

POLITECNICO DI MILANO

Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria
Corso di laurea in Ingegneria dell'Automazione

Tesi di Laurea Magistrale

Modellistica ad oggetti di un CSTR e
analisi di tecniche di controllo avanzato di
temperatura



Relatore

Prof. Gianni Ferretti

Correlatore:

Ing. Alessandro Della Bona

Laureandi

Alberto Crippa

Matr. 798863

Stefano Viganò

Matr. 801096

ANNO ACCADEMICO 2013-2014

Ringraziamenti

Ringraziamo il prof. Gianni Ferretti per averci dato la disponibilità di lavorare a questo progetto e per gli utili consigli che ci hanno permesso di portare avanti il lavoro di tesi. Ringraziamo di cuore l'ing. Alessandro Della Bona per averci assistito e consigliato durante tutte le fasi della tesi e per averci spronato a dare il massimo contributo di originalità al lavoro.

Ringrazio in particolare la famiglia per il supporto e la pazienza che sono stati fondamentali per il coronamento del percorso di studi. Ringrazio poi tutti i ragazzi con cui ho condiviso le passioni per lo Skateboarding e la Musica e tutti gli amici della *gela*.

Alberto

Ringrazio la famiglia che si è impegnata nella mia educazione e interessata ai miei studi. Ringrazio Erica che mi ha accompagnato in questo lavoro e chi mi è stato vicino in questi anni.

Stefano

Ringraziamo poi tutti i compagni di corso con cui abbiamo condiviso questo percorso per l'aiuto reciproco e il bel clima di amicizia e collaborazione creato in questi cinque anni.

Ci ringraziamo a vicenda per il duro lavoro svolto, per il reciproco sostegno e la collaborazione che ci hanno portato al raggiungimento di questo importante traguardo.

Indice

Ringraziamenti	II
1 Introduzione	1
2 Modellistica	4
2.1 Circuito idraulico di raffreddamento/riscaldamento	5
2.1.1 Tubazioni	6
2.1.2 Perdite di carico concentrate	7
2.1.3 Valvola a tre vie	7
2.1.4 Pompa	7
2.1.5 Riscaldatore	8
2.2 Vaso	9
2.2.1 Biomassa	9
2.2.2 Camicia di riscaldamento/raffreddamento	15
2.3 Implementazione del modello in linguaggio Modelica e Simulazione	16
2.3.1 Modelica	18
2.3.2 Esempio di implementazione	21
2.4 Validazione del modello con dati sperimentali	24
2.4.1 Impianto simulato	25
2.4.2 Prova di validazione	27
3 Semplificazione del Modello per il Controllo	29
3.1 Modello senza ricircolo	30
3.1.1 Vaso	30
3.1.2 Circuito idraulico	31
3.1.3 Modello completo	32
3.1.4 Confronto tra modello semplificato e completo	33
3.2 Modello con ricircolo	36
3.2.1 Biomassa	37
3.2.2 Camicia di riscaldamento/raffreddamento	39
3.2.3 Circuito idraulico	40
3.2.4 Modelli	41
3.2.5 Confronto con il modello completo	41
4 Controllo	46
4.1 Considerazioni preliminari sul sistema di controllo	46
4.1.1 Time Division Output	47
4.1.2 Split Range	48

4.2	Controllore PI	49
4.2.1	Riformulazione del modello semplificato	49
4.2.2	Linearizzazione	50
4.2.3	Taratura e risultati	51
4.3	Split range uniformante	53
4.4	Controllo a struttura variabile	54
4.4.1	Taratura della funzione affine	57
4.4.2	Derivazione della legge di controllo	59
4.4.3	Verifica della stabilità in anello chiuso	59
4.4.4	Risultati	60
4.4.5	Riduzione del fenomeno di "chattering"	63
4.4.6	Considerazioni sulla presenza di derivate di ordine elevato dell'errore	65
4.4.7	Osservatore dello stato	66
4.5	Controllo predittivo	68
4.5.1	Modello impiegato	69
4.5.2	Implementazione tramite il software ACADO	71
4.5.3	Risultati	78
4.6	Confronto fra le tecniche di controllo	79
4.6.1	Saturazione dinamica del controllo	81
5	Conclusioni e sviluppi futuri	85
A	Parametri	87
B	Sviluppo della tecnica VSC "error-oriented"	90
B.1	Scelta della funzione affine	90
B.2	Legge di convergenza alla funzione affine	91
B.3	Derivazione della legge di controllo	93
B.4	Stabilità in anello chiuso	94
B.5	Filtraggio della variabile di controllo	97
B.6	Considerazioni sulla scelta dei parametri di progetto	98
B.7	Conclusioni	99
	Bibliografia	101

Capitolo 1

Introduzione

La crescente domanda di fonti di energia alternative ai combustibili fossili trova oggi una valida risposta nei *biocomustibili*. Di particolare interesse è la produzione del cosiddetto *biogas*, una miscela composta al 60% da metano, tramite la digestione anaerobica di scarti agro-industriali, liquami zootecnici, fanghi di depurazione in generale classificati come *biomasse*.

Il biogas rappresenta inoltre per gli agricoltori un'ottima opportunità per differenziare le fonti di reddito nella propria azienda e inoltre, un modo per utilizzare i prodotti di "scarto". In molti casi poi la scelta di produrre energia tramite digestione anaerobica, è divenuta l'unica attività di molte aziende agricole, che hanno deciso per questo di dedicare, quasi totalmente, la propria superficie aziendale alla produzione di colture destinate ai digestori, passando da "food" a "no-food".

Il biogas, come fonte energetica rinnovabile, ha il vantaggio di essere in linea con due aspetti della politica energetica dell'Unione Europea. Infatti essa corre in parallelo con il principale obiettivo della Direttiva sull'Energia Rinnovabile (2009/28/CE) la quale punta, entro il 2020, a raggiungere la quota del 20% di energia prodotta proveniente da fonti rinnovabili.

Allo stesso tempo, la tecnologia del biogas, risponde agli obiettivi in materia di gestione dei rifiuti organici dove l'Unione Europea impone agli stati membri di ridurre la quantità di rifiuti biodegradabili smaltiti in discarica (direttiva 1999/31/CE). L'utilizzo di biomasse, ivi compresi i rifiuti biodegradabili, come substrati dai quali ottenere energia ha così tanto i Paesi Europei da far sì che il settore del biogas ricevesse una forte spinta, soprattutto dal punto finanziario con incentivi alla costruzione di nuovi impianti e tariffe elettriche molto interessanti. Ecco perché in Europa si osserva un trend di crescita del biogas molto importante soprattutto durante l'ultimo decennio.

Il boom di questa tecnologia, e la conseguente crescita di energia elettrica prodotta da quest'ultima, è dovuta, in larga misura, allo sviluppo nel settore agricolo dove la metanizzazione si basa sempre più colture energetiche (principalmente mais). Per quanto riguarda lo sviluppo di questa tecnologia, ancora una volta il Paese, che si delinea come trascinatore, è certamente la Germania dove infatti si è concentrata la maggior parte delle ditte costruttrici di impianti "chiavi in mano" d'Europa.

Negli ultimi anni però, anche in Paesi come l'Italia, l'industria del biogas ha conosciuto una sua evoluzione con il sempre più crescente numero di ditte costruttrici e con un mercato in continua evoluzione. La produzione di energia derivante dal biogas è di circa 450000 TEP (*Tonnellate Equivalenti di Petrolio*), dove quasi l'80% dell'energia prodotta viene dall'utilizzo di FORSU (*frazione organica dei rifiuti urbani*) mentre il restante dal settore agro-zootecnico.

La digestione anaerobica avviene in impianti detti digestori, costituiti essenzialmente da un serbatoio coibentato e chiuso ermeticamente, nel quale è immessa della biomassa e una portata di acqua. Dentro il serbatoio, grazie all'intervento di diverse famiglie di batteri anaerobici, s'innescano

una catena di reazioni biologiche che permettono, attraverso il passaggio per stadi intermedi, di trasformare la biomassa in biogas e materiale digestato, disponibili in uscita al digestore.

Le tipologie impiantistiche possono essere classificate a seconda delle tecnologie produttive che presentano e non solo, per questo prendiamo in esame i seguenti criteri di classificazione:

- *Regime idraulico*: si distinguono i processi batch da quelli che funzionano in continuo come reattori plug-flow, reattori completamente miscelati (CSTR), reattori ad alto carico e lagoni coperti.
- *Contenuto di solidi*: facciamo la distinzione tra la digestione ad umido che opera con un tenore di solidi inferiore al 10% e la digestione a secco, con una percentuale di solidi maggiore al 20%.
- *Numero di stadi*: monostadio, bistadio/bifase.
- *Temperatura del processo digestivo*: processi mesofili con temperature comprese tra i 35°C e i 40°C, processi termofili con temperature comprese tra i 50 e i 55°C.

Nell'ambito di questa tesi saranno presi in considerazione reattori di tipo CSTR con digestione ad umido tramite processi mesofili. L'impianto studiato è di piccola taglia, utile per scopi sperimentali quali ricerca e prove di laboratorio.

Gli obbiettivi di questa tesi sono:

- Ottenere e validare con dati sperimentali un modello dell'impianto che ne descriva i principali fenomeni termici ed idraulici.
- Costruire una libreria *Modelica* che permetta di effettuare prove in simulazione delle varie casistiche di operatività dell'impianto.
- Analizzare l'impiego di tecniche di controllo avanzato di temperatura al fine di migliorare le prestazioni dell'impianto.

La tesi è strutturata nel seguente modo:

- Capitolo 2: Descrizione e validazione del modello completo dell'impianto. Particolare attenzione è posta alla discretizzazione in volumi finiti della biomassa contenuta nel digestore al fine di ottenere un modello che descriva in modo approssimato ma efficace il fenomeno di rimescolamento dovuto al ricircolo naturale. Ciò è di primaria importanza al fine di ottenere una buona rappresentazione della distribuzione di temperatura all'interno della biomassa.
- Capitolo 3: Semplificazione del modello ottenuto al capitolo 2 per la sintesi dei vari sistemi di controllo. In questo capitolo vengono ottenuti due modelli ridotti:
 - Modello a parametri concentrati, che suppone una distribuzione uniforme di temperatura della biomassa.
 - Modello con il minimo numero di volumi finiti necessario a descrivere una distribuzione non uniforme della temperatura della biomassa.
- Capitolo 4: Breve descrizione dello stato dell'arte del controllo dell'impianto di digestione anaerobica; in particolare vengono presentate le tecniche di *Time Division Output* e *Split-Range*, che risolvono rispettivamente le problematiche legate alla non modulabilità degli attuatori e alla selezione dell'attuatore in base all'azione di controllo richiesta, e la taratura di un controllore PI. Si passa poi all'analisi di tecniche di controllo avanzate, non ancora implementate sul sistema reale, quali lo *Split-Range Uniformante*, il controllo a struttura variabile, il controllo predittivo e la saturazione dinamica del controllo.

- Capitolo 5: Riassunto dei risultati ottenuti e discussione dei possibili sviluppi futuri di questo lavoro di tesi.

Capitolo 2

Modellistica

Introduzione

Il componente principale di un impianto di produzione di biogas è il digestore: esso altro non è che un serbatoio, detto anche vaso, contenente la biomassa in cui avvengono i complessi processi di digestione anaerobica. E' dotato di un agitatore, che mantiene il terreno di coltura adeguatamente miscelato, e di una camicia di condizionamento della temperatura. Quest'ultima è montata attorno al digestore come mostrato nello schema in figura 2.1; al suo interno scorre acqua proveniente da un circuito idraulico che, attraverso le pareti del vaso, scambia calore con la biomassa, condizionandone quindi l'andamento termico. La temperatura della biomassa è monitorata da una sonda collocata all'interno del vaso.

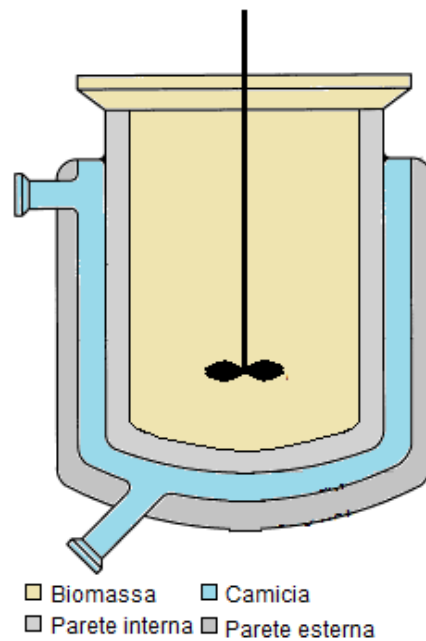


Figura 2.1: Sezione frontale di un CSTR

La camicia è connessa ad un circuito idraulico che assolve al compito di riscaldare o raffreddare

l'acqua che viene immessa nella camicia stessa.

Esso può trovarsi in due configurazioni: circuito aperto, in cui si preleva acqua dalla rete idrica che viene poi scaricata, o circuito chiuso. Lo switch tra le due modalità è reso possibile dalla presenza di due valvole a tre vie.

Sono inoltre presenti un riscaldatore elettrico che, quando in funzione, immette potenza termica nel sistema per effetto Joule, e una pompa che sostiene la portata presente nel circuito.

Lo schema di figura 2.2 mostra lo schema P&ID dell'impianto. Si noti la presenza di una valvola di non ritorno fra le due valvole a tre vie che impedisce il reflusso.

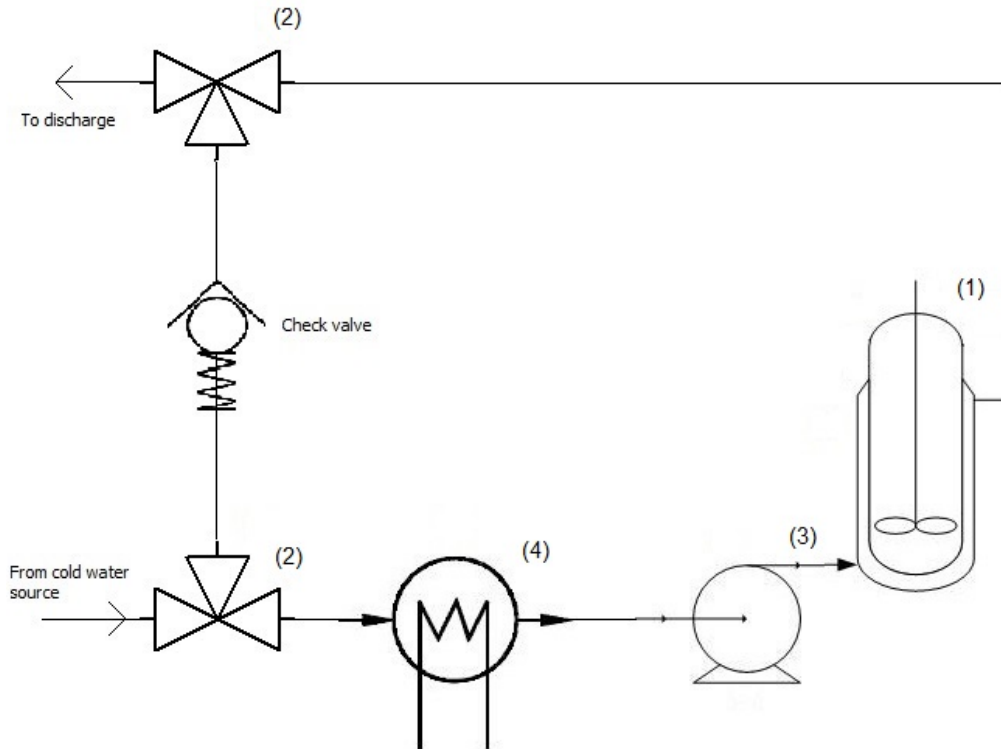


Figura 2.2: *schema P&ID: (1) Vaso (2) Valvole a tre vie (3) Pompa (4) Riscaldatore*

Si passa ora alla descrizione dettagliata dei vari componenti dell'impianto e alla stesura delle equazioni che compongono il modello dell'impianto stesso.

2.1 Circuito idraulico di raffreddamento/riscaldamento

Descrizione

Il circuito idraulico è connesso alla base ed alla cima della camicia di condizionamento termico del vaso e può essere posto in due configurazioni, come mostrato in figura 2.4:

- circuito aperto di raffreddamento;
- circuito chiuso di riscaldamento.

Nel primo caso viene immessa nel riscaldatore acqua dalla rete idrica, tipicamente a bassa temperatura, che viene poi scaricata in uscita dalla camicia; nel secondo caso invece l'acqua in uscita dalla camicia viene deviata direttamente nel riscaldatore, ottenendo così un circuito chiuso.

In entrambi i casi la portata circolante nel circuito è data dalla presenza di una pompa, che può essere di tipo volumetrico, per impianti di piccola taglia, o centrifuga, per impianti più grandi.

Si sono sviluppati modelli per i vari componenti del circuito idraulico, che possono essere suddivisi in due categorie:

- elementi di trasporto (tubazioni, pompa e valvole);
- elementi di accumulo (riscaldatore).

Per i primi si è scelto di trascurare lo scambio termico tra l'ambiente esterno e le pareti, concentrando l'attenzione sul descrivere il moto del fluido contenuto in essi in termini di portata massica. Considerando una distribuzione uniforme di quest'ultima ciò conduce allo scrivere una singola equazione differenziale ordinaria di conservazione della quantità di moto per ogni elemento di trasporto.

Gli elementi di accumulo sono invece descritti solo dal punto di vista termico, trascurando fenomeni di accumulo di massa e considerando modelli a parametri concentrati. Si ottiene così una singola equazione di conservazione dell'energia per ogni componente che, grazie alle considerazioni appena effettuate, è un'equazione differenziale ordinaria.

2.1.1 Tubazioni

Vengono qui descritte le equazioni che governano la dinamica della portata presente nelle condotte che connettono fra di loro i vari elementi del circuito idraulico.

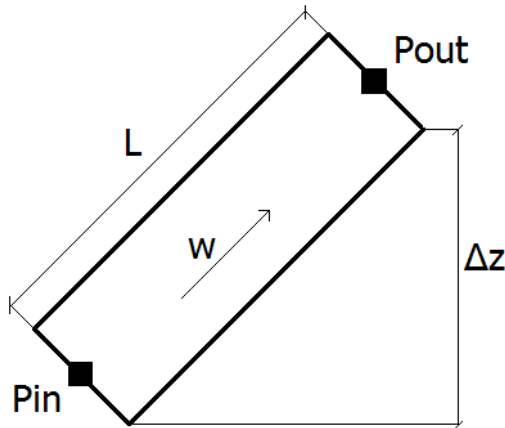


Figura 2.3

Facendo riferimento alla figura 2.3 è possibile scrivere la seguente equazione dinamica per la portata derivata dal bilancio di pressione ai capi della condotta:

$$0 = (-\Delta P_{\text{Inertia}}) + \Delta P - \rho g \Delta z - \Delta P_{\text{Friction}} \quad (2.1)$$

con

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} \quad (2.2)$$

$$\Delta P_{\text{Friction}} = K_f w |w| \quad (2.3)$$

$$\Delta P_{\text{Inertia}} = \frac{L}{A} \dot{w} \quad (2.4)$$

$$K_f = \frac{0.5 C_f \omega L}{\rho A^3} \quad (2.5)$$

Dove $\Delta P_{\text{Friction}}$, $\Delta P_{\text{Inertia}}$ e ΔP sono rispettivamente: la caduta di pressione dovuta all'attrito, all'inerzia e quella totale; mentre $\rho g \Delta z$ è la variazione di pressione idrostatica.

K_f è la costante di attrito, L è la lunghezza della condotta e A la sua sezione, C_f è il numero di Fanning mentre ω è il perimetro bagnato.

2.1.2 Perdite di carico concentrate

La modellizzazione delle condotte descritte al punto precedente non è in grado di rendere conto di perdite di carico dovute a curve a gomito, giunture ed altre cause non imputabili ad attrito viscoso o differenze di quota tra ingresso ed uscita della tubazione. Si è quindi introdotto un componente nel circuito che rende conto dell'effettiva entità delle perdite di carico modellizzandole come una singola perdita per attrito.

L'equazione che descrive le perdite concentrate è dunque:

$$0 = \Delta P - \Delta P_{\text{Lumped}} \quad (2.6)$$

Dove il K_f nella formula di ΔP_{Lumped} non è stato calcolato, ma tarato empiricamente per ottenere dei risultati aderenti alla realtà.

2.1.3 Valvola a tre vie

Nel circuito idraulico sono presenti due valvole a tre vie: una con ingresso collegato alla cima della camicia che può deviare il flusso d'acqua verso lo scarico, o verso l'ingresso della valvola di non ritorno ed un'altra con uscita collegata alla mandata della pompa, con ingresso selezionabile fra l'attacco alla rete idrica o all'uscita della valvola di non ritorno.

Grazie a queste valvole si può passare da circuito chiuso ad aperto, come illustrato in figura 2.4: se la valvola a due uscite devia il flusso verso lo scarico e quella a due ingressi si alimenta dall'attacco alla rete si è in circuito aperto. Viceversa, se il flusso è deviato verso l'ingresso della valvola di non ritorno e la sua uscita è l'ingresso "selezionato" dalla valvola a due ingressi si è in circuito chiuso.

Nel modellizzare le due valvole, oltre a considerare condizioni logiche sulla selezione di ingressi e uscite, si sono considerate perdite di carico per attrito. Sono stati trascurati invece, analogamente a quanto fatto per le condotte, accumuli o perdite termiche e accumuli di massa.

$$\dot{w} = \Delta P - \frac{C_v^2}{2A_v^2} w |w| \quad (2.7)$$

Dove C_v è il coefficiente di flusso e A_v è la sezione della valvola.

2.1.4 Pompa

Le pompe sono turbomacchine operatrici operanti su fluidi incomprimibili; assorbono lavoro da un motore per trasferire energia al fluido

Nel caso in esame sono stati presi in esame due tipi di pompe:

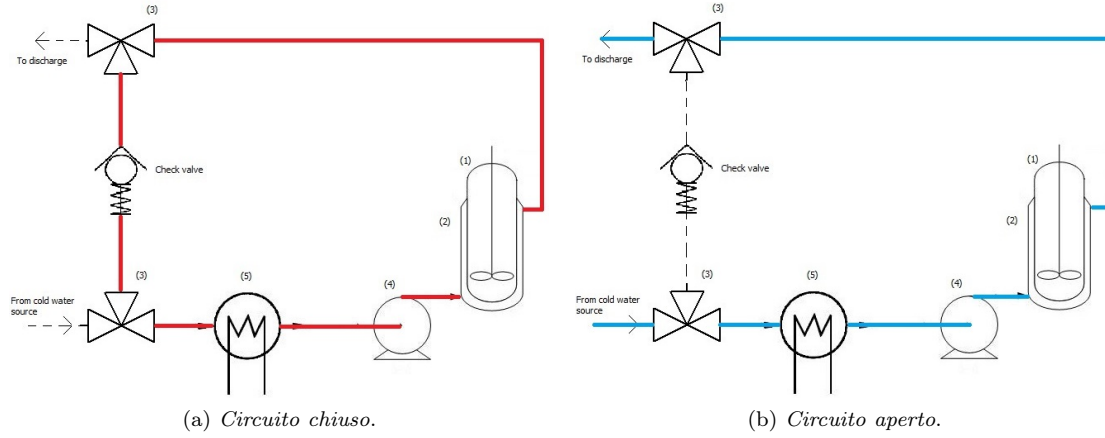


Figura 2.4

- La *pompa volumetrica* per cui è stata scritta una sola equazione algebrica che permette di calcolare, in funzione della cilindrata e del numero di giri, la portata imposta al resto del circuito:

$$w = \frac{Kn}{60} \rho \quad (2.8)$$

K è la cilindrata, n rappresenta il numero di giri per minuto e ρ è la densità del fluido.

- La *pompa centrifuga* per cui viene invece calcolata, in funzione del numero di giri e di altri parametri caratteristici, la differenza di pressione tra le bocche di aspirazione e mandata, che genera la portata che la pompa è in grado di “fornire”:

$$\Delta P = -\rho g \frac{n}{n_0} (H_0 - \Delta P_{\text{Friction}}) \quad (2.9)$$

Dove n e n_0 sono rispettivamente numero di giri e numero di giri nominale della pompa, ρ è la densità del fluido e $\Delta P_{\text{Friction}}$ è calcolato come $H_1 w |w|$ con $H_0 [Pa]$ e $H_1 [\frac{Pa s^2}{kg^2}]$ sono i parametri caratteristici della pompa.

2.1.5 Riscaldatore

Il riscaldatore viene visto come un piccolo serbatoio, dotato di resistenza elettrica che immette potenza termica nel sistema. Si sono trascurati accumuli di massa, scambi termici con l’ambiente e si è supposta la temperatura uniformemente distribuita in tutto il volume. Si è infine considerato il rendimento ideale, per cui tutta la potenza dalla resistenza viene trasmessa al riscaldatore.

L’equazione dinamica che descrive l’andamento della temperatura nel tempo è dunque:

$$M c_{\text{water}} \dot{T} = w c_{\text{water}} (T_{\text{in}} - T) + Q \quad (2.10)$$

Dove M è la massa d’acqua contenuta nel riscaldatore, Q è la potenza termica fornita dalla resistenza, w è la portata in ingresso e uscita, c il calore specifico dell’acqua e T_{in} è la temperatura del fluido in ingresso.

2.2 Vaso

Nell'ambito dell'ingegneria chimica, vengono dette apparecchiature incamiciate delle particolari apparecchiature chimiche in cui lo scambio termico viene svolto attraverso una camicia (in inglese *jacket*), ovvero un'intercapedine che avvolge (completamente o in parte) l'apparecchiatura stessa, attraverso la quale viene fatto passare il *fluido di servizio* (in genere acqua) con il quale l'apparecchiatura scambia calore.

Il fluido di servizio ha il compito di raffreddare o riscaldare (a seconda dell'uso a cui è destinata l'apparecchiatura) l'interno dell'apparecchiatura, dove si trova il *fluido di processo* (nel caso in esame la biomassa).

Per la modellistica del vaso si distinguono i componenti dello stesso atti al condizionamento termico, come pareti e camicia; inoltre si divide la biomassa in due volumi: interno ed esterno per modellizzare al meglio i fenomeni di ricircolo e scambio del calore.

È quindi possibile schematizzare il vaso come rappresentato in figura 2.5

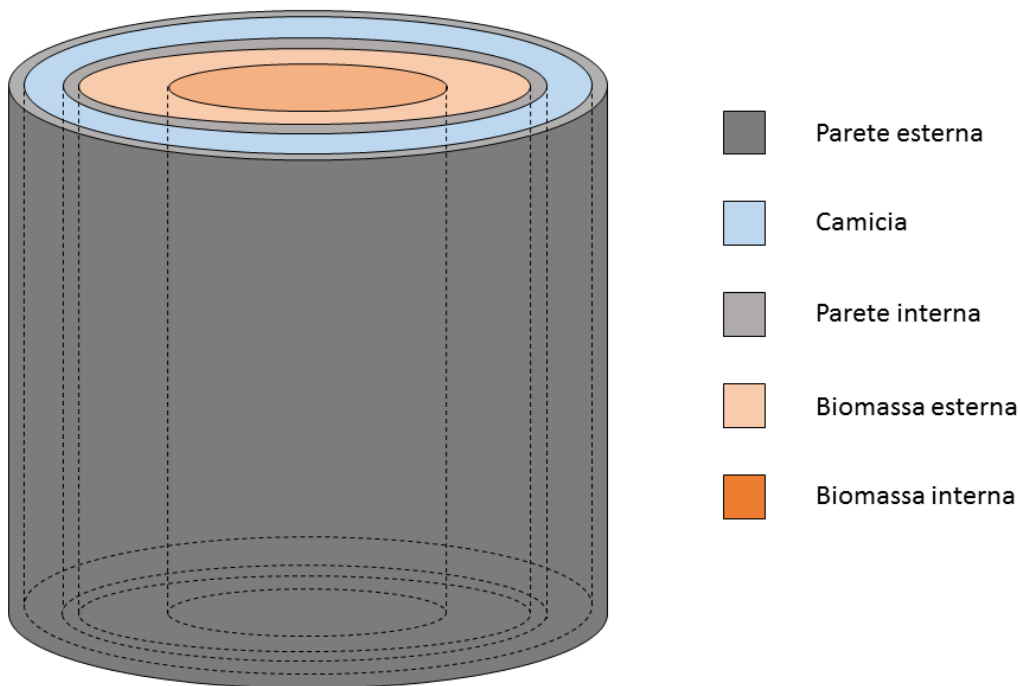


Figura 2.5

Per ottenere una divisione in volumi finiti si seziona il serbatoio con piani perpendicolari all'asse di simmetria, come evidenziato in figura 2.6.

Sfruttando la simmetria cilindrica è possibile semplificare ulteriormente la schematizzazione del serbatoio impiegando la vista frontale che permette una visualizzazione più intuitiva e una descrizione dei fenomeni termici più diretta; questo risultato è schematizzato in figura 2.7

2.2.1 Biomassa

Per quanto concerne la biomassa contenuta nel vaso si è posta l'attenzione sui fenomeni termici che la caratterizzano, scrivendo quindi equazioni di bilancio termico che considerano scambi per contatto e per trasporto di materia.

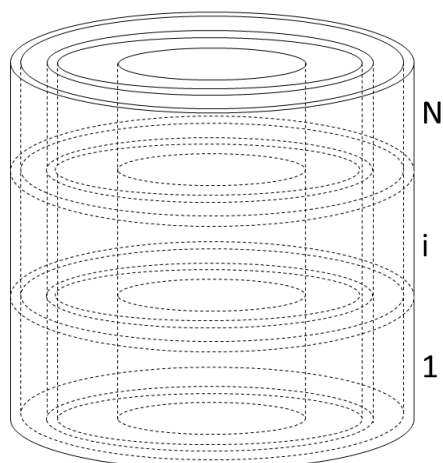
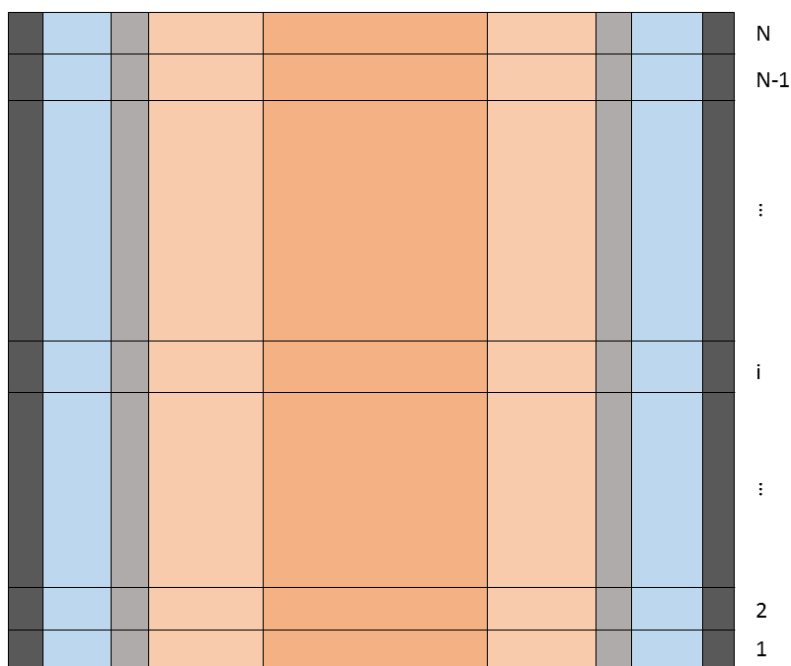


Figura 2.6

Figura 2.7: *Sezionamento del vaso in volumi finiti*

L'ottica con cui il modello è stato sviluppato è focalizzata sull'ottenere una descrizione approssimata del fenomeno della convezione naturale, che renda conto del rimescolamento a cui è soggetto un fluido durante transitori termici. In letteratura ciò porta tipicamente a considerare una distribuzione continua di temperatura e quindi alla scrittura di equazioni alle derivate parziali che sono difficilmente manipolabili in fase di simulazione e di scarso interesse per la sintesi di una logica di controllo. Per ovviare a questa problematica si è scelto di approssimare la distribuzione continua di temperatura all'interno della biomassa tramite volumi finiti: in questo modo si ottengono porzioni

di biomassa per le quali si ipotizza temperatura uniformemente distribuita, giungendo quindi alla scrittura di equazioni differenziali ordinarie. In altri termini, si approssima un singolo sistema a parametri distribuiti suddividendolo in sottosistemi a parametri concentrati connessi fra loro.

La suddivisione nelle due colonne interna ed esterna è di fondamentale importanza dal punto di vista modellistico, ed essenziale per poter descrivere il rimescolamento dovuto ai moti convettivi. Nella figura 2.8 sono rappresentati i due casi di interesse.

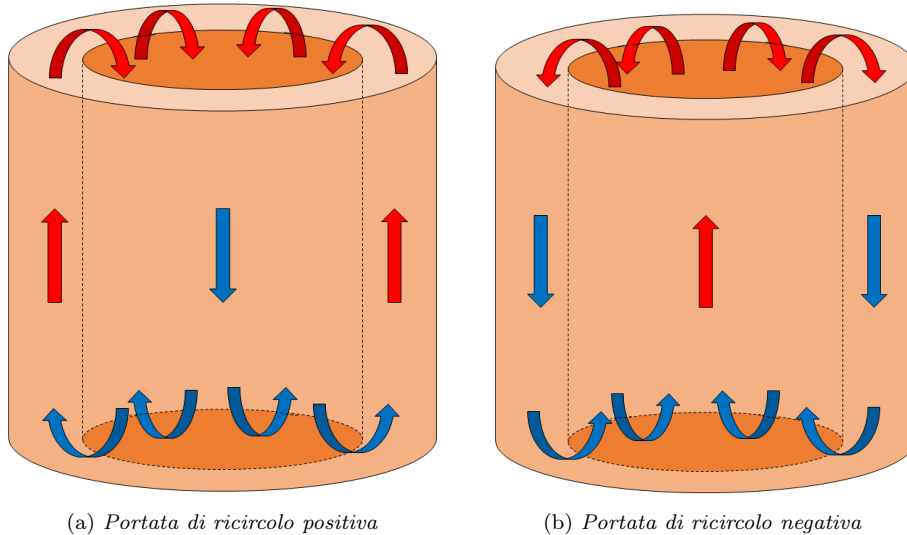


Figura 2.8: Ricircolo naturale, vista 3D

Durante un transitorio di riscaldamento o raffreddamento infatti i volumi appartenenti alla colonna esterna sono i primi a rispondere a cambiamenti di temperatura dell'acqua presente nella camicia: ciò provoca un momentaneo cambiamento della densità delle due colonne innescandone un moto, facendo sommergere i volumi più pesanti e affiorare quelli più leggeri, influenzando sulla dinamica termica complessiva della biomassa, che a sua volta condiziona lo scambio termico stesso.

Per meglio comprendere la modellizzazione effettuata si prenda in esame il caso di transitorio di riscaldamento, nella fase in cui il volume esterno di biomassa è a temperatura maggiore di quello interno. Questo caso, come sarà più chiaro in seguito, viene considerata a portata di ricircolo positiva.

Il circuito idraulico viene posto in configurazione chiusa e il riscaldatore viene acceso: in questo modo l'acqua che questo riceve dalla sommità della camicia viene riscaldata dalla resistenza elettrica. All'ingresso della camicia si avrà quindi acqua a temperatura via via crescente che, essendo in contatto con le pareti della vaso, cede calore all'ambiente esterno e, soprattutto, alla biomassa. I volumi della colonna esterna, essendo a diretto contatto con la parete interna, sono i primi ad incrementare la propria temperatura: ciò provoca un abbassamento della loro densità e quindi una diminuzione della pressione alla base della colonna stessa.

I volumi della colonna interna invece, subiscono un aumento di temperatura più lento poiché lo scambio termico con l'acqua calda della camicia è filtrato dalla colonna esterna, oltre che dalla parete interna. Per questo motivo saranno momentaneamente a temperatura più bassa rispetto ai volumi della colonna interna: ciò significa che la loro densità sarà più elevata e di conseguenza anche la pressione alla base della colonna interna.

Si immagini ora che alla base e alla sommità della biomassa sia presente una tubazione che collega le due colonne, come rappresentato in figura 2.9.

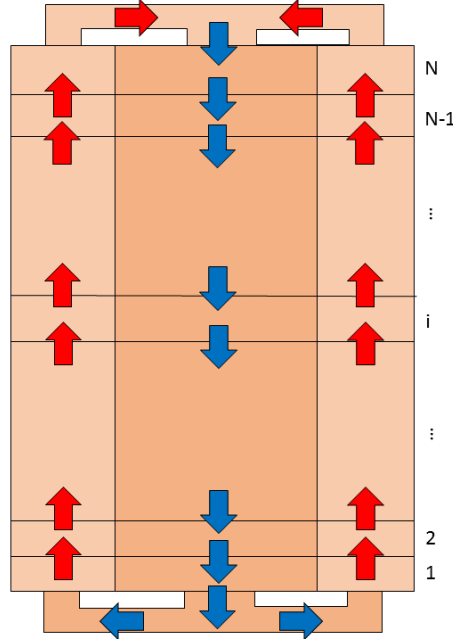


Figura 2.9: *Portata di ricircolo positiva, vista frontale*

La pressione all'estremità della condotta a contatto con la colonna interna, per quanto appena descritto, è più elevata rispetto a quella alle altre estremità: ciò causa l'instaurarsi di una portata nella tubazione fittizia, con verso positivo dalla colonna interna a quella esterna.

Si supponga ora di trascurare fenomeni di attrito fra le due colonne e con la parete interna: questa portata si trasmetterà immutata dalla condotta alla base del vaso a quella posta sulla sommità dello stesso. Ciò implica un trasporto di massa dal basso verso l'alto nella colonna esterna e viceversa nella colonna interna, dando luogo ad un rimescolamento che approssima il fenomeno di ricircolo naturale.

Al termine del transitorio, quando cioè i volumi interni ed esterni di ogni fascia si portano alla stessa temperatura e densità, cessa anche il fenomeno di rimescolamento; le due colonne hanno infatti ora lo stesso peso e quindi la stessa pressione alla loro base, condizione che rende nulla la portata nella condotte fittizie alla base ed alla sommità del vaso.

Con un ragionamento duale, si può descrivere ciò che accade in un transitorio di raffreddamento, si noti la figura 2.10: i volumi esterni, inizialmente più freddi e quindi più pesanti di quelli interni, eserciteranno una pressione maggiore sull'estremità della tubazione alla base della propria colonna, generando una portata nella condotta che causerà un moto contrario a quello descritto nel caso del riscaldamento; esso sarà infatti dal basso verso l'alto nella colonna interna e dall'alto verso il basso nella colonna esterna.

Equazioni

Si passa ora alla scrittura delle equazioni dinamiche che descrivono gli andamenti delle temperature dei vari volumi finiti della biomassa e della portata di ricircolo.

L'equazione di stato che descrive l'andamento della portata di ricircolo naturale è:

$$\dot{w}_{\text{rec}} = \frac{\Delta P_{\text{rec}} k_{\text{rec}} - w_{\text{rec}} |w_{\text{rec}}|}{\tau_{\text{rec}}} \quad (2.11)$$

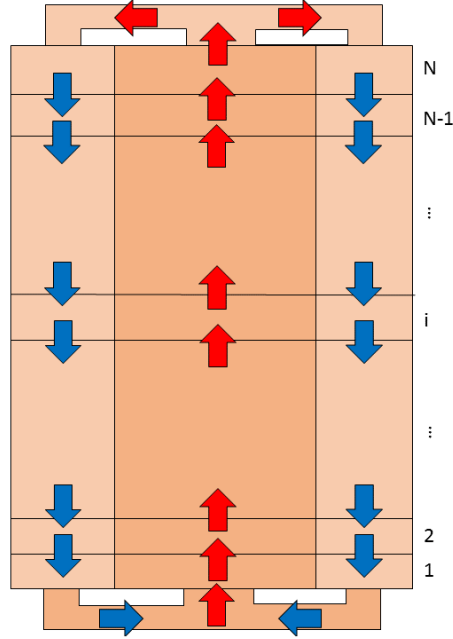


Figura 2.10: Portata di ricircolo positiva, vista frontale

dove w_{rec} è la portata di ricircolo, k_{rec} e τ_{rec} sono costanti tarate empiricamente e ΔP_{rec} è la differenza di pressione tra le colonne interna ed esterna, calcolata come:

$$\Delta P_{\text{rec}} = \sum_{i=1}^N \frac{gh}{N} \rho_{\text{int}}(i) - \sum_{i=1}^N \frac{gh}{N} \rho_{\text{ext}}(i) \quad (2.12)$$

dove g è la costante di accelerazione di gravità, h è l'altezza del vaso, N è il numero di sezioni orizzontali del vaso e $\rho_x(i)$ è la densità dell' i -esimo volume finito appartenente alla colonna x .¹

Poiché la biomassa è principalmente composta da acqua, il calcolo della densità ρ viene effettuato interpolando i dati tipici della densità dell'acqua (riportati in tabella A.5), nel range di temperatura che va da 4°C a 100°C:

$$\rho_x(i) = \frac{1000}{1 + 0.0002 (T_{x \text{ liquor}}(i) - 4)} \quad (2.13)$$

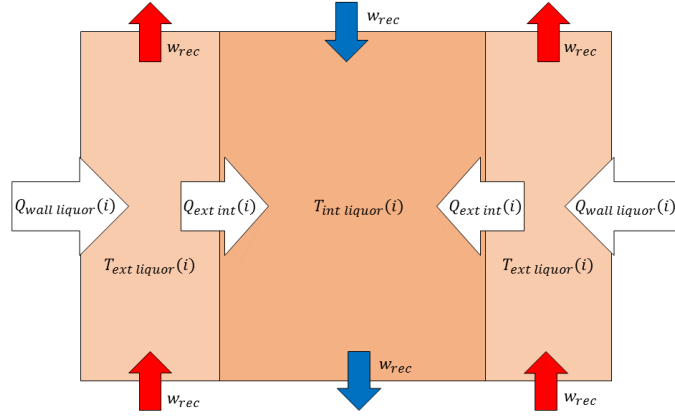
Per quanto riguarda l'equazioni di bilancio termico dei volumi finiti della biomassa, si presentano due casi, schematizzati in figura 2.11.

Siano M_{liquor} la massa di un volume finito della biomassa calcolata dividendo la massa totale della biomassa per il numero di volumi finiti in cui essa è suddivisa:

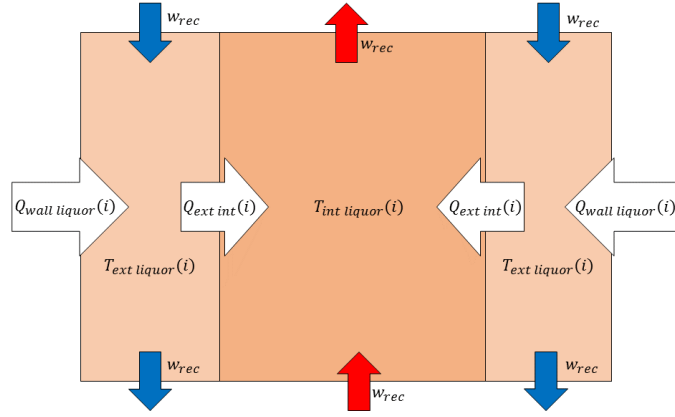
$$M_{\text{liquor}} = \frac{M_{\text{tot}}}{2N} = \frac{\pi R^2 h}{2N} \quad (2.14)$$

Dove R è il raggio del serbatoio, h è la sua altezza e N il numero totale di volumi finiti.

¹ x può essere interna o esterna



(a) $w_{rec} \geq 0$.



(b) $w_{rec} < 0$.

Figura 2.11

Sia c_{liquor} il suo calore specifico, γ_{rec} il coefficiente di scambio termico tra i volumi finiti interni ed esterni, A_{rec} la superficie di scambio tra di essi e $A_{int\ wall}$ la superficie di scambio tra il volume esterno e la parete interna.

Per entrambe le aree di scambio si intende quelle fra i volumi finiti di ogni sezione e non la superficie totale.

L'equazione di bilancio termico, che tiene conto dello scambio termico per ricircolo e per trasmissione con la parete interna e/o il volume adiacente è:

Per il generico volume interno (la cui temperatura è $T_{int\ liquor}(i)$):

$$\dot{T}_{int\ liquor}(i) = \frac{1}{M_{liquor}c_{liquor}} (Q_{int\ natural\ recirculation}(i) + Q_{external-intern}(i)) \quad (2.15)$$

con

$$Q_{int\ natural\ recirculation}(i) = \begin{cases} w_{rec}c_{liquor}(T_{int\ liquor}(i+1) - T_{int\ liquor}(i)) & w_{rec} \geq 0 \\ -w_{rec}c_{liquor}(T_{int\ liquor}(i-1) - T_{int\ liquor}(i)) & w_{rec} < 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

e

$$Q_{ext\ to\ int\ liquor}(i) = \gamma_{rec}A_{rec}(T_{ext\ liquor}(i) - T_{int\ liquor}(i)) \quad (2.17)$$

Per il generico volume esterno (la cui temperatura è $T_{\text{ext liquor}}(i)$):

$$\dot{T}_{\text{ext liquor}}(i) = \frac{1}{M_{\text{liquor}}c_{\text{liquor}}}(Q_{\text{ext natural recirculation}}(i) + Q_{\text{glass-liquor}}(i) - Q_{\text{external-internal}}(i)) \quad (2.18)$$

con

$$Q_{\text{ext natural recirculation}}(i) = \begin{cases} w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{ext liquor}}(i-1) - T_{\text{ext liquor}}(i)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ -w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{ext liquor}}(i) - T_{\text{ext liquor}}(i+1)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

e

$$Q_{\text{glass-liquor}}(i) = \gamma_{\text{glass liquor}}A_{\text{int wall}}(T_{\text{inner wall}}(i) - T_{\text{ext liquor}}(i)) \quad (2.20)$$

Per quanto riguarda invece i volumi alle estremità delle colonne si ha invece:

$$Q_{\text{int natural recirculation}}(1) = \begin{cases} w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{int liquor}}(2) - T_{\text{int liquor}}(1)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ -w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{ext liquor}}(1) - T_{\text{int liquor}}(1)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

$$Q_{\text{int natural recirculation}}(N) = \begin{cases} w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{ext liquor}}(N) - T_{\text{int liquor}}(N)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ -w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{int liquor}}(N-1) - T_{\text{int liquor}}(N)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

e per la colonna esterna:

$$Q_{\text{ext natural recirculation}}(1) = \begin{cases} w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{int liquor}}(1) - T_{\text{ext liquor}}(1)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{ext liquor}}(1) - T_{\text{ext liquor}}(2)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

$$Q_{\text{ext natural recirculation}}(N) = \begin{cases} w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{ext liquor}}(N-1) - T_{\text{ext liquor}}(N)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ w_{\text{rec}}c_{\text{liquor}}(T_{\text{ext liquor}}(N) - T_{\text{int liquor}}(N)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

2.2.2 Camicia di riscaldamento/raffreddamento

Descrizione

La camicia è costituita da due pareti: una interna, a contatto con la biomassa, ed una esterna a contatto con l'ambiente. Fra le due pareti scorre acqua ad una portata fissa (si trascurano fenomeni di attrito e di accumulo) che assolve al compito di regolare la temperatura della biomassa cedendovi o asportandovi calore.

La camicia viene suddivisa verticalmente in modo analogo a quanto fatto per il vaso (in questo caso si considera un'unica colonna) e si fa la stessa assunzione di simmetria cilindrica.

In ogni fascia ottenuta con il sezionamento, si considerano profili spaziali di temperatura costanti, quindi approssimabili con una sola temperatura.

Per quanto concerne la pareti si trascurano scambi termici con fasce superiori o inferiori, limitandosi a descrivere lo scambio con l'acqua che scorre nella camicia e, nel caso della parete interna, con la biomassa o, nel caso della parete esterna, con l'ambiente.

Equazioni

Le equazioni di bilancio termico per le pareti sono quindi:

Per il generico volume della parete interna (descritto dall'variabile $T_{\text{inner wall}}(i)$):

$$\dot{T}_{\text{inner wall}}(i) = \frac{1}{M_{\text{inner wall}} c_{\text{wall}}} (Q_{\text{jacket-wall}}(i) - Q_{\text{wall-liquor}}(i)) \quad (2.25)$$

con

$$Q_{\text{jacket-wall}}(i) = \gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{int wall}} (T_{\text{jacket}}(i) - T_{\text{inner wall}}(i)) \quad (2.26)$$

e $Q_{\text{wall-liquor}}(i)$ calcolato precedentemente nell'equazione 2.20.

Per il generico volume della parete esterna (descritto dall'variabile $T_{\text{outer wall}}(i)$):

$$\dot{T}_{\text{outer wall}}(i) = \frac{1}{M_{\text{outer wall}} c_{\text{wall}}} (Q_{\text{env-wall}}(i) - Q_{\text{wall-jacket}}(i)) \quad (2.27)$$

con

$$Q_{\text{wall-jacket}}(i) = \gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{ext wall}} (T_{\text{outer wall}}(i) - T_{\text{jacket}}(i)) \quad (2.28)$$

e

$$Q_{\text{env-wall}}(i) = \gamma_{\text{wall-environment}} A_{\text{ext wall}} (T_{\text{external}} - T_{\text{outer wall}}(i)) \quad (2.29)$$

Dove $A_{\text{ext wall}}$ è l'area di scambio fra un singolo volume finito della parete esterna e della camicia. Per semplicità si considera che questa sia la medesima area di scambio fra la parete esterna e l'ambiente esterno, alla temperatura costante T_{external} . Il piccolo spessore della parete introduce del resto una differenza trascurabile fra la superficie della parete esterna rivolta verso la camicia e quella a contatto con l'ambiente esterno.

Con un ragionamento analogo si può considerare che la parete interna si interfaccia alla camicia e al volume di biomassa esterno con la medesima superficie $A_{\text{int wall}}$.

Per quanto riguarda l'acqua presente nella camicia, anch'essa suddivisa in volumi finiti ottenuti dal sezionamento in fasce orizzontali, oltre agli scambi con le pareti esterna ed interna, si considera lo scambio per trasporto con i volumi a contatto superiormente ed inferiormente con ogni volume stesso.

I casi modellizzati sono quelli in figura 2.12.

Si ottiene quindi la seguente equazione di bilancio termico per il generico volume finito:

$$\dot{T}_{\text{jacket}}(i) = \frac{1}{M_{\text{jacket}} c_{\text{wall}}} (Q_{\text{wall-jacket}}(i) - Q_{\text{jacket-wall}}(i) + Q_{\text{jacket for transport}}(i)) \quad (2.30)$$

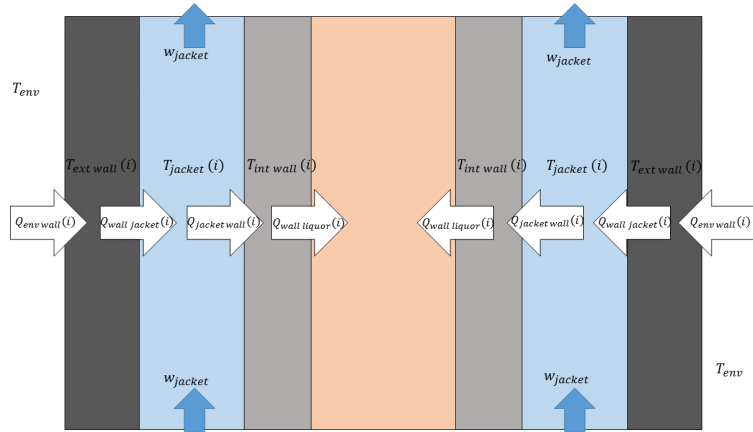
con

$$Q_{\text{jacket for transport}}(i) = \begin{cases} w_{\text{jacket}} c_{\text{water}} (T_{\text{jacket}}(i-1) - T_{\text{jacket}}(i)) & w_{\text{jacket}} \geq 0 \\ w_{\text{jacket}} c_{\text{water}} (T_{\text{jacket}}(i) - T_{\text{jacket}}(i+1)) & w_{\text{jacket}} < 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

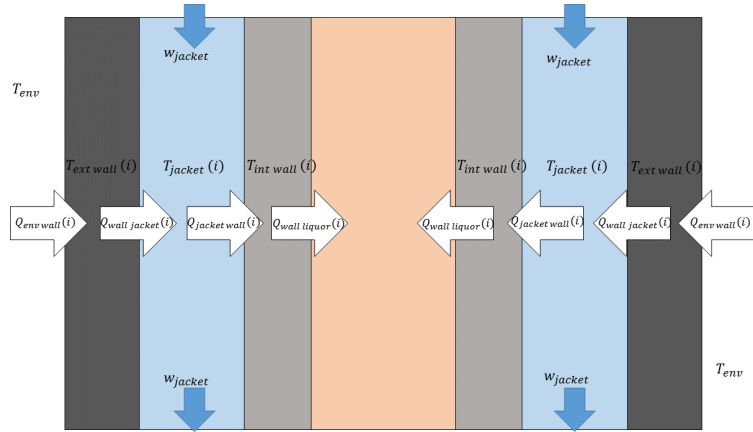
2.3 Implementazione del modello in linguaggio Modelica e Simulazione

Al fine di poter validare il modello descritto tramite simulazione e per poter mettere alla prova i sistemi di controllo progettati, si è scelto di utilizzare un linguaggio di modellizzazione ad oggetti, nello specifico *Modelica*.

Per ognuno dei componenti descritti in precedenza si crea un oggetto software, per il quale vengono scritte equazioni dinamiche, algebriche e condizionali, che verranno poi interpretate e risolte da un solutore numerico, che darà come risultato gli andamenti delle variabili di interesse.



(a) $w_{jacket} \geq 0$.



(b) $w_{jacket} < 0$.

Figura 2.12

I componenti sono messi in relazione l'uno con l'altro tramite i connettori: essi danno origine ad ulteriori equazioni, non scritte direttamente dall'utente, che impongono condizioni al contorno comuni ai componenti connessi. Nello specifico del caso in esame, si sono definiti due tipi di connettori:

- Connettore di *flusso*, grazie ai quali si determinano portate, pressioni e temperature di due o più componenti connessi.
- Connettore di tipo *numerico reale*, che assolve alla funzione di passaggio di variabili da un oggetto all'altro, senza un preciso significato fisico della connessione.

Nel primo caso le equazioni di bilancio che si vengono a creare connettendo due o più componenti impongono che la temperatura sia la stessa per tutti i componenti connessi (variabile di sforzo) mentre portate e pressioni (variabili di flusso) sono il risultato di equazioni che impongono che la somma fra variabili di flusso dello stesso tipo sia nulla.

Nel secondo caso tutte le variabili del connettore sono di sforzo, in quanto il senso della connessione è esclusivamente quello di uguagliare variabili di componenti diversi.

2.3.1 Modelica

Si passa ora alla descrizione dei principi base dell'approccio di modellizzazione impiegato da *Modelica* e si mostra poi l'implementazione in questo linguaggio del modello del vaso.

Differenza tra l'approccio causale ed acausale

Per la modellizzare il sistema si possono adottare due metodologie: *causale* e *acausale*. In entrambi i casi il punto di partenza sono le equazioni ottenute dalla descrizione di un principio o processo fisico.

Nel modello causale il problema viene formulato in base ai nessi di causalità presenti nel sistema, affinché le equazioni che esprimono le grandezze di interesse (variabili di uscita) siano espresse in funzione di quantità note (variabili di ingresso). Tra le variabili di ingresso e quelle di uscita c'è un rapporto di causa ed effetto, dato che l'evoluzione delle seconde descrive il modo in cui il sistema risponde alle sollecitazioni impresse dalle prime.

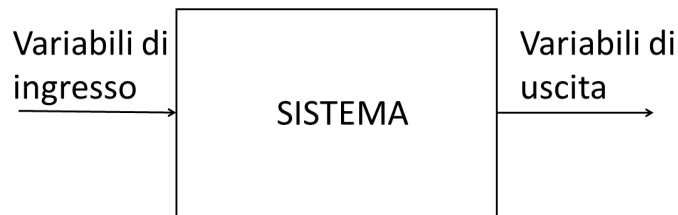


Figura 2.13

In generale la conoscenza del valore in un certo istante delle variabili di ingresso non è sufficiente ad individuare il valore nello stesso istante delle variabili di uscita: si comprende che per descrivere il sistema da modellare è necessario introdurre un terzo componente: le variabili di stato, che ne descrivono la situazione interna.

La formulazione causale utilizza una rappresentazione grafica basata sugli *schemi a blocchi* (in figura 2.13), che consentono di visualizzare le interazioni tra i diversi sottosistemi: ogni blocco è descritto da un sistema di equazioni del tipo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (2.32)$$

Dove le variabili sono: $u(t)$ vettore delle variabili di ingresso, $x(t)$ variabili di stato e $y(t)$ variabili di uscita.

La prima equazione è chiamata *equazione di stato*, si tratta di un'equazione differenziale di tipo ODE (*Ordinary Differential Equation*) che mette in relazione con l'ingresso le variabili che descrivono la situazione interna del sistema; invece la seconda equazione è chiamata *trasformazione di uscita* ed è un'equazione algebrica che permette di determinare l'uscita in base alla conoscenza dello stato e degli ingressi agenti sul sistema.

Nella modellistica si studiano quasi sempre sistemi invarianti nel tempo, caratterizzati dal fatto che le funzioni f e g non dipendono esplicitamente dal tempo. Si ha quindi:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(y), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (2.33)$$

Questo modello ha bisogno della manipolazione pesante delle equazioni per far corrispondere la topologia del sistema a quella “naturale” del sistema fisico, inoltre i modelli fisici sono spesso di difficile lettura in una rappresentazione di tipo causale. Inoltre essendo l'utilizzatore che sceglie quali siano gli ingressi e le uscite, appena l'obiettivo della modellistica cambia allora il modello non è più utilizzabile. In compenso funzionano bene per i sistemi di controllo, in quanto essi sono intrinsecamente causali.

Nella metodologia acausale, ogni modello si riferisce a un componente fisico, i collegamenti tra ogni modello rappresentano vere e proprie connessioni fisiche e le variabili di interfaccia descrivono le iterazioni con gli altri componenti, ovvero descrivono dei veri e propri principi fisici, realizzare modelli dinamici secondo questa formulazione del problema non richiede di specificare a priori quali grandezze agiscono come ingressi e quali come uscite: le equazioni per ciascun modello vengono scritte in forma dichiarativa indipendentemente dalle condizioni al contorno.

Il vantaggio principale della modellazione acausale è che la direzione secondo la quale le equazioni vengono risolte si può facilmente adattare di volta in volta in base al flusso dei dati, caratteristico del contesto applicativo cui si fa riferimento. In questo modo, l'attenzione rimane focalizzata sui componenti fisici del sistema, il cui comportamento è descritto dai sistemi DAE (*Differential Algebraic Equation*).

Per realizzare dei modelli acausali è necessario selezionare i componenti e collegarli in uno schema: i modelli di ciascun componente sono formulati indipendentemente dalla conoscenza dei legami o delle equazioni che regolano altre parti del sistema.

La connessione di modelli deve dichiarare un principio fisico che equivale a un bilancio di potenze o di energie.

La potenza o l'energia associata a un connettore i è definita da: variabili di sforzo e_i e variabili di flusso f_i , nessuna di queste è a priori un ingresso o un'uscita. Quando si connettono due connettori le variabili di sforzo si uguagliano: $e_1 = e_2$ mentre quelle di flusso si bilanciano: $f_1 + f_2 = 0$.

Simulare un sistema descritto da un DAE significa determinare $y(t)$ avendo:

$$F(t, y, y') = 0 \quad 0 \leq t \leq b \quad (2.34)$$

Con questo approccio, si riducono notevolmente le tempistiche e le difficoltà di modellazione, producendo modelli più comprensibili e vicini al mondo fisico. Per contro, è necessario che il simulatore sia in grado di effettuare un'analisi simbolica su sistemi DAE di grandi dimensioni.

In tabella 2.1 sono riportati i principali vantaggi e svantaggi dei due metodi di modellazione appena descritti.

Esempio: confronto tra i due approcci

Nel modello causale di un dato sistema, esso può essere usato solo nello stesso contesto: il modello dipende dalle *condizioni al contorno*, prendendo come esempio il circuito RC in figura 2.14:

Avendo una tensione imposta si ha:

$$\dot{x} = \frac{V - x}{RC} \quad I = \frac{V - x}{R} \quad (2.35)$$

mentre per un corrente imposta si ha:

$$\dot{x} = \frac{I}{C} \quad V = x + RI \quad (2.36)$$

Tabella 2.1: *Confronto tra i due approcci*

Approccio causale	Approccio acausale
-È necessario indicare all’inizio quali sono gli ingressi e quali sono le uscite del sistema	-Non è necessario specificare a priori ingressi e uscite del del sistema
-Bisogna riscrivere le equazioni in funzione del contesto applicativo	-I legami di causalità caratteristici del contesto rimangono non specificati
-La formulazione del problema in una serie di operazioni da codificare è svolta dall’utente	-I modelli dei componenti sono realizzati indipendentemente dalla conoscenza dei legami che questi hanno fra loro
-Grandi sforzi per modificare la configurazione del modello	-Possibilità di realizzare modelli meno complessi e e più vicini alla realtà fisica descritta
-Difficoltà nel riutilizzare il lavoro già svolto sul modello	-Possibilità di riutilizzare componenti e sottosistemi sviluppati in altri modelli

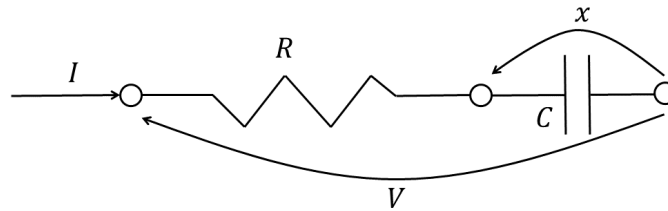


Figura 2.14

Si hanno quindi due ODE differenti a seconda della grandezza di uscita che si vuole osservare.

Nel modello dichiarativo o acausale ci si riconduce a un’unico sistema di equazioni DAE, sarà poi la manipolazione simbolica a elaborare le equazioni per adatterle al problema posto:

$$x + RI = V \quad C\dot{x} = I \quad (2.37)$$

Peculiarità del linguaggio *Modelica*

Modelica è un linguaggio di programmazione ad oggetti per la simulazione di un sistema DAE nato nel 1997 come linguaggio orientato agli oggetti per rendere possibile la modellistica di processi fisici di tipo generico, descritti da equazioni algebriche e differenziali. Le caratteristiche principali di questo linguaggio sono:

- *Modellazione dichiarativa o acausale*: la causalità del modello è determinata automaticamente dal compilatore, dove il modello del sistema viene assemblato partendo da modelli di componenti elementari.
- *Trasparenza del codice*: l’approccio dichiarativo consente di scrivere il codice in modo facilmente leggibile.
- *Incapsulamento*: i modelli dei componenti del sistema sono legati attraverso connettori, che rappresentano delle interfacciate di ingressi e uscite contenenti le equazioni che definiscono il rapporto fra le grandezze e le entità che uniscono.

- *Ereditarietà*: i componenti possono essere definiti in una struttura gerarchica, dove le parti più complesse sono ottenute dai modelli base aggiungendo variabili specifiche, equazioni o altri modelli.
- *Riutilizzabilità*: la modellazione acausale, l'incapsulamento e l'ereditarietà favoriscono e incentivano la riutilizzabilità di modelli e sottosistemi esistenti in altri progetti.

In questo contesto il modelli possono essere descritti attraverso al semplice elencazione delle equazioni algebriche e differenziali derivanti dai principi fisici.

Questo approccio di scrittura dei modelli viene anche detto dichiarativo e porta all'ottenimento di sistemi DAE.

Ai capi degli oggetti ci sono in maniera più generica delle porte alle quali sono associate delle variabili fisiche contenute all'interno del vostro oggetto, in cui le connessioni fra modelli generano equazioni.

Il passo più difficile è la costruzione di una libreria con degli oggetti semplici e via via più complicati. In questo lavoro è stata creata appositamente una libreria per la simulazione del modello, scrivendo i singoli modelli per ogni sottosistema per poi connetterli tra di loro.

Si è proceduto testando il comportamento del sistema "base" verificandone il funzionamento, aggiungendo man mano altri sottosistemi e verificando per ogni modifica il funzionamento del modello collettivo e la sua aderenza con il sistema reale.

Ambienti di sviluppo

Modelica ha due principali implementazioni commerciali, che fungono anche da ambiente di sviluppo: *Dymola*, con licenza a pagamento e *Open Modelica*, open source. Entrambi hanno il ruolo di analisi e manipolazione simbolica e numerica delle equazioni del modello, in modo da produrre un codice di simulazione altamente efficiente.

I passi per ottenere il codice sono di seguito elencati:

- *Traduzione*: scansione del codice Modelica, verifica dei tipi, espansione delle classi e generazione delle equazioni di connessione.
- *Analisi*: verifica della non singolarità strutturale del sistema DAE ottenuto al passo precedente e ordinamento. Il risultato è il modello espresso in equazioni ordinarie.
- *Ottimizzazione*: semplificazione algebrica, eliminando le equazioni banali.
- *Generazione del codice C*: il codice verrà utilizzato nella simulazione.
- *Compilazione del codice C*: il codice viene compilato per produrre un file eseguibile di simulazione.

Per tutte le simulazioni fatte in questo lavoro di tesi si è impiegato il software Dymola.

2.3.2 Esempio di implementazione

Si procede ora ad analizzare l'implementazione del modello del serbatoio utilizzando il linguaggio di Modelica in modo da evidenziare le proprietà della modellazione acausale.

In figura 2.15 è rappresentato il modello in Modelica del circuito completo, nel quale si possono notare tutti i componenti descritti nei paragrafi precedenti. Ad ogni componente che compare nel sistema viene fatta corrispondere un'icona, un oggetto grafico identificativo che lo rappresenta. Questo aspetto è caratteristico del *Component Based Approach*, cioè l'approccio più congeniale che permette di sfruttare i principali vantaggi di questo linguaggio: prima viene creato, per ciascun

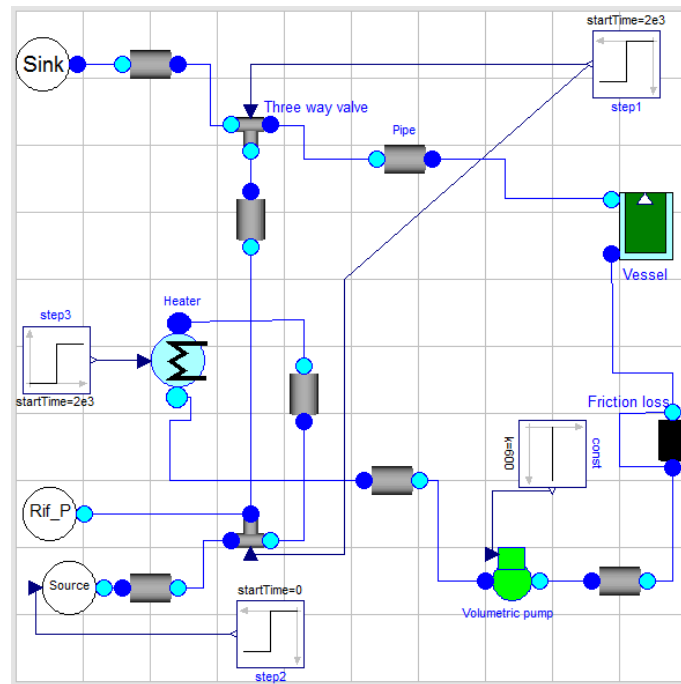


Figura 2.15

elemento presente nel sistema, un modello che lo caratterizza e, una volta realizzati, questi modelli vengono collegati fra loro ricreando la configurazione esistente.

In particolare, le connessioni logiche corrispondono sostanzialmente alle connessioni fisiche presenti nel circuito esistente: proprio per questa ragione, ci si riferisce alla modellazione orientata agli oggetti con il termine modellazione fisica.

Forniamo, a questo punto, una descrizione del modello del serbatoio realizzato, attraverso la “sintassi” del linguaggio Modelica.

Questo frammento di codice rappresenta la prima parte del modello, ovvero la parte dichiarativa in cui vengono espressi tutti i parametri necessari per la descrizione del serbatoio, la parola-chiave *parameter* serve ad indicare che la grandezza cui è associata rimane costante nel corso della simulazione condotta sul sistema, ma tale quantità può essere modificata dall’utente tra una simulazione e l’altra.

```
model Glass_Vessel_T_average_out
```

```

  parameter Boolean rec = true;
  parameter Real h "Vessel Height [m]";
  parameter Real R "Wall inner radius [m]";
  parameter Real tic_wall "Wall [m]";
  parameter Real tic_jacket "Jacket thickness [m]";
  parameter Integer N = 2 "N>=2, number of finite volumes";
  parameter Real gamma_wall_air = 20.0 "Exchange coefficient wall-air [W/m^2/K]";
  parameter Real gamma_wall_water = 100.0 "Exchange coefficient
  wall-water [W/m^2/K]";
  parameter Real gamma_wall_liquor = 50.0 "Exchange coefficient

```

```

wall-liquor [W/m^2/K]";
parameter Real gamma_liquor = 2e3 "Exchange coefficient liquor [W/m^2/K]";
parameter Real c_liquor = 4186 "Specific heat liquor [J/Kg/K]";
parameter Real c_wall = 837.2 "Wall specific heat [J/Kg/K]";
parameter Real c_water = 4186 "Water specific heat [J/Kg/K]";
parameter Real T_env = 24.5 "Environment temperature [°C]";

```

Dopo la dichiarazione dei parametri si ha quella delle variabili, ovvero le quantità che durante la simulazione variano a causa delle equazioni e condizioni imposte nella sequenza *equation* che viene formulata successivamente.

Come si può vedere dalle linee di codice sia le variabili che i parametri possono essere assumere determinati valori a seconda della classe di cui fanno parte, ad esempio, il primo parametro è stato dichiarato come *Boolean* e può assumere solo i valori *false* o *true*, mentre la classe *Real* è la più utilizzata e identifica i numeri reali.

La classe *Connectors* rappresenta il connettore che scambia informazioni con altri sistemi aventi lo stesso tipo di connettore; il connettore di tipo *Fluid_in* può collegarsi al connettore di tipo *Fluid_out* entrambi facenti parte della classe *Fluid* che scambia due tipi di grandezze:

- le variabili di sforzo che in questo caso sono pressione e temperatura
- le variabili di flusso che sono rappresentate della portata del fluido

```

Real[N + 1] T_ext_liquor_actual;
Real[N + 1] T_int_liquor_actual;
Real T_int_liquor_low;
Real T_int_liquor_high;
Real T_ext_liquor_low;
Real T_ext_liquor_high;
LibreriaTermostatazione.Connectors.Fluid_in fluid_in;
LibreriaTermostatazione.Connectors.Fluid_out fluid_out;
Connectors.RealOutput T_liquor_average;

```

Dopo la parte dichiarativa, vengono espresse le equazioni, come evidenziato dall'esempio dalla sintassi di Modelica si ha prima la sezione *initial equation* in cui sono scritte tutte le equazioni per l'inizializzazione delle variabili, nell'esempio vengono indicate tutte le temperature di partenza per la simulazione (il ciclo *for* passa in rassegna tutte le fasce dichiarate per assegnare il valore richiesto).

```

initial equation // Initial temperatures, liquor, inner glass, outer glass,
jacket, w_rec

for i in 1:N loop
  T_int_liquor[i] = T_liquor_0;
  T_ext_liquor[i] = T_liquor_0;
  T_inner_glass_surface[i] = T_inner_wall_surface_0;
  T_outer_glass_surface[i] = T_outer_wall_surface_0;
  T_jacket[i] = T_jacket_0;
end for;
if rec then
  w_rec = 0;
end if;

```

Dopo aver inizializzato le variabili si passa alla stesura delle equazioni che descrivono il loro andamento nel tempo, nell'esempio sopra si analizza l'andamento delle temperature delle fasce della camicia tramite le equazioni algebriche e differenziali descritte nel paragrafo 2.2.2, per ogni componente del serbatoio (biomassa, pareti e camicia) vengono calcolate le temperature e le grandezze di interesse utilizzando le equazioni descritte nel paragrafo 2.2.

Per il calcolo delle grandezze di interesse come la temperatura media della biomassa o per avere un bilancio delle potenze sono stati utilizzati due metodi principali:

- utilizzo di funzioni predefinite, come la funzione *sum* nell'ultima riga di codice sopra
- utilizzo della sezione *algorithm*

questi due metodi permettono, a differenza della normale parte di *equation*, di dichiarare degli assegnamenti che vincolano la variabile.

`equation`

```
// Jacket
for i in 1:N loop
  Q_wall_to_env[i] = gamma_wall_air * A_ext_wall_surface *
    (T_outer_wall_surface[i] - T_env);
  Q_jacket_to_wall_ext[i] = gamma_wall_water * A_ext_wall_surface *
    (T_jacket[i] - T_outer_wall_surface[i]);
  Q_jacket_to_wall_int[i] = gamma_wall_water * A_int_wall_surface *
    (T_jacket[i] - T_inner_wall_surface[i]);
  Q_wall_to_liquor[i] = gamma_wall_liquor * A_int_wall_surface *
    (T_inner_glass_surface[i] - T_ext_liquor[i]);
  der(T_outer_wall_surface[i]) = 1 / M_outer_surface / c_wall *
    (Q_jacket_to_wall_ext[i] - Q_wall_to_env[i]);
  der(T_jacket[i]) = 1 / M_jacket / c_water * (w_jacket * c_water *
    (T_jacket_actual[i] - T_jacket_actual[i + 1]) - Q_jacket_to_wall_ext[i] -
    Q_jacket_to_wall_int[i]);
  der(T_inner_wall_surface[i]) = 1 / M_inner_surface / c_wall *
    (Q_jacket_to_wall_int[i] - Q_wall_to_liquor[i]);
end for;
Q_wall_to_env_tot = sum(Q_wall_to_env);
```

2.4 Validazione del modello con dati sperimentali

Introduzione

La validazione del modello è stata necessaria per la taratura di alcuni parametri "incerti" del sistema, parametri di cui era però noto il range di lavoro.

I dati che si è ritenuto importante prendere in considerazione ai fini della validazione sono puramente termici, essendo il controllo relativo al condizionamento termico dell'impianto. Si è deciso quindi di ritenere marginali altre informazioni ottenute dalle prove con l'impianto pilota. In particolare si è deciso di trascurare le misure temporali del pH della biomassa, mentre è stata concentrata l'attenzione sulla temperatura media della stessa, in modo da avere una visione priva di disturbi di ogni sorta.

Come illustrato in figura 2.16 le misurazioni delle temperatura media sono state effettuate ogni 5 minuti per un periodo di 5 ore e 30 minuti. Durante la prova è in azione un controllo in

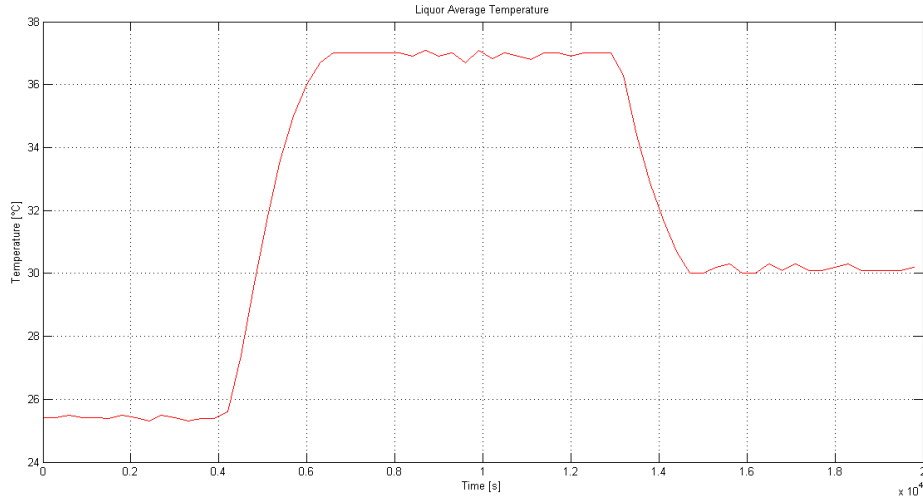


Figura 2.16

retroazione che necessita di set point, il quale varia 3 volte nell'arco del tempo assumendo prima il valore di 24,5°C poi di 37°C e infine di 30°C. Variando i parametri 'incogniti' è stato possibile far aderire la simulazione ai dati sperimentali ottenendo così una buona approssimazione del sistema reale.

2.4.1 Impianto simulato

Si passa ora a descrivere i sottosistemi del modello impiegato per la simulazione. Se non diversamente specificato si assumono tutti i parametri e le variabili descritte come quantità certe e corrispondenti all'impianto reale, in quanto forniti come dati di targa dei vari componenti.

Sono invece considerati incerti i coefficienti di scambio termico che caratterizzano gli andamenti delle temperature interne al vaso.

Pompa

La pompa utilizzata per il modello dell'impianto è di tipo volumetrico: essa sfrutta la variazione di volume in una camera per provocare un'aspirazione o una spinta su un fluido. La portata erogata è indipendente dalla prevalenza ed è invece direttamente proporzionale alla velocità di rotazione.

I parametri che la caratterizzano sono riportati in tabella 2.2.

Simbolo	Nome	Valore
K	Cilindrata	$3 \cdot 10^{-6} [m^3]$
ω	velocità di rotazione	600 [rpm]

Tabella 2.2

Valvole

Sono state utilizzate per il modello due valvole a tre vie, necessarie per deviare il flusso d'acqua in modo da passare dalla configurazione aperta a quella chiusa e viceversa. Le valvole impiegate sono comandate elettricamente e ricevono il segnale di comando direttamente dal sistema controllore.

Nella tabella 2.3 sono evidenziati i parametri caratterizzanti questi componenti.

Simbolo	Nome	Valore
D	Diametro condotta	0.01 [m]
C_r	Coefficiente di recupero	1
A_v	Massima apertura della valvola	$3.14 \cdot 10^{-4}$ [m ²]

Tabella 2.3

Tubazioni

Le tubazioni sono state modellizzate trascurando gli scambi termici con l'ambiente esterno, mentre si è deciso di non trascurare la componente inerziale del fluido contenuto nei tubi. Si è poi tenuto conto della variazione di pressione causata dalla variazione di quota e dall'attrito.

Nella tabella 2.4 si evidenziano quindi i coefficienti rilevanti per descrivere i fenomeni sopracitati.

Simbolo	Nome	Valore
D	Diametro tubo	0.01 [m]
K_f	Numero di Fanning	0.005
L	Lunghezza totale tubi	7 [m]

Tabella 2.4

Riscaldatore

Il riscaldatore è un serbatoio (in questo caso di dimensione cilindrica) dotato di una resistenza elettrica in grado di scaldare lo stesso quando alimentata. Più il serbatoio è grande più aumenta la costante di tempo del riscaldamento, poiché aumenta l'inerzia termica legata alla massa d'acqua contenuta nel riscaldatore stesso. Nel modello simulato il riscaldatore è sempre attraversato dal fluido circolante, sia a circuito chiuso che aperto; tuttavia l'influenza che ha in configurazione di raffreddamento è trascurabile.

Nella tabella 2.5 si presentano i parametri caratteristici.

Digestore

Il digestore è un serbatoio condizionato termicamente tramite la camicia, al cui interno scorre l'acqua proveniente dai componenti descritti in precedenza. All'interno del serbatoio si trova invece la biomassa che richiede delle temperature tra i 35°C e i 37°C perché ci siano le condizioni ottimali per la produzione del biogas.

Simbolo	Nome	Valore
Q	Potenza	600 [W]
L	Lunghezza serbatoio	0.2 [m]
d	Diametro serbatoio	0.05 [m]
K_f	Numero di Fanning	0.005

Tabella 2.5

All'interno di questo modello si trovano i parametri incerti necessari per la validazione, i quali sono tutti coefficienti di scambio termico che influenzano notevolmente la dinamica termica del sistema.

Nella tabella 2.6 sono evidenziati in grassetto i parametri tarati per ottenere una validazione accettabile.

Simbolo	Nome	Valore
h	Altezza serbatoio	0.3 [m]
R	Raggio serbatoio	0.075 [m]
d_{wall}	Spessore pareti	0.003 [m]
d_{jacket}	Spessore camicia	0.012 [m]
$\gamma_{glass\ air}$	Coefficiente di scambio termico vetro aria	40 [$\frac{W}{m^2K}$]
$\gamma_{glass\ water}$	Coefficiente di scambio termico vetro acqua	400 [$\frac{W}{m^2K}$]
$\gamma_{glass\ liquor}$	Coefficiente di scambio termico vetro biomassa	200 [$\frac{W}{m^2K}$]
ρ_{glass}	Densità vetro	2500 [$\frac{kg}{m^3}$]
ρ_{water}	Densità acqua	1000 [$\frac{kg}{m^3}$]
ρ_{liquor}	Densità biomassa	1000 [$\frac{kg}{m^3}$]

Tabella 2.6

2.4.2 Prova di validazione

La prova di validazione consiste nel confronto dall'andamento della temperatura media della biomassa fornito dai dati sperimentali e il suo analogo ottenuto con la simulazione del modello ricavato precedentemente.

I dati reali si riferiscono alla risposta di un sistema in anello chiuso (con regolatore PI) a due riferimenti a step consecutivi che hanno consentito di validare il modello sia durante il riscaldamento che il raffreddamento.

Ipotesi

Al fine di poter svolgere la prova di validazione è stato necessario formulare delle ipotesi sui dati ambientali e, poichè i dati in possesso riguardano andamenti in anello chiuso sul sistema di controllo presente.

In particolare si è supposto che:

- il sistema sia inizialmente all'equilibrio con l'ambiente esterno, alla temperatura di $T_{env} = 24.5^{\circ}\text{C}$;
- l'acqua proveniente dalla rete idrica sia a temperatura costante e pari a $T_{coolant} = 10^{\circ}\text{C}$;
- il sistema di controllo sia costituito da un regolatore PI con anti-wind up; in particolare i parametri del PI (nella forma $R(s) = K_p(1 + \frac{T_i s}{1+T_i s})$) sono:

$$- T_i = 6.3 \cdot 10^3$$

$$- K_p = 6$$

Risultati

Si presentano in figura 2.17 i risultati della prova di validazione. Il grafico raffigura l'andamento delle temperature medie del modello simulato e dell'impianto soggetti ai seguenti segnali di riferimento:

1. step da 24.5°C a 37°C in $t = 4000 \text{ s}$
2. step da 37°C a 30°C in $t = 13000 \text{ s}$

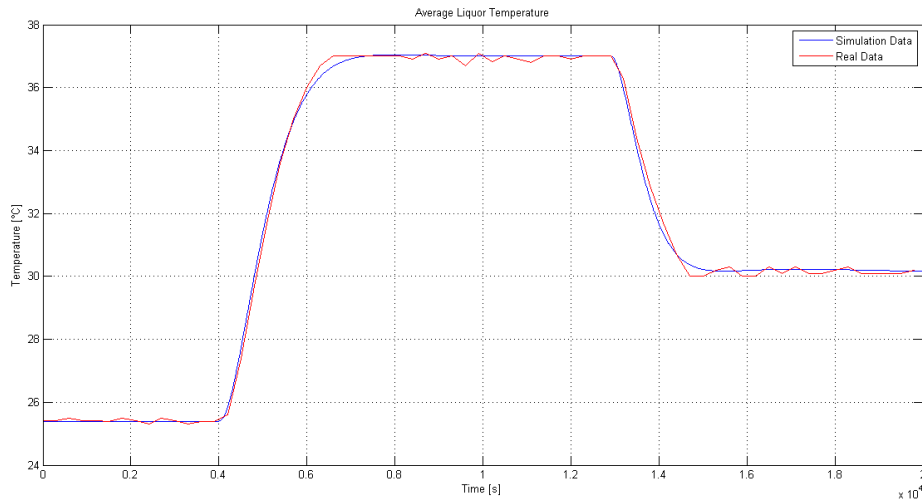


Figura 2.17

Come si può notare dal grafico si ha un lieve discostamento tra dati reali e simulati nella parte finale del transitorio, ciò risulta però di scarso impatto ai fini della validazione che può quindi essere considerata soddisfacente.

Capitolo 3

Semplificazione del Modello per il Controllo

Introduzione

Il modello presentato nel capitolo sulla Modellistica presenta un elevato numero di equazioni di stato ed è caratterizzato da comportamenti discontinui a seconda del valore di variabili condizionali, quali il segno della portata di ricircolo naturale e i comandi delle valvole che determinano la configurazione di circuito idraulico chiuso o aperto. Queste caratteristiche lo rendono poco utile ai fini della sintesi di leggi di controllo, in particolare per le due tecniche avanzate che si intendono sviluppare: il *controllo a struttura variabile* e il *controllo predittivo*.

Il controllo a struttura variabile richiede una pesante manipolazione simbolica delle equazioni da parte del progettista, che risulta eccessivamente onerosa, se non impraticabile, da applicare direttamente al modello completo. La semplificazione messa in atto in questo frangente è quindi volta, oltre a porre il modello nella forma di un sistema di equazioni differenziali ordinarie, anche ridurlo al minimo l'ordine. Per raggiungere questo scopo si è scelto di sviluppare un modello a parametri concentrati del vaso, che porta alla scrittura di una singola equazione per ogni suo componente; così facendo si ottiene un modello che trascura il fenomeno di ricircolo naturale, poiché la sua descrizione richiede una distribuzione non uniforme della temperatura della biomassa, che può essere resa solo da un modello a parametri distribuiti.

Il controllo predittivo viene sviluppato con l'ausilio di software di ottimizzazione dinamica al fine di minimizzare le differenze di temperatura all'interno della biomassa. Si vuole quindi ottenere un modello semplificato che non trascuri i fenomeni termici interni alla biomassa, ma che allo stesso tempo non causi l'insorgere di un eccessivo carico computazionale. Si è quindi scelto di mantenere la descrizione del ricircolo naturale, riducendo però al minimo il numero di volumi finiti in cui viene suddiviso il vaso e approssimando l'andamento discontinuo dovuto all'inversione della portata di ricircolo tramite la regolarizzazione delle equazioni condizionali presenti nel modello completo.

Il modello completo, benché non venga impiegato ai fini della progettazione del sistema di controllo, non perde di importanza poiché assume il ruolo di verifica della validità delle assunzioni fatte durante la fase di semplificazione.

Per ognuno dei due modelli ridotti saranno infatti eseguite prove di simulazione in cui si porranno a confronto gli andamenti della temperatura della biomassa con i medesimi del modello completo; in questo modo sarà possibile accertarsi del fatto che le semplificazioni introdotte non causino scostamenti di rilievo da quelli che sono gli andamenti previsti dal modello completo.

3.1 Modello senza ricircolo

Come già anticipato nell'introduzione, ai fini dello sviluppo del modello semplificato senza ricircolo naturale si è scelto di introdurre l'ipotesi di distribuzione uniforme della temperatura, sia nella biomassa che nella camicia. Ciò significa considerare un modello del vaso a "singola fascia", dove ogni componente, sia essa il terreno di coltura, le pareti della camicia, o l'acqua contenuta nella stessa, è rappresentata da una singola variabile di stato.

Si è scelto poi di trascurare la presenza delle tubazioni, considerando tutti i componenti del circuito idraulico direttamente connessi tra loro. Questa semplificazione è giustificata dal fatto che le dinamiche legate all'inerzia al moto dell'acqua che scorre nelle condotte sono di gran lunga più veloci rispetto alle dinamiche termiche, non solo della biomassa, ma anche dell'acqua contenuta nel riscaldatore e nella camicia.

Si passa ora alla stesura delle equazioni di stato che descrivono i vari componenti del sistema.

3.1.1 Vaso

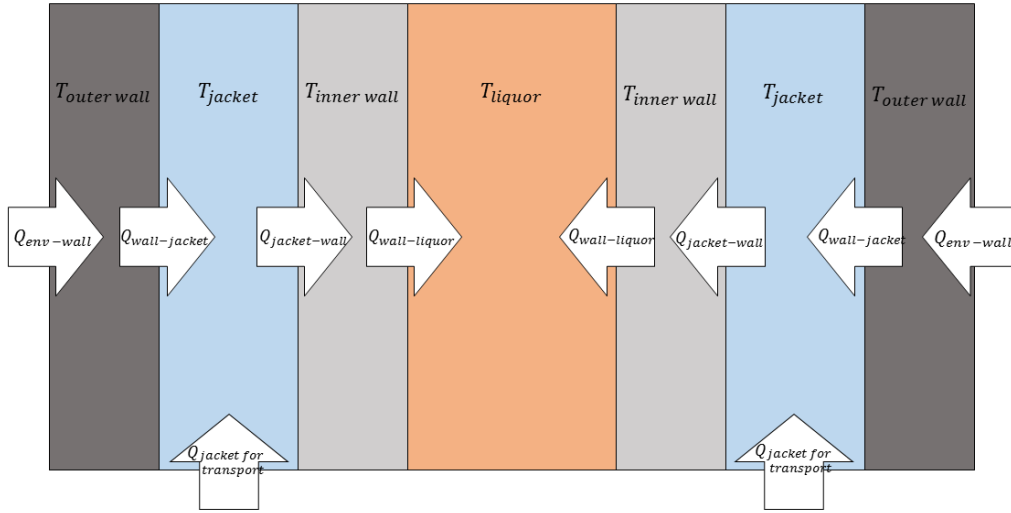


Figura 3.1

La modellistica del vaso è ridotta a quattro equazioni di stato, derivate da bilanci di energia in cui vengono considerati scambi per convezione e per trasporto di materia. In ogni caso sono trascurati fenomeni di accumulo di massa.

Biomassa

Il vaso contenente la biomassa scambia calore solo con il vetro interno, quindi l'equazione della sua temperatura sarà condizionata solo da tale elemento:

$$\dot{T}_{\text{liquor}} = \frac{1}{M_{\text{liquor}} C_{\text{liquor}}} Q_{\text{wall-liquor}} \quad (3.1)$$

dove

$$Q_{\text{wall-liquor}} = \gamma_{\text{wall-liquor}} A_{\text{int wall}} (T_{\text{inner wall}} - T_{\text{liquor}}) \quad (3.2)$$

è il calore scambiato tra la biomassa e il vetro interno.

Vetro interno

Il vetro interno scambia calore direttamente con la camicia e, come già detto, con il vaso; pertanto si ha:

$$\dot{T}_{\text{inner wall}} = \frac{1}{M_{\text{inner surface}} c_{\text{wall}}} (Q_{\text{jacket-wall}} - Q_{\text{wall-liquor}}) \quad (3.3)$$

dove

$$Q_{\text{jacket-wall}} = \gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{int wall}} (T_{\text{jacket}} - T_{\text{inner wall}}) \quad (3.4)$$

è il calore che la camicia scambia con il vetro interno.

Camicia

La camicia è posizionata tra i due vetri, con cui scambia reciprocamente calore, scambia anche con il riscaldatore:

$$\dot{T}_{\text{jacket}} = \frac{1}{M_{\text{jacket}} c_{\text{H}_2\text{O}}} (Q_{\text{wall-jacket}} - Q_{\text{jacket-wall}} + Q_{\text{jacket for transport}}) \quad (3.5)$$

dove

$$Q_{\text{wall-jacket}} = \gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{out wall}} (T_{\text{outer wall}} - T_{\text{jacket}}) \quad (3.6)$$

rappresenta il calore scambiato tra vetro esterno e camicia, e:

$$Q_{\text{jacket for transport}} = w_{\text{jacket}} c_{\text{water}} (T_{\text{heater}} - T_{\text{jacket}}) \quad (3.7)$$

è il calore che il riscaldatore scambia con la camicia

Vetro esterno

Il vetro esterno divide tutto il sistema dall'ambiente:

$$\dot{T}_{\text{outer wall}} = \frac{1}{M_{\text{outer surface}} c_{\text{wall}}} (Q_{\text{wall-environment}} - Q_{\text{wall-jacket}}) \quad (3.8)$$

dove

$$Q_{\text{env-wall}} = \gamma_{\text{wall-environment}} A_{\text{out wall}} (T_{\text{external}} - T_{\text{outer wall}}) \quad (3.9)$$

identifica il calore che l'ambiente scambia con il vetro interno.

3.1.2 Circuito idraulico

Il circuito idraulico, dal momento che si è deciso di trascurare la presenza delle tubazioni, ha quattro componenti:

- una pompa,
- un riscaldatore
- due valvole a tre vie.

Queste ultime sono gli unici componenti che conservano equazioni dinamiche della portata: per le stesse ragioni già discusse in precedenza questo fenomeno può essere però trascurato; ciò porta a considerare la portata in ingresso e uscita da ogni componente non più come una variabile di stato ma come una costante, che sarà data dai parametri caratteristici della pompa.

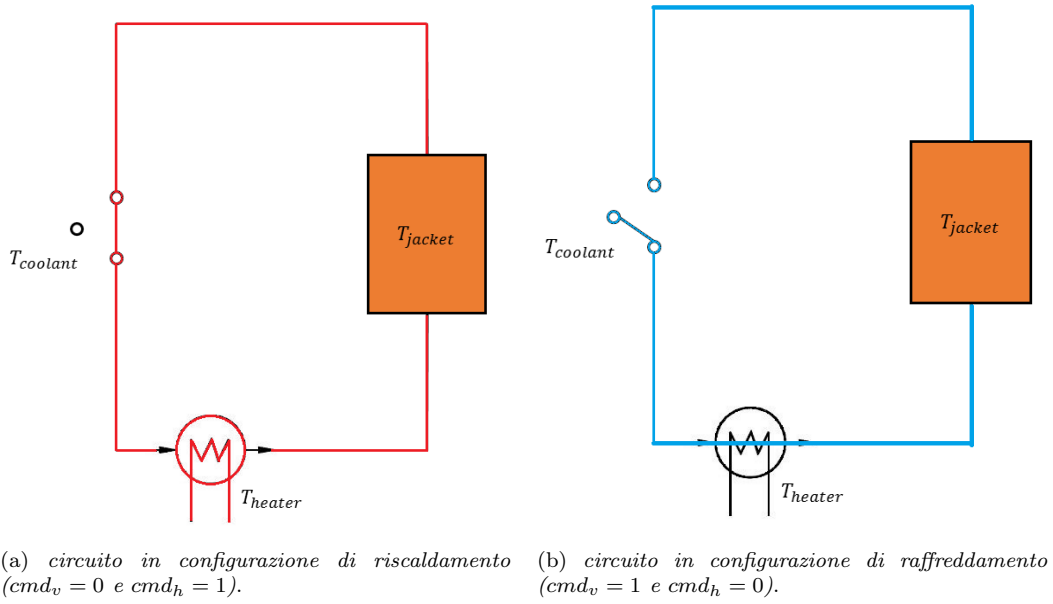


Figura 3.2

La selezione fra le due configurazioni di circuito aperto e chiuso possono infine essere approssimate dalla variabile booleana cmd_v che determina la temperatura dell'acqua in ingresso al riscaldatore: in circuito aperto sarà quella della rete idrica (supposta costante), in circuito chiuso quella della camicia.

Lo stato di accensione o spegnimento del riscaldatore è determinato dalla variabile logica cmd_h .

Gli schemi in figura 3.2 descrivono le configurazioni del circuito idraulico in funzioni dei valori di cmd_v e cmd_h .

Grazie alle considerazioni introdotte è quindi possibile descrivere, seppure in maniera approssimata, l'intero circuito idraulico tramite la sola equazione dinamica del riscaldatore:

$$\dot{T}_{heater} = \frac{1}{M_{heater}c_{water}} (w_{jacket}c_{water}(cmd_v(T_{coolant} - T_{jacket}) + (T_{jacket} - T_{heater})) + cmd_h Q_h) \quad (3.10)$$

3.1.3 Modello completo

A titolo riassuntivo si riporta l'intero modello semplificato:

$$\begin{cases} \dot{T}_{liquor} = \frac{1}{M_{liquor}c_{liquor}} Q_{wall-liquor} \\ \dot{T}_{inner\ wall} = \frac{1}{M_{inner\ surface}c_{wall}} (Q_{jacket-wall} - Q_{wall-liquor}) \\ \dot{T}_{jacket} = \frac{1}{M_{jacket}c_{water}} (Q_{wall-jacket} - Q_{jacket-wall} + Q_{jacket\ for\ transport}) \\ \dot{T}_{outer\ wall} = \frac{1}{M_{outer\ surface}c_{wall}} (Q_{wall-environment} - Q_{wall-jacket}) \\ \dot{T}_{heater} = \frac{1}{M_{heater}c_{water}} (w_{Jacket}c_{water}(cmd_v(T_{coolant} - T_{jacket}) + (T_{jacket} - T_{heater})) + cmd_h Q_h) \end{cases} \quad (3.11)$$

3.1.4 Confronto tra modello semplificato e completo

Al fine di dimostrare la validità del modello semplificato si sono fatte delle prove di confronto con il modello completo per verificare che le semplificazioni apportate non causino uno scostamento troppo ingente del modello ridotto. Sono stati effettuati due tipi di prove:

- Prove di risposta a step di riscaldamento e raffreddamento partendo da situazioni di equilibrio termico.
- Prove di risposta a passaggi riscaldamento/raffreddamento precedenti al raggiungimento dell'equilibrio termico, ossia con rimescolamento dovuto al ricircolo naturale ancora in corso.

I dati utilizzati per le prove che vengono mostrate di seguito sono quelli contenuti nelle tabelle contenute nel capitolo A.

Il sistema è inizialmente posto all'equilibrio con la temperatura ambiente, in questo caso pari a 24.5°C.

Prova di raffreddamento

La prova di raffreddamento consiste nell'utilizzare la configurazione di circuito aperto con riscaldatore spento.

Ciò porta la biomassa al raggiungimento della temperatura di equilibrio più bassa possibile. Essa è di poco superiore a quella dell'acqua della rete, in quanto il vaso riceve calore dall'ambiente esterno, che ha temperatura tipicamente maggiore rispetto a quella della prima.

La configurazione del circuito idraulico impiegata nella prova è stata replicata nel modello semplificato ponendo $cmd_v = 1$ e $cmd_h = 0$.

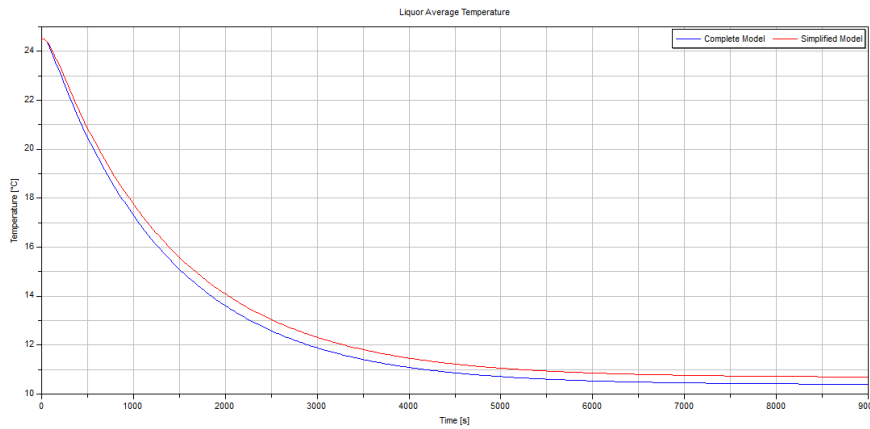


Figura 3.3: Risposta temperatura media a raffreddamento

Come si può notare dal grafico in figura 3.3, che mostra la temperatura media della biomassa del modello completo (in rosso) e quella del modello semplificato (in blu), i due andamenti hanno uno scostamento molto ridotto (con un massimo di 0.2°C), che indica una buona approssimazione.

Prova di riscaldamento

La prova di riscaldamento consiste, invece, nell'utilizzare la configurazione di circuito chiuso con riscaldatore acceso.

In questo modo la biomassa viene riscaldata fino a che tutta la potenza termica immessa nel sistema dal riscaldatore viene dissipata verso l'ambiente esterno.

La configurazione del circuito idraulico impiegata nella prova è stata replicata nel modello semplificato ponendo $cmd_v = 0$ e $cmd_h = 1$.

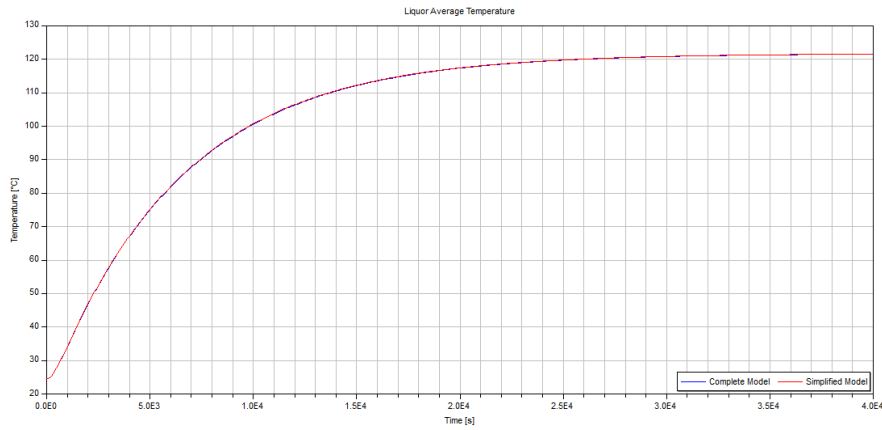


Figura 3.4: *Risposta temperatura media a riscaldamento*

Come si può notare dal grafico in figura 3.4 la temperatura raggiunta è superiore ai 100°C. Questo comportamento è non fisico in quanto non si è modellizzato il passaggio di stato della biomassa.

Si è quindi focalizzato il confronto su un intervallo di temperature compreso tra i 20°C e i 100°C dove i modelli non assumono comportamenti irrealistici.

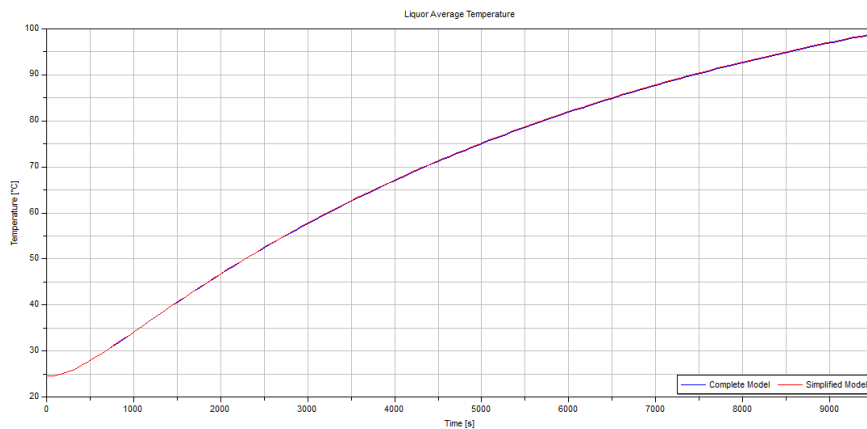


Figura 3.5: *Dettaglio risposta temperatura media a riscaldamento*

In questo intervallo si rileva un ottima aderenza del modello semplificato a quello completo in quanto il massimo scostamento tra i due andamenti è di 0.03°C.

Prove passaggio riscaldamento/raffreddamento

In questo test si sottopone il modello completo ad un inversione repentina della portata di ricircolo.

In questo modo si vuole verificare che le dinamiche dovute al rimescolamento trascurate nel modello semplificato, non causino uno scostamento troppo ingente degli andamenti dei due modelli.

Nel sistema completo il test è realizzato passando dalla configurazione di riscaldamento (circuito chiuso e riscaldatore acceso) a quella di raffreddamento (circuito aperto e riscaldatore spento) al tempo $t_{switch} = 2000 \text{ s}$. Per quanto riguarda il modello semplificato, al medesimo istante di tempo t_{switch} si passa dai valori dei comandi $cmd_v = 0$, $cmd_h = 1$ ai valori $cmd_v = 1$, $cmd_h = 0$.

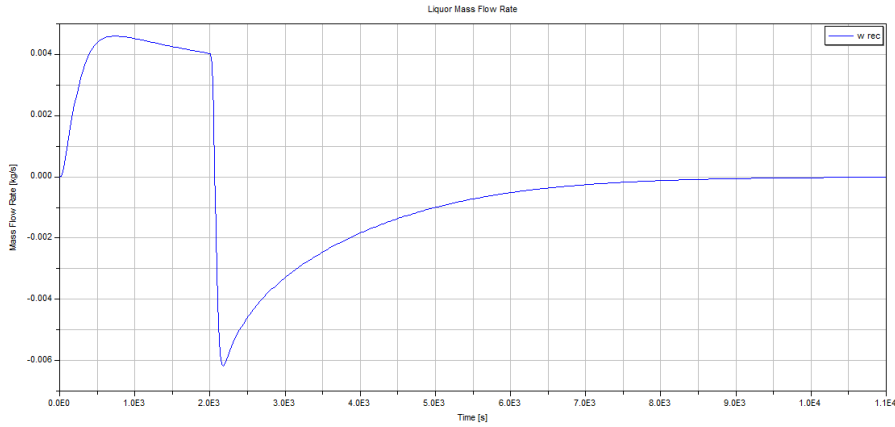


Figura 3.6: *Risposta portata di ricircolo a passaggio brusco riscaldamento/raffreddamento*

Il grafico in figura 3.6 mostra l'inversione della portata di ricircolo: ciò significa che si passa da riscaldamento a raffreddamento mentre il rimescolamento è ancora in atto.

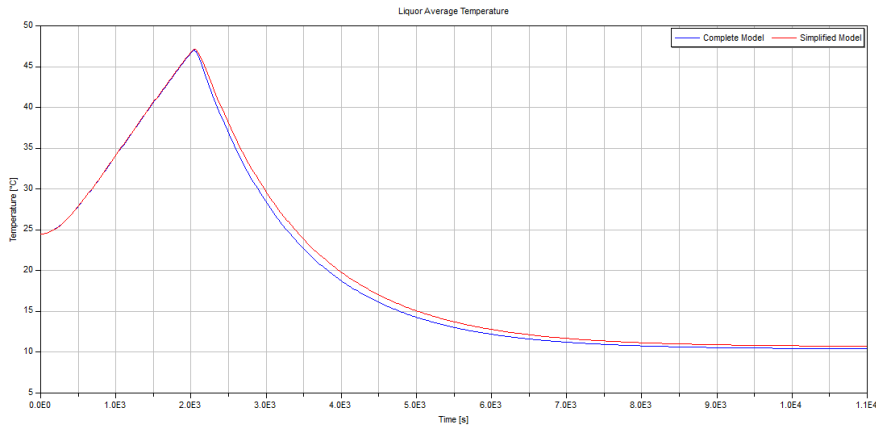


Figura 3.7: *Risposta temperature medie a passaggio brusco riscaldamento*

Gli andamenti mostrati in figura 3.7 evidenziano uno scarto massimo di 0.4°C tra il modello semplificato e quello completo. Scarto che si verifica all'istante di cambio di configurazione dovuto alle diverse inerzie che caratterizzano i due sistemi sotto esame, come evidenziato dalla figura 3.8

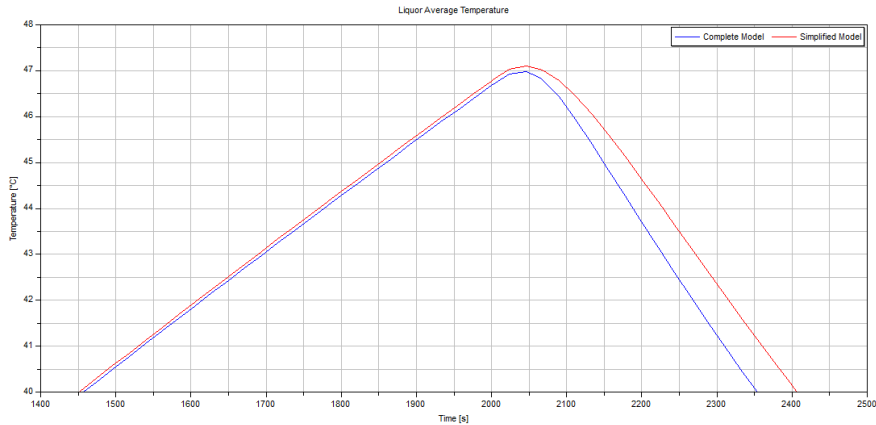


Figura 3.8: Risposta temperature medie a passaggio brusco riscaldamento raffreddamento (dettaglio)

3.2 Modello con ricircolo

I processi biochimici di digestione anaerobica sono fortemente condizionati dalla temperatura, come descritto in [11]. Emerge infatti che variazioni di temperatura influiscono direttamente sulla cinetica di reazione impattando quindi sulla produttività dell’impianto.

Ciò rende interessante l’impiego di una legge di controllo che, oltre all’inseguimento di una temperatura media di riferimento, renda quanto più possibile uniforme la distribuzione di temperatura all’interno del vaso.

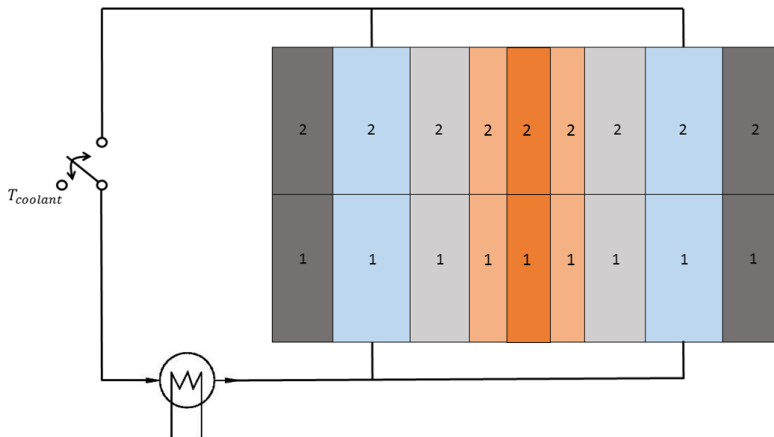


Figura 3.9

Poiché il modello semplificato ricavato al paragrafo 3.1 descrive l’andamento termico del contenuto del vaso con un’unica temperatura, supponendone una distribuzione uniforme, è necessario apportare delle modifiche alle semplificazioni attuate. In particolare devono essere reintrodotti sia la suddivisione in volumi finiti del vaso sia la modellizzazione del ricircolo naturale, in modo tale da poter rendere conto degli scambi termici interni alla biomassa descrivendone quindi l’andamento termico con più di una temperatura.

Tutte le equazioni di stato riportate in seguito sono già state ricavate nel capitolo 2 e vengono qui riscritte per il caso particolare del modello a due fasce.

Come riportato dallo schema mostrato nella figura 3.9 si è optato per un modello a due fasce; ciò permette di ottenere una suddivisione della biomassa in quattro volumi finiti, mentre sia le pareti della camicia sia l'acqua contenuta in essa sono composte da due volumi finiti. Non vengono invece apportate modifiche alla modellistica del riscaldatore, che è descritto da una singola temperatura e può ricevere in ingresso acqua dalla rete o dalla camicia ed è connesso in uscita a quest'ultima.

3.2.1 Biomassa

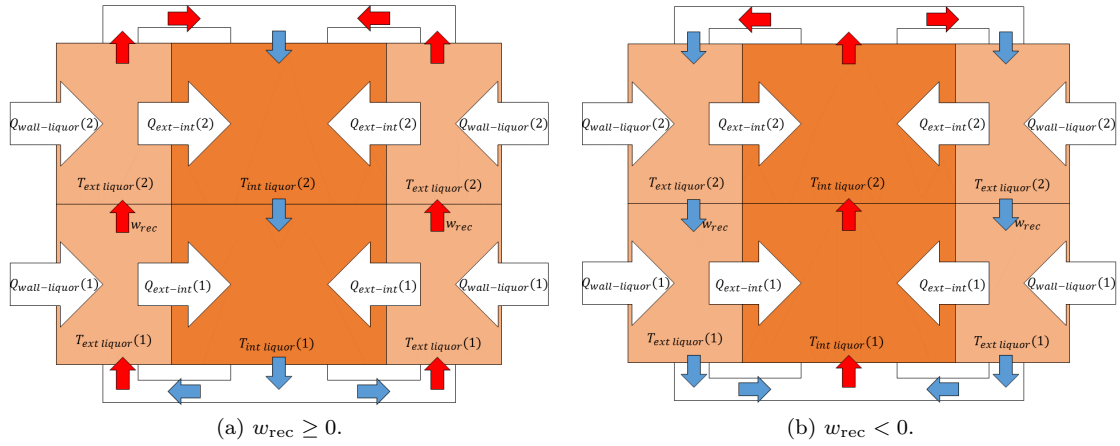


Figura 3.10

Le equazioni di stato che descrivono la biomassa sono analoghe alle equazioni che vanno da 2.21 a 2.24 ponendo $N=2$.

Per la colonna interna:

$$\dot{T}_{\text{int liquor}}(i) = \frac{1}{M_{\text{liquor}}c_{\text{liquor}}} (Q_{\text{int natural recirculation}}(i) + Q_{\text{external-internal}}(i)) \quad (3.12)$$

con

$$Q_{\text{ext to int liquor}}(i) = \gamma_{\text{rec}} A_{\text{rec}} (T_{\text{ext liquor}}(i) - T_{\text{int liquor}}(i)) \quad (3.13)$$

$$Q_{\text{int natural recirculation}}(1) = \begin{cases} w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{int liquor}}(2) - T_{\text{int liquor}}(1)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ -w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{ext liquor}}(1) - T_{\text{int liquor}}(1)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

$$Q_{\text{int natural recirculation}}(2) = \begin{cases} w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{ext liquor}}(2) - T_{\text{int liquor}}(2)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ -w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{int liquor}}(1) - T_{\text{int liquor}}(2)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Per la colonna esterna:

$$\dot{T}_{\text{ext liquor}}(i) = \frac{1}{M_{\text{liquor}}c_{\text{liquor}}} (Q_{\text{ext natural recirculation}}(i) + Q_{\text{wall-liquor}}(i) - Q_{\text{external-internal}}(i)) \quad (3.16)$$

con

$$Q_{\text{wall-liquor}}(i) = \gamma_{\text{wall liquor}} A_{\text{int wall}} (T_{\text{inner wall}}(i) - T_{\text{ext liquor}}(i)) \quad (3.17)$$

$$Q_{\text{ext natural recirculation}}(1) = \begin{cases} w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{int liquor}}(1) - T_{\text{ext liquor}}(1)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{ext liquor}}(1) - T_{\text{ext liquor}}(2)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

$$Q_{\text{ext natural recirculation}}(2) = \begin{cases} w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{ext liquor}}(1) - T_{\text{ext liquor}}(2)) & w_{\text{rec}} \geq 0 \\ w_{\text{rec}} c_{\text{liquor}} (T_{\text{ext liquor}}(2) - T_{\text{int liquor}}(2)) & w_{\text{rec}} < 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

Poiché la sintesi della legge di controllo ottimo impone l'assenza di equazioni condizionali tempo-varianti è necessario modificare le equazioni di $Q_{\text{int natural recirculation}}(i)$ e $Q_{\text{ext natural recirculation}}(i)$ in modo tale che i loro andamenti non siano più discontinui.

Questi termini rendono conto dello scambio termico per trasporto dovuto al ricircolo naturale. In quest'ambito il volume finito può essere visto come un serbatoio avente una portata fissa in ingresso e uscita, mentre la temperatura in ingresso è variabile in modo discontinuo fra quella di due volumi adiacenti. Si prenda a titolo di esempio il volume finito 1 della colonna esterna: se la portata di ricircolo è positiva si avrà in ingresso biomassa alla temperatura del volume 1 della colonna interna, se essa è negativa la temperatura della biomassa in ingresso sarà invece quella del volume 2 della colonna esterna.

Questo comportamento può essere, in generale, descritto con l'introduzione della variabile discontinua $rec_{dir} = \frac{1}{2} \text{sign}(w_{\text{rec}})$ che permette di selezionare la corretta temperatura in ingresso per ognuno dei volumi finiti:

$$Q_{\text{int natural recirculation}}(1) = |w_{\text{rec}}| c_{\text{liquor}} \left(\left(\frac{1}{2} + rec_{dir} \right) T_{\text{int liquor}}(2) + \left(\frac{1}{2} - rec_{dir} \right) T_{\text{ext liquor}}(1) - T_{\text{int liquor}}(1) \right) \quad (3.20)$$

$$Q_{\text{int natural recirculation}}(2) = |w_{\text{rec}}| c_{\text{liquor}} \left(\left(\frac{1}{2} + rec_{dir} \right) T_{\text{ext liquor}}(2) + \left(\frac{1}{2} - rec_{dir} \right) T_{\text{int liquor}}(1) - T_{\text{int liquor}}(2) \right) \quad (3.21)$$

$$Q_{\text{ext natural recirculation}}(1) = |w_{\text{rec}}| c_{\text{liquor}} \left(\left(\frac{1}{2} + rec_{dir} \right) T_{\text{int liquor}}(1) + \left(\frac{1}{2} - rec_{dir} \right) T_{\text{ext liquor}}(2) - T_{\text{ext liquor}}(1) \right) \quad (3.22)$$

$$Q_{\text{ext natural recirculation}}(2) = |w_{\text{rec}}| c_{\text{liquor}} \left(\left(\frac{1}{2} + rec_{dir} \right) T_{\text{ext liquor}}(1) + \left(\frac{1}{2} - rec_{dir} \right) T_{\text{int liquor}}(2) - T_{\text{ext liquor}}(2) \right) \quad (3.23)$$

Si noti come il termine $Q_{\text{natural recirculation}}$ non ha più andamento discontinuo, ma lo ha la variabile booleana rec_{dir} : questo problema è però di facile soluzione in quanto è possibile “regolarizzarne” l'andamento in funzione di w_{rec} tramite la funzione arcotangente, ottenendo quindi:

$$rec_{dir} = \frac{1}{\pi} \arctan(K w_{\text{rec}}) \quad (3.24)$$

K è un coefficiente positivo arbitrario con il quale la funzione arcotangente approssima sempre più fedelmente la funzione segno, come mostra la figura 3.11.

L'equazione della portata di ricircolo è invece immutata rispetto a quella già presentata al capitolo 2:

$$\dot{w}_{\text{rec}} = \frac{\Delta P_{\text{rec}} k_{\text{rec}} - w_{\text{rec}} |w_{\text{rec}}|}{\tau_{\text{rec}}} \quad (3.25)$$

$$\Delta P_{\text{rec}} = \sum_{i=1}^2 \frac{gh}{2} \rho_{\text{int}}(i) - \sum_{i=1}^2 \frac{gh}{2} \rho_{\text{ext}}(i) \quad (3.26)$$

$$\rho_x(i) = \frac{1000}{1 + 0.0002(T_x \text{ liquor}(i) - 4)} \quad ; 1 \leq i \leq 2 \quad (3.27)$$

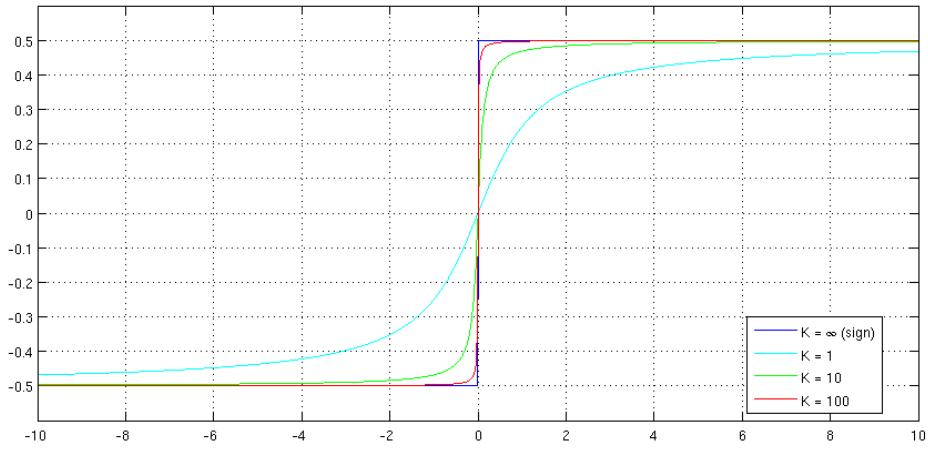


Figura 3.11: Approssimazione della funzione segno con la funzione arcotangente

3.2.2 Camicia di riscaldamento/raffreddamento

In modo analogo a quanto fatto per la modellistica della biomassa anche la camicia viene suddivisa in due sezioni come riportato nello schema di figura 3.12.

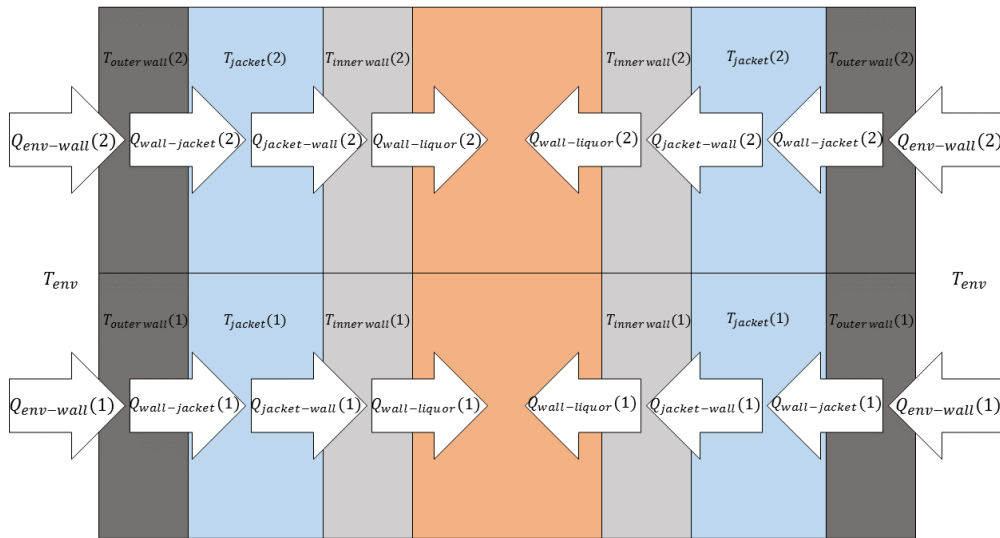


Figura 3.12

Si riportano le equazioni di stato delle pareti interna ed esterna, analoghe alle 2.25 e 2.27, che derivano da un bilancio termico che tiene conto dello scambio con la biomassa e la camicia, per la parete interna, mentre per la parte esterna gli scambi considerati sono con la camicia e l'ambiente esterno, supposto a temperatura costante e uniformemente distribuita. In entrambi i

casi si trascurano gli scambi fra il volume finito superiore e inferiore di ciascuna parete.¹

$$\dot{T}_{\text{inner wall}}(i) = \frac{1}{M_{\text{inner wall}} c_{\text{wall}}} (Q_{\text{jacket-wall}}(i) - Q_{\text{wall-liquor}}(i)) \quad (3.28)$$

con

$$Q_{\text{jacket-wall}}(i) = \gamma_{\text{wall-jacket}} S_{\text{inner}} (T_{\text{jacket}}(i) - T_{\text{inner wall}}(i)) \quad (3.29)$$

$$Q_{\text{wall-liquor}}(i) = \gamma_{\text{wall-liquor}} A_{\text{int wall}} (T_{\text{inner wall}}(i) - T_{\text{ext liquor}}(i)) \quad (3.30)$$

E per la parete esterna:

$$\dot{T}_{\text{outer wall}}(i) = \frac{1}{M_{\text{outer wall}} c_{\text{wall}}} (Q_{\text{env-wall}}(i) - Q_{\text{wall-jacket}}(i)) \quad (3.31)$$

con

$$Q_{\text{wall-jacket}}(i) = \gamma_{\text{wall-jacket}} S_{\text{outer}} (T_{\text{outer wall}}(i) - T_{\text{jacket}}(i)) \quad (3.32)$$

$$Q_{\text{env-wall}}(i) = \gamma_{\text{wall-environment}} S_{\text{outer}} (T_{\text{external}} - T_{\text{outer wall}}(i)) \quad (3.33)$$

Per quanto riguarda le equazioni di stato che descrivono i due volumi finiti della camicia, oltre che a considerare il calore scambiato con le pareti, si considera anche quello scambiato per trasporto fra i due volumi finiti della camicia stessa. Per il volume inferiore la temperatura di ingresso è quella del riscaldatore. Si giunge quindi a equazioni differenziali simili alle 2.30:

$$\dot{T}_{\text{jacket}}(i) = \frac{1}{M_{\text{jacket}} c_{\text{water}}} (Q_{\text{wall-jacket}}(i) - Q_{\text{jacket-wall}}(i) + Q_{\text{jacket for transport}}(i)) \quad (3.34)$$

con

$$Q_{\text{jacket for transport}}(i) = \begin{cases} w_{\text{jacket}} c_{\text{water}} (T_{\text{jacket}}(i-1) - T_{\text{jacket}}(i)) & w_{\text{jacket}} \geq 0 \\ w_{\text{jacket}} c_{\text{water}} (T_{\text{jacket}}(i) - T_{\text{jacket}}(i+1)) & w_{\text{jacket}} < 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

3.2.3 Circuito idraulico

La modellistica qui adottata per il circuito idraulico è la medesima di quella ricavata nella semplificazione precedente. La portata circolante (w_{jacket}) viene considerata costante, in quanto si trascurano gli effetti di inerzia dovuti alle tubazioni e si suppone la presenza di una pompa volumetrica, che impone infatti una portata costante.

Le valvole a tre vie che permettono lo “switch” fra le due configurazioni raffreddamento/riscaldamento vengono sostituite dal comando booleano cmd_v : quando esso è a valore logico alto in ingresso al riscaldatore vi è acqua proveniente dalla rete idrica, mentre se è a valore basso l’acqua in ingresso è quella del volume finito superiore della camicia.

L’unico componente del circuito di cui viene mantenuta un’equazione di stato è quindi il riscaldatore, il cui bilancio energetico considera solo lo scambio per trasporto e la potenza immessa dalla resistenza elettrica, considerando trascurabile quello con l’ambiente esterno. La variabile booleana cmd_h determina se il riscaldatore è in funzione oppure è spento. Si perviene quindi alla seguente equazione, simile alla 3.10:

$$\dot{T}_{\text{heater}} = \frac{1}{M_{\text{heater}} c_{\text{water}}} (w_{\text{jacket}} c_{\text{water}} (cmd_v (T_{\text{coolant}} - T_{\text{jacket}}) + (T_{\text{jacket}} - T_{\text{heater}})) + cmd_h Q_h) \quad (3.36)$$

¹di seguito si considera che i possa assumere solo valori pari a 1 o 2

3.2.4 Modelli

Si riporta infine il modello ottenuto grazie alle semplificazioni sopra descritte, corredato di schema riassuntivo in figura 3.13

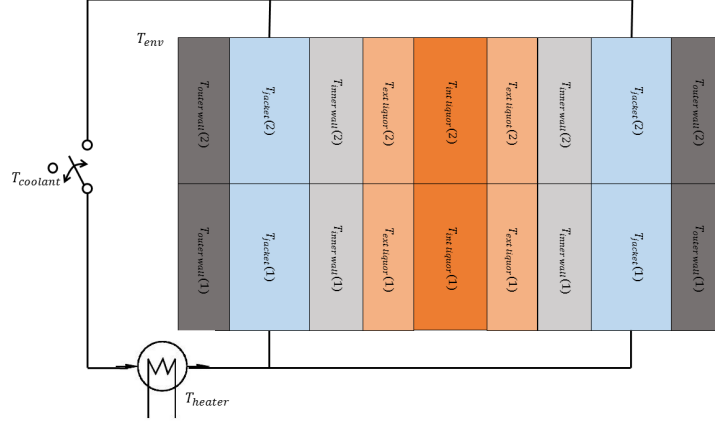


Figura 3.13

$$\begin{cases}
 \dot{T}_{\text{int liquor}}(1) = \frac{1}{M_{\text{liquor}} c_{\text{liquor}}} (Q_{\text{int natural recirculation}}(1) + Q_{\text{external-internal}}(1)) \\
 \dot{T}_{\text{int liquor}}(2) = \frac{1}{M_{\text{liquor}} c_{\text{liquor}}} (Q_{\text{int natural recirculation}}(2) + Q_{\text{external-internal}}(2)) \\
 \dot{T}_{\text{ext liquor}}(1) = \frac{1}{M_{\text{liquor}} c_{\text{liquor}}} (Q_{\text{ext natural recirculation}}(1) + Q_{\text{wall-liquor}}(1) - Q_{\text{external-internal}}(1)) \\
 \dot{T}_{\text{ext liquor}}(2) = \frac{1}{M_{\text{liquor}} c_{\text{liquor}}} (Q_{\text{ext natural recirculation}}(2) + Q_{\text{wall-liquor}}(2) - Q_{\text{external-internal}}(2)) \\
 \dot{T}_{\text{inner wall}}(1) = \frac{1}{M_{\text{inner wall}} c_{\text{glass}}} (Q_{\text{jacket-wall}}(1) - Q_{\text{wall-liquor}}(1)) \\
 \dot{T}_{\text{inner wall}}(2) = \frac{1}{M_{\text{inner wall}} c_{\text{glass}}} (Q_{\text{jacket-wall}}(2) - Q_{\text{wall-liquor}}(2)) \\
 \dot{T}_{\text{jacket}}(1) = \frac{1}{M_{\text{jacket}} c_{\text{water}}} (Q_{\text{wall-jacket}}(1) - Q_{\text{jacket-wall}}(1) + Q_{\text{jacket for transport}}(1)) \\
 \dot{T}_{\text{jacket}}(2) = \frac{1}{M_{\text{jacket}} c_{\text{water}}} (Q_{\text{wall-jacket}}(2) - Q_{\text{jacket-wall}}(2) + Q_{\text{jacket for transport}}(2)) \\
 \dot{T}_{\text{outer wall}}(1) = \frac{1}{M_{\text{outer wall}} c_{\text{glass}}} (Q_{\text{env-wall}}(1) - Q_{\text{wall-jacket}}(1)) \\
 \dot{T}_{\text{outer wall}}(2) = \frac{1}{M_{\text{outer wall}} c_{\text{glass}}} (Q_{\text{env-wall}}(2) - Q_{\text{wall-jacket}}(2)) \\
 \dot{T}_{\text{heater}} = \frac{1}{M_{\text{heater}} c_{\text{water}}} (w_{\text{jacket}} c_{\text{water}} (cmd_v (T_{\text{coolant}} - T_{\text{jacket}}) + (T_{\text{jacket}} - T_{\text{heater}})) + cmd_h Q_h) \\
 \dot{w}_{\text{rec}} = \frac{\Delta P_{\text{rec}}}{\tau_{\text{rec}}} \frac{k_{\text{rec}} - w_{\text{rec}}}{k_{\text{rec}}}
 \end{cases} \quad (3.37)$$

Si è ottenuto un sistema di equazioni differenziali non lineare del dodicesimo ordine le cui variabili di ingresso sono i comandi cmd_v e cmd_h , mentre la variabile di uscita è la media delle temperature dei quattro volumi finiti della biomassa.

3.2.5 Confronto con il modello completo

Per verificare l'aderenza del modello semplificato con quello completo è necessario confrontare i comportamenti dei due sistemi soggetti agli stessi ingressi.

Come fatto per il modello semplificato senza ricircolo si effettuano due tipi di prove:

- Prove di risposta a step di riscaldamento e raffreddamento partendo da situazioni di equilibrio termico.

- Prove di risposta a passaggi riscaldamento/raffreddamento precedenti al raggiungimento dell'equilibrio termico, ossia con rimescolamento dovuto al ricircolo naturale ancora in corso.

I dati utilizzati nelle prove per il modello completo a 10 fasce sono indicati nelle tabelle al capitolo A. La condizione iniziale di equilibrio è a 24.5°C pari alla temperatura ambiente.

Per il confronto dei due modelli si è rivelato necessario suddividere ciascuna colonna del modello completo in due aree contenenti ciascuna la metà dei volumi finiti della colonna stessa. E' così possibile identificare ogni area con la media delle temperature dei volumi finiti contenuti in essa, come mostrato dallo schema in figura 3.14

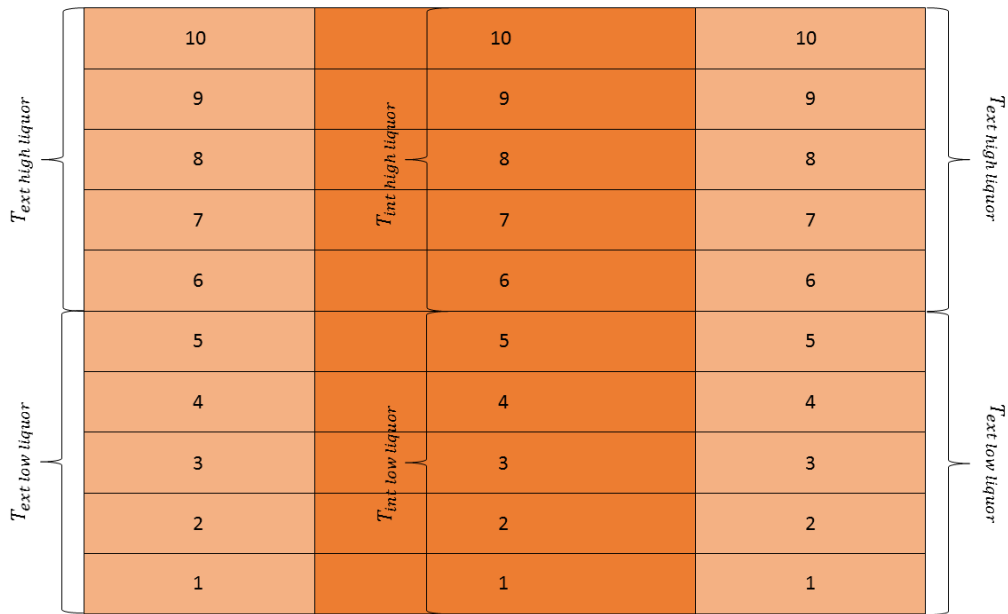


Figura 3.14

Prova di raffreddamento

Un'altra prova è quella del raffreddamento, ovvero a riscaldatore costantemente spento e valvole nella configurazione di circuito aperto, come mostrato in figura 3.15.

In questo caso le differenze di temperature tra i due modelli sono al massimo di 0.1°C.

Prova di riscaldamento

Come prima prova si sottopongono i vasi a riscaldamento massimo e valvole in configurazione in circuito chiuso.

Come si può notare dalla figura 3.16 per tutte le sezioni della biomassa si riscontra una buona approssimazione del modello semplificato a quello completo, con differenze massime di 0.6°C nella regione dei 200°C, regione irraggiungibile dalla biomassa in condizioni reali.

A titolo di esempio si mostra in figura 3.17 il dettaglio dell'andamento del riscaldamento nella zona di interesse, ovvero tra 20°C e 100°C

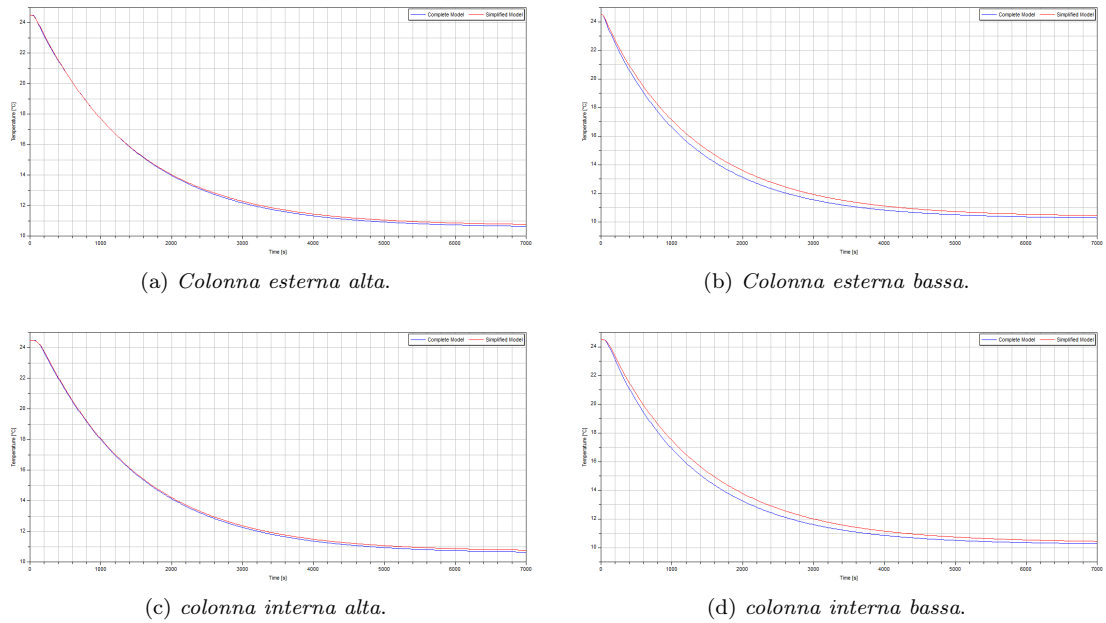


Figura 3.15

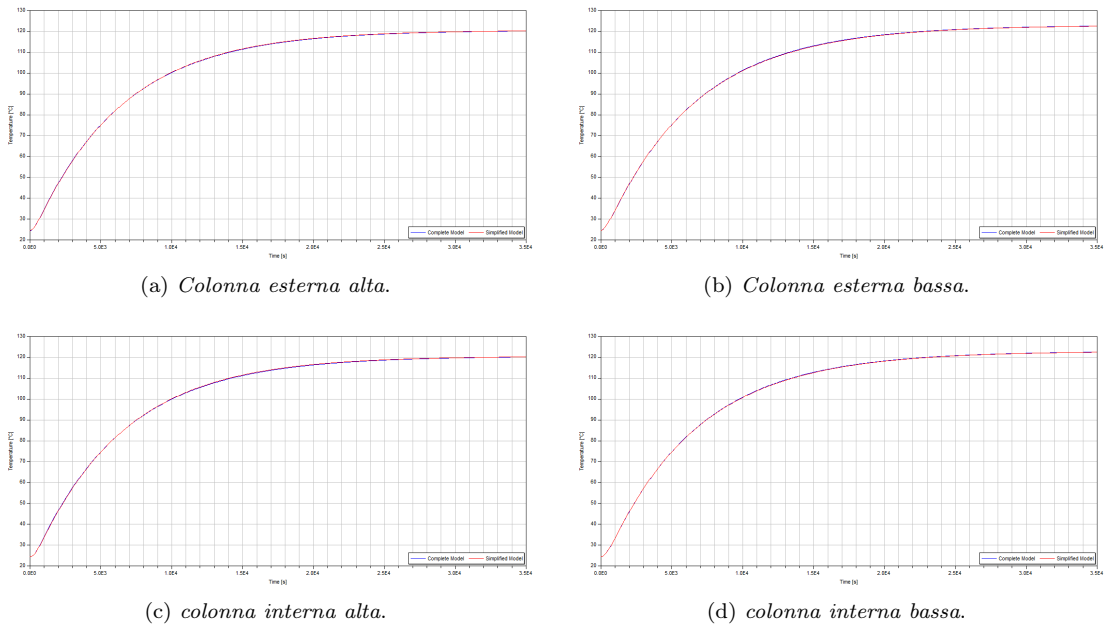


Figura 3.16

Prova di passaggio riscaldamento/raffreddamento

Si esegue infine la prova del passaggio da riscaldamento a raffreddamento con rimescolamento ancora in atto, i risultati ottenuti sono evidenziati in figura 3.18.

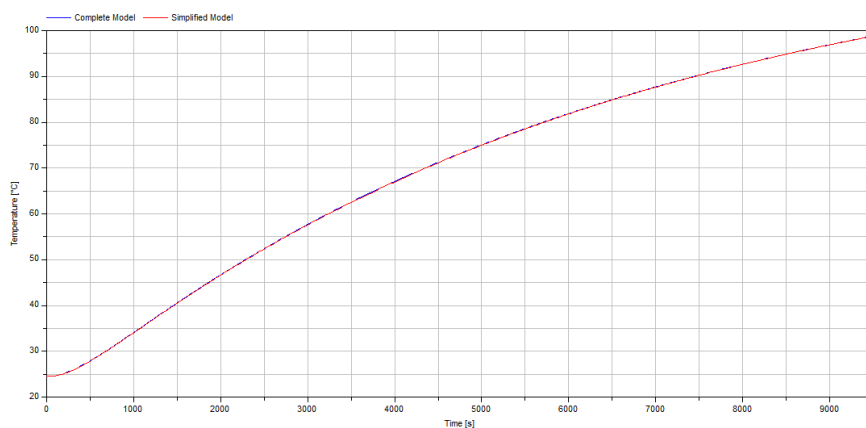
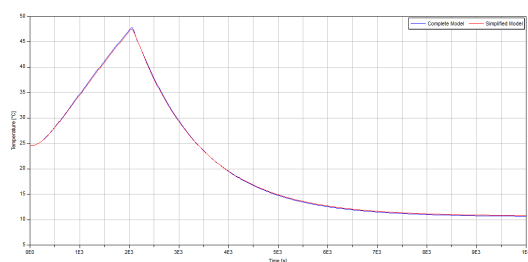
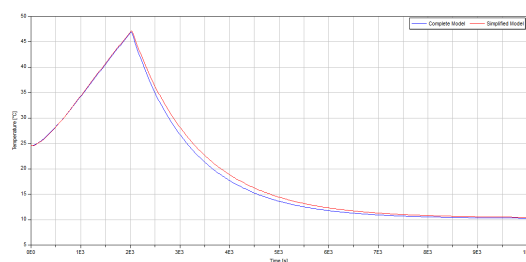


Figura 3.17

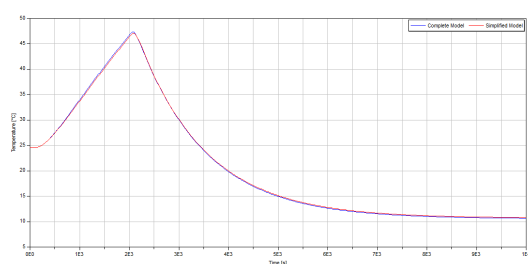
Come nel capito precedente il passaggio tra le due configurazioni del circuito idraulico è a $t_{switch} = 2000 s$.



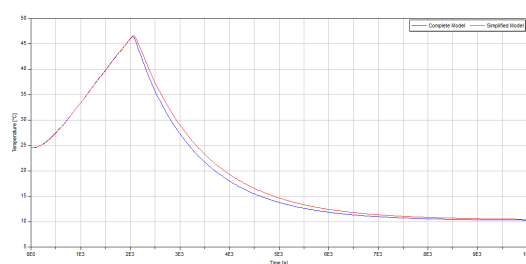
(a) Colonna esterna alta.



(b) Colonna esterna bassa.



(c) colonna interna alta.



(d) colonna interna bassa.

Figura 3.18

Il massimo scostamento rilevato in questo caso è di $0.6^{\circ}C$

Si riporta in figura 3.20 a titolo esemplificativo il dettaglio del passaggio in t_{switch} della zona superiore della colonna esterna e l'andamento della portata di ricircolo

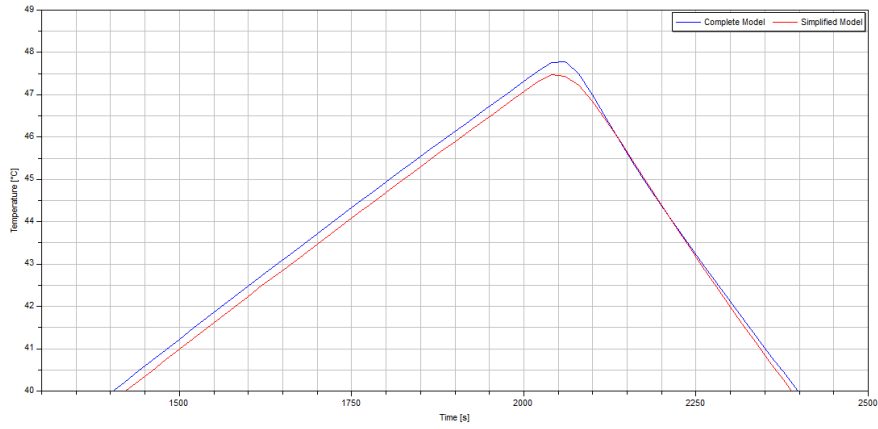


Figura 3.19

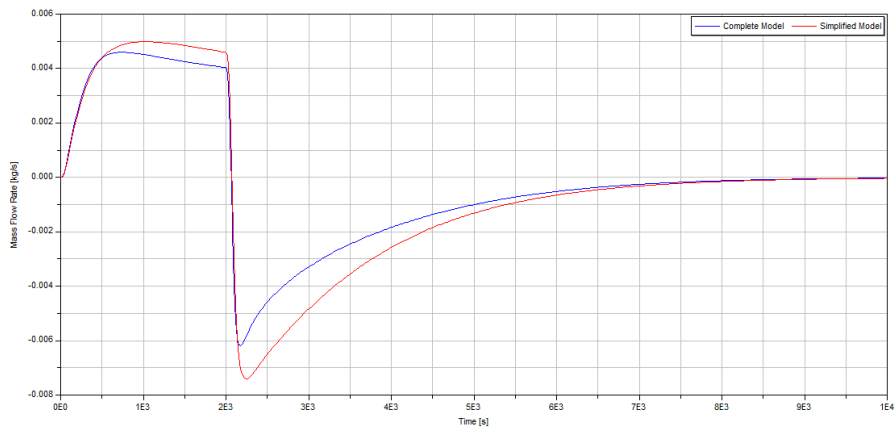


Figura 3.20

Capitolo 4

Controllo

Introduzione

In questo capitolo vengono descritte le tecniche impiegate per il controllo della temperatura della biomassa contenuta nel vaso.

Per prima cosa si descrive lo stato dell'arte, ossia l'implementazione delle tecniche di *Time Division Output* e di *Split-Range*, che risolvono rispettivamente le problematiche legate all'assenza di un attuatore modulabile e alla presenza di due attuatori differenti per il riscaldamento e il raffreddamento, e la taratura di un controllore proporzionale integrale (PI).

Si passa poi alla descrizione delle metodologie di controllo introdotte nell'ambito di questa tesi: il *controllo a struttura variabile* (VSC) e il *controllo predittivo* (MPC).

La logica di controllo VSC è stata realizzata con lo scopo di migliorare le prestazioni ottenute con il PI in termini di tempi di risposta e di precisione del controllo, in quanto meglio si adatta alle saturazioni che vincolano l'azione di controllo. Al fine di agevolare la sintesi di questa legge di controllo si è inoltre sviluppata una particolare legge di *Split-Range non lineare*, atta ad ottenere un modello uniformato con un unico attuatore fittizio.

Il controllo MPC, minimizzando una particolare cifra di merito, si pone invece come obiettivo quello di rendere quanto più uniforme possibile la distribuzione di temperatura della biomassa, mantenendo l'inseguimento di un segnale di riferimento delle temperatura media.

La taratura del PI e la sintesi della legge di controllo VSC si basano sul modello a parametri concentrati ottenuto al paragrafo 3.1, mentre l'MPC impiega il modello a due fasce ricavato nel paragrafo 3.2.

Per la realizzazione dei due controlli "avanzati" (VSC ed MPC) si è reso necessario implementare un osservatore dello stato. Per tutte le tecniche di controllo vengono mostrati i risultati di simulazioni in anello chiuso che vengono confrontati fra di loro al fine di analizzare i punti di forza e le debolezze delle diverse logiche.

Si presenta infine l'implementazione di una saturazione dinamica del controllo sviluppata per imporre un limite alla massima temperatura raggiungibile nel sistema, al fine di evitare danni all'impianto e agli operatori.

4.1 Considerazioni preliminari sul sistema di controllo

Si consideri l'equazione dinamica 3.10 del riscaldatore :

$$\dot{T}_{\text{heater}} = \frac{1}{M_{\text{heater}}c_{\text{water}}} (w_{\text{Jacket}}c_{\text{water}}(cmd_v(T_{\text{coolant}} - T_{\text{jacket}}) + (T_{\text{jacket}} - T_{\text{heater}})) + cmd_h Q_h)$$

si noti come non ci sia una variabile manipolabile in modo continuo, né un'azione di controllo positiva o negativa che può essere effettuata dallo stesso attuatore.

I due comandi cmd_h e cmd_v , essendo variabili logiche, possono infatti assumere solo due valori. Per quanto riguarda il primo ciò significa che può essere o spento, oppure funzionare alla potenza nominale; in altre parole l'azione di riscaldamento non è modulabile. Ciò è dovuto al fatto che l'alimentatore a cui è collegata la resistenza elettrica del riscaldatore non è in grado di fornire una tensione variabile.

Nel secondo caso invece il fatto che cmd_v possa assumere solo valore logico alto o basso significa che l'acqua in ingresso al riscaldatore può essere o quella della rete idrica o quella della camicia, senza possibilità di miscelazione e quindi di modulazione dell'azione di raffreddamento.

La non modulabilità delle due variabili è un grosso problema, che rende inapplicabile qualsiasi tecnica di controllo dinamica e che causerebbe forti oscillazioni della temperatura della biomassa intorno al punto di lavoro desiderato. Ciò è dovuto al fatto che il sistema di controllo, una volta portata la biomassa alla temperatura desiderata assumerebbe un comportamento analogo a quello di un termostato, che non garantisce le prestazioni richieste in questa sede in merito alla precisione richiesta in termini di inseguimento del riferimento in temperatura.

La presenza di due variabili differenti per il riscaldamento e il raffreddamento è di per sé una problematica: qualsiasi regolatore dinamico che agisca su di una singola variabile di errore calcola una singola azione di controllo e non è in grado di selezionare il comando adatto ad attuarla.

Si presentano di seguito due tecniche che consentono di ovviare alle problematiche discusse: il *Time Division Output* (TDO), che risolve il problema della non modulabilità delle due variabili di controllo, e lo *Split-Range*, che permette di selezionare il comando da impiegare in funzione del segno della variabile calcolata dalla legge di controllo.

4.1.1 Time Division Output

Il primo problema è risolto tramite la tecnica detta di *time division output*. Questa tecnica consente di utilizzare un attuatore *on/off* come se fosse modulabile. Per fare ciò si deve preliminarmente definire un periodo di *campionamento* della variabile di controllo che sia sufficientemente rapido rispetto alla dinamica del sistema da controllare. Il valore campionato viene quindi convertito in un tempo di accensione dell'attuatore espresso in percentuale del periodo totale. Ad esempio se l'azione di controllo richiesta è pari al massimo disponibile l'attuatore sarà acceso per il 100% del periodo, il 50% se ne è la metà e infine risulterà sempre spento se la variabile di controllo è pari a zero.

In questo modo ciò che il sistema ottiene in un periodo di campionamento è la media del valore

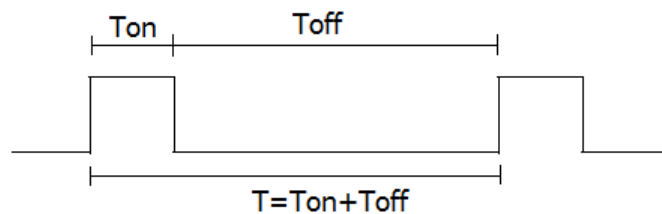


Figura 4.1: *Tecnica del duty cycle*

del comando che, con l'andamento descritto in precedenza, è:

$$E[cmd] = \frac{1}{T} \int_0^T cmd dt \quad (4.1)$$

Poichè cmd è pari a 1 nel periodo di accensione e 0 in quello di spegnimento, ciò porta a:

$$E[cmd] = \frac{1}{T} \int_0^{T_{on}} dt \quad (4.2)$$

che è uguale a

$$E[cmd] = \frac{T_{on}}{T} \quad (4.3)$$

Poichè T_{on} è definito in percentuale rispetto a T , allora si ha

$$T_{on} = \frac{cmd_{\%}}{100} T \quad (4.4)$$

quindi

$$E[cmd] = \frac{cmd_{\%}}{100} \quad (4.5)$$

Grazie a questa tecnica è quindi possibile sostituire i comandi booleani *on/off* (cmd_v e cmd_h), con delle variabili *continue* ($cmd_{v\%}$ e $cmd_{h\%}$) che rappresentano la percentuale di impiego del controllo, sia in raffreddamento che in riscaldamento

$$\dot{T}_{heater} = \frac{1}{M_{heater} c_{water}} (w_{jacket} c_{water} (\frac{cmd_{v\%}}{100} (T_{coolant} - T_{jacket}) + T_{jacket} - T_{heater}) + \frac{cmd_{h\%}}{100} Q_h) \quad (4.6)$$

4.1.2 Split Range

La tecnica di *split-range* consente di distinguere tra i casi di raffreddamento e riscaldamento.

Più in generale permette di selezionare fra diversi attuatori quello in grado di realizzare l'azione di controllo richiesta da un regolatore che opera su una singola variabile manipolabile. La selezione dell'attuatore adatto si basa su una funzione discontinua della variabile di uscita del regolatore, che “devia” l'azione di controllo in ingresso ad un solo attuatore, azzerando gli ingressi di tutti gli altri, in base all'intervallo di appartenenza della variabile manipolabile.

A titolo di esempio si consideri il caso di un sistema in cui sono presenti due attuatori (figura 4.2): uno in grado di esercitare un'azione che incrementa la variabile controllata e una che la decrementa. In questo caso la legge di “split-range” selezionerà il primo attuatore se l'azione richiesta dal regolatore è positiva, mentre il secondo se questa è negativa.

L'esempio presentato ben si adatta al caso in esame: in particolare se l'azione di controllo richiesta è positiva e la temperatura deve quindi aumentare, ci si porta in circuito idraulico chiuso e il riscaldatore viene acceso e spento alternativamente in modo tale da modularne la potenza, come descritto in precedenza. Se viceversa è necessario raffreddare, il riscaldatore viene spento e l'azione di controllo è qui modulata passando tra circuito idraulico aperto e chiuso.

Si perviene quindi alla seguente logica di controllo:

$$cmd_{v\%} = \begin{cases} 0 & \text{se } u \geq 0, \\ -u & \text{se } u < 0. \end{cases} \quad (4.7)$$

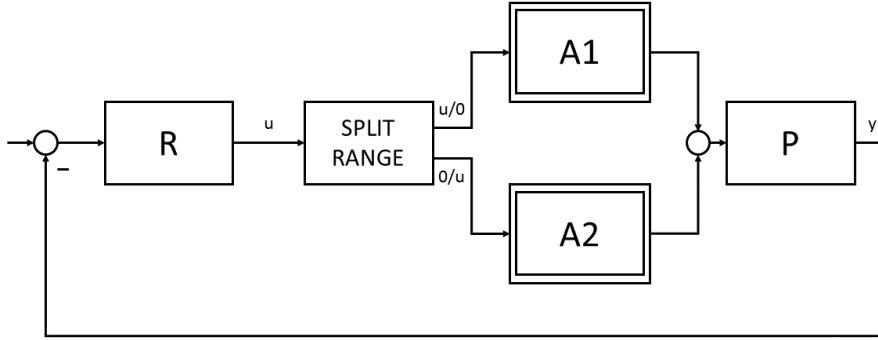


Figura 4.2: Split range con due attuatori

e

$$cmd_{h\%} = \begin{cases} u & \text{se } u \geq 0, \\ 0 & \text{se } u < 0. \end{cases} \quad (4.8)$$

Dove u è la variabile di uscita di un controllore qualsiasi, che non dovrà quindi assumere valori < -100 o > 100 .

4.2 Controllore PI

Si descrive ora la tecnica di controllo con il tipo di controllori più usati in ambito industriale: i controllori PID, aventi la seguente funzione di trasferimento:

$$R(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + \frac{s}{N}} \right) \quad (4.9)$$

Siccome la parte derivativa raramente viene usata perchè crea variabili di controllo troppo impulsive, si è scelto di usare un controllore proporzionale integrativo:

$$R(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) = K_p \frac{sT_i + 1}{sT_i} \quad (4.10)$$

La taratura dei parametri del PI viene effettuata tramite *criterio di stabilità di Bode*; ciò richiede una linearizzazione del sistema in un suo punto di lavoro.

4.2.1 Riformulazione del modello semplificato

Per una maggiore chiarezza e facilità nei calcoli che seguiranno si è ritenuto necessario riscrivere il modello in una forma più compatta:

$$\begin{cases} \dot{T}_{\text{liquor}} = \alpha_L (T_{\text{inner wall}} - T_{\text{liquor}}) \\ \dot{T}_{\text{inner wall}} = \alpha_{IW} (T_{\text{liquor}} - T_{\text{inner wall}}) + \beta_{IW} (T_{\text{jacket}} - T_{\text{inner wall}}) \\ \dot{T}_{\text{jacket}} = \alpha_J (T_{\text{inner wall}} - T_{\text{jacket}}) + \beta_J (T_{\text{outer wall}} - T_{\text{jacket}}) + \gamma_J (T_{\text{heater}} - T_{\text{jacket}}) \\ \dot{T}_{\text{outer wall}} = \alpha_{OW} (T_{\text{jacket}} - T_{\text{outer wall}}) + \beta_{OW} (T_{\text{env}} - T_{\text{outer wall}}) \\ \dot{T}_{\text{heater}} = \alpha_H \left(\frac{cmd_{v\%}}{100} (T_{\text{coolant}} - T_{\text{jacket}}) + T_{\text{jacket}} - T_{\text{heater}} \right) + \beta_H \frac{cmd_{h\%}}{100} \end{cases} \quad (4.11)$$

Dove

$$\alpha_L = \frac{1}{M_{\text{liquor}} c_{\text{liquor}}} (\gamma_{\text{wall-liquor}} A_{\text{int wall}}) \quad (4.12)$$

$$\alpha_{\text{IW}} = \frac{1}{M_{\text{inner wall}} c_{\text{wall}}} (\gamma_{\text{wall-liquor}} A_{\text{int wall}}) \quad (4.13)$$

$$\beta_{\text{IW}} = \frac{1}{M_{\text{inner wall}} c_{\text{wall}}} (\gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{int wall}}) \quad (4.14)$$

$$\alpha_J = \frac{1}{M_{\text{jacket}} c_{\text{water}}} (\gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{int wall}}) \quad (4.15)$$

$$\beta_J = \frac{1}{M_{\text{jacket}} c_{\text{water}}} (\gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{out wall}}) \quad (4.16)$$

$$\gamma_J = \frac{w_{\text{jacket}}}{M_{\text{jacket}}}$$

$$\alpha_{\text{OW}} = \frac{1}{M_{\text{outer wall}} c_{\text{wall}}} (\gamma_{\text{wall-jacket}} A_{\text{out wall}}) \quad (4.17)$$

$$\beta_{\text{OW}} = \frac{1}{M_{\text{outer wall}} c_{\text{wall}}} (\gamma_{\text{wall-air}} A_{\text{out wall}}) \quad (4.18)$$

$$\alpha_H = \frac{w_{\text{jacket}}}{M_{\text{heater}}} \quad (4.19)$$

$$\beta_H = \frac{1}{M_{\text{heater}} c_{\text{water}}} Q_h \quad (4.20)$$

4.2.2 Linearizzazione

La scelta del punto di equilibrio attorno al quale la linearizzazione è valida va fatta prendendo in considerazione quali sono i punti di lavoro tipici di un sistema; ciò è importante affinché le prestazioni e la robustezza del controllo implementato siano quelle delineate in fase di progettazione, poiché il sistema su cui esso opera deve essere quanto più simile al modello su cui si è basata la sintesi del regolatore.

In questo caso la scelta dei punti di lavoro è dettata dall'intervallo di temperatura ottimale per le reazioni che concorrono alla digestione anaerobica. Si ricava dalla letteratura, in particolare da [11], che questo intervallo è compreso tra i 35°C e i 37°C.

Poiché queste temperature sono tipicamente maggiori di quella dell'ambiente in cui si trovano gli impianti di digestione, una volta raggiunto questo range si avrà dissipazione verso l'esterno. Per mantenere la biomassa alla temperatura occorre quindi che il riscaldatore sia in funzione per fornire ad essa il calore che viene appunto perso per dissipazione. Ciò significa che l'azione di controllo all'equilibrio sarà tipicamente positiva, ossia $u > 0$. Ricordando la 4.7 e la 4.8 ciò significa che:

$$cmd_{v\%} = 0, \quad cmd_{h\%} = u \quad (4.21)$$

Il modello da considerare per la linearizzazione è quindi

$$\begin{cases} \dot{T}_{\text{liquor}} = \alpha_L (T_{\text{inner wall}} - T_{\text{liquor}}) \\ \dot{T}_{\text{inner wall}} = \alpha_{\text{IW}} (T_{\text{liquor}} - T_{\text{inner wall}}) + \beta_{\text{IW}} (T_{\text{jacket}} - T_{\text{inner wall}}) \\ \dot{T}_{\text{jacket}} = \alpha_J (T_{\text{inner wall}} - T_{\text{jacket}}) + \beta_J (T_{\text{outer wall}} - T_{\text{jacket}}) + \gamma_J (T_{\text{heater}} - T_{\text{jacket}}) \\ \dot{T}_{\text{outer wall}} = \alpha_{\text{OW}} (T_{\text{jacket}} - T_{\text{outer wall}}) + \beta_{\text{OW}} (T_{\text{env}} - T_{\text{outer wall}}) \\ \dot{T}_{\text{heater}} = \alpha_H (T_{\text{jacket}} - T_{\text{heater}}) + \beta_H \frac{cmd_{h\%}}{100} \end{cases} \quad (4.22)$$

Si noti come esso sia una sistema lineare: se si sceglie un punto di equilibrio per la linearizzazione qualsiasi, a patto che sia a temperatura maggiore di quella dell'ambiente esterno, non è necessario svolgere l'espansione in serie di Taylor arrestata al prim'ordine, ma le matrici che caratterizzano il modello possono essere direttamente "lette" dal modello:

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_L & \alpha_L & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{IW} & -(\alpha_{IW} + \beta_{IW}) & \beta_{IW} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_J & -(\alpha_J + \beta_J + \gamma_J) & \beta_J & \gamma_J \\ 0 & 0 & \alpha_{OW} & -(\alpha_{OW} + \beta_{OW}) & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_H & 0 & -\alpha_H \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\beta_H}{100} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = 0$$

Si noti come in nessuna delle matrici compaia la temperatura intorno alla quale si è linearizzato, può quindi essere lasciata generica, a patto che sia superiore a quella ambiente.

La funzione di trasferimento del sistema linearizzato è data da:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (4.23)$$

Con i parametri elencati in appendice la funzione di trasferimento risulta

$$G(s) = \frac{4.59 \cdot 10^{-9}s + 3.16 \cdot 10^{-10}}{s^5 + 0.27s^4 + 2.45 \cdot 10^{-3}s^3 + 7.59 \cdot 10^{-4}s^2 + 2.17 \cdot 10^{-6}s + 3.25 \cdot 10^{-10}} \quad (4.24)$$

che ha cinque poli in:

$$[-1.59 \cdot 10^{-4} \quad -3 \cdot 10^{-3} \quad -0.1 \quad -0.089 \quad -0.07]$$

e uno zero in -0.07 .

4.2.3 Taratura e risultati

Per la taratura del PI si è considerata l'approssimazione a due poli dominanti e lo zero cancellato con il polo in -0.07 , ottenendo così:

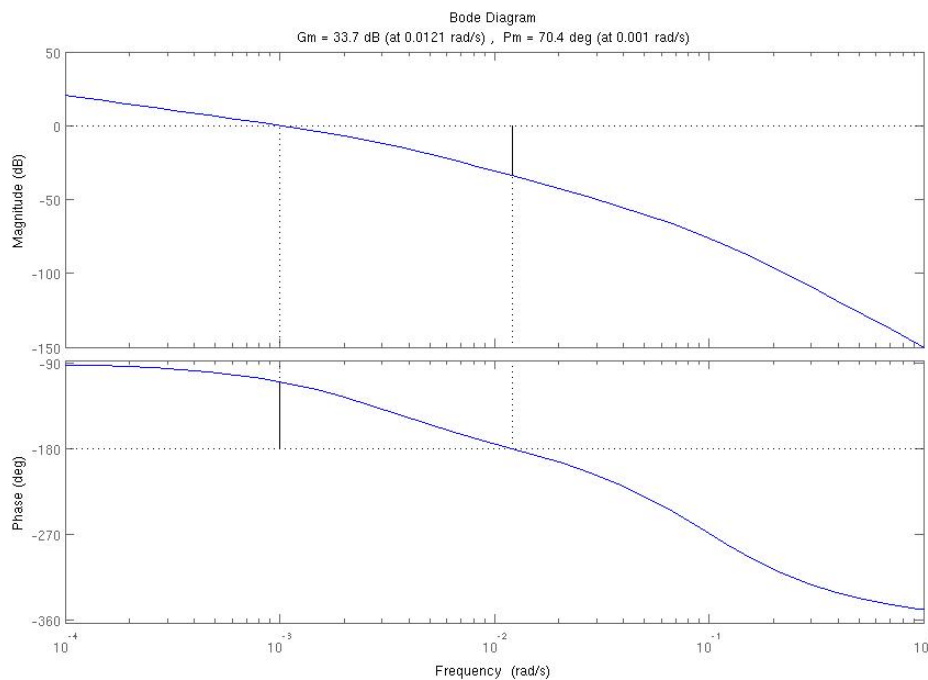
$$G(s) \simeq \frac{0.97}{(1 + 2.14 \cdot 10^6 s)(1 + 6.63 \cdot 10^3 s)} \quad (4.25)$$

Si è quindi scelto di cancellare il polo più lento e ottenere una determinata pulsazione di taglio ($\omega_c = 1 \cdot 10^{-3}$), per ottenere ciò i parametri del PI sono stati scelti come:

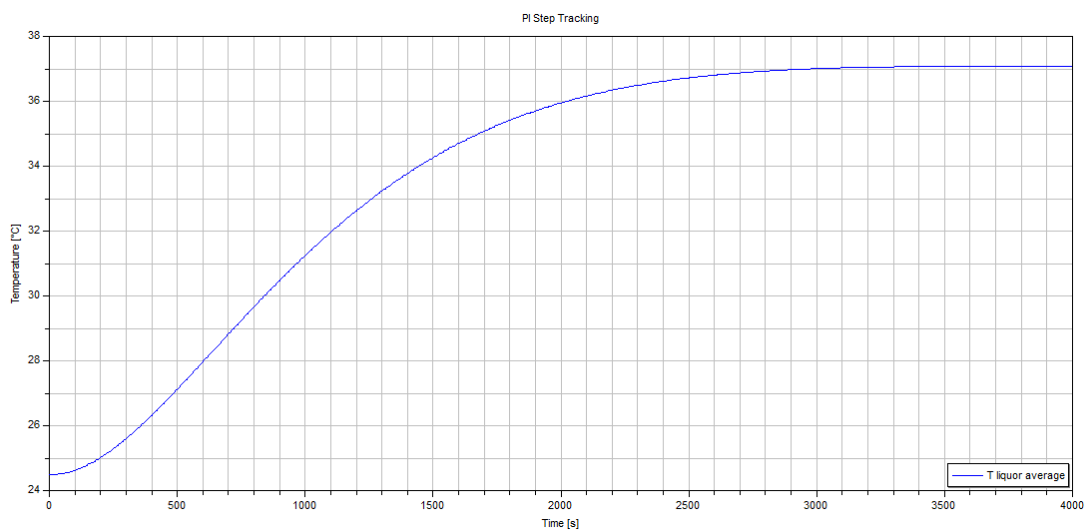
$$T_i = 6.3 \cdot 10^3 \quad (4.26)$$

$$K_p = \frac{T_i \omega_c}{0.97} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{3 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 6.83 \quad (4.27)$$

ottenendo così una funzione d'anello $L(s) = R(s)G(s)$ che ha il seguente diagramma di Bode che taglia l'asse in 0 dB in $1 \cdot 10^{-3} \frac{rad}{s}$ e ha margine di fase φ_m di 70°

Figura 4.3: *Diagramma di bode della funzione d'anello*

Si mostra in figura 4.4 l'inseguimento di un riferimento a scalino da 24.5°C a 37°C, il tempo di risposta è di circa 40 minuti.

Figura 4.4: *Inseguimento del riferimento a scalino in riscaldamento*

Al fine di dimostrare l'efficacia del controllore anche per set point inferiori alla temperatura

ambiente, per i quali il sistema è in modalità di raffreddamento e si ha quindi $cmd_{v\%} \neq 0$, si riporta la risposta del sistema a un set point di 20°C.

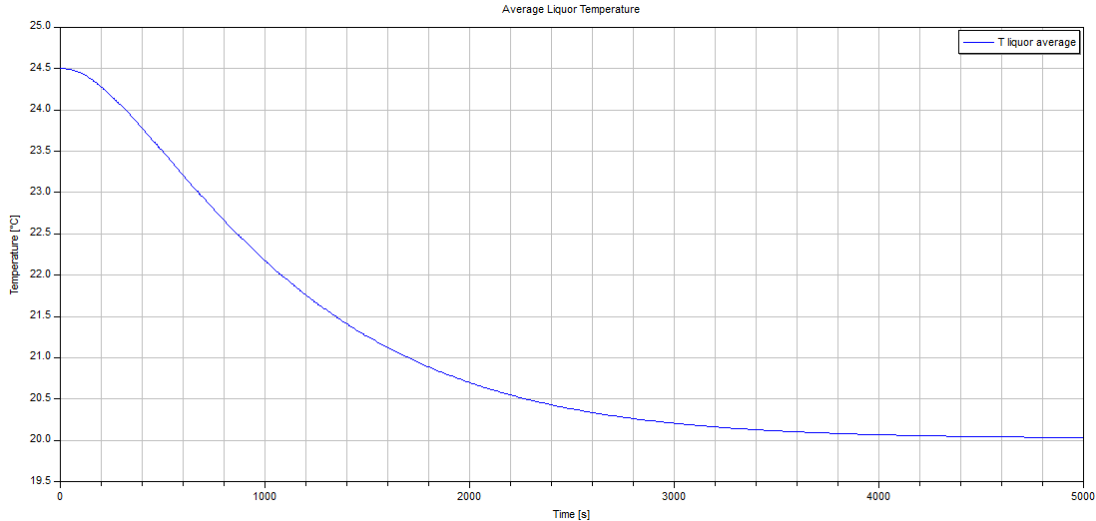


Figura 4.5: *Inseguimento del riferimento a scalino in raffreddamento*

Dal grafico in figura 4.5 si nota un tempo di risposta di circa 60 minuti.

La differenza dei tempi di risposta è giustificata dal fatto che il regolatore è stato progettato sul sistema in configurazione di riscaldamento che ha una dinamica e una risposta alla variabile di controllo calcolata dal regolatore PI differente rispetto al sistema in configurazione di raffreddamento.

Verrà in seguito presentata un'efficace soluzione a questa difformità del sistema.

4.3 Split range uniformante

In questo paragrafo si introduce un utile accorgimento che permette di sfruttare la tecnica di *split-range* descritta al paragrafo 4.1.2 in modo tale da uniformare il comportamento del sistema in risposta a variazioni delle due variabili di controllo $cmd_{h\%}$ e $cmd_{v\%}$.

Ciò sarà di grande utilità nel progetto delle logiche di controllo avanzate, in quanto il sistema "visto" da un regolatore a monte dello *split-range uniformante* è così di tipo SISO (*Single Input Single Output*).

Il vantaggio maggiore risiede nel fatto che può essere così eliminata la differenza di comportamento del sistema in risposta al riscaldamento e al raffreddamento.

Si consideri l'equazione del riscaldatore ottenuta grazie alle semplificazioni descritte al paragrafo 4.2.1:

$$\dot{T}_{\text{heater}} = \alpha_H \left(\frac{cmd_{v\%}}{100} (T_{\text{coolant}} - T_{\text{jacket}}) + T_{\text{jacket}} - T_{\text{heater}} \right) + \beta_H \frac{cmd_{h\%}}{100} \quad (4.28)$$

Si osservi come le due variabili di controllo agiscano in modo differente sul sistema. Per rendere più agevole la sintesi dei controlli avanzati si è scelto di progettare uno *split-range* che non solo selezioni il comando su cui agire (come già descritto nell'introduzione al controllo), ma che uniformi anche il comportamento dinamico del sistema in risposta a riscaldamento e raffreddamento.

La legge algebrica di split-range che realizza questo obiettivo è:

$$cmd_{v\%} = \begin{cases} 0 & \text{se } u \geq 0, \\ \frac{\beta_H}{\alpha_H(T_{coolant} - T_{jacket})} u & \text{se } u < 0. \end{cases} \quad (4.29)$$

$$cmd_{h\%} = \begin{cases} u & \text{se } u \geq 0, \\ 0 & \text{se } u < 0. \end{cases} \quad (4.30)$$

Infatti sostituendo nell'equazione di stato del riscaldatore si è ottenuto:

$$\dot{T}_{heater} = \begin{cases} \alpha_H(T_{jacket} - T_{heater}) + \beta_H \frac{u}{100} & \text{se } u \geq 0, \\ \beta_H \frac{u}{100} + \alpha_H(T_{jacket} - T_{heater}) & \text{se } u < 0. \end{cases} \quad (4.31)$$

Si osservi come la variabile di controllo u agisca ora in modo identico sia in riscaldamento che in raffreddamento; è quindi possibile considerare un'unica equazione:

$$\dot{T}_{heater} = \alpha_H(T_{jacket} - T_{heater}) + \beta_H \frac{u}{100} \quad (4.32)$$

In questo modo si è ottenuto l'uniformazione del controllo desiderata in quanto si è giunti ad un sistema dotato di un unico attuatore fittizio in grado di fornire al sistema potenza termica sia positiva che negativa.

Perché l'attuatore fittizio ottenuto non introduca comportamenti non fisici, o comunque non aderenti al sistema reale, occorre introdurre delle saturazioni alla variabile di controllo. In particolare essa non deve assumere valori che diano luogo a comandi di riscaldamento e raffreddamento maggiori di 100 o minori di 0. Perché ciò sia sempre verificato occorre che:

$$\begin{cases} 0 \leq cmd_h \leq 100 \\ 0 \leq cmd_v \leq 100 \end{cases} \quad (4.33)$$

Sostituendo si ottiene:

$$\begin{cases} 0 \leq u \leq 100 \\ 0 \leq \frac{\beta_H}{\alpha_H(T_{coolant} - T_{jacket})} u \leq 100 \end{cases} \quad (4.34)$$

Esplicitando rispetto a u , ricordando che $T_{coolant} - T_{jacket}$ è un termine sempre negativo perché la camicia non può avere una temperatura più bassa dell'acqua della rete e $\alpha_H = \frac{w_{jacket}}{M_{heater}} > 0$ e $\beta_H = \frac{Q_b}{M_{heater} c_{water}} > 0$ si ottiene:

$$\begin{cases} 0 \leq u \leq 100 \\ 100 \frac{\alpha_H(T_{coolant} - T_{jacket})}{\beta_H} \leq u \leq 0 \end{cases} \quad (4.35)$$

Quindi

$$100 \frac{\alpha_H(T_{coolant} - T_{jacket})}{\beta_H} \leq u \leq 100 \quad (4.36)$$

4.4 Controllo a struttura variabile

Introduzione

Il VSC (*Variable Structure Control*) è una forma di controllo non lineare discontinuo, che si basa sull'alterazione della dinamica di un sistema, sostituendo quella originaria con un comportamento di riferimento.

Tra i molteplici tipi di controllo a struttura variabile sviluppati il più utilizzato è senza dubbio quello basato sul concetto di superficie di scivolamento, meglio noto come SMC (*Sliding Mode Control*).

La logica sulla quale si basa lo SMC è quella di sintetizzare una legge di controllo a struttura variabile che attiri e mantenga il sistema in una regione dello spazio di stato nella quale esso segua un andamento dinamico predeterminato.

Questa tecnica, presentata per la prima volta da S.V. Emel'yanov nei primi anni '50([4]), garantisce una forte robustezza, come mostrato in [5], del sistema di controllo rispetto ad errori e incertezze e porta all'ottenimento di un sistema ridotto sulla funzione affine.

Per questi motivi è stata impiegata con grande successo in svariati campi dell'ingegneria e dell'industria: robotica, controllo di motori elettrici, aeronautica, chimica e molti altri settori come elencato in [6].

Viene qui riportata la formulazione del problema di controllo per il caso di sistemi SISO non lineari affini nel controllo. Per un sistema espresso nella forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(x) + b(x)u \\ y = c(x) \end{cases} \quad (4.37)$$

Si trovi:

1. una *switching function* $s(x)$
2. una legge di controllo a struttura variabile del tipo

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+(x, t) & , s(x) > 0 \\ u^-(x, t) & , s(x) < 0 \end{cases} \quad (4.38)$$

tale che il sistema raggiunga l'insieme dato da $s(x) = 0$ in tempo finito.

Ciò significa che la *switching function* $s(x)$ dovrà essere scelta in modo tale da assegnare un comportamento dinamico predeterminato al sistema, così che, una volta raggiunta la condizione $s(x) = 0$, esso evolva secondo l'andamento desiderato.

Tipicamente la scelta di $s(x)$ viene fatta per garantire proprietà quali la stabilità e il raggiungimento di punti di equilibrio di riferimento.

La figura 4.6 mostra il tipico andamento dello stato di un sistema soggetto ad un controllore SMC: indipendentemente dalla sua condizione iniziale ogni traiettoria viene fatta convergere verso la superficie di scivolamento identificata da $s(x) = 0$ (in questo caso una retta passante per l'origine).

Una volta che essa è stata raggiunta il sistema assume il comportamento dinamico definito in fase di progetto, raggiungendo l'equilibrio predefinito (in questo caso l'origine). La permanenza del sistema sulla superficie di scivolamento è garantita da oscillazioni a frequenza infinita introdotte dal continuo *switching* della variabile di controllo: questo fenomeno è il cuore della logica SMC, poiché è proprio in questo frangente che il sistema esibisce la variabilità della sua struttura.

Nel caso di sistemi lineari in forma canonica di raggiungibilità è possibile scegliere la superficie di scivolamento in modo tale da ottenere un sistema ridotto, con ordine minore di uno rispetto al sistema originario, e asintoticamente stabile.

Così facendo si ha la garanzia che l'intero sistema si trova a muoversi secondo la modalità desiderata, senza che alcune sue componenti divergano o che la variabile di controllo assuma valori non finiti.

Se un sistema non è in forma canonica di raggiungibilità occorre operare un cambio di coordinate per portarlo in tale forma. Poiché questa operazione complica il progetto del sistema di

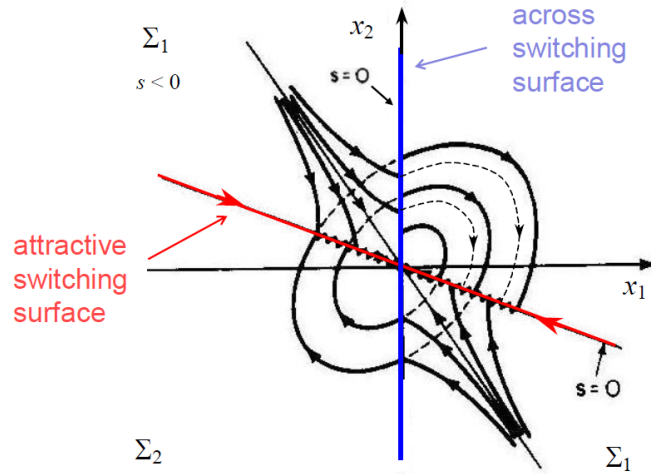


Figura 4.6: Andamento dello stato

controllo rendendolo poco chiaro si è preferito impiegare una variante dello SMC, che è sviluppata nel dettaglio nel capitolo B. Essa si distingue dalla tecnica SMC canonica in quanto la scelta della superficie di scivolamento, che a questo punto è più corretto chiamare *funzione affine*, è implementata secondo un'ottica *error-oriented*, che ha come obiettivo quello di imporre un dato andamento dinamico di convergenza a zero dell'errore fra la variabile controllata e il segnale di riferimento.

Grazie a quanto sviluppato nell'appendice B è possibile suddividere la sintesi del sistema di controllo nelle seguenti fasi:

- Taratura della funzione affine
- Derivazione della legge di controllo
- Verifica della stabilità del sistema in anello chiuso

In tutta la fase di sintesi si considera come modello del digestore quello descritto dal sistema 4.11, che ha matrici:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} -\alpha_L & \alpha_L & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{IW} & -(\alpha_{IW} + \beta_{IW}) & \beta_{IW} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_J & -(\alpha_J + \beta_J + \gamma_J) & \beta_J & \gamma_J \\ 0 & 0 & \alpha_{OW} & -(\alpha_{OW} + \beta_{OW}) & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_H & 0 & -\alpha_H \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -0.0013 & 0.0013 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0312 & -0.0937 & 0.0625 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0071 & -0.0314 & 0.0085 & 0.0158 \\ 0 & 0 & 0.0627 & -0.0689 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0764 & 0 & -0.0764 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\beta_H}{100} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0036 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = 0$$

4.4.1 Taratura della funzione affine

Per ricavare la funzione affine è necessario determinare il grado relativo del sistema che descrive il digestore. Poiché il sistema 4.11 è lineare esso è dato dal più piccolo intero r per cui vale $CA^{r-1}B = 0$:

$$\begin{aligned} CB &= 0 \\ CAB &= 0 \\ CA^2B &= 0 \\ CA^3B &= 4.5859 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

Il grado relativo è quindi dato da $r = 4$.

La funzione affine sarà quindi data dalla sommatoria pesata dell'errore e delle sue prime tre derivate:

$$s = \sum_{i=1}^r k_i \frac{d^{i-1}e}{dt^{i-1}} = k_1 e + k_2 e' + k_3 e'' + k_4 e''' \quad (4.39)$$

Essa, quando il sistema si trova sulla funzione affine ossia vale $s = 0$, ponendo $x_i = \frac{d^{i-1}e}{dt^{i-1}}$, con $i \in [1 \ 2 \ 3]$ è analoga al sistema libero

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{k_4}(-k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3) \end{cases} \quad (4.40)$$

I coefficienti del vettore $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]$ vengono scelti in modo tale da assegnare un andamento di convergenza dell'errore a zero analogo a quello di un sistema del prim'ordine. In particolare k_4 è posto pari a 1 mentre gli altri coefficienti sono scelti in modo tale da assegnare i poli della matrice del sistema libero che governa la dinamica dell'errore sulla funzione affine:

$$A_{err} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix}$$

Siano

$$\tilde{A}_{err} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix} \quad B_{err} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad K_{err} = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$$

Si ha:

$$A_{err} = \tilde{A}_{err} - B_{err}K_{err} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} = A_{err} \quad (4.41)$$

Si osservi come scegliere i coefficienti k_1, k_2, k_3 per determinare i poli della matrice A_{err} è analogo a trovare il vettore K_{err} che, tramite una legge di assegnamento degli autovalori del tipo $u = -kx$, posiziona i poli della matrice \tilde{A}_{err} . Poiché la matrice di raggiungibilità della coppia $(\tilde{A}_{err}, B_{err})$ è

$$M_r = [\tilde{A}_{err}B_{err} \quad \tilde{A}_{err}^2B_{err} \quad \tilde{A}_{err}^3B_{err}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Poiché M_r ha rango pieno la coppia $(\tilde{A}_{err}, B_{err})$ è raggiungibile ed è quindi possibile calcolare la matrice K_{err} che assegna gli autovalori del sistema 4.40.

Il calcolo è stato eseguito utilizzando la funzione Matlab *place*. Essa riceve in input le matrici A e B del sistema e un vettore contenente gli autovalori che si desidera assegnare. L'output è la matrice k , che è un vettore riga nel caso di un sistema a singolo ingresso, che, tramite la legge $u = -kx$ assegna gli autovalori del sistema dato dalla coppia (A, B) .

In questo caso si è scelto di posizionare un polo in 0.01 uno in -1 e un'ultimo in -10 : così facendo la dinamica prevalente sarà data dall'autovalore più lento ottenendo un andamento simile a quello di un sistema del prim'ordine con tempo di risposta $T_e = \frac{5}{0.01} = 500$, come rappresentato dalla figura 4.7:

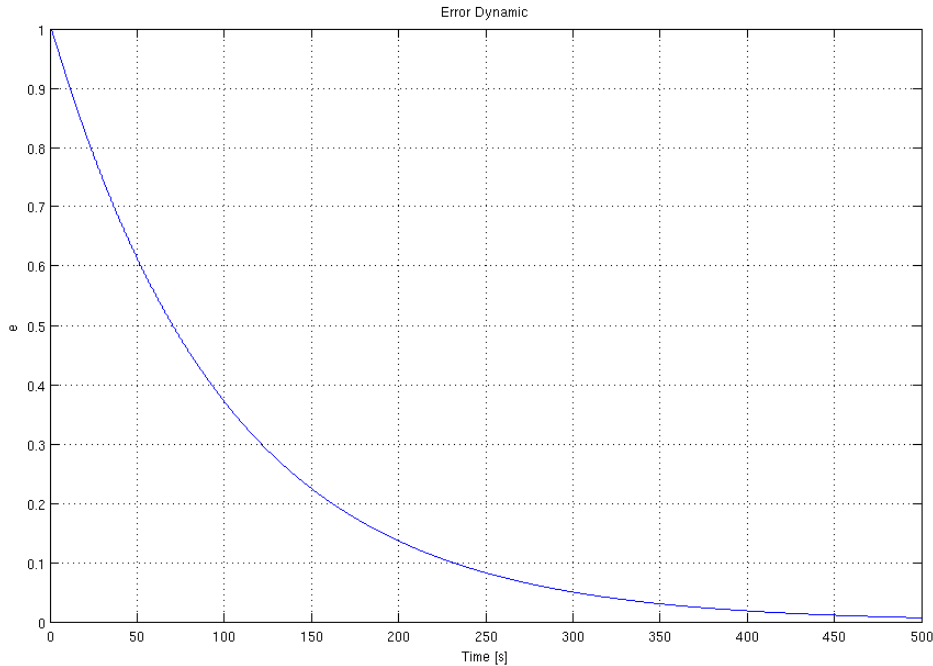


Figura 4.7: *Dinamica di convergenza a zero dell'errore*

Il vettore K_{err} calcolato dalla funzione *place* è

$$K_{err} = [k_1 \quad k_2 \quad k_3] = [0.1 \quad 10.11 \quad 11.01]$$

Ricordando che si era scelto $k_4 = 1$ si ha

$$K = [0.1 \quad 10.11 \quad 11.01 \quad 1]$$

La funzione affine è quindi:

$$s = 0.1e + 10.11e' + 11.01e'' + e''' \quad (4.43)$$

4.4.2 Derivazione della legge di controllo

Si passa ora alla derivazione di una legge di controllo che assicuri l'attrazione ed il mantenimento della sistema sulla funzione affine. Come dimostrato nell'appendice B.1 ciò è possibile imponendo il seguente comportamento per la derivata della funzione affine:

$$s' = -q \operatorname{sign}(s) \quad (4.44)$$

sia $E = [e \ e' \ e'' \ e''']^T$, $s = KE$ quindi

$$s' = KE' \quad (4.45)$$

Eguagliando ora la 4.44 con la 4.45 si ha

$$-KE' = -q \operatorname{sign}(s) \quad (4.46)$$

In presenza di segnali di riferimento costanti vale $\frac{d^i e}{dt^i} = \frac{d^i y}{dt^i}$. Se, come già discusso nelle ipotesi iniziali, sull'uscita agiscono solo disturbi costanti si ha:

$$\frac{d^i e}{dt^i} = -\frac{d^i y}{dt^i} = -CA^i x + uCA^{i-1}B. \quad (4.47)$$

Poiché per ipotesi il sistema ha grado relativo r il termine $CA^{i-1}B$ è diverso da zero solo per $i = r$.

Siano:

$$x = \begin{bmatrix} T_{liquor} \\ T_{inner\ wall} \\ T_{jacket} \\ T_{outer\ wall} \\ T_{heater} \end{bmatrix} \quad \tilde{O} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \end{bmatrix}$$

Sostituendo nella 4.46 si ha:

$$-K\tilde{O}x - k_4 CA^3 Bu = -q \operatorname{sign}(s) \quad (4.48)$$

Esplicitando rispetto ad u , e ricordando che $k_4 = 1$ si ottiene infine la legge di controllo:

$$u = \frac{-K\tilde{O}x + q \operatorname{sign}(s)}{CA^3 B} \quad (4.49)$$

Lo schema di controllo ottenuto è quello illustrato in figura 4.8.

4.4.3 Verifica della stabilità in anello chiuso

Come descritto in appendice al paragrafo B.4 è necessario verificare che l'applicazione della legge di controllo non causi l'insorgere di fenomeni di instabilità una volta che il sistema si è portato sulla funzione affine.

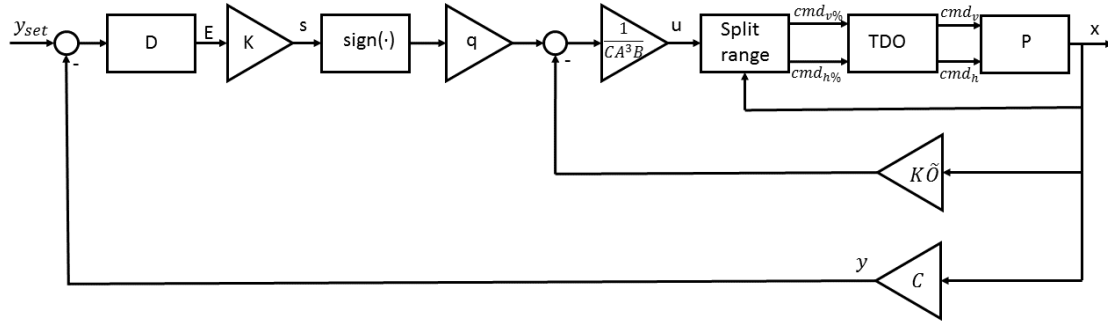


Figura 4.8: Schema di controllo VSC

A questo scopo è necessario ricavare la matrice della dinamica del sistema in anello chiuso quando vale $s = 0$ e quindi $u = \frac{-K\tilde{O}x}{CA^3B}$. Essa è data da:

$$\tilde{A} = A - B \frac{-K\tilde{O}x}{CA^3B} = \begin{bmatrix} -0.0013 & 0.0013 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0312 & -0.0937 & 0.0625 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0071 & -0.0314 & 0.0085 & 0.0158 \\ 0 & 0 & 0.0627 & -0.0689 & 0 \\ -198.5418 & 768.3322 & -553.0595 & -5.8438 & -10.8836 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

I cui autovalori sono: $\lambda = [-10 \quad -1 \quad 0 \quad -0.01 \quad -0.0689]$

Come discusso in dettaglio nel paragrafo B.4 l'autovalore nell'origine è dovuto alla riduzione d'ordine del sistema sulla funzione affine e non è quindi associato ad alcuna dinamica semplicemente stabile. Poiché tutti gli altri autovalori hanno parte reale negativa si può concludere che il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

4.4.4 Risultati

Si mostrano di seguito i risultati del *controllo a struttura variabile*, in particolare l'inseguimento di un segnale di riferimento a scalino con $q = 10^{-2}$, $K = [0.1 \quad 10.11 \quad 11.01 \quad 1]$.

Al fine di testare l'efficacia della logica di controllo progettata sono state effettuate due prove in simulazione:

- Step da 24.5 °C (la temperatura ambiente) a 37°C: una volta raggiunta la temperatura di riferimento dovrà essere fornito calore per contrastare la dissipazione con l'ambiente esterno e il circuito idraulico sarà quindi in configurazione di riscaldamento (risultati in figura 4.9).
- Step da 24.5 °C a 20°C: poichè la temperatura di riferimento è inferiore a quella ambiente si dovrà sottrarre calore e il circuito idraulico sarà in configurazione di raffreddamento una volta raggiunto il *set-point* (risultati in figura 4.10).

I parametri del modello su cui è stata fatta la prova sono i medesimi del controllo PI, elencati nell'appendice A.

In figura 4.11 si mostra il comportamento della funzione affine s . Si noti come la condizione $s = 0$ venga raggiunta circa a $t = 1200$ s: da questo istante in poi il sistema si trova sulla funzione affine, come mostra l'andamento dell'errore nel grafico di figura 4.12. Esso converge a zero in circa 500 s, in accordo con quanto discusso per la scelta del vettore K .

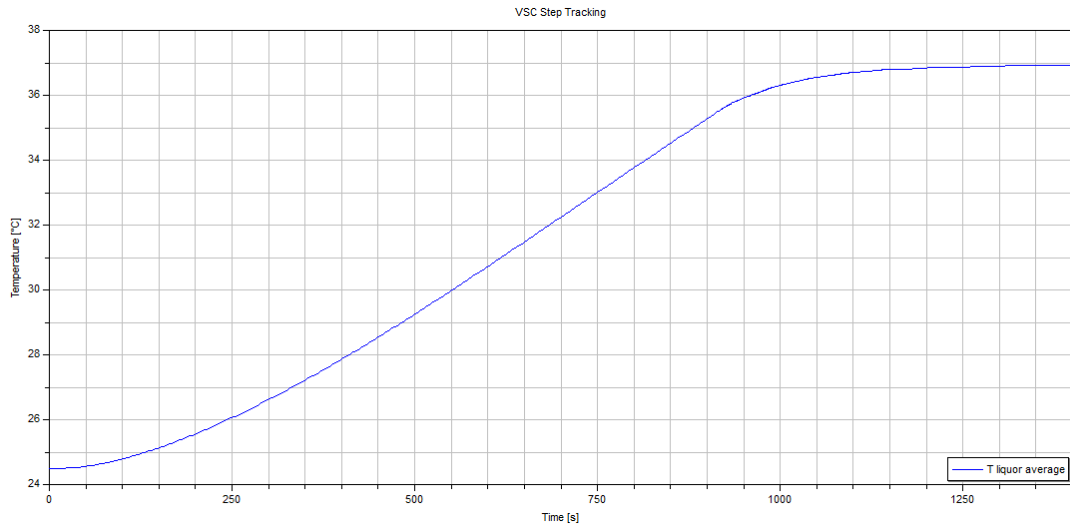


Figura 4.9: Step da 24.5°C a 37°C

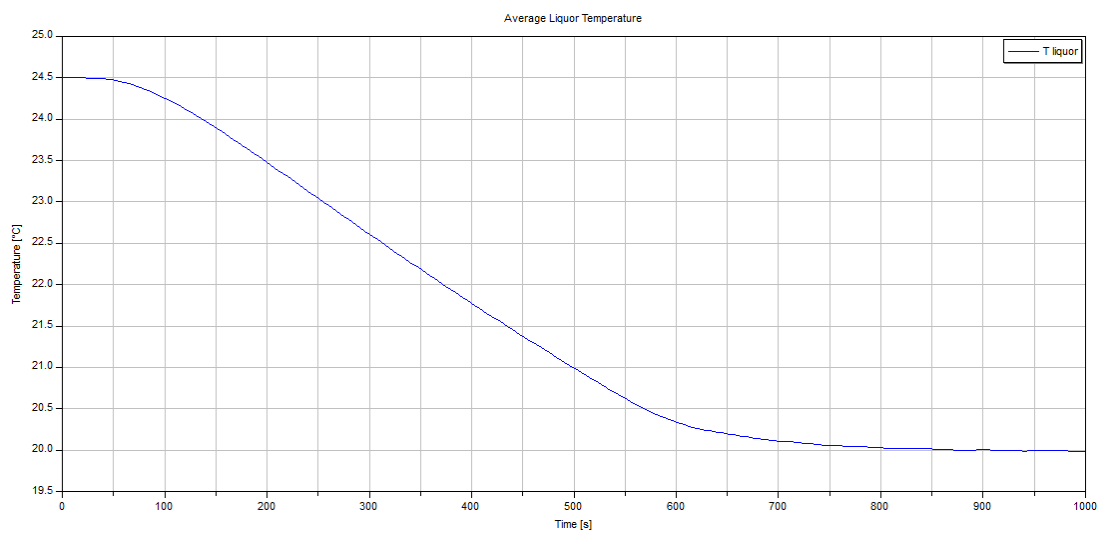


Figura 4.10: Step da 24.5°C a 20°C

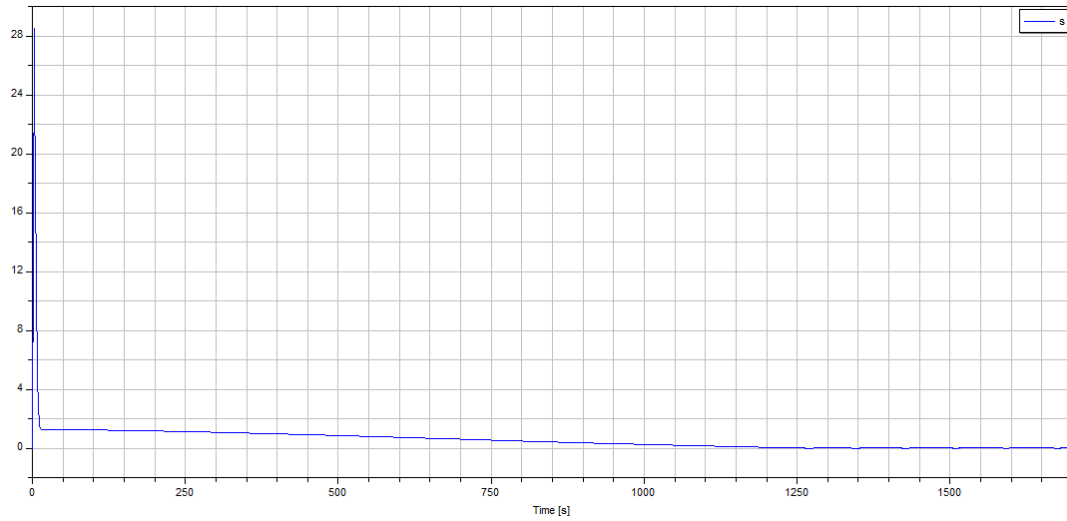


Figura 4.11: *Andamento della funzione affine*

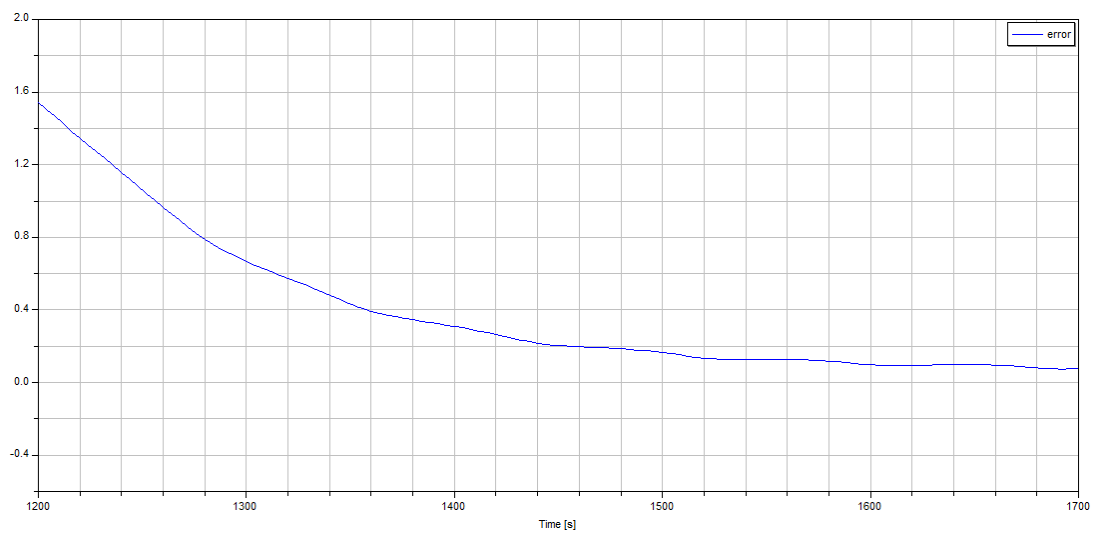


Figura 4.12: *Convergenza a zero dell'errore sulla funzione affine*

Si osservi come le prestazioni sia notevolmente superiori al PI: il tempo di risposta si riduce infatti del 45% in riscaldamento (passando da circa 40 a circa 22 minuti come evidenziato in figura 4.13) e del 72% in raffreddamento (passando da circa 60 a circa 17 minuti come illustrato in figura 4.14).

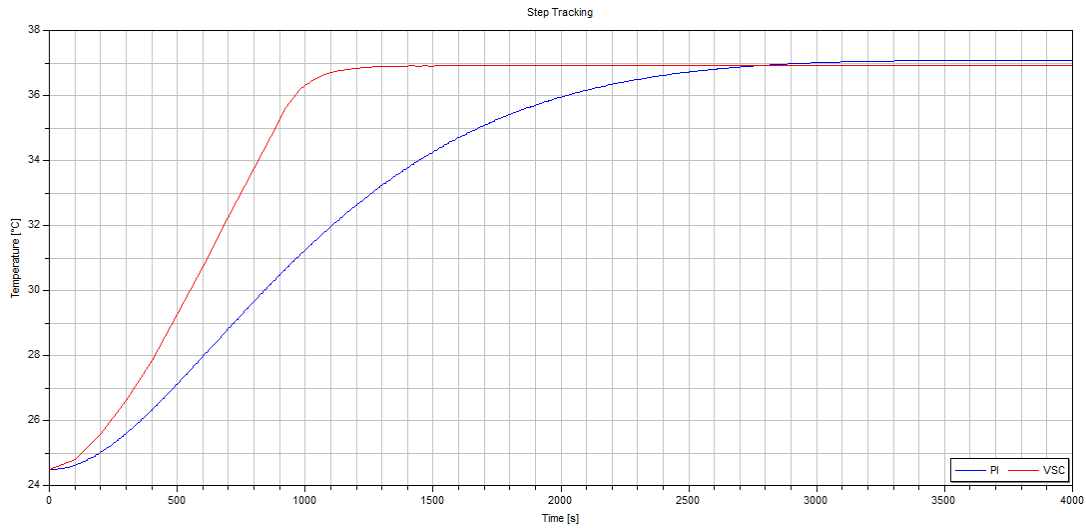


Figura 4.13: Confronto tra PI e VSC: step da 24.5°C a 37°C

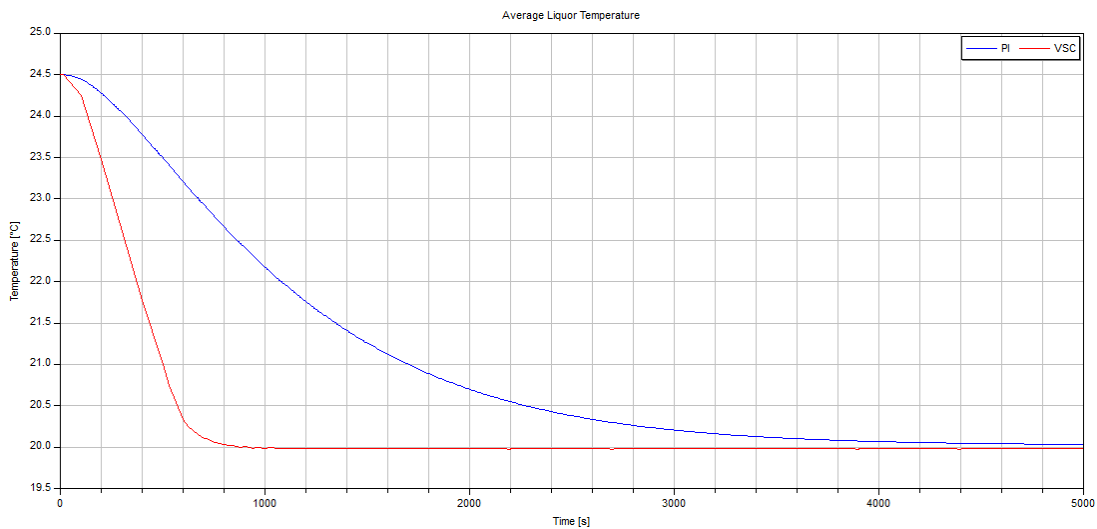


Figura 4.14: Confronto tra PI e VSC: step da 24.5°C a 20°C

4.4.5 Riduzione del fenomeno di "chattering"

Il controllo a struttura variabile, come evidenziato dalla figura 4.15, introduce un forte fenomeno di *chattering* sulla variabile manipolabile; ciò è dovuto alla presenza del termine $-qsign(s)$ nella

legge di controllo, che è di cruciale importanza per la permanenza del sistema sulla superficie di scivolamento, ma introduce oscillazioni a frequenza infinita.

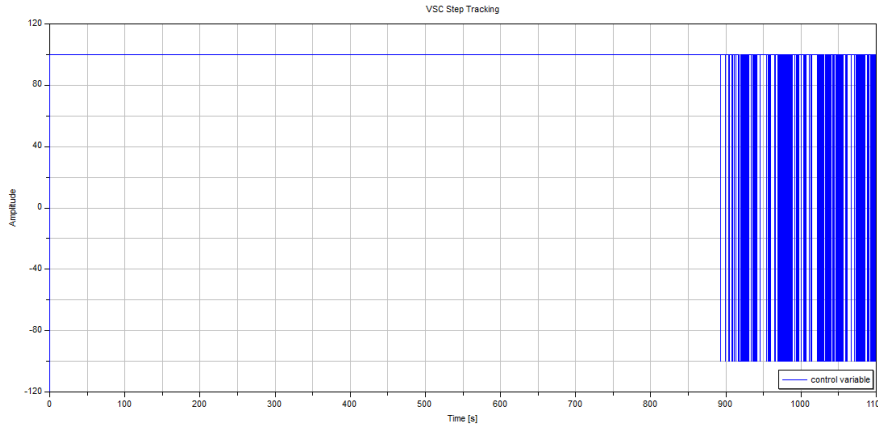


Figura 4.15: *Chattering della variabile di controllo*

Per ovviare a questa problematica si introduce una zona morta (figura 4.16) nell'intorno dell'origine nella funzione $sign(s)$ in modo che la frequenza delle commutazioni da $-q$ a q passi da infinita a finita. Inoltre al fine di evitare commutazioni fra q e 0 o $-q$ e 0 si sono inserite delle isteresi in corrispondenza del passaggio fra zona morta e funzione segno ottenendo quindi i risultati illustrati in figura 4.19.

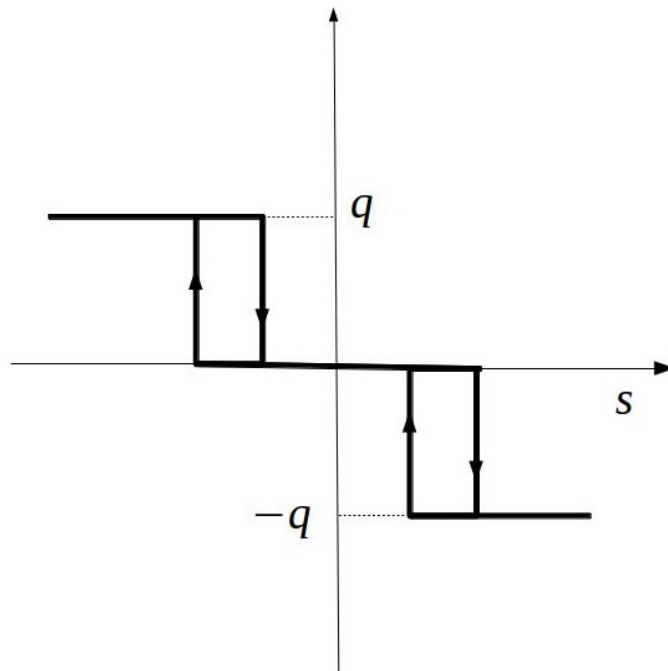


Figura 4.16: *Zona morta con isteresi*

Lo schema di controllo si modifica quindi come illustrato in figura 4.17.

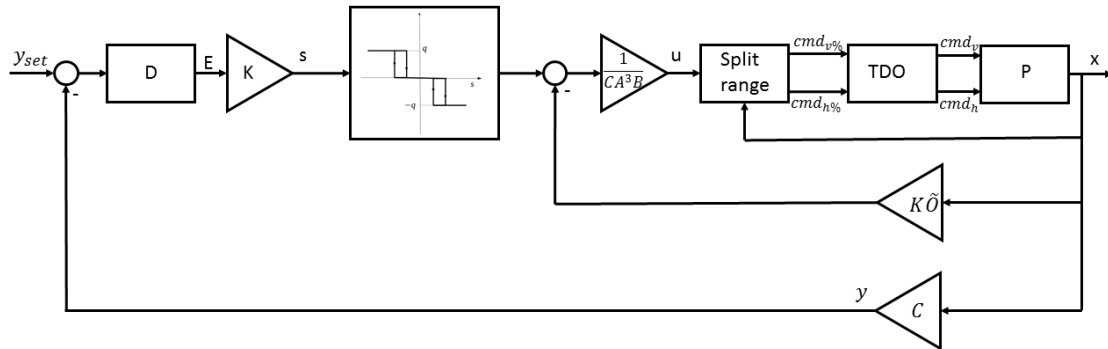


Figura 4.17

L'introduzione della zona morta e delle isteresi non modifica significativamente l'andamento della temperatura ma riduce di molto la frequenza delle oscillazioni, come evidenziato dagli andamenti di T_{liquor} ed u mostrati nei grafici della figura 4.18 e 4.19, dove l'ampiezza della zona morta è $5 \cdot 10^{-3}$, mentre quella dell'isteresi è $1 \cdot 10^{-3}$.

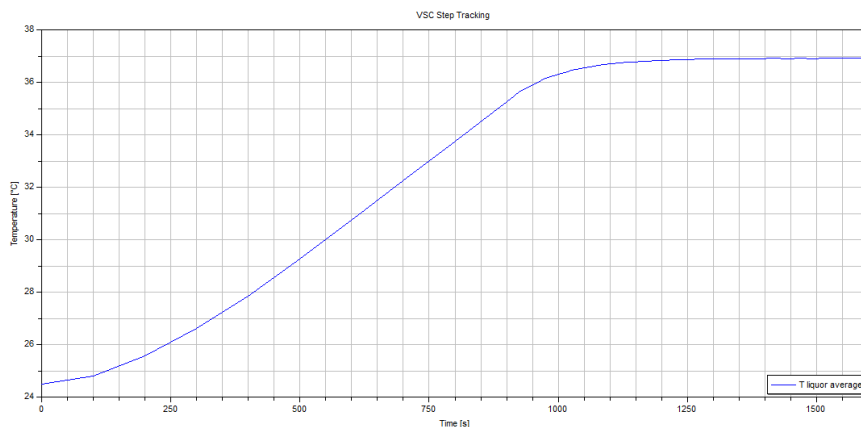


Figura 4.18: Step

4.4.6 Considerazioni sulla presenza di derivate di ordine elevato dell'errore

La funzione affine data dalla 4.39 include derivate dell'errore fino all'ordine $r - 1$: ciò presenta un ostacolo all'implementazione del sistema di controllo, in quanto la realizzazione di un operatore che svolga la derivazione esatta di un segnale in tempo reale è un problema di difficile soluzione.

Svariate soluzioni sono state presentate in letteratura, tra cui gli osservatori ad alto guadagno discussi in [7] e il metodo basato sullo *sliding mode* di ordine elevato sviluppato in [8].

Nell'ambito di questa tesi si è tuttavia scelto, in un'ottica semplificativa, di calcolare la derivata dell'errore implementando una catena di derivatori filtrati, come schematizzato in figura 4.20.

Essi non garantiscono la convergenza in tempo finito delle derivate nemmeno in assenza di errore, ma semplificano notevolmente lo sviluppo del sistema di controllo.

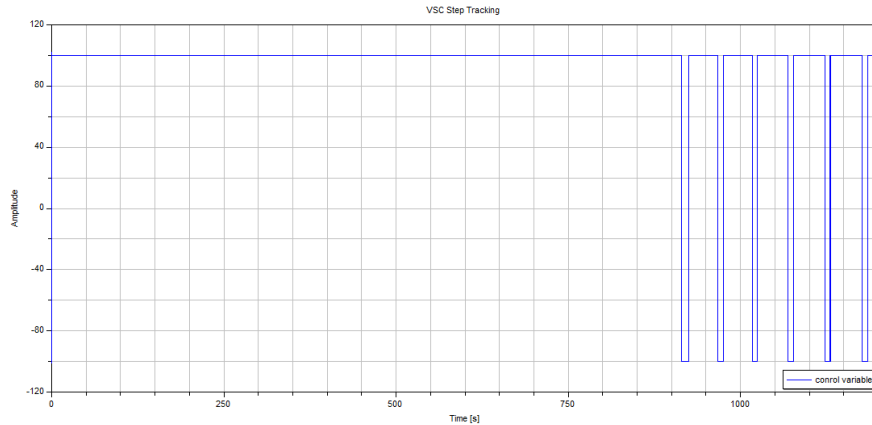


Figura 4.19: Variabile di controllo

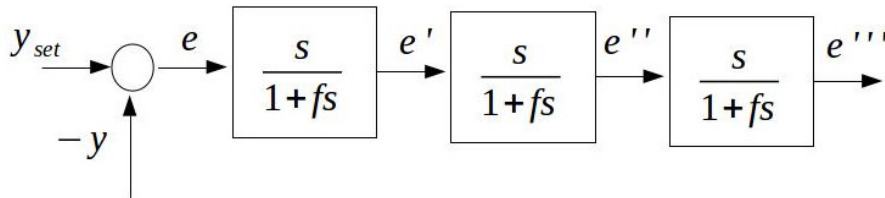


Figura 4.20: Schema della catena di derivatori filtrati

Il parametro f , determina la pulsazione alla quale viene inserito il polo necessario a rendere il derivatore realizzabile (figura 4.21), e funge da parametro di taratura.

Modificandone il valore è infatti possibile assegnare una banda nella quale il comportamento dinamico sia analogo ad un derivatore puro. La scelta della suddetta banda dovrà essere fatta considerando le pulsazioni attorno alle quali si trova tipicamente a lavorare il sistema, in modo tale da avere una buona approssimazione della derivata dell'errore.

4.4.7 Osservatore dello stato

Come risulta chiaro dalla 4.49 la legge di controllo, perché sia applicabile, richiede la misura dell'intero stato. Poiché l'unica misura di cui si dispone è quella della temperatura media della biomassa lo stato non è interamente accessibile. È quindi necessario costruire un'osservatore dello stato che fornisca una stima delle variabili non direttamente misurabile, ossia la temperatura delle pareti, dell'acqua contenuta nella camicia e nel riscaldatore.

Dal momento che il sistema impiegato per il controllo VSC, ottenuto grazie alla legge di *split-range uniformante*, è lineare si è scelto di implementare un'osservatore ad assegnamento degli autovalori. Come dimostrato in [2] questo tipo di osservatore viene costruito replicando il modello con l'aggiunta di un termine di guadagno proporzionale alle uscite misurate che assicura la convergenza asintotica a zero dell'errore di stima.

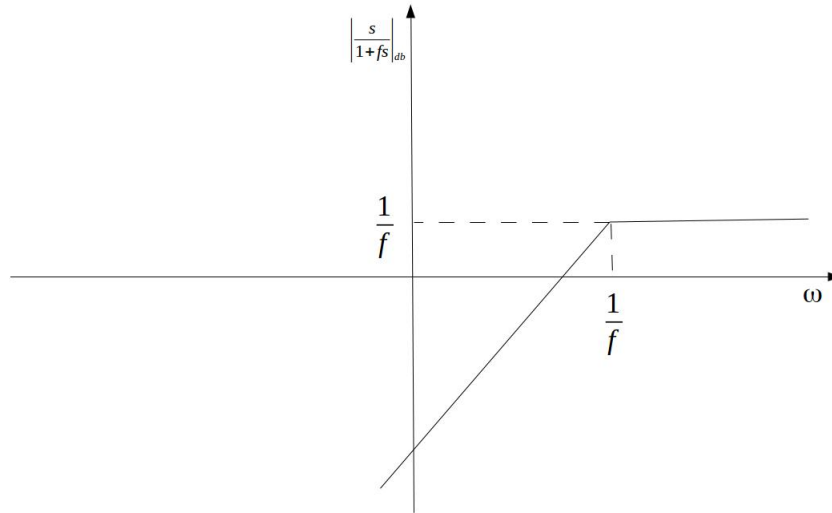


Figura 4.21: Diagramma di Bode di un derivatore filtrato

Più precisamente dato il sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^n, \quad u \in R^m \\ y = Cx + Du, & y \in R^p \end{cases} \quad (4.51)$$

L'osservatore ad assegnamento degli autovalori si presenta come:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - L[y - C\hat{x} - Du] \quad (4.52)$$

Dove \hat{x} è lo stima dello stato, mentre $L \in R^{n,p}$ è il guadagno dell'osservatore.

Come dimostrato in [2] la dinamica dell'errore di stima $e = x - \hat{x}$ è data dal sistema libero:

$$\dot{e} = (A + LC)e \quad (4.53)$$

Il guadagno L può quindi essere tarato per assegnare gli autovalori della matrice $(A + LC)$ ed imporre quindi una dinamica di convergenza a zero dell'errore di stima.

Condizione necessaria e sufficiente per la costruzione dell'osservatore è che la coppia (A, C) sia osservabile. Ciò è garantito se la matrice di osservabilità ha rango pieno.

Per il sistema in esame essa è data da (si ricordi che l'ordine del sistema è $n = 5$):

$$M_o = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ CA^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0013 & 0.0013 & 0 & 0 & 0 \\ 4.1410 \cdot 10^{-5} & -1.2098 \cdot 10^{-4} & 7.9574 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ -3.8308 \cdot 10^{-6} & 1.1953 \cdot 10^{-5} & -1.0057 \cdot 10^{-5} & 6.7891 \cdot 10^{-7} & 1.2564 \cdot 10^{-6} \\ 3.7813 \cdot 10^{-7} & -1.1961 \cdot 10^{-6} & 1.2011 \cdot 10^{-6} & -1.3260 \cdot 10^{-7} & -2.5478 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$

Poiché M_o ha rango pieno la coppia (A, C) è osservabile, ed è quindi possibile costruire l'osservatore.

Il guadagno L è stato calcolato tramite la funzione *place* di MATLAB in modo tale da assegnare gli autovalori di $A + LC$ in $[-1 \ -1.2 \ -1.3 \ -1.4 \ -1.5]$, ossia ben al di sopra del massimo autovalore del sistema, che è circa in 0.1.

Per un corretto funzionamento dell'osservatore è di particolare importanza che la sua dinamica più rapida rispetto al sistema osservato, in modo tale che il transitorio di convergenza dello stato stimato a quello reale sia trascurabile.

La scelta degli autovalori ha prodotto il seguente guadagno $L = \begin{bmatrix} -6.1277 \\ -1.1479 \cdot 10^4 \\ -2.2551 \cdot 10^5 \\ -4.8688 \cdot 10^8 \\ 2.5488 \cdot 10^8 \end{bmatrix}$

Lo schema di controllo si modifica quindi come illustrato in figura 4.22.

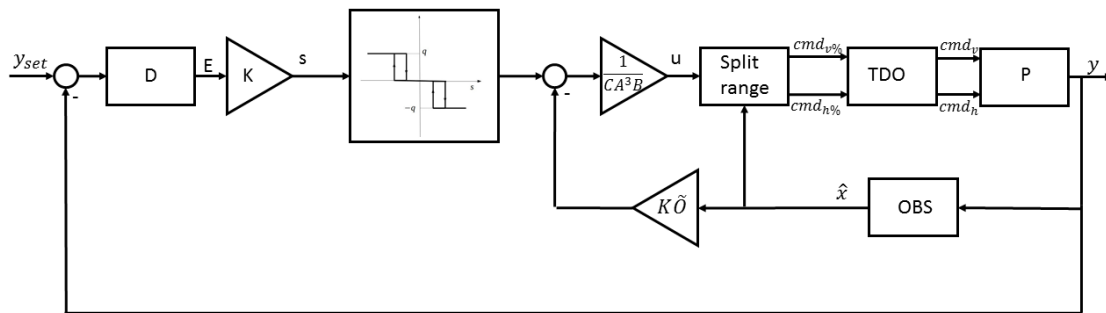


Figura 4.22

4.5 Controllo predittivo

Introduzione

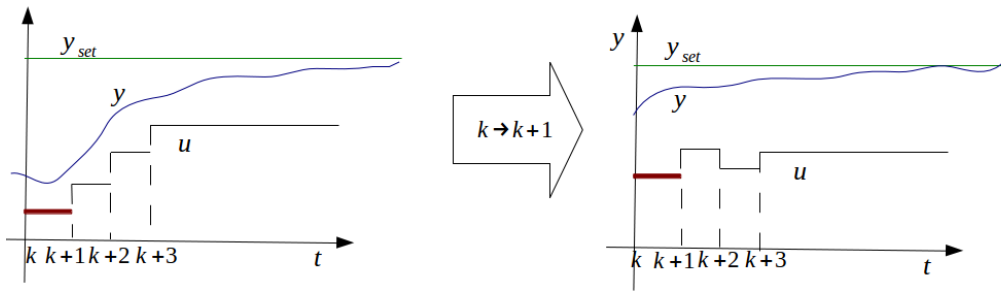
La strategia di controllo più largamente applicata nelle industrie di processo è il controllo predittivo basato sul modello, detto MPC (*Model Predictive Control*).

È un metodo molto generale ben adatto ad essere applicato nel caso di problemi di controllo multivariabile (MIMO: *multi input-multi output*) con un elevato grado di interazione fra le variabili di ingresso e quelle di uscita. Inoltre è un metodo che è in grado di gestire vincoli di disuguaglianza sulle variabili di ingresso ed uscita, quali limiti minimi e massimi e limiti sulle velocità o gradienti delle variabili.

Un aspetto chiave del controllo MPC è la predizione del comportamento del sistema su un opportuno orizzonte temporale utilizzando un modello dinamico del processo e le misure disponibili. Le uscite dei controllori sono calcolate in modo da minimizzare gli scarti fra la risposta predetta del sistema e la risposta desiderata. Ad ogni istante di campionamento la determinazione della legge di controllo è ripetuta e le predizioni sono aggiornate a partire dalle nuove misure acquisite.

La figura 4.23 mostra il comportamento descritto: ad ogni istante di campionamento viene calcolata la sequenza di ingressi che risolvono il problema di controllo ottimo ma viene applicato solo il primo (in rosso).

Questo meccanismo di reiterazioni successive del problema di ottimizzazione va sotto il nome di *Reiciding Horizon* e permette di ottenere una legge di controllo in anello chiuso, poichè il controllo

Figura 4.23: *Princio Reiciding Horizon*

ottimo non è determinato *offline* e poi applicato al sistema, ma viene aggiornato ad ogni istante di campionamento.

Nelle applicazioni industriali tipicamente i valori di riferimento ed i valori finali vengono aggiornati dal MPC utilizzando procedure di ottimizzazione ed il modello statico del processo.

Eventuali limitazioni delle variabili di controllo e sulle variabili di uscita vengono inclusi sia nelle procedure di ottimizzazione che nel MPC.

Esiste una vasta letteratura sul controllo MPC. Alcune rassegne panoramiche sono (Garcia, Prett, and Morari, *Automatica*, 25, 335, 1989; Richalet, *Automatica*, 29, 1251, 1993), alcuni libri di riferimento sono (Prett and Garcia, *Fundamental Process Control*, Butterworths, Stoneham, Massachusetts, 1988; Soeterboek, *Predictive Control-A Unified Approach*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991).

L'attuale largo interesse nelle tecniche MPC ha avuto inizio con il lavoro di ricerca svolto da due gruppi industriali negli anni '70.

La Shell Oil (Houston, TX) ha descritto il suo *Dynamic Matrix Control* (DMC) nel 1979, mentre una tecnica simile, nota sul mercato con la sigla IDCOM, è stata pubblicata nel 1978 da una piccola azienda francese, ADERSA.

Da allora sono state sviluppate migliaia di applicazioni in tutto il mondo con particolare riguardo alle raffinerie e agli impianti petrolchimici. Poche applicazioni sono state sviluppate inizialmente per altre industrie di processo e manifatturiere, anche se MPC è la scelta ovvia per la soluzione dei problemi più difficili di controllo multivariabile.

Nel caso in esame MPC è stato impiegato con l'obiettivo di inserire nel problema di ottimizzazione i seguenti tre obiettivi:

- raggiungimento del set point della temperatura media della biomassa;
- minimizzazione l'utilizzo nel tempo della variabile di controllo;
- mantenimento della distribuzione uniforme della temperatura all'interno della biomassa.

Di seguito si presenta il problema in modo più dettagliato.

4.5.1 Modello impiegato

Requisito necessario per l'applicazione del controllo predittivo è disporre di un modello del sistema che sul quale si ha intenzione di applicare l'MPC. Esso verrà infatti impiegato per ottenere le predizioni delle uscite necessarie per determinare gli ingressi che minimizzano la cifra di merito.

Poiché l'obbiettivo principale è quello inserire nella funzione obbiettivo un termine che influisca sulla distribuzione della temperatura della biomassa contenuta nel vaso, è necessario impiegare un modello a volumi finiti, che renda conto della non uniformità della distribuzione stessa.

Il modello 3.37 è stato sviluppato proprio in quest'ottica ed è più facilmente impiegabile del modello completo poiché non contiene discontinuità legate al segno della portata di ricircolo e presenta un minor numero di variabili, rendendolo più maneggevole in fase di implementazione. Le prove di confronto effettuate al paragrafo 3.2.5 dimostrano come questo modello riproduca, seppur approssimandolo con il minimo numero di volumi finiti, abbastanza fedelmente i comportamenti del modello completo: la scelta di impiegarlo per lo sviluppo del controllo MPC è quindi fondata.

Per maggiore chiarezza si riportano qui le equazioni che compongono il modello semplificato con ricircolo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{T}_{int\ liquor}(1) = \frac{1}{M_{liquor}c_{liquor}}(Q_{int\ natural\ recirculation}(1) + Q_{external-internal}(1)) \\ \dot{T}_{int\ liquor}(2) = \frac{1}{M_{liquor}c_{liquor}}(Q_{int\ natural\ recirculation}(2) + Q_{external-internal}(2)) \\ \dot{T}_{ext\ liquor}(1) = \frac{1}{M_{liquor}c_{liquor}}(Q_{ext\ natural\ recirculation}(1) + Q_{wall-liquor}(1) - Q_{external-internal}(1)) \\ \dot{T}_{ext\ liquor}(2) = \frac{1}{M_{liquor}c_{liquor}}(Q_{ext\ natural\ recirculation}(2) + Q_{wall-liquor}(2) - Q_{external-internal}(2)) \\ \dot{T}_{inner\ wall}(1) = \frac{1}{M_{inner\ wall}c_{wall}}(Q_{jacket-wall}(1) - Q_{wall-liquor}(1)) \\ \dot{T}_{inner\ wall}(2) = \frac{1}{M_{inner\ wall}c_{wall}}(Q_{jacket-wall}(2) - Q_{wall-liquor}(2)) \\ \dot{T}_{jacket}(1) = \frac{1}{M_{jacket}c_{water}}(Q_{wall-jacket}(1) - Q_{jacket-wall}(1) + Q_{jacket\ for\ transport}(1)) \\ \dot{T}_{jacket}(2) = \frac{1}{M_{jacket}c_{water}}(Q_{wall-jacket}(2) - Q_{jacket-wall}(2) + Q_{jacket\ for\ transport}(2)) \\ \dot{T}_{outer\ wall}(1) = \frac{1}{M_{outer\ wall}c_{wall}}(Q_{env-wall}(1) - Q_{wall-jacket}(1)) \\ \dot{T}_{outer\ wall}(2) = \frac{1}{M_{outer\ wall}c_{wall}}(Q_{env-wall}(2) - Q_{wall-jacket}(2)) \\ \dot{T}_{heater} = \frac{1}{M_{heater}c_{water}}(w_{jacket}c_{water}(cmd_v(T_{coolant} - T_{jacket}) + (T_{jacket(2)} - T_{heater})) + cmd_h Q_h) \\ \dot{w}_{rec} = \frac{\Delta P_{rec} k_{rec} - w_{rec}}{\tau_{rec}} \end{array} \right.$$

A cui viene aggiunta la variabile algebrica ΔT_{liquor} utile come indicatore della distribuzione di temperatura fra la sezione superiore del vaso (descritta dalle variabili $T_{int\ liquor(2)}$ e $T_{ext\ liquor(2)}$) e la sezione inferiore (descritta dalle variabili $T_{int\ liquor(1)}$ e $T_{ext\ liquor(1)}$):

$$\Delta T_{liquor} = \frac{T_{ext\ liquor(2)} + T_{int\ liquor(2)}}{2} - \frac{T_{ext\ liquor(1)} + T_{int\ liquor(1)}}{2} \quad (4.54)$$

Per poter disporre di un'unica variabile di controllo, semplificando quindi il problema di ottimizzazione, si è scelto di associare anche al controllo predittivo la legge di *split-range* uniformante descritta da 4.29 e 4.30:

$$cmd_v\% = \begin{cases} 0 & \text{se } u \geq 0, \\ \frac{\beta_H}{\alpha_H(T_{coolant} - T_{jacket(2)})}u & \text{se } u < 0. \end{cases}$$

$$cmd_h\% = \begin{cases} u & \text{se } u \geq 0, \\ 0 & \text{se } u < 0. \end{cases}$$

Che trasforma l'equazione di T_{heater} in

$$\dot{T}_{heater} = \frac{1}{M_{heater}c_{water}}(w_{jacket}c_{water}((T_{jacket(2)} - T_{heater})) + u Q_h) \quad (4.55)$$

4.5.2 Implementazione tramite il software ACADO

ACADO è un ambiente software e una raccolta di algoritmi per il controllo automatico e l'ottimizzazione dinamica. Fornisce un ambiente di lavoro per l'utilizzo di una grande varietà di algoritmi di ottimizzazione, tra cui il controllo predittivo, stima dello stato e dei parametri.

ACADO è implementato nel linguaggio di programmazione ad oggetti C++: ciò garantisce un'elevata modularità di utilizzo e la possibilità di facile estensione con algoritmi descritti dall'utente. Si distingue inoltre per una sintassi di facile utilizzo e intuitiva.

Le classi di problemi risolti da ACADO sono i seguenti:

- controllo ottimo, dove l'obiettivo è trovare il controllo in anello aperto che minimizzi una determinata funzione obiettivo;
- stima delle variabili di stato e/o dei parametri del modello da identificare misurando l'uscita di un dato sistema dinamico non lineare;
- problemi di controllo predittivo per i quali devono essere risolti in modo iterativo problemi di ottimizzazione dinamica per ottenere una legge di controllo in retroazione.

Nell'ambito di questa tesi è stato sfruttato il software per la terza classe di problemi. Per ulteriori dettagli si rimanda a [9].

L'implementazione di un controllore MPC richiede i seguenti sei passaggi:

1. introduzione di tutte le variabili e costanti;
2. scrittura delle equazioni del modello;
3. scrittura della funzione obiettivo ai minimi quadrati e un'appropriata matrice di pesi per i tre obiettivi descritti precedentemente;
4. definizione di un problema di controllo ottimo (OCP) comprendente il modello dinamico, la funzione obiettivo e i vincoli sulla variabile di controllo;
5. costruzione di un algoritmo in tempo reale definito dall'OCP che viene risolto ad ogni istante di campionamento;
6. costruzione di un controllore specificando una legge di controllo, in questo caso un algoritmo in tempo reale che risolva l'OCP e una traiettoria di riferimento.

Viene ora presentato il codice sorgente nel quale è contenuta l'implementazione in ACADO del problema di controllo predittivo del digestore. Questo codice va poi compilato per produrre un file eseguibile che, una volta lanciato, risolve il problema di controllo fornendo come output i risultati della simulazione.

La prima sezione del codice contiene la dichiarazione delle variabili di stato e di controllo:

```
//Differential States
//Liquor
DifferentialState T_int_liquor_1;
DifferentialState T_int_liquor_2;
DifferentialState T_ext_liquor_1;
DifferentialState T_ext_liquor_2;
//Internal Wall
DifferentialState T_int_wall_1;
DifferentialState T_int_wall_2;
```

```

//Jacket
  DifferentialState T_jacket_1;
  DifferentialState T_jacket_2;
//External Wall
  DifferentialState T_ext_wall_1;
  DifferentialState T_ext_wall_2;
//Heater
  DifferentialState T_heater;
//Natural Recirculation Flowrate
  DifferentialState w_rec;
  DifferentialState T_liquor;

//Algebraic States
//Liquor
  AlgebraicState T_liquor_average;
  AlgebraicState delta_T_liquor;
//Recirculation direction
  AlgebraicState rec_dir;

//Control Variables
  Control u;

```

Le classi *Differential States* e *AlgebraicState* vengono impiegate rispettivamente per dichiarare le variabili di stato e le variabili algebriche presenti nel modello.

La classe *Control* identifica le variabili di controllo (in questo caso singola).

Si passa poi alla dichiarazione dei parametri:

```

//Parameters
  const double g = 9.81;
  const double pi = 3.141592653589793;
  const double h = 0.3;
  const double R = 0.075;
  const double rho_H2O = 1e3;
  const double rho_liquor_average = 1e3;
  const double rho_glass = 2.5e3;
  const double c_liquor = 4186;
  const double c_H2O = 4186;
  const double c_glass = 837.2;
  const double Q_heater = 600;
  const double tic_jacket = 0.012;
  const double tic_glass = 0.003;
  const double T_start = 25.4;
  const double gamma_glass_air = 40;
  const double gamma_glass_water = 400.0;
  const double gamma_glass_liquor = 200.0;
  const double gamma_liquor = 2e3;

  const double A_outer_surface = 2 * pi * (R + tic_glass + tic_jacket) * h/2;
  const double A_inner_surface = 2 * pi * R * h/2;
  const double A_jacket = pi * ((R + tic_glass + tic_jacket)*(R + tic_glass + tic_jacket) -
  (R + tic_glass)*(R + tic_glass))/2;

```

```

const double A_liquor = 2 * pi * R / 2 * h/2;

const double M_liquor = rho_liquor_average * pi * R*R * h/4;
const double M_inner_surface = rho_glass * pi * ((R + tic_glass)*
(R + tic_glass) - R*R) * h/2;
const double M_outer_surface = rho_glass * pi * ((R + 2 * tic_glass + tic_jacket)*
(R + 2 * tic_glass + tic_jacket) - (R + tic_glass + tic_jacket)*
(R + tic_glass + tic_jacket)) * h/2;
const double M_jacket = rho_H2O * A_jacket * h/2;
const double M_heater = pi * rho_H2O * 0.05*0.05 / 4 * 0.2;
const double tau_rec = 0.1;
const double g_rec = 0.01;

const double T_env = 25.4;
const double T_coolant = 10.0;

const double w_jacket = 0.03;

```

Seguono le equazioni algebriche e differenziali che descrivono il modello. Esse saranno impiegate dall'integratore per eseguire la simulazione e dal controllore MPC per ottenere le predizioni necessarie a risolvere il problema di controllo predittivo.

Si noti come è necessario definire un'unica equazione differenziale f tramite la classe *DifferentialEquation*, a cui vengono poi aggiunte le singole equazioni utilizzando la notazione \ll .

```

DifferentialEquation f;

//Differential States
//Internal Column
f << dot(T_int_liquor_1) == 1.0/(M_liquor*c_liquor)*(A_liquor*gamma_liquor*
(T_ext_liquor_1 - T_int_liquor_1) + w_rec*2*rec_dir*c_liquor*((0.5+rec_dir)*
T_int_liquor_2 + (0.5-rec_dir)*T_ext_liquor_1 - T_int_liquor_1));
f << dot(T_int_liquor_2) == 1.0/(M_liquor*c_liquor)*(A_liquor*gamma_liquor*
(T_ext_liquor_2 - T_int_liquor_2) + w_rec*2*rec_dir*c_liquor*((0.5+rec_dir)*
T_ext_liquor_2 + (0.5-rec_dir)*T_int_liquor_1 - T_int_liquor_2));

//External Column
f << dot(T_ext_liquor_1) == 1.0/(M_liquor*c_liquor)*(A_inner_surface*
gamma_glass_liquor*(T_int_wall_1 - T_ext_liquor_1)+ A_liquor*gamma_liquor*
(T_int_liquor_1 - T_ext_liquor_1) + w_rec*2*rec_dir*c_liquor*((0.5+rec_dir)*
T_int_liquor_1 + (0.5-rec_dir)*T_ext_liquor_2 - T_ext_liquor_1));
f << dot(T_ext_liquor_2) == 1.0/(M_liquor*c_liquor)*(A_inner_surface*
gamma_glass_liquor*(T_int_wall_2 - T_ext_liquor_2) + A_liquor*gamma_liquor*
(T_int_liquor_2 - T_ext_liquor_2) + w_rec*2*rec_dir*c_liquor*((0.5+rec_dir)*
T_ext_liquor_1 + (0.5-rec_dir)*T_int_liquor_2 - T_ext_liquor_2));

//Internal Wall
f << dot(T_int_wall_1) == 1.0/(M_inner_surface*c_glass)*(-A_inner_surface*
gamma_glass_liquor*(T_int_wall_1 - T_ext_liquor_1) + A_inner_surface*
gamma_glass_water*(T_jacket_1 - T_int_wall_1));
f << dot(T_int_wall_2) == 1.0/(M_inner_surface*c_glass)*(-A_inner_surface*
gamma_glass_liquor*(T_int_wall_2 - T_ext_liquor_2) + A_inner_surface*

```

```

gamma_glass_water*(T_jacket_2 - T_int_wall_2));

//Jacket
f << dot(T_jacket_1) == 1.0/(M_jacket*c_H20)*(-A_inner_surface*
gamma_glass_water*(T_jacket_1 - T_int_wall_1) + A_outer_surface*
gamma_glass_water*(T_ext_wall_1 - T_jacket_1) + w_jacket*c_H20*
(T_heater - T_jacket_1));
f << dot(T_jacket_2) == 1.0/(M_jacket*c_H20)*(-A_inner_surface*
gamma_glass_water*(T_jacket_2 - T_int_wall_2) + A_outer_surface*
gamma_glass_water*(T_ext_wall_2 - T_jacket_2) + w_jacket*c_H20*
(T_jacket_1 - T_jacket_2));

//External Wall
f << dot(T_ext_wall_1) == 1.0/(M_outer_surface*c_glass)*(-A_outer_surface*
gamma_glass_water*(T_ext_wall_1 - T_jacket_1) + A_outer_surface*
gamma_glass_air*(T_env - T_ext_wall_1));
f << dot(T_ext_wall_2) == 1.0/(M_outer_surface*c_glass)*(-A_outer_surface*
gamma_glass_water*(T_ext_wall_2 - T_jacket_2) + A_outer_surface*
gamma_glass_air*(T_env - T_ext_wall_2));

//Heater
f << dot(T_heater) == 1.0/(M_heater*c_H20)*(w_jacket*c_H20*
(T_jacket_2 - T_heater)+ Q_heater*u/100);

//Natural Recirculation Flowrate
f << dot(w_rec) == 1/tau_rec*(-w_rec + g_rec*(g*h/2*1000*(1/(1 + 0.0002*
(T_int_liquor_1 - 4)) + 1/(1 + 0.0002*(T_int_liquor_2 - 4)) - 1/(1 + 0.0002*
(T_ext_liquor_1 - 4)) - 1/(1 + 0.0002*(T_ext_liquor_2 - 4)))));
f << dot(T_liquor) == 1.0/(M_liquor*4*c_liquor)*2*A_inner_surface*
gamma_glass_liquor*((T_int_wall_1+T_int_wall_2)/2-T_liquor);

```

Le equazioni algebriche vanno scritte in maniera esplicita, ossia con il termine a sinistra dell'uguale pari a zero:

```

//Algebraic States
//Liquor Average Temperature
f << 0 == -T_liquor_average + (T_int_liquor_1 + T_int_liquor_2 +
T_ext_liquor_1 + T_ext_liquor_2)/4;

//Liquor upper-lower delta_T
f << 0 == -delta_T_liquor + (T_ext_liquor_1+T_int_liquor_1)/2 -
(T_ext_liquor_2+T_int_liquor_2)/2;

//Natural Recirculation Direction
f << 0 == -rec_dir + 1/pi*atan(1e7*w_rec);

```

Si passa poi alla definizione della funzione ai minimi quadrati e del problema di ottimizzazione. Questa sezione è il cuore del codice, nel quale viene stabilito quali variabili vanno inserite nella cifra di merito e quali sono i valori dei rispettivi pesi.

La funzione ai minimi quadrati h_{lsq} è dichiarata impiegando la classe *function*. Ad essa, facendo ancora una volta uso della notazione \ll , vanno aggiunte le variabili che si intendono includere nel problema di ottimizzazione.

La matrice Q_{lsq} contiene i valori dei pesi, mentre il vettore r_{lsq} imposta i set-point e i valori di equilibrio a cui devono tendere le variabili al termine dell'ottimizzazione.

```
// DEFINE LEAST SQUARE FUNCTION:
Function h_lsq;

h_lsq << T_liquor;
h_lsq << u;
h_lsq << delta_T_liquor;

Matrix Q_lsq(3,3);
Q_lsq.setIdentity();
Q_lsq(0,0) = q_L;
Q_lsq(1,1) = 1;
Q_lsq(2,2) = 1;

Vector r_lsq(3);
r_lsq(0) = T_liquor_set;
r_lsq(1) = u_set;
r_lsq(2) = 0;
```

Nella cifra di merito le variabili saranno pesate quindi nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} T_{liquor\ average} - T_{liquor\ set} & u - u_{set} & \Delta T_{liquor} \end{bmatrix} Q_{lsq} \begin{bmatrix} T_{liquor\ average} - T_{liquor\ set} \\ u - u_{set} \\ \Delta T_{liquor} \end{bmatrix} = \\ = q_L (T_{liquor\ average} - T_{liquor\ set})^2 + (u - u_{set})^2 + \Delta T_{liquor}^2$$

Dove

$$Q_{lsq} = \begin{bmatrix} q_L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si imposta poi il problema di ottimizzazione. La classe *OCP* permette di indicare un tempo di inizio e di termine del problema, definendo quindi l'orizzonte di predizione, posto a 1000 s.

E' inoltre necessario indicare il numero di campioni del sistema discretizzato costruito dal solutore che vengono presi in considerazione durante la soluzione. In questo caso si è scelto un numero di campioni pari a 10. La scelta è motivata dal fatto che in questo modo il solutore prenderà un campione ogni 100 istanti, in accordo con la dinamica più rapida del sistema, che è quella del riscaldatore che ha un polo in circa -0.01 rad/s.

Vengono inoltre definiti i vincoli a cui è sottoposto il problema di ottimizzazione: la soluzione deve infatti rispettare la dinamica del modello imposta da f e non eccedere le saturazioni presenti sul controllo.

Poiché ACADO non consente di introdurre un vincolo non costante sull'ingresso, come sarebbe richiesto dalla legge di *split-range* non lineare, si è optato per limitare inferiormente la variabile di controllo al valore nominale di -300.

Come si può notare dal grafico in figura 4.24, che mostra l'andamento della soglia prevista dallo *split-range* non lineare in risposta ad uno step da 25.4°C a 37°C, questo è un valore molto conservativo che assicura che i valori della variabile di controllo ottenuti durante le simulazioni siano ammissibili.

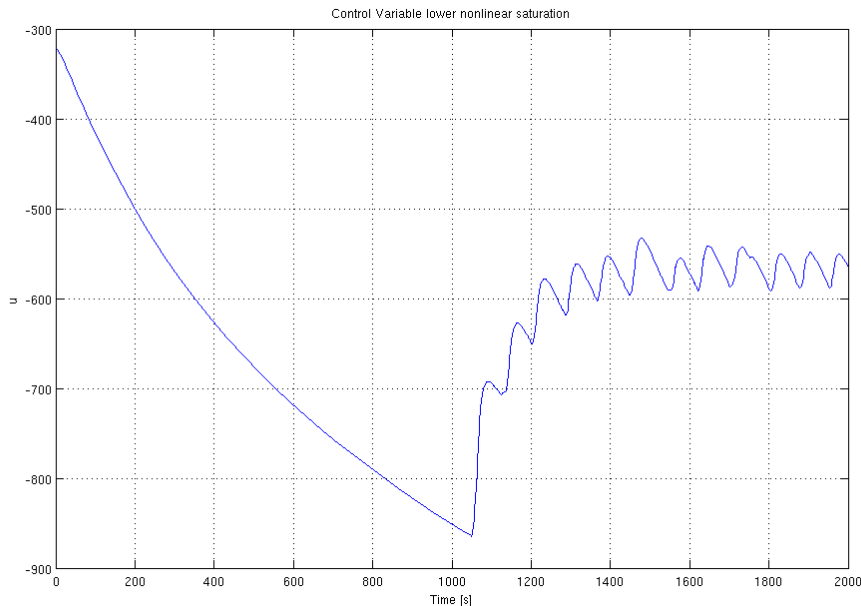


Figura 4.24: Andamento della soglia inferiore prevista dallo *split-range* non lineare

```
// DEFINE AN OPTIMAL CONTROL PROBLEM:
const double t_start = 0.0;
const double t_end   = 1e3;

OCP ocp( t_start, t_end, 10 );

ocp.minimizeLSQ(Q_lsq, h_lsq, r_lsq);

ocp.subjectTo(f);

//Constraints on control variables
ocp.subjectTo(-300 <= u);
ocp.subjectTo(u <= 100);
```

Le classi (*RealTimeAlgorithm*) e *Controller* vengono impiegate per la messa a punto del controllore MPC.

La prima consente di assegnare un algoritmo risolutivo sul problema di ottimizzazione definito dall'oggetto *ocp*, inserendo come parametro l'intervallo di tempo fra ogni re-iterazione dell'algoritmo stesso: esso definisce lo spostamento della finestra di predizione sulla quale sta lavorando il controllore MPC. In questo caso è stato impostato a 100, in modo tale da seguire anche

la dinamica più veloce presente nel sistema, come già discusso precedentemente per la scelta del numero di campioni.

La seconda costruisce l'oggetto che rappresente il controllore e che sarà poi usato nella costruzione dell'ambiente di simulazione

```
// SETTING UP THE MPC CONTROLLER:
RealTimeAlgorithm alg(ocp, 100);
StaticReferenceTrajectory zeroReference;
Controller controller( alg,zeroReference );

Va poi dichiarato il processo sul quale deve agire il controllore: esso è definito dalla classe Process che associa ad un sistema dinamico, creato mettendo in realazione l'oggetto f (che rappresenta un'equazione differenziale) ad una funzione di uscita (OutputFcn, che in questo caso è la matrice identità), con un metodo di integrazione numerica. L'integratore che ACADO richiede di selezionare per i sistemi algebrico-differenziali (DAE) è quello di tipo BDF. Per maggiori dettagli si rimanda a [10].

// SETTING UP THE (SIMULATED) PROCESS:
OutputFcn identity;
DynamicSystem dynamicSystem( f,identity );
Process process( dynamicSystem,INT_BDF );

// SETTING UP THE SIMULATION ENVIRONMENT
SimulationEnvironment sim( 0.0,3e4,process,controller );

//Differential States initial conditions
Vector x0(13);

//Liquor
x0(0) = T_start;//int 1
x0(1) = T_start;//int 2
x0(2) = T_start;//ext 1
x0(3) = T_start;//ext 2

//Internal Wall
x0(4) = T_start;
x0(5) = T_start;

//Jacket
x0(6) = T_start;
x0(7) = T_start;

//External Wall
x0(8) = T_start;
x0(9) = T_start;

//Heater
x0(10) = T_start;

//Natural Recirculation Flowrate
x0(11) = 0.0;
```

```

x0(12) = T_start;

//Algebraic States initial conditions
Vector xa0(3);

//Liquor Average Temperature
xa0(0) = (x0(0) + x0(1) + x0(2) + x0(3))/4;

//Liquor delta_T
xa0(1) = x0(0) - x0(1);

//Recirculation Direction(rec_dir)
xa0(2) = 0.0;
sim.initializeAlgebraicStates(xa0);

if (sim.init( x0 ) != SUCCESSFUL_RETURN)
    exit( EXIT_FAILURE );
if (sim.run( ) != SUCCESSFUL_RETURN)
    exit( EXIT_FAILURE );

```

4.5.3 Risultati

Si presentano ora i risultati delle prove effettuate variando i valori della matrice dei pesi Q_{lsq} presente nella funzione obiettivo, di cui si ricorda la struttura:

$$Q_{lsq} = \begin{bmatrix} q_L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sono state effettuate cinque simulazioni in cui si è fatto variare il parametro q_L in modo tale da modificare il rapporto fra i coefficienti che pesano le variabile contenute nella funzione obiettivo: la temperature media della biomassa ($T_{liquor\ average}$), la variabile di controllo (u) e la differenza di temperature fra le sezioni superiore ed inferiore (ΔT_{liquor}).

In tutte le prove viene dato un segnale di riferimento a scalino che passa da 25.4°C a 37°C al tempo $t = 0$. La variabile di uscita è la temperatura media della biomassa.

Le figure 4.25 e 4.26 mostrano rispettivamente l'impatto della variazione di q_L sugli andamenti dell'uscita $T_{liquor\ average}$ e dell'ingresso u : al diminuire del peso si nota un aumento del tempo di risposta al set-point da parte della prima, mentre l'impiego della variabile di controllo è sempre minore. Ciò è in linea con quanto atteso poiché all'aumentare di q_L si accresce il peso di $T_{liquor\ average}$ nel problema di minimizzazione: il solutore tenderà quindi a far convergere più rapidamente al set-point la variabile di uscita per raggiungere più velocemente il punto di ottimo.

Il grafico in figura 4.30 mostra infine l'andamento della differenza di temperatura fra le sezione superiore della biomassa e quella inferiore, rappresentata dalla variabile ΔT_{liquor} .

Si osservi come valori più alti del peso q_L danno luogo a transitori di ΔT_{liquor} soggetti a maggiori oscillazioni, mentre valori più contenuti consentono di raggiungere l'equilibrio seguendo un andamento più morbido e sottoponendo quindi a minore *stress* la biomassa.

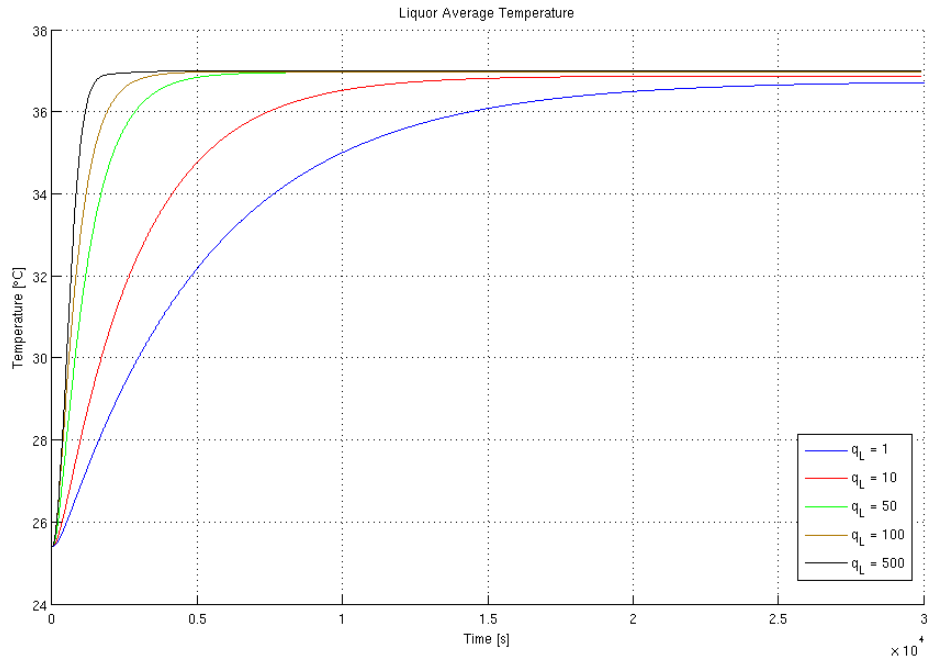


Figura 4.25: *Inseguimento del segnale di riferimento*

4.6 Confronto fra le tecniche di controllo

Si presenta in questo paragrafo un utile ed interessante confronto dei risultati ottenuti applicando le diverse tecniche di controllo considerate: PI, VSC, MPC.

In particolare si pongono a confronto gli andamenti della temperatura media della biomassa (figura 4.27), della differenza di temperatura fra la sezione inferiore e superiore (figura 4.28) e della variabile di controllo (figura 4.29).

I tre sistemi di controllo sono stati sottoposti ad un segnale di riferimento a scalino dalla condizione di equilibrio con la temperatura ambiente di 24.5 °C a 37 °C.

I parametri impostati per le prove sono i seguenti:

- PI:

- $K_p = 6.83$
- $T_i = 6.3 \cdot 10^3$

- VSC:

- $q = 100$
- $T_e = 500$

- MPC:

$$- Q_{lsq} = \begin{bmatrix} q_L = 10 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

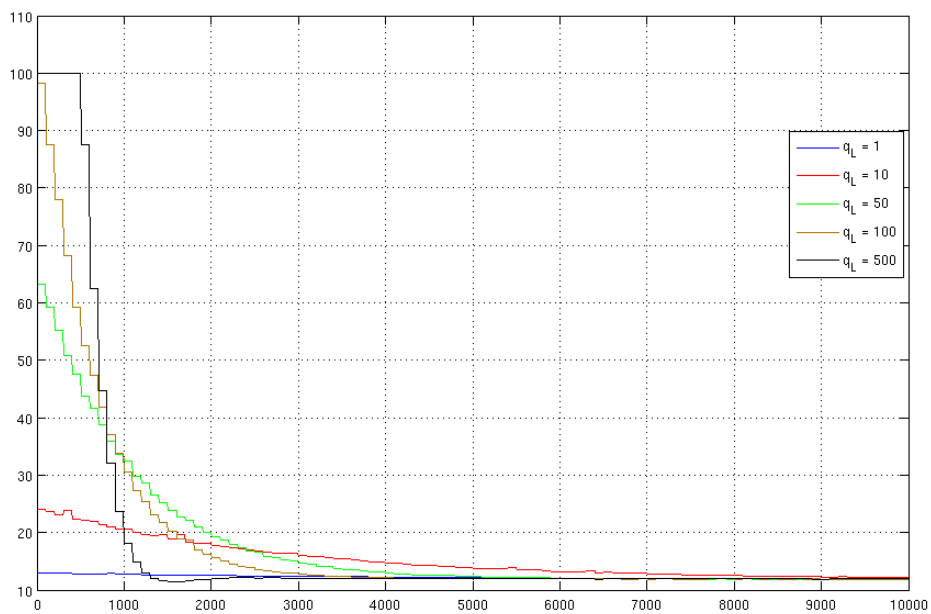


Figura 4.26: Andamento della variabile di controllo

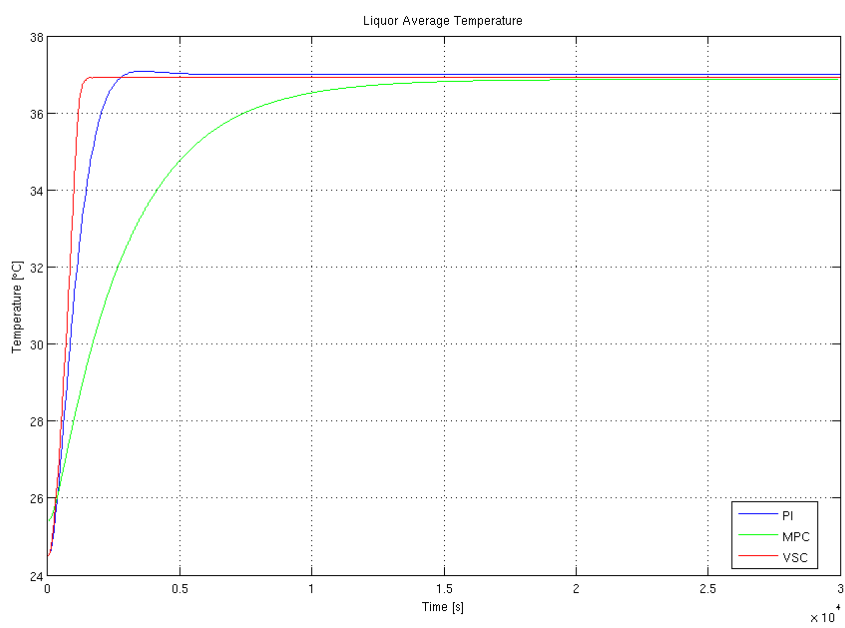


Figura 4.27: Confronto fra gli andamenti della temperatura media

Il minor tempo di risposta è dato dal VSC e corrisponde a circa 22 minuti. Meno rapido si rivela il PI, che impiega circa 40 minuti a raggiungere il *set-point*, mentre la risposta più lenta è data dall'MPC, che raggiunge la temperatura di riferimento in circa 5 ore e 30 minuti.

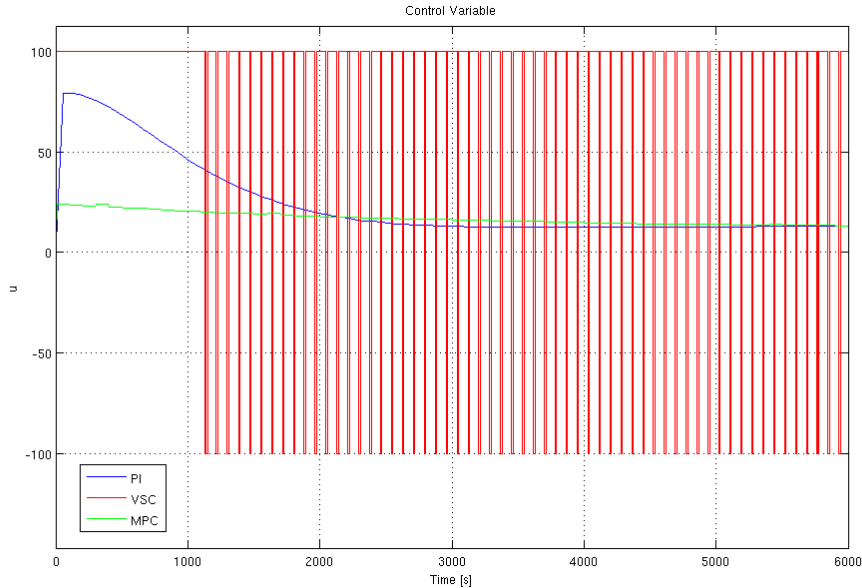


Figura 4.28: Confronto fra gli andamenti della variabile di controllo

Il regolatore PI fa un impiego medio della variabile di controllo, mentre agli estremi opposti si collocano VSC ed MPC: il primo satura completamente durante la fase di salita della temperatura media e, a differenza degli altri due casi, non si porta ad un valore costante una volta raggiunto l'equilibrio, ma da luogo a forti oscillazioni generando il cosiddetto fenomeno di *chattering*.

L'andamento più regolare della differenza di temperatura fra le sezioni inferiore e superiore è dato dal controllo predittivo, mentre le oscillazioni più brusche sono quelle causate dal VSC; il regolatore PI da luogo ad un transitorio caratterizzato da oscillazioni di ampiezza più contenuta rispetto al controllo a struttura variabile. L'assenza di oscillazione nel caso dell'MPC è legato al fatto che uno degli obiettivi inclusi nel progetto di questa logica di controllo è proprio l'ottenere una distribuzione di temperatura più uniforme.

4.6.1 Saturazione dinamica del controllo

In questo paragrafo viene introdotta una saturazione dinamica della variabile di controllo che impedisce all'acqua che scorre nel circuito idraulico di oltrepassare un valore massimo impostabile in fase di progetto.

Ciò è di grande utilità per evitare di arrecare danni all'impianto in quanto valori troppo alti delle temperatura dell'acqua nel riscaldatore o nella camicia possono portare a danni anche ingenti al riscaldatore o al digestore. In molti casi è poi importante non oltrepassare valori di massimo consigliati dalle case produttrici, per non inficiarne il buon funzionamento.

Si è quindi proceduto all'inserimento di una saturazione del controllo progettata in modo tale da fissare un limite alla massima temperatura raggiungibile dal riscaldatore, il quale, in fase di riscaldamento, è il componente che raggiunge la temperatura massima nel circuito idraulico.

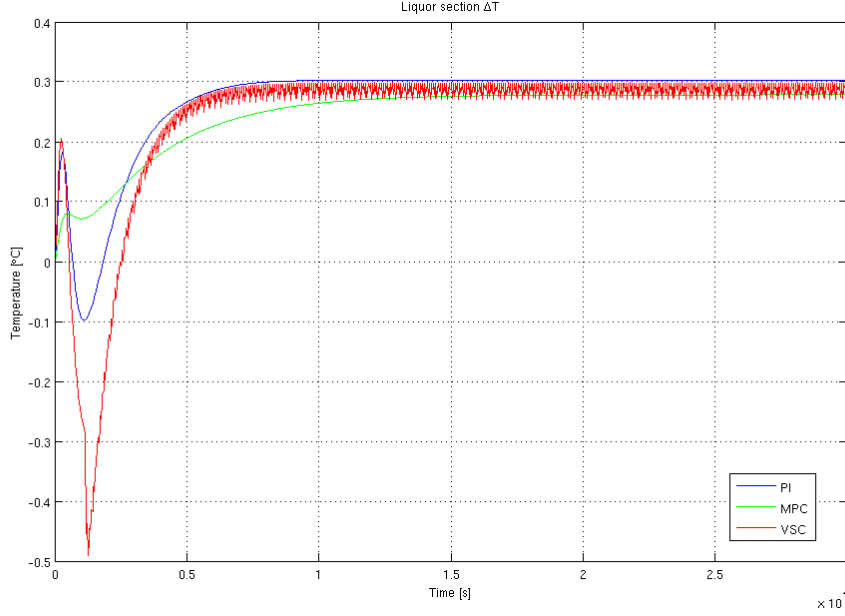


Figura 4.29: Confronto fra gli andamenti della differenza di temperatura fra le sezioni inferiore e superiore

A tale scopo è utile riportare l'equazione di stato di T_{Heater} , con riscaldamento attivo e $cmd_v\% = 0$:

$$\dot{T}_{heater} = \alpha_H(T_{jacket} - T_{heater}) + \beta_H \frac{cmd_h\%}{100} \quad (4.56)$$

Che all'equilibrio diventa:

$$cmd_h\% = \alpha_H(T_{jacket} - T_{heater}) \frac{100}{\beta_H} \quad (4.57)$$

Sia $T_{H \max}$ la massima temperatura raggiungibile dal riscaldatore per ragioni di sicurezza, il valore di $cmd_h\%$ che porta a regime al raggiungimento di tale temperatura, in funzione della temperatura della camicia, è:

$$cmd_h\% = \alpha_H(T_{heater \max} - T_{jacket}) \frac{100}{\beta_H} \quad (4.58)$$

Questo valore di saturazione “dinamica” viene utilizzato per modificare la 4.35 nel seguente modo:

$$0 \leq u \leq \min\left\{100, \alpha_H(T_{heater \max} - T_{jacket}) \frac{100}{\beta_H}\right\} \quad (4.59)$$

In questo modo la saturazione dinamica di sicurezza interviene solo quando necessario, ossia quando un valore della variabile di controllo u porterebbe la temperatura del riscaldatore oltre $T_{h \max}$.

Si mostra di seguito una prova di simulazione eseguita sul modello semplificato senza ricircolo con controllo a struttura variabile. I dati impiegati sono quelli contenuti nell'appendice A.

Si osservi l'andamento delle variabili di stato nella figura 4.31 in risposta ad uno step del riferimento da 24.5°C a 45°C, con $T_{heater \max} = 50^\circ\text{C}$, si noti come la temperatura del riscaldatore viene effettivamente saturata a 50°C.

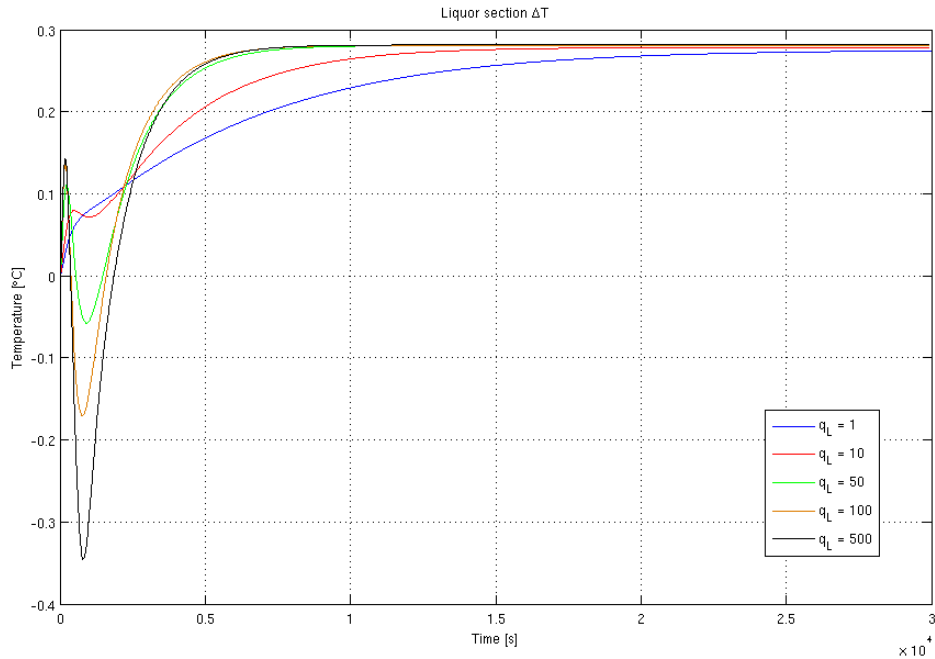


Figura 4.30: Andamento della differenza di temperature fra le due sezioni

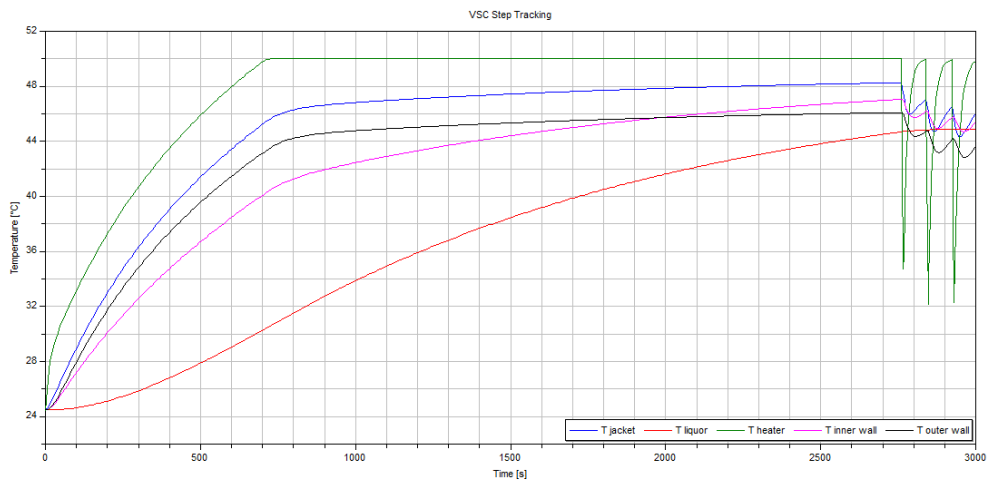


Figura 4.31: Saturazione di T_{heater}

Vengono infine posti a confronti gli andamenti della variabile di controllo, in figura 4.32, e della temperatura della biomassa, in figura 4.33. Si noti come al tempo $t = 700$, per il quale si verifica la condizione $T_{heater} = T_{heater\ max}$, intervenga la saturazione dinamica: nel caso in cui è attiva (in rosso in entrambi i grafici) essa porta ad una graduale diminuzione della variabile di controllo in modo tale da mantenere la temperatura del riscaldatore fissa al valore imposto da $T_{heater\ max}$.

Ciò porta inevitabilmente ad un aumento del tempo di risposta, in quanto viene impiegata

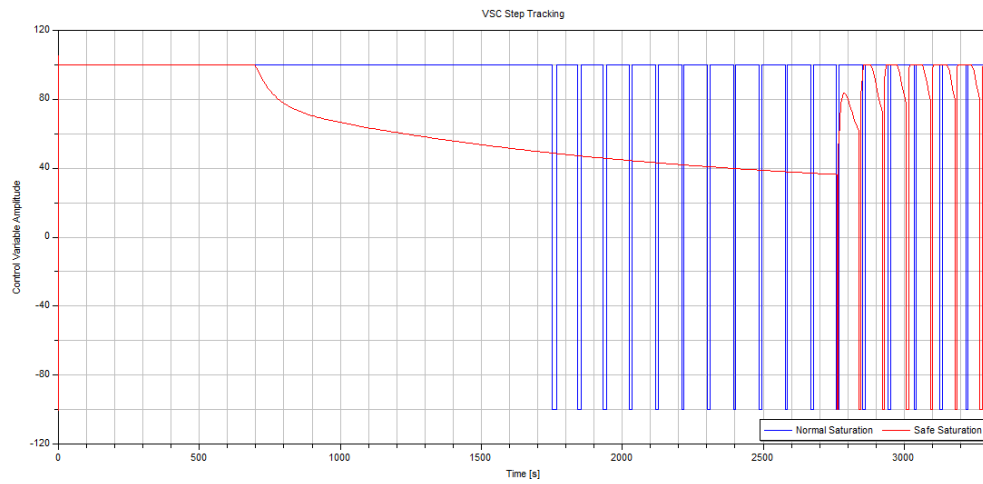


Figura 4.32: Variabili di controllo: confronto con e senza saturazione dinamica

un'energia di controllo minore rispetto al caso in cui la saturazione dinamica non è attiva.

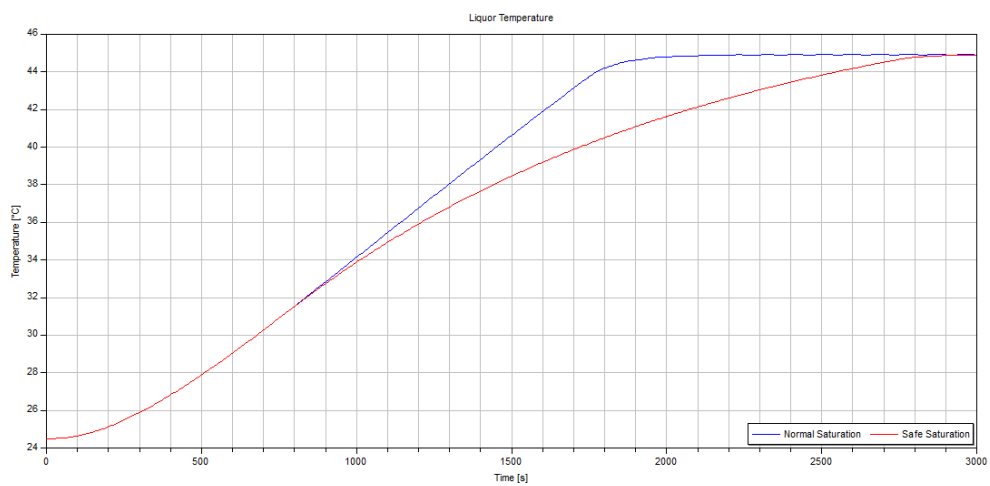


Figura 4.33: Risposta riferimento a scalino: confronto con e senza saturazione dinamica

Capitolo 5

Conclusioni e sviluppi futuri

Modellistica Completa

Durante il lavoro di tesi si è sviluppato un modello completo di un impianto di digestione anaerobica, costruendo una libreria nel linguaggio ad oggetti *Modelica*, scelto perché impiega un approccio acausale e per la elevata modularità che lo contraddistingue.

La libreria sviluppata include i modelli di tutti i componenti dell'impianto, anche se l'attenzione è stata focalizzata sul vaso contenente la biomassa, per il quale, tramite la discretizzazione mediante volumi finiti, si è ottenuto una buona approssimazione del fenomeno di ricircolo naturale; questo è essenziale per descrivere la distribuzione della temperatura all'interno della biomassa stessa.

Il modello sviluppato è stato validato con dati sperimentali ottenuti da prove in anello chiuso. Si è riscontrata una buona aderenza dell'impianto simulato e reale. Un'analisi più approfondita potrà essere condotta inserendo ulteriori sonde di temperatura all'interno della biomassa, in modo da poter disporre di misure di temperature di diverse aree della stessa, così da verificare che la distribuzione di temperatura prevista dal modello sia simile a quella reale.

Modellistica Semplificata

Si è poi passati alla semplificazione del modello completo sviluppato, troppo complesso per essere utilizzato per la sintesi di logiche di controllo. Due sono i modelli ridotti ottenuti:

- Modello semplificato senza ricircolo
- Modello semplificato con ricircolo

Il primo, poiché si è deciso di trascurare il fenomeno di ricircolo naturale, è un modello a parametri concentrati in cui ogni elemento del vaso è descritto da una singola variabile di stato.

Il secondo invece è un modello a in cui il vaso è sezionato in due fasce, in modo tale da poter rendere conto di una distribuzione non uniforme della temperatura introducendo il minimo numero di variabili possibile.

Per entrambi si omette la descrizione delle tubazioni, mentre la presenza delle valvole è semplificata da variabili *booleane*.

Ambedue i modelli ridotti sono stati confrontati con il modello completo, al fine di verificarne la coerenza in termini di andamento della temperatura media e, nel caso del secondo, della portata di ricircolo naturale. Si è ottenuta una buona aderenza dei modelli semplificati, anche in risposta a passaggi repentini tra riscaldamento e raffreddamento.

Controllo

Inizialmente si è studiato lo stato dell'arte della regolazione di temperatura della biomassa contenuta nel vaso.

Il regolatore impiegato è un PI, mentre grazie alle tecniche di *Time Division Output* e *Split-Range* si sono risolte, rispettivamente, le problematiche legate all'assenza di un attuatore modulabile e alla presenza di due circuiti idraulici differenti per il raffreddamento e il riscaldamento.

Il lavoro di tesi si è poi concentrato sullo sviluppo di tecniche di controllo più sofisticate, al fine di migliorare le prestazioni e inserire obiettivi non considerabili con il solo uso di un regolatore PI.

In particolare si è ideata una legge di *Split-Range* non lineare volta all'"uniformazione" dell'uso degli attuatori, in modo tale che, una volta applicata, si potesse disporre di un classico sistema a singolo ingresso e singola uscita sul quale effettuare il progetto dei controlli avanzati.

Per ottenere le massime prestazioni in termini di tempo di risposta si è sviluppata una legge di controllo a struttura variabile basata sull'imposizione di una dinamica di convergenza a zero dell'errore. Lo sviluppo della tecnica, denominata *VSC error-oriented* è stato portato avanti in termini generali per un qualsiasi sistema affine nel controllo, determinando una formulazione generica della legge di controllo e studiandone la stabilità in anello chiuso per il caso particolare dei sistemi lineari. I risultati ottenuti sono poi stati impiegati per la progettazione del controllo a struttura variabile utilizzando il modello ridotto senza ricircolo.

Sviluppi futuri atti a migliorare il controllo VSC dovranno risolvere i problemi legati alla presenza di derivata di ordine elevato dell'errore, calcolato qui in modo poco preciso tramite una catena di derivatori filtrati, e analizzare in maniera più esaustiva e rigorosa la robustezza rispetto ad errori di misura, rumori e relativi a dinamiche non modellate.

L'applicazione del controllo predittivo, meglio noto come MPC, ha permesso di determinare un sistema di regolazione in grado di influire sulla distribuzione di temperatura all'interno della biomassa. In particolare sono state minimizzate le oscillazioni presenti nel transitorio di raggiungimento della temperatura media di riferimento, ottenendo un'andamento molto più morbido rispetto a quanto si verifica con le altre logiche. Ciò è stato possibile sfruttando la peculiarità del modello ridotto con ricircolo; è stata infatti introdotta nella cifra di merito minimizzata dall'MPC la differenza fra le temperature medie della fascia inferiore e superiore, che è un buon indicatore della distribuzione di temperatura all'interno della biomassa.

L'introduzione di un'azione integrale sull'errore, non valutata nell'ambito di questa tesi, dovrà in futuro essere presa in considerazione in modo tale da potere garantire l'inseguimento più agevole di segnali di riferimento riguardanti la temperatura media della biomassa.

Grazie allo sviluppo di una saturazione dinamica della variabile di controllo è stato possibile imporre una massima temperatura dell'acqua presente nel circuito idraulico impattando sulle prestazioni solo quando strettamente necessario a non oltrepassare il limite prestabilito. Ciò è importante ai fini di preservare l'integrità dei vari componenti dell'impianto e di garantire la sicurezza degli operatori, senza però causare eccessive perdite in termini di prestazioni.

Sarà di notevole interesse affiancare alla saturazione dinamica altri accorgimenti atti a garantire un buon livello di sicurezza quali l'impiego di tecniche di *fault detection* e controllo *fault tolerant*.

Appendice A

Parametri

Pompa volumetrica

Simbolo	Nome	Valore
K	Cilindrata	$3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
ω	Numero di giri al minuto	600 rpm

Tabella A.1

Tubi

Simbolo	Nome	Valore
C_f	Numero di Fanning	0.005
d	Diametro	0.01 m
L	Lunghezza	1 m

Tabella A.2

Valvole

Simbolo	Nome	Valore
A_v	Massima apertura della valvola	$3.13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
C_r	Coefficiente di perdita di pressione	1

Tabella A.3

Riscaldatore

Simbolo	Nome	Valore
L	Lunghezza	0.2 m
d	Diametro	0.05 m
C_f	Numero di Fanning	0.005
Q	Potenza termica	600 W

Tabella A.4

Vaso

Simbolo	Nome	Valore
h	Altezza	0.3 m
R	Raggio	0.075 m
δ_w	Spessore pareti	0.003 m
δ_j	Spessore camicia	0.012 m
N	Numero di fasce	10
$\gamma_{wall\ air}$	Coefficiente di scambio termico tra parete e aria	40 $\frac{W}{m^2K}$
$\gamma_{wall\ water}$	Coefficiente di scambio termico tra parete e acqua	400 $\frac{W}{m^2K}$
$\gamma_{wall\ liquor}$	Coefficiente di scambio termico tra parete e biomassa	200 $\frac{W}{m^2K}$
γ_{rec}	Coefficiente di scambio termico della biomassa	2000 $\frac{W}{m^2K}$
c_{liquor}	Calore specifico biomassa	4186 $\frac{J}{kgK}$
c_{wall}	Calore specifico delle pareti	837.2 $\frac{J}{kgK}$
c_{water}	Calore specifico dell'acqua	4186 $\frac{J}{kgK}$
ρ_{wall}	Densità delle pareti	2500 $\frac{kg}{m^3}$
ρ_{water}	Densità dell'acqua	1000 $\frac{kg}{m^3}$

Tabella A.5

In figura A.1 vengono indicati i parametri geometrici del vaso.

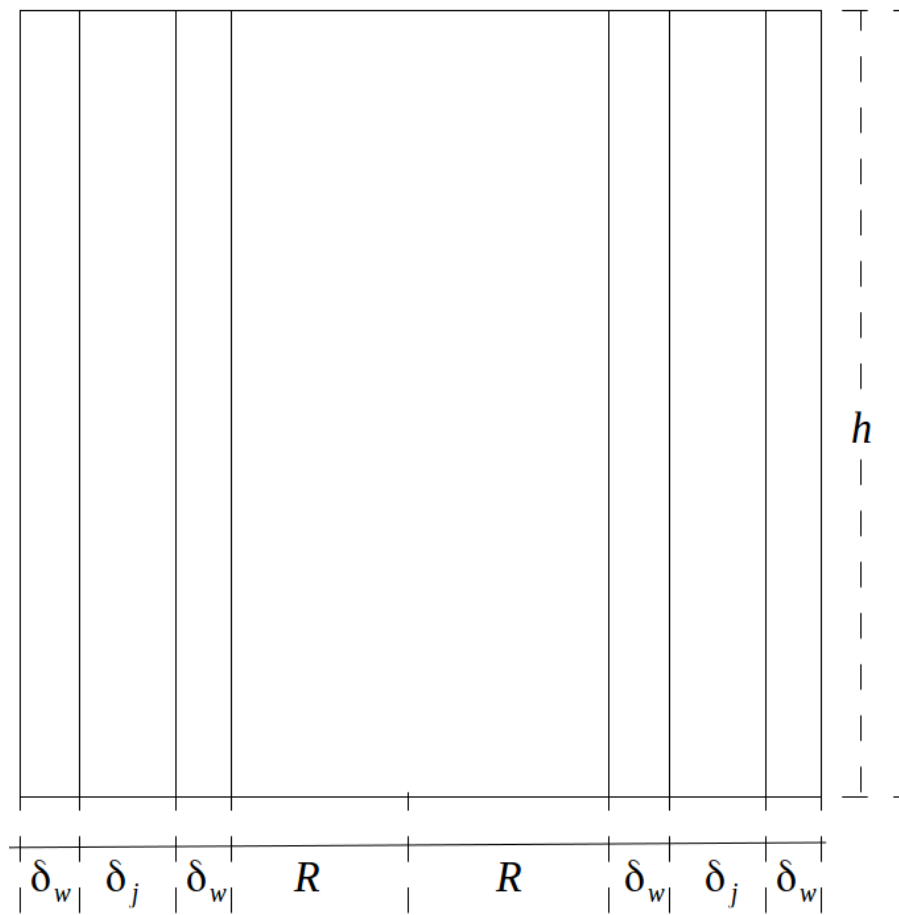


Figura A.1

Appendice B

Sviluppo della tecnica VSC "error-oriented"

Introduzione

In questo appendice si descrive nel dettaglio la variazione del controllo *sliding mode* basata su un approccio *error-oriented* sviluppata per il controllo della temperatura della biomassa. La trattazione è qui sviluppata su un qualsiasi sistema SISO (*Single Input Single Output*) affine nel controllo, ossia esprimibile nella forma:

$$\begin{cases} x = a(x) + b(x)u, & x \in R^n, \quad u \in R \\ y = c(x), & y \in R \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Lo scopo è quello di impiegare una legge discontinua per attrarre e mantenere l'uscita di un sistema SISO su di una funzione affine, che imponga la convergenza a zero dell'errore fra l'uscita misurata e il segnale di riferimento.

L'implementazione di questa logica non è in grado di garantire a priori la stabilità del sistema in anello chiuso: ciò significa che non è possibile scegliere liberamente la funzione affine, ma si dovrà verificare a posteriori che la scelta effettuata dia luogo ad un sistema in anello chiuso stabile.

B.1 Scelta della funzione affine

La funzione affine è il cuore del controllo a struttura variabile e va progettata in modo tale da assegnare un particolare comportamento dinamico al sistema sotto controllo.

Nel caso della tecnica VSC *error-oriented* si è scelta una classe di funzioni affini che permettono di garantire un tempo di convergenza asintotica a zero dell'errore. La suddetta classe di funzioni altro non è che una sommatoria pesata dell'errore e delle sue derivate in modo tale che quando vale la condizione $s = 0$ tale sommatoria viene eguagliata a zero: dinamicamente ciò implica la convergenza asintotica all'errore nullo con un movimento assegnabile tramite la scelta dei coefficienti che pesano le varie derivate.

L'ordine massimo della derivata dell'errore presente nella funzione affine viene scelto in modo tale da poter costruire agevolmente la legge di controllo che imponga il comportamento desiderato al sistema. Per ragioni che saranno più chiare nel paragrafo successivo ciò avviene se la sommatoria viene arrestata all'intero r , dove r è il grado relativo del sistema, ossia l'ordine minimo della derivata

dell'uscita y direttamente influenzata dall'ingresso u .

La funzione affine sarà quindi del tipo:

$$s(x(t)) = \sum_{i=1}^r \frac{k_i d^{i-1} e}{dt^{i-1}} \quad (\text{B.2})$$

Il comportamento dell'errore una volta che il sistema si è portato su di essa, ossia quando vale $s = 0$ è dato da:

$$\sum_{i=1}^r \frac{k_i d^{i-1} e}{dt^{i-1}} = 0 \quad (\text{B.3})$$

che ponendo

$$x_i = \frac{d^{i-1} e}{dt^{i-1}} \quad (\text{B.4})$$

è analogo al sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots \\ \dot{x}_i = x_{i+1} \\ \dots \\ \dot{x}_{r-1} = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - \dots - k_{r-1} x_{r-1} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Che è un sistema libero in forma canonica di raggiungibilità la cui matrice della dinamica è

$$A_{err} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_{r-1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Gli autovalori di A_{err} possono essere collocati tramite la scelta dei coefficienti k_i , imponendo quindi un tempo di convergenza a zero dello stato del sistema, e quindi dell'errore.

B.2 Legge di convergenza alla funzione affine

Come già anticipato la convergenza alla funzione affine viene garantita da una legge discontinua. Si è scelto di impiegare un approccio analogo a quanto ben descritto in [3] per il controllo *sliding mode* classico, che garantisce il raggiungimento della funzione affine in tempo finito.

Questo approccio si basa sulla teoria di Lyapunov che viene qui richiamata in sintesi insieme alle definizioni di funzione (semi) definita positiva (negativa).

Definizione 1. Una funzione scalare $V(x)$, continua con le sue derivate prime, è localmente:

- definita positiva se $V(\bar{x}) = 0$ e $V(x) > 0$ per ogni x che appartiene a un intorno di \bar{x} ;
- semidefinita positiva se $V(\bar{x}) = 0$ e $V(x) \geq 0$ per ogni x che appartiene a un intorno di \bar{x} ;
- definita negativa se $V(\bar{x}) = 0$ e $V(x) < 0$ per ogni x che appartiene a un intorno di \bar{x} ;
- semidefinita negativa se $V(\bar{x}) = 0$ e $V(x) \leq 0$ per ogni x che appartiene a un intorno di \bar{x} .

Le definizioni precedenti sono *globali* se le condizioni corrispondenti sono verificate per ogni $x \neq \bar{x}$.

Dato il sistema

$$\dot{x} = \phi(x) \quad (\text{B.7})$$

con ϕ è una funzione continua con la sua derivata, e l'equilibrio \bar{x} , vale il seguente risultato.

Teorema B.2.1. Se esiste una funzione $V(x)$ continua con la sua derivata, definita positiva in \bar{x} e tale che $\dot{V}(x)$ è semidefinita negativa in \bar{x} , cioè tale che per ogni x appartenente ad un intorno di \bar{x} ,

$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dV}{dx} \phi(x) \leq 0 \quad (\text{B.8})$$

allora \bar{x} è un punto di equilibrio stabile.

Teorema B.2.2. Se valgono le ipotesi precedenti e in più \dot{V} è definita negativa in \bar{x} , allora \bar{x} è un punto di equilibrio asintoticamente stabile.

La convergenza al punto di equilibrio $s = 0$ è quindi ottenuta imponendo il seguente comportamento della sua derivata:

$$s' = \frac{ds}{dt} = -q \operatorname{sign}(s) \quad , \quad q > 0 \quad (\text{B.9})$$

Infatti scegliendo come funzione di Lyapunov

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2 \quad (\text{B.10})$$

si ha

$$V'(s) = s s' = -q|s| \quad (\text{B.11})$$

poichè $V(s)$ è definita positiva in zero e $\dot{V}(s)$ è definita negativa in zero per qualsiasi valore di s diverso da zero, per il teorema B.2.2, $s = 0$ è un equilibrio globalmente asintoticamente stabile.

Il tempo di convergenza a detto equilibrio è finito, infatti dalla B.9 si ricava

$$dt = \frac{ds}{s'} \quad (\text{B.12})$$

integrando tra $s = 0$ e $s = s_2 = s(e(0), e'(0), e''(0), e'''(0))$

$$T = \int_{s_2}^0 \frac{1}{s'} ds \quad (\text{B.13})$$

$$T = \int_{s_2}^0 \frac{1}{-q \operatorname{sign}(s)} ds \quad (\text{B.14})$$

$$T = \left[\frac{s}{-q \operatorname{sign}(s)} \right]_{s_2}^0 = \left[\frac{|s|}{-q} \right]_{s_2}^0 \quad (\text{B.15})$$

$$t_r = \frac{|s_2|}{q} = \frac{|s(e(0), e'(0), e''(0), e'''(0))|}{q} \quad (\text{B.16})$$

B.3 Derivazione della legge di controllo

Si passa ora alla derivazione di una legge di controllo che attiri il sistema B.1 sulla funzione affine progettata e faccia in seguito convergere l'errore a zero secondo la dinamica determinata con la scelta dei coefficienti $k_1, k_2, \dots, k_{r-1}, k_r$.

Ricordando il comportamento assegnato alla derivata della funzione affine nel paragrafo riguardante la legge di convergenza ad $s = 0$:

$$\dot{s} = -q \operatorname{sign}(s) \quad (\text{B.17})$$

Poiché la funzione affine è:

$$s(x(t)) = \sum_{i=1}^r \frac{k_i d^{i-1} e}{dt^{i-1}} \quad (\text{B.18})$$

La sua derivata nel tempo vale:

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^r \frac{k_i d^i e}{dt^i} \quad (\text{B.19})$$

Quindi:

$$\sum_{i=1}^r \frac{k_i d^i e}{dt^i} = -q \operatorname{sign}(s) \quad (\text{B.20})$$

Poiché $e = y_{set} - y$, e supponendo segnali di riferimento y_{set} costanti a tratti si ha che

$$\frac{d^i e}{dt^i} = -\frac{d^i y}{dt^i} \quad (\text{B.21})$$

Risulta ora chiaro perché la sommatoria sia stata arrestata all'intero r : esso è il minimo numero di derivazioni dell'uscita che è necessario effettuare perché la variabile di controllo u possa apparire esplicitamente dalla sommatoria e possa quindi essere determinata una legge di controllo eguagliano la B.20 con la B.21.

Per determinare il grado relativo r di un sistema analogo al B.1 è necessario quindi calcolare le derivate dell'uscita $y = c(x)$. Per maggiore chiarezza dei calcoli che seguiranno è utile richiamare la definizione di derivata di Lie.

Definizione 2. Sia A un sottoinsieme aperto di R^n e $f(x) : A \rightarrow R^n$ un campo vettoriale regolare definito su A . L'operatore L_f definito nel modo seguente:

$$L_f = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\delta}{\delta x} \quad (\text{B.22})$$

è detto *derivazione di Lie* lungo f .

Dato un campo vettoriale $h : A \rightarrow R^m$ si ha:

$$L_f h = h_x f : A \rightarrow R^m \quad (\text{B.23})$$

dove h_x è lo jacobiano di h rispetto a x : $h_x = \frac{\delta h}{\delta x}$.

La derivazione di Lie lungo f può essere reiterata:

$$L_f^2 h = L_f(L_f h) \quad (\text{B.24})$$

e in generale

$$L_f^k h = L_f(L_f^{k-1} h), \quad L_f^0 h = h \quad (\text{B.25})$$

Infine dato un campo $g : A \rightarrow R^n$ a valori in R^n come f

$$L_g L_f h = \frac{\delta(L_f h)}{\delta x} g \quad (\text{B.26})$$

Applicando le precedenti definizioni al sistema B.1 si ricava la seguente espressione della derivata prima dell'uscita $y = c(x)$:

$$\dot{y} = \frac{d(c(x))}{dt} = \frac{\delta(c(x))}{\delta x} \dot{x} = c_x(a(x) + b(x)u) = L_a c + L_b c \quad (\text{B.27})$$

E in generale:

$$\frac{d^i y}{dt^i} = \frac{d(c(x))}{dt^i} = L_a^i c + L_b L_a^{i-1} c \quad (\text{B.28})$$

Il grado relativo in x_0 può quindi essere calcolato come il più piccolo intero r per cui vale che $L_b L_a^{r-1} c$ è diverso da zero in un intorno di x_0 .

Ricordando che si sono supposti segnali di riferimento y_{set} costanti a tratti, si perviene alla seguente espressione della derivata dell'errore:

$$\begin{bmatrix} \frac{de}{dt} \\ \frac{d^2 e}{dt^2} \\ \dots \\ \frac{d^{r-1} e}{dt^{r-1}} \\ \frac{d^r e}{dt^r} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} \\ \dots \\ \frac{d^{r-1} y}{dt^{r-1}} \\ \frac{d^r y}{dt^r} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} L_a c \\ L_a^2 c \\ \dots \\ L_a^{r-1} c \\ L_a^r c + u L_b L_a^{r-1} c \end{bmatrix} \quad (\text{B.29})$$

sia $K = [k_1 \dots k_r]$ e $\tilde{O}(x) = [L_a c \dots L_a^r c]^T$

$$-K \tilde{O}(x) - k_r u L_b L_a^{r-1} c = -q \text{sign}(s) \quad (\text{B.30})$$

Esplicitando rispetto ad u si ottiene infine la legge di controllo:

$$u = \frac{1}{k_r L_b L_a^{r-1} c} (-K \tilde{O}(x) + q \text{sign}(s)) \quad (\text{B.31})$$

Le condizioni di esistenza impongono che i termini k_r ed $L_b L_a^{r-1} c$ siano diversi da zero.

Ciò è sempre verificato per quanto riguarda k_r in quanto tutti i termini di K devono essere diversi da zero.

Il termine $L_b L_a^{r-1} c$ è invece non nullo in tutti i punti dello spazio di stato in cui il grado relativo è r . La legge di controllo sarà applicabile quindi limitatamente ai suddetti punti: ciò è però naturale considerando che una delle ipotesi introduttive è proprio che il sistema abbia grado relativo r nei punti di interesse.

Lo schema di controllo è quello mostrato in figura B.1

B.4 Stabilità in anello chiuso

Lo studio della stabilità in anello chiuso può essere suddiviso in due casi:

- Transitorio di raggiungimento della funzione affine ($s \neq 0$).
- Dinamica sulla funzione affine ($s = 0$).

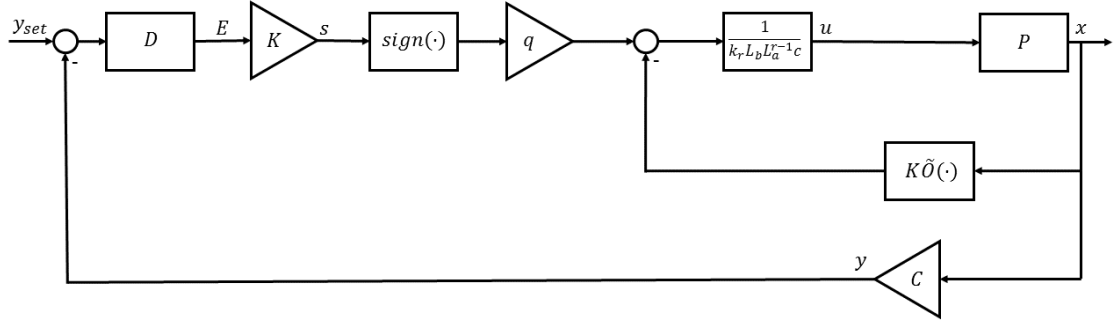


Figura B.1

Caso $s \neq 0$

Durante questa fase la stabilità è intrinsecamente data dal comportamento imposto alla derivata della funzione affine dalla legge discontinua.

Essa è infatti stata determinata in modo tale da garantire che il sistema raggiunga la funzione affine in tempo finito: ciò è stato possibile imponendo che il punto $s = 0$ sia un punto di equilibrio globalmente asintoticamente stabile.

La stabilità nel caso $s \neq 0$, come già dimostrato nel capitolo B.2, è garantita dalla struttura stessa della legge di controllo.

Caso $s = 0$

Viene ora analizzata la stabilità del sistema in anello chiuso una volta raggiunta la funzione affine, ossia quando vale $s = 0$. Il raggiungimento della stessa e in seguito la convergenza a zero dell'errore non danno infatti alcuna garanzia in merito alla stabilità del sistema in anello chiuso, che va verificata a posteriori analizzando il sistema ottenuto applicando la legge di controllo sviluppata nel paragrafo precedente:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(x) + b(x)u \\ y = c(x) \\ u = \frac{1}{k_r L_b L_a^{r-1} c} (-K\tilde{O} + q \operatorname{sign}(s)) \end{cases} \quad (\text{B.32})$$

Determinare la stabilità di questo sistema al variare del vettore K , è in generale un problema tutt'altro che banale, per il quale si rimanda alla teoria della biforcazione, che studia la stabilità di sistemi parametrici.

Se invece il vettore K è noto poiché già calcolato per l'assegnamento dei poli caratterizzanti la dinamica di convergenza dell'errore lo studio della stabilità diventa importante per verificare che tale scelta non causi l'insorgere di fenomeni di divergenza di alcune variabili di stato.

Per i sistemi lineari lo studio è reso più semplice dal fatto che la legge di controllo altro non è che una combinazione lineare delle variabili di stato ed è quindi possibile determinare direttamente la matrice della dinamica del sistema in anello chiuso.

La matrice $\tilde{O} = [L_a c \dots L_a^r c]^T$, poiché $L_a^i c = C A^i x$ diventa infatti

$$\tilde{O} = [CAx \dots CA^r x]^T = [CA \dots CA^r]^T x = \hat{O}x \quad (\text{B.33})$$

dove \hat{O} corrisponde alle prime r righe della matrice di osservabilità della coppia (A,C).
Ciò consente di riscrivere la B.31 come

$$u = \frac{1}{k_r C A^{r-1} B} (-K \hat{O} x - q \operatorname{sign}(s)) \quad (\text{B.34})$$

La matrice della dinamica del sistema in anello chiuso è quindi data da (si ricordi che $s = 0$)

$$\tilde{A} = A - \frac{1}{k_r C A^{r-1} B} K \hat{O} \quad (\text{B.35})$$

Fra gli autovalori di questa matrice ve ne sarà sempre uno nell'origine: ciò non è dovuto al fatto che la legge di controllo introduce una dinamica semplicemente stabile, ma è la naturale conseguenza della riduzione dell'ordine del sistema che si verifica una volta giunti sulla *funzione affine*.

Ciò risulta più chiaro se si analizza nel dettaglio il comportamento imposto dal VSC. Poiché la legge di controllo è stata ricavata con lo scopo di imporre che $\dot{s} = -q \operatorname{sign}(s)$ e che sulla funzione affine vale $s = 0$ si ha:

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^r \frac{k_i d^i e}{dt^i} = - \sum_{i=1}^r \frac{k_i d^i y}{dt^i} = 0 \quad (\text{B.36})$$

Ricordando che $\frac{d^i y}{dt^i} = C A^i x + C A^{i-1} B u = C A^{i-1} \dot{x}$ per i che va da 1 a r si ha:

$$- \sum_{i=1}^r \frac{k_i d^i y}{dt^i} = -k_1 C \dot{x} - \dots - k_r C A^{r-1} \dot{x} = 0 \quad (\text{B.37})$$

Che è un'equazione scalare in n incognite, dove n è l'ordine del sistema, e che ha quindi $n - 1$ gradi di libertà. È dunque possibile esprimere una derivata di una variabile di stato in funzione delle altre. Si supponga, senza perdita di generalità, di esplicitare il vincolo fra le derivate rispetto ad \dot{x}_n :

$$\dot{x}_n = f(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_{n-1}) \quad (\text{B.38})$$

dove $f(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_{n-1})$ è una combinazione lineare delle derivate dello stato ridotto $\hat{\tilde{x}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_{n-1}]^T$ e può quindi essere riscritta come

$$\dot{x}_n = f(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_{n-1}) = \tilde{a} \hat{\tilde{x}} \quad (\text{B.39})$$

Poiché ad ogni derivata di una variabile di stato corrisponde una riga della matrice della dinamica si ha in questo caso che la riga n è combinazione lineare delle precedenti $n - 1$: ciò causa una perdita di rango della matrice stessa e spiega l'insorgere dell'autovalore nell'origine. Esso non ha quindi natura dinamica ma, come già anticipato, è dovuto all'applicazione della legge di controllo che permette di ottenere un sistema di ordine ridotto una volta giunti sulla funzione affine. Si consideri infatti il sistema in anello chiuso:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \hat{A} \tilde{x} + \hat{a} x_n \\ \dot{x}_n = \tilde{a} \hat{\tilde{x}} = \tilde{a} \hat{A} \tilde{x} + \tilde{a} \hat{a} x_n \end{cases} \quad (\text{B.40})$$

Dove

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{a} \\ \tilde{a} \hat{A} & \tilde{a} \hat{a} \end{bmatrix}$$

Integrando la seconda equazione si ha:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \hat{A} \tilde{x} + \hat{a} x_n \\ x_n = \tilde{a} \tilde{x} + c \end{cases} \quad (\text{B.41})$$

Sostituendo infine x_n nella prima equazione si perviene infine al sistema ridotto di ordine $n - 1$:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = (\hat{A} + \hat{a}\tilde{a})\tilde{x} + \hat{a}\tilde{a}c \\ x_n = \tilde{a}\tilde{x} + c \end{cases} \quad (\text{B.42})$$

È facile dimostrare che i sistemi B.40 e B.42 hanno gli stessi autovalori, a meno del polo nell'origine. Si sostituisca la seconda delle B.41 nel sistema B.40:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \hat{A}\tilde{x} + \hat{a}\tilde{a}\tilde{x} + \hat{a}\tilde{a}c \\ \dot{x}_n = \tilde{a}\dot{\tilde{x}} = \tilde{a}\hat{A}\tilde{x} + \tilde{a}\hat{a}\tilde{a}\tilde{x} + \hat{a}\tilde{a}c \end{cases} \quad (\text{B.43})$$

La cui matrice della dinamica è data da:

$$\begin{bmatrix} \hat{A} + \hat{a}\tilde{a} & 0 \\ \tilde{a}\hat{A} + \tilde{a}\hat{a}\tilde{a} & 0 \end{bmatrix}$$

Che è nella forma triangolare bassa: i suoi autovalori saranno quindi dati da quelli di $\hat{A} + \hat{a}\tilde{a}$, che è la matrice della dinamica del sistema B.42, più uno nell'origine.

È invece semplice ricavare dalla condizione $s = 0$ che la costante di integrazione c debba essere posta uguale al valore del segnale di riferimento y_{ref}

È quindi possibile evitare di ricavare il sistema ridotto e limitarsi ad applicare la legge di controllo al sistema in anello aperto, ottenendo la matrice in anello chiuso \hat{A} . I poli della quale, eccetto quello in zero, forniscono la verifica della stabilità del sistema sulla *funzione affine*.

B.5 Filtraggio della variabile di controllo

Una problematica che ostacola l'impiego del controllo a struttura variabile è il fenomeno di *chattering*. Ciò consiste in forti oscillazioni della variabile di controllo causate dallo switching a frequenza teoricamente infinita che avviene una volta che il sistema si è posto sulla *funzione affine*. Il chattering è potenzialmente dannoso sia per gli attuatori che per il processo sotto controllo: le forti oscillazioni possono arrecare danni o rotture dei primi ed eccitare dinamiche non modellate del processo che possono dare luogo a fenomeni di instabilità.

A tale scopo si rivela importante prendere in considerazione un'azione di filtraggio della variabile di controllo.

L'approccio *error-oriented* qui presentato ben si presta all'introduzione di tale filtraggio, in quanto è sufficiente inserire nelle equazioni del sistema la realizzazione in spazio di stato del filtro, che viene tipicamente progettato nel dominio delle frequenze. Si otterrà così un sistema *allargato*, il quale sarà poi impiegato per la sintesi della legge di controllo.

A titolo di esempio si consideri il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 + u \end{cases} \quad (\text{B.44})$$

Si allarghi ora il sistema introducendo l'ingresso ausiliario v di cui u è l'integrale:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 + u \\ \dot{u} = v \end{cases} \quad (\text{B.45})$$

Si è ottenuto un sistema di grado relativo 3 che può essere ora impiegato per la sintesi del controllo VSC come descritto nei paragrafi precedenti.

Si mostra l'andamento della variabile di controllo (figura B.2) e di uscita (figura B.3) con e senza filtraggio. In entrambi i casi il tempo di convergenza a zero dell'errore è stato scelto come $T_e = 2.5s$, e q è stato imposto a 50.

Si noti come l'ampiezza delle oscillazioni della variabile di controllo sia notevolmente diminuita

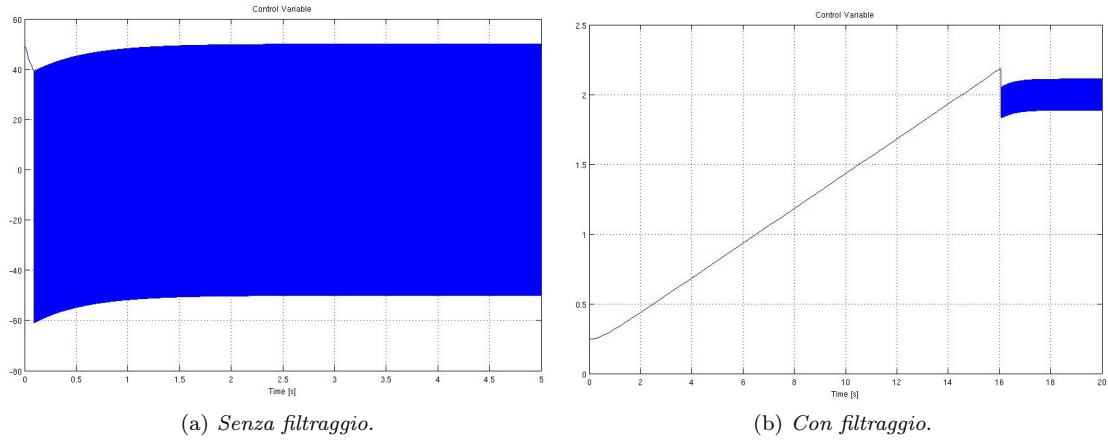


Figura B.2

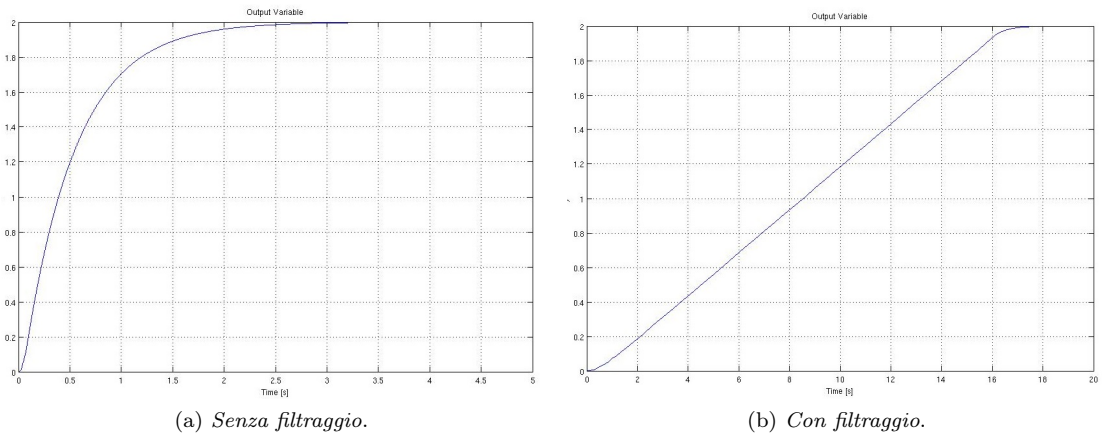


Figura B.3

grazie all'azione del filtro. Ciò avviene a discapito del tempo di raggiungimento della funzione affine, il quale è differente nonostante il valore di q sia il medesimo poichè varia la condizione iniziale.

Si ricorda infatti che $t_r = \frac{|s(0)|}{q}$.

B.6 Considerazioni sulla scelta dei parametri di progetto

I parametri sui quali il progettista può agire per ottenere le prestazioni desiderate dal sistema di controllo sono il vettore K e lo scalare q .

Come già anticipato in precedenza il primo viene determinato per assegnare i poli del sistema libero che governa la convergenza a zero dell'errore.

Una scelta tipica consiste nell'imporre una dinamica analoga a quella di un sistema del prim'ordine, posizionando un polo ad una pulsazione desiderata e i rimanenti ad almeno due decadi di distanza: in questo modo la dinamica sarà governata dal polo a più lento, mentre la presenza degli altri diviene trascurabile.

È quindi possibile assegnare un tempo di convergenza dell'errore posizionando il polo più lento alla pulsazione $\omega_1 = \frac{5}{T_e}$, dove T_e è il tempo di risposta desiderato.

Il parametro q determina invece il tempo di raggiungimento alla funzione affine. Esso è infatti dato da $t_r = \frac{|s(0)|}{q}$. Se $|s(0)|$ è noto, o quantomeno si conosce un suo valore nominale, q può essere tarato per imporre un valore di progetto a t_r . Alternativamente il valore di q può essere scelto per rispondere a requisiti sulla moderazione del controllo. Si osservi infatti la legge di controllo:

$$u = \frac{1}{k_r C A^{r-1} B} (-K\tilde{O}x - q \operatorname{sign}(s)) \quad (\text{B.46})$$

Si noti come l'ampiezza delle oscillazioni a frequenza infinita che hanno luogo una volta che il sistema si è portato sulla funzione affine sono determinate principalmente dal termine $\frac{q}{(k_r L_b L_a^{(r-1)} c)} \operatorname{sign}(s)$.

Se il termine $L_b L_a^{(r-1)} c$ è costante, come ad esempio nel caso di un sistema lineare, è possibile assegnare un'ampiezza di riferimento U_r scegliendo $q = U_r k_r L_b L_a^{(r-1)} c$. Se invece $L_b L_a^{(r-1)} c$ dipende dallo stato è comunque possibile impiegare un suo valore nominale o di massimo per la taratura del parametro q .

B.7 Conclusioni

La tecnica VSC *error-oriented* sviluppata coniuga la robustezza tipica dei sistemi di controllo a struttura variabile ad una semplicità di progettazione e taratura del controllore caratteristica dei regolatori PI.

Tramite la scelta di pochi parametri dal chiaro impatto sul sistema di controllo, è infatti possibile determinarne in modo semplice ed immediato il tempo di risposta, elemento chiave per ottenere le prestazioni desiderate in fase di progetto.

La possibilità di inserire facilmente il filtraggio della variabile di controllo, permette di rendere più morbida l'applicazione della legge discontinua, riducendo il fenomeno di *chattering* che può compromettere anche significativamente le prestazioni del sistema di controllo, se non danneggiare gli attuatori sollecitando dinamiche non modellate.

Sebbene non sia stato precedentemente discusso anche l'approssimazione della funzione segno per mezzo di un relè con isteresi e zona morta contribuisce a diminuire il pernicioso fenomeno di *chattering*.

La struttura della funzione e la robustezza data dalla legge discontinua garantiscono l'inseguimento del set-point pur senza la presenza di un'azione integrale: ciò permette di eliminare fenomeni di wind-up, rendendo il sistema più adatto ad operare con saturazione della variabile di controllo.

Sviluppi futuri dovranno incentrarsi sul miglioramento dello studio della stabilità in anello chiuso: è infatti di notevole importanza poter disporre di condizioni entro le quali sia garantita a priori questa fondamentale proprietà. Ciò svolge un ruolo di particolare rilievo per i sistemi non lineari, per i quali lo studio della stabilità al variare di parametri è di notevole difficoltà e può quindi presentare un ostacolo all'implementazione della tecnica sviluppata.

Di notevole interesse può inoltre essere l'estensione di quanto sviluppato anche al caso di sistemi multivariabili, in quanto potrebbe essere sviluppata una funzione affine indipendente per ogni variabile di uscita per la quale si intende imporre una dinamica di convergenza a zero dell'errore.

Ciò potrebbe garantire una elevata semplicità di taratura di sistemi di controllo MIMO, il cui problema di controllo è in generale di difficile soluzione.

Bibliografia

- [1] Bolzern Scattolini Schiavoni, *Fondamenti Di Controlli Automatici*. McGraw-Hill, 2008.
- [2] Magni Scattolini, *Complementi di Controlli Automatici*. Pitagora Editrice, 2006.
- [3] Khalil, *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, 2001.
- [4] Emelyanov, *Variable Structure Control Systems*. Moscow: Nauka (in Russian), 1967.
- [5] Andrzej Bartoszewicz, *On the robustness of variable structure systems in the presence of measurement noise*. Industrial Electronics Society, 1998. IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE (Volume:3).
- [6] Hung Et Al, *Variable Structure Control: a survey*. IEEE transactions on industrial electronics, Vol. 40, No. 1, 1993.
- [7] Dabroom, and Khalil *Numerical differentiation using high-gain observers*. Proceedings of the 37th Conference on Decision and Control (CDC'97), San Diego, CA, USA, December 1997, pp. 4790–4795.
- [8] Levant, *Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control*. Int. J. Control, 2003, Vol. 76, NOS 9/10, pp. 924–941.
- [9] B. Houska, H.J. Ferreau, and M. Diehl, *ACADO Toolkit – An Open Source Framework for Automatic Control and Dynamic Optimization*. Optimal Control Applications and Methods, 2011.
- [10] ACADO Toolkit User's Manual, Version 1.2.1 beta, 2014.
- [11] Cecchi, Battistoni, Pavan, Bolzonella, Innocenti, *Digestione anaerobica della frazione organica dei rifiuti solidi*. APAT, 2005.