

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aeronautica



Procedure per il trimmaggio di un modello multicorpo ad alta fedeltà di un elicottero completo

Relatore: Prof. Lorenzo TRAINELLI
Co-relatore: Prof. Alessandro CROCE

Tesi di Laurea di:
Andrea CASTAGNOLI
Matr. 787469

Anno Accademico 2013 - 2014

Introduzione	xiii
1 Teoria del Trim per velivoli ad ala rotante	1
1.1 Multidisciplinarietà del Trimmaggio	2
1.2 Formulazione matematica	3
1.2.1 Condizioni quasi - periodiche	4
1.2.2 Definizione dei vincoli	5
1.3 Esistenza della soluzione al problema del trim	6
1.3.1 Condizioni di risolubilità	6
1.3.2 Periodicità della soluzione	7
1.3.3 Vincoli di trim	9
1.4 Trim ottimo	11
1.4.1 Formalizzazione matematica	12
1.5 Principali metodi per la soluzione del trim	14
1.5.1 Integrazione Numerica Diretta	15
1.5.2 Bilanciamento armonico	15
1.5.3 Periodic Shooting	16
1.5.4 Autopilota	17
1.5.5 Reti Neurali Artificiali (ANN)	17
2 Modellazione multi-corpo del velivolo analizzato	19
2.1 Rotore principale	19
2.1.1 Cinematica della trasmissione albero-mozzo: il giunto omocinetico	19
2.1.2 Catena di comando	25
2.1.3 Modello multi-corpo del rotore principale	26

2.2	Fusoliera e piani di coda	33
2.2.1	Modello di fusoliera	33
2.2.2	Piani di coda	35
2.3	Rotore di coda	37
2.3.1	Modello multi-corpo del rotore di coda	37
3	Analisi di Trim del velivolo vincolato	43
3.1	Ricerca delle soluzioni trimmate	43
3.1.1	Routine di controllo	45
3.2	Analisi dei risultati ottenuti	48
3.2.1	HOVER a velivolo vincolato	49
3.2.2	Condizione di volo avanzato a velivolo vincolato	54
4	Validazione dei risultati	61
4.1	Analisi delle condizioni di trim sul velivolo libero	61
4.1.1	HOVER a velivolo libero	62
4.1.2	AVANZATO a velivolo libero	62
4.2	Comparazione con il modello di meccanica del volo semplificato	63
5	Conclusioni e futuri sviluppi	65
5.1	Risultati raggiunti	65
5.2	Sviluppi futuri	66

Elenco delle figure

1.1	Trim elicottero	3
1.2	Reti neurali	18
2.1	Panoramica del rotore completo. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	20
2.2	Particolare dell'elemento carrier. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	21
2.3	Piatto di rotazione interno. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	22
2.4	Piatto di rotazione esterno. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	22
2.5	Gradi di libertà complessivi dei piatti di rotazione. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	23
2.6	Particolare dei bisettori. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	24
2.7	Rotazione relativa tra i piatti interno/esterno. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	24
2.8	Comando primario di collettivo. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	26
2.9	Comando primario ciclico. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	27
2.10	Comando secondario. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l.	28
2.11	Rappresentazione topologica della catena di comando primario.	29
2.12	Rappresentazione topologica della trasmissione albero/mozzo.	31
2.13	Rappresentazione topologica del comando secondario.	32

2.14	Modello C_p -lambda completo.	33
2.15	Corpi rigidi di fusoliera	34
2.16	Mesh superficiale di fusoliera	34
2.17	Modellazione dei piani di coda	36
2.18	Rappresentazione topologica del rotore di coda	38
2.19	Modellazione C_p -lambda del rotore di coda	38
2.20	Svergolamento non lineare delle pale del rotore di coda	39
2.21	Coefficienti aerodinamici di portanza e resistenza delle pale del rotore di coda	39
2.22	Confronto tra la forza misurata sperimentalmente e quella del modello C_p -lambda	40
2.23	Confronto tra la potenza misurata sperimentalmente e quella del modello C_p -lambda	40
3.1	Forze e momenti misurati dalla cella di carico in una condizione di volo generica	45
3.2	Forza in direzione z in condizioni di Hover	49
3.3	Momento di rollio in Hover	50
3.4	Momento di beccheggio in Hover	50
3.5	Momento di imbardata in Hover	50
3.6	Forza in direzione x in Hover	51
3.7	Forza in direzione y in Hover	51
3.8	Comandi ciclici laterale e longitudinale in hover	52
3.9	Spostamento del piatto oscillante in direzione z in hover	53
3.10	Forza generata dal rotore di coda in hover	53
3.11	Forza in direzione z in condizioni di volo avanzato a 20 kts	55
3.12	Momento di beccheggio in condizioni di volo avanzato a 20 kts	55
3.13	Momento di beccheggio in condizioni di volo avanzato a 20 kts	56
3.14	Momento di imbardata in condizioni di volo avanzato a 20 kts	56
3.15	Forza in direzione x in condizioni di volo avanzato a 20 kts	57
3.16	Forza in direzione y in condizioni di volo avanzato a 20 kts	57
3.17	Spostamento del piatto oscillante in direzione z, in condizioni di volo avanzato a 20 kts	58
3.18	Comandi ciclici laterale e longitudinale, in condizioni di volo avanzato a 20 kts	59
3.19	Forza generata dal rotore di coda, in condizioni di volo avanzato a 20 kts	59
4.1	Spostamenti del baricentro in hover	62
4.2	Spostamenti del baricentro in condizioni di volo avanzato a 20 kts	63

Elenco delle tabelle

1.1	Matrici principali nella definizione delle condizioni di trim . . .	11
2.1	Coefficienti aerodinamici della fusoliera	35
2.2	Coefficienti di aerodinamici dei piani di coda orizzontali	36
2.3	Coefficienti di aerodinamici del piano di coda verticale	37
3.1	Condizioni di volo analizzate	48
3.2	Configurazione di massa	49
3.3	Valori medi delle azioni interne valutati dopo trentacinque rivoluzioni	52
3.4	Valori dei comandi a regime in hover	54
3.5	Valori medi delle azioni interne valutati dopo trentacinque rivoluzioni pe la condizione di volo avanzato a 20 kts	58
3.6	Valori dei comandi a regime in condizioni di volo avanzata a 20 kts	60
4.1	Comparazione dei risultati tra modellazione multicorpo e mec- canica del volo semplificata in condizioni di hover	64
4.2	Comparazione dei risultati tra modellazione multicorpo e mec- canica del volo semplificata in condizione di volo avanzato a 20 kts	64

Sommario

I modelli tipici implementati per la soluzione del trim dei velivoli ad ala rotante sono costituiti da equazioni non lineari contenenti un alto numero di variabili incognite, i cui stati sono di difficile determinazione. L'utilizzo di metodi numerici presenta tutt'ora complicazioni notevoli, dovute principalmente alla complessità dei sistemi analizzati e alla quantità di parametri in gioco. Lo scopo di questo lavoro di tesi è condurre analisi dinamiche di equilibrio in condizioni stabilizzate di un modello dettagliato di elicottero, per coglierne caratteristiche di comportamento difficilmente identificabili con i modelli semplificati tradizionali. Per fare questo si è sfruttata una formulazione multicorpo di velivolo che installa un rotore principale innovativo di tipo gimbal con giunto omocinetico, ispirato alla configurazione ideata da Vladimiro Lidak. La ricerca delle soluzioni trimmate è ottenuta implementando un algoritmo numerico in grado di interfacciare il solutore Cp-Lambda con una routine di controllo esterno, agente come autopilota.

Parole chiave: trim, multicorpo, giunto omocinetico, Cp-lambda, autopilota

Abstract

The typical models implemented for rotorcraft trim solution are constructed from elaborate non-linear differential equations with a plethora of unknown variables which produce difficulties in determining the state. The use of numerical methods presents notable complications, primarily due to the complexity of the analyzed systems and the number of variables in fluctuation. The purpose of this thesis is to conduct dynamic analyses in equilibrium under stable conditions for a detailed helicopter model in order to grasp the behavior characteristics which are difficult to identify with traditional simplified models. In order to complete this work, it is necessary to utilize a multi-body formulation of an aircraft which install a gimbal type principal rotor with a homokinetic joint, inspired by the work of Vladimiro Lidak. The search for the trimmed solution is obtained by implementing a numerical algorithm capable of solving Cp-lambda with a routine external control of an autopilot sort.

Keywords: trim analysis, multi-body, homokinetic joint, Cp-lambda, autopilot

Presentazione

Le analisi di trim rivestono grande importanza nello studio della meccanica del volo. La valutazione del comportamento di un qualsiasi velivolo partono infatti dalla soluzione delle condizioni di equilibrio, per poi poterne stimare la condotta nelle diverse condizioni di volo. La ricerca delle soluzioni trimmate per aeromobili ad ala rotante presenta diverse criticità, a partire dalla natura delle equazioni non lineari di governo, proseguendo con la difficoltà nella determinazione degli stati associati alle numerose variabili incognite costituenti il sistema. L'insieme di questi fattori ha fatto sì che le metodologie implementate in anni passati fossero riferite a modelli molto semplificati, che potessero fornire delle stime preliminari, ma comunque approssimate. Negli ultimi decenni, la continua crescita delle potenze di calcolo numerico, ha consentito di raffinare sempre più la modellazione, producendo risultati di maggiore accuratezza, ma ciò non toglie che comunque anche ai giorni nostri, l'analisi di trim di velivoli ad ala rotante sia ancora campo di studio per ottenere soluzioni migliori in termini di tempistiche e di dettaglio.

Il lavoro di tesi presentato ha come obiettivo quello di condurre analisi dinamiche per la soluzione delle condizioni di trim di un velivolo ad ala rotante, ispirato all'intuizione di Vladimiro Lidak, a cui si deve l'ideazione giunto omocinetico applicabile ad un rotore di elicottero. In questo modo è stato possibile analizzare in modo accurato l'effettiva condotta del velivolo in volo trimmato. Il lavoro svolto si è inoltre concentrato sull'implementazione di un modello numerico in grado di arrivare in modo automatico alle soluzioni di equilibrio di una formulazione multi-corpo del velivolo considerato. Grazie a questa metodologia si è dimostrato possibile la ricerca delle soluzioni di trim senza dover agire sulle equazioni non lineari governanti il sistema, ma

intervenendo direttamente sul modello multi-corpo grazie all'impiego del solutore Cp-lambda associato ad un opportuno sistema di controllo.

Struttura della tesi

Si illustra di seguito una sintetica panoramica di questo lavoro di tesi:

- **Introduzione.** Contiene una breve presentazione del progetto e una descrizione delle caratteristiche di base del lavoro svolto
- **Capitolo 1: Teoria del Trim per velivoli ad ala rotante.** Si presenta una descrizione matematica del problema del trim, indicando le tecniche numeriche principalmente adottate in letteratura
- **Capitolo 2: Modellazione multi-corpo del velivolo analizzato.** Si mostra la modellazione multi-corpo del velivolo adottato per le analisi effettuate.
- **Capitolo 3: Analisi di Trim del velivolo vincolato.** Vengono presentati i risultati delle analisi svolte a velivolo vincolato per diverse condizioni di volo.
- **Capitolo 4: Validazione dei risultati.** Si mostra come i risultati ottenuti a velivolo vincolato siano effettivamente trasferibili all'aeromobile libero nello spazio
- **Capitolo 5: Conclusioni e futuri sviluppi.** Nell'ultimo capitolo si sottolineano i risultati ottenuti in questo lavoro di tesi e si ipotizzano possibili sviluppi futuri

CAPITOLO 1

Teoria del Trim per velivoli ad ala rotante

Il concetto di trim è usato in campo aeronautico per indicare la combinazione di assetti, controlli e distribuzioni di carico pagante, tali per cui il velivolo è in grado di assumere una desiderata condizione di volo costante. Nel caso di aeromobili ad ala fissa, tale condizione può essere ottenuta semplicemente imponendo che la portanza e gli stati delle superfici di controllo (velocità lineari ed angolari), associati ad un sistema di riferimento solidale con l'aeroplano (assi corpo), rimangano a valori costanti durante la fase di volo considerata. Il problema della definizione delle condizioni di trim di un velivolo ad ala rotante, risulta essere di maggior complessità. Il motivo principale è dovuto al fatto che, in un velivolo ad ala rotante, le componenti aerodinamiche ruotano rispetto a se stesse, rispetto al sistema di riferimento assi corpo e rispetto alla massa d'aria in cui sono immerse [10]. La ricerca del trim per un velivolo ad ala rotante, implica la soluzione dinamica periodica di un sistema di equazioni non lineari. I parametri incogniti ricercati (controlli e assetti) sono quelli che permettono al rotore di compiere il moto di rotazione lungo una orbita periodica che genera forze e momenti tali da consentire al velivolo di assumere condizioni di volo costanti. Lungo questa orbita circolare, quindi, gli stati assumono caratteristiche periodiche, ovvero, il valore di ogni stato rimane invariato ad ogni posizione azimutale assunta dal rotore. Al tempo stesso i parametri di controllo assumono valori costanti nel tempo. La definizione delle condizioni trimmate, riveste grande importanza in all'interno dell'analisi e valutazione delle caratteristiche degli aeromobili ad ala rotante. Prima di tutto, la soluzione del trimmaggio è richiesta nel calcolo delle forze e dei momenti relativi alla determinazione delle

performance del velivolo, oltre che nella determinazione dei carichi agenti. Un altro aspetto fondamentale riguarda l'influenza di tali condizioni nell'analisi delle caratteristiche riguardanti la meccanica del volo e le Handling Qualities, in quanto le derivate di stabilità sono correlate alle condizioni di volo. Infine, la stabilità aeroelastica è anch'essa legata alle impostazioni di trim. Infatti la stabilità dinamica e aeroelastica sono generalmente analizzate attraverso la risposta alle perturbazioni indotte sull'orbita periodica a partire dalle soluzioni trimmate ([3]).

1.1 Multidisciplinarietà del Trimmaggio

La natura del volo di velivoli ad ala rotante, implica l'interazione tra diverse proprietà fisiche: le pale, muovendosi all'interno della massa d'aria in cui sono immerse, producono complessi fenomeni di interazione tra la dinamica propria delle pale, le forze aerodinamiche e il movimento dei dispositivi di controllo. Ne consegue che gli strumenti di analisi siano altamente multidisciplinari. Se si considera infatti il moto di rotazione della pale immersa nella corrente d'aria, si incontrano molteplici effetti che determinano il comportamento del sistema e che spesso non è possibile determinare a priori in modo accurato. All'interno di una rivoluzione infatti, la pala incontra condizioni di flusso transonico, stallo ed effetti di instabilità tra cui lo stallo dinamico. I vortici di estremità che si staccano dai bordi delle pale, creano scie instazionarie che investono la fusoliera e la coda dell'elicottero. Oltre alle considerazioni aerodinamiche, si deve tener conto anche delle caratteristiche strutturali dinamiche delle pale. Esse sono infatti travi allungate, sottoposte a significative deformazioni elastiche, che richiedono analisi non lineari nel campo dei grandi spostamenti. Sommati a questi ed altri effetti, sul sistema aeroelastico ottenuto, intervengono i controlli del pilota intesi ad ottenere le condizioni di volo desiderate. La figura 1.1 mostra la complessità dei fenomeni che entrano in gioco quando si vuole analizzare un sistema ad ala rotante. Data la notevole complessità dei sistemi ad ala rotante, in letteratura si trovano varie tipologie di approcci utilizzati nella modellazione del problema del trim.

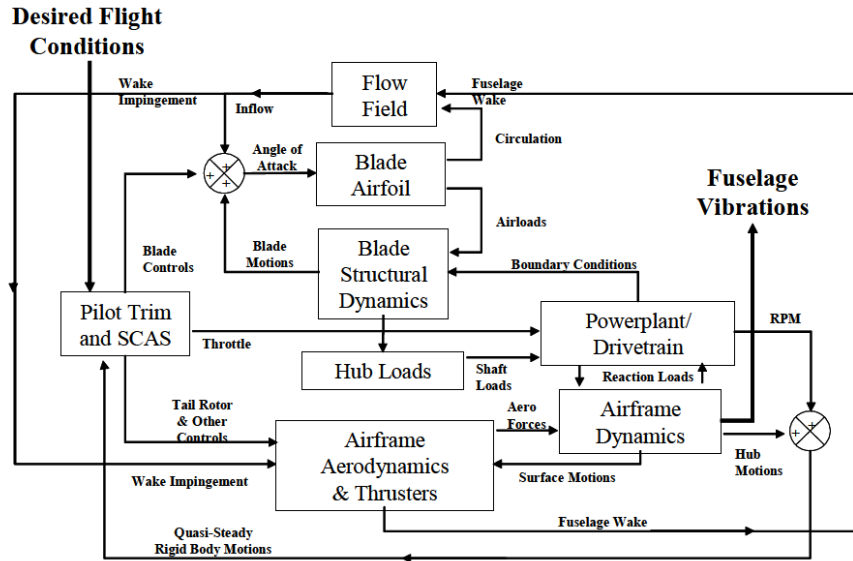


Figura 1.1 Trim elicottero.

1.2 Formulazione matematica

Dal punto di vista matematico, la soluzione del trim è una soluzione periodica di una serie di equazioni differenziali, in cui i controlli fungono da parametri incogniti, tali da soddisfare un set di vincoli imposti. Generalmente le condizioni sui vincoli richiedono l'annullamento delle forze e dei momenti per un certa condizione di volo. Un modo comodo ed efficiente per rappresentare tale formulazione è mediante l'utilizzo di un sistema di equazioni agli stati, come il seguente

$$\dot{x}_i = f_i(x_j, \lambda_m, \theta_k) \quad i, j = 1, N \quad (1.1)$$

$$m = 1, J$$

$$k = 1, K$$

$$0 = F_l(x_j, \lambda_m, \theta_k) \quad l = 1, J \quad (1.2)$$

Dove x_i sono gli stati del velivolo, λ_m rappresentano i moltiplicatori di Lagrange associati ai vincoli e le θ_k indicano i controlli. Il numero degli stati dipende dal livello di fedeltà del modello e tipicamente possono includere spostamenti, velocità, rotazioni, velocità angolari, stati dei controlli e in alcuni casi anche quantità aerodinamiche come il coefficiente di portanza [14], l'influsso [7]. In particolare ogni proprietà del sistema governata da un'equazione differenziale può essere considerato come stato. I moltiplicatori di

Lagrange, solitamente sono associati alle azioni interne definite mediante una formulazione multicorpo e l'equazione 1.2 rappresenta il bilancio di tali forze e momenti che deve essere soddisfatto ad ogni passo temporale. I moltiplicatori possono essere eliminati algebricamente, portando alla formulazione seguente

$$\dot{x}_i = \hat{f}_i(x_j, \theta_k); \quad i = 1, N \quad (1.3)$$

Le θ_k rappresentano i parametri incogniti indipendenti dal tempo che compaiono nelle equazioni, i cui valori, derivante dalla soluzione, devono essere tali da soddisfare i vincoli imposti dalle condizioni trimmate. Normalmente in questa categoria rientrano i controlli del velivolo, a possono essere inclusi anche velocità, assetti, manetta, od ogni altro parametro incognito. Importante è sottolineare che i controlli sono parametri costanti indipendenti dal tempo, nelle equazioni di trim, per questo motivo non devono dipendere dagli stati. La formulazione presentata, quindi, è una descrizione assolutamente generale delle equazioni reggenti la dinamica di un velivolo ad ala rotante, intendo in questo modo specificare che essa può rappresentare una qualsiasi forma con cui si voglia studiare il problema: primo ordine, secondo ordine, implicita, esplicita, multi - corpo, etc. La caratteristica comune a tutti i tipi di formulazione possibili è che la soluzione delle equazioni dipende dai parametri di controllo θ_k e dalle condizioni iniziali $X_i(0)$.

1.2.1 Condizioni quasi - periodiche

In condizioni trimmate, la risposta di ogni stato segue un andamento armonico. Questo implica che alla fine di ogni periodo di rivoluzione il valore degli stati deve eguagliare quello definito dalle condizioni iniziali. Per modelli semplici di rotore questa caratteristica può essere espressa dall'equazione 1.4

$$x_i(T) = x_i(0) \quad (1.4)$$

dove $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ indica il periodo. In una formulazione più generale però, si devono considerare altri fattori che intervengono sulla periodicità del sistema. Per numerose condizioni di interesse, alcuni stati possono avere delle velocità medie non nulle, rendendo tali stati non perfettamente periodici. Durante una fase di salita, per esempio, il valore delle componenti del vettore velocità del punto di riferimento (si pensi all'hub) cambiano al variare del tempo rispetto alla situazione iniziale. Per tener conto di questi fattori quindi è più corretto utilizzare l'espressione seguente:

$$x_i(T) = x_i(0) + z_i(\theta_k) \quad (1.5)$$

dove gli z_i rappresentano le differenze tra i valori degli stati “quasi - periodici” all’inizio e alla fine di un periodo e possono essere funzione dei controlli θ_k in quanto, in certe formulazioni, le velocità lineari ed angolari di corpo rigido sono considerati parametri incogniti. L’equazione 1.5 consente quindi di scrivere in forma generalizzata le condizioni di quasi - periodicità e se sostituita nella forma agli stati, equazione 1.1, permette di eliminare $x_i(T)$, ed ottenendo la seguente espressione

$$\int_0^T f_i(x_i, \lambda_m, \theta_k) dt + x_i(0) = z_i(\theta_k) \quad (1.6)$$

1.2.2 Definizione dei vincoli

L’analisi fin qui portata avanti richiede la definizione degli L vincoli di trim che consentono di completare il set di $N + L$ equazioni nelle $N + K$ incognite, $x(0)$ e θ_k . Sebbene le quantità da trimmare possono includere forze, spostamenti o potenze, è sempre possibile esprimerle in termini di stati utilizzando l’espressione

$$g_l(x_j, \lambda_m, \theta_k) \quad (1.7)$$

Inoltre, nel caso in cui l’elemento da trimmare dovesse dipendere dalla derivata di uno stato, mediante l’equazione 1.1, si possono rappresentare tali derivate in termini di stati e di controlli. Attraverso l’espressione 1.7 si intende definire i valori mediati lungo un periodo T , ma esistono casi in cui si richiede di ottenere certi valori a determinati istanti di tempo. Le quantità trimmate istantanee sono espresse come $h_l(x_j, \lambda_m, \theta_k)$, intendendo in questo modo i valori a $t = 0$. A questo punto i vincoli di trim generalizzati possono essere formulati come

$$\frac{1}{T} \int_0^T g_l(x_j, \lambda_m, \theta_k) dt + h_l(x_j, \lambda_m, \theta_k) = G_l \quad (1.8)$$

in cui G_l è il valore desiderato. Va sottolineato il fatto che sia G_l , sia h_l possono essere incorporati all’interno dell’integrale di sinistra, ma per maggiore chiarezza, in questa trattazione si manterrà la formulazione presentata nell’equazione 1.8, la quale consente inoltre, di trimmare il sistema non solo a condizioni che annullino i valori dei vincoli, ma anche a combinazioni lineari di valori mediati e puntuali. E’ interessante verificare la somiglianza tra l’equazione 1.6 e 1.8. Infatti se si impongono le equivalenze $g_l \equiv T f_l$ e

$G_l \equiv z_l(\theta_k)$ si ottengono esattamente le stesse espressioni. Quindi entrambi i tipi di vincoli (quelli sulla periodicità e sul trim) hanno la medesima forma. Questo porta alla conclusione che nessun g_l può essere una combinazione lineare delle f_i , implicando in questo modo la condizione per cui l'equazione 1.8 diventerebbe una combinazione lineare di condizioni sulla periodicità e quindi un'equazione non indipendente. In altre parole nessun g_l deve essere una combinazione delle derivate degli stati, in quanto tutti i vincoli in questa forma devono essere già inclusi nelle equazioni 1.5 o 1.6.

1.3 Esistenza della soluzione al problema del trim

Il problema del trimmiaggio quindi richiede la soluzione delle equazioni 1.1 e 1.2 soggette ai vincoli imposti dalle equazioni 1.5. Affinché si possa arrivare ad una soluzione è necessario verificare che il problema sia ben posto. Questa proprietà si trova spesso sotto il nome di “trimmabilità”. Nelle sezioni seguenti viene presentata una procedura atta a verificare che le equazioni, i vincoli sulla periodicità e sul trim, rispettino tali condizioni.

1.3.1 Condizioni di risolubilità

Inizialmente si considerano le equazioni di moto, equazioni 1.1 e 1.2. A partire da condizioni iniziali date, è possibile calcolare i moltiplicatori di Lagrange λ_m risolvendo l'equazione 1.2 ad ogni passo temporale da 0 a T in cui è valutata l'equazione 1.1. E' quindi possibile definire la matrice Jacobiana seguente

$$[D_{ij}] = \left[\frac{\partial F_i}{\partial \lambda_j} \right] \quad (1.9)$$

La matrice D è detta “matrice di risolubilità” in quanto requisito fondamentale è che rimanga invertibile ad ogni passo temporale. Le dimensioni delle F deve inoltre eguagliare le dimensioni delle λ e D deve essere non singolare. Il passo successivo per la verifica della trimmabilità riguarda lo studio della natura della soluzione delle equazioni. Riferendoci ad equazioni non lineari, i metodi classici per la ricerca delle soluzioni si basano su una linearizzazione delle dette equazioni a partire dalla guess precedente ad ogni passo temporale [5]. Seguendo lo stesso procedimento, per verificare la capacità del sistema

di dirigersi verso la soluzione desiderata, si analizza la risposta a piccole perturbazione delle equazione 1.1 e 1.2

$$\{\delta\dot{x}_i\} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right] \{\delta x_j\} + \left[\frac{\partial f_i}{\partial \lambda_m} \right] \{\delta \lambda_m\} + \left[\frac{\partial f_i}{\partial \theta_k} \right] \{\delta \theta_k\} \quad (1.10)$$

$$\{0\} = \left[\frac{\partial F_l}{\partial x_j} \right] \{\delta x_j\} + \left[\frac{\partial F_l}{\partial \lambda_m} \right] \{\delta \lambda_m\} + \left[\frac{\partial F_l}{\partial \theta_k} \right] \{\delta \theta_k\} \quad (1.11)$$

le quali possono essere combinate per eliminare $\delta \lambda_m$

$$\{\delta\dot{x}_i\} = \left[\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial x_j} \right] \{\delta x_j\} + \left[\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial \theta_k} \right] \{\delta \theta_k\} \quad (1.12)$$

dove

$$\left[\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial x_j} \right] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right] - \left[\frac{\partial f_i}{\partial \lambda_m} \right] \left[\frac{\partial F_l}{\partial \lambda_m} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F_l}{\partial x_j} \right] \quad (1.13)$$

$$\left[\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial \theta_k} \right] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial \theta_k} \right] - \left[\frac{\partial f_i}{\partial \lambda_m} \right] \left[\frac{\partial F_l}{\partial \lambda_m} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F_l}{\partial \theta_k} \right] \quad (1.14)$$

in cui tutte le matrici sono periodiche con T . Preme sottolineare che le equazioni 1.12, 1.13 e 1.11 non possono essere costruite se la matrice di risolubilità non è invertibile.

1.3.2 Periodicità della soluzione

Una volta definite la procedura per la verifica dell'esistenza della soluzione è necessario considerare le condizioni richieste per trovare la soluzione periodica alle equazioni perturbate. La tecnica utilizzata in letteratura sfrutta la teoria di Floquet [13] a partire dalla soluzione omogenea dell'equazione 1.12 ottenuta imponendo l'annullamento delle perturbazioni sui controlli. Si parte dalla ricerca della matrice di transizione di Floquet, $\Phi(T)$, se ne estraggono gli autovalori, Λ_i , con cui si calcolano i coefficienti caratteristici, $\eta_j = \log \frac{(\Lambda_i)}{T}$, per poi poter ottenere gli autovettori periodici, ϕ_{ij} . La soluzione dell'omogenea

associata così ottenuta può essere impiegata per disaccoppiare la soluzione non omogenea dell'equazione 1.12

$$\{\dot{r}\} = [\eta_i] \{r\} + [\psi] \left[\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial \theta_k} \right] \{\delta \theta_k\} \quad (1.15)$$

dove

$$\{\delta x\} = [\phi] \{r\} \quad , \quad [\psi] = [\phi]^{-1} \quad (1.16)$$

La periodicità dell'elemento di destra dell'equazione 1.15 consente di estrapolarne i coefficienti di Fourier e di risolverla mediante il bilancio armonico [?], purché non vi siano autovalori Λ_i unitari e radici a aventi molteplicità superiori ad 1. I coefficienti di Fourier complessi possono essere scritti come

$$C_{jk}^n = \frac{1}{T} \int_0^T \psi_{ij} \frac{\partial \hat{f}_i}{\partial \theta_k} e^{-in\Omega t} dt \quad (1.17)$$

indicando, laddove presenti indici ripetuti, una sommatoria. La soluzione periodica $r_i(t)$ che ne deriva risulta essere la seguente

$$r_j(t) = \frac{C_{jk}^n}{in\Omega} e^{in\Omega t} \delta \theta_k \equiv \frac{\partial r_j}{\partial \theta_k} \delta \theta_k \quad (1.18)$$

in cui le condizioni iniziali adottate sono

$$\delta x_i(0) = \phi_{ij}(0) r_j(0) \quad (1.19)$$

Ne consegue che quando non sono presenti termini n_j non nulli, le N condizioni iniziali possono essere trovate unicamente a partire dalle N condizioni di vincolo relative alla periodicità, senza andare a considerare i vincoli di trim. Se diversamente sono presenti uno o più termini n_j nulli, l'equazione 1.18 manifesta un grado di indeterminazione in $n = 0$. In altre parole, la parte mediata di $r_j(t)$ è singolare per ogni j per il quale $n_j \equiv 0$, a meno che il primo termine dell'equazione 1.18 non sia annullato dall'imposizione della condizione

$$C_{jk}^0 \delta \theta_k = 0 \quad , \quad j = 1, S \quad (1.20)$$

L'imposizione della condizione descritta nell'equazione 1.20 introduce un ulteriore vincolo sulle $\delta\theta_k$ il quale è però bilanciato dalla porzione mediata di $r_j(t)$ fungendo da costante di indeterminazione. Così facendo il numero di equazione risulta essere comunque pari al numero di incognite, ma si viene a creare un accoppiamento tra le condizioni di vincolo sulla periodicità e quelle di trim. Per meglio comprendere quest'ultima affermazione basti pensare alla $\delta\theta_k$ che in questo modo andrà ad incidere sulla periodicità, così come il valore di $r_j(0)$, che determina il valor medio dell'andamento temporale di $r_j(t)$, andrà ad incidere sui vincoli di trim.

Per rendere più efficiente il procedimento con il quale si arriva alla soluzione dell'equazione 1.15 ci si può avvalere della trasformazione nella forma Canonica di Jordan. In generale quindi, per garantire l'esistenza della soluzione periodica la condizione espressa dall'equazione 1.20 deve valere per ogni autovalore indipendente per cui $n_j = 0$. Una conseguenza pratica di questa caratteristica la si può trovare nel caso si voglia trimmare un velivolo ad ala rotante in volo libero. In questo caso infatti, sono sempre presenti modi rigidi, che introducono quindi autovalori nulli, accoppiando quindi i vincoli sulla periodicità e di trim. Ne consegue che, non è possibile utilizzare tecniche di trim sequenziali per tali condizioni, ma si deve sempre fissare l'aeromobile a terra attraverso molle o utilizzare hub fissi [9].

1.3.3 Vincoli di trim

L'ultima fase dello studio dell'esistenza della soluzione di trim concerne la verifica del rispetto dei vincoli di trim imposti dall'equazione 1.8. La procedura utilizzata rispecchia quella adottata nella dimostrazione della risolubilità, ossia basandoci su piccole perturbazioni attorno a condizioni periodiche definite come guess che potrebbero non soddisfare i vincoli. Si assume inoltre che non vi siano dipendenze dei controlli θ_k da T e che gli h_l definiti nel paragrafo 1.2.2 siano inclusi in g_l . Inizialmente si considera il caso di autovalori non nulli, in cui la soluzione periodica risulta essere funzione delle δ_k , come mostrato nell'equazione 1.18, e le equazioni di vincolo diventano

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(\left[\frac{\partial \hat{g}_l}{\partial x_i} \right] [\phi_{ij}] \left[\frac{\partial r_j}{\partial \theta_k} \right] \delta\theta_k + \left[\frac{\partial \hat{g}_l}{\partial \theta_k} \right] \delta\theta_k \right) dt = e_l \quad (1.21)$$

dove si è indicato con e_l l'errore dei G_k sulla guess periodica e con \hat{g}_l i g_l depurati dai λ_m . Perché l'equazione 1.21 abbia una soluzione che permetta

di ridurre l'errore, è necessario definire la matrice di risolubilità A_{kl} come

$$A_{lk} = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\left[\frac{\partial \hat{g}_l}{\partial x_i} \right] [\phi_{ij}] \left[\frac{\partial r_j}{\partial \theta_k} \right] + \left[\frac{\partial \hat{g}_l}{\partial \theta_k} \right] \right) dt \quad (1.22)$$

e verificare che sia invertibile. Ciò implica che essa sia almeno una matrice quadrata, in cui quindi il numero di controlli eguaglia il numero di vincoli di trim, e che sia non singolare, ovvero, data la dipendenza di $\frac{\partial r_j}{\partial \theta_k}$ rispetto a $\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial \theta_k}$, i \hat{g}_l non devono essere una combinazione lineare delle \hat{f}_i . La proprietà appena descritta è anche conosciuta come controllabilità.

Infine si considera il caso in cui sono presenti S autovalori n_j nulli associati ad autovettori indipendenti ϕ_{ij} o ψ_{ji} . Per ogni j tale per cui $n_j = 0$, il valor medio degli stati r_j espressi come

$$\bar{r}_j = \frac{1}{T} \int_0^T r_j(t) dt \quad (1.23)$$

rimane incognito, così come quelli delle $\delta\theta_k$ ed è richiesto il soddisfacimento dell'equazione 1.20. Il problema accoppiato mediante le condizioni sui vincoli di periodicità e trimmabilità, può essere definito nel modo seguente, a partire dalle equazioni 1.21 e 1.23

$$\begin{bmatrix} A_{lk} & D_{li} \\ C_{jk}^0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\theta_k \\ \bar{r}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e_l \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.24)$$

con $i, j = 1, S$ e

$$C_{jk}^0 = \frac{1}{T} \int_0^T \psi_{ji} \left[\frac{\partial \hat{f}_i}{\partial \theta_k} \right] dt \quad (1.25)$$

$$D_{li} = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{\partial \hat{g}_l}{\partial x_k} \right] [\phi_{ki}] dt \quad (1.26)$$

L'equazione 1.24 può essere invertita se sia A_{lk} che B_{ji} possono essere invertite a loro volta, dove con il secondo termine si indica l'espressione seguente

$$B_{ji} = C_{jk}^0 [A_{lk}]^{-1} D_{li} \quad (1.27)$$

Il termine B_{ji} è una matrice quadrata di ordine pari al numero di autovalori nulli nell'origine.

Le condizioni di trimmabilità, in particolare la non singolarità della matrice A_{lk} e l'assenza di autovalori nulli, rimangono quindi inalterate, ma, nel caso in cui autovalori nulli dovessero essere presenti, la matrice appena definita B_{ji} deve essere invertibile. Quest'ultimo elemento assume inoltre un significato fisico. Le θ_k , infatti, devono essere in grado di annullare le forze del termine C_{jk}^0 , così come le costanti indeterminate r_j devono essere incluse nelle costanti di trim D_{li} . Questo implica che i modi rigidi traslazionali, che generalmente presentano autovalori nulli, devono essere inclusi, come vincoli sulla posizione, all'interno dei termini g_l . Le rotazioni rigide, invece, risultano spesso associate a modelli relativi alla meccanica del volo, evitando in questo modo il manifestarsi di autovalori nell'origine. In generale quindi, ogni possibile parametro associato ad autovalori nulli, per poter essere trimmato, deve poter essere controllato e vincolato.

Gli attori principali quindi, che intervengono nella definizione delle condizioni di trim, possono essere riassunti nella tabella

Tabella 1.1 *Matrici principali nella definizione delle condizioni di trim.*

Matrice	Simbolo	Dimensione
Risolubilità	D_{ij}	$L \times L$
Trimmabilità	A_{lk}	$K \times K$
Termine secolare	B_{ji}	$S \times S$

ed è richiesto che, affinché il velivolo ad ala rotante sia trimmabile, tutte le matrici sia non singolari. Un'ultima considerazione va però fatta sulla non linearità del sistema. Procedendo verso la soluzione, infatti, si possono incorrere in limiti fisici, che portano le matrici ad avere singolarità. In definitiva quindi la proprietà di invertibilità delle matrici elencate nella tabella, devono essere rispettate nell'intorno della soluzione.

1.4 Trim ottimo

Come dimostrato nel paragrafo, la prima condizione necessaria per l'esistenza della soluzione di trim è che il numero di controlli K eguagli il numero di

vincoli L . Se questa condizione è verificata, l'unicità della soluzione è in generale garantita. Se al contrario il numero di controlli è superiore al numero di vincoli, si ha un infinito numero di soluzioni, e la ricerca delle condizioni di trim si associa ad una ricerca dell'“ottimo” mediante minimizzazione, o massimizzazione, di una certa funzione obiettivo. L'equazione 1.28 esprime la formulazione tipica del funzionale da ottimizzare

$$G_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g_0(x_j, \lambda_m, \theta_k) dt + h_0(h_i, \lambda_m, \theta_k) \quad (1.28)$$

in cui si è mantenuta una formulazione simile a quella utilizzata per esplicitare i vincoli di trim: g_0 indica infatti il valore medio sul giro da ottimizzare, mentre h_0 rappresenta un generico valore da ottimizzare ad un dato istante di tempo.

1.4.1 Formalizzazione matematica

Il problema dell'ottimizzazione vincolata non lineare, nella sua formulazione generale, richiede quindi la minimizzazione di un funzionale di ottimalità. La definizione di quest'ultimo deriva dalla combinazione di equazioni già presentate in questo capitolo, con il funzionale espresso nell'equazione 1.28, che per maggiore chiarezza sono state riprese nel sistema 1.29.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_j, \lambda_m, \theta_k) \\ 0 = F_l(x_j, \lambda_m, \theta_k) \\ x_i(T) = x_i(0) + z_i(\theta_k) \\ \int_0^T f_i(x_i, \lambda_m, \theta_k) dt + x_i(0) = z_i(\theta_k) \\ G_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g_0(x_j, \lambda_m, \theta_k) dt + h_0(h_i, \lambda_m, \theta_k) \end{cases} \quad (1.29)$$

Il funzionale di ottimalità così ottenuto, W , è quindi

$$W = \int_0^T (f_i - \dot{x}_i) y_i(t) dt + Y_i [x_i(T) - x_i(0) - z_i] + \int_0^T F_m \mu_m(t) dt + \sigma_l \left[\frac{1}{T} \int_0^T g_l dt + h_l - G_l \right] \quad (1.30)$$

Come si può notare, sono presenti nuovi elementi quali, $y_i(t)$ che rappresenta i moltiplicatori di Lagrange introdotti rispetto alle equazioni del trim classiche, equazione 1.1, chiamati anche *co-stati*, Y_i , sta ad indicare i moltiplicatori

costanti, $\mu_m(t)$ rappresenta i moltiplicatori corrispondenti ai λ_m e σ_l indica i controlli. Gli intervalli indicati dagli indici sono gli stessi presentati nel capitolo 1.2. A questo punto, al fine di ricercare la condizione di stazionarietà del funzionale, è richiesto la valutazione delle variazioni prime rispetto ai termini presenti. Le equazioni così generatesi relative a $\delta y_i(t)$ e $\delta \mu_m(t)$ recuperano le equazioni differenziali ordinarie, assieme ai vincoli associati alla formulazione multi - corpo, equazioni 1.1 e 1.2. Le equazioni derivanti dalle δY_i recuperano le condizioni di periodicità, equazione 1.5, mentre quelle generate dalle $\delta \sigma_l$ si rifanno ai vincoli di trim, equazione 1.8. Queste rappresentano quindi la formulazione del trim convenzionale. Le equazioni aggiuntive necessarie nel trim ottimo derivano dai termini rimanenti, ovvero δx_i , $\delta x_i(0)$, $\delta x_i(T)$, $\delta \theta_k$ e λ_m . Per fare questo si effettua un'integrazione per parti come mostrato di seguito

$$\int_0^T -\delta \dot{x}_i y_i dt = \delta x_i(0) y_i(0) - \delta x_i(T) y_i(T) + \int_0^T \delta x_i \dot{y}_i dt \quad (1.31)$$

Considerando l'equazione relativa alla variazione degli stati, δx_i si ottiene

$$\dot{y}_i = -\frac{\partial f_i}{\partial x_i} y_j - \mu_m \frac{\partial F_m}{\partial x_i} - \sigma_l \frac{\partial g_l}{\partial x_i} \cdot \frac{1}{T} \quad (1.32)$$

che indica le equazioni differenziali relative ai co-stati. Analizzando invece le λ_j si ha

$$y_i \frac{\partial f_i}{\partial \lambda_j} + \mu_m \frac{\partial F_m}{\partial \lambda_j} + \sigma_l \frac{\partial g_l}{\partial \lambda_j} \cdot \frac{1}{T} = 0 \quad (1.33)$$

che rappresenta le equazioni relative ai co-moltiplicatori. L'analisi seguente riguarda invece le equazioni relative alla variazione degli stati valutate all'istante iniziale, $\delta x_i(0)$ e alla fine del periodo, $\delta x_i(T)$ rispettivamente

$$Y_i - y_i(T) = 0 \quad (1.34)$$

$$-y_j(T) + y_i(0) + \sigma_l \frac{\partial h_l}{\partial x_i(0)} = 0 \quad (1.35)$$

L'equazione 1.35 descrive il vincolo di periodicità sui co-stati. Infine si considerano le variazioni rispetto ai controlli, $\delta\theta_k$, ottenendo

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \int_0^T \left(T y_i \left[\frac{\partial f_i}{\partial \theta_k} \right] + T \mu_m \left[\frac{\partial F_m}{\partial \theta_k} \right] - \sigma_l g_l \frac{\left[\frac{\partial T}{\partial \theta_k} \right]}{T} + \sigma_l \left[\frac{\partial g_l}{\partial \theta_k} \right] \right) dt \\ & + \left[\frac{\partial z_i}{\partial \theta_k} \right] \left[y_j(0) + \sigma_l \left(\frac{\partial h_l}{\partial x_j(0)} \right) \right] + \sigma_l g_l(T) \frac{\left[\frac{\partial T}{\partial \theta_k} \right]}{T} = 0 \end{aligned} \quad (1.36)$$

Le equazioni 1.32, 1.33, 1.35 e 1.36 quindi sono le equazioni addizionali da aggiungere al trim convenzionale per risolvere il problema del trim ottimale. Come si può vedere esse sono del tutto simili a quelli presentate nel capitolo 1.2, tanto che si possono trattare allo stesso modo, con la differenza che in questo caso il numero degli stati è $2N$, x_i ed y_i , il numero dei moltiplicatori di Lagrange $2J$, λ_m e μ_m , mentre il numero dei controlli diventa $K + L$, θ_k e σ_l . Grazie a questa analogia tra le due formulazioni è anche possibile estendere i concetti di “risolubilità” e “trimmabilità” presentati nel paragrafo 1.4 anche al caso del trim ottimo, giungendo alle stesse conclusioni. Il grado di praticità della tecnica del trim ottimo quindi risiede nell'abilità dello strumento impiegato nel computo dei termini derivativi, solitamente risolti mediante il calcolo della matrice Jacobiana, o, in alternativa mediante metodi alle differenze finite.

1.5 Principali metodi per la soluzione del trim

I modelli di trim per elicottero sono costituiti da equazioni differenziali con un numero di variabili dipendenti dal grado di complessità del sistema che si vuole analizzare. Ad oggi, si sono affermati algoritmi piuttosto efficienti per risolvere il problema del trim nel caso di modelli semplici, ma, aumentare il numero di variabili in gioco, con l'intento di ottenere una sempre maggiore fedeltà rispetto al sistema reale, porta a difficoltà computazionali ancora difficili da limitare. In letteratura è presente una grande quantità di lavori che cercano di ovviare alle problematiche tipiche dei metodi numerici. Di seguito sono quindi descritte le principali tecniche finora utilizzate nella ricerca della soluzione del trim, spesso impiegate in modo combinato, di cui si è cercato di evidenziarne i vantaggi e le limitazioni. Da sottolineare comunque che, data l'elevata complessità dei sistemi ad ala rotante, i modelli utilizzati hanno tutte un certo grado di approssimazione.

1.5.1 Integrazione Numerica Diretta

Un dei metodi più comunemente utilizzati per calcolare soluzioni periodiche per modelli numerici è quella relativa all'integrazione numerica diretta delle equazioni di moto, come mostrato nei riferimenti [15] e [2]. A partire da certi valori iniziali dei parametri di controllo, le equazioni sono integrate nel tempo fino all'esaurimento dei transitori. Una volta ottenuta una soluzione periodica, si agisce sui controlli mediante iterazioni successive risolte alla Newton - Raphson o con metodi delle secanti fino a raggiungere la convergenza della soluzione trimmata. Ad ogni iterazione è però necessario attendere l'esaurimento dei transitori. Questo approccio risulta essere piuttosto efficiente per sistemi stabili con un alto numero di stati, in quanto non richiede iterazioni su quest'ultimi, né processi di assemblaggio. Se il sistema però presenta gradi di libertà poco smorzati il tempo richiesto all'assestamento dei transitori può gravare sulla durata dell'analisi. Inoltre, in presenza di instabilità, la soluzione può divergere in rapidamente. Un altro aspetto da tenere in considerazione è la necessità di vincolare il modello al suolo mediante molle nel caso di trimmaggio di vlivolo libero, per evitare derive.

1.5.2 Bilanciamento armonico

Il tecnica del *bilanciamento armonico* (Harmonic Balance) è una variazione del metodo di Galerkin, applicato a sistemi non lineari. Il concetto teorico su cui si fonda il metodo consiste nell'assumere che la soluzione del sistema non lineare che descrive il modello analizzato, sia composta dalla somma di funzioni base a coefficienti incogniti; tale soluzione è sostituita all'interno delle equazioni differenziali che governano il sistema studiato, le cui incognite diventano quindi i valori dei coefficienti. La formulazione del metodo prevede che le funzioni base siano costituite da serie di Fourier, i cui coefficienti rappresentano quindi le incognite. Riferendoci all'articolo [6], si possono trovare 2 tecniche principali di impiego del bilanciamento armonico, per risolvere il trim di un velivolo ad ala rotante. Il primo, conosciuto come *metodo di sostituzione*, rappresenta ogni grado di libertà come un serie di Fourier di ordine *n-esimo*. Le serie di Fourier ottenute e le relative derivate sono quindi sostituite all'interno delle equazioni di moto. I coefficienti *seno* e *coseno* sono quindi raccolti ed eguagliati agli andamenti periodici, sempre in seno e coseno, delle forze aerodinamiche agenti sul sistema. Il risultato è quindi un set di equazioni algebriche in numero pari al numero di vincoli per ogni armonica relativa alle coordinate generalizzate dei ogni pala. Il secondo metodo differisce dal primo in quanto gli operatori necessari per ottenere le armoniche, sono applicati alle equazioni differenziali attraverso procedimenti

numerici. Questa tecnica va sotto il nome di *metodo operativo*. E' utile sottolineare che entrambi i procedimenti portano allo stesso set di equazioni algebriche.

Il livello di approssimazione ottenuto, va di pari passo con il livello di fedeltà che si vuole ottenere nella modellazione delle armoniche, in altre parole, con il numero di coefficienti di Fourier che si prende in considerazione nell'approssimazione del contenuto armonico delle varie coordinate generalizzate. E' quindi facile capire che l'efficienza del bilanciamento armonico consegue dal grado di complessità del sistema analizzato, in quanto maggiore è il numero di gradi di libertà richiesti nella modellazione del rotore, maggior è il numero di componenti armoniche da computare. Un modo per limitare questi svantaggi è quello di utilizzare due processi paralleli: il bilanciamento armonico trova gli stati, mentre i controlli sono ottenuti attraverso l'aumento delle equazioni del sistema. I limiti insiti del metodo sono affievoliti, ma rimangono comunque tali. Per sistemi semplici, invece, la tecnica del bilanciamento armonico presenta la peculiarità, rispetto ai metodi ad integrazione diretta, di non risentire di possibili instabilità, giungendo alla soluzione anche in caso di autovalori a parte reale positiva presenti nel sistema.

1.5.3 Periodic Shooting

La tecnica conosciuta come *Periodic shooting*, [8], è un metodo utilizzato per la soluzione di equazioni differenziali a coefficienti periodici. Inizialmente quindi è richiesto di calcolare la matrice di sensitività per ogni stato perturbato attorno ad condizione iniziale sia rispetto a se stesso, sia rispetto agli altri. Questa operazione viene eseguita ad ogni passo temporale, iterando la soluzione lungo un periodo di rivoluzione. La matrice così trovata quindi è quindi poi impiegata per studiare la soluzione forzata. Uno degli svantaggi possibili è che se questa tecnica è applicata a sistemi non lineari, come il caso di velivoli ad ala rotante, è necessario iterare la condizione dello stato iniziale, fino a che non si ottiene la condizione di partenza corretta, che risulterà essere appunto periodica. Un altro problema è che, andando ad invertire la matrice di sensitività ad ogni iterazione, non possono essere presenti degli autovalori nulli nella differenza tra la matrice identità e la matrice di transizione. In letteratura sono presenti alcuni lavori compiuti nell'intento di limitare alcuni di queste problematiche. Nel riferimento [1] sono mostrate due approcci diversi alla tecnica del periodic shooting. Il primo varia gli stati e i controlli parallelamente, mentre il secondo li in modo seriale. La tecnica parallela si è dimostrata computazionalmente più efficiente, nonostante una maggiore sensibilità alle condizioni iniziali, mentre l'approccio seriale ha mostrato tendenze al divergere degli stati e dei controlli in volo libero. Un ultima

considerazione è doverosa sul tempo di simulazione, che per sistemi con un numero di stati superiore al centinaio può diventare eccessivamente lungo.

1.5.4 Autopilota

Il metodo definito *Autopilota*, è stato introdotto per la prima volta da Peters, Kim e Chen nel 1984 [11]. Consiste nell'aumentare sistema con leggi di controllo a ciclo chiuso che legano i parametri di controllo e le condizioni di volo. Così facendo, i parametri controllati cessano di essere tali, per diventare stati essi stessi. Le corrispondenti condizioni di vincolo saranno quindi sostituite da equazioni differenziali agenti sui nuovi stati creatisi, tali da andare ad abbattere l'errore sulle condizioni di trim andate perse. Rifacendoci alla simbologia utilizzata nel paragrafo 1.2, è possibile definire un semplice modello di autopilota nel modo seguente

$$\tau \ddot{\theta}_k + \dot{\theta}_k = a [A_{lk}]^{-1} \{G_l - g_l\} \quad (1.37)$$

in cui τ rappresenta una generica costante di tempo, generalmente di ordine pari al periodo di rivoluzione, mentre a si riferisce ad un valore di guadagno usualmente scelto dall'utente per determinare il rateo di annullamento dell'errore. Spesso è richiesta l'aggiunta di filtri atti a sopprimere le oscillazioni ad alta frequenza dell'errore, infatti l'azione di controllo deve essere messa in atto per abbatterne il valore mediato sul giro. Per ottenere il set di guadagni e filtraggi ottimali è necessaria però una fase di *tuning* per tentativi. La rapidità del raggiungimento della soluzione trimmata dipende quindi sia dal tempo consumato durante la fase di settaggio, sia dalla distanza della condizione di partenza rispetto alla soluzione trimmata, in termini di stati. La tecnica dell'autopilota risulta essere molto efficiente per sistemi con un numero di gradi di libertà elevato, ma presenta un comportamento suscettibile alle instabilità presenti nel modello. Nel corso degli anni sono state sviluppate anche metodologie ibride, in cui l'autopilota è accoppiato ad altre tecniche presentate in questo paragrafo(*Periodic Shooting*, etc.), riuscendo in questo modo a combinare i vantaggi ed a limitare le inefficienze dei vari procedimenti. Il metodo utilizzato in questo lavoro di tesi per ottenere condizioni trimmate, esaminato nel paragrafo 3, si rifà al metodo dell'autopilota qui presentata.

1.5.5 Reti Neurali Artificiali (ANN)

Le *Reti Neurali Artificiali* (ANN) sono algoritmi di calcolo basati su processi Gaussiani, che, mediante un mirata azione di *training*, possono essere condizionati in modo da approssimare piuttosto fedelmente comportamenti

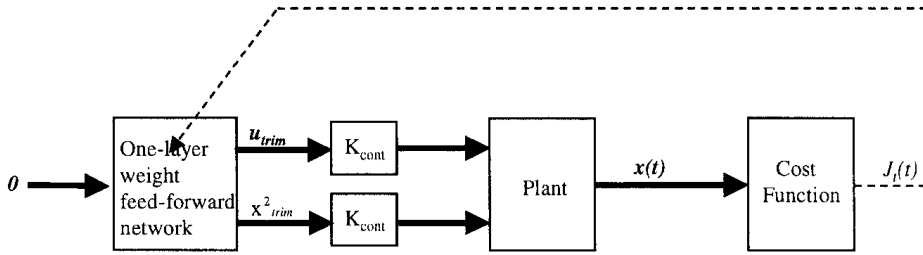


Figura 1.2 Reti neurali.

dinamici non lineari. Grazie a queste proprietà trovano principale applicazione come approssimazione delle equazioni dinamiche di entità le cui leggi di moto sono sconosciute, oppure casi in cui sarebbe proibitiva, dal punto di vista computazionale, la loro completa definizione ed analisi. In letteratura sono descritti lavori che, utilizzando queste tecniche adattive, hanno portato a risultati promettenti nella soluzione delle equazioni di trim di aeromobili ad ala rotante. Il metodo presentato nel riferimento [4], consiste nell'istruire il network neurale per cercare di ottenere i sei controlli del sistema (quattro comandi e due assetti), a partire dai parametri in ingresso relativi alle condizioni di volo, come mostrato nella figura 1.2.

I risultati ottenuti mostrano come il metodo sia effettivamente in grado di valutare gli stati trimmati iniziali per manovre di meccanica del volo. Un'altra applicazione che ha prodotto risultati promettenti nel campo delle reti neurali è quella proposta nel riferimento [12]. In questo caso si è accoppiato un controllo *autopilota* ad uno di tipo predittivo - adattivo non lineare. Il controllo predittivo quindi, anticipa il comportamento del rotore basandosi su un modello ridotto dello stesso, ma aumentato mediante un elemento neurale adattativo. Grazie a questa procedura è possibile determinare le azioni di controllo da mettere in atto per annullare le differenze tra il modello semplice e quello più complesso che tiene conto di fenomeni aeroelastici instazionari. Grazie alla tecnica messa a punto da Riviello, sperimentata su un modello in galleria del vento, si riesce ad abbattere la spiacevole operazione di *tuning* dei guadagni tipica dei metodi *autopilota*.

Modellazione multi-corpo del velivolo analizzato

In questo capitolo si analizza la costruzione del modello multicorpo utilizzato nelle analisi di trimmaggio. Si parte dalla descrizione del rotore principale, per poi presentare la modellazione della fusoliera e dei piani di coda, per poi finire con il rotore di coda.

2.1 Rotore principale

Il rotore principale analizzato, è un rotore omocinetico bipala, costruito in modo da essere rigido nel piano di rotazione. La caratteristica di omocineticità è conferita alla trasmissione albero-mozzo, grazie alla presenza di due giunti Cardanici coincidenti, che garantiscono al mozzo la libertà di rotazione attorno agli assi di *teetering* e *feathering*. La rigidità nel piano è invece conferita dalla mancanza delle cerniere di brandeggio (*lag hinges*). La fly-bar infine, è connessa rigidamente al mozzo, originando proprietà aerodinamiche ed inerziali tali da contribuire ad una migliore controllabilità e stabilità dell'intero rotore. In figura 2.1 è mostrato un modello CATIA, gentilmente concesso da K4A s.r.l..

2.1.1 Cinematica della trasmissione albero-mozzo: il giunto omocinetico

La caratteristica principale della trasmissione albero-mozzo del KA-2HT è la possibilità conferita al mozzo di potersi muovere alla stessa velocità dell'albero

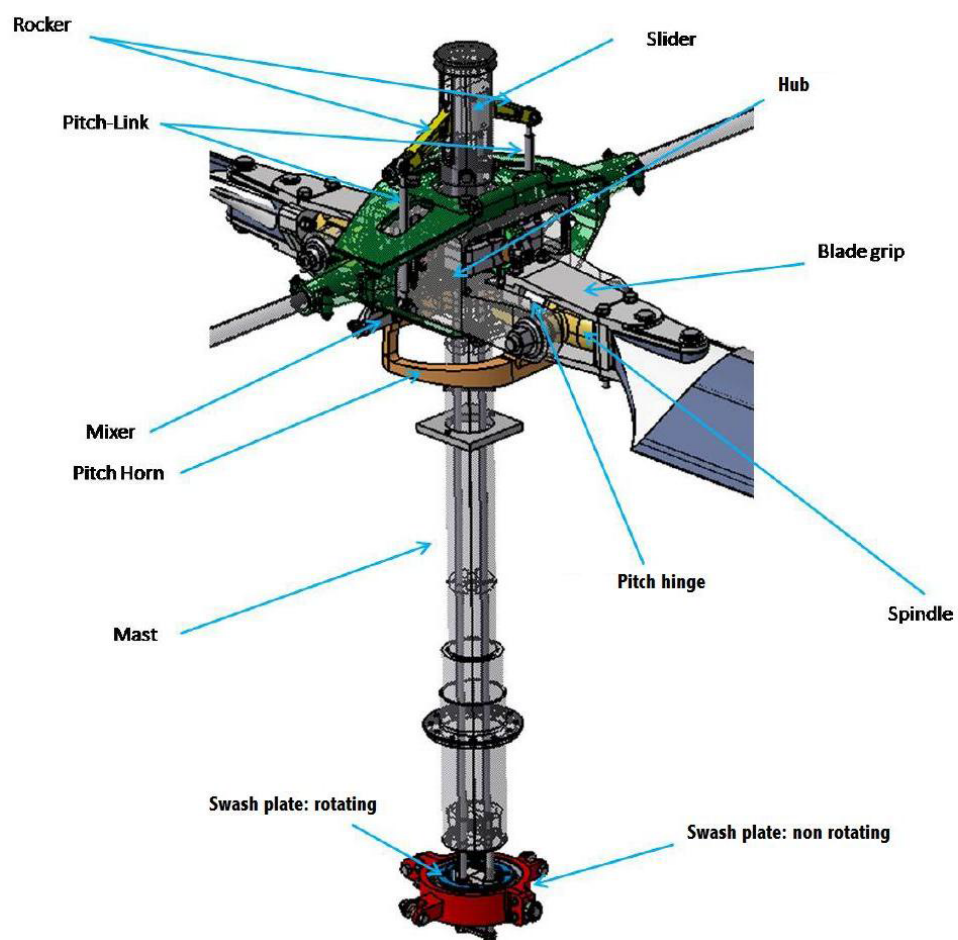


Figura 2.1 *Panoramica del rotore completo. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..*

in ogni condizione, con le dovute limitazioni date dalla non idealità del giunto omocinetico. Questo è possibile grazie alla disposizione di di una precisa sequenza di collegamenti meccanici in grado di ottenere due innesti cardanici coincidenti che permettono la rotazione del mozzo secondo due gradi di libertà. Di seguito è quindi descritta in in modo più dettagliato la catena cinematica appena accennata.

Il primo elemento della trasmissione, *carrier* in figura 2.2, è connesso rigidamente all'albero ed è dotato di due cerniere di rotazione. Queste, denominate *revolute joints* nell'ambiente multi-corpo, permettono la rotazione attorno all'asse y del piatto rotante interno, chiamato *internal crosswheel*, come mostra la figura 2.3.

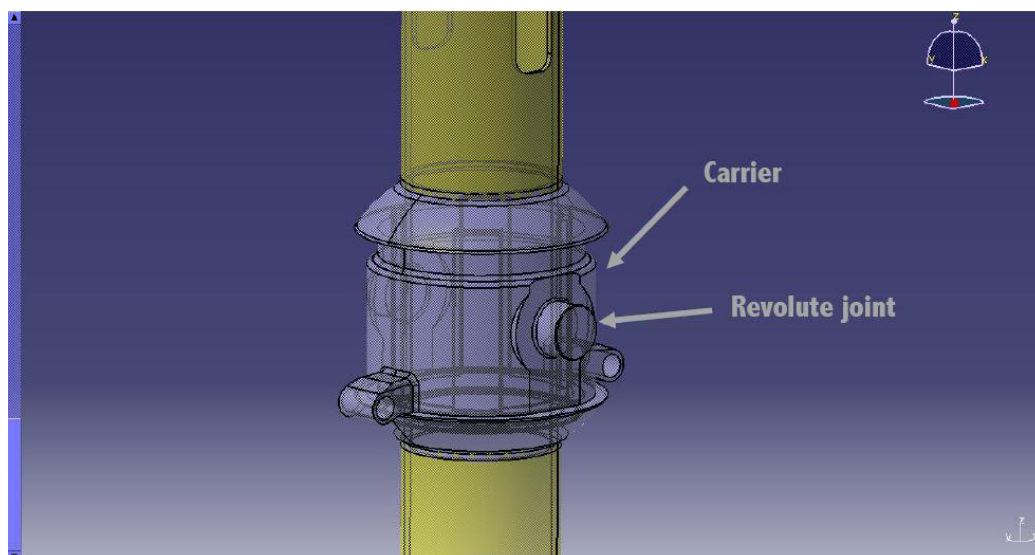


Figura 2.2 Particolare dell'elemento carrier. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..

Un secondo piatto di rotazione esterno, *external crosswheel*, è collegato al primo mediante due cerniere libere di ruotare attorno all'asse x . Così facendo, il piatto esterno può ruotare sia lungo l'asse x , in conseguenza del moto del piatto interno a cui è collegato, sia lungo l'asse y , mentre, come si può notare dalla figura 2.4, l'unico moto relativo consentito tra piatto esterno ed mozzo è la rotazione attorno all'asse y garantita da due cavità circolari di connessione fungenti da giunti di rivoluzione.

La figura 2.5 mostra una panoramica riassuntiva dei gradi di libertà dell'accoppiamento dei due piatti di rotazione. Tutti questi elementi ovviamente seguono il movimento dell'albero. In aggiunta a ciò, al piatto esterno sono

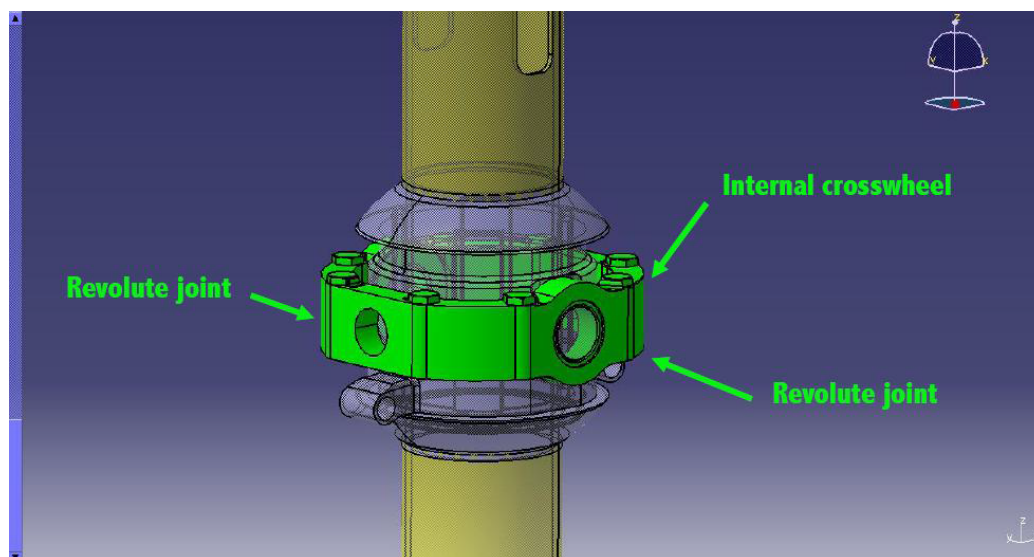


Figura 2.3 *Piatto di rotazione interno. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..*

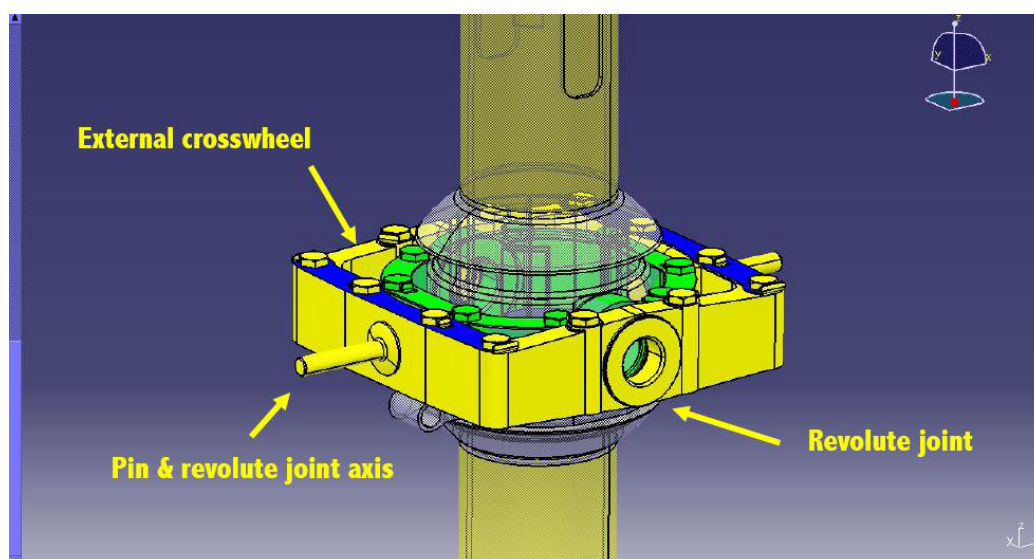


Figura 2.4 *Piatto di rotazione esterno. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..*

rigidamente applicati due perni, con lo scopo di vincolare il moto del mozzo a quelli del piatto esterno. La catena di bisettori, *bisectors*, modellata in figura 2.6, è stata progettata, agendo come un meccanismo a forbice, per consentire un link ulteriore nella successione carrier, piatto esterno, mozzo, pur lasciando completamente libero il mozzo di ruotare attorno agli assi cardanici. E' possibile dividere la catena di bisettori in due parti, una superiore ed una inferiore. La prima, connessa direttamente alla parte superiore del mozzo, permette sia un moto di traslazione lungo i perni sia un moto di rotazione attorno all'asse di quest'ultimi. La seconda, connessa invece alla parte inferiore del mozzo, permette la sola traslazione lungo l'asse dei perni. Grazie a questi accorgimenti, il meccanismo a forbice è in grado di garantire la stessa rotazione relativa che si instaura tra mozzo e piatto esterno a quella tra piatto esterno e carrier. Ciò significa che si sono introdotti dei precisi rapporti di rotazione relativa tra i vari elementi. Per esempio, se si considera la rotazione del sistema attorno all'asse y , il rapporto di rotazione tra mozzo e piatto esterno sarà di 2:1, mentre, la stessa situazione riferita all'asse x sarà di 1:1, figura 2.7.

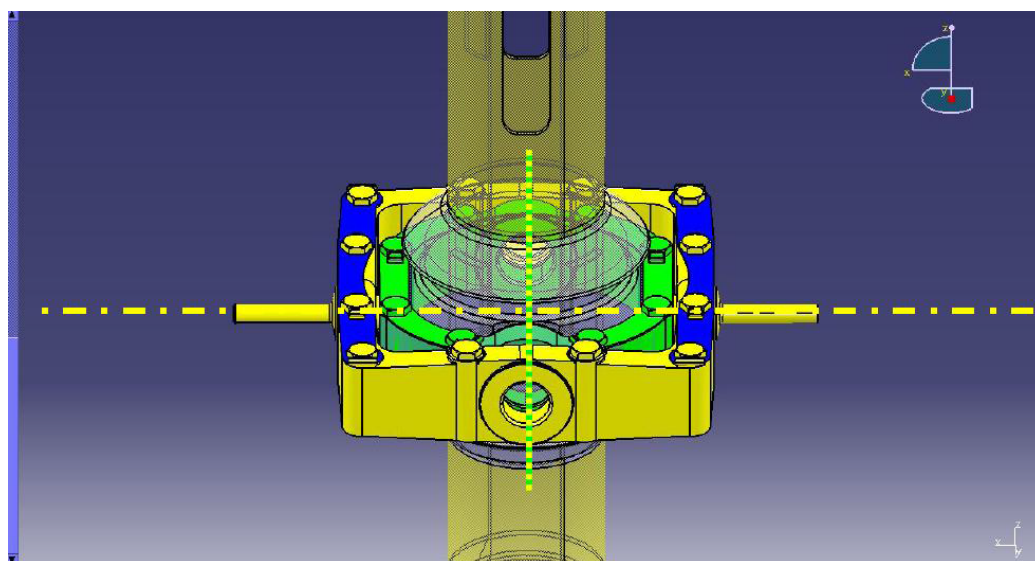


Figura 2.5 Gradi di libertà complessivi dei piatti di rotazione. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..

Il sistema progettato è così in grado di simulare con buona approssimazione una trasmissione omocinetica ideale, garantendo benefici ai componenti meccanici in termini di occorrenze di fenomeni associati alla fatica, costi di manutenzione, peso, etc..

Come accennato all'inizio del capitolo la realizzazione dell'omocineticità è ottenuta mediante l'impiego di un doppio giunto cardanico particolare che,

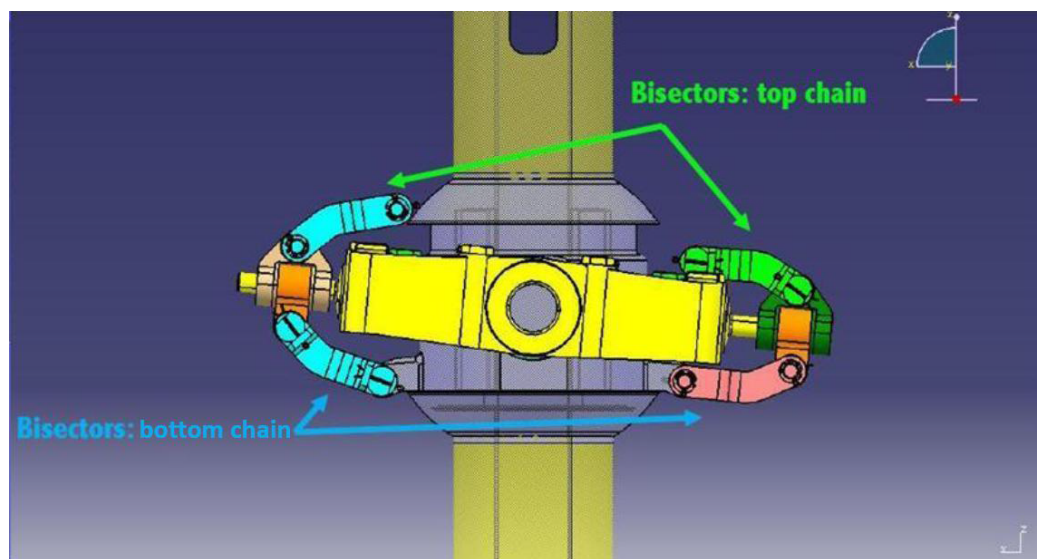


Figura 2.6 Particolare dei bisettori. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..

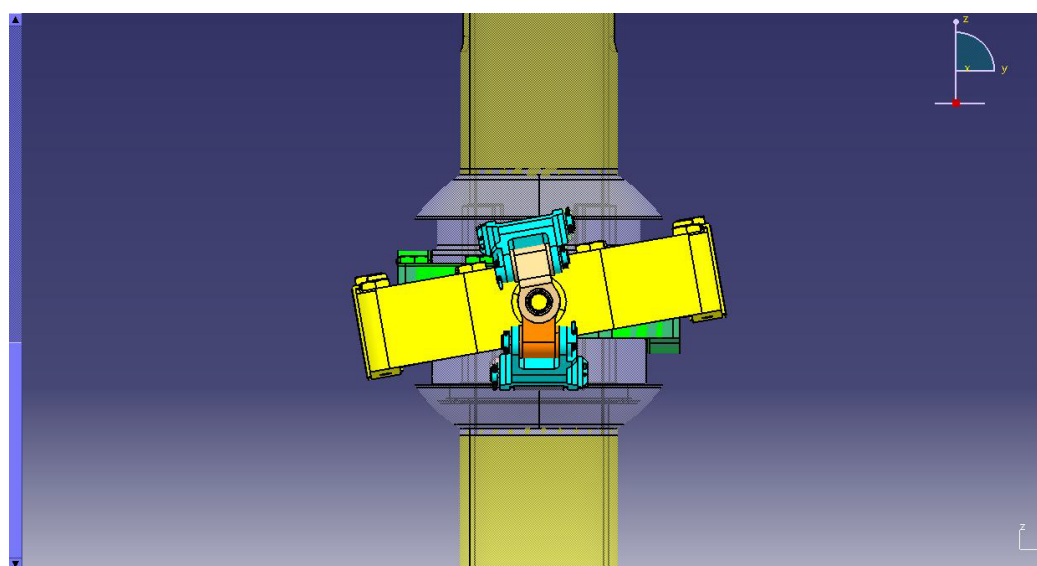


Figura 2.7 Rotazione relativa tra i piatti interno/esterno. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..

rispetto ad uno classico, non presenta distanze tra gli assi di rotazione degli elementi costituenti il giunto. Nel modello costruito da K4A s.r.l., infatti, gli assi di rotazione collassano in un unico punto posto al centro della testa del rotore. La discrepanza presente rispetto ad una omocineticità ideale è dovuta alla rigidità introdotta dalle cerniere elastomeriche di collegamento tra i vari

elementi. Per limitarne le influenze, si è scelto di conferire lo stesso valore di rigidità K_{gimbal} ad entrambi i gradi di libertà cardanici (rotazione attorno ad x e y).

2.1.2 Catena di comando

Il controllo agente sul passo pala del KA-2HT consiste di un comando primario ed uno secondario.

Il *comando primario* viene applicato mediante una procedura tradizionale, in cui i controlli di collettivo e ciclico sono generati dal pilota agendo rispettivamente sul comando di collettivo e sulla barra. Nel primo caso si ha una traslazione verticale del piatto oscillante non rotativo, il quale, mediante una coppia di aste di controllo trasferisce il movimento di traslazione al piatto oscillante solidale con la rotazione dell'albero. Così facendo si assiste ad uno spostamento verticale della testa del rotore, *rocker*, il quale agendo sulle cerniere di beccheggio delle pale, ne consente variazioni di passo simmetriche. Il comando ciclico segue la stessa catena cinematica, con la differenza che in questo caso il movimento imposto al piatto oscillante non è più traslatorio, ma consiste in un'inclinazione in senso longitudinale o laterale. Questo consente di trasmettere alle cerniere di beccheggio delle pale, rotazioni antisimmetriche. Gli elementi che costituiscono la catena cinematica del comando primario sono rappresentati in figura 2.8.

Il *comando secondario*, a differenza del primario, interessa solamente la parte di controllo ciclico, agendo sulla rotazione dell'intero blocco mozzo attorno all'asse di feathering. Tutto ciò è possibile grazie alla presenza di due *fly bar* che, essendo rigidamente connesse al mozzo, fungo da leveraggio sull'intero sistema, conferendone il giusto rapporto tra comando primario e secondario.

Le *fly bar* impiegate sono di tipo *Bell Hiller*, tali da migliorare la stabilità del sistema utilizzando come elementi smorzanti le forze aerodinamiche agenti sulle alette di estremità, dette *paddles*. Per una maggiore chiarezza, la cinematica dei comandi è rappresentata nelle figure 2.9, 2.10.

Le pale, infine, sono collegate al mozzo mediante un perno elastico denominato *spindle*, che garantisce la continuità strutturale tra pala e mozzo ed è sezionabile in tre parti principali:

- Una parte interna vincolata fissata al supporto in modo tale da essere trascinata dalla rotazione attorno all'asse di pitch;

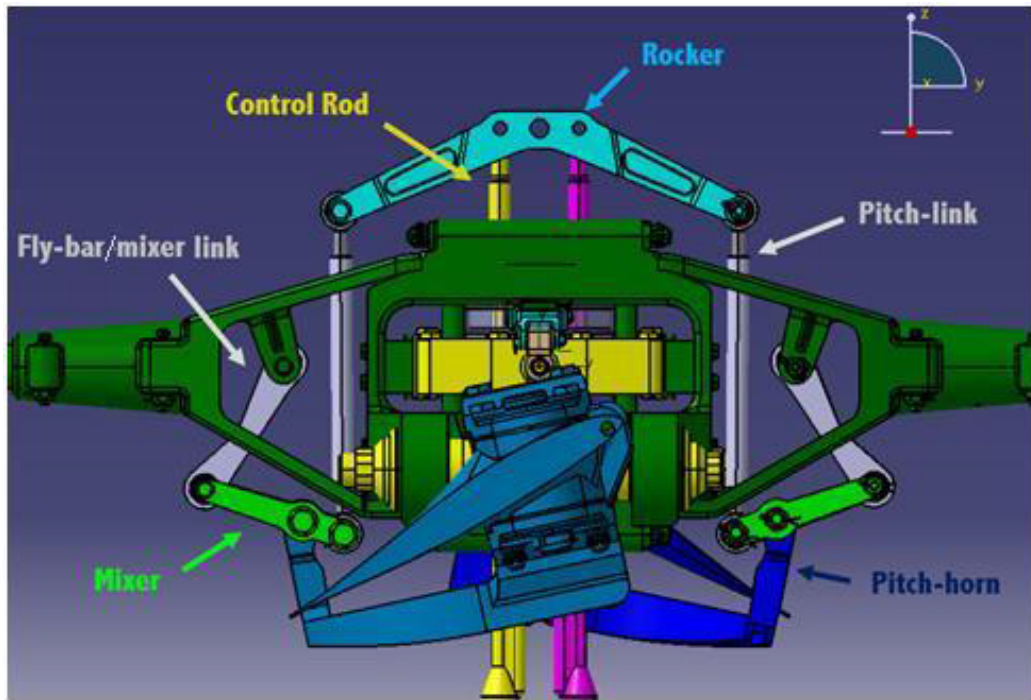


Figura 2.8 Comando primario di collettivo. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..

- Una parte mediana incardinata al mozzo, in modo da vincolarne tutti i gradi di libertà relativi, eccetto il moto di conicità;
- Una parte esterna che funge da incastro per la pala e ne permette il moto di rivoluzione solidale al albero.

E' importante sottolineare che il grado di libertà relativo alla conicità è accoppiato a quello di pitch. Ciò significa che una variazione dell'angolo di conicità produce una variazione del passo pala. Lo spindle inoltre, grazie all'elasticità di cui è fornito, è in grado di provvedere sia ad un certo grado di rigidità al pitch, indicato con K_{pitch} , sia ad una limitazione del cono delle pale in caso di carichi esigui agenti sul disco rotorico.

2.1.3 Modello multi-corpo del rotore principale

In questa sezione verrà fornita una descrizione del modello multi-corpo del rotore principale, specificando gli elementi utilizzati per le parti strutturali e per i collegamenti cinematici. Nel software Cp-lambda, il numero di gradi di libertà deve essere pari al numero di vincoli, prerogativa necessaria per

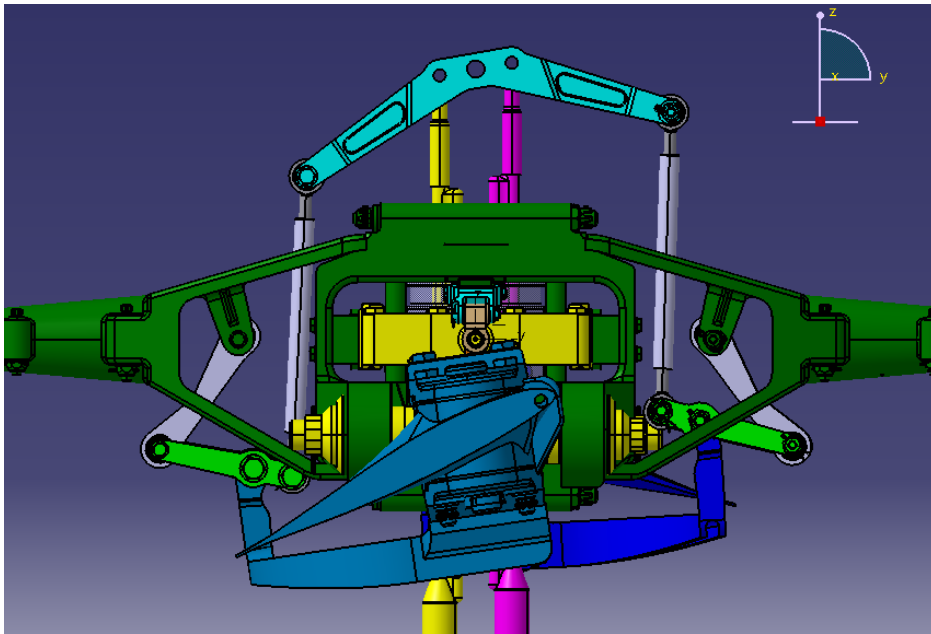


Figura 2.9 *Comando primario ciclico. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..*

costruire una struttura staticamente determinata. Partendo da questa considerazione, si deve sottolineare che gli elementi utilizzati non rispecchiano esattamente la topologia del sistema, in quanto i vincoli imposti nell'ambiente Cp-lambda non possono essere ridondanti. Questo si traduce in un aggravio di elementi di connessione tra i vari oggetti, che ovviamente non deve influenzare il comportamento cinematico del modello multi-corpo, in quale deve rispecchiare esattamente quello del sistema reale. La descrizione del modello del rotore principale si articola in tre parti:

- Catena di comando primario
- Trasmissione albero-mozzo
- Comando secondario

Durante questa trattazione il sistema di riferimento utilizzato è così composto

- Asse x diretto verso il muso dell'elicottero
- Asse y diretto a sinistra del pilota
- Asse z derivante dal completamento della terna destrorsa

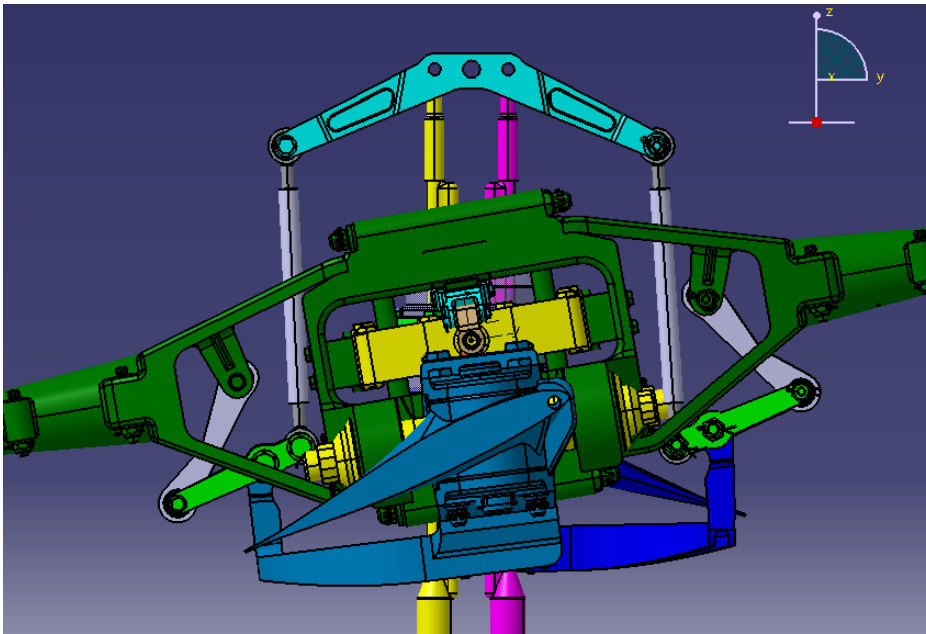


Figura 2.10 *Comando secondario. Modello CAD gentilmente offerto da K4A s.r.l..*

Catena di comando primario Il modello topologico con cui è stata modellata la catena di comando primario è visibile in figura 2.11. Come si può vedere, essa è costituita nel modo seguente (tra parentesi il nome con cui gli elementi sono identificati nella figura):

- albero
- Piatto oscillante (swash plate)
- Aste di controllo (controllo rods)
- Rocker

Il albero è connesso a terra mediante un giunto di rivoluzione, che consente di trasferire la rotazione a tutto il rotore. Il collegamento a terra, nel modello completo, sarà poi sostituito con un incastro in fusoliera. Due giunti di rivoluzione posti con assi perpendicolari tra loro ed un giunto prismatico, fungono da allaccio tra terra e piatto oscillante non rotativo, permettendo il trasferimento degli input di comando ciclico (longitudinale e laterale) e collettivo al piatto oscillante solidale alla rotazione. Da notare che i due swash plate sono articolati tra loro mediante un giunto prismatico ed uno di rivoluzione. Sempre dalla figura si può vedere grazie a due giunti sferici

è possibile connettere al piatto oscillante interno le aste di comando, a loro volta interfacciate al rocker mediante due giunti di rivoluzione. Il rocker infine, si congiunge all'albero attraverso un giunto di rivoluzione, che consente di mantenere la continuità della rotazione del rotore, ed un giunto prismatico. Il giunto A in figura 2.11, invece, non è presente nel modello reale ma è necessario per rendere la struttura staticamente determinata. Da sottolineare che per prevenire l'insorgenza di micro-labilità nel sistema, il grado di libertà di considerato è stato posizionato nel centro di istantanea rotazione del piano yz.

Grazie alla catena cinematica così modellata, la traslazione e rotazione del rocker, che vanno a comandare il passo pala e sono associati ai movimenti dei piatti oscillanti, sono permesse dalla presenza dei giunti di rivoluzione e di traslazione indicati con B. La catena di comando primario è completata con l'introduzione dei pitch-links, i mixers e i pitch-horns.

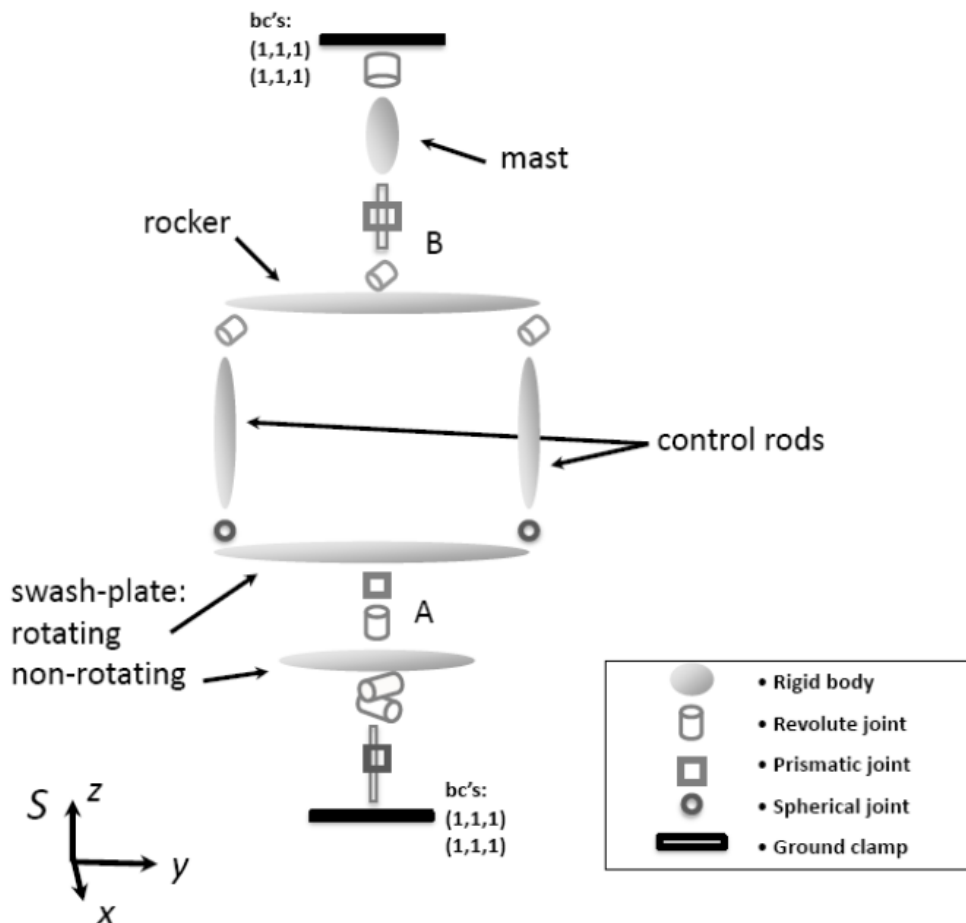


Figura 2.11 Rappresentazione topologica della catena di comando primario..

Trasmissione albero-mozzo La peculiarità principale che risiede nella trasmissione albero-mozzo, riguarda certamente il giunto omocinetico che garantisce il moto relativo tra i due elementi. Il modello multi-corpo utilizzato in Cp-lambda consta di vari oggetti, come è possibile vedere in figura 2.12.

Le entità che costituiscono le catena di trasmissione albero/mozzo sono:

- Carrier
- Perno di connessione piatto di rotazione esterno/interno
- Bisettori

Il primo elemento, carrier, rappresenta un'estensione rigida dell'albero utilizzata come punto di collegamento agli altri elementi della catena ed è costituita da due corpi rigidi separati, che ne garantiscono il collegamento con il piatto di rotazione interno e con i bisettori.

Nella struttura reale, le connessioni carrier/piatto di rotazione esterno e piatto di rotazione interno/esterno, sono esplicitate attraverso due giunti di rivoluzione per ogni collegamento. Nell'ambiente Cp-lambda, invece, questi sono unificati in due giunti separati, in modo da assicurare la simmetria al sistema. Il mozzo presenta due diverse linee di collegamento al piatto interno. La prima è attuata mediante una coppia di giunti di rivoluzione ad assi ortogonali associati ad un giunto prismatico di cui solo il primo giunto di rivoluzione è presente anche nel meccanismo reale. La secondo è permessa grazie al perno di collegamento tra i bisettori, connessi al mozzo, e il piatto interno. La catena inferiore infine rappresenta la giunzione tra carrier e piatto esterno ed composta da un giunto prismatico ed uno di rivoluzione sempre per una questione di bilancio di gradi di libertà. Sia la catena superiore sia quella inferiore sono collegate al perno di connessione mediante un giunto di rivoluzione. Lungo il pin è permessa la traslazione lungo il suo asse grazie ad un giunto prismatico che connette il piatto esterno con i bisettori. Per riprodurre la rigidità corretta del giunto cardanico creato, infine, sono state associate delle molle a molti giunti di rivoluzione di rigidità K_{gimbal} .

Comando secondario Prima di procedere con la descrizione della catena di comando secondario, è necessario approfondire la modellazione della cinematica relativa alle cerniere di conicità delle pale, che richiede l'utilizzo di molteplici elementi connettivi.

Seguendo la rappresentazione del modello topologico di figura [?? figure 2.20], si nota come il collegamento tra il rocker ed i pitch-links è attuato mediante il giunto sferico in A. Questa configurazione permette di ai pitch-link

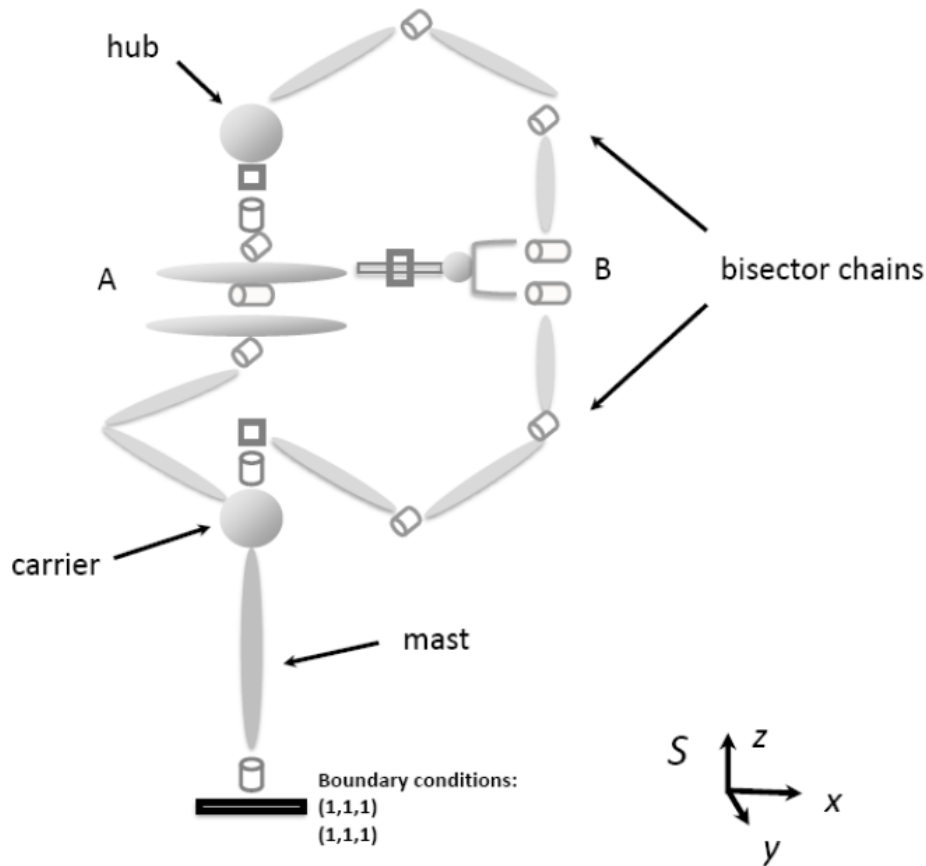


Figura 2.12 Rappresentazione topologica della trasmissione albero/mozzo..

stessi di di muoversi fuori dal piano durante il moto di conicità. Il mixer è connesso ai pitch-link attraverso due giunti di rivoluzione normali tra loro, in cui il secondo permette l'articolazione sia con il pitch-horn, mediante un ulteriore giunto di rivoluzione, sia con il fly-bar-mixer sfruttando due giunti di rivoluzione ad assi ortogonali. Un secondo giunto sferico è utilizzato per congiungere le fly-bar, rigidamente vincolate al mozzo, ed il collegamento fly-bar/mixer. Infine, la sequenza pitch-horn-grip-pala, rigidamente connessi tra loro, si interfacciano con il mozzo mediante due giunti di rivoluzione che rappresentano le cerniere di conicità e di passo pala.

A questo punto è possibile analizzare il funzionamento del comando secondario, il quale prende forma quando durante la rotazione delle fly-bar attorno al punto B. Il flappeggio delle fly-bar quindi, induce una roto-traslazione nel piano yz della catena di controllo che genera un cambiamento nel passo pala. Il feathering delle fly-bar invece, grazie al giunto sferico posto in C non

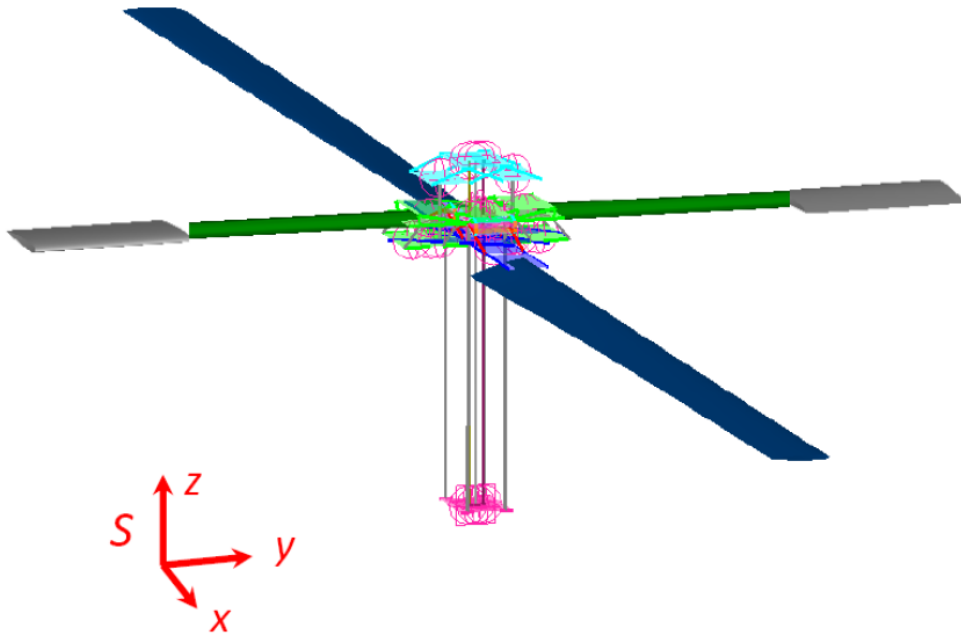


Figura 2.14 Modello C_p -lambda completo..

2.2 Fusoliera e piani di coda

La seconda fase della creazione del modello completo dell'elicottero KA-2HT riguarda la modellazione della fusoliera e dei piani di coda verticale ed orizzontali. Il livello di dettaglio richiesto per la modellazione di questi elementi non è paragonabile a quella del rotore principale, anche a causa della non reperibilità di sufficienti dati topologici. Nei paragrafi seguenti quindi, si procede con la descrizione di come si è deciso di agire.

2.2.1 Modello di fusoliera

Il modello di fusoliera è costituito da una serie di corpi rigidi connessi tra loro, aventi funzioni diverse: alcuni agenti da ossatura strutturale e dotati di forma, altri necessari per definire caratteristiche aerodinamiche, altri ancora utilizzati come strumenti di collegamento tra elementi differenti. Come si può vedere in figura 2.15 la struttura principale è costituita da tre corpi rigidi connessi in sequenza. I tre corpi centrali, passanti per la linea media del modello reale di fusoliera, sono dotati di caratteristiche di forma tali da approssimare la geometria della struttura considerata 2.16.

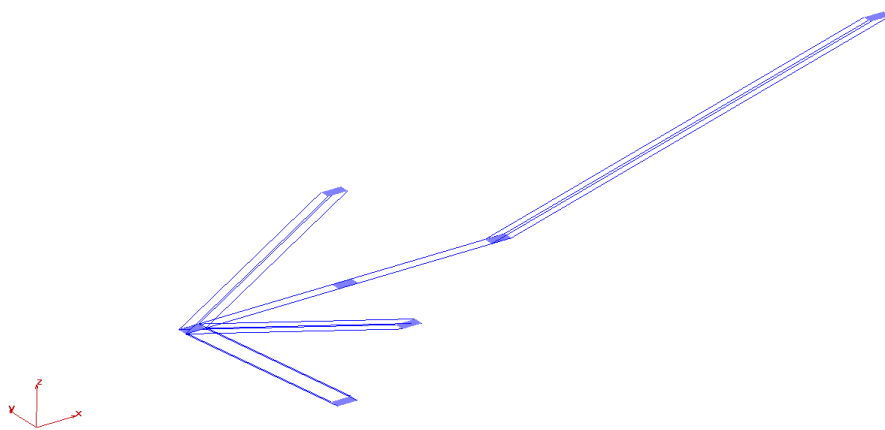


Figura 2.15 *Corpi rigidi di fusoliera.*

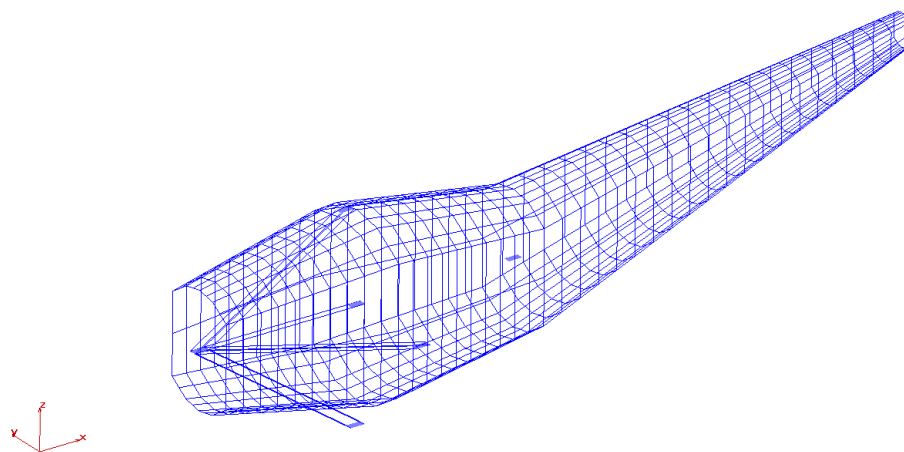


Figura 2.16 *Mesh superficiale di fusoliera.*

Dal corpo posto a prua, si diramano cinque corpi rigidi che consentono il collegamento rispettivamente con mast, carrello, elemento aerodinamico orizzontale, elemento aerodinamico verticale e baricentro. Gli elementi aerodinamici citati consistono di travi ortogonali, passanti per i piani di simmetria verticale ed orizzontale del modello di fusoliera ed associati a proprietà aerodinamiche. In ambiente Cp-lambda queste sono indicate con *lifting lines*, grazie alle quali è possibile definire le grandezze aerodinamiche, in termini di coefficiente di portanza C_L , coefficiente di resistenza C_D e coefficiente di momento C_m , in funzione dell'angolo di incidenza, dei componenti a cui si accoppiano. Nel caso in esame il coefficiente di momento non è stato considerato. Le *lifting lines*, generalmente, possono essere molto dettagliate, come nel caso delle pale, ma per quel che riguarda la fusoliera si è deciso di utilizzare modelli semplici in quanto i dati a disposizione sono limitati, tabella 2.1.

Tabella 2.1 *Coefficienti aerodinamici della fusoliera.*

α [deg]	C_L	C_D
-90	-4.106	0.0843
0	0	0.0843
90	4.106	0.0843

Si è scelto infine di non dotare gli elementi di fusoliera di massa, sempre per mancanza di sufficienti informazioni a riguardo. Così facendo è stato necessario posizionare un corpo rigido in coincidenza della posizione del baricentro assunta per certi valori di peso al decollo. Il corpo rigido di baricentro è stato poi connesso alla fusoliera.

2.2.2 Piani di coda

Analizzando la figura [?? figura dell'elicottero], si nota che il KA-2HT supporta un modello ducted rotor, per quel che riguarda il rotore di coda. La topologia quindi del piano di coda verticale assume una struttura non convenzionale. Nella modellazione Cp-lambda, si è scelto di non rappresentare esattamente le caratteristiche geometriche della coda del velivolo, in quanto anche in questo caso, i dati a raccolti non sono sufficienti per permettere una modellazione fedele del sistema. Si è quindi assunta la configurazione mostrata in figura [?? coda Cp-lambda], in cui si sono tenute in considerazione le posizioni corrette degli elementi del modello reale. Si è quindi utilizzato un corpo rigido,

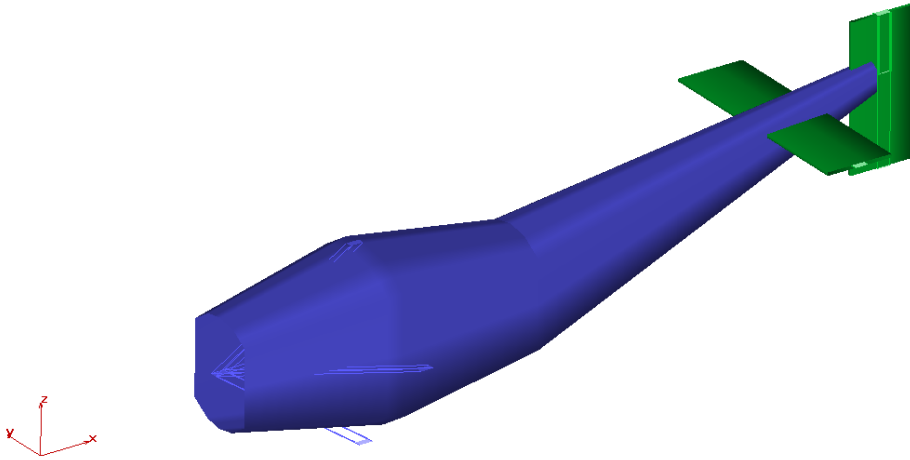


Figura 2.17 Modellazione dei piani di coda.

rigidamente connesso all'elemento posteriore di fusoliera, per rappresentare la porzione di coda. A questa si sono vincolati mediante incastri i due piani di coda orizzontali e l'unico piano verticale, modellati mediante travi. Grazie a questa scelta è quindi poi stato possibile, mediante l'accoppiamento delle derive alle lifting lines, definirne le proprietà aerodinamiche.

Anche in questo caso l'accuratezza impiegata è stata limitata dalle informazioni raccolte. Le tabelle , 2.2, 2.3, mostrano i valori dei coefficienti aerodinamici dei piani orizzontali e verticale, trascurando quello relativo al momento.

Tabella 2.2 Coefficienti di aerodinamici dei piani di coda orizzontali.

α [deg]	C_L	C_D
-180	0.5	0.006
-150	0.78	0.006
-90	-1.344	1.5
-20	1.5	0.006
20	-1.5	0.006
90	-1.344	1.5
150	-0.78	0.006
180	-0.5	0.006

Tabella 2.3 *Coefficienti di aerodinamici del piano di coda verticale.*

Alfa [deg]	C_L	C_D
-180	0.5	0.006
-20	-2	0.006
-15	-1.5	0.006
-15	1.5	0.006
20	2	0.006
180	0.5	0.006

2.3 Rotore di coda

La necessità di modellare il rotore di coda nasce per tre motivi principali:

- impossibilità di generare forze senza l'utilizzo di attuatori in ambiente Cp-lambda
- fedeltà di rappresentazione del velivolo reale
- maggiore raffinatezza dei risultati ottenuti

Il rotore di coda del KA-2HT è un rotore penta-pala a passo fisso e giri variabili, che rientra nella categoria dei *ductedrotor*. Nei paragrafi seguenti si procede con la descrizione delle procedure e delle scelte compiute nella modellazione del rotore di coda. Per prima cosa si definisce il modello multi-corpo assemblato, per poi passare all'analisi delle caratteristiche geometriche ed aerodinamiche delle pale. Date le complicazioni che a livello software avrebbe comportato la riproduzione fedele di un ducted rotor, si è deciso di utilizzare per le simulazioni di trim un modello di rotore convenzionale, andando poi ad effettuare uno studio comparativo dei risultati ottenuti in termini di forza e coppia rispetto al rotore originale implementato su KA-2HT. Agendo in questo modo, si sono accettate le approssimazioni che ne derivano. Il sistema di riferimento utilizzato coincide con quello definito nel paragrafo 2.1.3.

2.3.1 Modello multi-corpo del rotore di coda

A differenza del rotore principale omocinetico, il rotore di coda presenta un livello di complessità limitato rispetto alle caratteristiche cinematiche del

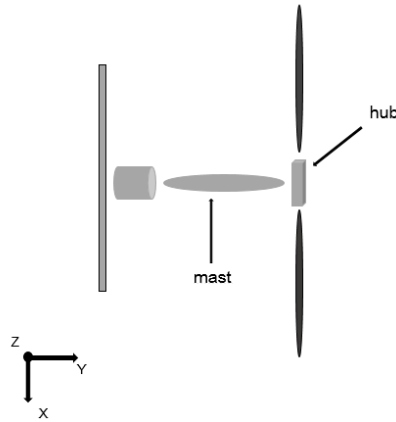


Figura 2.18 *Rappresentazione topologica del rotore di coda.*

sistema. Un rotore a passo fisso, infatti, non richiede la presenza di comandi tipici quali, collettivo, ciclico laterale e longitudinale, in quanto il controllo in forza, viene attuato andando ad agire sulla velocità di rotazione delle pale. Come si può vedere dalla figura 2.18, il mast è collegato alla coda mediante un giunto di rivoluzione diretto come l'asse y, che ne consente la rotazione. In realtà tra mast e giunto di rivoluzione è posto un piccolo elemento di trave che funge da cella di carico. Così facendo è possibile andare ad analizzare l'andamento delle risultanti delle forze agenti su di esso. Per modellare il corpo centrale del mast si è invece utilizzato un corpo rigido, in modo eliminare le componenti dinamiche del mast dalla risposta totale del sistema. L'apice del mast è quindi connesso all'hub mediante un incastro, da cui poi dipartono le pale rotoriche, anch'esse incastrate all'hub. In questo modo il rotore di coda si muove come un unico corpo rigido, senza spostamenti relativi tra le varie componenti. In figura 2.19 è rappresentato il modello Cp-lambda del rotore di coda completo.

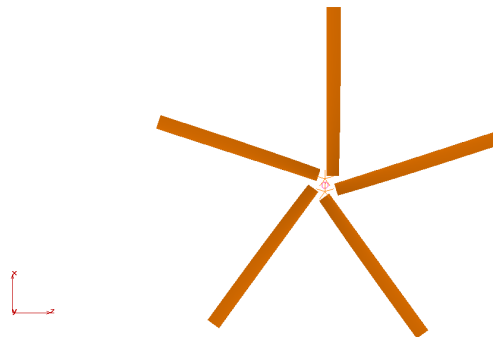


Figura 2.19 *Modellazione Cp-lambda del rotore di coda.*

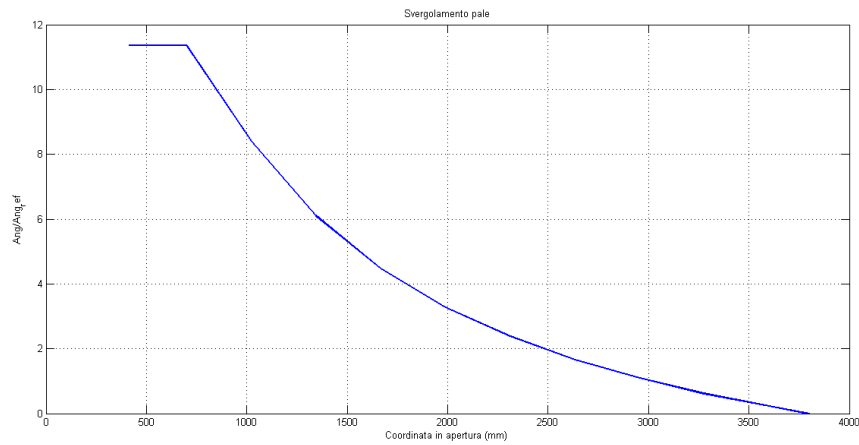


Figura 2.20 *Svergolamento non lineare delle pale del rotore di coda.*

Caratteristiche geometriche delle pale

Le pale rotoriche di coda sono incastrate all'hub, il quale ne impedisce le rotazioni in pitch e in coning. In questo modo il rotore di coda ha un comportamento più simile ad un fan che ad un vero e proprio rotore. Non avendo a disposizione le caratteristiche aerodinamiche della sezione si è scelto come profilo geometrico quello relativo ad un profilo NACA 0015, andando poi ad attribuirne le proprietà aerodinamiche mediante l'impiego di lifting lines. Da sottolineare che i coefficienti di portanza e di resistenza imposti, non rispecchiano quelli del rotore di coda del velivolo originale, ma sono stati scelti, associate ad un'opportuna valutazione del calettamento in radice, in modo tale da generare le stesse forze aerodinamiche del rotore reale. In figura 2.20 è mostrato lo svergolamento non lineare delle pale, mentre in figura 2.21 l'andamento dei coefficienti aerodinamici di portanza e resistenza.

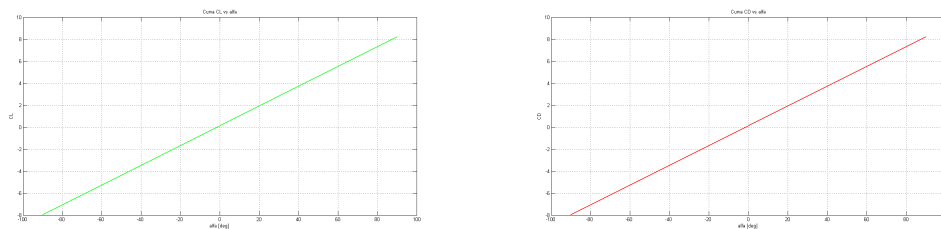


Figura 2.21 *Coefficienti aerodinamici di portanza e resistenza delle pale del rotore di coda.*

Confronto con il rotore di coda reale

Non conoscendo i reali dati riguardanti le proprietà aerodinamiche delle pale del rotore, si è reso necessario utilizzare un metodo iterativo per trovare le condizioni per cui il modello di rotore rispecchi le caratteristiche di forza e coppia del rotore originale impiegato sul KA-2HT. Le variabili iterative sono il calettamento in radice pala e i coefficienti aerodinamici. La procedura ha richiesto una buona dose di tempo soprattutto per quel che riguarda il tuning della coppia a causa del comportamento non lineare al variare del numero di giri, a differenza della forza in direzione y . Il valore del calettamento e dei coefficienti aerodinamici finali sono già stati introdotti nel paragrafo precedenti. A questo punto non rimane che mostrare i grafici comparativi di forza, figura 2.22, e potenza, 2.23, tra rotore modellato in Cp-lambda e reale.

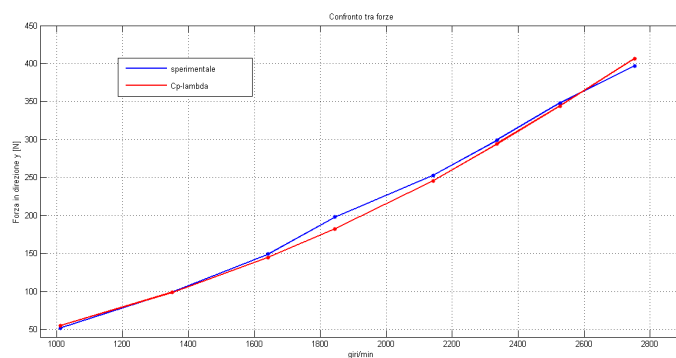


Figura 2.22 Confronto tra la forza misurata sperimentalmente e quella del modello Cp-lambda.

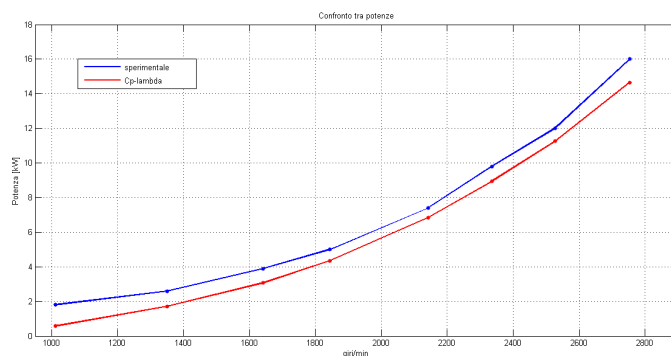


Figura 2.23 Confronto tra la potenza misurata sperimentalmente e quella del modello Cp-lambda.

Come si può vedere l'andamento della forza è approssimato con ottima precisione, mentre quello della potenza presenta una maggiore discrepanza tra i due modelli, soprattutto alle estremità, dove il comportamento non lineare è più marcato. Questo si rifletterà sicuramente sui risultati finali, ma se ne sono accettate le approssimazioni.

Analisi di Trim del velivolo vincolato

Una volta costruito il modello completo in Cp-lambda si procede alla soluzione del problema del trim. Come descritto nel capitolo 1, esistono varie metodologie di risoluzione, ognuna delle quali ha vantaggi e limitazioni. L'aspetto comune alla maggior parte di esse, da cui poi derivano le complicazioni sia a livello numerico che di modellazione, riguarda la necessità della conoscenza in modo più o meno approfondito delle leggi fisiche che reggono il sistema, senza la quali l'analisi delle condizioni di trim sarebbe impossibile. Questo influisce sui costi computazionali in funzione dei gradi di libertà del sistema studiato. Il lavoro di tesi svolto, quindi, mira a implementare un tool numerico in grado di ricercare le condizioni di equilibrio di un velivolo ad ala rotante, evitando la definizione delle equazioni di governo del modello, ottenendo al tempo stesso risultati molto accurati, sfruttando le potenzialità della formulazione multi-corpo. Il capitolo seguente, quindi, sarà strutturato nel seguente modo:

1. Definizione della la metodologia impiegata per la soluzione del trim
2. Descrizione del sistema di controllo implementato
3. Analisi dei risultati ottenuti per il velivolo vincolato a terra

3.1 Ricerca delle soluzioni trimmate

La metodologia adottata per la ricerca delle soluzioni di trim rientra nell'approccio autopilota. Come descritto nel paragrafo 1.5.4, questa tecnica consiste

nell'implementare delle leggi di controllo a ciclo chiuso che agiscano sui controlli del velivolo in modo tale da abbattere l'errore rispetto a certe grandezze definite dall'utente. Si è quindi dovuto fare una scelta su quali e quante grandezze andare a minimizzare tenendo in considerazione le problematiche relative alle varie ipotesi. La scelta è caduta su due possibilità:

- Minimizzare l'errore sulle accelerazioni e sulle velocità dell'aeromobile in volo libero
- Minimizzare l'errore sulle forze misurate su una cella di carico del velivolo vincolato

La prima opzione è stata scartata in quanto presenta una forte dipendenza rispetto alle condizioni iniziali del sistema. Il tempo che intercorre tra l'istante in cui l'elicottero viene lasciato libero nello spazio e quello in cui i comandi di trim vengono raggiunti e mantenuti presenta delle problematiche importanti dal punto di vista fisico e numerico. Il comportamento dell'aeromobile in questo intervallo di tempo infatti, potrebbe portare a fenomeni di instabilità sia a livello di meccanica del volo, allontanandosi in modo irrecuperabile da condizioni stabili, sia a livello numerico, inducendo fenomeni di divergenza nel solutore. Problematiche risolvibili unicamente implementando un sistema di controllo molto veloce in grado di arrivare in tempi brevissimi alle condizioni trimmate. In questo caso però si potrebbero instaurare effetti dinamici non trascurabili che richiederebbero uno studio dettagliato delle leggi dinamiche del sistema, studio che esula dall'intento di questo lavoro di tesi. Optando per la seconda ipotesi, si è reso necessario aggiungere al modello Cp-lambda un elemento di trave connesso rigidamente al baricentro del velivolo e vincolato a terra. Questo ha permesso di misurare le forze e momenti agenti sull'aeromobile. La limitazione principale di questo approccio scaturisce dall'impossibilità di controllare gli assetti del velivolo. Come si vedrà più avanti, per le condizioni di hover, quando gli assetti sono piccoli, angoli di rollio e beccheggio sono stati considerati nulli, accettandone le approssimazioni derivanti, mentre in volo avanzato si è usato un approccio combinato formulazione multi-corpo/analisi di [?? chiedere a radek]. Il rotore montato sul KA-2HT risulta essere un bipala, prerogativa che si si traduce, per un osservatore inerziale quale può essere considerato l'elemento di trave, in una caratteristica periodica, alla due per giro. Facendo riferimento alla figura 3.1 che rappresenta gli andamenti delle forze e dei momenti misurati sulla trave in una condizione di volo a comandi bloccati, in funzione del numero di rivoluzioni del rotore, si può vedere come all'interno di un giro si alternino due picchi massimi e due picchi minimi. Questa qualità avrà ripercussioni sulla definizione della logica di controllo come esplicitato nel paragrafo seguente.

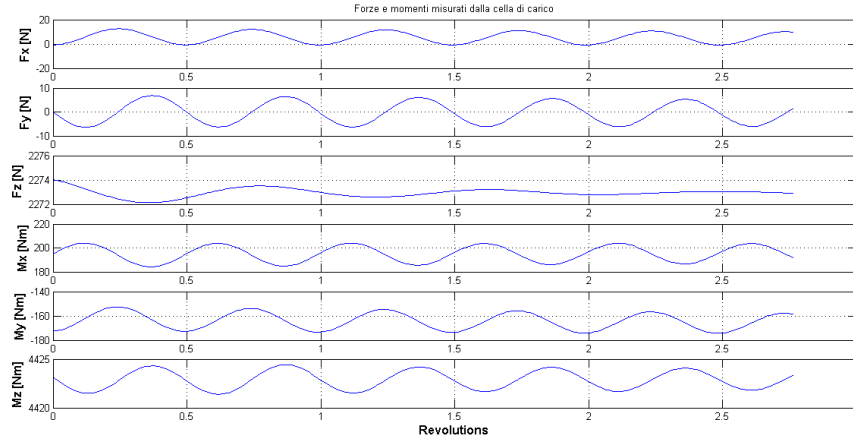


Figura 3.1 Forze e momenti misurati dalla cella di carico in una condizione di volo generica.

3.1.1 Routine di controllo

L'ambiente Cp-lambda consente l'interfaccia di controllo con una *DLL* (Dynamic Link Library) esterna, ovvero una libreria a collegamento dinamico, in cui le informazioni necessarie alla routine di controllo sono scritte da Cp-lambda ad ogni passo di integrazione. Il sistema di controllo implementato in ambito C++, attiva la retroazione andando a leggere i valori compilati dal solutore ad ogni intervallo di comunicazione definito dall'utente.

L'algoritmo di controllo progettato, quindi, agisce in modo da ottenere condizioni trimmate, equilibrando le risultanti di forze e momenti misurate dalla cella di carico. Considerando l'andamento delle forze mostrato in figura 3.1, è immediato verificare che un semplice controllo di tipo proporzionale non è indicato, in quanto le variazioni periodiche non possono essere annullate, ma se ne devono altresì annullare le risultanti mediate su un giro. Il controllo risulta quindi essere di tipo proporzionale al valore dell'integrale lungo una rivoluzione. La formulazione matematica generale di un tale algoritmo può essere presentata nel modo seguente

$$\{u\} = [K] \{\bar{e}\}^T \quad (3.1)$$

Il vettore u rappresenta il vettore dei comandi del velivolo, di dimensioni P, ovvero nel caso in analisi

$$\{u\}^T = \{\theta_{0_{MR}} \quad A_{1_{MR}} \quad B_{1_{MR}} \quad RPM_{TR}\} \quad (3.2)$$

in cui si è fatto uso delle seguenti notazioni:

- $\theta_{0_{MR}}$: comando di collettivo (*collective pitch control*) del rotore principale
- $A_{1_{MR}}$: comando ciclico laterale (*lateral cyclic pitch control*) del rotore principale
- $B_{1_{MR}}$: comando ciclico longitudinale (*longitudinal cyclic pitch control*) del rotore principale
- RPM_{TR} : pedale (*pedal control*)

La matrice K contiene invece i valori dei guadagni da associare ai termini di errore definiti dal vettore \bar{e} di dimensione F , il quale può essere definito nel modo seguente

$$\{\bar{e}\} = [\bar{e}_1 \ \bar{e}_2 \ \bar{e}_3 \ \dots \ \bar{e}_F] \quad (3.3)$$

in cui

$$\bar{e}_i = \int_{T_i}^{T_f} e_i dt \quad i = 1, F \quad (3.4)$$

Una volta definiti i termini dell'equazione 3.1, si nota che il sistema ammette soluzione unica solo se il numero dei controlli eguaglia il numero dei parametri controllati, ovvero $P = F$. Come noto il numero dei controlli di un elicottero a giri costati è quattro, mentre le azioni interne misurate dalla cella di carico sono sei (tre forze e tre momenti). Si è reso necessario, quindi, fare una scelta in riferimento alle grandezze da controllare, in modo da rendere il sistema controllabile. La preferenza è ricaduta sulle azioni interne più determinanti per la stabilità del sistema, accettando le approssimazioni derivanti da questa decisione. Considerando il seguente sistema di riferimento:

- Asse x diretto verso la coda dell'elicottero
- Asse y diretto verso la destra del pilota
- Asse z derivante dal completamento della terna destrorsa

si sono quindi considerati come parametri da controllare le grandezze qui riportate:

- Fz: forza diretta lungo l'asse verticale del velivolo
- Mx: momento di rollio
- My: momento di beccheggio
- Mz: momento di imbardata

A questo punto l'ultimo aspetto da valutare riguarda la stima degli errori rispetto alle condizioni di equilibrio. Per fare questo ci si avvale di un algoritmo in grado di calcolare, l'integrale degli errori lungo un certo intervallo temporale. Considerando la caratteristica periodica alla due per giro delle azioni interne mostrato in figura 3.1, l'intervallo è tale per cui il rotore compie mezzo giro di rivoluzione. Di seguito si procede con il descrivere operativamente la logica che sta alla base della routine di controllo.

Descrizione operativa della routine di controllo

Per prima cosa si è imposto un valore di trigger che permette di attivare la logica di controllo. Questo valore si basa sulla misura dell'angolo di azimuth del rotore, ovvero, una volta che questo supera π (mezzo giro di rivoluzione), avviene la prima chiamata della routine C++. Nel tempo precedente alla chiamata del controllore, ad ogni passo di integrazione i del solutore, le azioni interne controllate vengono memorizzati in array di dimensioni fissate, pari al numero di intervalli temporali con cui si è discretizzato il dominio di integrazione del solutore. Una volta attivata la routine di controllo, ad ogni chiamata successiva si va a valutare l'integrale dei parametri controllati per un numero di intervalli precedenti pari al tempo necessario al rotore a compiere mezzo giro. Quello che si fa quindi, non è altro che un algoritmo di calcolo della media mobile semplice (*simple moving average*), definito nel modo seguente

$$SMA = \frac{p_{i+1} + p_i + p_{i-1} + \dots + p_{i-I}}{I} \quad (3.5)$$

in cui p rappresenta il parametro valutato all'istante i , mentre I indica il numero di intervalli temporali di integrazione. I valori integrali trovati per ogni forza e momento controllato, rappresentano gli errori definiti nell'equazione 3.3 e sono quindi moltiplicati per la matrice dei guadagni K , in modo da ottenere il delta di comando da mandare come ingresso di retroazione al sistema. Il vettore u definito nell'equazione 3.2, sarà quindi un vettore di variazioni, ovvero

$$\{\Delta u\}^T = \{\Delta\theta_{0MR} \quad \Delta A_{1MR} \quad \Delta B_{1MR} \quad \Delta RPM_{TR}\} \quad (3.6)$$

L'integrazione procede fino a quando i valori degli errori non si annullano, restituendo la posizione dei comandi da dare al velivolo per ottenere condizioni trimmate. Indicando con \vec{u}_{fin} il valore finale e con \vec{u}_0 il valore di comandi all'istante iniziale si può scrivere

$$\vec{u}_{fin} = \vec{u}_0 + \sum_{k=1}^K \Delta\vec{u} \quad (3.7)$$

dove K è il numero totale delle chiamate della routine di controllo.

3.2 Analisi dei risultati ottenuti

In questa sezione si presentano i risultati ottenuti per le diverse condizioni di volo simulate. Il primo paragrafo riporta l'analisi dell'andamento delle forze e dei momenti dell'aeromobile vincolato a terra, mentre il paragrafo successivo verifica le condizioni di trim ottenute mediante l'utilizzo della cella di carico, applicate sul velivolo libero. L'ultima sezione presenta infine un confronto dei parametri più significativi tra i risultati ottenuti in questo lavoro di tesi, con quelli originati da un codice agente sulla meccanica del volo, commentando e proponendo futuri sviluppi della procedura utilizzata.

Tabella 3.1 *Condizioni di volo analizzate.*

Condizione di volo	Velocità TAS [kts]	Quota [m]
HOVER	0	0
AVANZATO	20	0
AVANZATO	40	0
AVANZATO	60	0
AVANZATO	80	0

Le condizioni di volo analizzate sono mostrate in tabella 3.1.

Si è inoltre considerata una configurazione di massa, per cui la posizione del baricentro, valutata secondo la convenzione specificata precedentemente, risulta essere mostrata in tabella 3.2, in cui l'origine del sistema di riferimento coincide con il punto di connessione tra mast e fusoliera.

Tabella 3.2 Configurazione di massa.

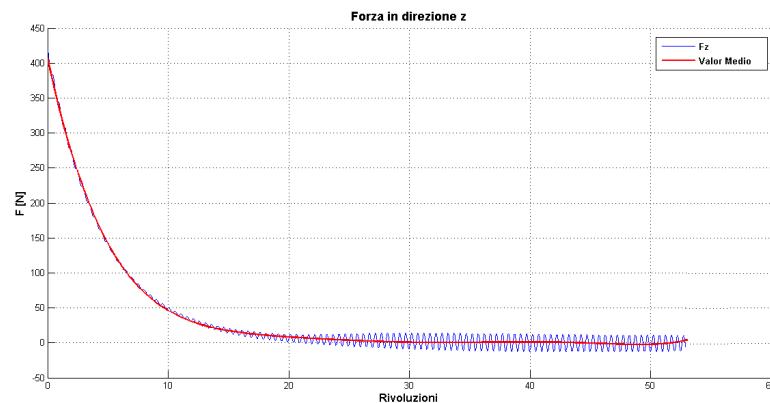
Peso al decollo [kg]	X_{CG} [m]	Y_{CG} [m]	Z_{CG} [m]
492	-0.028	-0.027	-0.128

3.2.1 HOVER a velivolo vincolato

Le figure 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 mostrano gli andamenti delle azioni interne, misurati dalla cella di carico a velivolo vincolato, controllate dal sistema di controllo.

Forze e momenti

Come si può vedere il valor medio delle forze viene portato a valori vicini a zero nel giro di una decina di rivoluzioni, ma si è voluto comunque mostrane gli andamenti per le rivoluzioni successive per dimostrare il buon funzionamento del sistema, che mostra come, una volta raggiunte le condizioni trimmate, il sistema presenti piccole oscillazioni intorno allo zero. A questo punto si sono analizzate le forze lasciate libere dalla logica di controllo per analizzarne il comportamento mostrato nelle figure 3.6 e 3.7. Come ci si sarebbe aspettato, il valor medio delle forze lungo le direzioni x ed y non si annulla, ma è importante verificare che non presenta andamenti divergenti, assestandosi attorno a valori di qualche centinaia di Newton. Considerando il peso del velivolo nella condizione analizzata, si può dedurre che l'entità di tali forze non può essere trascurata, ma non produce effetti disastrosi sulla qualità del trim.

**Figura 3.2** Forza in direzione z in condizioni di Hover.

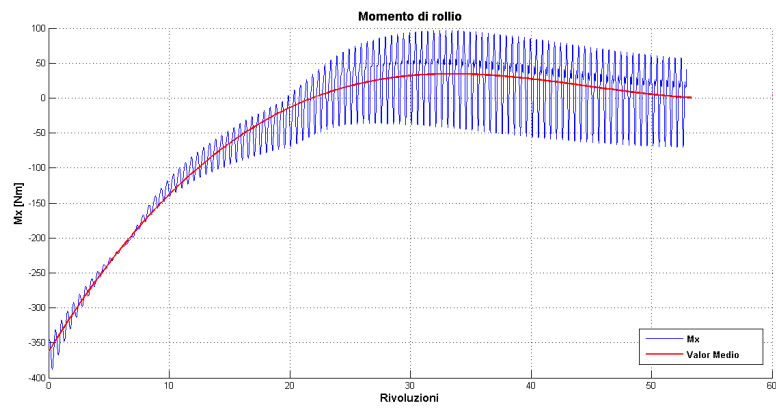


Figura 3.3 *Momento di rollio in Hover.*

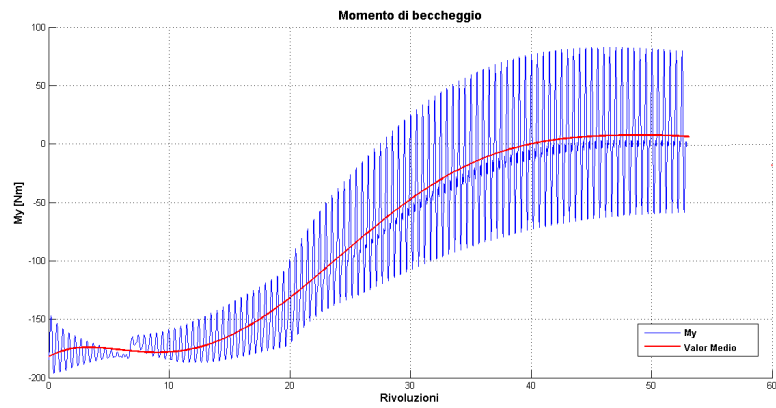


Figura 3.4 *Momento di beccheggio in Hover.*

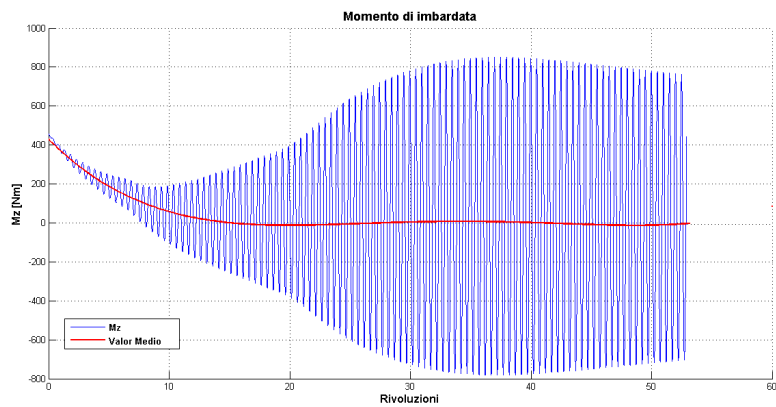


Figura 3.5 *Momento di imbardata in Hover.*

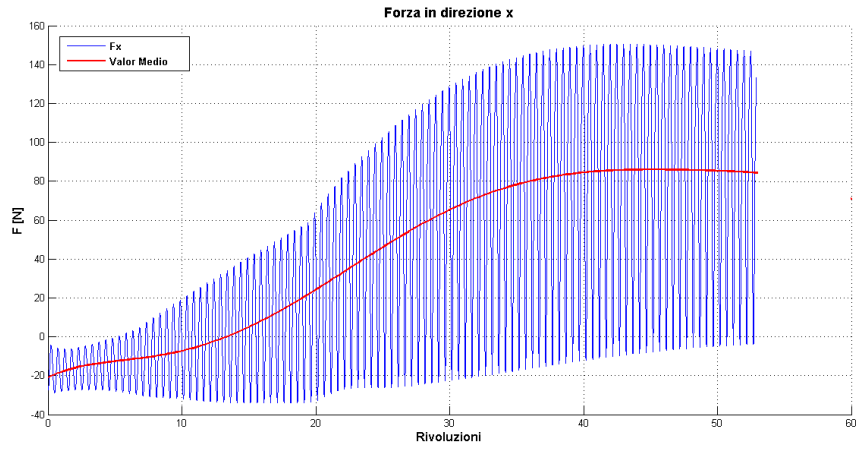


Figura 3.6 Forza in direzione x in Hover.

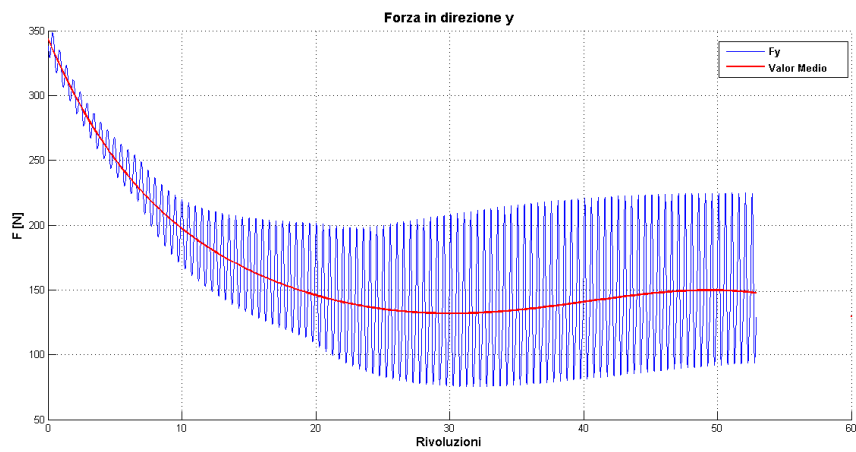


Figura 3.7 Forza in direzione y in Hover.

La tabella 3.3 riassume i valori medi delle azioni interne ottenute dopo trentacinque rivoluzioni.

Tabella 3.3 Valori medi delle azioni interne valutati dopo trentacinque rivoluzioni.

Azioni Interne	Valori Medi
Fx	70.8 N
Fy	-133.2 N
Fz	-2.7 N
Mx	-10.8 Nm
My	36.7 Nm
Mz	-4.5 Nm

Comandi

Una volta studiate le azioni interne, ci si concentra sui valori di comando calcolati, necessari ad ottenere le condizioni trimmate. La figura 3.8, mostra l'andamento dei comandi ciclici laterale e longitudinale in funzione del numero di rivoluzioni del rotore principale

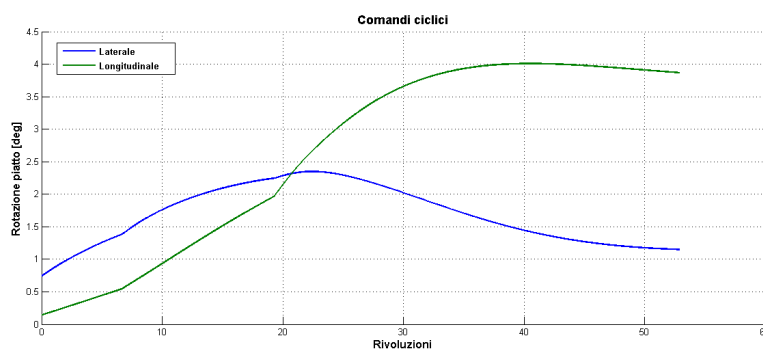


Figura 3.8 Comandi ciclici laterale e longitudinale in hover.

Nelle figure 3.9 e 3.10 sono invece rappresentati i comandi di collettivo e di pedale sempre in funzione del numero di rivoluzioni del rotore principale. I valori dei comandi di regime sono quindi elencati in tabella

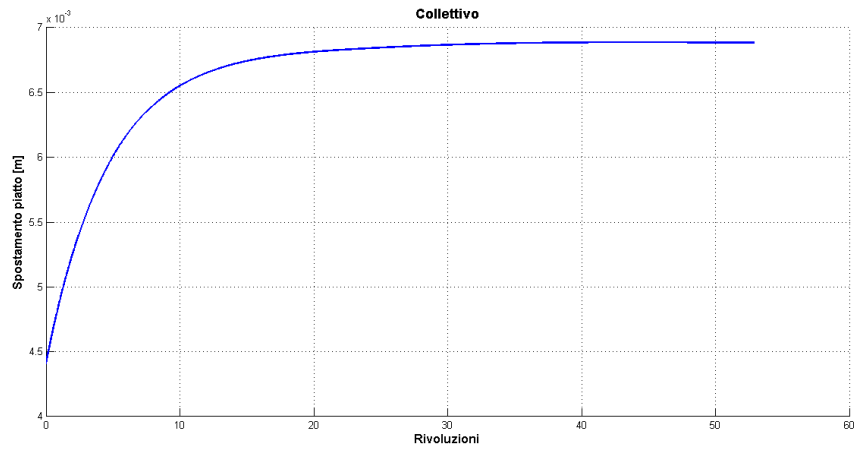


Figura 3.9 Spostamento del piatto oscillante in direzione z in hover.

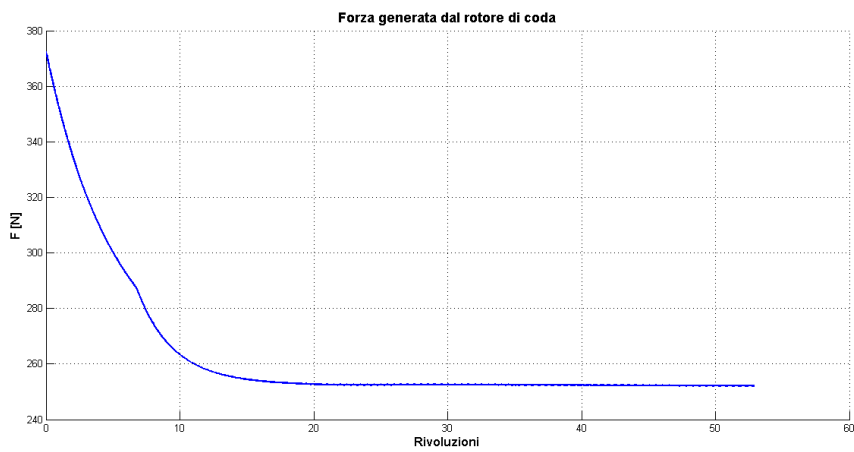


Figura 3.10 Forza generata dal rotore di coda in hover.

Tabella 3.4 Valori dei comandi a regime in hover.

Comandi	Valori a regime
Collettivo	-7.21°
Ciclico Laterale	1.10°
Ciclico Longitudinale	3.92°
Pedale	1563 RPM

Commenti

Analizzando i grafici di forza e comando e considerando le convenzioni utilizzare, si evince come il momento di beccheggio prima dell'intervento del sistema di controllo, sia un momento a picchiare, dovuto alla posizione avanzata del baricentro rispetto all'asse del mast. L'intervento del comando ciclico longitudinale equilibra tale momento imponendo una rotazione dell'hub a cabrare. La stessa situazione si può verificare per il comando laterale, che, da un valore di momento positivo, è in grado di annullarne il valor medio con una rotazione in senso opposto. La forza in direzione z è equilibrata dal comando collettivo che agisce diminuendo il pitch della pala per spostamenti positivi del piatto oscillante. Dal punto di vista della meccanica del volo quindi, la soluzione trimmata presenta risultati assolutamente sensati.

3.2.2 Condizione di volo avanzato a velivolo vincolato

L'analisi del velivolo vincolato è proseguita simulando condizioni di volo avanzato a velocità diverse. In questa sezione sono presentati i risultati ottenuti relativi ad un volo avanzato di venti nodi, mentre i grafici relativi alle altre condizioni sono raffigurate in appendice.

Per ricreare una condizione di volo avanzato, si è sfruttato lo stesso principio utilizzato nelle sperimentazioni in galleria del vento. Si è investito il modello Cp-Lambda di elicottero con una corrente d'aria incidente con angolo tale da riprodurre l'assetto cabrato ottenuto mediante STOP, e si è applicato il controllo alla condizione così ottenuta.

Forze e momenti

Le azioni interne controllate sono rappresentate nelle figure 3.11, 3.12, 3.12, 3.14, mentre l'andamento delle forze in direzione x ed y sono raffigurate in 3.15 e 3.16.

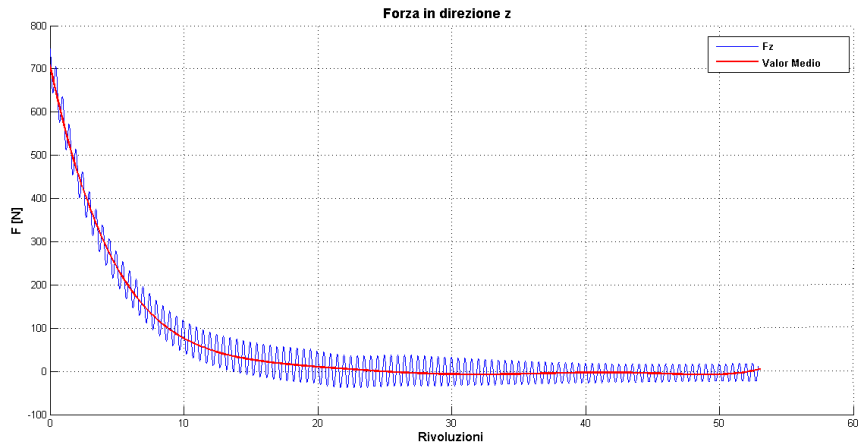


Figura 3.11 Forza in direzione z in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

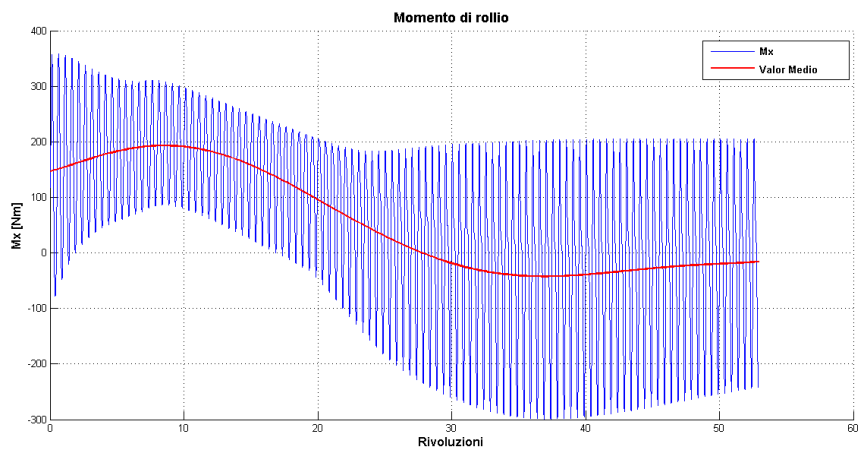


Figura 3.12 Momento di beccheggio in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

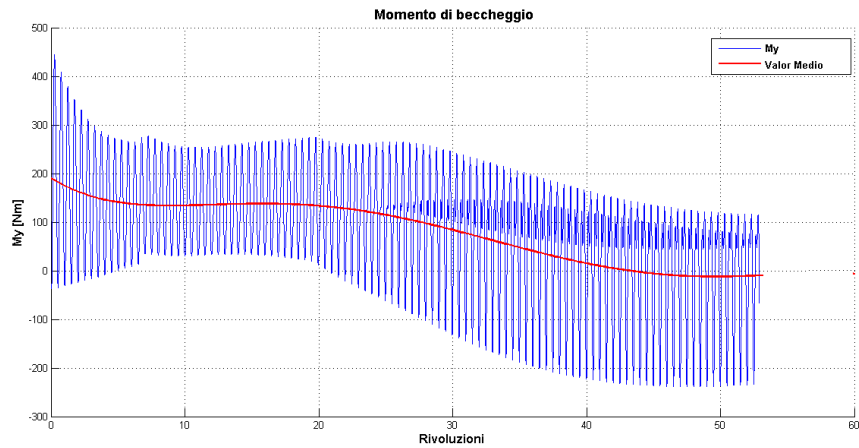


Figura 3.13 Momento di beccheggio in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

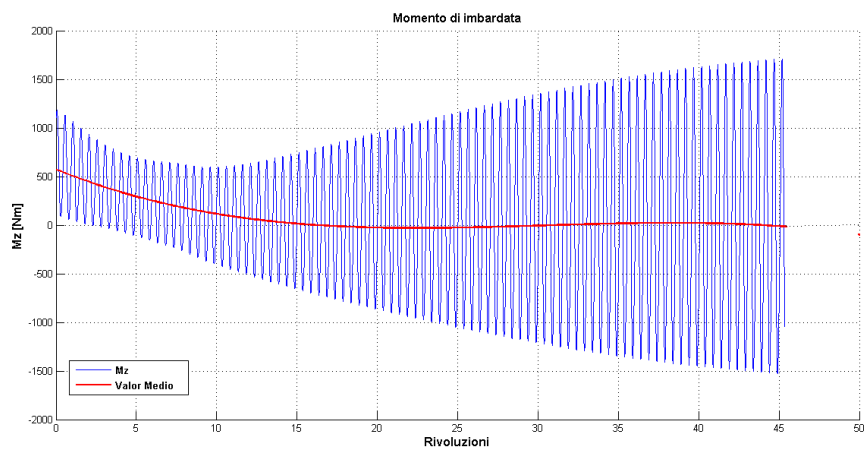


Figura 3.14 Momento di imbardata in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

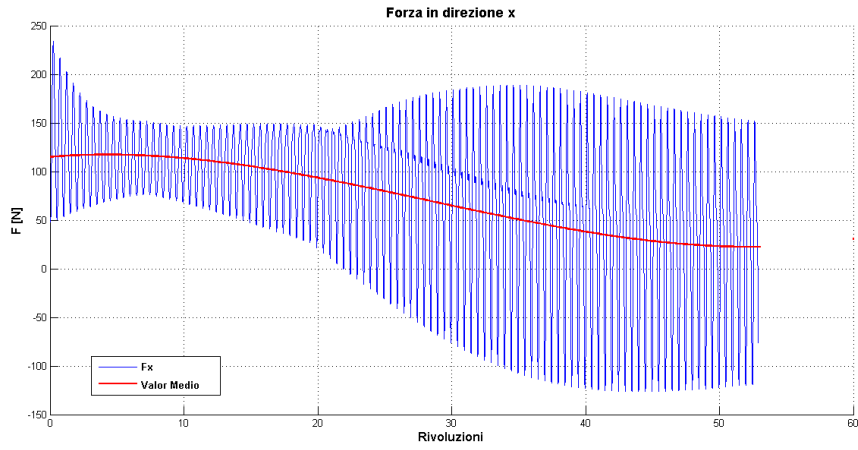


Figura 3.15 Forza in direzione x in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

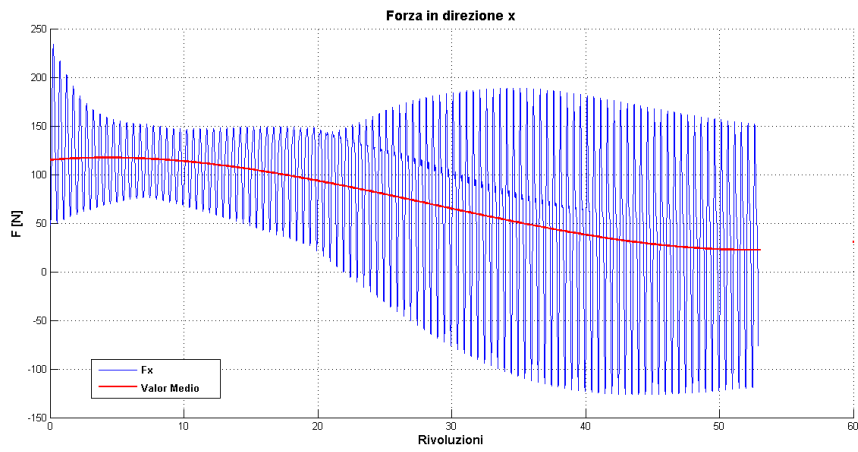


Figura 3.16 Forza in direzione y in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

Anche in questo caso quindi, l'azione del controllo annulla le risultanti di forze e momenti sulla trave di vincolo. La tabella 3.3 riassume i valori medi delle azioni interne ottenute dopo trentacinque rivoluzioni.

Tabella 3.5 Valori medi delle azioni interne valutati dopo trentacinque rivoluzioni per la condizione di volo avanzato a 20 kts.

Azioni Interne	Valori Medi
Fx	27.5 N
Fy	-141.3 N
Fz	-3.3 N
Mx	-15.9 Nm
My	42.5 Nm
Mz	-9.4 Nm

Comandi

I comandi risultanti sono mostrati nelle figure 3.17, 3.18 e 3.19, mentre i valori a regime sono elencati in tabella 3.6.

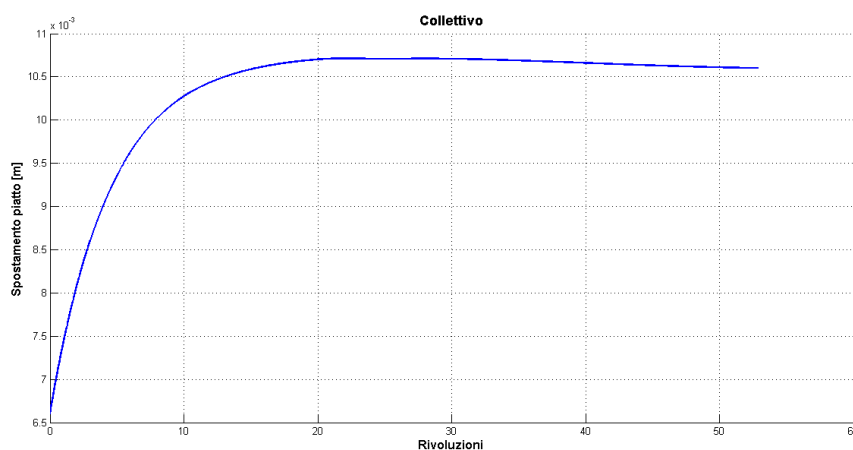


Figura 3.17 Spostamento del piatto oscillante in direzione z, in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

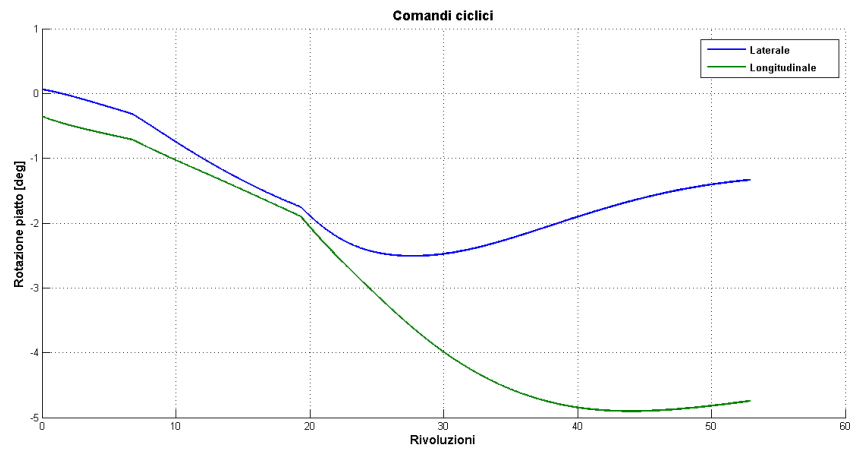


Figura 3.18 Comandi ciclici laterale e longitudinale, in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

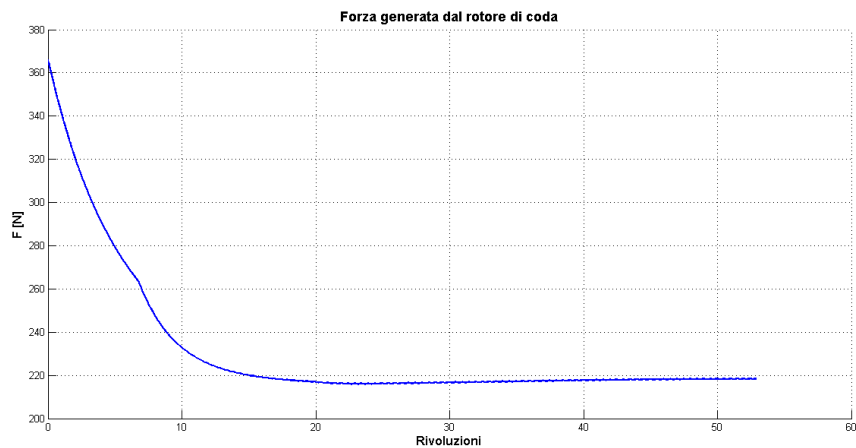


Figura 3.19 Forza generata dal rotore di coda, in condizioni di volo avanzato a 20 kts.

Commenti

Come per il velivolo in hover, si sono analizzati i grafici di forza e comando considerando le convenzioni utilizzate. In questo caso si evince come il momento di beccheggio prima dell'intervento del sistema di controllo, sia un momento a cabrare, dovuto all'incidenza del vento sulle superfici aerodinamiche che vince l'effetto a picchiare dovuto alla posizione avanzata del baricentro rispetto all'asse del mast. L'intervento del comando ciclico longitudinale equilibra tale momento imponendo un rotazione dell'hub a picchiare. Per quel che riguarda

i momento di rollio, si evince come, per effetto del vento, tale momento tenda a far ruotare l'elicottero nel senso opposto alla situazione di hover, inducendo un comando laterale, che, dando un valore di momento negativo, è in grado di annullarne il valor medio. La forza in direzione z è equilibrata dal comando collettivo che agisce diminuendo il pitch della pala per spostamenti positivi del piatto oscillante. Dal punto di vista della meccanica del volo quindi, anche la soluzione trimmata per il velivolo in condizione di volo avanzata presenta risultati sensati, così come i valori a regime di vari comandi.

Tabella 3.6 Valori dei comandi a regime in condizioni di volo avanzata a 20 kts.

Comandi	Valori a regime
Collettivo	-6.21°
Ciclico Laterale	-1.33°
Ciclico Longitudinale	-4.74°
Pedale	1337 RPM

Validazione dei risultati

La validazione dei risultati ottenuti a velivolo vincolato si articola in due fasi successive. Durante la prima fase si sono applicati i comandi estratti al velivolo libero nello spazio per verificare se effettivamente le condizioni di equilibrio ottenute in termini di annullamento delle risultanti di forze e momenti sulla trave si traducano in condizioni trimmate dell'aeromobile in volo. La seconda fase invece consiste nel confronto dei dati ricavati con quelli derivanti da un'analisi fatta con il software R-SIM, sempre riguardante il KA-2HT.

4.1 Analisi delle condizioni di trim sul velivolo libero

Per prima cosa si sono applicati i comandi di trim sul velivolo libero, per verificare se le condizioni di equilibrio siano tali anche per il velivolo in volo libero. La problematica principale in questo tipo di studio, riguarda la presenza di un transitorio iniziale, che può portare all'insorgere di instabilità irrecuperabili in un'analisi a comandi bloccati. Si è quindi deciso di non liberare immediatamente l'elicottero modellato dai vincoli imposti, ma procedere al rilascio graduale mediante l'utilizzo di molle a rigidità variabile. L'estremità della trave collegata a terra nella versione vincolata, è stata connessa a tre molle lineari, dirette come x , y , z , e tre molle angolari, agenti attorno agli stessi assi. Grazie all'utilizzo di una funzione temporale, è possibile rilassare le molle una volta esaurito il transitorio, per arrivare al loro completo annullamento

dopo un periodo di assestamento di circa un secondo. Le condizioni di volo sperimentate sono le stesse descritte nel capitolo 3.

4.1.1 HOVER a velivolo libero

La verifica delle condizioni trimmate del velivolo libero non può ovviamente basarsi sull'analisi delle azioni interne della trave, in quanto queste risulterebbero nulle all'annullarsi delle rigidità delle molle. Per procedere con la validazione dei risultati si sono quindi valutati gli spostamenti del baricentro sia lineari che angolari. La figura 4.1 mostra gli spostamenti associati alle azioni interne controllate nel caso di velivolo vincolato al rilascio delle molle. Come si può vedere gli spostamenti delle azioni controllate si mantengono praticamente nulle per quattro rivoluzioni del rotore principale, per poi scostarsi leggermente dalle condizioni di spostamenti e rotazioni nulli. I valori di spostamento sono comunque limitati. Gli spostamenti lungo le direzioni x e y, hanno un andamento crescente già nell'istante iniziale del rilascio della molla, in quanto non annullate dal sistema di controllo.

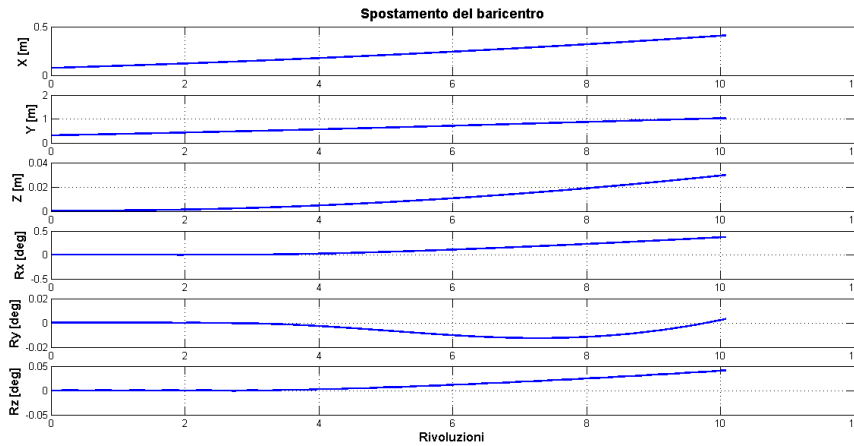


Figura 4.1 *Stipamenti del baricentro in hover.*

4.1.2 AVANZATO a velivolo libero

Si è quindi verificata la stazionarietà degli spostamenti del velivolo libero anche per la condizione avanzata a 20 kts. La situazione trovata è mostrata in figura 4.2

Come ci si aspetta, lo scostamento da condizioni nulle sugli spostamenti risulta essere leggermente più evidente in caso di volo avanzato, in quanto il

4.2. Comparazione con il modello di meccanica del volo semplificato

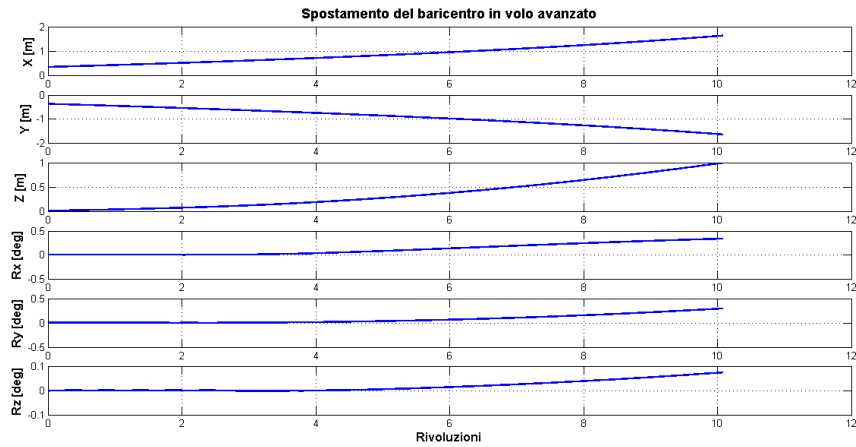


Figura 4.2 *Spostamenti del baricentro in condizioni di volo avanzato a 20 kts.*

rotore omocinetico analizzato, ha presentato comportamenti diversi da quelli previsti in condizioni di vento incidente. Come nel caso di volo in hover comunque, dopo il rilascio delle molle l'aeromobile si mantiene in posizione stazionaria, nelle direzioni controllate, per un certo numero di rivoluzioni (circa quattro), salvo poi presentare dei leggeri scostamenti che però hanno valori assoluti poco significativi. Le direzioni non controllate presentano anche in questo caso, come logico aspettarsi, una andamento crescente già nel momento di rilascio delle molle.

4.2 Comparazione con il modello di meccanica del volo semplificato

Il processo di validazione finale riguarda il confronto tra i valori dei comandi di trim ottenuti con la modellazione multicorpo e quella ricavata mediante un modello di meccanica del volo utilizzando il software Stop. La tabelle 4.1 e 4.2 mostrano i valori dei comandi ottenuti nelle due configurazioni di hover e volo avanzato a 20 kts. Per quel che riguarda il comando di pedale si è scelto di comparare la forza generata, a causa del differente modello adottato nei due casi.

Come mostrato dalle tabelle la condizione di volo presenta valori molto simili nelle due tipologie di analisi. In volo avanzato, invece i dati ricavati presentano delle discrepanze dovute ad un effetto indesiderato del rotore di coda, incontrato nell'analisi del modello multicorpo. La causa di questo effetto è lasciata a studi futuri.

Tabella 4.1 *Comparazione dei risultati tra modellazione multicorpo e meccanica del volo semplificata in condizioni di hover.*

Comando	STOP	Modello multicorpo
Collettivo	-7.8°	-7.2°
Longitudinale	-3.3°	-3.9°
Laterale	-0.7°	-1.1°
Pedale	242.6 N	252.2 N

Tabella 4.2 *Comparazione dei risultati tra modellazione multicorpo e meccanica del volo semplificata in condizione di volo avanzato a 20 kts.*

Comando	STOP	Modello multicorpo
Collettivo	-6.8°	-6.2°
Longitudinale	-1.8°	-4.7°
Laterale	0.4°	-1.3°
Pedale	180 N	216.2 N

5.1 Risultati raggiunti

L'obiettivo di determinare delle condizioni preliminari di trim di un modello multicorpo si possono considerare raggiunte. I risultati ottenuti mostrano come la routine C++ implementata, associata al solutore Cp-lambda, sia in grado di equilibrare in modo corretto le risultanti di forze e momenti del velivolo vincolato misurati sulla cella di carico, a meno delle approssimazioni assunte a priori sulle forze nel piano x-y. Le soluzioni così trovate si sono dimostrate affidabili sia dal punto di vista qualitativo, rispettando la fisicità del problema, sia dal punto di vista quantitativo, in termini di valori assoluti dei parametri analizzati. Una validazione ulteriore è stata ottenuta trasferendo le condizioni trimmate al velivolo libero nello spazio, verificandone la condotta. I principali problemi riscontrati nello studio delle soluzioni di equilibrio, si sono avuti all'aumentare della velocità di volo al di sopra dei 60 kts, in quanto il rotore principale omocinetico, tende a risentire in modo evidente del vento incidente, riducendo in modo drastico l'effetto del comando. Le cause sono imputabili al tipo di configurazione a doppio giunto cardanico omocinetico, ma si previene dal giungere a conclusioni affrettate, lasciando la questione aperta ad indagini successive. In definitiva l'ambiente Cp-lambda è risultato affidabile nella trattazione di un problema così complesso, sebbene richieda, per sfruttarne a pieno le potenzialità, una buona conoscenza delle variabili di settaggio del codice.

5.2 Sviluppi futuri

Il modello sviluppato, verificato preliminarmente con il lavoro svolto, sarà assoggettato a logiche di controllo diverse per permettere un trimmaggio diretto del velivolo libero. Il primo passo sarà quello di sviluppare un sistema di controllo che retroazioni opportunamente le variabili cinematiche (velocità, assetti e/o loro derivate). Una volta che questo funzioni, il modello sarà utilizzato per analizzare le condizioni di trim in dettaglio in molti punti dell'involucro di volo, allo scopo di evidenziare le differenze rispetto alle stime ottenute con un modello semplificato di meccanica del volo e di correggere quest'ultimo. Inoltre, il modello sviluppato si presterà allo studio delle condizioni di carico del rotore in funzione del progetto e della verifica dello stesso. Infine, come specificato precedentemente, l'introduzione di un modello di rotore omocinetico presenta sicuramente dei vantaggi innegabili, ma il comportamento anomalo riscontrato nelle simulazioni in condizioni di volo avanzato andrebbe sicuramente analizzato più in dettaglio.

Bibliografia

- [1] N. S. Achar and Gaonkar. Helicopter Trim Analysis by Shooting and Finite Element Methods with Optimally Damped Newton Iterations. *AIAA Journal*, 31:225–234, 1993.
- [2] Anon. . RCAS Theory Manual, . , *Technical Report USAAMCOM/AFDD TR 02-A-005*, 16:505–16, 2003.
- [3] O. A. Bauchau and N. Y. G. An Implicit Floquet Analysis for Rotorcraft Stability Evaluation. *School of Aerospace Engineering*, 222:439–453, 1998.
- [4] R. Enns and J. Si. Helicopter Trimming and Tracking Control Using Direct Neural Dynamic Programming,. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 14:27–36, 2003.
- [5] P. P. Friedmann and S. B. R. Kottapalli. Coupled Flap-Lag-Torsional Dynamics of Hingeless Rotor Blades in Forward Flight,. *Journal of the American Helicopter Society*, 27(4):1002–1053, 1982.
- [6] Johnson.
- [7] W. Johnson. General Time-Domain Unsteady Aerodynamics of Wings. *Proceedings of the 25th Aircraft Symposium of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 52:241–265, 1987.
- [8] J. S. G. McVicar and R. Bradley. Robust and Efficient Trimming Algorithm for Application to Advanced Mathematical Models of Rotorcraft. *Journal of Aircraft*, 32(2):439–442, 1995.

- [9] R. M. J. R. G. C. S. H. Ormiston, R. A. and Y. Jung. Comprehensive Aeromechanics Analysis of Complex Rotorcraft,. *Proceedings of the NASA/AHS Aeromechanics Specialists Conference*, 7:117–125, 1994.
- [10] D. Peters and . Barwey, D. A General Theory of Rotorcraft Trim. *Proceedings of the 36th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, New Orleans*, , 40:2558–2595, 1995.
- [11] K. B. Peters, D.A. and H. Chen. Calculation of Trim Settings for a Helicopter Rotor by an Optimized Automatic Controller,. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 7:136–146, 1984.
- [12] L. Riviello. Rotorcraft Trim by a Neural Model-Predictive Auto-Pilot. *AIAA Journal*, 32:1–154, 2005.
- [13] D. P. Schrage and D. A. Peters. Effect of Structural Coupling Parameters on the Flap-Lag Forced Response of a Rotor Blade in Forward Flight Using Floquet Theory. *Vertica*, 3(5):77–79, 1979.
- [14] C. T. Tran and D. Petot. Semi-Empirical Model for the Dynamic Stall of Airfoils in View of the Application to the Calculation of Responses of a Helicopter Blade in Forward Flight,. *Vertical*, 5(1):33–53, 1981.
- [15] C. J. S. J. Yen, J.G. and P. Hsieh. Comprehensive Analysis Methodology at Bell Helicopter: Conference,. *Proceeding of the Aeromechanics Specialists Conferencel*, 271(9):2349–54, 1994.