

POLITECNICO DI MILANO
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA



**Strategie di regolazione della forza per
manipolatori controllati in impedenza.
Modellazione e sperimentazione.**

Relatore

Prof. Francesco BRAGHIN

Correlatori

Ing. Loris ROVEDA

Ing. Nicola PEDROCCHI

Ing. Federico VICENTINI

Tesi di laurea di

Niccolò IANNACCI Matr. 801884

Anno Accademico 2013/2014

“Noi robot non possiamo
provare emozioni e questo mi
rende molto triste.”

Bender (dal Film Futurama)

Ringraziamenti

Desidero innanzitutto ringraziare il mio relatore ing. Francesco Braghin e, in particolare il mio correlatore ing. Federico Vicentini che più di chiunque altro mi ha saputo consigliare, dandomi preziose indicazioni nello sviluppo della Tesi.

Un sentito ringraziamento va al gruppo ITIA con cui mi sono trovato a lavorare in questo periodo, con particolare riferimento agli ing. Nicola Pedrocchi e Loris Roveda, che più di tutti ha dovuto sopportarmi.

Infine, un ringraziamento speciale va ai miei genitori senza il cui costante supporto, dimostratomi principalmente nei momenti di difficoltà, non sarei mai riuscito a completare i miei studi universitari, né tantomeno a raggiungere questo ulteriore traguardo.

Indice

1	Introduzione	1
2	Compliant Motion Control	5
2.1	Introduzione e stato dell'arte	5
2.2	KUKA LWR	13
2.3	Architettura di controllo del KUKA LWR	15
2.3.1	Modello dinamico	16
2.3.2	Controllo in coppia	18
2.3.3	Controllo in impedenza nello spazio operativo	19
3	Strategia di Controllo	23
3.1	Introduzione	23
3.2	Modellazione dell'Ambiente	26
3.3	Modellazione del robot	27
3.4	Caratterizzazione del KUKA LWR 4+	29
3.4.1	Caratterizzazione Statica	31
3.4.2	Analisi dei risultati	31
3.4.3	Caratterizzazione Dinamica	34
3.4.4	Analisi dei risultati	35
3.4.5	Verifica dello Smorzamento	37
3.5	Scelta dei parametri di Impedenza	39
4	Progettazione del Controllo	41
4.1	Optimal Control Theory	42
4.1.1	Formulazione del problema	43
4.1.2	Funzionale di costo	44
4.1.3	Dynamic Programming	45
4.1.4	Principio di Ottimalità	46
4.1.5	Equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman	46
4.1.6	Linear Quadratic Regulator	47
4.2	Dinamica Accoppiata	50

4.3	Derivazione dell’Azione di Controllo	50
4.4	Scelta del funzionale di costo	52
4.4.1	Controllabilità del Sistema	53
4.4.2	Soluzione dell’Equazione Algebrica di Riccati	53
4.4.3	Verifica di Stabilità	54
4.5	Prefiltraggio del segnale di riferimento	57
4.6	Velocità ottima di avvicinamento	58
4.6.1	Analisi dei valori di velocità ottima ottenuti	61
4.7	Optimal Feedforward	65
4.8	Controllo nello spazio libero	68
5	Prove Sperimentali	71
5.1	Stima dei parametri dell’ambiente	71
5.1.1	Least Square	71
5.1.2	Recursive Least Square	72
5.1.3	Weighted Recursive Least Square	73
5.2	Applicazione	74
5.3	Simulazioni Numeriche	75
5.3.1	Verifica WRLS	76
5.3.2	Analisi della risposta al gradino	78
5.4	Set-Up Sperimentale	83
5.5	Scelta del peso q	84
5.5.1	Peso basso ($q = 10^{-6}$)	85
5.5.2	Peso basso ($q = 10^{-5}$)	87
5.5.3	Peso medio ($q = 10^{-4}$)	88
5.5.4	Peso alto ($q = 10^{-3}$)	88
5.5.5	Peso alto ($q = 10^{-2}$)	90
5.6	Verifica della stabilità al variare della rigidità dell’ambiente	91
5.7	Scelta del Compensatore	93
5.8	Andamento della risposta dopo l’impatto	96
5.8.1	Andamento sperimentale del funzionale	99
5.9	Introduzione del contributo di Feedforward ottimo	104
6	Conclusioni e Sviluppi Futuri	109
A	Sistema di equazioni	111
B	Sistema di equazioni	115
	Bibliografia	116

Elenco delle figure

2.1	controllo forza esplicito	7
2.2	controllo in forza con anello interno di posizione	7
2.3	Controllo in impedenza	9
2.4	dualità tra controllo in impedenza e controllo in ammettenza .	10
2.5	Modello di accoppiamento robot-ambiente	12
2.6	KUKA LWR	13
2.7	modello elastico del giunto del KUKA LWR	17
2.8	LWR: anello di controllo interno di coppia e anello di controllo esterno, tratto da [3]	19
2.9	LWR: controllo in impedenza nello spazio operativo, tratto da [3]	22
3.1	Controllo in impedenza	25
3.2	schema di controllo completo	26
3.3	schematizzazione dell'ambiente mediante un sistema discreto di molle smorzatori	27
3.4	schematizzazione dell'interazione robot-ambiente	28
3.5	Set-up sperimentale presso ITIA-CNR. (a) laser e sensore di forza, (b) accelerometro	30
3.6	Ciclo di isteresi ottenuto con il set 2 di parametri di impedenza	32
3.7	Set-up sperimentale presso ITIA-CNR utilizzato per lo sweep in forza	34
3.8	FRFs ottenute con il set 2 di parametri di impedenza	36
3.9	Scelta dei parametri di impedenza	39
4.1	Schema del regolatore	41
4.2	Closed-Loop Optimal Control	43
4.3	Open-Loop Optimal Control	43
4.4	Schema di Controllo	56
4.5	Schema di Controllo con filtraggio del segnale di riferimento .	57

4.6	Andamento del funzionale di costo al variare della velocità di contatto	62
4.7	Andamento della forza di contatto al variare della velocità iniziale	63
4.8	Andamento della velocità ottima in funzione della rigidezza ambiente e della costante del filtro	64
4.9	Schema di controllo con contributo aggiuntivo di feedforward .	67
4.10	Schema di controllo nello spazio libero	69
5.1	input e output RLS	73
5.2	RLS applicato alla stima di rigidezza e smorzamento	75
5.3	Stima della rigidezza ottenuta con WRLS senza rumore di misura	76
5.4	Stima dello smorzamento ottenuta con WRLS senza rumore di misura	77
5.5	Stima della rigidezza ottenuta con WRLS con rumore di misura	77
5.6	Stima dello smorzamento ottenuta con WRLS con rumore di misura	78
5.7	Simulazioni delle risposte ad un gradino di $10 N$ con e senza filtro passa-basso	79
5.8	Andamento della variabile di controllo Δx	80
5.9	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 15 rad/s$	81
5.10	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 10 rad/s$	81
5.11	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 rad/s$	82
5.12	Set-up sperimentale presso ITIA-CNR con i due KUKA a contatto. Il manipolatore ausiliario di sinistra fornisce condizioni ambientali note allo sperimentatore: è controllato ad impedenza costante ma non partecipa all'azione di controllo, né trasmette informazioni di controllo al manipolatore principale di destra.	83
5.13	Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-6}$	85
5.14	Stima della rigidezza ottenuta con WRLS	86
5.15	Stima dello smorzamento ottenuta con WRLS	86
5.16	Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-5}$	87
5.17	Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-4}$	88
5.18	Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-3}$	89
5.19	Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-2}$	90
5.20	Risposta del sistema al gradino di forza con rigidezza ambiente $1000 N/m$	91
5.21	Risposta del sistema al gradino di forza con rigidezza ambiente $3000 N/m$	91

5.22	Risposta del sistema al gradino di forza con rigidità ambiente 5000 N/m	92
5.23	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 20 \text{ rad/s}$	93
5.24	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 10 \text{ rad/s}$	93
5.25	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 \text{ rad/s}$	94
5.26	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 \text{ rad/s}$ e rigidità ambiente 5000 N/m	95
5.27	Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 \text{ rad/s}$ e robot comandato in posizione	95
5.28	Stima della rigidità ottenuta con robot che simula l'ambiente comandato in posizione	96
5.29	Andamento del performance index al variare della velocità di avvicinamento	98
5.30	Andamento della velocità ottima di avvicinamento al variare della rigidità dell'ambiente	99
5.31	Confronto dell'andamento del performance index numerico e sperimentale	100
5.32	Confronto dell'andamento del performance index numerico (cur- va blu) e interpolato (curva rossa)	101
5.33	Confronto tra velocità comandate (blu) e velocità medie effet- tive (rosso)	102
5.34	Andamento della forza ottenuto con la velocità ottima speri- mentale	103
5.35	Andamento della forza ottenuto con la velocità ottima calco- lata numericamente e ambiente di rigidità 5000 N/m	104
5.36	Confronto tra gli andamenti del performance index ottenuti con e senza azione di feedforward ottimo	105
5.37	Confronto tra risposta ottenuta con feedforward (curva nera) e senza (curva rossa) con velocità comandata di 15 mm/s	106
5.38	Confronto tra risposta ottenuta con feedforward (curva nera) e senza (curva rossa) con velocità comandata di 62.5 mm/s	107

Elenco delle tabelle

3.1	parametri impostati nella campagna di prove realizzate per la verifica dei parametri realizzati dal controllo	30
3.2	Joint angles nella configurazione analizzata	31
3.3	Rigidezza realizzata dal controllo con i set 1,2,3 di parametri di impedenza	31
3.4	Frequenze proprie del robot ottenute con i Set 1,2,3 di parametri di impedenza	34
3.5	Masse calcolate con i Set 1,2,3 di parametri di impedenza . . .	35
3.6	parametri di rigidezza impostati durante la campagna di prove realizzate per la verifica dei parametri di smorzamento realizzati dal controllo	37
3.7	parametri di smorzamento impostati durante la campagna di prove realizzate per la verifica dei parametri di smorzamento realizzati dal controllo	37
3.8	smorzamento adimensionale calcolato sperimentalmente per i diversi set di parametri impostati	38
4.1	Parametri utilizzati nell'esempio numerico in cui si risolve l'equazione di Riccati	56
4.2	Parametri impostati nel calcolo della velocità ottima	61

Abstract

Nella presente Tesi sono trattati gli aspetti caratterizzanti il *compliant motion control* di robot antropomorfi controllati in impedenza, in presenza di un ambiente (parzialmente) non noto geometricamente e meccanicamente. Viene analizzato lo stato dell'arte e validato un modello dinamico globale che considera l'accoppiamento del sistema robot controllato in impedenza con l'ambiente.

Più nel dettaglio viene sviluppata una strategia di controllo della forza di interazione tra manipolatore e ambiente, basata sulla teoria del controllo ottimo, che adatta i parametri di impedenza in linea sulla base delle stime di rigidità e smorzamento ambientali, ottenute attraverso uno stimatore. La capacità del controllo di adattare i suoi parametri ha consentito di ottenere un'interazione stabile al variare delle condizioni locali di lavoro. In particolare è stato perseguito l'obiettivo di ottenere un andamento della forza scambiata che non presenti overshoot rispetto al valore di riferimento desiderato, in modo da limitare il più possibile il rischio di danneggiamenti.

Per la derivazione della logica di controllo *model based* è stato sviluppato un modello del sistema robot-ambiente che consente di avere fuori linea una simulazione del comportamento dinamico del sistema controllato al variare delle rigidità della superficie di contatto.

Successivamente è stata svolta un'ottimizzazione della velocità di avvicinamento del manipolatore al variare della rigidità dell'ambiente, al fine di migliorare il tracking di forza durante la transizione tra moto nello spazio libero e moto nello spazio vincolato. La velocità ottenuta diventa input del controllore sviluppato per il moto nelle fasi di avvicinamento.

La piattaforma utilizzata comprende il framework di controllo e il robot KUKA LWR dell'Istituto di Tecnologie Industriali ed Automazione (ITIA) del CNR, presso il quale è stata svolta l'attività di modellazione e sperimentazione nell'ambito del robot-machining. Il manipolatore a disposizione è un robot leggero, sviluppato per soddisfare i requisiti richiesti di cedevolezza controllata e per realizzare un'interazione con utenti. Il controllo nativo di impedenza presente su tale piattaforma consente un disaccoppiamento dei

gradi di libertà che permettono il controllo indipendente di forza nella direzione del contatto e posizione nel piano parallelo alla superficie.

I risultati ottenuti dall'implementazione degli algoritmi sviluppati mostrano un effettivo adattamento del comportamento dinamico del robot controllato alle caratteristiche locali di contatto. È stata inoltre verificata sperimentalmente l'efficacia del controllo nel limitare gli overshoot di forza al variare della rigidità dell'ambiente.

Keywords: *Optimal Control, Linear Quadratic Regulator, Impedance Control, Adaptive Control, Recursive Least Squares, Optimal Approaching Velocity*

Abstract

In this Thesis *compliant motion control* topics are discussed for manipulators. Impedance control is used to control the manipulator in contact with a (partially) unknown environment. State of the art was analyzed. A dynamic model of the closed-loop robot-environment system was validated in order to develop a model based control logic. An adaptative force control strategy has been developed, based on the optimal control theory, that regulates the underlying impedance control parameters according to the on-line estimate of the environmental stiffness and damping. The adaptability of the control allowed to obtain a stable interaction despite the variable working conditions. In particular, it has been pursued the objective of obtaining a force response that presents no overshoot with respect to the desired reference.

The validated model has been used for off-line simulating the coupled system and design the control strategies. In particular, the realistic model has proven to be essential in deriving the optimal control parameters, tune the robot velocities and test a variety of environmental stiffness conditions.

Then an optimization of the manipulator approaching velocity has been carried out taking into account different stiffnesses of the environment. This allows to improve the force-tracking during the transition between the free-space motion and the constrained motion. The obtained velocity becomes the input for the controller used during the approaching motion.

The used platform involves the control software framework and the KUKA LWR available at the Institute of Industrial Technologies and Automation (ITIA) of the National Research Council (CNR) where the modeling and experimental activities have been carried out in the domain of robot-machining. The lightweight manipulator is the KUKA LightWeight Robot, next-generation lightweight robot designed to meet the requirements of controlled stiffness and interaction with users.

The native impedance control implemented on the robot allows to obtain dynamically decoupled control along task-space directions, on top of which user-defined control strategies can contribute to a global task execution. In this way it is possible to control the force in the contact direction and posi-

tion in the plane parallel to the surface, independently.
The persistent limitation of overshoots has been verified experimentally in different stiffness setups, demonstrating the validity of the force-tracking impedance approach.

Keywords: *Optimal Control, Linear Quadratic Regulator, Impedance Control, Adaptive Control, Recursive Least Squares, Optimal Approaching Velocity*

Capitolo 1

Introduzione

L'obiettivo perseguito nella tesi seguente è stato quello di sviluppare una strategia di configurazione adattativa dei parametri di controllo di un manipolatore industriale controllato in impedenza, al fine di ottenere un'interazione stabile durante l'esecuzione di un task in cui il robot entri in contatto con l'ambiente circostante.

Più nel dettaglio è stato considerato un task in cui è necessario seguire un dato riferimento di forza desiderato, nel caso di interazione con un ambiente le cui proprietà meccaniche sono note in modo approssimativo.

Tale argomento risulta di particolare rilevanza scientifica in quanto è sempre più richiesto ai sistemi robotici di saper interagire con l'ambiente, soprattutto durante lavorazioni meccaniche (*robot machining*). Grande attenzione è stata rivolta negli ultimi tempi a task che coinvolgono la cooperazione con l'uomo, e che quindi richiedono un controllo sofisticato delle forze di interazione durante l'esecuzione, al fine di garantire la sicurezza necessaria alla salvaguardia delle persone presenti. Gli argomenti trattati si inseriscono nelle tematiche di Robot-machining e human-robot cooperation che sono centrali nei sistemi di produzione trattati e sperimentati presso l'Istituto di Tecnologie Industriali ed Automazione del CNR (ITIA-CNR) presso il quale è stata svolta l'attività.

Particolare attenzione va dedicata alla ricerca di strategie che consentano di prevenire eventuali overshoot di forza, limitando il rischio di danneggiare i sistemi interagenti e quindi di compromettere l'operazione.

Il controllo dell'interazione tra il robot e l'ambiente con cui esso entra in contatto è stato ottenuto attraverso un controllo cedevole del manipolatore (*compliance motion control*), e più in particolare utilizzando l'*impedance control* [13][14], il quale consente di definire il comportamento dinamico del robot, specificando i parametri di massa, rigidità e smorzamento equivalenti desiderati.

In molte applicazioni è comunque di fondamentale importanza avere un controllo esplicito delle forze scambiate; molti sforzi sono stati fatti per ottenere l'inseguimento di un riferimento di forza/posizione attraverso l'uso di un controllo di impedenza.

In [28] viene implementata una strategia di controllo in impedenza per imprimere all'ambiente la deformazione desiderata, sulla base delle forze misurate e di una stima della rigidità di contatto. Un ulteriore sviluppo della logica ha portato alla definizione di matrici di rigidità e smorzamento secondo una funzione quadratica dell'errore di forza.

Un approccio differente è presentato in [20] in cui la posizione di riferimento comandata al robot viene fatta variare per inseguire il riferimento di forza desiderato, con una logica basata su un *proportional-integral gain scheduling force controller*. In questo caso è stata utilizzata un'*artificial neural network* per tarare i guadagni del PI controller sulla base della rigidità dell'ambiente.

In [22] viene invece sviluppata una strategia di controllo ottimo della forza per un braccio flessibile, che garantisca l'ottimalità del tracking di forza dopo una collisione, rendendo la transizione tra moto nello spazio libero e spazio vincolato il più regolare possibile.

È stato quindi realizzato un regolatore i cui guadagni sono stati ricavati utilizzando la teoria del controllo ottimo; la soluzione del problema è stata trovata in forma chiusa in funzione dei parametri dell'ambiente. Il controllo sviluppato adatta quindi i guadagni del regolatore in linea, sulla base delle stime effettuate.

La logica implementata richiede quindi la presenza di uno stimatore per poter essere applicata. In [28] viene utilizzato un Extended Kalman Filter (EKF) per la stima di rigidità e smorzamento. In [20] e [19] viene invece utilizzato un algoritmo basato sui *Weighted Recursive Least Squares*; si è scelto di utilizzare proprio quest'ultimo per le sue caratteristiche di semplicità di implementazione e velocità di convergenza indipendentemente dal valore iniziale di rigidità stimato. Un'analisi più dettagliata che paragona le performance di diversi algoritmi utilizzati è presentata in [10].

La piattaforma utilizzata per la verifica sperimentale della logica sviluppata è il KUKA LightWeight Robot, robot leggero sviluppato presso l'Istituto di Robotica e Meccatronica del Centro Aerospaziale Tedesco (DLR), disponibile insieme al framework software di controllo e interazione di sistema presso ITIA-CNR.

Nella derivazione della logica di controllo (*model based*) è stato utilizzato un modello dinamico semplificato del sistema robotico controllato in impedenza nello spazio operativo; la verifica dei parametri effettivamente realizzati dal manipolatore, quali masse, rigidità e smorzamenti, è stata necessaria

per validare le ipotesi semplificative introdotte in fase di modellazione. Tale verifica è stata condotta in una configurazione prossima a quella utilizzata durante lo svolgimento delle prove, caratterizzando il comportamento del robot solo localmente.

Analizzando più in dettaglio lo sviluppo della tesi, il capitolo 2 descrive lo stato dell'arte relativo al *compliant motion control*, effettuando una panoramica sulle diverse tipologie di controllo presenti in letteratura. Il capitolo prosegue con la descrizione della piattaforma robotica utilizzata, elencandone le principali caratteristiche e descrivendo la teoria che sta alla base della logica di controllo in impedenza disponibile su tale manipolatore.

Nel capitolo 3 viene descritta la strategia di controllo utilizzata e viene sviluppato il modello dinamico del sistema costituito da robot e ambiente, utilizzato successivamente per derivare la forma dell'azione di controllo. Vengono inoltre presentate le prove svolte per la caratterizzazione dinamica del manipolatore a valle del controllo.

Nel capitolo 4 viene effettivamente presentata la progettazione della legge di controllo sia per quanto riguarda il moto nello spazio libero, sia per quanto riguarda il moto in contatto. Viene inizialmente presentato il background matematico relativo alla teoria del controllo ottimo e successivamente ricavata la forma del regolatore in modo parametrico rispetto a rigidità e smorzamento dell'ambiente. Viene poi ricavata la velocità ottimale con cui entrare in contatto, velocità che diventa l'input per il robot quando si trova nello spazio non vincolato.

Le prove sperimentali per validare l'efficacia del controllo sono presentate nel capitolo 5. All'inizio del capitolo si trova una breve descrizione dell'algoritmo utilizzato per la stima in linea dei parametri. Vengono confrontati i risultati sperimentali con quelli ottenuti attraverso simulazioni numeriche e viene discussa la stabilità del sistema al variare della rigidità dell'ambiente con cui il robot interagisce.

Capitolo 2

Compliant Motion Control

2.1 Introduzione e stato dell'arte

Il controllo dell'interazione tra robot e ambiente risulta di cruciale importanza in molti casi applicativi in cui l'end-effector del robot deve manipolare un oggetto o eseguire operazioni entrando in contatto con una superficie. Tipici esempi risultano l'assemblaggio o lavorazioni meccaniche quali la lucidatura e la sbavatura. Durante il contatto, l'ambiente impone dei vincoli geometrici alla traiettoria seguita dall'end-effector, i quali fanno sì che una strategia di controllo basata puramente sul *motion control* possa fallire. L'esecuzione di un task di interazione richiede per la sua riuscita un'accurata descrizione sia del robot sia dell'ambiente circostante, dal punto di vista geometrico e delle caratteristiche meccaniche. Inoltre è richiesta la conoscenza delle posizione relativa tra tool e ambiente in modo molto accurato e bisogna garantire che l'accuratezza nel posizionamento del robot sia dello stesso ordine di grandezza.

Nella pratica gli errori di pianificazione portano spesso alla nascita di forze di contatto che causano una deviazione dalla traiettoria prestabilita. Allo stesso tempo però, il sistema di controllo reagisce alla deviazione aumentando le coppie richieste ai motori, causando una crescita della forza di contatto che in casi estremi può portare alla saturazione delle coppie ai giunti o alla rottura delle parti in contatto. Il problema diventa sempre più critico al crescere della rigidità dell'ambiente.

Questo inconveniente può essere superato solo garantendo un comportamento cedevole del robot in interazione. Storicamente una prima soluzione al problema è stata quella di interporre un dispositivo meccanico cedevole tra manipolatore ambiente. Tuttavia il comportamento cedevole desiderato, può essere ottenuto in modo attivo attraverso una strategia di controllo adatta

all'interazione.

Le strategie di controllo che sono state proposte possono essere suddivise principalmente in due gruppi: quelle basate sul controllo di forza indiretto (*indirect force control*) e quelle che eseguono un controllo diretto (*direct force control*) retroazionando esplicitamente la forza di contatto misurata.

Alla prima categoria appartengono il *compliance (or stiffness control)* [30] e l'*impedance control* [13, 14]. Attraverso queste strategie di controllo, l'errore di posizione rispetto al riferimento dato viene legato alla forza scambiata con l'ambiente attraverso una rigidità meccanica o un'impedenza a parametri regolabili.

Alla seconda categoria appartengono invece l'*hybrid position/force control* che si prefigge di controllare la posizione lungo le direzioni non vincolate e la forza lungo quelle vincolate, e l'*inner/outer motion/force control* dove un anello di retroazione della forza viene chiuso esternamente all'anello di posizione tipicamente disponibile su piattaforme industriali. In questo caso, al fine di avere la possibilità di controllare il moto lungo le direzioni non vincolate, il moto desiderato viene dato in ingresso all'anello di posizione interno. Il controllo risultante risulta quindi composto da un'azione di controllo in forza e una di *motion control*, in cui la prima viene progettata per dominare la seconda e assicurare il controllo della forza di interazione durante il task. Con questa architettura di controllo risulta quindi possibile controllare separatamente la posizione o la velocità lungo le direzioni che non coinvolgono un'interazione diretta con l'ambiente.

Per una corretta esecuzione di un task in cui è richiesto l'inseguimento di una traiettoria o di controllare la forza di interazione è necessario che il sistema di controllo imponga coppie ai giunti consistenti con la struttura meccanica del manipolatore. È quindi necessario disporre di un modello del robot per poter implementare le strategie di controllo corrette. L'equazione dinamica di un generico manipolatore, scritta considerando le variabili di giunto risulta:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{u} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f} \quad (2.1)$$

in cui $\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$ rappresenta i contributi inerziali, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ rappresenta il vettore delle forze e coppie centrifughe e di Coriolis, $\mathbf{f}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ le componenti viscoso e di attrito, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ rappresenta il vettore di forze e coppie gravitazionali e \mathbf{u} le coppie erogate dai motori. $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f}$ rappresenta invece il contributo che si scarica sui giunti dovuto alle forze agenti all'end-effector.

Per realizzare uno schema di controllo esplicito della forza (*force control*) risulta evidente che un'equazione del tipo (2.1) è necessaria per calcolare correttamente le coppie da impartire ai giunti. Purtroppo senza un modello sufficientemente valido e accurato del sistema, l'azione di controllo può por-

2.1 Introduzione e stato dell'arte

tare all'instabilità e compromettere così l'esecuzione del task. Lo schema di controllo è riportato in Figura 2.1.

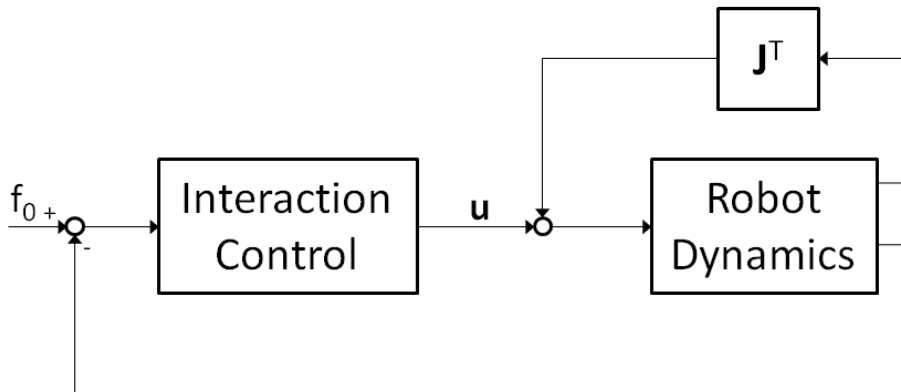


Figura 2.1: controllo forza esplicito

In Figura 2.2 è invece riportato lo schema di controllo con due anelli anidati e anello interno di posizione. Si nota quindi che il blocco che calcola il riferimento di posizione in funzione del feedback di forza realizza di fatto un'ammettenza meccanica. Rispetto allo schema con retrazione esplicita, il fatto di avere un anello interno di posizione consente di poter utilizzare un modello dinamico del manipolatore più approssimativo.

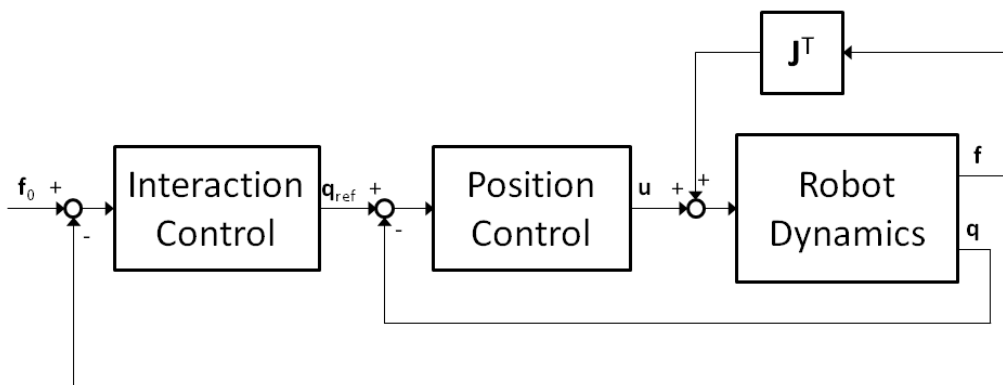


Figura 2.2: controllo in forza con anello interno di posizione

Analizzando meglio la famiglia di leggi di controllo che realizzano un controllo indiretto della forza (*indirect force control*), una prima strategia per ottenere un comportamento cedevole si può ottenere imponendo:

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (2.2)$$

L'equazione (2.1) diventa quindi:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\alpha} - \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f} \quad (2.3)$$

Facendo riferimento alla legge che lega le accelerazioni dell'end-effector nello spazio operativo alle variabili di giunto

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.4)$$

la nuova variabile di controllo $\boldsymbol{\alpha}$ può essere scelta come

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}) \left(\mathbf{a} - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \right) \quad (2.5)$$

Limitando per semplicità il discorso ai gradi di libertà traslazionali e indicando con \mathbf{p} il vettore delle coordinate dell'end-effector in cartesiano, si può introdurre

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{p}}_d + \mathbf{K}_D\dot{\Delta\mathbf{p}} + \mathbf{K}_P\Delta\mathbf{p} \quad (2.6)$$

in cui $\Delta\mathbf{p}$ è la differenza tra la posizione desiderata \mathbf{p}_d e quella attuale. L'equazione di moto che si ottiene considerando una perfetta compensazione dei termini dinamici è:

$$\ddot{\Delta\mathbf{p}} + \mathbf{K}_D\dot{\Delta\mathbf{p}} + \mathbf{K}_P\Delta\mathbf{p} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f} \quad (2.7)$$

L'equazione (2.7) mette in evidenza il comportamento equivalente di impedenza che si viene a creare tra la forza di contatto e la posizione dell'end-effector; il sistema meccanico equivalente risulta caratterizzato da una matrice di massa $\mathbf{M} = \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q})\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})$, una matrice di smorzamento $\mathbf{M}\mathbf{K}_D$ e una rigidezza $\mathbf{M}\mathbf{K}_P$. La scelta di \mathbf{K}_D e \mathbf{K}_P permette quindi di specificare il comportamento dinamico desiderato; infatti andando a modificare i guadagni della matrice \mathbf{K}_P è possibile caratterizzare il comportamento statico del manipolatore rendendolo più o meno cedevole.

La presenza della matrice \mathbf{M} rende comunque il sistema accoppiato e non lineare. Se si vuole rendere i gradi di libertà disaccoppiati e ottenere una dinamica lineare è necessario misurare forze e coppie agenti sul robot con un sensore di forza.

2.1 Introduzione e stato dell'arte

La misura delle forze permette di modificare l'azione di controllo \mathbf{u} nel modo seguente:

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f} \quad (2.8)$$

scegliendo $\boldsymbol{\alpha}$ come in (2.5) e

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{p}}_d + \mathbf{K}_M^{-1} \left(\mathbf{K}_D \dot{\Delta \mathbf{p}} + \mathbf{K}_P \Delta \mathbf{p} - \mathbf{f} \right) \quad (2.9)$$

si ottiene per il manipolatore un comportamento dinamico equivalente retto dall'equazione:

$$\mathbf{K}_M \ddot{\Delta \mathbf{p}} + \mathbf{K}_D \dot{\Delta \mathbf{p}} + \mathbf{K}_P \Delta \mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (2.10)$$

Introducendo delle matrici \mathbf{K}_M , \mathbf{K}_D , \mathbf{K}_P diagonali, si riesce a rendere disaccoppiate le equazioni di moto. Analizzando la forma dell'equazione (2.8) si nota che le coppie richieste ai motori cercano di compensare esattamente il termine $\mathbf{J}^T \mathbf{f}$ dovuto alle forzanti esterne, rendendo l'end-effector infinitamente rigido rispetto all'ambiente. Per rendere il manipolatore nuovamente cedevole viene quindi inserito il termine \mathbf{f} nell'equazione (2.9).

Questo tipo di strategia risulta caratterizzata da un comportamento dinamico stabile durante l'interazione con ambienti anche molto rigidi, tuttavia l'accuratezza nel posizionamento quando il manipolatore si trova ad operare nello spazio libero è sempre più limitata al diminuire della rigidità impostata.

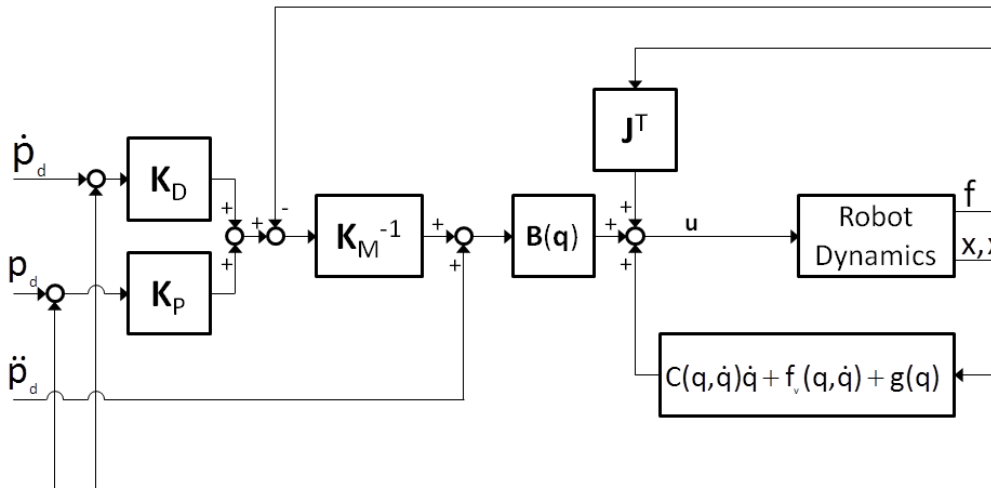


Figura 2.3: Controllo in impedenza

Una differente strategia che consente di ottenere un comportamento dinamico schematizzabile mediante un sistema del secondo ordine del tipo massa-

molla-smorzatore è il controllo in ammettenza.

Questo tipo di controllo risulta duale rispetto a quello in impedenza.

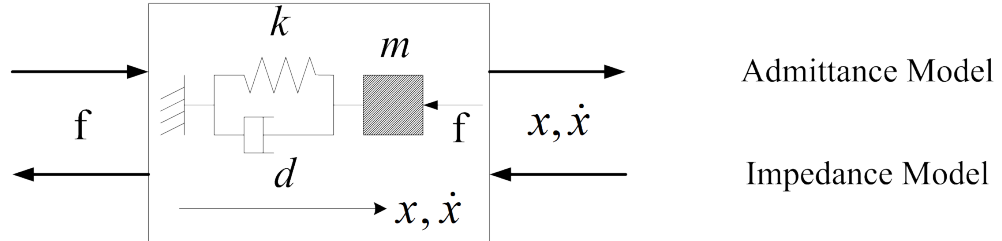


Figura 2.4: dualità tra controllo in impedenza e controllo in ammettenza

In questo caso la forza misurata f entra nello schema di controllo generando una variazione della posizione desiderata Δp_{dc} secondo la relazione:

$$M\ddot{\Delta p}_{dc} + D\dot{\Delta p}_{dc} + K\Delta p_{dc} = f \quad (2.11)$$

Il nuovo riferimento di posizione comandato risulta:

$$p_c = p_d - \Delta p_{dc} \quad (2.12)$$

L'accuratezza ottenuta con questa strategia nell'inseguire il riferimento nello spazio libero risulta sicuramente maggiore. La dinamica può tuttavia risultare instabile nel caso in cui il manipolatore si trovi ad operare a contatto con ambienti rigidi.

Sulla base delle strategie di controllo analizzate risulta evidente come il controllo in impedenza sia preferibile rispetto alle altre strategie nel caso in cui si debba eseguire un task in cui il robot entri in contatto con l'ambiente e il riferimento dominante del task sia legato al moto del robot (forze generate di conseguenza), soprattutto nel caso in cui tale ambiente risulti non (completamente) noto e soggetto a cambiamenti.

Negli ultimi anni, la comunità scientifica, ha concentrato la sua attenzione su quelle applicazioni in cui il manipolatore si trova ad interagire con un ambiente o con un operatore le cui caratteristiche, ad esempio di posizionamento nello spazio operativo, possono modificarsi durante l'esecuzione del task stesso. Un esempio di un'operazione di questo tipo può essere un task di assemblaggio in cui il robot coopera con un operatore. In un'applicazione di questo tipo, il sistema robotico è soggetto ad un'interazione con l'ambiente di

2.1 Introduzione e stato dell'arte

lavoro in continua trasformazione ed il relativo controllo deve essere in grado di reagire in modo stabile agli input ricevuti.

Inoltre, i sempre crescenti interessi nei confronti di applicazioni biomediche, riabilitative o spaziali, ha portato ad un aumento della domanda di robot leggeri con una capacità di carico in rapporto al peso paragonabile a quella dell'uomo. Risulta importante, quindi, disporre di una piattaforma che consenta la realizzazione di tali operazioni. Per far fronte a questo tipo di richiesta, sono stati sviluppati manipolatori con caratteristiche differenti rispetto agli attuali robot industriali. Questa nuova generazione di robot è denominata *lightweight robot*. Le caratteristiche principali risultano in una struttura molto più leggera rispetto a quella dei comuni robot industriali e in una sensorizzazione della struttura progettata in modo da consentire l'interazione del robot con l'ambiente.

Ci si è dunque concentrati sullo sviluppo di strategie che consentano un controllo diretto delle forze scambiate attraverso la chiusura di un anello esplicito di controllo in forza, mantenendo un'architettura di controllo interna in impedenza, che permette di soddisfare i vincoli di sicurezza e cedevolezza richiesti dall'interazione con ambienti poco strutturati. L'obiettivo prefissato è quello di ottenere dei transitori dopo il primo contatto che manifestino un andamento delle forze molto regolare e senza la presenza di picchi che possano eventualmente compromettere la riuscita del task.

Lo schema di controllo in impedenza precedentemente descritto consente di ottenere un comportamento che equivale ad un sistema del secondo ordine (Figura 2.5).

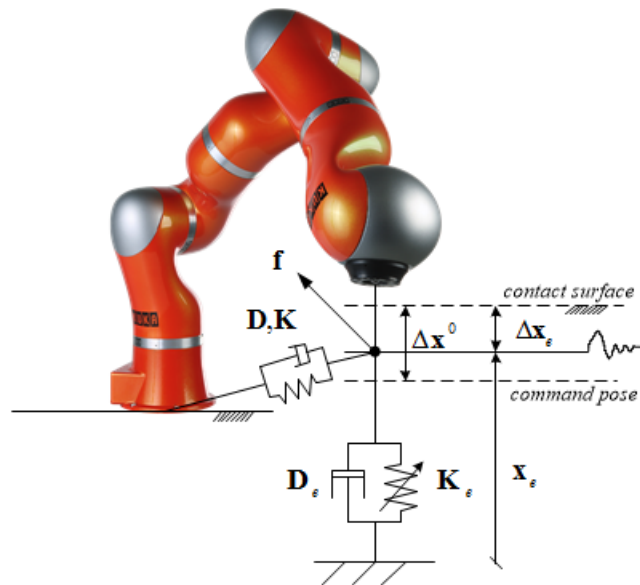


Figura 2.5: Modello di accoppiamento robot-ambiente

Come già accennato tale tipologia di controllo può essere implementata montando un sensore di forza all'end-effector di qualsiasi manipolatore industriale; in questo caso si è scelto di implementare le logiche direttamente su una piattaforma che è stata progettata appositamente per questo tipo di strategie.

Tale piattaforma è il KUKA Light-Weight Robot (LWR), realizzata dal centro aerospaziale tedesco (DLR).

Le peculiarità di tale manipolatore risultano nella sensorizzazione di cui dispone (la struttura è caratterizzata da sensori di coppia ad ogni giunto) che consente la chiusura di un anello interno di coppia. Le strategie di controllo implementate nel LWR sono *model based*, di conseguenza è possibile avere una compensazione dei termini statici (quali i termini gravitazionali) e dei termini di attrito. In particolare il controllo in impedenza presente, è implementato sia nello spazio operativo che nello spazio di giunto. In questo modo tale piattaforma risulta particolarmente adatta alla realizzazione di task in cui il robot opera a contatto con l'ambiente.

2.2 KUKA LWR

Il KUKA LightWeight Robot (LWR) [12, 17] (Figura 2.6) sviluppato presso l'Istituto di Robotica e Meccatronica del Centro Aerospaziale Tedesco (DLR), fa parte della nuova generazione di robot leggeri.



Figura 2.6: KUKA LWR

Le caratteristiche principali di questa tipologia di robot risultano essere:

- controllo veloce in impedenza al giunto, il quale consente il controllo in interazione;
- smorzamento delle vibrazioni al giunto elastico per ottenere elevate performance nel *motion control*;
- rilevamento distribuito del contatto lungo l'intera catena cinematica, il quale consente al robot di reagire a forze non solo applicate all'end-effector;
- regolazione di soglie di impatto per garantire i requisiti di sicurezza, lato robot e lato operatori, richiesti.

Il KUKA LWR è stato ideato per la realizzazione di applicazioni profondamente differenti da quelle ottenibili con le precedenti generazioni di robot industriali. Se i robot industriali trovano i loro punti di forza in elevate accuratèzze di posizionamento, elevata velocità di esecuzione del moto, elevata robustezza associata al controllo e relativo basso costo, il LWR consente

l'esecuzione di operazioni in ambienti non strutturati, in cui può avvenire l'interazione con operatori.

Allo stato attuale i robot industriali vengono impiegati infatti in ambienti ben strutturati, in cui la posizione delle parti da manipolare e le proprietà che le caratterizzano sono ben note e la possibilità di collisione con l'ambiente stesso e gli operatori sono escluse a priori, prendendo i dovuti accorgimenti. Questo si traduce in prestazioni elevate per operazioni sistematiche che vengono ripetute per un elevato numero di cicli, sempre in modo identico. La necessità di avere elevate accuratezze di posizionamento delle parti si riflette nella elevata rigidità associata a tali robot, il che si traduce in una massa molto importante.

Il LWR trova il suo impiego in tutte quelle applicazioni in cui l'incertezza associata al posizionamento delle diverse parti, e in senso più generale all'intero ambiente di lavoro, non richiede un'elevata accuratezza di posizionamento e in quelle applicazioni in cui il robot deve risultare cedevole rispetto all'ambiente circostante, rendendo indesiderate quelle caratteristiche di elevata massa e rigidità che contraddistinguono i correnti robot industriali: questo viene realizzato introducendo un'elasticità controllata ai giunti. Tipici campi di applicazione non coperti dagli attuali robot industriali, ma fortemente sentiti dalla comunità scientifica, sono ad esempio:

- operazioni di assemblaggio in cui l'accuratezza associata alla stima del posizionamento delle parti e/o l'accuratezza di posizionamento del robot sono significativamente inferiori rispetto alla tolleranza di assemblaggio;
- operazioni in cui il robot lavora in stretto contatto con uno o più operatori, con la possibilità di una diretta e fisica cooperazione;
- applicazioni in cui il robot è montato su di una piattaforma mobile, in cui il posizionamento del robot, dei diversi oggetti nell'ambiente e l'effettiva dimensione di questi ultimi sono caratterizzati da elevate incertezze.

2.3 Architettura di controllo del KUKA LWR

Direttamente collegata alle nuove applicazioni che vengono introdotte dal LWR vi è la progettazione delle relative logiche di controllo. Una forte enfasi è stata posta su di esse in quanto vi è la necessità di ottenere un comportamento stabile e robusto del robot, nonostante la presenza di errori e incertezze sul relativo modello e di incertezze di posa. Inoltre risulta di fondamentale importanza garantire la sicurezza di operatori e robot durante la cooperazione.

Rispetto agli attuali robot industriali i seguenti aspetti sono di particolare rilevanza:

- il controllo di posizione implementato deve compensare gli effetti dell'elasticità intrinseca del robot (quali, ad esempio, vibrazioni) per garantire le performance associate al posizionamento e all'inseguimento di traiettorie, problema che si può presentare anche nei robot industriali che lavorano ad elevate velocità. A tal proposito giocano un ruolo fondamentale i sensori di coppia ai giunti: questi misurano la vibrazione al giunto, permettendo l'implementazione di logiche che consentono lo smorzamento attivo delle vibrazioni. Considerando l'elasticità che caratterizza la trasmissione, ogni giunto è schematizzabile come un sistema massa-molla-smorzatore: tale sistema risulta del quarto ordine, dove lo stato complessivo è composto da posizione e velocità (come per un qualsiasi sistema del secondo ordine di questo tipo) e da coppia e relativa derivata. Risulta quindi necessario misurare le coppie trasmesse per poter implementare un anello di controllo che si basi sull'intero stato del giunto;
- la coppia misurata ai giunti viene utilizzata per l'implementazione di un anello di controllo, utilizzato anche per il rilevamento di collisioni che possono avvenire lungo l'intera struttura, e più in generale per monitorare e controllare le forze di interazione agenti sul robot.

Da sottolineare è il fatto che i sensori per la misura delle coppie ai giunti sono posizionati in prossimità degli attuatori che consentono il moto dei giunti: questa co-localizzazione di attuatori e sensori è sicuramente vantaggiosa dal punto di vista del controllo.

Le strategie di controllo implementate sono di tipo *passivity based control*, il che è direttamente legato al fatto che il robot si può trovare a lavorare in un ambiente non strutturato, in cui le proprietà degli oggetti da manipolare possono essere non note con precisione. Tutte le strategie di controllo implementate hanno un'intuitiva interpretazione fisica, introducendo concetti

quali inerzie virtuali o molle-smorzatori multidimensionali. In questo modo l'energia immessa dal controllore nel sistema è direttamente monitorabile: così facendo è possibile garantire la stabilità del sistema in contatto con un qualsiasi ambiente.

L'architettura di controllo del LWR è totalmente chiusa e inaccessibile ed il modello dinamico su cui le strategie di controllo si basano non è fornito. Il LWR ha però implementate le seguenti logiche di controllo:

- compensazione di gravità;
- controllo in posizione;
- controllo di impedenza nello spazio dei giunti;
- controllo di impedenza nello spazio operativo.

Tutte queste strategie di controllo sfruttano la misura delle coppie ai giunti per chiudere un anello interno di controllo, che consente una riduzione dell'inerzia apparente associata al motore. Inoltre, tali strategie risultano *model based*. Il modello dinamico analitico del robot non è reso disponibile dalla casa produttrice, ma una descrizione di esso è disponibile in letteratura e risulta importante introdurla in quanto necessaria per la descrizione delle strategie di controllo native del KUKA LWR.

2.3.1 Modello dinamico

Il KUKA LWR risulta caratterizzato da giunti elastici ([3]). In modo da introdurre nel modello del robot tale elasticità, un giunto, che individua un grado di libertà del sistema, può essere modellato tramite due inerzie b ed m che corrispondono rispettivamente all'attuatore e al link rispettivamente. Tali inerzie vengono interconnesse da un sistema molla-smorzatore caratterizzato da una rigidità k e da uno smorzamento d (Figura 2.7)

2.3 Architettura di controllo del KUKA LWR

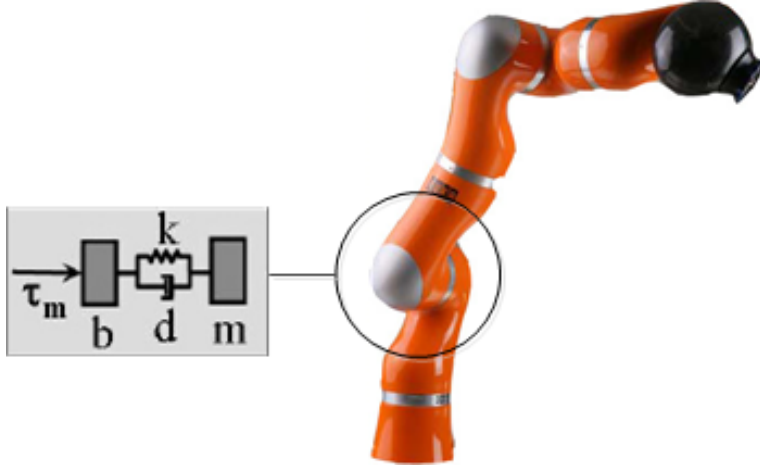


Figura 2.7: modello elastico del giunto del KUKA LWR

In questo modo ogni giunto risulta un sistema del quarto ordine, il cui stato è identificato, ad esempio, dalla posizione e dalla velocità associata all'inerzia lato motore e all'inerzia lato link. Da questo, è possibile definire un modello per l'intero sistema del tipo:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{DK}^{-1}\dot{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau}_{ext} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{DK}^{-1}\dot{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{\tau}_m - \boldsymbol{\tau}_f \quad (2.14)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) \quad (2.15)$$

Il vettore \mathbf{q} e il vettore $\boldsymbol{\theta}$ contengono rispettivamente le posizioni lato link e lato motore. La relativa dimensione risulta pari al numero di giunti n , presenti nel robot. In particolare, essendo il KUKA LWR caratterizzato da 7 gradi di libertà, n risulta pari a 7.

La prima equazione contiene, nel lato sinistro, l'equazione dinamica di un corpo rigido e risulta del secondo ordine. I relativi termini risultano associati alla matrice di inerzia $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, alla matrice di Coriolis $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ e al vettore gravità $\mathbf{g}(\mathbf{q})$. Rispetto al modello a giunti rigidi, nel lato destro, si ha la coppia associata al sistema molla-smorzatore $\boldsymbol{\tau}_a = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{DK}^{-1}\dot{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) + \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\mathbf{q}})$. La coppia $\boldsymbol{\tau}$ è associata alla rigidità dei giunti come riportato nella terza equazione. La coppia $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ risulta associata alle azioni esterne agenti sul sistema.

La matrice \mathbf{K} di rigidità al giunto risulta diagonale e definita positiva, la matrice \mathbf{D} di smorzamento al giunto risulta diagonale e semi-definita positiva. La coppia $\boldsymbol{\tau}_a$ è legata alla coppia erogata dal motore $\boldsymbol{\tau}_m$ dalla seconda equazione, anch'essa del secondo ordine, dove la matrice \mathbf{B} risulta la matrice di inerzia lato motore. La coppia $\boldsymbol{\tau}_f$ è associata ad effetti di attrito al giunto.

Lo stato completo per il sistema descritto, risulta caratterizzato dalle posizioni e dalle velocità lato motore, e dalle coppie al giunto e relative derivate. Viene privilegiata la definizione dello stato in questo modo in quanto tutte queste quantità sono direttamente misurabili (posizione motore tramite encoder e coppia al giunto tramite sensore di coppia).

2.3.2 Controllo in coppia

Alla base dello sviluppo delle diverse strategie di controllo implementate nel controllore del KUKA LWR vi è un controllo in coppia ([3]) che retroaziona lo stato lato giunto, costituito dalla coppia $\boldsymbol{\tau}$ e la relativa derivata $\dot{\boldsymbol{\tau}}$:

$$\boldsymbol{\tau}_m = -\mathbf{K}_P \bar{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}_D \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K}_T (\mathbf{g}(\mathbf{q}_d) - \boldsymbol{\tau}) - \mathbf{K}_S \dot{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \quad (2.16)$$

\mathbf{K}_P , \mathbf{K}_D , \mathbf{K}_T , \mathbf{K}_S sono matrici diagonali definite positive, mentre $\mathbf{g}(\mathbf{q}_d)$ risulta la compensazione di gravità realizzata in funzione della posizione desiderata \mathbf{q}_d .

$\bar{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_d$ risulta l'errore di posizione rispetto alla posizione desiderata, così valutato:

$$\boldsymbol{\theta}_d = \mathbf{q}_d + \mathbf{K}^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{q}_d) \quad (2.17)$$

Per l'analisi e la generalizzazione dell'anello di coppia anche in coordinate cartesiane, gioca un ruolo importante il fatto di interpretare il feedback di coppia al giunto come un termine associato all'inerzia dei motori. Questo, concettualmente, consente di dividere la progettazione del controllore in due parti: una relativa al feedback di coppia e una relativa al feedback di posizione.

Considerando il feedback di coppia nella forma:

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{B} \mathbf{B}_\theta^{-1} \mathbf{u} + (\mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{B}_\theta^{-1}) (\boldsymbol{\theta} + \mathbf{D} \mathbf{K}^{-1} \dot{\boldsymbol{\tau}}) \quad (2.18)$$

in cui \mathbf{u} risulta una variabile di controllo intermedia tra feedback di coppia e feedback di posizione, mentre \mathbf{B}_θ è una matrice diagonale definita positiva in cui $b_{\theta,i} < b_i$, e combinando l'equazione (2.14) con l'equazione (2.18) si ottiene:

$$\mathbf{B}_\theta \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{D} \mathbf{K}^{-1} \dot{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{u} \quad (2.19)$$

Confrontando l'equazione (2.14) con l'equazione (2.19) è chiaro che l'effetto del controllo di coppia risulta in una riduzione dell'inerzia motore dal relativo termine \mathbf{B} al termine \mathbf{B}_θ , per il nuovo sottosistema di ingresso \mathbf{u} .

In modo da smorzare effettivamente la dinamica della coppia al giunto, l'equazione (2.18) può essere sostituita con la seguente espressione:

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{B} \mathbf{B}_\theta^{-1} \mathbf{u} + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{D} \mathbf{K}^{-1} \dot{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{B} \mathbf{B}_\theta^{-1} (\boldsymbol{\tau} + \mathbf{D}_s \mathbf{K}^{-1} \dot{\boldsymbol{\tau}}) \quad (2.20)$$

2.3 Architettura di controllo del KUKA LWR

dove D_s è una matrice di guadagni diagonale associata al termine derivativo di coppia. Questo risulta un tipico controllo di tipo PD, scritto in forma tale da assumere un significato fisico. In questo caso, la nuova dinamica associata al motore è data da:

$$B_\theta \ddot{\theta} + \tau + D_s K^{-1} \dot{\tau} = u \quad (2.21)$$

Importante è sottolineare che i valori ottenuti per il rapporto BB_θ^{-1} per il KUKA LWR risultano compresi tra 4 e 6 per un comportamento cedevole, mentre valori più bassi sono utilizzati quando rigidità elevate sono richieste al controllo (esempio per il controllo in posizione). Da notare che introducendo il termine τ_f associato all'attrito lato motore nell'equazione (2.21) risulterebbe ridotto in modo proporzionale a BB_θ^{-1} .

In Figura 2.8 è riportato l'anello di controllo in coppia al giunto interno, il cui output viene utilizzato come ingresso per l'anello di controllo più esterno, il quale può rappresentare il controllo in posizione o il controllo in impedenza.

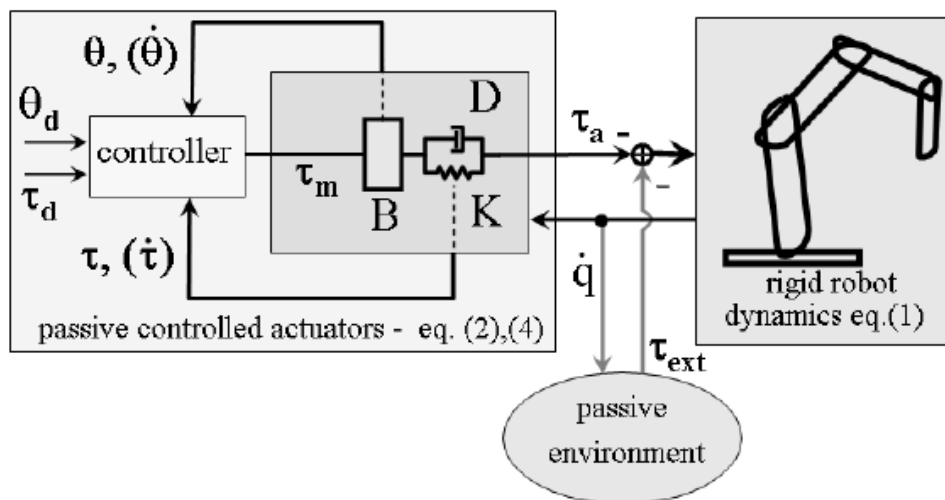


Figura 2.8: LWR: anello di controllo interno di coppia e anello di controllo esterno, tratto da [3]

2.3.3 Controllo in impedenza nello spazio operativo

Per l'anello di controllo al giunto è possibile definire una legge di controllo del tipo:

$$u = -K_\theta \bar{\theta} - D_\theta \dot{\theta} + g(q_d) \quad (2.22)$$

Tale definizione della legge di controllo, applicata al controllo in impedenza nello spazio operativo ([3]), ha due limitazioni. In primo luogo, è necessario

definire gli elementi della matrice \mathbf{K}_θ (o \mathbf{K}_p), assegnando ad essi dei valori minimi per garantire la stabilità asintotica del controllore. Questo è dovuto al fatto che la compensazione di gravità è effettuata in base al valore di posizione desiderata. Il controllo in impedenza nello spazio operativo consente l'impostazione del set di rigidità, i cui valori possono essere arbitrariamente vicini a zero, rendendo la compensazione di gravità basata su un valore di posizione desiderata che non ha più senso. In secondo luogo, la relazione definita dal controllo in impedenza nello spazio operativo può essere soddisfatta solo localmente da un controllore definito come nell'equazione (2.22), a causa del contributo dello Jacobiano.

Considerando l'equazione di equilibrio per un controllore del tipo (2.22):

$$\begin{aligned}\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) &= \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\tau}_{ext} \\ \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) + \mathbf{K}_\theta \bar{\boldsymbol{\theta}} &= 0\end{aligned}$$

sostituendo $\boldsymbol{\theta}$, si ottiene:

$$\boldsymbol{\tau}_{ext} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}(\mathbf{K} + \mathbf{K}_\theta)^{-1} \mathbf{K}_\theta(\mathbf{q} - \boldsymbol{\theta}_d) \quad (2.23)$$

La matrice di rigidità ottenuta in output risulta:

$$\mathbf{K}_q = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_{ext}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{K}(\mathbf{K} + \mathbf{K}_\theta)^{-1} \mathbf{K}_\theta \quad (2.24)$$

la quale risulta funzione della posizione \mathbf{q} .

Risulta possibile definire una legge di controllo che consenta di eliminare tali problemi. In particolare è possibile sviluppare una legge di controllo sulla base di una nuova variabile $\bar{\mathbf{q}}$ che risulta funzione della sola posizione del motore $\boldsymbol{\theta}$, ma che in ogni configurazione statica risulta equivalente alla posizione \mathbf{q} lato link.

In analogia al controllo in impedenza sviluppato per robot rigidi, è possibile determinare una prima legge di controllo del tipo:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{J}^T(\mathbf{q})(\mathbf{K}_x \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}_x \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{q})) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (2.25)$$

dove $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) - \mathbf{x}_d$.

La variabile \mathbf{x}_d rappresenta la posizione desiderata all'end-effector e $\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$ è la posa dell'end-effector risolta dalla cinematica diretta. $\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}$ è lo Jacobiano del manipolatore. Le matrici \mathbf{K}_x e \mathbf{D}_x , definite positive, sono rispettivamente le matrici associate alla rigidità e allo smorzamento desiderato.

La condizione di equilibrio è data dall'equazione:

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}_0 - \mathbf{q}_0) = \mathbf{g}(\mathbf{q}_0) - \mathbf{J}^T(\mathbf{q}_0) \mathbf{F}_{ext} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}_0 - \mathbf{q}_0) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q}_0) \mathbf{K}_x \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{q}_0) = \mathbf{g}(\mathbf{q}_0) \quad (2.27)$$

2.3 Architettura di controllo del KUKA LWR

dove \mathbf{F}_{ext} risulta il vettore contenente le forzanti esterne agenti sul manipolatore.

Se lo Jacobiano $\mathbf{J}(\mathbf{q}_0)$ è una matrice a rango pieno, allora per ogni posizione di equilibrio risulta $\mathbf{F}_{ext} = \mathbf{K}_x \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{q}_0)$.

La legge di controllo definita in (2.25) non soddisfa il requisito di comportamento passivo nei confronti di $\dot{\mathbf{q}}$, $\boldsymbol{\tau}_a$ ($\boldsymbol{\tau}_a = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{D}\mathbf{K}^{-1}\dot{\boldsymbol{\tau}}$). In modo da garantirne il comportamento passivo si definisce la variabile di controllo \mathbf{u} come una funzione di $\boldsymbol{\theta}$ e $\dot{\boldsymbol{\theta}}$. Il controllore risulta quindi passivo nei confronti di $\dot{\boldsymbol{\theta}}$, $-\mathbf{u}$. L'idea alla base della legge di controllo sviluppata risulta risiedere nel fatto che, sotto determinate condizioni, all'equilibrio vi è una corrispondenza 1:1 tra $\boldsymbol{\theta}_0$ e \mathbf{q}_0 :

$$\boldsymbol{\theta}_0 = \mathbf{h}(\mathbf{q}_0) = \mathbf{q}_0 + \mathbf{K}^{-1}\mathbf{l}(\mathbf{q}_0) \quad (2.28)$$

dove:

$$\mathbf{l}(\mathbf{q}_0) = -\mathbf{J}^T(\mathbf{q}_0)\mathbf{K}\bar{\mathbf{x}}(\mathbf{q}_0) + \mathbf{g}(\mathbf{q}_0) \quad (2.29)$$

In particolare viene sostituita la posizione al giunto \mathbf{q} nell'equazione (2.25) con il relativo termine statico $\bar{\mathbf{q}}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{h}^{-1}(\boldsymbol{\theta})$. Si ottiene una legge di controllo che risulta equivalente in condizioni statiche all'equazione (2.25):

$$\mathbf{u} = -\mathbf{J}^T(\bar{\mathbf{q}}) \left(\mathbf{K}_x \bar{\mathbf{x}}(\bar{\mathbf{q}}) + \mathbf{D}_x \mathbf{J}(\bar{\mathbf{q}}) \dot{\boldsymbol{\theta}} \right) + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{q}}) \quad (2.30)$$

$$\bar{\mathbf{x}}(\bar{\mathbf{q}}) = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}) - \mathbf{x}_d \quad (2.31)$$

Poiché $\bar{\mathbf{q}}(\boldsymbol{\theta}_0) = \mathbf{q}_0$ tale legge di controllo segue le condizioni di equilibrio dettate dalle equazioni (2.26),(2.27). Rimane quindi valida la relazione $\mathbf{F}_{ext} = \mathbf{K}_x \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{q}_0)$.

La legge di controllo così realizzata è schematizzabile con lo schema a blocchi riportato in Figura 2.9.

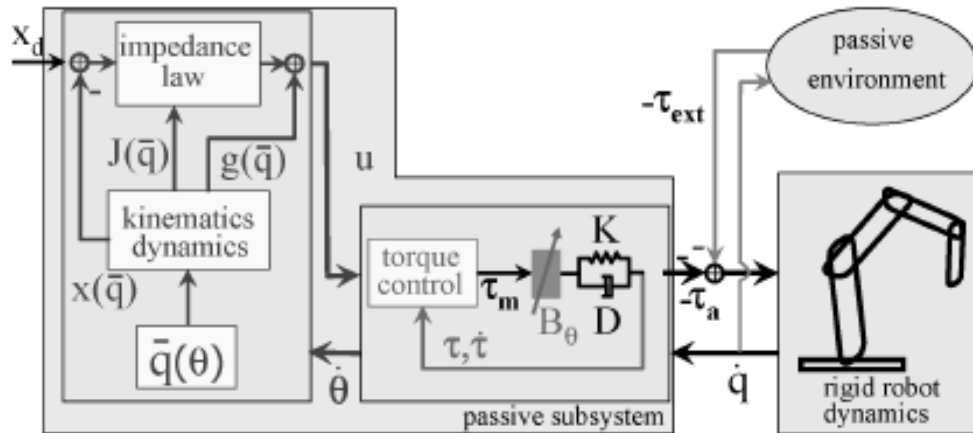


Figura 2.9: LWR: controllo in impedenza nello spazio operativo, tratto da [3]

La scelta di utilizzare il KUKA LWR è dovuta principalmente al fatto che tale piattaforma possiede nativamente gli algoritmi per il controllo in impedenza, e ciò consente di focalizzare direttamente l'attenzione sulle strategie di controllo in forza esterno. Come detto in precedenza l'implementazione di un controllo in impedenza che riesca a disaccoppiare i gradi di libertà richiede una modellistica del robot non banale, soprattutto per la compensazione dei termini di attrito nei giunti.

Tale disaccoppiamento risulta vantaggioso soprattutto nei casi in cui sia necessario sviluppare strategie di controllo ibrido, quando per esempio si desidera controllare la forza in una direzione e la posizione nelle altre.

È possibile inoltre, progettare strategie di controllo basate sulla variazione dei termini di impedenza meccanica, in modo da ottenere un comportamento equivalente ad un controllo esplicito della forza([40]).

Con riferimento allo schema di controllo riportato in Figura 2.9 è possibile utilizzare le misure di forza e di posizione messe a disposizione dal robot, per chiudere anelli esterni di controllo sulle variabili desiderate. La presenza dei sensori di coppia nei giunti permette infatti di poter stimare l'andamento della distribuzione di forze agenti lungo tutta la catena cinematica del manipolatore.

Capitolo 3

Strategia di Controllo

3.1 Introduzione

Le problematiche che sono state riscontrate nell'ambito del *compliant motion control* risultano principalmente dall'interazione che si instaura tra il robot e l'ambiente circostante, e dal tipo di logica di controllo utilizzata per comandare il robot durante l'interazione. Come analizzato nel capitolo precedente per poter realizzare applicazioni in cui il robot opera a contatto con l'ambiente è spesso necessario adottare una strategia che retroazioni la forza di contatto o più in particolare un controllo in impedenza quando non sia richiesto di inseguire un riferimento di forza desiderato, ma si vuole che il manipolatore manifesti un determinato tipo di comportamento meccanico. Durante l'interazione tra robot e ambiente è importante limitare quanto più possibile gli overshoot di forza rispetto ad un valore di riferimento e al contempo garantire un contatto stabile.

Nasce quindi la necessità di avere un apparato sensoriale idoneo alla piattaforma utilizzata, che nella maggior parte dei casi prevede l'utilizzo di sensori di forza, in grado quindi di identificare l'entità delle forze di contatto.

L'interazione che si instaura tra robot e ambiente risulta essere principalmente funzione della rigidità meccanica del robot nella configurazione con la quale entra in contatto, della rigidità equivalente imposta dal controllo e delle caratteristiche meccaniche proprie dell'ambiente.

In funzione di tali proprietà le forze di primo contatto risultano tanto più importanti quanto più si hanno rigidità elevata e smorzamento contenuto.

Nella maggior parte delle applicazioni le caratteristiche dell'ambiente non risultano note o lo sono solo parzialmente; di conseguenza risulta difficile la gestione dell'interazione da parte del controllore. Difetti e irregolarità modificano localmente la tipologia di contatto che si instaura tra robot e ambiente,

introducendo disturbi sulla relativa interazione e lo scambio di forze risultanti. Le problematiche illustrate si ripercuotono di conseguenza sulla stabilità del sistema controllato. Le strategie di controllo sviluppate devono quindi consentire un contatto stabile tra robot e ambiente, in condizioni dinamiche in continuo mutamento e parzialmente o totalmente incognite.

Vista la crescente diffusione di applicazioni in cui il robot opera a contatto con l'ambiente, sia esso un operatore o un qualsiasi dispositivo, risulta di rilevante importanza lo sviluppo di algoritmi che consentano una configurazione adattativa delle strategie di controllo utilizzate in funzione dell'interazione instaurata, in modo tale da rendere flessibile e stabile l'esecuzione di un generico task di forza al variare delle caratteristiche dell'interazione. Questo significa definire una strategia per la modifica dei parametri di controllo in funzione delle forze di contatto e della stima dei parametri dell'ambiente con cui si va ad interagire.

Obiettivo del controllo

Per quanto riguarda la strategia di controllo si è quindi scelto di controllare il robot in impedenza e di chiudere un anello esterno di retroazione della forza. L'anello esterno permette quindi di avere un controllo diretto sull'intensità delle forze scambiate; il controllo in impedenza interno invece, garantisce comunque che si abbia un comportamento cedevole da parte del robot, sopprimendo alle imprecisioni del modello e agli errori di stima dei parametri. Il controllo interno di impedenza permette inoltre di poter considerare quantomeno in prima approssimazione disaccoppiati i gradi di libertà del robot nello spazio operativo.

È possibile quindi definire i parametri del controllore sulla base delle misure fornite dal robot stesso ed in base alla tipologia di ambiente esterno. In particolare, il controllo di impedenza nello spazio operativo consente l'impostazione dei parametri di smorzamento \mathbf{D}_r e rigidità \mathbf{K}_r che caratterizzano il comportamento dinamico del robot e il set-point di posizione \mathbf{x}_0 , come riportato in Figura 3.1.

In Figura 3.2 è invece riportato lo schema di controllo completo, in cui è visibile la retroazione in anello chiuso della forza di contatto \mathbf{f} . Per poter sviluppare delle logiche di controllo *model based* che siano adattative, si rende quindi necessaria una modellazione del sistema robot-ambiente in condizioni controllate.

Un modello dell'ambiente con cui il manipolatore entra in contatto risulta necessario in quanto si vuole ricavare una logica che vada ad adattarsi a se-

3.1 Introduzione

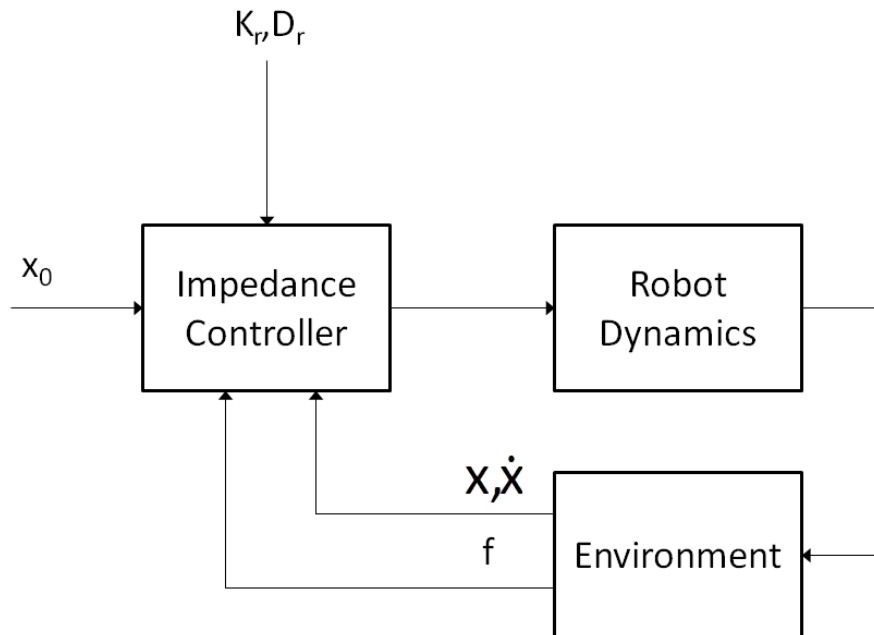


Figura 3.1: Controllo in impedenza

conda dei parametri dell'ambiente stesso.

In caso di ambienti ben strutturati è possibile svolgere delle attività di identificazione off-line dei parametri che successivamente vengono inseriti nella logica di controllo del robot. Quando invece l'ambiente non è noto a priori il modello sviluppato risulta fondamentale per l'implementazione di osservatori che vadano ed effettuare una stima dei parametri in linea.

Nel prosieguo del capitolo vengono descritti i modelli utilizzati sia per una descrizione del generico ambiente di contatto, sia del manipolatore controllato in impedenza.

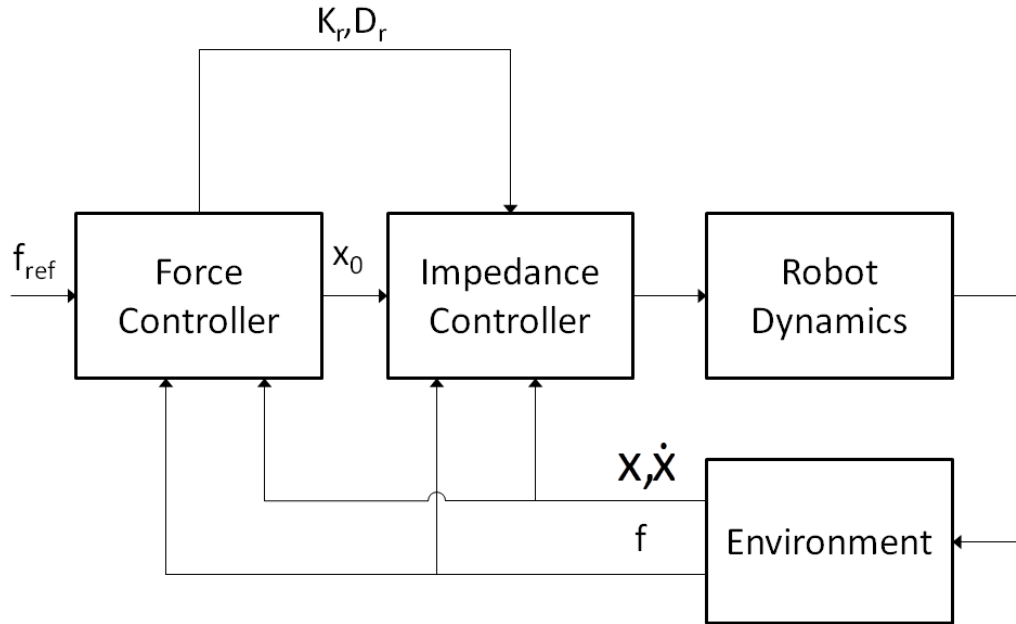


Figura 3.2: schema di controllo completo

3.2 Modellazione dell'Ambiente

Per quanto riguarda la descrizione delle forze di contatto è stato scelto come modello per l'ambiente con cui il robot va in interazione quello proposto da Kelvin-Voigt. L'ambiente viene quindi rappresentato con un modello lineare costituito dal parallelo di molle e smorzatori viscosi. Risulta quindi:

$$\mathbf{f} = - \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{D}_e^i \dot{\mathbf{x}}_e^i + \mathbf{K}_e^i \Delta \mathbf{x}_e^i \right), \quad \forall_i = 1, \dots, N \quad (3.1)$$

per ognuno degli N punti di contatto.

3.3 Modellazione del robot

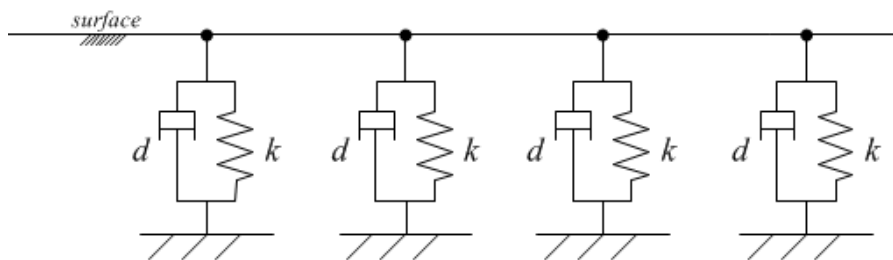


Figura 3.3: schematizzazione dell'ambiente mediante un sistema discreto di molle smorzatori

A causa del fatto che la geometria del generico ambiente interagente risulta solo in parte conosciuta, un modello a N punti di contatto risulta di difficile realizzazione. L'ambiente è stato considerato quindi come un'impedenza equivalente a parametri concentrati ponendo le matrici di rigidità e smorzamento \mathbf{D}_e e \mathbf{K}_e diagonali.

$$\mathbf{f} = -(\mathbf{D}_e \dot{\mathbf{x}}_e + \mathbf{K}_e \Delta \mathbf{x}_e) \quad (3.2)$$

Benché in letteratura siano stati proposti modelli di contatto non lineari che permettono di ottenere simulazioni di contatto più aderenti alla realtà, è stato scelto un modello lineare perché contiene il numero minimo di parametri da stimare in linea e semplifica la derivazione della legge di controllo.

3.3 Modellazione del robot

Per quanto riguarda il robot, esso è stato modellato considerando il sistema equivalente che si ottiene a valle del controllo di impedenza disponibile sul KUKA LWR. Il robot controllato in anello chiuso risulta quindi approssimabile con un sistema massa-molla-smorzatore.

Il sistema realizzato dal controllo in impedenza nello spazio operativo risulta essere a sei gradi di libertà, uno per ogni grado di libertà del corpo rigido nello spazio. Il controllo nativo consente l'impostazione delle sei rigidità \mathbf{K}_r e dei sei smorzamenti adimensionali $\boldsymbol{\xi}$. Inoltre, tale strategia di controllo consente l'impostazione del set-point di posizione \mathbf{x}_0 al quale il sistema massa-molla-smorzatore virtuale viene agganciato. Il set-point viene definito attraverso una matrice di trasformazione omogenea. Possono essere definite anche coppie e forze di precarico che però non sono state considerate nella logica di controllo sviluppata. Muovendo quindi il set-point, esso verrà raggiunto dall'end-effector con una dinamica che dipende dai valori di rigidità

e smorzamento impostati. Il sistema equivalente risulta caratterizzato da 6 equazioni del secondo ordine disaccoppiate tra loro. Tale semplificazione risulta possibile grazie al controllo nativo presente nel robot il quale cerca di compensare i termini di accoppiamento dinamico tra i vari giunti e le non linearità presenti nella matrice di massa e nei termini gravitazionali. Le equazioni risultano:

$$\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{D}_r \dot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{K}_r (\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_0) = \mathbf{f} \quad (3.3)$$

in cui le matrici $\mathbf{M}_r, \mathbf{D}_r, \mathbf{K}_r$ sono diagonali e \mathbf{f} rappresenta il vettore delle forze e coppie agenti all'end-effector. Se il set-point impostato risulta in una posizione tale per cui il robot e l'ambiente entrano in contatto, si genera un'iterazione dinamica tra i due sottosistemi che risulta nell'accoppiamento delle equazioni di moto, come mostrato in Figura 3.4. L'equazione di moto

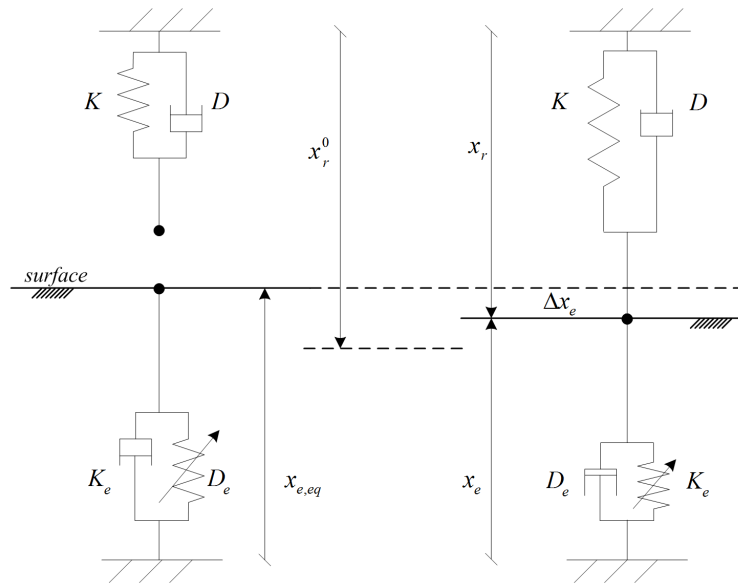


Figura 3.4: schematizzazione dell'interazione robot-ambiente

del sistema globale può essere scritta con la seguente formulazione matriciale:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{D}_r \dot{\mathbf{x}}_r + \mathbf{K}_r (\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_0) = \mathbf{f} \\ \mathbf{f} = -(\mathbf{D}_e \dot{\mathbf{x}}_e + \mathbf{K}_e \Delta \mathbf{x}_e) \end{cases}$$

Il sistema ottenuto risulta caratterizzato da sei equazioni disaccoppiate nei rispettivi gradi di libertà; tale assunzione, che data la natura intrinsecamente non lineare di un manipolatore industriale, può risultare forte, va verificata in

3.4 Caratterizzazione del KUKA LWR 4+

relazione alla configurazione assunta dal robot stesso e al campo di frequenze in cui si trova ad operare.

Prima di poter sviluppare una logica di controllo per il controllo diretto delle forze, è stato quindi necessario caratterizzare sperimentalmente il comportamento dinamico del robot controllato.

3.4 Caratterizzazione del KUKA LWR 4+

Una verifica sperimentale del comportamento dinamico del robot controllato con controllo in impedenza nello spazio operativo è stata condotta in precedenza presso ITIA, allo scopo di utilizzare un modello equivalente meccanico del manipolatore controllato all'interno del sistema robot-ambiente.

Le verifiche eseguite riguardano:

- le rigidzze effettivamente realizzate dal controllo: tali parametri sono stati verificati mediante una prova statica in cui viene valutata la deformazione del sistema controllato soggetto a carichi noti;
- gli smorzamenti effettivamente realizzati dal controllo;
- la frequenza propria e la massa associata al sistema controllato;

Tali prove, data l'ipotesi di validità del modello solo localmente, in un intorno della configurazione analizzata, sono da effettuare in una configurazione prossima a quella del task in esame.

Un'analisi completa che riguarda l'identificazione dei parametri del manipolatore è riportata in [26]. In particolare in essa viene caratterizzato il robot staticamente e dinamicamente, sia con controllo in posizione sia quando il manipolatore è controllato in impedenza.

Di seguito vengono analizzati e riassunti i risultati fondamentali per lo sviluppo del controllo, considerando quindi solo le prove che riguardano il controllo in impedenza.

In Figura 3.5 è mostrato il set-up sperimentale con accelerometri e laser utilizzato durante la campagna di identificazione.

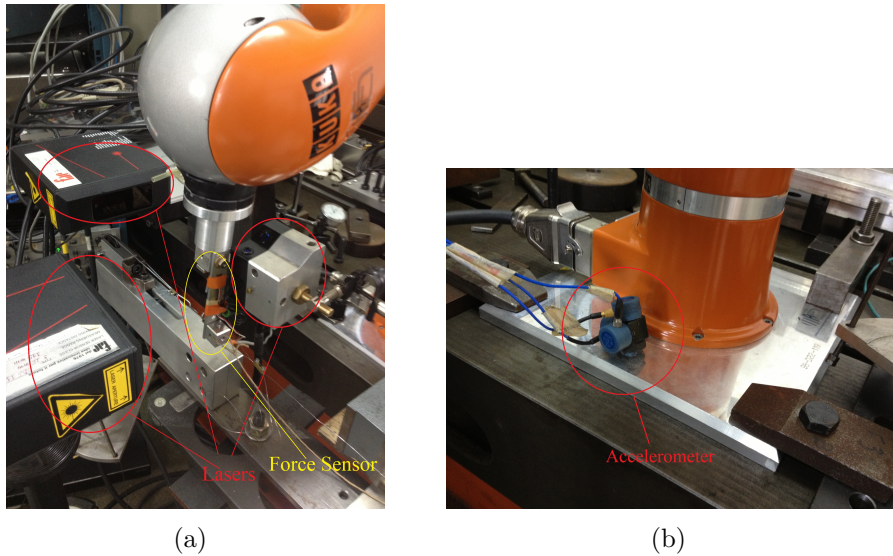


Figura 3.5: Set-up sperimentale presso ITIA-CNR. (a) laser e sensore di forza, (b) accelerometro

Sono stati considerati tre set di parametri differenti:

Impedance Parameters			
Set	Trans.Stiff.[N/m]	Rot.Stiff.[N m/rad]	Damping
1	1000	500	0.1
2	2500	500	0.1
3	5000	500	0.1

Tabella 3.1: parametri impostati nella campagna di prove realizzate per la verifica dei parametri realizzati dal controllo

Come si nota dalla tabella (3.1), sono stati impostati valori di smorzamento adimensionale bassi per poter meglio identificare le frequenze proprie, al variare delle rigidità desiderate.

È stata considerata una singola posa cartesiana ($X = 0 \text{ mm}$, $Y = 560 \text{ mm}$, $Z = 470 \text{ mm}$, $A = 0$, $B = 180$, $C = 0$), con il robot nella configurazione riportata in tabella 3.2:

3.4 Caratterizzazione del KUKA LWR 4+

Joint Angles							
<i>a1</i>	<i>a2</i>	<i>a3</i>	<i>a4</i>	<i>a5</i>	<i>a6</i>	<i>e1</i>	<i>swivelangle</i>
90°	-27°	79°	0°	-73°	-90°	0°	0°

Tabella 3.2: Joint angles nella configurazione analizzata

La posa sopra indicata è stata utilizzata in tutte le prove descritte nel seguito; i risultati ottenuti nella trattazione riguardano il moto del manipolatore in un intorno di questa configurazione.

3.4.1 Caratterizzazione Statica

Il manipolatore è stato caratterizzato staticamente applicando forze costanti al TCP. In particolare sono state applicate al TCP delle masse dal valore noto. Lo scopo del test è stato quello di verificare che i parametri di rigidezza effettivamente realizzati dal controllo fossero conformi ai valori impostati e valutare il ciclo di isteresi ottenuto misurando le deformazioni al TCP.

La stima delle rigidzze effettivamente realizzate è riportata in Tabella 3.3.

Static Stiffness [N/m]			
<i>Cartesian Direction</i>	<i>Set 1</i>	<i>Set 2</i>	<i>Set 3</i>
X	1046	2581	4576
Y	1023	2602	4865
Z	978	2326	4905

Tabella 3.3: Rigidezza realizzata dal controllo con i set 1,2,3 di parametri di impedenza

A titolo di esempio in Figura 3.6 sono riportati i cicli di isteresi realizzati avendo impostato il Set 2 di parametri.

3.4.2 Analisi dei risultati

Per quanto riguarda i risultati ottenuti con rigidzza imposta di $1000 N/m$ la tabella 3.3 mostra un errore massimo del 4.6% rispetto al valore di riferimento.

Analizzando più in dettaglio i cicli di isteresi riportati in [26] si nota che

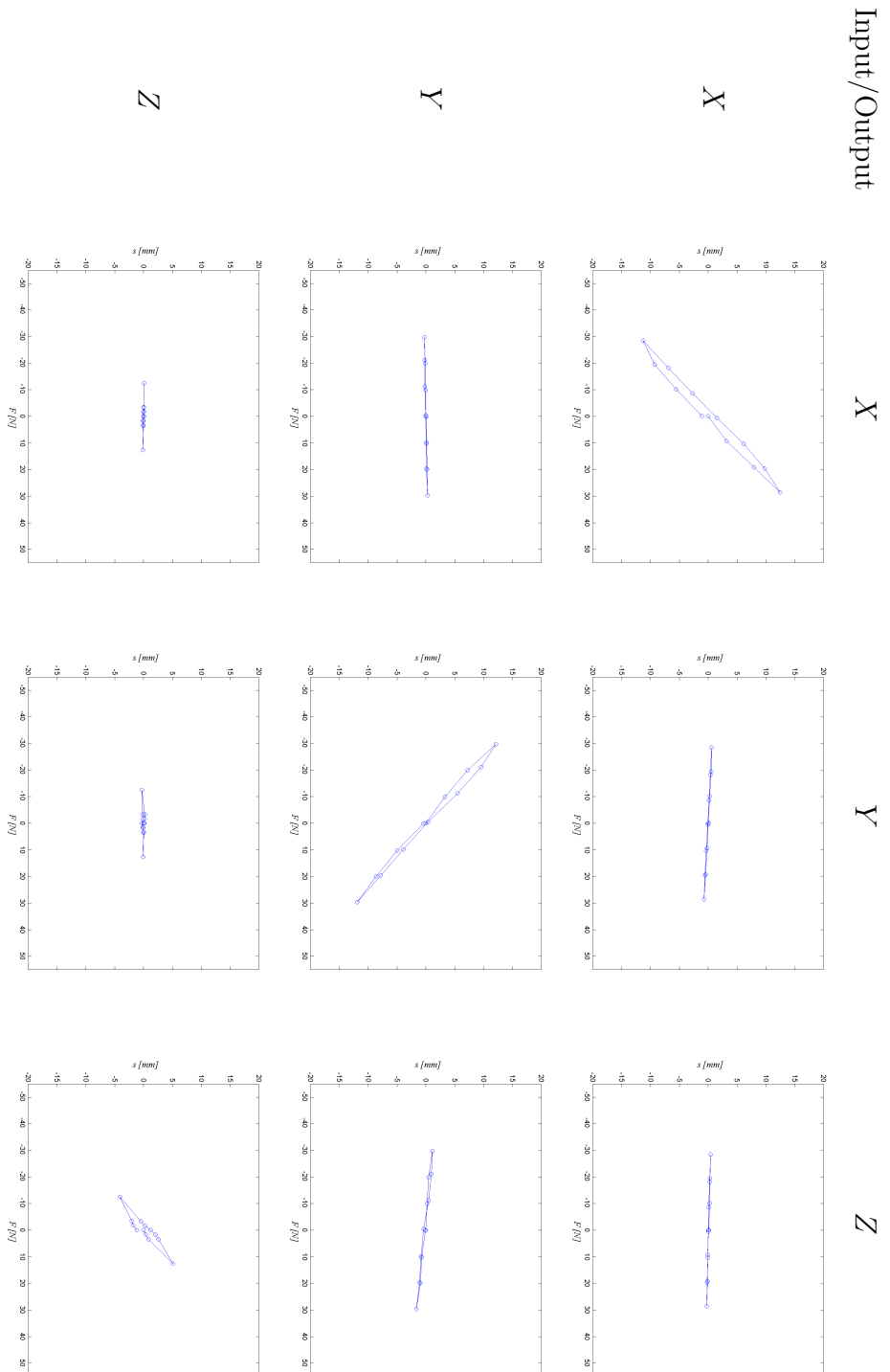


Figura 3.6: Ciclo di isteresi ottenuto con il set 2 di parametri di impedenza

3.4 Caratterizzazione del KUKA LWR 4+

il controllo riesce a rendere totalmente disaccoppiato il grado di libertà X; risultano infatti praticamente nulli sia gli spostamenti lungo X quando sono applicate forze lungo Y e Z sia gli spostamenti lungo Y e Z quando le forze sono applicate lungo X.

Sembrerebbe esserci invece un lieve accoppiamento tra Y e Z, che può però essere imputabile a lievi disallineamenti nel set-up sperimentale e alla bassa rigidità impostata.

Analizzando invece i risultati ottenuti con il Set 2 di rigidità, in tabella 3.3 si evidenzia un errore massimo del 6.96% rispetto al valore di riferimento.

Anche in questo caso si nota che il grado di libertà X risulta totalmente disaccoppiato dagli altri. Rispetto al set di parametri precedente si nota un netto miglioramento nel piano Y-Z; in questo caso anche i gradi di libertà Y, Z si possono essere considerati praticamente disaccoppiati tra loro (vedi Figura 3.6).

Incrementando ulteriormente il valore di rigidità richiesto, si nota un errore del 8.48% rispetto al valore di riferimento.

Si può quindi concludere che il controllo realizza correttamente le rigidità impostate, con errori di pochi punti percentuali, risultando affidabile. Si nota comunque che gli errori sulle rigidità realizzate tendono ad aumentare al crescere della rigidità richiesta.

Per quanto riguarda il disaccoppiamento dei gradi di libertà invece si nota che il comportamento tende a migliorare al crescere della rigidità desiderata.

3.4.3 Caratterizzazione Dinamica

Per quanto riguarda la caratterizzazione dinamica, è stato applicato uno sweep logaritmico di forza per eccitare il robot nella banda di frequenze di interesse.

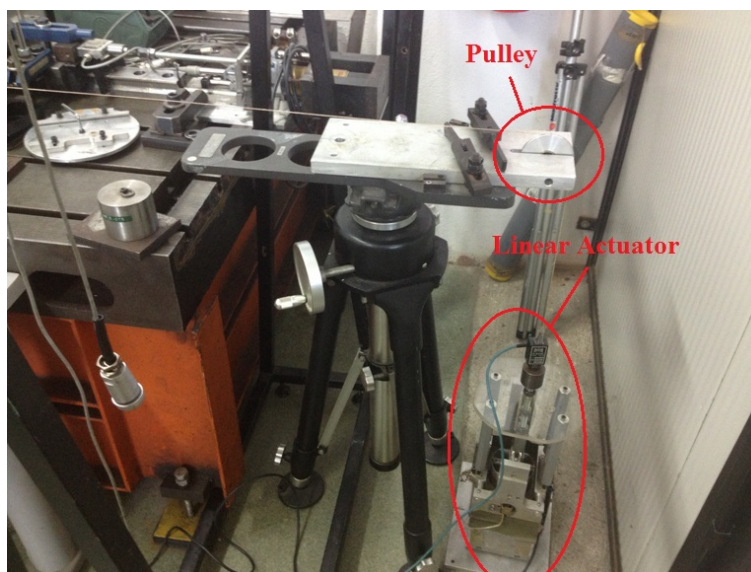


Figura 3.7: Set-up sperimentale presso ITIA-CNR utilizzato per lo sweep in forza

In Tabella 3.4 sono riportati valori delle frequenze proprie del robot controllato al variare della rigidità impostata.

Natural Frequency [Hz]			
<i>Cartesian Direction</i>	<i>Set 1</i>	<i>Set 2</i>	<i>Set 3</i>
X	4.0	4.7	5.8
Y	4.0	5.5	7.1
Z	4.2	5.5	6.8

Tabella 3.4: Frequenze proprie del robot ottenute con i Set 1,2,3 di parametri di impedenza

In Tabella 3.5 sono invece riportate le masse calcolate.

3.4 Caratterizzazione del KUKA LWR 4+

Masse Calcolate [kg]			
<i>Cartesian Direction</i>	<i>Set 1</i>	<i>Set 2</i>	<i>Set 3</i>
X	1.58	2.87	3.76
Y	1.58	2.09	2.51
Z	1.44	2.09	2.74

Tabella 3.5: Masse calcolate con i Set 1,2,3 di parametri di impedenza

In Figura 3.8 sono riportate le funzioni di risposta in frequenza per il set 2 di parametri.

3.4.4 Analisi dei risultati

Analizzando le FRFs si nota che così come nell'analisi statica imponendo un valore di $1000 N/m$ il grado di libertà X risulta totalmente disaccoppiato dagli altri. Si nota invece che soprattutto nell'intorno della risonanza vi è accoppiamento tra Y e Z. Anche in questo caso non si può comunque escludere che il fatto possa essere parzialmente dovuto a disallineamenti nel setup sperimentale.

Aumentando la rigidità imposta si nota che le performance nel disaccoppiamento dei gradi di libertà migliorano anche nel piano Y-Z. Queste performance peggiorano quanto più la frequenza della forzante di eccitazione si avvicina alla frequenza propria del robot controllato.

Analizzando le funzioni di risposta in frequenza si nota come la pulsazione propria aumenti al crescere della rigidità impostata. Si nota comunque che la frequenza propria dipende dalla direzione considerata.

Dall'analisi più completa riportata in [26], emerge che le pulsazioni proprie sono funzione sia della posa che della configurazione del manipolatore, quindi anche la massa risultante cambia con la configurazione.

Inoltre considerando un singolo grado di libertà, si nota come all'aumentare della rigidità imposta tenda ad aumentare anche la massa equivalente.

Va comunque sottolineata l'efficacia del controllo nella riduzione delle masse percepite, in quanto la massa complessiva del manipolatore ammonta a $18 kg$ e mediamente il valore ottenuto a valle del controllo risulta di circa $2.5 kg$.

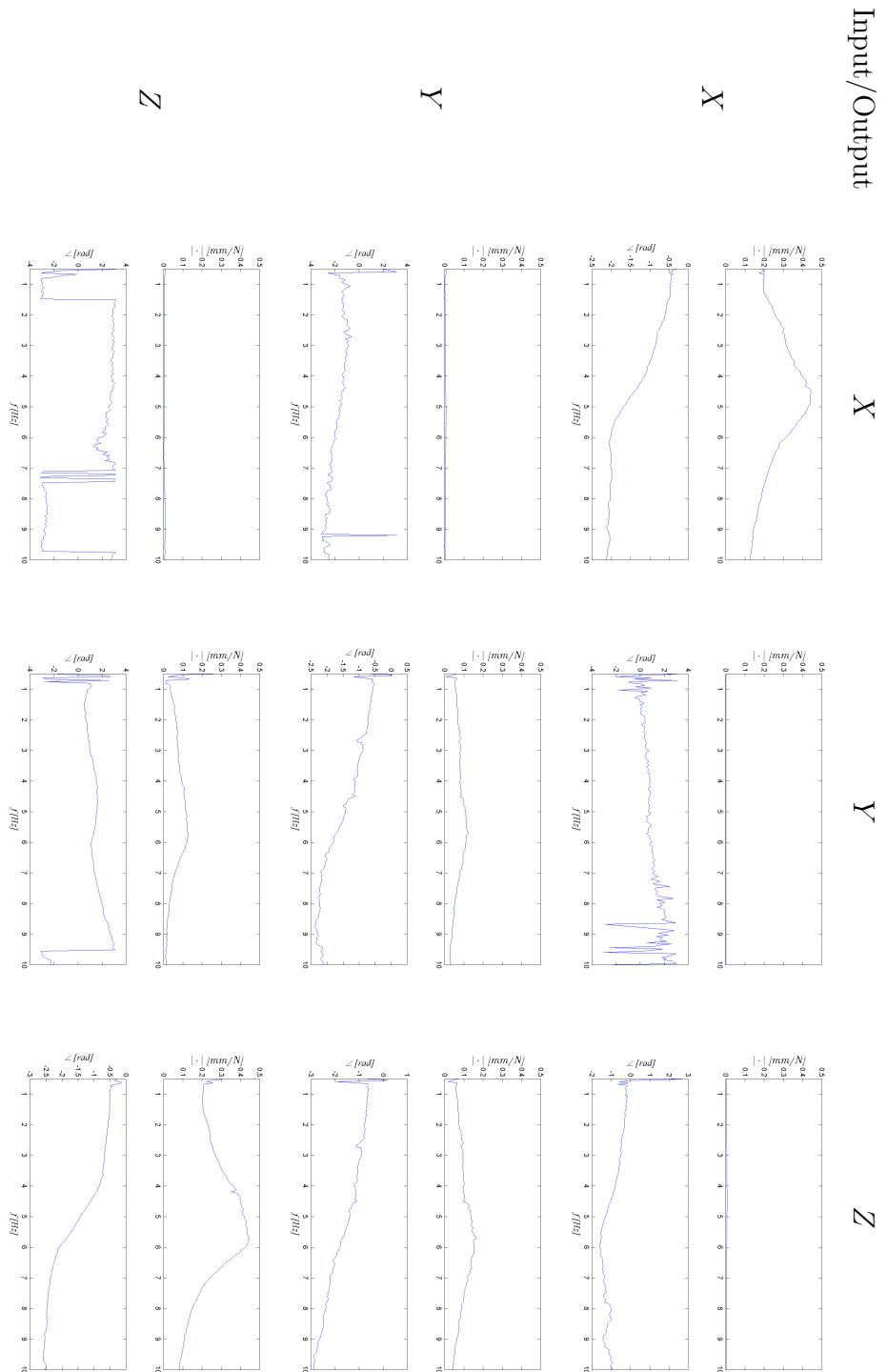


Figura 3.8: FRFs ottenute con il set 2 di parametri di impedenza

3.4 Caratterizzazione del KUKA LWR 4+

3.4.5 Verifica dello Smorzamento

In [27] sono invece indicati i risultati ottenuti durante una campagna di prove per la verifica dello smorzamento realizzato. Per il calcolo dello smorzamento adimensionale è stato usato il metodo del decremento logaritmico. In particolare durante la prova l'end-effector del robot è stato spostato manualmente dalla posizione di equilibrio definita dal set point ed è stata misurata l'oscillazione libera.

Per lo svolgimento della prova sono stati impostati i parametri elencati in Tabella 3.6 ed in Tabella 3.7.

Rigidezze			
	<i>Set 1</i>	<i>Set 2</i>	<i>Set 3</i>
$K_x [N/m]$	3000	3000	3000
$K_y [N/m]$	3000	3000	3000
$K_z [N/m]$	1000	2500	2500

Tabella 3.6: parametri di rigidezza impostati durante la campagna di prove realizzate per la verifica dei parametri di smorzamento realizzati dal controllo

Smorzamenti			
	<i>Set 1</i>	<i>Set 2</i>	<i>Set 3</i>
D_x	1	1	1
D_y	1	1	1
D_z	0.1	0.1	0.7

Tabella 3.7: parametri di smorzamento impostati durante la campagna di prove realizzate per la verifica dei parametri di smorzamento realizzati dal controllo

I parametri sono stati così scelti per mettere in evidenza le sole oscillazioni nella direzione Z.

In tabella 3.8 sono riportati i risultati dell'identificazione.

Smorzamento Realizzato	
<i>Set</i>	<i>smorzamento adimensionale</i>
1	0.1404
2	0.1212
3	0.7317

Tabella 3.8: smorzamento adimensionale calcolato sperimentalmente per i diversi set di parametri impostati

Dalle prove si evince che il controllo realizza abbastanza bene i valori di smorzamento desiderati anche se i valori effettivamente ottenuti risultano più elevati rispetto a quelli impostati. Questo può essere dovuto alla non perfetta compensazione dei termini di attrito presenti a livello dei giunti, che vanno ad aggiungere un contributo smorzante ulteriore rispetto a quello introdotto dal controllore.

A valle dell'analisi va comunque evidenziato il fatto che il KUKA LWR è stato concepito per essere utilizzato a basse frequenze, dove l'effettivo comportamento del sistema risulta essere disaccoppiato.

Va quindi considerato in fase di progettazione che realizzare un regolatore di forza che richieda una banda passante troppo ampia, può scatenare fenomeni di accoppiamento tra gradi di libertà eccitando delle dinamiche non modellate.

Inoltre proprio la presenza di una componente smorzante nell'anello interno del controllo di coppia al giunto è indice del fatto che il manipolatore sia stato progettato per svolgere compiti a bassa dinamica, in quanto essa ha sì un effetto regolarizzante sulla coppia trasmessa ma al contempo impedisce brusche variazioni della stessa che potrebbero essere richieste in task caratterizzati da componenti a dinamica elevata.

3.5 Scelta dei parametri di Impedenza

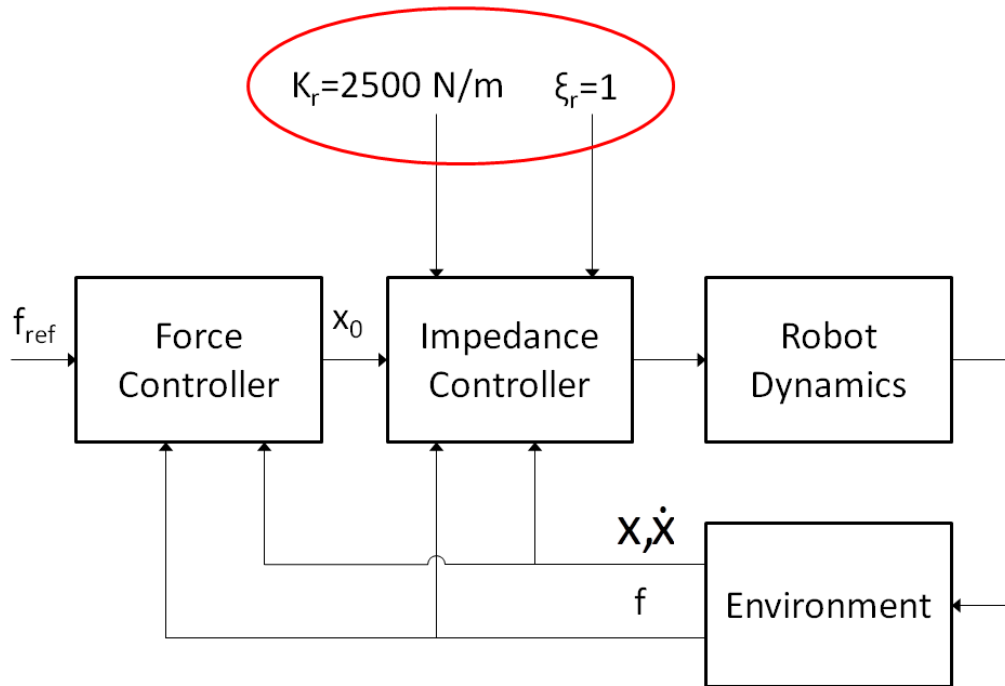


Figura 3.9: Scelta dei parametri di impedenza

3.5 Scelta dei parametri di Impedenza

Avendo notato che vi è dipendenza tra il valore di rigidità impostato e la corrispettiva massa equivalente, è stato scelto di imporre al controllo un valore costante di rigidità al fine di mantenere il più possibile costanti i valori dei parametri del sistema equivalente.

È stato quindi utilizzato il set-point x_0 come unica variabile di controllo.

Per quanto riguarda la scelta della rigidità da impostare, imporre valori troppo elevati potrebbe comportare delle variazioni di set-point troppo piccole per essere effettivamente realizzate. Si perderebbero anche i vantaggi che un robot cedevole dà nel compensare gli errori nella stima dei parametri dell'ambiente.

Dall'altra parte impostare un comportamento molto cedevole compromette la capacità di inseguire un riferimento di posizione quando il robot si muove nello spazio libero. Inoltre, come emerge dall'analisi precedente, diminuisce la capacità del robot di disaccoppiare i gradi di libertà.

È stato quindi impostato un valore di rigidità pari a $2500 N/m$.

Per quanto riguarda il valore di smorzamento impostato, è stato scelto di

imporre uno smorzamento adimensionale unitario, in modo da avere un comportamento criticamente smorzato. Questo perché entrando in contatto con ambienti tipicamente poco smorzanti, essi vanno ad introdurre un contributo di rigidità che abbassa il valore di smorzamento adimensionale del sistema accoppiato.

Il controllo di forza è stato quindi effettuato andando a regolare il set-point desiderato; una sua variazione consente infatti di poter modificare la forza di richiamo della molla equivalente realizzata dal controllo.

Capitolo 4

Progettazione del Controllo

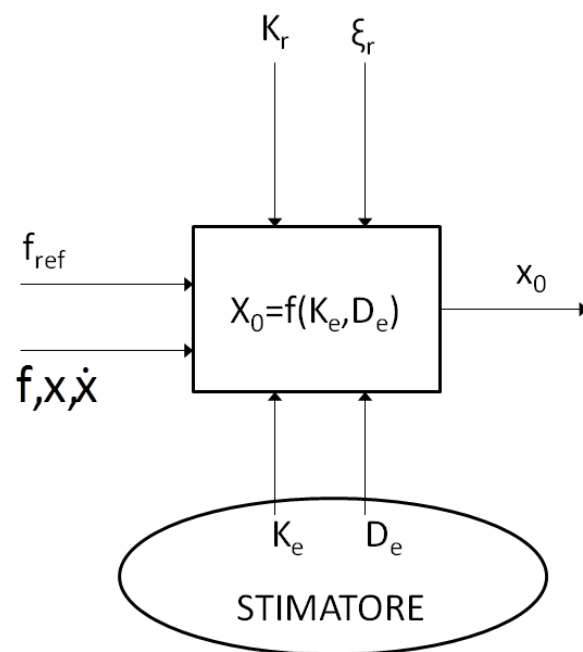


Figura 4.1: Schema del regolatore

La strategia di controllo adottata si prefigge l'obiettivo di ottenere un contatto stabile con l'ambiente e di poter seguire il riferimento di forza desiderato andando a limitare il più possibile un eventuale overshoot.

Per poter ottenere determinate prestazioni statiche, rendendo nullo l'errore sul riferimento a transitorio esaurito, è richiesta la presenza di un contributo integrale nell'azione di controllo. La presenza di questo stesso contributo fa sì

che quando il robot si trovi nello spazio libero, a causa del contributo sempre crescente dell'integrale sull'errore di forza, vengano raggiunte velocità troppo elevate per poter garantire il contatto desiderato. Si è quindi deciso di adottare due logiche di controllo differenti per quanto riguarda il moto nello spazio libero e il caso in cui il robot entri in contatto con l'ambiente.

Per quanto riguarda la strategia adottata durante il contatto, è stato scelto di implementare una logica che vada ad ottimizzare i parametri del controllo in modo adattativo rispetto ad una stima delle caratteristiche dell'ambiente di contatto. I guadagni ottenuti risultano quindi funzione di rigidità e smorzamento stimati, e vengono modificati on-line durante l'interazione.

Nel capitolo viene inizialmente fatta un'introduzione alla teoria del controllo ottimo, ricavando la legge di controllo per sistemi lineari tempo invarianti; tale strategia viene successivamente applicata al caso in esame.

4.1 Optimal Control Theory

L'obiettivo principale della teoria del controllo ottimo è la determinazione delle azioni di controllo (input del sistema), che soddisfino i vincoli fisici imposti dal sistema e allo stesso tempo massimizzino o minimizzino un determinato funzionale di costo o indice di performance (*performance index*).

I due approcci principali che sono stati sviluppati per la risoluzione del problema sono il *Dynamic Programming* e l'approccio *Variazionale*. Il *Dinamic Programming* è basato sul *principio di ottimalità* e ha introdotto una significativa riduzione del tempo di computazione se paragonato con la valutazione globale di tutte le possibili azioni di controllo. Inoltre sfruttando un'approccio di tipo continuo del principio di ottimalità, si giunge alla risoluzione dell'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman (equazione differenziale alle derivate parziali).

L'approccio basato sul *principio di ottimalità* permette di ottenere una soluzione ad anello chiuso (*closed-loop solution*). La soluzione del problema di ottimo ottenuta attraverso l'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman risulta di tipo globale, ovvero fornisce la traiettoria ottima per qualsiasi condizione iniziale.

4.1 Optimal Control Theory

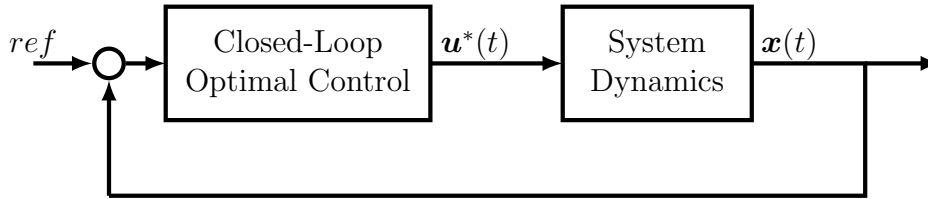


Figura 4.2: Closed-Loop Optimal Control

L'approccio Variazionale invece, sfrutta il principio del minimo di Pontryagin, il quale è una generalizzazione dell'approccio di Eulero-Lagrange. La soluzione ottenuta in questo caso risulta ad anello aperto (*open-loop solution*) e fornisce l'azione di controllo ottima solo per le condizioni iniziali specificate.

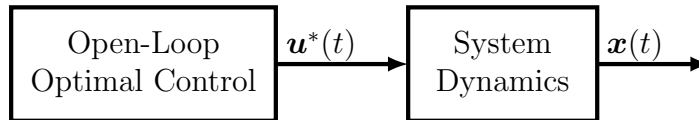


Figura 4.3: Open-Loop Optimal Control

Sono di seguito descritti gli aspetti generali di un problema di controllo ottimo, specificando le differenti possibilità di scelta della funzione obiettivo che vengono tipicamente utilizzate.

4.1.1 Formulazione del problema

Per la soluzione del problema di controllo ottimo le equazioni dinamiche del sistema vanno scritte in forma di stato. Quando il sistema è governato da equazioni differenziali ordinarie di ordine superiore al primo è comunque possibile ricondursi ad un sistema di ODEs del primo ordine, il quale dipende dallo *stato* e dalle *azioni di controllo*.

La soluzione di un generico problema di controllo ottimo non lineare consiste nel trovare l'azione di controllo ottima $\mathbf{u}^*(t)$ (in tutta la trattazione * indica il valore ottimo), che faccia sì che un certo sistema di equazioni differenziali

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (4.1)$$

dia la traiettoria ottima $\mathbf{x}^*(t)$ che ottimizza il funzionale di costo scelto

$$J = S(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (4.2)$$

Nelle equazioni 4.1 e 4.2, $\mathbf{x}(t)$ è il vettore contenente lo stato e $\mathbf{u}(t)$ è il vettore degli ingressi del sistema. Gli aspetti legati alla scelta del funzionale di costo vengono discussi nella sezione seguente.

Nel prosieguo della trattazione la dipendenza di $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ verrà omessa per rendere le formule più compatte.

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x} \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{u} \end{cases}$$

4.1.2 Funzionale di costo

La scelta del funzionale di costo dipende dalle caratteristiche del problema in esame e dagli obiettivi che il progettista del controllore si è prefissato. Esempi tipici di performance index risultano:

Minimum-Time Problems

Quando l'obiettivo è quello di ridurre al minimo il tempo totale richiesto da un processo, il problema può essere classificato come *minimum time problem*. Questo tipo di problema consiste nel portare il sistema dallo stato iniziale \mathbf{x}_0 ad uno stato finale specificato \mathbf{x}_f quanto più velocemente possibile. Il funzionale in questo caso risulta del tipo

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt = t_f - t_0 \quad (4.3)$$

Terminal Control Problems

Quando l'obiettivo risulta quello di minimizzare l'errore tra lo stato finale desiderato $\mathbf{x}_d(t_f)$ e quello reale si parla di *terminal control problem* o problema di puntamento. Poiché sia deviazioni positive che negative dal valore di riferimento sono indesiderate, è conveniente definire il funzionale considerando il quadrato dell'errore.

$$J = (\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_d(t_f))^T \mathbf{F} (\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_d(t_f)) \quad (4.4)$$

in cui \mathbf{F} è una matrice di pesi simmetrica semidefinita positiva che consente di attribuire pesi diversi ad ogni termine del vettore di stato. t_f invece, indica l'istante finale.

Minimum-Energy Control Problems

Nella maggior parte dei problemi di controllo, la scelta degli ingressi al sistema si ripercuote direttamente sul consumo energetico. Pertanto limitare la

4.1 Optimal Control Theory

spesa energetica per ragioni di tipo economico o semplicemente per aumentare l'efficienza del sistema stesso potrebbe essere uno degli obiettivi.

In questo caso il funzionale risulta:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} dt \quad (4.5)$$

dove \mathbf{R} è una matrice simmetrica definita positiva che pesa le variabili di controllo.

Minimal Tracking Error Problem

Quando lo scopo del controllo è quello di ridurre l'errore tra lo stato attuale e la traiettoria di riferimento desiderata, il funzionale può essere definito come

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)^T \mathbf{Q} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) dt \quad (4.6)$$

dove \mathbf{Q} è una matrice simmetrica semidefinita positiva che pesa le varie componenti del vettore di stato, mentre $\mathbf{x}_d(t)$ è la traiettoria di riferimento desiderata.

Problema di Controllo Ottimo Generale

Un problema generale di controllo può considerare nella minimizzazione del funzionale una o più condizioni tra quelle precedentemente citate.

Combinando tra loro i funzionali di costo si giunge alla definizione del seguente performance index

$$J = (\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_d(t_f))^T \mathbf{F} (\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_d(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} [(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)^T \mathbf{Q} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (4.7)$$

Nell'equazione precedente, le matrici \mathbf{R} e \mathbf{Q} possono essere dipendenti dal tempo o anche essere funzioni delle variabili di stato, rendendo il problema di ottimizzazione non lineare. Pertanto il funzionale di costo può essere riscritto in una forma più generale come

$$J = S(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (4.8)$$

4.1.3 Dynamic Programming

Il Dynamic Programming per la soluzione dei problemi di controllo ottimo è stato introdotto per la prima volta da R. E. Bellman nel 1952. L'idea del

Dynamic Programming è quella di minimizzare un problema di ottimizzazione multistadio discreta in modo tale che per ogni stadio tutte le possibili opzioni vengano valutate e che il miglior valore venga memorizzato. Un approccio alternativo anch'esso basato sul principio di ottimalità, porta invece alla soluzione del problema risolvendo l'equazione differenziale alle derivate parziali di Hamilton-Jacobi-Bellman.

4.1.4 Principio di Ottimalità

Il principio di ottimalità afferma che se un controllo che risulta essere ottimo viene suddiviso in due periodi di tempo, l'azione di controllo è ottima anche nell'ultimo dei due periodi.

L'assunzione di base del principio è che il sistema può essere caratterizzato totalmente dallo stato $\mathbf{x}(t)$ al tempo t , il quale riassume completamente gli effetti dell'azione di controllo $\mathbf{u}(t)$ al tempo precedente.

Definizione 4.1 (*Principio di Ottimalità*). Se $\mathbf{u}^*(\tau)$ è l'azione di controllo ottima nell'intervallo $[t, t_f]$, considerando lo stato iniziale $\mathbf{x}(t)$, allora $\mathbf{u}^*(\tau)$ è necessariamente ottima nel sottointervallo $[t + \Delta t, t_f]$, per ogni Δt tale che $t_f - t \geq \Delta t > 0$

Dal punto di vista computazionale il principio di ottimalità, se paragonato con una ricerca globale tra tutti i possibili valori della variabile di controllo, permette di ridurre in modo significativo sia l'utilizzo di memoria sia il tempo impiegato per trovare la soluzione.

4.1.5 Equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman

Alternativamente al dynamic programming è possibile risolvere il problema sfruttando una versione a tempo continuo del principio di ottimalità. Utilizzando le equazioni 4.1 e 4.2 e considerando solo il termine integrale del performance index in 4.2, il minimo funzionale di costo per lo stato ottimo $\mathbf{x}^*(t)$ con condizioni iniziali date da $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ è rappresentato da

$$J^*(\mathbf{x}(t_0), t) = \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t) dt \quad (4.9)$$

È da notare che $J^*(\mathbf{x}(t_0), t)$ è indipendente dall'azione di controllo $\mathbf{u}(t)$, poiché la conoscenza del minimo performance index determina a sua volta la conoscenza dell'azione di controllo $\mathbf{u}^*(t)$ necessaria per raggiungere il suo

4.1 Optimal Control Theory

minimo. Utilizzando il principio di ottimalità si può ottenere il minimo valore del funzionale di costo $J^*(\mathbf{x}^*(t), t)$ per un valore arbitrario dello stato iniziale lungo la traiettoria ottimale $\mathbf{x}^*(t)$ al tempo t

$$J^*(\mathbf{x}^*(t), t) = \int_t^{t_f} L(\mathbf{x}^*(\tau), \mathbf{u}^*(\tau), t) d\tau \quad (4.10)$$

Per trovare il controllo che minimizzi 4.10 si può sfruttare la proprietà additiva degli integrali e il principio di ottimalità

$$J^*(\mathbf{x}, t) = \min_{\mathbf{u}(\tau), t \leq \tau \leq t_f} \left\{ \int_t^{t+\Delta t} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \tau) d\tau + \int_{t+\Delta t}^{t_f} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \tau) d\tau \right\} \quad (4.11)$$

$$J^*(\mathbf{x}, t) = \min_{\mathbf{u}(\tau), t \leq \tau \leq t_f} \left\{ \int_t^{t+\Delta t} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \tau) d\tau + J^*(\mathbf{x}(t + \Delta t), t + \Delta t) \right\} \quad (4.12)$$

Il funzionale ottimo risulta somma di due contributi: il primo risulta dalla minimizzazione del funzionale tra t e $t + \Delta t$; il secondo invece è $J^*(\mathbf{x}(t + \Delta t), t + \Delta t)$. Trovare la soluzione al problema implica il fatto di dover trovare la soluzione nel sottointervallo $[t, t + \Delta t]$. Se l'intervallo Δt considerato è piccolo, il termine integrale nell'equazione 4.12 può essere approssimato a $L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)\Delta t$. Inoltre il termine ottimo $J^*(\mathbf{x}(t + \Delta t), t + \Delta t)$ può essere espanso in serie di Taylor rispetto al punto $(\mathbf{x}(t), t)$. Sostituendo le due approssimazioni nell'equazione 4.12 si ottiene

$$J^*(\mathbf{x}, t) = \min_{\mathbf{u}(\tau), t \leq \tau \leq t_f} \left\{ L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)\Delta t + J^*(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial J^*}{\partial t}\Delta t + \left(\frac{\partial J^*(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right) \Delta \mathbf{x} \right\} \quad (4.13)$$

Dividendo poi tutti i termini per Δt e facendone il limite per Δt che tende a 0 l'equazione può essere riscritta come

$$\frac{\partial J^*}{\partial t} + \min_{\mathbf{u}(\tau), t \leq \tau \leq t_f} \left\{ L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \left(\frac{\partial J^*(\mathbf{x}(t), t)}{\partial \mathbf{x}} \right) [\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)] \right\} = 0 \quad (4.14)$$

L'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman è un'equazione differenziale alle derivate parziali non lineare in J^* e presenta molte difficoltà nella sua soluzione. Le condizioni al contorno del problema sono date dal termine $S(\mathbf{x}(t_f), t_f)$.

4.1.6 Linear Quadratic Regulator

Considerando il caso in cui il sistema in esame sia lineare e descritto dalla seguente equazione

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.15)$$

e che il funzionale di costo da minimizzare sia di tipo quadratico

$$J(\mathbf{x}, t) = \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) d\tau \quad (4.16)$$

dove anche in questo caso \mathbf{Q} è una matrice simmetrica e semidefinita positiva, mentre \mathbf{R} è simmetrica e definita positiva.

Al fine di risolvere l'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman, si ipotizza, data la struttura del problema, che anche il funzionale di costo minimo sia quadratico

$$J^*(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x}^T \mathbf{S}(t) \mathbf{x} \quad (4.17)$$

in cui $\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}^T(t) \geq \mathbf{0}$ risulta essere una matrice simmetrica e semidefinita positiva, funzione del tempo. Sostituendo il funzionale ipotizzato e la dinamica di un sistema lineare nell'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman si ottiene

$$-\mathbf{x}^T \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x} = \min_{\mathbf{u}(\tau) \in \mathbb{R}^m} \{ \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S}(t) (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}) \} \quad (4.18)$$

Affinchè il membro di destra assuma valore minimo, deve essere nulla la derivata parziale rispetto all'azione di controllo

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S}(t) (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u})]^T = 0 \quad (4.19)$$

$$2\mathbf{R} \mathbf{u}^* + 2\mathbf{B}^T \mathbf{S}(t) \mathbf{x} = 0 \quad (4.20)$$

Pertanto l'azione di controllo ottima risulta essere data da

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}(t) \mathbf{x}(t) \quad (4.21)$$

Risulta quindi

$$\min_{\mathbf{u}(\tau) \in \mathbb{R}^m} \{ \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S}(t) (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}) \} = \quad (4.22)$$

$$= \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^{*T} \mathbf{R} \mathbf{u}^* + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S}(t) (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}^*) = \quad (4.23)$$

$$= \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{S}^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{x} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{x} = \quad (4.24)$$

$$= \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{S}^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{x} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{x} = \quad (4.25)$$

$$= \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \mathbf{S}^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{x} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x} = \quad (4.26)$$

$$= \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \mathbf{S}^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{S} \mathbf{x} = \quad (4.27)$$

$$= \mathbf{x}^T [\mathbf{Q} - \mathbf{S}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}(t) + \mathbf{S}(t) \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{S}(t)] \mathbf{x} \quad (4.28)$$

4.1 Optimal Control Theory

Sostituendo quanto ricavato nell'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman

$$-\mathbf{x}^T \dot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{x} = \mathbf{x}^T [\mathbf{Q} - \mathbf{S}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}(t) + \mathbf{S}(t) \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{S}(t)] \mathbf{x} \quad (4.29)$$

Affinchè l'uguaglianza sia verificata per qualsiasi valore di $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{S}(t)$ deve soddisfare

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = -\mathbf{Q} + \mathbf{S}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}(t) - \mathbf{S}(t) \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{S}(t) \quad (4.30)$$

chiamata equazione di Riccati.

L'equazione sopra ottenuta risulta essere matriciale e non lineare a causa del termine quadratico in \mathbf{S} . Inoltre, data la simmetria delle matrici, essa risulta equivalente ad un sistema di $n(n+1)/2$ equazioni differenziali.

Nel caso in cui il problema di regolazione a zero dell'errore abbia orizzonte infinito, ovvero il funzionale di costo sia del tipo

$$J(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) d\tau \quad (4.31)$$

anche il funzionale ottimo risulta indipendente dal tempo, quindi ne consegue che \mathbf{S} sia una matrice costante.

Pertanto l'equazione differenziale di Riccati, si riduce alla seguente equazione algebrica

$$\mathbf{S} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{Q} - \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} = 0 \quad (4.32)$$

Avendo considerato un ambiente la cui geometria risulta nota solo in modo approssimativo, una soluzione al problema di ottimalità basata su un approccio di puro *feedforward* risulta irrealizzabile. Inoltre una soluzione di controllo ad anello chiuso fornisce requisiti di robustezza che permettono una compensazione delle eventuali imprecisioni e semplificazioni presenti a livello di modellazione del sistema.

4.2 Dinamica Accoppiata

Il sistema globale che comprende robot e ambiente in contatto tra loro, può essere descritto matematicamente attraverso un'espressione matriciale del tipo:

$$\begin{cases} M_r \ddot{\mathbf{x}}_r + D_r \dot{\mathbf{x}}_r + K_r (\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_0) = \mathbf{f}_r \\ \mathbf{f}_e = - (D_e \dot{\mathbf{x}}_e + K_e \Delta \mathbf{x}_e) \end{cases} \quad (4.33)$$

in cui dopo l'interazione $\mathbf{f}_r = \mathbf{f}_e$

4.3 Derivazione dell'Azione di Controllo

Considerando un singolo grado di libertà traslazionale, l'equazione dinamica che considera l'accoppiamento tra robot e ambiente risulta essere:

$$\begin{cases} M_r \ddot{x} + D_r \dot{x} + K_r (x - x_0) = f \\ f = -K_e (x - x_e) - D_e \dot{x} \end{cases} \quad (4.34)$$

in cui M_r è la massa equivalente del robot lungo il grado di libertà considerato, D_r , K_r , D_e , K_e sono i parametri di rigidità e smorzamento rispettivamente del robot e dell'ambiente, x_e è la posizione di equilibrio dell'ambiente. x_0 è invece il set-point di riferimento.

Sostituendo l'espressione della forza nella prima equazione

$$\begin{aligned} M_r \ddot{x} + D_r \dot{x} + K_r (x - x_0) &= -K_e (x - x_e) - D_e \dot{x} \\ M_r \ddot{x} + D_r \dot{x} + D_e \dot{x} + K_r (x - x_0) + K_e (x - x_e) &= 0 \end{aligned}$$

Come detto in precedenza, il controllo nativo del KUKA permette di settare i parametri di rigidità K_r e smorzamento adimensionale ξ ; le equazioni di moto sono state riscritte semplificando la massa del robot senza però inglobare i termini di rigidità e smorzamento in un unico termine equivalente, lasciando separati i contributi provenienti dal manipolatore e dall'ambiente.

4.3 Derivazione dell'Azione di Controllo

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \frac{D_e}{M_r}\dot{x} + \omega_0^2(x - x_0) + \frac{K_e}{M_r}(x - x_e) = 0$$

Per quanto riguarda il set-point comandato, è stato scelto come

$$x_0 = x + \Delta x \quad (4.35)$$

Sostituendolo nell'equazione di moto si ottiene

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \frac{D_e}{M_r}\dot{x} + \omega_0^2[x - (x + \Delta x)] + \frac{K_e}{M_r}(x - x_e) &= 0 \\ \ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \frac{D_e}{M_r}\dot{x} + \frac{K_e}{M_r}(x - x_e) &= \omega_0^2\Delta x \end{aligned}$$

in cui Δx risulta essere la nuova variabile di controllo del sistema. La scelta di sostituire al set-point la nuova variabile di controllo che ne indica la variazione, consente di non dover specificare una posizione ben definita quando non è nota a priori la geometria dell'ambiente circostante.

Per evitare di appesantire la notazione è stato introdotto il seguente cambio di variabili:

$$z = x - x_e \quad (4.36)$$

Esplicitando l'accelerazione e accoppiando all'equazione di moto l'uguaglianza $\dot{x} = \dot{z}$, l'equazione di moto del sistema può essere espressa in forma di stato.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r} & -\frac{K_e}{M_r} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \omega_0^2 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta x \quad (4.37)$$

Lo scopo è quello di avere controllo sulla forza che il robot esercita sull'ambiente, limitando l'errore tra il valore misurato e il riferimento. Tuttavia da quanto emerge dalla trattazione precedente, una strategia basata sull'ottimizzazione di un funzionale prevede di retroazionare lo stato del sistema.

Nasce quindi l'esigenza di estendere lo stato per includervi l'errore di forza. Sulla base del modello lineare di ambiente l'errore di forza si può esprimere come

$$e = f - f_d = -D_e\dot{z} - K_e z - f_d \quad (4.38)$$

in cui f_d è la forza desiderata.

Derivando l'espressione dell'errore di forza e l'equazione scritta in forma di stato precedentemente ottenuta si può scrivere l'equazione di moto funzione dello stato aumentato

$$\mathbf{x}_e = \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ e \end{Bmatrix}$$

Nella derivazione la forza desiderata f_d è stata considerata un parametro costante.

L'equazione di moto scritta in forma di stato risulta:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{e} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r}\right) & -\frac{K_e}{M_r} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -D_e & -K_e & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \dot{z} \\ e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \omega_0^2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta \dot{x} \quad (4.39)$$

Riscritta in forma matriciale:

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{A}\mathbf{x}_e + \mathbf{B}\Delta \dot{x} \quad (4.40)$$

con

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r}\right) & -\frac{K_e}{M_r} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -D_e & -K_e & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} \omega_0^2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.41)$$

4.4 Scelta del funzionale di costo

Avendo utilizzato un modello semplificato sia per quanto riguarda il robot sia per l'ambiente, l'equazione di moto (4.40) ottenuta risulta lineare tempo invariante. Utilizzando un funzionale di costo quadratico, il problema diventa un LQR. Per quanto riguarda la scelta del funzionale, l'unico obiettivo è quello di minimizzare l'errore di forza. Allo stesso tempo, la matrice \mathbf{R} presente nell'equazione di Riccati deve essere definita positiva per poter essere invertita, il che significa che un contributo che pesi l'azione di controllo $\Delta \dot{x}$ debba essere inserito per poter trovare una soluzione al problema. Inoltre, il fatto che non vi sia un orizzonte temporale ben definito fa sì che si ricada nel caso di controllo LQR a tempo infinito. Si può quindi definire il seguente funzionale:

$$J = \int_0^\infty \left(p e^2 + r \Delta \dot{x}^2 \right) d\tau \quad (4.42)$$

Notando che il minimo del funzionale dipende esclusivamente dal rapporto tra p e r , si può normalizzare la precedente espressione rispetto ad r ottenendo

$$J = \int_0^\infty \left(q e^2 + \Delta \dot{x}^2 \right) d\tau \quad (4.43)$$

Riscritta in forma matriciale:

$$J = \int_0^\infty \left(\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e + \Delta \dot{x}^2 \right) d\tau \quad (4.44)$$

4.4 Scelta del funzionale di costo

con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q \end{bmatrix}$$

La forma della matrice \mathbf{Q} mette ulteriormente in luce come sia stato pesato esclusivamente il contributo dovuto all'errore di forza. Le performance del sistema risultano quindi fortemente dipendenti dalla scelta del parametro q , sia dal punto di vista delle capacità di seguire il riferimento desiderato, sia dal punto di vista della moderazione dell'azione di controllo.

4.4.1 Controllabilità del Sistema

Affinché una soluzione al problema esista, il sistema in esame deve risultare stabilizzabile, altrimenti:

$$\mathbf{x}_e(t) \rightarrow 0 \quad (4.45)$$

e

$$\int_0^\infty \left(\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e + \dot{\Delta} x^2 \right) d\tau \rightarrow \infty \quad (4.46)$$

Il sistema in esame comunque, risulta controllabile; infatti la matrice di controllabilità

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B}] \quad (4.47)$$

risulta avere determinante $\neq 0$.

$$\det(\mathbf{C}) = \begin{vmatrix} \omega_0^2 & -\omega_0^2 \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) & \omega_0^2 \left[\left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right)^2 - \frac{K_e}{M_r} \right] \\ 0 & \omega_0^2 & -\omega_0^2 \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) \\ 0 & -D_e\omega_0^2 & -\omega_0^2 \left[K_e - D_e \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) \right] \end{vmatrix} = -K_e\omega_0^6 \quad (4.48)$$

L'espressione precedente indica che la forza scambiata dal robot non risulta controllabile solo nel caso in cui $\det(\mathbf{C}) = 0$ e quindi $K_e = 0$, ovvero quando il robot non è in contatto con l'ambiente.

4.4.2 Soluzione dell'Equazione Algebrica di Riccati

Definita:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix}$$

la corrispettiva equazione algebrica di Riccati risulta:

$$\mathbf{S}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{S} + \mathbf{Q} - \mathbf{S}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{S} = 0 \quad (4.49)$$

Essa corrisponde alla soluzione del sistema di equazioni

$$\begin{cases} 2s_{12} - 2D_e s_{13} - 2s_{11} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}^2\omega_0^4 = 0 \\ s_{22} - D_e s_{23} - K_e s_{13} - s_{12} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}s_{12}\omega_0^4 - \frac{K_e s_{11}}{M_r} = 0 \\ s_{23} - D_e s_{33} - s_{13} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}s_{13}\omega_0^4 = 0 \\ -s_{12}^2\omega_0^4 - \frac{2K_e s_{12}}{M_r} - 2K_e s_{23} = 0 \\ -s_{12}s_{13}\omega_0^4 - K_e s_{33} - \frac{K_e s_{13}}{M_r} = 0 \\ -s_{13}^2\omega_0^4 + q = 0 \end{cases}$$

Il sistema è stato risolto analiticamente (la soluzione è riportata nell'Appendice A), in modo da ottenere una soluzione che sia funzione dei parametri dell'ambiente e di quelli settati per il robot. I guadagni del controllo così ottenuti, vengono modificati in linea sulla base della stima di rigidezza e smorzamento lato ambiente. Sostituendo la soluzione trovata per la matrice \mathbf{S} in (4.21), si ottiene l'azione di controllo

$$\dot{\Delta}x = -\mathbf{B}^T\mathbf{S}\mathbf{x}_e = [F_1 \ F_2 \ F_3]\mathbf{x}_e = F_1\ddot{z} + F_2\dot{z} + F_3e \quad (4.50)$$

4.4.3 Verifica di Stabilità

Avendo definito con

$$V(\mathbf{x}_{e0}) = \min_{\mathbf{u}(\tau) \in \mathbb{R}^m} \int_0^\infty \left(\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e + \dot{\Delta}x^2 \right) d\tau \quad (4.51)$$

il minimo funzionale di costo ottenuto con l'azione di controllo ottima per una qualsiasi condizione iniziale \mathbf{x}_{e0} , per verificare la stabilità del sistema controllato si può utilizzare $V(\mathbf{x}_e)$ come funzione candidata di Lyapunov. Riscrivendo l'equazione (4.50) in forma matriciale come

$$\dot{\Delta}x = -\mathbf{G}\mathbf{x}_e \quad (4.52)$$

e sostituendola in $V(\mathbf{x}_e)$ si nota che

$$\begin{cases} V(\mathbf{x}_e) > 0, & \mathbf{x}_e \neq 0 \\ V(\mathbf{x}_e) = 0, & \mathbf{x}_e = 0 \end{cases}$$

4.4 Scelta del funzionale di costo

Per definizione $V(\mathbf{x}_e)$ deve soddisfare l'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman che nel caso si riduce a

$$\min_{\mathbf{u}(\tau) \in \mathbb{R}^m} \left(\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e + \Delta \dot{x}^T \Delta \dot{x} + V_{\mathbf{x}_e} (\mathbf{A} \mathbf{x}_e + \mathbf{B} \Delta \dot{x}) \right) = 0 \quad (4.53)$$

$$(\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e + \mathbf{x}_e^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{x}_e + V_{\mathbf{x}_e} (\mathbf{A} \mathbf{x}_e - \mathbf{B} \mathbf{G} \mathbf{x}_e)) = 0 \quad (4.54)$$

$$V_{\mathbf{x}_e} (\mathbf{A} \mathbf{x}_e - \mathbf{B} \mathbf{G} \mathbf{x}_e) = -\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e - \mathbf{x}_e^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{x}_e \quad (4.55)$$

Utilizzando l'equazione precedente si può mostrare che $\dot{V}(\mathbf{x}_e) < 0$, $\mathbf{x}_e \neq 0$, infatti

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}_e) &= V_{\mathbf{x}_e} \dot{\mathbf{x}}_e \\ &= V_{\mathbf{x}_e} (\mathbf{A} \mathbf{x}_e - \mathbf{B} \mathbf{G} \mathbf{x}_e) \\ &= -\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e - \mathbf{x}_e^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{x}_e \leq 0 \end{aligned}$$

In particolare risulta:

$$\begin{cases} \dot{V}(\mathbf{x}_e) < 0, & \mathbf{x}_e \neq 0 \\ \dot{V}(\mathbf{x}_e) = 0, & \mathbf{x}_e = 0 \end{cases}$$

Pertanto il sistema controllato risulta stabile.

L'integrazione di (4.50) restituisce l'input di controllo vero e proprio da dare al robot

$$\boxed{\Delta x = F_1 \dot{z} + F_2 z + F_3 \int_0^t e \, dt} \quad (4.56)$$

Analizzando la forma dell'azione di controllo si nota che essa è costituita da tre contributi: i guadagni F_1 ed F_2 aggiungono un contributo di rigidità e smorzamento al sistema, mentre il termine proporzionale all'integrale dell'errore di forza ha il compito di garantire precisione statica rispetto al riferimento di forza desiderato.

Analizzando la forma del contributo integrale si nota che esso risulta indipendente dai parametri dell'ambiente; F_3 dipende esclusivamente dalla scelta del peso q presente nel funzionale di costo. La forma di F_1 e F_2 risulta invece più articolata e presenta una dipendenza da K_e e D_e .

A titolo di esempio vengono riportate la soluzione dell'equazione di Riccati e il valore numerico dei guadagni del controllo ottenuti con i dati riportati in tabella 4.1:

Dati	
<i>Massa Robot</i> [kg]	2.5
<i>Rigidzza Robot</i> [N/m]	2500
<i>Smorzamento Robot</i>	0.9
<i>Rigidzza Ambiente</i> [N/m]	2000
<i>Smorzamento Ambiente</i> [N s/m]	10
<i>q</i>	0.0001

Tabella 4.1: Parametri utilizzati nell'esempio numerico in cui si risolve l'equazione di Riccati

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1.6416 & 103.4805 & -1.0000 \\ 103.4805 & 6634.4869 & -68.1628 \\ -1.0000 & -68.1628 & 0.9174 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5} \quad (4.57)$$

I guadagni ottenuti risultano:

$$\mathbf{G} = [-0.0164 \quad -1.0348 \quad 0.0100] \quad (4.58)$$

In Figura 4.4 è riportato lo schema di controllo completo:

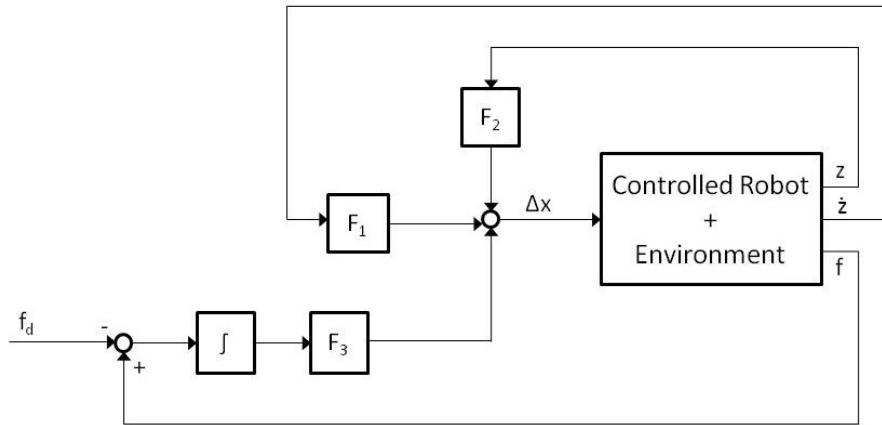


Figura 4.4: Schema di Controllo

4.5 Prefiltraggio del segnale di riferimento

Lo scopo principale del controllo è quello di raggiungere il riferimento di forza desiderato, senza superarlo durante il transitorio o comunque limitando l'overshoot il più possibile.

È stato quindi inserito un compensatore di tipo passa-basso tra riferimento e sistema, con lo scopo di far sì che, a fronte di variazioni a scalino del segnale di riferimento f_d , il sistema retroazionato sia sollecitato da una segnale filtrato, caratterizzato da una dinamica meno veloce.

L'andamento della risposta desiderata è di tipo esponenziale; è stato quindi scelto un compensatore che abbia una funzione di trasferimento del primo ordine:

$$C(s) = \frac{c}{s + c} \quad (4.59)$$

In questo modo è possibile soddisfare più facilmente il requisito di moderazione della variabile di controllo e si riducono eventuali problemi legati alla presenza di possibili saturazioni (il Δx massimo imponibile è di 100 *mm*), cercando di mantenere per il sistema di controllo un comportamento di tipo lineare.

Lo schema di controllo che include anche il filtro sul riferimento di forza desiderato è riportato in Figura 4.5.

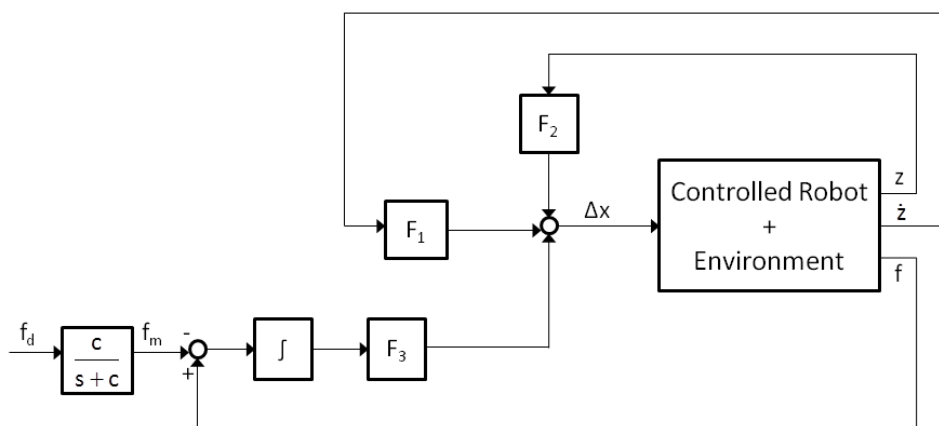


Figura 4.5: Schema di Controllo con filtraggio del segnale di riferimento

4.6 Velocità ottima di avvicinamento

La legge di controllo precedentemente ricavata garantisce l'ottimalità della soluzione solamente nel caso in cui il manipolatore sia inizialmente in contatto con l'ambiente. Tuttavia l'impatto potrebbe degradare questa ottimalità. Inoltre per poter applicare la legge di controllo ricavata è necessario conoscere a priori la posizione in cui avverrà il contatto. Supponendo di conoscere anche in modo approssimativo la posizione di equilibrio dell'ambiente, non è detto che l'applicazione della stessa legge di controllo anche nello spazio libero porti ad andare in contatto con la superficie con una velocità che non sia troppo elevata per non danneggiare il robot o l'ambiente. Come già accennato in precedenza, la presenza di un contributo integrale nell'azione di controllo aumenta fortemente questo rischio.

Si è reso necessario quindi, migliorare le prestazioni di inseguimento del riferimento di forza desiderato in seguito alla collisione con l'ambiente.

Dal momento che la performance ottenuta dipende fortemente dalla velocità di avvicinamento del robot, è stata calcolata la velocità ottimale per ottenere il tracking migliore dopo la collisione.

Avendo inserito un filtro per quanto riguarda il riferimento di forza, esso non sarà più un parametro costante ma avrà una dinamica imposta del primo ordine. Avendo indicato con f_m il nuovo riferimento di forza filtrato, l'equazione che ne descrive l'andamento nel tempo risulta essere:

$$\dot{f}_m = -cf_m + cf_d \quad (4.60)$$

L'espressione dell'errore di forza riscritta in funzione del nuovo riferimento risulta:

$$e = -D_e \dot{z} - K_e z - f_m \quad (4.61)$$

Derivando l'espressione dell'errore di forza e l'equazione (4.60) si può scrivere l'equazione dinamica del nuovo sistema con lo stato aumentato

$$\mathbf{x}_a = \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ e \\ \dot{f}_m \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{e} \\ \dot{f}_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r}\right) & -\frac{K_e}{M_r} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -D_e & -K_e & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ e \\ \dot{f}_m \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \omega_0^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta x$$

4.6 Velocità ottima di avvicinamento

Riesprimendo $\dot{\Delta}x$ in funzione del nuovo stato aumentato \mathbf{x}_a si ottiene

$$\dot{\Delta}x = [F_1 \ F_2 \ F_3] \mathbf{x}_e = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ 0] \mathbf{x}_a \quad (4.62)$$

L'equazione dinamica del sistema in anello chiuso a valle del controllo risulta:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{e} \\ \dot{f}_m \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r}\right) & -\frac{K_e}{M_r} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -D_e & -K_e & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \\ e \\ \dot{f}_m \end{Bmatrix} + \\ &+ \begin{Bmatrix} \omega_0^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} [F_1 \ F_2 \ F_3 \ 0] \mathbf{x}_a \quad (4.63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_a &= \begin{bmatrix} \left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r}\right) & -\frac{K_e}{M_r} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -D_e & -K_e & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -c \end{bmatrix} \mathbf{x}_a + \begin{bmatrix} \omega_0^2 F_1 & \omega_0^2 F_2 & \omega_0^2 F_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \dot{\mathbf{x}}_a &= \begin{bmatrix} \left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r}\right) + \omega_0^2 F_1 & -\frac{K_e}{M_r} + \omega_0^2 F_2 & \omega_0^2 F_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -D_e & -K_e & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -c \end{bmatrix} \mathbf{x}_a \end{aligned}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a \quad (4.64)$$

L'equazione (4.64) risulta essere omogenea quindi può essere risolta analiticamente utilizzando la formula di Lagrange:

$$\mathbf{x}_a(t) = e^{\mathbf{A}_a t} \mathbf{x}_{a0} = \mathbf{U} \{e^{\lambda_i t}\} \mathbf{U}^{-1} \mathbf{x}_{a0} \quad (4.65)$$

in cui \mathbf{x}_{a0} rappresenta lo stato iniziale, \mathbf{U} e λ_i rappresentano rispettivamente la matrice degli autovettori e gli autovalori del sistema. Nella trattazione del calcolo della velocità ottima di avvicinamento sono state fatte le seguenti assunzioni riguardo al robot nell'istante appena precedente all'impatto:

- la posizione iniziale z_0 è nulla, ovvero robot e ambiente sono a contatto ma non scambiano forza.

- il riferimento di forza parte da un valore desiderato nullo $f_{m0} = 0$ ovvero viene dato un gradino di modulo f_d esattamente nell'istante in cui avviene l'impatto.
- essendo nulla la forza prima dell'impatto e nullo il riferimento, anche l'errore di forza iniziale e_0 risulta nullo.
- definita con \dot{z}_0 la velocità iniziale appena prima del contatto, l'accelerazione iniziale \ddot{z}_0 è calcolabile utilizzando l'equazione di moto del sistema controllato:

$$\begin{aligned}\ddot{z}_0 &= \left[\left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r} \right) + \omega_0^2 F_1 \right] \dot{z}_0 + \left[-\frac{K_e}{M_r} + \omega_0^2 F_2 \right] z_0 + [\omega_0^2 F_3] e_0 \\ \dot{z}_0 &= \left[\left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r} \right) + \omega_0^2 F_1 \right] \dot{z}_0\end{aligned}\tag{4.66}$$

La pendenza iniziale del riferimento di forza si può ricavare dall'equazione (4.60) sostituendo $f_{m0} = 0$

$$\dot{f}_{m0} = c f_d\tag{4.67}$$

Lo stato iniziale risulta quindi:

$$\mathbf{x}_a = [\ddot{z}_0 \quad \dot{z}_0 \quad 0 \quad c f_d]^T\tag{4.68}$$

in cui il secondo elemento del vettore corrisponde alla velocità di avvicinamento.

Al fine di migliorare l'inseguimento del riferimento di forza è stata calcolata la velocità iniziale che rende minimo il seguente performance index:

$$J_e = \int_{t_0}^{\infty} e(t)^2 dt\tag{4.69}$$

dove t_0 rappresenta l'istante esatto in cui il robot collide con l'ambiente. Sostituendo nel funzionale la soluzione dell'equazione di moto si ottiene:

$$J_e = \int_{t_0}^{\infty} e(t)^2 dt = \int_{t_0}^{\infty} \mathbf{x}_a^T(t) \mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a(t) dt = \mathbf{x}_{a0}^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{x}_{a0}\tag{4.70}$$

in cui \mathbf{C}_a è una matrice di estrazione che serve per estrarre l'errore di forza dal vettore di stato

$$\mathbf{C}_a = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]\tag{4.71}$$

e

$$\bar{\mathbf{P}} = \int_{t_0}^{\infty} \exp^T(\mathbf{A}_a t) \mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_a \exp(\mathbf{A}_a t) dt\tag{4.72}$$

4.6 Velocità ottima di avvicinamento

Poiché i parametri dell'ambiente vengono fissati e quindi lo sono anche i valori dei guadagni del controllo, l'unica variabile presente nel funzionale di costo risulta essere la velocità di avvicinamento.

Ad ogni modo risulta difficile e laborioso trovare una soluzione analitica quindi il problema è stato risolto numericamente. Analizzando i risultati numerici si nota l'esistenza di un minimo.

Nel prosieguo dell'analisi è stato considerato smorzamento dell'ambiente nullo, al fine di ottenere una soluzione che risulti conservativa.

4.6.1 Analisi dei valori di velocità ottima ottenuti

A titolo di esempio viene riportato l'andamento del funzionale al variare della velocità di avvicinamento per un sistema con parametri indicati in tabella 4.2.

Parametri della Simulazione	
Rigidità Ambiente [N/m]	2000
Massa Robot [kg]	2.5
Rigidità Robot [N/m]	2500
Smorzamento Robot	0.9
q	0.01
c (costante del filtro)	40
f_d [N]	-20

Tabella 4.2: Parametri impostati nel calcolo della velocità ottima

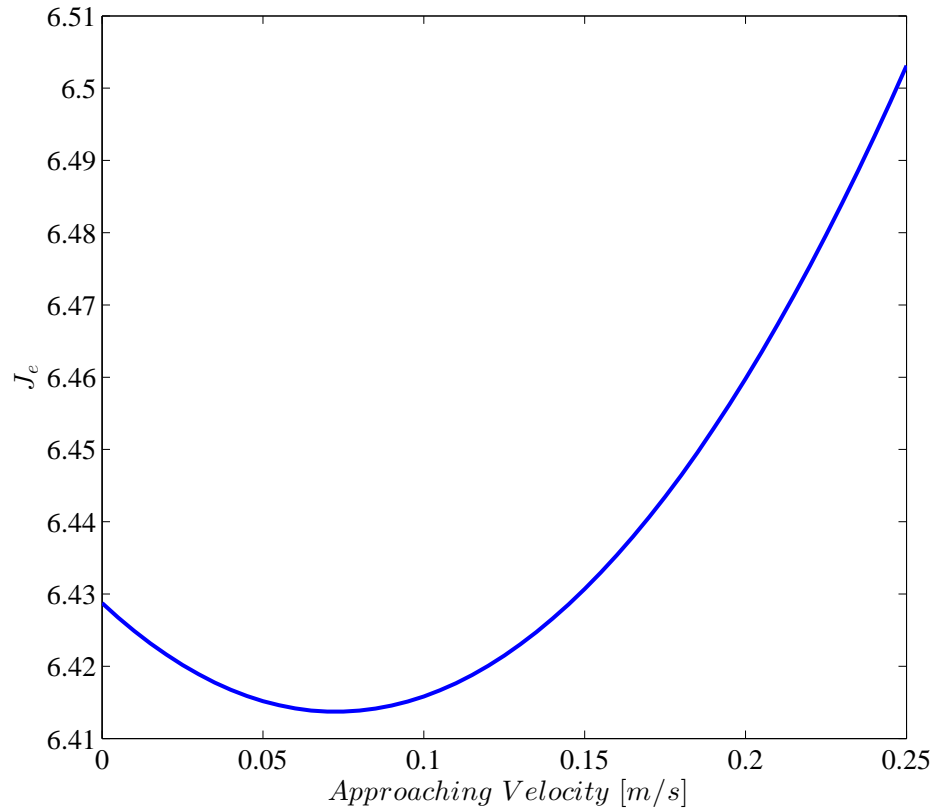


Figura 4.6: Andamento del funzionale di costo al variare della velocità di contatto

Come previsto, superando il valore ottimo di velocità l'integrale dell'errore comincia a crescere poiché l'energia cinetica posseduta dal robot appena prima del contatto risulta troppo elevata per riuscire a seguire il riferimento di forza desiderato.

In Figura 4.7 è invece rappresentato l'andamento temporale della forza scambiata al variare della velocità iniziale.

4.6 Velocità ottima di avvicinamento

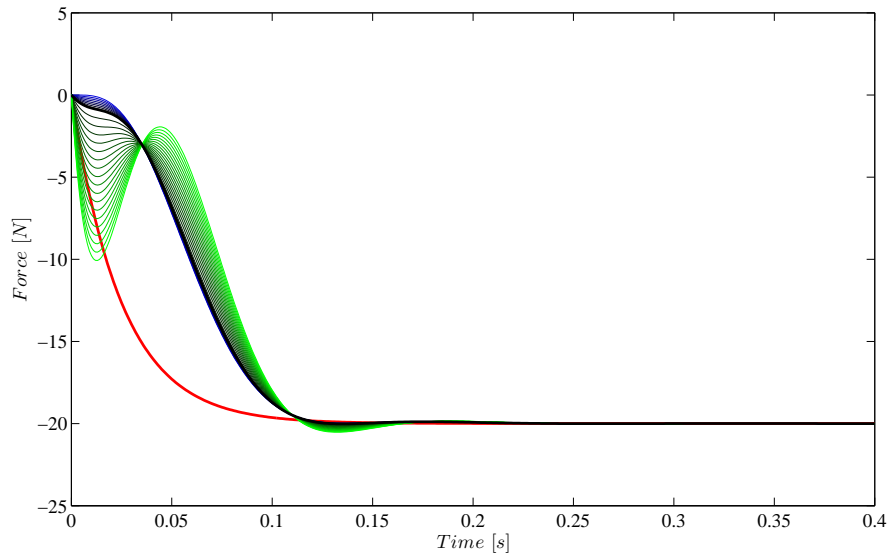


Figura 4.7: Andamento della forza di contatto al variare della velocità iniziale

Analizzando la figura si nota che il valore ottimo di velocità di avvicinamento (curva nera in figura) consente di limitare l'errore di forza soprattutto durante la fase iniziale del contatto. Infatti andare in contatto con l'ambiente con una certa velocità iniziale consente di avere una risposta del sistema che presenta una pendenza iniziale che si avvicina maggiormente a quella del riferimento.

Per valori sempre crescenti di velocità si nota invece che la risposta si discosta sempre più dall'esponenziale desiderato, manifestando oscillazioni sempre crescenti che possono portare eventualmente ad un rimbalzo del robot sulla superficie, con delle fasi successive di contatto e distacco.

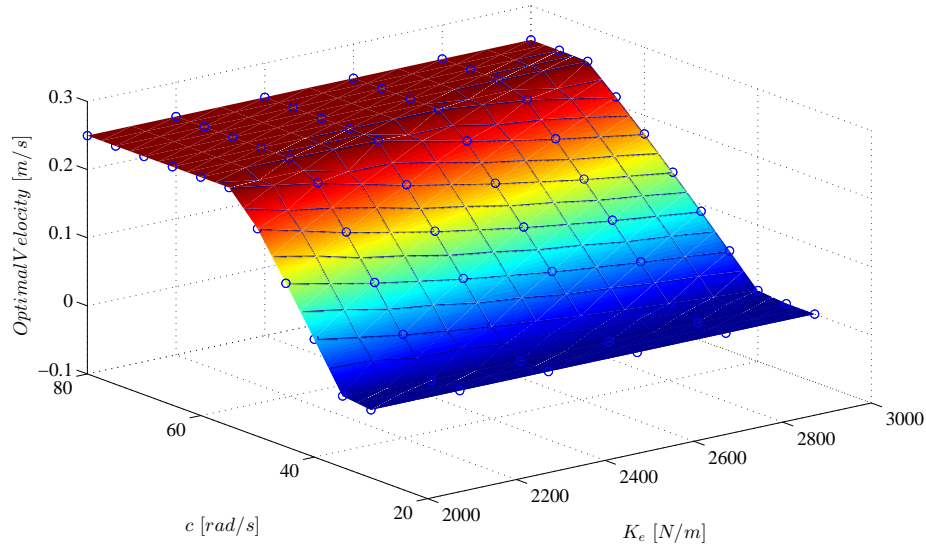


Figura 4.8: Andamento della velocità ottima in funzione della rigidità ambiente e della costante del filtro

Simulando la risposta del sistema al variare dei parametri ambientali e di controllo, si è notato che la velocità ottima ottenuta dipende principalmente dal valore di forza desiderato a regime f_d , dalla rigidità dell'ambiente K_e e dalla costante del filtro c . Come intuibile, il valore ottimo tende ad aumentare al crescere della forza desiderata e al diminuire della rigidità dell'ambiente.

In Figura 4.8 è riportato l'andamento della velocità ottima in funzione della rigidità ambiente e della costante del filtro; si nota che per valori bassi della costante c il valore di velocità ottima risulta nullo. Esiste quindi un limite inferiore da imporre alla costante per poter ottenere una velocità di avvicinamento che non sia trascurabile. Il valore assunto dalla costante ha delle ripercussioni sulla dinamica richiesta al robot in anello chiuso, ovvero al crescere di c vengono richieste bande passanti sempre più elevate. Analizzando in dettaglio la figura si nota che questo limite inferiore tende a crescere all'aumentare della rigidità dell'ambiente di contatto. Ambienti rigidi richiedono quindi che il manipolatore manifesti una prontezza maggiore. Per poter ottenere velocità che non siano trascurabili, si devono imporre valori abbastanza elevati della costante anche per valori relativamente bassi di rigidità lato ambiente. In particolare, all'aumentare di c aumenta la pendenza iniziale del riferimento di forza imposto e diminuisce il tempo di assestamento della traiettoria

4.7 Optimal Feedforward

desiderata rispetto al valore finale f_d , quindi aumenta anche il valore della velocità ottima stimata. Al limite per $c \rightarrow \infty$ si ottiene il valore massimo di velocità per l'ambiente di rigidità specificata. Porre $c = \infty$ equivale a dare come riferimento una funzione a gradino di ampiezza f_d ; la minimizzazione in questo caso potrebbe portare al superamento del valore di riferimento durante il transitorio, fatto che conferisce un andamento oscillatorio indesiderato della risposta del sistema.

Il valore massimo di velocità è stato limitato a 25 mm/s .

4.7 Optimal Feedforward

L'estensione dello stato eseguita aggiungendo la dinamica del riferimento di forza filtrato, per l'analisi delle velocità di contatto, ha suggerito di cercare di minimizzare il funzionale di costo

$$J = \int_0^{\infty} (qe^2 + \dot{\Delta x}^2) d\tau \quad (4.73)$$

considerando la dinamica del sistema aumentato comprensivo dell'equazione del riferimento filtrato.

Scritto in forma matriciale il funzionale risulta:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_a^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_a + \dot{\Delta x}^2) d\tau \quad (4.74)$$

con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

In questo caso le matrici \mathbf{A} e \mathbf{B} presenti nell'equazione diventano:

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} \left(-2\xi\omega_0 - \frac{D_e}{M_r}\right) & -\frac{K_e}{M_r} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -D_e & -K_e & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -c \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_a = \left\{ \begin{array}{l} \omega_0^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

Avendo definito:

$$\mathbf{S}_a = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} \end{bmatrix}$$

La nuova equazione algebrica di Riccati risulta:

$$\mathbf{S}_a \mathbf{A}_a + \mathbf{A}_a^T \mathbf{S}_a + \mathbf{Q} - \mathbf{S}_a \mathbf{B}_a \mathbf{B}_a^T \mathbf{S}_a = 0 \quad (4.75)$$

Analizzando il sistema di equazioni corrispondente, si nota che esso risulta composto da dieci equazioni di cui sei sono esattamente le stesse presenti nel sistema risolto precedentemente. Queste sei equazioni risultano quindi indipendenti dalle altre e la loro soluzione è già stata analizzata precedentemente.

Per la soluzione del sistema completo bisogna quindi risolvere il sottosistema di equazioni rimanenti.

$$\begin{cases} s_{24} - s_{13} - D_e s_{34} - c s_{14} - s_{14} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11} s_{14} \omega_0^4 = 0 \\ - s_{12} s_{14} \omega_0^4 - s_{23} - K_e s_{34} - c s_{24} - \frac{K_e s_{14}}{M_r} = 0 \\ - s_{13} s_{14} \omega_0^4 - s_{33} - c s_{34} = 0 \\ - s_{14}^2 \omega_0^4 - 2s_{34} - 2c s_{44} = 0 \end{cases}$$

La soluzione analitica del sistema è riportata nell'Appendice B.

L'azione di controllo ottima risulta quindi:

$$\Delta \dot{x} = -\mathbf{B}_a^T \mathbf{S}_a \mathbf{x}_a = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4] \mathbf{x}_a = F_1 \ddot{z} + F_2 \dot{z} + F_3 e + F_4 \dot{f}_m \quad (4.76)$$

Integrando l'equazione (4.76) si ottiene l'azione di controllo da dare al robot:

$$\boxed{\Delta x = F_1 \dot{z} + F_2 z + F_3 \int_0^t e \, dt + F_4 f_m} \quad (4.77)$$

L'azione di controllo ottenuta presenta quindi un contributo ulteriore rispetto alla logica di controllo precedentemente ricavata, che risulta proporzionale all'andamento del riferimento di forza desiderato.

La minimizzazione ha quindi portato ad aggiungere un'azione di controllo in *feed-forward*, il cui guadagno si adatta in funzione dei parametri ambientali e del peso inserito nel *performance index*.

4.7 Optimal Feedforward

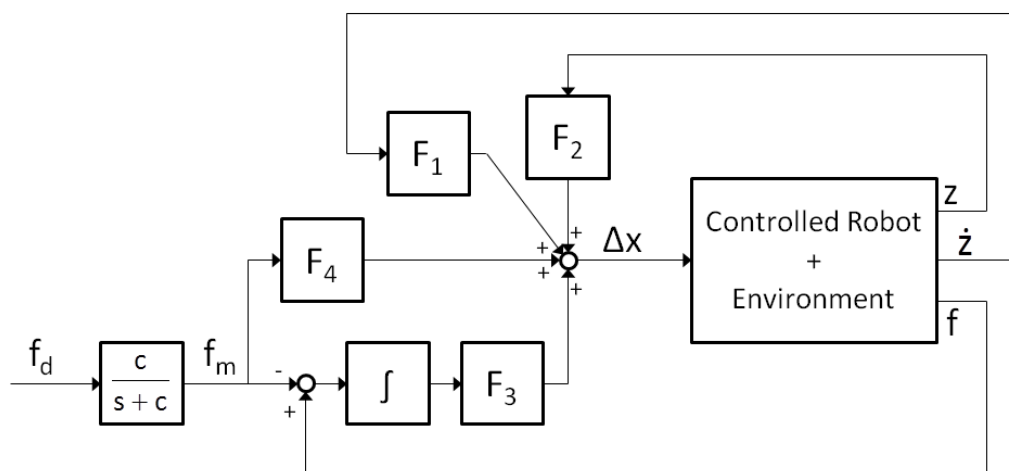


Figura 4.9: Schema di controllo con contributo aggiuntivo di feedforward

4.8 Controllo nello spazio libero

Per quanto riguarda il controllo del robot nello spazio libero, le condizioni risultano meno stringenti rispetto a quelle richieste dal controllo in forza. La velocità ottima calcolata nel paragrafo precedente diventa quindi l'input per il regolatore durante le fasi di avvicinamento all'ambiente.

Per il controllo della velocità del manipolatore nella fase di avvicinamento è stato scelto di controllare il robot con una logica più semplice, basata su due contributi: un'azione di puro *feed forward* calcolata sulla base della dinamica inversa del robot comandato in impedenza a cui si somma un contributo proporzionale all'errore sul riferimento di velocità ottima precedentemente calcolato.

La velocità ottima risulta infatti essere più un limite da non superare per evitare che dopo l'impatto vi sia rimbalzo del robot sulla superficie, o per evitare eventuali danni; per velocità inferiori infatti il contatto risulta comunque stabile.

Avendo scelto per il set-point:

$$x_0 = x + \Delta x \quad (4.78)$$

la dinamica semplificata del robot nello spazio libero risulta:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} = \omega_0^2\Delta x \quad (4.79)$$

L'azione di controllo che porta ad avere a transitorio esaurito la velocità costante desiderata, risulta:

$$\Delta x_{ff} = \frac{2\xi}{\omega_0}\dot{x}_{opt} \quad (4.80)$$

Il contributo aggiuntivo in *feed back* risulta:

$$\Delta x_{fb} = k_p(\dot{x}_{opt} - \dot{x}) \quad (4.81)$$

Lo schema di controllo completo per il manipolatore controllato nello spazio libero risulta (Figura 4.8):

4.8 Controllo nello spazio libero

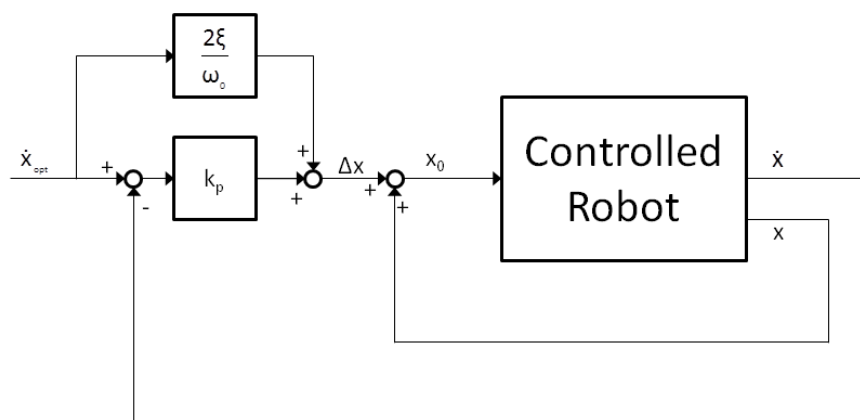


Figura 4.10: Schema di controllo nello spazio libero

Capitolo 5

Prove Sperimentali

Nel capitolo precedente è stata sviluppata la logica di controllo per il controllo della forza durante l'interazione con l'ambiente; essa risulta essere adattativa al tipo di ambiente in quanto i guadagni del controllo ottenuti sono funzione dei parametri di rigidità e smorzamento ambientali. Per poter implementare la logica in linea, quando le caratteristiche dell'ambiente non sono note a priori, è necessario l'utilizzo di un algoritmo che vada a stimare i parametri fondamentali per il calcolo dei guadagni.

Come proposto in [19] e [20], è stato scelto di implementare il metodo dei *Recursive Least Squares* (RLS), per la velocità di convergenza e semplicità. L'algoritmo converge al valore di rigidità effettivo indipendentemente dalla stima iniziale del valore di rigidità impostata; questo consente di impostare un valore iniziale di rigidità elevato, in modo da poter avere dei guadagni del controllo che durante le fasi iniziali del contatto garantiscono un comportamento conservativo nei confronti di ambienti più cedevoli.

5.1 Stima dei parametri dell'ambiente

5.1.1 Least Square

L'uscita di un sistema dipende dalle variabili di stato e dai parametri del sistema stesso. In particolare l'uscita del sistema y può essere espressa come

$$y = \Psi^T \Theta \quad (5.1)$$

in cui Ψ contiene le variabili di stato e Θ i parametri del sistema.

Nel caso in cui i parametri risultino sconosciuti e sia necessaria una loro stima per implementare la legge di controllo, l'equazione (5.1) può essere riespressa

in funzione dei parametri stimati:

$$y = \Psi^T \hat{\Theta} + e \quad (5.2)$$

in cui $\hat{\Theta}$ rappresenta la stima dei parametri ed e rappresenta l'errore tra l'uscita reale e quella ottenuta con la stima.

Attraverso l'algoritmo dei minimi quadrati si cerca di minimizzare l'errore e al fine di ottenere il valore esatto dei parametri. Risulta evidente che più dati vengono raccolti, più la stima risulta accurata e converge al valore reale. L'equazione (5.2) può essere modificata considerando l'andamento temporale dell'uscita, ottenendo:

$$\mathbf{y} = \Psi^T \hat{\Theta} + e \quad (5.3)$$

dove \mathbf{y} rappresenta il vettore contenente le misure dell'uscita nel tempo.

La minimizzazione coinvolge il quadrato dell'errore:

$$\min_{\hat{\Theta}} \{e^T e\} = \min_{\hat{\Theta}} \left\{ \left(\mathbf{y} - \Psi^T \hat{\Theta} \right)^T \left(\mathbf{y} - \Psi^T \hat{\Theta} \right) \right\} \quad (5.4)$$

Il minimo si ottiene per

$$\hat{\Theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi \mathbf{y} = P \Psi \mathbf{y} \quad (5.5)$$

in cui P è chiamata matrice di covarianza.

5.1.2 Recursive Least Square

Quando si ha la necessità di conoscere il valore dei parametri durante il processo, si può invece implementare l'algoritmo dei minimi quadrati ricorsivi. Introducendo gli indici k e $k - 1$ per riferirci all'istante corrente e a quello passato, una stima dei parametri può essere ottenuta attraverso le seguenti equazioni ricorsive:

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k - 1) + \gamma(k - 1) \left(\mathbf{y}(k) - \Psi^T(k) \hat{\Theta}(k - 1) \right) \quad (5.6a)$$

$$\gamma(k - 1) = P(k) \Psi(k) = \frac{P(k - 1) \Psi(k)}{\Psi^T(k) P(k) \Psi(k) + 1} \quad (5.6b)$$

$$P(k) = (\mathbf{I} - \gamma(k - 1) \Psi^T(k)) P(k - 1) \quad (5.6c)$$

Si nota quindi come la stima al passo k sia dipendente dalla stima stessa al passo precedente e dalle misure correnti.

5.1 Stima dei parametri dell'ambiente

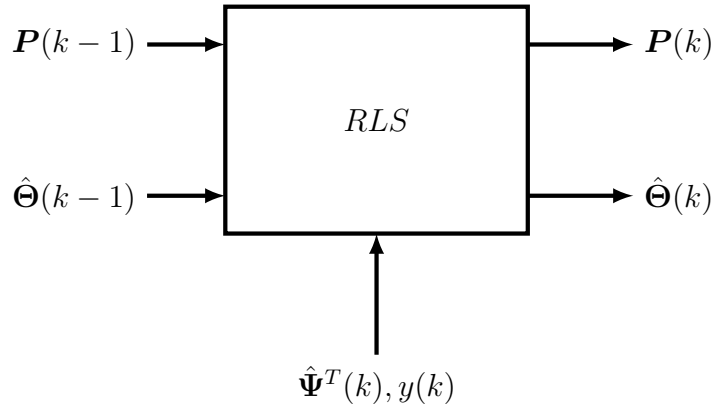


Figura 5.1: input e output RLS

5.1.3 Weighted Recursive Least Square

È stata sviluppata una variante dell'algoritmo che permette di pesare in modo diverso l'errore di stima al variare degli istanti di tempo considerati. Per far questo viene introdotta una matrice di pesi \mathbf{W} .

Tipicamente si cerca di attribuire un peso maggiore alle ultime misure, e di far sì che le misure passate abbiano un'influenza sempre minore sulla stima dei parametri. Si introduce quindi una matrice diagonale i cui pesi vengono chiamati *exponential forgetting factors* Λ

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \Lambda^N & & & & 0 \\ & \Lambda^{N-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \Lambda^2 & \\ & & & & \Lambda \\ 0 & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Le equazioni ricorsive risultano:

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \gamma(k-1) \left(\mathbf{y}(k) - \Psi^T(k) \hat{\Theta}(k-1) \right) \quad (5.8a)$$

$$\gamma(k-1) = \mathbf{P}(k) \Psi(k) = \frac{\mathbf{P}(k-1) \Psi(k)}{\Psi^T(k) \mathbf{P}(k) \Psi(k) + \Lambda} \quad (5.8b)$$

$$\mathbf{P}(k) = \frac{1}{\Lambda} (\mathbf{I} - \gamma(k-1) \Psi^T(k)) \mathbf{P}(k-1) \quad (5.8c)$$

Per poter utilizzare l'algoritmo bisogna impostare dei valori di partenza sia per quanto riguarda la stima dei parametri, sia per la matrice di covarianza

P

$$\hat{\Theta}(0) = \hat{\Theta}_0, \mathbf{P}(0) = \phi \mathbf{I} \quad \text{con } \phi = \text{const} \quad (5.9)$$

Ovviamente più i valori impostati sono vicini a quelli reali più l'algoritmo converge velocemente.

5.2 Applicazione

Come discusso nei capitoli precedenti l'ambiente è stato modellato come il parallelo di una molla e uno smorzatore. Considerando un singolo grado di libertà traslazionale risulta:

$$f = D_e \dot{x} + K_e(x - x_e) \quad (5.10)$$

Avendo definito $\delta x = x - x_e$ e ipotizzando che l'ambiente sia inizialmente in equilibrio, l'equazione 5.10 si può riscrivere come

$$f = D_e \dot{\delta x} + K_e \delta x \quad (5.11)$$

È stato quindi implementato l'algoritmo di stima discretizzando l'equazione (5.11) con una trasformazione bilineare. L'equazione 5.12 mostra la dinamica dell'ambiente a tempo discreto; T rappresenta il periodo di campionamento e z^{-1} un ritardo temporale di un passo.

$$f = \left[D_e \left(\frac{2}{T} \right) \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) + K_e \right] \delta x \quad (5.12)$$

L'equazione (5.12) può essere quindi espressa come un'equazione alle differenze

$$F(1 + z^{-1}) = \left[D_e \left(\frac{2}{T} \right) (1 - z^{-1}) + K_e (1 + z^{-1}) \right] \delta x \quad (5.13)$$

$$F[k] + F[k-1] = \left(D_e \left(\frac{2}{T} \right) + K_e \right) \delta x[k] + \left(K_e - D_e \left(\frac{2}{T} \right) \right) \delta x[k-1] \quad (5.14)$$

$$F[k] + F[k-1] = A_1 \delta x[k] + A_2 \delta x[k-1] \quad (5.15)$$

dove

$$A_1 = \left(D_e \left(\frac{2}{T} \right) + K_e \right) \quad \text{e} \quad A_2 = \left(K_e - D_e \left(\frac{2}{T} \right) \right) \quad (5.16)$$

L'equazione (5.15) può essere espressa nella forma (5.1) ponendo:

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}[k] &= [A_1[k] \ A_2[k]]^T \\ \Psi[k] &= [\delta x[k] \ \delta x[k-1]]^T \\ y[k] &= F[k] + F[k-1] \end{aligned}$$

5.3 Simulazioni Numeriche

Stimati i parametri A_1 e A_2 con (5.8a), si può risalire a D_e e K_e risolvendo il sistema lineare di due equazioni (5.16). Si ottengono quindi le stime:

$$\hat{D}_e[k] = T \left(\frac{A_1 - A_2}{4} \right) \quad (5.17a)$$

$$\hat{K}_e[k] = \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) \quad (5.17b)$$

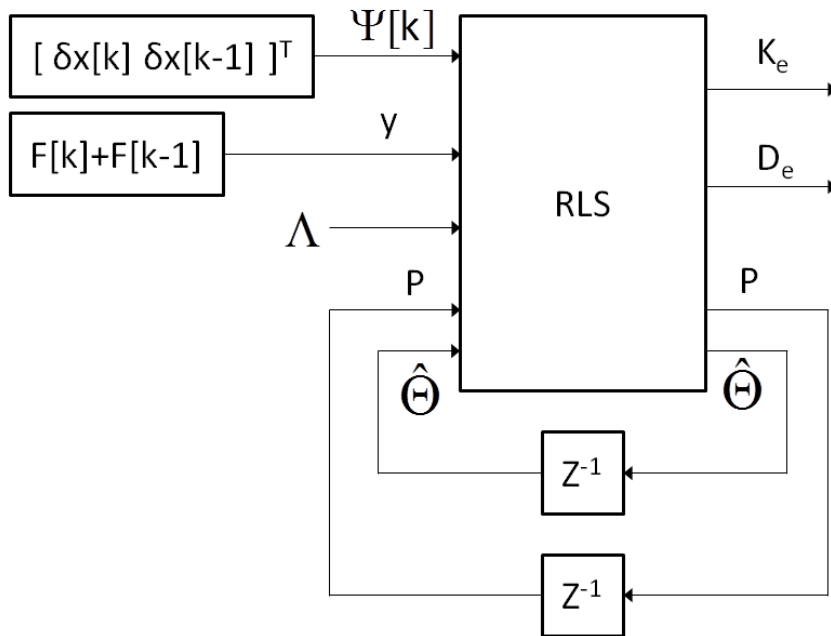


Figura 5.2: RLS applicato alla stima di rigidità e smorzamento

5.3 Simulazioni Numeriche

Al fine di verificare le performance e la stabilità degli algoritmi sviluppati, prima dell'implementazione vera e propria sul robot reale, sono state svolte delle simulazioni con Simulink. È stato utilizzato il modello semplificato del robot, che è stato quindi rappresentato con l'equivalente massa-molla-smorzatore ottenuto a valle del controllo in impedenza.

L'ambiente considerato ha una rigidità di 2000 N/m e uno smorzamento di

20 Ns/m .

Per rendere la simulazione più aderente alla realtà è stato inserito del rumore sulle misure di intensità pari a quella misurata sperimentalmente sul robot. Il KUKA presenta nativamente un filtro passa basso con frequenza di taglio a 5 Hz ; è stato introdotto quindi un filtro del secondo ordine con lo scopo di introdurre dei ritardi simili a quelli che si hanno realmente sulla piattaforma. Come verrà evidenziato successivamente la presenza del filtro è un fattore che limita fortemente la possibilità di estendere la banda passante del sistema, e quindi di conseguenza le performance ottenibili dal sistema in anello chiuso.

5.3.1 Verifica WRLS

In questo paragrafo viene descritta la convergenza dello stimatore ai parametri reali di rigidità e smorzamento. In particolare viene analizzata la convergenza confrontando i casi di misure affette e non da rumore (Figure 5.3, 5.4, 5.5, 5.6).

Per quanto riguarda la scelta del parametro Λ presente nello stimatore è stato utilizzato $\Lambda = 0.995$ come suggerito in letteratura.

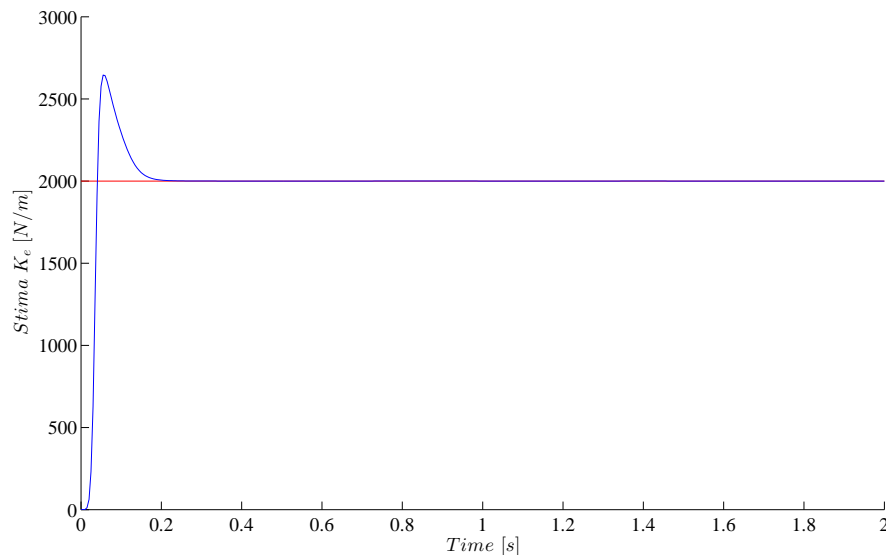


Figura 5.3: Stima della rigidità ottenuta con WRLS senza rumore di misura

5.3 Simulazioni Numeriche

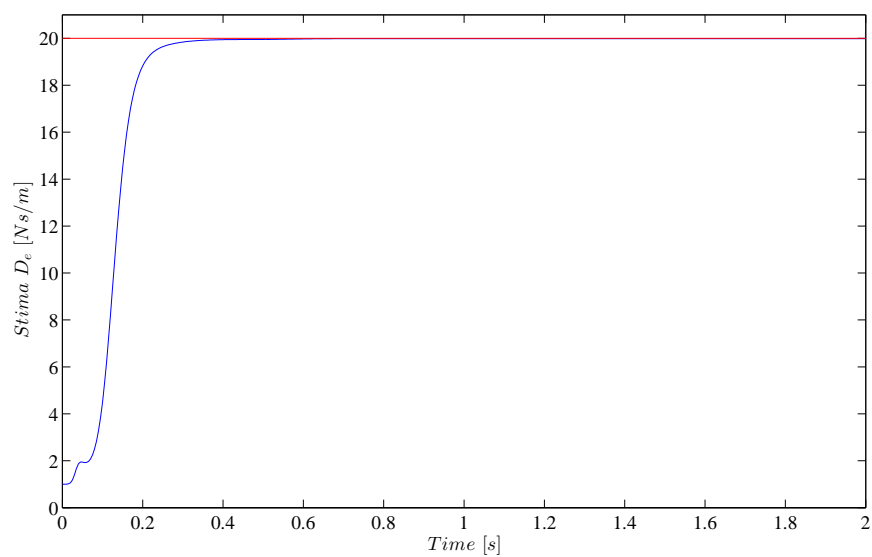


Figura 5.4: Stima dello smorzamento ottenuta con WRLS senza rumore di misura

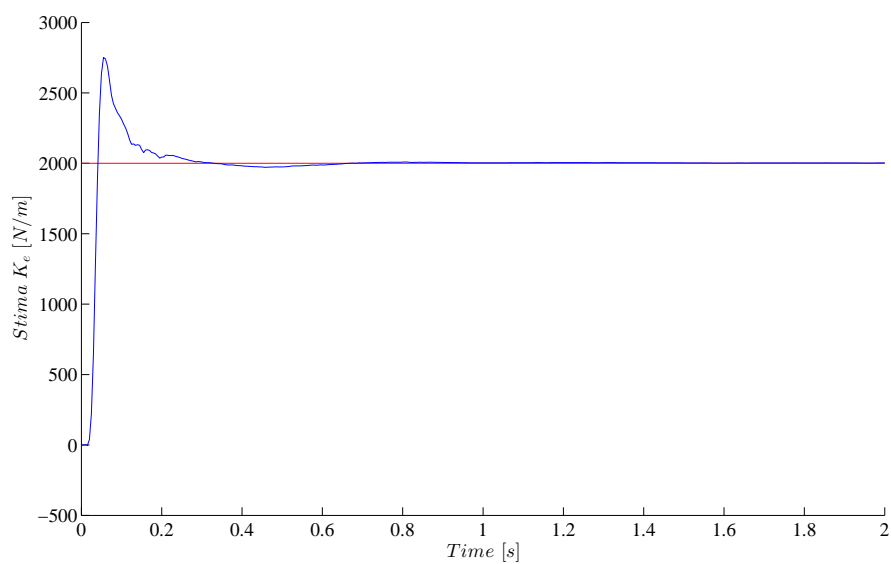


Figura 5.5: Stima della rigidità ottenuta con WRLS con rumore di misura

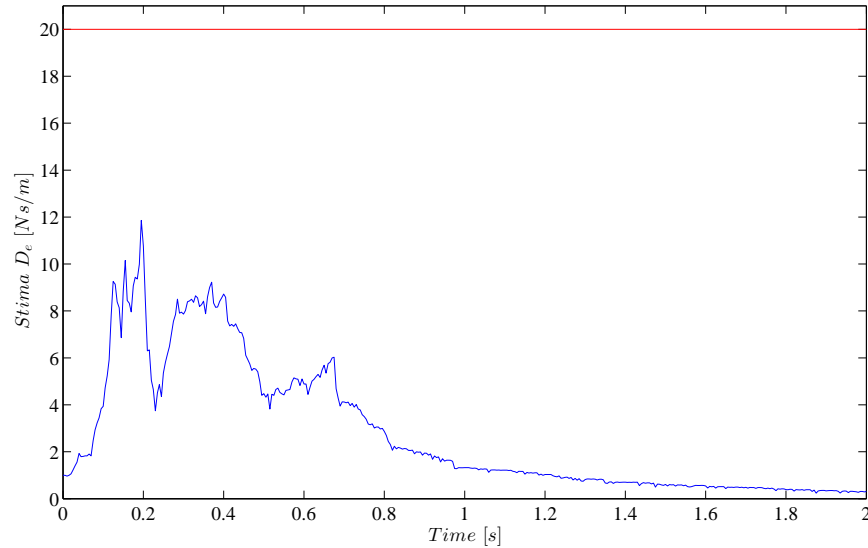


Figura 5.6: Stima dello smorzamento ottenuta con WRLS con rumore di misura

In caso di rumore assente si nota la capacità di convergere al valore impostato sia per quanto riguarda il valore della stima di rigidità sia per quella di smorzamento. Tuttavia si nota che la presenza di rumore degrada pesantemente le performance dello stimatore che mantiene le proprietà di convergenza per quanto riguarda la stima di rigidità, mentre i valori ottenuti per lo smorzamento non sono più consistenti con quelli impostati. Il fatto di non stimare correttamente lo smorzamento può risultare un fattore limitante in termini di prestazioni soprattutto nel caso di interazione con ambienti dalle spiccate capacità smorzanti. Risulta invece poco rilevante durante il contatto con ambienti rigidi che tipicamente hanno uno smorzamento trascurabile.

5.3.2 Analisi della risposta al gradino

In Figura 5.7 vengono confrontate le risposte ad un gradino di 10 N su riferimento di forza, ottenute da due simulazioni che differiscono per la presenza del filtro passa basso sulle misure di forza.

In questo caso non sono stati inseriti il contributo in feedforward ed il filtro passa basso sul riferimento di forza desiderato.

Pur avendo impostato lo stesso peso q presente nel funzionale di costo ($q = 10^{-4}$) si nota che le due risposte presentano un andamento molto di-

5.3 Simulazioni Numeriche

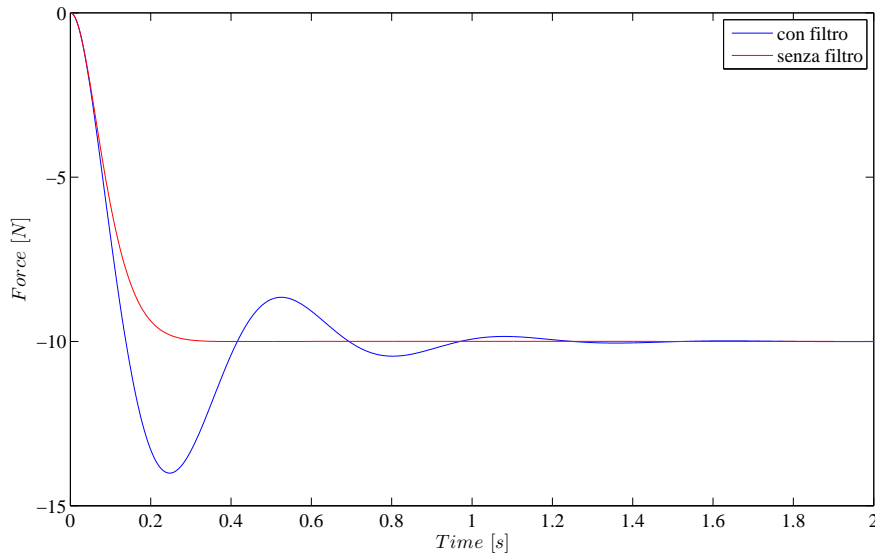


Figura 5.7: Simulazioni delle risposte ad un gradino di 10 N con e senza filtro passa-basso

verso. Il tempo di assestamento nel caso di risposta con filtro risulta più che doppio rispetto al caso senza. La differenza più marcata è dovuta al comportamento oscillatorio che manifesta la risposta con il filtro. Questo è dovuto al fatto che lo sfasamento introdotto dal filtro passa basso causa una diminuzione del margine di fase ottenuto.

In Figura 5.8 è invece mostrato l'andamento della variabile di controllo Δx ; una sua verifica è stata necessaria per poter essere sicuri che il regolatore non andasse a richiedere variazioni di set-point superiori al valore massimo permesso. Si ricorda che in caso di superamento del limite di 100 mm il manipolatore va in blocco per sicurezza, in quanto lo spostamento impresso richiede ai motori valori di coppie che eccedono i limiti consentiti.

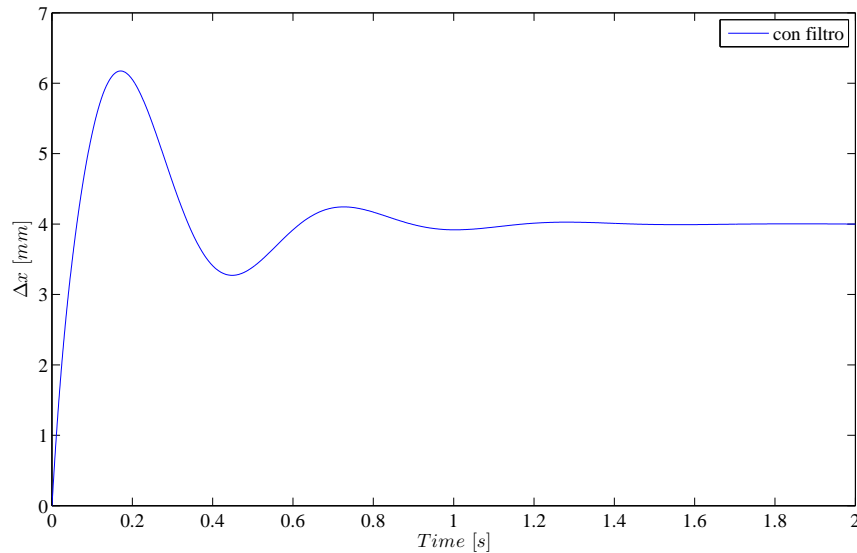


Figura 5.8: Andamento della variabile di controllo Δx

La simulazione è stata utilizzata anche per ottenere una prima stima del limite massimo imponibile su q al fine di evitare una possibile instabilità e quindi un eventuale danneggiamento del manipolatore reale.

Ne risulta un valore massimo di q pari a $5 \cdot 10^{-2}$. In questo caso infatti, la risposta presenta delle oscillazioni che si protraggono nel tempo in modo inaccettabile. Il fatto di riscontrare delle oscillazioni così poco smorzate indica che si è vicini al limite di stabilità del sistema globale.

Scelta del Compensatore

Anche in questo caso è stato sfruttato l'ambiente di simulazione per simulare la risposta del sistema al variare della costante c presente nel compensatore che filtra il riferimento di forza desiderato. Si ricorda che il compensatore è stato inserito per limitare l'eccitazione di componenti ad elevata frequenza ed ottenere una risposta che sia il più possibile somigliante ad un esponenziale del primo ordine.

L'obiettivo prefissato infatti è quello di raggiungere il riferimento di forza desiderato con un transitorio molto regolare che non presenti overshoot.

Si è quindi cercato il valore limite di c che consenta di ottenere una risposta con il tempo di assestamento più rapido possibile ma senza la presenza di overshoot.

Le Figure 5.9 e 5.10 mostrano l'andamento delle risposte ottenute rispettiva-

5.3 Simulazioni Numeriche

mente con costante del filtro sul riferimento rispettivamente pari a 15 rad/s e 10 rad/s .

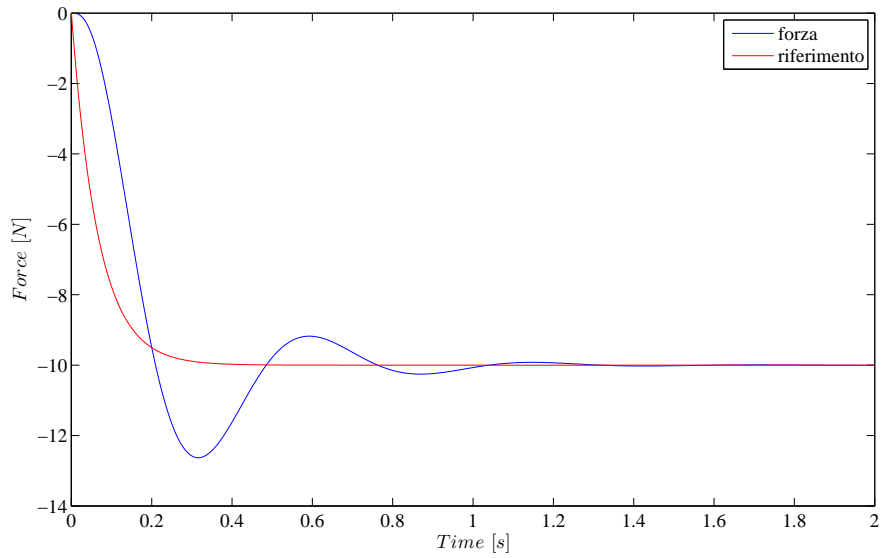


Figura 5.9: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 15 \text{ rad/s}$

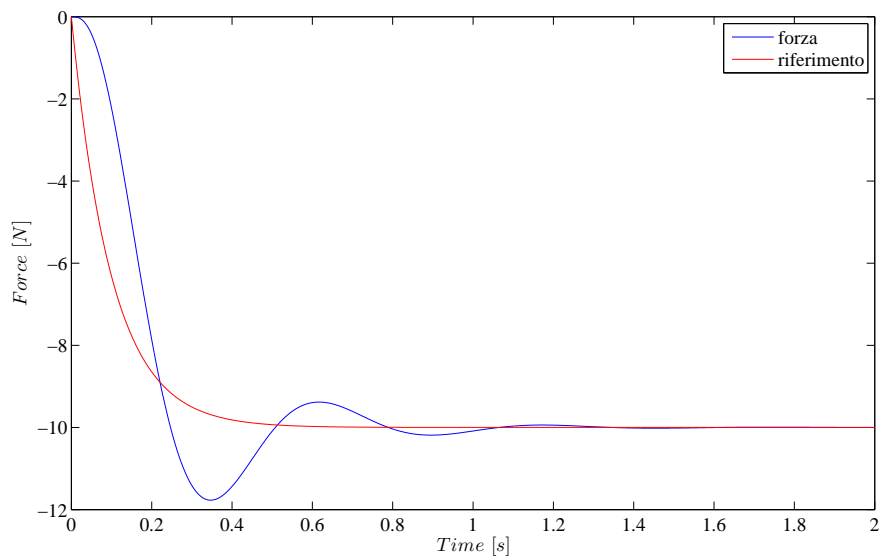


Figura 5.10: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 10 \text{ rad/s}$

Analizzando le figure si nota che la velocità di risposta richiesta risulta essere ancora troppo elevata, causando overshoot rispettivamente del 25% e del 20%. È stato quindi necessario abbassare ulteriormente il valore della costante.

Le simulazioni indicano che il valore massimo imponibile risulta $c = 5 \text{ rad/s}$. La risposta ottenuta è presentata in Figura 5.11.

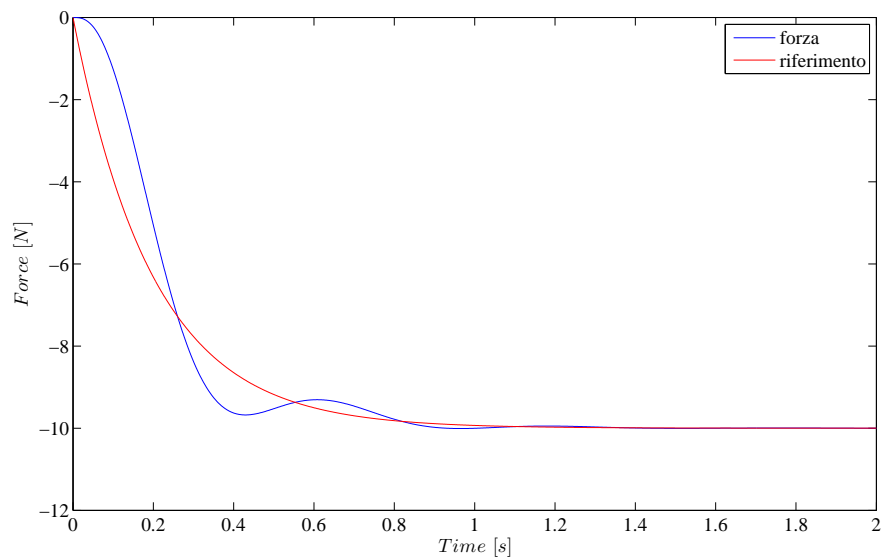


Figura 5.11: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 \text{ rad/s}$

In questo caso il comportamento del manipolatore simulato presenta ancora delle oscillazioni, seppur molto smorzate e un overshoot rispetto ai 10 N comandati del tutto trascurabile. Il tempo di assestamento invece è pari ad 1 s.

5.4 Set-Up Sperimentale

Per poter verificare l'efficacia dell'algoritmo di controllo sviluppato al variare della rigidità dell'ambiente circostante, è stato utilizzato un secondo KUKA LWR controllato in impedenza, in modo da poter simulare la risposta dopo il contatto con ambienti di rigidità differente. Il set-up è mostrato in Figura 5.12.

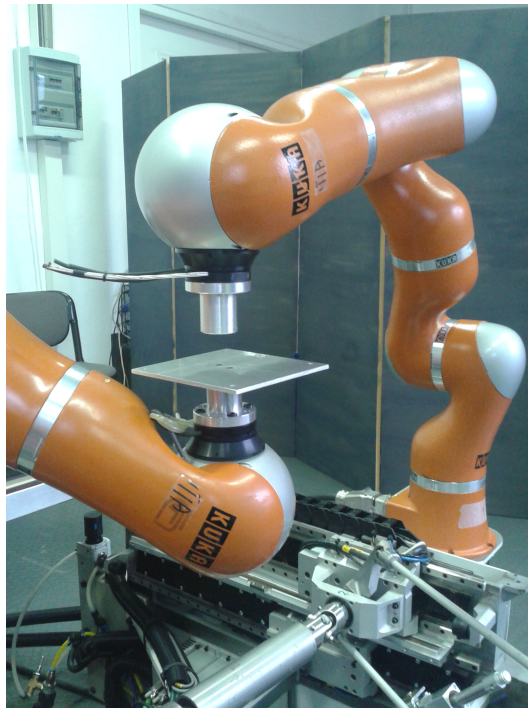


Figura 5.12: Set-up sperimentale presso ITIA-CNR con i due KUKA a contatto. Il manipolatore ausiliario di sinistra fornisce condizioni ambientali note allo sperimentatore: è controllato ad impedenza costante ma non partecipa all'azione di controllo, né trasmette informazioni di controllo al manipolatore principale di destra.

È stato quindi verificato sperimentalmente il comportamento del robot durante un impatto in direzione z . L'utilizzo di un secondo KUKA ha così permesso di poter impostare rigidzze differenti, di valore nominale noto, potendo così verificare la convergenza dello stimatore ai valori impostati.

La geometria dell'ambiente (piastra su manipolatore ausiliario in Fig 5.12) e del tool montato sul manipolatore principale non sono note al controllo. Le superfici a contatto sono metalliche e presentano irregolarità superficiali trascurabili per il tool in Figura.

Per quanto riguarda lo smorzamento impostato sul KUKA che va a simulare l'ambiente, è stato impostato un valore basso per meglio rappresentare la scarsa capacità smorzante tipica degli ambienti rigidi.

5.5 Scelta del peso q

La scelta del peso q presente nel funzionale di costo, è stata effettuata analizzando la risposta del sistema ad un gradino di forza. Le risposte sono state ottenute simulando un ambiente di rigidzza pari a $2000 N/m$.

Non è stato dunque inserito il compensatore che filtra il riferimento di forza desiderato.

Le prove sono state eseguite senza inserire il contributo ulteriore di *feed-forward*, per poter valutare esclusivamente il contributo dell'azione in anello chiuso sull'andamento della dinamica risultante.

È stata quindi analizzata la risposta del sistema ad un gradino sul riferimento di forza di $10 N$, con i due robot inizialmente in contatto.

Come analizzato in precedenza, la scelta di q si ripercuote direttamente sulla banda passante ottenuta; inoltre la scelta della frequenza di taglio c del filtro non incide in alcun modo sulla stabilità del sistema globale.

5.5 Scelta del peso q

5.5.1 Peso basso ($q = 10^{-6}$)

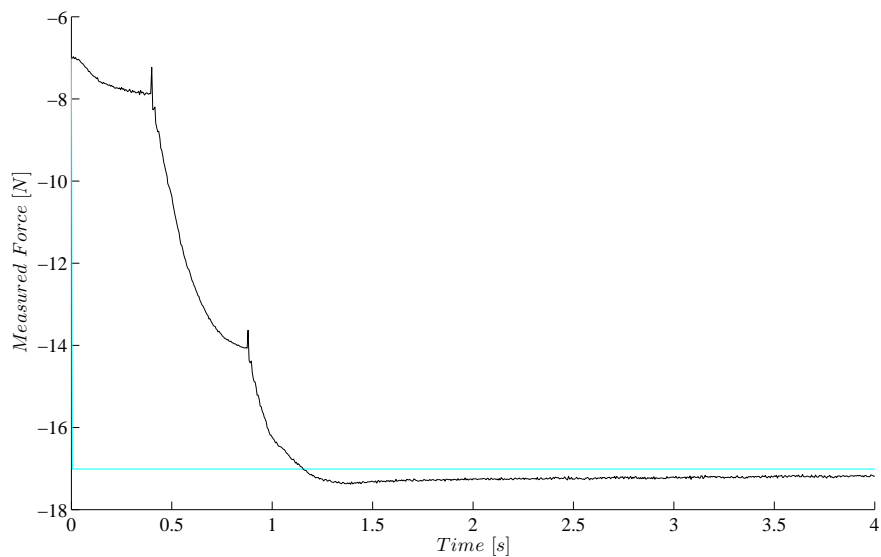


Figura 5.13: Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-6}$

In Figura 5.13 è riportato l'andamento della forza misurata durante il contatto. In questo caso il peso associato al contributo integrale veramente basso, fa sì che la risposta sia abbastanza lenta, con un tempo di assestamento di circa 2 s.

Analizzando più nel dettaglio la risposta del sistema si nota comunque la presenza di un comportamento oscillatorio durante il transitorio con dei piccoli picchi.

Ad ogni modo la dinamica ottenuta ha un andamento molto regolare e presenta un overshoot rispetto al riferimento molto contenuto. Da sottolineare è la presenza di un piccolo offset finale tra riferimento e misura che si mantiene nel tempo.

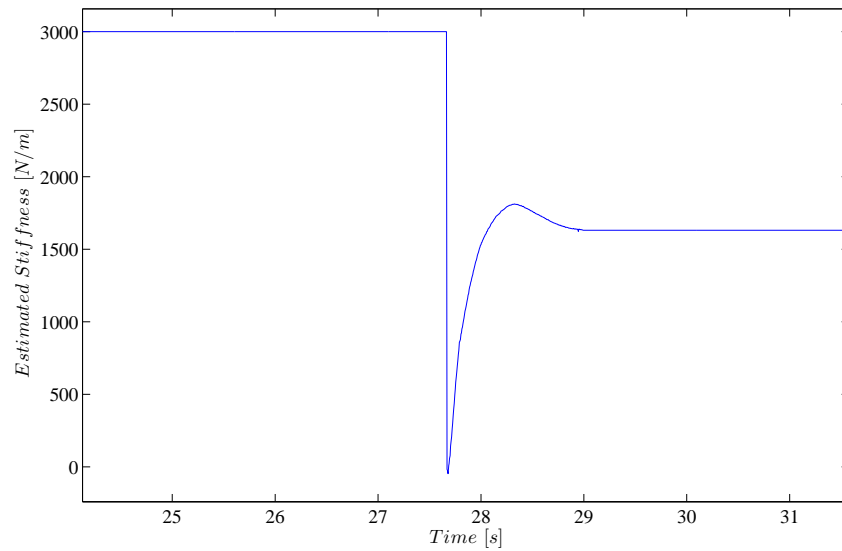


Figura 5.14: Stima della rigidità ottenuta con WRLS

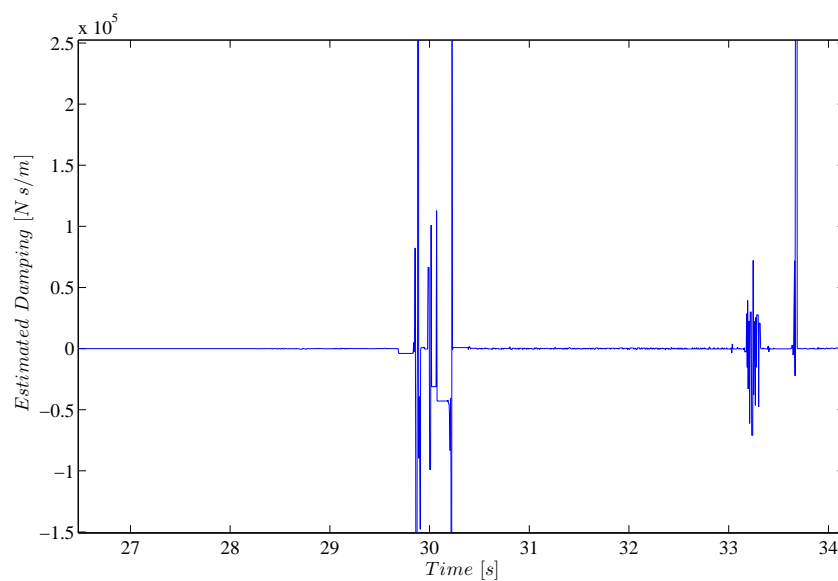


Figura 5.15: Stima dello smorzamento ottenuta con WRLS

In Figura 5.14 e Figura 5.15 è invece riportato l'andamento delle stime di rigidità e smorzamento. Per quanto riguarda la stima di rigidità è stato impostato come valore di partenza 3000 N/m ; si nota che pur con qualche

5.5 Scelta del peso q

oscillazione l'algoritmo è capace di stimare abbastanza correttamente il valore di rigidità impostato.

Si nota invece che la stima dello smorzamento non converge ad un valore plausibile come già verificato nelle simulazioni numeriche. In [10] viene analizzata la convergenza della stima dei parametri di smorzamento di diversi stimatori. Una possibile soluzione per una stima più accurata è quella di inserire un disturbo nell'azione di controllo che causa un'eccitazione permanente dell'ambiente. Tuttavia questo espediente peggiora notevolmente le performance del controllo; è stato quindi considerato nelle prove successive, uno smorzamento dell'ambiente nullo. Tale assunzione risulta comunque cautelativa in quanto ci permette di ottenere un regolatore che va ad introdurre un contributo smorzante più elevato rispetto a quello necessario.

5.5.2 Peso basso ($q = 10^{-5}$)

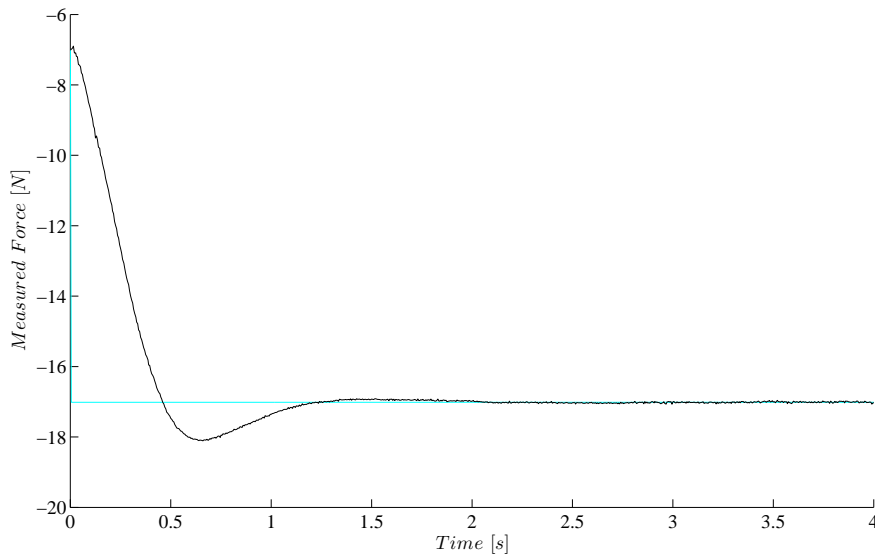


Figura 5.16: Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-5}$

Aumentando q di un ordine di grandezza, come visibile in Figura 5.16 la risposta allo step di 10 N migliora. Il comportamento del robot rimane smorzato, confermando la capacità di dissipare energia durante il contatto e il tempo di assestamento diminuisce a circa 1.5 s . In questo caso si nota che la risposta del sistema presenta un lieve overshoot di circa 1 N .

5.5.3 Peso medio ($q = 10^{-4}$)

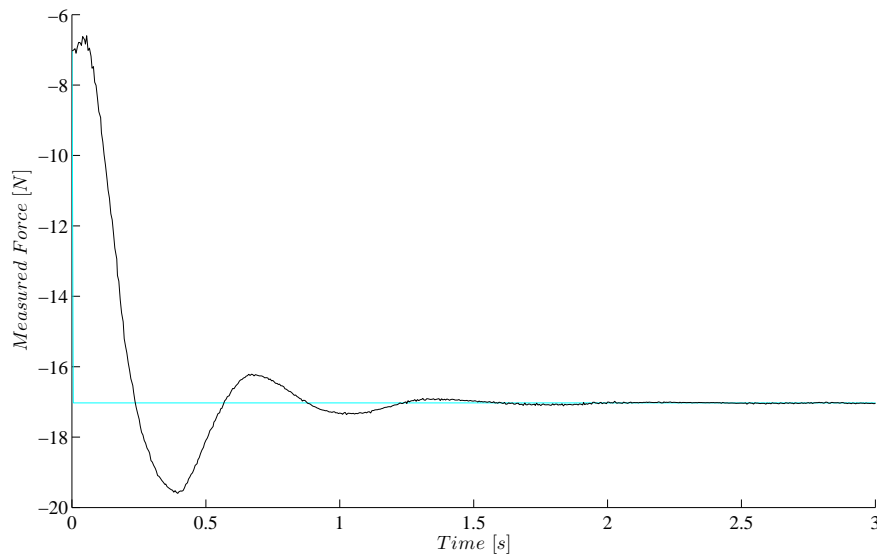


Figura 5.17: Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-4}$

In questo caso la risposta migliora ulteriormente, con un tempo di assestamento di circa 1.3 s. Il robot controllato manifesta un comportamento sempre più reattivo rispetto ai casi precedenti. Si nota comunque che inizia a manifestarsi la presenza di oscillazioni anche se molto smorzate, con un overshoot iniziale di entità superiore rispetto al caso precedente. In questo caso l'overshoot presente risulta essere del 20%.

5.5.4 Peso alto ($q = 10^{-3}$)

Analizzando la Figura 5.18 si nota che il tempo di assestamento continua a diminuire. Le oscillazioni del sistema accoppiato presentano frequenze sempre più elevate mantenendo comunque caratteristiche di elevato smorzamento ed un overshoot piuttosto contenuto (2 N).

5.5 Scelta del peso q

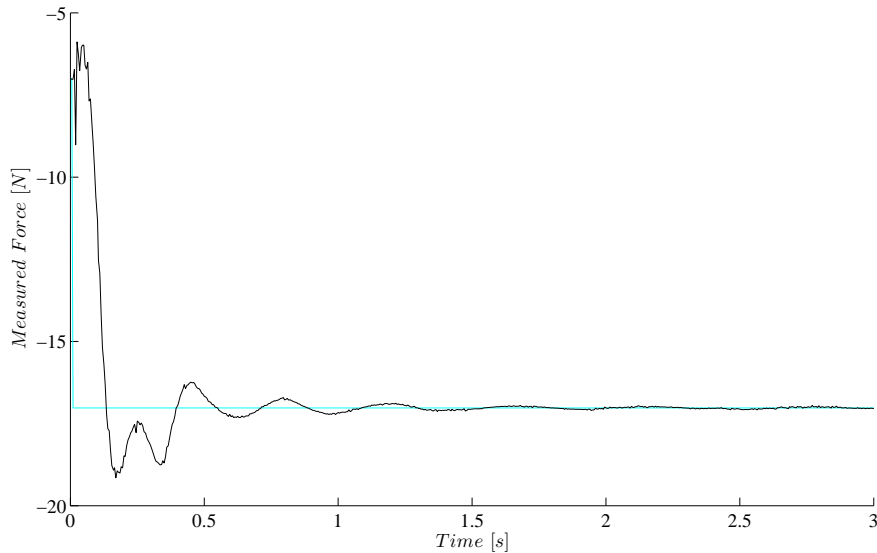


Figura 5.18: Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-3}$

I valori di forza che vengono retroazionati nello schema di controllo sono quelli resi disponibili dal robot tramite FRI (*Fast Research Interface*); come discusso in precedenza il KUKA restituisce delle misure di forza che sono già filtrate, in particolare vi è la presenza di un filtro passa-basso che ha una frequenza di taglio di 5 Hz . I risultati ottenuti con il peso $q = 0.001$ presentano delle oscillazioni la cui frequenza è circa 4 Hz ; questo vuol dire che si è già molto vicini al limite sulla banda passante massima consentita dal filtro presente nativamente sul KUKA. Il filtro introduce degli sfasamenti sempre maggiori avvicinandosi alla frequenza di taglio, che causano una caduta del margine di fase che eventualmente può compromettere la stabilità del sistema.

A titolo di esempio viene mostrato l'andamento della risposta al gradino aumentando di un ordine di grandezza ulteriore il peso q presente nel funzionale.

5.5.5 Peso alto ($q = 10^{-2}$)

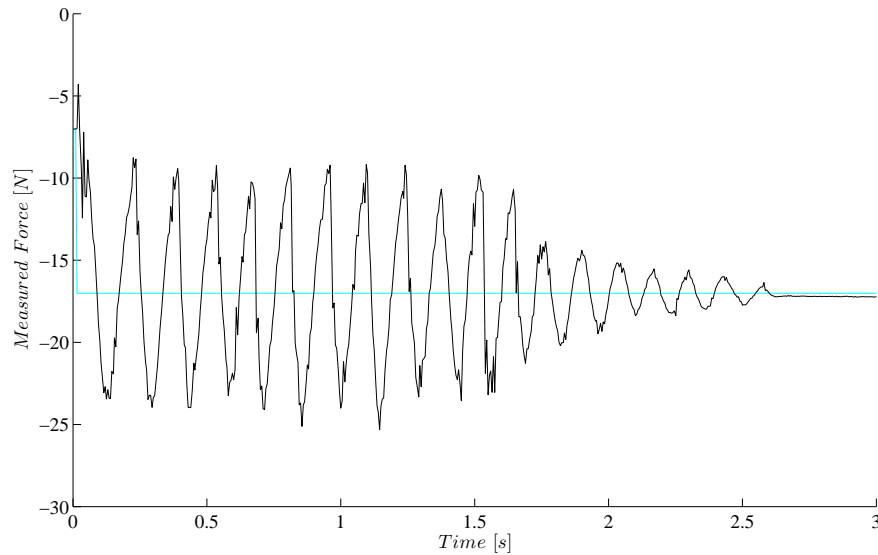


Figura 5.19: Risposta del sistema al gradino di forza con peso $q = 10^{-2}$

Analizzando la Figura 5.19 si può notare come il sistema in anello chiuso sia veramente vicino al limite di stabilità. Infatti le oscillazioni presenti soprattutto nella prima parte della risposta sembrano avere smorzamento nullo o quasi. Questo comportamento risulta ovviamente inaccettabile per il robot controllato.

Analizzando le performance ottenute al variare del peso q presente nel funzionale di costo, è stato scelto di utilizzare $q = 10^{-4}$. Esso rappresenta il miglior compromesso tra banda passante ottenuta, e quindi reattività, e la capacità di ottenere un comportamento smorzato.

È stato quindi affidato al compensatore posto a valle del riferimento di forza, il compito di limitare l'eccitazione di componenti ad elevata frequenza, cercando quindi di ottenere una risposta il più possibile simile ad un esponenziale del primo ordine.

5.6 Verifica della stabilità al variare della rigidità dell'ambiente

5.6 Verifica della stabilità al variare della rigidità dell'ambiente

Dopo aver scelto il peso q , è stato analizzato il comportamento del sistema al variare della rigidità dell'ambiente, in modo da poter verificare la stabilità del sistema in anello chiuso e soprattutto analizzare le performance del controllo nell'adattarsi alle variazioni dei parametri.

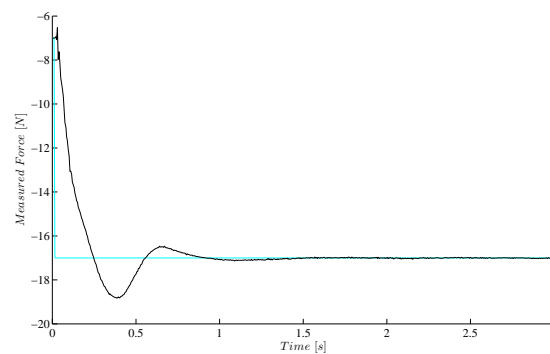


Figura 5.20: Risposta del sistema al gradino di forza con rigidità ambiente 1000 N/m

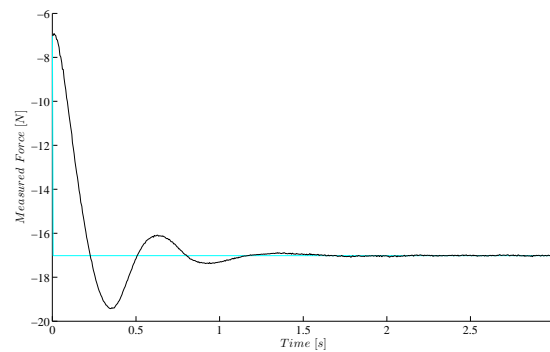


Figura 5.21: Risposta del sistema al gradino di forza con rigidità ambiente 3000 N/m

In Figura 5.20 e Figura 5.21 è mostrato l'andamento della risposta ottenuta ripetendo lo stesso esperimento descritto nella sezione precedente, variando la rigidità dell'ambiente (i valori impostati sono rispettivamente 3000 N/m e 1000 N/m).

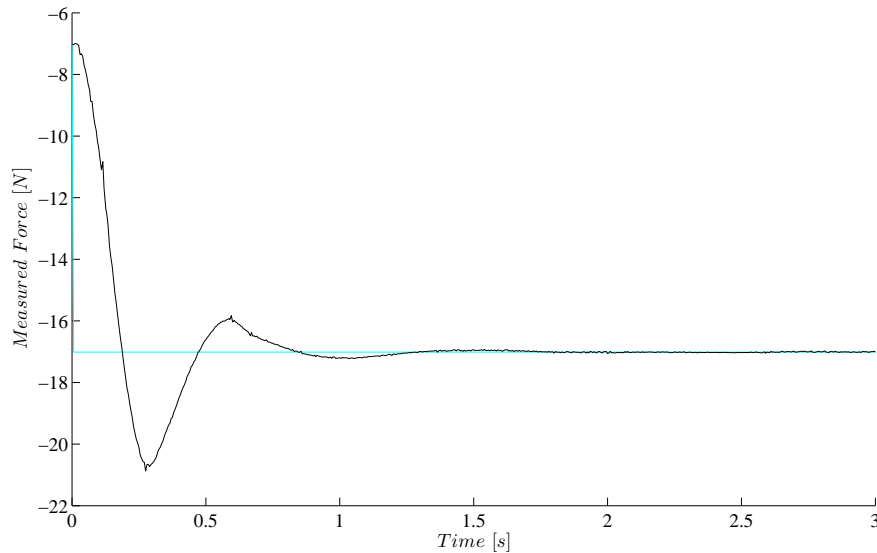


Figura 5.22: Risposta del sistema al gradino di forza con rigidità ambiente 5000 N/m

In Figura 5.22 è invece mostrato l'andamento della risposta al gradino di 10 N avendo impostato nel manipolatore che simula l'ambiente una rigidità di 5000 N/m , ovvero il valore massimo di rigidità che è possibile imporre al KUKA controllato in impedenza.

Si nota che il comportamento del sistema globale al variare della rigidità ambientale risulta molto simile a quello ottenuto nella sezione precedente con lo stesso peso q ($q = 10^{-4}$) ma rigidità dell'ambiente meno elevata. La risposta anche in questo caso presenta delle oscillazioni e il tempo di assestamento rimane pressoché invariato.

Si può quindi concludere che il controllo è capace di adattarsi alle variazioni di rigidità, ottenendo delle risposte molto simili fra loro. Un vantaggio sotto questo aspetto è dato dal fatto che la logica implementata non va ad introdurre contributi di rigidità e smorzamento ulteriori attraverso azioni proporzionali e derivate rispetto all'errore tra forza misurata e desiderata, risentendo della presenza del filtro, ma lo fa utilizzando le misure di posizione che sono affette da rumore di intensità minore rispetto a quelle di forza.

L'azione di controllo introdotta va quindi a modificare le caratteristiche dinamiche del sistema nella sola direzione considerata per il controllo della forza di interazione; nelle altre direzioni le proprietà di impedenza si mantengono inalterate.

5.7 Scelta del Compensatore

Vengono di seguito descritte le prove effettuate per la scelta del compensatore. Esso è stato scelto in modo da limitare la banda richiesta al sistema e di conseguenza le oscillazioni, in modo da raggiungere l'obiettivo di non avere overshoot nella risposta. Anche in questo caso la campagna di prove sperimentali svolta per scegliere la costante c del compensatore è stata svolta simulando un ambiente di rigidità pari a 2000 N/m .

Benché le simulazioni numeriche suggerissero $c = 5\text{ rad/s}$ come valore limite per ottenere delle risposte senza overshoot sono state inizialmente fatte delle prove per vedere se nella realtà non fosse effettivamente possibile estendere le performance richieste al manipolatore.

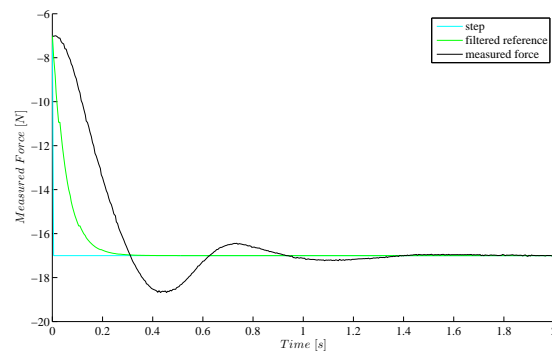


Figura 5.23: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 20\text{ rad/s}$

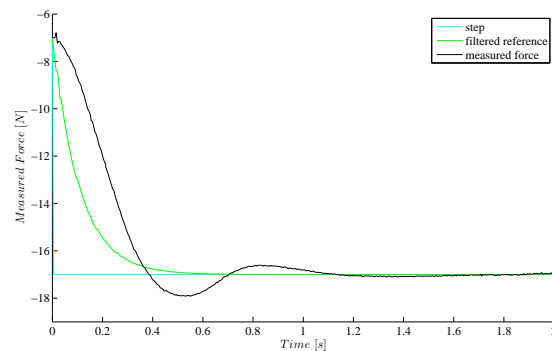


Figura 5.24: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 10\text{ rad/s}$

Come si nota dalle Figure 5.23 e 5.24 tuttavia il comportamento rispecchia abbastanza fedelmente quello pronosticato dalle simulazioni, con delle sovraelongazioni rispetto al valore massimo imposto dal riferimento di forza prima del compensatore.

In Figura 5.25 è riportata la risposta del sistema con costante del filtro posta a 5 rad/s .

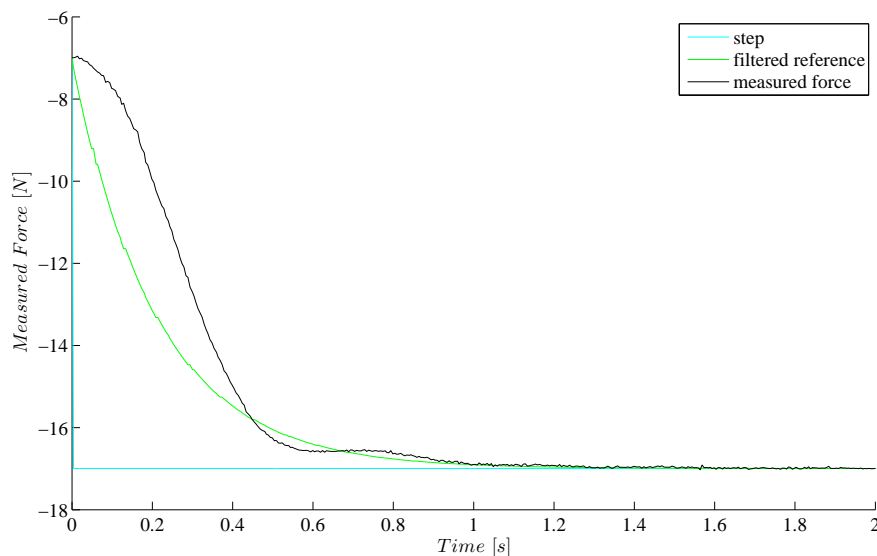


Figura 5.25: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 \text{ rad/s}$

In questo caso si può notare che l'obiettivo di non avere overshoot rispetto al gradino di 10 N imposto a monte del compensatore, è stato raggiunto. Come previsto la maggior parte dell'errore di inseguimento del riferimento filtrato si riscontra nelle fasi iniziali del transitorio in cui la risposta parte con tangente orizzontale e quindi si trova in ritardo.

Va inoltre segnalata la buona corrispondenza che vi è tra le prove sperimentali e quelle numeriche (vedi Figura 5.11); questa è dovuta principalmente alla bontà del controllo nativo di impedenza che quindi giustifica le approssimazioni e semplificazioni fatte in fase di progettazione della logica di controllo.

Anche in questo caso una verifica delle performance del controllo al variare della rigidità dell'ambiente è stata necessaria. In particolare in questo caso è stato verificato il comportamento solo per rigidità più elevate rispetto

5.7 Scelta del Compensatore

alla precedente, poiché rappresentano per la logica di controllo un vincolo più restrittivo in termini di performance. Per poter testare il manipolatore in contatto con ambienti più rigidi rispetto a quelli che si possono ottenere con il controllo in impedenza ($K_{e,max} = 5000 \text{ N/m}$), il secondo robot è stato controllato in posizione.

In Figura 5.27 è rappresentata la risposta ottenuta.

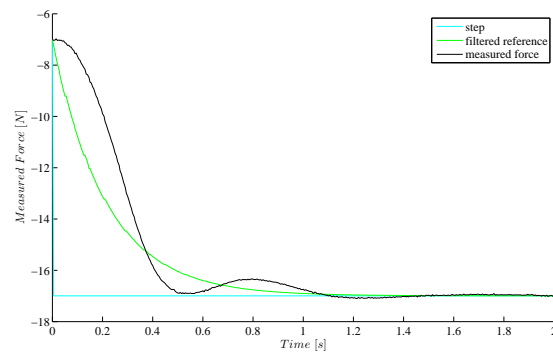


Figura 5.26: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 \text{ rad/s}$ e rigidità ambiente 5000 N/m

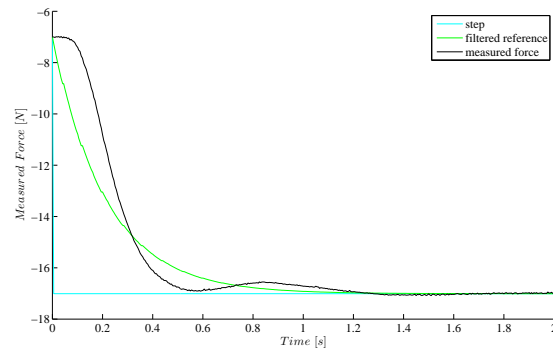


Figura 5.27: Risposta del sistema con costante del filtro $c = 5 \text{ rad/s}$ e robot comandato in posizione

In Figura 5.28 è riportata la stima di rigidità ottenuta; ad ogni modo non avendo un valore nominale di rigidità con cui confrontare la stima non è possibile valutare la convergenza verso il valore realmente realizzato dal controllo in posizione.

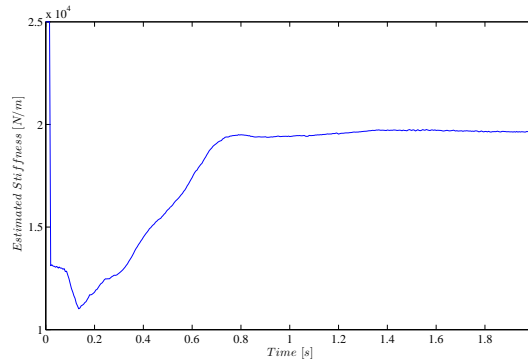


Figura 5.28: Stima della rigidità ottenuta con robot che simula l’ambiente comandato in posizione

5.8 Andamento della risposta dopo l’impatto

Come analizzato nella sezione 5.3.2 la presenza del filtro passa-basso sulle misure di forza introduce delle sensibili differenze nella risposta del sistema. I risultati ottenuti nel capitolo 4 in termini di velocità ottime di avvicinamento perdono quindi la loro validità in quanto ottenuti considerando un sistema ideale.

L’ottimizzazione delle velocità è stata rifatta numericamente utilizzando il modello sviluppato in Simulink, in modo da poter ottenere risultati più aderenti alla realtà, ed in particolare alla piattaforma utilizzata.

I risultati numerici e sperimentali presentati sono stati ottenuti considerando un gradino di forza desiderata di 10 N ($f_d = 10\text{ N}$).

Avendo utilizzato due logiche di controllo differenti per quanto riguarda il moto del manipolatore nelle fasi di avvicinamento e durante il contatto, particolare attenzione va riservata alla transizione tra una logica e l’altra. Infatti una commutazione istantanea tra diverse logiche può in alcuni casi destabilizzare il sistema o comunque causare un andamento indesiderato della forza durante i transitori.

Al fine di ottenere una risposta che presenti un andamento regolare è necessario che l’azione di controllo vari con continuità durante il cambiamento tra una logica e l’altra.

Per poter ottenere un’azione di controllo che non abbia discontinuità la logica presentata in precedenza è stata modificata nel modo seguente:

$$\Delta x(t) = F_1 \dot{z} + F_2 z + F_3 \left(\int_{t_s}^t e dt + X_{i0} \right) \quad (5.18)$$

5.8 Andamento della risposta dopo l'impatto

in cui t_s rappresenta l'istante in cui avviene lo switch tra le logiche e X_{i0} rappresenta il valore iniziale da cui parte l'integrazione dell'errore.

Quando avviene la transizione, la posizione del robot e quella di equilibrio dell'ambiente risultano circa coincidenti, quindi $z \simeq 0$; inoltre il contributo integrale dell'errore di forza risulta nullo.

Fatte queste considerazioni, l'azione di controllo nell'istante immediatamente successivo allo switch risulta:

$$\Delta x(t_s^+) = F_1 \dot{x}(t_s^+) + F_3 X_{i0} \quad (5.19)$$

Considerando l'istante immediatamente precedente risulta:

$$\Delta x(t_s^-) = \frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x}_d + k_p (\dot{x}_d - \dot{x}(t_s^-)) \quad (5.20)$$

Ipotizzando che la velocità del robot si mantenga costante tra un istante e l'altro ($\dot{x}(t_s^-) \simeq \dot{x}(t_s^+)$) per poter ottenere continuità nell'azione di controllo ($\Delta x(t_s^-) \simeq \Delta x(t_s^+)$) si può porre:

$$X_{i0} = \frac{\frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x}_d + k_p (\dot{x}_d - \dot{x}(t_s)) - F_1 \dot{x}(t_s)}{F_3} \quad (5.21)$$

Il contributo ulteriore che si aggiunge, risulta in un'azione costante in feedforward che non va ad intaccare la stabilità del sistema, ma garantisce un'azione di controllo senza scalini nella transizione che potrebbero portare ad un eventuale distacco del manipolatore dalla superficie di contatto.

Ad ogni modo le performance ottenute nel tracking di forza dipendono fortemente dalla velocità del manipolatore.

Nelle simulazioni si è ipotizzato che l'azione in feedforward presente nel controllo riesca ad imprimere al robot esattamente la velocità desiderata. È stato considerato quindi come valore iniziale del contributo integrale:

$$X_{i0} = \frac{\frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x}_d - F_1 \dot{x}_d}{F_3} \quad (5.22)$$

In Figura 5.29 è mostrato l'andamento del funzionale $J_e = \int_0^\infty e(t)^2 dt$ in funzione della velocità di avvicinamento.

Anche in questo caso risulta verificata numericamente la presenza di un minimo.

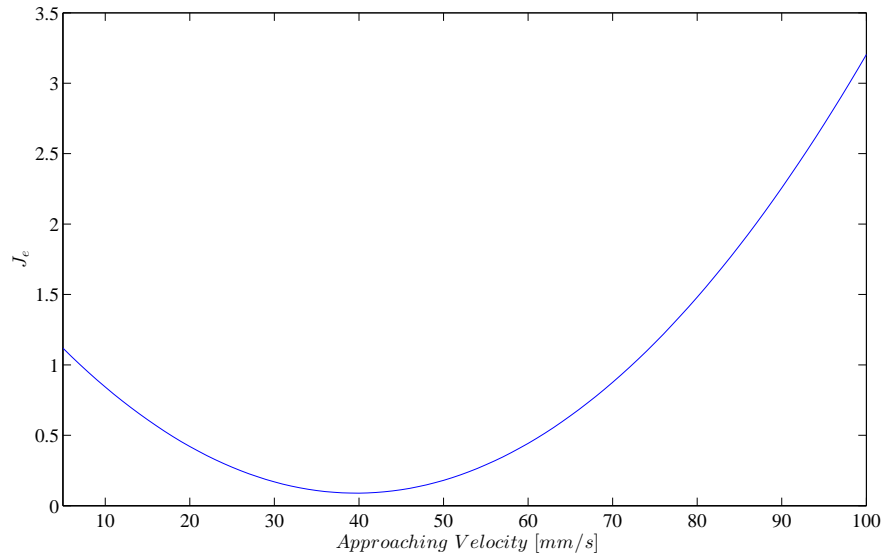


Figura 5.29: Andamento del performance index al variare della velocità di avvicinamento

L'analisi delle velocità ottime è stata ripetuta al variare della rigidità dell'ambiente (vedi Figura 5.30); in questo caso il valore della costante c non è stato più modificato poiché $c = 5 \text{ rad/s}$ è risultato essere il valore limite per non avere overshoot.

L'analisi delle velocità è stata condotta considerando la forza desiderata come un parametro fisso (in questo caso 10 N) ma risulta evidente la sua grande influenza nei risultati ottenuti, in quanto a forze maggiori corrispondono velocità maggiori. Questo si può notare dalla pendenza del riferimento iniziale che assume il valore $f_m = c f_d$, direttamente proporzionale alla forza desiderata.

In caso di forze desiderate differenti il processo di ottimizzazione va effettuato nuovamente.

5.8 Andamento della risposta dopo l'impatto

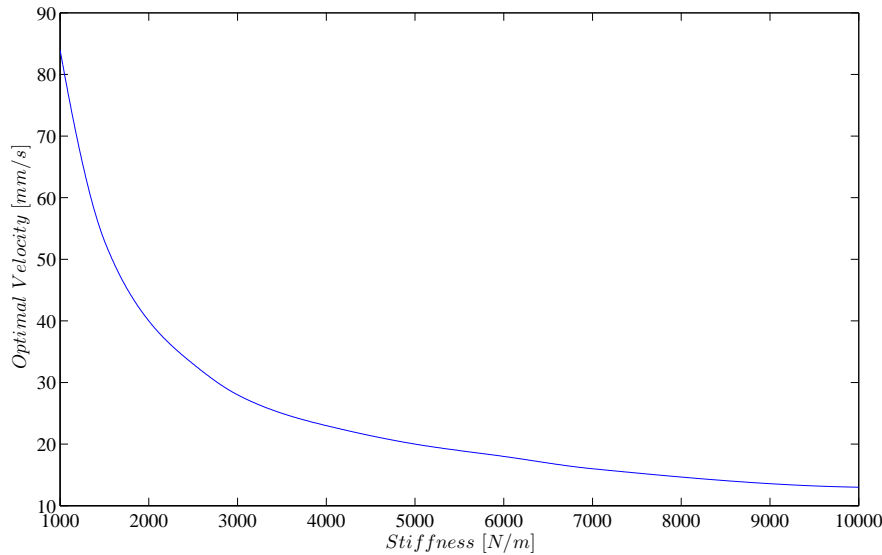


Figura 5.30: Andamento della velocità ottima di avvicinamento al variare della rigidità dell'ambiente

Dal grafico si può comunque notare che al crescere della rigidità il valore di velocità ottima diminuisce molto rapidamente. Come verrà discusso nel seguito per manipolatori controllati in impedenza diventa molto difficile realizzare accuratamente velocità tanto basse.

In caso di ambienti molto rigidi il moto nello spazio libero risulterebbe a velocità molto basse perdendo di utilità in applicazioni industriali. L'ottimizzazione della velocità mantiene una sua validità anche nel caso di ambienti molto rigidi qualora essi siano ben strutturati, in modo da poter modificare la logica di controllo nelle fasi di avvicinamento, e ottenere un impatto controllato alla velocità desiderata in modo da poter sfruttare i vantaggi che la velocità ottima dà in termini di qualità della risposta.

5.8.1 Andamento sperimentale del funzionale

L'andamento del funzionale quadratico sull'errore di forza è stato valutato sperimentalmente al variare della velocità di avvicinamento comandata.

Data la rumorosità del segnale di forza misurato e la non perfetta compensazione dei termini di forza introdotti dal tool montato all'end-effector, è stata inserita una soglia sulla forza da superare per avere l'effettivo switch tra le

due logiche di controllo.

In Figura 5.31 è riportato il confronto tra il funzionale ottenuto numericamente e quello ottenuto sperimentalmente. In ascissa sono riportate le velocità medie calcolate durante la fase di avvicinamento.

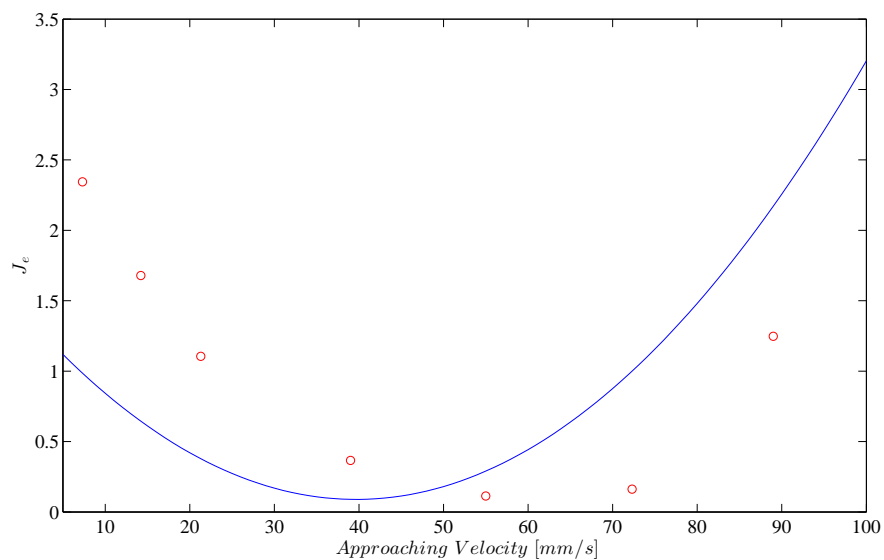


Figura 5.31: Confronto dell'andamento del performance index numerico e sperimentale

Analizzando la figura si nota che vi è una differenza sostanziale tra i risultati numerici e quelli sperimentali.

Il minimo ottenuto sperimentalmente risulta essere a velocità più alte rispetto a quelle pronosticate dalla simulazione. Anche in questo caso l'andamento del funzionale risulta essere parabolico sia per quanto riguarda i risultati numerici che per quelli sperimentali e le concavità risultano simili tra loro. Per poter verificare la consistenza dei due andamenti è stata tracciata la curva interpolante i punti sperimentali traslandola in modo che i due minimi andassero a coincidere (Figura 5.32).

5.8 Andamento della risposta dopo l'impatto

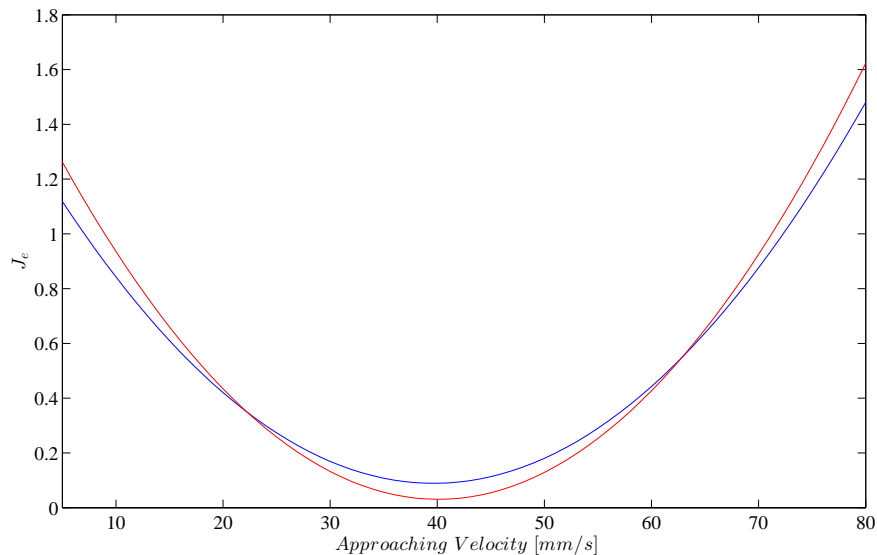


Figura 5.32: Confronto dell'andamento del performance index numerico (curva blu) e interpolato (curva rossa)

Va comunque sottolineato che l'effettiva velocità del manipolatore quando avviene il cambio tra controllo in velocità e controllo in forza, non è quella indicata in figura poiché lo switch tra le logiche non è istantaneo ma avviene solo dopo il superamento della soglia imposta sul segnale di forza. Le velocità effettivamente realizzate risultano essere più basse rispetto a quelle indicate a causa della decelerazione subita dal robot nelle fasi di contatto che avvengono prima dello switch.

Si nota comunque che a basse velocità il comportamento del manipolatore tende a discostarsi maggiormente dal riferimento, con un integrale dell'errore quadratico di forza maggiore.

Le velocità riportate in Figura 5.31 sono state calcolate off-line e corrispondono alla velocità media raggiunta dal manipolatore nella fase di avvicinamento.

In Figura 5.33 è riportato il confronto tra velocità comandate e velocità medie raggiunte.

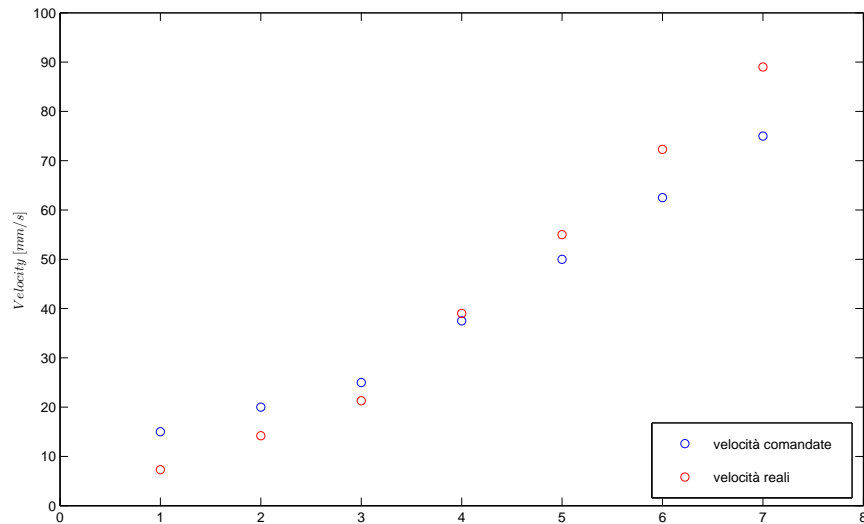


Figura 5.33: Confronto tra velocità comandate (blu) e velocità medie effettive (rosso)

Per velocità comandate basse si nota che quelle effettivamente realizzate risultano minori; questo è principalmente dovuto al fatto che l'entità della variazione di set-point comandata non è sufficiente a compensare nel modo ottimale gli attriti presenti ai giunti. Al contrario al crescere delle velocità si nota che quelle effettivamente raggiunte tendono a superare quelle desiderate. Questo può essere dovuto al fatto che le misure di velocità retroazionate sono ottenute derivando le misure di posizione filtrate con un filtro passa-basso. Il ritardo causato dal filtro fa sì che la velocità utilizzata in retroazione sia più bassa di quella reale.

Va comunque sottolineato il fatto che l'obiettivo del controllo in impedenza non è quello di garantire accuratezze elevate nell'inseguimento di un riferimento di posizione (in questo caso velocità) ma quello di rendere il manipolatore più sicuro nelle fasi di contatto con l'ambiente. Inoltre la logica di controllo in velocità utilizzata non è delle più sofisticate se paragonata per esempio con quella utilizzata durante il contatto.

Questo perché lo scopo era quello di avere un controllore semplice che però garantisse l'avvicinamento alla superficie di contatto di posizione inizialmente non nota, con una velocità prossima a quella ottima calcolata.

A titolo di esempio viene di seguito riportato l'andamento della forza negli istanti successivi la transizione tra controllo in velocità e controllo in forza,

5.8 Andamento della risposta dopo l'impatto

ottenuto con la velocità di avvicinamento a cui consegue il minimo sperimentale del performance index.

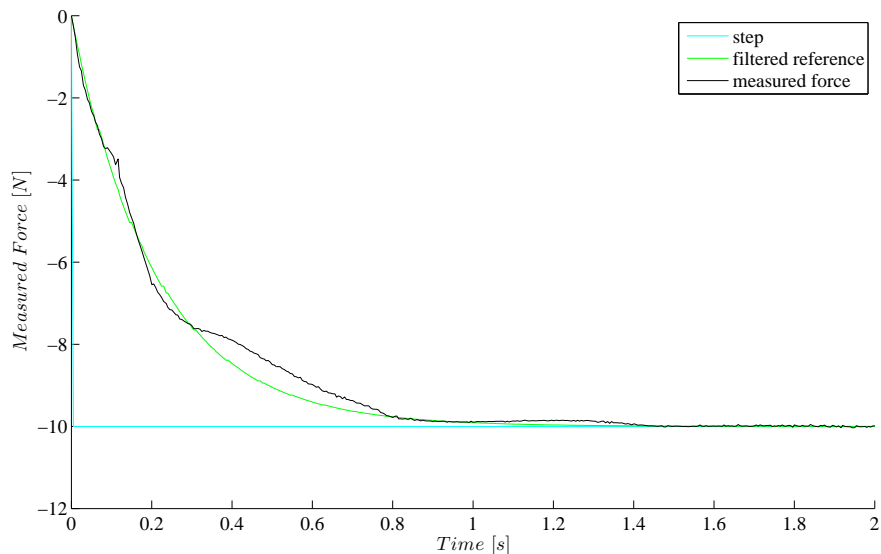


Figura 5.34: Andamento della forza ottenuto con la velocità ottima sperimentale

Come si nota dalla figura la velocità iniziale aiuta a seguire il riferimento soprattutto nelle fasi iniziali della risposta, in cui l'errore tra riferimento desiderato e forza effettiva risulta praticamente nullo.

Una volta esauritosi il contributo della velocità, la risposta va praticamente a ricalcare quella ottenuta con robot inizialmente fermo, con tempi di assestamento molto simili.

Si può quindi concludere che l'ottimizzazione della velocità di avvicinamento non solo garantisce di ottenere un contatto stabile ma aiuta a migliorare le performance nel tracking del riferimento.

Come nei paragrafi precedenti la prova è stata svolta considerando un ambiente di rigidità 5000 N/m per validare le performance al variare dell'ambiente di contatto. In questo caso è stata utilizzata come input al controllore nello spazio libero la velocità ottima calcolata numericamente di 20 mm/s .

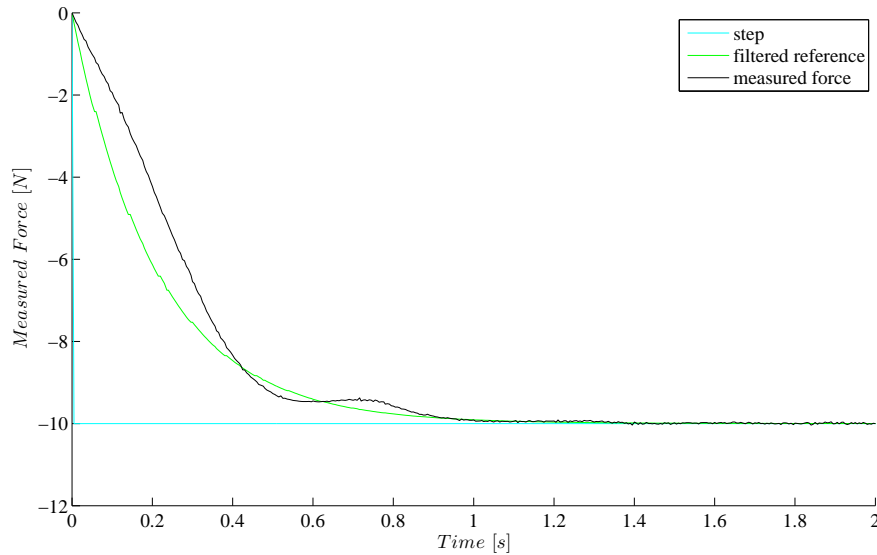


Figura 5.35: Andamento della forza ottenuto con la velocità ottima calcolata numericamente e ambiente di rigidità 5000 N/m

Analizzando la Figura 5.35 si nota che pur avendo una risposta che ha pendenza iniziale non nulla, essa risulta minore rispetto a quella del riferimento. Tutto ciò è dovuto alle problematiche precedentemente analizzate, in quanto nella fase di moto nello spazio libero la velocità effettiva risulta minore rispetto a quella desiderata e nelle fasi iniziali del contatto il robot comincia a decelerare.

La risposta mantiene comunque un andamento molto regolare senza saltellamenti o rimbalzi durante l'impatto.

5.9 Introduzione del contributo di Feedforward ottimo

Come descritto nel capitolo precedente con l'aggiunta del contributo ulteriore di feedforward l'azione di controllo si modifica nel modo seguente:

$$\Delta x(t) = F_1 \dot{z} + F_2 z + F_3 \left(\int_{t_s}^t e dt + X_{i0} \right) + F_4 f_m \quad (5.23)$$

Il contributo f_m rappresenta l'andamento del riferimento di forza desiderato rispetto al valore di partenza della forza di interazione; il valore di X_{i0} che

5.9 Introduzione del contributo di Feedforward ottimo

garantisce la continuità dell'azione di controllo rimane quindi invariato. In questo paragrafo viene effettuato un confronto tra i risultati ottenuti con e senza l'applicazione del contributo in feedforward. Vengono quindi discussi vantaggi e svantaggi che questo comporta.

È stata quindi ripetuta la procedura di calcolo del *performance index* sperimentale ottenuta variando la velocità di avvicinamento. In Figura 5.36 vengono quindi confrontati i risultati ottenuti nei due casi al variare delle velocità comandate.

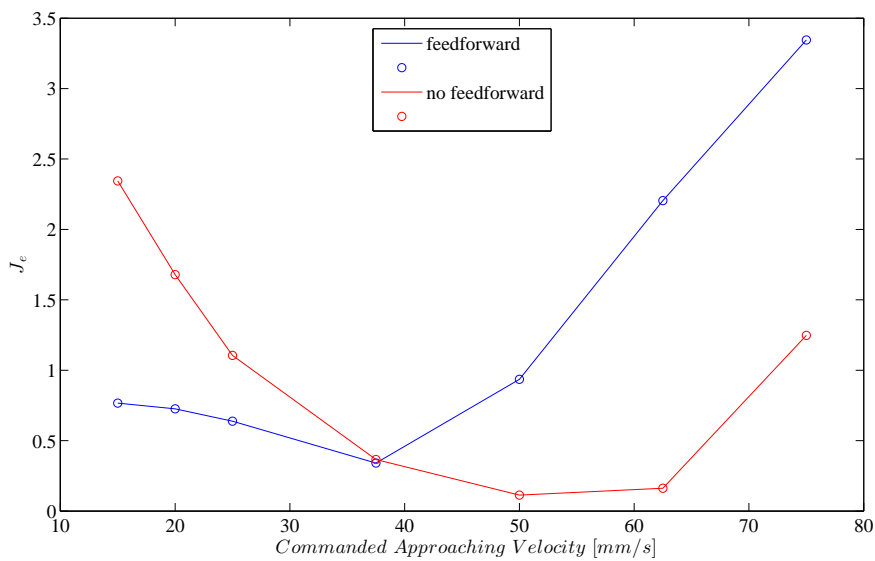


Figura 5.36: Confronto tra gli andamenti del performance index ottenuti con e senza azione di feedforward ottimo

Analizzando l'andamento del funzionale nei due casi si nota che per basse velocità di avvicinamento il contributo in feedforward consente di ottenere una sensibile diminuzione dell'integrale dell'errore quadratico. Questo poiché l'azione ulteriore presente garantisce la presenza di un contributo indipendente dalle misure effettuate che tende a rendere la risposta più veloce soprattutto nelle fasi iniziali, fasi in cui la risposta senza feedforward tende ad accumulare maggiormente l'errore.

In questo caso però il minimo si ottiene per velocità inferiori e soprattutto il valore del funzionale nel minimo stesso assume un valore maggiore rispetto a quello ottenuto con il solo feedback. Inoltre al crescere delle velocità le performance ottenute sembrano peggiorare.

Per poter meglio comprendere le differenze che il feedforward comporta vengono confrontate le risposte che si ottengono per velocità comandate basse (15 mm/s) e più alte (62.5 mm/s).

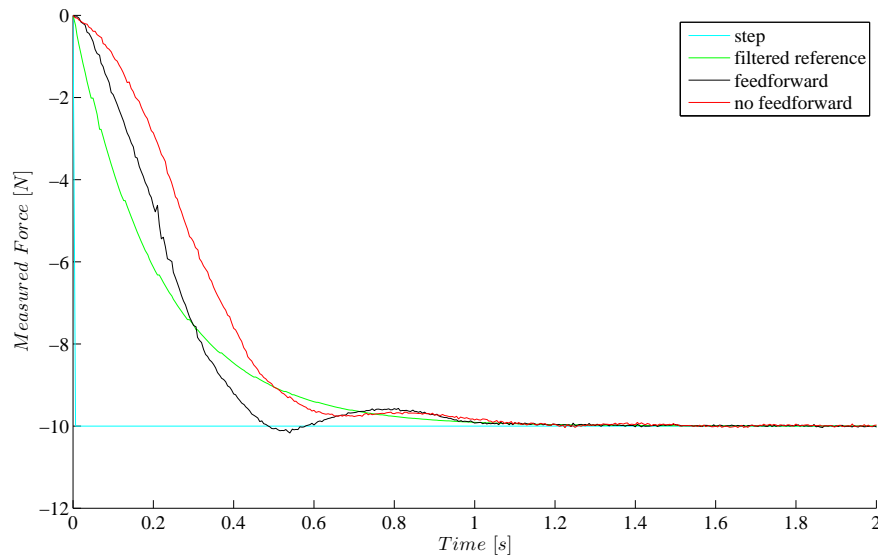


Figura 5.37: Confronto tra risposta ottenuta con feedforward (curva nera) e senza (curva rossa) con velocità comandata di 15 mm/s

Come detto in precedenza si nota che l'azione in feedforward consente di meglio seguire il riferimento soprattutto nelle fasi iniziali della risposta; se confrontata con il puro feedback la forza misurata si avvicina maggiormente all'esponenziale desiderato. Tuttavia nella seconda parte del transitorio la risposta tende a superare il riferimento con un lieve overshoot; il tempo di assestamento rimane pressoché invariato.

In Figura 5.38 è invece riportata la risposta ottenuta per velocità più elevate. In questo caso si nota un netto peggioramento delle performance ottenute in quanto la risposta tende a superare il riferimento in quasi tutto il transitorio. Inoltre a differenza di quanto accade senza feedforward, la risposta presenta un overshoot iniziale rispetto ai 10 N . La risposta con il controllo con il solo feedback, pur essendo stata ottenuta con una velocità superiore a quella ottima, mantiene invece un andamento che si discosta molto meno dal riferimento desiderato.

5.9 Introduzione del contributo di Feedforward ottimo

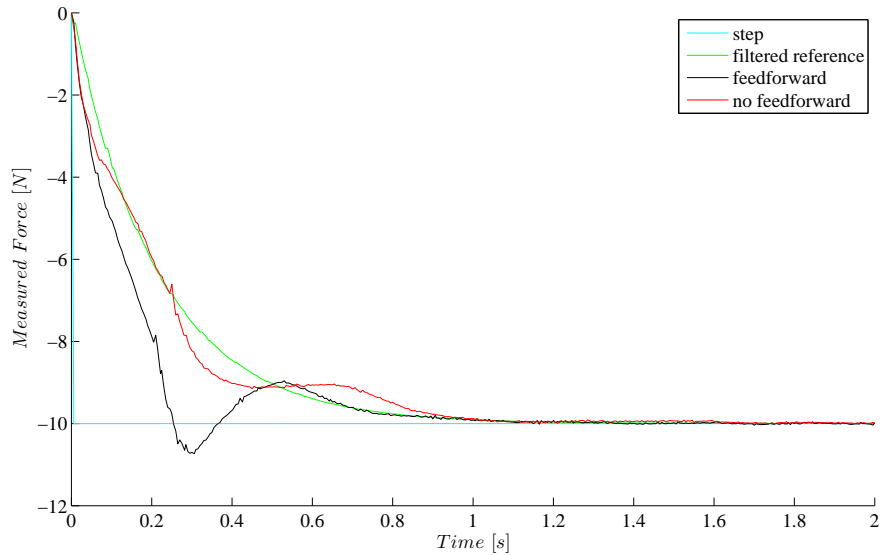


Figura 5.38: Confronto tra risposta ottenuta con feedforward (curva nera) e senza (curva rossa) con velocità comandata di 62.5 mm/s

Si può quindi concludere che l'azione di feedforward ottimo può essere un utile strumento per rendere il sistema più pronto nell'inseguimento di un riferimento di forza, quando il robot sia già in contatto con l'ambiente. Durante le fasi di avvicinamento con ambienti di cui è nota la rigidità solo in modo approssimativo, il regolatore basato su un feedback puro sembra dare garanzie maggiori in termini di regolarità della risposta e assenza di overshoot.

Capitolo 6

Conclusioni e Sviluppi Futuri

Il lavoro svolto ha avuto l'obiettivo di determinare una strategia di regolazione della forza di un manipolatore, che consenta una configurazione adattativa dei parametri di controllo di impedenza, in modo tale da permettere al robot di modificare dinamicamente il suo comportamento in funzione dei transitori e dell'equilibrio instaurati con l'ambiente a contatto. Le classi di applicazione di riferimento sono chiaramente nell'ambito dell'assemblaggio e del robot machining.

Il controllo della forza, in un contesto di controllo di impedenza, è stato ottenuto variando il set-point di posizione (ovvero la posizione di equilibrio desiderata nella relazione di impedenza), mantenendo costanti gli altri parametri di impedenza. Questo consente di preservare le caratteristiche desiderabili dell'interazione cedevole, e nel contempo regolare su riferimento alcuni sottotask (e.g. forza nella direzione di contatto).

Per quanto riguarda la progettazione del controllore è stata utilizzata la teoria del controllo ottimo; il problema è stato risolto in forma parametrica rispetto alle caratteristiche dell'ambiente, in modo da permettere l'adattabilità della logica stessa sulla base delle stime di rigidità e smorzamento ottenute.

La trattazione generale sviluppata consente l'utilizzo del regolatore in un qualsiasi task che richieda la regolazione della forza di interazione apportando, laddove necessario, modifiche per quanto riguarda la caratterizzazione del modello in relazione alla configurazione assunta nello svolgimento delle operazioni.

I risultati mostrano la possibilità di regolare la forza di interazione, limitando fortemente gli overshoot, al variare delle caratteristiche globali robot-ambiente, opportunamente impostate o stimate.

Dalle analisi delle prove effettuate, si nota che i fattori che impongono le limitazioni più significative in termini di estensione delle performance risultano il filtro passa-basso presente sulle misure di forza e la velocità di convergenza

dello stimatore utilizzato. In particolare la presenza del filtro riduce il valore massimo di banda passante imponibile, e di conseguenza la velocità del transitorio della risposta del sistema in anello chiuso.

La strategia di avvicinamento con controllo in velocità, calcolata sulla base di una stima delle caratteristiche di rigidità della superficie di contatto, ha permesso di interagire con superfici, la cui posizione non è inizialmente nota, in modo sicuro e stabile.

Un tipico esempio in cui tale strategia può trovare applicazione è l'assemblaggio di componenti la cui posizione è nota con incertezza. L'avvicinamento con velocità ottimizzata consente al robot di non doversi fermare prima di collidere con l'ambiente, in modo da poter ridurre i tempi ciclo durante le operazioni. La velocità ottima ha inoltre consentito di migliorare le prestazioni nel tracking del riferimento di forza desiderato soprattutto nelle prime fasi del transitorio dopo il contatto.

I risultati ottenuti aprono nuovi scenari di applicazione del lavoro sviluppato. Ad esempio, la definizione di un modello del sistema controllato consente la simulazione del comportamento dinamico del robot in contatto con un ambiente caratterizzato da una rigidità variabile in funzione della profondità di penetrazione, oppure la simulazione del comportamento dinamico di più robot in cooperazione, controllati in impedenza nello spazio operativo. In questo modo, è possibile estendere e ridefinire le strategie di configurazione adattativa dei parametri di controllo sviluppate, in modo tale da soddisfare i requisiti richiesti dalle sopra citate applicazioni.

Il disaccoppiamento dei gradi di libertà che la piattaforma utilizzata garantisce, consente interessanti sviluppi per quanto riguarda il controllo ibrido di forza nella direzione perpendicolare alla superficie, e posizione nel piano parallelo.

Appendice A

Sistema di equazioni

Soluzione analitica dell'equazione di Riccati:

$$\mathbf{SA} + \mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{Q} - \mathbf{SBB}^T \mathbf{S} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Essa corrisponde alla soluzione del sistema di equazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} 2s_{12} - 2D_e s_{13} - 2s_{11} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}^2 \omega_0^4 = 0 \\ s_{22} - D_e s_{23} - K_e s_{13} - s_{12} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11} s_{12} \omega_0^4 - \frac{K_e s_{11}}{M_r} = 0 \\ s_{23} - D_e s_{33} - s_{13} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11} s_{13} \omega_0^4 = 0 \\ -s_{12}^2 \omega_0^4 - \frac{2K_e s_{12}}{M_r} - 2K_e s_{23} = 0 \\ -s_{12} s_{13} \omega_0^4 - K_e s_{33} - \frac{K_e s_{13}}{M_r} = 0 \\ -s_{13}^2 \omega_0^4 + q = 0 \end{array} \right.$$

Analizzando il sistema di equazioni si nota che la variabile s_{22} è presente solo nella seconda equazione; essa è esprimibile direttamente come funzione delle altre variabili:

$$s_{22} = D_e s_{23} + K_e s_{13} + s_{12} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) + s_{11} s_{12} \omega_0^4 + \frac{K_e s_{11}}{M_r} \quad (\text{A.2})$$

Eliminando la seconda equazione ci si è ricondotti ad un sistema di cinque equazioni in cinque incognite.

$$\begin{cases} 2s_{12} - 2D_e s_{13} - 2s_{11} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}^2 \omega_0^4 = 0 \\ s_{23} - D_e s_{33} - s_{13} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11} s_{13} \omega_0^4 = 0 \\ -s_{12}^2 \omega_0^4 - \frac{2K_e s_{12}}{M_r} - 2K_e s_{23} = 0 \\ -s_{12} s_{13} \omega_0^4 - K_e s_{33} - \frac{K_e s_{13}}{M_r} = 0 \\ -s_{13}^2 \omega_0^4 + q = 0 \end{cases}$$

Dall'ultima equazione si può ricavare direttamente:

$$s_{13} = -\frac{\sqrt{q}}{\omega_0^2} \quad (\text{A.3})$$

Sostituendo s_{13} nel sistema si ottiene

$$\begin{cases} 2s_{12} - 2s_{11} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}^2 \omega_0^4 + \frac{2D_e \sqrt{q}}{\omega_0^2} = 0 \\ s_{23} - D_e s_{33} + \frac{\sqrt{q} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right)}{\omega_0^2} + s_{11} \omega_0^2 \sqrt{q} = 0 \\ -s_{12}^2 \omega_0^4 - \frac{2K_e s_{12}}{M_r} - 2K_e s_{23} = 0 \\ s_{12} \omega_0^2 \sqrt{q} - K_e s_{33} + \frac{K_e \sqrt{q}}{M_r \omega_0^2} = 0 \end{cases}$$

Dall'ultima equazione si può ricavare s_{33}

$$s_{33} = \frac{s_{12} \omega_0^2 \sqrt{q}}{K_e} + \frac{\sqrt{q}}{M_r \omega_0^2} \quad (\text{A.4})$$

Sostituendo s_{33} nel sistema si ottiene

$$\begin{cases} 2s_{12} - 2s_{11} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}^2 \omega_0^4 + \frac{2D_e \sqrt{q}}{\omega_0^2} = 0 \\ s_{23} + \frac{2\xi \sqrt{q}}{\omega_0} + s_{11} \omega_0^2 \sqrt{q} - \frac{D_e s_{12} \omega_0^2 \sqrt{q}}{K_e} = 0 \\ -s_{12}^2 \omega_0^4 - \frac{2K_e s_{12}}{M_r} - 2K_e s_{23} = 0 \end{cases}$$

Dall'ultima equazione si può ricavare s_{23}

$$s_{23} = -\frac{s_{12}^2 \omega_0^4}{2K_e} - \frac{s_{12}}{M_r} \quad (\text{A.5})$$

Sostituendo s_{23} nel sistema si ottiene

$$\begin{cases} 2s_{12} - 2s_{11} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}^2 \omega_0^4 + \frac{2D_e \sqrt{q}}{\omega_0^2} = 0 \\ \frac{2\xi \sqrt{q}}{\omega_0} - \frac{s_{12}}{M_r} + s_{11} \omega_0^2 \sqrt{q} - \frac{s_{12}^2 \omega_0^4}{2K_e} - \frac{D_e s_{12} \omega_0^2 \sqrt{q}}{K_e} = 0 \end{cases}$$

Dalla prima equazione si può ricavare s_{12}

$$s_{12} = \frac{\omega_0^4}{2} s_{11}^2 + \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) s_{11} - \frac{D_e \sqrt{q}}{\omega_0^2} \quad (\text{A.6})$$

Sostituendo l'espressione nella seconda equazione si ottiene

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-\omega_0^{12}}{8K_e} \right) s_{11}^4 + \left(-\frac{\omega_0^8 \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right)}{2K_e} \right) s_{11}^3 + \\ & + \left(-\frac{\omega_0^4}{2M_r} - \frac{\omega_0^4 \left(\left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right)^2 - D_e \omega_0^2 \sqrt{q} \right)}{2K_e} - \frac{D_e \omega_0^6 \sqrt{q}}{2K_e} \right) s_{11}^2 + \\ & + \left(\omega_0^2 \sqrt{q} - \frac{2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r}}{M_r} \right) s_{11} + \left(\frac{D_e^2 q}{2K_e} + \frac{2\xi \sqrt{q}}{\omega_0} + \frac{D_e \sqrt{q}}{M_r \omega_0^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

L'equazione ottenuta risulta essere una quartica. Essa può essere riscritta nella forma

$$as_{11}^4 + bs_{11}^3 + cs_{11}^2 + ds_{11} + e = 0 \quad (\text{A.7})$$

con

$$\begin{aligned}
 a &= \left(\frac{-\omega_0^{12}}{8K_e} \right) \\
 b &= \left(-\frac{\omega_0^8 \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right)}{2K_e} \right) \\
 c &= \left(-\frac{\omega_0^4}{2M_r} - \frac{\omega_0^4 \left(\left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right)^2 - D_e\omega_0^2\sqrt{q} \right)}{2K_e} - \frac{D_e\omega_0^6\sqrt{q}}{2K_e} \right) \\
 d &= \left(\omega_0^2\sqrt{q} - \frac{2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r}}{M_r} \right) \\
 e &= \left(\frac{D_e^2q}{2K_e} + \frac{2\xi\sqrt{q}}{\omega_0} + \frac{D_e\sqrt{q}}{M_r\omega_0^2} \right)
 \end{aligned}$$

Avendo definito:

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{8ac - 3b^2}{8a^2} \\
 q_1 &= \frac{b^3 - 4abc + 8a^2d}{8a^3} \\
 \Delta_0 &= c^2 - 3bd + 12ae \\
 \Delta_1 &= 2c^3 - 9bcd + 27b^2e + 27ad^2 - 72ace \\
 Q &= \sqrt[3]{\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}}
 \end{aligned}$$

la soluzione che ci permette di trovare \mathbf{S} semidefinita positiva risulta essere:

$$s_{11} = -\frac{b}{4a} - S + \frac{1}{2}\sqrt{-4S^2 - 2p + \frac{q_1}{S}} \quad (\text{A.8})$$

Appendice B

Sistema di equazioni

Soluzione analitica del sistema di equazioni corrispondenti alla soluzione dell'equazione algebrica di Riccati ottenuta considerando il sistema con lo stato esteso con il riferimento di forza.

L'incognita s_{44} è presente solo nell'ultima equazione, e quindi il suo valore può essere ricavato direttamente in funzione delle altre variabili:

$$s_{44} = -\frac{s_{14}^2\omega_0^4 + 2s_{34}}{2c} \quad (\text{B.1})$$

Dalla terza equazione si può ricavare:

$$s_{34} = -\frac{s_{13}s_{14}\omega_0^4 - s_{33}}{2c} \quad (\text{B.2})$$

Ci si è quindi ricondotti ad un sistema di 2 equazioni in 2 incognite:

$$\begin{cases} s_{24} - s_{13} - cs_{14} - s_{14} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) - s_{11}s_{14}\omega_0^4 + \frac{D_e(s_{13}s_{14}\omega_0^4 + s_{33})}{c} = 0 \\ \frac{K_e(s_{13}s_{14}\omega_0^4 + s_{33})}{c} - cs_{24} - s_{12}s_{14}\omega_0^4 - s_{23} - \frac{K_e s_{14}}{M_r} = 0 \end{cases}$$

L'incognita s_{24} è ricavabile dalla prima equazione:

$$s_{24} = s_{13} + cs_{14} + s_{14} \left(2\xi\omega_0 + \frac{D_e}{M_r} \right) + s_{11}s_{14}\omega_0^4 - \frac{D_e(s_{13}s_{14}\omega_0^4 + s_{33})}{c} \quad (\text{B.3})$$

Sostituendo l'espressione di s_{24} nella seconda equazione, si ottiene un'espressione in cui solamente s_{14} risulta incognita.

Risulta quindi:

$$s_{14} = \frac{-(K_e s_{33})/c + cs_{13} - D_e s_{33} + s_{23}}{(K_e s_{13}\omega_0^4)/c - K_e/M_r - s_{12}\omega_0^4 - c(c + 2\xi\omega_0 + D_e/M_r + s_{11}\omega_0^4) + D_e s_{13}\omega_0^4} \quad (\text{B.4})$$

Bibliografia

- [1] A. Albu-Schäffer, S. Haddadin, Ch. Ott, A. Stemmer, Wimböck, and G. Hirzinger. The dlr lightweight robot: design and control concepts for robots in human environments. *Industrial Robot: An International Journal*, 34:376–385, 2007.
- [2] A. Albu-Schäffer, C. Ott, and G. Hirzinger. A passivity based cartesian impedance controller for flexible joint robots - part ii: full state feedback, impedance design and experiments. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 2666–2672, 2004.
- [3] Alin Albu-Schäffer, Christian Ott, and Gerd Hirzinger. A unified passivity-based control framework for position, torque and impedance control of flexible joint robots. *The International Journal of Robotics Research*, 26(1):23–39, 2007.
- [4] Chae H. An and John M. Hollerbach. Dynamic stability issues in force control of manipulators. In *American Control Conference, 1987*, pages 821–827, 1987.
- [5] J. K. Davidson and K. H. Hunt. *Robot and Screw Theory*. Oxford University Press, 2004.
- [6] Nicola Diolaiti, Claudio Melchiorri, and Stefano Stramigioli. Contact impedance estimation for robotic systems. *Robotics, IEEE Transactions on*, 21(5):925–935, 2005.
- [7] S. Eppinger and W. Seering. On dynamic models of robot force control. In *Robotics and Automation. Proceedings. 1986 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 29–34, April 1986.
- [8] S. Eppinger and W. Seering. Introduction to dynamic models for robot force control. *Control Systems Magazine, IEEE*, 7(2):48–52, April 1987.

-
- [9] S. Eppinger and W. Seering. Understanding bandwidth limitations in robot force control. In *Robotics and Automation. Proceedings. 1987 IEEE International Conference on*, volume 4, pages 904–909, March 1987.
- [10] D Erickson, M Weber, and Inna Sharf. Contact stiffness and damping estimation for robotic systems. *The International Journal of Robotics Research*, 22(1):41–57, 2003.
- [11] P. B. Goldsmith, B. A. Francis, and Goldenberg A. A. Stability of hybrid position/force control applied to manipulators with flexible joints. *Int. Journal of Robotics and Automation*, 14(4):89–99, 1999.
- [12] G. Hirzinger, A. Albu-Schäffer, M. Hahnle, I. Schaefer, and N. Sporer. On a new generation of torque controlled light-weight robots. In *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*, volume 4, pages 3356–3363, 2001.
- [13] Neville Hogan. Impedance control: An approach to manipulation. In *American Control Conference, 1984*, pages 304–313, 1984.
- [14] Neville Hogan. Impedance control - an approach to manipulation. I - theory. II - implementation. III - applications. *ASME Transactions Journal of Dynamic Systems and Measurement Control B*, 107:1–24, 1985.
- [15] Seul Jung, Tien C Hsia, and Robert G Bonitz. Force tracking impedance control of robot manipulators under unknown environment. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 12(3):474–483, 2004.
- [16] O. Khatib. A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 3(1):43–53, 1987.
- [17] A. Kugi, C. Ott, A. Albu-Schäffer, and G. Hirzinger. On the passivity-based impedance control of flexible joint robots. *Robotics, IEEE Transactions on*, 24(2):416–429, 2008.
- [18] Leslie Lamport. *TEX. A Document Preparation System*. Addison-Wesley, 1994.
- [19] Lonnie J Love and Wayne J Book. Environment estimation for enhanced impedance control. In *Robotics and Automation, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1854–1859. IEEE, 1995.

BIBLIOGRAFIA

- [20] Vishnu Mallapragada, Duygun Erol, and Nilanjan Sarkar. A new method of force control for unknown environments. In *Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 4509–4514. IEEE, 2006.
- [21] Matthew T. Mason. Compliance and force control for computer controlled manipulators. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 11(6):418–432, 1981.
- [22] Yoshifumi Morita, H Okada, H Ukai, H Kando, and N Matsui. Optimal force control of elastic robot with contact motion to environment. In *Advanced Motion Control, 1998. AMC'98-Coimbra., 1998 5th International Workshop on*, pages 228–233. IEEE, 1998.
- [23] C. Ott, A. Albu-Schaffer, A. Kugi, S. Stamigioli, and G. Hirzinger. A passivity based cartesian impedance controller for flexible joint robots - part i: torque feedback and gravity compensation. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 2659–2665, 2004.
- [24] M. H. Raibert and J. J. Craig. Hybrid position/force control of manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103(2):126–133, 1981.
- [25] Brian Rooks. The harmonious robot. *Industrial Robot: An International Journal*, 33:125–130, 2006.
- [26] L. Roveda, F. Vicentini, F. Paolucci, N. Pedrocchi, and L. Molinari Tosatti. Closed-loop dynamic response verification of kuka lwr 4+, 2014.
- [27] LORIS ROVEDA. Modellazione e sperimentazione di una strategia di controllo di impedenza adattativa per manipolatore industriale. 2011.
- [28] Loris Roveda, Federico Vicentini, and Lorenzo Molinari Tosatti. Deformation-tracking impedance control in interaction with uncertain environments. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 1992–1997. IEEE, 2013.
- [29] J. Roy and L.L. Whitcomb. Adaptive force control of position/velocity controlled robots: theory and experiment. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 18(2):121–137, April 2002.

- [30] J. Kenneth Salisbury. Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates. In *Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980 19th IEEE Conference on*, volume 19, pages 95–100, 1980.
- [31] J. Kenneth Salisbury and John J. Craig. Articulated hands: Force control and kinematic issues. *The International Journal of Robotics Research*, 1(1):4–17, 1982.
- [32] K. Salisbury, W. Townsend, B. Ebrman, and D. DiPietro. Preliminary design of a whole-arm manipulation system (wams). In *Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on*, volume 1, pages 254–260, April 1988.
- [33] Günter Schreiber, Andreas Stemmer, and Rainer Bischoff. Icra 2010 workshop on innovative robot control architectures for demanding (research) applications. In *Innovative Robot Control Architectures for Demanding (Research) Applications*, volume 1, pages 15–21, 2010.
- [34] Lorenzo Sciavicco and Bruno Siciliano. *Robotica industriale*. McGraw-Hill, 1995.
- [35] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar. *Robot Modeling and Control*. John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [36] A. Stemmer, A. Albu-Schaffer, and G. Hirzinger. An analytical method for the planning of robust assembly tasks of complex shaped planar parts. In *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, pages 317 –323, april 2007.
- [37] Stefano Stramigioli. *Modeling and IPC Control of Interactive Mechanical Systems: A Coordinate-Free Approach*. Springer-Verlag New York, Inc., 2001.
- [38] W. T. Townsend and J. K. Salisbury. Mechanical design for whole-arm manipulation. In Paolo Dario, G. Sandini, and P. Aebischer, editors, *Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics?*, pages 153–164. Springer-Verlag New York, Inc., 1993.
- [39] Luigi Villani, Carlos Canudas de Wit, and Bernard Brogliato. An exponentially stable adaptive control for force and position tracking of robot manipulators. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 44(4):798–802, 1999.

BIBLIOGRAFIA

- [40] Richard Volpe and Pradeep Khosla. The equivalence of second-order impedance control and proportional gain explicit force control. *The International journal of robotics research*, 14(6):574–589, 1995.
- [41] Daniel E. Whitney. Historical perspective and state of the art in robot force control. *The International Journal of Robotics Research*, 6(1):3–14, 1987.
- [42] T. Yoshikawa. Dynamic hybrid position/force control of robot manipulators—description of hand constraints and calculation of joint driving force. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 3(5):386–392, 1987.
- [43] T. Yoshikawa. *Foundations of Robotics: Analysis and Control*. MIT Press, Cambridge, MA, 1990.
- [44] T. Yoshikawa. Force control of robot manipulators. In *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on*, volume 1, pages 220–226, 2000.
- [45] Tsuneo Yoshikawa and Akio Sudou. Dynamic hybrid position/force control of robot manipulators: On-line estimation of unknown constraint. In Vincent Hayward and Oussama Khatib, editors, *Experimental Robotics I*, volume 139 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 116–134. Springer Berlin / Heidelberg, 1990.