse, portando il sistema complessivo ad una situazione di instabilità.

**Osservazione:**

Sono possibili due approcci con cui ottenere i modelli nella forma (3.2) a partire dal modello del controllore centralizzato:

- Decomposizione *non-overlapping*
- Realizzazione del modello a partire dalle funzioni di trasferimento.

La prima metodologia può essere applicata in modo naturale, a partire dalla realizzazione in spazio di stato del sistema centralizzato, a patto che quest'ultimo risulti chiaramente suddivisibile in sottosistemi. Ciò accade solamente se il modello del sistema complessivo è ottenuto tramite un procedimento di modellistica a sfondo fisico. In questa Tesi, dato che questa condizione risultava non essere soddisfatta, e che non esistono strumenti in grado di ottenere in modo analitico e automatico un'opportuna trasformazione di coordinate in grado di portare il sistema centralizzato ad assumere una forma "ben strutturata", questo tipo di decomposizione non verrà tenuta in considerazione nel seguito della trattazione. Nel Paragrafo 3.3.2 di questo capitolo verrà invece adottata e descritta nel dettaglio la seconda metodologia. Essa si basa essenzialmente sulla realizzazione in spazio di stato delle sole matrici di trasferimento relative ai vettori di ingresso e uscita dei singoli sottosistemi, trascurando le funzioni di trasferimento che esistono tra ingressi e uscite di sottosistemi differenti.

**(c) Modello per il controllore DMPC cooperativo**

Per ognuno dei sottosistemi  $\mathcal{S}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  verrà individuato un modello nella forma:

$$\begin{cases} x_i^+ = A_i x_i + \sum_{j=1}^3 \bar{B}_{ij} u_j \\ y_i = C_i x_i \end{cases} \quad (3.3)$$

dove  $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  indica il vettore delle variabili di stato,  $y_i \in \mathbb{R}^{p_i}$  il vettore delle variabili d'uscita del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ , mentre  $u_j \in \mathbb{R}^{m_j}$  è il vettore delle variabili di ingresso del generico sottosistema  $\mathcal{S}_j$ . Si noti come, in riferimento alla scomposizione preliminare in sottosistemi precedentemente introdotta,  $p_1 = m_1 = 2$ , mentre  $p_i = m_i = 1$ ,  $i \in \mathbb{I}_{2:3}$ .

In [13] e in [9] viene chiaramente delineato un metodo per l'ottenimento del sistema (3.3). Tale metodo si basa sulla procedura descritta in seguito.

Si individua per ogni sottosistema  $\mathcal{S}_i$  con  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$ , attraverso la realizzazione in spazio di stato delle opportune funzioni di trasferimento, un modello dinamico minimo che descrive l'effetto delle variabili di ingresso  $u_j$  del sottosistema  $\mathcal{S}_j$ ,  $j \in \mathbb{I}_{1:3}$  sullo stato e sull'uscita del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ , ovvero:

$$\begin{cases} x_{i1}^+ = A_{i1} x_{i1} + B_{i1} u_1 \\ x_{i2}^+ = A_{i2} x_{i2} + B_{i2} u_2 \\ x_{i3}^+ = A_{i3} x_{i3} + B_{i3} u_3 \\ y_i = \sum_{j=1}^3 C_{ij} x_{ij} \end{cases}$$

Dove  $x_{ij} \in \mathbb{R}^{n_{ij}}$ ,  $A_{ij} \in \mathbb{R}^{n_{ij} \times n_{ij}}$ ,  $B_{ij} \in \mathbb{R}^{n_{ij} \times m_j}$ ,  $C_{ij} \in \mathbb{R}^{p_i \times n_{ij}}$  permettono di descrivere l'effetto degli ingressi del sottosistema  $\mathcal{S}_j$  sugli stati del sottosistema  $\mathcal{S}_i$  con  $j \in \mathbb{I}_{1:3}$ .

Considerando il sottosistema generico  $\mathcal{S}_i$  con  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  è possibile raccogliere in un unico vettore gli stati:

$$x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_i}$$

Si ottiene in questo modo un modello del tipo (3.3), dove:

$$A_i = \text{diag}(A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}) \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$$

$$\bar{B}_{i1} = \begin{bmatrix} B_{i1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_i \times 2}$$

$$\bar{B}_{i2} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{i2} \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$$

$$\bar{B}_{i3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{i3} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$$

$$C_i = [C_{i1} \quad C_{i2} \quad C_{i3}] \in \mathbb{R}^{p_i \times n_i}$$

I sottosistemi sono detti *state-decoupled*, in quanto gli accoppiamenti tra un sottosistema e l'altro non si realizzano attraverso variabili di stato locali, ma solamente attraverso le variabili d'ingresso.

Le proprietà strutturali richieste al generico sottosistema  $\mathcal{S}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  al fine di garantire la stabilità dei sottosistemi, vengono definite a partire dalle seguenti matrici:

$$\underline{A}_i = \text{diag}(A_{1i}, A_{2i}, A_{3i}) \text{ e } \underline{B}_i = \begin{bmatrix} B_{1i} \\ B_{2i} \\ B_{3i} \end{bmatrix}$$

Le coppie  $(\underline{A}_i, \underline{B}_i)$  devono essere stabilizzabili al fine di garantire l'effettiva stabilità in anello chiuso dello schema di controllo DMPC cooperativo descritto in [13].

Come sarà specificato in seguito nel Paragrafo 3.3.2(c), pur adottando la procedura descritta in [13] e in [9], non si è pervenuti ad un modello che permettesse di soddisfare l'ipotesi di stabilizzabilità delle coppie  $(\underline{A}_i, \underline{B}_i)$ . Questo ha costituito un ostacolo significativo per una rigorosa applicazione dello schema di controllo DMPC cooperativo descritto in [13]. La soluzione adottata è stata quella di pervenire ai sottomodelli del tipo (3.3) attraverso la procedura alternativa descritta in seguito.

### Metodo alternativo

La definizione della matrici in spazio di stato del modello per il controllore DMPC operativo viene ottenuta a partire dal sistema dinamico descritto nella forma (3.1) per il controllore MPC centralizzato. La matrice  $B$  di tale modello viene suddivisa in tre parti, relativamente al numero di variabili di ingresso di ogni sottosistema individuato:

$$B = [B_1 \quad B_2 \quad B_3]$$

dove:

$$B_1 \in \mathbb{R}^{n \times 2}$$

$$B_2 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$

$$B_3 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$

Ognuna delle tre matrici appena definite viene utilizzata per indicare la dipendenza tra le variabili di stato di ognuno dei sottosistemi e il vettore degli ingressi di un singolo sottosistema.

Si ottiene quindi che:

$$B_1 = \bar{B}_{11} = \bar{B}_{21} = \bar{B}_{31}$$

$$B_2 = \bar{B}_{12} = \bar{B}_{22} = \bar{B}_{32}$$

$$B_3 = \bar{B}_{13} = \bar{B}_{23} = \bar{B}_{33}$$

Analogamente a quanto appena proposto anche la matrice  $C$  viene partizionata in modo tale da ottenere una suddivisione che tenga conto delle relazioni tra le variabili di stato e d'uscita di ogni sottosistema:

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}$$

dove:

$$C_1 \in \mathbb{R}^{2 \times n}$$

$$C_2 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$$

$$C_3 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$$

La matrice  $A$ , invece, non viene modificata quindi:

$$A = A_1 = A_2 = A_3 \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

**(d) Modello per il controllore DMPC non cooperativo**

Per ognuno dei sottosistemi  $\mathcal{S}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  verrà individuato un modello nella forma:

$$\begin{cases} x_i^+ = A_{ii}x_i + B_{ii}u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^3 (A_{ij}x_j + B_{ij}u_j) \\ y_i = C_{ii}x_i \end{cases} \quad (3.4)$$

Dove  $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  e  $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$  rappresentano il vettore degli stati e degli ingressi per l'*i*-esimo sottosistema  $\mathcal{S}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$ . Il sistema  $\mathcal{S}_j$  è definito *vicino* del sottosistema  $\mathcal{S}_i$  se e solo  $A_{ij} \neq 0$  o  $B_{ij} \neq 0$ . Indicheremo con  $\mathcal{N}_i$  l'insieme dei sottosistemi che possono essere definiti come *vicini* del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ .

Nel caso studiato nella presente Tesi, introducendo opportune ipotesi sulla tipologia delle interconnessioni che sussistono tra i vari sottosistemi, è possibile ricondurci a un modello più semplice della forma:

$$x_i^+ = A_{ii}x_i + B_{ii}u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^3 A_{ij}x_j \quad (3.5)$$

Questa struttura, come verrà esposto in seguito, agevola notevolmente l'implementazione algoritmica dello schema di controllo che verrà successivamente presentata.

Si noti come questi modelli permettano una descrizione più compatta in termini di interazioni tra i diversi sottosistemi, poiché viene considerata solo l'influenza dei soli sottosistemi *vicini* sugli stati del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ . Questa scrittura permette di esplicitare delle dipendenze a partire dalle variabili di stato, evitando di replicare eventuali dinamiche comuni ai due sottosistemi, con un effettiva riduzione dell'ordine del modello orientato al controllo.

Il modello orientato al controllo proposto deve soddisfare l'ipotesi che esista una matrice diagonale a blocchi  $K$ , definita come  $K = \text{diag}(K_1, K_2, K_3)$  tale che:

- $F_{ii} = A_{ii} + B_{ii}K_i$  sia *Schur*<sup>1</sup>, per  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$
- $A + BK$  sia *Schur*

---

<sup>1</sup> Una matrice si definisce *Schur* quando tutti i suoi autovalori giacciono all'interno della circonferenza di raggio unitario

Si noti che la prima ipotesi implica, di fatto, che la coppia  $(A_{ii}, B_{ii})$  sia stabilizzabile per ogni sottosistema. Tale ipotesi implica che le variabili di stato di ogni sottosistema (o almeno i suoi modi instabili) individuate attraverso un'opportuna procedura di realizzazione in spazio di stato (si veda a tal proposito il Paragrafo 3.3.2(d)), siano accessibili attraverso l'ingresso locale.

La seconda ipotesi richiesta è invece non comune, almeno nel contesto del controllo centralizzato "classico". Essa richiede che la matrice di guadagno  $K$  sia strutturata, ed in particolare diagonale a blocchi. Tale ipotesi, cioè che esista un controllore algebrico *state-feedback* decentralizzato in grado di stabilizzare il sistema nel suo complesso, è comune nell'ambito del controllo decentralizzato e distribuito. Procedure di sintesi dei guadagni in grado di soddisfare entrambi le ipotesi, se strutturalmente possibile, possono fare ricorso ad opportune disuguaglianze di matrici. Per dettagli si veda [2].

## 3.2 Identificazione delle funzioni di trasferimento

### 3.2.1 Indagine preliminare

Ricorrendo al *software* di simulazione dinamica è stato possibile condurre un'indagine preliminare in cui vengono analizzate le problematiche relative alla scelta del tempo di campionamento e alla definizione del valore d'ingresso nominale. Inoltre è stato possibile, attraverso un'eccitazione a scalino delle variabili d'ingresso, individuare la presenza di modi instabili e scegliere in metodo di identificazione più corretto.

#### Tempo di campionamento

La scelta del periodo di campionamento  $T_s$  con cui verranno aggiornati i valori delle variabili di controllo e campionate le variabili misurate ha un'importanza notevole sulla validità e accuratezza dei modelli a tempo discreto che verranno identificati e diventa un importante parametro di progetto dei sistemi di controllo implementati. In virtù del teorema del campionamento di *Nyquist-Shannon* il tempo di campionamento deve essere sufficientemente breve per poter identificare le dinamiche ad alta frequenza del sistema, considerate rilevanti. D'altro canto, la scelta di un periodo di campionamento troppo breve vincola l'elaborazione dell'azione di controllo ad avvenire in tempi eccessivamente ridotti e impone l'utilizzo di risorse hardware sovradimensionate in riferimento al problema di controllo analizzato.



Eccitando a scalino le variabili di controllo è stato possibile valutare quali siano i tempi di risposta delle diverse relazioni ingresso-uscita considerate e decidere di conseguenza il periodo di campionamento da utilizzare come compromesso tra necessità computazionali e validità dei modelli identificati. La pressione è regolata da dinamiche molto veloci che impongono quindi un tempo di campionamento dell'ordine del secondo al fine di garantire la corretta acquisizione delle dinamiche riscontrate.

### Condizioni nominali

Si vuole individuare una condizione di equilibrio sperimentale che abbia come uscite  $\bar{y}$  i valori scelti in fase di progettazione come condizione operativa ottimale per il funzionamento dell'impianto. Per fare questo si avvia l'impianto attraverso una procedura di *Start-Up* e si attende che il sistema di controllo tradizionale PID vada a regime portando le variabili manipolate ai valori di riferimento previsti in condizione nominale di operatività. Una volta raggiunta la condizione di regime si può assumere come ingresso di equilibrio  $\tilde{u}$  il valore di controllo di regime dei controllori PID e come uscite di equilibrio  $\bar{y}$  i valori di *set-point*:

$$\tilde{u} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_{11} \\ \tilde{u}_{21} \\ \tilde{u}_{12} \\ \tilde{u}_{13} \end{bmatrix} \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} \\ \bar{y}_{21} \\ \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{13} \end{bmatrix}$$

Nonostante i controllori PID siano a regime il valore del controllo che inviano all'impianto mantiene delle leggere oscillazioni che impediscono alle variabili di controllo di assestarsi a valori costanti nel tempo. Risulta quindi poco realistico ottenere una perfetta conoscenza del valore del controllo di equilibrio  $\bar{u}$ , di cui si avrà solo una conoscenza parziale individuata da  $\tilde{u}$ .

### Analisi preliminare della risposta allo scalino

L'utilizzo di un *software* di simulazione dinamica ha permesso la simulazione di prove sperimentali rendendo possibile l'eccitazione delle variabili di controllo utilizzando diversi segnali. Applicando, ad esempio, una variazione a scalino del valore di equilibrio della valvola *xv3* (corrispondente all'ingresso  $u_{11}$ ) si osservi l'andamento del livello del separatore d'ingresso (uscita  $y_{11}$ ) riportato in Figura 3.5.

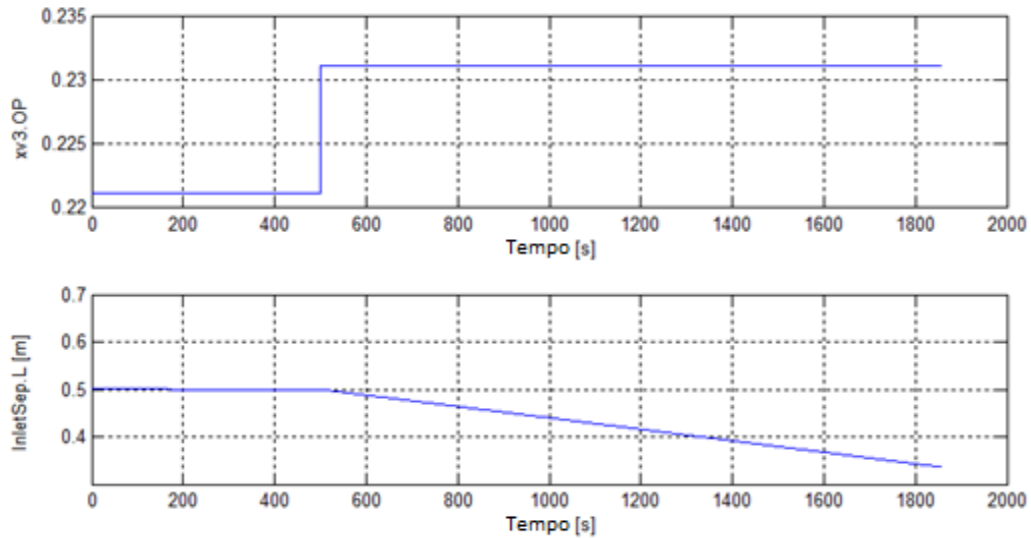


Figura 3.5: Risposta del livello del separatore d'ingresso a una variazione a scalino dell'apertura della valvola xv3

Si può notare un'evidente correlazione tra l'andamento della variabile d'uscita e l'integrale del segnale d'ingresso.

Tale comportamento è da attribuirsi alla natura del serbatoio in cui il liquido è contenuto. Trascurano fenomeni di cavitazione e *flashing*, la portata di flusso  $W_o$  che fluisce all'interno della valvola xv3 può essere in prima approssimazione descritto dall'equazione:

$$W_o = kv\sqrt{\rho(p_i - p_o)}$$

dove:

$\rho$ : densità del fluido

$k$ : coefficiente caratteristico della valvola

$p_i$ : pressione in ingresso alla valvola

$p_o$ : pressione in uscita

$v$ : grado di apertura manipolabile della valvola

Si noti come la fuoriuscita di liquido dal separatore d'ingresso sia dipendente dalla differenza tra la pressione del serbatoio  $p_i$  e la pressione in uscita  $p_o$  che assumiamo indipendente dal grado di apertura  $v$ . Dal momento che la pressione a monte della valvola è governata dalla pressione del giacimento e non dipende dal livello del liquido come nel caso di serbatoi a pressione atmosferica, a fronte di una variazione del valore di equilibrio  $\tilde{u}$  si avrà uno svuotamento progressivo e costante del serbatoio come mostrato in Figura 3.5.

Il fatto che si riscontri la presenza di un integratore (e dunque, in generale, che non siano presenti solo modi asintoticamente stabili) rende il problema dell'identificazione dei modelli più complesso rispetto al caso di sistemi asintoticamente stabili (e teoricamente ben coperto dalla teoria dell'identificazione di modello e rappresentazione esterna, ad esempio basata sull'approccio *Prediction Error Minimization, PEM*).

### 3.2.2 Procedura di identificazione

In questo paragrafo è descritto il metodo di identificazione adottato basato sulla risposta allo scalino, che è risultato efficace per il caso in esame vista la presenza di integratori nel modello da identificare e l'incertezza del valore di equilibrio  $\tilde{u}$  ricavato sperimentalmente. L'analisi grafica della risposta allo scalino permette di dedurre informazioni, da verificare a posteriori, sull'ordine del sistema, la presenza o meno di integratori e il tipo di dinamiche necessarie per spiegare la relazione ingresso-uscita. La procedura permette di identificare ad una ad una le funzioni di trasferimento effettuando quattro prove sperimentali, in cui si eccita solo una variabile di controllo per volta e si lasciano le altre tre al valore nominale  $\tilde{u}$ .

#### Algoritmo utilizzato per l'identificazione:

- (i) Si esegue una prova sperimentale sull'impianto sovrapponendo all'ingresso di equilibrio  $\tilde{u}$  un segnale di eccitazione a scalino  $u(k)$ . Indicheremo con  $y(k)$  la variazione dal valore di equilibrio  $\bar{y}$ .
- (ii) Osservando la risposta allo scalino  $u(k)$  della variabile  $y(k)$  si valuta quale deve essere il numero  $g$  di integratori necessario per spiegare la relazione ingresso-uscita e si definisce la funzione di trasferimento:

$$G_g(z) = \frac{1}{(z-1)^g}$$

- (iii) Si ipotizzano, con considerazioni di carattere grafico, il numero di poli  $n_p$  e il numero di zeri  $n_z$  necessari per l'identificazione della dinamica che caratterizza la funzione di trasferimento  $G_n(z)$ :

$$G_n(z) = G_g(z) \frac{\mu(z^{n_z} + a_{n_z-1}z^{n_z-1} + \dots + a_1z^1 + a_0)}{z^{n_p} + b_{n_p-1}z^{n_p-1} + \dots + b_1z^1 + b_0}$$

dove  $n = n_p + n_z + 1$  è il numero di parametri liberi su cui verrà effettuata la minimizzazione di un funzionale di costo (si noti come il guadagno  $\mu$  della funzione di trasferimento sia anch'esso incognito). Definiamo  $y_G(k)$  risposta del sistema descritto dalla funzione di trasferimento  $G_n(z)$  a fronte dall'ingresso  $u(k)$  simulata numericamente.<sup>2</sup>

- (iv) Viene valutata la distanza della storia temporale di  $N$  campioni della risposta sperimentale  $y(k)$  da quella simulata  $y_G(k)$  a fronte dello stesso segnale di ingresso  $u(k)$  definendo il funzionale di costo  $V(G_n(z))$ :

$$V(G_n(z)) = \sum_{k=0}^N (y(k) - y_G(k))^2$$

La relazione ingresso-uscita viene identificata minimizzando il funzionale di costo  $V(G_n(z))$ .

Tale metodologia può essere ricondotta all'approccio SEM, *Simulation Error Minimization* [3].

### Esempio applicativo

A titolo d'esempio si riporta l'identificazione svolta per la funzione di trasferimento tra la valvola che regola il flusso di refrigerante nel *chiller* (*chiller.utility*) e il livello del separatore LTS (*LTS.L*). La risposta allo scalino ottenuta con una prova sperimentale è riportata in Figura 3.6.

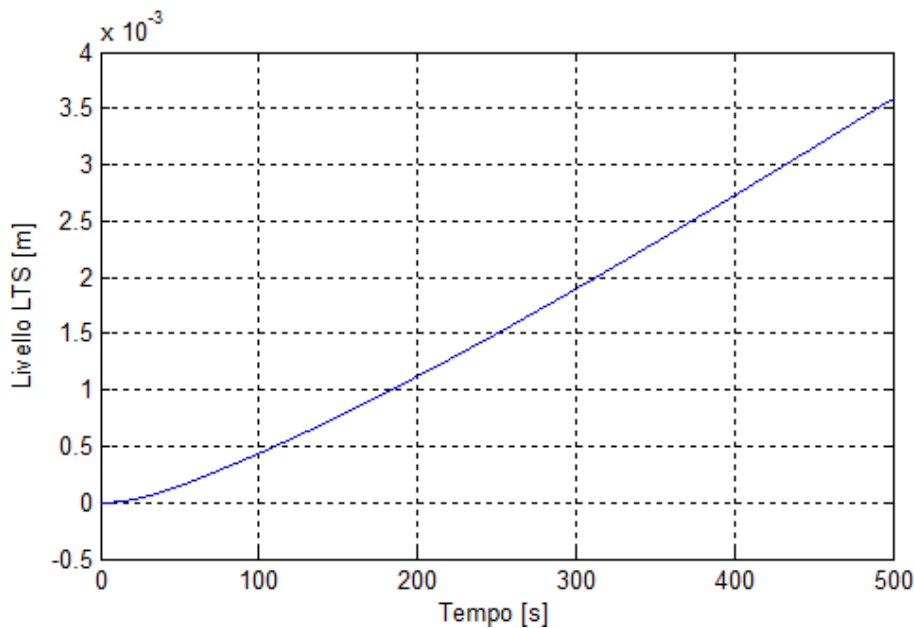


Figura 3.6: Risposta del livello del separatore LTS a una variazione a scalino della valvola *chiller.utility*

<sup>2</sup> È possibile utilizzare la funzione *Matlab lsim()* che permette di simulare la risposta del sistema descritto dalla funzione di trasferimento  $G$  a fronte di un ingresso arbitrario.

Viene introdotto un integratore nel modello da identificare che descriva la componente divergente a bassa frequenza. Per l'identificazione delle dinamiche stabili si noti l'assenza di un punto angoloso all'istante  $t = 0$  s che suggerisce l'aggiunta di un polo asintoticamente stabile. Avendo definito  $g = 1$ ,  $n_p = 1$ ,  $n_z = 0$ , si minimizza il funzionale di costo basato sulla storia temporale raccolta per la stima dei due parametri liberi della funzione di trasferimento  $G_n(z)$  corrispondenti al guadagno e alla posizione del polo. Si riportano in Figura 3.7 l'andamento dell'uscita sperimentale e la risposta del sistema identificato  $G_n(z)$ .

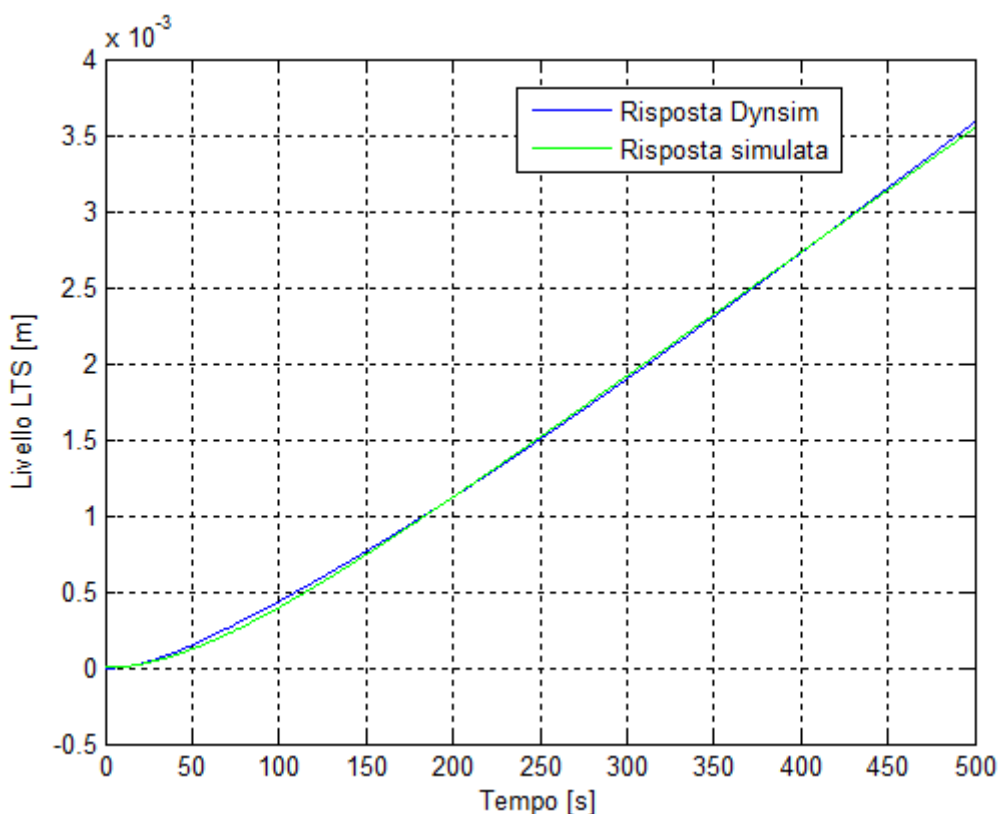


Figura 3.7: Risposta del sistema identificato e del sistema reale per la coppia (chiller.utility,LTS.L)

### 3.2.3 Limiti della procedura adottata

A causa dell'instabilità dell'equilibrio attorno a cui si vuole ottenere un modello dell'impianto, l'identificazione basata sull'eccitazione delle variabili di controllo con un segnale a scalino introduce alcune problematiche sia in termini di ampiezza dell'eccitazione, sia in termini di durata dell'acquisizione delle storie temporali. Un'altra problematica riscontrata è associabile all'incertezza del valore degli ingressi di equilibrio. Infine è stata riscontrato un ulteriore problema relativo alla convergenza del problema di ottimizzazione impostato.

### Ampiezza del segnale d'eccitazione e durata dell'acquisizione

La variazione a scalino del valore del controllo di equilibrio individuato deve essere limitata in modo tale da mantenere l'impianto in un intorno sufficientemente piccolo dell'equilibrio attorno a cui si identifica il modello. L'allontanamento dell'impianto dalla condizione nominale introduce notevoli rischi per quanto riguarda la sicurezza impiantistica e ambientale. Si rischia inoltre di sollecitare le dinamiche non lineari o incorrere in saturazioni che non possono essere identificate con un sistema lineare. Allo stesso tempo una variazione troppo piccola del valore di equilibrio renderebbe impossibile distinguere la componente delle uscite  $y(k)$  dipendente dall'eccitazione dalle componenti di rumore. Fenomeni analoghi sono riscontrabili effettuando acquisizioni eccessivamente prolungate nel tempo, che porterebbero l'impianto lontano dalle condizioni operative nominali, a causa della natura instabile dell'equilibrio, della conoscenza solo parziale del valore di equilibrio  $\bar{u}$ . D'altra parte l'acquisizione di storie temporali eccessivamente brevi inficerebbe i risultati di una buona identificazione alle basse frequenze, che necessita di lunghi tempi di acquisizione.

### Incertezza sul valore degli ingressi di equilibrio

Definiamo  $\delta u$  l'errore commesso sulla stima del valore di equilibrio delle variabili di controllo:

$$\bar{u} = \tilde{u} + \delta u$$

Assegnando alle variabili d'ingresso il valore  $\tilde{u}$ , l'uscita  $y(k)$  subirà una lenta deriva  $\delta y(k)$  sovrapposta al valore di equilibrio  $\bar{y}$  dovuta alla presenza dell'azione integrale.

Si indicano con  $u(k)$  il segnale di eccitazione utilizzato (forzamento) per l'identificazione che verrà sovrapposto al valore di regime  $\tilde{u}$  e con  $y(k)$  l'uscita depolarizzata del valore di regime  $\bar{y}$ :

Per il principio di sovrapposizione degli effetti si può considerare la storia temporale dell'uscita  $y(k)$  come la sovrapposizione del disturbo di deriva  $\delta y(k)$  e della componente di risposta al forzamento  $y_f(k)$  imposto ai fini dell'identificazione:

$$y(k) = y_f(k) + \delta y(k)$$

Raccogliendo una storia temporale dell'uscita  $y(k)$  a fronte di un ingresso nullo si può ottenere una stima  $\delta \tilde{y}(k)$  della deriva  $\delta y(k)$  che influenza la variabile d'uscita.

In aggiunta all'utilizzo del valore costante nel tempo  $\bar{y}$ , si può depolarizzare la storia temporale delle uscite misurate a seguito dell'eccitazione con la storia temporale della deriva stimata  $\delta \tilde{y}(k)$  migliorando così l'affidabilità dei dati raccolti.

Si riporta in Figura 3.8 la risposta del livello del separatore LTS (uscita  $y_{13}$ ) a fronte di una variazione a scalino dell'apertura della valvola *chiller.utility* (ingresso  $u_{12}$ ) prima e dopo la depolarizzazione con la deriva stimata  $\delta\tilde{y}(k)$ .

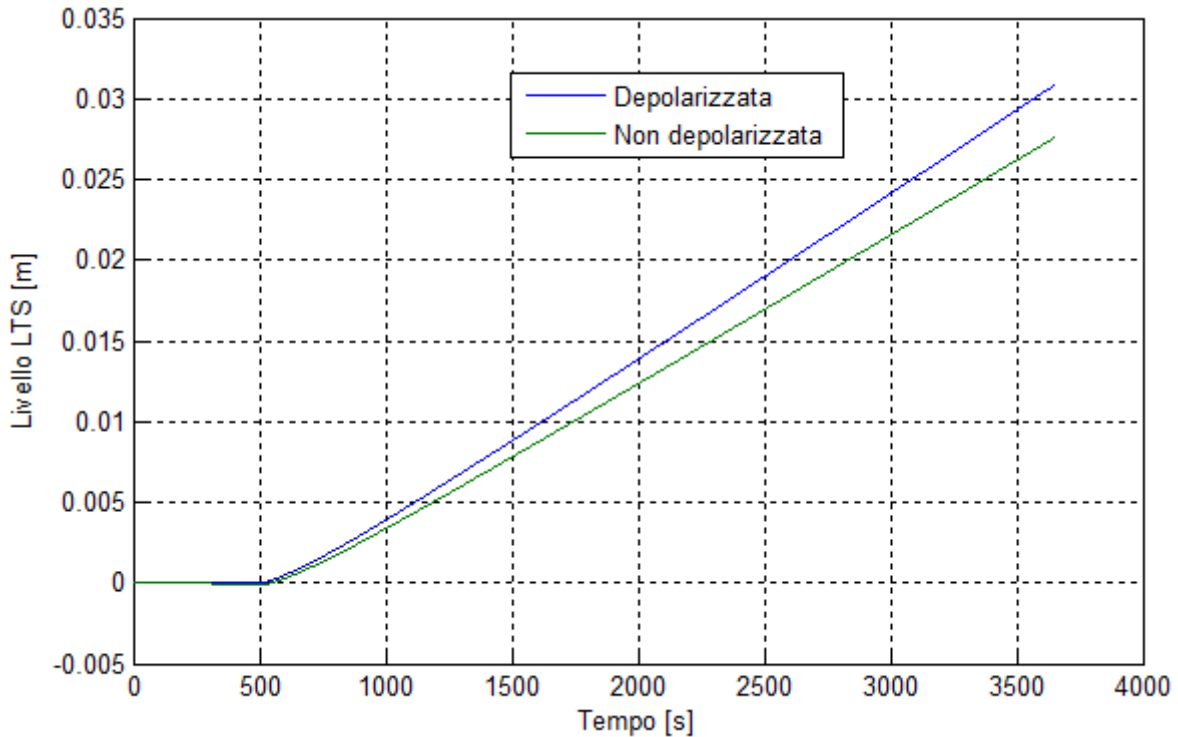


Figura 3.8: Risposta allo scalino del livello del separatore LTS depolarizzato con la stima della deriva  $\delta\tilde{y}(k)$

Si noti come tale soluzione è realmente percorribile solo se si utilizzano dati simulati, mentre risulterebbe difficilmente applicabile in una raccolta dati su un impianto reale. La presenza di disturbi esogeni che agiscono sulle variabili d'uscita renderebbe la variazione dal valore di regime  $\delta\tilde{y}(k)$  differente ad ogni prova sperimentale.

### Convergenza del problema di ottimizzazione

La minimizzazione è ottenuta attraverso il metodo del semplice di *Nelder-Mead*<sup>3</sup>, un metodo di ricerca che può convergere a punti non stazionari a causa della sua natura euristica. In aggiunta non si ha alcuna garanzia riguardo la convessità del problema e la minimizzazione può individuare come soluzione ottima un minimo locale del funzionale di costo  $V(G_n(z))$ , fornendo risultati inaccettabili. La combinazione di questi due fattori rende la strategia di minimizzazione fortemente sensibile alle condizioni iniziali da cui si avvia la minimizzazione e al numero  $N$  di punti che vengono utilizzati.

<sup>3</sup> Algoritmo implementato dalla funzione *Matlab fminsearch()* utilizzata per la minimizzazione

Nei casi in cui siano stati riscontrati evidenti problemi di convergenza dell'algoritmo ad un valore ottimo, sono state modificate le condizioni iniziali coerentemente con le ipotesi fatte analizzando la risposta allo scalino, ottenendo anche in questi casi una buona aderenza tra le curve simulate e le curve sperimentali.

Per alcune coppie  $(i,j)$  il modello identificato presenta delle coppie zero-polo a frequenze molto vicine tra loro. Per motivi numerici associati ai guadagni molto bassi delle funzioni di trasferimento, alla vicinanza zero-polo e all'instabilità delle dinamiche considerate, non è stato possibile ottenere una simulazione soddisfacente della risposta del sistema,  $y_G(k)$ . La soluzione adottata in questi casi consiste nell'identificare una funzione di trasferimento a tempo continuo con le procedure proposte che è stata in un secondo momento discretizzata<sup>4</sup>.

### 3.2.4 Risultati della procedura di identificazione e riduzione del modello

Le funzioni di trasferimento ottenute attraverso le procedure descritte sono riportate nella matrice  $\mathbb{T}(z)$ :

$$\mathbb{T}(z) = \begin{bmatrix} \frac{-0.003027}{z^2-z} & \frac{0.0001947}{z^3-1.929z^2+0.9293z} & \frac{6.3 \cdot 10^{-7}}{z^2-2z+1} & \frac{8.485 \cdot 10^{-6}}{z^2-1.94z+0.9399} \\ \frac{-3.549z+3.533}{z^2-1.837z+0.8371} & \frac{-20.5z+20.43}{z^3-1.926z^2+0.9264} & \frac{-0.007912}{z^2-1.91z+0.91} & \frac{-0.9218z+0.9094}{z^4-1.931z^3+0.931z^2} \\ -0.00244 & 0.08382 & -0.04974 & 0.007363 \\ \frac{z^4-0.9907z^3}{-1.827 \cdot 10^{-5}} & \frac{z^3-1.726z^2+0.7274z}{0.0007812} & \frac{z^2-1.544z+0.5453}{8.765 \cdot 10^{-7}} & \frac{z^2-1.472z+0.4735}{-0.001465} \\ \frac{z-0.9773}{z-0.9773} & \frac{z^3-z^2}{z^3-z^2} & \frac{z^2-1.998z+0.9976}{z^2-1.998z+0.9976} & \frac{z^2-z}{z^2-z} \end{bmatrix}$$

Per ovviare alle problematiche che verranno discusse in seguito, si è deciso di considerare solo le relazioni ingresso-uscita significative. Osservando le risposte a variazioni a scalino della medesima ampiezza delle variabili di ingresso, sono state individuate quali funzioni fossero effettivamente rilevanti e quali fossero invece trascurabili. Si faccia riferimento alla Figura 3.9, dove vengono evidenziate le relazioni ritenute significative.

<sup>4</sup> Si consideri l'utilizzo della funzione *Matlab c2d()* per la discretizzazione di una funzione di trasferimento continua



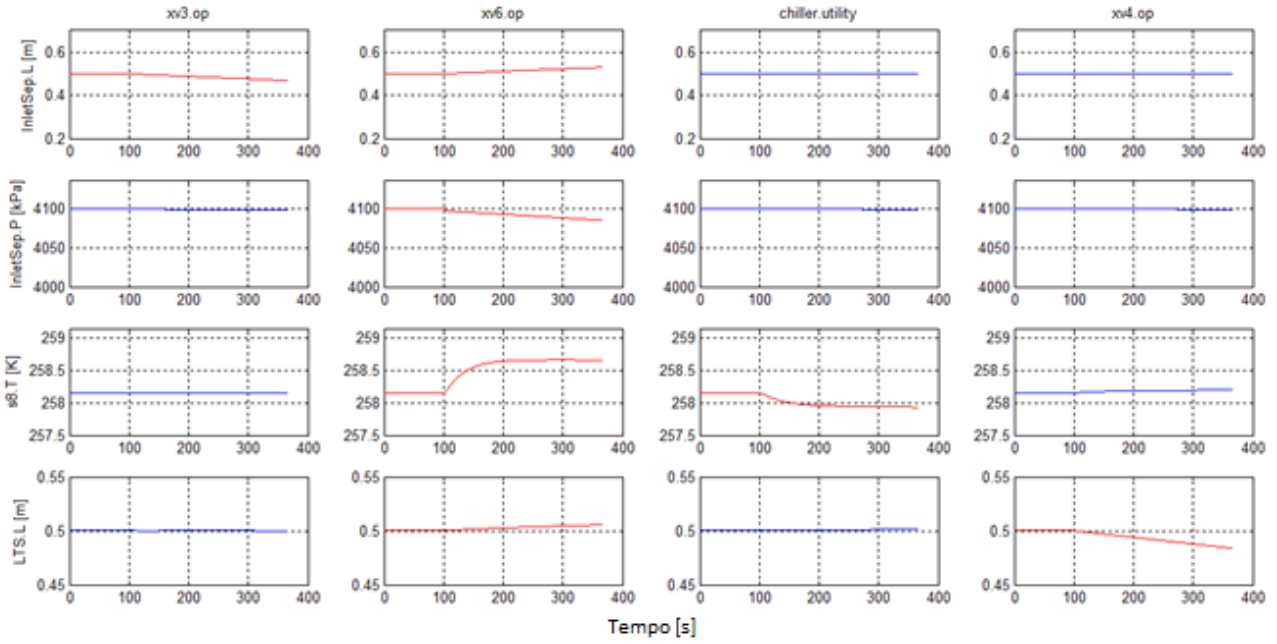


Figura 3.9: Relazioni ingresso-uscita significative

La matrice  $\mathbb{G}(z)$  contiene le funzioni di trasferimento  $G^{ij}$  rappresentanti le dinamiche significative.

$$\mathbb{G}(z) = \begin{bmatrix} G^{11} & G^{12} & 0 & 0 \\ G^{21} & G^{22} & 0 & 0 \\ 0 & G^{32} & G^{33} & 0 \\ 0 & G^{42} & 0 & G^{44} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

La (3.6) mostra chiaramente come la divisione in sottosistemi adottata nel Paragrafo 3.1.1 sia corretta, in quanto le funzioni di trasferimento che rappresentano le dinamiche che intercorrono tra gli ingressi  $u_{11}$ ,  $u_{21}$  e le uscite  $y_{11}$ ,  $y_{21}$  sono tutte 4 presenti e non trascurabili. Per quanto riguarda le dinamiche che intercorrono tra  $u_{12}$  e  $y_{12}$ ,  $u_{13}$  e  $y_{13}$ , esse sono rappresentate da una funzione di trasferimento non trascurabile ( $G^{33}(z)$  e  $G^{44}(z)$ , rispettivamente). Per quanto riguarda le funzioni di trasferimento che rappresentano le dinamiche di interconnessione tra i diversi sottosistemi, è necessario evidenziare come siano presenti solo quelle tra i sottosistemi  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$  e i sottosistemi  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_3$ . Tale situazione permette di considerare una struttura “a cascata” per il sistema complessivo, semplificando notevolmente l’implementazione degli schemi di controllo distribuito che si basano sulla conoscenza delle interazioni tra i singoli sottosistemi.

Non è stato possibile ulteriormente validare le considerazioni sovraesposte conducendo un'analisi dettagliata e rigorosa utilizzando metodi matematici come la decomposizione basata sulla *Relative Gain Array Matrix* (RGA) o basata sui gramiani di osservabilità e controllabilità, poiché la presenza di integratori impedisce l'utilizzo di queste procedure.

### 3.2.5 Validazione delle funzioni di trasferimento identificate

La validazione della matrice di trasferimento  $G(z)$  viene svolta applicando contemporaneamente a tutti gli ingressi dell'impianto simulato con la piattaforma *DynSim* un rumore bianco a media nulla. Vengono raccolti gli andamenti delle uscite dell'impianto simulato con *DynSim*, a fronte del segnale d'eccitazione applicato, e confrontati con l'andamento che si ottiene simulando in ambiente *Matlab* l'andamento delle variabili d'uscita.<sup>5</sup>

Sono riportati in Figura 3.10 i risultati della validazione eseguita.

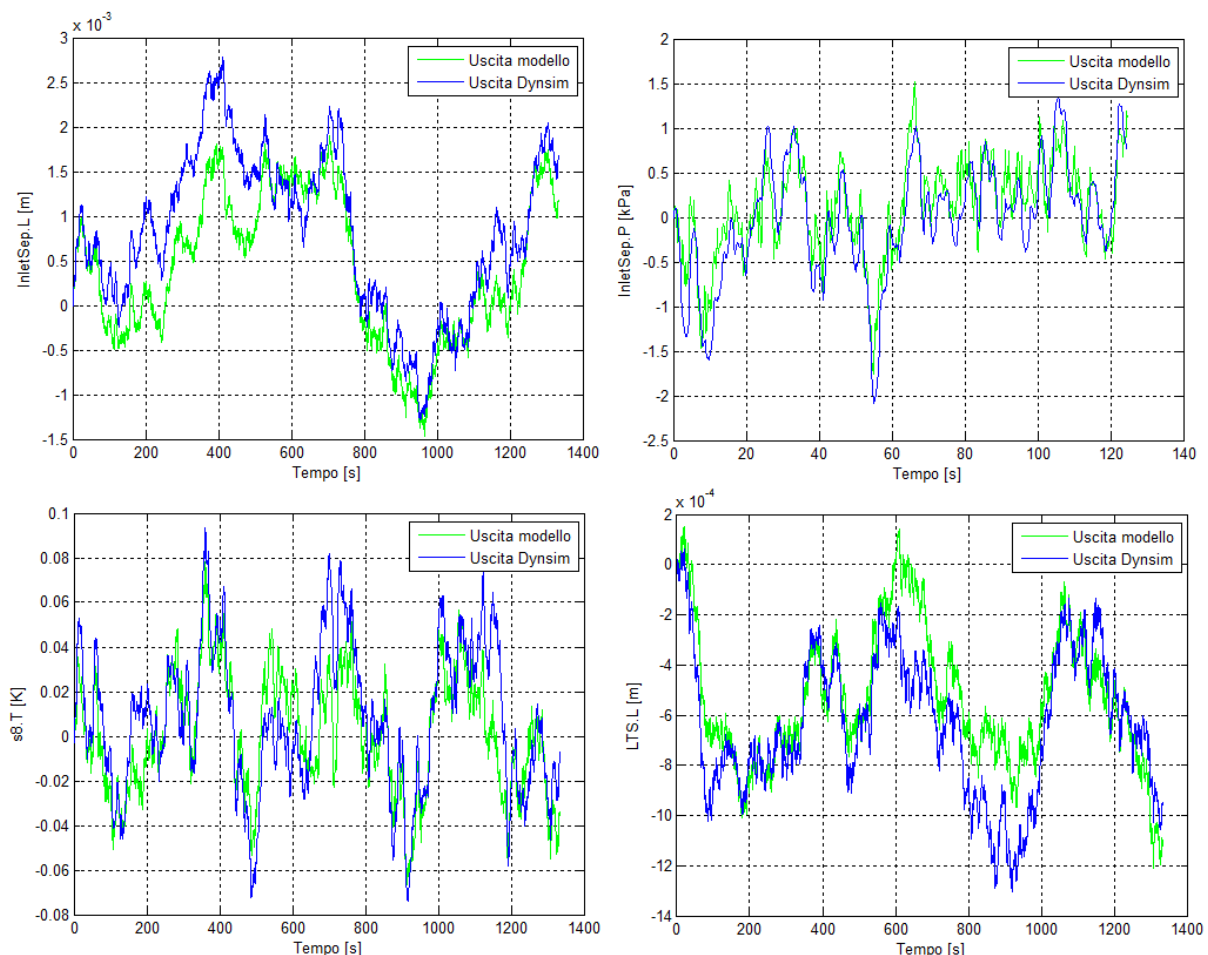


Figura 3.10: Validazione LTS.L

<sup>5</sup> È possibile utilizzare la funzione *Matlab lsim()* che permette di simulare la risposta del sistema descritto dalla funzione di trasferimento  $G$  a fronte di un ingresso arbitrario.

Attraverso i risultati ottenuti dalla validazione effettuata è possibile affermare che l'identificazione delle funzioni di trasferimento e la relativa scelta delle funzioni significative sono corrette in quanto la Figura 3.10 mette in evidenza come siano state ricostruite correttamente tutte le relazioni ingresso-uscita dell'impianto in esame. Le uscite ottenute dal modello identificato, anche discostandosi leggermente da quelle ottenute dall'impianto simulato in *DynSim*, sono comunque accettabili in quanto si tratta di piccole differenze non significative per il problema di controllo dell'impianto complessivo. In particolare si vuole far notare come le uscite del modello identificato di maggiore interesse, quali la pressione del primo separatore e la temperatura della portata in ingresso al secondo separatore siano pressoché identiche a quelle ottenute dalla simulazione in *DynSim*. I risultati ottenuti in questa validazione permetteranno di implementare in ambiente *Simulink* gli schemi di controllo proposti in questa trattazione con maggiore confidenza e sicurezza sulla bontà delle prestazioni che verranno analizzate nel Capitolo 5.

### 3.3 Modelli in spazio di stato per il controllo predittivo

In questo paragrafo verranno esposti i procedimenti adottati che hanno permesso di sviluppare modelli in forma di spazio di stato aventi le strutture e le caratteristiche descritte nel Paragrafo 3.1.2. Verranno inoltre descritte le principali problematiche incontrate.

#### 3.3.1 Problematiche legate alla realizzazione

Si intendono innanzitutto presentare alcune problematiche riscontrate associate alla realizzazione della matrice di trasferimento  $\mathbb{G}(z)$  ottenuta sperimentalmente.

Si consideri ad esempio l'effetto dell'apertura della valvola *xv6* (ingresso  $u_{21}$ ) sulla pressione del separatore d'ingresso (uscita  $y_{21}$ ) e sulla temperatura del flusso *s8* (uscita  $y_{12}$ ). L'aumento del grado di apertura della valvola comporta un aumento di portata volumetrica dei gas incondensabili che vengono liberati nell'ambiente, facendo diminuire la pressione del separatore LTS. A fronte di questa diminuzione di pressione si avrà un conseguente aumento della portata di gas che fluisce attraverso il *chiller*, proveniente dal separatore d'ingresso verso il separatore LTS. Avremo quindi una conseguente caduta di pressione del separatore d'ingresso e un aumento di temperatura del flusso *s8* dovuta all'aumento di portata del flusso refrigerato a parità di flusso refrigerante.

In entrambi i casi l'apertura della valvola influisce contemporaneamente su due variabili d'uscita della sezione considerata e le funzioni di trasferimento identificate avranno quindi dinamiche in comune in virtù dell'interconnessione fisica presente tra gli elementi impiantistici presi in considerazione. Tali dinamiche vengono tuttavia stimate a partire da storie temporali differenti e in problemi di ottimizzazione distinti. È facile quindi immaginare come le dinamiche comuni tra i due sottosistemi siano individuate da poli posizionati a frequenze molto simili, ma distinte tra loro. Se si effettuasse una realizzazione dell'intera matrice di trasferimento  $\mathbb{T}(z)$ , ad ogni differente polo (compresi gli integratori) corrisponderebbe una variabile di stato e quindi un autovalore della matrice  $A$ . Di conseguenza da tale procedimento si otterrebbe un modello sovradimensionato che introdurrebbe alcune problematiche che verranno esposte nel dettaglio di seguito.

Si noti inoltre, dal momento che le variabili di stato del sistema non sono direttamente correlabili a variabili fisiche dell'impianto, esse non possono essere misurate in modo diretto. Si rende quindi necessaria l'implementazione di osservatori che stimino lo stato  $x(k)$  a partire dalla conoscenza dei valori delle variabili d'ingresso e d'uscita.

L'osservabilità e la raggiungibilità del modello identificato diventano proprietà indispensabili e non necessariamente garantite per una generica realizzazione in spazio di stato della matrice  $\mathbb{G}(z)$ . Si noti infatti che la presenza di integratori può essere particolarmente critica.

I metodi utilizzati per la riduzione in forma minima del sistema si basano sul calcolo del rango delle matrici di osservabilità  $\mathcal{O}$  e controllabilità  $\mathcal{C}$ :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad \mathcal{C} = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

Alcuni problemi di natura numerica possono essere riscontrati nello svolgere queste operazioni, infatti per matrici di grandi dimensioni non ben condizionate, una valutazione numerica del rango risulta fortemente dipendente dalla *tolerance* con cui vengono selezionati i valori singolari<sup>6</sup>, fornendo quindi risultati talvolta non attendibili.

---

<sup>6</sup> Si consideri l'utilizzo della funzione *Matlab rank()* che calcola il rango come il numero di valori singolari maggiori di una determinata *tolerance*.

### 3.3.2 Procedura per la realizzazione dei modelli orientati al controllo

#### (a) Modello per il controllore centralizzato

Partendo dalla matrice di trasferimento  $\mathbb{G}(z)$ , presentata in (3.6), viene calcolata una realizzazione in spazio di stato utilizzando il comando *Matlab ss()*. Tale realizzazione viene successivamente resa minima utilizzando il comando *Matlab minreal()*. Da tale procedura si ottiene come risultato un sistema di ordine 13, per cui le proprietà strutturali esposte nel Paragrafo 3.1.2(a) di rivelabilità e stabilizzabilità sono verificate.

#### (b) Modello per il controllore decentralizzato

Il modello per il controllore decentralizzato viene ottenuto con una procedura analoga a quella proposta per lo schema di controllo centralizzato. In particolare, le matrici  $(A_{ii}, B_{ii}, C_i)$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  sono ottenute come realizzazioni delle matrici di trasferimento:

$$\mathbb{G}_{11}(z) = \begin{bmatrix} \frac{-0.003027}{z^2 - z} & \frac{0.0001947}{z^3 - 1.929z^2 + 0.9293z} \\ \frac{-3.549z + 3.533}{z^2 - 1.837z + 0.8371} & \frac{-20.5z + 20.43}{z^3 - 1.926z^2 + 0.9264} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{G}_{22}(z) = \left[ \frac{-0.04974}{z^2 - 1.544z + 0.5453} \right]$$

$$\mathbb{G}_{33}(z) = \left[ \frac{-0.001465}{z^2 - z} \right]$$

Il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  risulta di ordine 7 mentre i sottosistemi  $\mathcal{S}_2$  ed  $\mathcal{S}_3$  sono di ordine 2. Tutti e tre i sottosistemi in cui si è deciso di suddividere il sistema complessivo rispettano le proprietà strutturali di rivelabilità e stabilizzabilità richieste nel Paragrafo 3.1.2(b).

#### (c) Modello per il DMPC cooperativo

Come discusso nel Paragrafo 3.1.2(c), applicando i principi teorici per la realizzazione del modello orientato al controllo dello schema DMPC cooperativo non è stato possibile pervenire, attraverso la procedura descritta, ad una forma in cui fosse verificata l'ipotesi che la coppia  $(\underline{A}_i, \underline{B}_i)$  sia stabilizzabile, come richiesto nel Paragrafo 3.1.2(c).

L'impossibilità di verificare le ipotesi strutturali richieste ha portato ad adottare come modello per questo controllore un modello ottenuto con la procedura alternativa descritta nel Paragrafo 3.1.2(c) (*metodo alternativo*). In questo modo sono stati ottenuti tre modelli nella forma (3.3). Attraverso la procedura alternativa spiegata nel Paragrafo 3.1.2(c), si ottengono quindi tre sottomodelli di ordine 13, che verificano le ipotesi di stabilizzabilità della coppia  $(A, B)$  e di rivelabilità della coppia  $(A, C)$ , in quanto ottenuti a partire da un modello centralizzato. Validando l'ipotesi di rivelabilità della coppia  $(A, C)$ , è possibile realizzare tre osservatori dello stato "centralizzati" i quali, avendo una conoscenza piena della matrice  $A$  e di tutte le variabili d'uscita, possono stimare tutti gli stati del sistema complessivo, evitando la trasmissione delle variabili di stato che non possono essere stimate da osservatori realizzati a partire dai sottomodelli come proposto in [13]. Un'analisi più approfondita delle problematiche relative alla realizzazione degli osservatori dello stato viene proposta nel Paragrafo 4.5.4 di questa Tesi. La verifica dell'ipotesi strutturale di stabilizzabilità della coppia  $(A, B)$  e la natura cooperativa dell'algoritmo proposto garantiscono invece che ogni regolatore locale calcoli una legge di controllo che renda stabile in anello chiuso sia il singolo sottosistema d'appartenenza, che il sistema complessivo.

#### **(d) Modello per il DMPC non cooperativo**

Viene ora brevemente descritto il procedimento proposto e adottato per ottenere modelli del tipo (3.4) a partire dalla matrice delle funzioni di trasferimento  $\mathbb{G}(z)$ . In primo luogo è necessario individuare la presenza di poli comuni ai sottosistemi che definiremo *poli di interconnessione*.

In riferimento alla suddivisione in sottosistemi precedentemente introdotta e all'equazione (3.6) si noti come le uniche interconnessioni tra i diversi sottosistemi si realizzano tramite le funzioni di trasferimento  $G^{32}(z)$  e  $G^{42}(z)$ . Da ciò si deriva che:

$$\mathcal{N}_2 = \{\mathcal{S}_1\}$$

$$\mathcal{N}_3 = \{\mathcal{S}_1\}$$

$$\mathcal{N}_1 = \{\}$$

Si riportano le funzioni di trasferimento di interconnessione  $G^{32}(z)$  e  $G^{42}(z)$ :

$$G^{32}(z) = \frac{0.08382z^{-1}}{(z - 0.9953)(z - 0.7308)} \quad (3.7)$$

$$G^{42}(z) = \frac{0.0007812z^{-2}}{(z - 1)} \quad (3.8)$$

e le funzioni di trasferimento  $G^{12}(z)$  e  $G^{22}(z)$  locali del sottosistema  $\mathcal{S}_1$ :

$$G^{12}(z) = \frac{0.0001947z^{-1}}{(z - 1)(z - 0.9293)}$$

$$G^{22}(z) = \frac{-20.5(z - 0.9966)z^{-1}}{(z - 1)(z - 0.9264)}$$

È possibile individuare come *poli di interconnessione* il “ritardo”  $z^{-1}$  presente nella  $G^{32}$  e l’integratore presente nella  $G^{42}$ , entrambi presenti nelle funzioni di trasferimento locali  $G^{12}$  e  $G^{22}$  del sottosistema  $\mathcal{S}_1$ .

#### (d.1) Partizione del sottosistema $\mathcal{S}_1$

Dato che il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  non presenta *vicini* si vuole ottenere in primo luogo, una realizzazione in spazio di stato raggiungibile e osservabile del sistema  $\mathcal{S}_1$  in cui le variabili di stato associate ai *poli di interconnessione* occupino una precisa posizione del vettore degli stati  $x_1$ .

In riferimento allo schema riportato in Figura 3.11 si partiziona il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  in due sistemi  $\mathcal{S}_1^\lambda$  e  $\mathcal{S}_1^e$ .

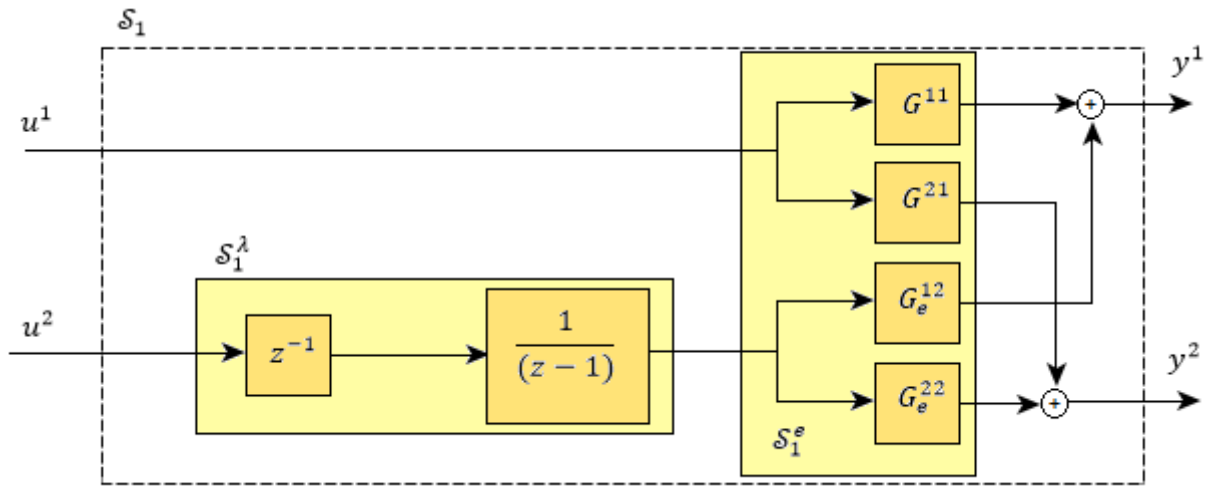


Figura 3.11: Scomposizione del sistema  $S_1$

Il sistema  $S_1^\lambda$  contiene esclusivamente le dinamiche di interconnessione e sarà descritto dal modello in spazio di stato:

$$\begin{cases} x_{11}^\lambda(k+1) = A^\lambda x_{11}^\lambda(k) + B^\lambda u_1 \\ y_1^\lambda = C^\lambda x_{11}^\lambda(k+1) \end{cases}$$

dove

$$A^\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B^\lambda = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C^\lambda = [0 \quad 1]$$

Con il sistema  $S_1^e$  sono descritte tutte le altre dinamiche del sottosistema  $S_1$ . Per ottenere una rappresentazione in spazio di stato del sistema  $S_1^e$  si considerino le funzioni di trasferimento:

$$G_e^{12}(z) = \frac{0.0001947}{(z - 0.9293)}$$

$$G_e^{22}(z) = \frac{-20.5(z - 0.9966)}{(z - 0.9264)}$$

A partire dalle quali si può ottenere la forma di stato:

$$\begin{cases} x_{11}^e(k+1) = A^e x_{11}^e(k) + [B_u^e \quad B_y^e] u_1^e(k) \\ y_1(k) = C^e x_{11}^e(k) + [D_u^e \quad D_y^e] u_1^e(k) \end{cases}$$



dove il vettore degli ingressi  $u_1^e$  del sottosistema  $S_1^e$  è costituito dagli ingressi  $u_1$  a cui si aggiungono le uscite  $y_1^\lambda$  del sottosistema  $S_1^\lambda$ :

$$u_1^e = \begin{bmatrix} u_1 \\ y_1^\lambda \end{bmatrix}$$

La realizzazione complessiva del sistema  $S_1$  è ottenuta allargando lo stato del sistema  $S_1^e$  con le variabili di stato  $x_{11}^\lambda$ :

$$x_1 = \begin{bmatrix} x_{11}^e \\ x_{11}^\lambda \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1(k+1) = A_{11}x_1(k) + B_{11}u_1(k) \\ y_1(k) = C_{11}x_1(k) \end{cases}$$

Dove  $A_{11} = \begin{bmatrix} A^e & B_y^e C^\lambda \\ 0 & A^\lambda \end{bmatrix}$ ,  $B_{11} = \begin{bmatrix} B_u^e \\ B^\lambda \end{bmatrix}$ ,  $C_{11} = [C^e \quad D_y^e]$

### (d.2) Modello in spazio di stato delle FTI

La realizzazione in spazio dei sistemi di interconnessione è ottenuta definendo, in primo luogo, a partire da (3.7) e (3.8), le funzioni di trasferimento:

$$G_e^{32}(z) = \frac{0.08382}{(z - 0.9953)(z - 0.7308)}$$

$$G_e^{42}(z) = 0.0007812z^{-1}$$

a partire dalle quali si possono ottenere le realizzazioni in spazio di stato nella forma:

$$\begin{cases} x_{21}(k+1) = A_{21}x_{21}(k) + B_{21}x_{11}^\lambda \\ y_2(k) = C_{21}x_{21}(k) \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} x_{31}(k+1) = A_{31}x_{31}(k) + B_{31}x_{11}^\lambda \\ y_3(k) = C_{31}x_{31}(k) \end{cases} \quad (3.10)$$

**(d.3) Modello in spazio di stato del sottosistema  $\mathcal{S}_2$**

La procedura presentata di seguito è applicata al solo sottosistema  $\mathcal{S}_2$ . Analogamente è stato definito il modello del sottosistema  $\mathcal{S}_3$ .

Si ottiene una realizzazione in spazio di stato del sottosistema  $\mathcal{S}_2$  a partire dalla funzione di trasferimento  $G^{33}$ :

$$\begin{cases} x_{22}(k + 1) = A_{22}x_{22}(k) + B_{22}u_2(k) \\ y_{22}(k) = C_{22}x_{22}(k) \end{cases} \quad (3.11)$$

Analogamente a quanto effettuato per il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  si otterrà un modello nella forma semplificata (3.5) allargando lo stato del sistema (3.11) e introducendo le dinamiche delle funzioni di trasferimento di interconnessione descritte dal sistema (3.9):

$$x_2 = \begin{bmatrix} x_{22} \\ x_{21} \end{bmatrix}$$

$$x_2(k + 1) = A_{22}x_2(k) + B_{22}u_2(k) + A_{21}x_{11}^\lambda(k)$$

dove:

$$A_{22} = \begin{bmatrix} A_{22} & 0 \\ 0 & A_{21} \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{bmatrix} B_{22} \\ 0 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_{21} \end{bmatrix}$$

**3.3.3 Confronto dei modelli ottenuti**

Si propone ora un confronto tra i modelli ottenuti nel Paragrafo 3.3.2.

	<b>MPC centralizzato</b>	<b>MPC decentralizzato</b>	<b>DMPC cooperativo</b>	<b>MPC non cooperativo</b>
<b>Numero di sottosistemi</b>	-	3	3	3
<b>Ordine del sistema</b>	13	$\mathcal{S}_1: 7$ $\mathcal{S}_2: 2$ $\mathcal{S}_3: 2$	$\mathcal{S}_1: 13$ $\mathcal{S}_2: 13$ $\mathcal{S}_3: 13$	$\mathcal{S}_1: 7$ $\mathcal{S}_2: 4$ $\mathcal{S}_3: 3$
<b>Numero di variabili d'ingresso</b>	4	$\mathcal{S}_1: 2$ $\mathcal{S}_2: 1$ $\mathcal{S}_3: 1$	$\mathcal{S}_1: 2$ $\mathcal{S}_2: 1$ $\mathcal{S}_3: 1$	$\mathcal{S}_1: 2$ $\mathcal{S}_2: 1$ $\mathcal{S}_3: 1$
<b>Numero di variabili d'uscita</b>	4	$\mathcal{S}_1: 2$ $\mathcal{S}_2: 1$ $\mathcal{S}_3: 1$	$\mathcal{S}_1: 2$ $\mathcal{S}_2: 1$ $\mathcal{S}_3: 1$	$\mathcal{S}_1: 2$ $\mathcal{S}_2: 1$ $\mathcal{S}_3: 1$

Tabella 3.2: Confronto tra modelli

Dalla Tabella 3.2 è possibile notare come il modello ottenuto per lo schema di controllo DMPC cooperativo presenti tre sottosistemi di ordine 13 poiché ognuno di essi è stato realizzato a partire da un modello centralizzato attraverso il *metodo alternativo* presentato nel Paragrafo 3.1.2(c) di questo capitolo. L'elevato ordine del sistema ottenuto per ogni sottomodello potrebbe risultare dissonante con il concetto di schema di controllo distribuito, che generalmente presenta sottomodelli di ordine inferiore rispetto al modello ottenibile per un controllore centralizzato. Nonostante ciò, valutando il numero di variabili d'ingresso e d'uscita di ogni sottosistema, l'utilizzo dello schema DMPC cooperativo risulta ancora vantaggioso rispetto a una metodologia centralizzata, in quanto l'azione di controllo di ogni sottosistema è calcolata per un numero minore di variabili manipolabili rispetto a quella complessiva del regolatore centralizzato, il quale deve calcolare contemporaneamente 4 valori da attuare dell'impianto ad ogni istante  $k$ . Infatti il calcolo delle differenti azioni di controllo dei tre regolatori dello schema DMPC cooperativo avviene in parallelo, riducendo i tempi computazionali relativi alla risoluzione dell'algoritmo.

Sempre a partire dai numeri riportati in Tabella 3.2 si può notare come lo schema MPC decentralizzato e quello DMPC non cooperativo, a fronte di uno stesso numero di variabili d'ingresso e uscita per ogni sottosistema, presentino alcuni sottomodelli di ordine differente. I sottomodelli relativi ai sottosistemi  $\mathcal{S}_2$  e  $\mathcal{S}_3$  del controllore MPC decentralizzato risultano di ordine minore poiché il modello ottenuto non tiene conto delle funzioni di interazione tra i diversi sottosistemi, mentre il controllore DMPC non cooperativo ha piena conoscenza delle funzioni di interazione tra sottosistemi *vicini* e quindi tiene in considerazione un maggior numero di funzioni di trasferimento della matrice (3.6) con un conseguente aumento dell'ordine dei sottosistemi  $\mathcal{S}_2$  e  $\mathcal{S}_3$ . Entrambi gli schemi di controllo invece tengono in considerazione tutte le funzioni di trasferimento presentate in (3.6) relative all'unità costituita dal separatore d'ingresso per cui si ottiene in tutti e due i casi un sottomodello di ordine 7 per il sottosistema  $\mathcal{S}_1$ .

# Capitolo 4

## Schemi di controllo predittivo

Lo scopo di questo capitolo è quello di presentare una trattazione teorica e dettagliata degli schemi di controllo implementati per la sezione di refrigerazione trattata in questa Tesi. Gli algoritmi verranno presentati, in un primo momento, nella loro formulazione integrale, senza tenere in considerazione possibili variazioni conseguenti a semplificazioni introdotte nel Capitolo 3. Solo successivamente saranno espone le scelte realizzative ed implementative adottate per il progetto degli algoritmi di controllo presentati in questo capitolo. Infine, saranno riportate ed analizzate le simulazioni ottenute in ambiente *Simulink* degli schemi di controllo implementati.

La trattazione verrà condotta descrivendo in primo luogo lo schema di controllo MPC centralizzato che, considerando la totalità delle interconnessioni presenti nell'impianto, è in grado di individuare un'azione di controllo che ottimizza le prestazioni del sistema nel suo complesso. Per questo motivo tale schema di controllo verrà considerato come riferimento per valutare le prestazioni degli schemi di controllo decentralizzati e distribuiti, anch'essi descritti nel dettaglio in questo capitolo. Si noti tuttavia come la notevole dimensione del modello utilizzato per il controllore centralizzato (identificato nel Paragrafo 3.3.2(a)) introduca alcune problematiche computazionali. Gli schemi di controllo alternativi proposti risultano meno sensibili a queste problematiche computazionali, poiché suddividono il calcolo dell'azione di controllo su diversi processori che possono "lavorare in parallelo" ed inoltre, alcuni di essi, utilizzano modelli di ordine minore (MPC decentralizzato e DMPC non cooperativo).

Nello schema di controllo MPC decentralizzato ogni regolatore pianifica un'azione di controllo che ottimizza solamente le prestazioni del sottosistema di appartenenza, trascurando totalmente l'effetto che tale strategia può avere sui problemi di controllo degli altri sottosistemi.

L'assenza di cooperazione tra i diversi regolatori porterà, ad ogni istante  $k$ , a una situazione in cui ogni regolatore non potrà migliorare ulteriormente le proprie prestazioni agendo solamente sulla propria azione di controllo, nonostante sarebbe possibile migliorare le prestazioni globali del sistema modificando congiuntamente tutte le strategie. Si noti inoltre come l'aver trascurato totalmente le interazioni tra i diversi sottosistemi non solo pregiudichi l'ottimalità globale del sistema complessivo, ma in alcuni casi possa non garantire la stabilità del sistema in anello chiuso, come già anticipato nel Paragrafo 3.1.2(b).

La modifica congiunta delle strategie, che porta al conseguimento di un'azione di controllo ottima globale e alla stabilità del sistema complessivo, è il fondamento logico su cui è basato lo schema di controllo DMPC cooperativo. Con uno scambio reciproco di informazioni tra i diversi regolatori (fase di negoziazione) le azioni di controllo dei singoli agenti vengono "concordate" prima di essere attuate sull'impianto. Attraverso la negoziazione è possibile ottenere la proprietà di ottimalità globale dello schema di controllo in quanto i singoli regolatori cooperano per individuare un'azione di controllo ottima per il sistema nel suo complesso. Le numerose informazioni scambiate tra i diversi regolatori possono tuttavia costituire un ostacolo considerevole per l'implementazione di tale schema. Si noti ad esempio come il corretto calcolo dell'azione di controllo sia possibile solamente garantendo che la trasmissione dei dati tra un regolatore e l'altro avvenga in un tempo prestabilito. All'aumentare del numero di informazioni circolanti nell'impianto il soddisfacimento di tale requisito può risultare difficile.

Lo schema di controllo DMPC non cooperativo risolve efficacemente le principali problematiche descritte per i diversi schemi di controllo quali la dimensione elevata del modello (MPC centralizzato), la possibile instabilità del sistema complessivo (MPC decentralizzato) e l'elevato scambio di informazioni (DMPC cooperativo). Nello schema di controllo DMPC non cooperativo ogni regolatore è a conoscenza dell'azione di controllo futura che i controllori *vicini* intendono attuare sul relativo sottosistema e la tiene debitamente in considerazione per il calcolo della propria azione di controllo. L'incertezza relativa all'azione di controllo futura inviata dai sottosistemi *vicini* viene considerata dal singolo regolatore ricevente come un disturbo noto a priori che, se opportunamente reiettato, permette la regolazione robusta del sottosistema d'appartenenza del singolo regolatore e di conseguenza garantisce la stabilità in anello chiuso del sistema complessivo.

Inoltre lo scambio di informazioni avviene una sola volta all'interno del periodo di campionamento, diminuendo notevolmente la quantità di dati scambiati tra i diversi regolatori nello schema DMPC cooperativo. Si noti infine come per questo schema non sia possibile garantire la proprietà di ottimalità globale, ottenibile invece ricorrendo agli schemi di controllo DMPC cooperativo e MPC centralizzato.

## 4.1 Schema di controllo MPC Centralizzato

Si consideri il sistema lineare a tempo discreto introdotto nel Paragrafo 3.1.2(a), qui sotto riportato per maggior chiarezza:

$$x^+ = Ax + Bu \quad (4.1)$$

dove  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  e dove le variabili di stato  $x$  e di controllo  $u$  sono soggette ai vincoli:

$$x \in \mathbb{X} \subseteq \mathbb{R}^n$$

$$u \in \mathbb{U} \subseteq \mathbb{R}^m$$

$\mathbb{X}$  e  $\mathbb{U}$  sono insiemi convessi che contengono l'origine.

### 4.1.1 Il problema di ottimizzazione e il principio *Receding Horizon*

A un dato istante  $k$ , per definire una sequenza di azioni di controllo lungo un orizzonte temporale futuro di  $N$  passi, dove  $N$  è detto orizzonte di predizione:

$$u(k:k+N-1) = \{u(k), \dots, u(k+N-1)\}$$

viene impostato un problema di ottimizzazione definendo un funzionale di costo espresso genericamente come:

$$V(x(k), u(k:k+N-1)) = \sum_{\tau=k}^{k+N-1} l(x(\tau), u(\tau)) + V_f(x(k+N))$$

dove  $l(x(\tau), u(\tau))$  è detto *stage cost* ed è una funzione positiva che “pesa” le variabili di stato e di controllo lungo l'orizzonte di predizione, mentre  $V_f(x(k+N))$  è detto peso terminale ed è una funzione anch'essa positiva che “pesa” solo lo stato finale.

Nel seguito si definiranno funzionali di costo quadratici:

$$l(x(\tau), u(\tau)) = \|x(\tau)\|_Q^2 + \|u(\tau)\|_R^2$$

$$V_f(x(k+N)) = \|x(k+N)\|_P^2$$

Con le scelte appena introdotte, la cifra di merito può essere riscritta come:

$$V(x(k), u(k:k+N-1)) = \sum_{\tau=k}^{k+N-1} \|x(\tau)\|_Q^2 + \|u(\tau)\|_R^2 + \|x(k+N)\|_P^2 \quad (4.2)$$

L'obiettivo dell'algoritmo di controllo basato su MPC sarà quello di minimizzare la cifra di merito rispettando i vincoli operativi presenti sullo stato e sull'ingresso.

Si cerca quindi di individuare una successione di valori di controllo e una successione dei valori dello stato ottimali rispetto al problema di costo definito:

$$u^o(k:k+N-1) = \{u^o(k), u^o(k+1), \dots, u^o(k+N-1)\}$$

$$x^o(k:k+N) = \{x^o(k), x^o(k+1), \dots, x^o(k+N)\}$$

La strategia di controllo in anello chiuso che si vuole implementare si sviluppa come segue.

All'istante  $k$ , a partire dallo stato del sistema  $x(k)$ , viene calcolata la soluzione ottima  $u^o(k:k+N-1)$  del problema di ottimizzazione:

$$\min_{u(k:k+N-1)} V(x(k), u(k:k+N-1))$$

sotto il vincolo dinamico (4.1), i vincoli statici:

$$x(\tau) \in \mathbb{X}$$

$$u(\tau) \in \mathbb{U}$$

per  $\tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$  e al vincolo terminale:

$$x(k+N) \in \mathbb{X}^f \subseteq \mathbb{R}^n$$

L'insieme  $\mathbb{X}^f$  è detto *set terminale* e verrà meglio definito nel paragrafo successivo.

Il principio *Receding Horizon* prevede che l'ingresso  $u^o(k)$  sia applicato all'istante  $k$ , e che all'istante successivo  $k+1$  si imposti e risolva un analogo problema di ottimizzazione in cui l'orizzonte di predizione è di nuovo di lunghezza  $N$ .

Si noti che non è possibile definire l'insieme  $\mathbb{X}$  in modo esplicito in quanto gli stati del sistema non corrispondono a nessuna variabile fisica dell'impianto. Non risulta quindi possibile definire un insieme entro cui si vogliono vincolare le variabili di stato. Si è scelto quindi di definire l'insieme  $\mathbb{Y}$ , convesso contenente l'origine, entro cui si vogliono vincolare le variabili di uscita dell'impianto  $y(k)$ , tale che  $y(k) \in \mathbb{Y}$ . La definizione dell'insieme  $\mathbb{Y}$  è basata su considerazioni fisiche e geometriche riguardanti l'impianto sotto controllo, evidenziate sinteticamente nella Tabella 3.1. Vincolando le variabili d'uscita, si vincoleranno di conseguenza (in maniera implicita) le variabili di stato, senza definire in modo esplicito l'insieme  $\mathbb{X}$ . Questa considerazione è valida per tutti gli schemi di controllo realizzati. Una trattazione dettagliata delle modalità con cui è possibile vincolare gli stati affinché le variabili d'uscita siano contenute nell'insieme  $\mathbb{Y}$  è riportata in Appendice A.

#### 4.1.2 Definizione del peso finale e del set terminale

Esistono diverse soluzioni per la definizione di opportuni pesi finali  $P$  e set terminali  $\mathbb{X}^f$ . In questa Tesi, per garantire la stabilità in anello chiuso del sistema sotto controllo, viene adottata una soluzione che consiste nel vincolare a zero i modi instabili al termine dell'orizzonte di predizione, mentre il peso finale  $P$  viene definito come descritto in seguito.

Si consideri la scomposizione di *Schur* della matrice  $A$  proposta in [13]:

$$A = \begin{bmatrix} H^s & H^{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^s & - \\ 0 & A^{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^{s'} \\ H^{ns'} \end{bmatrix}$$

Dove  $A^s$  è stabile mentre  $A^{ns}$  contiene tutte le dinamiche instabili del sistema da controllare.

Si calcola quindi la matrice  $\Sigma$  come soluzione dell'equazione di *Lyapunov*:

$$A^{s'} \Sigma A^s - \Sigma = -H^{s'} Q H^s$$

ottenendo la matrice  $P$ , con cui pesare lo stato finale, attraverso la trasformazione:

$$P = H^s \Sigma H^{s'}$$

Il set terminale è definito solamente per gli stati instabili ed è ottenuto vincolando il vettore degli stati finali  $x(k + N)$  attraverso la matrice di trasformazione  $H^{ns}$ :

$$H^{ns'} x(k + N) = 0$$

Il metodo descritto prevede che la legge ausiliaria implicitamente definita sia  $u(k + N) = 0$ , che permette di verificare in modo ricorsivo  $u(k) \in \mathbb{U}$  (in quanto  $0 \in \mathbb{U}$ ), ma non necessariamente  $x(k) \in \mathbb{X}$ . Per garantire la ricorsiva risolubilità e la convergenza del problema di ottimizzazione



impostato, il vincolo sul vettore delle variabili di stato viene definito in modo “soft” introducendo opportune variabili di *slack*, (la cui metodologia è dettagliata in Appendice A), che permettono una violazione temporanea di tale vincolo qualora risultasse necessario per garantire la risolubilità del problema. Si noti infine che, tuttavia, la violazione di vincoli sulle variabili di stato risulti un evento poco probabile, data la distanza delle condizioni nominali di funzionamento dai vincoli operativi presentati nella Tabella 3.1.

## 4.2 Schema di controllo MPC decentralizzato

Lo schema di controllo decentralizzato prevede che i sottosistemi vengano considerati come separati e indipendenti tra loro. Pertanto i problemi di ottimizzazione ad essi associati vengono risolti “in parallelo” dai controllori integrati nei tre sottosistemi. Ogni controllore  $\mathcal{C}_i$  integrato nel sottosistema  $\mathcal{S}_i$  con  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  risolve il seguente problema di ottimizzazione:

$$\min_{u_i(k:k+N-1)} V_i(x_i(k), u_i(k:k+N-1))$$

sotto il vincolo dinamico:

$$x_i(k+1) = A_{ii}x_i(k) + B_{ii}u_i(k)$$

e i vincoli statici:

$$x_i(\tau) \in \mathbb{X}_i$$

$$u_i(\tau) \in \mathbb{U}_i$$

per  $\tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$  e al vincolo terminale:

$$x_i(k+N) \in \mathbb{X}_i^f \subseteq \mathbb{R}^{n_i}$$

La cifra di costo locale è definita, similmente a (4.2), come:

$$V_i(x_i(k), u_i(k:k+N-1)) = \sum_{\tau=k}^{k+N-1} \|x_i(\tau)\|_{Q_i}^2 + \|u_i(\tau)\|_{R_i}^2 + \|x_i(k+N)\|_{P_i}^2$$

Mentre per la scelta dei pesi finali  $P_i$  e dei *set* terminali  $\mathbb{X}_i^f$  si utilizzano dei criteri analoghi a quelli esposti nel Paragrafo 4.1.2.

Si noti tuttavia che, mentre nel caso dello schema di controllo centralizzato una definizione dei pesi e dei *set* terminali opportuna conferisce caratteristiche di stabilità garantite al sistema di

controllo risultante, nel caso del controllo decentralizzato la stabilità e la ricorsiva risolubilità del problema di ottimizzazione non sono garantite a priori, a causa dell'errore di modello derivante dal trascurare le interconnessioni tra i sottosistemi.

### 4.3 Schema di controllo DMPC cooperativo

Si consideri la rappresentazione in spazio di stato del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ , descritta nel Paragrafo 3.1.2(c):

$$x_i^+ = A_i x_i + \sum_{j=1}^3 \bar{B}_{ij} u_j$$

dove le matrici  $A_i$  e  $\bar{B}_{ij}$  sono ottenute come descritto nel Paragrafo 3.1.2(c).

Per ogni controllore  $\mathcal{C}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  si definisce una cifra di costo locale:

$$V_i(x_i(k), u_i(k:k+N-1)) = \sum_{\tau=k}^{k+N-1} \|x_i(\tau)\|_{Q_i}^2 + \|u_i(\tau)\|_{R_i}^2 + \|x_i(k+N)\|_{P_i}^2 \quad (4.3)$$

Si noti come  $V_i$  sia implicitamente funzione sia degli ingressi  $u_i$  del sottosistema  $\mathcal{S}_i$  sia degli ingressi di tutti gli altri sottosistemi  $u_j$  in quanto lo stato  $x_i$  è funzione di tutti gli ingressi  $u_j$ ,  $j \in \mathbb{I}_{1:3}$  di tutti i sottosistemi.

Si definisce una funzione di costo globale  $V$  dell'impianto sotto controllo nel seguente modo:

$$\begin{aligned} V(x_1(k), \dots, x_3(k), u_1(k:k+N-1), \dots, u_3(k:k+N-1)) &= \\ &= \sum_{i=1}^3 \rho_i V_i(x_i(k), u_i(k:k+N-1)) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dove  $\rho_i \in \mathbb{R}$ ,  $\rho_i > 0$  è il peso relativo associato ad ogni sottosistema nella cifra di merito globale.

### 4.3.1 Vincoli sulle variabili di stato e d'ingresso

In maniera analoga a quanto avvenuto nel caso del controllore MPC centralizzato si definiscono dei vincoli sulle variabili di stato e sulle variabili di controllo. Per ogni problema di ottimizzazione associato al sottosistema  $\mathcal{S}_i$  si imporrà che:

$$x_i(\tau) \in \mathbb{X}_i \quad (4.5)$$

$$u_i(\tau) \in \mathbb{U}_i$$

Dove  $\mathbb{X}_i, \mathbb{U}_i$  sono insiemi convessi contenenti l'origine,  $\tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$ .

Si noti tuttavia che il vincolo (4.5) sulle variabili di stato non è previsto nell'algoritmo originario discusso in [13], ma il suo soddisfacimento (in modo "soft") è stato ugualmente richiesto per generalità. Si noti infatti come anche in questo caso la legge ausiliaria implicitamente definita sia  $u(k+N) = 0$ , con cui non risulta comunque possibile garantire il ricorsivo soddisfacimento del vincolo (4.5). Per garantire la risolubilità e la convergenza dei problemi di ottimizzazione risolti ricorsivamente dai tre controllori viene permessa una violazione temporanea di tale vincolo attraverso l'uso di opportune variabili di *slack*, in maniera analoga a quanto descritto per lo schema centralizzato.

### 4.3.2 Stabilità in anello chiuso

Al fine di garantire la stabilità in anello chiuso si considerino le seguenti matrici già definite nel Paragrafo 3.1.2(c):

$$\underline{A}_i = \text{diag}(A_{1i}, A_{2i}, A_{3i}) \text{ e } \underline{B}_i = \begin{bmatrix} B_{1i} \\ B_{2i} \\ B_{3i} \end{bmatrix}$$

a partire dalle quali è possibile definire le seguenti ipotesi:

Ipotesi 4.1:

- a) Il sistema  $(\underline{A}_i, \underline{B}_i)$  è stabilizzabile
- b) Il peso sugli ingressi  $R_i > 0$
- c) Il peso sugli stati  $Q_i \geq 0$
- d) Il sistema  $(A_i, Q_i)$  è raggiungibile

Per garantire la stabilità in anello chiuso del sistema sotto controllo devono essere vincolati a zero i modi instabili al termine dell'orizzonte di predizione, mentre il peso finale  $P_i$  deve essere definito come descritto in seguito (procedura analoga a quella introdotta per il controllore centralizzato).

Si consideri la scomposizione di *Schur* della matrice  $A_{ij}$ :

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} H_{ij}^s & H_{ij}^{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ij}^s & - \\ 0 & A_{ij}^{ns} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{ij}^{s'} \\ H_{ij}^{ns'} \end{bmatrix}$$

Dove  $A_{ij}^s$  è stabile mentre  $A_{ij}^{ns}$  contiene tutte le dinamiche instabili del sistema controllato.

Si definiscono:

$$H_i^s = \text{diag}(H_{i1}^s, H_{i2}^s, H_{i3}^s)$$

$$H_i^{ns} = \text{diag}(H_{i1}^{ns}, H_{i2}^{ns}, H_{i3}^{ns})$$

$$A_i^s = \text{diag}(A_{i1}^s, A_{i2}^s, A_{i3}^s)$$

$$A_i^{ns} = \text{diag}(A_{i1}^{ns}, A_{i2}^{ns}, A_{i3}^{ns})^7$$

Si calcola quindi la matrice  $\Sigma$  come soluzione dell'equazione di *Lyapunov*:

$$A_i^{s'} \Sigma_i A_i^s - \Sigma_i = -H_i^{s'} Q_i H_i^s$$

ottenendo la matrice  $P_i$ , con cui pesare lo stato finale, attraverso la trasformazione:

$$P_i = H_i^s \Sigma_i H_i^{s'}$$

Si vincolano invece nell'origine dello spazio di stato gli stati instabili dei diversi sottosistemi dipendenti dagli ingressi  $u_i$  al termine dell'orizzonte di predizione. A tal proposito si utilizzano le matrici di trasformazione  $H_{ji}^s$ :

$$H_{ji}^{ns'} x_{ji}(k + N) = 0$$

Si noti che, nella formulazione originale l'algoritmo non prevede la definizione *set* terminali per i modi stabili dei sottosistemi, come espresso in [13]. Questa formulazione è coerente con l'assenza dei vincoli (4.5) sullo stato del sistema.

<sup>7</sup> Le matrici in nota individuano una decomposizione di *Schur* della matrice  $A_i$

### 4.3.3 Problema di ottimizzazione

Il calcolo dell'azione di controllo da applicare all'impianto è basato su un processo iterativo di negoziazione tra i diversi regolatori implementati su ogni singolo sottosistema. Lo scopo di tale processo iterativo è quello di rendere le variabili di controllo ottime il più vicine possibile a quelle che minimizzerebbero la cifra di merito di uno schema di controllo MPC centralizzato.

La strategia di controllo in anello chiuso che si vuole implementare si sviluppa come segue.

Si consideri un generico istante temporale  $k$ . Ad ogni passo iterativo  $p \geq 0$ , ogni controllore  $\mathcal{C}_i$ , con  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$ , trasmette a tutti gli altri regolatori le traiettorie predette  $u_i^p(k:k+N-1)$  delle variabili di controllo locali.

A partire dalle traiettorie dei regolatori vicini ogni controllore  $\mathcal{C}_i$  risolve il seguente problema di ottimizzazione:

$$\min_{u_i(k:k+N-1)} V(x_1(k), x_2(k), x_3(k), u_1(k:k+N-1), \dots, u_3(k:k+N-1)) \quad (4.6)$$

soggetto ai vincoli:

- $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}^+ = \begin{bmatrix} A_1 & & \\ & A_2 & \\ & & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^3 \begin{bmatrix} \bar{B}_{1j} \\ \bar{B}_{2j} \\ \bar{B}_{3j} \end{bmatrix} u_j$
- $u_j(k:k+N-1) = u_j^p(k:k+N-1)$  con  $j \in \mathbb{I}_{1:3} \setminus \{i\}$
- $u_i(\tau) \in \mathbb{U}_i, \tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$
- $H_{ji}^{ns'} x_{ji}(k+N) = 0$
- $x_i(\tau) \in \mathbb{X}_i, \tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$  (imposto in modo "soft" attraverso le variabili di *slack*)

ottenendo la seguente soluzione ottima:

$$u_i^o(k:k+N-1)$$

Le traiettorie da inviare agli altri regolatori al passo  $p+1$  vengono ottenute come media pesata del valore ottimo  $u_i^o(k:k+N-1)$  e del valore al passo attuale  $u_i^p(k:k+N-1)$ :

$$u_i^{p+1}(k:k+N-1) = w_i u_i^o(k:k+N-1) + (1-w_i) u_i^p(k:k+N-1)$$

dove  $w_i > 0$  peso associato al sottosistema  $\mathcal{S}_i$  e dove  $\sum_{i=1}^3 w_i = 1$

All'ultimo passo iterativo  $\bar{p}$  ogni regolatore  $\mathcal{C}_i$  applica alle variabili d'ingresso  $u_i(k)$  del sottosistema  $\mathcal{S}_i$ , il valore  $u_i^{\bar{p}}(k)$ .

#### 4.3.4 Convergenza della negoziazione

Nella strategia di controllo appena proposta viene genericamente definito il passo iterativo  $\bar{p}$  come termine della negoziazione. Come precedentemente anticipato lo schema di controllo proposto, in virtù della cooperazione tra i diversi regolatori realizzati, è in grado di calcolare un'azione di controllo ottima per il sistema complessivo. Tuttavia la proprietà di ottimalità globale dello schema proposto è garantita solo se la fase di negoziazione termina nel momento in cui l'azione di controllo ottima di ogni regolatore  $\mathcal{C}_i$  calcolata al passo  $p$  non differisce da quella calcolata al passo precedente  $p - 1$ :

$$u_i^p(k:k+N-1) = u_i^{p-1}(k:k+N-1) \quad (4.7)$$

Tuttavia il numero di passi che porta al raggiungimento di tale condizione è generalmente correlato alle condizioni operative dell'impianto. Ad esempio, è fortemente dipendente dall'entità dei disturbi esogeni che agiscono sul sistema, in quanto all'aumentare dell'ampiezza del disturbo, aumenta anche il numero di passi necessari al raggiungimento della condizione (4.7), come verrà analizzato nel dettaglio nel Paragrafo 5.5.2(c). Per garantire che il calcolo dell'azione di controllo da attuare sull'impianto, ad ogni istante  $k$ , avvenga in una frazione sufficientemente piccola del periodo di campionamento, si rende necessario definire un limite massimo  $p^{max}$  di passi iterativi permessi. In tal modo il tempo massimo dedicato alla fase di negoziazione può essere definito a priori in accordo con la potenza di calcolo di cui si dispone, il periodo di campionamento scelto e la rapidità con cui è possibile trasmettere informazioni tra i diversi regolatori. Si noti tuttavia come la proprietà di ottimalità globale dello schema di controllo, sia subordinata al numero di passi massimo  $p^{max}$  definito. Aumentando  $p^{max}$  le prestazioni ottenibili implementando lo schema di controllo DMPC cooperativo si avvicinano a quelle ottenibili con uno schema MPC centralizzato e il calcolo dell'azione di controllo converge alla soluzione ottima per l'impianto complessivo.

Si noti come lo schema di controllo proposto garantisca comunque la stabilità in anello chiuso del sistema complessivo anche interrompendo l'iterazione ad un generico valore  $\bar{p} \geq 1$ , poiché il modello utilizzato per l'implementazione (a differenza di quanto avviene per schema MPC decentralizzato per cui non è garantita la stabilità in anello chiuso del sistema nel suo complesso) considera totalmente le interazioni tra i diversi sottosistemi. In aggiunta, ogni regolatore  $\mathcal{C}_i$  è in grado di tenere opportunamente in considerazione l'azione di controllo futura degli altri regolatori nel calcolo dell'azione di controllo del sottosistema locale dal momento

che riceve, ad ogni istante  $k$ , la predizione futura delle variabili di controllo  $u_j^p(k:k+N-1)$  degli altri regolatori  $C_j, j \neq i$ .

Infine si può notare come anche il tempo computazionale necessario al calcolo dell'azione di controllo complessiva cresca proporzionalmente al numero di passi della procedura iterativa. A questo proposito verrà condotta nel Paragrafo 5.5.2(c) un'analisi dettagliata della relazione tra tempi computazionali e numero massimo di passi iterativi.

Si riporta ora l'algoritmo, [14], utilizzato per formalizzare la fase di negoziazione.

**Algoritmo:**

- Si inizializza  $u_i^p(k:k+N-1) = [0 \quad \dots \quad 0], i \in \mathbb{I}_{1:3}$
- (i) Ad ogni istante  $k$  si inizializzano:
  - $p^{max}(k) \geq 0$  (numero di iterazioni massimo)
  - $\varepsilon(k) > 0$  (valore di soglia)
  - $p = 0$
  - $\phi_i = 0, \forall i \in \mathbb{I}_{1:3}$
  - $u_i^p(k:k+N-1) = [u_i^p(k+1:k+N-1) \quad 0], \forall i \in \mathbb{I}_{1:3}$
- (ii) Al passo iterativo  $p$  ogni regolatore  $C_i$ 
  - Calcola la soluzione ottima  $u_i^o(k:k+N-1)$  del problema di minimizzazione (4.6)
  - Calcola la traiettoria  $u_i^{p+1}(k:k+N-1)$  da inviare ai vicini come media pesata.
  - Invia la traiettoria  $u_i^{p+1}(k:k+N-1)$  a tutti gli altri controllori
  - Calcola  $\phi_i = \|u_i^{p+1}(k:k+N-1) - u_i^p(k:k+N-1)\|^2$
- (iii) Condizioni d'uscita dalla negoziazione:
  - Se  $\phi_i < \varepsilon(k) \forall i \in \mathbb{I}_{1:3}$  si va al punto (iv)
  - Se  $p \geq p^{max}(k)$  si va al punto (iv)
  - Altrimenti  $p = p + 1$  e si ritorna al punto (ii)
- (iv) Si assegna alle variabili di controllo  $u_i(k) = u_i^p(k)$  e si torna al punto (i)

### 4.3.5 Soluzioni realizzative

Il modello individuato nel capitolo 3 differisce da quello previsto dalla trattazione teorica appena presentata e descritto in [13]. Di conseguenza si è reso necessario apportare alcune modifiche alla trattazione teorica proposta sia nella definizione del funzionale di costo minimizzato dai singoli regolatori, sia in riferimento al vincolo sugli stati instabili. Vengono ora presentate brevemente le modifiche introdotte.

#### Funzionale di costo

Dal momento che le matrici di sistema  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  individuate nel Paragrafo 3.1.2(c) sono di fatto coincidenti con la matrice  $A$  del sistema centralizzato (*metodo alternativo*), anche i vettori delle variabili di stato  $x_i(k)$  dei tre sottosistemi possono essere considerate coincidenti tra loro

$$x_1(k) = x_2(k) = x_3(k) = x(k) \quad (4.8)$$

In accordo con tale considerazione anche le matrici di peso delle variabili di stato  $Q_i$ , individuate per i funzionali di costo locali (4.3), risultano essere definite come:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$$

Definendo i pesi  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \frac{1}{3}$ , il funzionale di costo globale (4.4) risulta di fatto coincidente con il funzionale di costo (4.1) definito per lo schema MPC centralizzato:

$$\begin{aligned} V(x(k), u_1(k:k+N-1), \dots, u_3(k:k+N-1)) &= \sum_{i=1}^3 \frac{1}{3} V_i(x(k), u_i(k:k+N-1)) = \\ &= \sum_{\tau=k}^{k+N-1} \|x(\tau)\|_Q^2 + \sum_{i=1}^3 \|u_i(\tau)\|_{R_i}^2 + \|x(k+N)\|_P^2 = \\ &= \sum_{\tau=k}^{k+N-1} \|x(\tau)\|_Q^2 + \|u(\tau)\|_R^2 + \|x(k+N)\|_P^2 \end{aligned}$$

$$\text{dove } R = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}R_1 & & \\ & \frac{1}{3}R_2 & \\ & & \frac{1}{3}R_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$



Nel seguito di questa trattazione si considereranno, per i tre regolatori dello schema DMPC cooperativo, tre funzionali di costo identici a quello proposto per lo schema di controllo MPC centralizzato.

### Vincolo sugli stati instabili

In riferimento alla (4.8) ogni controllore  $\mathcal{C}_i$  ha piena conoscenza del vettore degli stati del sistema complessivo e di conseguenza il vincolo sugli stati instabili  $H_{ji}^{ns'} x_{ji}(k+N) = 0$  può essere ridefinito come segue:

$$H_{ji}^{ns'} x_{ji}(k+N) = H_i^{ns'} x_i(k+N) = H^{ns'} x(k+N)$$

dove  $H^{ns}$  è ottenuto attraverso una scomposizione di *Schur* della matrice  $A$ , in modo analogo a quanto descritto nel Paragrafo 4.1.2 per lo schema di controllo MPC centralizzato.

## 4.4 Schema di controllo DMPC non cooperativo

Si consideri la rappresentazione in spazio di stato del sottosistema  $\mathcal{S}_i$  descritta nel Paragrafo 3.1.2(d) a cui è aggiunto un ingresso incognito limitato  $d_i$ , che rappresenta un disturbo additivo sul sistema

$$x_i^+ = A_{ii}x_i + B_{ii}u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^3 (A_{ij}x_j + B_{ij}u_j) + d_i \quad (4.9)$$

dove  $d_i \in \mathbb{D}_i \subseteq \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $x_i \in \mathbb{X}_i \subseteq \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $u_i \in \mathbb{U}_i \subseteq \mathbb{R}^{m_i}$  e  $\mathbb{X}_i, \mathbb{U}_i, \mathbb{D}_i$  sono insiemi convessi che contengono l'origine. L'aggiunta dell'ingresso additivo  $d_i$  è stata apportata per sfruttare al meglio le naturali potenzialità dell'algoritmo nel gestire robustamente la presenza di disturbi [2]. Si noti come tale potenzialità risulti di notevole importanza nel caso di studio considerato in quanto l'errore commesso sulla stima del valore nominale delle variabili d'ingresso descritto nel Paragrafo 3.2.3 può essere considerato come un disturbo di modesta entità, ma persistente.

Ridefinendo  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $u = (u_1, u_2, u_3)$ ,  $d = (d_1, d_2, d_3)$  il sistema complessivo può essere riformulato come:

$$x^+ = Ax + Bu + d$$

dove le matrici  $A$  e  $B$  sono definite in modo tale che i loro blocchi, in posizione  $(i,j)$ , corrispondano rispettivamente alle matrici  $A_{ij}$  e  $B_{ij}$ .

Da ciò deriva che  $x \in \mathbb{X} = \prod_{i=1}^3 \mathbb{X}_i \subseteq \mathbb{R}^n$ ,  $n = \sum_{i=1}^3 n_i$ ,  $u \in \mathbb{U} = \prod_{i=1}^3 \mathbb{U}_i \subseteq \mathbb{R}^m$ ,  $m = \sum_{i=1}^3 m_i$ ,  $d \in \mathbb{D} = \prod_{i=1}^3 \mathbb{D}_i \subseteq \mathbb{R}^n$  e  $\mathbb{X}, \mathbb{U}, \mathbb{D}$  sono convessi perché convessi  $\mathbb{X}_i, \mathbb{U}_i, \mathbb{D}_i$  rispettivamente. Per l'applicazione dell'algoritmo viene richiesta la seguente ipotesi strutturale, già introdotta nel capitolo 3.

Ipotesi 4.2:

(a) esiste una matrice diagonale a blocchi  $K = \text{diag}(K_1, K_1, K_3)$ , con  $K_i \in \mathbb{R}^{n_i \times m_i}$  tale che

$$F = A + BK \text{ sia Schur}^8$$

(b)  $F_{ii} = A_{ii} + B_{ii}K_i$  sia Schur

#### 4.4.1 Principi generali dell'algoritmo

Il principio generale di funzionamento dell'algoritmo descritto può essere riassunto come segue. Ad ogni istante di tempo  $k$ , ogni controllore  $\mathcal{C}_i$  trasmette ai suoi vicini le traiettorie di riferimento, per un fissato orizzonte di predizione  $N$ , dei suoi stati  $\tilde{x}_i(\tau)$  e dei suoi ingressi  $\tilde{u}_i(\tau)$ , dove  $\tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$ . Aggiungendo vincoli adeguati a questa formulazione del problema MPC, il controllore  $\mathcal{C}_i$  è in grado di garantire che, per ogni istante  $k \geq 0$ , le sue traiettorie reali giacciono in un definito intorno tempo invariante di  $\tilde{x}_i$  e  $\tilde{u}_i$ . Formalmente si garantisce che:

$$x_i \in \tilde{x}_i \oplus \mathbb{E}_i, \text{ dove } 0 \in \mathbb{E}_i^9$$

$$u_i \in \tilde{u}_i \oplus \mathbb{E}_i^u, \text{ dove } 0 \in \mathbb{E}_i^u$$

In questo modo, la dinamica del sistema (4.9) di  $\mathcal{S}_i$  può essere scritta come:

$$x_i^+ = A_{ii}x_i + B_{ii}u_i + \sum_{j \in N_i} (A_{ij}\tilde{x}_j + B_{ij}\tilde{u}_j) + w_i \quad (4.10)$$

dove:

$$w_i = \sum_{j \in N_i} (A_{ij}(x_j - \tilde{x}_j) + B_{ij}(u_j - \tilde{u}_j)) + d_i \in \mathbb{W}_i$$

$$\mathbb{W}_i = \bigoplus_{j \in N_i} (A_{ij}\mathbb{E}_j \oplus B_{ij}\mathbb{E}_j^u) \oplus \mathbb{D}_i \quad (4.11)$$

<sup>8</sup> Una matrice si definisce *Schur* quando tutti i suoi autovalori giacciono all'interno della circonferenza di raggio unitario

<sup>9</sup> Il simbolo  $\oplus$  indica la somma di *Minkowski*.  $C = A \oplus B$  se e solo se  $C = \{c: c = a + b, \text{ per ogni } a \in A \text{ e per ogni } b \in B\}$

Ogni sottosistema risolve un problema MPC robusto considerando che la sua dinamica sia data da (4.10), dove il termine  $\sum_{j \in N_i} (A_{ij} \tilde{x}_j(\tau) + B_{ij} \tilde{u}_j(\tau))$  rappresenta un ingresso, noto a priori rispetto all'orizzonte di predizione  $\tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$ , che deve essere adeguatamente compensato, mentre  $w_i$  è un disturbo limitato incognito a cui il sottosistema  $\mathcal{S}_i$  deve risultare insensibile.

Sempre riferendosi al sistema dinamico (4.10), può essere scritto un sistema dinamico nominale per  $\mathcal{S}_i$ :

$$\hat{x}_i^+ = A_{ii} \hat{x}_i + B_{ii} \hat{u}_i + \sum_{j \in N_i} (A_{ij} \tilde{x}_j + B_{ij} \tilde{u}_j) \quad (4.12)$$

dove le variabili  $u_i$  e  $\hat{u}_i$  sono legate dalla seguente relazione:

$$u_i = \hat{u}_i + K_i(x_i - \hat{x}_i) \quad (4.13)$$

e dove  $K_i$  deve essere scelta tale da soddisfare l'ipotesi 4.2.

Scrivendo  $z_i = x_i - \hat{x}_i$  ed elaborando le equazioni (4.10) e (4.13) si ottiene:

$$z_i^+ = F_{ii} z_i + w_i \quad (4.14)$$

con  $w_i \in \mathbb{W}_i$ .

Fintanto che  $\mathbb{W}_i$  è limitato e  $F_{ii}$  è *Schur*, allora esistono dei *set* robusti positivamente invarianti (RPI)  $\mathbb{Z}_i$  per l'equazione (4.14) che soddisfano la seguente ipotesi (descritte dettagliatamente in [2]).

**Ipotesi 4.3:**

- a) Se  $z_i \in \mathbb{Z}_i$ , allora  $z_i^+ \in \mathbb{Z}_i$
- b)  $\mathbb{Z}_i \subset \mathbb{E}_i$
- c)  $K_i \mathbb{Z}_i \subset \mathbb{E}_i^u$

Dato  $\mathbb{Z}_i$ , sotto le ipotesi appena introdotte, è possibile definire due insieme contenenti l'origine,  $\Delta \mathbb{E}_i$  e  $\Delta \mathbb{U}_i$  tali che  $\Delta \mathbb{E}_i \oplus \mathbb{Z}_i \subseteq \mathbb{E}_i$  e  $\Delta \mathbb{U}_i \oplus K_i \mathbb{Z}_i \subseteq \mathbb{E}_i^u$  rispettivamente.

Ad ogni istante temporale  $k$  ogni regolatore  $\mathcal{C}_i$  risolve il seguente problema di ottimizzazione:

$$\min_{\hat{x}_i, \hat{u}_i(k:k+N-1)} V_i(\hat{x}_i(k), \hat{u}_i(k:k+N-1)) = \sum_{\tau=k}^{k+N-1} \|\hat{x}_i(\tau)\|_{Q_i}^2 + \|\hat{u}_i(\tau)\|_{R_i}^2 + \|\hat{x}_i(k+N)\|_{P_i}^2$$

Soggetto ai seguenti vincoli:

- Equazione (4.12)
- $x_i(k) - \hat{x}_i(k) \in \mathbb{Z}_i$

e per  $\tau \in \mathbb{I}_{k:k+N-1}$ :

- $\hat{x}_i(\tau) - \tilde{x}_i(\tau) \in \Delta \mathbb{E}_i$
- $\hat{u}_i(\tau) - \tilde{u}_i(\tau) \in \Delta \mathbb{U}_i$
- $\hat{x}_i(\tau) \in \hat{\mathbb{X}}_i \subseteq \mathbb{X}_i \ominus \mathbb{Z}_i^{10}$
- $\hat{u}_i(\tau) \in \hat{\mathbb{U}}_i \subseteq \mathbb{U}_i \ominus K_i \mathbb{Z}_i$

e al vincolo finale:

- $\hat{x}_i(k+N) \in \hat{\mathbb{X}}_i^F$

La scelta delle matrici definite positive  $Q_i, R_i, P_i$  ha lo scopo di garantire stabilità e convergenza, mentre  $\hat{\mathbb{X}}_i^F$  è l'insieme nominale finale che deve essere adottato per soddisfare la seguente ipotesi.

Ipotesi 4.4:

Siano  $\hat{\mathbb{X}} = \prod_{i=1}^3 \hat{\mathbb{X}}_i$ ,  $\hat{\mathbb{U}} = \prod_{i=1}^3 \hat{\mathbb{U}}_i$ ,  $\hat{\mathbb{X}}^F = \prod_{i=1}^3 \hat{\mathbb{X}}_i^F$  allora:

- a)  $\hat{\mathbb{X}}^F \subseteq \hat{\mathbb{X}}$  è un insieme invariante per  $\hat{x}^+ = (A + BK)\hat{x}$
- b)  $\hat{u} = K\hat{x} \in \hat{\mathbb{U}}$  per ogni  $\hat{x} \in \hat{\mathbb{X}}^F$
- c) per ogni  $\hat{x} \in \hat{\mathbb{X}}^F$  e, per una nota costante  $\ell > 0$ ,  
 $V^F(\hat{x}^+) - V^F(\hat{x}) \leq -(1 + \ell)\ell(\hat{x}, K\hat{x})$

dove  $V^F(\hat{x}) = \sum_{i=1}^3 V_i^F(\hat{x}_i) = \sum_{i=1}^3 \|\hat{x}_i\|_{P_i}^2$

e dove  $\ell(\hat{x}, \hat{u}) = \sum_{i=1}^3 \ell_i(\hat{x}_i, \hat{u}_i) = \sum_{i=1}^3 (\|\hat{x}_i\|_{Q_i}^2 + \|\hat{u}_i\|_{R_i}^2)$

<sup>10</sup> Il simbolo  $\ominus$  indica la differenza di Pontryagin.  $C = A \ominus B$  se e solo se  $C = \{c: c + b \in A \text{ e per ogni } b \in B\}$

Al tempo  $k$ , la coppia  $\hat{x}_i(k|k), \hat{u}_i(k: k + N - 1|k)$  è la soluzione del problema di ottimizzazione e  $\hat{u}_i(k|k)$  il segnale d'ingresso per il sistema nominale (4.12). In accordo con (4.13), risulta che l'ingresso del sottosistema (4.9) è:

$$u_i(k) = \hat{u}_i(k|k) + K_i(x_i - \hat{x}_i(k|k))$$

Contrassegnando come  $\hat{x}_i(k + \tau|k)$  la traiettoria dello stato del sistema (4.12) derivante da  $\hat{x}_i(k|k)$  e  $\hat{u}_i(k: k + N - 1|k)$ , al tempo  $k$  è possibile calcolare  $\hat{x}_i(k + N|k)$  e  $K_i \hat{x}_i(k + N|k)$ .

Nel problema DMPC non cooperativo, questi valori definisco in modo incrementale le traiettorie dello stato di riferimento e delle variabile d'ingresso che devo essere usate all'istante  $k + 1$ , che sono:

$$\begin{cases} \tilde{x}_i(k + N) = \hat{x}_i(k + N|k) \\ \tilde{u}_i(k + N) = K_i \hat{x}_i(k + N|k) \end{cases} \quad (4.15)$$

È necessario specificare che, nelle condizioni d'operatività nominali, l'unica informazione che viene trasmessa tra il generico sottosistema  $\mathcal{S}_i$  e i propri vicini consiste nelle traiettorie di riferimento aggiornate attraverso la (4.15). Nello specifico, all'istante  $k$ , il sottosistema  $\mathcal{S}_i$  calcola  $\tilde{x}_i(k + N)$  e  $\tilde{u}_i(k + N)$  in accordo con la (4.15) e trasmette questi valori a tutti i sottosistemi aventi  $\mathcal{S}_i$  come *vicino*, permettendogli di aggiornare le traiettorie di riferimento.

#### 4.4.2 Calcolo delle traiettorie di riferimento

L'algoritmo per il calcolo del controllo DMPC non cooperativo presuppone che esista una traiettoria iniziale di riferimento applicabile. Questo problema può essere espresso come un problema di progettazione *offline* del controllo. Bisogna comunque tenere in considerazione che disturbi di natura sconosciuta potrebbero verificarsi durante le ordinarie operazioni di sistema. Tali disturbi potrebbero, per esempio, provocare una violazione dei vincoli, con conseguenze problematiche per il calcolo delle soluzioni future del problema di controllo.

Nel caso questo problema sia rilevato da uno dei sottosistemi  $\mathcal{S}_i$ , esso deve informare tutti gli altri sottosistemi di questa situazione anomala. Viene quindi eseguita un'operazione di *reset* e il conseguente ricalcolo di nuove traiettorie di riferimento accettabili sia per lo stato che per le uscite di tutti i sottosistemi.

La soluzione più semplice consiste nel generare tali traiettorie utilizzando un controllore centralizzato. Questa scelta comporta la realizzazione di un controllore che "lavori in parallelo" allo schema di controllo distribuito, rimanendo inutilizzato fino a che eventuali disturbi esogeni non conducano il sistema alla condizione di *fault* sopracitata. L'utilizzo di un controllore

centralizzato, che operi in modo “silenzioso” durante le operazioni del controllo distribuito, tuttavia, limita e riduce notevolmente i vantaggi acquisiti dall’utilizzo di uno schema distribuito. È possibile comunque rigenerare una traiettoria accettabile applicando un algoritmo iterativo che non preveda la presenza di un controllore centralizzato. Tale algoritmo può essere progettato sia nel caso in cui:

$$(i) \quad x_i(k) \in \widehat{\mathbb{X}}_i^F, \forall i \in \mathbb{I}_{1:3}$$

sia nel caso in cui:

$$(ii) \quad \exists i \in \mathbb{I}_{1:3}: x_i(k) \notin \widehat{\mathbb{X}}_i^F$$

Nel primo caso la procedura di generazione della traiettoria risulta essere notevolmente più semplice. Dal momento che la validazione dei diversi schemi di controllo condotta sull’impianto reale (presentata e descritta nel dettaglio nel Capitolo 6) ha portato al soddisfacimento della condizione (i) anche a fronte di disturbi di notevole entità, si riporta l’algoritmo basato sul soddisfacimento di tale ipotesi. Tale metodo è basato sulla legge di controllo ausiliaria, e garantisce l’effettivo raggiungimento di una soluzione per il problema di ricalcolo delle traiettorie di riferimento richiedendo  $N$  trasmissioni delle informazioni da ogni sottosistema ai suoi vicini. L’algoritmo in questione prevede lo svolgimento dei seguenti passi iterativi:

- (i)  $\forall i \in \mathbb{I}_{1:3}$ , si inizializza  $\tilde{x}_i = x_i$  e  $\tilde{u}_i = K_i \tilde{x}_i$
- (ii) Ogni sottosistema  $\mathcal{S}_i$  riceve dai suoi vicini  $\tilde{x}_j$  e  $\tilde{u}_j$ :
  - Se  $N = 1$  si esce dall’algoritmo.
  - Se  $N \geq 2$  si inizializza  $\theta = 0$  e si passa al punto (iii)
- (iii)  $\forall i \in \mathbb{I}_{1:3}$ , si aggiorna lo traiettoria di riferimento dello stato come:
  - $\tilde{x}_i(k + \theta + 1) = A_{ii} \tilde{x}_i(k + \theta) + B_{ii} \tilde{u}_i(k + \theta) + \sum_{j \in N_i} \{A_{ij} \tilde{x}_j(k + \theta) + B_{ij} \tilde{u}_j(k + \theta)\}$
  - e si impone:  $\tilde{u}_i(k + \theta + 1) = K_i \tilde{x}_i(k + \theta + 1)$
- (iv) Ogni sottosistema  $\mathcal{S}_i$  riceve dai suoi vicini  $\tilde{x}_j(k + \theta + 1)$  e  $\tilde{u}_j(k + \theta + 1)$ :
  - Se  $\theta = N - 1$  si esce dall’algoritmo
  - Altrimenti  $\theta = \theta + 1$  e si riparte dal passo (iii)

### 4.4.3 Soluzioni realizzative

Si noti ora che il modello impostato nel Paragrafo 3.3.2(d) è *input-decoupled*. Ciò significa che i termini di accoppiamento tra i sottosistemi costituiti dalle matrici  $B_{ij}$  (con  $j \neq i$ ) sono risultati nulli. Non si rende perciò necessaria la definizione degli insiemi  $\Delta U_i$ , presentati nel Paragrafo 4.4.1 relativo alla trattazione teorica dell'algoritmo. Questa scelta realizzativa semplifica la definizione dei vincoli relativi alla cifra di merito da minimizzare ed inoltre riduce il carico computazionale dell'algoritmo, in particolare semplificando l'implementazione dell'algoritmo per il calcolo delle traiettorie di riferimento.

### 4.4.4 Definizione dei set robusti positivamente invarianti $\mathbb{Z}_i$

Si noti che uno dei punti più critici dal punto di vista computazionale è costituito dal calcolo di set robusti positivamente invarianti (RPI)  $\mathbb{Z}_i$  relativi a ognuno dei sistemi (4.14). In particolare si ricordi che il sistema  $\mathcal{S}_1$  risulta di ordine  $n_1 = 7$ , mentre i sottosistemi  $\mathcal{S}_2$  e  $\mathcal{S}_3$ , rispettivamente, hanno ordini  $n_2 = 4$  e  $n_3 = 3$ . L'ordine relativamente elevato, soprattutto del sottosistema  $\mathcal{S}_1$ , rende inattuabili le metodologie classiche presentate, ad esempio in [8]. Per far fronte a problemi implementativi di questo tipo, in [2] sono descritte alcune soluzioni possibili. Per maggiori dettagli si veda l'articolo citato. È importante notare che, nel caso considerato, il calcolo del set RPI  $\mathbb{Z}_1$  risulta comunque difficoltoso nonostante l'impiego delle tecniche semplificate descritte in [2]. Una soluzione a questo particolare problema, di semplice applicazione, deriva in primo luogo dalla constatazione (si veda il Paragrafo 3.2.4) che il sistema complessivo può essere efficacemente descritto come una "cascata" di sottosistemi. Da ciò deriva che gli unici elementi  $A_{ij}$  (con  $i \neq j$ ) non nulli risultano essere  $A_{21}$  e  $A_{31}$ . Dall'equazione (4.11) e dalla proprietà che  $x_1 - \tilde{x}_1 \in \mathbb{E}_1 = \Delta \mathbb{E}_1 \oplus \mathbb{Z}_1$  si ottiene perciò che:

- $\mathbb{W}_1 = \mathbb{D}_1$
- $\mathbb{W}_2 = A_{21}(\Delta \mathbb{E}_1 \oplus \mathbb{Z}_1) \oplus \mathbb{D}_2$
- $\mathbb{W}_3 = A_{31}(\Delta \mathbb{E}_1 \oplus \mathbb{Z}_1) \oplus \mathbb{D}_3$

Questo facilita in modo determinante il calcolo degli RPI ed in particolare di  $\mathbb{Z}_1$ . Tale metodo richiede che le seguenti proprietà siano verificate:

#### Ipotesi 4.5:

a) Il guadagno  $K_1$  deve essere scelto in modo tale che:

$$F_{11} = A_{11} + B_{11}K_1 \text{ abbia autovalori reali (oltre che stabili) e distinti}$$

b) Si possa individuare un insieme  $\tilde{\mathbb{D}}_1$  i cui vertici siano costituiti dai punti  $\pm V_y$ , con  $y \in \mathbb{I}_{1:n_1}$ , dove  $V_y$  sono gli autovettori di  $F_{11}$ , di modulo opportuno, tale che:

$$\tilde{\mathbb{D}}_1 \supseteq \mathbb{D}_1$$

Sotto le ipotesi (a) e (b) è possibile definire  $\mathbb{Z}_1$  come un *set* avente come vertici i punti  $\pm Z_y^v$  dove  $Z_y^v = lV_y$  e dove  $l$  è un numero reale positivo arbitrario che soddisfa la disuguaglianza:

$$l \geq \frac{1}{1 - |\bar{\lambda}|} \quad (4.16)$$

e dove  $\bar{\lambda}$  è l'autovalore di  $F_{11}$  avente modulo massimo.

È molto semplice verificare che  $\mathbb{Z}_1$  così definito è RPI rispetto all'equazione (4.14). Si ricorda che, formalmente, l'equazione che deve essere soddisfatta da  $\mathbb{Z}_1$  è:

$$F_{11}\mathbb{Z}_1 \oplus \mathbb{D}_1 \subseteq \mathbb{Z}_1 \quad (4.17)$$

Definendo  $\mathbb{Z}_1$  come:

$$\mathbb{Z}_1 = \left\{ z: z = \sum_{y=1}^{n_1} \alpha_y Z_y^v, \sum_{y=1}^{n_1} |\alpha_y| \leq 1 \right\}$$

e considerando la definizione della somma di *Minkowski*, si ottiene che:

$$F_{11}\mathbb{Z}_1 \oplus \mathbb{D}_1 = \left\{ F_{11}z + d: z = \sum_{y=1}^{n_1} \alpha_y Z_y^v, d \in \tilde{\mathbb{D}}_1, \sum_{y=1}^{n_1} |\alpha_y| \leq 1 \right\}$$

cioè:

$$F_{11}\mathbb{Z}_1 \oplus \mathbb{D}_1 = \left\{ z: z = F_{11} \sum_{y=1}^{n_1} \alpha_y Z_y^v + \sum_{y=1}^{n_1} \beta_y V_y, \sum_{y=1}^{n_1} |\alpha_y| \leq 1, \sum_{y=1}^{n_1} |\beta_y| \leq 1 \right\} \quad (4.18)$$

I vettori  $z$  in (4.18) possono essere riscritti come:

$$z = \sum_{y=1}^{n_1} (\alpha_y l \lambda_y + \beta_y) V_y = \sum_{y=1}^{n_1} \frac{(\alpha_y l \lambda_y + \beta_y)}{l} Z_y^v \quad (4.19)$$

dove  $\lambda_y$  è l'autovalore corrispondente all'autovettore  $V_y$ .



Da (4.18) e da (4.19) si verifica che la (4.17) è verificata se  $\sum_{y=1}^{n_1} \frac{|(\alpha_y l \lambda_y + \beta_y)|}{l} \leq 1$ , cioè se vale (4.16).

Si noti che, per definire  $\mathbb{W}_2$  e  $\mathbb{W}_3$  l'insieme  $\Delta\mathbb{E}_1$  è stato definito in modo arbitrario. Per la definizione di  $\mathbb{Z}_2$   $\mathbb{Z}_3$ , anche se potrebbe essere adottato un metodo analogo, si è optato per utilizzare l'algoritmo delineato dettagliatamente in [2].

## 4.5 Schemi di controllo *output-feedback*

Come presentato nel Paragrafo 2.4.1, le variabili misurate ottenute dalla piattaforma di simulazione sono solo le uscite d'interesse e non le variabili di stato. Pertanto si è reso indispensabile realizzare degli schemi di controllo *output-feedback*, implementando osservatori per la stima delle variabili di stato. La tipologia scelta è quella del filtraggio alla *Kalman* [10]. Come risulterà chiaro in questo capitolo, l'approccio *output-feedback* adottato prevede che le stime delle variabili di stato, ottenute attraverso opportuni procedimenti, vengano usate negli algoritmi presentati in questo capitolo come variabili di stato, senza tener conto esplicitamente dell'incertezza ad esse associata. Tale procedimento è stato adottato sotto l'ipotesi (attualmente verificata) che il rumore agente sul sistema, seppur persistente, sia di entità trascurabile. Da ciò si ottiene infatti una stima dello stato molto accurata in condizioni di regime, ritenuta adeguata. Se l'incertezza relativa a tale stima risultasse di particolare rilevanza, si riterrebbe indispensabile adottare schemi più rigorosi di controllo *output-feedback* [4] attualmente disponibili in letteratura, che possono essere introdotti senza modifiche sostanziali agli algoritmi descritti in questo capitolo. A esempio si veda [12] per eventuali estensioni dell'algoritmo distribuito cooperativo, mentre [8] per eventuali estensioni dell'algoritmo distribuito non cooperativo robusto.

In particolare, si noti che la forma del modello (4.9) usato nello schema di controllo DMPC non cooperativo prevede già la presenza di un disturbo, che può essere determinato dall'errore di stima delle variabili di stato. A tal proposito si veda [2].

Per ogni schema di controllo descritto in questo capitolo, si è reso necessario sviluppare differenti schemi per la stima delle variabili di stato brevemente descritti nel seguito di questo capitolo.

#### 4.5.1 Confronto tra filtraggio e predizione alla *Kalman*

Viene proposto ora un confronto preliminare tra le tecniche del filtraggio e della predizione alla *Kalman* per la stima delle variabili di stato, necessarie al calcolo dell'azione di controllo di ogni regolatore. Si intendono confrontare queste due tecniche attraverso una simulazione in ambiente *Simulink* in cui verranno stimate le variabili di stato del modello centralizzato a fronte di un disturbo imposto sullo stato. Durante la simulazione tutte le variabili di stato del sistema vengono perturbate con un disturbo impulsivo a 30 s, di ampiezza unitaria e della durata di 1 s. Il paragone tra le due tecniche di stima è proposto in Figura 4.1, in cui viene riportato l'andamento di una variabile di stato del modello centralizzato a fronte del disturbo e le rispettive stime effettuate con il predittore e con il filtro.

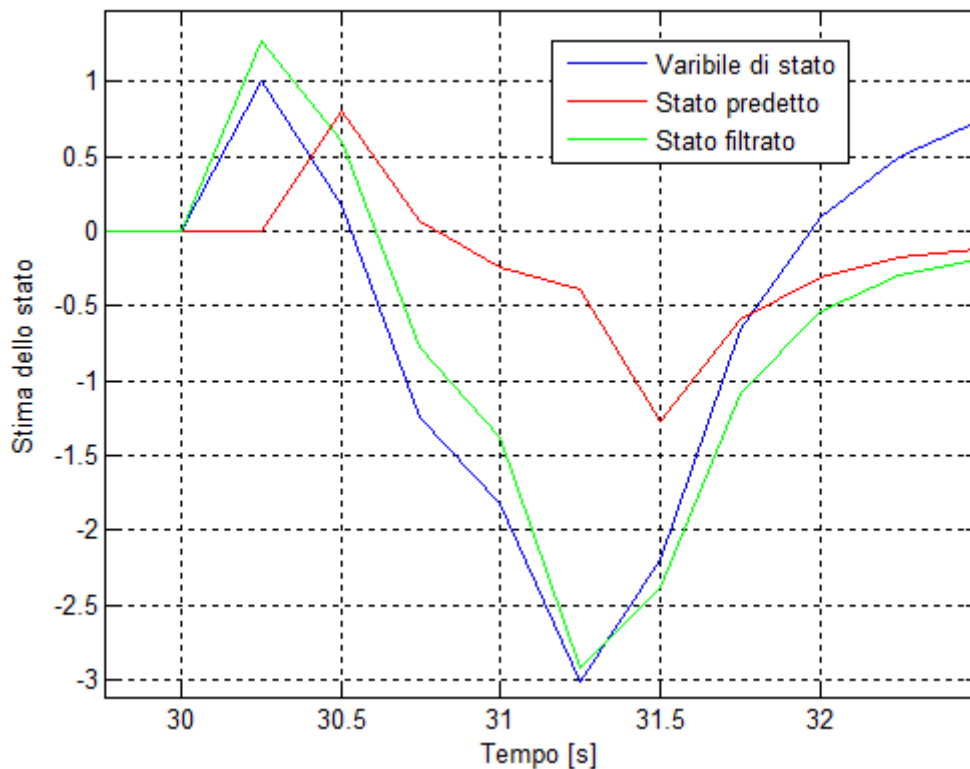


Figura 4.1 : Confronto tra filtro e predittore

Si noti come la stima effettuata dal filtro risulti maggiormente accurata, mentre quella ottenuta con il predittore risulti meno aderente all'andamento della variabile di stato considerata. Il filtro infatti dispone, per la stima del vettore delle variabili di stato  $x(k)$ , di informazioni più "aggiornate" di quelle utilizzate dal predittore in quanto considera i valori delle variabili d'uscita  $y(k)$ , a differenza del predittore che utilizza quelli dell'istante precedente  $y(k - 1)$ .

Si noti però come la tecnica del filtraggio presenti dei problemi di carattere computazionale. Dal momento che il filtro di *Kalman* utilizza il vettore delle variabili di uscita  $y(k)$ , la stima del vettore degli stati  $x(k)$  deve quindi precedere il calcolo dell'azione di controllo con una conseguente dilatazione dei tempi d'invio di quest'ultima all'impianto, come riportato nello schema presentato in Figura 4.2.

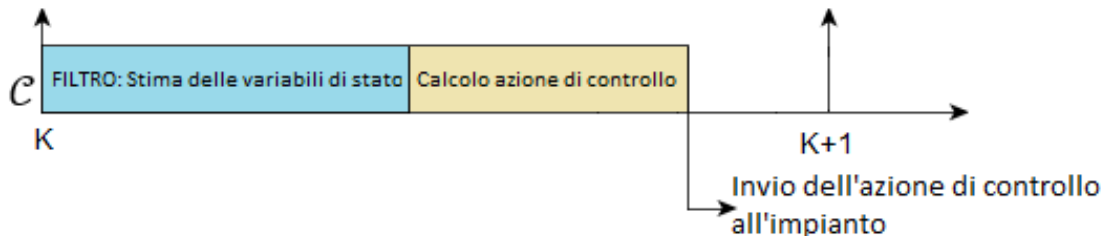


Figura 4.2: Tempi computazionali del filtro di Kalman

I predittori invece stimano, all'istante  $k$ , il vettore delle variabili di stato  $x(k + 1)$  a partire dai valori delle variabili di uscita  $y(k)$  e del controllo  $u(k)$ . Il calcolo dell'azione di controllo deve quindi precedere la fase di predizione e di conseguenza il tempo necessario al calcolo dell'azione di controllo non è comprensivo anche del tempo computazionale dedicato alla stima delle variabili di stato. In Figura 4.3 è schematizzata la situazione appena descritta.

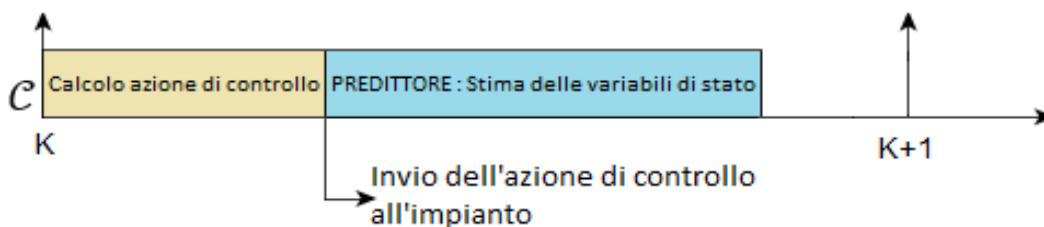


Figura 4.3: Tempi computazionali del predittore di Kalman

In questa trattazione si è scelto comunque di implementare gli osservatori dello stato ricorrendo alla tecnica del filtraggio alla *Kalman* in quanto non sussistono problemi di carattere computazionale. Infatti, per la modalità con cui è stata realizzata l'interfaccia di comunicazione tra *Matlab* e *DynSim* (Paragrafo 2.4), quest'ultimo non prosegue nella simulazione fino a che non riceve l'azione di controllo da attuare alle valvole per la regolazione delle uscite d'interesse. Nella regolazione di un impianto reale invece si deve garantire che il calcolo necessario all'azione di controllo avvenga in un tempo sufficientemente piccolo definibile a priori e di

conseguenza si potrebbe ricorrere alla stima dello stato basata sui predittori, poiché tale tecnica riduce il tempo computazionale totale.

#### 4.5.2 Schema di filtraggio utilizzato per il controllore MPC centralizzato

Per lo schema MPC centralizzato è stato realizzato un unico filtro di *Kalman* che, ad ogni istante  $k$ , riceve in ingresso i vettori delle variabili d'uscita  $y(k)$  e delle variabili di controllo  $u(k)$ . È riportato in Figura 4.4 lo schema realizzativo del controllore MPC centralizzato, dove il blocco *FK* rappresenta il filtro di *Kalman*, mentre *cMPC* rappresenta il blocco che implementa le procedure per la risoluzione del problema di ottimizzazione, descritto in Appendice A.

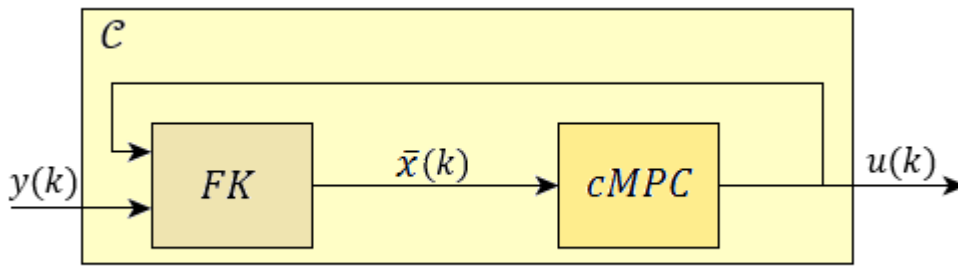


Figura 4.4: Schema output-feedback per il controllore MPC centralizzato

La variabile  $\bar{x}(k)$  rappresenta la stima delle variabile  $x(k)$  del modello (4.1). Essa viene calcolata ricorsivamente attraverso le equazione del filtro di *Kalman* riportate qui di seguito:

$$\bar{P}(k|k-1) = A\bar{P}(k-1|k-1)A' + Q_k \quad (4.20)$$

$$L(k) = \bar{P}(k|k-1)C'(C\bar{P}(k|k-1)C' + R_k) \quad (4.21)$$

$$\bar{P}(k|k) = \bar{P}(k|k-1) - L(k)C\bar{P}(k|k-1) \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}(k|k) = & A\bar{x}(k-1|k-1) + Bu(k-1) + \\ & + L(k) \left( y(k) - C(A\bar{x}(k-1|k-1) + Bu(k-1)) \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$Q_k \geq 0$  è la matrice di covarianza della componente di rumore, supposta di piccola entità, presente sugli stati,  $R_k > 0$  è la matrice di covarianza della componente di rumore presente sulle uscite, supposta anch'essa di piccola entità.  $\bar{P}(k|k)$  è la covarianza dell'errore di stima:

$$\bar{e}(k|k) = x(k) - \bar{x}(k|k)$$

mentre le matrici  $Q_k$  e  $R_k$  sono ipotizzate diagonali e definite come segue:

$$Q_k = \begin{bmatrix} q & & \\ & \ddots & \\ & & q \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad R_k = \begin{bmatrix} r & & \\ & \ddots & \\ & & r \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times m}$$

Dal momento che non si dispone di prove sperimentali effettuate sull'impianto reale risulta impossibile una definizione rigorosa delle matrici  $Q_k$  e  $R_k$  condotta analizzando il rumore agente sul sistema. Attraverso la definizione diagonale delle matrici  $Q_k$  e  $R_k$  diventa, di fatto, possibile modificare le prestazioni del filtro definendo solamente i parametri  $q$  ed  $r$ . Si noti infatti come la scelta di un rapporto  $q/r$  elevato corrisponda ad ipotizzare trascurabile il rumore presente sulle uscite misurate e di conseguenza il filtro realizzato aggiornerà "rapidamente" il valore delle variabili di stato ad ogni stima effettuata, dal momento che l'informazione portata dalle variabili d'uscita  $y(k)$  può ritenersi totalmente attendibile. Nel caso in cui il rumore di misura dovesse risultare invece elevato, tale rapporto sarebbe da definire sufficientemente piccolo, dal momento che l'informazione portata dalle variabili d'uscita è da considerarsi meno attendibile. In questo caso il filtro di *Kalman* realizzato risulterebbe più "conservativo" e aggiornerebbe le variabili di stato meno rapidamente.

Effettuando la stessa simulazione svolta per confrontare le prestazioni delle tecniche di filtraggio e predizione, si propone ora in Figura 4.5 un confronto tra diverse stime della stessa variabile di stato, ottenuta con un filtro di *Kalman*, al variare del rapporto  $q/r$ .

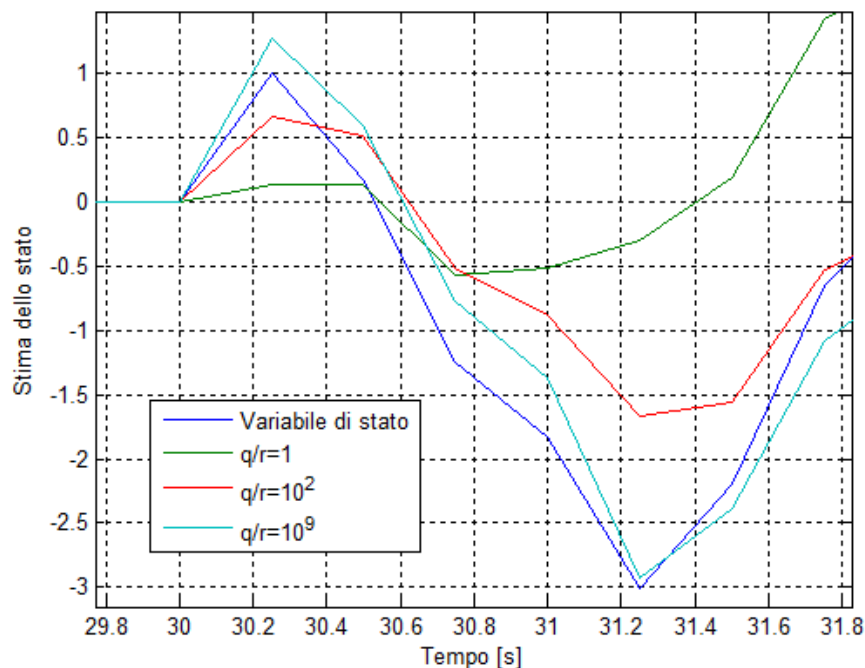


Figura 4.5: Stima al variare del rapporto  $q/r$

Si noti come, in assenza di rumore di misura, all'aumentare del rapporto  $q/r$  la stima della variabile di stato migliora e si ottenga l'aderenza massima all'andamento della variabile da stimare in corrispondenza del valore maggiore tra quelli proposti ( $q/r = 10^9$ ).

Si noti infine come la rapidità con cui il filtro aggiorna le variabili di stato si ripercuota anche sul calcolo dell'azione di controllo. Una stima dello stato fortemente variabile ad ogni istante  $k$  porta alla sintesi di un regolatore che potrebbe sollecitare notevolmente le variabili di controllo, in quanto tale calcolo è basato sul vettore stimato degli stati  $\hat{x}(k)$ . La definizione dei valori  $q$  ed  $r$  può essere quindi basata sia su considerazioni inerenti alla natura del rumore agente sul sistema, sia sull'effetto ottenuto sullo schema di controllo nel suo complesso. Tali valori diventano quindi parametri di progetto di ogni regolatore e una definizione appropriata risulta determinante per ottenere prestazioni soddisfacenti dello schema di controllo complessivo.

Queste considerazioni, proposte in relazione allo schema di controllo MPC centralizzato, sono valide anche per tutti le altre metodologie di controllo realizzate in questa trattazione. Per tutti gli schemi di controllo proposti sarà sempre considerato un rapporto  $q/r$  pari a  $10^9$ , in quanto le variabili d'uscita dal simulatore possono considerarsi prive di rumore e le prestazioni degli schemi di controllo ottenute risultano soddisfacenti.

#### **4.5.3 Schema di filtraggio utilizzato per il controllore MPC decentralizzato**

Per lo schema di controllo MPC decentralizzato sono stati implementati tre filtri di *Kalman*, uno per ogni sottosistema in cui si è deciso di suddividere il sistema complessivo, come presentato in Figura 4.6.

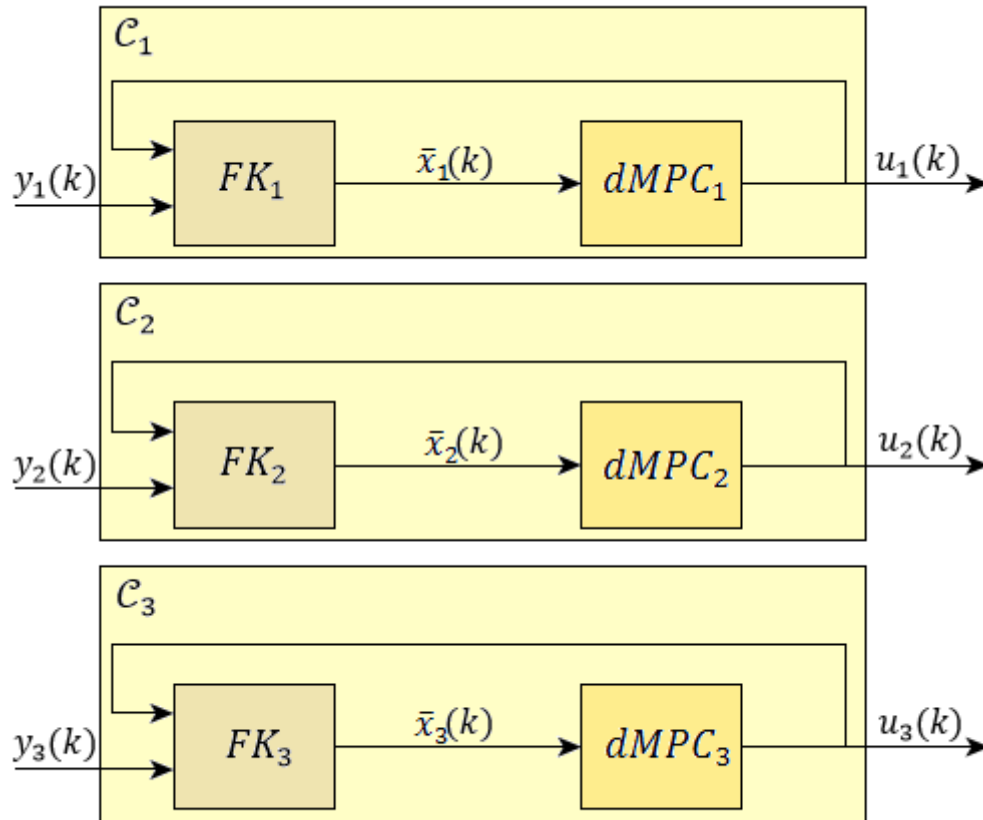


Figura 4.6: Schema output-feedback per i controllori MPC decentralizzati

In questo schema di controllo la stima delle variabili di stato avviene localmente in quanto sono stati realizzati tre osservatori dello stato, uno per ogni sottosistema in cui si è deciso di suddividere l'impianto complessivo. Le variabili  $\bar{x}_i(k)$  rappresentano la stima delle variabili di stato  $x_i(k)$  del modello in spazio di stato 3.2 e vengono calcolate ricorsivamente a partire dalle equazioni analoghe a (4.20), (4.21), (4.22), (4.23). Si ricorda che il modello 3.2 presenta degli errori, dato che i termini di interconnessione tra i differenti sottosistemi vengono totalmente trascurati. Questo errore di modello porta, in generale, ad ottenere delle stime delle variabili di stato a loro volte soggette ad errori, in particolare in presenza di disturbi.

#### 4.5.4 Schema di filtraggio utilizzato per il controllore DMPC cooperativo

La trattazione della tecnica di filtraggio richiesta per l'implementazione dell'algoritmo di controllo DMPC cooperativo, presentato nel Paragrafo 4.3, risulta complessa e richiede un'osservazione preliminare. L'algoritmo di controllo distribuito cooperativo progettato prevede la soluzione di tre problemi di ottimizzazione distinti, ognuna ottenuta da un controllore locale, integrato in ogni sottosistema in cui è deciso di suddividere il sistema complessivo. Di conseguenza si renderebbe opportuno implementare tre osservatori dello stato differenti in modo tale da ottenere uno schema di stima distribuito avente topologia analoga a quello dello schema di controllo corrispondente. Per ogni sottosistema  $\mathcal{S}_i$ ,  $i \in \mathbb{I}_{1:3}$  l'osservatore dello stato locale  $FK_i$  (*i-esimo* Filtro di Kalman) dovrebbe stimare il vettore delle variabili di stato  $\bar{x}_i(k)$  a partire dalle uscite misurate  $y_i(k)$  e dal vettore delle variabili di controllo  $u_i(k)$ . Successivamente, per la natura cooperativa dell'algoritmo, risulterebbe necessaria una fase di scambio delle informazioni stimate tra tutti i controllori  $\mathcal{C}_i$  realizzati. In questa fase ogni osservatore integrato in un determinato sottosistema dovrebbe scambiare informazioni inerenti il proprio vettore delle variabili di stato stimato  $\bar{x}_i(k)$  con gli altri sottosistemi e, allo stesso modo, dovrebbe ricevere da quest'ultimi le loro stime locali del vettore delle variabili di stato. Questa situazione di stima incrociata degli stati risulterebbe critica poiché più filtri sarebbero di fatto dedicati alla stima di una stessa parte del vettore delle variabili di stato del sistema complessivo, a partire da informazioni differenti, ottenendo come risultato una stima generalmente discordante (sebbene corretta e coerente) degli stessi stati.

Queste considerazioni mostrano come la metodologia di filtraggio delle variabili di stato per lo schema di controllo DMPC cooperativo sia complessa e articolata. Avendo però, in questa trattazione, fatto ricorso all'impiego del modello alternativo centralizzato descritto nel Paragrafo 3.3.2(c) per l'implementazione del metodo di controllo distribuito cooperativo, questa procedura risulta decisamente più agevole e intuitiva. Infatti la procedura alternativa spiegata nel Paragrafo 3.1.2(c), permette di ottenere tre sottomodelli che verificano le ipotesi di rivelabilità della coppia  $(A, C)$ , in quanto ottenuti a partire da un modello centralizzato. La validità di tale ipotesi rende possibile realizzare tre osservatori dello stato "centralizzati" i quali, avendo una conoscenza piena della matrice  $A$  e di tutte le variabili d'uscita  $y(k)$ , possono stimare tutti gli stati del sistema complessivo, evitando la criticità della stima incrociata delle variabili di stato e le incoerenze che ne conseguono. Inoltre, utilizzando tre osservatori dello stato "centralizzati", non si rende più necessaria la trasmissione delle variabili di stato stimate tra i diversi osservatori integrati in ogni sottosistema come proposto in [13].



Gli osservatori dello stato “centralizzati” ricevono in ingresso ognuno le stesse informazioni, ovvero il vettore completo delle variabili d’uscita  $y(k)$  e del controllo  $u(k)$  come presentato in Figura 4.7.

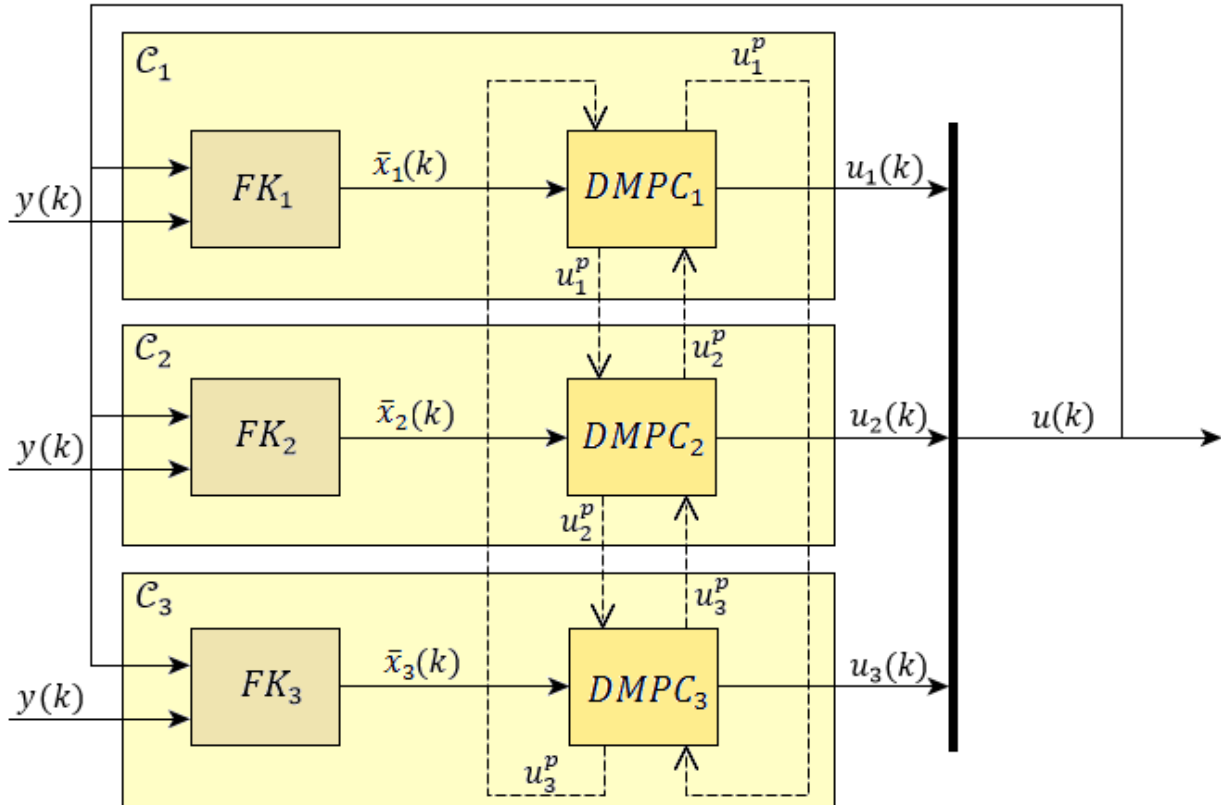


Figura 4.7: Schema output-feedback per i controllori DMPC cooperativi

Ogni variabile  $\bar{x}_i(k)$  rappresenta la stima del vettore comprendente tutte le variabili di stato  $x(k)$  e viene calcolata da ogni osservatore dello stato “centralizzato” in modo tale da avere una stima dello stato coerente ed equivalente per ogni sottosistema. Le equazioni utilizzate per la stima dei tre vettori dello stato proposti in Figura 4.7, sono le medesime utilizzate per la realizzazione del filtro del controllore MPC centralizzato, in quanto i tre filtri si basano su tre sottomodelli ottenuti a partire dal modello centralizzato alternativo proposto nel Paragrafo 3.3.2(c).

#### 4.5.5 Schema di filtraggio utilizzato per il controllore DMPC non cooperativo

Per lo schema di controllo DMPC non cooperativo sono stati implementati tre filtri di *Kalman*, uno per ogni sottosistema in cui si è deciso di suddividere il sistema complessivo, come presentato in Figura 4.8.

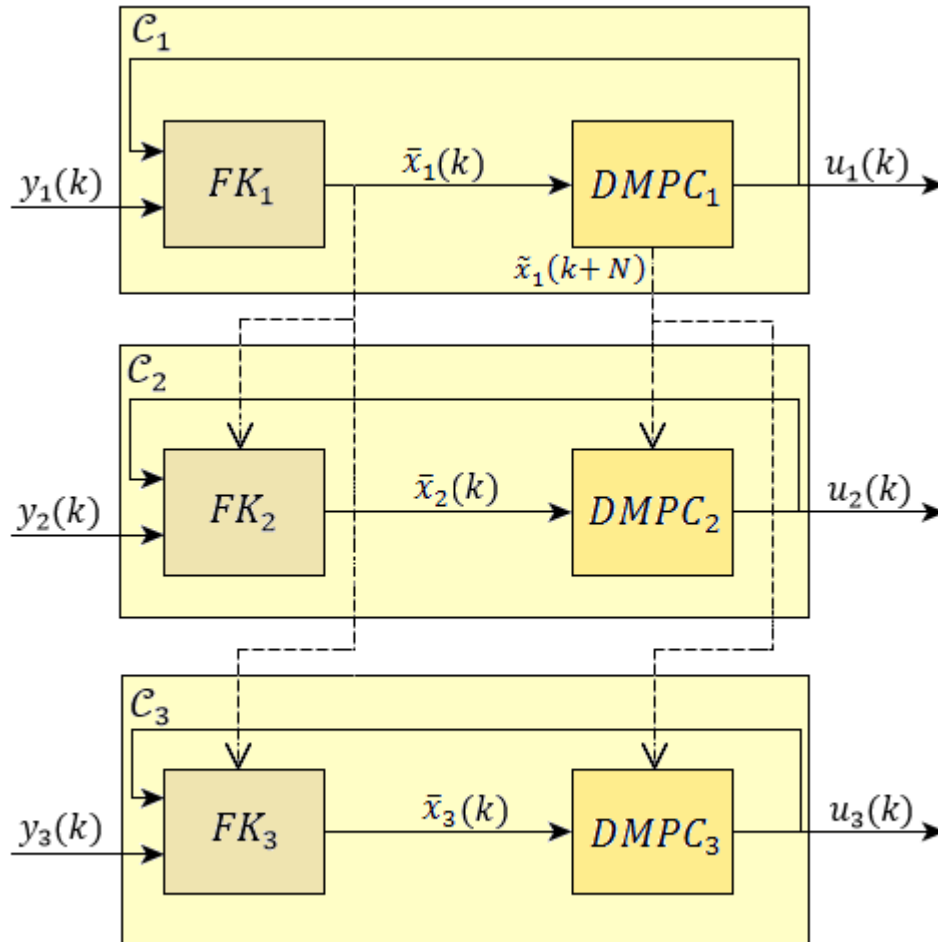


Figura 4.8: Schema output-feedback per i controllori DMPC non cooperativi

Si noti che, sebbene lo schema presentato in Figura 4.8 sia molto simile a quelli proposti delle Figure 4.6 e 4.7, esso si differenzia per la quantità delle informazioni che vengono scambiate dai regolatori realizzati. Nel caso decentralizzato i controllori e gli stimatori non scambiano alcuna informazione tra di loro, mentre nel caso del controllore distribuito cooperativo i controllori e gli stimatori realizzati si scambiano tra di loro tutte le informazioni in modo bidirezionale, attraverso un topologia di comunicazione *all-to-all*. Ogni controllore DMPC non cooperativo, invece, scambia informazioni solo con i sottosistemi definiti *vicini*. Infatti le stime dei vettori di stato  $\bar{x}_2(k)$  e  $\bar{x}_3(k)$  sono ottenute fornendo in ingresso ai rispettivi filtri di *Kalman*

anche la stima  $\bar{x}_1(k)$ , in aggiunta alle variabili di uscita  $y_2(k)$  e  $y_3(k)$  e ai valori delle variabili di controllo  $u_2(k)$  e  $u_3(k)$ .

Per il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  è possibile realizzare un filtro di *Kalman* locale a partire dalle equazioni (4.20), (4.21), (4.22), (4.23), mentre si riportano per maggior chiarezza le equazioni utilizzate per l'implementazione dei filtri locali per i sottosistemi  $\mathcal{S}_2$  e  $\mathcal{S}_3$ :

$$\tilde{P}_i(k|k-1) = A_{ii}\bar{P}_i(k-1|k-1)A_{ii}' + Q_{i,k}$$

$$L_i(k) = \tilde{P}_i(k|k-1)C_{ii}'(C_{ii}\tilde{P}_i(k|k-1)C_{ii}' + R_{i,k})^{-1}$$

$$\bar{P}_i(k|k) = \tilde{P}_i(k|k-1) - L_i(k)C_{ii}\tilde{P}_i(k|k-1)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_i(k|k) = & A_{ii}\bar{x}_i(k-1|k-1) + B_{ii}^*u_i^*(k-1) + \\ & + L_i(k) \left( y_i(k) - C_{ii}(A_{ii}\bar{x}_i(k-1|k-1) + B_{ii}^*u_i^*(k-1)) \right) \end{aligned}$$

dove:

$$B_{ii}^* = [A_{i1} \quad B_{ii}]$$

$$u_i^*(k) = \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ u_i(k) \end{bmatrix}$$

Si noti che la definizione della matrice  $B_{ii}^*$  e del vettore  $u_i^*(k)$  permette di considerare la stima dello stato  $\bar{x}_1(k)$  come un ingresso addizionale dei sottosistemi  $\mathcal{S}_2$  e  $\mathcal{S}_3$ . Tale stima viene quindi utilizzata dai filtri di *Kalman*, realizzati per i controllori  $\mathcal{C}_2$  e  $\mathcal{C}_3$ , per la stima dei vettori  $\bar{x}_2(k)$  e  $\bar{x}_3(k)$ .

## 4.6 Simulazioni

Si propone una fase di analisi preliminare degli schemi di controllo proposti, a cui seguirà nel capitolo 5 un'indagine più dettagliata e realistica svolta in ambiente *DynSim*.

Il sistema da controllare è descritto dal modello identificato per il regolatore MPC centralizzato, in modo tale da tenere in considerazione tutte le interazioni tra i diversi sottosistemi. La bontà delle prestazioni dei diversi schemi di controllo, simulati in ambiente *Simulink*, è valutata imponendo delle condizioni iniziali non nulle alle variabili di stato, equivalenti a un disturbo all'istante  $k = 0$ . Per ogni controllore si è valuta la velocità e la capacità di reiezione al disturbo imposto. Tale disturbo è scelto in modo che le variabili d'uscita  $y(k)$  assumano all'istante  $k = 0$  valori prossimi alle condizioni nominali, come espresso nella Tabella 4.1. Di seguito, in Figura 4.9, sono presentati gli andamenti delle variabili d'ingresso ottenuti con la simulazione descritta, mentre in Figura 4.10 sono presentati gli andamenti delle variabili d'uscita.

	$y_{11}$	$y_{21}$	$y_{12}$	$y_{13}$
<b>Valore nominale</b>	0.5	4100	258.15	0.5
<b>Valore iniziale</b>	0.6	4150	260.15	0.4
<b>Variazione</b>	0.1	50	2	-0.1
<b>Unità di misura</b>	[m]	[kPa]	[K]	[m]

Tabella 4.1: Condizioni iniziali della simulazione in ambiente *Simulink*

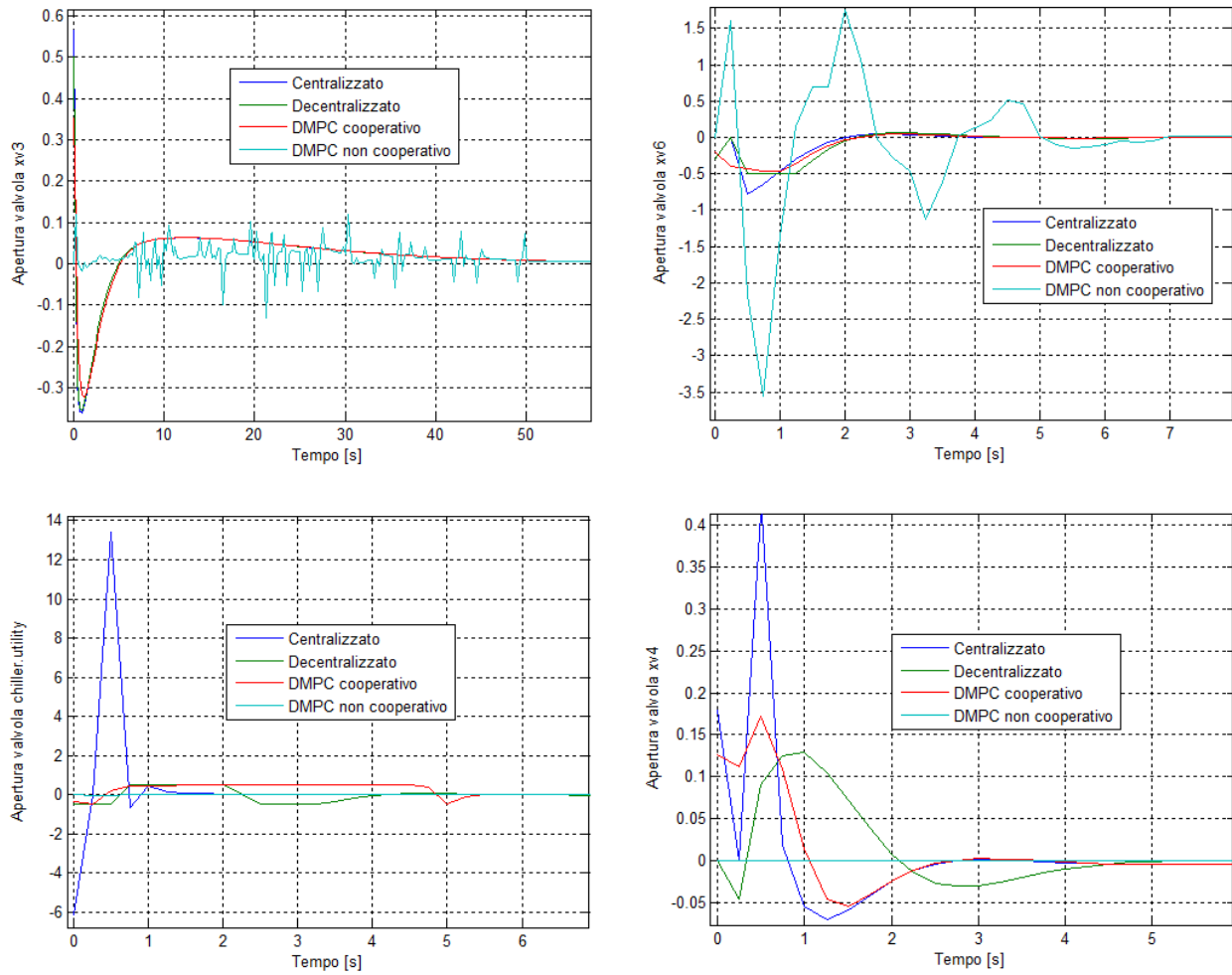


Figura 4.9: Andamento delle variabili d'ingresso in ambiente Simulink

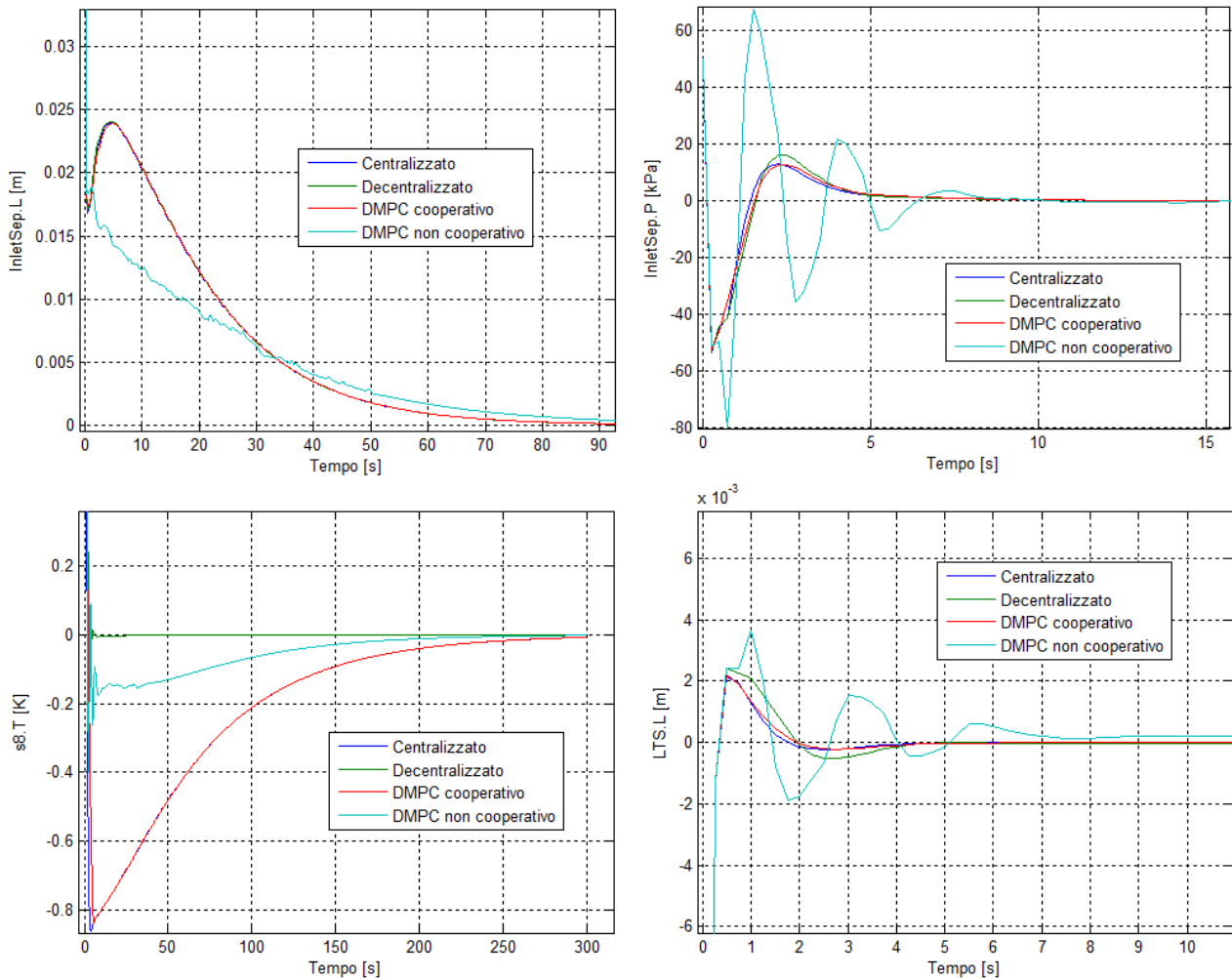


Figura 4.10: Andamento delle variabili d'uscita in ambiente Simulink

Come evidenziato dalle Figure 4.9, 4.10 tutti gli schemi di controllo proposti riescono a riportare l'impianto nella condizione di equilibrio. Si noti come, con particolare riferimento alle variabili d'uscita, i controllori analizzati esibiscano prestazioni sostanzialmente equivalenti. Si noti però come, con particolare riferimento all'uscita  $s8.T$  ( $y_{12}$ ), il controllore MPC decentralizzato abbia prestazioni molto buone, se confrontate con quelle ottenibili con gli altri schemi di controllo. Queste prestazioni risultano inattese poiché il controllore decentralizzato non permette, a causa dell'intrinseco errore di modello usato per calcolare l'azione di controllo, di ottenere la proprietà di ottimalità globale. Per verificare che le incoerenze riscontrate siano solo apparenti e dovute principalmente alle differenti *tarature*<sup>11</sup> degli schemi di controllo studiati, è stata effettuata un'analisi più precisa.

<sup>11</sup> Con il termine *taratura* si intende, ad esempio, la definizione della matrici di peso sul controllo e sugli stati, della scelta dell'orizzonte di predizione  $N$ , delle matrici di peso degli osservatori dello stato.

A tal fine, si introduce la cifra di costo che verrà calcolata per ogni schema di controllo analizzato in questa Tesi:

$$L(\bar{x}(k), u(k)) = \|\bar{x}(k)\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2$$

dove  $u(k)$  è il vettore degli ingressi al sistema  $S$ , calcolato utilizzando uno dei sistemi di controllo studiati, mentre  $\bar{x}(k)$  è la corrispondente stima dello stato ottenuta attraverso uno schema di filtraggio centralizzato del tutto analogo a quello presentato in Figura 4.4. Lo schema a cui si è fatto ricorso per questa analisi è riportato in Figura 4.11.

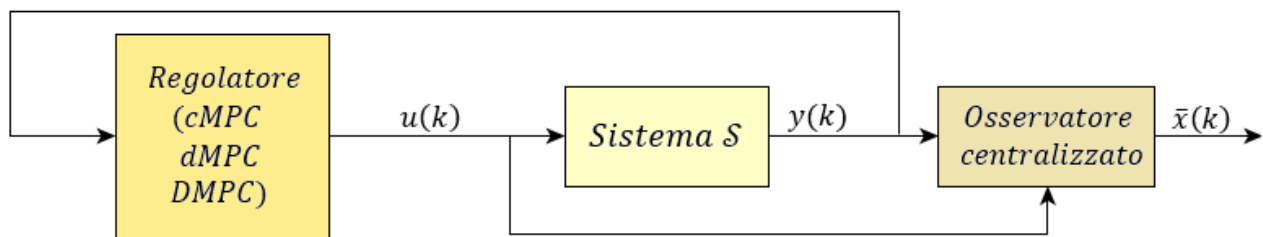


Figura 4.11: Schema per il confronto prestazionale

Si introduce ora il funzionale di costo:

$$\bar{J} = \frac{1}{T_{end}} \sum_{\tau=1}^{T_{end}} L(\bar{x}(\tau), u(\tau))$$

In Tabella 4.2 sono sintetizzati i risultati ottenuti, evidenziando il valore del funzionale di costo  $\bar{J}$  ottenuto per i diversi schemi di controllo, mentre in Figura 4.12 sono riportati gli andamenti della cifra di costo  $L(\bar{x}(k), u(k))$  nel tempo.

	MPC centralizzato	MPC decentralizzato	DMPC cooperativo	DMPC non cooperativo
Valore medio	213.88	266.26	214.76	$1.73 \cdot 10^3$

Tabella 4.2: Valori del funzionale di costo  $\bar{J}$

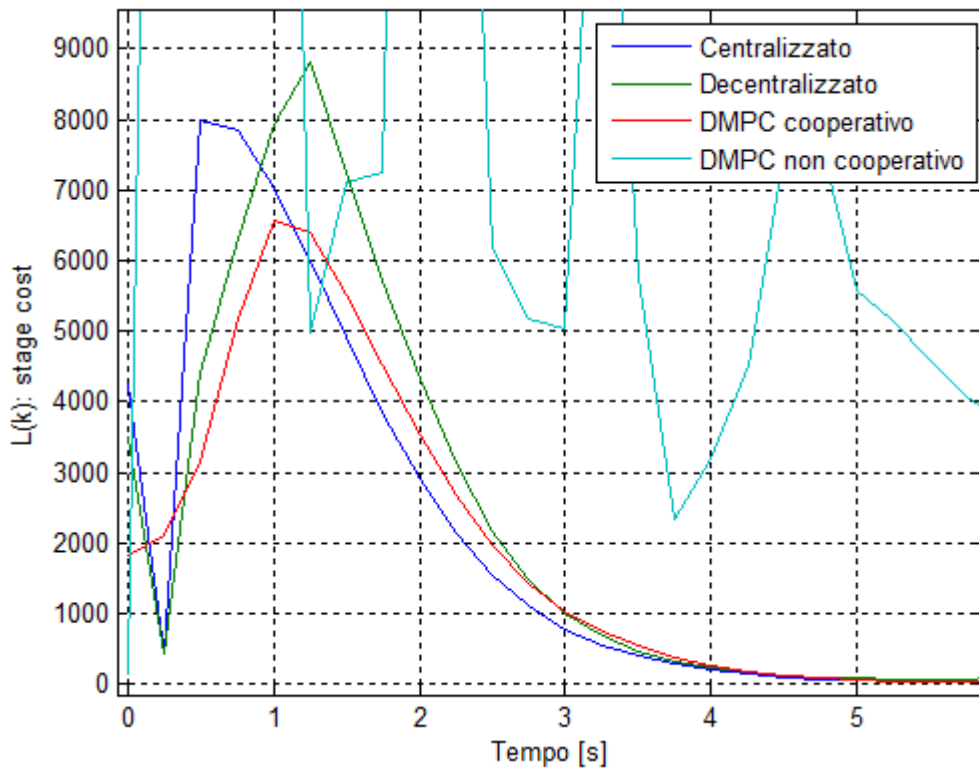


Figura 4.12: Andamento nel tempo della cifra di costo  $L(\bar{x}(k), u(k))$

Da questi risultati è possibile apprezzare un lieve miglioramento delle prestazioni del controllore centralizzato. Per migliorare ulteriormente le prestazioni di tale controllore si potrebbe ridefinire il funzionale di costo ad esso associato  $V(x(k), u(k:k+N-1))$  utilizzando, ad esempio, matrici di peso  $Q$  e  $R$  non diagonali al fine di ottenere una taratura che lo renda più performante. Tale taratura non viene presa in considerazione in questa trattazione.

È utile notare che, mentre nel caso dei controllori MPC centralizzato, MPC decentralizzato e DMPC cooperativo il funzionale di costo  $\bar{J}$  risulta coerente (con le dovute differenze) al funzionale di costo minimizzato dal sistema di controllo per ottenere l'ingresso ottimale  $u(k)$ , nel caso del controllore non cooperativo robusto il funzionale di costo è differente, in quanto la rappresentazione di stato differisce in parte da quella utilizzata per gli altri regolatori. Tale considerazione giustifica il valore ottenuto per tale strategia di controllo, che nonostante le soddisfacenti prestazioni, risulta decisamente elevato.



# Capitolo 5

## Simulazione degli schemi di controllo in ambiente *DynSim*

In questo capitolo verranno validate e confrontate le diverse strategie di controllo analizzate effettuando simulazioni condotte utilizzando il *software* di simulazione *DynSim*. Dopo aver introdotte e descritto nel dettaglio il disturbo esogeno agente sul sistema da controllare utilizzato per valutare l'efficacia degli schemi descritti, verranno introdotte due tecniche di controllo aggiuntive con cui è possibile ottenere un miglioramento le prestazioni dei regolatori in presenza di tale disturbo. La prima parte d'analisi dei risultati ottenuti sarà condotta a partire dal calcolo di indici prestazionali allo scopo di scegliere la soluzione controllistica migliore per ogni schema di regolazione implementato. La seconda parte dell'analisi sarà strutturata su tre livelli confrontando, per i diversi schemi di controllo proposti, le prestazioni, i tempi computazionali e la quantità di dati trasmessi.

### **5.1 Definizione del disturbo**

In ogni simulazione si è voluta valutare l'effettiva bontà dei metodi di controllo inserendo un disturbo sulla portata d'ingresso, realizzabile cambiando il riferimento del controllore PID che regola la portata di gas naturale entrante nell'impianto. Il cambio di portata in ingresso descrive una situazione realistica e riscontrabile sull'impianto reale che può avvenire per cause esogene e imprevedute, come ad esempio un cambio delle condizioni fisiche del giacimento. Un'eventuale variazione della pressione del gas naturale presente nel giacimento sotterraneo, può infatti portare alla conseguente diminuzione della portata in ingresso delle correnti di alimentazione che vengono miscelate nel primo separatore. Inoltre il cambio della portata in ingresso può essere ricondotto alla necessità di variare la quantità di prodotto in uscita dalla sezione in esame. Con particolare riferimento alla descrizione dell'impianto complessivo proposto nel Paragrafo 2.1.2 (comprensivo sia della sezione di refrigerazione che della colonna di separazione) si noti come il valore di riferimento della portata in ingresso, regolata con il

controllore PID proposto in Figura 5.1, fosse originariamente deciso a partire dalla portata di gas uscente dalla sezione di refrigerazione ed entrante nella sezione successiva, relativa alla colonna di separazione (che non è stata analizzata in questa Tesi). Lo schema di controllo PID originario prevedeva infatti che, per ottenere la portata desiderata entrante nella colonna, venisse modificato il valore della portata in ingresso della sezione di refrigerazione con una logica PID *master-slave*, ovvero uno schema di controllo in cui un regolatore (*master*) agisce sul *set-point* di un altro regolatore (*slave*), come dettagliato in [11]. Per l'analisi della sola sezione di refrigerazione tale logica *master-slave* è stata rimossa, come già esposto nel Paragrafo 2.1.3, ed è stato riconfigurato il controllore PID per la regolazione della portata d'ingresso all'impianto impostandone manualmente il valore di riferimento.

Per i motivi sovraesposti cambiare il riferimento del PID che regola la portata in ingresso può ritenersi un valido tentativo di valutare quali potrebbero essere le prestazioni degli schemi di controllo implementati se la sezione di refrigerazione fosse effettivamente connessa con la colonna di separazione. Nelle simulazioni proposte il disturbo di portata viene realizzato cambiando il riferimento di portata da 7000 kg/h a 5500 kg/h. Le simulazioni potranno considerarsi concluse solo dopo che anche il secondo flusso d'ingresso, regolato "in cascata" a partire dal primo, si sarà assestato al valore di 5500 kg/h, come evidenziato in Figura 5.1.

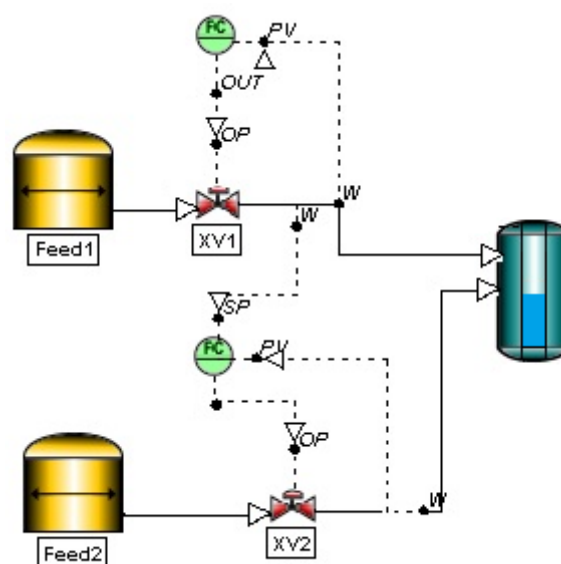


Figura 5.1: Regolazione "in cascata" della portata in ingresso

## 5.2 Soluzioni per la reiezione dei disturbi

Gli schemi di controllo proposti nel capitolo ed analizzati nel Capitolo 4 verranno affiancati da due soluzioni realizzative aggiuntive, al fine di migliorare la capacità di reiezione dei disturbi esogeni agenti sul sistema. Le validazioni degli schemi di controllo che verranno presentate in questo capitolo valuteranno la capacità di ogni controllore descritto di mantenere il sistema nelle condizioni operative nominali, a fronte del disturbo della portata d'ingresso. Per tutte e quattro le tipologie di controllori è stata realizzata una compensazione statica del disturbo, riducendo il tempo con cui il sistema di controllo riporta l'impianto nelle condizioni nominali. Per il solo controllore MPC centralizzato è proposta anche una soluzione che utilizza una ridefinizione del modello in *velocity form*, a partire dal modello in spazio di stato identificato, rendendo lo schema di controllo meno sensibile al disturbo di portata.

### 5.2.1 Compensazione statica

Per compensare il disturbo di portata imposto è stata seguita la stessa procedura per tutte e quattro le tipologie di controllo implementate. Viene quindi riportata una tecnica generale e non relativa ad ogni singola soluzione controllistica analizzata in questa trattazione.

In riferimento a quanto riportato in Figura 5.2 la compensazione del disturbo è ottenuta modificando in anello aperto l'azione di controllo a partire dalla misura della portata in ingresso  $w(\tau)$ .

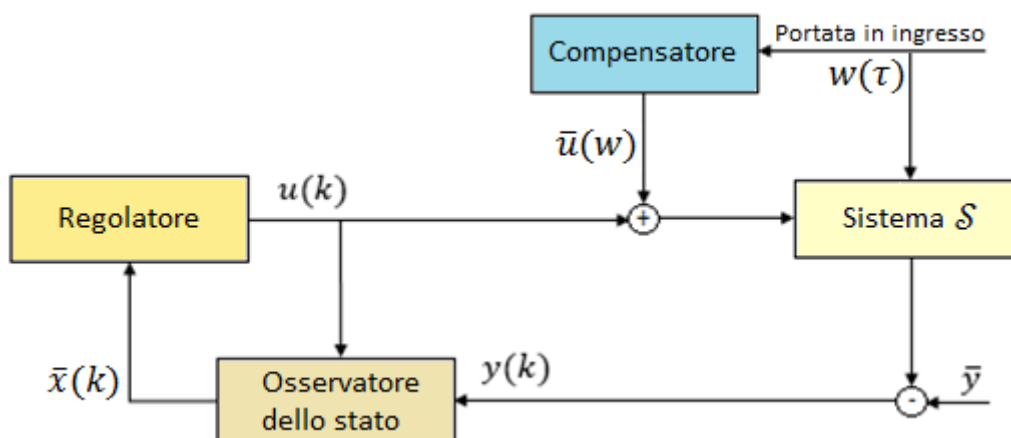


Figura 5.2: Schema di compensazione del disturbo

Attraverso delle prove sperimentali viene modificato il riferimento del regolatore PID che controlla la portata in ingresso e si attende che il controllo tradizionale riporti l'impianto a regime. I valori delle variabili di controllo al termine del transitorio vengono utilizzati per individuare una "mappatura" che associ ad ogni valore di riferimento di portata un'azione di controllo nominale.

Si riportano in Figura 5.3 i risultati delle prove effettuate in riferimento alla valvola che regola la portata di refrigerante all'interno del *chiller* (*chiller.utility*).

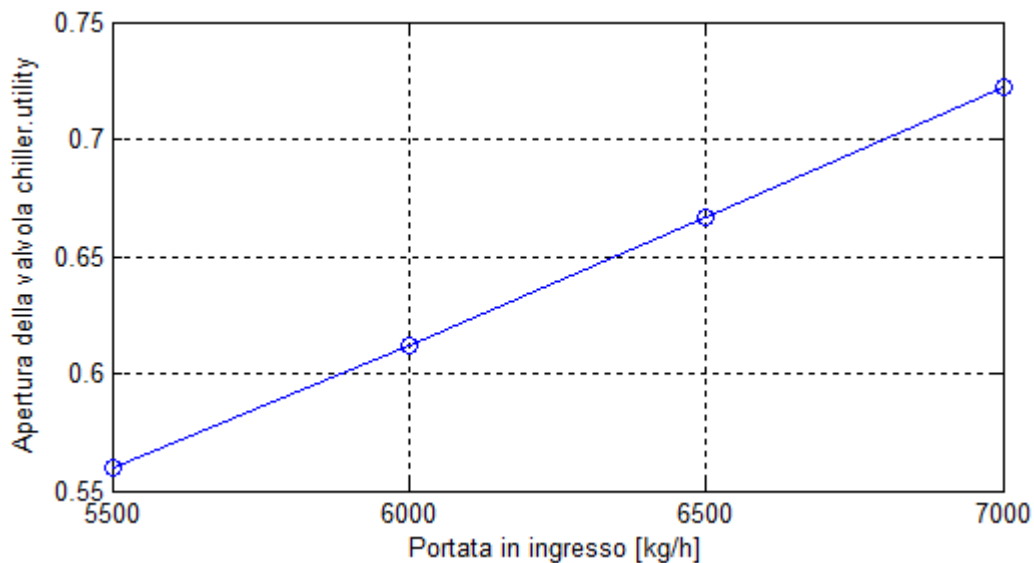


Figura 5.3: Grado di apertura nominale della valvola *chiller.utility* in funzione della portata in ingresso

Per un generico valore di portata misurato verrà calcolata l'azione compensativa interpolando i dati raccolti. Si può notare come sia sufficiente ricorrere ad una interpolazione lineare dei dati per ottenere stime corrette. Ad ogni istante  $k$  viene stimato il nuovo valore dell'ingresso nominale  $\bar{u}(w)$ , interpolando i dati raccolti sperimentalmente, con cui vengono polarizzare le variazioni delle variabili di controllo calcolate.

### 5.2.2 Velocity Form

Con il termine *velocity form* si indica una ridefinizione del modello in cui le variabili di stato, di ingresso e di uscita sono costituite dalle rispettive “velocità”, ovvero dalle variazioni dal valore precedente all’interno di un intervallo di discretizzazione.

Si consideri il modello in spazio di stato:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (5.1)$$

definendo:

$$\delta x(k) = x(k) - x(k-1)$$

$$\delta y(k) = y(k) - y(k-1)$$

$$\delta u(k) = u(k) - u(k-1)$$

è possibile riscrivere il sistema dinamico in termini variazionali:

$$\begin{cases} \delta x(k+1) = A\delta x(k) + B\delta u(k) \\ \delta y(k) = C\delta x(k) \end{cases} \quad (5.2)$$

Si considerino l’equazione di stato del sistema (5.2) e la trasformazione di uscita del sistema (5.1), al fine di ottenere:

$$\begin{cases} \delta x(k+1) = A\delta x(k) + B\delta u(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (5.3)$$

È possibile descrivere l’evoluzione temporale del vettore delle variabili d’uscita  $y(k)$  attraverso l’equazione dinamica:

$$y(k+1) = C(A\delta x(k) + B\delta u(k)) + y(k)$$

dove, si ricorda,  $y(k)$  rappresenta lo scostamento tra il valore dell’uscita e il valore nominale.

Allargando il vettore degli stati del sistema (5.3) si ottiene un modello nella forma:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = A^v \begin{bmatrix} \delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + B^v \delta u(k) \\ y(k) = C^v \begin{bmatrix} \delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{cases}$$

dove:

$$A^v = \begin{bmatrix} A & 0 \\ CA & I \end{bmatrix} \quad B^v = \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix} \quad C^v = [0 \quad I]$$

costituiscono le nuove matrici del sistema.

Si noti come il vettore delle variabili di stato sia ora composto dalle variazioni  $\delta x(k)$  e dalle uscite  $y(k)$  del sistema linearizzato attorno all'equilibrio. Attraverso una regolazione "a zero" delle nuove variabili di stato è possibile ottenere  $y(k)$  nullo a transitorio esaurito e conseguentemente un valore delle variabili d'uscita reali pari a quello nominale  $\bar{y}$ .

### 5.3 Indici prestazionali

Il primo indice proposto (Indice di Prestazione delle Uscite, *IPU*) valuta quanto il valore dell'uscita simulata sia distante da quella nominale desiderata a fronte del disturbo presentato nel Paragrafo 5.1:

$$IPU = \sum_{k=0}^{T_{fine}} \|y(k)\|_{P_y}^2$$

dove  $P_y \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  matrice di peso diagonale.

Dal momento che variazioni continue e repentine del grado di apertura delle valvole potrebbero usurare o danneggiare tali attuatori, si definisce un secondo indice (Indice di Prestazione del Controllo, *IPC*) che valuta l'entità delle variazioni delle variabili di controllo durante le simulazioni d'impianto effettuate:

$$IPC = \sum_{k=0}^{T_{fine}} \|u(k+1) - u(k)\|_{P_u}^2$$

dove  $P_u \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  matrice di peso diagonale.

Si riportano in Tabella 5.1 i valori diagonali delle matrici di peso  $P_y$  e  $P_u$ .

	$y_{11}$	$y_{21}$	$y_{12}$	$y_{13}$
$P_y$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	2	$10^{-2}$
$P_u$	1	1	1	1

Tabella 5.1: Valori diagonali delle matrici di peso  $P_y$  e  $P_u$

I pesi utilizzati per il calcolo dell'indice  $IPU$  sono stati scelti in modo tale da dare rilevanza alle variabili di maggiore interesse per il problema di controllo della sezione di refrigerazione, ovvero  $y_{21}$  (uscita in pressione del separatore d'ingresso) e  $y_{12}$  (temperatura del flusso  $s8$ ). Si noti come entrambe le variabili descritte abbiano un'importanza fondamentale nella sezione di refrigerazione considerata. La pressione del separatore d'ingresso deve rimanere costante e pari al valore nominale in modo da permettere la condensazione e quindi la rimozione di una parte degli idrocarburi nel separatore d'ingresso. La temperatura del flusso  $s8$  è importante che rimanga prossima al valore di  $-15^\circ\text{C}$ , in modo tale da consentire il completo recupero di C3 e C4 in fase liquida tramite il separatore LTS, come descritto in [11]. I livelli dei due separatori invece possono essere considerate variabili di minore interesse dal momento che, anche a fronte di variazioni significative, è garantito il corretto funzionamento dell'impianto.

Nel calcolo dell'indice  $IPC$  invece è stato deciso di definire lo stesso peso relativo per tutte le variabili di controllo dal momento che non si dispone di conoscenze dettagliate sulla tipologia degli attuatori utilizzati. Tuttavia se alcuni di essi risultassero maggiormente sensibili a variazioni repentine del grado di apertura si potrebbe attribuire un peso maggiore alle variazioni di tali variabili in modo da penalizzare l'eccessiva sollecitazione. Un'ulteriore motivazione per imporre valori differenti dei pesi sulle variabili di controllo potrebbe essere legata alla necessità di tutelare maggiormente alcuni attuatori più costosi di altri.

## 5.4 Soluzione realizzativa migliore per ogni schema di controllo

In questa fase d'analisi si valuterà la soluzione migliore per ogni tipologia di controllore facendo ricorso agli indici prestazionali appena descritti.

### (a) MPC centralizzato

Per questa tipologia di schema di controllo sono state messe a confronto tre diverse possibili soluzioni realizzative:

- MPC centralizzato
- MPC centralizzato con azione compensativa
- MPC centralizzato in termini di *velocity form*

Nella Figura 5.4 si riportano le risposte delle variabili d'uscita a fronte del disturbo descritto nel Paragrafo 5.1.

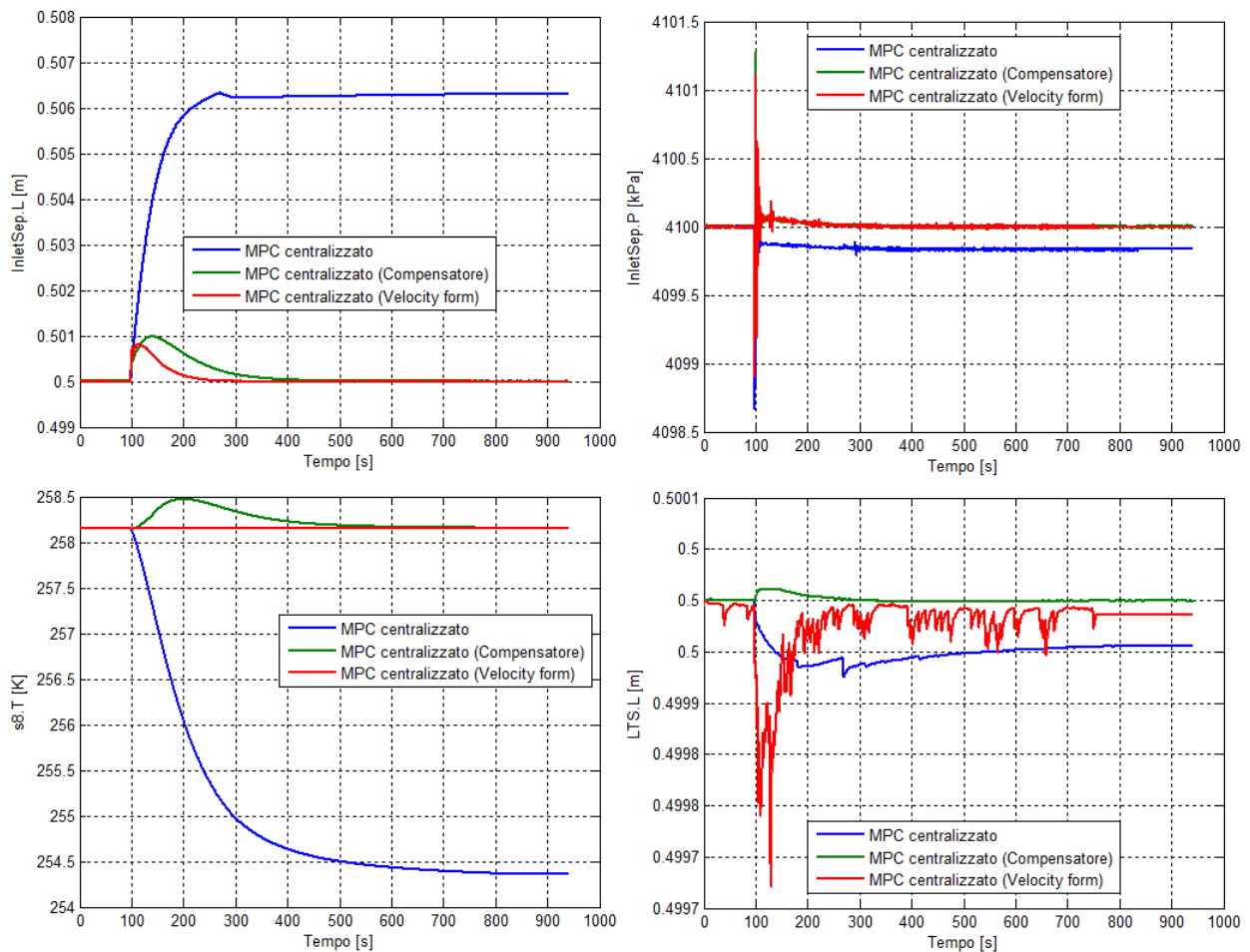


Figura 5.4: possibili soluzioni realizzative dello schema MPC centralizzato



Gli andamenti delle variabili di uscita appena riportati mostrano in modo chiaro come le tecniche aggiuntive (compensazione del disturbo e *velocity form*) modifichino notevolmente le prestazioni dello schema di controllo e permettano di riportare l'impianto alle condizioni operative nominali anche in presenza del disturbo di portata. Solo tenendo opportunamente in considerazione la presenza del disturbo è infatti possibile ottenere un errore sulle uscite nullo a transitorio esaurito.

Si noti come il problema di regolazione della sezione di refrigerazione consista di fatto nel garantire che l'impianto non si allontani dalle condizioni operative nominali, in quanto considerate ottime per la corretta separazione dei gas incondensabili dai prodotti da inviare alla colonna di separazione. Un cambio delle condizioni operative si renderebbe necessario a fronte di un cambiamento delle condizioni fisiche del giacimento come, ad esempio, una variazione della concentrazione della miscela gassosa che fuoriesce dal sottosuolo. In tal caso sarebbe necessario definire una nuova condizione nominale di operatività che garantisca comunque il recupero ottimale dei gas nel separatore LTS. Nelle simulazioni presentate la concentrazione del giacimento in pressione è ipotizzata costante e di conseguenza risulta privo di significato fisico realizzare strategie di *tracking* che conducano l'impianto in condizioni operative differenti da quelle nominali, descritte precedentemente in Tabella 3.1.

Si riportano in Tabella 5.2 gli indici di prestazione precedentemente introdotti e calcolati per le tre tipologie di controllore MPC centralizzato presentate. Si introduce un ulteriore indice di prestazione complessivo, denominato *IP* (Indice Prestazionale), ottenuto sommando *IPU* e *IPC*.

	<b>Classico</b>	<b>Compensatore</b>	<b><i>Velocity form</i></b>
<b><i>IPU</i></b>	$9.2 \cdot 10^3$	506.69	5.82
<b><i>IPC</i></b>	0.50	0.54	3.94
<b><i>IP</i></b>	$9.2 \cdot 10^3$	507.23	<b>9.76</b>

Tabella 5.2: Indici di prestazione

Gli indici di prestazione riportati, descrivendo in maniera sintetica la situazione precedentemente introdotta, mostrano anch'essi come gli schemi di controllo aggiuntivi risultino fondamentali per riportare l'impianto alle condizioni operative nominali in presenza di un disturbo di portata.

Si intendono ora analizzare brevemente le cause che rendono lo schema di controllo MPC centralizzato così sensibile alla presenza del disturbo, con un conseguente errore non nullo a transitorio esaurito delle variabili d'uscita. In assenza di azioni compensative del disturbo lo schema MPC centralizzato "classico" giunge al termine del transitorio ad una condizione in cui l'effettiva evoluzione delle variabili di stato non corrisponde alle traiettorie ottime  $x^o(k:k+N-1)$  calcolate. La causa principale di questa problematica è da ricercare nel cambiamento dell'azione di controllo nominale  $\bar{u}$ , dovuta alla variazione della portata in ingresso. Come precedentemente descritto nel Paragrafo 5.2.1, ad ogni valore di riferimento di portata in ingresso può essere associata un'azione di controllo nominale differente. Dal momento che lo schema MPC centralizzato "classico" non considera la variazione del valore  $\bar{u}$ , si ottiene una previsione errata dell'evoluzione del vettore delle variabili di stato  $x(k)$  all'interno dell'orizzonte di predizione  $N$  e un conseguente calcolo errato dell'azione di controllo.

In Figura 5.5 si riportano le previsioni delle traiettorie ottime di una variabile di stato, calcolate nella fase finale della simulazione proposta per il controllore centralizzato "classico". Inoltre, la Figura 5.5 mostra come la previsione effettuata dal regolatore basata sul modello centralizzato sia di fatto errata se confrontata con l'effettiva evoluzione della variabile stimata dal filtro.

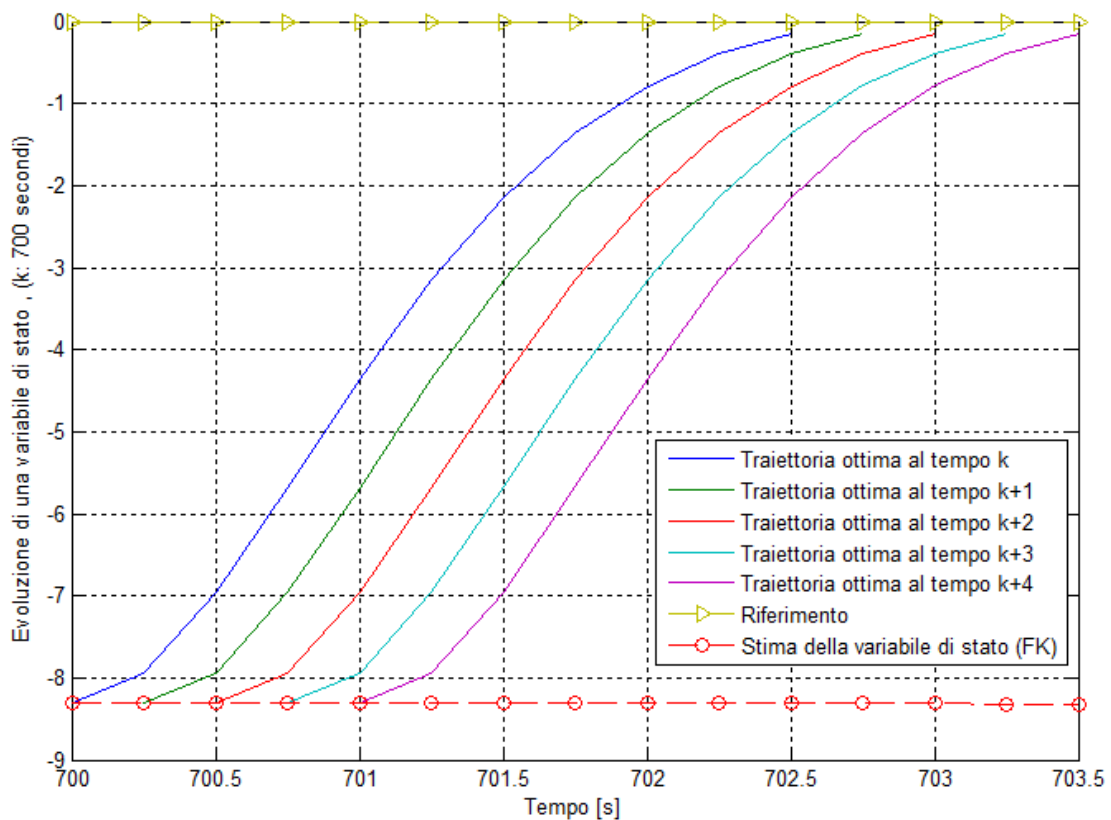


Figura 5.5: Evoluzione nell'orizzonte di predizione di una variabile di stato

Il regolatore ad ogni istante riceve la stima  $\bar{x}(k)$  sulla base della quale calcola la traiettoria ottima per le variabili di controllo  $u^o(k: k + N - 1)$ .

In accordo con la Figura 5.5 la variabile di stato dovrebbe arrivare a zero al termine dell'orizzonte di predizione, ma risulta chiaro come si sia raggiunta una condizione di equilibrio dinamico in cui l'azione di controllo dovrebbe condurre le variabili di stato al rispettivo riferimento (indicato dalla curva “-▷-”), mentre di fatto l'evoluzione reale effettiva si assesta ad un valore costante diverso da zero.

### (b) MPC decentralizzato

Per questa tipologia di controllore sono state messe a confronto due diverse possibili realizzazioni:

- MPC decentralizzato
- MPC decentralizzato con azione compensativa

In Figura 5.6 si riportano le risposte delle variabili d'uscita.

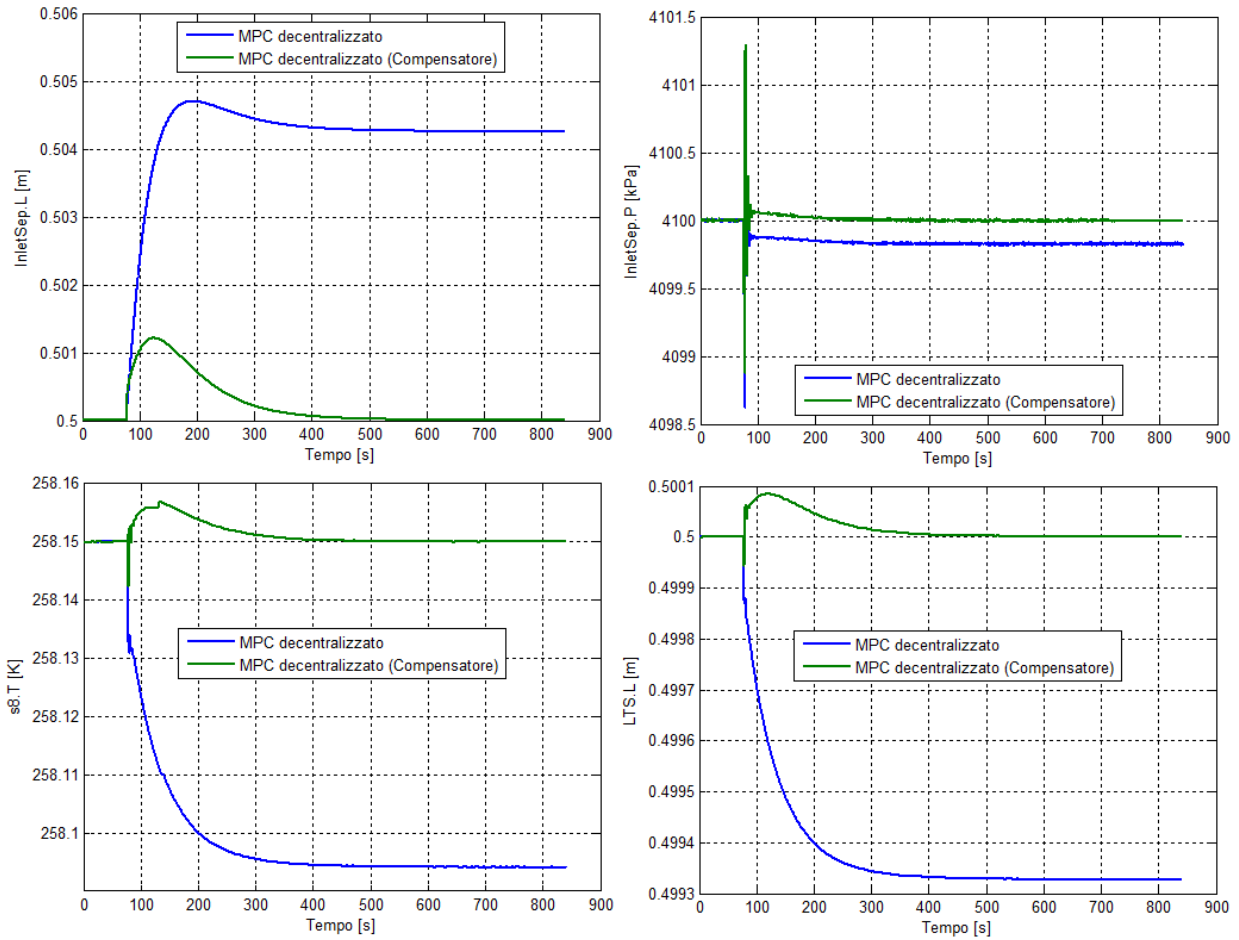


Figura 5.6: possibili soluzioni realizzative dello schema MPC decentralizzato

Si riportano in Tabella 5.3 i valori degli indici ottenuti per il controllore MPC decentralizzato.

	<b>Classico</b>	<b>Compensatore</b>
<b><i>IPU</i></b>	170.58	10.08
<b><i>IPC</i></b>	0.32	0.36
<b><i>IP</i></b>	170.90	10.44

Tabella 5.3: Indici di prestazione

La soluzione realizzata con l'aggiunta dell'azione compensativa risulta avere le prestazioni migliori dal momento che presenta l'indice *IPU* minore e l'errore delle variabili d'uscita nullo a transitorio esaurito. Come nel caso del controllore centralizzato analizzato in precedenza, la compensazione del disturbo di portata risulta indispensabile per riportare l'impianto alle condizioni operative nominali.

In assenza dell'azione compensativa lo schema di controllo decentralizzato presenta un errore a transitorio esaurito non nullo. Le cause di tale situazione sono del tutto analoghe a quelle analizzate per il controllore centralizzato.

Si noti che per lo schema di controllore MPC decentralizzato si è scelto di non realizzare una soluzione in termini di *velocity form*, in quanto le prestazioni ottenibili con l'aggiunta dell'azione compensativa risultavano già soddisfacenti. Con particolare riferimento alla variabile d'uscita  $y_{12}$  (relativa alla temperatura del fluido in uscita dal *chiller*) presentata in Figura 5.6, si nota come la realizzazione dell'azione compensativa permetta di ottenere una variazione impercettibile dal valore nominale di tale variabile. Questa variazione, inferiore al centesimo di grado, è del tutto analoga a quella ottenuta attraverso lo schema MPC centralizzato (Figura 5.4) basato su una rivisitazione in termini di *velocity form* del modello orientato al controllo di tale schema. Dal momento che il controllore decentralizzato con azione compensativa e quello centralizzato in *velocity form* hanno le stesse prestazioni non si è reso necessario realizzare tale soluzione anche per il controllore decentralizzato in quanto non si otterrebbero miglioramenti significativi delle prestazioni. L'analogia prestazionale tra queste due soluzioni realizzative sarà meglio dettagliata nel Paragrafo 5.5.1.

### **(c) DMPC cooperativo**

Per questa tipologia di controllore sono state messe a confronto due diverse possibili implementazioni:

- DMPC cooperativo
- DMPC cooperativo con azione compensativa

In Figura 5.7 si riportano le risposte delle variabili d'uscita.

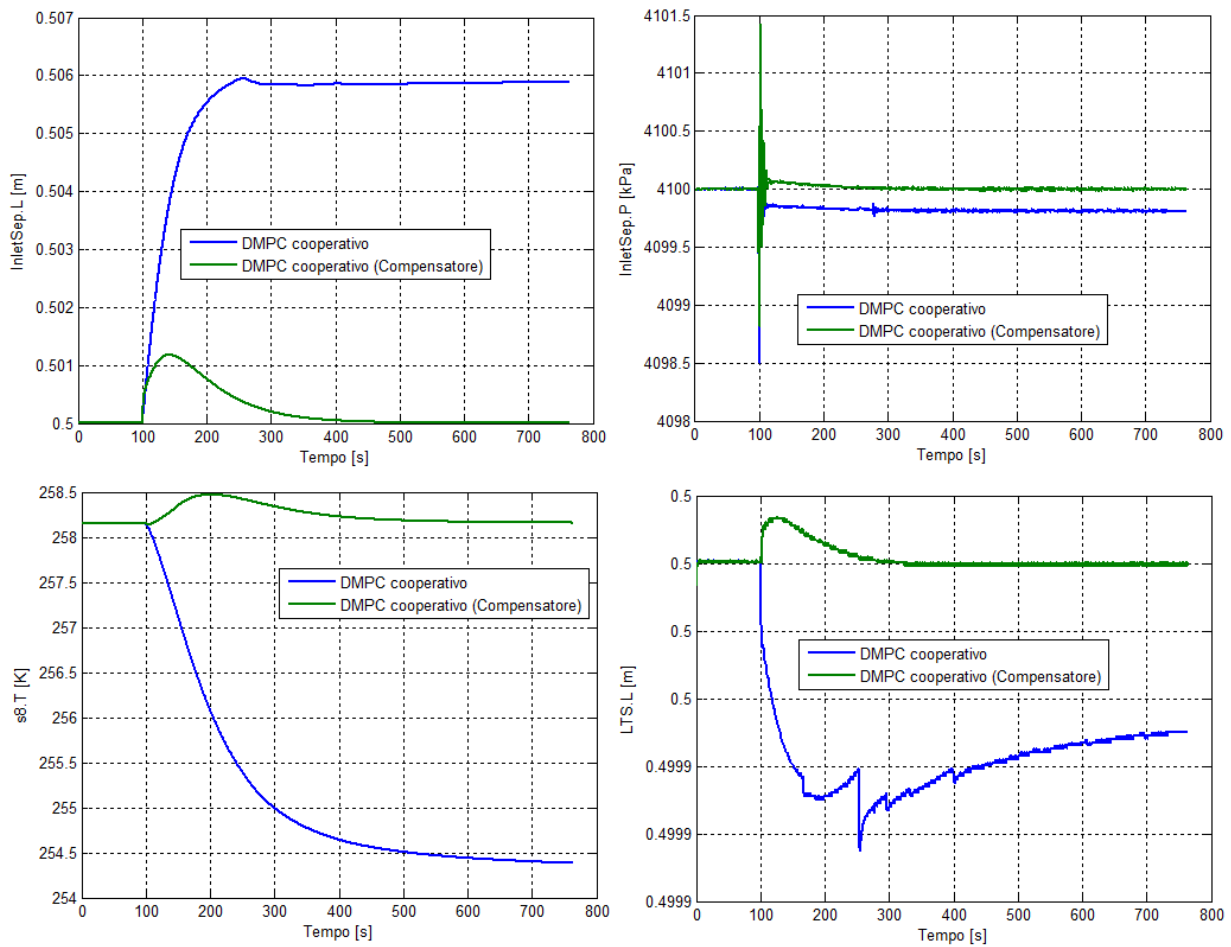


Figura 5.7: possibili soluzioni realizzative dello schema DMPC cooperativo

Si riportano in Tabella 5.4 i valori degli indici ottenuti per il controllore DMPC cooperativo.

	<b>Classico</b>	<b>Compensatore</b>
<b><i>IPU</i></b>	$9.2 \cdot 10^3$	505.97
<b><i>IPC</i></b>	0.40	0.43
<b><i>IP</i></b>	$9.2 \cdot 10^3$	506.40

Tabella 5.4: Indici di prestazione

Un'analisi analoga a quella proposte per gli schemi di controllo centralizzato e decentralizzato, relativamente alle diverse prestazioni ottenibili con e senza la realizzazione di un azione compensativa, può essere condotta anche per lo schema DMPC cooperativo. Anche in questo caso non è possibile prescindere dall'azione compensativa per riportare l'impianto alle condizioni operative nominali e ottenere un errore nullo delle variabili d'uscita a transitorio esaurito.

Si noti come le prestazioni ottenute per lo schema DMPC cooperativo con azione compensativa siano del tutto analoghe a quelle ottenute implementando lo schema MPC centralizzato con la stessa tecnica aggiuntiva. Questo risultato risulta coerente poiché il modello per la realizzazione dei tre controllori cooperativi è ottenuto a partire da quello centralizzato, come descritto nella procedura alternativa nel Paragrafo 3.1.2(c).

#### **(d) DMPC non cooperativo**

Avendo svolto un'analisi dettagliata per gli schemi di controllo MPC centralizzato e decentralizzato e DMPC cooperativo si è scelto di implementare solamente il regolatore DMPC non cooperativo con azione compensativa in quanto i risultati ottenuti precedentemente non davano adito a una possibile reiezione del disturbo con errore a transitorio esaurito nullo (e il conseguente raggiungimento delle condizioni operative nominali) senza la realizzazione di un compensatore anche per questo schema di controllo.

Le simulazioni ottenute per questo schema verranno presentate nel paragrafo successivo, nella fase di confronto prestazionale tra le diverse tipologie di regolatori implementati per il controllo della sezione di refrigerazione in esame.

## **5.5 Confronto dei diversi schemi di controllo**

### **5.5.1 Analisi prestazionale**

Viene presentato ora un confronto delle soluzioni realizzative migliori per ogni schema di controllo. Nelle Figure 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 è presentato l'andamento di tali soluzioni messe a confronto con lo schema di controllo tradizionale PID.

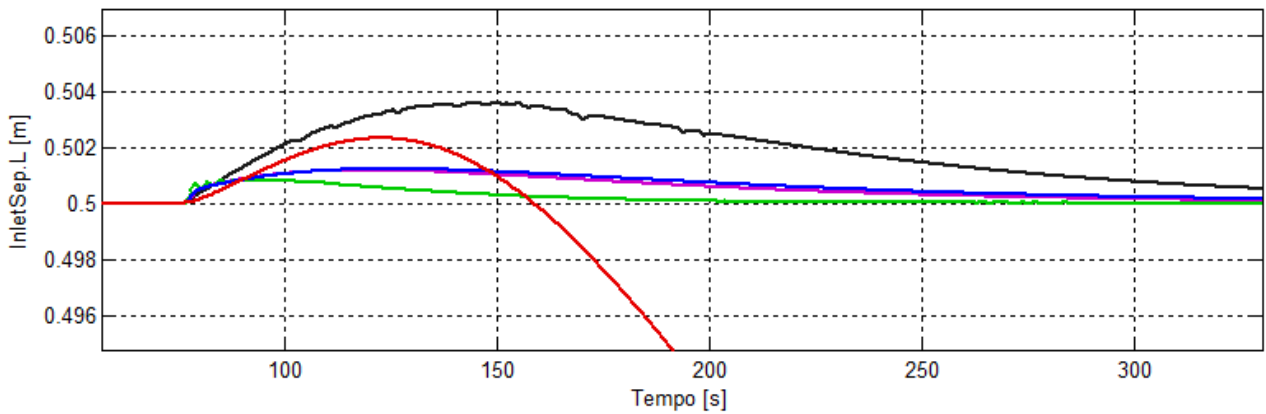
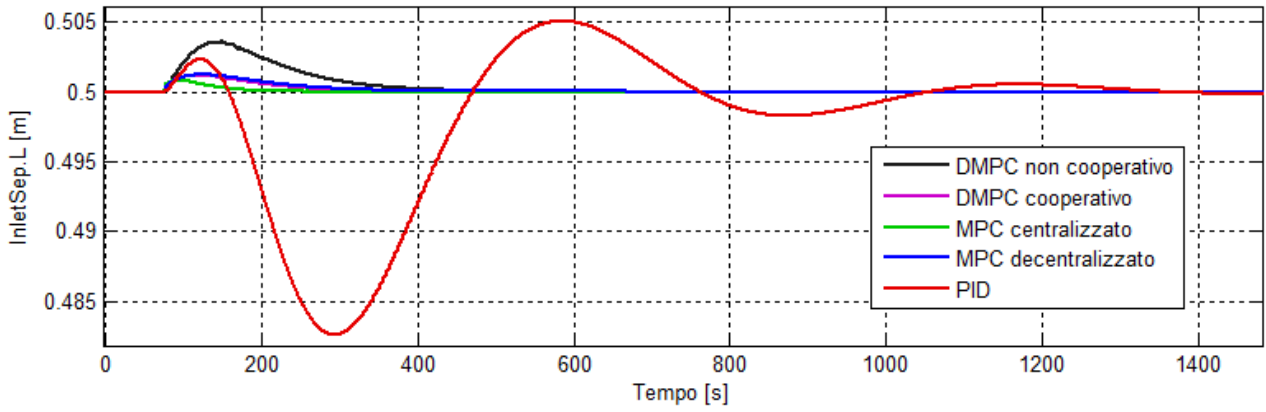


Figura 5.8: Livello del separatore d'ingresso

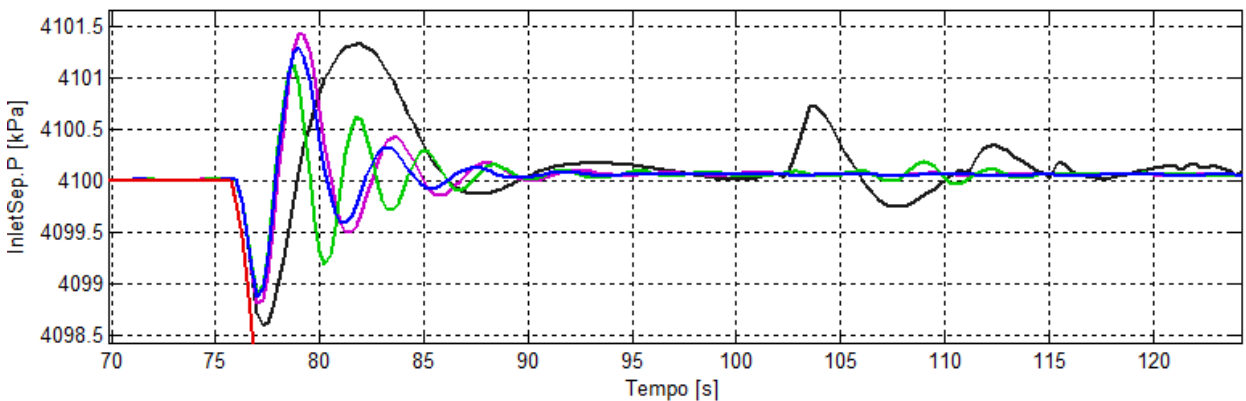
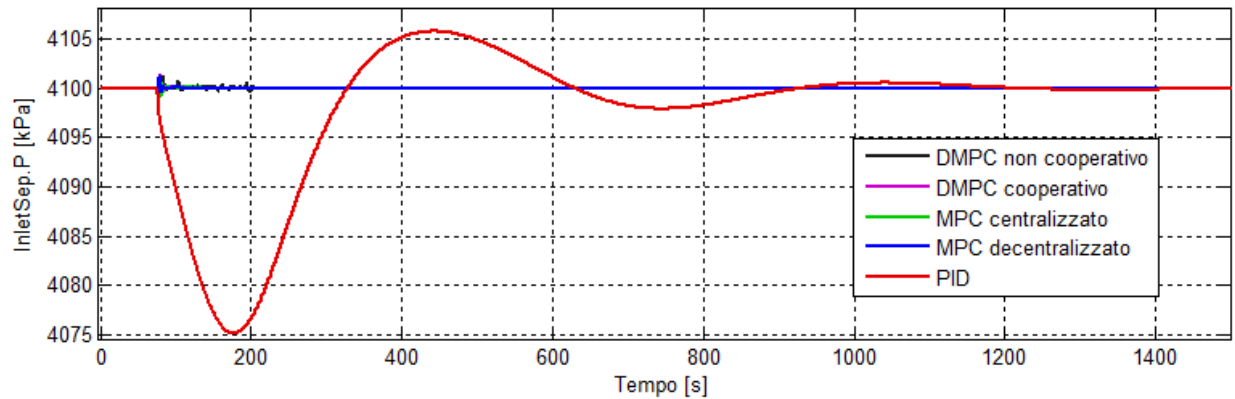


Figura 5.9: Pressione del separatore d'ingresso



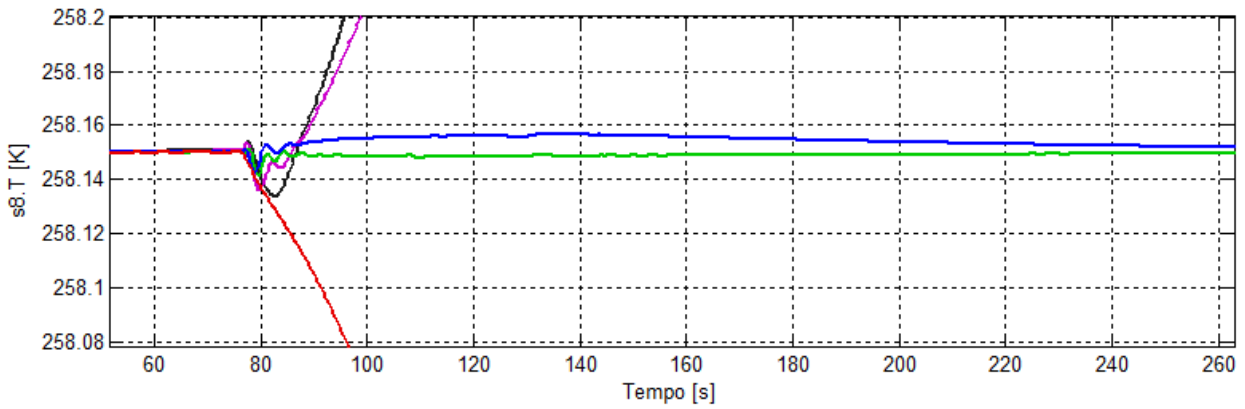
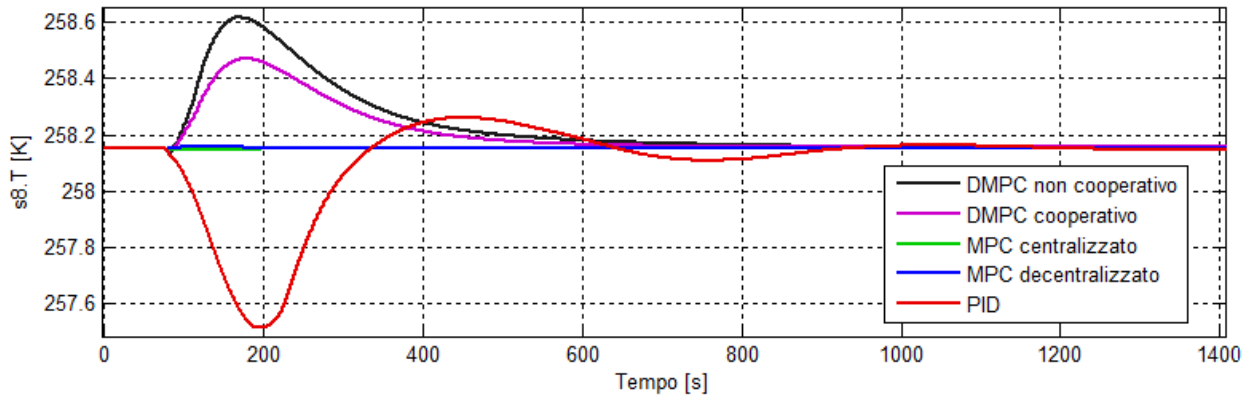


Figura 5.10: Temperatura del flusso  $s8$

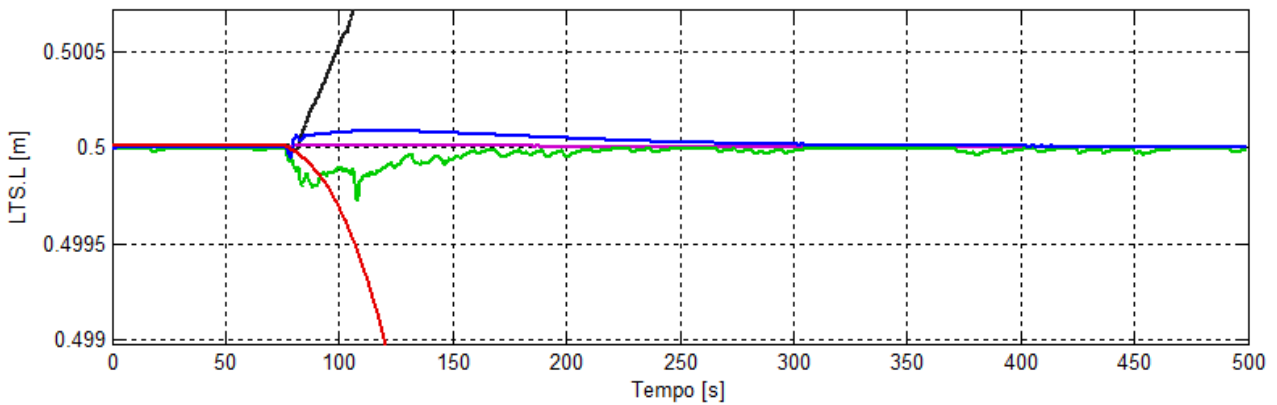
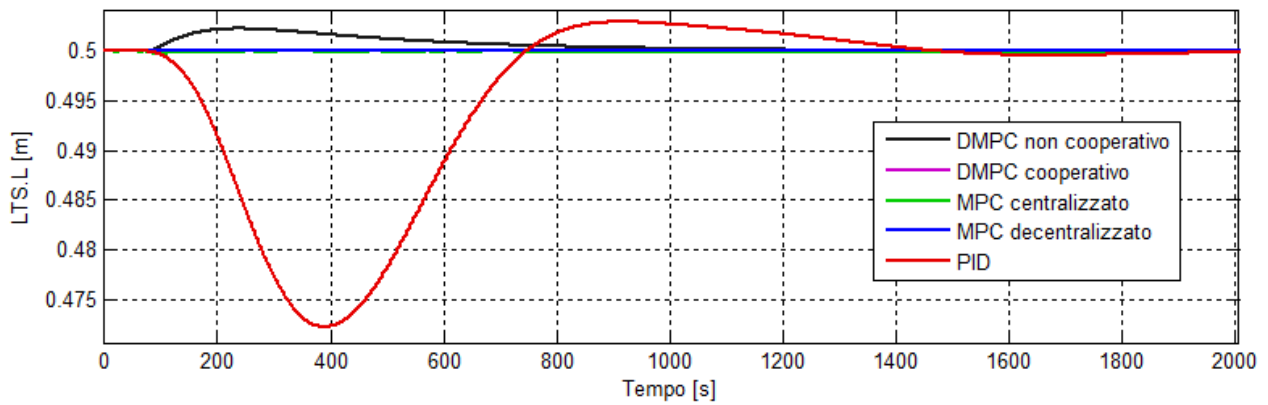


Figura 5.11: Livello del separatore  $LTS$

In Tabella 5.5 vengono riportati gli indici prestazionali ottenuti.

	<b>MPC centralizzato</b>	<b>MPC decentralizzato</b>	<b>DMPC cooperativo</b>	<b>DMPC non cooperativo</b>	<b>Controllo tradizionale PID</b>
<b><i>IPU</i></b>	5.82	10.08	505.97	726.99	$1.9 \cdot 10^3$
<b><i>IPC</i></b>	3.94	0.36	0.43	2.49	$4.7 \cdot 10^{-4}$
<b><i>IP</i></b>	9.76	10.44	506.40	729.49	$1.9 \cdot 10^3$

Tabella 5.5: Indici di prestazione

Nei capitoli precedenti si è spesso fatto riferimento alla parziale correttezza del modello identificato per lo schema decentralizzato e all'importanza di considerare opportunamente le interconnessioni presenti tra i diversi sottosistemi in cui è stata suddivisa la sezione di refrigerazione analizzata. Per questo motivo sia i controllori PID che lo schema decentralizzato, trascurando le interconnessioni, dovrebbero risultare meno performanti nella corretta regolazione del sistema. Non godendo della proprietà di ottimalità globale, le variabili di uscita per entrambi gli schemi dovrebbero essere soggette a forti variazioni dai valori nominali all'arrivo del disturbo di portata. Si noti invece come la regolazione PID porti le variabili d'uscita maggiormente significative (*s8.T* e *InletSep.P*) a subire rispettivamente variazioni massime di  $25 \text{ kPa}$  e  $0.6 \text{ K}$  che possono essere considerate di modesta entità in un'ottica di regolazione complessiva dell'impianto. Le prestazioni dello schema decentralizzato risultano inoltre del tutto confrontabili a quelle dello schema centralizzato e addirittura migliori di quelle conseguite con gli schemi di controllo DMPC cooperativo e robusto.

Le incoerenze ottenute possono essere ricondotte a diversi fattori legati principalmente alla struttura del sistema da controllare e alla taratura degli schemi di controllo. Con particolare riferimento alle funzioni di trasferimento significative presentate nel Paragrafo 3.2.4, si noti come i diversi sottosistemi dell'impianto risultino solo parzialmente interconnessi. Sono presenti infatti solo due funzioni di trasferimento d'interconnessione tra sottosistemi differenti e il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  non è influenzato da  $\mathcal{S}_2$  e  $\mathcal{S}_3$ . Queste considerazioni garantiscono che lo schema decentralizzato riesca comunque a regolare in modo ottimale il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  e ad ottenere prestazioni molto buone anche per i due sottosistemi "in cascata".

Inoltre, essendo l'impianto controllato progettato per essere regolato con un sistema di controllo PID, la scelta delle variabili d'ingresso e di uscita e il conseguente posizionamento fisico degli attuatori e dei sensori garantisce che le interconnessioni trascurate non inficino eccessivamente il controllo dell'impianto se si fa ricorso ad una logica decentralizzata di basso livello. Tali scelte, ottimali per un controllo decentralizzato dell'impianto, potrebbero essere riviste in un'ottica di controllo che considera le interconnessioni collocando, ad esempio, gli attuatori in posizioni che facilitino la trasmissione dei dati. Si noti a tal proposito come differenti scelte nella collocazione degli attuatori e dei sensori possano agevolare la realizzazione di infrastrutture di comunicazione e ridurre i costi ad esse associate. Le buone prestazioni dei regolatori decentralizzati (PID e MPC decentralizzato) non risultano quindi del tutto ingiustificate poiché la logica con cui si suppone essere stato progettato l'impianto è coerente con la metodologia di controllo decentralizzato scelta.

Si noti inoltre come le questioni relative alla taratura, descritte nel Paragrafo 4.6, si manifestino anche in questa analisi in cui viene controllato l'impianto reale, simulato in ambiente *Dynsim*. Definendo matrici di peso  $Q, R$  non diagonali potrebbe essere possibile migliorare notevolmente le prestazioni dello schema di controllo MPC centralizzato e di conseguenza quelle del DMPC cooperativo, dal momento che il funzionale di costo è lo stesso per entrambi gli schemi, come descritto nel Paragrafo 4.3.5

### 5.5.2 Analisi computazionale

Si intende ora valutare il tempo necessario al calcolo dell'azione di controllo per ogni schema analizzato. I tempi necessari alla stima dello stato e i tempi relativi alla trasmissione dei dati tra i diversi regolatori sono considerati trascurabili.

#### (a) Schema MPC centralizzato

Dal momento che l'impianto è regolato con un unico regolatore il tempo necessario a calcolo dell'azione di controllo è associato alla risoluzione dell'unico problema di ottimizzazione<sup>12</sup>. Si riporta in Figura 5.12 il tempo necessario alla risoluzione del problema di ottimizzazione in relazione ad un periodo di campionamento.

---

<sup>12</sup> Si consideri l'utilizzo delle funzioni *Matlab tic* e *toc*

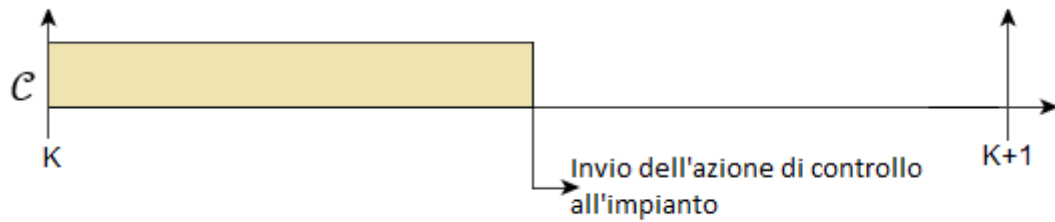


Figura 5.12: Tempo computazionale MPC centralizzato

### (b) Schema MPC decentralizzato

Per questo schema di controllo i regolatori implementati per ogni sottosistema calcolano l'azione di controllo relativa alla parte d'impianto di loro competenza, senza curarsi delle tempistiche dei regolatori degli altri sottosistemi. Si individuano quindi tre tempi distinti, associati alla risoluzione dei problemi di ottimizzazione dei diversi regolatori come mostrato in Figura 5.13.

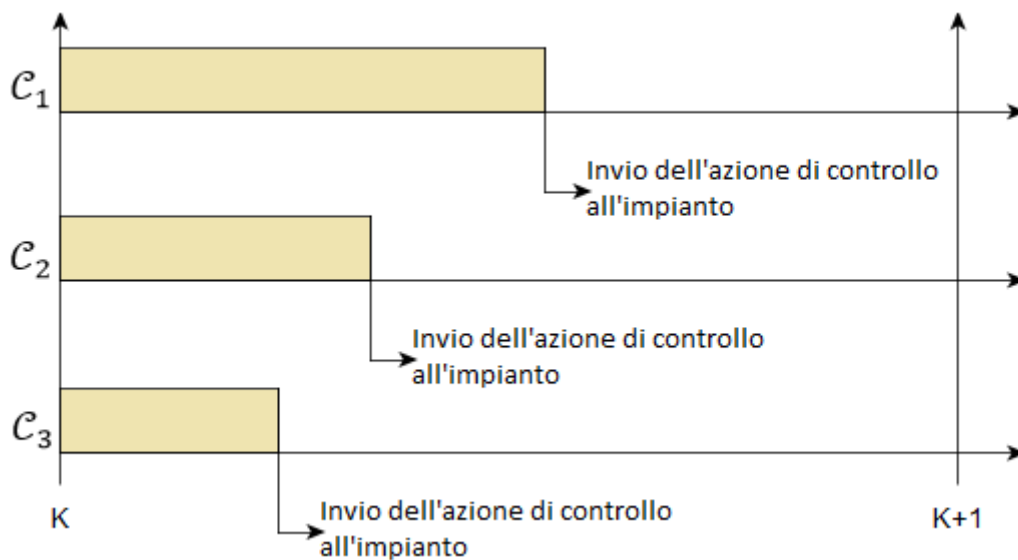


Figura 5.13: Tempo computazionale MPC decentralizzato

### (c) Schema DMPC cooperativo

Per questo schema di controllo è necessario che, ad ogni passo della procedura iterativa di negoziazione presentata nel Paragrafo 4.3.4, venga atteso il regolatore “più lento”, cioè quello che impiega più tempo a risolvere il problema di ottimizzazione. Solo nel momento in cui tutti e tre i regolatori terminano il loro calcolo, sarà possibile trasmettere le traiettorie delle variabili di controllo e passare al passo iterativo successivo. Il tempo necessario al calcolo dell’azione di controllo sarà dunque la somma dei tempi computazionali massimi di ogni passo iterativo. Tale situazione è rappresentata in Figura 5.14.

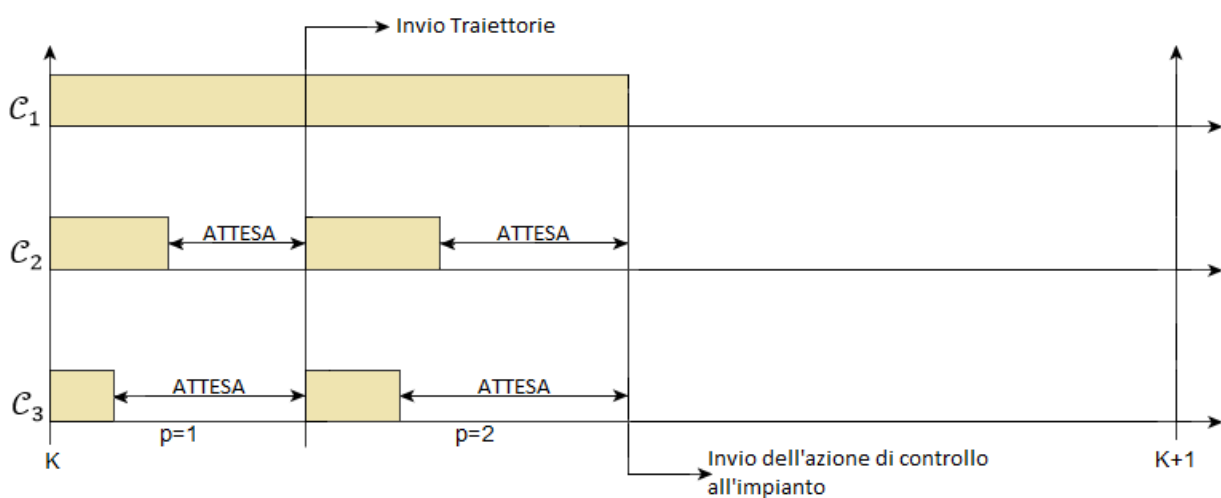


Figura 5.14: Tempo computazionale DMPC cooperativo

Come precedentemente anticipato nel Paragrafo 4.3.4, all’aumentare del numero di passi iterativi  $p$  della negoziazione le prestazioni dello schema di controllo cooperativo si avvicinano sempre più a quelle dello schema centralizzato. In riferimento a quanto appena descritto, però, i tempi computazionali aumentano al crescere del numero di passi iterativi  $p$ . Per garantire il calcolo dell’azione di controllo in un tempo sufficientemente breve, l’algoritmo descritto nel Paragrafo 4.3.4 prevede infatti di limitare il numero passi iterativi al valore  $p^{max}$ .

Si intende ora condurre un’analisi più approfondita con cui valutare quale possa essere il numero di passi massimo  $p^{max}$  che fornisce il miglior compromesso tra tempi computazionali e prestazioni ottenute. A tal proposito sono state effettuate tre simulazioni in cui viene fatto variare il numero di passi massimo della negoziazione. In questo modo è possibile valutare le prestazioni dello schema di controllo (a fronte del disturbo di portata imposto) e i tempi computazionali al variare del parametro  $p^{max}$ .

In Figura 5.15 è presentato l'andamento della variabile d'uscita che maggiormente risente della variazione del numero massimo di passi iterativi.

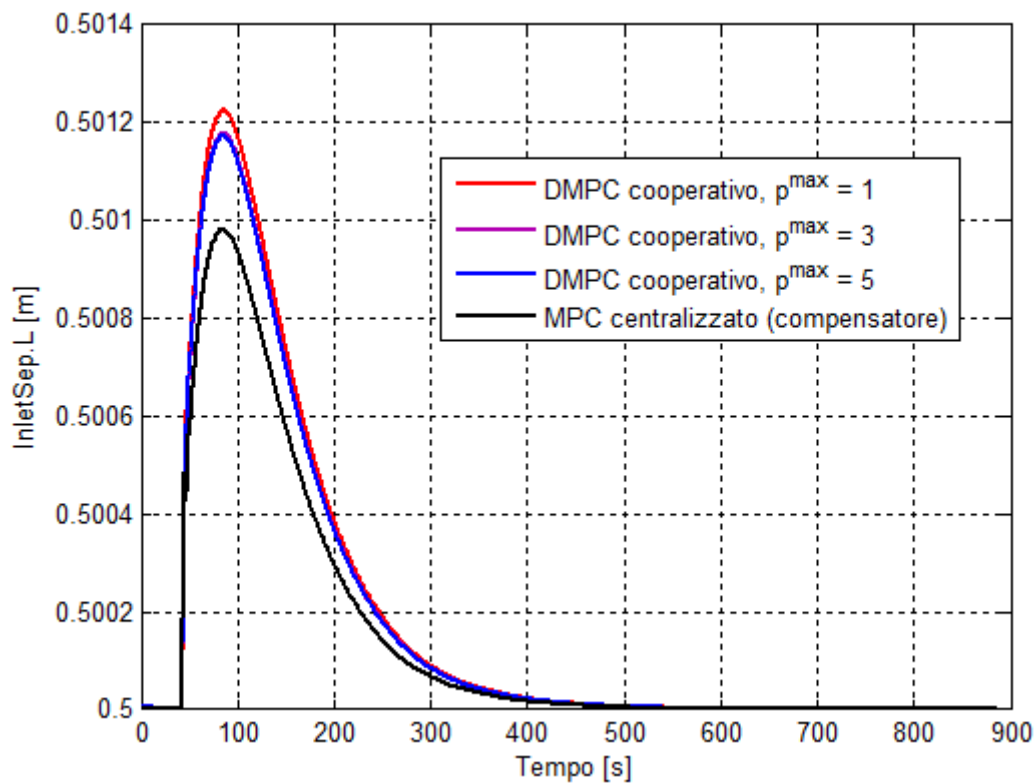


Figura 5.15: Confronto tra controllore centralizzato e cooperativo al variare di  $p^{\max}$

Come risulta evidente in Figura 5.15 le prestazioni dello schema di controllo centralizzato risultano del tutto analoghe sia a quelle del controllore cooperativo con  $p^{\max} = 3$ , sia a quello con  $p^{\max} = 5$ . Ricordando che la Figura 5.15 riporta l'uscita che più risente della variazione del numero di passi iterativi, risulta quindi poco significativo simulare il controllo dell'impianto complessivo con un numero di passi massimo maggiore.

Si riportano ora in Figura 5.16 il numero di passi iterativi e l'andamento del tempo computazionale, ad ogni istante  $k$ , in riferimento alle tre simulazioni effettuate.

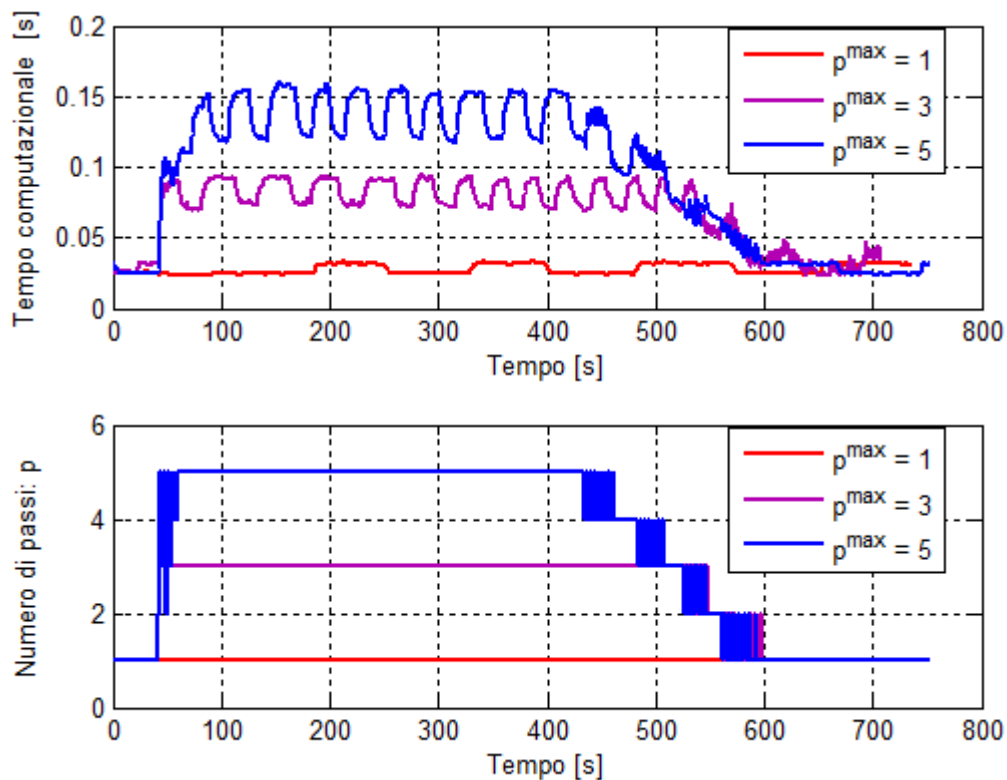


Figura 5.16: Numero di passi iterativi e tempo computazionale per lo schema DMPC cooperativo

Nelle simulazioni in cui  $p^{\max}$  è diverso da 1, l'arrivo del disturbo comporta un aumento del numero di passi iterativi  $p$  necessari alla fase negoziazione e un conseguente aumento del tempo necessario al calcolo dell'azione di controllo. Dalla Figura 5.16 risulta evidente che all'istante in cui si verifica il disturbo di portata il numero di passi iterativi  $p$  aumenta fino al valore limite  $p^{\max}$ .

Alla luce di quanto emerge dalle figure proposte, limitare a 3 il numero massimo di passi iterativi può essere ritenuto un valido compromesso tra prestazioni e tempi computazionali. Le prestazioni ottenute con  $p^{\max} = 3$  risultano del tutto confrontabili con quelle del regolatore centralizzato e di conseguenza permettere alla fase di negoziazione di effettuare un numero maggiore di iterazioni porterebbe ad aumentare solamente i tempi computazionali, senza migliorare in modo significativo le prestazioni ottenute.

**(d) Schema DMPC non cooperativo**

In questo schema di controllo la trasmissione delle informazioni relative alle traiettorie di riferimento calcolate può avvenire durante i tempi passivi dei regolatori, eliminando i tempi di attesa presenti nella versione cooperativa dell'algoritmo distribuito. Sono stati quindi individuati tre tempi computazionali distinti. Uno schema di tale situazione viene presentato in Figura 5.17.

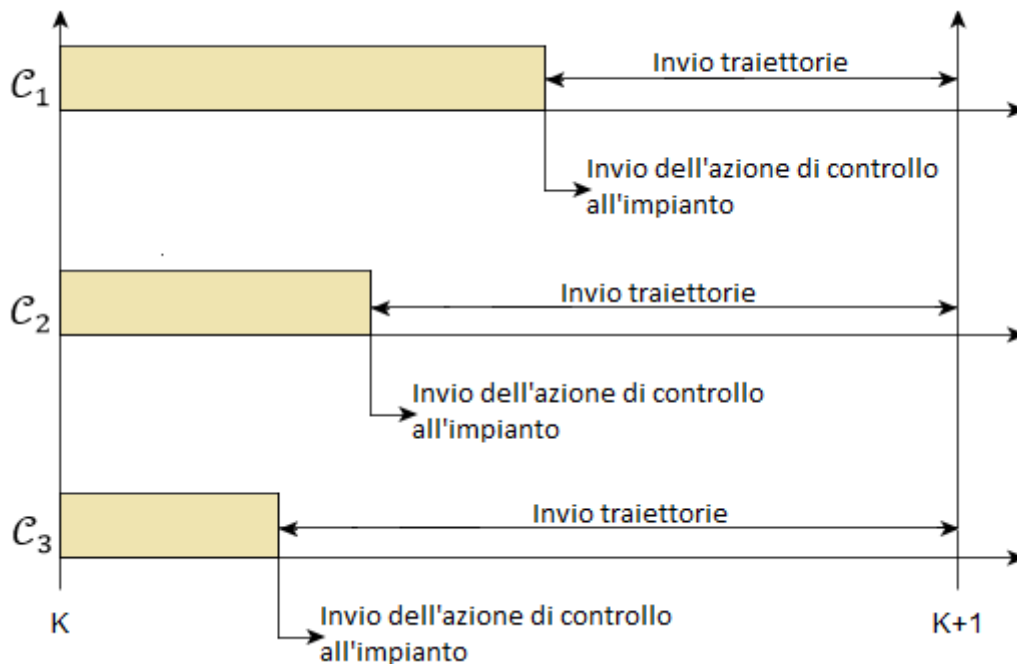


Figura 5.17: Tempo computazionale DMPC non cooperativo

Infine, in Tabella 5.6, vengono riportati i tempi medi necessari al calcolo dell'azione di controllo in riferimento alle simulazioni proposte nel Paragrafo 5.5.1 per ogni schema di regolazione. Si noti come i tempi computazionali, riportati in Tabella 5.6, siano soggetti alla potenza delle risorse computazionali disponibili in questa trattazione.



<b>MPC centralizzato</b>	<b>DMPC cooperativo</b>	<b>DMPC non cooperativo</b>	<b>MPC decentralizzato</b>
<b><math>T = 0.144 s</math></b>	$T = 0.066 s$	$T_1 = 0.065 s$	$T_1 = 0.015 s$
		$T_2 = 0.009 s$	$T_2 = 0.013 s$
		$T_3 = 0.010 s$	$T_3 = 0.013 s$

Tabella 5.6: Tempi computazionali medi per ogni schema di controllo

Gli schemi di controllo basati sulla suddivisione in sottosistemi del sistema in esame, partizionano su processori che “lavorano in parallelo” il problema di controllo complessivo. Ciò comporta una riduzione del carico computazione di ogni regolatore locale e la conseguente diminuzione dei tempi computazionali come mostrato in Tabella 5.6. Ad esempio, il tempo necessario al calcolo dell’azione di controllo per lo schema cooperativo risulta minore di quello centralizzato nonostante il modello per il regolatore cooperativo sia stato ottenuto da un modello centralizzato e presenti quindi lo stesso numero di variabili di stato. Tale situazione, come precedentemente anticipato, è dovuta alla maggiore semplicità dei problemi di ottimizzazione impostati: ogni regolatore calcola l’azione di controllo ottima per un numero minore di ingressi e un conseguente numero minore di variabili di ottimizzazione locali.

Si noti infine come l’analisi proposta sia da considerarsi prettamente qualitativa, poiché l’ambiente *Matlab* in cui sono stati implementati gli schemi di controllo non fornisce alcuna garanzia sulla conoscenza a priori della durata delle operazioni di calcolo effettuate. Infatti non è possibile affermare che la medesima operazione, effettuata in due istanti differenti, abbia la stessa durata. In riferimento alla Figura 5.16 si noti come i tempi computazionali risultino fortemente variabili ad ogni istante  $k$ , in quanto la logica con cui è stata realizzata l’interfaccia di comunicazione tra l’ambiente *Matlab* e *DynSim* è basata su file di testo che impongono la scrittura periodica di dati sull’*hard disk* del calcolatore su viene realizzata la simulazione. L’ampio utilizzo di tale risorsa per lo scambio di dati introduce forti latenze di esecuzione, rendendo il tempo necessario al calcolo dell’azione di controllo fortemente variabile.

### 5.5.3 Analisi della quantità di dati trasmessi

L'analisi proposta in questo paragrafo è relativa alla quantità di dati trasmessi e ricevuti, ad ogni istante  $k$ , da ogni schema di controllo implementato. È necessario però riportare alcune considerazioni preliminari relative alla tipologia della rete di comunicazione, alla distanza che le informazioni da trasmettere devono percorrere e alla possibilità di integrare nei singoli sottosistemi le unità di controllo.

In primo luogo vengono prese in considerazione due possibili realizzazioni dell'infrastruttura di comunicazione con cui vengono trasmessi i dati utili al calcolo dell'azione di controllo all'interno dell'impianto. La prima tipologia considerata è quella cablata, la quale utilizza supporti fisici (come cavi e fibre ottiche) per la trasmissione dei dati. La rete di comunicazione che si ottiene può essere ritenuta affidabile e veloce, in quanto la probabilità di errore di trasmissione risulta contenuta e la trasmissione dei dati avviene in tempi brevi, senza latenze che possono compromettere il calcolo dell'azione di controllo. Si noti però come, per impianti di grandi dimensioni in cui le unità operative da connettere possono essere poste a notevole distanza tra loro, tale strategia può risultare sconveniente o di difficile utilizzo. A tal proposito si può ricorrere alla realizzazione di una rete di comunicazione *wireless*. Tale soluzione semplifica notevolmente la realizzazione dell'infrastruttura di comunicazione, eliminando i problemi relativi al cablaggio per trasmissioni a medio/lungo raggio e garantendo una flessibilità maggiore della rete di comunicazione. La scelta di realizzare una rete di comunicazione *wireless* comporta tuttavia delle problematiche. Risulta infatti più difficile garantire che la trasmissione dei dati avvenga in tempi sufficientemente brevi e definibili a priori, dal momento che tale soluzione è soggetta ad errori di trasmissione e latenze dovute alla maggiore complessità dei protocolli di comunicazione. Si può quindi dedurre che le trasmissioni dei dati che risultano maggiormente critiche sono quelle in cui è necessario mettere in comunicazione unità operative poste a notevole distanza. A tal proposito gli schemi di controllo decentralizzati e distribuiti forniscono una valida alternativa allo schema di controllo centralizzato, dal momento che le unità di controllo possono essere direttamente integrate nei componenti, mentre nel caso del controllo centralizzato l'unità di controllo è esterna. Ne consegue che, per valutare efficacemente la quantità di dati circolante in ogni schema di controllo, verranno considerate solamente le trasmissioni "a distanza".

Per gli schemi per cui si è scelto di realizzare un'azione compensativa del disturbo (MPC decentralizzato, DMPC cooperativo e robusto) dovrebbe essere considerata come variabile necessaria al calcolo dell'azione di controllo anche la misura della portata entrante nella sezione di refrigerazione. Permettere ad ogni regolatore di conoscere le misurazioni della portata in ingresso risulta semplice e di poco impatto sulla configurazione del sistema dal momento che tutta l'analisi è condotta attraverso simulazioni dinamiche dell'impianto. Su un impianto reale però garantire ad ogni regolatore tale conoscenza potrebbe rendere necessario apportare modifiche all'infrastruttura di trasmissione dei dati, instaurando un canale di comunicazione aggiuntivo per trasmettere tale misura di portata ad ogni regolatore. Queste considerazioni necessiterebbero di conoscenze più approfondite sul posizionamento effettivo di sensori, attuatori e regolatori all'interno dell'impianto e risulta quindi giustificato trascurare in questa analisi il conteggio del dato relativo alla portata in ingresso alla sezione di refrigerazione in esame.

#### (a) Schema MPC centralizzato

Per questo schema di controllo sono considerate sia le uscite misurate  $y(k)$ , che le variabili d'ingresso  $u(k)$  come mostrato in Tabella 5.7.

Regolatori	Dati trasmessi	Dimensione
$c$	$y(k)$	4
	$u(k)$	4
<b>Totale dati trasmessi: 8</b>		

Tabella 5.7: Dati trasmessi per MPC centralizzato

Per lo schema centralizzato il calcolo dell'azione di controllo avviene su un unico processore, di conseguenza non è possibile scegliere un posizionamento che permetta di minimizzare la distanza da tutte le unità operative dell'impianto.

#### (b) Schema MPC decentralizzato

Per questo schema di controllo non sono presenti trasmissioni dati definibili "a distanza", in quanto ogni controllore è integrato nel proprio sottosistema d'appartenenza. Di conseguenza possono essere realizzate reti di comunicazione locali cablate.

### (c) Schema DMPC cooperativo

Ad ogni passo iterativo  $p$ , ogni regolatore  $\mathcal{C}_i$  riceve in ingresso le traiettorie delle variabili di controllo di tutti gli altri sottosistemi  $u_j^p(k:k+N-1)$ ,  $j \in \mathbb{I}_{1:3} \setminus \{i\}$ . Per stimare i vettori delle variabili di stato ogni regolatore deve avere conoscenza dei vettori  $u(k)$  e  $y(k)$ , necessari ai filtri di *Kalman*, come mostrato in Figura 4.7. Il vettore degli ingressi  $u(k)$  non deve essere trasmesso, dal momento che può essere calcolato dalle traiettorie  $u_j^p(k:k+N-1)$ , mentre è necessario che ogni regolatore  $\mathcal{C}_i$  riceva in ingresso il vettore  $y_j(k)$ ,  $j \in \mathbb{I}_{1:3} \setminus \{i\}$  (le variabili d'uscita relative al proprio sottosistema possono essere trasmesse attraverso una rete locale cablata).

Si noti che, dal momento che lo schema di controllo cooperativo prevede una trasmissione dei dati tra diversi regolatori articolata in più fasi iterative, è necessario tenere opportunamente in considerazione il numero di ritrasmissioni all'interno di uno stesso periodo di campionamento. Si è preso in esame il caso in cui il numero di ritrasmissioni delle traiettorie delle variabili di controllo sia massimo, ovvero  $p = p^{max} = 3$ . La dimensione delle traiettorie si ottiene moltiplicando la dimensione del vettore d'ingresso per il valore dell'orizzonte di predizione  $N = 20$ .

Si riportano in Tabella 5.8 i risultati ottenuti per lo schema DMPC cooperativo.

Regolatori	Dati in ingresso	Dimensione	Ritrasmissioni	Totale
$\mathcal{C}_1$	$y_2(k)$	1	1	1
	$y_3(k)$	1	1	1
	$u_2^p(k:k+N-1)$	20	3	60
	$u_3^p(k:k+N-1)$	20	3	60
$\mathcal{C}_2$	$y_1(k)$	2	1	2
	$y_3(k)$	1	1	1
	$u_1^p(k:k+N-1)$	40	3	120
	$u_3^p(k:k+N-1)$	20	3	60
$\mathcal{C}_3$	$y_1(k)$	2	1	2
	$y_2(k)$	1	1	1
	$u_1^p(k:k+N-1)$	40	3	120
	$u_2^p(k:k+N-1)$	20	3	60
<b>Totale dati trasmessi: 488</b>				

Tabella 5.8: Dati trasmessi per DMPC cooperativo

La notevole quantità di dati trasmessi costituisce il principale limite per l'utilizzo dello schema di controllo DMPC cooperativo. Risulta infatti evidente come la fase di negoziazione tra i diversi regolatori richieda un notevole scambio di dati e solleciti la rete di comunicazione. Il tempo richiesto per la trasmissione dei dati nella fase di negoziazione, viene considerato trascurabile nell'analisi dei tempi computazionali condotta nel Paragrafo 5.5.2. Si noti però che, all'aumentare del numero di passi iterativi  $p$  e al conseguente aumento della quantità di dati trasmessi, il tempo necessario alla trasmissione dei dati tra i diversi regolatori può assumere un ruolo preponderante e occupare una buona parte del periodo di campionamento, riducendo il tempo disponibile per la stima delle variabili di stato e la risoluzione dei problemi di ottimizzazione.

#### (d) Schema DMPC non cooperativo

In riferimento alla Figura 4.8, i regolatori  $\mathcal{C}_2$  e  $\mathcal{C}_3$  (che comprendono il sottosistema  $\mathcal{S}_1$  nell'insieme dei loro vicini) ricevono in ingresso l'aggiornamento della traiettoria di riferimento delle variabili di stato  $\tilde{x}_1(k+N)$  inviata dal controllore  $\mathcal{C}_1$  e il vettore delle variabili di stato  $\bar{x}_1(k)$ , necessario agli osservatori per la stima dello stato.

Si riportano in Tabella 5.9 i risultati ottenuti.

Regolatori	Dati in ingresso	Dimensione
$\mathcal{C}_1$	-	-
$\mathcal{C}_2$	$\tilde{x}_1(k+N)$	7
	$\bar{x}_1(k)$	7
$\mathcal{C}_3$	$\tilde{x}_1(k+N)$	7
	$\bar{x}_1(k)$	7
<b>Totale dati trasmessi: 28</b>		

Tabella 5.9: Dati trasmessi per DMPC non cooperativo

La quantità totale di dati trasmessi, in accordo con la natura distribuita dell'algoritmo, risulta maggiore di quella prevista per le strategie di controllo MPC centralizzato e decentralizzato. In relazione allo schema DMPC cooperativo però si ha una sollecitazione notevolmente minore della rete di comunicazione. L'aggiornamento della traiettoria  $\tilde{x}_1(k+N)$  viene infatti

trasmesso un'unica volta all'interno del periodo di campionamento, a differenza dello schema cooperativo che prevedeva ritrasmissioni multiple delle traiettorie delle variabili di controllo. Inoltre in questo schema ogni regolatore riceve dati solo dai regolatori *vicini*, a differenza dello schema DMPC cooperativo che prevede una comunicazione *all-to-all*. La quantità minore di dati trasmessi agevola notevolmente il soddisfacimento dei vincoli temporali entro i quali deve avvenire la stima delle variabili di stato, la comunicazione tra regolatori e la risoluzione dei problemi di ottimizzazione.

## 5.6 Analisi conclusiva

Si riporta ora la Tabella 5.10 riassuntiva delle tre analisi svolte per gli schemi di controllo implementati.

Schema di controllo	IP	Tempo computazionale	Dati trasmessi totali
<b>MPC centralizzato</b>	9.76	0.144 s	8
<b>MPC decentralizzato</b>	10.44	0.015 s	0
		0.013 s	
		0.013 s	
<b>DMPC cooperativo</b>	506.40	0.066 s	488
<b>DMPC non cooperativo</b>	729.49	0.065 s	28
		0.009 s	
		0.010 s	

Tabella 5.10: Riassunto conclusivo delle analisi svolte

Nel paragrafo 5.5.1 viene descritto nel dettaglio come la struttura del sistema da controllare e il numero di interazioni presenti tra i diversi sottosistemi abbiano una forte influenza sulle prestazioni degli schemi di controllo studiati. Nel caso considerato infatti le interconnessioni presenti tra sottosistemi differenti risultano di modesta entità e di conseguenza anche lo schema di controllo decentralizzato risulta efficace nella reiezione del disturbo di portata imposto. Dalla Tabella 5.10 risulta evidente che il controllo MPC decentralizzato presenta prestazioni del tutto confrontabili con quelle ottenute implementando lo schema centralizzato,

nonostante i controllori decentralizzati non garantiscano l'ottimalità dell'azione di controllo calcolata in relazione all'impianto nel suo complesso.

Sempre in relazione al modesto numero di interconnessioni, la Tabella 5.10 mette in evidenza come il ricorso a tecniche di controllo avanzate, in grado di tenere opportunamente in considerazione le interconnessioni, può risultare parzialmente ingiustificato nel caso trattato in questa Tesi. In generale l'utilizzo di strategie di controllo distribuite comporta la realizzazione di infrastrutture di comunicazione in grado di trasmettere grandi quantità di dati tra i diversi regolatori, come mostrato in Tabella 5.10, con particolare riferimento allo schema cooperativo. Di conseguenza tali strategie sono maggiormente indicate per il controllo di impianti con unità operative maggiormente interconnesse tra loro. Infatti, in numerosi casi il ricorso a strategie di controllo distribuite può risultare l'unica scelta effettivamente percorribile in grado di fornire soluzioni per il controllo di processi complessi, di grandi dimensioni e fortemente interconnessi. Si consideri a tal proposito come il sistema considerato sia solamente una parte del sistema complessivo, costituito nella sua totalità dalla sezione di refrigerazione e della colonna di separazione. Considerando il problema di controllo per entrambe le sezioni potrebbe essere necessario partizionare l'impianto complessivo in modo differente, modificando di conseguenza il numero e l'entità delle interazioni. In questo caso si renderebbe indispensabile l'utilizzo di strategie di controllo distribuite.

# Capitolo 6

## Conclusioni

### 6.1 Introduzione

Questa Tesi si colloca nell'ambito del controllo predittivo. In particolare vengono illustrate differenti soluzioni implementative per il controllo della sezione di refrigerazione di un impianto per il trattamento del gas naturale. Tali soluzioni sono gli schemi di controllo MPC centralizzato e decentralizzato, lo schema distribuito cooperativo e quello distribuito non cooperativo robusto.

Le fasi di maggiore interesse attraverso le quali è stata sviluppata questa trattazione sono le seguenti:

- *Creazione di una interfaccia di comunicazione innovativa*

La comunicazione tra il *software* industriale di simulazione dinamica *DynSim* (comunemente adottato dalle principali aziende del settore *Oil & Gas*) e il calcolatore *Matlab* è realizzata *ad hoc* per lo sviluppo di questa trattazione. La trasmissione di flussi di dati tra i due applicativi è possibile attraverso la definizione di un apposito file di interfaccia che permette la creazione di una struttura per l'esportazione e l'importazione dei dati. La creazione di questa interfaccia di comunicazione ha consentito di utilizzare schemi di controllo di alto livello per la regolazione della sezione in esame, in sostituzione di quelli tradizionali resi disponibili dall'applicativo di simulazione dinamica (controllori PID).

- *Identificazione dei modelli orientati al controllo*

Il modello matematico dell'impianto in questione viene ottenuto attraverso i dati ottenuti dal simulatore dinamico. A partire dalla matrice delle funzioni di trasferimento identificate è stato possibile ottenere un modello differenziale e coerente alle specifiche



teoriche di ogni schema di controllo studiato. Ogni modello viene realizzato attraverso tecniche dedicate e dettagliate.

- *Realizzazione degli schemi di controllo*

Ognuno degli schemi di controllo studiati ha richiesto un'implementazione dedicata e differente. Si è reso necessario, ad esempio, utilizzare diversi schemi di filtraggio per la stima delle variabili di stato. Inoltre l'effettiva implementazione degli schemi di controllo è risultata essere soggetta a problematiche realizzative dovute alle non idealità dell'impianto da controllare.

- *Validazione degli schemi di controllo*

Gli schemi di controllo studiati sono stati tutti validati introducendo un disturbo sulla portata in ingresso alla sezione di refrigerazione. Tale disturbo rappresenta una situazione comune e fortemente realistica per l'impianto analizzato e pertanto la validazione effettuata conferisce particolare interesse alla trattazione nel suo complesso.

## 6.2 Risultati conseguiti

Lo scopo principale di questa Tesi è quello di applicare diverse strategie di controllo predittivo per la regolazione della sezione di refrigerazione di un impianto per il trattamento del gas naturale: si tratta di un impianto composto da tre unità operative principali (due separatori in pressioni e uno scambiatore di calore) interconnesse tra loro. L'obiettivo perseguito è quello di approfondire i diversi aspetti legati alle caratteristiche dei differenti schemi di controllo studiati e di validarne, tramite simulazioni eseguita su una piattaforma di simulazione dinamica, le proprietà teoriche descritte.

Alla luce dei risultati ottenuti è possibile condurre una riflessione di più ampio respiro sulle scelte di progetto per la sezione di refrigerazione analizzata in questa Tesi e, più in generale, relativamente a impianti di processo analoghi. Il progetto e la realizzazione effettiva di un impianto di processo risultano implicitamente vincolati alle possibili soluzioni controllistiche applicabili. Si pensi, ad esempio, come il posizionamento fisico degli attuatori o la scelta di considerare, e quindi misurare, alcune variabili di processo piuttosto che altre, siano decisioni da prendere in fase di progetto, ma strettamente legate alla tipologia di regolatori che verranno

utilizzati per il controllo dell'impianto. Si rende quindi necessario trovare un compromesso tra posizionamento ottimale degli elementi d'impianto, infrastrutture di comunicazione e trasmissione dati e la possibilità di controllare efficacemente l'impianto in questione. L'utilizzo di uno schema di controllo di basso livello può da una parte semplificare i problemi di controllo, ma di contro può vincolare alcune scelte progettuali e compromettere le flessibilità dell'impianto. Queste situazioni di *trade-off* tra scelte di progetto e scelte controllistiche sono ancora oggi associate alla forte diffusione degli schemi di controllo PID, di fatto la strategia di controllo attualmente più utilizzata. La scelta di ricorrere a schemi di controllo PID presuppone di minimizzare il numero di interconnessioni tra le diverse unità operative per garantire un controllo soddisfacente dell'impianto nel suo complesso. È possibile estendere tale considerazione anche per la sezione di refrigerazione analizzata in questa Tesi. Infatti le interconnessioni tra i diversi sottosistemi in cui è stato possibile suddividere l'impianto sono risultate minime in virtù della scelta originaria di controllare tale sezione con uno schema di controllo PID. Per questo motivo lo schema MPC decentralizzato risulta garantire le prestazioni ottimali ottenibili, teoricamente, attraverso l'implementazione di uno schema di controllo MPC centralizzato. Questa situazione ha reso complicata l'analisi delle prestazioni degli altri schemi di controllo predittivi (MPC centralizzato e MPC distribuiti), i quali sarebbero risultati sicuramente più performanti se applicati ad un impianto con interconnessioni più evidenti tra le diverse unità operative. Slegandosi da queste considerazioni di carattere più generale, si può comunque affermare che i risultati ottenuti dall'implementazione degli schemi di controllo predittivi mettono in evidenza i limiti della strategia di controllo PID, in quanto le prestazioni raggiunte da ognuno dei quattro schemi risultano di gran lunga migliori di quelle ottenibili con il controllo tradizionale, attualmente implementato per la regolazione della sezione di refrigerazione in esame. Ognuno dei controllori implementati, attraverso l'ottimizzazione del proprio funzionale di costo, soddisfa la richiesta di mantenere il sistema complessivo alle condizioni operative ottimali per la produzione dei prodotti finali uscenti dalla sezione, migliorando i tempi di assestamento e le oscillazioni riscontrate nella strategia di controllo PID. Inoltre ogni schema di controllo realizzato è in grado di reiettare, con ottimi risultati, eventuali disturbi di portata, rappresentanti una problematica realistica per l'impianto analizzato in questa trattazione.

In ultimo occorre evidenziare come si è dovuto far fronte a problematiche estremamente realistiche pur trattandosi di un impianto simulato dinamicamente attraverso una piattaforma dedicata. Decidendo di controllare un impianto che presentasse problematiche reali si è reso necessario compiere modifiche realizzative agli schemi di controllo ideali analizzati, per poter conseguire l'effettiva implementazione e il corretto funzionamento degli schemi di controllo studiati. Tali scelte risultano essere il valore aggiunto di questa Tesi in quanto hanno permesso di confrontarsi con la non idealità delle situazioni in cui il controllo predittivo viene applicato e hanno evidenziato come la flessibilità intrinseca di tali schemi sia indispensabile per il controllo degli impianti di processo, con particolare riferimento a impianti chimici.

### **6.3 Estensioni e sviluppi futuri**

L'applicazione di strategie di controllo predittivo all'impianto in esame potrebbe suggerire una rivisitazione dei problemi di ottimizzazione di ogni schema di controllo analizzato in questa trattazione. Oltre ai vincoli imposti per il raggiungimento della piena controllabilità dell'impianto, potrebbe risultare interessante inserire vincoli economici o cifre di costo di natura economica nel problema di ottimizzazione di ogni schema di controllo studiato. I funzionali di costo potrebbero essere rielaborati inserendo una componente che tenga conto di vincoli economici come, ad esempio, la possibilità tenere in considerazione l'usura di particolari unità impiantistiche o attuatori, la cui sostituzione potrebbe risultare particolarmente onerosa.

In ultimo risulterebbe di grande interesse estendere l'utilizzo di schemi di controllo predittivo anche alla sezione di separazione. Dovendo affrontare il problema di controllo dell'impianto globale sicuramente i controllori predittivi di più alto livello, quali MPC centralizzato e i controlli distribuiti, potrebbero raggiungere prestazioni decisamente migliori di quelle ottenibili in primo luogo con il controllo tradizionale PID e, successivamente, con un controllore predittivo decentralizzato.

# Appendice A

## Programmazione quadratica

Per ogni tipologia di regolatore descritta nel Capitolo 4 si è scelto calcolare l'azione di controllo ottima servendosi di un metodo di programmazione quadratica.

### A.1 Scelta dell'applicativo

In ambiente *Matlab* sono disponibili alcuni algoritmi per la risoluzione di problemi di ottimizzazione quadratica<sup>13</sup> con cui è possibile minimizzare i funzionali di costo delle varie tipologie di controllori descritte. Si è deciso però di ricorrere all'utilizzo dell'applicativo aggiuntivo *C-plex*<sup>14</sup>, in quanto presenta caratteristiche più performanti delle funzioni presenti in *Matlab*. *C-plex* fa ricorso ad un *pre-solver* che semplifica il problema di minimizzazione, garantendo la convergenza del problema di ottimizzazione per tutti gli schemi di controllo proposti.

### A.2 Traduzione del funzionale di costo e dei vincoli

Viene riportata la struttura del problema di ottimizzazione quadratica risolto dall'applicativo *C-plex*:

$$V(\xi) = \frac{1}{2} \xi(k)' H \xi(k) + f' \xi(k) \quad (\text{A.1})$$

comprensiva dei seguenti vincoli:

$$\begin{cases} \mathcal{V} \xi(k) \leq b \\ A^{eq} \xi(k) = b^{eq} \\ \xi^{min} \leq \xi(k) \leq \xi^{max} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

---

<sup>13</sup> Si considerino gli algoritmi *interior-point-convex* e *active-set* selezionabili per la funzione *Matlab quadprog()*

<sup>14</sup> Sviluppato da *International Business Machines Corporation, IBM*

Si descrive ora brevemente la metodologia utilizzata per ottenere una formulazione dei funzionali di costo e dei vincoli, rispettivamente nella forma (A.1) e (A.2).

### Funzionale di costo

Per la formulazione di un generico funzionale di costo nella forma (A.1) si consideri lo schema di controllo MPC centralizzato. L'evoluzione delle variabili di stato per gli  $N$  passi dell'orizzonte di predizione descritta da:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$x(k+2) = Ax(k+1) + Bu(k+1) = A^2x(k) + ABu(k) + Bu(k+1)$$

$$x(k+3) = Ax(k+2) + Bu(k+2) = A^3x(k) + A^2Bu(k) + ABu(k+1) + Bu(k+2)$$

⋮

$$x(k+i) = A^i x(k) + \sum_{j=0}^{i-1} A^{i-j-1} Bu(k+j)$$

può essere organizzata in forma matriciale:

$$\mathcal{X}(k) = \mathcal{A} x(k) + \mathcal{B} \xi(k) \quad (\text{A.3})$$

dove:

$$\mathcal{X}(k) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ x(k+2) \\ \vdots \\ x(k+N) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{nN} \quad \mathcal{A} = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{nN \times n}$$

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+N-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mN} \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} B & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ AB & B & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A^2B & AB & B & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & A^{N-3}B & \dots & AB & B \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{nN \times mN}$$

Si definiscono inoltre le matrici  $Q$  e  $\mathcal{R}$ , necessarie alla scrittura del problema di ottimizzazione.

$$Q = \begin{bmatrix} Q & & & & \\ & Q & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & Q & \\ & & & & P \end{bmatrix} \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} R & & & & \\ & R & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & R & \\ & & & & R \end{bmatrix}$$

Sulla base delle matrici appena introdotte è possibile ridefinire il funzionale di costo come segue:

$$V(x(k), u(k:k+N-1)) = \mathcal{X}(k)' Q \mathcal{X}(k) + \xi(k)' \mathcal{R} \xi(k) \quad (\text{A.4})$$

sostituendo nella (A.4) la (A.3) si ottiene:

$$V(x(k), u(k:k+N-1)) = \mathcal{X}(k)' \mathcal{A}' Q \mathcal{A} \mathcal{X}(k) + 2\mathcal{X}(k)' \mathcal{A}' Q B \xi(k) + \xi(k)' (B' Q B + \mathcal{R}) \xi(k)$$

Definendo:

$$H = B' Q B + \mathcal{R} \quad f = 2x(k)' \mathcal{A}' Q B$$

il funzionale di costo  $V(x(k), u(k:k+N-1))$  viene quindi riformulato per essere minimizzato dal problema di programmazione quadratica:

$$V(x(k), u(k:k+N-1)) = \frac{1}{2} \xi(k)' H \xi(k) + f' \xi(k)$$

### Vincoli di disuguaglianza sulle variabili di controllo

Le variabili di controllo corrispondono al grado di apertura delle valvole e possono assumere valori nell'intervallo  $[0,1]$ , si impone quindi per la generica variabili di controllo  $u_{ij}(k)$ :

$$0 \leq \bar{u}_{ij} + u_{ij}(k) \leq 1 \quad (\text{A.5})$$

In riferimento all'Equazione (A.5), i vincoli sulle variabili di ingresso possono essere facilmente espressi in forma differenziale rispetto ai valori di equilibrio  $\bar{u}_i$ :

$$0 - \bar{u}_{ij} \leq u_{ij}(k) \leq 1 - \bar{u}_{ij}$$

Estendendo il vincolo a tutte le variabili di controllo ottenute nell'orizzonte di predizione si ottiene la forma:

$$\xi^{min} \leq \xi(k) \leq \xi^{max}$$

### Vincoli di disuguaglianza sulle variabili d'uscita

Per formulare correttamente i vincoli  $y(k) \in \mathbb{Y}$  nella forma adatta al problema di programmazione quadratica, si definiscono in forma matriciale le disuguaglianze che tengono conto dei limiti fisici e strutturali dell'impianto trattato (si faccia riferimento alla Tabella 3.1):

$$\begin{bmatrix} C \\ -C \end{bmatrix} x(k) \leq \begin{bmatrix} y^{max} \\ -y^{min} \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

Estendendo per tutto l'orizzonte di predizione  $N$  l'Equazione (A.6), si ottiene:

$$\mathcal{C}(\mathcal{A} x(k) + \mathcal{B}\xi(k)) \leq \mathcal{Y}_v \quad (A.7)$$

Dall'Equazione (A.7) è possibile ottenere una traduzione dei vincoli sulle variabili d'uscita nella forma adatta per il problema di ottimizzazione quadratica:

$$\mathcal{V} \xi(k) \leq b$$

dove:

$$\mathcal{V} = \mathcal{C}\mathcal{B}$$

$$b = \mathcal{Y}_v - \mathcal{C}\mathcal{A} x(k)$$

### A.3 Variabili di *slack*

Il soddisfacimento dei vincoli a cui sono assoggettati i problemi di ottimizzazione introdotti è stato raggiunto introducendo delle variabili di *slack*, garantendo la convergenza a soluzioni accettabili ad ogni istante di elaborazione dell'azione di controllo da attuare sull'impianto. In riferimento alla A.2, si consideri la seguente ridefinizione dei vincoli di disuguaglianza:

$$\mathcal{V}\xi(k) \leq b + \Sigma\sigma(k)$$

dove  $\sigma(k)$  variabile di *slack* e  $\Sigma$  matrice di dimensioni opportune con cui viene estesa la regione entro cui deve essere contenuto il vettore  $\xi(k)$ . Penalizzando opportunamente l'utilizzo di tale variabile all'interno del funzionale di costo, si limita l'estensione dei vincoli solamente ai casi in cui risulti strettamente necessario. La penalizzazione di tale variabile è ottenuta allargando il vettore delle variabili di ottimizzazione  $\xi(k)$  e ridefinendo il funzionale di costo e i vincoli:

$$\xi^s(k) = \begin{bmatrix} \xi(k) \\ \sigma(k) \end{bmatrix}$$

$$H^s = \begin{bmatrix} H & \\ & p \end{bmatrix}$$

$$f^s = [f \quad 0]$$

$$V^s = [V \quad -\Sigma]$$

dove  $p$  peso associato alla variabile  $\sigma(k)$  scelto opportunamente elevato e  $\xi^s(k), H^s, f^s, V^s, b$  matrici con cui viene impostato il nuovo problema di ottimizzazione.



# Bibliografia

- [1] M. Bauer, I.K. Craig, Economic assessment of advanced process control – A survey and framework, *Journal of Process Control* 18, 12-18, 2008
- [2] G. Betti, M. Farina, R. Scattolini, Realization issues, tuning, and testing of distributed predictive control algorithm, *Journal of Process Control* 24, 424-434, 2014
- [3] M. Farina, L. Piroddi, Identification of polynomial input/output recursive models with simulation error minimisation methods, *International Journal of System Science* 43, No.2, 319-333, 2012
- [4] M. Farina, R. Scattolini, An output feedback distributed predictive control algorithm, *50th IEEE Conference on Decision and Control*, 2011
- [5] R.F. Jakubik, D. Kader, L.B. Perillo, Justifying process control computers, *Automation* 11, 81-84, 1964
- [6] F. Manenti, Natural gas operations: Considerations on process transients, design, and control, *ISA Transactions Elsevier* 51, 317-324, 2012
- [7] S.J. Qin, T.A. Badgwell, A survey of industrial model predictive control technology, *Control Engineering Practice* 11, 733–764, 2003
- [8] S. V. Rakovic´, E.C. Kerrigan, K.I. Kouramas, and D.Q. Mayne, Invariant Approximations of the Minimal Robust Positively Invariant Set, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 406-410, 2005.
- [9] J.B. Rawlings, D.Q. Mayne, *Model predictive control: theory and design*, Nob Hill Pub, 2009
- [10] R. Scattolini, L. Magni, *Complementi di controlli automatici*, Pitagora Editrice Bologna, 2006
- [11] S. Signor, F. Manenti, *La simulazione dinamica di processo*, AIDIC Servizi, 2008
- [12] D.D. Siljak, *Decentralized control of complex system*, Mathematics in science and engineering, 1989

- 
- [13] B.T. Stewart, A.N. Venkat, J.B. Rawlings, S.J. Wright, G. Pannocchia, Cooperative distributed model predictive control, *System & Control Letters* 59, 460-469, 2010
- [14] A. N. Venkat, I. A. Hiskens, James B. Rawlings, and Stephen J. Wright, Distributed MPC Strategies With Application to Power System Automatic Generation Control, *IEEE Transactions on control system technology* 16, No.6, 1192-1196, 2008
- [15] T.J. Williams, Economics and future of process control, *Automatica* 3, 1-13, 1965

# Ringraziamenti

In primo luogo vorremmo rivolgere un sincero ringraziamento ai Proff. Farina e Manenti le cui competenze e professionalità sono state elementi indispensabili per la buona riuscita di questo lavoro. Vorremmo inoltre ringraziare i Ingg. Rossi, Papisidero e Cataldo per l'aiuto fornitoci nelle fasi preliminari di questo lavoro di Tesi.

Infine, rivolgiamo un particolare e sentito ringraziamento alle nostre famiglie e a tutti coloro che ci hanno sostenuto e incoraggiato in questi anni.