

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



**CONTROLLO PREDITTIVO PER L'INSEGUIMENTO
DI TRAIETTORIA DI UN ALL TERRAIN VEHICLE**

Relatore: **Prof. Luca BASCETTA**

Correlatore: **Prof. Marcello FARINA**

Tesi di Laurea Magistrale di:

Valentina ROGORA Matr. **801040**

Luca ROVELLINI Matr. **787153**

Anno Accademico 2013-2014

Indice

Introduzione	1
1 Stato dell'arte	5
1.1 Model Predictive Control	5
1.2 NMPC per obstacle avoidance	6
1.3 NMPC per adaptive cruise control	13
1.4 MPC per parcheggio autonomo	18
1.5 Conclusioni	22
2 Controllo di traiettoria di un ATV	23
2.1 Descrizione del problema	23
2.2 Il veicolo sperimentale	26
2.3 Il modello del veicolo	28
2.3.1 Modello non lineare single-track	28
2.3.2 Modello orientato al controllo	32
3 Il controllo MPC	37
3.1 La tecnica MPC	38
3.1.1 Soluzione in "anello aperto"	40
3.1.2 Il principio Receding Horizon (RH)	43
3.1.3 Condizioni per la stabilità	44
3.2 Problema di regolazione del veicolo	46
3.3 Inseguimento di traiettoria del veicolo	49
3.3.1 Cifra di merito iniziale	50
3.3.2 Ottimizzazione della traiettoria di riferimento	52
3.3.3 Accorgimenti pratici e modifiche	54

3.4	Formalizzazione dei vincoli	57
3.4.1	Vincoli operativi	57
3.4.2	Obstacle avoidance	61
4	Risultati sul modello single-track	69
4.1	Problema di regolazione	70
4.2	Confronto tra funzionali	74
4.2.1	Approfondimento sul funzionale con generazione del ri-ferimento	77
4.3	Inseguimento di traiettoria	79
4.3.1	Prestazioni su un percorso generico	80
4.3.2	Prestazioni su un percorso reale	83
4.4	Obstacle avoidance	85
4.5	Variazione dell'orizzonte di predizione	88
5	Modello completo dell'ATV	95
5.1	Il software Dymola e la Vehicle Dynamics Library	96
5.2	Modello dinamico dell'ATV	97
5.2.1	Il controllo della velocità	99
5.2.2	Il comando dello sterzo	102
5.2.3	Stima delle cornering stiffness	102
5.3	Risultati sul modello completo	104
5.3.1	Problema di regolazione	105
5.3.2	Inseguimento di traiettoria	107
5.3.3	Obstacle avoidance	114
5.3.4	Robustezza del controllore	117
6	Conclusioni e sviluppi futuri	123

Elenco delle figure

1.1	Traiettoria percorsa	8
1.2	Velocità lungo x e y relative alla traiettoria percorsa	8
1.3	Prima simulazione: traiettoria percorsa	11
1.4	Seconda simulazione: traiettoria percorsa	11
1.5	Terza simulazione: traiettoria percorsa	12
1.6	Modalità cruise control: inseguimento del riferimento per tre step sulla velocità di crociera	16
1.7	Modalità adaptive cruise control: andamento della velocità per mantenere la distanza di sicurezza scelta	16
1.8	Modalità adaptive cruise control: andamento della distanza tra veicolo controllato e veicolo leader	17
1.9	Architettura del sistema di controllo	18
1.10	Prima simulazione: traiettoria nel piano al variare dell'orizzonte di predizione	20
1.11	Prima simulazione: andamento nel tempo dell'angolo di sterzo al variare dell'orizzonte di predizione	20
1.12	Seconda simulazione: traiettoria nel piano al variare dell'orizzonte di predizione	21
1.13	Seconda simulazione: andamento nel tempo dell'angolo di sterzo al variare dell'orizzonte di predizione	21
2.1	Algoritmo MPC	25
2.2	Principali componenti dell'ATV considerato	27
2.3	Modello single-track	30
2.4	Feedback linearization	35

3.1	Il principio Receding Horizon	43
3.2	Inseguimento di traiettoria: caso ideale	55
3.3	Riferimento più veloce del veicolo: arresto del riferimento	56
3.4	Riferimento più lento del veicolo	56
3.5	Calcolo dell'angolo relativo θ	57
3.6	Avanzamento del riferimento	57
3.7	Andamento di $\Delta\delta_{max}$ in funzione della velocità	61
3.8	Posizione relativa di veicolo e ostacolo	63
3.9	Vincolo di obstacle avoidance lungo l'orizzonte di predizione	65
3.10	Violazione del vincolo di obstacle avoidance senza effettiva collisione	66
3.11	Verifica sull'angolo relativo θ non rispettata in presenza di ostacoli	68
4.1	Modello single-track: confronto tra i funzionali (4.1) e (4.2) per il problema di regolazione	72
4.2	Modello single-track: dettaglio relativo alla Figura 4.1	72
4.3	Modello single-track: confronto degli andamenti di sterzo e velocità per i funzionali (4.1) e (4.2) nel problema di regolazione	73
4.4	Modello single-track: traiettoria a scalino con i funzionali (4.2) e (4.3)	76
4.5	Modello single-track: confronto degli andamenti di sterzo e velocità tra i funzionali (4.2) e (4.3) per il percorso a scalino	76
4.6	Modello single-track: confronto dei tempi di minimizzazione relativi ai funzionali (4.2) e (4.3)	77
4.7	Modello single-track: traiettorie a scalino al variare del parametro γ	78
4.8	Modello single-track: confronto delle traiettorie di riferimento al variare del parametro γ	79
4.9	Modello single-track: schema dell'architettura complessiva del sistema di controllo	80
4.10	Modello single-track: confronto delle prestazioni sulla traiettoria a S tra i due funzionali	80
4.11	Modello single-track: due particolari della traiettoria a S	81
4.12	Modello single-track: confronto dei profili di velocità e angolo di sterzo per la traiettoria a S	82

4.13	Modello single-track: confronto dei tempi computazionali per la traiettoria a S	82
4.14	Modello single-track: confronto delle prestazioni sulla traiettoria reale tra i due funzionali	83
4.15	Modello single-track: confronto delle azioni di controllo per la traiettoria reale	84
4.16	Modello single-track: confronto degli andamenti di velocità e angolo di sterzo per la traiettoria reale	84
4.17	Modello single-track: obstacle avoidance per la traiettoria a S	85
4.18	Costruzione dell'ostacolo	86
4.19	Modello single-track: azioni di controllo a_x , a_y e relativa accelerazione per l'obstacle avoidance	87
4.20	Modello single-track: andamenti di velocità e angolo di sterzo per l'obstacle avoidance	87
4.21	Modello single-track: traiettorie a S al variare di N	88
4.22	Modello single-track: confronto tra i tempi di minimizzazione al variare di N	89
4.23	Relazione tra angolo di sterzo e raggio di curvatura	90
4.24	Distanza minima tra veicolo e ostacolo	90
4.25	Modello single-track: obstacle avoidance per la traiettoria a S al variare di N	91
4.26	Modello single-track: confronto dell'andamento dell'angolo di sterzo al variare di N	91
4.27	Ostacoli fittizi posti davanti a quello reale	92
4.28	Modello single-track: traiettoria con ostacoli fittizi davanti a quello reale	93
4.29	Modello single-track: andamento dell'angolo di sterzo per traiettoria con ostacoli fittizi davanti a quello reale	93
5.1	Struttura del blocco vehicle del modello Dymola	98
5.2	Modello dinamico dell'ATV inserito nell'esperimento che ne permette la simulazione	99
5.3	Anello di velocità per il controllo della valvola a farfalla	100
5.4	Risposta del sistema reale ad un gradino di velocità e andamento dell'interpolante del primo ordine con costante di tempo di 0.7s	101

5.5	Risposta in velocità del modello dinamico a un ingresso a scalino di apertura della valvola a farfalla	101
5.6	Andamento della forza laterale scambiata tra pneumatici anteriori e suolo e sua approssimazione	104
5.7	Modello completo: schema dell'architettura complessiva del sistema di controllo	105
5.8	Modello completo: traiettoria eseguita per raggiungere il punto $\{1, 5\}$	106
5.9	Modello completo: andamento dell'angolo di sterzo per il problema di regolazione	106
5.10	Modello completo: traiettoria a S	108
5.11	Modello completo: velocità e suo riferimento per la traiettoria a S	108
5.12	Modello completo: azioni di controllo a_x e a_y per la traiettoria a S	109
5.13	Modello completo: andamento dell'angolo di sterzo per la traiettoria a S	109
5.14	Modello completo: traiettoria eseguita sul percorso reale senza verifiche sulla posizione relativa tra veicolo e riferimento	110
5.15	Modello completo: distanza relativa tra veicolo e riferimento	110
5.16	Modello completo: traiettoria eseguita sul percorso reale	111
5.17	Modello completo: velocità e angolo di sterzo per il percorso reale	111
5.18	Modello completo: aggancio alla traiettoria partendo da condizioni iniziali differenti	112
5.19	Modello completo: velocità e angolo di sterzo per l'aggancio alla traiettoria	113
5.20	Modello completo: dettaglio della parte iniziale dell'aggancio alla traiettoria	113
5.21	Modello completo: obstacle avoidance sulla traiettoria a S	115
5.22	Modello completo: velocità e angolo di sterzo per obstacle avoidance sulla traiettoria a S	115
5.23	Modello completo: traiettoria reale con ostacoli	116
5.24	Modello completo: velocità e angolo di sterzo per la traiettoria reale con ostacoli	116

5.25	Modello completo: confronto delle traiettorie al variare delle cornering stiffness	118
5.26	Rappresentazione della traiettoria considerata sulla mappa che distingue le ricezioni del segnale GPS	119
5.27	Modello completo: traiettoria eseguita con disturbo sul segnale GPS	120
5.28	Modello completo: dettaglio della traiettoria in una zona di pessima ricezione	121
5.29	Modello completo: obstacle avoidance in presenza di errori di localizzazione	122

Elenco delle tabelle

2.1	Caratteristiche principali del veicolo	26
4.1	Parametri delle cifre di costo	69

Sommario

Il presente lavoro si pone l'obiettivo di sviluppare un algoritmo di controllo, basato sulla tecnica MPC, che garantisca l'inseguimento di una traiettoria, preventivamente pianificata, da parte di un All Terrain Vehicle (ATV) a guida autonoma. Per ridurre gli oneri computazionali caratteristici di questa tipologia di controllo, si è scelto di utilizzare un MPC lineare. Volendo però descrivere il veicolo mediante un modello *single-track* non lineare, è stato necessario sfruttare la tecnica della *feedback linearization*, che permette di trasformarlo in un modello lineare agli effetti esterni, rendendolo compatibile con la tipologia di controllo scelta. Verranno esaminati differenti approcci, verificandone le prestazioni dapprima sul modello *single-track*, per poi passare ad un modello dinamico completo e più realistico, sviluppato per mezzo del linguaggio Modelica e della libreria commerciale Vehicle Dynamics Library. Inoltre, l'inseguimento di traiettoria sarà completato implementando una strategia a basso impatto computazionale che permetta al veicolo di evitare collisioni con ostacoli eventualmente presenti lungo il percorso.

PAROLE CHIAVE: controllo predittivo, MPC, ATV, modello bicicletta, inseguimento di traiettoria, *obstacle avoidance*

Abstract

The present work aims at the development of a control algorithm, based on the Model Predictive Control (MPC) strategy, that allows to perform trajectory tracking for an All Terrain Vehicle (ATV). With the purpose of reducing the computational time, a linear MPC is chosen. However, the vehicle is well-described by a nonlinear single-track model. As a consequence, a feedback linearization is used, which allows to consider the model externally linear, in order to match with the linear MPC strategy. Different methods will be analyzed, and they will be tested on a single-track model and on an accurate dynamic model, more realistic, designed using Modelica language and the Vehicle Dynamics Library. In addition, an obstacle avoidance strategy will be added to the trajectory tracking algorithm.

KEYWORDS: Model Predictive Control, MPC, ATV, single-track model, trajectory tracking, obstacle avoidance

Introduzione

In questo lavoro di tesi ci si pone l'obiettivo di sviluppare una legge di controllo che permetta di conseguire la guida autonoma di un All Terrain Vehicle (ATV) su una traiettoria preventivamente pianificata. L'ATV è un mezzo caratterizzato dalla capacità di muoversi con destrezza anche su terreni accidentati, e la possibilità di inseguire un percorso stabilito da un utente o da un algoritmo di pianificazione può rappresentare un concreto vantaggio in svariate situazioni. Una legge di controllo in grado di ottenere tale risultato, se implementata su un veicolo versatile come l'ATV, solleverebbe infatti l'operatore dall'esecuzione di compiti particolarmente rischiosi o dispendiosi in termini di tempo. Veicoli di questo tipo, infatti, trovano applicazione in operazioni sia militari sia civili, quali missioni di sminamento, recupero o manipolazione di oggetti in aree contaminate, esplorazioni archeologiche. Si possono poi riscontrare vantaggi anche in ambiti meno estremi di quelli appena citati, il settore agricolo ad esempio, le cui attività spesso lunghe e ripetitive ben si prestano ad essere automatizzate. In generale, i sistemi meccanici dotati di guida automatica possono essere agevolmente sfruttati per tutte quelle attività in cui è possibile stabilire a priori una traiettoria da seguire e, data la possibilità di trasporto di attrezzatura, sarebbero in grado di sostituire l'operatore umano, che dovrebbe al più provvedere alla sola supervisione a distanza.

Quando vengono considerati veicoli a guida automatica si distinguono due differenti problematiche: la prima è il controllo di percorso (*path following*), in cui il veicolo deve inseguire un percorso geometrico a partire da una qualunque configurazione iniziale, in termini di posizione (x, y) e orientamento ψ nel piano, senza alcun vincolo temporale; la seconda problematica è l'inseguimento di traiettoria (*trajectory tracking*), dove si persegue lo stesso obiettivo ma al

percorso geometrico è associata una legge oraria, deve quindi essere rispettato anche un vincolo temporale.

L'ATV oggetto della tesi verrà sottoposto a un inseguimento di traiettoria; dovrà pertanto percorrere il cammino pianificato con il minor errore possibile, con l'aggiunta di un vincolo temporale. Questa scelta trova due importanti giustificazioni. Innanzitutto, il *trajectory tracking* è una soluzione più versatile rispetto al *path following*: la possibilità di definire una legge di moto, infatti, consente al veicolo di poter essere sfruttato anche in applicazioni (soprattutto in ambito agricolo) in cui è rilevante, oltre al percorso nel piano, assumere una determinata velocità in alcuni tratti. In secondo luogo, il fatto di poter stabilire un profilo di velocità, in particolare in corrispondenza di curve, assume grande importanza per garantire condizioni di moto sicure, soprattutto se si considera che il controllo proposto in questa tesi non prevede soluzioni che permettano di evitare il ribaltamento del veicolo.

Nel presente lavoro si è scelto di implementare, per il raggiungimento di tale obiettivo, un controllo di tipo predittivo, nello specifico un *Model Predictive Control* (MPC).

Questa tecnica nasce sul finire degli anni '80 per il controllo di impianti chimici, caratterizzati da dinamiche molto lente che ben si adattano agli elevati tempi computazionali che contraddistinguono questo tipo di controllo. In seguito, grazie allo sviluppo di più efficienti metodologie di soluzione numerica e all'aumento della potenza *hardware*, si è resa possibile la diffusione della tecnica MPC anche in altri campi di applicazione. Nell'ambito di veicoli a guida automatica il controllo predittivo è oggetto di studio da alcuni anni e viene sfruttato per il conseguimento di svariati obiettivi. Molto spesso, tuttavia, il suo più grande limite è rappresentato dall'elevato onere computazionale, che ne compromette la possibilità di un'implementazione *online*.

Per il caso in questione, la scelta è ricaduta sul controllo MPC perché risulta interessante la possibilità di sfruttare la predizione in avanti lungo l'orizzonte di tempo prescelto, prodotta nella fase di ottimizzazione, abbinata alla capacità di gestire vincoli sul valore assunto dalle variabili di stato o di ingresso durante l'evoluzione. Oltre che per un miglioramento delle prestazioni, l'adozione di un controllo di tipo predittivo si rivela vantaggiosa perché il veicolo è in grado

di conoscere con un certo anticipo, dipendente dai parametri di predizione imposti, la presenza di curve o eventuali ostacoli presenti sul percorso, in modo tale da evitare manovre pericolose o infattibili per le capacità di movimento del mezzo.

Per ridurre il più possibile l'onere computazionale del controllo, e garantire di conseguenza la possibilità di un'implementazione *online*, si è deciso di utilizzare un MPC lineare. Questa scelta, tuttavia, non si adatta al veicolo oggetto della tesi, le cui dinamiche possono essere descritte adeguatamente solo attraverso un modello non lineare. La soluzione risiede nell'adozione di una *feedback linearization*, una tecnica di linearizzazione esatta che consente di mantenere un modello non lineare ma facendolo apparire lineare agli effetti esterni, permettendo quindi di utilizzare un MPC lineare.

I risultati ottenuti si sono dimostrati soddisfacenti. Grazie al controllo proposto, simulato sia su un modello *single-track* che su un modello dinamico completo e più fedele alla realtà, il veicolo è in grado di inseguire la traiettoria desiderata con piccoli errori, e di evitare eventuali ostacoli presenti lungo il percorso. Inoltre, è stata verificata una buona robustezza del controllo a fronte di errori di stima di alcuni parametri, utilizzati dalla *feedback linearization* e che quindi possono portare a una non perfetta linearizzazione, e a fronte di errori di localizzazione.

Organizzazione dei capitoli

Il lavoro si compone di un primo capitolo in cui si descrivono le principali applicazioni del controllo MPC, nell'ambito dei veicoli a guida automatica, presenti in letteratura.

Nel secondo capitolo verrà descritto il veicolo in esame e la sua rappresentazione per mezzo di un modello *single-track*, per poi passare alla tecnica della *feedback linearization*.

Il capitolo 3 è incentrato sulla tecnica MPC, ne verranno dapprima introdotti i principi generali per poi analizzarne dettagliatamente le varie applicazioni al caso di studio.

Nel capitolo 4 verranno mostrati i risultati numerici ottenuti con il modello *single-track*, evidenziando vantaggi e svantaggi dei diversi approcci proposti e

analizzando le prestazioni del controllo al variare dell'orizzonte di predizione. Nel quinto capitolo si fornirà una breve descrizione del modello completo dell'ATV, sviluppato mediante il linguaggio Modelica e la libreria commerciale Vehicle Dynamics, e si illustreranno i risultati ottenuti dalle simulazioni che utilizzano questo modello, necessarie per approssimare fedelmente il comportamento del mezzo reale e per mostrare l'affidabilità della legge di controllo. Infine, il capitolo 6 riassumerà le conclusioni tratte dall'intero lavoro svolto, e fornirà alcuni spunti per eventuali sviluppi futuri.

Capitolo 1

Stato dell'arte

L'inseguimento di traiettoria, con l'aggiunta della *collision avoidance*, rappresenta l'obiettivo principale di questa tesi, e rientra nell'ambito del controllo di moto di veicoli automatici. Sebbene in letteratura esistano diversi approcci al controllo di traiettoria di un veicolo autonomo, nel presente lavoro si è scelto di utilizzare un *Model Predictive Control*, pertanto lo stato dell'arte si soffermerà soltanto su questa tecnica che, nel settore del controllo di moto dei veicoli, è già stata utilizzata con discreto successo per il conseguimento di svariati obiettivi.

Nei paragrafi che seguono, dopo una veloce introduzione alla tecnica MPC, verranno illustrati brevemente gli esempi ritenuti più significativi per quanto riguarda i risultati che permettono di raggiungere, o per l'influenza che hanno avuto sul lavoro descritto nella tesi.

1.1 Model Predictive Control

Il *Model Predictive Control* (MPC) è una particolare architettura di controllo molto diffusa in ambito industriale a cui sono stati dedicati, negli ultimi anni, numerosi studi volti a determinare condizioni che garantiscano proprietà di stabilità e robustezza alle incertezze. È nato nei primi anni '80 ed è stato inizialmente concepito per il controllo di impianti chimici, caratterizzati da dinamiche lente, a causa dell'elevato costo computazionale che contraddistingue questa tecnica. Negli ultimi anni, invece, grazie al miglioramento delle metodologie di soluzione numerica e, soprattutto, grazie all'aumento della potenza

dell'*hardware*, si stanno diffondendo applicazioni di MPC anche ad altre tipologie di sistemi.

L'idea di fondo di questa tecnica è quella di trasformare il classico problema di controllo in un problema di ottimizzazione matematica, in modo da poter inserire in maniera semplice vincoli e limitazioni presenti sul sistema reale.

In particolare il modello dell'intero sistema viene utilizzato per predire, su di un orizzonte finito, l'evoluzione delle variabili di stato, a partire dal valore che quest'ultimo assume all'istante attuale e in funzione della sequenza di ingressi di controllo futuri. In questo modo, essendo questa sequenza di ingressi un grado di libertà nel problema considerato, la predizione può essere utilizzata all'interno di una cifra di merito per far sì che lo stato segua adeguatamente un determinato obiettivo, producendo in uscita esattamente il valore ottimo degli ingressi che consente di raggiungere le prestazioni desiderate. In accordo con la tecnica del *Receding Horizon*, viene poi applicato al sistema unicamente il primo degli ingressi calcolati dall'ottimizzatore, e la procedura viene nuovamente ripetuta sulla base della misura aggiornata dello stato attuale. Tale approccio consente di formulare il problema di controllo aggiungendo in maniera semplice vincoli sul valore assunto dalle variabili di controllo o dalle variabili di stato lungo tutto l'orizzonte predittivo.

Nell'ambito del controllo di moto dei veicoli la tecnica MPC è già stata utilizzata con discreto successo per il conseguimento di diversi obiettivi. Durante l'attività di ricerca bibliografica svolta si è avuto modo di incontrare uno svariato numero di applicazioni della tecnologia predittiva al controllo di veicoli autonomi o semi-autonomi, e nei paragrafi che seguono verranno illustrati brevemente gli esempi ritenuti più significativi per quanto riguarda i risultati che permettono di raggiungere, o per l'influenza che hanno avuto sul lavoro descritto nella tesi.

1.2 MPC non lineare per obstacle avoidance di veicoli stradali

In [1] viene risolto il problema dell'obstacle avoidance in *real time* per un veicolo stradale attraverso un approccio MPC non lineare. Per il path planning

è implementato un algoritmo MPC non lineare basato su uno schema di iterazioni *real time*, mentre per il veicolo è utilizzato un modello a quattro ruote. Lo chassis del veicolo è modellato come un corpo rigido, descritto mediante la posizione assoluta nel piano $x - y$, l'orientamento assoluto, e le corrispondenti velocità. Le quattro ruote, di cui quelle sterzanti sono le anteriori e quelle motrici le posteriori, sono considerate corpi indipendenti dotate di sola inerzia rotazionale. Vengono trascurati i moti di rollio, beccheggio e gli spostamenti in direzione verticale dell'auto, ma viene considerato l'effetto provocato da questi sul carico del veicolo, assumendo un modello di sospensione rigida.

Gli ingressi del controllo sono la variazione dello sterzo δ , la coppia accelerante del motore e le quattro coppie frenanti (una per ruota).

Per quanto riguarda il problema di ottimizzazione, i vincoli per gli ostacoli e i confini della strada sono modellati come limiti sul vettore di stato, e la decisione di aggirare l'ostacolo sulla destra o sulla sinistra viene presa dall'algoritmo stesso di rilevamento dell'ostacolo.

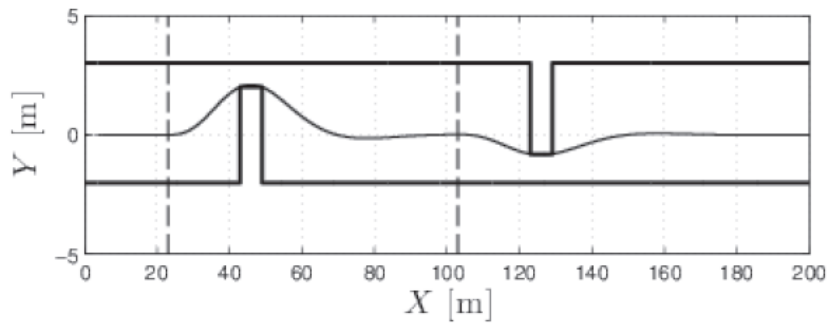
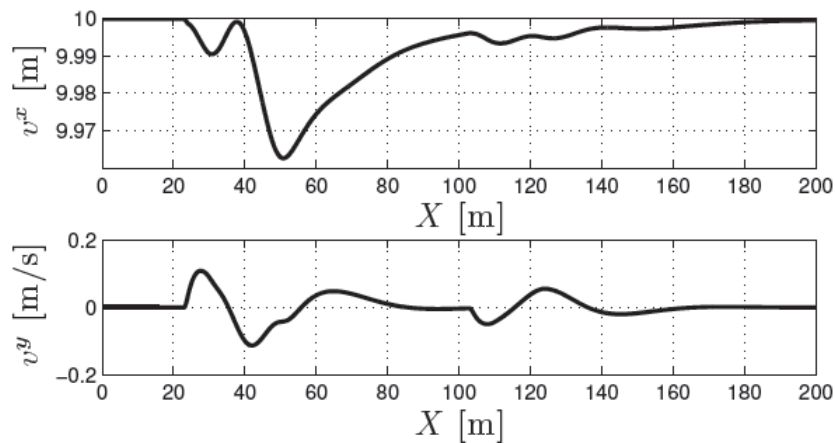
Il problema di controllo ottimo viene trasformato in uno di ottimizzazione di dimensione finita, e risulta un problema di programmazione non lineare ai minimi quadrati, che viene risolto con un metodo di Gauss-Newton.

La traiettoria utilizzata per testare le performance dell'algoritmo proposto in [1] è un percorso di 200 m dritto con una superficie a basso coefficiente d'attrito $\mu = 0.3$ (e.g. strada ghiacciata o coperta di neve), dove sono stati interposti due ostacoli a 43 m e a 123 m; il primo, avente larghezza 2 m, deve essere evitato dal lato sinistro, mentre il secondo, largo 0.8 m, dal lato destro.

Il veicolo viaggia a una velocità iniziale costante di 10 m s^{-1} , e i parametri per la predizione sono stati scelti affinché gli ostacoli siano rilevati con un anticipo di 20 m.

I risultati ottenuti dalle simulazioni (illustrati nelle Figure 1.1 e 1.2) dimostrano che con il controllo proposto il veicolo è in grado di evitare entrambi gli ostacoli e di ritornare alla velocità di riferimento dopo aver superato il secondo. Inoltre risulta possibile una realizzazione *real time* per sistemi di attuazione a 50 ms, perfino nel caso peggiore dal punto di vista del tempo computazionale.

Un altro esempio di MPC non lineare utilizzato per obstacle avoidance è de-

Figura 1.1: *Traiettoria percorsa*Figura 1.2: *Velocità lungo x e y relative alla traiettoria percorsa*

scritto in [2], in cui l'obiettivo principale è quello di fare in modo che il veicolo rimanga al centro della strada, evitando ostacoli che si presentano sul percorso.

Viene utilizzato un modello non lineare per il veicolo, che insieme alla non convessità dei vincoli causano una notevole complessità computazionale nella risoluzione del problema di ottimizzazione in *real time*. Per ridurre l'onere computazionale viene eseguita una linearizzazione del modello e una approssimazione convessa dei vincoli relativi alla *collision avoidance*, che rimarrebbero altrimenti non convessi nonostante la linearizzazione. Tuttavia il modello linearizzato rappresenta una buona approssimazione solo nell'intorno dello stato di riferimento.

Viene utilizzato un modello non lineare a quattro ruote, sotto le seguenti ipotesi:

- solo le ruote anteriori sono sterzanti, e gli angoli di sterzo destro e sinistro sono coincidenti $\delta_1 = \delta_2 = \delta_f$, $\delta_3 = \delta_4 = 0$;
- il coefficiente di frenata della ruota anteriore è il medesimo di quella posteriore, si differenziano solo tra lato destro e sinistro $\beta_1 = \beta_3 = \beta_l$, $\beta_2 = \beta_4 = \beta_r$;
- le forze normali sono costanti, e pari alla distribuzione statica di peso del veicolo;
- il coefficiente d'attrito μ è costante e noto ad ogni iterazione;
- la curvatura della strada κ è nota come funzione della posizione longitudinale s del veicolo lungo il percorso;
- le posizioni attuali e future di tutti gli ostacoli in prossimità del veicolo sono note come funzioni del tempo, e gli ostacoli sono mappati all'interno di una regione della strada in cui il veicolo può muoversi in modo sicuro.

I vettori di stato, ingressi e parametri sono rispettivamente $z = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}, e_\psi, e_y, s]^T$, dove \dot{x} e \dot{y} sono le velocità longitudinale e laterale, $\dot{\psi}$ indica la velocità di imbardata, e_y ed e_ψ gli errori sulla posizione laterale e angolare rispetto alla linea centrale della strada, $u = [\delta_f, \beta_l, \beta_r]^T$ e $w = [\mu, \kappa]^T$.

L'obiettivo di mantenere il veicolo sul percorso assegnato evitando ostacoli e senza rischiare di incorrere in instabilità viene tradotto in vincoli sulle variabili di stato o sugli ingressi. Viene quindi vincolato l'errore sulla posizione laterale affinché il veicolo resti all'interno della carreggiata e affinché eviti gli ostacoli, ed è necessario introdurre anche limitazioni all'angolo di sterzo, alla sua variazione e ai coefficienti di frenata a causa della saturazione degli attuatori. Inoltre, per far sì che il veicolo operi in una regione stabile, in cui sia facilmente manovrabile, è indispensabile limitare gli slip angle degli pneumatici; vengono però vincolati solo quelli delle ruote anteriori perché sono le uniche ad essere direttamente controllate attraverso l'angolo di sterzo, quindi le uniche su cui è possibile agire attivamente.

Il problema della generazione di traiettorie *feasible* per il veicolo autonomo è formulato come un problema MPC, pertanto ad ogni istante di campionamento

viene determinata una sequenza di ingressi ottima che permetta di minimizzare una funzione di costo. Per ridurre la complessità computazionale del problema MPC il vettore degli ingressi ottenuto dalla minimizzazione viene mantenuto costante per un certo numero di step, in modo da diminuire il numero di variabili da ottimizzare.

Poiché il problema di ottimizzazione risulta non convesso a causa delle non linearità presenti nel modello dinamico, e a causa dei vincoli di *collision avoidance* non convessi, per snellire ulteriormente l'onere computazionale richiesto, il modello dinamico del veicolo viene linearizzato e vengono semplificati i vincoli di *collision avoidance*, in modo da ottenere un'approssimazione quadratica del problema originario.

Nella simulazione utilizzata per testare le performance dell'algoritmo proposto viene utilizzato un percorso dritto con un ostacolo nel mezzo, e un basso coefficiente d'attrito superficiale ($\mu = 0.3$, strada coperta di neve compatta). Per tenere in considerazione la larghezza del veicolo si include nella definizione dell'ostacolo una tolleranza di 1 m, e si aggiungono due zone triangolari davanti e dietro l'ostacolo per evitare manovre troppo aggressive. Si ipotizza inoltre l'esistenza di un controllo euristico di alto livello che decida da quale parte l'ostacolo verrà aggirato.

Tre diverse simulazioni sono state effettuate, e i risultati ottenuti sono mostrati nelle Figure 1.3, 1.4 e 1.5. Nella prima (Figura 1.3) il veicolo ha una velocità iniziale di 80 km h^{-1} e riesce a evitare l'unico ostacolo presente sul percorso e a tornare sulla linea centrale con solo un piccolo overshoot, e il controllore è in grado di mantenere gli slip angle di tutte e quattro le ruote all'interno dei vincoli imposti. Nella seconda simulazione invece (Figura 1.4) la velocità iniziale è di 60 km h^{-1} e viene richiesto al veicolo di evitare due ostacoli. È importante notare che, per come sono stati definiti i vincoli necessari all'*obstacle avoidance*, la complessità del problema di ottimizzazione e il numero di vincoli risultano indipendenti dal numero di ostacoli inseriti. Infine in Figura 1.5 è mostrato il percorso seguito dal veicolo avente velocità iniziale 80 km h^{-1} , che deve evitare un ostacolo in movimento a velocità costante pari a 36 km h^{-1} . La posizione laterale dell'ostacolo non varia, e le posizioni presenti e future di quest'ultimo sono ipotizzate note.

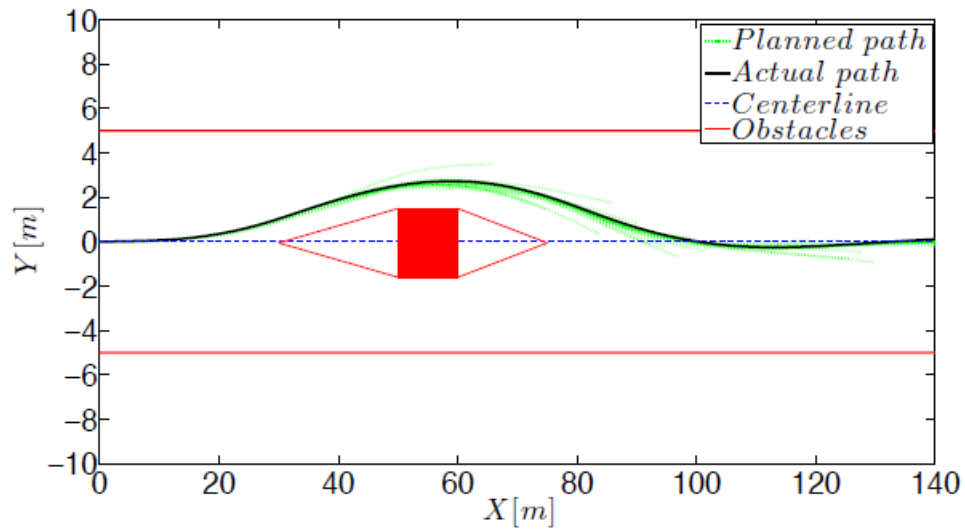


Figura 1.3: Prima simulazione: traiettoria percorsa

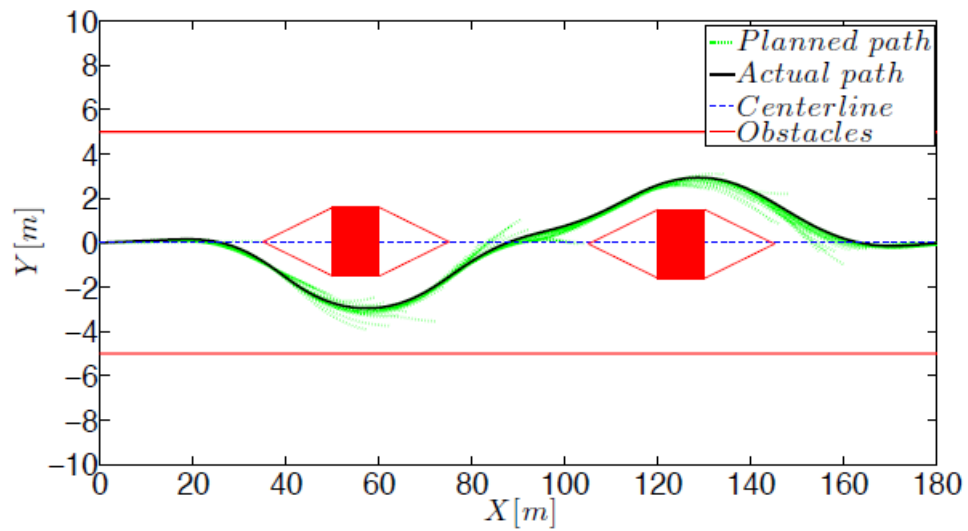


Figura 1.4: Seconda simulazione: traiettoria percorsa

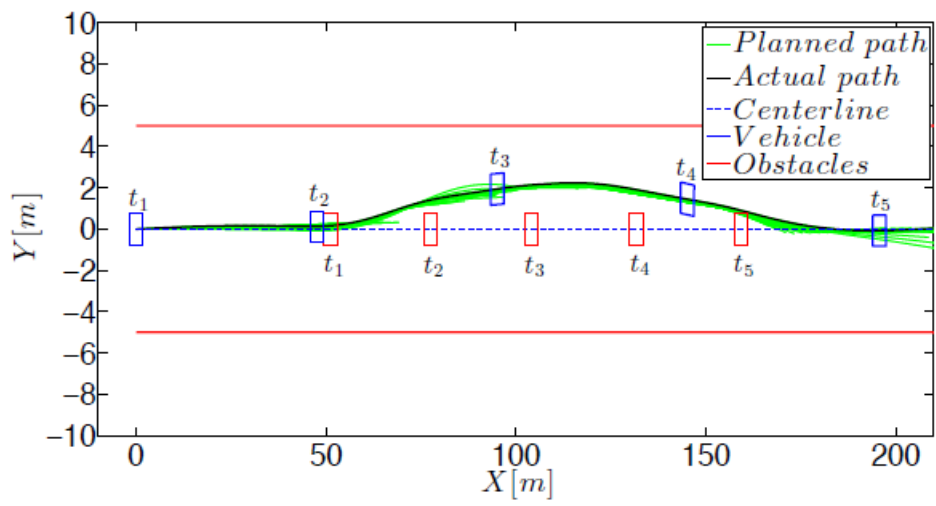


Figura 1.5: Terza simulazione: traiettoria percorsa

1.3 MPC non lineare per adaptive cruise control

La tecnologia MPC non lineare è applicata in [3] per un sistema di *adaptive cruise control* (ACC). L'*adaptive cruise control* è un'estensione del *cruise control*, in grado di variare la velocità del veicolo in funzione del comportamento degli altri veicoli posti davanti, agendo sul freno e modulando l'accelerazione in modo da generare la potenza necessaria.

Il controllo agisce sulla posizione di freno e acceleratore, attraverso un algoritmo dipendente dallo stato del sistema. A partire dal modello completo non lineare di veicolo e trasmissione derivano due modelli in spazio di stato lineari tempo invarianti a tempo discreto, che vengono utilizzati per progettare il controllo MPC e che corrispondono alle due diverse modalità in cui questo opera: di accelerazione e di frenata, in cui sono attivi rispettivamente solo l'acceleratore o solo il freno.

Per descrivere il modello dinamico del veicolo vengono utilizzate le tre equazioni seguenti:

$$I_{ei}\dot{N}_e = T_e(u_t, N_e) - \left(\frac{N_e}{K_{tc}}\right)^2 \quad (1.1)$$

$$m\dot{v} = \frac{1}{r} \cdot \underbrace{R_{tr}R_f C_{tr}}_{T_{wheel}} \left(\frac{N_e}{K_{tc}}\right)^2 + \frac{1}{r} T_b - \underbrace{\frac{1}{2}\rho A C_d v^2}_{F_{aerodynamic}} - \underbrace{C_{sr}mg \cos(\theta)}_{F_{rolling-resistance}} \pm \underbrace{mg \sin(\theta)}_{F_{gravitational}} \quad (1.2)$$

$$T_b = K_b P_b \leq 0 \quad (1.3)$$

L'equazione (1.1) rappresenta il motore, ed enuncia la relazione matematica tra motore e girante, in cui:

- N_e è la velocità di rotazione del motore espressa in rpm;
- I_{ei} è il momento d'inerzia complessivo di motore e girante;
- T_e è la coppia motore;
- u_t è la percentuale di apertura della valvola a farfalla;
- K_{tc} è il fattore di carico.

L'equazione (1.2) calcola invece la velocità del veicolo per integrazione dall'accelerazione, considerando la coppia prodotta alle ruote T_{wheel} (nella cui espressione compaiono il rapporto di riduzione R_{tr} , il rapporto finale di trasmissione R_f e il rapporto di coppia $C_{tr} = T_t/T_i$), la coppia frenante T_b e le forze aerodinamica, di resistenza al rotolamento (in cui $C_{sr} = \frac{vR_fR_{tr}}{2\pi N_e}$) e gravitazionale.

Infine l'equazione (1.3) calcola la coppia frenante T_b in funzione della pressione P_b prodotta sul disco del freno e di un guadagno K_b complessivo per l'intero sistema frenante.

Il sistema ACC può operare in due differenti modalità a seconda della situazione di traffico in cui il veicolo si trova. Se la strada di fronte risulta libera, ossia non ci sono altri veicoli entro la distanza di sicurezza, la modalità sarà quella del *cruise control*: in questo caso il veicolo viaggia alla velocità di crociera imposta dal guidatore. Una volta che vengono raggiunti veicoli più lenti si passa alla modalità *adaptive cruise control*, in cui si cerca di mantenere il veicolo lento entro la desiderata distanza di sicurezza, che è definita dall'equazione (1.4) e può essere scelta dal guidatore agendo sulla costante di tempo T_h :

$$d_{des} = l + d_s + T_h v_f \quad (1.4)$$

dove l è la lunghezza del veicolo, d_s è la distanza supplementare tra i due veicoli necessaria ad evitare la collisione e v_f è la velocità dei due veicoli, supposta identica. Nella modalità ACC viene introdotto il nuovo riferimento di velocità nel sistema *cruise control* in accordo con la velocità del veicolo *leader*, e se quest'ultima raggiunge o supera la velocità di crociera desiderata, il sistema entrerà automaticamente nella modalità *cruise control*.

L'architettura di controllo è composta da due anelli: il primo è un controllore di basso livello, tipico dei *cruise controller* e progettato in modo da minimizzare l'errore tra la velocità di riferimento e quella reale, mentre il secondo, adattando le funzionalità del *cruise control* in accordo con le condizioni del traffico, introduce il nuovo riferimento di velocità nell'anello interno (il controllore di basso livello) a partire dalla distanza di sicurezza imposta dal guidatore.

Entrando più nello specifico, l'anello di controllo esterno utilizza un controllore

di tipo PI per mantenere una certa distanza dal veicolo *leader*, mentre l'anello interno sfrutta un controllo MPC, che agisce su freno e acceleratore e attiva uno dei due componenti a seconda del risultato dell'ottimizzazione, seguendo la logica di *switch* espressa dall'equazione seguente:

$$\begin{cases} u_{throttle} = u, u_{brake} = 0 & 0 \leq u \leq 1 \\ u_{brake} = u, u_{throttle} = 0 & -1 \leq u < 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

L'output è quindi vincolato tra -1 e 1 e, a seconda che sia maggiore o minore di zero, il controllo agirà sull'acceleratore oppure sul freno, imponendo nullo l'altro ingresso.

Per risolvere il problema di controllo ottimo è utilizzata una rappresentazione in spazio di stato. In questo modo il sistema non lineare è approssimato con più modelli lineari dipendenti dallo stato, diversi per ogni modalità di funzionamento. Corrispondono pertanto alle due condizioni di accelerazione e frenata due modelli lineari, che possono variare in funzione del valore degli ingressi di controllo predetti sull'orizzonte di controllo futuro. Valori negativi degli ingressi ad un certo step dell'orizzonte futuro indicano la necessità di agire sul freno e di utilizzare il modello associato per la risoluzione del problema di controllo ottimo, viceversa con valori positivi deve essere considerato l'acceleratore.

Per la validazione del controllo MPC sviluppato in [3] sono stati usati due diversi scenari, per valutarne le performance e confrontarle con una tipologia di controllo lineare quadratica, sia in modalità *cruise control* che *adaptive cruise control*. I risultati sono illustrati nelle Figure 1.6, 1.7 e 1.8. Lo scopo della prima simulazione è quello di valutare la reattività del sistema nell'inseguire la velocità di riferimento imposta, e i risultati sul controllo predittivo mostrano una risposta stabile, senza overshoot, senza errore a regime e con accettabili tempi di transitorio, complessivamente migliore rispetto al controllo lineare quadratico (Figura 1.6). Le Figure 1.7 e 1.8 mostrano invece la risposta del sistema in modalità *adaptive cruise control*: il veicolo controllato ha una velocità iniziale di 60 m s^{-1} e una distanza dal veicolo che lo precede di 150 m, e man mano che questa distanza si riduce il veicolo controllato segue la velocità del veicolo *leader* mantenendo la distanza scelta, finché i due non raggiungono la stessa velocità. La distanza di sicurezza varia in funzione della velocità del

veicolo controllato, dato che è stata definita in termini di tempo.

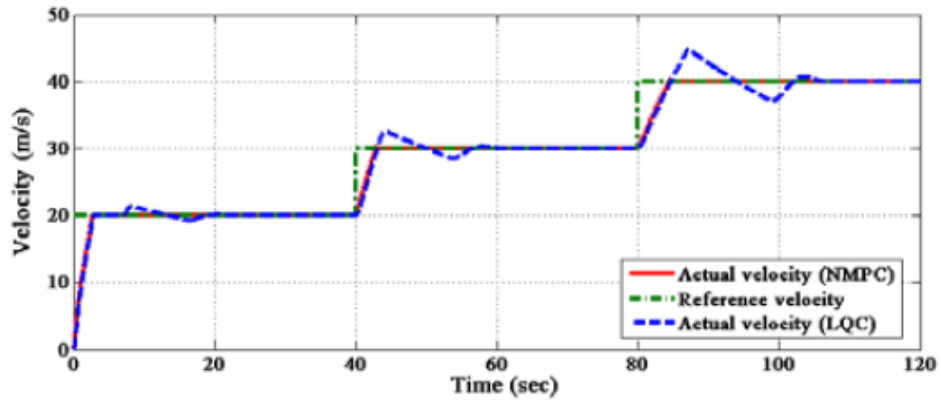


Figura 1.6: *Modalità cruise control: inseguimento del riferimento per tre step sulla velocità di crociera*

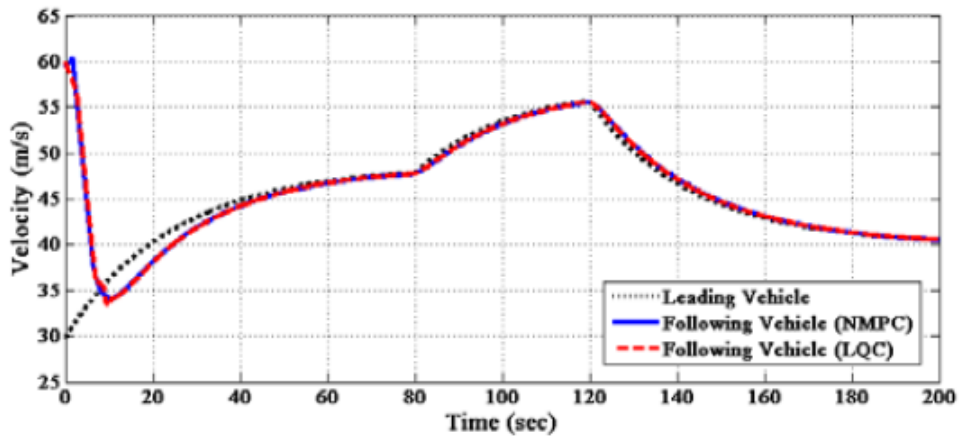


Figura 1.7: *Modalità adaptive cruise control: andamento della velocità per mantenere la distanza di sicurezza scelta*

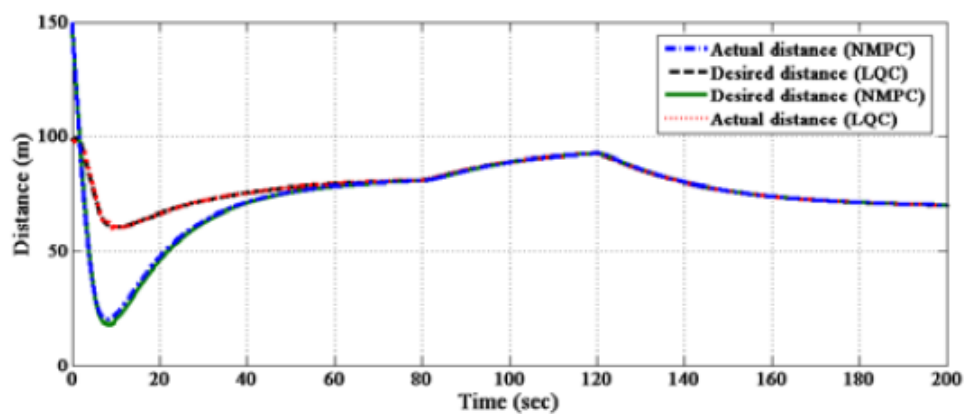


Figura 1.8: *Modalità adaptive cruise control: andamento della distanza tra veicolo controllato e veicolo leader*

1.4 MPC per parcheggio autonomo

Lo scopo del controllo descritto in [4] è il *target trajectory tracking*, ottenuto minimizzando l'errore di posizione tra la traiettoria target e quella predetta. Le tecnologie per i sistemi di assistenza al parcheggio possono essere divise in due famiglie: il riconoscimento dell'ambiente (rilevamento di ostacoli, spazio disponibile per il parcheggio, posizione del veicolo ecc), oppure il controllo di moto del veicolo. Il controllo di moto per assistenza al parcheggio è a sua volta ripartito in due categorie, il *tracking control* e la generazione di traiettoria target, quest'ultima sviluppata in [4].

In Figura 1.9 è rappresentata l'architettura del sistema di controllo per l'inseguimento di traiettoria. I blocchi presenti nel sistema di controllo sono il

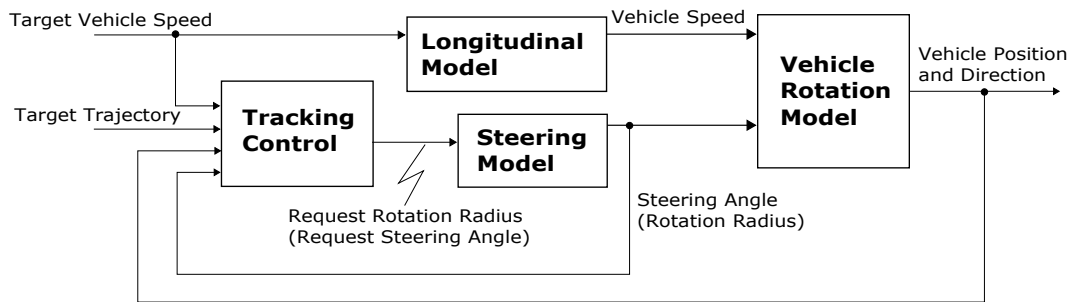


Figura 1.9: Architettura del sistema di controllo

controllo di *tracking*, il modello di rotazione del veicolo, il modello di sterzo e il modello longitudinale, e sono tutti descritti come sistemi a tempo discreto per poter applicare un controllo di tipo MPC.

Il controllo di *tracking* è progettato sulla base del modello di rotazione del veicolo e sul modello di sterzo, sotto l'ipotesi che la velocità del veicolo, controllata all'interno del modello longitudinale, corrisponda a quella di riferimento, che costituisce uno degli ingressi del controllo insieme alla traiettoria target. È importante sottolineare che in [4] sono considerate solo traiettorie in cui lo sterzo deve essere usato in un'unica direzione, quali i parcheggi in retromarcia. L'uscita del controllo di *tracking* è invece il raggio di rotazione necessario a effettuare la manovra. Il modello di rotazione del veicolo descrive la relazione tra l'angolo di sterzo e il moto del veicolo. In particolare, una volta definito l'angolo, il centro di rotazione del veicolo e l'angolo di rotazione sono stabiliti di conseguenza, sia per l'istante attuale che per i successivi. Il modello di ster-

zo descrive la relazione tra il raggio di rotazione richiesto e l'angolo di sterzo reale, che viene retroazionato in ingresso al controllo di *tracking*. L'insieme di questi modelli permette di descrivere il moto del veicolo per mezzo di un modello non lineare, che ha in ingresso il raggio di rotazione richiesto per la traiettoria (l'uscita del controllo di *tracking*), e la velocità, considerata ingresso esterno.

Nel caso di controllo di traiettoria per parcheggi autonomi, la traiettoria di riferimento è definita tra la posizione iniziale e il punto di arrivo, pertanto all'istante iniziale sono già definite le posizioni di riferimento future. Questa caratteristica viene sfruttata nel controllo predittivo di [4]: infatti nel funzionale di costo vengono inclusi i dati futuri affinché venga minimizzato l'errore tra il target e le variabili ottenute dalla predizione, ciascuna pesata in modo opportuno.

E' importante sottolineare che il controllo descritto non è basato sull'asse temporale, bensì sulle coordinate $x - y$. Questo è rilevante poiché, se la posizione e l'orientamento desiderati vengono raggiunti, il tempo non ha alcuna importanza. Infatti nella cifra di costo il target e le variabili predette sono confrontate per ogni istante di tempo, quindi anche se la posizione reale si trova sulla traiettoria di riferimento, ma la velocità in ingresso al controllo di tracking e quella reale del veicolo sono diverse, posizione e direzione risultano differenti. Per evitare questo problema è pertanto fondamentale che siano confrontate sulle coordinate $x - y$ e non su base temporale.

Bisogna inoltre notare che il funzionale comprende anche un termine che pesa il raggio di rotazione, in modo da evitare brusche variazioni dello sterzo e quindi del moto del veicolo.

Le Figure 1.10, 1.11, 1.12 e 1.13 mostrano i risultati delle simulazioni al variare dell'orizzonte temporale di controllo. In generale, orizzonti di predizione più brevi migliorano le prestazioni dell'inseguimento di traiettoria, ma gli angoli di sterzo raggiungono valori più elevati e hanno variazioni più brusche. Viceversa, orizzonti più lunghi permettono di avere maggiori informazioni sul target futuro, di conseguenza le variazioni sull'angolo di sterzo risultano meno severe, però il peggioramento delle prestazioni è anticipato. È pertanto possibile gio-

care sull'orizzonte di predizione per ottenere un buon *trade-off* tra prestazioni e un andamento verosimile dell'angolo di sterzo.

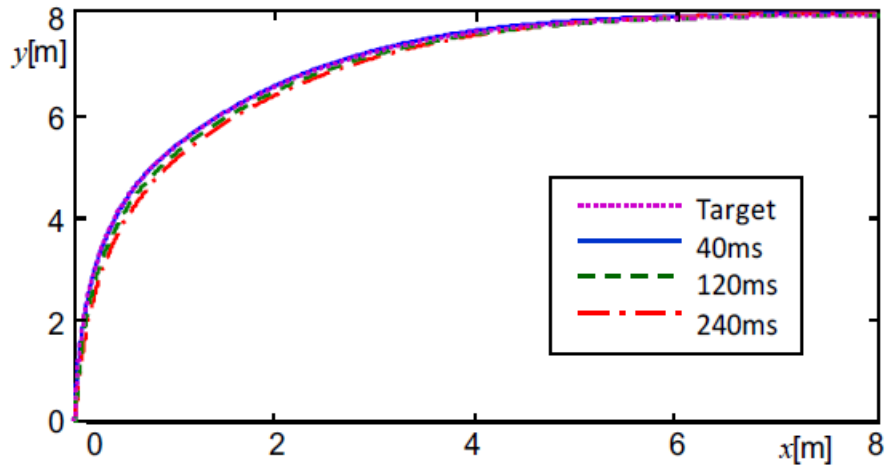


Figura 1.10: *Prima simulazione: traiettoria nel piano al variare dell'orizzonte di predizione*

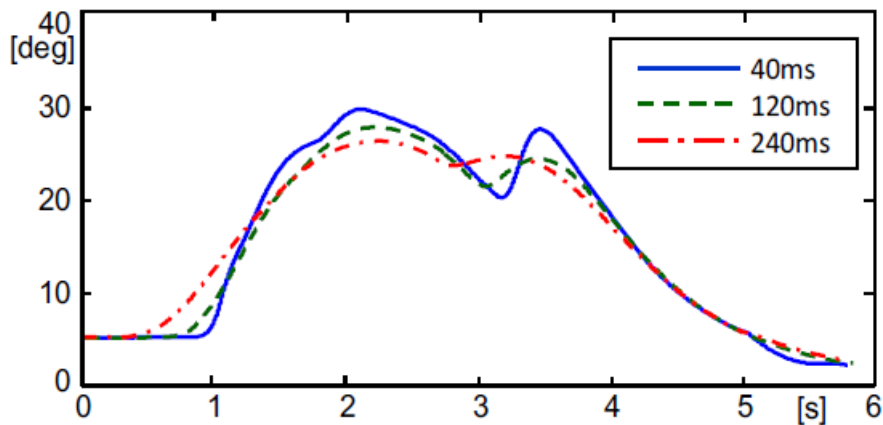


Figura 1.11: *Prima simulazione: andamento nel tempo dell'angolo di sterzo al variare dell'orizzonte di predizione*

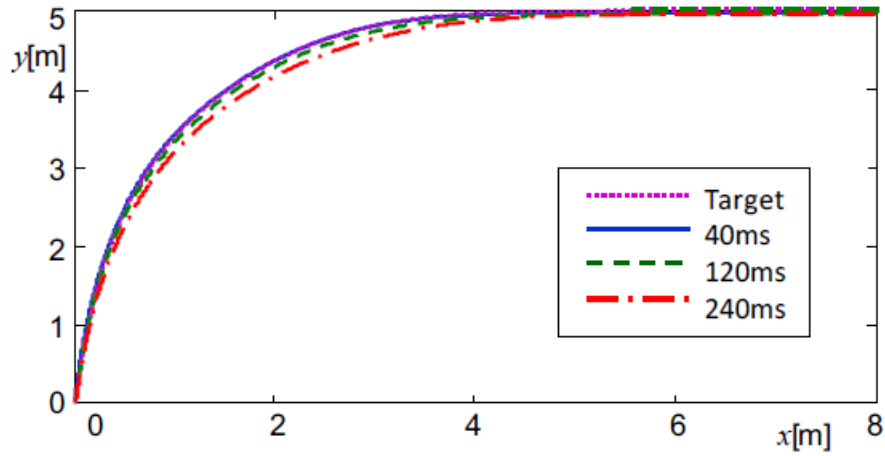


Figura 1.12: *Seconda simulazione: traiettoria nel piano al variare dell'orizzonte di predizione*

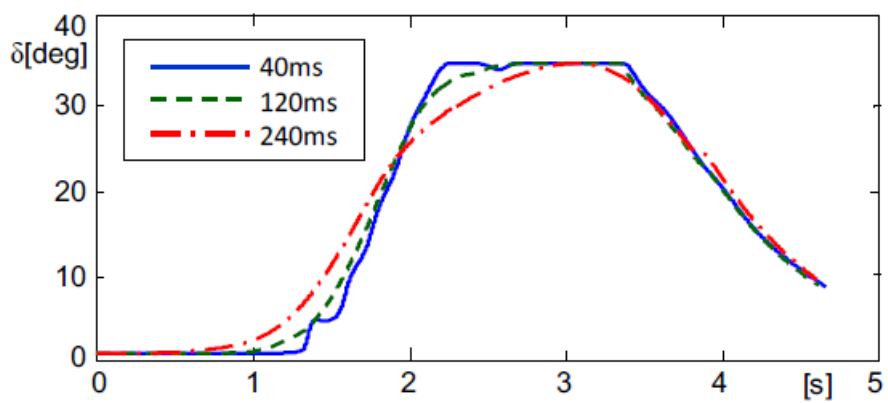


Figura 1.13: *Seconda simulazione: andamento nel tempo dell'angolo di sterzo al variare dell'orizzonte di predizione*

1.5 Conclusioni

Nel presente capitolo è stato visto come negli ultimi anni la tecnica MPC si stia sempre più sviluppando nell'ambito del controllo di veicoli autonomi per il raggiungimento di diversi scopi, alcuni dei quali sono stati ripresi in questo lavoro di tesi, primo tra tutti il problema dell'*obstacle avoidance*. Nei casi esaminati, le simulazioni hanno sempre dimostrato buone prestazioni, anche dal punto di vista del tempo computazionale, nonostante vengano utilizzati modelli non lineari.

Capitolo 2

Controllo di traiettoria di un veicolo ATV

In questo capitolo verranno presi in considerazione tutti quegli elementi che interagiscono direttamente con il *Model Predictive Control* ma che non costituiscono il controllore stesso, descritto più dettagliatamente nel Capitolo 3. Dopo aver descritto il problema di inseguimento di traiettoria e di *obstacle avoidance*, verranno analizzati e descritti nel dettaglio il veicolo oggetto della tesi, i modelli utilizzati per la sua rappresentazione e la tecnica della *feedback linearization*, che permette una linearizzazione esatta del sistema.

2.1 Descrizione del problema

Come già accennato, nel presente lavoro di tesi è stato scelto un controllo di tipo predittivo poiché consente di avere numerosi vantaggi, il principale dei quali è la possibilità di generare delle azioni di controllo che, grazie alla predizione, tengano conto di eventi futuri. Questo garantisce, ad esempio, di conoscere in anticipo la presenza di curve molto brusche o ostacoli lungo il percorso, permettendo così al veicolo di seguire delle traiettorie sempre *feasible* oppure di evitare manovre troppo pericolose.

Il percorso che il veicolo dovrà seguire viene fornito da un algoritmo di pianificazione e dato in ingresso al controllore, in modo che si possa applicare l'algoritmo MPC. Il controllo deve anche essere in grado di generare percorsi che il veicolo può affrontare, a partire da quelli forniti a monte, considerando

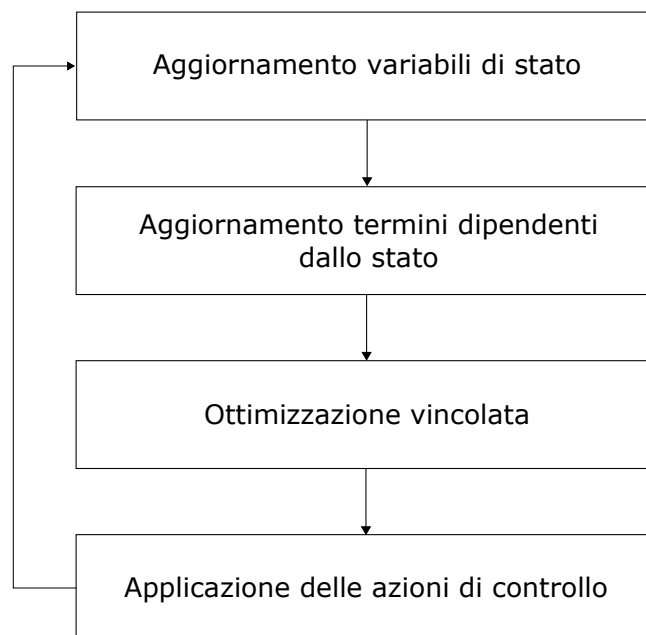
i limiti imposti al sistema, i quali non garantiscono a priori di poter eseguire qualsiasi tipo di traiettoria.

Sviluppare un inseguimento di traiettoria, rispetto ad un controllo di percorso, ha la sostanziale differenza che nel primo caso c'è anche un vincolo di tipo temporale. Al percorso geometrico, infatti, è associata una legge oraria, che deve essere definita in modo opportuno per permettere al veicolo di poter seguire la traiettoria imposta con piccoli errori.

Essendo un controllo predittivo, un ruolo molto importante viene svolto dal parametro N , chiamato orizzonte di predizione, il quale permette di conoscere, più o meno anticipatamente a seconda del suo valore, la presenza di curve oppure ostacoli. La buona riuscita dell'*obstacle avoidance* dipende da diversi fattori. La dimensione dell'ostacolo e la lunghezza dell'orizzonte predittivo sono i due parametri chiave del problema: tanto più l'ostacolo è grande, tanto più lungo dovrà essere l'orizzonte predittivo N . In questo modo, il veicolo avrà più tempo e spazio a disposizione per mettersi nelle condizioni di evitare la collisione.

Il grande vantaggio che porta la predizione ha necessariamente un lato negativo: il costo computazionale generalmente piuttosto elevato. La minimizzazione della cifra di merito e l'integrazione del sistema sono sicuramente le due principali cause di questo problema. Nel controllo MPC, infatti, per ogni istante di campionamento viene risolto un problema di ottimizzazione matematica e, dopo l'aggiornamento delle variabili di stato dato da una nuova misura sul sistema, l'orizzonte predittivo è fatto scorrere in avanti per risolvere nuovamente il problema di controllo ottimo. Di conseguenza, anche le matrici necessarie all'inserimento dei vincoli, essendo funzioni delle variabili di stato, devono essere ricalcolate ad ogni istante. Tutte queste operazioni diventano sempre più dispendiose in termini di tempo tanto più l'orizzonte di predizione si allunga, e ne consegue che la loro continua ripetizione contribuisce in maniera considerevole ad appesantire l'onere computazionale complessivo. Uno schema concettuale che aiuti a comprendere il funzionamento dell'algoritmo appena accennato è illustrato in Figura 2.1, e una spiegazione più dettagliata verrà data nel Capitolo 3.

È di primaria importanza, dunque, garantire che il controllore sia abbastanza

Figura 2.1: *Algoritmo MPC*

veloce nell'eseguire tutti i calcoli sopra descritti, in modo da permettere una implementazione *real-time* del sistema di controllo. Si dovrà pertanto scegliere accuratamente il valore del parametro N per giungere a un *trade-off* tra un tempo computazionale non troppo elevato, ottenuto con orizzonti di previsione piuttosto brevi, e una migliore conoscenza di eventi futuri, data da valori di N più alti, che garantisca di poter realizzare manovre poco brusche e sempre *feasible*, soprattutto in vista dell'*obstacle avoidance*.

La fondamentale decisione per poter realizzare quanto detto è quella di utilizzare un MPC lineare: è possibile in questo modo avere un funzionale di costo quadratico, quindi facilmente minimizzabile dovendolo semplicemente porre uguale a zero, e snellire di conseguenza i calcoli relativi all'ottimizzazione. Nasce subito un problema di compatibilità ed applicabilità di questa tipologia di MPC al modello non-lineare che si vuole impiegare. Si sta utilizzando infatti un controllo *model-based*, quindi si presentano due possibilità: cambiare MPC e renderlo non-lineare, oppure linearizzare il modello. La seconda opzione risulta essere più conforme agli obiettivi prefissati, ossia la riduzione dei tempi di calcolo nel tentativo di rendere fattibile un'implementazione *real-time*. Verrà

così sfruttata una tecnica di linearizzazione esatta detta *feedback linearization*, che sarà approfondita nel Paragrafo 2.3.2.

A questo punto, non rimane altro che impostare un funzionale da minimizzare, che garantisca la stabilità del sistema e permetta il raggiungimento dell'obiettivo di volta in volta prefissato, che sia la regolazione o l'inseguimento di traiettoria. L'ottimizzazione permetterà di trovare le azioni di controllo, che si ricorda essere le accelerazioni lungo x e lungo y , per gli N istanti futuri, di cui solamente quelle relative al primo istante verranno effettivamente applicate.

2.2 Il veicolo sperimentale

Il robot mobile considerato in questa tesi si basa su una struttura *All Terrain Vehicle* (ATV) commerciale, illustrato in Figura 2.2, nello specifico uno Yamaha Grizzly YMT 700, modificato in modo tale che lo sterzo, il freno e l'acceleratore siano controllati da sistemi d'attuazione e provvisto inoltre di opportuna strumentazione di bordo necessaria a ricostruire la dinamica del sistema.

Le principali caratteristiche del veicolo sono riportate nella Tabella 2.1.

Lunghezza [m]	Larghezza [m]	Altezza [m]	Altezza da terra [m]	Peso [kg]
2.06	1.18	1.24	0.275	294

Tabella 2.1: *Caratteristiche principali del veicolo*

Per poter equipaggiare i dispositivi di comunicazione e misura, il PC industriale, la centralina e i vari cablaggi è stata rimossa la carrozzeria originale e sostituita con un pianale ed una scocca in alluminio, in modo da sfruttare al meglio lo spazio.

Dato che l'ATV ha la possibilità di essere guidato in modalità automatica (oltre che in modalità manuale tramite *joystick*) necessita di una serie di informazioni sul proprio stato, fornite tramite la sensoristica di bordo. In particolare sono presenti:

- antenna GPS RTK per conoscere la posizione del veicolo;

- sensore ad effetto Hall per la misura dell'angolo di sterzo;
- ruota fonica per la misura della velocità del veicolo;
- unità inerziale (IMU) per misurare le accelerazioni;



Figura 2.2: *Principali componenti dell'ATV considerato*

Per garantire la guida automatica, oltre all'aggiunta dei dispositivi di misura, è stato necessario rimuovere il sistema EPS (fornito di serie) e sostituire il piantone dello sterzo con un gruppo motore DC-motoriduttore che aziona il *pitman arm*, ossia l'elemento meccanico che trasforma il moto rotatorio dell'albero nel moto traslatorio dei braccetti. Il motore è pilotato da un azionamento, controllato mediante un regolatore PID, che assicura un errore minimo tramite un *feedback* di misura.

In modo simile vengono resi autonomi anche il freno e l'acceleratore. Per quanto riguarda il freno, grazie ad un motore *stepper* viene permessa la rotazione di una puleggia, sulla quale si avvolge un filo agganciato a sua volta al pedale del freno e, utilizzando come variabile di controllo la pressione dell'olio nel circuito idraulico, è possibile generare l'azione frenante. Per l'azionamento della leva dell'acceleratore viene utilizzato un motore identico a quello usato per il freno, dove ad un regolatore PID esterno, che utilizza la velocità come variabile di controllo, ne viene affiancato un secondo, interno, di tipo proporzionale, che agisce sulla percentuale di apertura della valvola a farfalla.

2.3 Il modello del veicolo

Come detto precedentemente, dato che il controllo in questione è computazionalmente oneroso, è importante cercare un modello per la descrizione del veicolo che non introduca pesanti non-linearità, in modo da riuscire ad eseguire l'algoritmo di controllo quanto più velocemente possibile. Infatti, nel caso il modello fosse non lineare, ne conseguirebbe una maggiore difficoltà da parte del minimizzatore nel trovare la soluzione rispetto ad un modello lineare, o comunque linearizzato, dovuto soprattutto al fatto che il funzionale di costo risulterebbe non quadratico.

Accanto alle prestazioni di calcolo, bisogna garantire però una buona descrizione delle dinamiche del sistema. Generalmente un modello lineare non può competere con la precisione offerta dalle dinamiche non lineari nella rappresentazione del moto di un veicolo. Dato che, tanto più le equazioni sono complesse tanto più il tempo di calcolo aumenta, è necessario raggiungere un *trade-off* tra le due alternative.

2.3.1 Modello non lineare single-track

Il robot oggetto della tesi possiede quattro ruote, di cui le due anteriori sono sterzanti, le due posteriori motrici. A rigor di logica, quindi, un veicolo come l'ATV in studio viene perfettamente descritto da un modello *car-like*, con equazioni che descrivono i quattro contatti veicolo-terreno e le diverse inerzie in gioco. Nella realtà, però, è pratica comune considerare un modello semplificato a doppio contatto, detto anche modello *single-track*.

In letteratura è molto diffusa, per i controlli di traiettoria, la trattazione del modello unicycle, dove si rappresenta il veicolo con un solo asse che non presenta nessun meccanismo di sterzo comparabile con quello che effettivamente monta l'ATV, più simile invece a quello di un'automobile. Questa tipologia di sterzo presenta evidentemente delle limitazioni, come l'ampiezza angolare, direttamente connessa agli pneumatici tramite un rapporto di trasmissione, e la velocità massima di movimentazione in rad s^{-1} .

Entrambi i modelli però, seppur con profonde differenze, possono ben rappre-

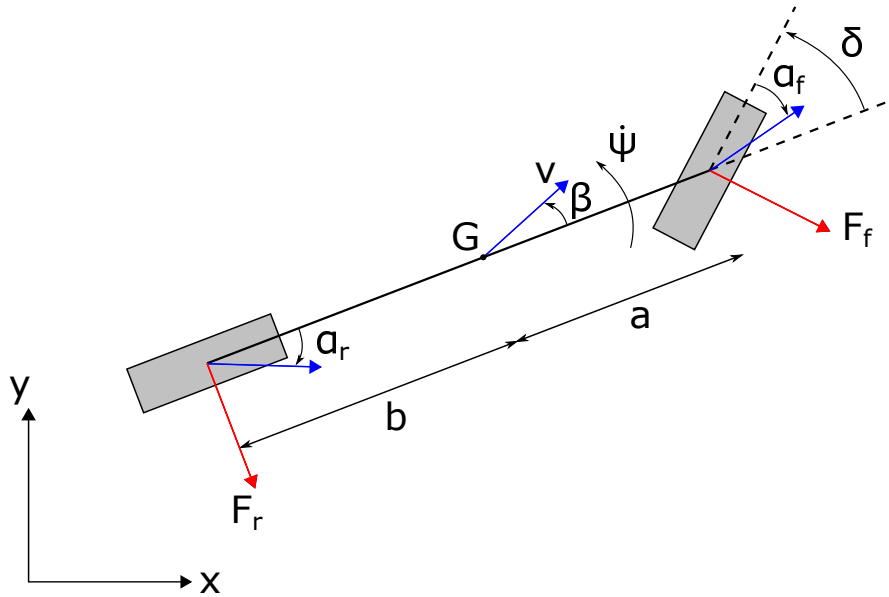
sentare il veicolo in quanto sistemi anolonomi¹. Nel caso del veicolo in esame, infatti, i gradi di libertà sono i tre dello spazio bidimensionale, ovvero la traslazione lungo gli assi x e y e la rotazione attorno all'asse z , mentre i gradi di attuazione sono solo due, l'avanzamento lungo un'unica direzione (avanti o indietro) e la rotazione dello sterzo, che agisce sull'orientamento del veicolo. Un sistema anolonomo è pertanto in grado di raggiungere qualsiasi punto nello spazio ma soltanto eseguendo determinate manovre, senza la possibilità di traslare liberamente in ogni direzione, essendo soggetto a vincoli fisici. Un esempio intuitivo che chiarisca il concetto può essere il cosiddetto parcheggio a S di un'autovettura: se il veicolo fosse oloonomo il parcheggio si completerebbe semplicemente con una traslazione perpendicolare alla direzione di avanzamento, con un sistema anolonomo è invece necessaria una manovra più complessa, a causa dei gradi di attuazione limitati e dei vincoli fisici del sistema.

Tornando alla descrizione del modello, data la struttura del telaio molto simile ad un'autovettura, sarebbe immediato descrivere il sistema con un modello a quattro contatti *car-like*, con le due ruote posteriori fisse e le due anteriori sterzanti. Molto spesso, però, si ricorre ad una approssimazione del sistema, che porta all'adozione di un modello *single-track*: questa rappresentazione introduce delle semplificazioni, la principale delle quali riguarda il collasso delle ruote anteriori e posteriori in due sole ruote, posizionate nella mezzeria dei rispettivi assali. Non viene modificata la posizione del baricentro del veicolo, che nello specifico caso è considerato ad una distanza a e b rispettivamente dall'assale anteriore e posteriore (Figura 2.3), e ad un'altezza h dal piano su cui questi ultimi si trovano. Un'altra serie di ipotesi su cui si basa il modello *single-track* è la seguente:

- il trasferimento di carico longitudinale è trascurato;
- vengono modellate le forze trasversali trasmesse tra pneumatici e terreno;
- gli angoli di deriva sono supposti piccoli.

Per quanto riguarda la prima ipotesi, bisogna precisare che durante le simulazioni non vengono considerati terreni che presentano dislivelli, quali salite o

¹Si definisce sistema anolonomo un sistema per cui il numero di gradi di attuazione è inferiore al numero di gradi di libertà.

Figura 2.3: *Modello single-track*

discese, e benché questa non sia l'unica causa di trasferimento di carico longitudinale la sua modellazione esula dall'interesse di questo lavoro.

Relativamente allo scambio di forze trasversali tra terreno e pneumatico, viene ipotizzato un comportamento lineare tra l'angolo di deriva e la forza attraverso un parametro detto *cornering stiffness*. Questa relazione è ricavata da una semplificazione della *Magic Formula* di Pacejka, dove, per piccoli angoli di deriva degli pneumatici (terza ipotesi), è lecito confondere la curva con la sua tangente nell'origine, riducendo così la complessità del problema. Un'ulteriore semplificazione è introdotta considerando le *cornering stiffness* costanti.

Con riferimento alla Figura 2.3, viene di seguito spiegata la simbologia utilizzata:

- ψ , angolo di imbardata;
- a e b , distanze del baricentro rispettivamente dall'assale anteriore e posteriore;
- β , angolo di deriva riferito al baricentro;
- α_f e α_r , angoli di deriva degli pneumatici anteriore e posteriore rispettivamente;

- F_f e F_r , forze perpendicolari agli pneumatici, che influenzano le dinamiche laterali;
- δ , angolo di sterzo.

Si arriva pertanto alla scrittura delle equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = \frac{bC_r\alpha_r - aC_f\alpha_f}{I_{zz}} \\ \dot{\beta} = -\frac{C_f\alpha_f + C_r\alpha_r}{vm} - \dot{\psi} \\ \alpha_r = \beta - \frac{b\dot{\psi}}{v} \\ \alpha_f = \beta + \frac{a\dot{\psi}}{v} - \delta \end{cases} \quad (2.1)$$

che sono non lineari dal momento che la velocità, che è uno degli ingressi del sistema, compare al denominatore.

Nella formulazione introdotta in questo lavoro di tesi, tuttavia, gli ingressi del sistema sono l'accelerazione a e l'angolo di sterzo δ , pertanto le equazioni scritte come in (2.1) non sono complete. Aggiungendo al sistema l'equazione $\dot{v} = a$ è possibile cambiare l'ingresso del sistema e, sostituendo ad α_f e α_r le loro espressioni per esteso, si giunge alle equazioni effettivamente usate:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = r \\ \dot{r} = \frac{bCr - aC_f}{I_z z} \beta - \frac{a^2 C_f + b^2 C_r}{v I_z z} r + \frac{a C_f}{I_z z} \delta \\ \dot{\beta} = -\frac{C_f + C_r}{vm} \beta + \frac{C_r b - C_f a - mv^2}{mv^2} r + \frac{C_f}{mv} \delta \\ \dot{v} = a \\ \dot{x} = v \cos(\beta + \psi) \\ \dot{y} = v \sin(\beta + \psi) \end{cases} \quad (2.2)$$

Lo stato sarà il vettore $[\psi, \dot{\psi}, \beta, v, x, y]^T$.

Non essendo possibile esprimere il sistema nella forma $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$, viene utilizzata la *feedback linearization*, che permette una lineariz-

zazione esatta del sistema in modo che sia applicabile la tecnica dell'MPC lineare.

2.3.2 Modello orientato al controllo

Nella maggior parte delle applicazioni è frequente l'uso di modelli non lineari, poiché permettono una migliore descrizione della realtà. Spesso però si ricorre ad una loro semplificazione attraverso una linearizzazione, sia per poterli trattare meglio computazionalmente sia perché molte volte è più semplice l'applicazione di controlli su sistemi di questo tipo.

Un generico sistema SISO non lineare a tempo discreto si presenta genericamente nella forma seguente:

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x, k) + g(u, k) \\ y(k) = h(x, k) \end{cases} \quad (2.3)$$

dove $f(x)$, $g(u)$ e $h(x)$ rappresentano delle funzioni non lineari e u indica l'ingresso.

La linearizzazione tramite Jacobiano è sicuramente uno dei metodi più diffusi e conosciuti per modificare il sistema (2.3) nella classica rappresentazione in spazio di stato. Essa consiste nella derivazione delle equazioni valutate nel punto di equilibrio (u_0, x_0) :

$$\begin{cases} x(k+1) = \left. \frac{\partial f(x, k)}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) + \left. \frac{\partial g(u, k)}{\partial u} \right|_{u_0} (u - u_0) \\ y(k) = \left. \frac{\partial h(x, k)}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) \end{cases} \quad (2.4)$$

Con questi passaggi si ha la possibilità di scrivere il sistema utilizzando la classica forma lineare:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (2.5)$$

Un'osservazione importante da fare su questo approccio è il fatto che il sistema (2.5) è un'esatta rappresentazione del sistema reale solamente nel punto

(x_0, u_0) . Il controllo con un modello linearizzato potrebbe quindi dare dei risultati insoddisfacenti in altri punti, soprattutto se il *range* operativo si discosta parecchio dal punto di equilibrio imposto. Si richiederebbe pertanto una valutazione continua delle derivate in ogni istante per poter avere prestazioni migliori.

Una tecnica che permette di arrivare alla forma (2.5) ma con un approccio differente è la *feedback linearization* [5], che verrà utilizzata in questa sede per poter poi implementare un controllo MPC lineare sul sistema.

A differenza della linearizzazione basata sull'espansione in serie di Taylor, che introduce errori ed approssimazioni spesso anche considerevoli, la *feedback linearization* è una linearizzazione esatta e non approssimata. Il suo funzionamento è molto intuitivo: si sfrutta la conoscenza del modello del sistema per effettuare una retroazione sullo stato che elimina le non linearità presenti, facendo apparire il sistema come una catena di doppi integratori. In realtà il sistema è lineare solamente agli effetti esterni, e ciò è reso possibile grazie alla retroazione, mentre internamente il sistema rimane lo stesso considerato inizialmente, senza nessuna approssimazione. La *feedback linearization* è una tecnica molto potente, grazie alla quale è possibile linearizzare l'intero sistema o parti di esso, tramite un *feedback* sullo stato oppure sfruttando gli ingressi. Il suo limite risiede nel fatto che non è applicabile a tutti i sistemi non lineari; indagarne le ipotesi di applicabilità, però, esula dallo scopo di questa tesi.

Ci sono naturalmente anche alcuni aspetti negativi da sottolineare. Essendo una linearizzazione, viene implementato un controllo che considera il sistema lineare. Non è certo che le prestazioni siano migliori rispetto ad un controllo non lineare ma, per quanto già detto precedentemente, questa è una soluzione vantaggiosa per diminuire i tempi di calcolo. Un ulteriore problema deriva dal fatto che non si ha una conoscenza perfetta e precisa di tutti i parametri del sistema. Questo può influire significativamente sulle prestazioni del controllo, quindi è sempre meglio garantire una certa robustezza.

Per eseguire la *feedback linearization* si parte dal sistema espresso di seguito:

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = \frac{bC_r\alpha_r - aC_f\alpha_f}{I_{zz}} \\ \dot{\beta} = -\frac{C_f\alpha_f + C_r\alpha_r}{vm} - \dot{\psi} \\ \alpha_r = \beta - \frac{b\dot{\psi}}{v} \\ \alpha_f = \beta + \frac{a\dot{\psi}}{v} - \delta \end{cases} \quad (2.6)$$

e alle ipotesi enunciate precedentemente vengono aggiunte le seguenti:

- velocità riferita al baricentro \simeq velocità del centro dell'assale posteriore;
- vengono considerati piccoli angoli;
- l'inclinazione della strada è nulla.

Si considera un sistema di riferimento assoluto fisso, rispetto al quale è possibile definire la posizione del veicolo:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos(\beta + \psi) \\ \dot{y} &= v \sin(\beta + \psi) \end{aligned} \quad (2.7)$$

A questo punto, a partire dal sistema (2.6) con stato $[\dot{\psi}, \beta, x, y]^T$ e ingressi $[v, \delta]^T$, si vuole ottenere un nuovo modello che, come detto, appaia agli effetti esterni come una catena di doppi integratori, ovvero:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \\ \dot{v}_x &= a_x \\ \dot{y} &= v_y \\ \dot{v}_y &= a_y \end{aligned}$$

Dalle equazioni espresse in (2.7) si ricavano poi per derivazione:

$$\begin{aligned} a_x &= \dot{v}_x = \ddot{x} = \dot{v} \cos(\beta + \psi) - v \sin(\beta + \psi)(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \\ a_y &= \dot{v}_y = \ddot{y} = \dot{v} \sin(\beta + \psi) - v \cos(\beta + \psi)(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \end{aligned}$$

che portano alla forma matriciale espressa di seguito:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta + \psi) & -v \sin(\beta + \psi) \\ \sin(\beta + \psi) & v \cos(\beta + \psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\beta} + \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Da quest'ultima relazione, note le accelerazioni a_x e a_y , è possibile calcolare le variabili $\dot{\beta}$ e $\dot{\psi}$.

Poiché rispetto al sistema di partenza (2.6) gli ingressi non saranno più $[v, \delta]^T$ bensì $[a, \delta]^T$, si ricava inizialmente $\omega = \dot{\beta} + \dot{\psi}$ dalla seconda equazione del sistema (2.6):

$$\omega = \dot{\beta} + \dot{\psi} = -\frac{C_f \alpha_f + C_r \alpha_r}{mv} \quad (2.9)$$

A questo punto, sostituendo in (2.9) le espressioni di α_f e α_r presenti in (2.6) e invertendo la formula ottenuta, è possibile esplicitare il valore di δ :

$$\delta = \frac{mv}{C_f} \left((\dot{\beta} + \dot{\psi}) + \frac{\beta C_f + C_r}{v} - \frac{\dot{\psi} C_r b - C_f a}{v^2} \right) \quad (2.10)$$

Per quanto riguarda il secondo ingresso al sistema, a partire dall'equazione matriciale (2.8), è possibile ricavarne l'accelerazione di riferimento $\dot{v} = a$.

In conclusione, la tecnica di *feedback linearization* permette di realizzare lo schema illustrato in Figura 2.4, in cui il legame ingresso-uscita è un doppio integratore.

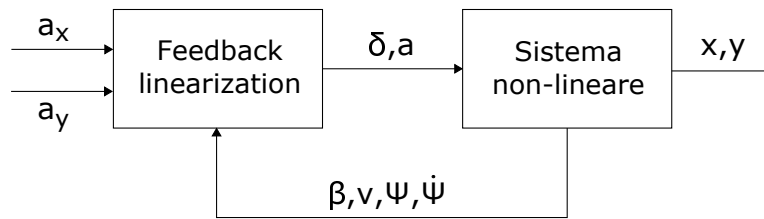


Figura 2.4: *Feedback linearization*

Capitolo 3

Il controllo MPC

Il *Model Predictive Control* (MPC) è una metodologia di controllo ottimo *model-based* nata nei primi anni '80 e inizialmente sviluppata per gli impianti di produzione di aziende chimiche o raffinerie. È stata all'inizio concepita per impianti di questo tipo perché, a causa dell'elevato onere computazionale che contraddistingue questa tecnica, si adattava bene a sistemi caratterizzati da dinamiche lente. Negli ultimi anni, invece, si sta diffondendo anche ad altre tipologie di sistemi e sta diventando una delle metodologie più utilizzate per la soluzione di problemi di controllo multivariabile.

L'MPC consiste in una strategia di controllo basata sulla soluzione *online* di un problema di ottimizzazione, per ogni istante di campionamento, che si basa sulla conoscenza del modello dinamico del sistema da controllare ed è in grado di gestire vincoli rigidi sul sistema in modo non conservativo. Nel problema di ottimizzazione il controllore opera una predizione delle variabili di uscita del sistema, e definisce sulla base di quest'ultima i valori delle variabili di controllo in modo tale che venga minimizzato un funzionale di costo, tipicamente rappresentato dall'errore rispetto a un dato riferimento.

Il risultato è quindi una sequenza di azioni di controllo ottima per l'istante in cui viene eseguita l'ottimizzazione e per gli istanti successivi, di cui solo il primo elemento viene effettivamente applicato al sistema sotto controllo. All'istante di campionamento successivo l'orizzonte predittivo è fatto scorrere in avanti, e il problema di controllo ottimo su orizzonte finito è risolto nuovamente sulla base di una nuova misura dello stato reale: questa tecnica viene

chiamata *Receding Horizon Control*.

Il controllo MPC può essere applicato sia a sistemi lineari che a sistemi non lineari. Nel caso lineare il problema di ottimizzazione può essere tradotto in un problema quadratico, pertanto risulta di agevole soluzione e il tempo computazionale è ridotto. La complessità computazionale è sempre stata infatti uno dei principali colli di bottiglia del controllo MPC, soprattutto se paragonato ad altri controllori di tipo classico. Negli ultimi anni, tuttavia, questa caratteristica sta diventando sempre meno limitativa, grazie sostanzialmente a tre fattori: il progresso tecnologico, che consente lo sviluppo di processori sempre più veloci ed efficienti, lo sviluppo di nuovi algoritmi di ottimizzazione più potenti e affidabili, che ampliano le possibilità di applicazione per MPC, e infine i progressi nella teoria stessa del controllo predittivo, in merito soprattutto alla stabilità e alla applicabilità della tecnica.

Nel seguito si introdurranno dapprima i principi generali delle tecniche del controllo predittivo, per poi entrare più nel dettaglio analizzandone le varie applicazioni al caso di studio. Nello specifico, nei Paragrafi 3.2 e 3.3 verranno studiate le cifre di merito per i problemi di regolazione del veicolo e di inseguimento di traiettoria rispettivamente, per passare poi al Paragrafo 3.4 in cui si indagherà l'introduzione di vincoli operativi al problema.

3.1 La tecnica MPC

Il controllo predittivo è realizzato a partire da un modello dinamico del sistema da controllare. Nell'ambito del controllo di sistemi lineari a tempo discreto si fa solitamente riferimento alla classica forma:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.1)$$

in cui lo stato $x \in \mathbb{X}$ è misurabile e $u \in \mathbb{U}$ è il vettore delle variabili di controllo; \mathbb{X} e \mathbb{U} sono i rispettivi insiemi di appartenenza.

Viene descritta, in primo luogo, la tecnica base per la regolazione dello stato

di un sistema. All'istante t si vuole determinare la sequenza di variabili di controllo $u(t), u(t+1), \dots, u(t+N-1)$ che minimizzi la cifra di merito quadratica su orizzonte finito descritta dalla seguente equazione:

$$J(x(t), U(t), t) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(\|x(t+k)\|_Q^2 + \|u(t+k)\|_R^2 \right) + \|x(t+N)\|_S^2 \quad (3.2)$$

dove l'intero positivo N viene comunemente chiamato *orizzonte di predizione*, e $Q = Q^T \geq 0$, $R = R^T > 0$, $S = S^T \geq 0$ sono matrici di dimensioni opportune che pesano rispettivamente lo stato, il controllo e lo stato finale. La funzione di costo terminale $\|x(t+N)\|_S^2$ è legata al concetto di legge ausiliaria, ovvero una legge arbitraria stabilizzante di tipo $u(t) = -Kx(t)$ che, come si vedrà più dettagliatamente in seguito, è necessario definire per specificare correttamente il problema MPC.

Una possibile legge ausiliaria è data dalla seguente legge di controllo ottima:

$$u(t) = -Kx(t)$$

dove

$$K = (R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (3.3)$$

e P è la soluzione dell'equazione algebrica di Riccati:

$$P = Q + A^T P A - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A$$

La matrice di peso S è definita come segue:

$$S = P \quad (3.4)$$

La legge ausiliaria $u(t) = -Kx(t)$ è una legge di controllo in anello chiuso, in quanto la variabile di controllo $u(t)$ dipende dallo stato corrente $x(t)$. Va inoltre ricordato che la soluzione è stata ricavata a partire dall'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman ed è relativa a un problema di ottimizzazione non vincolato.

3.1.1 Soluzione in "anello aperto"

È possibile esprimere in forma compatta il problema di ottimizzazione espresso in (3.2) ricordando che, secondo l'equazione di Lagrange, risulta

$$x(t+k) = A^k x(t) + \sum_{i=0}^{k-1} A^{k-i-1} B u(t+i), \quad k > 0 \quad (3.5)$$

e quindi si ottiene la seguente espressione:

$$X(t) = \mathcal{A}x(t) + \mathcal{B}U(t) \quad (3.6)$$

dove

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t+1) \\ x(t+2) \\ \dots \\ x(t+N-1) \\ x(t+N) \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A} = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \dots \\ A^{N-1} \\ A^N \end{bmatrix}, \quad U(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \dots \\ u(t+N-2) \\ u(t+N-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} B & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ AB & B & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A^{N-2}B & A^{N-3}B & A^{N-4}B & \dots & B & 0 \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & A^{N-3}B & \dots & AB & B \end{bmatrix}$$

Vengono inoltre definite le seguenti matrici, aventi N blocchi sulla diagonale:

$$\mathcal{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & Q & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & Q & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & S \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & R & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R \end{bmatrix}$$

Si osservi ora che minimizzare $J(x(t), U(t), t)$ equivale a minimizzare $\bar{J}(x(t), U(t), t)$, in cui

$$\bar{J}(x(t), U(t), t) = X^T(t) \mathcal{Q} X(t) + U^T(t) \mathcal{R} U(t) \quad (3.7)$$

perché da $J(x(t), U(t), t)$, definita dall'espressione (3.2), si può eliminare il termine $x^T(t)Qx(t)$ che non dipende da $u(t+i), i \geq 0$.

Ricordando l'equazione (3.6) risulta quanto segue:

$$\begin{aligned} \bar{J}(x(t), U(t), t) &= (\mathcal{A}x(t) + \mathcal{B}U(t))^T \mathcal{Q}(\mathcal{A}x(t) + \mathcal{B}U(t)) + U(t)^T \mathcal{R}U(t) \\ &= x(t)^T \mathcal{A}^T \mathcal{Q} \mathcal{A} x(t) + 2x(t)^T \mathcal{A}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} U(t) + \\ &\quad + U(t)^T (\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} + \mathcal{R}) U(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

La formula (3.8) è una forma quadratica definita positiva, in quanto $\mathcal{R} > 0$. Il minimo, nel caso non sia presente alcun vincolo operativo, può essere quindi calcolato derivando rispetto a $U(t)$ e imponendo che la derivata sia nulla. Si ottiene in questo modo il vettore ottimo degli ingressi $U^o(t)$ nell'orizzonte di predizione considerato:

$$U^o(t) = -(\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} + \mathcal{R})^{-1} \mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{A} x(t) \quad (3.9)$$

La soluzione così ottenuta dipende dalla predizione del futuro valore dello stato effettuata in base allo stato corrente $x(t)$. Infatti, definendo

$$\mathcal{K} = (\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} + \mathcal{R})^{-1} \mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{K}(0) \\ \mathcal{K}(1) \\ \dots \\ \mathcal{K}(N-1) \end{bmatrix}, \quad \mathcal{K}(k) \in R^{m \times n} \quad (3.10)$$

si può scrivere

$$U^o(t) = - \begin{bmatrix} \mathcal{K}(0) \\ \mathcal{K}(1) \\ \dots \\ \mathcal{K}(N-1) \end{bmatrix} x(t) \quad (3.11)$$

oppure

$$u^o(t+k) = -\mathcal{K}(k)x(t), \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.12)$$

Per questo motivo si può interpretare la legge di controllo (3.12) come una soluzione in anello aperto, per $k \geq 0$.

La soluzione in anello aperto è stata ottenuta a partire dalla predizione dei futuri valori dello stato in funzione del valore corrente all'istante t e dei futuri

valori della variabile di ingresso, cioè delle soluzioni del problema di ottimizzazione, e di quantità note (lo stato $x(t)$) all'istante corrente.

È anche importante notare che nel caso nominale, quindi in assenza di disturbi o errori di modello, la soluzione in anello chiuso e quella in anello aperto coincidono. La differenza sostanziale tra i due approcci consiste nel fatto che quello in anello aperto può essere facilmente esteso al caso in cui vi siano dei vincoli sulle variabili di stato o di controllo.

Si ipotizzi ad esempio che le variabili di controllo debbano soddisfare i seguenti vincoli:

$$u_m \leq u(t+k) \leq u_M, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.13)$$

Definendo i vettori di N elementi (a loro volta vettoriali)

$$U_m = \begin{bmatrix} u_m \\ u_m \\ \dots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad U_M = \begin{bmatrix} u_M \\ u_M \\ \dots \\ u_M \end{bmatrix}$$

il problema di ottimizzazione su orizzonte finito può dunque essere riformulato come segue:

$$\min_{U(t)} \bar{J}(x(t), U(t), t) = (\mathcal{A}x(t) + \mathcal{B}U(t))^T \mathcal{Q}(\mathcal{A}x(t) + \mathcal{B}U(t)) + U(t)^T \mathcal{R}U(t) \quad (3.14)$$

soggetto ai vincoli

$$U_m \leq U(t) \leq U_M \quad (3.15)$$

Questo problema non ammette più una soluzione esplicita, ma può essere risolto attraverso metodi di programmazione quadratica per ottenere il vettore ottimo $U^o(t)$ dei futuri valori della variabile di controllo.

In conclusione, l'approccio in anello aperto porta alla formulazione di problemi di ottimizzazione in cui è possibile includere esplicitamente vincoli sulle variabili di controllo ed eventualmente sugli stati futuri.

3.1.2 Il principio Receding Horizon (RH)

Nel problema di controllo ottimo su orizzonte di tempo finito, con o senza vincoli, la soluzione porta alla determinazione della sequenza ottima delle future variabili di controllo $u^o(t), \dots, u^o(t + N - 1)$ o, analogamente, a una legge di controllo tempo variante e definita solo nell'orizzonte di predizione. Per ricondursi a una legge di controllo tempo invariante e definita per ogni istante t si può applicare l'approccio detto *Receding Horizon* (RH) o a *orizzonte mobile* (Figura 3.1). Questo metodo afferma che ad ogni istante t si risolve il

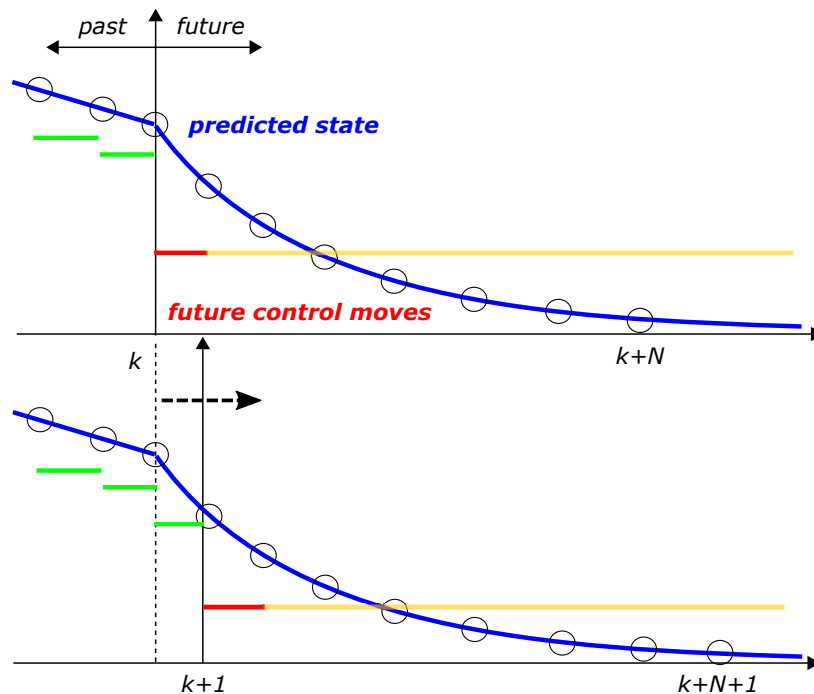


Figura 3.1: Il principio Receding Horizon

problema di ottimizzazione sullo stato iniziale $x(t)$ lungo un orizzonte finito $[t, t + N]$, e dal vettore ottimo calcolato $U^o(t)$ soltanto il primo ingresso $u^o(t)$ viene applicato al sistema reale, per la durata del periodo di campionamento. Al successivo istante $t+1$ si ripete l'ottimizzazione con riferimento all'orizzonte $[t + 1, t + N + 1]$, avendo a disposizione le informazioni aggiornate date dalla nuova misura dello stato $x(t + 1)$.

La nuova sequenza di controllo è generalmente diversa da quella precedente, pertanto, grazie al fatto che l'orizzonte predittivo scorre in avanti e si utilizzano le nuove misure dello stato del sistema, si ottiene una discreta robustezza

contro eventuali errori di modellazione e disturbi.

Mediante il principio *Receding Horizon* si ottiene una legge di controllo invariante nel tempo e basata sempre sullo stato corrente, cioè

$$u = \kappa_{RH}(x) \quad (3.16)$$

Nei problemi con vincoli questa è una legge in retroazione sullo stato di tipo implicito, mentre nel caso particolare di problemi non vincolati essa coincide con il primo elemento della soluzione:

$$u(t) = -\mathcal{K}(0)x(t) \quad (3.17)$$

dove $\mathcal{K}(0)$ si ottiene, nel caso in cui S sia definita come in (3.4), come

$$\mathcal{K}(0) = (R + B^T P B)^{-1} B^T P^T A$$

3.1.3 Condizioni per la stabilità

Si ricorda che il problema di ottimizzazione, definito in modo completo, risulta come segue:

$$\min_{U(t)} J(x(t), U(t), t) = \min_{U(t)} \left[\sum_{k=0}^{N-1} \left(\|x(t+k)\|_Q^2 + \|u(t+k)\|_R^2 \right) + \|x(t+N)\|_S^2 \right] \quad (3.18)$$

soggetto ai seguenti vincoli operativi:

$$x(t+k) \in \mathbb{X}, \quad \forall k = 1, \dots, N-1 \quad (3.19a)$$

$$u(t+k) \in \mathbb{U}, \quad \forall k = 1, \dots, N-1 \quad (3.19b)$$

$$x(t+N) \in \mathbb{X}^f \quad (3.19c)$$

La stabilità del controllo MPC può essere garantita utilizzando il criterio di Lyapunov e sfruttando la cifra di costo ottima J^o come funzione di Lyapunov. In particolare, nel caso in cui siano specificati vincoli operativi, si ha stabilità del sistema di controllo a patto che siano definiti in modo opportuno un insieme, detto *set terminale* \mathbb{X}^f relativo allo stato finale, e la funzione di peso

finale $J^f = \|x(t+N)\|_S^2$ [6].

In particolare, gli stati all'istante $t+N$ devono soddisfare il vincolo terminale (3.19c). Nello specifico, \mathbb{X}^f deve essere un insieme chiuso, contenente l'origine e tale che $\mathbb{X}^f \subseteq \mathbb{X}$. Allo stesso modo, anche i vincoli posti sulle variabili di controllo devono essere soddisfatti se il sistema è controllato attraverso la legge ausiliaria, ossia l'ingresso $-Kx(t)$ calcolato da tale legge deve risiedere in $\mathbb{U} \forall x \in \mathbb{X}^f$. Inoltre, il *set* terminale \mathbb{X}^f deve essere positivamente invariante rispetto alla legge ausiliaria, in altre parole

$$x(t+1) = (A - BK)x(t) \in \mathbb{X}^f, \quad \forall x(t) \in \mathbb{X}^f \quad (3.20)$$

Infine, la funzione di costo finale J^f deve essere una funzione di Lyapunov per il sistema controllato mediante la legge ausiliaria, ovvero deve essere scelta in modo tale che valga la seguente relazione:

$$J^f((A - BK)x(t)) \leq J^f(x(t)) - (\|x(t)\|_Q^2 + \|Kx(t)\|_R^2) \quad (3.21)$$

Le prime due ipotesi (cioè che $\mathbb{X}^f \subseteq \mathbb{X}$ e che $-Kx(t) \in \mathbb{U} \forall x \in \mathbb{X}^f$) garantiscono che, se $x(t)$ si trova all'interno del *set* terminale, esista una sequenza di ingressi che permetta di rispettare i vincoli (3.19) del problema. Infatti, applicando la legge ausiliaria lungo tutto l'orizzonte di predizione, lo stato rimane limitato nel *set* \mathbb{X}^f per via della proprietà di positiva invarianza dell'insieme e, allo stesso tempo, tutti i vincoli operativi risultano verificati. L'ultima ipotesi, cioè la disequazione (3.21), garantisce infine la stabilità richiedendo che il costo terminale lungo la traiettoria del sistema in anello chiuso controllato dalla legge ausiliaria sia decrescente.

In merito alla definizione della legge ausiliaria esistono due possibili soluzioni. La prima consiste semplicemente nel supporre che la legge di controllo ausiliaria sia di tipo $u(t) = 0$; naturalmente, affinché questo sia possibile, è necessario che il sistema di partenza sia asintoticamente stabile, ovvero che la matrice $(A - BK)$ abbia autovalori nel cerchio di raggio unitario con $K = 0$ (a meno che $\mathbb{X}^f = \{0\}$). La seconda soluzione, invece, fa riferimento all'utilizzo di una legge di controllo ausiliaria stabilizzante nella forma generica $u(t) = -Kx(t)$, con una matrice dei guadagni scelta in modo tale che $(A - BK)$ sia asintoti-

camente stabile, ad esempio quella descritta in (3.3).

Per quanto riguarda la definizione del peso S , che garantisca la disuguaglianza (3.21), è sufficiente, per entrambe le scelte del guadagno K viste, scegliere S in modo tale che la seguente equazione di Lyapunov discreta sia verificata:

$$(A - BK)^T S (A - BK) - S = -(Q + K^T R K) \quad (3.22)$$

3.2 Applicazione della tecnica MPC al problema di regolazione del veicolo

Dopo aver descritto la tecnica di controllo MPC si considerano le sue applicazioni al controllo dell'ATV, a partire dal problema di regolazione. Quest'ultimo consiste nel guidare in modo ottimo il veicolo in una posizione desiderata con orientamento finale libero e velocità finale nulla, partendo da una configurazione arbitraria nel piano, e soddisfacendo i vincoli imposti lungo tutto l'intervallo.

Finora si è visto come sia possibile utilizzare un modello bicicletta per la descrizione del veicolo oggetto della tesi, e come si possa costruire una legge linearizzante in grado di semplificare, agli effetti esterni, il problema di controllo. Tornando quindi a considerare il modello ottenuto dall'applicazione a tempo discreto della *feedback linearization* precedentemente descritta, si ottiene il seguente sistema lineare in forma matriciale:

$$\eta(k+1) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_A \eta(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\tau^2}{2} & 0 \\ \tau & 0 \\ 0 & \frac{\tau^2}{2} \\ 0 & \tau \end{bmatrix}}_B u(k) \quad (3.23)$$

dove $\eta(k) = [x(k), v_x(k), y(k), v_y(k)]^T$ è il nuovo vettore di stato, $u(k) = [a_x(k), a_y(k)]^T$ e τ è un opportuno tempo di campionamento. Si può notare che l'equazione (3.23) è in forma diagonale a blocchi, costituita da due sottosistemi

disaccoppiati che rappresentano rispettivamente la dinamica lungo l'asse delle ascisse e delle ordinate del riferimento cartesiano.

Riprendendo il problema di controllo MPC, esso verrà formulato come ottimizzazione di una cifra di costo $J(t)$ su di un orizzonte finito di durata N . Tale problema di ottimizzazione ha come argomento il vettore delle variabili di controllo per i successivi N passi in grado di portare il sistema nella posizione desiderata, rispettando eventuali vincoli su stato o ingressi imposti in fase di progetto. A partire da questo, secondo il criterio del *Receding Horizon* discusso in precedenza, si utilizza solo il primo dei campioni prodotti e al passo successivo si ripete l'intera procedura.

Come visto in precedenza, poiché il sistema è lineare, una cifra di merito opportuna è quella di tipo quadratico su stato e variabili di controllo:

$$J(t) = \sum_{k=t}^{t+N-1} \left(\|\eta(k) - \eta_{GOAL}\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2 \right) + \|\eta(t+N) - \eta_{GOAL}\|_S^2 \quad (3.24)$$

in cui $\eta_{GOAL} = [x_{GOAL}, 0, y_{GOAL}, 0]^T$ è il vettore contenente le coordinate del punto di arrivo e le velocità di riferimento, che vengono poste nulle. Le matrici di peso Q e R sono simmetriche, semi-definite (o definite) positive e scelte arbitrariamente. Come ampiamente descritto nel Paragrafo 3.1.3, la matrice S , che pesa la differenza tra lo stato finale e il goal, è scelta in base a una legge arbitraria $u(k) = -Kx(k)$ come soluzione dell'equazione di Lyapunov discreta (3.22).

A questo punto il problema MPC può essere riformulato sfruttando il modello dinamico del sistema per giungere a una scrittura compatta della cifra di merito. Noto infatti lo stato attuale $\eta(t)$, è possibile scrivere la predizione lungo l'orizzonte agli istanti $t+k$ successivi in funzione della variabile di ottimizzazione $[u(t), \dots, u(t+N-1)]^T$. Utilizzando l'equazione di Lagrange (3.5), l'intera

predizione lungo l'orizzonte $[t, t + N]$ può allora essere calcolata come segue:

$$\begin{bmatrix} \eta(t) \\ \eta(t+1) \\ \dots \\ \eta(t+N) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ A \\ \dots \\ A^N \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}} \eta(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ B & 0 & \dots & \dots & 0 \\ AB & B & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & \dots & B \end{bmatrix}}_{\mathcal{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \dots \\ u(t+N-1) \end{bmatrix}}_{U(t)} \quad (3.25)$$

Il termine $[\eta(t), \eta(t+1), \dots, \eta(t+N)]^T$ sarà composto da $N+1$ elementi, mentre il termine $U(t)$, rispetto al quale si vuole ottimizzare, sarà un vettore di N componenti.

La (3.25) permette di riscrivere la cifra di merito in modo compatto come segue:

$$J(t) = \|\mathcal{A}\eta(t) - \mathcal{I}\eta_{GOAL} + \mathcal{B}U(t)\|_{\mathcal{Q}}^2 + \|U(t)\|_{\mathcal{R}}^2 \quad (3.26)$$

dove i due pesi su stato e ingresso di controllo sono ora due matrici allargate:

$$\mathcal{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & S \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & R \end{bmatrix}$$

Risultano entrambe diagonali a blocchi per costruzione, e la prima contiene anche il peso S sulla differenza tra stato finale e goal.

Il problema di ottimizzazione a questo punto si traduce nel calcolo del minimo della funzione quadratica, rispetto al vettore $U(t)$:

$$\min_{U(t)} U(t)^T \underbrace{(\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} + \mathcal{R})}_H U(t) + 2 \underbrace{(\mathcal{A}\eta(t) - \mathcal{I}\eta_{GOAL})^T \mathcal{Q} \mathcal{B}}_{f^T} U(t) + cost \quad (3.27)$$

dove i termini H e f , in un problema di ottimizzazione quadratica, vengono chiamati rispettivamente Hessiano e termine lineare, mentre il termine $cost$ risulta essere indipendente dall'argomento $U(t)$ e pertanto può essere trascurato nella funzione di costo.

Al problema descritto devono necessariamente essere aggiunti dei vincoli operativi, sia sulle variabili di stato che sulle variabili di controllo, per tener conto di limiti fisici o per riprodurre la saturazione degli attuatori. Tuttavia, poiché l'introduzione dei vincoli risulta piuttosto elaborata, un'analisi dettagliata viene rimandata al Paragrafo 3.4 espressamente dedicato.

Infine, è importante sottolineare che nel presente approccio si è scelto di omettere il vincolo terminale. Come si vedrà più avanti, vengono utilizzati due modelli differenti per il veicolo a seconda della variabile da vincolare, e ciò rende difficile definire in modo univoco un vincolo finale. In fase di validazione del sistema di controllo ciò non ha comportato problemi, e per semplicità si è optato per mantenere la formulazione del problema descritta.

3.3 Applicazione della tecnica MPC all'inseguimento di traiettoria del veicolo

In questa sezione si descrive l'applicazione del controllo MPC al principale obiettivo di questa tesi, ovvero l'inseguimento di una traiettoria qualsiasi sul piano.

Per prima cosa è necessario definire la traiettoria di riferimento che il veicolo dovrà seguire. Come già detto, in questo lavoro si tratta il problema del *trajectory tracking* e non di *path following*, quindi il veicolo dovrà seguire una determinata traiettoria, alla quale è associata una specifica legge oraria.

Fatta questa precisazione, la traiettoria imposta può essere di qualsiasi tipo, essendo creata a monte senza che si tenga conto dei vincoli fisici dell'ATV. Il veicolo reale potrebbe quindi non essere in grado di riprodurla in maniera esatta, ad esempio per la presenza di curve troppo strette che richiederebbero una sterzata maggiore del limite imposto, oppure perché i punti con cui è stata definita sono troppo distanti tra loro e si dovrebbero raggiungere velocità troppo elevate affinché sia rispettata la legge oraria. È quindi interessante l'idea che sia l'ottimizzazione stessa a generare, oltre alle vere e proprie azioni di controllo, una traiettoria di riferimento $Y_{rif}(t)$ che sia ovviamente il più possibile simile a quella generica imposta dall'esterno $Y^*(t)$, ma che allo stesso tempo risulti regolare qualora la traiettoria di partenza dovesse prevedere manovre piuttosto brusche. In questo modo si riduce il rischio di *infeasibility* rispetto

ai vincoli imposti, e la nuova traiettoria calcolata dall'ottimizzazione diventerà di conseguenza il vero riferimento che il veicolo dovrà seguire.

Nei paragrafi che seguono si vedrà dapprima la cifra di merito inizialmente adottata, per poi passare alla sua modifica con ottimizzazione della traiettoria di riferimento. Infine, verranno spiegati alcuni accorgimenti introdotti per migliorare l'inseguimento del riferimento.

3.3.1 Cifra di merito iniziale

Il primo funzionale di costo sviluppato per il problema dell'inseguimento di traiettoria, ancora una volta quadratico rispetto a stato e variabili di controllo, è il seguente:

$$J(t) = \sum_{k=t}^{t+N-1} \left(\|\eta(k) - \eta_{rif}(k)\|_Q^2 + \|u(k) - u_{rif}(k)\|_R^2 + \|u(k) - u(k-1)\|_{R_\Delta}^2 \right) + \|\eta(t+N) - \eta_{rif}(t+N)\|_S \quad (3.28)$$

Per una maggiore chiarezza vale la pena soffermarsi a spiegare ciascuna delle singole funzioni di costo presenti in (3.28):

- $\|\eta(k) - \eta_{rif}(k)\|_Q^2$ rappresenta la differenza tra lo stato attuale $\eta(k)$ e posizioni e velocità di riferimento, dove queste ultime sono ottenute dalle posizioni della traiettoria imposta a monte $Y^*(k) = [x^*(k), y^*(k)]^T$ per derivazione:

$$\eta_{rif}(k) = \begin{bmatrix} x_{rif}(k) \\ v_{x,rif}(k) \\ y_{rif}(k) \\ v_{y,rif}(k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\tau} & 0 & \frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} & 0 & \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}}_Z \cdot \begin{bmatrix} Y^*(k-1) \\ Y^*(k) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

- $\|u(k) - u_{rif}(k)\|_R^2$ indica la differenza tra le azioni di controllo $u(k) = [a_x(k), a_y(k)]^T$, che rappresentano l'argomento dell'ottimizzazione, e le

accelerazioni di riferimento, ricavate anch'esse dalle posizioni $Y^*(k)$ tramite una doppia derivazione:

$$u_{rif}(k) = \begin{bmatrix} a_{x,rif}(k) \\ a_{y,rif}(k) \end{bmatrix} = \frac{1}{\tau^2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_L \cdot \begin{bmatrix} Y^*(k-1) \\ Y^*(k) \\ Y^*(k+1) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

- $\|u(k) - u(k-1)\|_{R_\Delta}^2$ penalizza la differenza delle accelerazioni in ingresso al sistema tra un istante e il precedente. Tale termine si è reso necessario per fare in modo che le azioni di controllo generate non varino eccessivamente tra un istante e il successivo, e garantire di conseguenza un'azione di controllo regolare. R_Δ è una matrice diagonale arbitraria;
- $\|\eta(t+N) - \eta_{rif}(t+N)\|_S$ rappresenta il peso finale. La matrice S , come descritto nel Paragrafo 3.1.3 e come già fatto per il problema di regolazione, è nuovamente scelta in base a una legge arbitraria $u(k) = -Kx(k)$ come soluzione dell'equazione di Lyapunov discreta.

Come già visto per il caso di regolazione, è possibile riformulare la cifra di costo in modo compatto, ottenendo:

$$J(t) = \|\mathcal{A}\eta(t) + \mathcal{B}U(t) + \mathcal{Z}\mathcal{Y}^*(t)\|_{\mathcal{Q}}^2 + \|U(t) - \mathcal{L}\mathcal{Y}^*(t)\|_{\mathcal{R}}^2 + \|\underline{\Delta}U(t) - l u(t-1)\|_{\mathcal{R}_\Delta}^2 \quad (3.31)$$

in cui

$$\mathcal{Y}^*(t) = \begin{bmatrix} Y^*(t) \\ Y^*(t+1) \\ \vdots \\ Y^*(t+N) \end{bmatrix}$$

è semplicemente il vettore delle posizioni della traiettoria imposta per l'intero orizzonte di predizione, mentre le matrici $\underline{\Delta}$ e l risultano:

$$\bar{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad l = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Le matrici \mathcal{Z} e \mathcal{L} , invece, derivano rispettivamente dalle Z e L presenti in (3.29) e (3.30), opportunamente espanse per considerare l'intero orizzonte di predizione $[t, t + N]$.

L'ottimizzazione può essere poi riportata al calcolo del minimo della funzione quadratica espressa di seguito:

$$\begin{aligned} \min_{U(t)} U(t)^T (\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} + \mathcal{R} + \underline{\Delta}^T \mathcal{R}_{\Delta} \underline{\Delta}) U(t) + \\ + 2 \left(\eta(t)^T \mathcal{A}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} - \gamma_t^*(t)^T \mathcal{Z}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} - \gamma_t^*(t)^T \mathcal{L}^T \mathcal{R} \right) U(t) + cost \end{aligned} \quad (3.32)$$

dove, come già sottolineato per il problema di regolazione, sono stati eliminati i termini che non dipendono da $U(t)$ dato che non sono soggetti a minimizzazione.

3.3.2 Ottimizzazione della traiettoria di riferimento

Come brevemente anticipato, può essere conveniente far sì che l'ottimizzazione sia in grado di generare essa stessa una traiettoria di riferimento $Y_{rif}(t) = [x_{rif}(t), y_{rif}(t)]^T$, per allontanare il rischio di *infeasibility* a fronte di traiettorie $Y^*(t)$ molto brusche, o per evitare che il veicolo si trovi a dover affrontare manovre eccessivamente pericolose.

Il funzionale di costo andrà di conseguenza modificato come segue:

$$\begin{aligned}
J(t) = & \sum_{k=t}^{t+N-1} \left(\|\eta(k) - \eta_{rif}(k)\|_Q^2 + \|u(k) - u_{rif}(k)\|_R^2 + \|u(k) - u(k-1)\|_{R_\Delta}^2 \right) + \\
& + \|\eta(t+N) - \eta_{rif}(t+N)\|_S + \sum_{k=t}^{t+N} \gamma \|Y^*(k) - Y_{rif}(k)\|^2
\end{aligned} \tag{3.33}$$

dove $\eta_{rif}(k)$ e $u_{rif}(k)$ sono ottenuti nuovamente tramite derivazione, ma questa volta a partire da $Y_{rif}(k)$ e non più da $Y^*(k)$:

$$\eta_{rif}(k) = Z \begin{bmatrix} Y_{rif}(k-1) \\ Y_{rif}(k) \end{bmatrix}, \quad u_{rif}(k) = L \begin{bmatrix} Y_{rif}(k-1) \\ Y_{rif}(k) \\ Y_{rif}(k+1) \end{bmatrix}$$

in cui le matrici Z e L sono le stesse presenti nelle equazioni (3.29) e (3.30) rispettivamente.

Rispetto alla cifra di merito (3.28), in (3.33) compare una funzione in più: $\gamma \|Y^*(k) - Y_{rif}(k)\|^2$ penalizza la differenza tra la traiettoria imposta a monte Y^* e quella ottenuta dall'ottimizzazione Y_{rif} . γ è un termine scalare positivo arbitrario che pesa questa differenza, tanto maggiore quanto più si vuole che la traiettoria Y_{rif} sia simile a quella fornita inizialmente.

In questo caso, il problema di ottimizzazione ha come argomenti non più le sole azioni di controllo, ma anche la traiettoria che il veicolo prenderà come riferimento. Lungo l'orizzonte $[t, t+N]$, il vettore calcolato dall'ottimizzazione sarà quindi:

$$\Xi(t) = \begin{bmatrix} U(t) \\ \mathcal{Y}_{rif}(t) \end{bmatrix}$$

dove

$$U(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+N-1) \end{bmatrix}, \quad \mathcal{Y}_{rif}(t) = \begin{bmatrix} Y_{rif}(t-1) \\ Y_{rif}(t) \\ \vdots \\ Y_{rif}(t+N) \end{bmatrix}$$

Riformulando la cifra di costo in modo compatto, si ottiene:

$$J(t) = \|\mathcal{A}\eta(t) + [\mathcal{B} \quad -\mathcal{Z}]\Xi(t)\|_{\mathcal{Q}}^2 + \|\mathbf{I} \quad -\mathcal{L}\Xi(t)\|_{\mathcal{R}}^2 + \|\bar{\Delta}\Xi(t) - lu(t-1)\|_{\mathcal{R}_\Delta}^2 + \gamma\|\mathcal{Y}^*(t) - [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}]\Xi(t)\|^2 \quad (3.34)$$

dove $\bar{\Delta}$ è una matrice ottenuta aggiungendo $2(N+2)$ colonne di zeri a $\underline{\Delta}$, che andranno a moltiplicare la parte relativa a $\mathcal{Y}_{rif}(t)$ nel vettore $\Xi(t)$.

Il problema di minimizzazione risultante è riportato di seguito:

$$\min_{\Xi(t)} \Xi(t)^T \left(\mathcal{B} \quad -\mathcal{Z} \right)^T \mathcal{Q} [\mathcal{B} \quad -\mathcal{Z}] + [\mathbf{I} \quad -\mathcal{L}]^T \mathcal{R} [\mathbf{I} \quad -\mathcal{L}] + \bar{\Delta}^T \mathcal{R}_\Delta \bar{\Delta} + \gamma [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}]^T [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] \Xi(t) + 2 \left(\eta(t)^T \mathcal{A}^T \mathcal{Q} [\mathcal{B} \quad -\mathcal{Z}] - \gamma \mathcal{Y}^*(t) [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] \right) \Xi(t) + cost \quad (3.35)$$

Con questo nuovo funzionale, come si vedrà meglio nel Capitolo 4, si riscontrano sensibili miglioramenti nelle performance, soprattutto nei casi di traiettorie piuttosto brusche. Lo svantaggio risiede in un aumento del tempo computazionale, pari all'incirca al 40% relativamente alla sola minimizzazione. Questo incremento, tuttavia, non risulta essere un limite all'applicazione della tecnica MPC così formulata perché il tempo computazionale resta comunque ridotto, mediamente intorno a 0.02 s.

Naturalmente, va ricordato che anche al problema dell'inseguimento di traiettoria è necessario aggiungere dei vincoli operativi, ma se ne rimanda la trattazione completa al Paragrafo 3.4. Inoltre, bisogna ribadire che il vincolo finale è stato omesso anche per questa applicazione, e valgono le stesse considerazioni fatte in merito nel Paragrafo 3.2.

3.3.3 Accorgimenti pratici e modifiche per la risoluzione del problema dell'inseguimento del riferimento

Nel caso ideale di inseguimento di traiettoria, il riferimento starà sempre davanti al veicolo reale, che lo seguirà a breve distanza (Figura 3.2). In alcune situazioni potrebbe però accadere che ciò non si verifichi, ed è necessario di

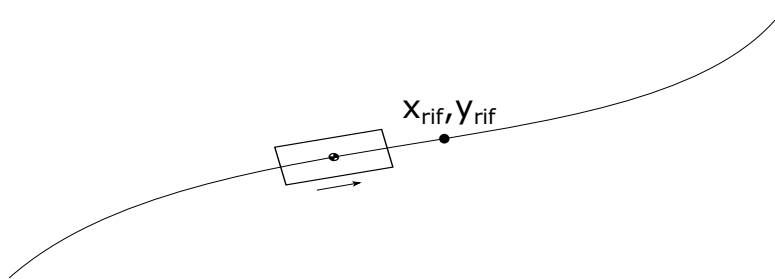


Figura 3.2: *Inseguimento di traiettoria: caso ideale*

conseguenza prevedere precisi accorgimenti per evitare di incorrere in errori che potrebbero allontanare eccessivamente il veicolo dalla traiettoria da seguire. Di seguito verranno descritti due scenari, ritenuti particolarmente rappresentativi, in cui il veicolo potrebbe trovarsi, soprattutto se si pensa ad un'applicazione del controllo a situazioni reali.

Il riferimento è più veloce del veicolo: potrebbe accadere che i punti della traiettoria di riferimento avanzino con velocità troppo elevata perché il veicolo riesca a restare a breve distanza, ad esempio nel caso in cui la legge oraria imposta fosse fuori misura rispetto ai limiti di velocità del mezzo. Per evitare che la distanza tra il veicolo e il riferimento continui ad aumentare, impedendo quindi un corretto inseguimento da parte del veicolo, è opportuno introdurre una condizione che permetta di interrompere l'avanzamento della traiettoria $\mathcal{Y}^*(t)$ a fronte di distanze eccessive dal veicolo, da verificare prima di ogni ciclo di ottimizzazione. Basandosi sulla distanza punto-punto tra la posizione del baricentro del veicolo reale e la posizione corrente del riferimento $(x_{rif}(t), y_{rif}(t))$, se quest'ultima dovesse risultare superiore a una certa soglia (arbitrariamente scelta), si impone l'arresto di $\mathcal{Y}^*(t)$ (Figura 3.3). In questo modo, se il mezzo dovesse essere troppo distante, il riferimento sarebbe in grado di "aspettarlo", evitando di avanzare eccessivamente e risultare quindi difficoltoso da inseguire. Una volta che il veicolo sarà rientrato entro la soglia di tolleranza imposta, $\mathcal{Y}^*(t)$ potrà nuovamente procedere.

Il riferimento è più lento del veicolo: contrariamente al caso appena descritto potrebbe accadere che, sempre a causa di errori sulla legge oraria, il riferimento proceda molto lentamente e il veicolo superi il riferimento

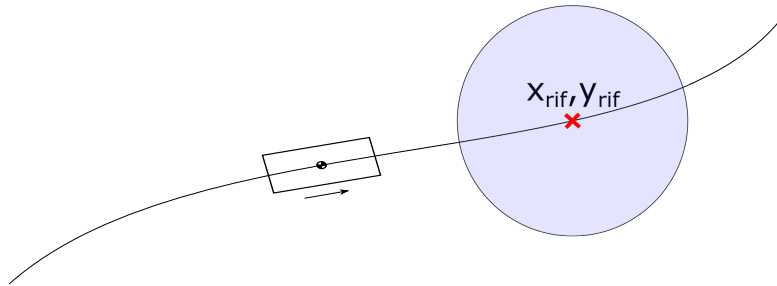


Figura 3.3: *Riferimento più veloce del veicolo: arresto del riferimento*

stesso, per esempio se la dinamica del freno non dovesse risultare sufficientemente reattiva. In questo caso la condizione sulla distanza relativa prima esposta risulterebbe controproducente. Infatti, se il veicolo reale dovesse oltrepassare il riferimento fino a superare il valore della soglia prima imposta, verrebbe interrotto l'avanzamento di $\mathcal{Y}^*(t)$ e il mezzo sarebbe costretto ad invertire il proprio senso di marcia (allontanandosi ovviamente dalla traiettoria imposta) per cercare di inseguire il punto $(x_{rif}(t), y_{rif}(t))$ (Figura 3.4). È indispensabile, pertanto, aggiungere

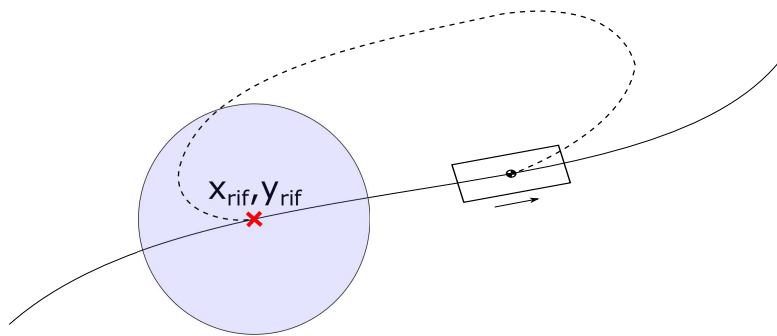


Figura 3.4: *Riferimento più lento del veicolo*

un'ulteriore condizione che sia in grado di indicare se il veicolo oltrepassa il riferimento, da controllare prima di ogni ciclo di ottimizzazione. Si dovrà verificare che l'angolo θ compreso tra il segmento che congiunge la posizione corrente del baricentro del mezzo con $x_{rif}(t), y_{rif}(t)$ e la retta che indica la direzione di avanzamento del veicolo sia inferiore a 90° (si veda Figura 3.5); altrimenti, anche se la condizione sulla distanza prima enunciata non dovesse essere verificata, non verrà interrotto l'avanzamento di $\mathcal{Y}^*(t)$, ma verrà forzato a procedere più velocemente, finché l'angolo

relativo non rientrerà al di sotto del limite (Figura 3.6). Così facendo, anche se il veicolo reale dovesse essere molto più veloce del riferimento, ci si tutela dal rischio che quest'ultimo si fermi e il mezzo sia costretto a tornare indietro per raggiungerlo.

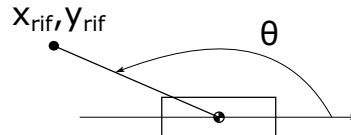


Figura 3.5: *Calcolo dell'angolo relativo θ*

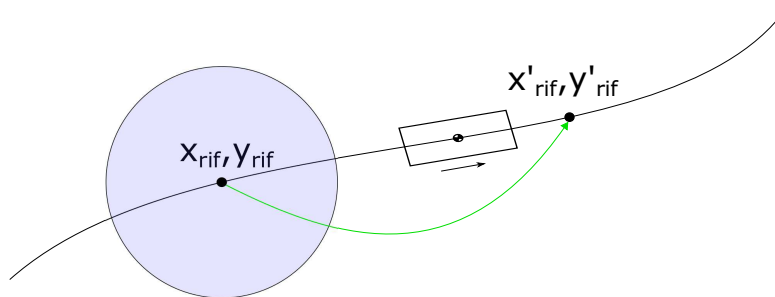


Figura 3.6: *Avanzamento del riferimento*

I due accorgimenti appena enunciati, oltre alle specifiche situazioni descritte, sono in grado di fronteggiare anche eventuali errori nella localizzazione del veicolo da parte della strumentazione GPS, che porterebbero inevitabilmente a ottenere un inseguimento di traiettoria errato.

3.4 Formalizzazione dei vincoli

L'approccio descritto, per quanto riguarda sia il problema di regolazione che l'inseguimento di traiettoria, permette di aggiungere al problema dei vincoli sul valore assunto dalle variabili di stato o di controllo. Di seguito verrà dapprima descritta la formalizzazione dei vincoli operativi, per poi passare al vincolo di *obstacle avoidance*.

3.4.1 Vincoli operativi

È necessario vincolare l'accelerazione (variabile di controllo) lungo x e lungo y , per riprodurre la saturazione degli attuatori, la velocità lungo x e lungo y ,

e infine l'angolo di sterzo e la sua variazione, per tenere conto dei limiti fisici di sterzata:

$$- a_{max} \leq a_{x,y}(k) \leq a_{max}, \quad k = t, \dots, t + N - 1 \quad (3.36a)$$

$$- v_{max} \leq v_{x,y}(k) \leq v_{max}, \quad k = t, \dots, t + N - 1 \quad (3.36b)$$

$$- \delta_{max} \leq \delta(k) \leq \delta_{max}, \quad k = t, \dots, t + N - 1 \quad (3.36c)$$

$$- \Delta\delta_{max} \leq \Delta\delta(k) \leq \Delta\delta_{max}, \quad k = t, \dots, t + N - 1 \quad (3.36d)$$

A partire dai vincoli espressi in forma esplicita è necessario poi ricondursi a una forma del tipo $AU(t) \leq b$, dove $U(t)$ indica genericamente il vettore delle azioni di controllo dello specifico problema considerato.

Per gestire opportunamente i vincoli (3.36c) e (3.36d), per semplicità viene utilizzato il modello cinematico espresso in (3.37):

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\beta + \psi) \\ \dot{y} = v \sin(\beta + \psi) \\ \dot{\beta} + \dot{\psi} = v \frac{\tan \delta}{L} \end{cases} \quad (3.37)$$

dove $L = a + b$ rappresenta la lunghezza complessiva del veicolo.

Derivando per ottenere le accelerazioni, e sostituendo poi l'espressione di $\dot{\beta} + \dot{\psi}$, si ottiene:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \dot{v} \cos(\beta + \psi) - v(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \sin(\beta + \psi) = \dot{v} \cos(\beta + \psi) - v^2 \frac{\tan \delta}{L} \sin(\beta + \psi) \\ \ddot{y} = \dot{v} \sin(\beta + \psi) + v(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cos(\beta + \psi) = \dot{v} \sin(\beta + \psi) + v^2 \frac{\tan \delta}{L} \cos(\beta + \psi) \end{cases} \quad (3.38)$$

dove

$$\dot{v} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = f(\ddot{x}, \ddot{y})$$

Per poter scrivere il vincolo come $AU(t) \leq b$ è necessario che i termini di accelerazione $\ddot{x} = a_x$ e $\ddot{y} = a_y$ abbiano legami lineari con le altre variabili. Oltre ad introdurre l'approssimazione $\tan \delta \simeq \delta$ bisogna pertanto linearizzare

l'espressione di \dot{v} :

$$\begin{aligned} \dot{v} &\simeq \left. \frac{\partial f(\ddot{x}, \ddot{y})}{\partial x} \right|_{\ddot{x}=\bar{\ddot{x}}, \ddot{y}=\bar{\ddot{y}}} \cdot (\ddot{x} - \bar{\ddot{x}}) + \left. \frac{\partial f(\ddot{x}, \ddot{y})}{\partial y} \right|_{\ddot{x}=\bar{\ddot{x}}, \ddot{y}=\bar{\ddot{y}}} \cdot (\ddot{y} - \bar{\ddot{y}}) = \\ &= \frac{\bar{\ddot{x}}}{\sqrt{\bar{\ddot{x}}^2 + \bar{\ddot{y}}^2}} \cdot (\ddot{x} - \bar{\ddot{x}}) + \frac{\bar{\ddot{y}}}{\sqrt{\bar{\ddot{x}}^2 + \bar{\ddot{y}}^2}} \cdot (\ddot{y} - \bar{\ddot{y}}) \end{aligned}$$

in cui $\bar{\ddot{x}}$ e $\bar{\ddot{y}}$, i valori di accelerazione nominali attorno a cui è svolta la linearizzazione, vengono considerati pari ai valori di accelerazione predetti e calcolati come soluzione del problema MPC svolto all'istante temporale precedente $(t-1)$ a quello attuale t . Inserendo a questo punto in (3.38) l'espressione di \dot{v} appena ricavata, dopo alcuni passaggi si ottiene la seguente espressione di δ :

$$\delta(t+k) \simeq C_\delta(t+k|t-1)^+ \left(A_\delta(t+k|t-1) \begin{bmatrix} a_x(t+k) \\ a_y(t+k) \end{bmatrix} + B_\delta(t+k|t-1) \right) \quad (3.39)$$

dove

$$C_\delta(t+k|t-1) = \begin{bmatrix} -\frac{v^2(t+k|t-1)}{L} \sin(\beta(t+k|t-1) + \psi(t+k|t-1)) \\ \frac{v^2(t+k|t-1)}{L} \cos(\beta(t+k|t-1) + \psi(t+k|t-1)) \end{bmatrix}$$

$$A_\delta(t+k|t-1) = \begin{bmatrix} 1 - A_{\delta 1} & -A_{\delta 2} \\ -A_{\delta 3} & 1 - A_{\delta 4} \end{bmatrix}$$

$$B_\delta(t+k|t-1) = \begin{bmatrix} A_{\delta 1} \bar{\ddot{x}}(t+k|t-1) + A_{\delta 2} \bar{\ddot{y}}(t+k|t-1) \\ A_{\delta 3} \bar{\ddot{x}}(t+k|t-1) + A_{\delta 4} \bar{\ddot{y}}(t+k|t-1) \end{bmatrix}$$

Le matrici $A_{\delta 1}$, $A_{\delta 2}$, $A_{\delta 3}$ e $A_{\delta 4}$ sono riportate di seguito:

$$A_{\delta 1} = \frac{\bar{\ddot{x}}(t+k|t-1)}{\sqrt{\bar{\ddot{x}}(t+k|t-1)^2 + \bar{\ddot{y}}(t+k|t-1)^2}} \cos(\beta(t+k|t-1) + \psi(t+k|t-1))$$

$$A_{\delta 2} = \frac{\bar{\ddot{x}}(t+k|t-1)}{\sqrt{\bar{\ddot{x}}(t+k|t-1)^2 + \bar{\ddot{y}}(t+k|t-1)^2}} \cos(\beta(t+k|t-1) + \psi(t+k|t-1))$$

$$A_{\delta 3} = \frac{\bar{\ddot{x}}(t+k|t-1)}{\sqrt{\bar{\ddot{x}}(t+k|t-1)^2 + \bar{\ddot{y}}(t+k|t-1)^2}} \sin(\beta(t+k|t-1) + \psi(t+k|t-1))$$

$$A_{\delta 4} = \frac{\bar{\ddot{y}}(t+k|t-1)}{\sqrt{\bar{\ddot{x}}(t+k|t-1)^2 + \bar{\ddot{y}}(t+k|t-1)^2}} \sin(\beta(t+k|t-1) + \psi(t+k|t-1))$$

Bisogna precisare che tutte le variabili indicate con $(t+k|t-1)$ rappresentano le predizioni ottenute con la soluzione del problema MPC all'istante $t-1$.

A partire dall'espressione (3.39), è necessario poi esprimere la disuguaglianza (3.36c) come segue:

$$\begin{cases} \delta(t+k) \leq \delta_{max} \\ -\delta(t+k) \leq \delta_{max} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} C_{\delta}(t+k|t-1)^+ A_{\delta}(t+k|t-1) \begin{bmatrix} a_x(t+k) \\ a_y(t+k) \end{bmatrix} \leq \\ \delta_{max} - C_{\delta}(t+k|t-1)^+ B_{\delta}(t+k|t-1) \\ -C_{\delta}(t+k|t-1)^+ A_{\delta}(t+k|t-1) \begin{bmatrix} a_x(t+k) \\ a_y(t+k) \end{bmatrix} \leq \\ \delta_{max} + C_{\delta}(t+k|t-1)^+ B_{\delta}(t+k|t-1) \end{cases}$$

A questo punto, replicando opportunamente la matrici per poter considerare l'intero orizzonte di predizione $[t, t+N-1]$ si giunge a un'espressione del tipo $AU(t) \leq b$, da inserire nel problema per la limitazione sullo sterzo.

Vale la pena spendere qualche parola in più anche sul limite applicato alla variazione dell'angolo di sterzo $\Delta\delta(k) = \delta(k) - \delta(k-1)$. Bisogna imporre che la differenza tra il valore assunto dall'angolo di sterzo negli istanti k e $k+1$ sia inferiore ad un limite massimo $\Delta\delta_{max}$. Ciò è indispensabile per evitare che la sterzata abbia variazioni troppo brusche che risulterebbero rischiose per il corretto andamento del veicolo, oltre che poco fedeli alle reali dinamiche di

movimentazione dello sterzo. Tuttavia, se sull'ampiezza di sterzo ci sono dei limiti fisici evidenti e che non possono essere superati per non incorrere in danni irreparabili all'attuatore [7], lo stesso non si può dire per la velocità con cui lo sterzo si muove. Si è reso pertanto necessario definire *ad hoc* un valore di $\Delta\delta_{max}$ in funzione della velocità corrente, essendosi basati sulla supposizione che, se il veicolo si muove lentamente, risulta meno rischiosa una variazione più rapida dell'angolo di sterzo, rispetto al caso in cui le velocità sono elevate. L'andamento di $\Delta\delta_{max}$ in funzione della velocità è espresso in Figura 3.7, e analiticamente assume la seguente forma:

$$\Delta\delta_{max} = 0.05 + \frac{0.05}{1 + e^{-0.4v}} \quad (3.40)$$

È importante sottolineare che il valore di $\Delta\delta_{max}$ ottenuto viene mantenuto costante lungo l'orizzonte di predizione, sotto l'ipotesi che la velocità non subisca grosse variazioni per un orizzonte N sufficientemente breve.

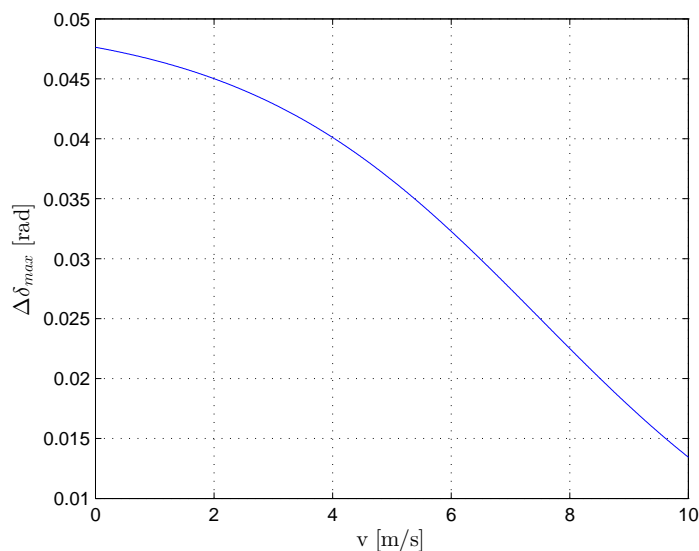


Figura 3.7: Andamento di $\Delta\delta_{max}$ in funzione della velocità

3.4.2 Obstacle avoidance

È necessario, infine, aggiungere al sistema di controllo anche la capacità di produrre un moto privo di collisioni con ostacoli esterni. Per semplificare il

problema, ci si limita al caso in cui gli ostacoli siano fissi e in posizione nota. L'MPC risulta la metodologia che meglio si presta allo scopo, in quanto permette di gestire l'*obstacle avoidance* come un vincolo sulle variabili di stato da aggiungere al problema di ottimizzazione. Questa soluzione non appesantisce eccessivamente l'architettura di controllo, non incorrendo quindi in grossi rallentamenti computazionali.

Nella realtà la presenza dell'ostacolo non è nota a priori, ma viene rilevata online dai sensori di cui è dotato l'ATV. Il veicolo, infatti, è equipaggiato con sensori laser del tipo *SICK LMS 291* [8], dotati di un campo operativo di alcune decine di metri e una larghezza di campo di 180°.

L'ostacolo viene rappresentato, per semplicità, come un politopo regolare di n lati avente centro in posizione (x_c, y_c) e semilarghezza r , intesa come il raggio del cerchio inscritto al politopo. Questa scelta non toglie generalità al problema, dal momento che qualunque ostacolo può essere circoscritto da un politopo di questo tipo. È importante sottolineare che, per determinare il valore di r , oltre alla effettiva dimensione dell'ostacolo vengono considerate anche le dimensioni del veicolo e una certa tolleranza arbitraria, per agire in maniera conservativa. Infatti, poiché l'*obstacle avoidance* è implementato come un vincolo, e non come un termine aggiuntivo alla cifra di costo pesato in modo opportuno, c'è la possibilità che il veicolo si avvicini molto all'ostruzione, fino al limite a sfiorarla, ed è pertanto conveniente avere degli accorgimenti cautelativi per evitare la collisione.

Per poter implementare l'*obstacle avoidance* come un vincolo è necessario innanzitutto definire il vettore di distanze tra il centro del veicolo e i lati dell'ostacolo (definite con un segno opportuno) attraverso la seguente espressione:

$$\vec{\rho}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_1}{r} & 0 & \frac{\sin \theta_1}{r} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\cos \theta_n}{r} & 0 & \frac{\sin \theta_n}{r} & 0 \end{bmatrix}}_D \cdot (\eta(t) - \eta_c) - \vec{1} \quad (3.41)$$

dove $\eta_c = [x_c, 0, y_c, 0]^T$, $\vec{1} = [1, \dots, 1]^T$ e

$$\theta_i = \frac{360}{n}i, \quad i = 1, \dots, n$$

Le rette passanti per ciascuno dei lati del poligono dividono il piano $x - y$ in due semipiani, e ogni elemento del vettore $\vec{\rho}(t)$ sarà minore o maggiore di zero a seconda che il veicolo si trovi nello stesso semipiano contenente il centro dell'ostacolo o meno (Figura 3.8).

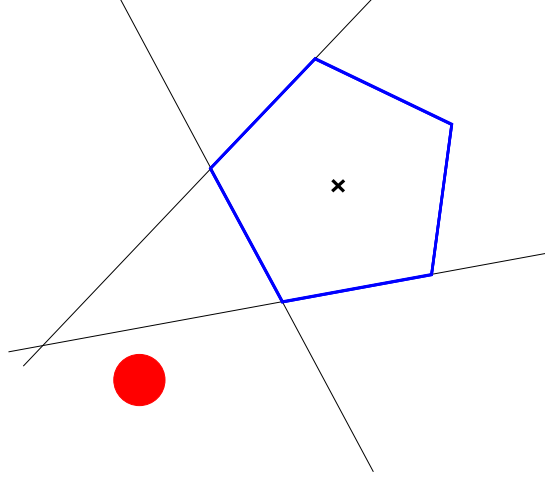


Figura 3.8: Posizione relativa di veicolo e ostacolo

All'istante $t - 1$, si dispone di N predizioni del vettore di stato $\eta(t - 1|t - 1), \eta(t|t - 1), \dots, \eta(t + N - 1|t - 1)$. Con questi N vettori di stato si calcolano i corrispettivi N vettori $\vec{\rho}$:

$$\begin{aligned} \vec{\rho}(t - 1|t - 1) &= D(\eta(t - 1|t - 1) - \eta_c) - \vec{1} \\ \vec{\rho}(t|t - 1) &= D(\eta(t|t - 1) - \eta_c) - \vec{1} \\ &\vdots \\ \vec{\rho}(t + N - 1|t - 1) &= D(\eta(t + N - 1|t - 1) - \eta_c) - \vec{1} \end{aligned}$$

Se la traiettoria prevista, al tempo $t - 1$, si trova fuori dall'area individuata dall'ostacolo, almeno un elemento di ciascun vettore $\vec{\rho}(k|t - 1)$, $k = t - 1, \dots, t +$

$N - 1$ risulterà maggiore di zero, e se ne sceglie il più elevato:

$$\rho_{\bar{i}(k|t-1)}(k) = d_{\bar{i}(k|t-1)}(k|t-1) (\eta(k|t-1) - \eta_c) - 1 \geq 0, \quad k = t-1, \dots, t+N-1 \quad (3.42)$$

dove

$$\bar{i}(k|t-1) = \arg \max_{i=1, \dots, n} \bar{\rho}(k|t-1), \quad k = t-1, \dots, t+N-1$$

e $d_{\bar{i}(k|t-1)}(k)$ è la riga della matrice D corrispondente all'indice $\bar{i}(k|t-1)$. Qualitativamente, l'evoluzione di $\rho_{\bar{i}(k|t-1)}(k)$ dà un'indicazione sulla direzione che sta seguendo il veicolo rispetto a uno dei lati del politopo che descrivono l'ostacolo.

All'istante successivo t il vincolo di collisione da imporre sull'intera traiettoria è il seguente:

$$\begin{aligned} d_{\bar{i}(t|t-1)}(t|t-1) (\eta(t) - \eta_c) &\geq 1 \\ d_{\bar{i}(t+1|t-1)}(t+1|t-1) (\eta(t+1) - \eta_c) &\geq 1 \\ &\vdots \\ d_{\bar{i}(t+N-1|t-1)}(t+N-1|t-1) (\eta(t+N-1) - \eta_c) &\geq 1 \\ d_{\bar{i}(t+N-1|t-1)}(t+N-1|t-1) (\eta(t+N) - \eta_c) &\geq 1 \end{aligned} \quad (3.43)$$

in cui bisogna evidenziare che il termine $d_{\bar{i}(t+N-1|t-1)}(t+N-1|t-1)$ deve essere ripetuto per l'istante finale $t+N$. Così facendo, il veicolo continuerà a muoversi lungo la stessa direzione, fintantoché l'indice \bar{i} non cambierà lato del politopo a cui fa riferimento, costringendo il veicolo a modificare la propria direzione di moto e aggirando quindi l'ostacolo. È fondamentale che la condizione (3.43) valga per ogni istante dell'orizzonte $[t, t+N]$ poiché, avendo a che fare con un controllo predittivo, tutti i punti della previsione devono rimanere all'esterno dell'area individuata dall'ostacolo (Figura 3.9).

Anche questo vincolo deve naturalmente essere espresso nella forma $AU(t) \leq b$. Ricordando l'espressione

$$\begin{bmatrix} \eta(t) \\ \vdots \\ \eta(t+N) \end{bmatrix} = \mathcal{A}\eta(t) + \mathcal{B}U(t)$$

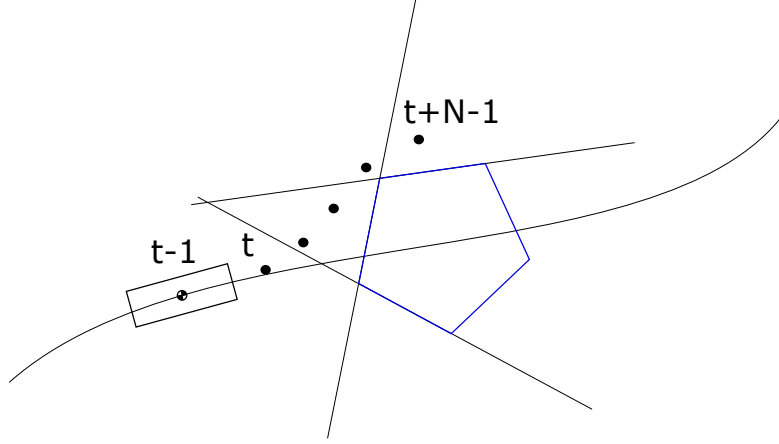


Figura 3.9: *Vincolo di obstacle avoidance lungo l'orizzonte di predizione*

è possibile esprimere le disuguaglianze (3.43) in modo compatto come segue:

$$\bar{D} \left(\mathcal{A}\eta(t) + \mathcal{B}U(t) - \begin{bmatrix} \eta_c \\ \vdots \\ \eta_c \end{bmatrix} \right) - \bar{\mathbf{1}} \geq 0 \quad (3.44)$$

dove

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} d_{\bar{i}(t|t-1)}(t|t-1) \\ d_{\bar{i}(t+1|t-1)}(t+1|t-1) \\ \vdots \\ d_{\bar{i}(t+N-1|t-1)}(t+N-1|t-1) \\ d_{\bar{i}(t+N-1|t-1)}(t+N-1|t-1) \end{bmatrix}$$

La forma finale è espressa di seguito:

$$\underbrace{-\bar{D}\mathcal{B}}_{A_{obst}} U(t) \leq \underbrace{-\bar{D} \begin{bmatrix} \eta_c \\ \vdots \\ \eta_c \end{bmatrix}}_{b_{obst}} + \bar{D}\mathcal{A}\eta(t) - \bar{\mathbf{1}} \quad (3.45)$$

Mediante la tecnica descritta, è quindi possibile risolvere il problema dell'*obstacle avoidance* semplicemente aggiungendo un vincolo all'ottimizzazione, in modo tale che l'onere computazionale del controllo non ne risulti eccessivamente

appesantito.

Aggiunta della slack variable

L'introduzione di vincoli di *collision avoidance* come quelli descritti può portare a problemi di *recursive feasibility*. A causa della non-linearità del sistema e della non-idealità del simulatore utilizzato, ad esempio, si può verificare una violazione del vincolo di *collision avoidance* a livello impercettibile nel caso in cui il veicolo si stia muovendo molto vicino alla frontiera dell'area che include l'ostacolo stesso. Tale livello di violazione, a causa del fatto che il raggio r dell'area è stato scelto in modo conservativo, non comporta reali rischi di collisione del veicolo con l'ostacolo, ma dà luogo alla non risolubilità del problema MPC (Figura 3.10). Per evitare di imbattersi in situazioni di questo tipo una

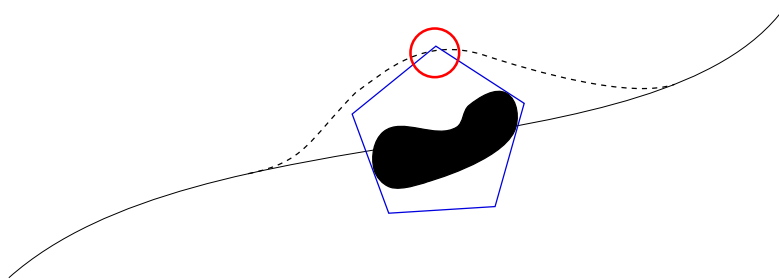


Figura 3.10: *Violazione del vincolo di obstacle avoidance senza effettiva collisione*

soluzione è rappresentata dall'aggiunta, nel funzionale di costo, di una *slack variable*, che è in grado di rilassare il vincolo relativo all'ostacolo in situazioni limite e, di conseguenza, fare in modo che il problema risulti sempre *feasible*. Scegliendo opportunamente il peso di questa *slack variable* non si corre il rischio di collisioni: come già sottolineato, infatti, è stata considerata una certa tolleranza nella definizione delle dimensioni degli ostacoli.

Il nuovo funzionale risulta pertanto:

$$\bar{J}(t) = J(t) + \Gamma s^2 \quad (3.46)$$

in cui s è la *slack variable*, che rappresenta una nuova variabile decisionale, mentre Γ è il suo peso, che andrà scelto molto grande per far sì che s assuma

valori sempre piuttosto piccoli, in modo da non incorrere nel pericolo di collisioni.

Il nuovo vettore argomento del problema di ottimizzazione è quindi espresso di seguito:

$$\bar{\Xi}(t) = \begin{bmatrix} \Xi(t) \\ s \end{bmatrix}$$

Rispetto alla minimizzazione (3.35), l'unico termine che viene modificato è la matrice hessiana, a cui bisogna aggiungere il valore di Γ come ultimo termine sulla diagonale.

Per quanto riguarda i vincoli, è importante sottolineare che i termini riguardanti la *slack variable* devono essere aggiunti solo relativamente all'*obstacle avoidance*, per evitare che anche gli altri vincoli vengano rilassati, seppur in piccola parte. Il vincolo di *collision avoidance* diventa di conseguenza:

$$A_{obst} U(t) \leq b_{obst} + s\vec{1} \quad (3.47)$$

Bisogna aggiungere, infine, la condizione $s \geq 0$. Complessivamente, i vincoli lineari espressi nella solita forma $AU(t) \leq b$ risultano come segue:

$$\begin{bmatrix} A_{op} \\ A_{obst} - \vec{1} \\ 0 \quad \dots \quad -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Xi \\ s \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_{op} \\ b_{obst} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

dove A_{op} e b_{op} sono le matrici che comprendono tutti i vincoli operativi descritti nel Paragrafo 3.4.1.

Accorgimenti pratici e modifiche in presenza di ostacoli

In prossimità di un ostacolo, il veicolo deve necessariamente deviare rispetto alla traiettoria di riferimento per evitare la collisione. Come si evince dalla Figura 3.11, questa deviazione comporta naturalmente che la verifica sull'angolo θ tra la direzione di avanzamento del veicolo reale e la posizione di riferimento, illustrata nel Paragrafo 3.3.3, non sia rispettata, e potrebbe non esserlo neanche quella sulla distanza tra veicolo e (x_{rif}, y_{rif}) nel caso in cui l'ostacolo fosse

molto grande. È necessario, pertanto, aggiungere un'ulteriore condizione da

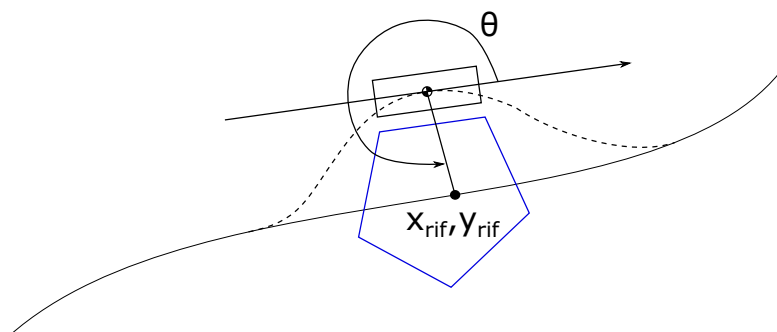


Figura 3.11: *Verifica sull'angolo relativo θ non rispettata in presenza di ostacoli*

verificare prima di ogni ottimizzazione, per evitare problemi dovuti a un'errata interruzione all'avanzamento di $\mathcal{Y}^*(t)$. Quest'ultima rileverà la presenza di ostacoli entro una certa distanza dalla posizione corrente del veicolo, e consentirà al riferimento di avanzare normalmente quando il mezzo se ne trovi in prossimità, senza che i requisiti prima citati abbiano influenza.

Capitolo 4

Analisi dei risultati relativi al modello single-track

In questo capitolo verranno illustrati i primi risultati numerici ottenuti sul modello *single-track*. Per prima cosa è utile conoscere i parametri utilizzati nelle diverse cifre di costo, che sono mostrati in Tabella 4.1 e vengono mantenuti costanti per tutte le simulazioni.

Q	R	R_{Δ}	γ
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$	1.5×10^3

Tabella 4.1: *Parametri delle cifre di costo*

Le matrici sono state definite diagonali perché è una scelta tipica e non è stato trovato alcun motivo per accoppiare alcune variabili. I valori numerici delle matrici Q e R sono stati scelti in modo tale che la legge ausiliaria presentasse autovalori reali, per evitare oscillazioni o sovraelongazioni dovuti ad autovalori complessi coniugati, e aventi modulo piuttosto vicino alla circonferenza unitaria, per riprodurre le dinamiche non eccessivamente veloci del veicolo in questione. Per quanto riguarda, invece, la matrice R_{Δ} e lo scalare γ , i valori sono stati scelti pari a quelli indicati dopo alcuni tentativi, perché permettono di ottenere le prestazioni migliori.

Di seguito saranno mostrati vantaggi e svantaggi degli approcci descritti precedentemente, e fatte alcune considerazioni che porteranno all'esclusione di alcuni dei funzionali introdotti nel Capitolo 3. Si cercherà di mantenere lo stesso schema logico utilizzato nel capitolo di riferimento, in modo da poter meglio comprendere l'evoluzione dell'algoritmo di controllo.

4.1 Problema di regolazione

Il controllo MPC viene applicato inizialmente al problema di regolazione, o *parking problem*. L'intento di guidare il veicolo in un determinato punto del piano, con orientamento finale libero e velocità nulla, viene reso possibile grazie al funzionale già descritto nel Paragrafo 3.2, che viene riportato di seguito:

$$J(t) = \sum_{k=t}^{t+N-1} \left(\|\eta(k) - \eta_{GOAL}\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2 \right) + \|\eta(t+N) - \eta_{GOAL}\|_S^2 \quad (4.1)$$

Per poter rendere il problema determinato vengono scelte delle condizioni iniziali sullo stato $\{\psi_0, \dot{\psi}_0, \beta_0, v_0, x_0, y_0\}$, in modo da poter rappresentare le condizioni di partenza del veicolo.

Il passo successivo è quello di scegliere il *goal*, definito $\eta_{GOAL} = [x_{GOAL}, 0, y_{GOAL}, 0]^T$ in (4.1), ossia il punto finale in cui si vuole guidare l'ATV. Per un problema di questo tipo, inoltre, è necessario che le coordinate del punto siano invarianti nel tempo. Il controllore fa sì che il veicolo raggiunga le coordinate desiderate seguendo il percorso che ritiene più consono, e che tenga in considerazione i vincoli imposti al problema. Funzionerebbe nello stesso modo anche se il *goal* si spostasse istante dopo istante, facendo sì che il veicolo lo segua lungo un percorso piuttosto che raggiungere un punto fisso. In questo modo, però, si perderebbe il vantaggio dato dall'orizzonte di predizione, poiché la minimizzazione considererebbe solamente la posizione corrente del veicolo e la posizione del *goal*, senza ulteriori punti che permettano di determinare azioni di controllo migliori. Una soluzione di questo tipo non verrà implementata, ritenendo più

solido l'utilizzo del funzionale espresso di seguito:

$$\begin{aligned}
 J(t) = & \sum_{k=t}^{t+N-1} \left(\|\eta(k) - \eta_{rif}(k)\|_Q^2 + \|u(k) - u_{rif}(k)\|_R^2 + \|u(k) - u(k-1)\|_{R_\Delta}^2 \right) + \\
 & + \|\eta(t+N) - \eta_{rif}(t+N)\|_S + \sum_{k=t}^{t+N} \gamma \|Y^*(k) - Y_{rif}(k)\|^2
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

La regolazione con il funzionale (4.2) è resa possibile imponendo a $Y^*(k)$ ¹, con $k = 1, 2, \dots, N$, le stesse coordinate del punto da raggiungere ad ogni istante k , creando così un riferimento del tutto equivalente al *goal* della (4.1).

Per poter confrontare le *performance* ottenute con i due funzionali, viene studiato un caso particolare. Il veicolo parte con condizioni iniziali $\{0, 0, 0, 0.5, 0, 0\}$, e deve raggiungere il punto $\eta_{GOAL} = \{1, 5\}$. L'esempio è di particolare interesse in quanto la manovra da compiere mette alla prova il vincolo sullo sterzo. Le Figure 4.1 e 4.2 mostrano che la differenza di prestazioni ottenibili dai due approcci è esigua. Si confrontano anche gli andamenti di sterzo e velocità nei due casi (Figura 4.3), per verificare che vengano rispettati i limiti imposti e che il veicolo si fermi nel punto di arrivo.

¹ $Y^*(k) = \begin{bmatrix} x^*(k) \\ y^*(k) \end{bmatrix}$

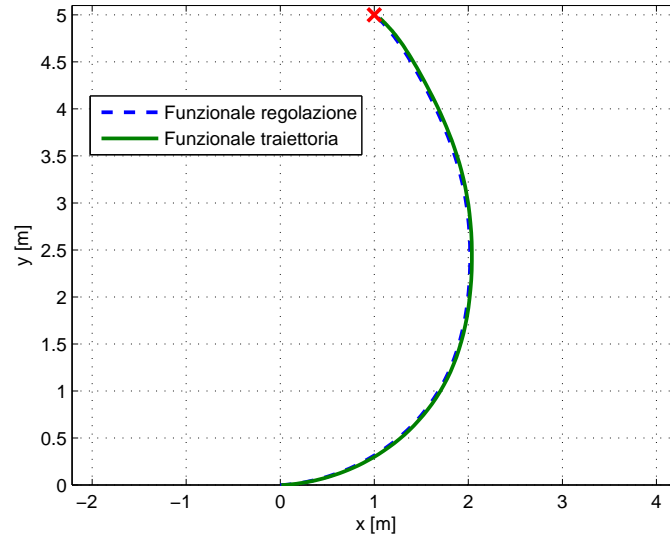


Figura 4.1: *Modello single-track: confronto tra i funzionali (4.1) e (4.2) per il problema di regolazione*

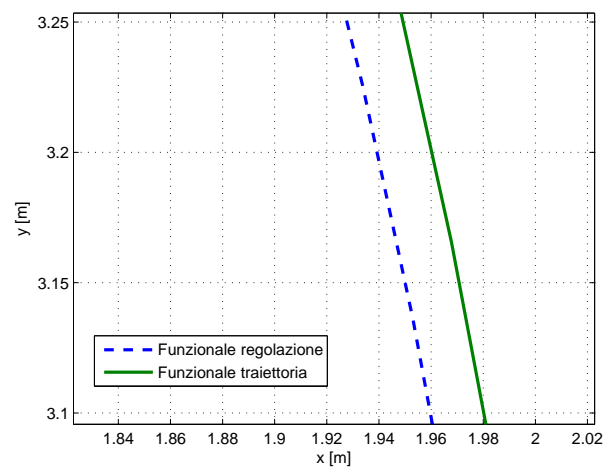


Figura 4.2: *Modello single-track: dettaglio relativo alla Figura 4.1*

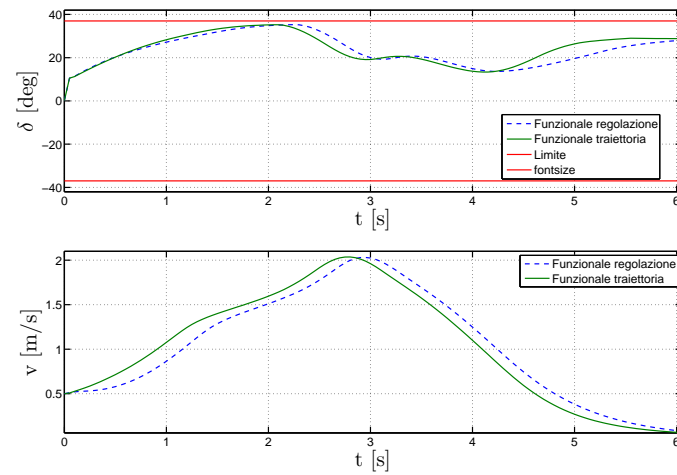


Figura 4.3: *Modello single-track: confronto degli andamenti di sterzo e velocità per i funzionali (4.1) e (4.2) nel problema di regolazione*

4.2 Confronto di prestazioni dei funzionali con e senza la generazione del riferimento

In questo paragrafo, si confrontano le prestazioni di due funzionali per l'inseguimento di traiettoria, introdotti nel Capitolo 3. Il primo, in cui non è prevista la generazione del riferimento, viene riportato di seguito:

$$\begin{aligned}
 J(t) = & \sum_{k=t}^{t+N-1} \left(\|\eta(k) - \eta_{rif}(k)\|_Q^2 + \|u(k) - u_{rif}(k)\|_R^2 + \|u(k) - u(k-1)\|_{R_\Delta}^2 \right) + \\
 & + \|\eta(t+N) - \eta_{rif}(t+N)\|_S
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Il secondo, già citato nel problema di regolazione, corrisponde alla minimizzazione della funzione (4.2).

In questa sezione si vuole indagare se risulti utile o meno la generazione di un riferimento che avanzi insieme al veicolo, al fine di evitare che un riferimento determinato dall'algoritmo di pianificazione, incapace quindi di considerare i vincoli imposti, possa rendere non risolvibile il problema di ottimizzazione.

Prima di confrontare le prestazioni ed analizzare le differenze che risulteranno dalle prove effettuate, è utile spendere qualche parola sulle differenze formali dei due funzionali a confronto.

Tra (4.3) e (4.2), è stato aggiunto un solo termine, che però merita qualche precisazione rispetto a quanto descritto nel Paragrafo 3.3, al quale si rimanda per una formulazione più completa e dettagliata. Nel termine $\gamma\|Y^*(k) - Y_{rif}(k)\|^2$ compaiono tre elementi:

- $Y^*(k)$ è il percorso che viene generato dall'algoritmo di pianificazione, e viene qui rappresentato come vettore di punti $[x^*(k), y^*(k)]^T$;
- $Y_{rif}(k)$ è una variabile decisionale del problema di minimizzazione. Viene pertanto generata lungo tutta la previsione N , e sarà il riferimento che il veicolo dovrà seguire durante il tragitto;
- γ è un termine scalare positivo arbitrario che pesa la differenza tra i due termini descritti sopra. Tanto più il suo valore è grande, tanto più la

traiettoria di riferimento generata $Y_{rif}(k)$ sarà simile alla $Y^*(k)$ fornita a monte dal pianificatore.

Tra i due funzionali ciò che cambia è sostanzialmente l'aggiunta di una variabile decisionale al problema, ovvero un riferimento in grado garantire *feasibility* e che riesca il più possibile a limitare il rischio che il veicolo incorra in manovre difficilmente realizzabili.

Un primo esempio che viene proposto riguarda l'inseguimento di una traiettoria a scalino. Il veicolo, partendo con velocità molto bassa ed orientato correttamente nella direzione di avanzamento, si vede costretto ad eseguire uno spostamento laterale improvviso di 2 m, dovendosi fermare nel punto $\{25, 2\}$. La traiettoria di riferimento imposta sarà la medesima e con le stesse condizioni iniziali, in modo che le prestazioni siano confrontabili sotto ogni punto di vista.

Nella Figura 4.4 si possono evidenziare le differenze nelle due manovre, commentate separatamente. Senza la generazione della traiettoria di riferimento si ha una sovraelongazione di circa 0.2 m, che costringe il controllore ad aggiustare la traiettoria con una sterzata che fa oscillare il veicolo attorno al percorso nominale. Dal grafico dello sterzo δ di Figura 4.5, si può notare che la linea verde assume valori più grandi in valore assoluto, che giustificano l'oscillazione. Di particolare importanza sono poi gli istanti finali della simulazione, in cui si nota che l'avvicinamento al punto finale $\{25, 2\}$ avviene con una leggera rotazione dello sterzo verso sinistra (valori di $\delta > 0$).

I risultati ottenuti con il funzionale (4.2) sono migliori sotto alcuni punti di vista. Per prima cosa, è utile comprendere come la generazione della traiettoria di riferimento sia utile ad agevolare i bruschi cambi di direzione che potrebbe imporre la traiettoria $Y^*(t)$ fornita dal pianificatore. Di conseguenza è garantita una manovra più regolare, e il baricentro del veicolo può assestarsi sopra il riferimento nominale senza sovraelongazione. Come conferma l'andamento di δ della Figura 4.5, la rotazione dello sterzo risulta non solo minore, ma si assesta più velocemente attorno a zero.

Dal grafico della velocità di Figura 4.5 risulta evidente che, seppur molto simili tra loro come ci si aspettava, con la generazione di $Y_{rif}(t)$ si raggiunge una velocità maggiore, e combinando questo risultato con una manovra più accurata,

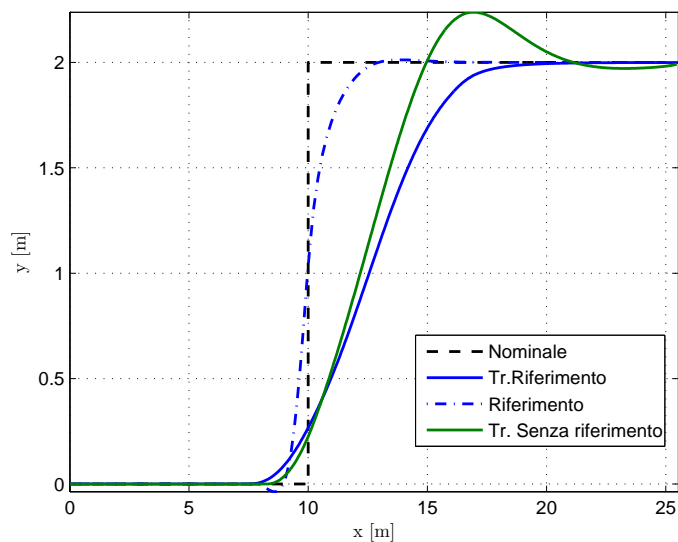


Figura 4.4: *Modello single-track: traiettoria a scalino con i funzionali (4.2) e (4.3)*

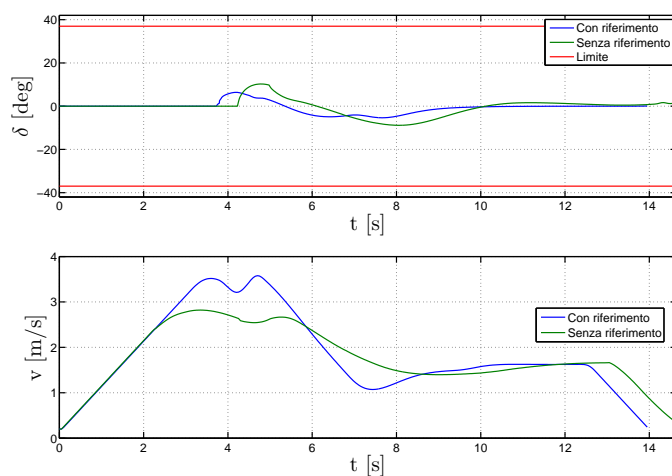


Figura 4.5: *Modello single-track: confronto degli andamenti di sterzo e velocità tra i funzionali (4.2) e (4.3) per il percorso a scalino*

risulta chiaro che le prestazioni migliori fanno propendere per l'utilizzo del funzionale (4.2). Come più volte discusso, però, c'è un ulteriore aspetto che è importante verificare. In questo lavoro si cerca di rendere il controllo MPC eseguibile *online*, di conseguenza risulta necessario assicurarsi che il tempo di minimizzazione sia inferiore al tempo ciclo, scelto solitamente pari a 0.05 s.

Dalla Figura 4.6 si può notare che senza la generazione del riferimento si ha un vantaggio in termini di tempo computazionale.

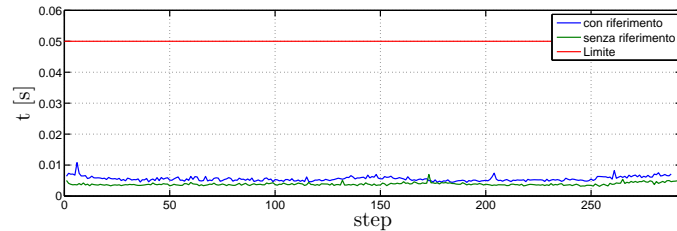


Figura 4.6: *Modello single-track: confronto dei tempi di minimizzazione relativi ai funzionali (4.2) e (4.3)*

Visti i vantaggi che entrambi gli approcci portano nei confronti degli obiettivi da raggiungere in questa tesi, si necessita di qualche prova in più per poter escludere un funzionale piuttosto che un altro. Quindi si continuerà il confronto tra i due dapprima su percorsi più semplici, successivamente su percorsi reali, ed infine includendo l'*obstacle avoidance*.

4.2.1 Approfondimento sul funzionale con generazione del riferimento

Avendo descritto a fondo il funzionale con generazione del riferimento, è utile studiarne più approfonditamente le caratteristiche, in modo da renderne più evidenti le potenzialità, soprattutto al variare del parametro γ .

Esso assume valori maggiori di uno e, come già detto, tanto più sono grandi, tanto più il comportamento che ci si aspetta sarà simile a quello del funzionale in cui $Y^*(t)$ funge da riferimento. Prendendo come caso di studio lo stesso spostamento laterale di 2 m utilizzato poco prima, si scelgono tre valori di γ , e si commenteranno i risultati in modo da esaurire ogni dubbio riguardo ai due approcci.

In Figura 4.7 si può vedere quanto cambino le prestazioni al variare di γ . La linea verde è ottenuta con il medesimo valore utilizzato nella precedente prova a scalino, mentre abbassando o alzando l'ordine di grandezza si hanno dei peggioramenti in accuratezza.

Come preannunciato, al crescere del valore di γ il comportamento si avvicina

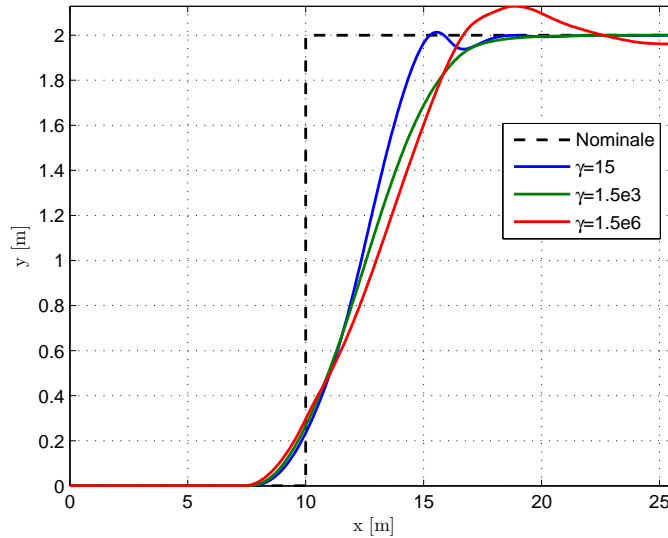


Figura 4.7: *Modello single-track: traiettorie a scalino al variare del parametro γ*

a quello che si è potuto osservare in Figura 4.4 nel caso in cui $Y_{rif}(t)$ non sia generata: l'*overshoot* è evidente, aumentando al crescere di γ . Inoltre, in Figura 4.8 risulta che la traiettoria di riferimento generata in rosso è sempre più simile a quella nominale, tratteggiata in nero. Viceversa, diminuendo γ , si notano piccole oscillazioni senza notevoli sovraelongazioni, e il veicolo tende al riferimento nominale in modo più regolare di quanto non faccia la traiettoria rossa, in quanto vengono generati più punti tra le coordinate $y = 0$ e $y = 2$ che rendono la manovra più regolare, seppur non in modo ottimale come in quella verde. Si evince che per ottenere buoni risultati potrebbero essere necessarie più prove, in modo da settare al meglio i parametri arbitrari del problema.

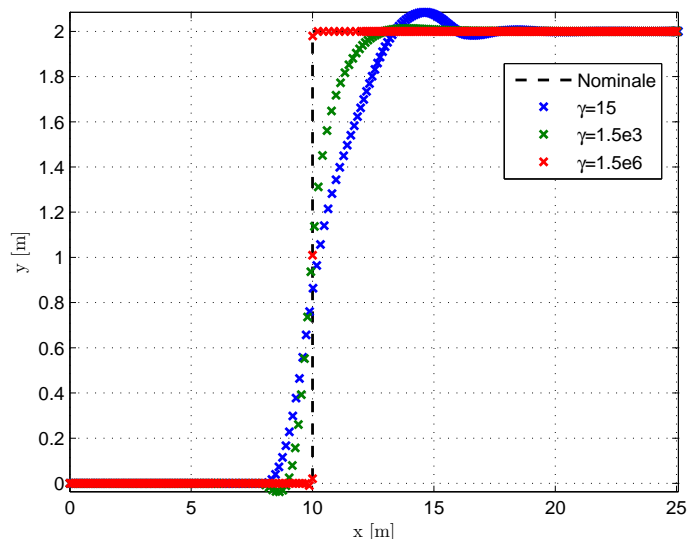


Figura 4.8: *Modello single-track: confronto delle traiettorie di riferimento al variare del parametro γ*

4.3 Inseguimento di traiettoria

In questa sezione si affronta il problema dell'inseguimento di traiettoria da parte del modello *single-track*, che è rappresentato in Figura 4.9 inserito nello schema complessivo dell'architettura di controllo. Si osserva che il regolatore MPC riceve in ingresso la traiettoria desiderata e lo stato retroazionato dal modello *single-track*, e genera le azioni di controllo a_x e a_y . Da queste ultime si ricavano poi i valori di accelerazione e angolo di sterzo (ovvero gli ingressi del modello *single-track*) per mezzo della *feedback linearization*.

Nel seguito si continuerà il confronto tra i due funzionali, ma ponendo maggiore accento sulla qualità della traiettoria percorsa. Successivamente si effettueranno prove per indagare, al variare di N , quale sia l'orizzonte di predizione migliore per ottenere buoni risultati a livello di complessità computazionale e prestazioni e, infine, verranno mostrati i risultati ottenuti con un percorso reale.

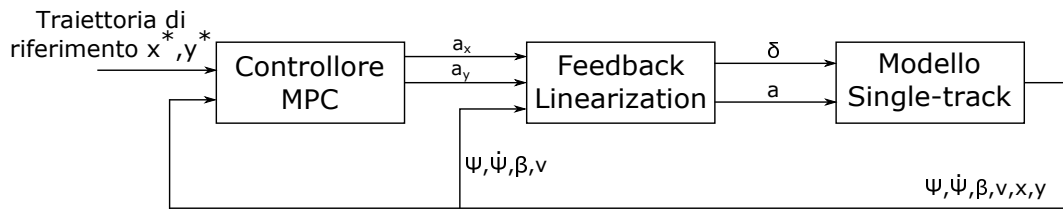


Figura 4.9: *Modello single-track: schema dell'architettura complessiva del sistema di controllo*

4.3.1 Prestazioni su un percorso generico

Come nelle prove precedenti le condizioni iniziali saranno tali da permettere al veicolo di imboccare il tragitto senza dover effettuare manovre di avvicinamento. Il percorso è formato da un primo tratto iniziale rettilineo, al quale segue una curva verso sinistra di raggio 5 m, un secondo tratto rettilineo di lunghezza 10 m, un'ulteriore curva avente medesimo raggio ma questa volta verso destra e un tratto rettilineo finale, con cui si vuole far fermare l'ATV nel punto $\{-7, 20\}$.

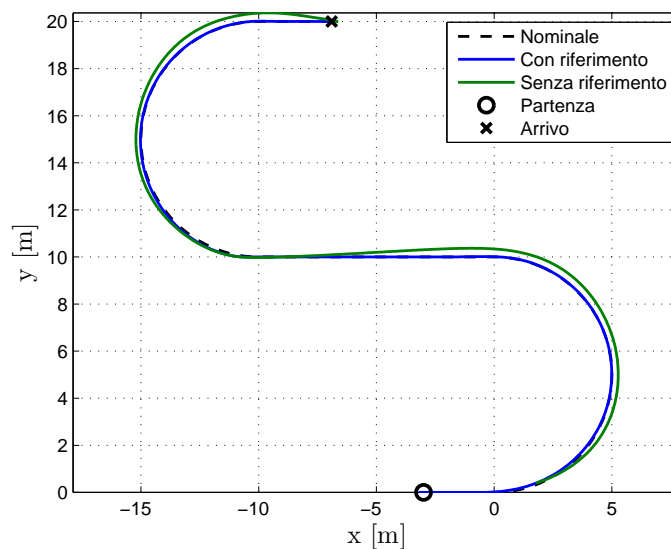
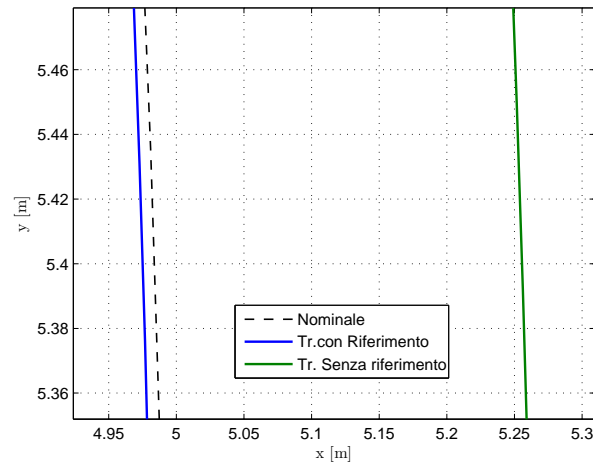


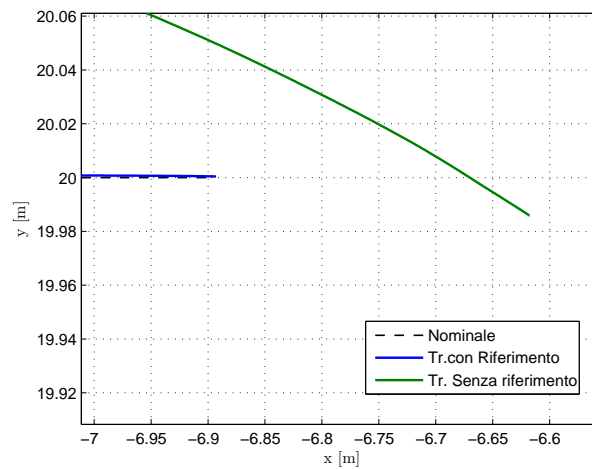
Figura 4.10: *Modello single-track: confronto delle prestazioni sulla traiettoria a S tra i due funzionali*

Il percorso nominale, che corrisponde alla traiettoria $Y^*(t)$, viene tratteggiato in nero nella Figura 4.10; le linee blu e verde, invece, rappresentano le traiettorie eseguite dal veicolo rispettivamente con e senza la generazione del

riferimento. Per agevolarne la lettura, vengono inoltre forniti due particolari dell'immagine (Figura 4.11).



(a) Dettaglio della prima curva



(b) Dettaglio della parte finale

Figura 4.11: *Modello single-track: due particolari della traiettoria a S*

Come si evince dalla Figura 4.10, senza la generazione di un riferimento (linea verde) si riscontrano maggiori difficoltà nell'inseguimento della traiettoria, e a questo conseguono problemi nella parte finale del percorso, quando viene richiesto al veicolo di rallentare e fermare il proprio avanzamento, come evidente in Figura 4.11(b). Infatti, si nota che nella Figura 4.12 lo sterzo ruota a destra

($\delta < 0$) per poter raggiungere il punto finale $\{-7, 20\}$, mentre nell'altro caso non è necessario. Sempre osservando la stessa immagine, si trova conferma del fatto che la traiettoria imposta è identica, avendo dei profili di velocità del tutto simili. Questo implica che il percorso viene completato nel medesimo tempo, ed è solo merito del funzionale utilizzato se i risultati ottenuti sono differenti.

Infine, bisogna nuovamente sottolineare che lo svantaggio della generazione del riferimento risiede in un leggero aumento del tempo computazionale (Figura 4.13).

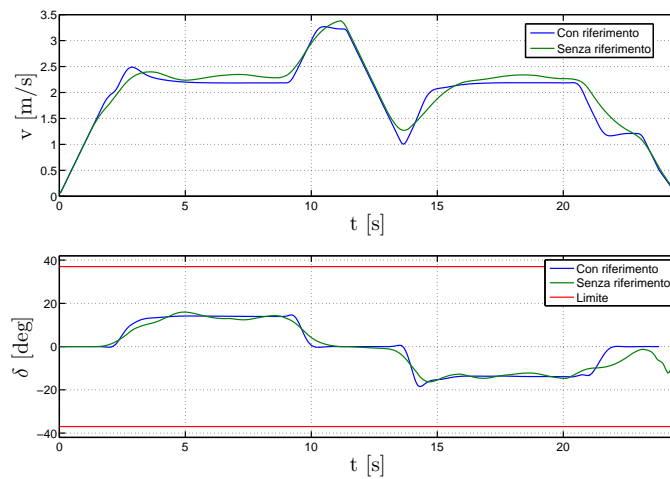


Figura 4.12: *Modello single-track: confronto dei profili di velocità e angolo di sterzo per la traiettoria a S*

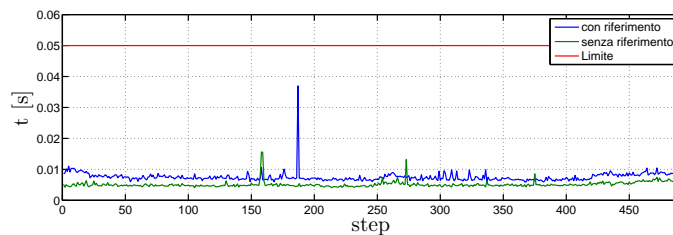


Figura 4.13: *Modello single-track: confronto dei tempi computazionali per la traiettoria a S*

4.3.2 Prestazioni su un percorso reale

Si definisce percorso reale una serie di punti ottenuti da segnale GPS del veicolo in occasione di alcune prove sperimentali dove l'ATV è stato teleguidato dall'operatore. Si tratta, quindi, di un percorso che il veicolo è in grado di eseguire. Nel caso particolare in studio, vengono eseguite due curve aventi raggio prossimo a quello massimo che il veicolo può compiere.

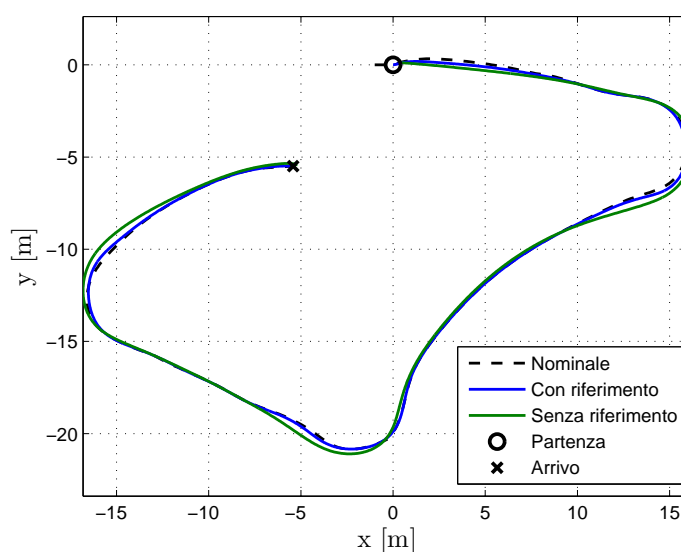


Figura 4.14: *Modello single-track: confronto delle prestazioni sulla traiettoria reale tra i due funzionali*

Del percorso in Figura 4.14, erano a disposizione unicamente alcuni punti ricavati dal segnale GPS registrati durante una prova sperimentale e successivamente interpolati con Matlab. È importante notare che, non avendo nessun controllo sul ribaltamento dell'ATV, ad alte velocità si può mettere a rischio la stabilità in curva: effettuare sterzate a velocità elevata, di conseguenza, potrebbe essere pericoloso.

Dalla Figura 4.14, si nota ancora una volta che il funzionale con la generazione del riferimento segue meglio il percorso nominale. Le differenze, tuttavia, non sono considerevoli, e lo dimostrano gli andamenti di accelerazioni, velocità e sterzo, che risultano piuttosto simili per i due casi (Figure 4.15 e 4.16).

Non vengono mostrati i risultati relativi al tempo necessario alla minimizzazione, dato che la situazione non è molto diversa dalle precedenti.

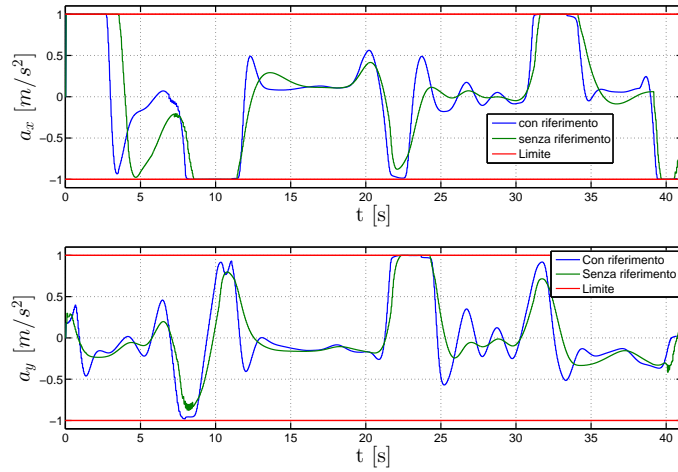


Figura 4.15: *Modello single-track: confronto delle azioni di controllo per la traiettoria reale*

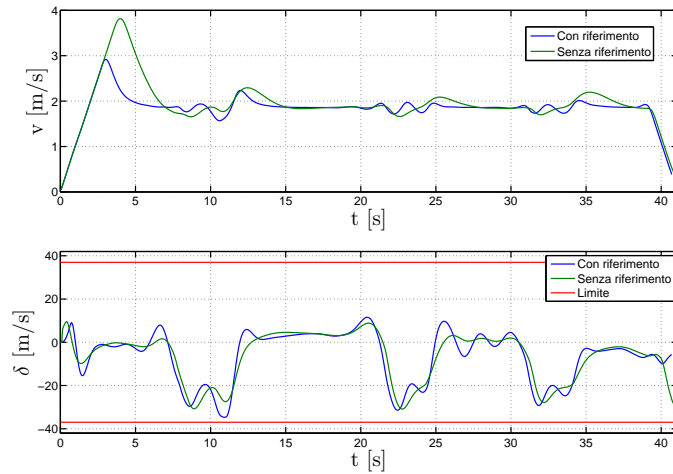


Figura 4.16: *Modello single-track: confronto degli andamenti di velocità e angolo di sterzo per la traiettoria reale*

È quindi importante concludere che, anche se il funzionale (4.3) permette una minimizzazione più rapida, dato che non necessita della generazione di una traiettoria di riferimento, vengono preferite le migliori prestazioni che il funzionale (4.2) è in grado di garantire. Questo significa che da qui in avanti si farà riferimento unicamente a tale funzionale, sia per un'eventuale presenza di ostacoli lungo il percorso, sia per le successive prove con il simulatore Dymola.

4.4 Presenza di ostacoli lungo la traiettoria

Come mostrato nel Paragrafo 3.4, l'eventuale presenza di ostacoli lungo il percorso viene considerato come un vincolo lineare aggiuntivo al problema di ottimizzazione. Questo rende possibile un'implementazione non troppo onerosa computazionalmente, in linea quindi con l'obiettivo di una implementazione *online*. La costruzione dell'ostacolo è molto conservativa, in quanto si circoscrive l'oggetto effettivo all'interno di un politopo regolare, anche se l'ostacolo fosse in realtà un rettangolo o una qualsiasi altra forma irregolare. Inoltre, al raggio effettivo dell'oggetto si deve aggiungere la semi-larghezza del veicolo (le coordinate x, y nel vettore di stato rappresentano infatti la posizione del baricentro) e una tolleranza additiva, nel caso specifico tale distanza è posta pari a 0.2 m, in modo che il veicolo passi moderatamente lontano dall'oggetto fisico. Come si può osservare dalla Figura 4.17, il veicolo passa molto vicino ai lati del politopo selezionato nell'aggirare l'ostacolo. La linea però, come detto prima, rappresenta la traiettoria percorsa dal baricentro del veicolo, ed avere una tolleranza adeguata permette di evitare collisioni (Figura 4.18).

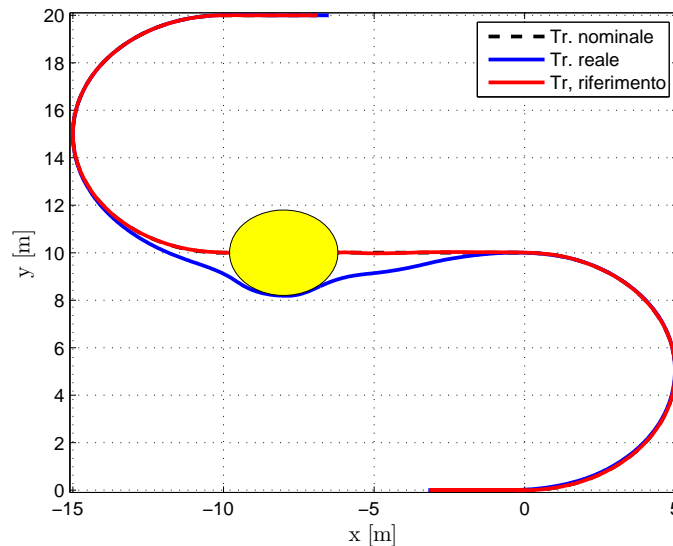


Figura 4.17: *Modello single-track: obstacle avoidance per la traiettoria a S*

Prendendo come esempio lo stesso percorso mostrato nelle simulazioni precedenti, viene posizionato un ostacolo in posizione $\{-8, 10\}$ (Figura 4.17). Il

veicolo è in grado di aggirare l'ostacolo perché inizia a sterzare non appena esso appare nell'orizzonte di predizione N . Come verrà approfondito nel Paragrafo 4.5, è fondamentale, al fine di rendere la manovra il più regolare possibile, che il parametro N sia grande a sufficienza per permettere al veicolo di sterzare senza collidere con l'ostacolo. Si ricorda, infatti, che lo sterzo è limitato e di conseguenza, se l'orizzonte di predizione non è abbastanza lungo, il minimizzatore "vede" l'ostacolo quando il veicolo è troppo vicino ad esso, quindi non ha spazio a sufficienza davanti a sé per eseguire la manovra e non può fare altro che fermarsi.

Nella Figura 4.18 si vede con chiarezza l'ostacolo effettivo (in rosso) da evitare assolutamente, la zona di tolleranza (in blu) tale da assicurarsi che anche in caso di errore il veicolo non collida con l'ostacolo, e infine l'ostacolo fittizio (in giallo) che rappresenta per il minimizzatore il reale confine invalicabile dall'ATV. Si nota che l'ostacolo viene aggirato con molta cura, passando in realtà molto vicino ad esso: l'introduzione della *slack variable*, come già descritto nel Paragrafo 3.4.2, è necessaria a scopo precauzionale, in modo da evitare eventuali problemi di *infeasibility* durante la minimizzazione.

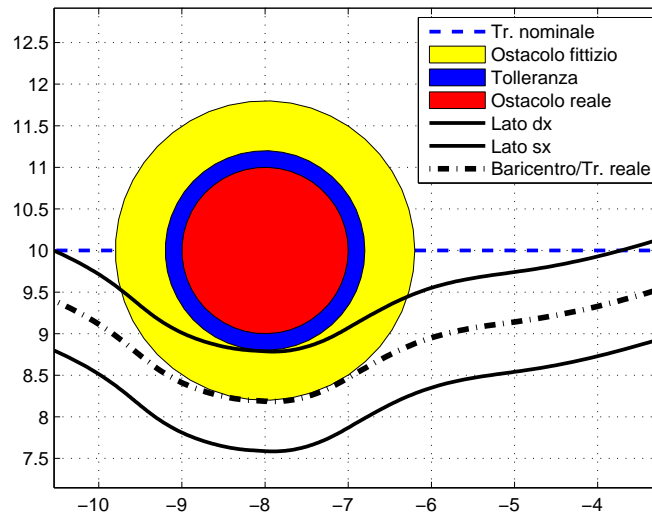


Figura 4.18: *Costruzione dell'ostacolo*

La Figura 4.19 mostra le azioni di controllo a_x e a_y , che sono le variabili vincolate, e l'accelerazione, che risulta essere il vero ingresso nelle equazioni del

modello. Dalla Figura 4.20, che rappresenta l'andamento di velocità e angolo di sterzo, si può notare (all'incirca tra $t = 10$ s e $t = 15$ s) che c'è una corrispondenza tra la decelerazione, la diminuzione di velocità e l'impegnativa sterzata necessaria ad evitare l'ostacolo.

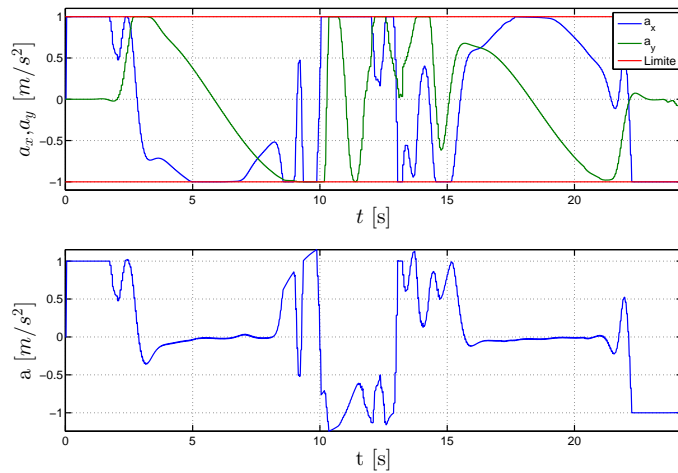


Figura 4.19: *Modello single-track: azioni di controllo a_x , a_y e relativa accelerazione per l'obstacle avoidance*

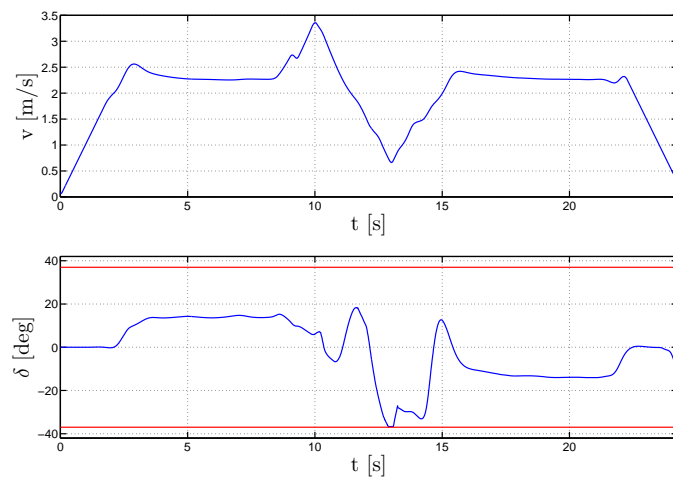


Figura 4.20: *Modello single-track: andamenti di velocità e angolo di sterzo per l'obstacle avoidance*

4.5 Prestazioni al variare dell'orizzonte di previsione

Come parte finale di questo capitolo, è utile mostrare come le prestazioni di questo tipo di controllo siano molto legate al valore assunto dall'orizzonte predittivo N . Mantenendo l'ordine seguito finora, si ometterà il problema di regolazione per focalizzarsi unicamente sull'inseguimento di traiettoria e sull'*obstacle avoidance*, dove al variare di N le prestazioni sono diverse in modo molto più evidente.

Si è deciso di utilizzare la medesima traiettoria a S , imposta anche per tutte le prove successive, in modo che le differenze siano dovute unicamente al cambio dell'orizzonte di previsione. Come dimostra la Figura 4.21, un orizzonte predittivo maggiore permette al minimizzatore di determinare azioni di controllo migliori, garantendo così anche maggiore accuratezza. Il primo svantaggio di avere N elevato, però, si traduce in tempi computazionali maggiori, pertanto sarebbe opportuno trovare un *trade-off* tra i due aspetti. La Figura 4.22 dimostra infatti che, al crescere di N , aumenta il tempo necessario per effettuare la minimizzazione. Dalla Figura 4.21 si può notare che le prestazioni quando

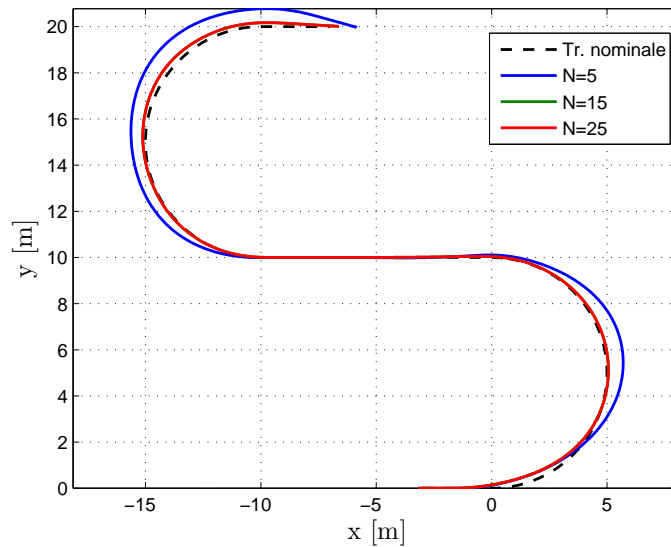


Figura 4.21: *Modello single-track: traiettorie a S al variare di N*

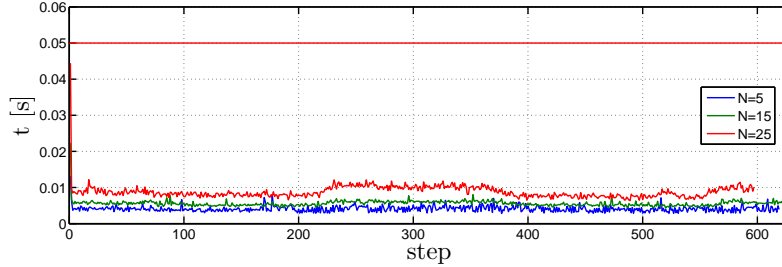


Figura 4.22: *Modello single-track: confronto tra i tempi di minimizzazione al variare di N*

$N = 5$ sono molto peggiori rispetto agli altri due casi, tra cui invece non si riscontrano particolare differenze. La Figura 4.22, invece, mostra chiaramente l'aumento dei tempi computazionali per il valore di N più elevato. Per un problema di inseguimento di traiettoria, quindi, potrebbe essere sufficiente un orizzonte di predizione $N = 15$.

Il risultato a cui si arriva non ha valore generale, ma cambia in funzione di molti fattori. Ad esempio, se le velocità fossero basse, la traiettoria verrebbe eseguita molto bene anche con $N = 5$; d'altro canto la presenza di un ostacolo non ne gioverebbe, soprattutto se fosse di grandi dimensioni o se la velocità di percorrenza fosse elevata.

A tal proposito, è possibile calcolare il minimo orizzonte predittivo N_{min} necessario a evitare la collisione, noti raggio dell'ostacolo e velocità di percorrenza. Per prima cosa si ricava, a partire dalla lunghezza del veicolo L e dal massimo angolo di sterzo δ_{max} , il raggio di curvatura minimo R_{min} che può essere percorso (Figura 4.23):

$$R_{min} = \frac{L}{\tan \delta_{max}} \quad (4.4)$$

A questo punto, si introduce per semplicità un'approssimazione: il veicolo viene considerato puntiforme, e identificato dalla posizione del suo baricentro. Noto il raggio r del cerchio circoscritto all'ostacolo, si può calcolare la distanza minima l_{min} tra veicolo e ostacolo (Figura 4.24) che permetta di evitare la collisione:

$$l_{min} = \sqrt{(R_{min} + r)^2 - R_{min}^2} - r \quad (4.5)$$

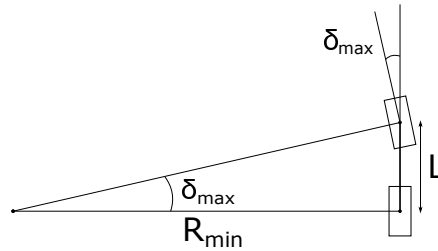


Figura 4.23: *Relazione tra angolo di sterzo e raggio di curvatura*

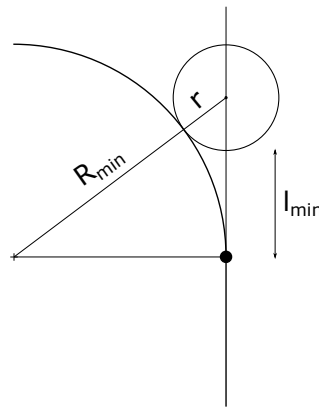


Figura 4.24: *Distanza minima tra veicolo e ostacolo*

Affinché l'ostacolo possa essere aggirato, è indispensabile che il veicolo inizi a sterzare a una distanza l_{min} prima dell'ostacolo. Bisogna pertanto ricavare il valore di N minimo che faccia sì che il veicolo si accorga in tempo della presenza di un'ostacolo e ne eviti la collisione. Conoscendo la velocità di percorrenza v e il tempo di campionamento τ , si ricava il minimo orizzonte di predizione N_{min} dalla formula seguente:

$$N_{min} = \frac{l_{min}}{v \cdot \tau} \quad (4.6)$$

Un esempio che mostra quanto appena detto è rappresentato in Figura 4.25. Con il procedimento prima illustrato, nel caso specifico si ottiene $N_{min} = 11$: il grafico mostra infatti come con $N = 10$ risulti impossibile eseguire la manovra, e non essendoci una soluzione adeguata l'esecuzione dell'algoritmo viene interrotta.

Con orizzonti di predizione più lunghi, invece, si ottengono risultati abbastanza

simili tra loro in termini di traiettorie percorse, ma si possono notare differenze più marcate andando a confrontare gli andamenti dell'angolo di sterzo (Figura 4.26). Quando $N = 20$ si riesce ad evitare l'ostacolo, ma la manovra necessita di tutta l'ampiezza di sterzo di cui dispone il veicolo. Ciò non accade quando $N = 30$, dove l'angolo di sterzo resta qualche grado al di sotto del limite. È pertanto dimostrato che al crescere dell'orizzonte di predizione il minimizzatore si accorge in anticipo dell'ostacolo, e di conseguenza riesce a gestire meglio lo spazio a disposizione, in modo da effettuare senza problemi una manovra che, come si vede, è piuttosto impegnativa.

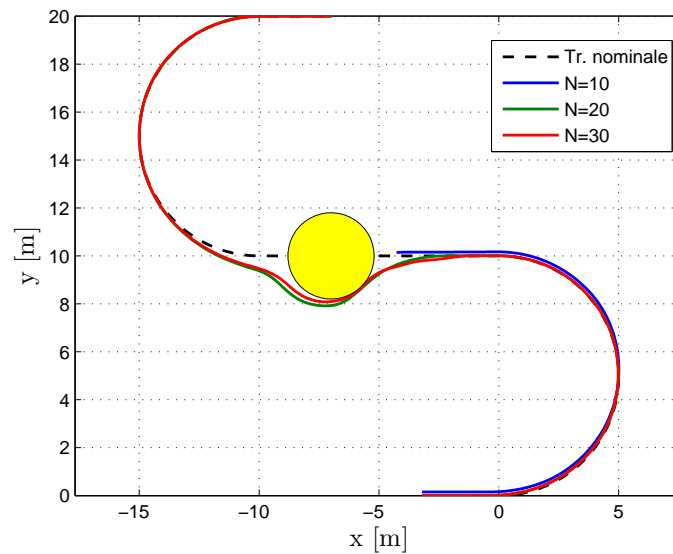


Figura 4.25: *Modello single-track: obstacle avoidance per la traiettoria a S al variare di N*

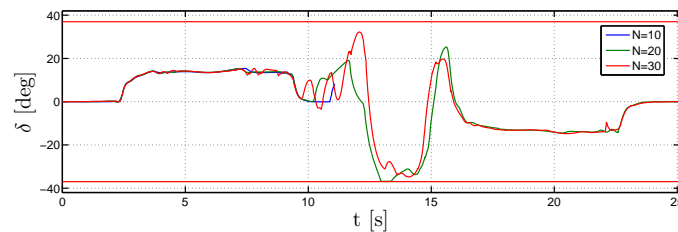


Figura 4.26: *Modello single-track: confronto dell'andamento dell'angolo di sterzo al variare di N*

Una strategia con cui si possono aggirare i problemi causati dagli ostacoli, soprattutto se di grandi dimensioni, è quella di porre ostacoli fittizi più piccoli davanti all'ostacolo effettivo, in modo che si possa eseguire la manovra dell'*obstacle avoidance* senza avere necessariamente orizzonti di predizione eccessivi, evitando in questo modo tutti i problemi che questa scelta porta con sé.

Nell'esempio di Figura 4.27 vengono definiti degli ostacoli fittizi che permettono di anticipare la sterzata del veicolo, il quale si troverà ad aggirare un ostacolo molto più grande rispetto all'esempio precedente, addirittura con un orizzonte di predizione di $N = 15$. In Figura 4.28 si trova la traiettoria eseguita dal veicolo, mentre in Figura 4.29 è mostrato l'andamento dell'angolo di sterzo.

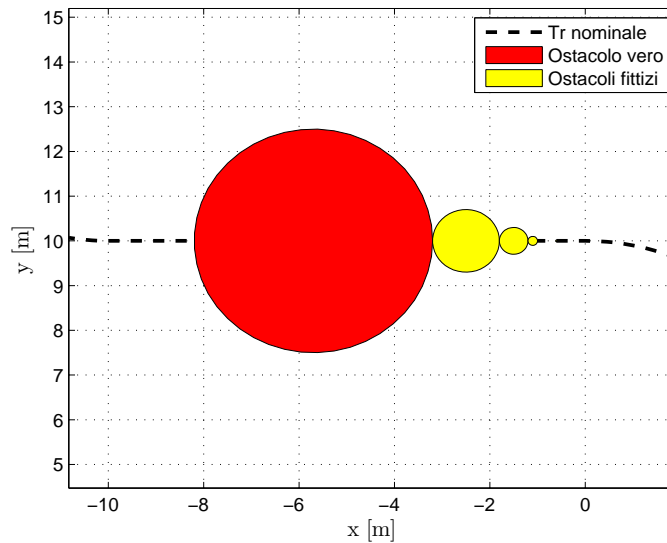


Figura 4.27: *Ostacoli fittizi posti davanti a quello reale*

In conclusione, si sono mostrati pregi e difetti dei vari funzionali studiati in questo lavoro di tesi, nella loro applicazione al modello *single-track*. Si sceglie così di scartare definitivamente il funzionale di equazione (4.3); nonostante garantisca tempi di minimizzazione leggermente inferiori, si preferisce avere delle prestazioni migliori a livello di accuratezza della traiettoria eseguita. Nel seguito verrà pertanto sempre utilizzato il funzionale (4.2).

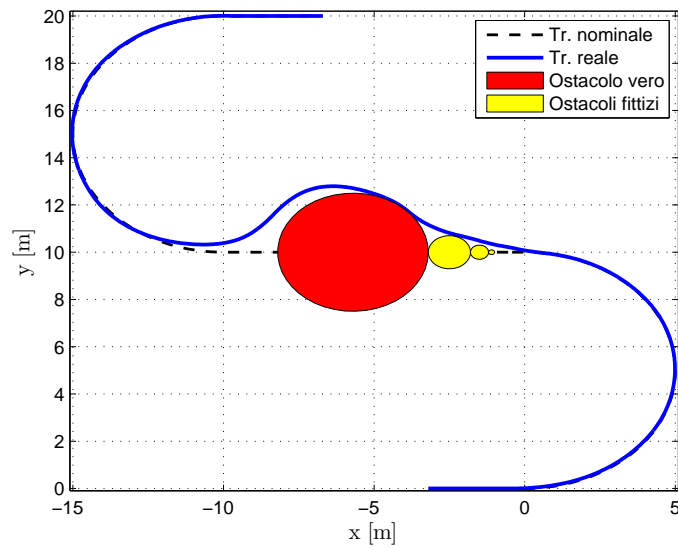


Figura 4.28: *Modello single-track: traiettoria con ostacoli fittizi davanti a quello reale*

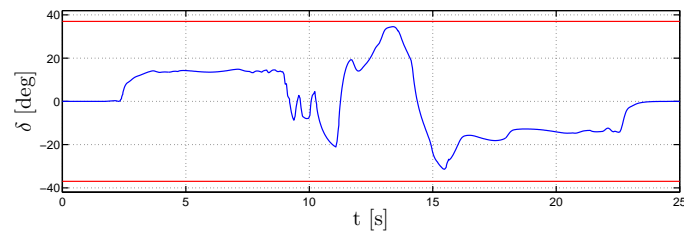


Figura 4.29: *Modello single-track: andamento dell'angolo di sterzo per traiettoria con ostacoli fittizi davanti a quello reale*

Capitolo 5

Modello completo dell'ATV

Dopo aver validato il controllo sul modello *single-track*, è di fondamentale importanza valutarne le prestazioni su un modello più accurato e rispondente alla realtà, soprattutto in assenza di prove sperimentali. Non è stato possibile, infatti, verificare sperimentalmente il modello sviluppato perché per realizzare il regolatore sono necessarie variabili di cui non si dispone la misura, ad esempio l'angolo di deriva β^1 , e il progetto di uno stimatore esula dagli obiettivi di questa tesi.

Per simulare il comportamento dell'ATV reale si è scelto di utilizzare il linguaggio Modelica attraverso il *software* Dymola (*Dynamic Modeling Laboratory*) [9], in particolare sfruttando la libreria commerciale Vehicle Dynamics ([10], [11]), che permette di analizzare il comportamento dinamico di autoveicoli sia dal punto di vista della caratterizzazione meccanica sia da quello dello studio del sistema di controllo. Il modello dinamico completo ottenuto è molto più complesso del modello *single-track*, contiene centinaia di variabili e risulta molto più realistico, di conseguenza rappresenta una valida alternativa al sistema sperimentale. Questo modello potrà poi essere gestito in ambiente Matlab/Simulink sfruttando la possibilità di interfaccia con il *software* Dymola, mediante una *S-function* che andrà inserita nell'architettura complessiva di controllo.

Nei paragrafi che seguono verrà data dapprima una breve descrizione del *software*, della Vehicle Dynamics Library e del modello dinamico dell'ATV, per

¹In realtà, l'angolo di deriva è una grandezza misurabile, ma il sensore necessario è estremamente costoso, e l'ATV oggetto di studio non ne è provvisto.

poi passare ad illustrare i risultati delle simulazioni per i tre diversi problemi di regolazione, inseguimento di traiettoria e *obstacle avoidance*.

5.1 Il software Dymola e la Vehicle Dynamics Library

Dymola è un *software* utilizzato per la modellazione e la simulazione di sistemi fisici multi-dominio, ovvero contenenti componenti meccanici, elettrici, elettronici, termici e di controllo. Si basa sul linguaggio Modelica, un linguaggio *open source* sviluppato negli anni '90 dalla Modelica Association, e le sue caratteristiche principali sono la programmazione orientata agli oggetti e l'acausalità. Nella programmazione orientata agli oggetti un programma è visto come un insieme di oggetti che interagiscono tra loro scambiandosi messaggi e invocando servizi. Per oggetto si intende l'istanza di una classe, che può essere considerata come un'astrazione di un insieme di blocchi di variabili in memoria, caratterizzati dagli stessi attributi e dalla possibilità di offrire gli stessi servizi. In Dymola, qualsiasi elemento è un oggetto, che può essere a sua volta composto da altri oggetti. L'oggetto, inoltre, ha la possibilità di instaurare delle connessioni attraverso opportune interfacce o connettori, che permettono il trasporto di variabili fisiche. Nel *software* Dymola i connettori riproducono i collegamenti reali dei componenti.

L'acausalità, invece, è una caratteristica per cui le equazioni matematiche possono essere scritte indipendentemente dalle condizioni al contorno, e senza la necessità di indicare le variabili di ingresso e di uscita. È compito poi del compilatore e del simulatore stabilire, in fase di calcolo, il verso secondo cui determinare la soluzione delle equazioni, basandosi sul flusso di dati con cui la soluzione stessa è calcolata.

Infine, Dymola garantisce la costruzione di modelli gerarchicamente organizzati e la possibilità di utilizzare delle librerie, gratuite o commerciali, che contengono componenti predefiniti e riutilizzabili.

La Vehicle Dynamics Library (VDL) è una libreria commerciale di Dymola, sviluppata per analizzare il comportamento dinamico dei veicoli a partire dalle loro caratteristiche meccaniche e dal sistema di controllo. Come tutte le

librerie del *software* in questione, anche la VDL è costituita da *packages*, ossia pacchetti che contengono modelli standard dei componenti di un veicolo e di tutte le classi necessarie a simularne il comportamento.

Il modello del veicolo, costruito con questa libreria, è pertanto organizzato in maniera gerarchica, ovvero suddiviso in sotto-sezioni, ognuna relativa a un diverso componente del veicolo stesso.

5.2 Modello dinamico dell'ATV

Di seguito si analizzerà brevemente l'implementazione del modello dell'ATV, sviluppato in gran parte in un precedente elaborato di tesi (a cui si fa riferimento anche per i valori numerici relativi a sospensioni, distribuzione delle masse ecc.) [12]. La struttura meccanica del mezzo è contenuta interamente nel blocco *Vehicle* (Figura 5.1), composto da un'intelaiatura standard che deve poi essere completata inserendo gli altri elementi che costituiscono il veicolo, descritti nel seguito.

Chassis È il modello del telaio, costituito a sua volta da *body*, pneumatici e sospensioni. Il *body* comprende le proprietà aerodinamiche, inerziali e di rappresentazione del veicolo. Gli pneumatici, oltre a contenere i valori di dimensione, massa e momenti d'inerzia delle ruote, permettono di rappresentare le forze di contatto scambiate col suolo, modellizzate attraverso la parametrizzazione della *Magic Formula* di Pacejka. Le sospensioni inserite nel modello sono di tipo *double wishbone*, ovvero sospensioni passive formate da un gruppo molla-smorzatore disposto coassialmente, e sono le stesse che monta il reale ATV.

Motore Viene utilizzata la classe dei motori endotermici già disponibile nella VDL. È necessario però riscalarne la curva caratteristica di default, per fare in modo che l'andamento dei parametri sia compatibile con il motore reale. Viene imposto, inoltre, un valore pari a 0.03s per la costante di tempo della valvola a farfalla, indispensabile per descriverne la dinamica.

Trasmissione È una *V-belt* automatica, dotata di frizione centrifuga e di un riduttore finale che permette di selezionare due diversi rapporti di

trasmissione per la marcia avanti (31/16 *low range*, 29/25 *high range*), la retromarcia e il folle.

Driveline È possibile scegliere il tipo di trazione da impiegare: solo posteriore oppure integrale.

Freni Il modello completo è dotato di un impianto frenante. Il suo controllo, tuttavia, è esterno all'ambiente Dymola, ed è in grado di attuare il freno qualora la differenza tra velocità di riferimento e velocità reale scenda al di sotto di un certo valore $-\epsilon$ (con $\epsilon > 0$), riattivando però l'acceleratore se questa differenza tornasse ad essere maggiore di ϵ .

Dashboard È il cruscotto virtuale del modello, che fornisce una serie di misure (e.g. velocità longitudinale del veicolo, giri motore, coppia del motore) direttamente utilizzabili all'interno delle simulazioni.

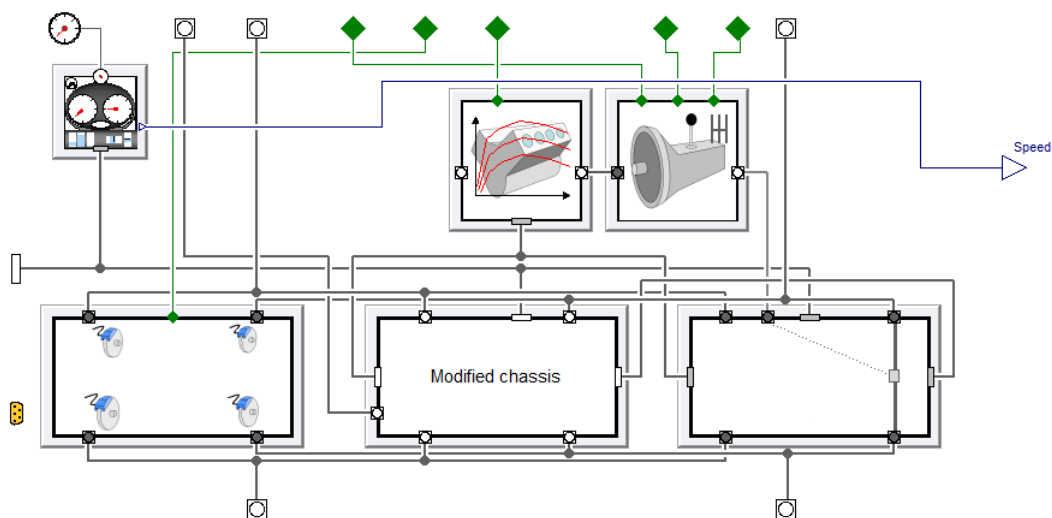


Figura 5.1: *Struttura del blocco veicolo del modello Dymola*

Dopo aver implementato il modello dinamico completo dell'ATV, è possibile inserirlo in un esperimento che ne permetta la simulazione (Figura 5.2). Il livello dello schema che può essere simulato è costituito da cinque elementi, di cui il primo è il blocco rappresentante il veicolo, che è appena stato descritto. Si ha poi il blocco *Driver*, che simula la presenza del pilota; richiede in ingresso i comandi tipici della guida, ovvero rotazione impressa allo sterzo,

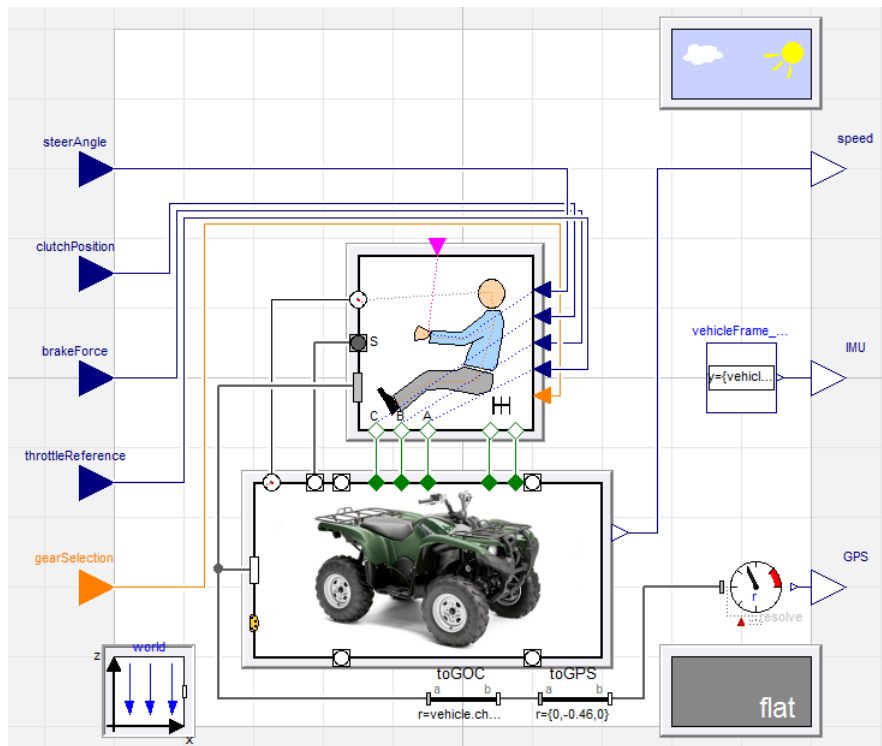


Figura 5.2: *Modello dinamico dell'ATV inserito nell'esperimento che ne permette la simulazione*

forza impressa al pedale del freno, marcia innestata e posizione di frizione e acceleratore, i cui valori possono essere modificati *online* agendo dall'esterno. Gli altri tre elementi sono i blocchi *World*, *Ground* e *Atmosphere*. Il primo viene inserito per rappresentare il sistema di riferimento assoluto e definire la direzione dell'accelerazione di gravità. Nel *Ground* viene specificata la tipologia di terreno in termini di altitudine, orografia e coefficiente d'attrito: nel caso in questione si impone un terreno piatto, dato che l'obiettivo del controllo è l'inseguimento di una traiettoria nel piano. Infine, il blocco *Atmosphere* interagisce direttamente con le proprietà aerodinamiche descritte nel *body*, al suo interno si specificano infatti le condizioni ambientali relative a temperatura, densità dell'aria, velocità e direzione del vento.

5.2.1 Il controllo della velocità

Ai fini del controllo si ha la necessità di fornire in ingresso al modello la velocità longitudinale del veicolo. Il blocco *Driver* agisce però sulla posizione dell'ac-

celeratore, che equivale alla percentuale di apertura della farfalla. Anche sul mezzo reale si agisce direttamente su quella valvola, dato che l'attuatore è installato sulla manopola del gas. Deve pertanto essere presente un regolatore, inserito in un anello di velocità del tipo osservabile in Figura 5.3, che valuti l'errore tra la velocità di riferimento e quella effettiva e fornisca un opportuno comando alla farfalla.

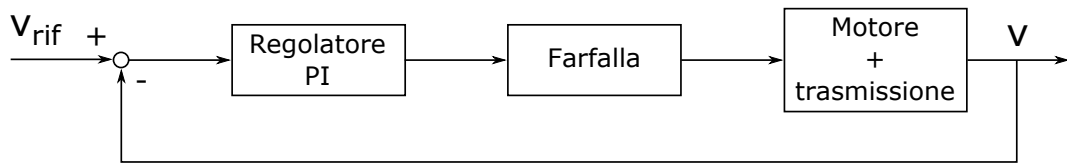


Figura 5.3: *Anello di velocità per il controllo della valvola a farfalla*

Il controllore utilizzato sull'ATV reale è di tipo proporzionale integrale, quindi nel modello è stato adottato un regolatore dello stesso tipo. Dato che la curva caratteristica del motore presente nel modello è diversa da quella reale, non è possibile adottare gli stessi guadagni del controllore reale poiché ciò determinerebbe un comportamento simulato profondamente differente. I coefficienti proporzionale e integrale sono quindi stati tarati in modo tale che la banda passante dell'anello risultasse uguale a quella del sistema reale, che è stata ottenuta analizzando la risposta a un gradino di velocità (rappresentato in Figura 5.4) ed è pari a 1.42 rad s^{-1} (a cui corrisponde una costante di tempo di 0.7 s). Allo stesso modo, all'interno di Dymola è possibile imporre un ingresso a scalino alla farfalla e analizzare la risposta in velocità del sistema (Figura 5.5). Il modello dinamico risponde con un comportamento approssimabile con una funzione di trasferimento del primo ordine. La costante di tempo può essere quindi valutata come il tempo impiegato per raggiungere una velocità pari al 63.2% del valore di regime, e risulta pari a 21.21 s. Con questo valore, imponendo una banda passante di 1.42 rad s^{-1} e ipotizzando un margine di fase di 90° si ricavano i seguenti guadagni:

$$k_P = 0.3424$$

$$k_I = 0.0161$$

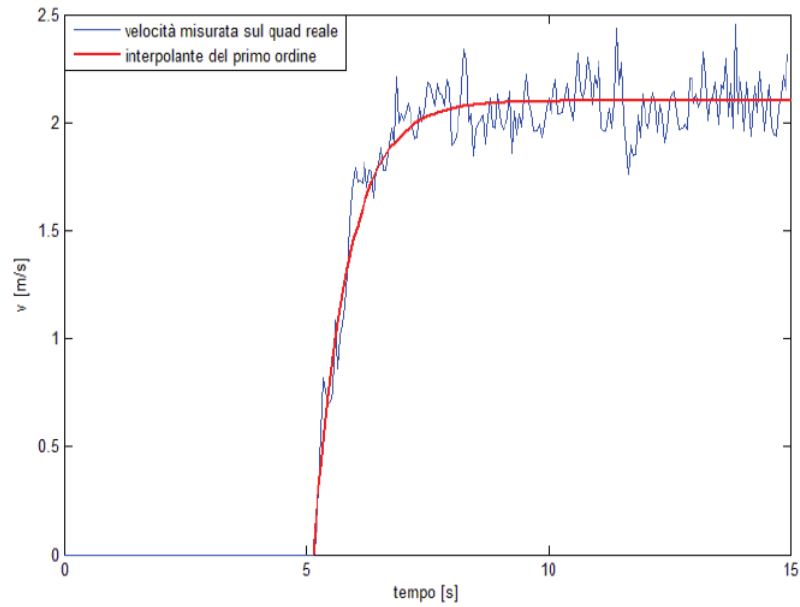


Figura 5.4: Risposta del sistema reale ad un gradino di velocità e andamento dell'interpolante del primo ordine con costante di tempo di 0.7 s

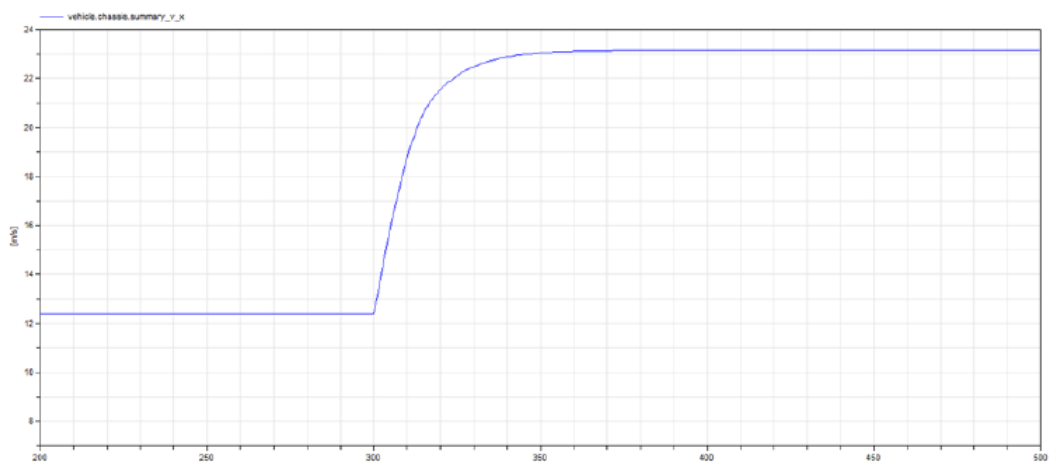


Figura 5.5: Risposta in velocità del modello dinamico a un ingresso a scalino di apertura della valvola a farfalla

5.2.2 Il comando dello sterzo

Per quanto riguarda il meccanismo di sterzo, l'ATV oggetto di studio è dotato di manubrio collegato tramite un *pitman arm* ai braccetti che vanno alle ruote, ne segue che il manubrio può compiere escursioni di $\pm 55^\circ$ a fronte di una sterzata di $\pm 37.99^\circ$ effettivi. Il modello dinamico è in grado di riprodurre lo stesso meccanismo, ma è necessario trovare dei coefficienti che convertano l'angolo di riferimento dello sterzo del modello bicicletta nell'angolo di rotazione del volante. A tale scopo, si richiede al modello di compiere delle manovre a velocità costante in cui vengono percorse delle circonferenze. Dopo aver fornito in ingresso al volante l'angolo di sterzo richiesto dalla ruota anteriore del modello *single-track* è possibile misurare il diametro della circonferenza descritta in simulazione e confrontarlo con quello che si sarebbe ottenuto dando lo stesso ingresso al modello bicicletta. A questo punto, imponendo una proporzione del tipo:

$$\text{angolo}_{\text{bicicletta}} : \text{diametro}_{\text{bicicletta}} = \text{angolo}_{\text{Dymola}} : \text{diametro}_{\text{Dymola}}$$

si può calcolare il rapporto tra i diametri del modello *single-track* e del modello Dymola per ottenere il coefficiente cercato, pari in questo caso a 1.402. Moltiplicando quindi l'angolo del modello bicicletta per questo valore, si ottiene l'angolo effettivo da imprimere al volante che andrà in ingresso al modello.

5.2.3 Stima delle cornering stiffness

A partire dai dati presenti nel modello dinamico è stato possibile anche ottenere una stima delle *cornering stiffness* degli pneumatici. Tra i modelli empirici di maggior rilevanza per l'accuratezza dei risultati ottenuti c'è il modello matematico di Pacejka, anche detto *Magic Formula*, illustrato in [13]. La formula di Pacejka, relativamente alle dinamiche trasversali del veicolo, è un legame non lineare tra la forza laterale F_y scambiata tra pneumatici e suolo e l'angolo di deriva α . Per bassi valori di questo angolo, tuttavia, la forza laterale assume un andamento pressoché lineare con α , per cui si può definire una rigidità di deriva come la pendenza della curva $F_y(\alpha)$ nell'origine.

L'espressione della forza laterale è riportata di seguito:

$$F_y = D \sin \left(C \operatorname{atan} \left\{ B\alpha - E[B\alpha - \operatorname{atan}(B\alpha)] \right\} \right) + S_v \quad (5.1)$$

dove i coefficienti B , C , D , E , S_v dipendono dal carico normale e dall'angolo di campanatura, devono essere ricavati sperimentalmente e non hanno significato fisico. Si fanno le seguenti osservazioni:

- B viene detto fattore di rigidezza;
- C viene detto fattore di forma;
- D è il fattore di picco, fornisce infatti il massimo valore di F ;
- E viene detto fattore di curvatura, influenza in particolare la forma dei picchi;
- S_v è un parametro di *offset* per permettere eventualmente valori non nulli di forza in corrispondenza di scorrimento nullo, e viene chiamato *shift* verticale.

La pendenza della curva è data dal prodotto BCD , che permette quindi di ricavare una stima delle *cornering stiffness* per gli pneumatici anteriori e posteriori.

All'interno del modello Dymola sono presenti i dati necessari a ricavare tutti i coefficienti dell'equazione (5.1), ed è pertanto possibile ottenere i seguenti valori per le rigidzze di deriva, rispettivamente anteriore e posteriore:

$$C_f = 1.0945 \times 10^4 \text{ N rad}^{-1}$$

$$C_r = 1.2158 \times 10^4 \text{ N rad}^{-1}$$

Nella Figura 5.6 si osserva l'andamento della forza laterale scambiata tra pneumatico e suolo (nell'esempio vengono considerati gli pneumatici anteriori) e la sua approssimazione con la tangente nell'origine, in funzione dell'angolo di deriva α .

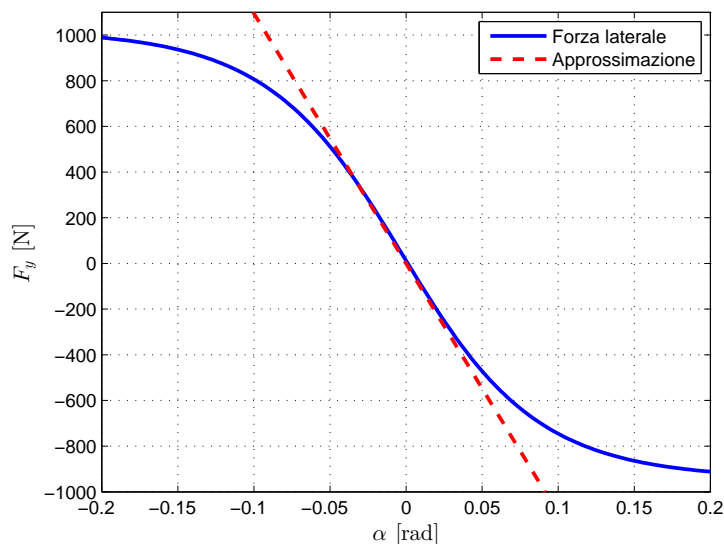


Figura 5.6: *Andamento della forza laterale scambiata tra pneumatici anteriori e suolo e sua approssimazione*

5.3 Analisi dei risultati relativi al modello completo

Una volta descritto il modello completo dell'ATV, vengono mostrati i risultati ottenuti dalle simulazioni (in cui i parametri della cifra di costo sono stati mantenuti pari a quelli indicati nel capitolo precedente nella Tabella 4.1). Queste sono state svolte in ambiente Matlab/Simulink, grazie alla possibilità di interfaccia con il *software* Dymola. Uno schema dell'architettura complessiva del sistema di controllo è rappresentato in Figura 5.7. Si osserva che il regolatore MPC, a partire dalla traiettoria imposta come riferimento e dallo stato retroazionato dal modello del veicolo, produce le azioni di controllo a_x e a_y . Queste devono poi essere trasformate nei veri ingressi del modello Dymola, ovvero velocità e angolo di sterzo, e ciò avviene grazie alla *feedback linearization* e alla successiva integrazione dell'accelerazione. È importante sottolineare che il regolatore ha bisogno della retroazione dell'intero stato del sistema, che comprende anche variabili di cui non si dispone la misura (e.g. l'angolo di deriva β).

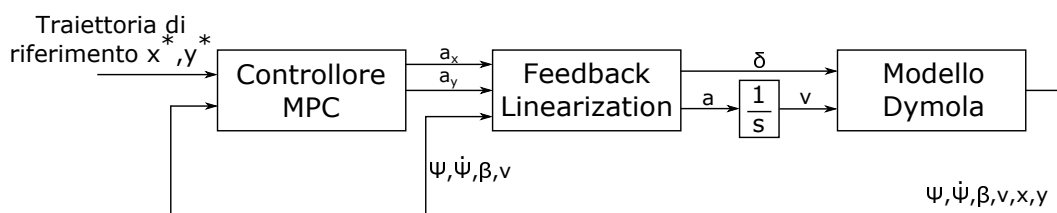


Figura 5.7: *Modello completo: schema dell'architettura complessiva del sistema di controllo*

Mantenendo l'ordine seguito in precedenza, si presenterà dapprima il problema di regolazione, per passare poi all'inseguimento di traiettoria e all'*obstacle avoidance*. Nel Capitolo 4 sono già state analizzate le prestazioni ottenute con i vari funzionali ed è stato stabilito l'orizzonte di predizione ottimale, pertanto in questo paragrafo ci si concentrerà maggiormente sull'influenza che hanno avuto gli accorgimenti pratici volti a migliorare l'inseguimento del riferimento descritti nel Paragrafo 3.3.3, e infine verrà dedicato un paragrafo a una breve analisi di robustezza del controllo proposto.

5.3.1 Problema di regolazione

Per quanto riguarda il problema di regolazione, si ricorda che viene utilizzato il funzionale che prevede anche la generazione del riferimento. Per coerenza, verrà eseguita la stessa prova già effettuata con il modello *single-track*, in cui il veicolo deve raggiungere il punto $\{1, 5\}$. Osservando la Figura 5.8, si nota che il veicolo non è in grado di raggiungere perfettamente il punto richiesto, come invece avveniva con il modello *single-track*: calcolando l'errore tra punto finale e *goal* come $\|\eta(t_f) - \eta_{goal}\|$, dove t_f è l'istante finale, questo risulta di 0.37 m. Questa imprecisione è dovuta al fatto che la linearizzazione tramite *feedback linearization*, indispensabile per poter utilizzare un controllo MPC lineare con il modello completo non lineare dell'ATV, è stata costruita sul modello *single-track*, ovvero su un modello semplificato.

L'andamento dell'angolo di sterzo (Figura 5.9) indica che per il veicolo la manovra necessaria per raggiungere il *goal* risulta piuttosto impegnativa, costringendo lo sterzo ad arrivare al limite imposto, che però non viene oltrepassato.

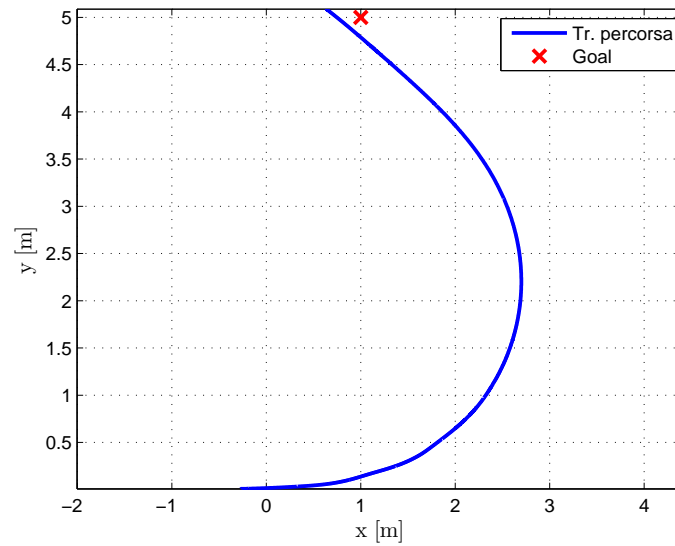


Figura 5.8: *Modello completo: traiettoria eseguita per raggiungere il punto $\{1, 5\}$*

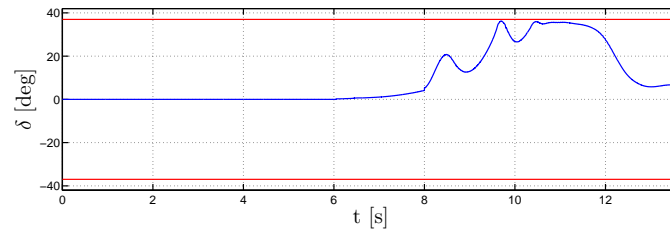


Figura 5.9: *Modello completo: andamento dell'angolo di sterzo per il problema di regolazione*

5.3.2 Inseguimento di traiettoria

Per quanto riguarda l'inseguimento di traiettoria, verranno mostrati i risultati relativi alle simulazioni con una traiettoria generica e una traiettoria reale, già affrontate nel Capitolo 4, e un esempio aggiuntivo pensato appositamente per questo modello.

Verrà inoltre fornita un'indicazione quantitativa della bontà dell'inseguimento di traiettoria calcolando l'errore tra percorso desiderato ed effettivo. Volendo tener conto non solo delle posizioni ma anche degli istanti temporali, questo errore sarà calcolato come segue:

$$\max \|\eta(k) - \eta_{rif}(k)\|, \quad k = 0, \dots, t_f \quad (5.2)$$

Prestazioni su un percorso generico

Per valutare le prestazioni del controllo applicato all'inseguimento di traiettoria viene effettuata una prima simulazione su un percorso a S. La Figura 5.10, in cui è rappresentata la traiettoria percorsa, mostra che il veicolo è in grado di seguire piuttosto bene il riferimento assegnato. L'errore maggiore, quantificato pari a 0.72 m, si ha alla fine della seconda curva, dove si può notare una leggera deviazione dalla traiettoria assegnata. In questo tratto, infatti, la velocità inizia a decrescere dopo diversi secondi in cui era all'incirca costante (Figura 5.11) e, data la dipendenza tra velocità e angolo di sterzo imposta dalla *feedback linearization*, il veicolo commette un piccolo errore lungo la curva. Si potrebbe ridurre questa imprecisione aumentando l'orizzonte di predizione, ma poiché è ritenuta trascurabile si preferisce non incrementare questo valore per i motivi legati al tempo computazionale già ampiamente discussi.

In Figura 5.12 sono riportate le azioni di controllo a_x e a_y : si osserva che il loro andamento è molto oscillante e con variazioni brusche (bisogna precisare che quello considerato è uno dei casi peggiori). Questo comportamento è imputabile allo scostamento tra il modello Dymola e il modello *single-track*, su cui è stata progettata la *feedback linearization* e che viene utilizzato per l'integrazione del sistema lungo l'orizzonte di predizione; come conseguenza delle differenze tra i due modelli il regolatore produce azioni di controllo non sempre regolari.

Tuttavia, ciò non rappresenta un problema. Infatti, nonostante l'accelerazione

a (legata algebricamente ad a_x e a_y) presenti necessariamente un andamento oscillante, l'integrazione successiva che permette di ottenere la velocità, vero ingresso del modello dinamico, è in grado di smorzare le componenti ad alta frequenza. L'unica conseguenza evidente è riscontrata nelle oscillazioni della velocità di riferimento (si veda Figura 5.11), ritenute però del tutto accettabili. Viene infine riportato in Figura 5.13 l'andamento dell'angolo di sterzo per la traiettoria considerata.

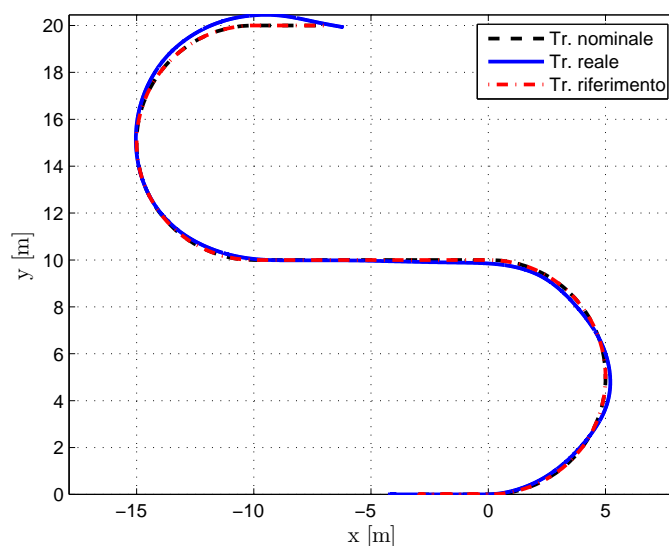


Figura 5.10: *Modello completo: traiettoria a S*

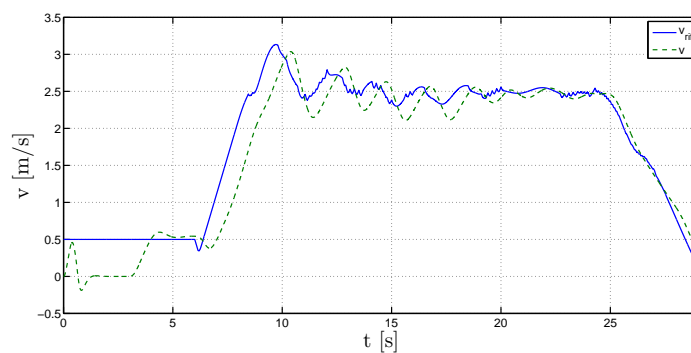


Figura 5.11: *Modello completo: velocità e suo riferimento per la traiettoria a S*

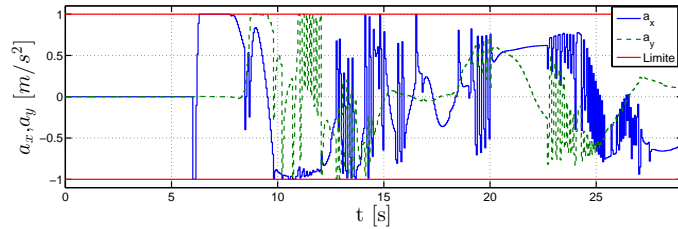


Figura 5.12: *Modello completo: azioni di controllo a_x e a_y per la traiettoria a S*

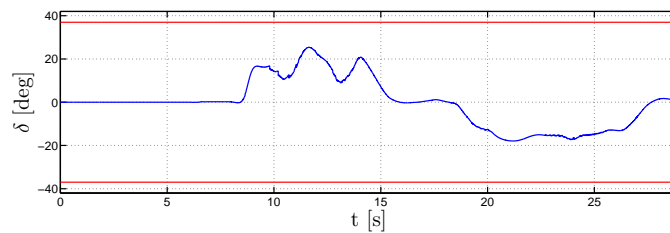


Figura 5.13: *Modello completo: andamento dell'angolo di sterzo per la traiettoria a S*

Prestazioni su un percorso reale

Si analizzano ora le prestazioni del controllo sul percorso reale già visto nel Paragrafo 4.3.2. In questa sede si vogliono approfondire, in particolare, i miglioramenti apportati dalle modifiche introdotte nell'algoritmo di controllo descritte nel Paragrafo 3.3.3. Per chiarezza, si ricorda che questi accorgimenti sono volti a modificare l'avanzamento del riferimento lungo la traiettoria, in funzione di due valori rappresentativi della posizione relativa tra il riferimento stesso e il veicolo reale.

Prima di ogni ciclo di ottimizzazione, è necessario verificare che il riferimento sia davanti al veicolo e a distanza non eccessiva, altrimenti l'avanzamento di $x_{rif}(t), y_{rif}(t)$ viene arrestato o fatto procedere più velocemente, a seconda dei casi. Questi accorgimenti fanno sì che il veicolo segua sempre a breve distanza il riferimento, per garantire un inseguimento di traiettoria quanto più regolare e preciso possibile.

In Figura 5.14 viene mostrato il percorso seguito dal veicolo senza l'introduzione di queste verifiche nell'algoritmo di controllo. Si può notare che l'inseguimento non è affatto preciso, soprattutto in uscita dalle curve (l'errore massimo è pari a 4.77 m). Analizzando l'andamento della distanza relativa tra

$x_{rif}(t), y_{rif}(t)$ e la posizione corrente del baricentro del mezzo (Figura 5.15), si osserva come il riferimento sia spesso molto lontano dal veicolo, costringendo quest'ultimo ad accelerare per inseguirlo e, perciò, compiere le curve a velocità elevata con conseguente imprecisione e pericolo di ribaltamento.

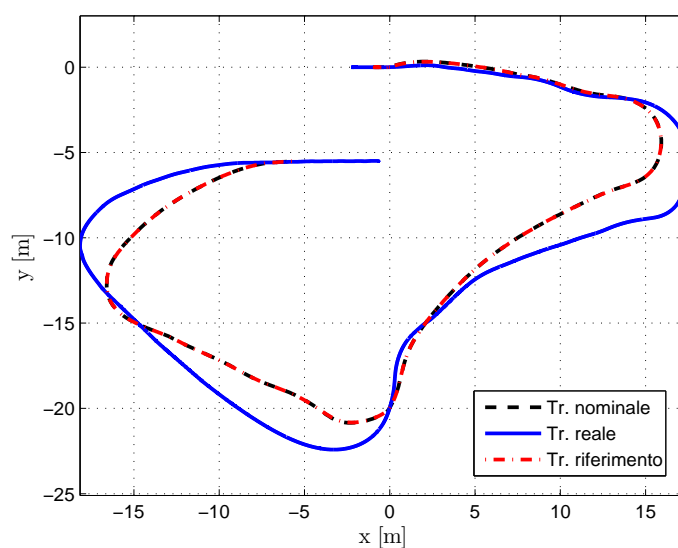


Figura 5.14: *Modello completo: traiettoria eseguita sul percorso reale senza verifiche sulla posizione relativa tra veicolo e riferimento*

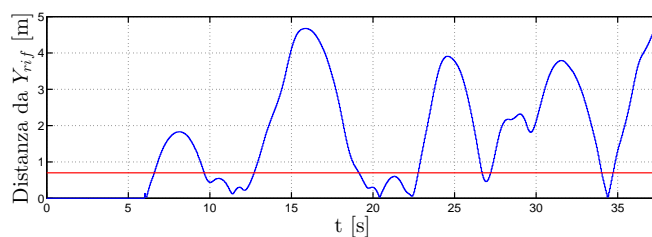


Figura 5.15: *Modello completo: distanza relativa tra veicolo e riferimento*

Introducendo invece gli accorgimenti appena richiamati, la traiettoria che si ottiene è rappresentata in Figura 5.16. Si osserva un netto miglioramento nell'inseguire la traiettoria (l'errore è ridotto a 0.56 m), dovuto al fatto che il veicolo resta a breve distanza dal riferimento evitando di ricadere in manovre troppo brusche o a velocità troppo elevate. È anche importante sottolineare

che il percorso in questione mette a dura prova lo sterzo del veicolo (visibile in Figura 5.17 insieme al secondo ingresso v), ma nonostante ciò con le modifiche apportate è possibile ottenere degli ottimi risultati.

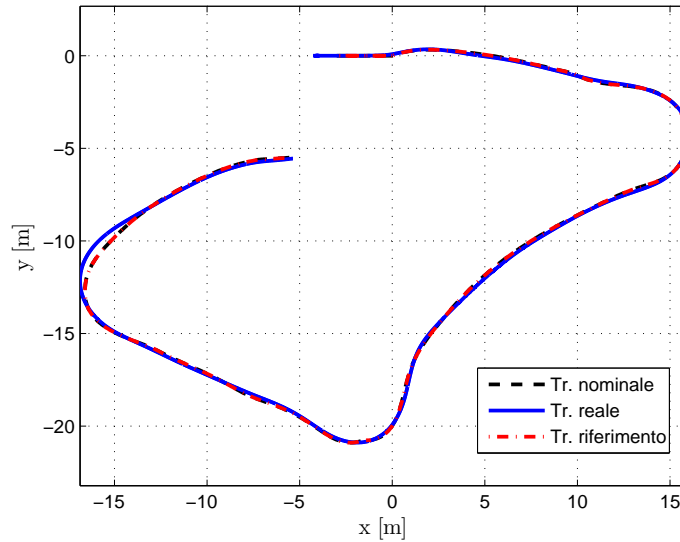


Figura 5.16: *Modello completo: traiettoria eseguita sul percorso reale*

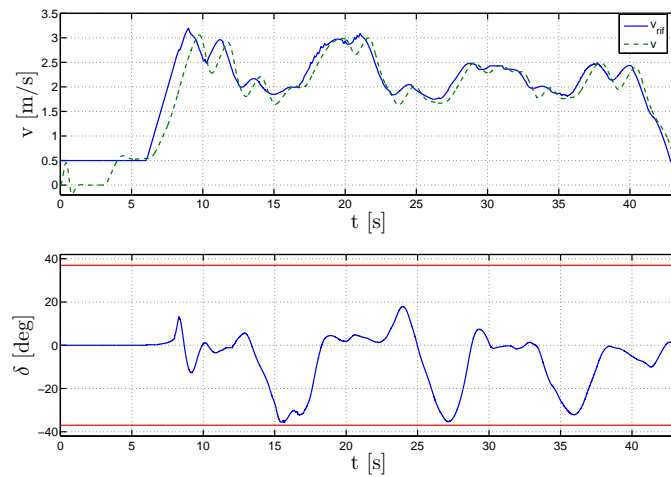


Figura 5.17: *Modello completo: velocità e angolo di sterzo per il percorso reale*

Prestazioni al variare delle condizioni iniziali

Finora, la posizione iniziale del veicolo è sempre stata posta coincidente con il primo punto della traiettoria assegnata, e il suo orientamento iniziale coincidente con la direzione di avanzamento del riferimento. Può essere interessante indagare il comportamento del veicolo qualora ciò non dovesse più essere valido, dato che è una situazione che potrebbe accadere nella realtà.

Viene quindi illustrato il risultato ottenuto dalla simulazione su una traiettoria non ancora mostrata finora (Figura 5.18). Nonostante le imprecisioni riscontrate per il problema di regolazione, che avrebbero fatto intuire una difficoltà nell'agganciare la traiettoria a partire da una condizione iniziale diversa, si può osservare che il controllo è in grado di riconoscere la traiettoria e di guidare il veicolo sul percorso corretto, grazie alla generazione di un riferimento opportuno. Nella Figura 5.19 sono rappresentati gli andamenti della velocità (con relativo riferimento) e dell'angolo di sterzo per la traiettoria in questione.

Infine, vengono riportate in Figura 5.20 altre simulazioni con condizioni iniziali differenti, in termini di posizione e orientamento; ci si focalizza sulla prima parte della traiettoria perché ritenuta la più significativa.

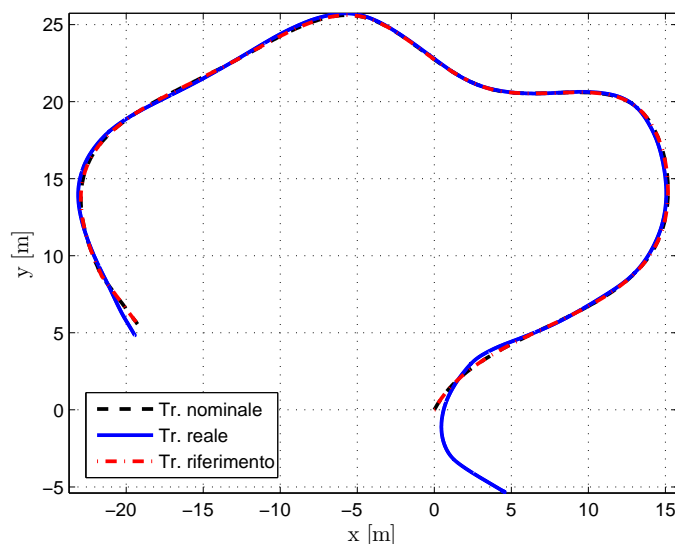


Figura 5.18: *Modello completo: aggancio alla traiettoria partendo da condizioni iniziali differenti*

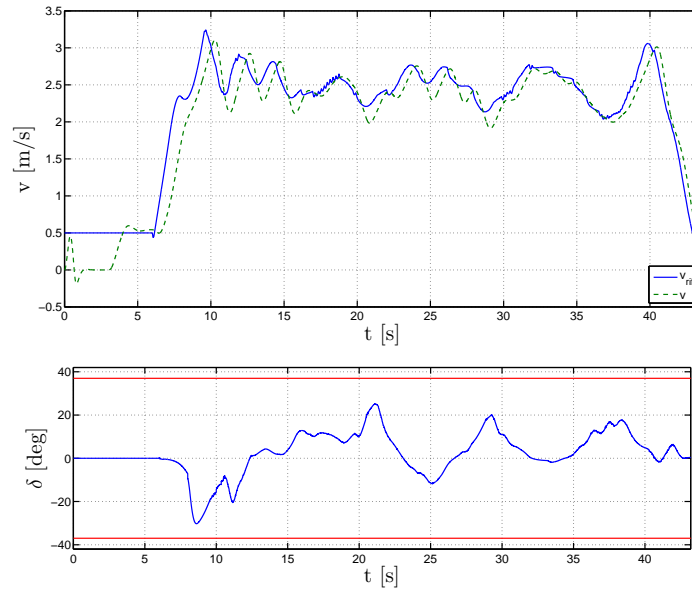


Figura 5.19: *Modello completo: velocità e angolo di sterzo per l'aggancio alla traiettoria*

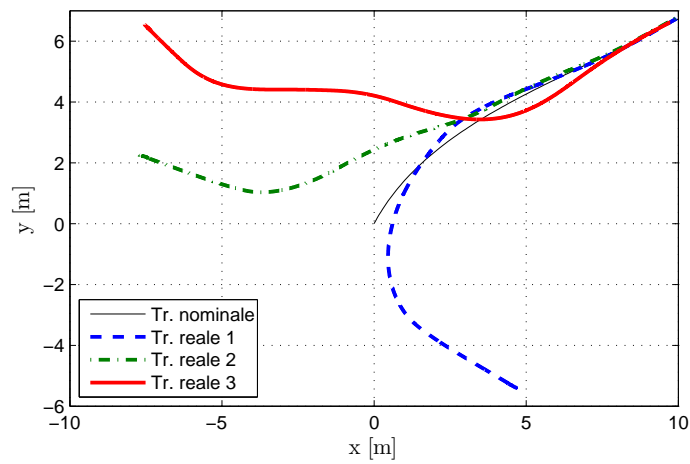


Figura 5.20: *Modello completo: dettaglio della parte iniziale dell'aggancio alla traiettoria*

5.3.3 Obstacle avoidance

Passando ora all'*obstacle avoidance*, viene mostrato un primo esempio in cui è posto un ostacolo piuttosto grande lungo il percorso a S più volte analizzato (Figura 5.21). Il veicolo è in grado di evitare la collisione con l'ostacolo senza oltrepassare i vincoli imposti alle variabili (Figura 5.22) ma, a causa delle grandi dimensioni dell'ostacolo, è costretto ad allontanarsi parecchio dalla traiettoria di riferimento appena prima di affrontare la seconda curva. Nell'ultimo tratto, di conseguenza, si può notare un piccolo errore, ritenuto accettabile data la difficoltà della manovra.

Nel secondo esempio proposto il veicolo si trova a dover evitare diversi ostacoli posti lungo la traiettoria reale già mostrata più volte (Figura 5.23). I risultati evidenziano che il veicolo è in grado di aggirare tutti gli ostacoli, anche molto vicini tra loro o in posizioni particolarmente ostiche (ad esempio in corrispondenza di una curva), riuscendo comunque a ritornare sulla traiettoria imposta non appena possibile. Si osserva, infatti, che il veicolo aggira gli ostacoli alternativamente da un lato e dall'altro, dimostrazione del fatto che tenta sempre di ricondursi alla traiettoria di riferimento, per poi doversi nuovamente allontanare per evitare la collisione.

Prestando attenzione ai grafici delle variabili vincolate (Figura 5.24), si nota che le velocità sono sempre discretamente elevate. Questo comportamento potrebbe risultare controproducente dal momento che il percorso da seguire è impegnativo, ma trova giustificazione nel fatto che, come spiegato dettagliatamente nel Paragrafo 3.4.2, in caso di *obstacle avoidance* vengono meno gli accorgimenti che interrompono l'avanzamento del riferimento: quest'ultimo, quindi, può anche allontanarsi parecchio dal veicolo reale, costringendolo ad accelerare perché la traiettoria venga completata correttamente.

Le velocità elevate giustificano anche il fatto che il veicolo non riesce a tornare sulla traiettoria desiderata lungo la curva successiva ai primi due ostacoli: inizialmente la velocità è troppo alta perché il veicolo possa sterzare a sufficienza e, subito dopo, viene rilevata la vicinanza dell'ostacolo grazie alla predizione, e per evitare la collisione in maniera più agevole non risulta più conveniente stringere la curva.

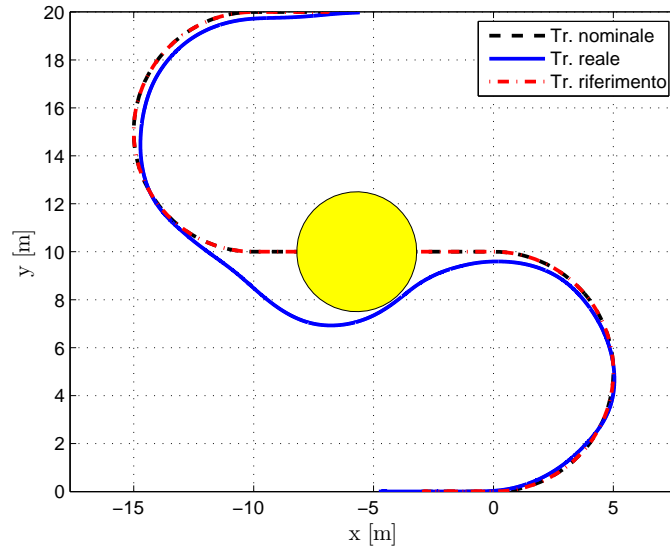


Figura 5.21: *Modello completo: obstacle avoidance sulla traiettoria a S*

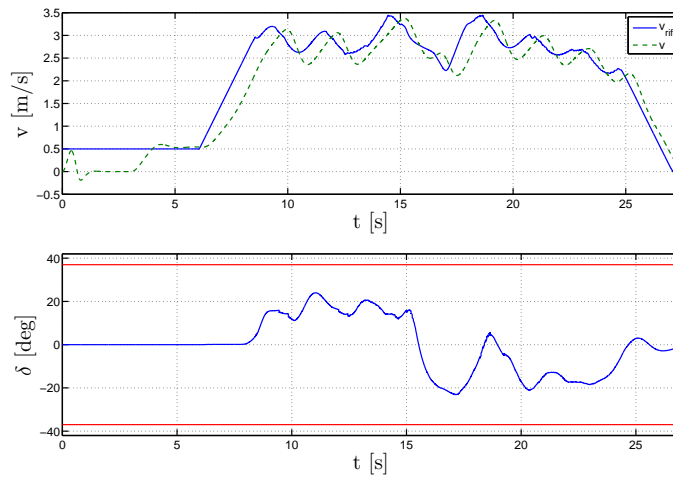
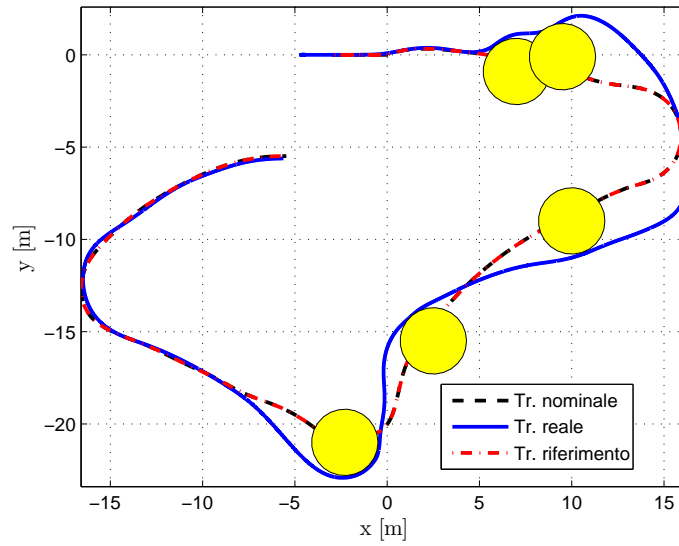
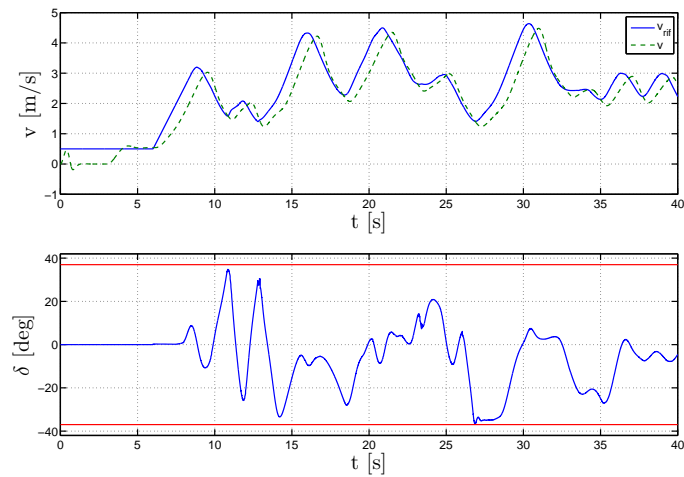


Figura 5.22: *Modello completo: velocità e angolo di sterzo per obstacle avoidance sulla traiettoria a S*

Figura 5.23: *Modello completo: traiettoria reale con ostacoli*Figura 5.24: *Modello completo: velocità e angolo di sterzo per la traiettoria reale con ostacoli*

5.3.4 Robustezza del controllore

Per concludere questo capitolo di simulazioni, è utile indagare le prestazioni del controllore qualora i dati reali dovessero risultare differenti da quelli nominali. Si analizzeranno dapprima i risultati ottenuti a fronte di una variazione delle *cornering stiffness*, per poi passare al caso di un'imprecisa localizzazione da parte della strumentazione GPS.

Variazione delle *cornering stiffness*

I valori delle *cornering stiffness*, stimati nel Paragrafo 5.2.3, vengono mantenuti sempre costanti sebbene siano in realtà funzione dell'angolo di deriva e del coefficiente d'attrito del suolo su cui si trova il veicolo (si hanno variazioni, ad esempio, passando da terreno asciutto a bagnato o ghiacciato). Durante l'esercizio, il loro valore può cambiare anche in maniera considerevole ma, in caso realistico, il sistema dovrebbe essere dotato di uno stimatore. In questa sede, pertanto, si vuole indagare la robustezza del sistema di controllo a fronte di una stima imperfetta delle *cornering stiffness*, soprattutto perché questi parametri sono utilizzati dalla *feedback linearization*, quindi una stima errata porterebbe a una non corretta linearizzazione.

In Figura 5.25 sono rappresentate tre traiettorie relative al percorso reale nei casi di *cornering stiffness* corrette e con variazioni di $\pm 30\%$ ². Si osserva che quando i valori sono diminuiti del 30% l'errore sulla traiettoria è molto piccolo, mentre nel caso in cui vengono aumentati le deviazioni dal riferimento sono più marcate. Ciò è dovuto al fatto che, con un aumento del 30% delle *cornering stiffness*, il controllore crede erroneamente che le forze laterali scambiate con il terreno siano maggiori, e di conseguenza genera azioni di controllo come se le condizioni di aderenza con il suolo fossero migliori. Tuttavia, dato che in realtà le *cornering stiffness* sono più basse e quindi l'aderenza è peggiore, le prestazioni risultano compromesse, in particolare in curva. Le imprecisioni sono giudicate comunque accettabili, soprattutto se si considera che errori del 30% su una stima sono da ritenersi elevati.

²È importante precisare che nel modello Dymola ci sono i valori corretti delle *cornering stiffness*, mentre i valori alterati vengono utilizzati dal controllore e dalla *feedback linearization*.

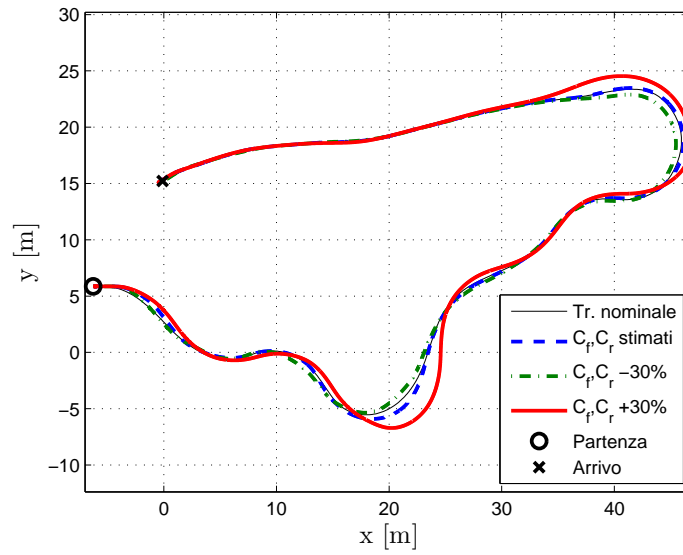


Figura 5.25: *Modello completo: confronto delle traiettorie al variare delle cornering stiffness*

Localizzazione imprecisa

Nel caso di reale applicazione del controllo può accadere che il segnale GPS non sempre sia preciso, perché oscurato ad esempio da edifici o vegetazione. Ne consegue un'errata localizzazione del veicolo, da cui potrebbero scaturire problemi nell'inseguimento di traiettoria.

Per riprodurre questi disturbi del segnale in sede di simulazione, la posizione corretta del veicolo viene modificata sommando un rumore random gaussiano avente una certa media e una certa varianza, scelte in funzione della posizione corrente nel piano $x - y$. Si ipotizza infatti che il veicolo in movimento si trovi a dover attraversare diverse zone, in cui la ricezione del segnale GPS non è uniforme. Viene creata una mappa suddivisa in quadranti (Figura 5.26), a ciascuno dei quali sono associati differenti valori di media e varianza, a seconda che la ricezione del segnale GPS sia ottima (zone bianche), buona (zone gialle) oppure pessima (zone rosse).

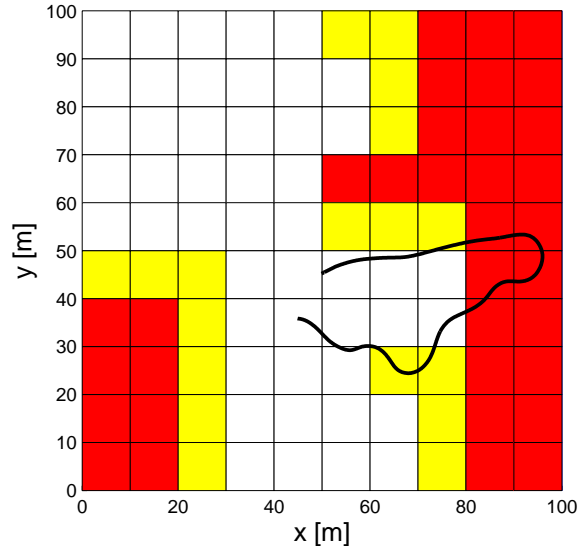


Figura 5.26: *Rappresentazione della traiettoria considerata sulla mappa che distingue le ricezioni del segnale GPS*

Il risultato della simulazione è mostrato in Figura 5.27: si osserva che il controllore è sempre in grado di riportare il veicolo sulla traiettoria imposta, anche a fronte di errori di localizzazione considerevoli (Figura 5.28).

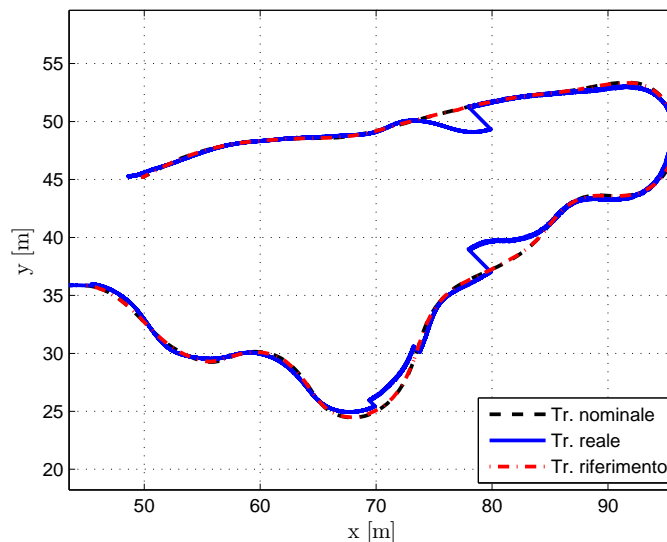


Figura 5.27: *Modello completo: traiettoria eseguita con disturbo sul segnale GPS*

Questi disturbi del segnale GPS potrebbero creare problemi nel caso in cui ci fossero degli ostacoli lungo il percorso. Infatti, dato che con la tecnica adottata il veicolo passa sempre molto vicino agli ostacoli, un'inesattezza nella localizzazione potrebbe spostare erroneamente la posizione del mezzo all'interno dell'area individuata dall'ostacolo. In questo senso, si riscontra nuovamente il grosso vantaggio dato dalla variabile di *slack*, che impedisce l'insorgere di problemi di *infeasibility* qualora dovessero verificarsi situazioni simili.

Nelle simulazioni effettuate (Figura 5.29) non si sono riscontrati problemi di questo tipo, ma non è una situazione che può essere del tutto esclusa, nonostante il rischio di una reale collisione resti comunque molto basso, avendo definito gli ostacoli in maniera conservativa.

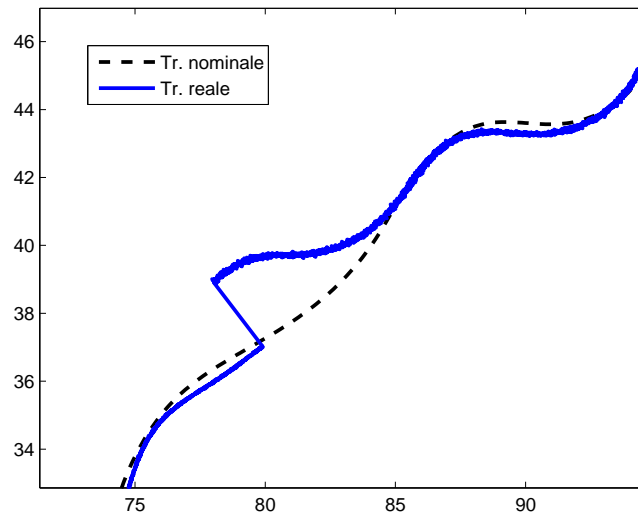


Figura 5.28: *Modello completo: dettaglio della traiettoria in una zona di pessima ricezione*

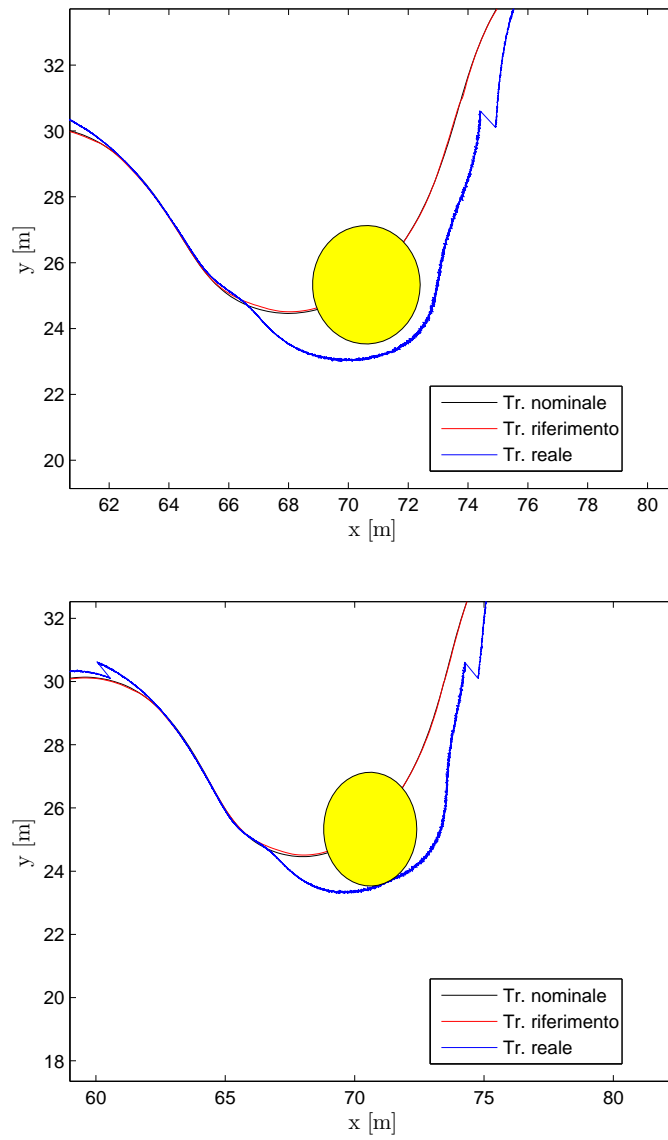


Figura 5.29: *Modello completo: obstacle avoidance in presenza di errori di localizzazione*

Capitolo 6

Conclusioni e sviluppi futuri

Nel presente lavoro si sono mostrate le prestazioni di un controllore MPC in grado di garantire il corretto inseguimento di traiettoria da parte di un ATV a guida automatica. Inizialmente, sono state valutate le prestazioni del controllo attraverso simulazioni numeriche con un modello *single-track*, che è stato utilizzato per stabilire il miglior approccio tra i vari proposti, considerando l'accuratezza nelle manovre da una parte e il tempo computazionale dall'altra. Sono state effettuate altre simulazioni sfruttando un modello completo del veicolo, realizzato per mezzo del linguaggio Modelica e della libreria commerciale Vehicle Dynamics. Con questo modello, estremamente fedele alla realtà, si è potuta constatare l'affidabilità della legge di controllo sviluppata: il veicolo è in grado di inseguire correttamente la traiettoria desiderata e di evitare eventuali ostacoli presenti lungo il percorso. Infine, è stato possibile dimostrare una buona robustezza del controllo proposto, a fronte di errori di stima dei parametri considerati e a fronte di errori nella localizzazione del veicolo.

Gli argomenti sviluppati in questa tesi lasciano spazio a molteplici sviluppi futuri. Il primo passo è sicuramente la costruzione di uno stimatore per l'angolo di deriva, indispensabile per una validazione sperimentale del sistema di controllo. Questo parametro è in realtà misurabile, ma i sensori necessari sono estremamente costosi e pertanto non utilizzabili nella pratica. Potrebbe essere interessante anche dotare il veicolo di uno stimatore delle *cornering stiffness*: la sua costruzione, tuttavia, è piuttosto complessa, soprattutto per quanto riguarda le applicazioni *off road*, e tuttora in via di sviluppo.

Un secondo spunto consiste nel modificare la strategia per la *collision avoi-*

dance per poter considerare ostacoli dinamici. Nel presente studio, infatti, gli ostacoli sono stati gestiti come vincoli aggiuntivi al problema MPC perché questa soluzione non è onerosa computazionalmente e risulta quindi in linea con l'obiettivo di ridurre la complessità tipica dei controlli predittivi. Questa tecnica, tuttavia, non può essere utilizzata con ostacoli in movimento perché, non potendone costruire un modello (data la dipendenza dalla legge di moto, che è incognita), risulta impossibile una loro formalizzazione come vincoli. Infine, per garantire delle condizioni di moto più sicure, il controllo sull'inseguimento di traiettoria andrebbe integrato con una tecnica che impedisca il ribaltamento del mezzo, ad esempio modificando il modello del veicolo in modo da poter rappresentare i moti di rollio e poterli eventualmente vincolare.

Bibliografia

- [1] J.V. Frasch, A. Gray, M. Zanon, H.J. Ferreau, S. Sager, F. Borrelli, and M. Diehl. An auto-generated nonlinear mpc algorithm for real-time obstacle avoidance of ground vehicles. *Proceedings of the European Control Conference*, 2013.
- [2] A. Carvalho, Y. Gao, A. Gray, H.E. Tseng, and F. Borrelli. Predictive control of an autonomous ground vehicle using an iterative linearization approach. *Proceedings of the 16th International IEEE Annual Conference on Intelligent Transportation Systems*, 2013.
- [3] P. Shakouri and A. Ordys. Application of the state-dependent nonlinear model predictive control in adaptive cruise control system. *Proceedings of the 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, 2011.
- [4] T. Tashiro. Vehicle steering control with mpc for target trajectory tracking of autonomous reverse parking. *Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications (CCA) Part of 2013 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, 2013.
- [5] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer, 1995.
- [6] D.Q. Mayne, J.B. Rawlings, C.V. Rao, and P.O.M. Scokaert. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36(6):789–814, June 2000.
- [7] M. Zago. *Quadrivio, Manuale tecnico*. Dipartimento di Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano, Revisione Novembre 2012.

- [8] Dipartimento di Elettronica, Informazione, Bioingegneria, Politecnico di Milano. *Relazione finale del contratto di ricerca QUADRIVIO*.
- [9] Dassault Systèmes AB. *Dymola Dynamic Modeling Laboratory User's manual*, 2012.
- [10] J. Andreasson and M. Gäfvert. *The Vehicle Dynamics Library - Overview and applications*. The Modelica Association, 2006.
- [11] Modelon AB. *Vehicle Dynamics Library version 1.7 Users Guide*, 2012.
- [12] E.L. D'Amelio and F. Fontanile. *Modellazione dinamica e controllo di percorso per un All Terrain Vehicle*. Master's thesis, Politecnico di Milano, 2013.
- [13] H.B. Pacejka. *Tyre and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2002.
- [14] L. Magni and R. Scattolini. *Complementi di controlli automatici*. Pitagora Editrice Bologna, 2006.
- [15] L. Giulioni. *Studio e applicazione di tecniche di controllo predittivo per il posizionamento e il coordinamento di agenti mobili*. Master's thesis, Politecnico di Milano, 2012. Capitolo 4.