

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale  
Laurea Magistrale in Ingegneria Civile – Civil Engineering



**LA TORRE DELL'OROLOGIO E IL MASTIO DEL  
CASTELLO DELLE ROCHE:  
ANALISI DI VULNERABILITÀ SISMICA ED  
EFFETTI DI POSSIBILI INTERVENTI DI RESTAURO  
MATERICO SULLA RISPOSTA STRUTTURALE**

Relatore: Prof. Ing. Gabriele Milani

Correlatore: Prof. Ing. Maurizio Acito

Elaborato di laurea di:

Stefano Torri Matr. 818836

Anno accademico 2014/2015

Ai miei nonni,

“La barca è più sicura nel porto. Ma  
non è per questo che le barche sono  
state costruite”

Paulo Coelho, *Il cammino di Santiago*

# RINGRAZIAMENTI

Per prima cosa voglio ringraziare le persone che mi hanno aiutato a svolgere il lavoro di tesi: i professori Gabriele Milani e Maurizio Acito per avermi dato la possibilità di svolgere tale lavoro di ricerca e per l'aiuto che mi hanno dato. Ringrazio anche la professoressa Cristina Tedeschi e l'architetto Claudia Tiraboschi per i preziosissimi suggerimenti e per il materiale che mi hanno fornito. Inoltre vorrei ringraziare la dottoranda Elisa Bertolesi che ha offerto un gentile aiuto nella modellazione.

Susseguire alla Laurea magistrale significa chiudere un grande capitolo della mia vita nel quale ho vissuto molte esperienze legate a persone importanti che non ringrazierò mai abbastanza e che faranno sempre parte di me nel futuro che mi aspetta. Prima di tutto vorrei ringraziare Lello che mi ha accompagnato fin dal primo giorno (o forse era il secondo) del primo anno in questo percorso di studi. Ringrazio anche Damiano che, insieme a Lello, è stato un grande compagno di studi con cui ho condiviso molti giorni (a volte anche le notti) a studiare oltre che a qualche immancabile serata.

Un ringraziamento particolare va anche al mitico Nikola con cui ho passato tante avventure extra-scolastiche che di certo non si esauriscono qui.

Aggiungo anche Alessandro, Luca, Lorena, Kurt, Andrea, Marcello e Francesca. Infine devo assolutamente ringraziare Simone che ha condiviso con me quest'ultimo periodo dedicato alla tesi.

Devo assolutamente citare anche tutte le persone che hanno condiviso con me i diversi appartamenti in cui ho abitato in questi anni a Milano e sono stati come una seconda famiglia. Prima di tutto la storica compagnia di via Accademia con Spada, Ruggiero, Maffy, Alfredo e la successiva di via Capranica con Antonio, Flavio, Nicolò, Pasquale e Danilo. Un ringraziamento particolare va ad Alex, compagno di serate e, soprattutto, di concerti, ma anche ad Lorenzo, Elio, Corinna, Greta, Margherita e tutto il gruppo dei Malviviendi. Un ruolo importante hanno avuto anche tutte le persone al di fuori della vita milanese: prima di tutto i miei cari Totem (Cecco e Fox) con cui ho passato molto tempo e suonare (e di certo ne passerò ancora) e la nuova grande compagnia biellese di cui fanno parte principalmente Emanuele, Maria Elena, Simone, Federica, Filippo, Massimo "il Conte", Luca, Andrea, Giulia, Laura Marco, Elena, Simona e Fabrizio.

Infine devo il ringraziamento più grande alle persone che mi sono state più vicine in tutto questo lungo percorso: mio papà Fabio, mia mamma Gabriella, mio fratello Mattia e la mia ragazza Giulia.

*Grazie a tutti*

# INDICE

<b>RINGRAZIAMENTI.....</b>	<b>III</b>
<b>SOMMARIO.....</b>	<b>XIII</b>
<b>1 INTRODUZIONE.....</b>	<b>1</b>
<b>2 CENNI STORICI.....</b>	<b>3</b>
2.1    LA TORRE DELL'OROLOGIO.....	5
2.2    IL CASTELLO DELLE ROCHE.....	6
<b>3 EVENTI SISMICI DEL 2012 .....</b>	<b>9</b>
3.1    INTENSITÀ DEL SISMA .....	12
3.2    DANNO AL PATRIMONIO CULTURALE .....	14
<b>4 CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DELLE MURATURE .....</b>	<b>17</b>
4.1    MURATURA ANTICA .....	18
4.1.1 <i>Taratura del modello CDP</i> .....	22
4.2    CONSOLIDAMENTO DELLE MURATURE .....	26
4.3    CONSOLIDAMENTO CON SCUCI E CUCL.....	26
4.3.1 <i>Prove sperimentali a taglio</i> .....	29
4.4    CONSOLIDAMENTO CON STILATURA PROFONDA E INIEZIONI .....	40
4.4.1 <i>Stilatura profonda dei giunti</i> .....	40
4.4.2 <i>Iniezione di miscele leganti</i> .....	41
4.4.3 <i>Caratteristiche meccaniche della muratura consolidata</i> .....	41
4.5    CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE .....	43
<b>5 MODELLI NUMERICI .....</b>	<b>46</b>
5.1    LA TORRE DELL'OROLOGIO.....	46
5.1.1 <i>Modello numerico</i> .....	47
5.1.2 <i>Analisi dei carichi</i> .....	50
5.2    MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCHE .....	52
5.2.1 <i>Modello numerico</i> .....	52
5.2.2 <i>Analisi dei carichi</i> .....	54
<b>6 ANALISI DINAMICA LINEARE .....</b>	<b>56</b>
6.1    ANALISI MODALE.....	56
6.1.1 <i>Torre dell'Orologio</i> .....	57
6.1.2 <i>Mastio del Castello delle Rocche</i> .....	59
6.1.3 <i>Confronto</i> .....	62
6.2    ANALISI CON SPETTRO DI RISPOSTA .....	63
<b>7 ANALISI STATICA EQUIVALENTE.....</b>	<b>66</b>
7.1    MODELLO MECCANICO SEMPLIFICATO .....	66
7.1.1 <i>Indici di sicurezza sismica</i> .....	68
7.2    MOMENTI RESISTENTI E SOLLECITANTI .....	70
7.2.1 <i>Torre dell'Orologio</i> .....	70
7.2.2 <i>Mastio del Castello delle Rocche</i> .....	72
7.3    INDICE DI SICUREZZA E FATTORE DI ACCELERAZIONE .....	74
7.4    CONFRONTI E CONCLUSIONI.....	75
<b>8 ANALISI STATICA NON LINEARE .....</b>	<b>77</b>
8.1    ANALISI PUSHOVER: GENERALITÀ.....	77
8.1.1 <i>Carichi orizzontali</i> .....	78
8.1.2 <i>Curve di capacità MDOF e SDOF</i> .....	79

8.1.3	<i>Metodo N2</i> .....	81
8.2	ANALISI DI SENSITIVITÀ .....	84
8.3	ANALISI PUSHOVER: TORRE DELL'OROLOGIO .....	90
8.3.1	<i>Fattore di partecipazione</i> .....	90
8.3.2	<i>Materiale originario</i> .....	91
8.3.3	<i>Materiale consolidato tramite scuci e cucì</i> .....	94
8.3.4	<i>Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura</i> .....	96
8.4	ANALISI PUSHOVER: MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE .....	98
8.4.1	<i>Fattore di partecipazione</i> .....	98
8.4.2	<i>Materiale originario</i> .....	99
8.4.3	<i>Materiale consolidato tramite scuci e cucì</i> .....	102
8.4.4	<i>Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura</i> .....	105
8.5	CONCLUSIONI E CONFRONTI.....	108
<b>9</b>	<b>ANALISI DINAMICA NON LINEARE.....</b>	<b>110</b>
9.1	TORRE DELL'OROLOGIO .....	111
9.1.1	<i>Materiale originario</i> .....	111
9.1.2	<i>Materiale consolidato tramite scuci e cucì</i> .....	117
9.1.3	<i>Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura</i> .....	120
9.1.4	<i>Confronti</i> .....	125
9.2	MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE .....	126
9.2.1	<i>Materiale originario</i> .....	126
9.2.2	<i>Materiale consolidato tramite scuci e cucì</i> .....	132
9.2.3	<i>Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura</i> .....	137
9.2.4	<i>Confronti</i> .....	142
<b>10</b>	<b>CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE .....</b>	<b>143</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>147</b>
	<b>APPENDICE A LEGAMI COSTITUTIVI .....</b>	<b>150</b>



# INDICE DELLE FIGURE

<i>Figura 2.1</i> – Bacino della chiesa .....	4
<i>Figura 2.2</i> – Piazza Baccarini e Torre dell’Orologio.....	5
<i>Figura 2.3</i> – Castello delle Rocche e mastio. ....	6
<i>Figura 3.1</i> – INGV 0,3s Pseudo-Acceleration Spectra (g) .....	9
<i>Figura 3.2</i> – Epicentri delle scosse registrate dal 20 Maggio 2012 al 20 Giugno 2012 .....	10
<i>Figura 3.3</i> – A, Finale Emilia, B: stazione di Mirandola, C: Epicentro scossa 20 Maggio .....	10
<i>Figura 3.4</i> – Confronto tra spettri elastici NTC con quello associato al sisma del 20 maggio;.....	12
<i>Figura 3.5</i> – PGA (%g) per la scossa del 20 Maggio 2012 .....	14
<i>Figura 3.6</i> – Torre dell’Orologio prima del 20 maggio (a), dopo la prima scossa del mattino (b), dopo la scossa del pomeriggio (c). ....	14
<i>Figura 3.7</i> – Mastio del Castello delle Rocche prima (a) e dopo (b) il sisma del mattino.....	15
<i>Figura 4.1</i> – Provini utilizzati nella campagna sperimentale.....	18
<i>Figura 4.2</i> – Pressa utilizzata durante le prove a compressione .....	19
<i>Figura 4.3</i> – Provino al termine della prova a compressione .....	19
<i>Figura 4.4</i> – Legame Costitutivo CDP a compressione (a) e a trazione (b) .....	22
<i>Figura 4.5</i> – Modello numerico per la taratura del legame costitutivo.....	23
<i>Figura 4.6</i> – Distribuzione stato di sforzo (Mises) .....	23
<i>Figura 4.7</i> – Modello numerico delle triplette.....	31
<i>Figura 4.8</i> – Distribuzione delle deformazioni plastiche al termine dell’analisi .....	32
<i>Figura 4.9</i> – Schematizzazione della stilatura profonda dei giunti.....	40
<i>Figura 5.1</i> – Torre dell’Orologio.....	47
<i>Figura 5.2</i> – Modello numerico della Torre dell’Orologio.....	48
<i>Figura 5.3</i> – Prospetto Nord-Sud. Torre dell’Orologio .....	49
<i>Figura 5.4</i> – Prospetto Est-Ovest. Torre dell’Orologio .....	49
<i>Figura 5.5</i> – Pesi specifici delle diverse murature considerate.....	50
<i>Figura 5.6</i> – Carichi applicati in sommità. Torre dell’Orologio.....	51
<i>Figura 5.7</i> – Mastio del Castello delle Rocche.....	52
<i>Figura 5.8</i> – Modello numerico del Mastio del Castello .....	53
<i>Figura 5.9</i> – Prospetto Nord-Sud. Mastio del castello.....	53
<i>Figura 5.10</i> – Prospetto Est-Ovest. Mastio del castello.....	54
<i>Figura 5.11</i> – Carichi applicati in sommità della torre .....	55
<i>Figura 6.1</i> – Deformate relative ai modi 1-2-3 .....	58
<i>Figura 6.2</i> – Deformate relative ai modi 1-2-3 .....	59
<i>Figura 8.1</i> – Sistema e diagramma bilineare equivalente.....	80
<i>Figura 8.2</i> – Spettro di domanda anelastico al variare della duttilità .....	83
<i>Figura 8.3</i> – Relazione tra gli spostamenti associati allo spettro elastico e anelastico nel piano ADRS .....	83
<i>Figura 8.4</i> – Meccanismi di collasso per la Torre dell’Orologio (a) e per il mastio del Castello a taglio (b) e pressoflessione (c).....	86
<i>Figura 9.1</i> – Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest.....	112
<i>Figura 9.2</i> – Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est.....	113
<i>Figura 9.3</i> – Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest.....	114
<i>Figura 9.4</i> – Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est.....	115
<i>Figura 9.5</i> – Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest.....	117
<i>Figura 9.6</i> – Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est.....	118
<i>Figura 9.7</i> – Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest.....	120
<i>Figura 9.8</i> – Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est.....	121
<i>Figura 9.9</i> – Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest.....	122
<i>Figura 9.10</i> – Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est.....	123
<i>Figura 9.11</i> – Mappe di danno finali a trazione per la muratura originaria (a), con scuci e cucii (b) e con iniezioni (c).....	125
<i>Figura 9.12</i> – Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest.....	126
<i>Figura 9.13</i> – Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est.....	127

<i>Figura 9.14</i> – Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest.....	128
<i>Figura 9.15</i> – Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est.....	129
<i>Figura 9.16</i> – Deformata della struttura nell’istante più gravoso del sisma .....	130
<i>Figura 9.17</i> – Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest.....	132
<i>Figura 9.18</i> – Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est.....	133
<i>Figura 9.19</i> – Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest.....	134
<i>Figura 9.20</i> – Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est.....	135
<i>Figura 9.21</i> – Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest.....	137
<i>Figura 9.22</i> – Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est.....	138
<i>Figura 9.23</i> – Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest.....	139
<i>Figura 9.24</i> – Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est.....	140
<i>Figura 9.25</i> – Mappe di danno finali a trazione per la muratura originaria (a), con scuci e cucì (b) e con iniezioni (c).....	142
<i>Figura A.1.0.1</i> – Criterio di Mohr-Coulomb nel piano $\sigma$ - $\tau$ .....	150
<i>Figura A.1.0.2</i> – Criterio di Mohr-Coulomb nello spazio delle tensioni principali .....	151
<i>Figura A.1.0.3</i> – Criteri di rottura nel piano deviatorico .....	151
<i>Figura A.2.0.4</i> – iperbole di snervamento nel piano p-q.....	154
<i>Figura A.2.0.5</i> – superficie di snervamento biassiale .....	154
<i>Figura A.2.0.6</i> – Dipendenza dell’angolo di dilatanza dalla pressione di confinamento, da Pluijijm (1993).....	154

# INDICE DELLE TABELLE

<i>Tabella 4.1</i> – Risultati prova a compressione .....	18
<i>Tabella 4.2</i> – Parametri generali per il modello CDP .....	24
<i>Tabella 4.3</i> – Legami costitutivi secondo CDP .....	25
<i>Tabella 4.4</i> – Andamento dell'indice di danno .....	25
<i>Tabella 4.5</i> – Caratteristiche meccaniche singoli componenti della muratura.....	27
<i>Tabella 4.6</i> – Caratteristiche meccaniche muratura .....	27
<i>Tabella 4.7</i> – Parametri meccanici dei singoli componenti del campione MIX1 .....	28
<i>Tabella 4.8</i> – Risultati prove a taglio secondo il criterio di Mohr-Coulomb .....	29
<i>Tabella 4.9</i> – Parametri generali per il modello CDP .....	36
<i>Tabella 4.10</i> – Legame costitutivo a compressione secondo CDP .....	36
<i>Tabella 4.11</i> – Legame costitutivo a trazione secondo CDP .....	36
<i>Tabella 4.12</i> – Andamento dell'indice di danno .....	36
<i>Tabella 4.13</i> – Caratteristiche meccaniche della muratura consolidata .....	42
<i>Tabella 4.14</i> – Parametri generali per il modello CDP .....	42
<i>Tabella 4.15</i> – Legami costitutivi secondo CDP .....	43
<i>Tabella 4.16</i> – Andamento dell'indice di danno .....	43
<i>Tabella 4.17</i> – Riassuntiva dei parametri meccanici delle diverse murature .....	44
<i>Tabella 4.18</i> – Parametri meccanici dei riempimenti .....	44
<i>Tabella 5.1</i> – Caratteristiche geometriche della muratura .....	47
<i>Tabella 5.2</i> – Carichi agenti in sommità. Torre dell'Orologio.....	51
<i>Tabella 6.1</i> – Modi critici per la muratura storica .....	57
<i>Tabella 6.2</i> – Modi critici per la muratura con scuci e cucì .....	57
<i>Tabella 6.3</i> – Modi critici per la muratura con iniezioni e stilatura .....	58
<i>Tabella 6.4</i> – Modi critici per la muratura storica .....	59
<i>Tabella 6.5</i> – Modi critici per la muratura con scuci e cucì .....	60
<i>Tabella 6.6</i> – Modi critici per la muratura con iniezioni e stilatura.....	60
<i>Tabella 6.7</i> – Confronto periodi propri, Torre dell'Orologio .....	62
<i>Tabella 6.8</i> – Confronto periodi propri, Mastio del Castello .....	62
<i>Tabella 6.9</i> – Reazioni di taglio alla base .....	63
<i>Tabella 6.10</i> – Reazioni di taglio alla base .....	64
<i>Tabella 7.1</i> – Momento resistente nelle direzioni principali.....	71
<i>Tabella 7.2</i> – Momenti sollecitanti .....	71
<i>Tabella 7.3</i> – Momento resistente nelle direzioni principali.....	72
<i>Tabella 7.4</i> – Momenti Sollecitanti .....	73
<i>Tabella 7.5</i> – $IS$ e $Fa$ per la Torre dell'Orologio con $TR = 495$ anni .....	74
<i>Tabella 7.6</i> – $IS$ e $Fa$ per la Torre dell'Orologio con $TR = 949$ anni .....	74
<i>Tabella 7.7</i> – $IS$ e $Fa$ per il Mastio del Castello con $TR = 495$ anni .....	74
<i>Tabella 7.8</i> – $IS$ e $Fa$ per il Mastio del Castello con $TR = 949$ anni .....	75
<i>Tabella 8.1</i> – Dati necessari per il calcolo del fattore di partecipazione.....	90
<i>Tabella 8.2</i> – Valori caratteristici delle curve bilineari.....	91
<i>Tabella 8.3</i> – Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda.....	93
<i>Tabella 8.4</i> – Valori caratteristici delle curve bilineari.....	94
<i>Tabella 8.5</i> – Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda.....	95
<i>Tabella 8.6</i> – Valori caratteristici delle curve bilineari.....	96
<i>Tabella 8.7</i> – Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda.....	96
<i>Tabella 8.8</i> – Dati necessari per il calcolo del fattore di partecipazione.....	98
<i>Tabella 8.9</i> – Valori caratteristici delle curve bilineari.....	99
<i>Tabella 8.10</i> – Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con $Tr=475$ anni..	100
<i>Tabella 8.11</i> – Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con $Tr=949$ anni..	101
<i>Tabella 8.12</i> – Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con $Tr=949$ anni..	104
<i>Tabella 8.13</i> – Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con $Tr=949$ anni..	107
<i>Tabella 8.14</i> – Riassuntiva verifiche secondo il metodo N2 per il sistema reale.....	108
<i>Tabella 9.1</i> – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti.....	116

<i>Tabella 9.2</i> – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti.....	119
<i>Tabella 9.3</i> – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti.....	124
<i>Tabella 9.4</i> – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti.....	131
<i>Tabella 9.5</i> – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti.....	136
<i>Tabella 9.6</i> – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti.....	141

# INDICE DEI GRAFICI

<i>Grafico 3.1</i> – Accelerogramma direzione X.....	13
<i>Grafico 3.2</i> – Accelerogramma direzione Y.....	13
<i>Grafico 3.3</i> – Accelerogramma direzione Z.....	13
<i>Grafico 4.1</i> – Risultato della prova a puro taglio.....	23
<i>Grafico 4.2</i> – Forma del legame costitutivo a compressione secondo <i>Hemant et al.</i> ....	24
<i>Grafico 4.3</i> – Andamento angolo di dilatanza.....	25
<i>Grafico 4.4</i> – Diagramma tenso-deformativo di confronto tra provini di malta, mattone e prismi di muratura.....	29
<i>Grafico 4.5</i> – Risultati prove di taglio SHL.....	30
<i>Grafico 4.6</i> – Curve sperimentali per campioni soggetti a differenti valori di compressione verticale	30
<i>Grafico 4.7</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1, Mohr-Coulomb.....	32
<i>Grafico 4.8</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1, Mohr-Coulomb.....	33
<i>Grafico 4.9</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1, Mohr-Coulomb.....	33
<i>Grafico 4.10</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2, Mohr-Coulomb.....	33
<i>Grafico 4.11</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2, Mohr-Coulomb.....	34
<i>Grafico 4.12</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2, Mohr-Coulomb.....	34
<i>Grafico 4.13</i> – Curve tensione spostamento della prova a puro taglio.....	35
<i>Grafico 4.14</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1 con legame CDP.....	37
<i>Grafico 4.15</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1 con legame CDP.....	37
<i>Grafico 4.16</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1 con legame CDP.....	38
<i>Grafico 4.17</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2 con legame CDP.....	38
<i>Grafico 4.18</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2 con legame CDP.....	38
<i>Grafico 4.19</i> – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2 con legame CDP.....	39
<i>Grafico 6.1</i> – Spettri di progetto per l’analisi dinamica.....	63
<i>Grafico 7.1</i> – Spettri elastici a confronto.....	69
<i>Grafico 7.2</i> – Confronto momenti sollecitanti e resistenti.....	72
<i>Grafico 7.3</i> – Confronto momenti sollecitanti e resistenti, $T_r=475$ anni.....	73
<i>Grafico 7.4</i> – Confronto momenti sollecitanti e resistenti, $T_r=949$ anni.....	74
<i>Grafico 7.5</i> – Confronto muratura consolidata e originaria. Torre dell’Orologio.....	75
<i>Grafico 7.6</i> – Confronto muratura consolidata e originaria. Mastio del castello.....	76
<i>Grafico 8.1</i> – Confronto tra le diverse curve di capacità.....	81
<i>Grafico 8.2</i> – Curve di capacità per la Torre dell’Orologio con $\varphi = 30^\circ$ .....	84
<i>Grafico 8.3</i> – Curve di capacità per il mastio del castello con $\varphi = 30^\circ$ .....	85
<i>Grafico 8.4</i> – Spostamento del punto di controllo al variare della coesione.....	85
<i>Grafico 8.5</i> – Analisi di sensitività, Torre dell’Orologio con combinazione G1x.....	87
<i>Grafico 8.6</i> – Analisi di sensitività, Torre dell’Orologio con combinazione G2x.....	87
<i>Grafico 8.7</i> – Analisi di sensitività, Mastio del Castello con combinazione G1x.....	87
<i>Grafico 8.8</i> – Analisi di sensitività, mastio del Castello con combinazione G1y.....	88
<i>Grafico 8.9</i> – Analisi di sensitività, mastio del castello con combinazione G2x.....	88
<i>Grafico 8.10</i> – Analisi di sensitività, mastio del castello con combinazione G2y.....	88
<i>Grafico 8.11</i> – Confronto tra le curve di capacità con riferimento alla combinazione G1x per la Torre dell’Orologio con materiale performante assegnato.....	89
<i>Grafico 8.12</i> – Prima forma modale normalizzata per la Torre dell’Orologio.....	90
<i>Grafico 8.13</i> – Curve di capacità per la muratura storica.....	91
<i>Grafico 8.14</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=475$ . Torre dell’Orologio. Materiale vecchio.....	92
<i>Grafico 8.15</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=949$ . Torre dell’Orologio. Materiale vecchio.....	93
<i>Grafico 8.16</i> – Curve di capacità per il materiale consolidato con scuci e cucì.....	94
<i>Grafico 8.17</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=475$ . Torre dell’Orologio.....	95
<i>Grafico 8.18</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=949$ . Torre dell’Orologio.....	95
<i>Grafico 8.19</i> – Curve di capacità per il materiale consolidato con iniezioni e stilatura.....	96
<i>Grafico 8.20</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=475$ . Torre dell’Orologio.....	97

<i>Grafico 8.21</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=949$ . Torre dell’Orologio. ....	97
<i>Grafico 8.22</i> – Prima forma modale normalizzata per il Mastio del Castello.....	98
<i>Grafico 8.23</i> – Curve di capacità $G_{1x}$ per il materiale originario.....	99
<i>Grafico 8.24</i> – Curve di capacità $G_{1y}$ per il materiale performante.....	99
<i>Grafico 8.25</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=475$ . Mastio del castello.....	100
<i>Grafico 8.26</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento per $T_r=949$ . Mastio del castello. Materiale vecchio. ....	101
<i>Grafico 8.27</i> – Curve di capacità $G_{1x}$ per il materiale consolidato con scuci e cucì.....	102
<i>Grafico 8.28</i> – Curve di capacità $G_{1y}$ per il materiale consolidato con scuci e cucì.....	102
<i>Grafico 8.29</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento $G_{1x}$ per $T_r=949$ . Mastio del castello. .	103
<i>Grafico 8.30</i> – Confronto domanda-capacità di spostamento $G_{1y}$ per $T_r=949$ . Mastio del castello. .	103
<i>Grafico 8.31</i> – Curve di capacità $G_{1x}$ per il materiale consolidato con iniezioni e stilatura.....	105
<i>Grafico 8.32</i> – Curve di capacità $G_{1y}$ per il materiale consolidato con iniezioni e stilatura.....	105
<i>Grafico 8.33</i> – Confronto tra la domanda di spostamento richiesta per $T_r=949$ anni e la capacità della struttura $G_{1x}$ .....	106
<i>Grafico 8.34</i> – Confronto tra la domanda di spostamento richiesta per $T_r=949$ anni e la capacità della struttura $G_{1y}$ .....	106
<i>Grafico 8.35</i> – Confronto tra la domanda di spostamento richiesta per $T_r=475$ anni e la capacità della struttura $G_{1x}$ .....	107
<i>Grafico 9.1</i> – Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base .....	116
<i>Grafico 9.2</i> – Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base .....	116
<i>Grafico 9.3</i> – Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base .....	119
<i>Grafico 9.4</i> – Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base .....	119
<i>Grafico 9.5</i> – Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base .....	124
<i>Grafico 9.6</i> – Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base .....	124
<i>Grafico 9.7</i> – Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base durante il sisma .....	131
<i>Grafico 9.8</i> – Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base .....	131
<i>Grafico 9.9</i> – Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base durante il sisma .....	136
<i>Grafico 9.10</i> – Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base durante il sisma .....	136
<i>Grafico 9.11</i> – Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base .....	141
<i>Grafico 9.12</i> – Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base .....	141

# SOMMARIO

L'elaborato di laurea presenta i risultati ottenuti riguardo la vulnerabilità sismica e i requisiti di sicurezza della Torre dell'Orologio e del mastio del Castello delle Rocche di Finale Emilia entrambe crollate a seguito del terremoto del 20 maggio 2012.

Il lavoro scaturisce dalla disponibilità e dal supporto dell'Amministrazione del Comune di Finale Emilia, ed in particolare nella persona dell'Assessore alla Cultura e strutture mussali, promozioni del territorio ed eventi, Massimiliano Righini, e dalla collaborazione, regolata da una convenzione, fra il Politecnico di Milano e la Direzione Regionale del Ministero dei Beni Culturali e Paesaggistici (MiBAC) della Regione Emilia-Romagna.

L'oggetto dell'elaborato è verificare, attraverso opportune analisi numeriche, quali requisiti di resistenza avrebbero dovuto avere le due torri al fine di soddisfare la sicurezza sotto l'azione del terremoto del 20 maggio. Per far questo, sono state fatte delle ipotesi sulle caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati e su possibili interventi di consolidamento. Per ciascun caso sono state svolte le seguenti analisi: statica equivalente (secondo quanto prescritto dalle Linee Guida per i Beni Culturali), modale, statica e dinamica entrambe non lineari.

Lo scopo di tale ricerca è non solo evidenziare le criticità che hanno determinato il collasso delle strutture ma anche trarre utili informazioni per un'eventuale ricostruzione di tali monumenti e per strategie di salvaguardia da applicare nel caso di analoghi edifici storici tutelati dai Beni Culturali.

# 1

## INTRODUZIONE

Sulla base di quanto accaduto nel maggio 2012 in Emilia-Romagna, a seguito del forte sisma che ha colpito la regione, in collaborazione con la Direzione Regionale del Ministero dei Beni e delle Attività Culturali (MiBAC) e con la disponibilità e il supporto dell'Amministrazione del Comune di Finale Emilia, ed in particolare nella persona dell'Assessore alla Cultura Massimiliano Righini, sono state sviluppate diverse ricerche scientifiche con lo scopo di indagare le cause del collasso di alcuni monumenti facenti parte del patrimonio culturale italiano, nonché di ricavare informazioni per le eventuali ricostruzioni future.

Verranno considerate la Torre dell'Orologio e il mastio del Castello delle Rocche, entrambe situate a Finale Emilia; questi hanno subito danni tali da comprometterne la stabilità e sono completamente crollati a seguito del terremoto.

Dopo prima scossa del mattino del 20 maggio la Torre dell'Orologio è stata divisa in due parti e solo una è rimasta in precario equilibrio, mentre l'altra è crollata. Solo nel pomeriggio, a seguito di un'altra scossa di minore intensità anche il resto della torre ha subito la stessa sorte. Il mastio della Rocca invece è collassato a seguito delle prime scosse.

Per la Torre dell'Orologio in particolare sono già state svolte alcune analisi che hanno messo in luce le criticità emerse durante il sisma che hanno causato il collasso della struttura. Per il mastio, invece, sono disponibili meno informazioni riguardanti le condizioni che hanno portato alla crisi ed al successivo crollo.

La presente ricerca riguarda il calcolo ed il confronto tra diverse situazioni: in primo luogo si ripropongono le analisi che simulano gli avvenimenti del 20 maggio 2012, al fine di verificarne i risultati migliorando eventuali imperfezioni nella modellazione.

Le suddette avevano già mostrato come le pessime caratteristiche meccaniche della muratura, dovute al degrado materico nel tempo, ebbero un ruolo di primaria importanza nel collasso delle due torri.

Gli altri casi considerati riguardano lo studio della sicurezza sismica delle torri nell'ipotesi che fossero stati realizzati interventi di consolidamento sulle murature in un periodo precedente al maggio 2012. In questo modo si indaga se il collasso si sarebbe potuto evitare; inoltre si studia quali strategie di salvaguardia risultino più consone non solo per il caso considerato ma anche per analoghi edifici storici tutelati dai Beni Culturali.

In primo luogo verrà considerato un intervento di ripristino globale della struttura attraverso la sostituzione della muratura degradata, composta da malta di calce e sabbia, utilizzando materiali aventi medesime caratteristiche fisiche ed estetiche ma migliori caratteristiche meccaniche. Ciò può essere utile per capire se le strutture sarebbero state in grado di possedere sufficiente resistenza nei confronti di forti azioni orizzontali dovute ad un simile evento sismico, nell'eventualità di una ricostruzione integrale degli edifici.

Il secondo caso considerato prevede lo studio delle risposte strutturali a seguito di interventi di consolidamento che prevedono l'utilizzo di materiali di altra natura rispetto a quelli originari quali malte cementizie.

Ciascun caso analizzato è preceduto da opportune considerazioni legate a prove sperimentali svolte da diversi autori: in particolare si fa riferimento a prove di taglio atte a quantificare la resistenza secondo i criteri di rottura analizzati. Questi ultimi consistono nel criterio di *Mohr-Coulomb* e il *Concrete Damage Plasticity* che verranno utilizzati nelle diverse analisi non lineari; le caratteristiche del CDP sono fondamentali per i risultati che si vogliono ottenere nelle analisi.

Oltre alle analisi dinamiche non lineari sono state svolte anche prove di tipo *pushover* (analisi statiche non lineari) al fine di calcolare le risposte al di fuori del campo elastico delle strutture soggette a diversi sistemi di forze inerziali orizzontali e analisi dinamiche modali. A partire da queste ultime sono state effettuate le verifiche secondo quanto imposto dalle Normative vigenti attraverso le analisi statiche equivalenti.

Sarà dunque possibile fare confronti non solo tra i risultati ottenuti con le diverse ipotesi sulle caratteristiche dei materiali ma anche tra le diverse tipologie di analisi proposte.

# 2

## CENNI STORICI

Finale Emilia rappresenta l'estremo lembo della Bassa modenese che confina con le province di Ferrara e di Bologna.

Anche se nelle circostanti campagne sono stati recuperati reperti risalenti all'età del bronzo e all'epoca romana, il borgo di Finale nasce soltanto all'inizio del secolo XI. La prima notizia di fonte certa che ne testimonia l'esistenza è un documento del 1009 nel quale si parla di un *castrum* chiamato *Finalis*. Risale, comunque, al 1213 la nascita ufficiale dell'abitato finalese cioè quando gli abitanti di Ponteduce, durante la guerra fra Salinguerra Torelli e il marchese Aldobrandino d'Este, si unirono ai militari di stanza al *Castrum finalis*, determinando in seguito, l'ampliamento dell'abitato e la fondazione del Comune di Finale, che trovò espressione concreta nell'innalzamento della Torre del Popolo di Modena o Torre dell'Orologio.

Il *castrum* di Finale non era però solo un presidio militare ma un borgo fortificato atto a contenere l'insediamento abitativo con relativi magazzini, granai e ricovero per il bestiame; le difese del luogo di fatto divennero un rifugio per le popolazioni del circondario in caso di pericolo.

Nel corso del XIII secolo il canale Naviglio fu deviato e introdotto attraverso la porta occidentale nel cuore del borgo con la creazione di un'ampia darsena situata ai piedi della Torre dell'Orologio. Finale si dotò così di un porto fluviale che controllava la navigazione tra Modena e Ferrara.

Nel corso del Quattrocento le acque del fiume Panaro vennero immesse in quelle del Naviglio e il *castrum* primitivo cominciò ad ampliarsi oltre le mura con conseguente aumento della popolazione.

Nel 1554, a seguito dell'abbattimento delle mura, il paese si ampliò ulteriormente acquisendo nuove strade ed edifici. Oltre lo spazio occupato anticamente dalle fosse furono eretti magnifici palazzi nobiliari, conventi e chiese. Per il suo aspetto romantico di città d'acqua, attraversata da tre canali e otto ponti, Finale si guadagnò l'appellativo di "Venezia degli Estensi".

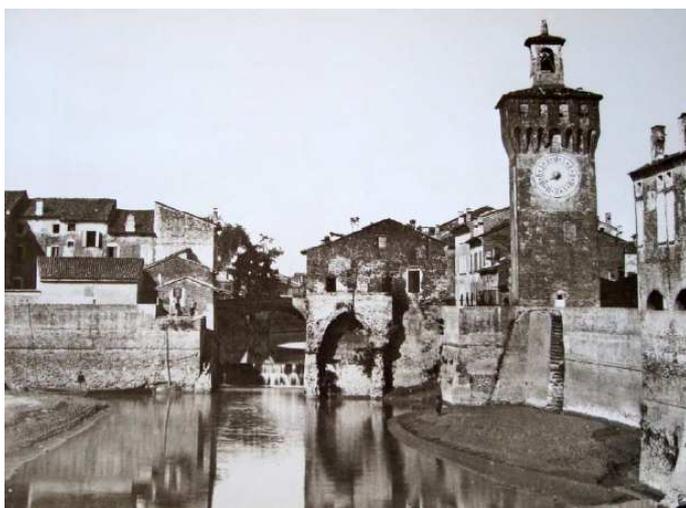


Figura 2.1 – Bacino della chiusa

Nel 1779 Finale ottenne il titolo di città da Francesco III, duca di Modena, essendo rimasta sotto il dominio della Casa d'Este dal 1288 al 1859. Nel 1805 Finale fu inclusa nel Regno d'Italia costituito da Napoleone ma, successivamente, il Congresso di Vienna la restituì al dominio degli Estensi che lo mantennero fino all'incorporazione nel Regno d'Italia.

Alla fine del XIX secolo fu chiuso e interrato il ramo del Panaro che attraversava la città e Finale perse il suo aspetto secolare di città d'acqua e cambiò definitivamente il suo assetto urbanistico, insieme a quello economico, già da qualche decennio impostato prevalentemente sull'agricoltura. Tale connotazione rimase immutata sino al 1973, anno in cui si diede avvio alla costruzione di un polo industriale nell'area periferica situata tra Canaletto e Ca' Bianca. Attualmente l'economia si basa su una serie di attività molto diversificate tra le quali prevalgono l'industria ceramica e quella meccanica.

Sul finire della Seconda guerra mondiale, i soldati inglesi e americani conclusero l'accerchiamento delle truppe tedesche poste a difesa di Bologna. Il congiungimento delle due armate sul Fiume Panaro nei pressi di Finale verso Bondeno, comportò la perdita di oltre 40'000 uomini dell'Asse e il collasso della Wehrmacht in Italia. Questa azione è stata considerata l'ultima operazione bellica di rilievo nella campagna d'Italia da parte del generale Harold Alexander (comandante in capo delle truppe alleate nella penisola). Nel corso dei combattimenti i Nazisti minarono un gran numero di abitazioni di Finale Emilia, distruggendo quanto non era stato ancora colpito dai precedenti bombardamenti alleati. Molti finalesi tentarono disperatamente di impedire questa azione, i combattimenti strada per strada furono particolarmente feroci. La superiorità numerica dei Nazisti ebbe ragione del valore dei locali, ma gli

Alleati guadagnarono forse quel tempo prezioso per accerchiare e sconfiggere il nemico.

## 2.1 La Torre dell’Orologio

La Torre dei Modenesi, detta anche Torre dell'Orologio o Rocca piccola, rappresentava il simbolo del Finale medievale, insieme ai resti di mura che ancora la fiancheggiano: il 20 maggio 2012 il suo orologio spezzato dalle scosse è divenuto invece il simbolo del terremoto emiliano, anche se nel pomeriggio di quella tragica giornata della Torre originaria non rimaneva che un moncone.

Prima dell'interramento del canale Naviglio nel vicolo a fianco alla Torre si trovava la porta che dava accesso alla città per i viaggiatori provenienti da Modena; ai piedi della Torre era situata la darsena, dove sostavano le imbarcazioni in attesa di risalire il Naviglio utilizzando una chiusa, che serviva anche a regolare il livello delle acque per permettere il funzionamento dei Mulini di Sopra e di Sotto.

Fu infatti costruita una prima volta nel 1213 dal Comune di Modena, poi ricostruita nel 1310 sempre con il contributo del Comune di Modena, in seguito ai danni subiti nel corso di una guerra tra Guelfi e Ghibellini.

Nel primo Cinquecento, all'epoca in cui Finale fu per breve periodo in possesso di Papa Giulio II, la famiglia Magni ottenne l'investitura di poter abitare nella torre dietro pagamento di un annuo livello, cosicché la torre fu detta dei Magni fino al 1526. In quello stesso anno vi fu trasferito un orologio che si trovava su un'altra torre vicina, pericolante e in seguito



Figura 2.2 – Piazza Baccharini e Torre dell’Orologio

abbattuta e vi fu costruito un torresino che ospitava la campana. Da allora venne chiamata Torre dell'Orologio.

Alla famiglia Magni subentrò in seguito quella degli Ascari, i quali nel 1756 rifiutarono di pagare il livello, né vollero addossarsi le spese di un restauro ormai indispensabile, pertanto la Camera Estense decise di vendere la torre al Comune di

Finale. Nel 1770 fu rifusa la campana, ricollocata poi nel torresino fatto ricostruire dal Comune.

Dichiarata nell'Ottocento monumento nazionale, la torre era alta 31,94 metri ed era suddivisa in cinque piani, accessibili tramite una scaletta di legno in condizioni assai precarie.

## 2.2 Il Castello delle Rocche

Il Castello delle Rocche, situato lungo l'antico corso del Naviglio, poi divenuto Panaro della Lunga ha un impianto quattrocentesco frutto del lavoro di progettazione di Bartolino Ploti da Novara a cui il marchese Nicolò III d'Este, nel 1402, affidò i lavori di costruzione. In realtà alcuni scavi eseguiti alla base del mastio nel 1983 hanno messo in luce un ampio arco che probabilmente costituiva l'antica porta del fortilizio preesistente.

Un fossato circondava il castello su tre lati, mentre sul lato settentrionale il Canale costituiva un naturale elemento di difesa protetto dalle torri e da una cortina merlata, da dove era possibile effettuare uno stretto controllo sulla navigazione fluviale.

Nel 1424, Nicolò III affidò a un altro famoso architetto dell'epoca, Giovanni da Siena, il compito di adattare la fortezza militare a residenza degli Estensi che spesso sostavano a Finale durante i loro viaggi tra Ferrara e Modena.

Divenuto di proprietà comunale nel 1864, il castello vide una prima serie di interventi di restauro conservativo tra il 1882 e il 1897. Nel 1892 il castello fu dichiarato Monumento nazionale e si diede avvio a una serie di interventi, con il



Figura 2.3 – Castello delle Rocche e mastio.

concorso del Comune e dell'Ufficio Regionale per i monumenti dell'Emilia, che consentirono di rinvenire sotto all'intonaco le pitture eseguite dai decoratori estensi. Fu però solo intorno agli anni Ottanta del Novecento che venne intrapreso un lungo e ambizioso progetto di recupero funzionale a favore di attività pubbliche della struttura. Negli anni Novanta si sono ripristinate parti del fossato, mentre l'ultimo intervento eseguito sul castello risale al 2009, quando, in occasione del Millennium Finalis, venne eseguita la pulizia e il consolidamento della facciata prospiciente piazza Gramsci.



# 3

## EVENTI SISMICI DEL 2012

Il terremoto dell'Emilia Romagna del 2012 è un evento sismico costituito da una serie di scosse localizzate nel distretto sismico della pianura padana emiliana, prevalentemente nelle province di Modena, Ferrara, Mantova, Reggio Emilia, Bologna e Rovigo. Già tra il 25 e il 27 gennaio 2012 si ebbero in zona fenomeni significativi, ma la scossa più forte, di magnitudo 5,9, è stata registrata il 20 maggio 2012 alle 04:03:52 ora italiana, con epicentro nei pressi del comune di Mirandola, di coordinate geografiche lat 44,89 e long 11,23 ad una profondità di 6,3 Km.

Questa scossa è stata registrata da 139 stazioni di rilevamento controllate dalla Protezione Civile tra cui quella di Mirandola posizionata a 16 Km dall'epicentro. A tale evento è seguito uno sciame sismico con scosse di minore entità, quale quella registrata il pomeriggio del 20 Maggio alle 15:18 e di Magnitudine 5.1 che ha portato al crollo totale della Torre dell'Orologio.

Una nuova scossa di magnitudo 5,8 è stata avvertita il 29 maggio 2012 alle ore 9:00 con epicentro è situato

nella zona compresa fra Mirandola, Medolla e San Felice sul Panaro. A quella delle

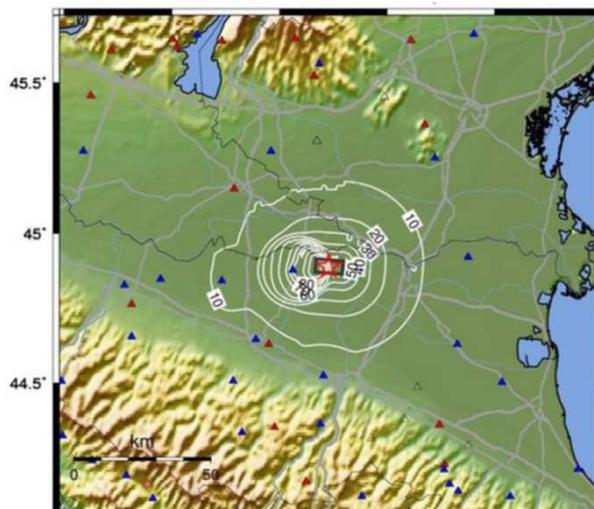


Figura 3.1 – INGV 0,3s Pseudo-Acceleration Spectra (g)

9:00 sono seguite altre tre scosse rilevanti: una alle 12:55 di magnitudo 5,4, una alle 13:00 di magnitudo 4,9 e un'ulteriore scossa alla stessa ora di magnitudo 5,2. Le accelerazioni di picco registrate dall'accelerometro di Mirandola durante le scosse più forti del 20 e del 29 maggio sono state rispettivamente di 0,31g e di 0,29g.

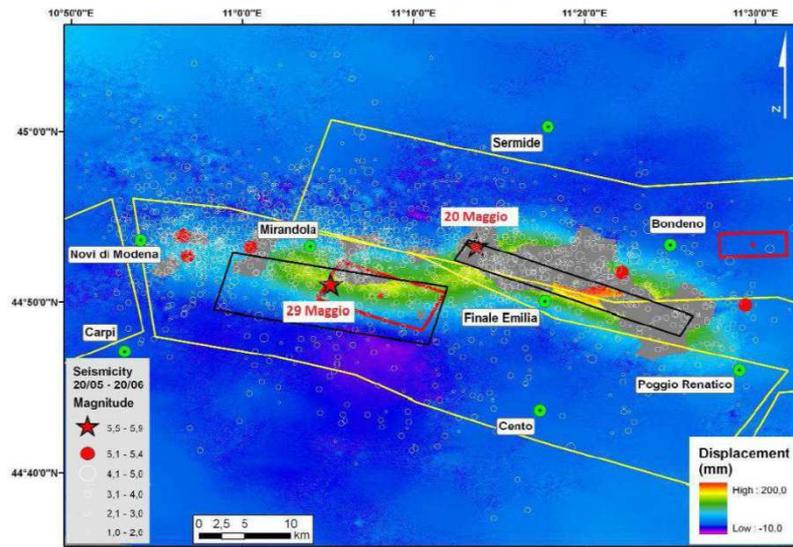


Figura 3.2 – Epicentri delle scosse registrate dal 20 Maggio 2012 al 20 Giugno 2012



Figura 3.3 – A, Finale Emilia, B: stazione di Mirandola, C: Epicentro scossa 20 Maggio

I due eventi sismici principali hanno causato un totale di 27 vittime, in maggioranza dipendenti di aziende distrutte; per questo motivo il 4 giugno 2012 è stato proclamato giornata di lutto nazionale per le vittime del terremoto.



### 3.1 Intensità del sisma

Le sollecitazioni sismiche in termini di spettro di risposta, ottenute attraverso rilevamenti dell'evento del 20 maggio, possono essere messe a confronto con quelle previste dalla Normativa in funzione dei tempi di ritorno e delle categorie del suolo.

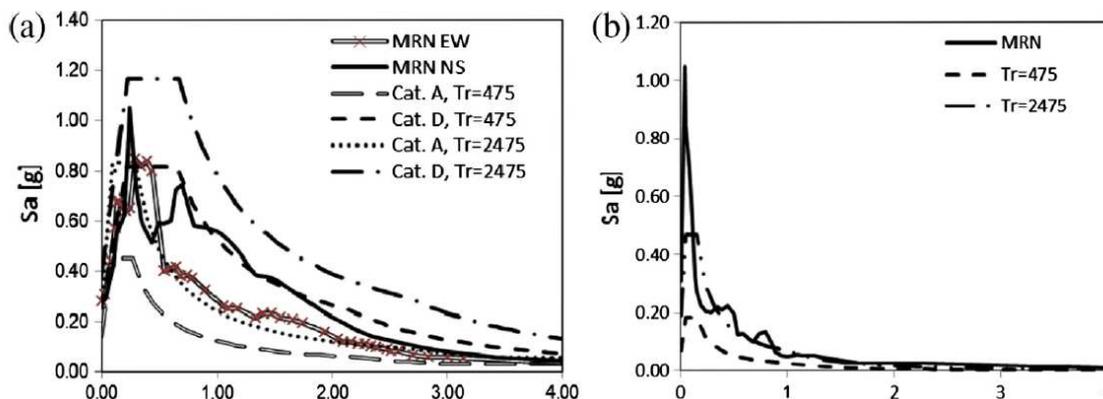


Figura 3.4 – Confronto tra spettri elastici NTC con quello associato al sisma del 20 maggio; (a) orizzontali; (b) verticale. Petti et al. [24]

Dall'analisi degli spettri emerge che per bassi periodi propri (0,3-0,5 secondi) si osservano picchi di accelerazione superiori a  $1g$  e proprio all'interno di tale intervallo si hanno i tipici valori che caratterizzano gli edifici storici.

Si può notare dal confronto come la domanda in termini di accelerazioni orizzontali considerata dalla Normativa, legata a grandi tempi di ritorno, sia comparabile a quella del terremoto del 20 maggio. Per quanto riguarda invece la componente verticale dell'accelerazione, la richiesta del sisma del 2012 è molto maggiore da quella prevista dalla Normativa. In figura 3.4 si noti come tale componente risulti piuttosto gravosa.

Queste stime sugli spettri sono state svolte con riferimento alle registrazioni presso la stazione di Mirandola. Quest'ultima si trova ad una minore distanza rispetto a quella tra l'epicentro e il comune di Finale Emilia; per questo motivo le considerazioni fatte possono ritenersi valide per il presente caso di studio.

Tali registrazioni forniscono gli accelerogrammi registrati in direzione Nord-Sud ed Est-Ovest. Questi devono essere scomposti per ottenere due componenti (vedi M. Vallè [29]) parallele agli assi di simmetria delle torri.

Per quanto riguarda l'intensità degli accelerogrammi non sono necessarie modifiche. L'Istituto Italiano di Geofisica e Vulcanologia INGV fornisce un rilievo delle massime accelerazioni rilevate in tutto il territorio. A partire dai dati dalle diverse stazioni di rilevamento si nota come la stazione di Mirandola ed il comune di Finale Emilia siano sulla medesima curva di isoaccelerazione (Fig. 3.5).

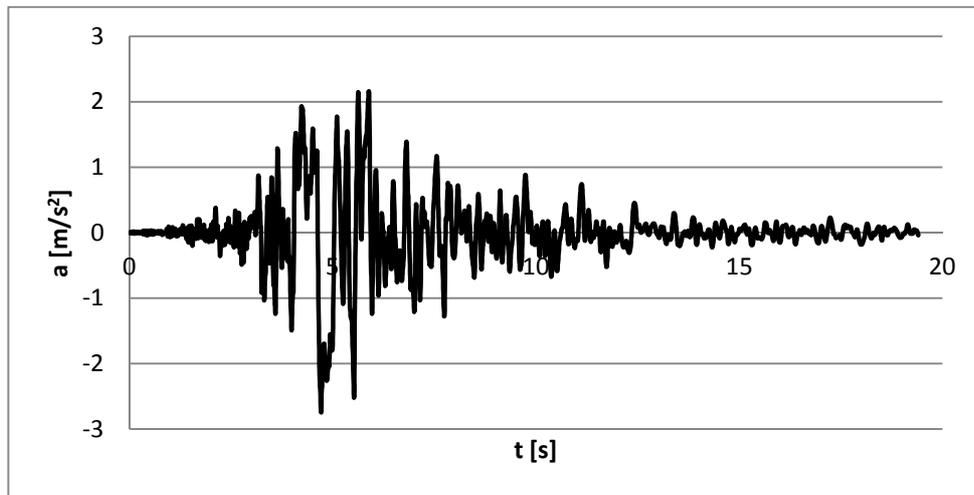


Grafico 3.1 – Accelerogramma direzione X

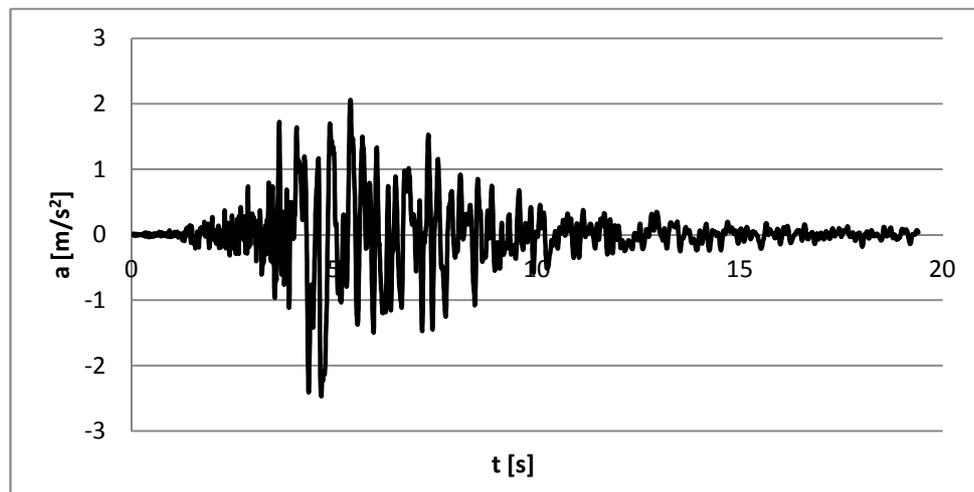


Grafico 3.2 – Accelerogramma direzione Y

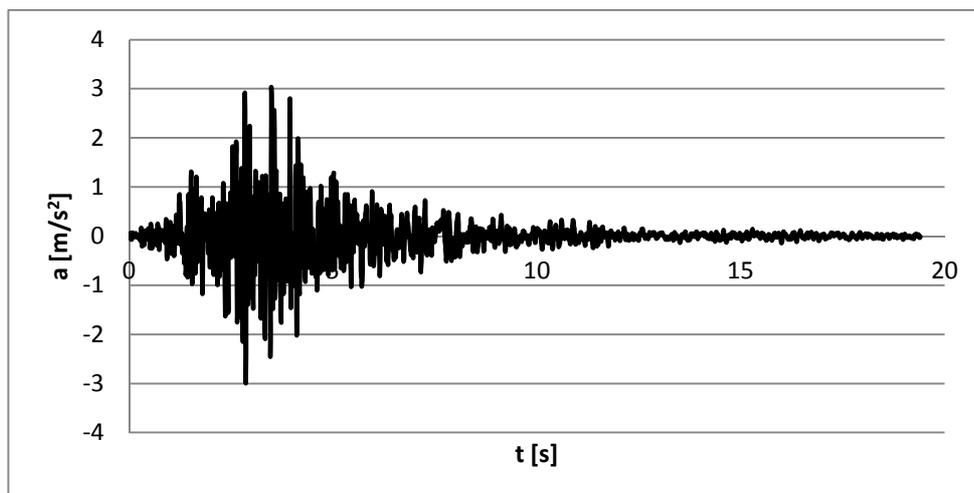


Grafico 3.3 – Accelerogramma direzione Z

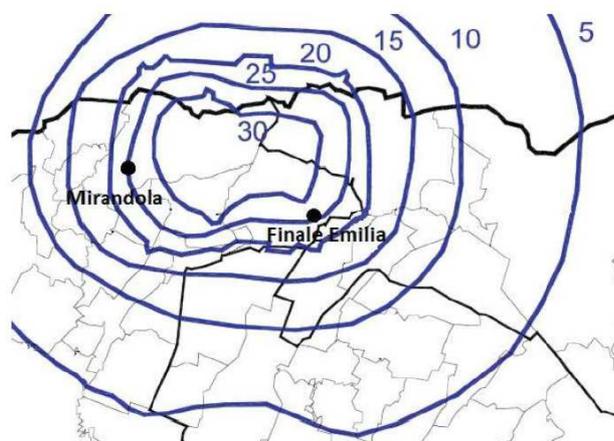


Figura 3.5 - PGA (%g) per la scossa del 20 Maggio 2012

## 3.2 Danno al patrimonio culturale

La sequenza sismica del maggio 2012 ha prodotto un grave danneggiamento degli edifici storico-monumentali in muratura (chiese, campanili, torri) e delle strutture industriali prefabbricate in un'ampia zona fra le provincie di Modena, Ferrara e Mantova.

Presso il comune di Finale Emilia gli effetti del sisma hanno portato gravi conseguenze a strutture quali la Torre dell'Orologio e il Castello delle Rocche (strutture oggetto della ricerca) ma anche ad altri edifici storici quali la chiesa del



Figura 3.6 – Torre dell'Orologio prima del 20 maggio (a), dopo la prima scossa del mattino (b), dopo la scossa del pomeriggio (c).

Rosario.

Un'immagine significativa degli effetti del terremoto ritrae la Torre dell'Orologio e il suo crollo parziale a seguito della scossa principale (M 5,9), avvenuta alle 4:03 del 20 maggio, che ha significato il collasso di metà torre secondo una sezione verticale che attraversava l'orologio (Figura 3.5).

Le condizioni di danneggiamento e di equilibrio precario della parte residuale della Torre ne hanno determinato il collasso totale (Figura 3.5b), in occasione di una seconda importante scossa (M 5,1) verificatasi qualche ora dopo la principale (alle 15:18).

Similmente, anche l'intero mastio del Castello delle Rocche ha subito il crollo a seguito delle scosse prima citate. La torre risultava una struttura ormai indipendente dal castello presentante caratteristiche strutturali simili alla Torre dell'Orologio, anche se leggermente più alta.

E' importante ricordare che nel 2009 il Comune di Finale Emilia promosse un intervento di consolidamento e restauro conservativo dei paramenti murari Sud-Est del Castello delle Rocche che però non coinvolsero il mastio. Sebbene anche il castello abbia subito dei danni (legati al crollo del mastio stesso più che per il terremoto) il corpo principale della fortificazione ha superato l'evento.



Figura 3.7 – Mastio del Castello delle Rocche prima (a) e dopo (b) il sisma del mattino.



# 4

## CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DELLE MURATURE

Lo scopo principale della seguente ricerca è il calcolo ed il confronto tra le risposte strutturali degli edifici considerati costituiti da murature aventi diverse caratteristiche meccaniche alla luce di possibili interventi di ripristino o restauro.

I casi analizzati si riferiscono alla muratura storica che originariamente costituiva le torri di Finale Emilia definita da pessime caratteristiche meccaniche e alla stessa a seguito di determinati interventi di consolidamento nell'ipotesi che siano stati eseguiti in un periodo precedente al sisma del 2012 al fine di verificare se sarebbe stato possibile evitarne il crollo. Saranno considerate due tipologie di interventi: i primi prevedono la sostituzione delle zone degradate con l'utilizzo di un materiale analogo (intervento di scuci e cuci) con l'inserimento di opportuni elementi di collegamento (diatoni) tra i pannelli murari (quasi totalmente assenti nelle torri), i secondi prevedono operazioni quali la stilatura profonda dei giunti e le iniezioni entrambe per mezzo di malte cementizie.

Per ciascun caso si mostrano i procedimenti e le ipotesi per la stima di parametri meccanici realistici per il caso in esame: si farà riferimento a quanto riportato nella Normativa, nella relativa Circolare e in opportune campagne sperimentali.

I modelli costitutivi a cui si fa riferimento nelle analisi numeriche sulle torri sono:

- *Mohr-Coulomb*, elasto-plastico perfetto definito dagli indici  $c$  (coesione) e  $\varphi$  (angolo d'attrito interno);
- *Concrete Damage Plasticity*, modello elasto-plastico in grado di valutare il degrado della resistenza a seguito del danneggiamento (vedi appendice A).

## 4.1 Muratura antica

La muratura originaria è stata sottoposta ad una campagna sperimentale, già esposta in lavori precedenti [9], in cui si è indagato il comportamento del materiale sia nel suo insieme sia negli elementi che lo compongono. Tali prime sperimentazioni hanno portato al calcolo dei parametri elastici del modulo di Young e di Poisson, oltre al peso specifico della muratura pari a  $1580 \text{ kg/m}^3$ .

A queste misurazioni sono state fatte ulteriori prove per determinare la resistenza a compressione di un pannello in muratura. I campioni utilizzati sono i medesimi che già erano stati testati in precedenza.

Si testano quattro provini di muratura, di cui tre appartenenti alla Torre dei Modenesi, in una pressa con capacità  $250 \text{ kN}$  in controllo di carico alla velocità di applicazione di  $1 \text{ MPa/s}$ . Per distribuire omogeneamente il carico impresso dalla macchina sono poste delle piastre d'acciaio agli estremi del provino. Al termine della prova si ottiene la forza verticale massima sviluppata dalla pressa.

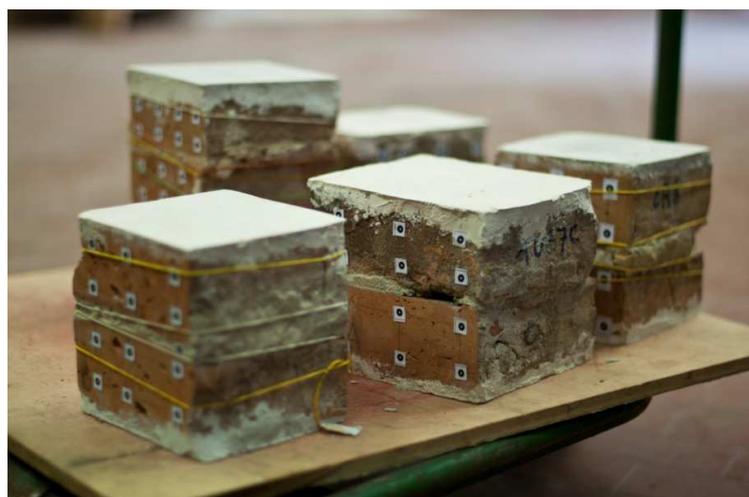


Figura 4.1 – Provini utilizzati nella campagna sperimentale

Provino	Dimensioni [cm]			A [mm <sup>2</sup> ]	Massa [g]	F [kN]	$\sigma_c$ [Mpa]	Tempo di prova [s]	Derivazione campione
	lun	lar	alt						
CT1	125	125	125	15625	2616	137	8,82	88,18	Modenesi
CT3	125	123	140	15375	4641	115	7,53	75,32	Modenesi
T0B7C	138	142	135	19596	4032,5	211	10,80	108,01	Modenesi
R1	90	112	198	10080	2774,5	124	12,33	123,34	Mastio

Tabella 4.1 – Risultati prova a compressione

La tabella 4.1 riporta i risultati ottenuti in termini di sforzo verticale massimo applicato al provino di muratura.



Figura 4.2 – Pressa utilizzata durante le prove a compressione

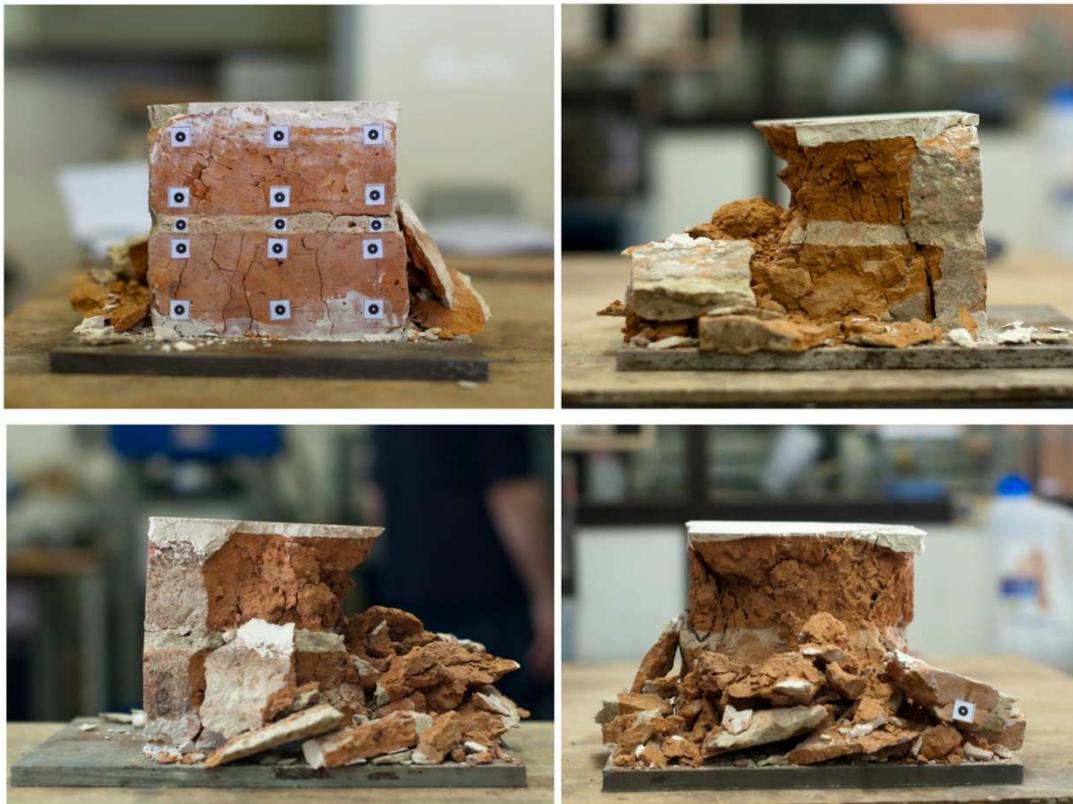


Figura 4.3 – Provino al termine della prova a compressione

Ciò che risulta evidente dai risultati trovati è che le resistenze trovate non sono rappresentative del materiale costituente le torri. Questo può essere associato al fatto che i campioni hanno dimensioni eccessivamente ridotte per poter essere trattati come un materiale omogeneo caratterizzato da una tensione ultima. La stessa conclusione è stata fatta per le prove svolte precedentemente sugli stessi campioni per quanto riguarda il modulo elastico (pari a  $2000MPa$  per la torre dei Modenesi e  $4000MPa$  per il mastio del castello delle Rocche).

È necessario allora fare riferimento a quanto riportato nella Circolare del 2009 [10] al cui capitolo §C8A dell'appendice definisce quali parametri meccanici possono essere utilizzati per caratterizzare diversi tipi di murature.

La stima dei parametri si basa sul livello di conoscenza acquisito per le strutture in analisi definiti dalla circolare come segue:

- il livello di conoscenza LC3 si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ estese ed esaustive sui dettagli costruttivi, indagini in situ esaustive sulle proprietà dei materiali;
- il livello di conoscenza LC2 si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ estese ed esaustive sui dettagli costruttivi ed indagini in situ estese sulle proprietà dei materiali;
- il livello di conoscenza LC1 si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ limitate sui dettagli costruttivi ed indagini in situ limitate sulle proprietà dei materiali.

In tale caso, il livello di conoscenza è LC1 per il quale si hanno parametri meccanici definiti come:

- Resistenze: i minimi degli intervalli riportati in Tabella C8A.2.1 per la tipologia muraria in considerazione;
- Moduli elastici: i valori medi degli intervalli riportati nella tabella suddetta.

Tabella C8A.2.1 - Valori di riferimento dei parametri meccanici (minimi e massimi) e peso specifico medio per diverse tipologie di muratura, riferiti alle seguenti condizioni: malta di caratteristiche scarse, assenza di ricorsi (listature), paramenti semplicemente accostati o mal collegati, muratura non consolidata, tessitura (nel caso di elementi regolari) a regola d'arte;  $f_m$  = resistenza media a compressione della muratura,  $\tau_0$  = resistenza media a taglio della muratura, E = valore medio del modulo di elasticità normale, G = valore medio del modulo di elasticità tangenziale, w = peso specifico medio della muratura

Tipologia di muratura	$f_m$	$\tau_0$	E	G	w (kN/m <sup>3</sup> )
	(N/cm <sup>2</sup> )	(N/cm <sup>2</sup> )	(N/mm <sup>2</sup> )	(N/mm <sup>2</sup> )	
	Min-max	min-max	min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	100	2,0	690	230	19
	180	3,2	1050	350	
Muratura a conci sbozzati, con paramento di limitato spessore e nucleo interno	200	3,5	1020	340	20
	300	5,1	1440	480	
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	260	5,6	1500	500	21
	380	7,4	1980	660	
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	140	2,8	900	300	16
	240	4,2	1260	420	
Muratura a blocchi lapidei squadrati	600	9,0	2400	780	22
	800	12,0	3200	940	
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	240	6,0	1200	400	18
	400	9,2	1800	600	

In base a quanto detto, si determina dapprima la resistenza a compressione  $\sigma_c$  delle murature delle due strutture:

$$\sigma_c = 2,4 \text{ MPa}$$

$$E = 1500 \text{ MPa}$$

Le analisi numeriche che saranno esposte nei capitoli successivi faranno riferimento, come già specificato, a due modelli costitutivi: elasto-plastico perfetto alla *Mohr-Coulomb* e il *Concrete Damage Plasticity*. Sono necessari allora coesione, angolo d'attrito e resistenza a trazione dei materiali.

Tali parametri vengono stimati a partire da prove sperimentali e ricerche presenti in letteratura (Borri et al. [7]). Per il modello costitutivo alla *Mohr-Coulomb* si hanno i seguenti parametri:

$$c = 0,15 \text{ MPa}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

### 4.1.1 Taratura del modello CDP

Si procede ora alla taratura del modello costitutivo elasto-plastico a danneggiamento con lo scopo di ottenere delle risposte da parte del modello numerico analoghe a quelle ottenute tramite il legame *Mohr-Coulomb* e, allo stesso tempo, ottenendo un comportamento più realistico della muratura superando l'ipotesi di perfetta plasticità. Si sottolinea inoltre come questo passaggio sia di fondamentale importanza per le analisi dinamiche non lineari sulla Torre dei Modenesi (dell'Orologio) e sul mastio del Castello delle Rocche di Finale Emilia. Per tali analisi, infatti, le Linee Guida impongono l'utilizzo di un legame costitutivo che sia in grado di cogliere non solo il degrado di rigidità e resistenza di un singolo elemento strutturale ma anche le caratteristiche dissipative associate al comportamento ciclico isteretico.

Tutto ciò può essere implementato in *Abaqus* per mezzo del modello *Concrete Damage Plasticity*: tale legame si basa sull'ipotesi di isotropia del materiale e viene definito nel software indicando le resistenze massime a trazione e compressione. In figura 4.4 è mostrato il legame costitutivo a trazione e compressione monodimensionale. Per ulteriori approfondimenti sul modello si rimanda all'appendice A e al manuale di *Abaqus* [1].

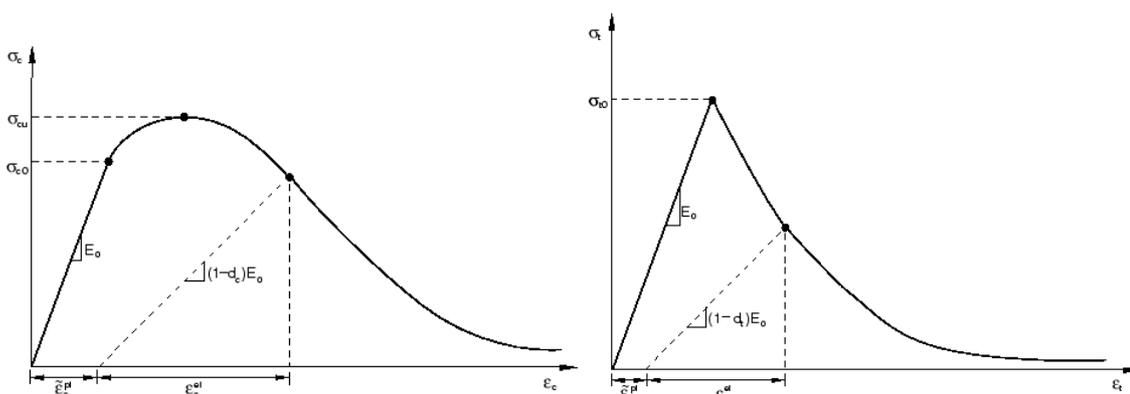


Figura 4.4 – Legame Costitutivo CDP a compressione (a) e a trazione (b)

La resistenza a pura trazione richiesta dal modello a danno è ricavata per via numerica attraverso una simulazione di una prova di puro taglio in *Abaqus*. Si è dunque costruito un prisma tridimensionale, lo si è opportunamente vincolato alla base e gli si è imposto uno spostamento alla faccia superiore. Inoltre per migliorare la convergenza del modello sono stati impediti gli spostamenti laterali attraverso dei carrelli applicati sulle facce laterali del prisma.

Si chiede al modello di salvare ad ogni *step* il valore dello spostamento sulla faccia superiore e il valore dello sforzo di taglio ad ogni punto della *mesh* alla base del prisma. A partire da tali risultati numerici si calcola l'andamento medio degli sforzi di taglio alla base.

Ciò che si vuole ottenere è una curva sforzi di taglio-spostamenti costituita da un picco che rappresenti la resistenza a puro taglio del blocco e coincida con la coesione del modello secondo *Mohr-Coulomb*. Inoltre si vuole ricavare il comportamento di *softening* seguito da un plateau così come appare per le classiche prove a taglio su pannelli in muratura.

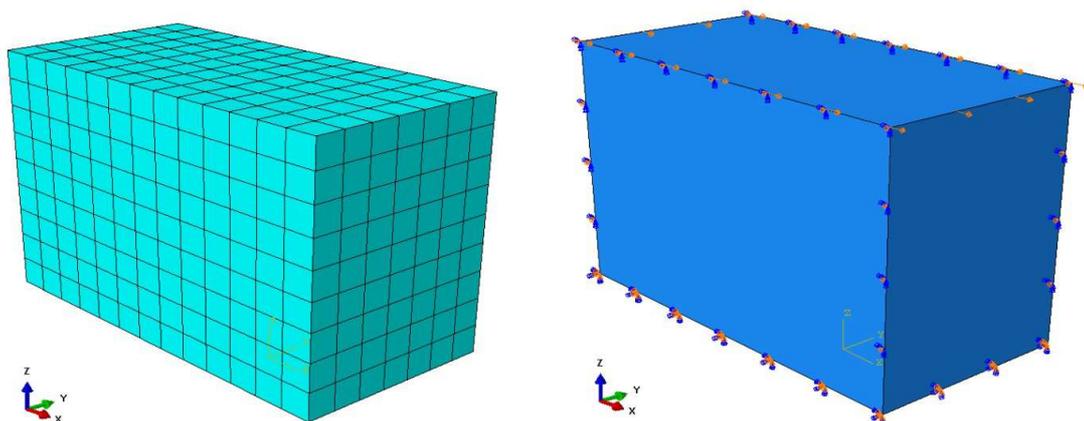


Figura 4.5 – Modello numerico per la taratura del legame costitutivo

Si procede per tentativi fino a quando la resistenza ultima del provino coincide con la coesione del materiale ovvero la resistenza a taglio in assenza di carichi verticali. Si sottolinea come le caratteristiche a compressione sono state mantenute costanti. In effetti, i numerosi tentativi fatti, hanno mostrato che la resistenza a puro taglio è influenzata dal meccanismo di pura trazione che si sviluppa nelle direzioni principali di sforzo rendendo assolutamente ininfluenti le caratteristiche di resistenza a compressione assegnate. Al termine delle analisi è stato ricavato il seguente valore:

$$\sigma_t = 0,20 \text{ MPa}$$

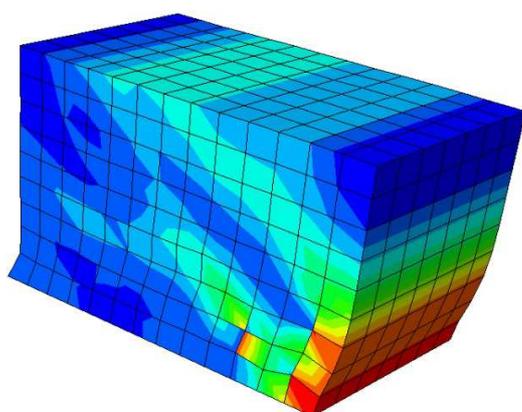


Figura 4.6 – Distribuzione stato di sforzo (Mises)

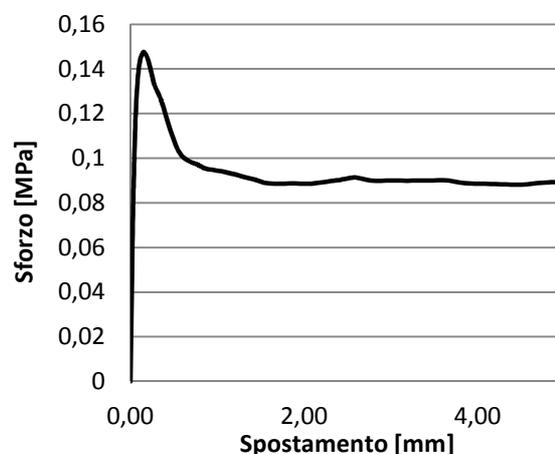


Grafico 4.1 – Risultato della prova a puro taglio

Determinati i valori di picco è stato necessario disegnare l'intero andamento del legame costitutivo a compressione e trazione. Per quest'ultimo caso ci si riferisce a quanto richiesto da *Abaqus* focalizzando l'attenzione sul valore di picco e imponendo una resistenza residua circa nulla. A compressione, invece, sono raccolte in letteratura numerose teorie sulla definizione del comportamento della muratura a partire da grandezze note, quali il modulo elastico e la resistenza massima. Si fa riferimento a quanto pubblicato da *Hemant et al.* [15] i cui principali passaggi sono riportati nell'immagine seguente:

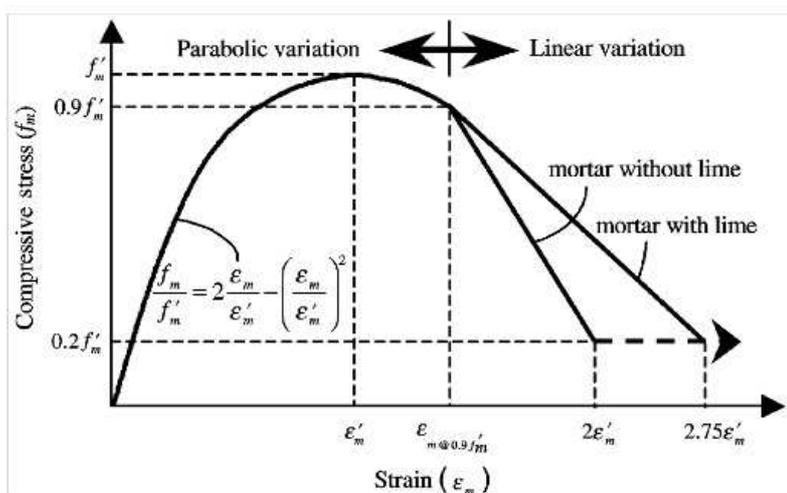


Grafico 4.2 – Forma del legame costitutivo a compressione secondo *Hemant et al.*

Dove:

- $f'_m$  resistenza massima a compressione;
- $f_j$  resistenza a compressione della malta;
- $\epsilon'_m = \frac{0,27 \cdot f'_m}{f_j \cdot E^{0,7}}$  deformazione per sforzo massimo.

Per semplificare l'andamento da assegnare al modello numerico, l'autore consiglia di considerare il primo tratto lineare fino al punto avente le seguenti coordinate:

$$\sigma = 0,75 \cdot f'_m \quad \epsilon = \frac{0,75 \cdot f'_m}{E}$$

Le seguenti tabelle espongono il legame costitutivo secondo il modello a danneggiamento che sarà utilizzato per la muratura originaria delle due strutture.

$\psi$ [°]	$K_c$	$e$	$f_{b0}/f_{c0}$	$\nu$
10	0,666	0,1	1,16	0,002

Tabella 4.2 – Parametri generali per il modello CDP

<i>Legame a Compressione</i>		<i>Legame a Trazione</i>	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica	Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
2,40	0,0000	0,20	0,00000
2,39	0,0035	0,01	0,00013
2,34	0,0040	0,01	0,00490
2,27	0,0045		
2,16	0,0050		
0,48	0,0073		

Tabella 4.3 – Legami costitutivi secondo CDP

<i>Danno a compressione</i>		<i>Danno a trazione</i>	
$d_t$	Deformazione anelastica	$d_t$	Deformazione anelastica
0	0	0	0
0,95	0,007	0,95	0,005

Tabella 4.4 – Andamento dell'indice di danno

Il valore dell'angolo di dilatanza è stato preso in accordo con articoli presenti in letteratura che propongono un andamento di tale parametro funzione dello stato di sforzo di compressione agente. Si riporta di seguito un grafico esplicativo, presente in letteratura (Pluijim, 1993), nel quale risulta evidente come le variabili pressione di confinamento e angolo di dilatanza siano inversamente proporzionali. In vista dell'applicazione di tale modello alla struttura delle torri in muratura si sceglie il valore di  $10^\circ$  costante.

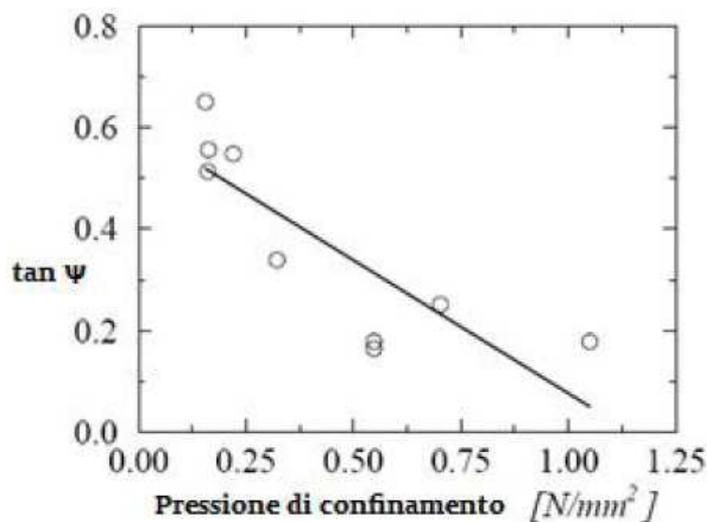


Grafico 4.3 – Andamento angolo di dilatanza

## 4.2 Consolidamento delle murature

Il termine “consolidamento<sup>1</sup>” è utilizzato per indicare l’insieme di operazioni sulla struttura di un manufatto rivolta a conservare l’organismo edilizio o sue parti o anche singoli componenti nella loro totale integrità, nel rispetto delle concezioni strutturali presenti in essi.

Quando ci si pone di fronte ad una costruzione esistente è necessario tenere in considerazione precisi concetti e principi fondamentali quali la necessità, l’efficacia e la non nocività dell’intervento da attuare. Ad essi si aggiungono anche principi scientifici quali la compatibilità e la durabilità ed estetici come la ridotta invasività.

Nel rispetto di tutto questo, ciascun intervento di consolidamento dovrebbe garantire, in primo luogo, la conservazione dell’autenticità del manufatto mantenendo la consistenza delle parti originali e, allo stesso tempo la compatibilità meccanica, chimico-fisica e costruttiva dei nuovi materiali aggiunti per evitare nel tempo l’instaurarsi di distacchi, scorrimenti o disomogeneità dovute, ad esempio, a differenti dilatazioni termiche.

Nel progetto di un intervento, tuttavia, bisogna considerare che si ha sempre un’alterazione dello stato esistente e quindi un costo in termini di alterazione dei caratteri storico-architettonici dell’edificio.

In letteratura sono presenti innumerevoli tipologie di tecniche di consolidamento per le murature aventi ciascuna differenti caratteristiche di miglioramento e problematiche. La difficoltà principale è quindi capire quale metodo si presta maggiormente al caso in esame tenendo conto, in primo luogo, della fattibilità dell’intervento e l’invasività oltre al calcolo dell’efficacia in termini di prestazioni.

## 4.3 Consolidamento con scuci e cuci

Tale tipologia di intervento prevede la sostituzione delle zone degradate della muratura e la successiva sostituzione per mezzo di materiali analoghi che restituiscano non solo l’aspetto originale ma anche caratteristiche meccaniche migliori.

Saranno considerate le prove sperimentali raccolte nelle pubblicazioni *Experimental and Numerical Investigation on a Brick Masonry Building Prototype* di L. Binda et al. (1995-1996) [5] nelle quali è presente una precisa caratterizzazione dei materiali impiegati e delle prove svolte.

Per tale campagna sperimentale di riferimento sono stati utilizzati mattoni pieni del tipo “a mano” Borgonovo della serie “rosso classico” della ditta RDB Terrecotte

---

<sup>1</sup> dal latino *firmo* o *confirmo* che significa rendere solido, stabile o resistente

S.P.A. Questa tipologia viene correntemente usata nelle opere di restauro o consolidamento delle murature storiche. Le dimensioni nominali del singolo mattone sono 55x120x240 mm.

Per quanto riguarda la malta, invece, sono stati utilizzati due diversi campioni a base di calce idraulica e sabbia silicea proveniente dal letto del Ticino nei pressi di Pavia. Il primo campione è stato denominato MIX1 ed è caratterizzato da rapporti volumetrici pari a legante/aggregato 1:3 e acqua/cemento 1:1.

Il secondo campione invece, denominato MIX2, è stato realizzato secondo le modalità riportate per i leganti idraulici D.M. 31.08.72 [13], art.7. le proporzioni tra i componenti sono: legante/aggregato 1:3 e acqua/cemento 0,62:1. Ne risulta dunque una malta con gli stessi componenti del primo impasto, ma miscelata con un rapporto acqua/cemento diverso.

Tali materiali sono stati testati singolarmente per verificarne le capacità. Nella tabella seguente si riportano i risultati trovati a partire da prove fisiche e meccaniche di compressione e trazione.

	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	E [MPa]	$\sigma_c$ [MPa]	$\sigma_{ft}$ [MPa]	Adesione [MPa]
Mattone	1703	2264	26,87	1,13	/
Malta MIX1	1755	533	2,66	1,08	0,09
Malta MIX2	1698	1184	3,25	1,39	0,05

Tabella 4.5 – Caratteristiche meccaniche singoli componenti della muratura

E' utile sottolineare che il modulo elastico e lo sforzo massimo a compressione derivano da prove a compressione semplice su cubetti di mattone e di malta aventi dimensione 4x4x4 cm mentre la resistenza a trazione è stata determinata mediante prove a flessione. Si è riportato anche il risultato delle prove di adesione tra malta e mattone. Esse sono state eseguite allontanando fino a rottura due mattoni con interposto uno strato di malta dello spessore di un centimetro.

Notevole importanza ha infine la caratterizzazione del materiale muratura, composto di malta e mattoni, il quale è stato testato per capire la corrispondenza tra la resistenza dei singoli elementi che lo compongono. Sono state effettuate diverse prove su campioni di diverse grandezze ottenendo i seguenti valori medi:

	$\sigma_c$ [MPa] cracking	$\sigma_c$ [MPa] failure	E [MPa]
Campione Muratura MIX1	4,63	6,20	1491

Tabella 4.6 – Caratteristiche meccaniche muratura

Poiché non sono stati realizzati campioni con la malta MIX2 destinati a calcolarne la resistenza a compressione si vuole stimare quest'ultimo parametro secondo quanto proposto da Hendry [17] nella formula che determina la resistenza a rottura di un campione di muratura in funzione dei parametri geometrici ed elastici dei singoli componenti.

$$\sigma_c = \frac{\sigma'_b}{v_b + \frac{v_m \cdot m - v_b}{1 + r \cdot m}}$$

Dove:

- $\sigma'_b$  resistenza a trazione del mattone;
- $v_b$  modulo di *Poisson* del mattone;
- $v_m$  modulo di *Poisson* della malta;
- $m = E_b/E_m$  rapporta tra i moduli elastici del mattone e della malta;
- $r = d/t$  con d: spessore del mattone e t:spessore della malta.

Per verificare che la formula approssimi in maniera accettabile il comportamento della muratura si confronta il risultato con quanto ricavato dalla prova sperimentale sulla muratura con MIX1. I parametri che caratterizzano il campione MIX1 sono riportati nella tabella 4.7.

$\sigma'_b$	$E_b$	$v_b$	$E_m$	$v_m$	$d$	$t$
1,134 MPa	2464 MPa	0,16	532,9 MPa	0,18	50 mm	10 mm

Tabella 4.7 – Parametri meccanici dei singoli componenti del campione MIX1

In questo modo si ottiene una resistenza a compressione  $\sigma_c = 6,04 MPa$  leggermente inferiore del rispettivo valore sperimentale, accettabile in quanto a favore di sicurezza.

Sostituendo i parametri riferiti al campione realizzato con malta MIX2 ( $E_m = 1184 MPa$  e  $v_m = 0,18$ ) si ottiene la rispettiva resistenza a compressione pari a:

$$\sigma_c = 6,34 MPa$$

Si riporta, infine, il grafico sperimentale che sottolinea il rapporto tra le resistenze dei singoli materiali e quello composito.

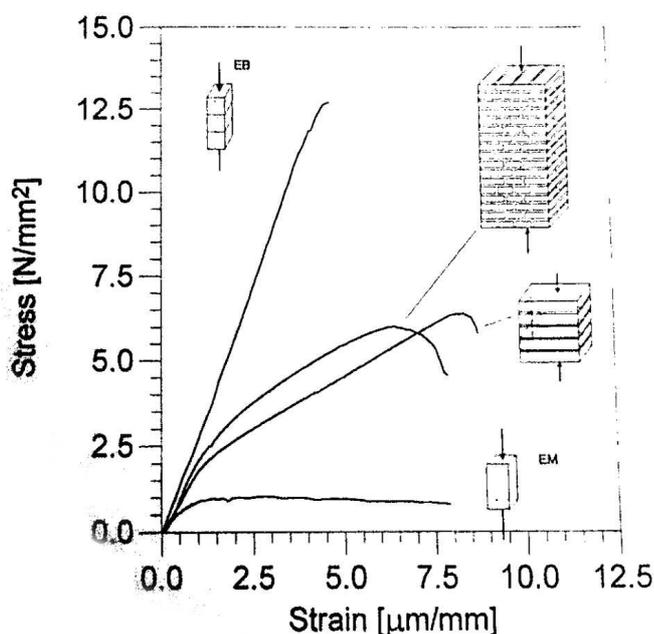


Grafico 4.4 – Diagramma tenso-deformativo di confronto tra provini di malta, mattone e prismi di muratura

### 4.3.1 Prove sperimentali a taglio

Le prove sperimentali necessarie per la presente ricerca sono quelle riguardanti la resistenza a taglio della muratura.

Nella campagna sperimentale di L. Binda sono state eseguite delle prove su triplette di mattoni con malta interposta condotte con lo scopo di determinare la resistenza a taglio della muratura secondo il criterio di *Mohr-Coulomb*.

Per tale scopo le triplette sono state testate a diversi valori di pressione verticale imponendo uno spostamento al mattone centrale e portandolo a rottura. Durante la prova si è misurato lo spostamento della faccia del mattone centrale e la forza necessaria per imprimerlo.

Raccogliendo nel piano di *Mohr* i risultati ottenuti alle diverse pressioni si interpola la retta che descrive il dominio di rottura. Nel grafico 4.5 è riportato un esempio dei risultati ottenuti.

Test	Malta	c [MPa]	$\varphi$ [°]
SHL	MIX 2	0,23	29,6°
SHJ	MIX 1	0,33	33,6°

Tabella 4.8 – Risultati prove a taglio secondo il criterio di Mohr-Coulomb

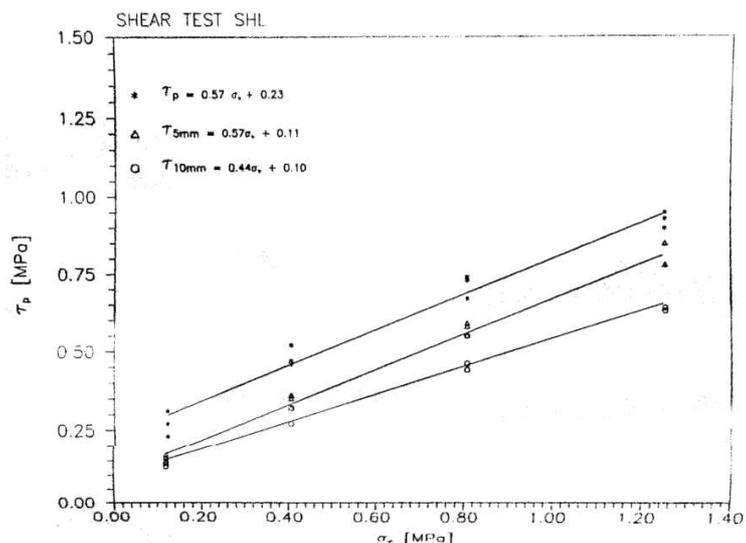


Grafico 4.5 – Risultati prove di taglio SHL

Sono state prese in considerazione prove a taglio su due diverse tipologie di campioni: le prove SHL (*Shear Long Test*) che prevedono triplette assemblate con la malta MIX2 (di cui il grafico 4.5 ne riassume i risultati) e le prove SHJ (*Shear Joint Test*) i cui campioni sono stati preparati tramite la malta MIX1. Tutti i provini considerati fanno sono stati costituiti con spessore dello strato di malta pari ad 1 cm. Sperimentalmente sono stati ottenuti i seguenti parametri di resistenza:

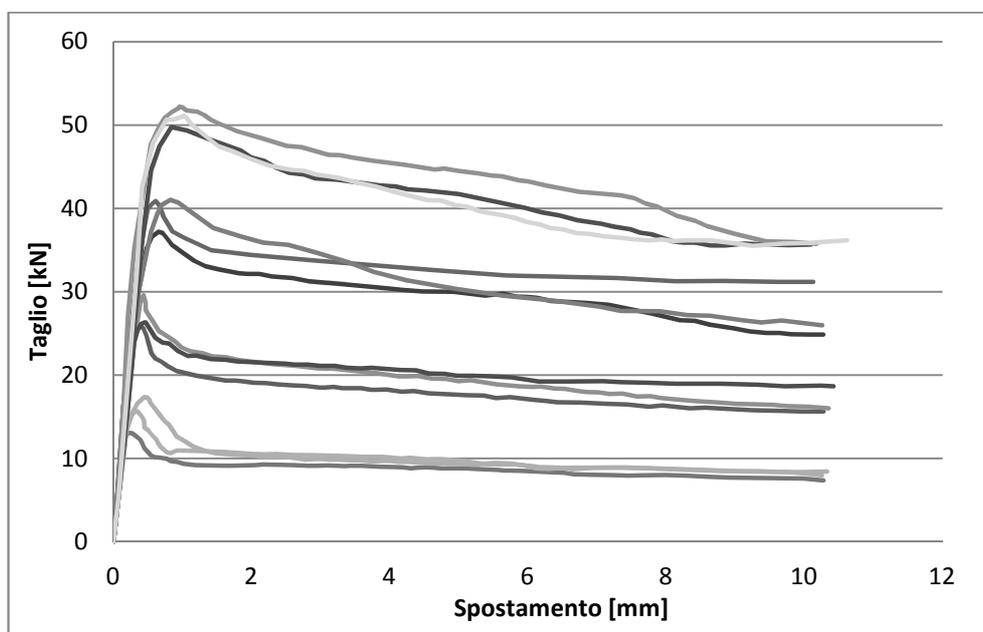


Grafico 4.6 – Curve sperimentali per campioni soggetti a differenti valori di compressione verticale

#### 4.3.1.1 Riproduzione numerica delle prove sperimentali a taglio

Una volta analizzate le prove sperimentali considerate si vuole riproporle dal punto di vista numerico mediante analisi elementi finiti.

Si è costruito un modello in *Abaqus* che riporti la geometria delle prove a taglio descritte precedentemente, ed in particolare a cui siano applicate le medesime condizioni di vincolo e di sollecitazione.

Il modello è composto da 8631 nodi e 5600 elementi *brick* concentrati maggiormente nello strato di malta.

Ai mattoni è stato assegnato comportamento elastico lineare, secondo i parametri riportati precedentemente nella descrizione delle prove sperimentali, mentre la malta è considerata elasto-plastica perfetta il cui dominio di rottura è definito dal criterio di *Mohr-Coulomb*. Coesione e angolo d'attrito interno assegnati al modello corrispondono con i risultati sperimentali. Si prevede allora che l'analisi numerica non potrà descrivere totalmente la prova sperimentale non avendo definito (per natura del criterio di rottura) il ramo di *softening*.

Per quanto riguarda i vincoli si è imposto un incastro alla base e si sono vincolate tramite appoggi distribuiti le faccia dei mattoni inferiore e superiore. La pressione verticale è stata imposta al mattone superiore.

La prova sperimentale viene simulata imprimendo uno spostamento ad una faccia del mattone centrale avanzando per incrementi nel tempo e misurando lo spostamento della faccia opposta. Inoltre il programma salva ad ogni *step* gli sforzi di taglio all'interfaccia malta e mattone. In *post-process* si calcola la media degli andamenti degli sforzi ed infine si confrontano i risultati con le curve sperimentali in termini di spostamento e taglio applicato.

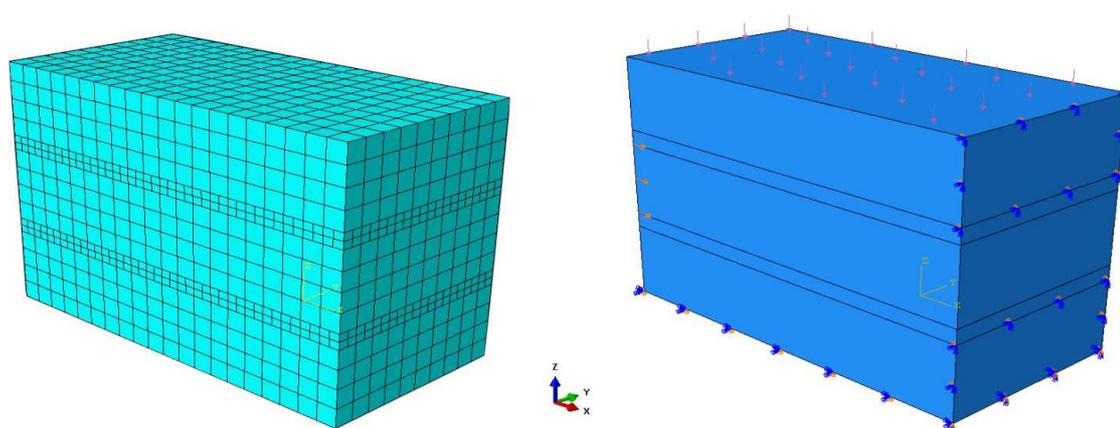


Figura 4.7 – Modello numerico delle triplette

Le prove a taglio sono state ripetute agli stessi valori di pressione verticale delle prove sperimentali, in particolare a 0,12 MPa, 0,40 MPa e 0,80 MPa nel caso di SHL mentre a 0,20 MPa, 0,60 MPa e 1,00 MPa per le prove SHJ.

Si riportano di seguito le immagini del modello al termine dell'applicazione della pressione verticale e al termine della prova di taglio con riferimento alla prova SHL con pressione 0,12 MPa; gli altri modelli presentano deformata analoga.

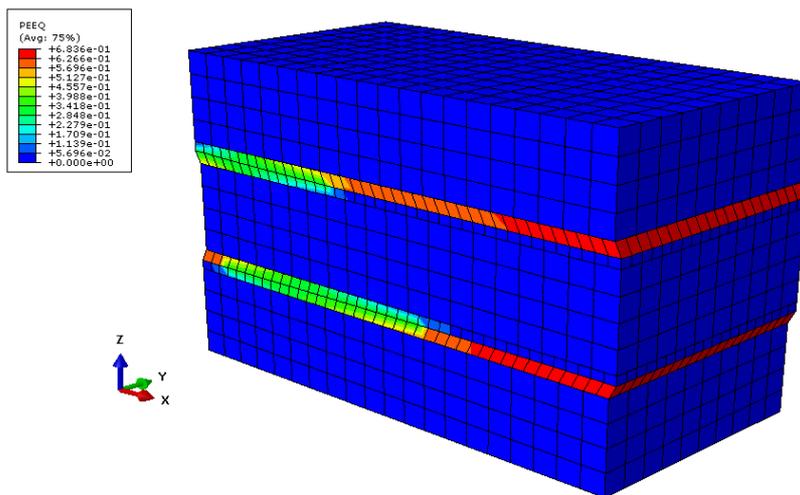


Figura 4.8 – Distribuzione delle deformazioni plastiche al termine dell'analisi

Si riportano di seguito le curve forza-spostamento ricavate e si confrontano con i risultati sperimentali. In termini di resistenza a taglio massima il modello numerico approssima bene quello sperimentale, peggiorando tuttavia all'aumentare della pressione verticale.

Dai seguenti grafici si nota un'ottima corrispondenza nelle rigidzze elastiche tra sperimentazione e analisi ad elementi finiti.

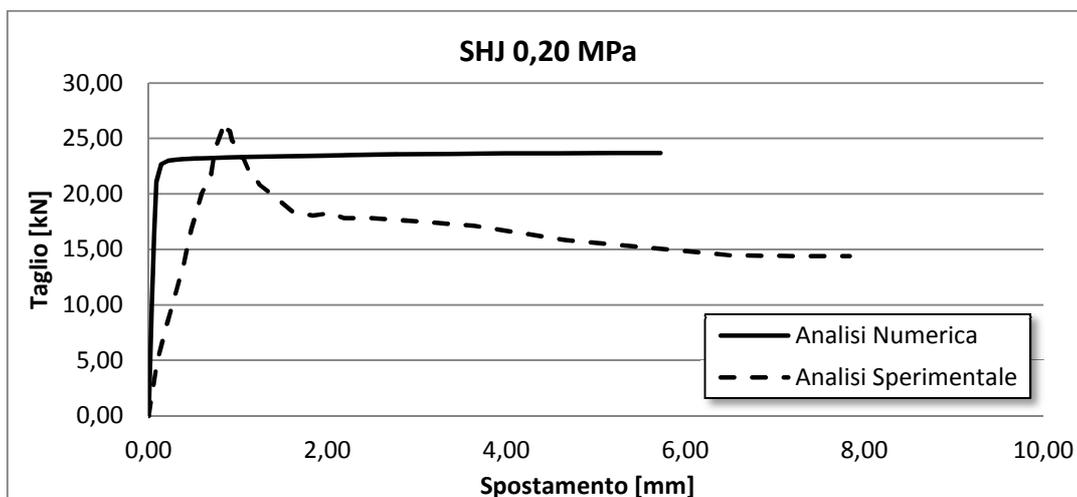


Grafico 4.7 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1, Mohr-Coulomb

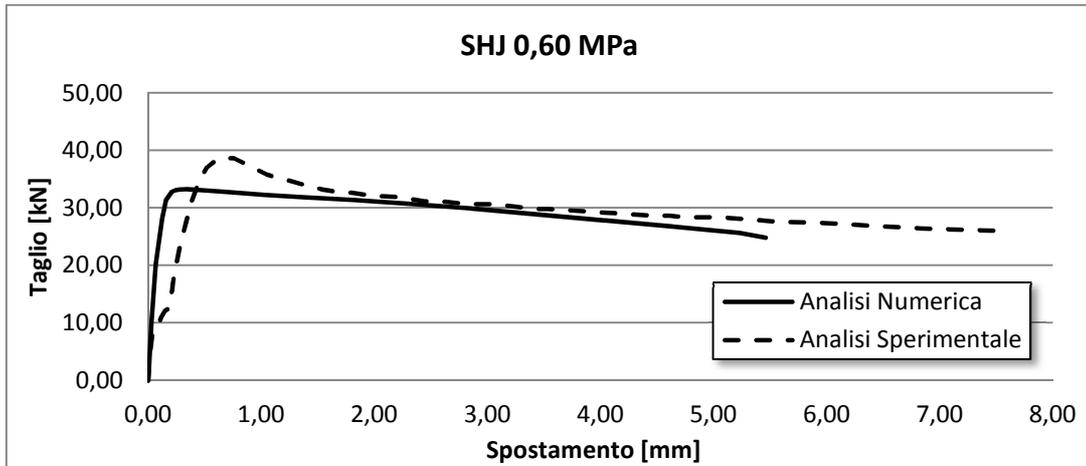


Grafico 4.8 – Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1, Mohr-Coulomb

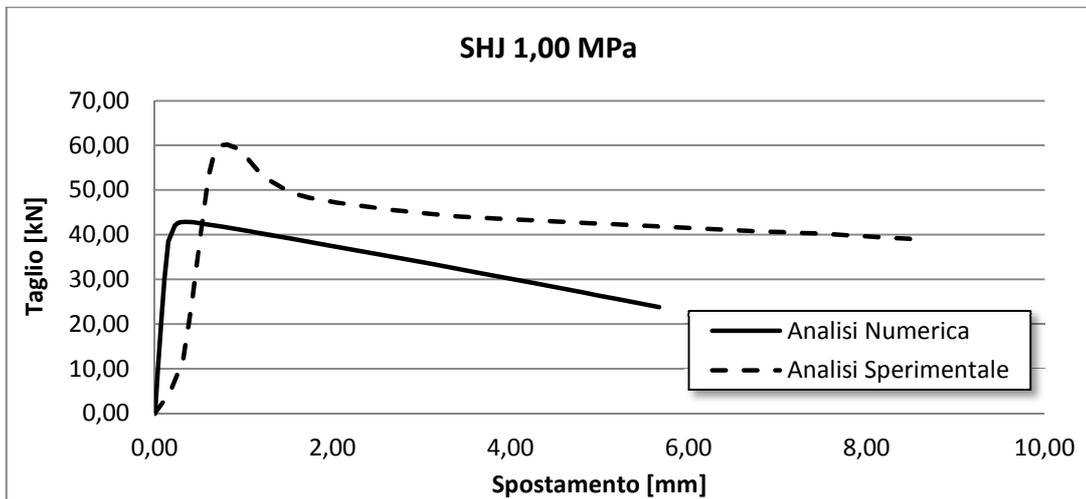


Grafico 4.9 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1, Mohr-Coulomb

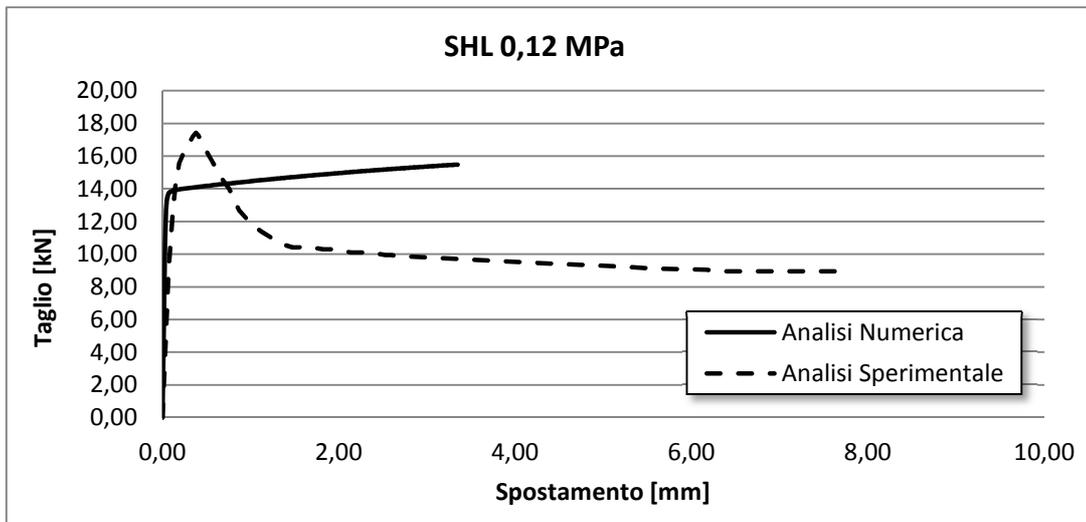


Grafico 4.10 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2, Mohr-Coulomb

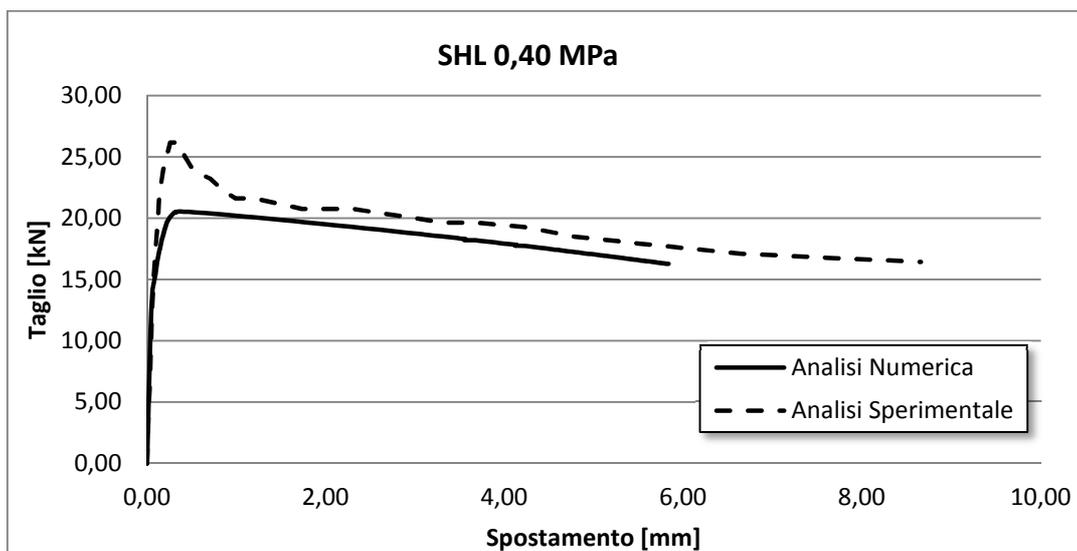


Grafico 4.11 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2, Mohr-Coulomb

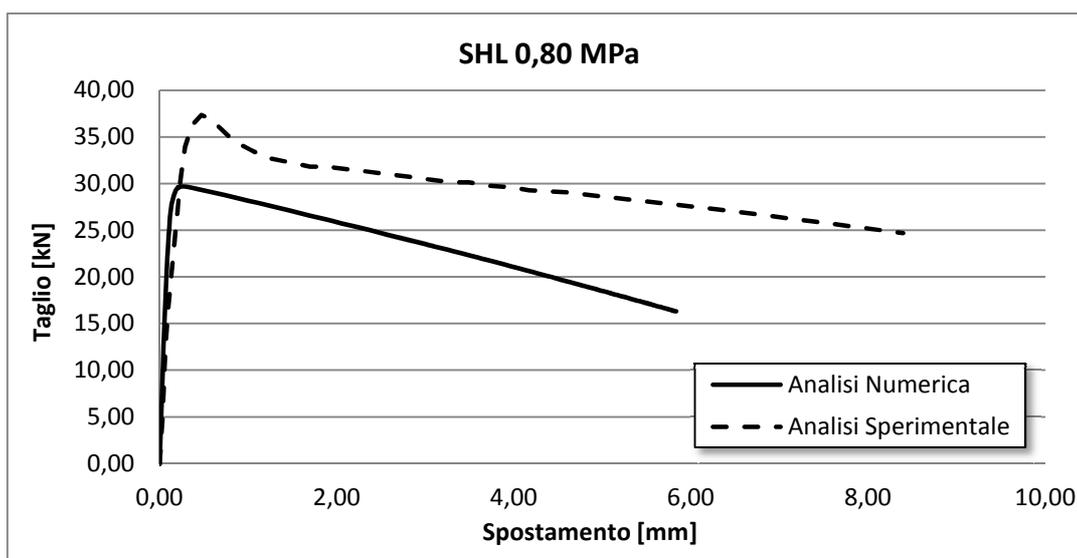


Grafico 4.12 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2, Mohr-Coulomb

Come previsto il modello non è in grado di cogliere il comportamento post-picco che risulta molto chiaro nei test in laboratorio. Questo limite è dato dalla natura elastoplastica perfetta del criterio di *Mohr-Coulomb*, per superare tale limite in seguito si andrà ad utilizzare il modello plastico a danneggiamento implementato in *Abaqus*. La presenza tuttavia di tratto post picco leggermente decrescente è dovuta alle non linearità geometriche del modello numerico all'avanzare dello spostamento imposto.

### 4.3.1..2 Taratura del modello CDP

Una volta determinati i parametri meccanici secondo il modello di *Mohr-Coulomb* si ripetono le stesse operazioni fatte per la muratura originaria al paragrafo §4.1.1 per ottenere il legame costitutivo a danno in grado di manifestare la resistenza residua post-elastica e il degrado di rigidezza e resistenza degli elementi strutturali.

Si utilizza lo stesso modello numerico precedente soggetto ad uno stato tensionale di puro taglio. Si procede dunque per tentativi inserendo nel modello ad elementi finiti diversi valori di resistenza a trazione fino a quando il massimo valore dello sforzo di taglio va a coincidere con la coesione ricavata per le analisi sperimentali. Nel seguente grafico sono riportati i risultati sia per la muratura composta dalla malta MIX1 sia per quella con il MIX2.

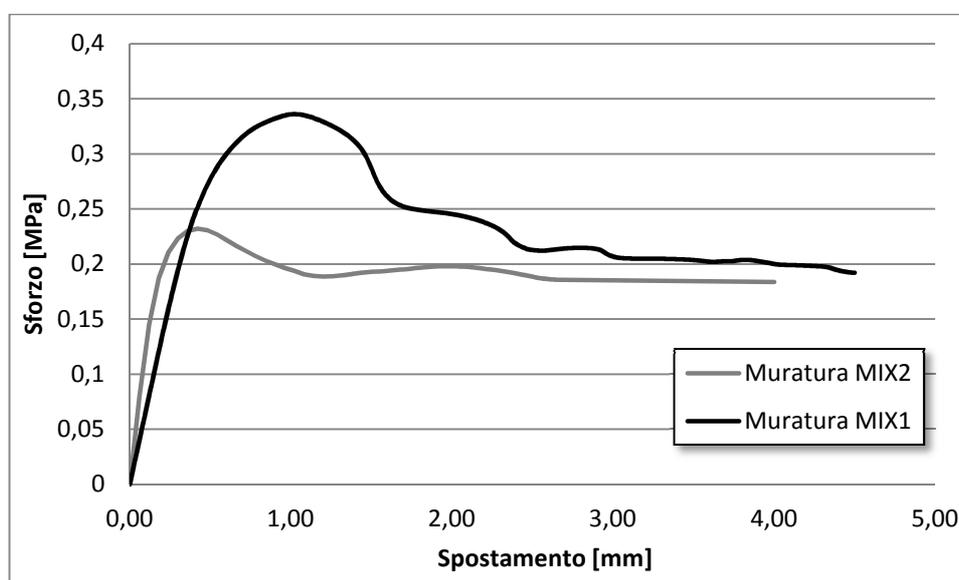


Grafico 4.13 – Curve tensione spostamento della prova a puro taglio

A seguito delle analisi si è giunti, infine, ad ottenere i seguenti valori finali di sforzo massimo per il modello plastico a danneggiamento:

- $\sigma_c = 6,20 \text{ MPa}$                       MIX1;
- $\sigma_t = 0,63 \text{ MPa}$
- $\sigma_c = 6,34 \text{ MPa}$                       MIX2.
- $\sigma_t = 0,40 \text{ MPa}$

Si noti che i valori di coesione considerati sono 0,33 MPa per la muratura assemblata tramite malta MIX1 e 0,23 MPa per quella definita dal MIX2.

Si ottengono infine i parametri da impostare nel modello costitutivo in *Abaqus*.

$\psi$ [°]	$K_c$	$e$	$f_{b0}/f_{c0}$	$\nu$
10	0,666	0,1	1,16	0,002

Tabella 4.9 - Parametri generali per il modello CDP

<i>Compressione</i>			
<i>MIX 1</i>		<i>MIX 2</i>	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica	Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
6,20	0,0000	6,34	0,0000
6,17	0,0050	6,31	0,0057
6,05	0,0057	6,19	0,0065
5,86	0,0064	5,99	0,0073
5,58	0,0071	5,71	0,0081
1,24	0,0175	1,27	0,0140

Tabella 4.10 – Legame costitutivo a compressione secondo CDP

<i>Trazione</i>			
<i>MIX 1</i>		<i>MIX 2</i>	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica	Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
0,63	0,00000	0,4	0,00000
0,05	0,00042	0,05	0,00027
0,05	0,001	0,05	0,001

Tabella 4.11 – Legame costitutivo a trazione secondo CDP

<i>Danno a compressione</i>		<i>Danno a trazione</i>	
$d_t$	Deformazione anelastica	$d_t$	Deformazione anelastica
0	0	0	0
0,95	0,01	0,95	0,001

Tabella 4.12 - Andamento dell'indice di danno

### 4.3.1..3 Verifica del modello

Per verificare la funzionalità del modello si sono ripetute le prove con uno stato di sforzo verticale diverso da zero e pari ai valori utilizzati per le prove sperimentali. Ciò è stato fatto per poter confrontare le curve ottenute sperimentalmente con i risultati del modello numerico.

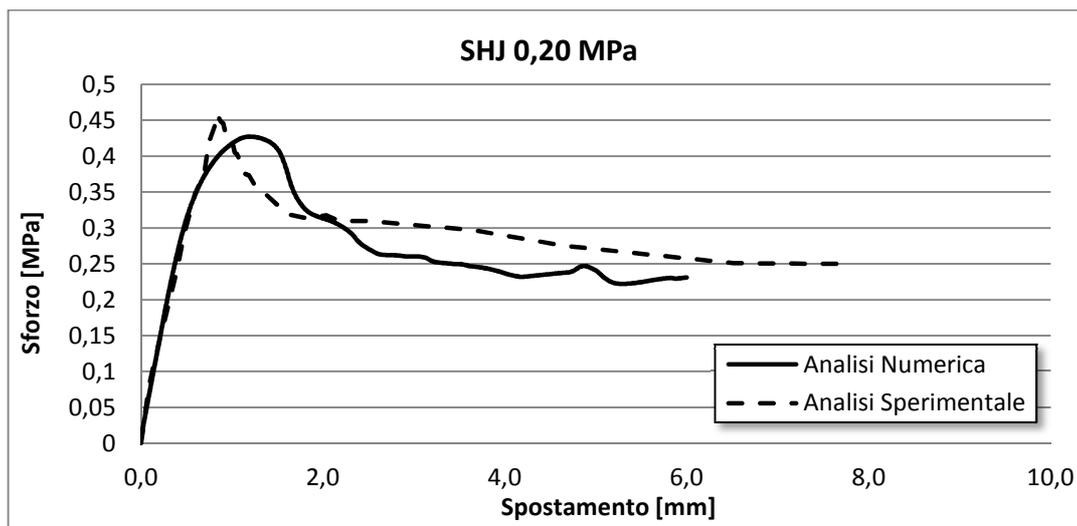


Grafico 4.14 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1 con legame CDP

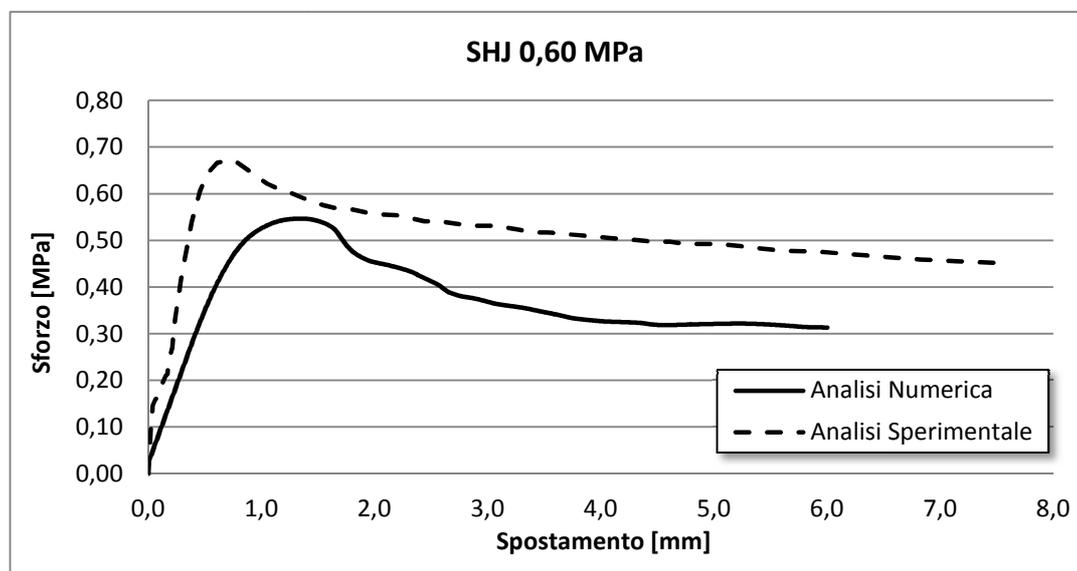


Grafico 4.15 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1 con legame CDP

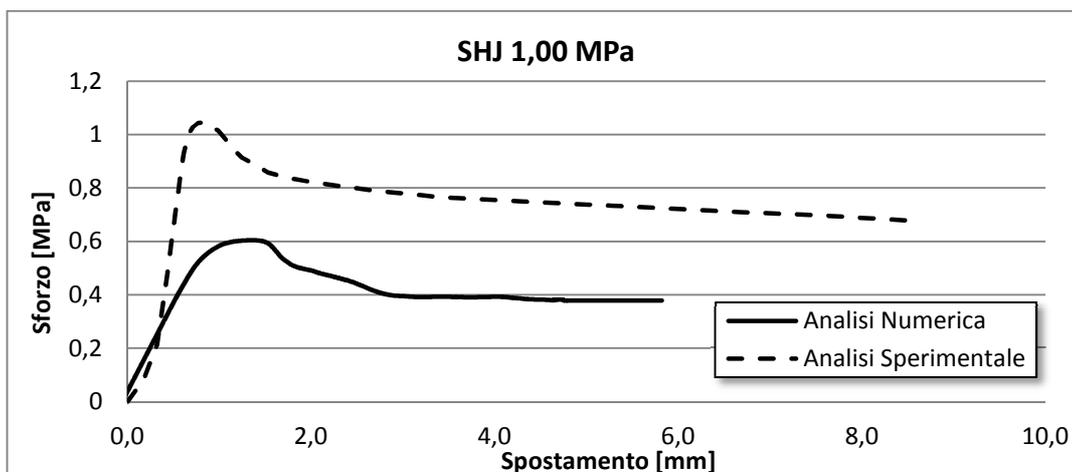


Grafico 4.16 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX1 con legame CDP

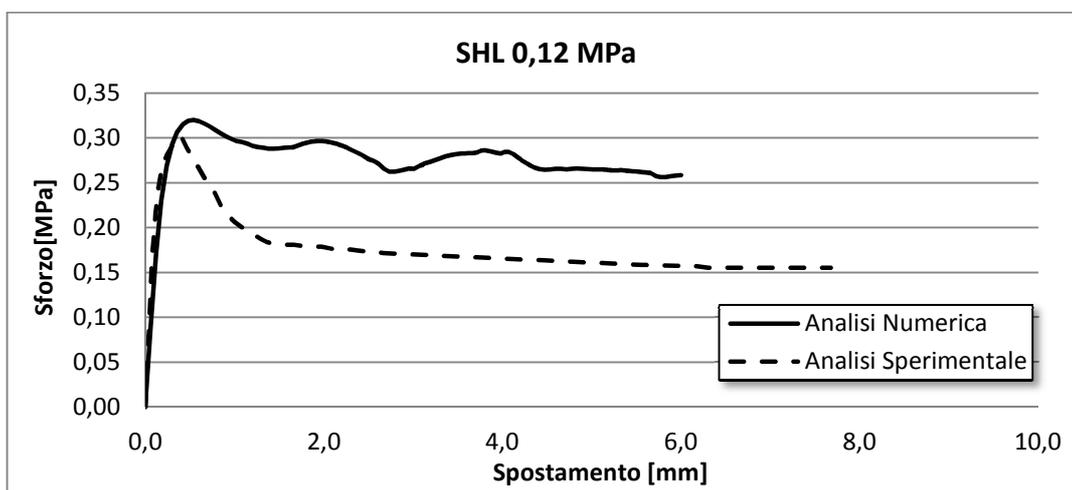


Grafico 4.17 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2 con legame CDP

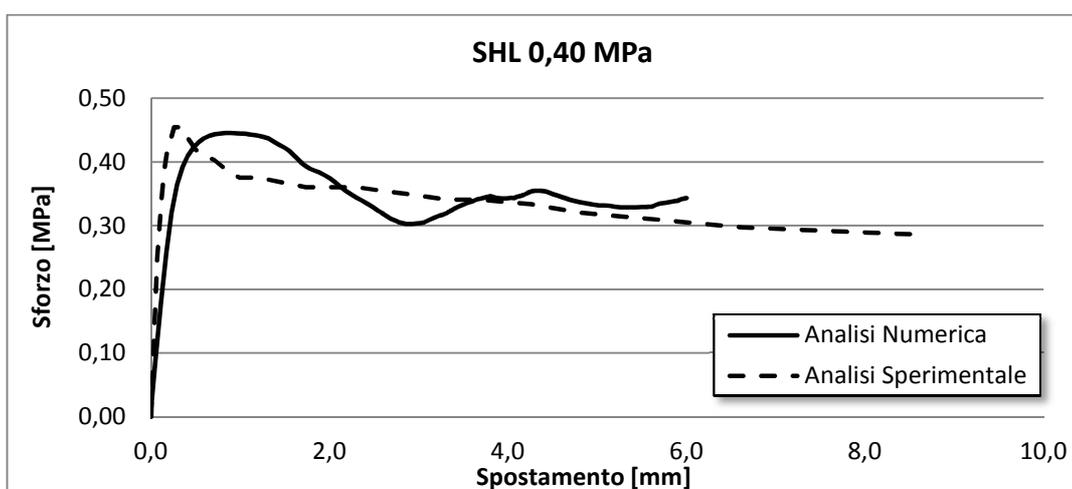


Grafico 4.18 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2 con legame CDP

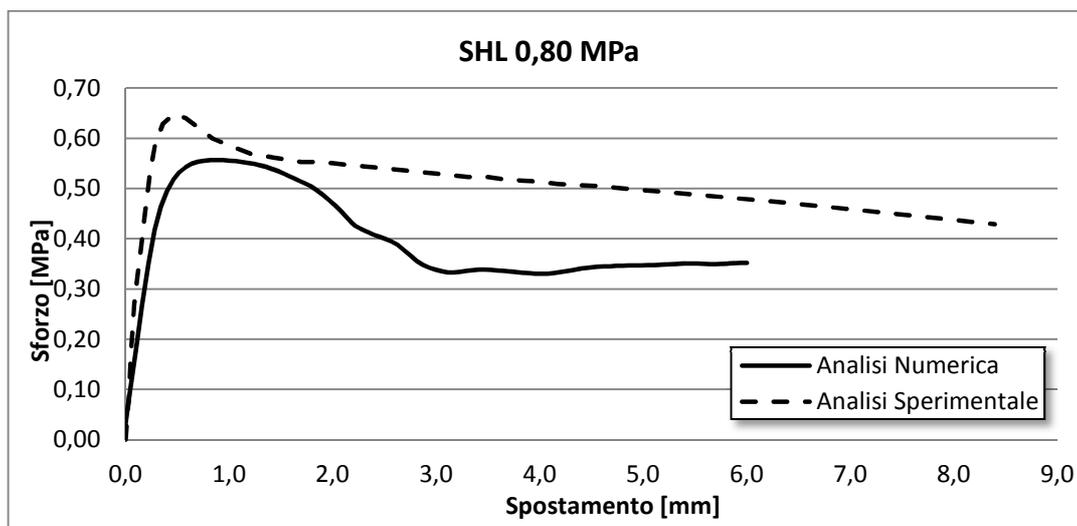


Grafico 4.19 - Confronto curva sperimentale e numerica su provino MIX2 con legame CDP

Dal confronto con le curve sperimentali si noti come il modello numerico ne risulti una buona approssimazione per valori medi e bassi di compressione imposta (fino a 0,8 MPa), mentre si riscontra un peggioramento al crescere di tale grandezza (vedi grafico 4.16). Ciò è dovuto al manifestarsi di deformazioni plastiche già nella fase di schiacciamento del provino che portano inevitabilmente al deterioramento della resistenza nella fase di scorrimento.

## 4.4 Consolidamento con stilatura profonda e iniezioni

### 4.4.1 Stilatura profonda dei giunti

Tale tipologia di intervento consiste in una scarnitura profonda dei giunti murari, eseguita tramite raschietti, e la successiva sostituzione di tale strato con una nuova malta cementizia poco porosa.

Tale operazione è utile nel caso in cui la muratura in mattoni abbia subito del degrado a causa dell'umidità, delle aggressioni chimiche o in generale dal trascorrere del tempo.

Lo scopo di tale metodologia è ottenere un confinamento della muratura che determini un incremento della resistenza a taglio.

Ovviamente questo intervento viene prediletto dove il materiale lapideo si presenti in buono stato di conservazione e solamente la malta abbia perduto le sue proprietà leganti in superficie. Qualora la muratura presenti delle evidenti lesioni, limitate comunque a zone circoscrivibili, tale intervento risulta di scarsa efficacia e dovrà essere sostituito da altri più incisivi.

Da quanto descritto se ne deduce che la stilatura dei giunti di malta è applicabile all'esempio delle torri in muratura di Finale Emilia, caratterizzate da una malta con pessime caratteristiche di resistenza. È da rimarcare come sia di fondamentale importanza la scelta della malta da applicare: per ottenere una buona durabilità ed efficacia dell'intervento essa deve essere compatibile con la muratura esistente da un punto di vista chimico, fisico e meccanico. In particolare la malta dovrà essere molto resistente con una rigidità non troppo elevata.

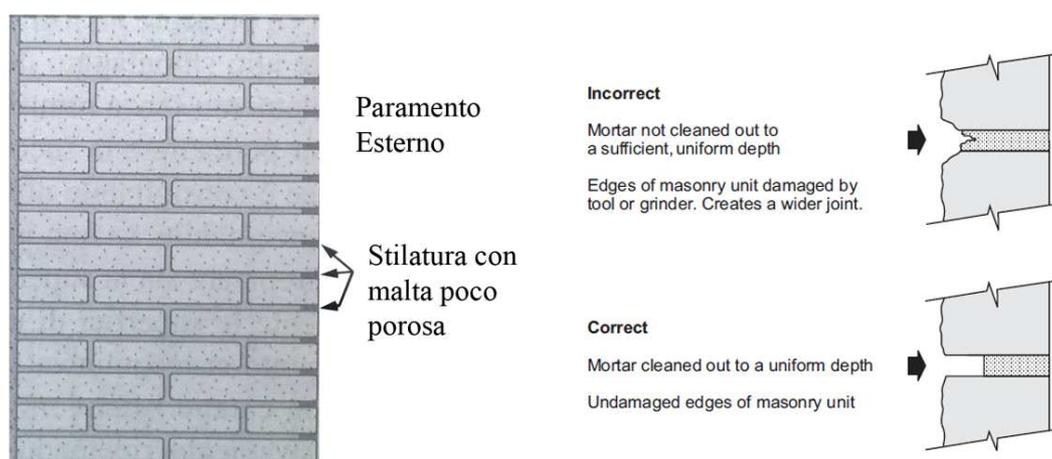


Figura 4.9 – Schematizzazione della stilatura profonda dei giunti

#### **4.4.2 Iniezione di miscele leganti**

L'iniezione di una miscela legante all'interno di una muratura è fatta al fine di migliorare il comportamento meccanico e la compattezza del materiale. Lo scopo è ripristinare la continuità interna della muratura fessurata e sconnessa in seguito a dissesti o al degrado della malta stessa nel tempo. L'intervento ben si presta ad una muratura con una presenza diffusa di vuoti al suo interno ottenendo una omogeneizzazione del comportamento, saturando le cavità e reintegrando eventuale materiale sciolto.

Tale tecnica prevede che esista la possibilità fisica di far penetrare all'interno del corpo murario le miscele leganti.

Per le sue caratteristiche costituisce un intervento di consolidamento estremamente diffuso negli edifici storici dove sia necessario mantenerne l'aspetto originario.

Anche in questo caso, la scelta del legante è di fondamentale importanza: si possono scegliere malte a base di cemento o di calce a seconda dell'incremento di resistenza che si desidera ottenere oppure si possono usare resine sintetiche che solitamente risultano più fluide e si diffondono più facilmente nella muratura.

È evidente che l'efficacia di questo tipo di intervento dipende dalla possibilità della miscela iniettata di permeare e diffondersi all'interno della massa muraria in modo da raggiungere tutti gli interstizi presenti nel supporto.

Le problematiche di maggior interesse derivano dalla disomogeneità di distribuzione della miscela e della scarsa aderenza della stessa ai materiali presenti nella muratura.

Affinché l'intervento tramite iniezioni sia efficace è necessario che la miscela legante sia caratterizzata da deformabilità simile a quella della muratura al fine di evitare fenomeni di scorrimento, da un tempo di presa adeguato, dall'assenza di ritiro e quindi dall'instaurarsi di tensioni interne e da stabilità chimica nel tempo. L'indisponibilità di un materiale che possa riunire insieme tutte queste caratteristiche rende necessaria una scelta in base a quanto richiesto dall'intervento specifico.

#### **4.4.3 Caratteristiche meccaniche della muratura consolidata**

L'effetto combinato delle due tecniche di intervento è stato testato in una campagna sperimentale condotta da Corradi M. et al. [12] su pannelli in muratura di diversi edifici da cui sono stati ricavati gli incrementi di resistenza a compressione e taglio. Per poter avere un riscontro realistico dell'effettivo miglioramento si ipotizza di realizzare i medesimi interventi sulle murature delle torri di Finale Emilia.

La stilatura avviene grazie alla sostituzione dei giunti superficiali di malta per entrambi i paramenti della muratura scavando 80 mm di malta e quindi sostituendola con un materiale analogo caratterizzato da una resistenza di compressione pari a 10,75 MPa e una di trazione (da prova a flessione) pari a 3,55 MPa.

Le iniezioni, invece, avvengono per mezzo di una malta cementizia avente una resistenza a compressione di 7 MPa, una di trazione di 3MPa (determinata sempre tramite prova di flessione) e un modulo elastico di 8000 MPa.

A seguito delle prove sperimentali si è verificato un netto miglioramento delle prestazioni delle murature testate sia per quanto riguarda la compressione sia per il taglio. Si è riscontrato anche un notevole incremento della rigidezza elastica che porterà le strutture ad un maggiore stato tensionale dovuto a sollecitazioni sismiche. Si sono ottenuti i seguenti miglioramenti:

- La resistenza massima a compressione è incrementata mediamente del 30%;
- La resistenza a taglio ricavata mediante prove di taglio diagonale è incrementata di 2,5 volte;
- Le rigidezze elastiche (E e G) sono mediamente triplicate.

In base a quanto riportato in tale paragrafo e alle considerazioni fatte in quello precedente sulla resistenza e la rigidezza della muratura originaria si hanno i seguenti parametri per la caratterizzazione delle torri.

$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	E [MPa]	$\sigma_c$ [MPa]	$\sigma_t$ [MPa]	c [MPa]	$\varphi$ [°]
1580	4500	3,12	0,50	0,375	30

Tabella 4.13 – Caratteristiche meccaniche della muratura consolidata

Dal confronto con i valori scelti per la muratura originaria, si nota che si è deciso di lasciare invariato il peso specifico del materiale. Si tratta infatti di interventi atti alla sostituzione del materiale presente in zone ridotte rispetto all'intero volume dell'edificio che non ha alcun effetto di rilievo sul peso proprio totale.

Si è deciso, inoltre, di non apportare modifiche all'angolo d'attrito del materiale: le prove sperimentali condotte non riportano nessun tipo di indicazione riguardo a tale parametro, inoltre tale ipotesi risulta a favore di sicurezza.

Come evidenziato sia per il materiale originario sia per quello nuovo, nelle seguenti tabelle si riportano i valori da assegnare alle strutture secondo il modello costitutivo a danno. Si noti ancora una volta che l'indice  $\sigma_t$  deriva da un'operazione di taratura numerica necessaria per ottenere una risposta adeguata del sistema strutturale.

$\psi$ [°]	$K_c$	$e$	$f_{b0}/f_{c0}$	$\nu$
10	0,666	0,1	1,16	0,002

Tabella 4.14 – Parametri generali per il modello CDP

<i>Legame a Compressione</i>		<i>Legame a Trazione</i>	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica	Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
3,12	0,0000	0,5	0,00000
3,10	0,0018	0,05	0,00011
3,04	0,0021	0,05	0,001
2,94	0,0023		
2,81	0,0026		
0,62	0,0037		

Tabella 4.15 - Legami costitutivi secondo CDP

<i>Danno a compressione</i>		<i>Danno a trazione</i>	
$d_t$	Deformazione anelastica	$d_t$	Deformazione anelastica
0	0	0	0
0,95	0,003	0,95	0,001

Tabella 4.16 - Andamento dell'indice di danno

## 4.5 Considerazioni conclusive

Le operazioni svolte in questo capitolo sono state necessarie per la caratterizzazione dei diversi materiali con i quali si andranno a studiare entrambe le torri e per la taratura del modello costitutivo a danno, richiesto dalle Linee Guida, secondo i parametri richiesti dal software.

Si è visto come, assegnando un certo valore della resistenza a trazione, si è riusciti a riprodurre le prove sperimentali a taglio sulle triplette di muratura ed, in generale, il comportamento secondo il modello di *Mohr-Coulomb*.

Si è indagato, innanzitutto, quali potessero essere le risorse della muratura storica prima dell'evento sismico del 20 maggio e in seguito si sono ipotizzati degli interventi per il consolidamento di tale materiale e, da confronti con delle sperimentazioni, se ne è quantificato il miglioramento meccanico.

Ovviamente è necessario sottolineare come sia poco precisa l'assegnazione di analoghe caratteristiche meccaniche a tutto il materiale della struttura, specialmente dopo il consolidamento mediante iniezioni, le quali riguardano soltanto parti definite (più danneggiate) invece dell'intera torre. Infatti, per verificare le ipotesi fatte, sarebbe opportuno avviare una nuova campagna sperimentale sul materiale

originario delle torri al fine di caratterizzarlo al meglio dal punto di vista meccanico, sia prima sia post-consolidamento e confrontare i risultati ottenuti.

Per il materiale ricostruito mediante scuci e cucì, invece, sono state riprodotte le prove in laboratorio mediante un modello numerico. Le analisi sono state fatte per entrambe le tipologie di malte utilizzate da cui si è dedotto un miglior comportamento a taglio per i campioni prodotti a partire dal MIX1. Per questo motivo, quest'ultima, verrà considerata nelle analisi numeriche nei prossimi capitoli, il cui scopo sarà la verifica della resistenza delle torri di Finale Emilia soggette a diverse tipologie di azioni sismiche, in primis quella verificatasi il 20 maggio 2012. La muratura caratterizzata dalla malta denominata MIX2 sarà invece trascurata. I modelli fatti precedentemente, tuttavia, sono stati utili per confermare la funzionalità del modello.

Per ottenere, infine, un legame costitutivo che possa rappresentare non solo il degrado di rigidezza e resistenza una volta superato il campo elastico ma anche le caratteristiche dissipative associate al comportamento ciclico isteretico, è stato opportunamente tarato il modello *Concrete Damage Plasticity* facendo uso di un opportuno modello numerico.

La seguente tabella, infine, riassume i parametri meccanici principali di ciascun materiale che verrà utilizzato nelle successive analisi.

	Muratura originaria	Muratura performante	Muratura consolidata	
$\rho$	1580	1710	1580	kg/m <sup>3</sup>
E	1500	1491	4500	MPa
$\sigma_c$	2,4	6,2	3,12	MPa
$\sigma_t$	0,2	0,63	0,5	MPa
c	0,15	0,33	0,375	MPa
$\varphi$	30	33,6	30	°

Tabella 4.17 – Riassuntiva dei parametri meccanici delle diverse murature

Per quanto riguarda i riempimenti non saranno fatte modifiche per i diversi casi considerati. I parametri meccanici assegnati saranno quelli esposti nella seguente tabella 4.18.

	E [MPa]	$\nu$	W [kg/m <sup>3</sup> ]
Riempimenti	689	0,16	1600

Tabella 4.18 – Parametri meccanici dei riempimenti



# 5

## MODELLI NUMERICI

Al termine della prima fase, in cui si sono definite le caratteristiche meccaniche dei materiali da impiegare nelle diverse analisi numeriche, si descrive il modello ad elementi finiti degli edifici in esame.

Gli aspetti geometrici sono stati oggetto di lavori precedenti [9-29] che hanno portato alla costruzione dei modelli ad elementi finiti. A questi, dopo opportuni controlli e rifiniture, saranno assegnate le caratteristiche meccaniche delle murature studiate nel precedente capitolo. In seguito saranno perciò messe a confronto le differenze prestazionali delle strutture soggette alla stessa sollecitazione dovuta al sisma.

### 5.1 La Torre dell'Orologio

La Torre dell'Orologio era caratterizzata da un'altezza totale di 31,94 m composta da 4 piani più la loggia. Si sviluppava in elevazione con una pianta regolare quadrata di 7 metri per lato fino al quarto piano. Sopra quest'ultimo appariva la loggia merlata avente anch'essa pianta quadrata ma definita da dimensioni maggiori, pari a 8,14 m per lato. Essa partiva da 19,79 m e si sviluppava fino alla quota di 22,47 m.

Al di sopra della loggia merlata si trovava la cella campanaria culminante con una guglia di mattoni, legno e ferro alta circa 3 m, raggiungendo dunque l'altezza totale di 31,94 m. Tale cella, costruita circa due secoli dopo il resto della torre, era realizzata con una struttura portante in legno così come lo era la copertura.



Figura 5.1 – Torre dell’Orologio

I riempimenti invece erano formati da un materiale composto da una miscela di sabbia e ghiaia compattate.

Per ciascun piano era presente una volta a botte con stesso orientamento Est-Ovest ad eccezione di quella al piano terra che invece presentava un orientamento Nord-Sud. Il piano terra inoltre risultava interrato per almeno un metro rispetto al piano campagna.

Si noti la presenza di piccole aperture come quelle presenti al secondo piano, a Sud ed Ovest, considerate nel modello numerico ma anche quelle del terzo piano che, invece, erano state chiuse precedentemente.

Infine è stato rilevato che le dimensioni dei muri variano con la quota e non risultano costanti in pianta. Nella seguente tabella si raccolgono gli spessori della muratura di ciascun lato con riferimento a ciascun piano.

Piano	Quota [m]	Spessore Muri [m]			
		Nord	Sud	Est	Ovest
Terra	0-3,35	1,5	1	1,5	1,5
Primo	3,35-8,5	1,15	1,1	1,15	0,95
Secondo	8,5-13,15	1,15	1,1	1,15	0,95
Terzo	13,15-19,80	0,95	1,05	1,05	0,90

Tabella 5.1 – Caratteristiche geometriche della muratura

### 5.1.1 Modello numerico

I dati ottenuti e le caratteristiche geometriche elencate nel paragrafo precedente hanno permesso di elaborare un modello tridimensionale della torre piuttosto accurato [9].

Tale geometria è stata importata e assemblata in *Abaqus* a partire da *software* per il disegno in 3D quali *AutoCAD* e *Rhinoceros*.

Confrontando il modello numerico (figura 5.2) e la struttura reale (figura 5.1) sorgono importanti differenze legate soprattutto alla necessità di ottenere un modello numerico quanto più semplice e leggero possibile dal punto di vista computazionale.

Alcuni particolari risultano peraltro omessi: la guglia e la cella campanaria non sono state modellate non essendo nota la geometria. Inoltre, in questo modo, il modello risulta semplificato. La presenza di tali parti, tuttavia, è tenuta in considerazione mediante l'applicazione di opportuni carichi.

Anche i beccatelli sono stati geometricamente semplificati al fine di evitare errori di modellazione essendo elementi non fondamentali dal punto di vista della statica globale della struttura.

Il terreno è stato considerato come un incastro: tale ipotesi è in linea con la scelta di non modellare la parte di muratura presente al di sotto del piano campagna. Inoltre non sono stati fatti dei rilievi per caratterizzare al meglio il terreno e procedere ad una modellazione più dettagliata.

Per l'operazione di *meshing* sono stati scelti elementi di tipo *Brick* a 8 nodi (già adoperati in [9]) ottenendo un modello avente 47022 elementi finiti e 69727 nodi.

L'operazione è stata svolta al fine di ottenere un modello che riproduca realisticamente il comportamento della struttura ma che, allo stesso tempo, non comporti un eccessivo onere computazionale per poter svolgere le analisi agevolmente.

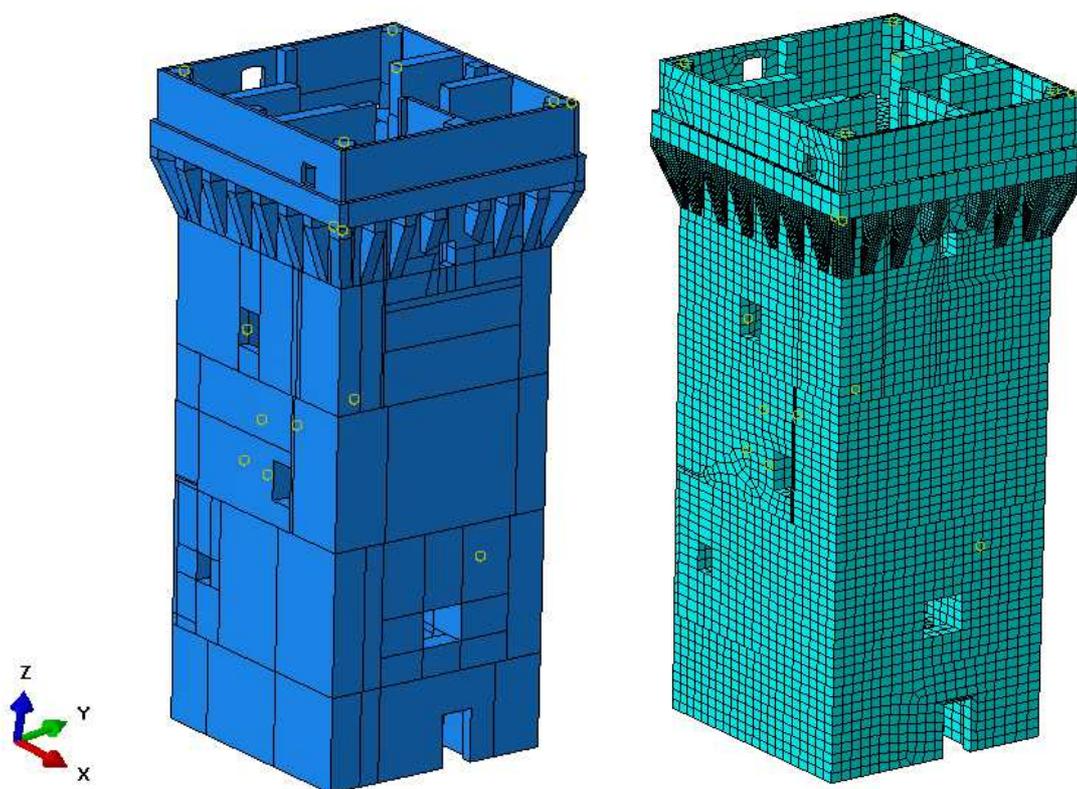


Figura 5.2 – Modello numerico della Torre dell'Orologio

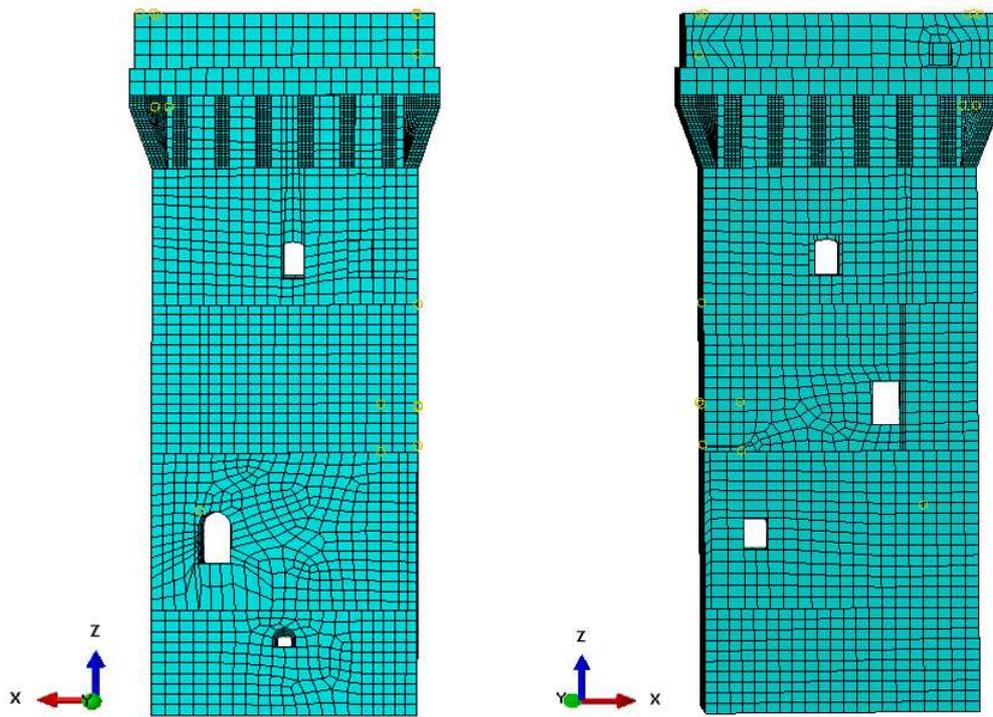


Figura 5.3 – Prospetto Nord-Sud. Torre dell'Orologio

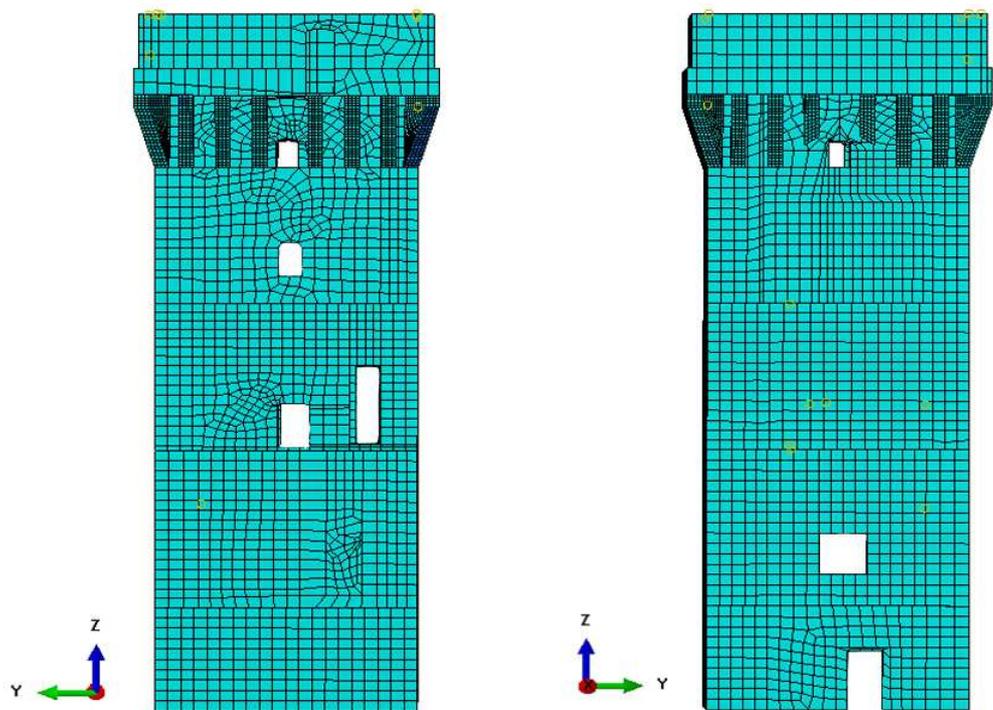


Figura 5.4 – Prospetto Est-Ovest. Torre dell'Orologio

### 5.1.2 Analisi dei carichi

I carichi agenti sulla struttura della torre riguardano principalmente il peso proprio degli elementi che la costituiscono. In particolare sarà da tenere conto la presenza degli elementi trascurati nel modello numerico quali la cella campanaria, la campana stessa ed il telaio in legno di sostegno ad essa.

Il principale carico agente è il peso proprio degli elementi strutturali presenti nel modello composti dalla muratura e dal riempimento. Tale carico non è stato calcolato in quanto applicato direttamente al modello come carico gravitazionale, funzione del peso specifico assegnato ai materiali. Nella tabella 5.5 si riportano i pesi specifici dei materiali proposti per la ricostruzione e il confronto con i parametri originali della muratura della torre dell’Orologio.

<b>Muratura Originaria</b>	<b>Muratura Performante</b>	<b>Muratura Consolidata</b>	<b>Riempimenti</b>
1580 kg/m <sup>3</sup>	1710 kg/m <sup>3</sup>	1580 kg/m <sup>3</sup>	1600 kg/m <sup>3</sup> <sup>2</sup>

Figura 5.5 – Pesi specifici delle diverse murature considerate

I carichi agenti sulla torre dovuti agli elementi non modellati numericamente sono ipotizzati invariati rispetto alle condizioni che la torre già aveva in esercizio prima dell’evento del 2012. Il peso della copertura viene applicato come carico distribuito sia ai quattro ringrossi angolari sia ai quattro muri della loggia presenti in sommità della torre. Invece il carico dovuto alla cella campanaria, alla campana ed al telaio in legno che la sorregge sono applicati solamente ai quattro muri della loggia.

Il peso del telaio che sostiene la campana viene valutato considerando i volumi degli elementi in legno ed un peso specifico di 400 kg/m<sup>3</sup>. Il peso della campana invece è stato stimato a circa 1030 kg.

Il volume ottenuto per gli elementi in legno è pari a 2,6 m<sup>3</sup> e implica un carico pari a 10343 N. Ad esso si aggiunge il peso della campana ed il totale è stato diviso sulle quattro aree che rappresentano l'impronta dei pilastri della cella campanaria che hanno area complessiva pari a 6716 cm<sup>2</sup>. Si è ottenuto quindi un carico distribuito pari a circa 30737 N/m<sup>2</sup>.

Un ulteriore carico distribuito pari a 33847 N/m<sup>2</sup> è stato applicato sui quattro muri in sommità su un’area totale di 41745 cm<sup>2</sup> per tenere conto della cella campanaria e degli elementi che la compongono.

<sup>2</sup> Milani et al. 2012

Infine si è applicato il carico che tiene conto della copertura pari a  $200 \text{ kg/m}^2$ . Esso viene ripartito, tramite opportune aree di influenza, sia sui ringrossi angolari di area pari a  $3663,33 \text{ cm}^2$  sia sui muri della loggia.

I valori finali dei carichi assegnati sono raccolti in tabella 5.2.

	Ringrossi angolari		Muri della loggia				Aree dei pilastri			
	1-3	2-4	1	2	3	4	1	2	3	4
Area [m <sup>2</sup> ]	0,203	0,203	1,014	0,890	1,011	1,258	0,196	0,172	0,184	0,119
Carichi [N/m <sup>2</sup> ]	70936	72414	59924	70476	60524	51413	86256	100501	88573	94565

Tabella 5.2 – Carichi agenti in sommità. Torre dell’Orologio

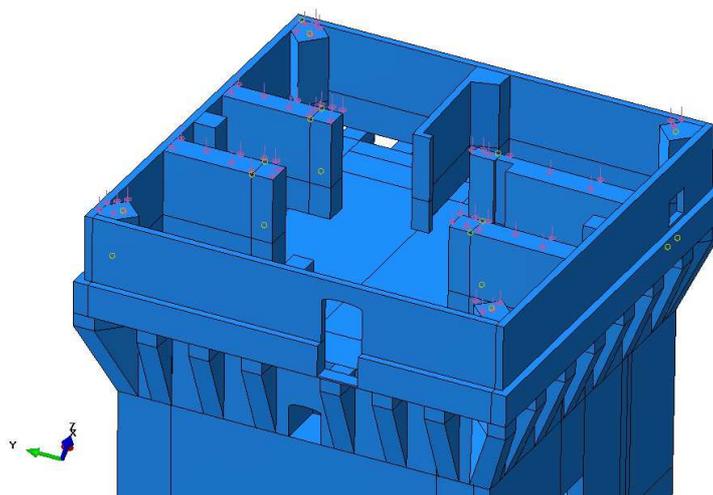


Figura 5.6 – Carichi applicati in sommità. Torre dell’Orologio

## 5.2 Mastio del Castello delle Rocche

Il mastio del Castello delle Rocche era una struttura con caratteristiche simili alla Torre dell’Orologio, tuttavia ci sono pervenute molte meno informazioni riguardo la geometria.

La torre è caratterizzata da un’altezza di circa 37 m con pianta quadrata regolare in altezza con dimensioni di 8 m. Essa si sviluppa su sei livelli di altezza variabile: il piano di fondazione era alto 2,95 m, il seminterrato 4,8 m, i tre livelli fuori terra si ergevano rispettivamente di 6,16 m, 10,79 m e 5,45 m ed infine il sottotetto con cella campanaria di circa 7 m. I muri perimetrali variano da uno spessore di 1,64 m alla base fino a 1,1 m nei livelli più alti.

A differenza della torre dei Modenesi, il mastio era interrato ad altezze differenti: nella parte Nord il terreno si trova ad una quota superiore di 4,5 m rispetto agli altri tre lati; nel quale si ha il piano stradale.

Ciò che rimane del mastio a seguito del terremoto non permette una conoscenza approfondita degli interni e di stabilire la quantità di paramenti. Per quanto riguarda gli interni è ipotizzabile la presenza di volte a crociera o a botte realizzate tramite il medesimo materiale utilizzato per la torre dell’Orologio. L’incertezza sulla tipologia di volta non appare rilevante rispetto al comportamento strutturale del mastio.



Figura 5.7 – Mastio del Castello delle Rocche

### 5.2.1 Modello numerico

La modellazione del mastio è stata realizzata allo stesso modo visto per la Torre dell’Orologio. La limitata conoscenza della geometria ha fatto sì che il modello nascesse geometricamente più semplice senza la necessità di porre ulteriori ipotesi necessarie ad evitare difficoltà in fase di *meshing*.

Anche in questo caso si trascura la geometria della cella campanaria e della copertura che vengono tenute in conto per mezzo di carichi applicati.

I vincoli alla base sono, anche in questo caso, ipotizzati degli incastri fissati alla quota costante del piano campagna dei lati Sud, Est ed Ovest. Non si tiene conto perciò degli effetti del terreno a quota maggiore del lato nord in quanto non si ipotizza un miglioramento del comportamento.

Si utilizzano, anche in questo caso, elementi finiti di tipo *Brick* esaedrici a 8 nodi. Il modello ottenuto è caratterizzato da 60061 nodi e 39695 elementi.

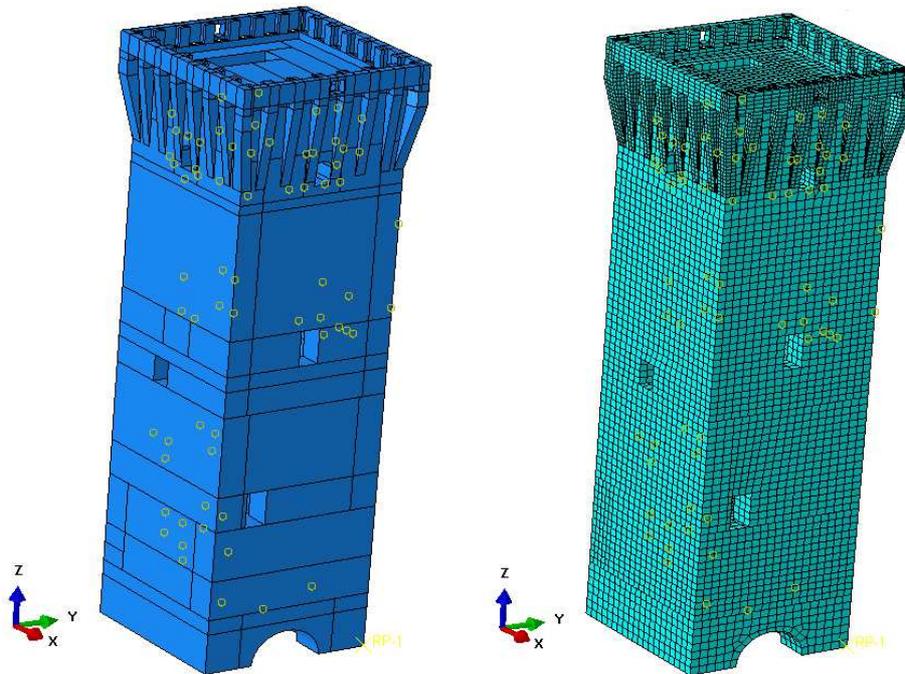


Figura 5.8 – Modello numerico del Mastio del Castello

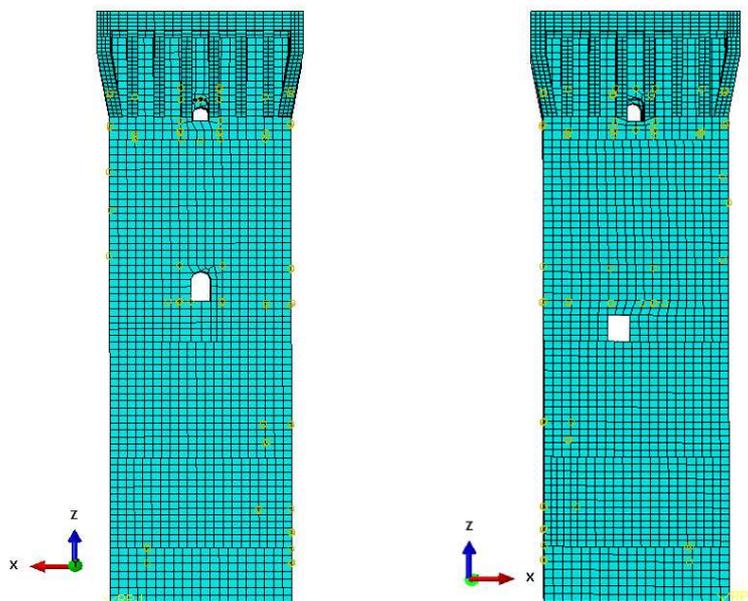


Figura 5.9 – Prospetto Nord-Sud. Mastio del castello

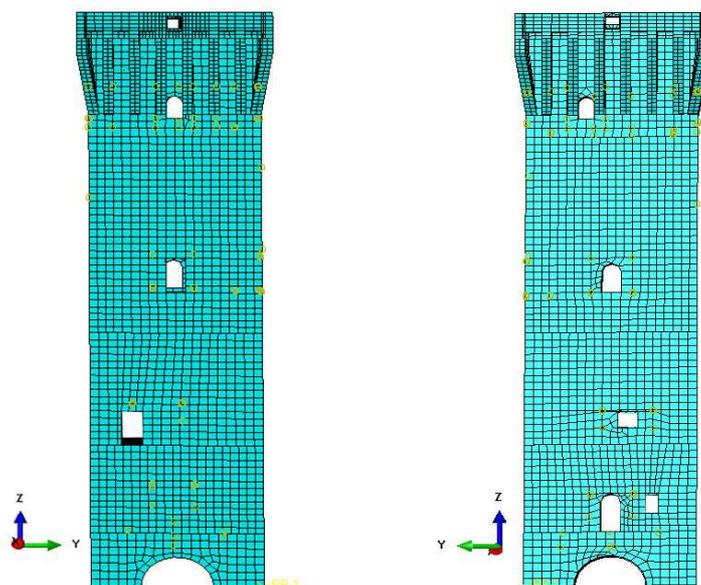


Figura 5.10 – Prospetto Est-Ovest. Mastio del castello

### 5.2.2 Analisi dei carichi

I carichi agenti sul mastio, come visto anche per la Torre dell’Orologio, riguardano il peso proprio degli elementi che lo compongono ed in particolare andranno considerati quegli elementi trascurati nel modello geometrico quali la copertura, la cella campanaria e il rispettivo telaio in legno di sostegno.

Si considera inizialmente il peso proprio degli elementi strutturali presenti nel modello composti dalla muratura e dal riempimento. Tale carico non è stato calcolato in quanto applicato direttamente al modello come carico gravitazionale, funzione del peso specifico assegnato ai materiali. Ciò che è stato verificato in laboratorio riguardo ai pesi specifici dei materiali per la torre dei modenesi è confermato anche per il mastio (vedi tabella 5.5).

L’analisi dei carichi distribuiti da assegnare per tener conto delle parti non presenti nel modello risulta più difficoltosa a causa della limitata conoscenza dell’edificio soprattutto riguardo la copertura, la cella campanaria ed il telaio in legno.

Viste tali difficoltà vengono assunti valori indicativi per tali sollecitazioni pari a  $100\,000\text{ N/m}^2$  applicata ai quattro angoli della parte superiore della torre e  $350\,000\text{ N/m}^2$  agente nella parte centrale.

Il carico assegnato agli angoli rappresenta il peso della copertura e della struttura in legno che la sorreggeva e che aveva il compito di scaricarlo in tali punti che vengono modellati come quattro aree identiche ciascuna pari a  $2030\text{ cm}^2$ .

Il carico agente nell'area centrale pari a  $5544 \text{ cm}^2$ , tiene in considerazione della presenza della cella campanaria.

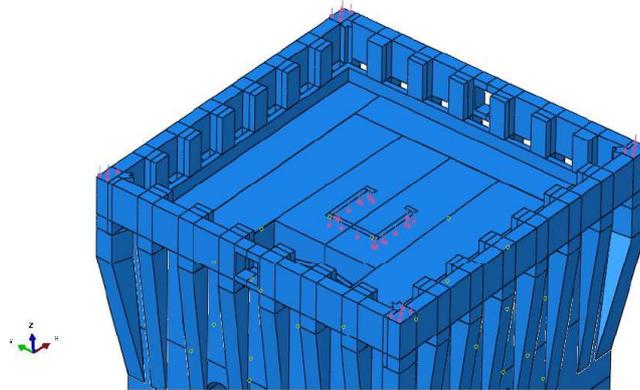


Figura 5.11 - Carichi applicati in sommità della torre

# 6

## ANALISI DINAMICA LINEARE

L'analisi dinamica lineare consiste nella determinazione dei modi di vibrare della generica struttura attraverso un'analisi modale e del calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di progetto, per ciascuno dei modi individuati. Infine è necessario opportunamente combinare tali effetti al fine di rappresentare in maniera opportuna la sollecitazione sismica di riferimento per il sito e la struttura in esame, così come indicato dalle Norme Tecniche delle Costruzioni del 2008. Nel presente capitolo saranno indagate la Torre dell'Orologio e il mastio del Castello delle Rocche nell'ipotesi della muratura originaria e consolidata, secondo quanto visto nel capitolo 4. Verrà fatto un opportuno confronto tra i diversi casi da cui si deducono importanti considerazioni per le successive analisi.

### 6.1 Analisi modale

A seguito delle analisi svolte, si riportano le deformate dei primi modi principali di vibrare della Torre dei Modenesi e del mastio del Castello delle Rocche e una tabella che raccolga i valori dei relativi periodi propri e frequenze oltre alla massa partecipante affine a ciascun modo, in termini di percentuale sul totale.

Tale analisi è anche utile al fine dei successivi studi riportati nei capitoli successivi: in particolare all'analisi statica equivalente secondo i Beni Culturali e l'analisi statica non lineare (*pushover*).

### 6.1.1 Torre dell’Orologio

Si espongono le tabelle che riportano i risultati dell’analisi modale svolta per la Torre dell’Orologio. In particolare evidenziano le frequenze ed i periodi fondamentali dei primi dieci modi critici accanto alla rispettiva percentuale di massa partecipante rispetto a quella totale (calcolata su tutti i venti modi calcolati dal programma).

I risultati si riferiscono ai tre casi oggetto di studio: la tabella 6.1 riporta i valori riferiti alla struttura originaria, la 6.2 alla stessa nell’ipotesi di intervento scuci e cucì descritto al capitolo §4.3 e infine la 6.3 espone i risultati nell’ipotesi dell’intervento attraverso iniezioni e stilatura delineato al paragrafo §4.4.

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			X [%]	Y [%]	Z [%]
1	2,30	0,435	44,3%	17,6%	0,0%
2	2,34	0,428	17,6%	45,6%	0,0%
3	5,75	0,174	0,0%	0,1%	0,0%
4	8,75	0,114	0,6%	19,8%	0,0%
5	9,20	0,109	20,9%	0,8%	0,3%
6	10,63	0,094	0,1%	0,0%	78,7%
7	13,92	0,072	0,0%	0,0%	0,0%
8	17,15	0,058	0,1%	0,1%	0,0%
9	18,11	0,055	0,1%	4,6%	0,0%
10	18,88	0,053	4,4%	0,1%	0,0%
<b>Totale<sup>3</sup></b>			<b>91,0%</b>	<b>91,0%</b>	<b>79,3%</b>

Tabella 6.1 – Modi critici per la muratura storica

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			X [%]	Y [%]	Z [%]
1	2,23	0,45	43,01%	17,07%	0,00%
2	2,26	0,44	17,16%	44,28%	0,00%
3	5,55	0,18	0,01%	0,14%	0,00%
4	8,45	0,12	0,55%	19,25%	0,03%
5	8,89	0,11	20,28%	0,81%	0,31%
6	10,27	0,10	0,11%	0,02%	76,46%
7	13,35	0,07	0,00%	0,04%	0,01%
8	16,54	0,06	0,12%	0,15%	0,00%
9	17,48	0,06	0,07%	4,51%	0,00%
10	18,22	0,05	4,29%	0,13%	0,01%
<b>Totale</b>			<b>88,29%</b>	<b>88,40%</b>	<b>77,02%</b>

Tabella 6.2 – Modi critici per la muratura con scuci e cucì

<sup>3</sup> La percentuale totale è riferita ai 20 modi critici calcolati dal programma

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			X [%]	Y [%]	Z [%]
1	3,96	0,252	43,9%	18,1%	0,0%
2	4,02	0,249	18,2%	45,2%	0,0%
3	9,93	0,101	0,0%	0,1%	0,0%
4	15,03	0,067	0,6%	19,7%	0,0%
5	15,81	0,063	20,8%	0,8%	0,3%
6	18,35	0,055	0,1%	0,0%	78,6%
7	22,90	0,044	0,0%	0,0%	0,0%
8	29,50	0,034	0,2%	0,3%	0,0%
9	30,67	0,033	0,1%	4,3%	0,0%
10	32,06	0,031	4,2%	0,1%	0,0%
<b>Totale</b>			<b>90,8%</b>	<b>90,9%</b>	<b>79,6%</b>

Tabella 6.3 – Modi critici per la muratura con iniezioni e stilatura

Dalle tabelle si nota che la massa partecipante che si sviluppa nei primi modi raggiunge quasi il 100% di quella totale. La normativa impone di considerare i modi sviluppati almeno il 5% della massa partecipante e comunque un totale non inferiore all'85%. Tale condizione è rispettata già nei primi 10 modi con una massa partecipante totale pari a 86% nelle direzioni X e Y e 76% in Z. Si noti che la massa partecipante in direzione Z viene mobilitata interamente al sesto modo di vibrare. Le immagini seguenti sono relative alle forme modali dei primi sei modi critici della struttura. Esse risultano analoghe nei tre casi considerati.

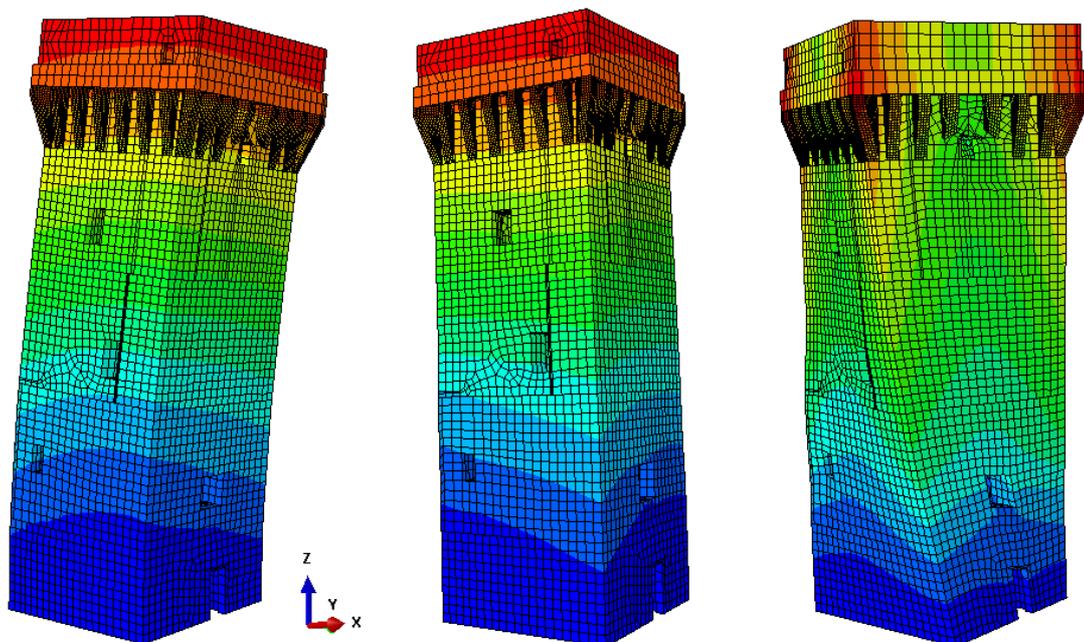


Figura 6.1 – Deformate relative ai modi 1-2-3

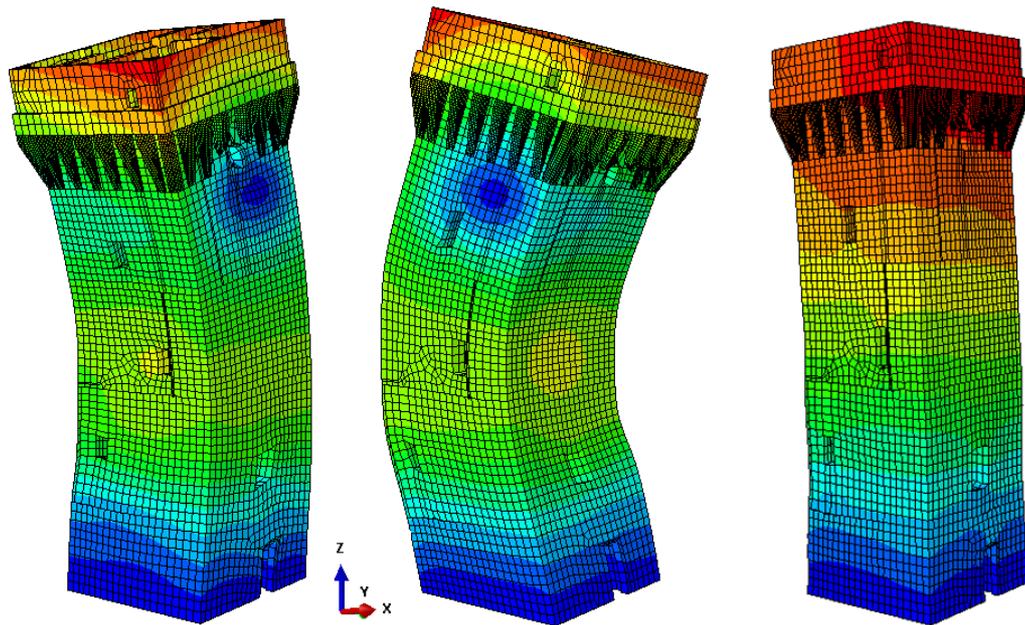


Figura 6.2 - Deformate relative ai modi 1-2-3

### 6.1.2 Mastio del Castello delle Rocche

Analogamente a quanto esposto per la Torre dell’Orologio si riportano dapprima le tabelle che evidenziano i risultati delle analisi modali in termini di frequenza, periodo e massa partecipante di ciascun modo critico per i tre casi già descritti, e infine le forme modali relative ai primi sei modi critici di vibrare.

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			X [%]	Y [%]	Z [%]
1	1,29	0,710	54,1%	7,2%	0,0%
2	1,33	0,686	7,2%	54,3%	0,0%
3	4,15	0,220	0,0%	0,2%	0,0%
4	5,62	0,163	0,1%	24,2%	0,0%
5	6,03	0,152	22,4%	0,1%	0,0%
6	7,29	0,125	0,0%	0,0%	79,5%
7	11,31	0,081	0,1%	5,2%	0,0%
8	12,05	0,076	0,3%	0,2%	0,0%
9	12,21	0,075	5,5%	0,1%	0,0%
10	13,98	0,067	0,0%	0,2%	0,0%
<b>Totale</b>			<b>90,8%</b>	<b>95,4%</b>	<b>79,6%</b>

Tabella 6.4 - Modi critici per la muratura storica

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			X [%]	Y [%]	Z [%]
1	1,241	0,806	52,65%	6,82%	0,0%
2	1,285	0,778	6,84%	52,78%	0,0%
3	3,987	0,251	0,00%	0,14%	0,0%
4	5,415	0,185	0,13%	23,45%	0,0%
5	5,812	0,172	21,68%	0,13%	0,0%
6	7,031	0,142	0,00%	0,00%	77,25%
7	10,901	0,092	0,06%	5,05%	0,0%
8	11,581	0,086	0,19%	0,25%	0,0%
9	11,756	0,085	5,42%	0,12%	0,0%
10	13,442	0,074	0,01%	0,14%	0,0%
<b>Totale</b>			<b>87,9%</b>	<b>92,6%</b>	<b>77,3%</b>

Tabella 6.5 - Modi critici per la muratura con scuci e cucii

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			X [%]	Y [%]	Z [%]
1	2,22	0,412	53,4%	8,0%	0,0%
2	2,29	0,399	8,0%	53,6%	0,0%
3	7,15	0,128	0,0%	0,2%	0,0%
4	9,59	0,095	0,1%	24,1%	0,0%
5	10,33	0,089	22,4%	0,1%	0,0%
6	12,55	0,073	0,0%	0,0%	79,4%
7	18,97	0,049	0,0%	4,3%	0,0%
8	20,36	0,046	0,2%	0,7%	0,0%
9	20,67	0,044	4,6%	0,0%	0,0%
10	20,95	0,044	0,9%	0,3%	0,0%
<b>Totale</b>			<b>91,1%</b>	<b>95,1%</b>	<b>80,0%</b>

Tabella 6.6 - Modi critici per la muratura con iniezioni e stilatura

Anche per il mastio del Castello delle Rocche si ottiene, per i primi 20 modi di vibrare, quasi il totale della massa della struttura (superiore all'85% richiesto dalla normativa). Si noti, anche nel presente caso, che i primi 9 modi sono sufficienti per proseguire il calcolo delle sollecitazioni sismiche per mezzo di analisi spettrale. Si noti inoltre che in direzione z la massa partecipante è completamente sviluppata dal solo sesto modo di vibrare.

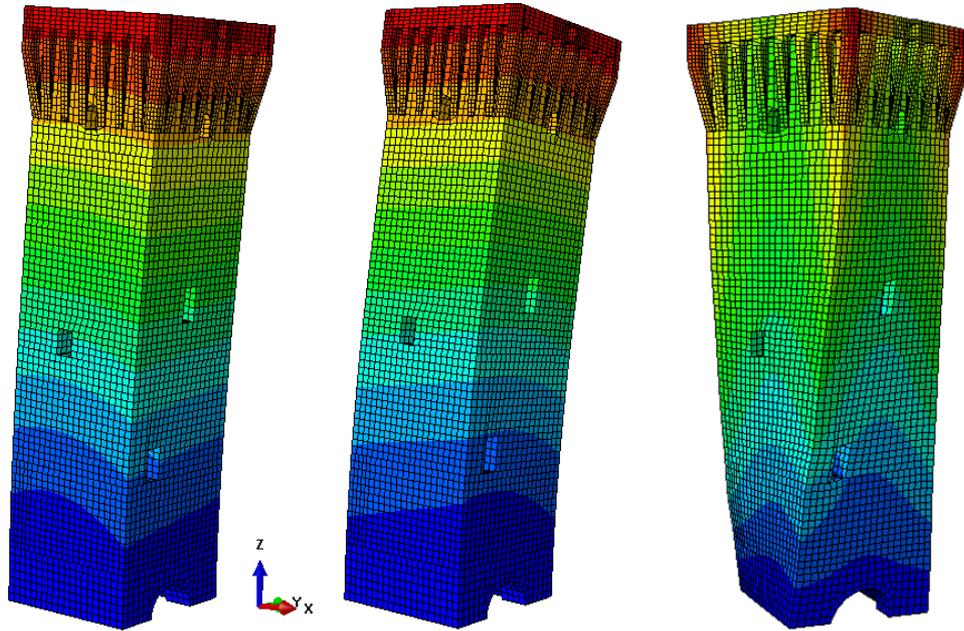


Figura 6.3 - Deformate relative ai modi 1-2-3

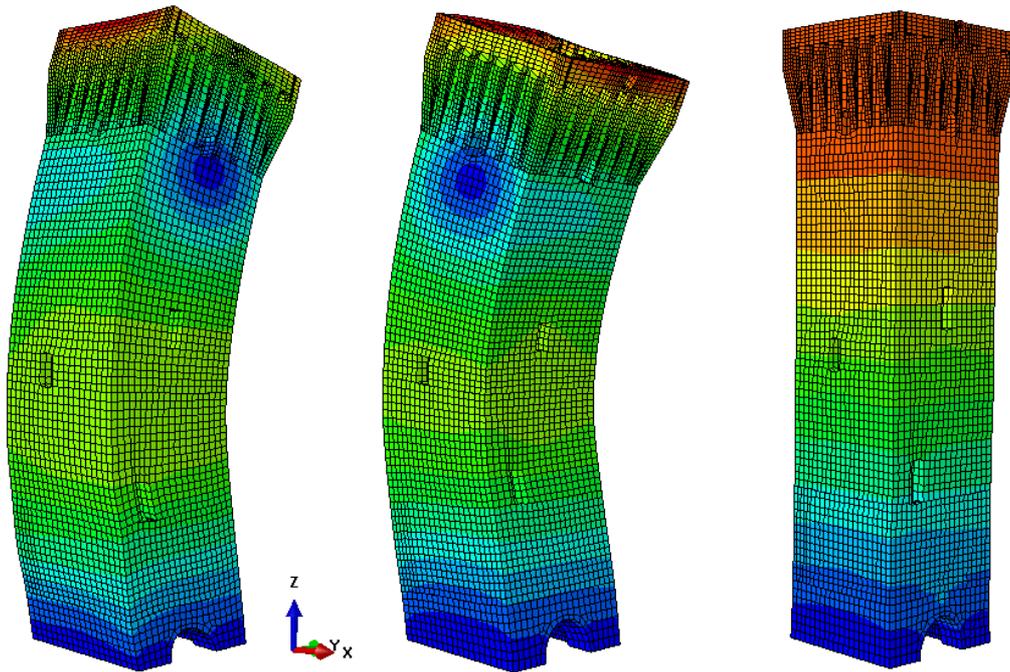


Figura 6.4 - Deformate relative ai modi 4-5-6

### 6.1.3 Confronto

Una volta calcolato il comportamento dei singoli modi di vibrare delle strutture si passa ad un confronto tra i periodi propri di ciascun modo per le diverse tipologie di materiale ipotizzato. Nella tabelle 6.7 e 6.8 sono messi a confronto i risultati trovati per la muratura originaria costituente le strutture, lo stesso materiale nell’ipotesi di interventi di consolidamento con iniezioni e stilatura descritti nel capitolo §4.4 e la muratura migliorata con scuci e cucì introdotta nel capitolo §4.3.

<b>Modo</b>	<b>Muratura vecchia [s]</b>	<b>Muratura iniettata [s]</b>	<b>Muratura con scuci e cucì [s]</b>
1	0,435	0,252	0,449
2	0,428	0,249	0,442
3	0,174	0,101	0,180
4	0,114	0,067	0,118
5	0,109	0,063	0,113
6	0,094	0,055	0,097

Tabella 6.7 - Confronto periodi propri, Torre dell’Orologio

<b>Modo</b>	<b>Muratura vecchia [s]</b>	<b>Muratura iniettata [s]</b>	<b>Muratura con scuci e cucì[s]</b>
1	0,710	0,412	0,806
2	0,686	0,399	0,778
3	0,220	0,128	0,251
4	0,163	0,095	0,185
5	0,152	0,089	0,172
6	0,125	0,073	0,142

Tabella 6.8 - Confronto periodi propri, Mastio del Castello

Si nota che, come previsto, l’aumento di rigidità che la struttura subisce a causa dell’intervento tramite iniezioni e stilatura comporta lo sviluppo di periodi associati al singolo modo critico inferiori rispetto alla situazione precedente all’intervento. Da ciò si deduce che le azioni sismiche applicate alle strutture consolidate tramite iniezioni saranno più penalizzanti. Si constata immediatamente che il rischio legato a tale intervento è che la struttura non riesca a sopportare le azioni sismiche che la interessano sebbene il materiale offra delle caratteristiche decisamente superiori.

Il materiale migliorato attraverso l’intervento scuci e cucì, invece, oltre a evidenziare un netto miglioramento delle caratteristiche meccaniche si comporta analogamente a quello originario: non emergono infatti grandi differenze dal confronto dei periodi propri.

## 6.2 Analisi con spettro di risposta

Tale analisi elastica deriva dalla combinazione dei modi principali di vibrare che il programma svolge in automatico secondo il metodo CQC (*Complete Quadratic Combination*). Essendo una procedura automatica vengono considerati tutti e 20 i modi calcolati dal *software* senza la necessità di considerare solamente quelli che arrivano a sviluppare complessivamente una massa partecipante pari all'85% del totale, o singolarmente superiori al 5%, così come indicato in Normativa.

La combinazione di carico adoperata, anch'essa svolta in automatico dal programma, è la cosiddetta regola del 30%, presente in normativa e derivante dall'analisi statistica di fenomeni aleatori non indipendenti. In virtù di tale procedura, gli effetti complessivi sono dati dalla combinazione delle due azioni orizzontali considerate separatamente sommando i massimi in una direzione col 30% dei massimi nella direzione ortogonale.

Per quanto riguarda le sollecitazioni, vengono considerati gli spettri di risposta della Normativa definiti da una classe d'uso II e terreno di tipo D per tempi di ritorno pari a 475 e 949 anni. Dal grafico 6.1 si può notare come quest'ultimo caso sia simile allo spettro verificatosi il 20 maggio 2012 (Petti et al.[24]).

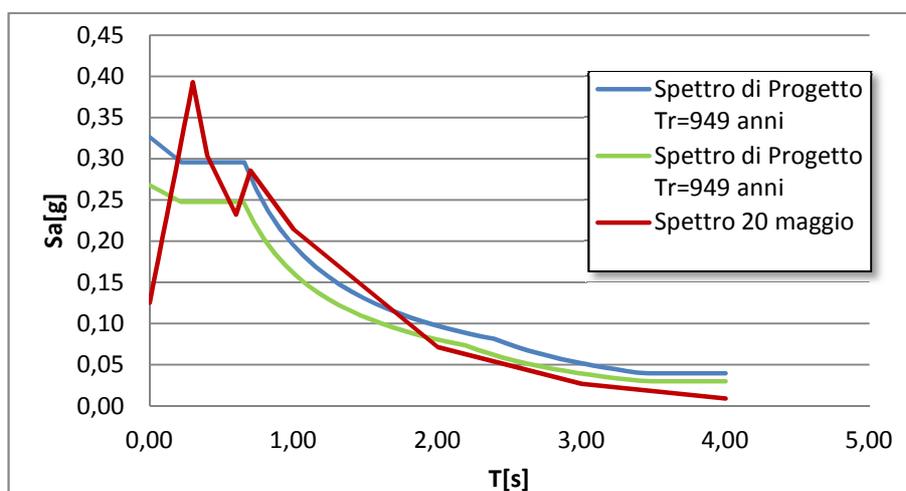


Grafico 6.1 – Spettri di progetto per l'analisi dinamica

Torre dell'Orologio				
		Vecchio	Scuci e cuci	Iniezioni
Reale	X [kN]	1829	1920	2248
	Y [kN]	1980	2081	2391
NTC	X [kN]	1898	1992	2332
	Y [kN]	2060	2164	2487

Tabella 6.9 – Reazioni di taglio alla base

<b>Mastio del Castello delle Rocche</b>				
		Vecchio	Scuci e cuci	Iniezioni
Reale	X [kN]	3627	3798	3737
	Y [kN]	4322	4516	4450
NTC	X [kN]	3538	3725	4051
	Y [kN]	4179	4430	4731

Tabella 6.10 – Reazioni di taglio alla base

Come previsto, l'analisi dinamica con spettro di risposta, applicata ai diversi materiali, mostra come l'incremento di rigidità comporti sollecitazioni maggiori alla base delle strutture.

La differenza tra le reazioni nei casi di materiale vecchio e consolidato tramite scuci e cuci, definite dalla medesima rigidità, è dovuta al maggior peso proprio di quest'ultimo caso che incrementa le forze d'inerzia sul volume delle torri. Infine, le differenze tra i due spettri considerati sono figlie della forma che questi presentano.

Tale operazione è utile al fine di avere indicazioni riguardo alle sollecitazioni agenti in ciascun caso e verificare il corretto funzionamento di analisi più realistiche, ma allo stesso tempo più complesse, quali le non lineari svolte in seguito.



## ANALISI STATICA EQUIVALENTE

La sicurezza di un edificio storico nei confronti di un evento sismico può essere definita attraverso degli indici descritti dalle Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del Patrimonio culturale (2011) allegato alle Norme Tecniche delle Costruzioni (2008) e alla rispettiva Circolare (2009).

La valutazione della sicurezza è fatta riferendosi all'Indice di Sicurezza  $I_S$  ed il Fattore di Accelerazione  $F_A$ . Il primo rappresenta il rapporto tra il periodo di ritorno dell'azione sismica che porta al generico stato limite e il corrispondente tempo di riferimento, mentre il secondo considera le accelerazioni del suolo. Tali indici saranno funzione della vita nominale  $V_N$  della struttura, introdotta nelle NTC.

Il metodi proposti dalle Linee Guida si rifanno alla categoria dell'edificio oggetto di studio e propongono formule semplificate per valutarne il rischio a cui è soggetto. Si fa riferimento a quanto riportato nel paragrafo §5.4.4 dove si fa riferimento a “*Torri, campanili ed altre strutture a prevalente sviluppo verticale*”.

### 7.1 Modello meccanico semplificato

L'indice di sicurezza ed il fattore di accelerazione sono calcolati a partire da un modello meccanico semplificato proprio per la tipologia di edificio considerato descritto dalle Linee Guida. Tale modello ipotizza un meccanismo di collasso pressoflessionale dove la torre è modellata come una mensola incastrata alla base sollecitata da una famiglia di forze orizzontali funzione dello spettro di risposta considerato ed al peso proprio.

Lo stato tensionale sviluppato manderà in crisi una generica sezione per schiacciamento della zona compressa legata alla parzializzazione sotto l'ipotesi di resistenza nulla a trazione e di una opportuna distribuzione non lineare delle compressioni.

La verifica prevede il confronto tra il momento sollecitante, figlio della distribuzione di forze appena descritta, ed il momento resistente; verrà riportata per tutta l'altezza delle torri nelle direzioni principali d'inerzia, in quanto non è possibile identificare a priori la sezione più critica, essendo presenti rastremazioni nello spessore della muratura ed indebolimenti per la presenza di aperture.

Il momento sollecitante ultimo è definito come:

$$M_{S,i} = F_{hi} \cdot z_{Fi}$$

Dove  $z_{Fi}$  rappresenta la quota a cui applicare la risultante delle forze  $F_{hi}$  agenti nella sezione i-esima. Tali valori sono calcolati come:

$$z_{Fi} = \frac{\sum_{k=i}^n z_k^2 \cdot W_k}{\sum_{k=i}^n z_k \cdot W_k} - z_i^*$$

$$F_{hi} = \frac{\sum_{k=i}^n z_k \cdot W_k}{\sum_{k=1}^n z_k \cdot W_k} \cdot F_h$$

Dove:

- $z_k$  è la quota del baricentro della massa del k-esimo settore rispetto alla base, avente peso  $W_k$ ;
- $z_i^*$  è la quota della i-esima sezione di verifica rispetto alla base;
- $F_h = 0,85 S_e(T_1) \frac{W}{qg}$  con q fattore di struttura,  $S_e(T_1)$  ordinata dello spettro di risposta elastico funzione del primo periodo proprio della struttura secondo la direzione considerata,  $W = \sum W_i$  peso complessivo della struttura e g accelerazione di gravità;
- n è il numero dei settori in cui è suddivisa la struttura in esame.

La forza da applicare in corrispondenza del baricentro di ciascun concio è dunque:

$$F_i = \frac{W_i \cdot z_i}{\sum_{k=1}^n z_k \cdot W_k} \cdot F_h$$

Il momento resistente è invece calcolato come:

$$M_{R,i} = \frac{\sigma_{oi} \cdot A_i}{2} \cdot \left( b_i - \frac{\sigma_{oi} \cdot A_i}{0,85 \cdot \alpha_i \cdot f_d} \right) \quad (7.1)$$

Dove:

- $a_i$  è il lato perpendicolare alla direzione dell'azione sismica considerata della sezione  $i$ -esima di analisi, depurato dalle eventuali aperture;
- $b_i$  è il lato parallelo alla direzione dell'azione sismica considerata della sezione di analisi;
- $A_i$  è l'area totale della sezione di analisi depurata dalle aperture presenti;
- $\sigma_{0i}$  è la tensione normale media nella sezione di analisi;
- $f_d = \frac{f_m}{F_C}$  è la resistenza a compressione di calcolo della muratura; con  $f_m$  resistenza a compressione media e  $F_C$  fattore di confidenza.

### 7.1.1 Indici di sicurezza sismica

Come precedentemente indicato, la valutazione della sicurezza sismica può essere valutata attraverso degli indici che confrontano il raggiungimento dello stato limite con i valori effettivamente pervenuti. Questi parametri sono l'indice di sicurezza e il fattore di accelerazione che dipendono dallo stato limite considerato e dal periodo di riferimento.

Vengono considerati due diversi valori per la vita nominale  $V_N$  pari a 50 e 100 anni con una classe d'uso II ( $C_U = 1$ ), che, associate alla probabilità di superamento  $P_{VR}$  in relazione allo stato limite considerato (SLV) pari al 10%, permettono di valutare il periodo di ritorno di dell'azione sismica  $T_{R,SLV}$ :

$$T_{R,SLV} = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_{VR})} = \begin{cases} 475 \text{ anni} & \text{per } V_N = 50 \text{ anni} \\ 949 \text{ anni} & \text{per } V_N = 100 \text{ anni} \end{cases}$$

Tale periodo di riferimento viene confrontato con il valore corrispondente a quello effettivamente raggiunto dallo stato limite al fine di quantificare il livello di sicurezza attuale o quello raggiungibile con un determinato intervento di miglioramento sismico.

Si definisce dunque l'indice di sicurezza sismico come:

$$I_{S,SLV} = \frac{T_{SLV}}{T_{R,SLV}}$$

Un valore di  $I_{S,SLV}$  maggiore o uguale ad uno significa che il manufatto è in condizioni di sicurezza rispetto ai valori assunti come riferimento per la vita nominale e per quel particolare uso.

Il periodo di ritorno dell'azione sismica  $T_{SLV}$  è calcolato a partire dal valore dell'ordinata dello spettro di risposta corrispondente al raggiungimento dello stato limite SLV nella sezione  $i$ -esima attraverso la seguente formula:

$$S_{e,SLV,i}(T_1) = \frac{qgM_{R,i} \sum_{k=1}^n z_k W_k}{0,85W \cdot (\sum_{k=i}^n z_k^2 W_k - z_i^* \sum_{k=i}^n z_k W_k) \cdot F_C}$$

Segue poi un procedimento iterativo che utilizza i dati disponibili in appendice delle NTC relativi ai 9 tempi di ritorno ivi riportati.

Al tempo di ritorno  $T_{SLV}$  così valutato sono associati i corrispondenti valori di  $a_g$ ,  $F_0$  e  $T_C^*$ , attraverso i quali sono definiti tutti i parametri dello spettro.

Analogamente all'indice di sicurezza, è possibile definire il fattore di accelerazione, definito dal rapporto tra l'accelerazione al suolo che porta al raggiungimento dello SLV e quella corrispondente al periodo di ritorno di riferimento:

$$f_{a,SLV} = \frac{a_{SLV}}{a_{g,SLV}}$$

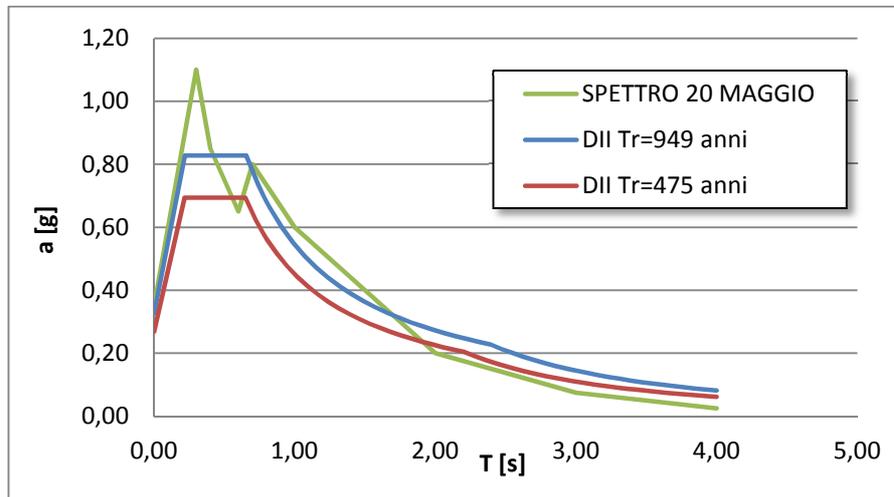


Grafico 7.1 – Spettri elastici a confronto

Tale fattore è di tipo meccanico permette di determinare qualitativamente la capacità strutturale della struttura. anche in questo caso il valore unitario rappresenta il limite per verificare l' idoneità della struttura. le formule seguenti permettono di calcolare tale l'accelerazione  $a_{SLV}$ .

$$a_{SLV} = \begin{cases} \frac{S_{e,SLV}(T_1)}{S \cdot F_0} & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ \frac{S_{e,SLV}(T_1)}{S \cdot F_0} \cdot \frac{T_1}{T_C} & \text{per } T_C \leq T < T_D \end{cases}$$

## 7.2 Momenti resistenti e sollecitanti

Si procede al calcolo e alla verifica secondo il metodo appena descritto per entrambe le strutture caratterizzate entrambe dal materiale consolidato per mezzo di scuci e cucii definito al capitolo §4.3. In questo caso, per ottenere il valore della resistenza a compressione si fa uso del fattore di confidenza  $F_C$ . Tale termine è definito in allegato alla Circolare secondo tre diversi livelli di conoscenza acquisiti per il manufatto. In particolare si ha:

- il livello di conoscenza LC3 si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ estese ed esaustive sui dettagli costruttivi, indagini in situ esaustive sulle proprietà dei materiali; il corrispondente fattore di confidenza è  $FC=1$ ;
- il livello di conoscenza LC2 si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ estese ed esaustive sui dettagli costruttivi ed indagini in situ estese sulle proprietà dei materiali; il corrispondente fattore di confidenza è  $FC=1,2$ ;
- il livello di conoscenza LC1 si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ limitate sui dettagli costruttivi ed indagini in situ limitate sulle proprietà dei materiali; il corrispondente fattore di confidenza è  $FC=1,35$ .

Nell'ipotesi che le strutture siano caratterizzate dal materiale performante testato in laboratorio, si stima un LC3 per il quale la circolare definisce i seguenti parametri meccanici (nel caso di più di tre provini testati):

- Resistenze: media dei risultati delle prove;
- Moduli elastici: media delle prove.

Infine, il fattore di struttura  $q$  è stato assunto pari a 2,8 a causa dei cambiamenti di rigidità lungo l'altezza, figli della variazione degli spessori dei muri.

### 7.2.1 Torre dell'Orologio

La tabella 7.1 riporta i risultati ottenuti per il momento resistente calcolato a partire dalle formule descritte nei paragrafi precedenti.

La quota  $z$  rappresenta la distanza della generica sezione dal vincolo di incastro alla base, coincidente con il piano campagna. I termini  $a_i$  e  $b_i$  rappresentano i lati resistenti nelle direzioni rispettive  $x$  e  $y$ ; tali valori vengono scambiati nella formula 7.1 per il momento resistente in direzione  $y$ .

Sezione	z [cm]	A [cm <sup>2</sup> ]	a <sub>i</sub> [cm]	b <sub>i</sub> [cm]	W <sub>i</sub> [kN]	σ <sub>0i</sub> [MPa]	F <sub>d</sub> [MPa]	M <sub>R,x</sub> [kNm]	M <sub>R,y</sub> [kNm]
0	0	300169	557	700	10326	0,344	6,20	<b>34326</b>	<b>27313</b>
A	84	300169	557	700	9480	0,316	6,20	<b>31650</b>	<b>25185</b>
B	258	300169	700	700	7527	0,251	6,20	<b>25579</b>	<b>25579</b>
C	489	244611	700	615	7177	0,293	6,20	<b>21371</b>	<b>24325</b>
D	751	238211	700	700	6018	0,253	6,20	<b>20575</b>	<b>20575</b>
E	997	248319	700	700	4797	0,193	6,20	<b>16480</b>	<b>16480</b>
F	1243	248319	700	700	3836	0,155	6,20	<b>13230</b>	<b>13230</b>
G	1521	229698	700	550	2306	0,100	6,20	<b>6270</b>	<b>7981</b>
H	1877	229698	700	700	780	0,034	6,20	<b>2724</b>	<b>2724</b>
I	2106	151523	816	816	258	0,017	6,20	<b>1052</b>	<b>1052</b>

Tabella 7.1 – Momento resistente nelle direzioni principali

Sezione	z <sub>k</sub> [cm]	W <sub>k</sub> [kN]	z <sub>fi</sub> [cm]	<i>T<sub>R</sub></i> = 475 anni		<i>T<sub>R</sub></i> = 949 anni	
				F <sub>hi</sub> [kN]	M <sub>si</sub> [kNm]	F <sub>hi</sub> [kN]	M <sub>si</sub> [kNm]
0	0	0	1422	2119	<b>30142</b>	2531	<b>35991</b>
A	84	862	1337	2119	<b>28348</b>	2531	<b>33849</b>
B	258	1128	1172	2105	<b>24684</b>	2513	<b>29473</b>
C	489	1219	974	2047	<b>19960</b>	2444	<b>23833</b>
D	751	1180	772	1929	<b>14897</b>	2304	<b>17787</b>
E	997	1244	603	1754	<b>10580</b>	2094	<b>12632</b>
F	1243	979	455	1508	<b>6873</b>	1801	<b>8206</b>
G	1521	1560	264	1267	<b>3355</b>	1513	<b>4007</b>
H	1877	1555	63	798	<b>507</b>	953	<b>605</b>
I	2106	532	0	221	<b>0</b>	264	<b>0</b>

Tabella 7.2 – Momenti sollecitanti

Come si può notare dalle tabelle e dal grafico che la verifica è soddisfatta per il tempo di ritorno pari a 475 anni e nella sola direzione x. Nella direzione y è sono presenti infatti delle aperture che penalizzano notevolmente il comportamento della struttura riducendo il momento resistente. Imponendo invece una sollecitazione superiore definita dal sisma avente tempo di ritorno pari a 949 anni le verifiche in entrambe le direzioni non sono soddisfatte.

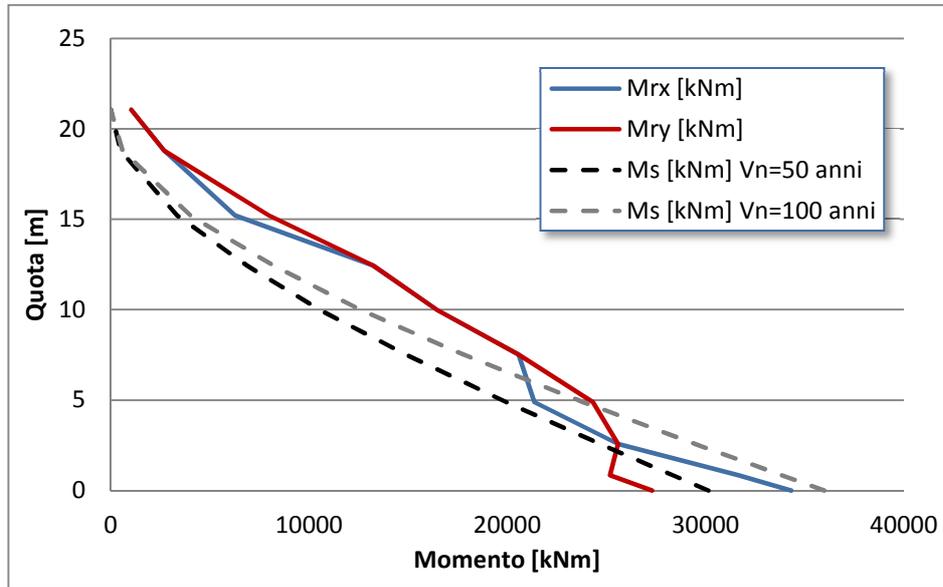


Grafico 7.2 – Confronto momenti sollecitanti e resistenti

### 7.2.2 Mastio del Castello delle Rocche

Si riportano nelle seguenti tabelle 7.3 e 7.4 i momenti resistenti e sollecitanti per entrambi i tempi di ritorno considerati. Le valutazioni fatte per quanto riguarda la Torre dei Modenesi sono valide anche per il mastio del Castello delle Rocche.

Sezione	z [cm]	A [cm <sup>2</sup> ]	a <sub>i</sub> [cm]	b <sub>i</sub> [cm]	W <sub>i</sub> [kN]	σ <sub>0i</sub> [MPa]	f <sub>d</sub> [MPa]	M <sub>Rx</sub> [kNm]	M <sub>Ry</sub> [kNm]
0	0	304342	801	452	19962	0,656	5,586	<b>70664</b>	<b>39875</b>
A	170	304342	801	452	17693	0,581	5,586	<b>63568</b>	<b>35871</b>
B	419	360832	801	692	16212	0,449	5,586	<b>60932</b>	<b>52640</b>
C	670	349340	801	591	14217	0,407	5,586	<b>53337</b>	<b>39354</b>
D	969	331800	801	782	12162	0,367	5,586	<b>46719</b>	<b>45611</b>
E	1287	306676	801	651	10210	0,333	5,586	<b>39208</b>	<b>31866</b>
F	1555	301043	801	782	8627	0,287	5,586	<b>33551</b>	<b>32756</b>
G	1942	259803	708	692	6507	0,250	5,586	<b>22392</b>	<b>21886</b>
H	2335	301043	801	782	4242	0,141	5,586	<b>16749</b>	<b>16352</b>
I	2609	300500	801	782	2888	0,096	5,586	<b>11455</b>	<b>11183</b>
J	2898	267500	725	707	619	0,023	5,586	<b>2239</b>	<b>2183</b>
K	3088	163872	908	825	275	0,017	5,586	<b>1249</b>	<b>1134</b>

Tabella 7.3 - Momento resistente nelle direzioni principali

Sezione	$z_k$ [cm]	$W_k$ [kN]	$z_{fi}$ [cm]	$T_R = 475 \text{ anni}$				$T_R = 949 \text{ anni}$			
				$F_{hi_x}$ [kN]	$F_{hi_y}$ [kN]	$M_{si_x}$ [kNm]	$M_{si_y}$ [kNm]	$F_{hi_x}$ [kN]	$F_{hi_y}$ [kN]	$M_{si_x}$ [kNm]	$M_{si_y}$ [kNm]
0	0	0	2078	3361	3461	<b>69875</b>	<b>71940</b>	4182	4062	<b>86933</b>	<b>84437</b>
A	170	2268	1908	3361	3461	<b>64156</b>	<b>66053</b>	4182	4062	<b>79819</b>	<b>77527</b>
B	419	1480	1683	3318	3416	<b>55871</b>	<b>57522</b>	4128	4009	<b>69510</b>	<b>67514</b>
C	670	1995	1469	3248	3344	<b>47724</b>	<b>49134</b>	4041	3925	<b>59374</b>	<b>57669</b>
D	969	2054	1242	3097	3189	<b>38479</b>	<b>39617</b>	3854	3743	<b>47873</b>	<b>46499</b>
E	1287	1951	1020	2874	2958	<b>29320</b>	<b>30187</b>	3575	3472	<b>36478</b>	<b>35430</b>
F	1555	1583	863	2591	2667	<b>22375</b>	<b>23037</b>	3224	3131	<b>27837</b>	<b>27038</b>
G	1942	2120	580	2314	2382	<b>13430</b>	<b>13827</b>	2879	2796	<b>16709</b>	<b>16229</b>
H	2335	2264	332	1851	1905	<b>6158</b>	<b>6340</b>	2303	2237	<b>7662</b>	<b>7442</b>
I	2609	1354	215	1256	1293	<b>2704</b>	<b>2784</b>	1563	1518	<b>3364</b>	<b>3268</b>
J	2898	2269	26	859	884	<b>227</b>	<b>234</b>	1068	1038	<b>283</b>	<b>275</b>
K	3088	3439	0	119	122	<b>0</b>	<b>0</b>	148	144	<b>0</b>	<b>0</b>

Tabella 7.4 – Momenti Sollecitanti

La situazione appare visibilmente più critica per il mastio del Castello delle Rocche: la verifica non risulta soddisfatta già per quote significative (8 metri dal piano campagna circa) anche nel caso di un sisma avente tempo di ritorno pari a 475 anni. Si nota anche un grande differenza di resistenza nelle due direzioni principali a causa della presenza di diverse aperture e della forma asimmetrica del vincolo di base.

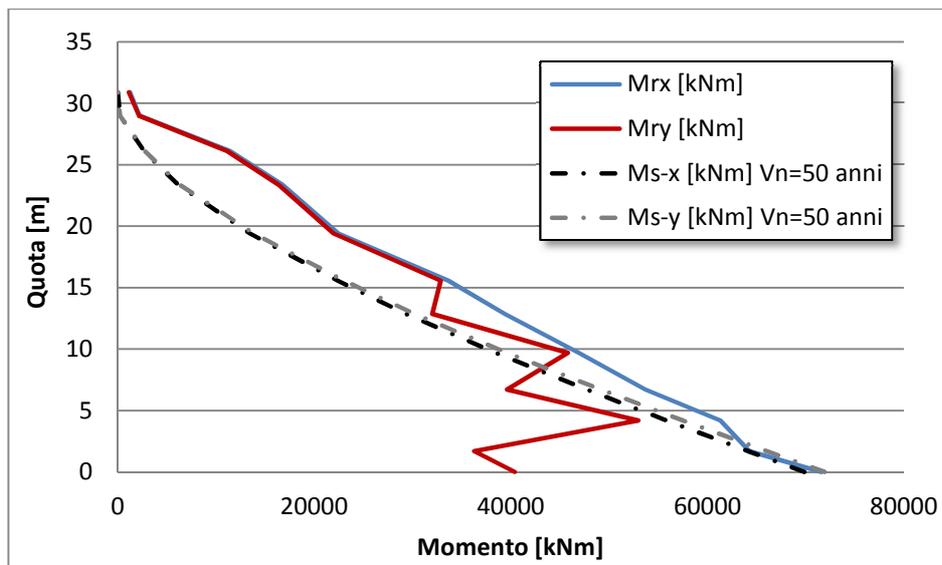


Grafico 7.3 – Confronto momenti sollecitanti e resistenti,  $T_r=475$  anni

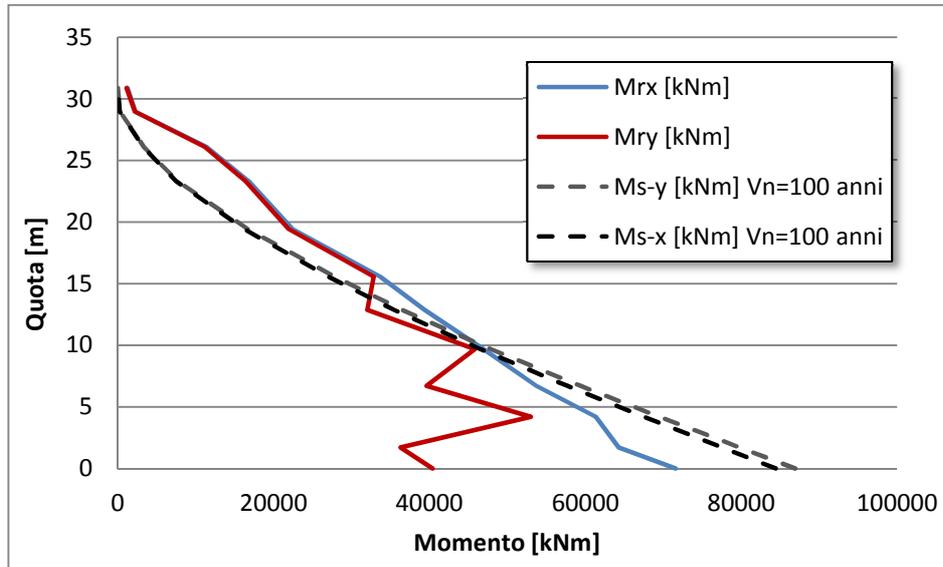


Grafico 7.4 - Confronto momenti sollecitanti e resistenti,  $T_R=949$  anni

### 7.3 Indice di sicurezza e fattore di accelerazione

Le verifiche sul livello di sicurezza sismica delle strutture in esame è basato sul valore di  $I_S$  (indice di sicurezza) e di  $F_a$  (fattore di accelerazione), opportunamente definiti nel paragrafo §7.1. I risultati ottenuti sono riportati nelle seguenti tabelle.

direzione x						direzione y					
$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$	$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$
0,707	505	475	<b>1,07</b>	0,152	<b>1,02</b>	0,563	312	475	<b>0,66</b>	0,121	<b>0,81</b>

Tabella 7.5 –  $I_S$  e  $F_a$  per la Torre dell’Orologio con  $T_R = 495$  anni

direzione x						direzione y					
$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$	$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$
0,707	505	949	<b>0,53</b>	0,166	<b>0,84</b>	0,563	312	949	<b>0,33</b>	0,132	<b>0,67</b>

Tabella 7.6 -  $I_S$  e  $F_a$  per la Torre dell’Orologio con  $T_R = 949$  anni

direzione x						direzione y					
$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$	$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$
0,558	307	475	<b>0,65</b>	0,148	<b>0,99</b>	0,315	92	475	<b>0,19</b>	0,081	<b>0,54</b>

Tabella 7.7 -  $I_S$  e  $F_a$  per il Mastio del Castello con  $T_R = 495$  anni

direzione x						direzione y					
$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$	$S_{e,slv}(T1)$ [g]	$T_{slv}$	$T_{R,Slv}$	$I_s$	$a_{slv}$ [g]	$F_a$
0,558	307	949	<b>0,32</b>	0,160	<b>0,81</b>	0,315	92	949	<b>0,10</b>	0,090	<b>0,45</b>

Tabella 7.8 -  $I_s$  e  $F_a$  per il Mastio del Castello con  $T_R = 949$  anni

In accordo con quanto mostrato dal confronto tra momenti sollecitanti e resistenti, l'indice di sicurezza ed il fattore di accelerazione risultano maggiori dell'unità solo per la Torre dell'Orologio nel caso di sollecitazione in direzione x, avendo ipotizzato una vita nominale per la struttura pari a 50 anni. Infatti, la presenza dell'apertura alla base lungo il lato y ne riduce la resistenza non portando al soddisfacimento della richiesta.

Gli indici riferiti al mastio del castello delle Rocche risultano più bassi sottolineando come esso si trovi in condizioni maggiormente critiche in termini di sicurezza.

## 7.4 Confronti e conclusioni

Quanto calcolato e mostrato in questo capitolo è stato ottenuto anche nel caso in cui le medesime strutture siano caratterizzate dal materiale originario con scarse caratteristiche meccaniche. Alla luce dei risultati ottenuti non si ritiene utile e necessaria la verifica del momento resistente della struttura a seguito del consolidamento tramite iniezioni e stilatura profonda della muratura.

Si mettono a confronto i grafici ricavati per la struttura originaria e quella ricostruita per mezzo del nuovo materiale al fine di quantificare l'incremento di resistenza.

Si sottolinea che i calcoli svolti per la muratura antica si riferiscono a quanto prescritto nella Circolare del 2009, per un livello di conoscenza LC1 (§C8A.1.A.4). Secondo tale livello il fattore di confidenza è pari a 1,35.

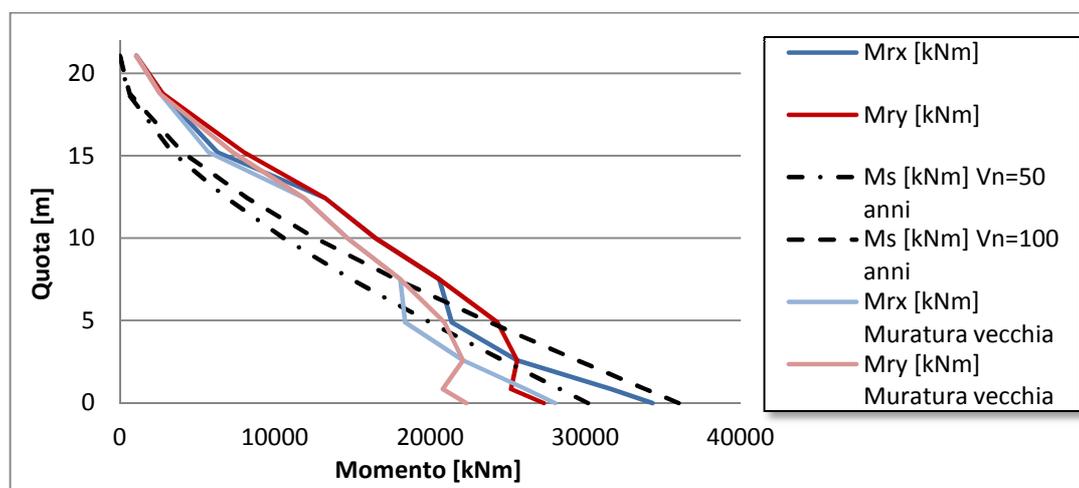


Grafico 7.5 – Confronto muratura consolidata e originaria. Torre dell'Orologio

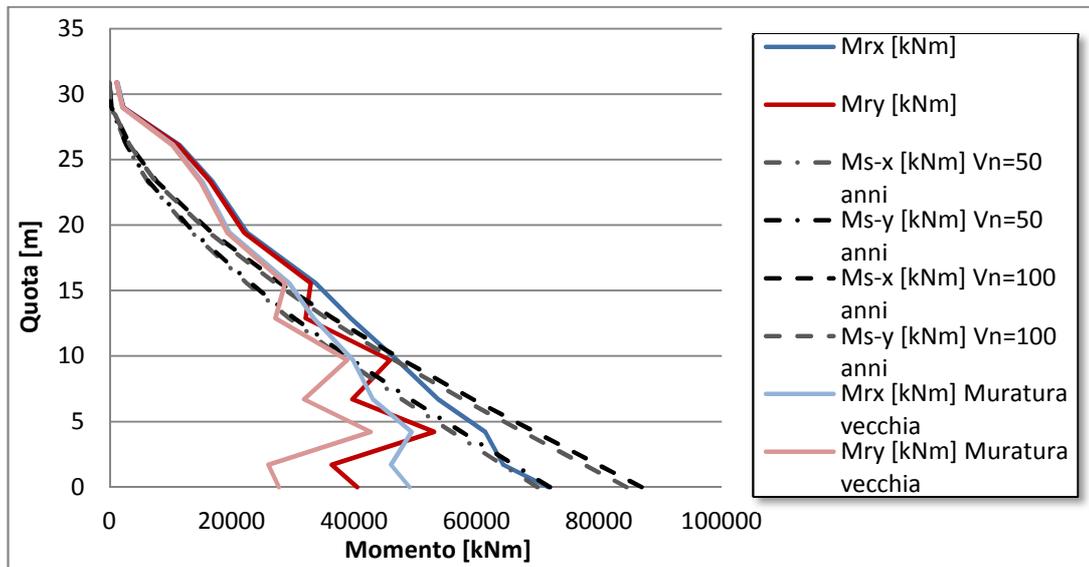


Grafico 7.6 - Confronto muratura consolidata e originaria. Mastio del castello

Si nota sicuramente un miglioramento del comportamento, legato alla miglior qualità dei materiali riproposti, anche se non sufficiente alla messa in sicurezza di entrambe le strutture. Si ricorda che alla muratura originaria è stata assegnata secondo normativa una resistenza a compressione pari a  $2,4 \text{ MPa}$  mentre per il materiale consolidato, utilizzato per il calcolo,  $6,2 \text{ MPa}$ .

È importante sottolineare come questa tipologia di studio e verifica si basi su un metodo empirico che sottintende il comportamento e la crisi a presso-flessione trascurando la possibilità di verificarsi di altri meccanismi, quali la crisi per taglio. Dai risultati se ne deduce che tale metodo porta ad ottenere risultati decisamente cautelativi rispetto ad altre tipologie di analisi descritte nei capitoli successivi.

# 8

## ANALISI STATICA NON LINEARE

Nel presente capitolo sono mostrati i risultati ottenuti per l'analisi statica non lineare (*pushover*) e le relative verifiche di sicurezza per la Torre dei Modenesi e il mastio del Castello delle Rocche.

Nei paragrafi successivi saranno mostrate le curve di capacità relative alle due strutture oggetto di studio, necessarie per procedere alla verifica delle stesse.

Per studiare la risposta del modello numerico al variare dei parametri meccanici in input è stato fatto uno studio sulla sensitività delle curve con il rispettivo confronto tra i diversi risultati.

Saranno, infine, ricavate le curve per i rispettivi sistemi ad un grado di libertà (SDOF) e si procederà alla verifica utilizzando il metodo N2 per il calcolo del punto di funzionamento e quindi lo spostamento massimo sostenibile dalle torri.

### 8.1 Analisi pushover: generalità

L'analisi di spinta o analisi *pushover* (letteralmente “spingi-oltre”) è una procedura statica non lineare impiegata per determinare il comportamento di una struttura a fronte di una determinata azione di forza o spostamento applicata.

L'analisi consiste nello “spingere” la struttura fino a che questa collassa o finché un generico parametro di controllo di deformazione non raggiunge un valore limite prefissato. Il sistema di sollecitazioni in questione deve simulare nel modo più realistico possibile gli effetti di inerzia prodotti dal sisma nel piano orizzontale.

Si definisce un legame scalare forza-spostamento caratteristico del sistema studiato che permette di ricondurre la ricerca del massimo spostamento di un sistema ad un

grado di libertà; tale funzione è detta curva di capacità e lega la risultante del taglio alla base della struttura con lo spostamento di un generico punto di controllo dovuto all'applicazione del sistema di forze inerziali.

Tale curva è ottenuta attraverso un'analisi incrementale, utilizzando legami costitutivi non lineari considerando la non linearità geometrica. In questo modo si far crescere monotonamente lo spostamento orizzontale del punto di controllo, fino al raggiungimento delle condizioni ultime. Quest'ultimo è stato preso in sommità delle strutture.

Un aspetto fondamentale per le curve di capacità è la loro estensione: il modello ad elementi finiti è in grado di raggiungere spostamenti molto elevati durante lo sviluppo dell'analisi raggiungendo valori con scarso significato fisico. L'utilizzo del *software Abaqus* permette di impostare un minimo valore d'incremento della forza da applicare, fermando l'analisi qualora il sistema non raggiungesse la convergenza per quel valore minimo di incremento. In questo modo si raggiungono spostamenti ultimi realistici per le strutture in esame.

In letteratura, inoltre, si trovano dati che suggeriscono di arrestare le analisi di spinta ad uno spostamento ultimo pari a sei volte quello elastico. Nei calcoli che seguono si è utilizzato proprio quest'ultima ipotesi nel caso che le analisi proseguano fino a valori superiori a sei volte lo spostamento elastico.

### 8.1.1 Carichi orizzontali

I carichi orizzontali da applicare devono essere rappresentativi delle forze d'inerzia che la struttura subisce durante un evento sismico. La normativa italiana (§7.3.4.1) fa ricorso a due differenti distribuzioni di forze d'inerzia:

- *G1* distribuzione proporzionale alle forze statiche applicabile solo se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata ha una partecipazione di massa non inferiore al 75%;
- *G2* distribuzione uniforme di forze.

Come riportato nel capitolo §6, la condizione prescritta nella normativa riguardante la partecipazione della massa non è verificata per le strutture in analisi. Tuttavia ci si riferisce alla Circolare applicativa che nel §C7.8.1.5.1 spiega:

*“Le strutture in muratura essendo caratterizzate da un comportamento non lineare risultano, in ogni caso, più significativamente rappresentate attraverso un'analisi statica non lineare. Pertanto, tale metodo è applicabile anche per gli edifici in muratura anche se il modo di vibrare fondamentale ha una massa partecipante inferiore al 75%”.*

### 8.1.2 Curve di capacità MDOF e SDOF

Le curve di capacità ottenute per mezzo dell'analisi ad elementi finiti devo essere opportunamente trattate al fine di passare dal sistema generico M.D.O.F. (*Multi Degrees Of Freedom*) ad un sistema equivalente ad un grado di libertà S.D.O.F (*Single Degree Of Freedom*) richiesto per le verifiche secondo quanto indicato dalla Normativa.

Il sistema ad un grado di libertà è semplicemente schematizzabile da un pendolo composto da una massa concentrata  $m$  connessa ad un elemento privo di massa e rigidezza  $k$ . La configurazione deformata è quindi definita da un unico parametro identificabile con lo spostamento relativo della massa rispetto al suolo.

Per passare dal sistema M.D.O.F. a quello S.D.O.F si ricorre alle seguenti formule:

$$F_b^* = \frac{F_b}{\Gamma}$$

$$d_c^* = \frac{d_c}{\Gamma}$$

Dove:

- $F_b^*$  è la reazione di taglio alla base del sistema S.D.O.F;
- $d_c^*$  è lo spostamento del punto di controllo del sistema S.D.O.F;
- $F_b$  è la reazione di taglio alla base del sistema M.D.O.F;
- $d_c$  è lo spostamento del punto di controllo del sistema S.D.O.F;
- $\Gamma$  è il fattore di partecipazione modale.

Quest'ultimo parametro è calcolato sulla base dell'analisi modale ed in particolare sulla massa assegnata al baricentro di ogni piano e lo spostamento di tale punto secondo il primo modo di vibrare della struttura. Si ha che:

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i^2} \quad (8.1)$$

Dove  $n$  rappresenta il numero di piani considerati,  $m_i$  la massa dell' $i$ -esimo piano e  $\Phi_i$  la prima forma modale normalizzata rispetto all'ultimo piano dell'edificio.

Una volta passati al sistema ad un grado di libertà si procede alla bilinearizzazione della curva di capacità S.D.O.F. in modo di ottenere un andamento elastico-perfettamente plastico.

Tale legame bilineare si ottiene a partire da due diverse condizioni (illustrate in figura 8.1):

- il tratto elastico della curva bilineare avrà pendenza  $k^*$  ottenuta imponendo il passaggio di tale tratto per il punto corrispondente a  $0,6F_{bu}^*$  dove con  $F_{bu}^*$  si indica il massimo valore di taglio alla base raggiunto dal sistema equivalente;



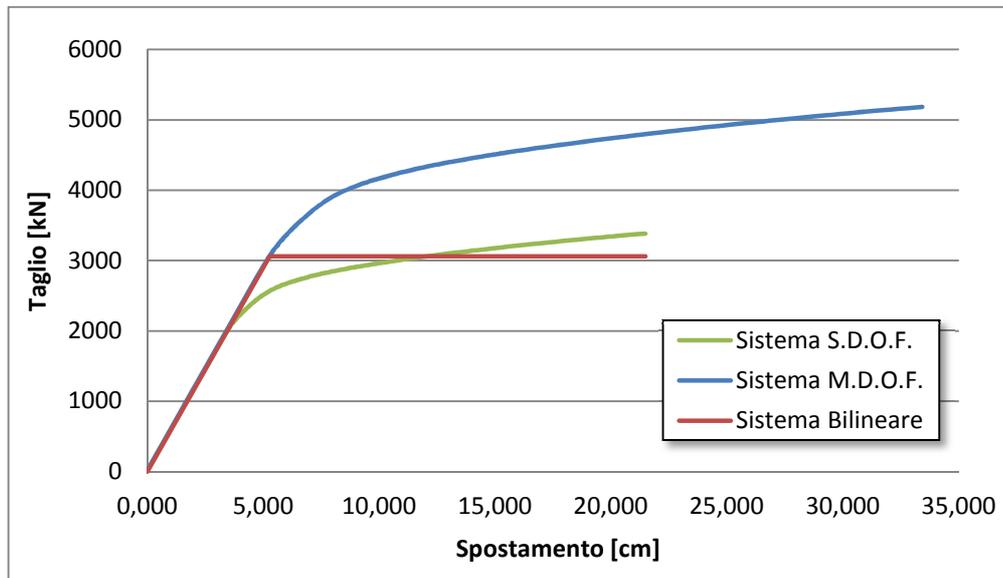


Grafico 8.1 – Confronto tra le diverse curve di capacità

### 8.1.3 Metodo N2

Una volta ottenute le curve di capacità relative al sistema bilineare equivalente si procede alla verifica per mezzo del Metodo N2. Questo è descritto al paragrafo §C7.3.4.1 della Circolare e si basa sul confronto tra gli spostamenti ultimi che il sistema bilineare equivalente può sopportare e lo quello richiesto dallo stato limite considerato.

L'obiettivo è quello di determinare il punto di funzionamento della struttura, identificabile come il punto di intersezione tra la curva di prestazione e lo spettro di richiesta elastico o anelastico che definisce un certo stato limite. Tali curve sono definite nel piano ADRS (*Acceleration Displacement Response Spectrum*), dove in ascissa vengono riportati gli spostamenti ed in ordinata le accelerazioni.

La curva di prestazione viene ricavata a partite dalla curva di capacità bilineare del sistema ad un solo grado di libertà: è sufficiente ricavare l'accelerazione di primo snervamento  $a_y^*$ , già descritta nel precedente paragrafo, e diagrammarla in funzione degli spostamenti.

Lo spettro di risposta elastico deve essere scritto in funzione degli pseudo spostamenti invece che del periodo o frequenza propria. Il passaggio avviene sfruttando la seguente formula:

$$S_{de} = \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot S_{ae}$$

Dove  $T$  è il periodo e  $S_{ae}$  la pseudo accelerazione spettrale.

Se l'intersezione avviene nel tratto elastico della curva di capacità si ha un funzionamento elastico per il dato stato limite ed la richiesta in termini di spostamento coincide con il punto d'intersezione. Qualora invece si abbia intersezione nel tratto plastico-perfetto della curva di capacità è necessario scalare opportunamente lo spettro elastico a quello anelastico corrispondente. Il punto di funzionamento della struttura sarà dunque l'intersezione tra quest'ultimo e la curva di prestazione.

Per un sistema anelastico, gli spettri di pseudo accelerazione e spostamento si ricavano come:

$$S_a = \frac{S_{ae}(T)}{R_\mu(T)}$$

$$S_d = \frac{\mu \cdot S_{de}(T)}{R_\mu(T)}$$

Dove  $R_\mu$  è il fattore di riduzione dovuto alla fessurazione e  $\mu$  è il fattore di duttilità definito come il rapporto tra lo spostamento massimo e quello a snervamento. Quest'ultimo parametro si calcola come:

$$\mu = \begin{cases} (R_\mu(T^*) - 1) \cdot \frac{T_C}{T^*} + 1 & \text{per } T^* < T_C \\ R_\mu(T^*) & \text{per } T^* \geq T_C \end{cases}$$

Dove  $T_C$  è generalmente definito come il periodo di transizione tra il segmento dello spettro di risposta ad accelerazione costante ed il segmento a velocità costante,  $T^*$  è il periodo proprio del sistema equivalente bilineare e  $R_\mu(T^*)$  è il fattore di riduzione rispettivo del periodo proprio del sistema. Quest'ultimo è definito come:

$$R_\mu(T^*) = \frac{S_{ae}(T^*)}{a_y^*}$$

Il fattore di riduzione  $R_\mu(T)$  è invece pari a:

$$R_\mu(T) = \begin{cases} 1 + (\mu - 1) \cdot \frac{T}{T_C} & \text{per } T < T_C \\ \mu & \text{per } T \geq T_C \end{cases} \quad (8.2)$$

Dalle due relazioni 8.2 si sottolinea come, nel campo dei periodi medio-lunghi valga la regola dell'egual spostamento, ovvero tale valore per il sistema anelastico coincide con quello del corrispondente sistema elastico con egual periodo (figura 8.3).

In questo modo può essere estrapolato lo spettro di richiesta anelastico nel piano ADRS. Al variare del fattore di duttilità si ottiene il seguente grafico (8.2).

Infine, per poter ottenere i valori degli spostamenti per il sistema reale, è necessario moltiplicare i risultati ottenuti per il fattore di partecipazione  $\Gamma$ .

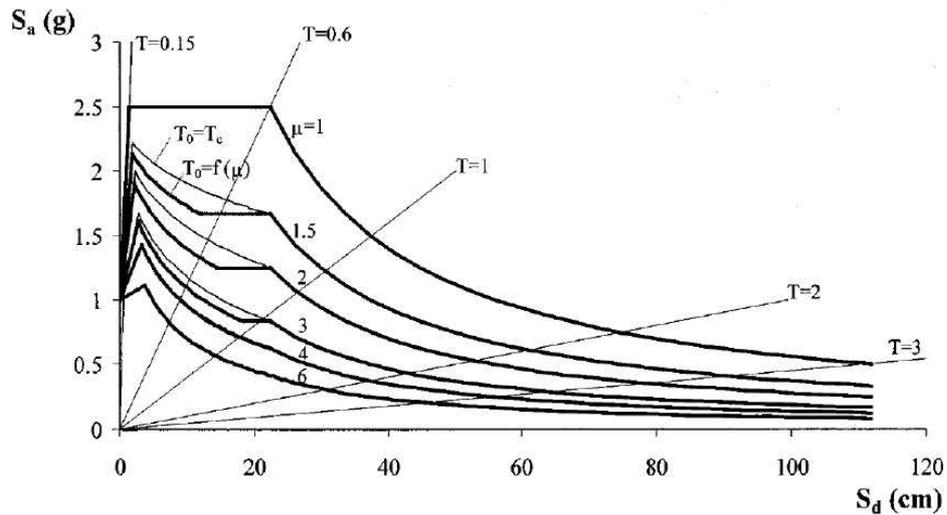


Figura 8.2 – Spettro di domanda anelastico al variare della duttilità

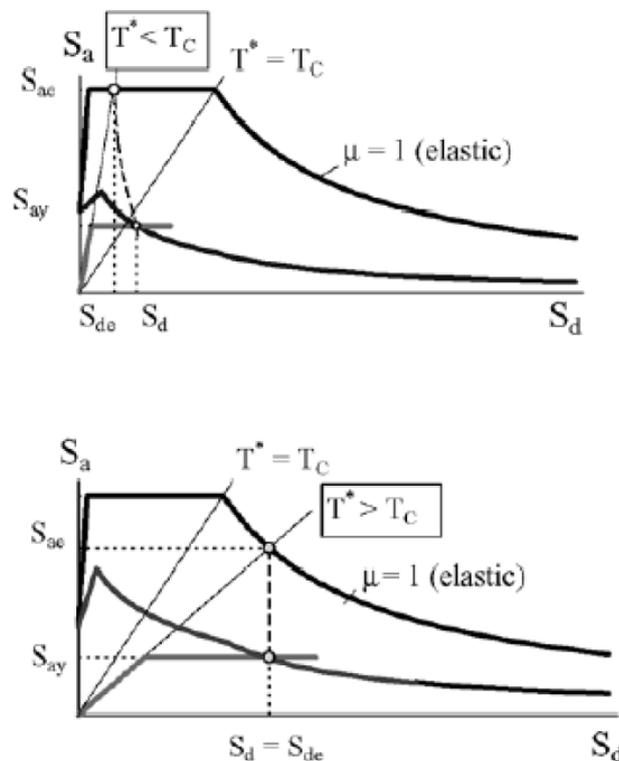


Figura 8.3 – Relazione tra gli spostamenti associati allo spettro elastico e anelastico nel piano ADRS

## 8.2 Analisi di sensitività

Si studia la sensitività del modello numerico rispetto ai parametri plastici di input. Tale operazione verrà eseguita per il modello di rottura alla *Mohr-Coulomb* i cui parametri di resistenza sono l'angolo d'attrito  $\varphi$  e la coesione  $c$ .

Verranno considerati valori pari a  $25^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $35^\circ$  per quanto riguarda l'angolo d'attrito mentre di 0,15, 0,20 e 0,30 MPa per la coesione.

Sono state fatte dunque le analisi a partire da valori fissati dei due parametri e si è interpolata la funzione tridimensionale a due variabili. Il procedimento è fatto per le quattro combinazioni di carico richieste dalla Normativa (G1x, G1y, G2x e G2y).

Il parametro in output di riferimento è lo spostamento del punto di controllo corrispondente a sei volte quello elastico.

Si riportano inizialmente i valori ottenuti per entrambe le torri fissando l'angolo d'attrito al valore di  $30^\circ$ . Tale valore è mediamente rappresentativo delle murature antiche, come confermato da prove sperimentali presenti in letteratura.

In questo caso, le curve di capacità per i due modelli numerici sono riportate nel seguente grafico.

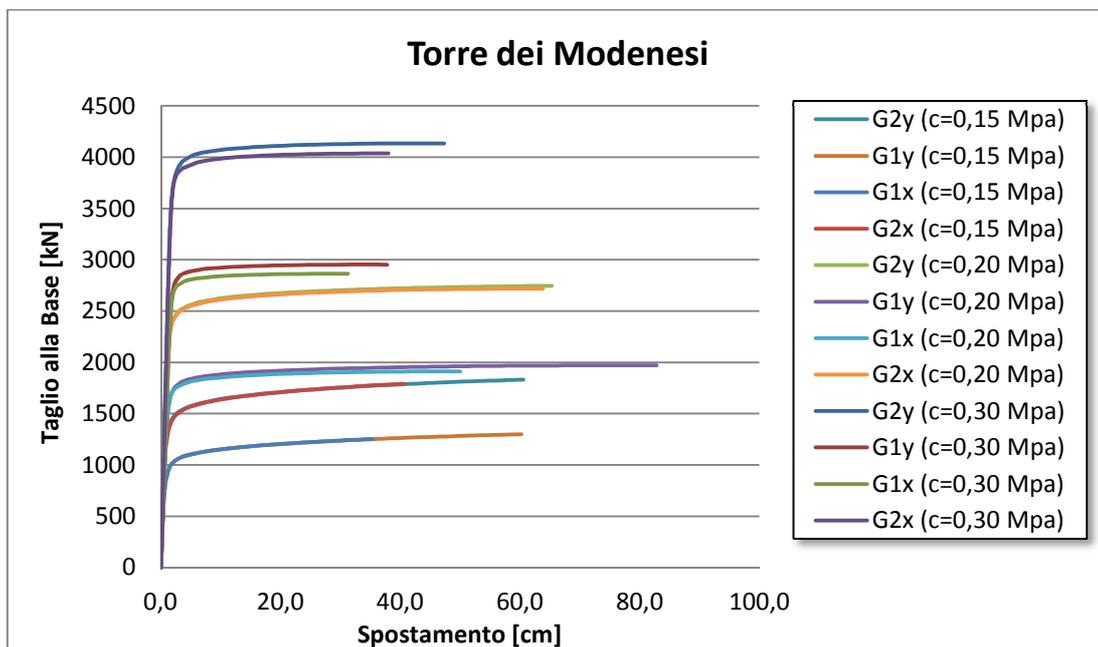


Grafico 8.2 – Curve di capacità per la Torre dell'Orologio con  $\varphi = 30^\circ$

Si noti che, come previsto, data la simmetria geometrica della torre dell'Orologio, si ricavano curve di capacità identiche nelle due direzioni x e y. Questo non avviene per il mastio del Castello non avendo simmetria nella superficie della base.

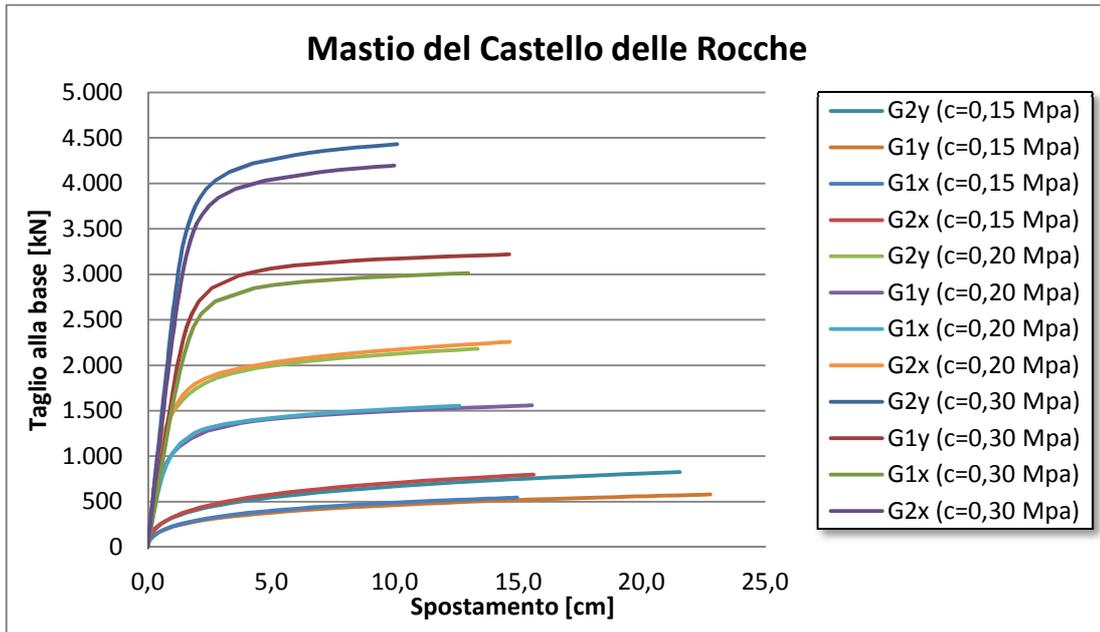


Grafico 8.3 - Curve di capacità per il mastio del castello con  $\varphi = 30^\circ$

I risultati di questo studio si riportano nei seguenti grafici, rappresentanti ciascuno una delle due torri.

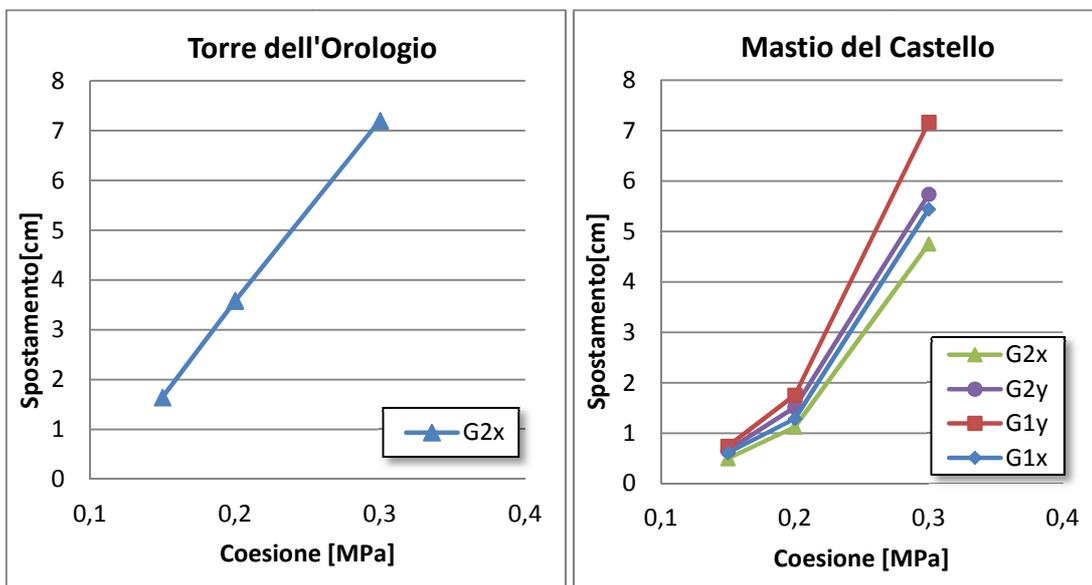


Grafico 8.4 – Spostamento del punto di controllo al variare della coesione

I due grafici rappresentati mostrano un diverso comportamento dei valori in output per le due strutture.

La torre dell’Orologio presenta un andamento pressoché lineare al crescere della coesione. Da questo emerge che la struttura raggiunge sempre lo stesso meccanismo

di rottura a diversi livelli di azione applicata direttamente proporzionali alla coesione assegnata. Tale meccanismo sviluppa crisi per taglio nelle sezioni di base (8.4(a)). L'andamento non lineare ottenuto al variare della coesione per il mastio del Castello è indice di un cambiamento nel meccanismo di collasso. La prova di ciò è visibile nei risultati delle analisi in figura 8.4(b)-(c) dove si nota che per una bassa coesione assegnata al materiale si ottiene un meccanismo di taglio mentre per valori maggiori la crisi al di fuori del campo elastico avviene per presso-flessione.

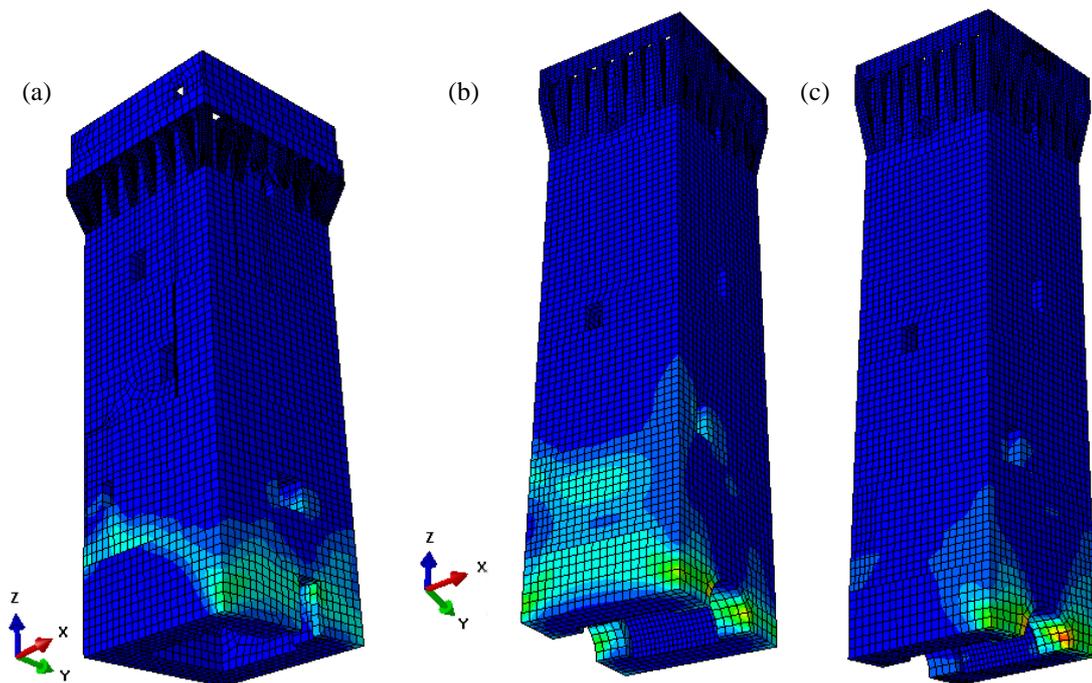


Figura 8.4 – Meccanismi di collasso per la Torre dell’Orologio (a) e per il mastio del Castello a taglio (b) e pressoflessione (c).

Interpolando infine i dati ricavati e combinando opportunamente le variabili  $c$  e  $\varphi$  si disegnano le funzioni 3D che estrapolano i valori di spostamento corrispondenti a sei volte quelli elastici.

Come già visto, la torre dell’Orologio presenta un comportamento lineare al variare di entrambe le variabili. L’andamento comincia a deviare solo per combinazioni di valori resistenti più alti (coesione oltre a 0,20 e angolo d’attrito sopra i  $35^\circ$ ).

Le superfici ottenute per il mastio del Castello delle Rocche, invece, hanno andamento non lineare al crescere di entrambe le variabili a causa dei differenti meccanismi di rottura che si instaurano. Si noti inoltre la crescita dello spostamento per la combinazione  $c = 0,15 \text{ MPa}$  e  $\phi = 25^\circ$ . Questo è dovuto al fatto che la struttura esce dal campo elastico sotto l’effetto dei soli carichi verticali.

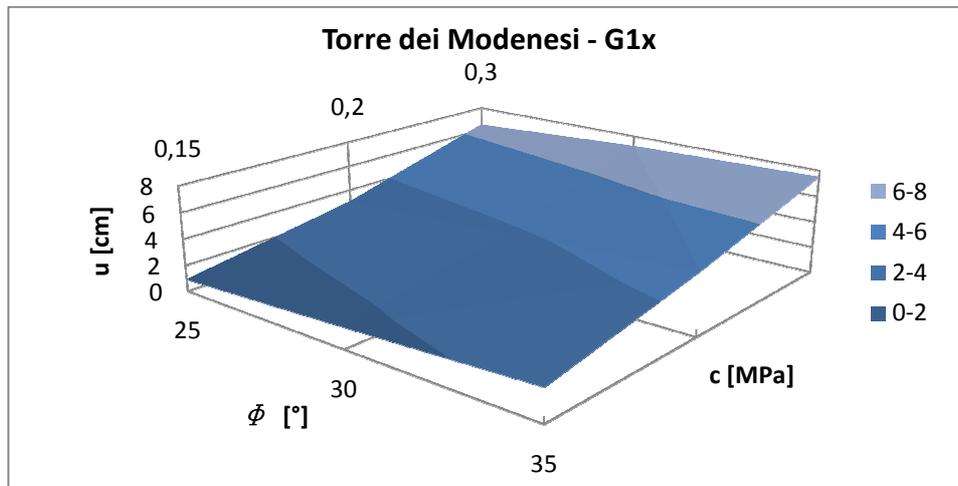


Grafico 8.5 – Analisi di sensitività, Torre dell’Orologio con combinazione G1x

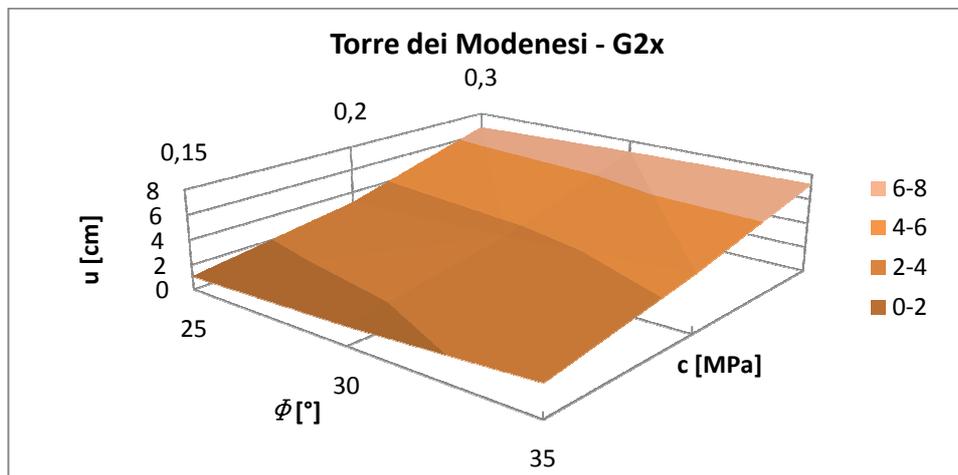


Grafico 8.6 - Analisi di sensitività, Torre dell’Orologio con combinazione G2x

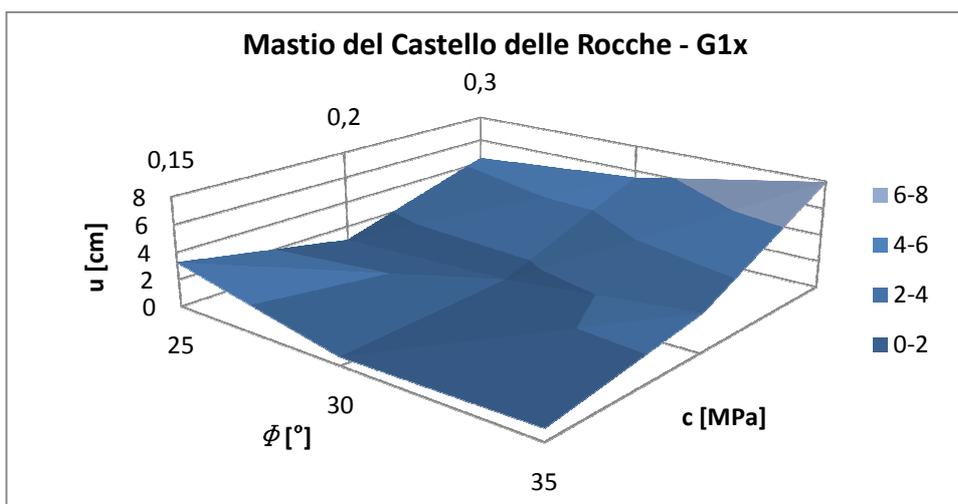


Grafico 8.7 - Analisi di sensitività, Mastio del Castello con combinazione G1x

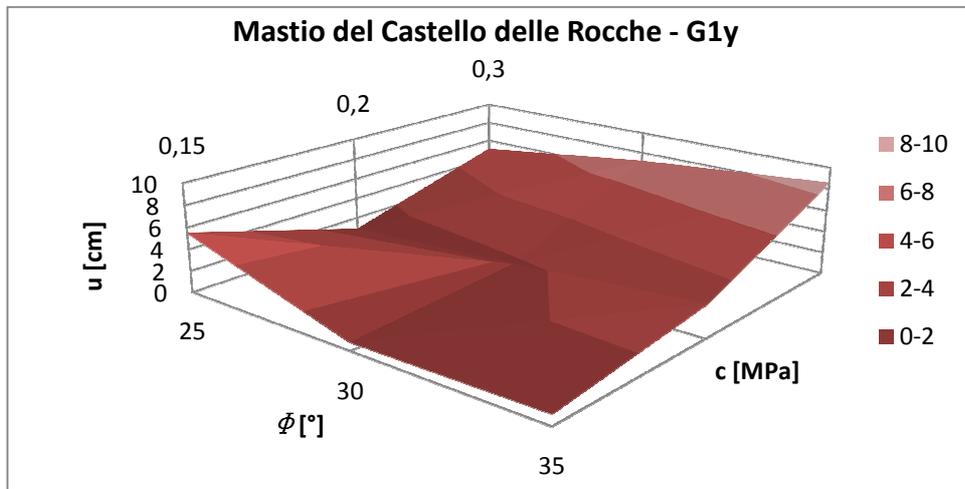


Grafico 8.8 - Analisi di sensitività, mastio del Castello con combinazione G1y

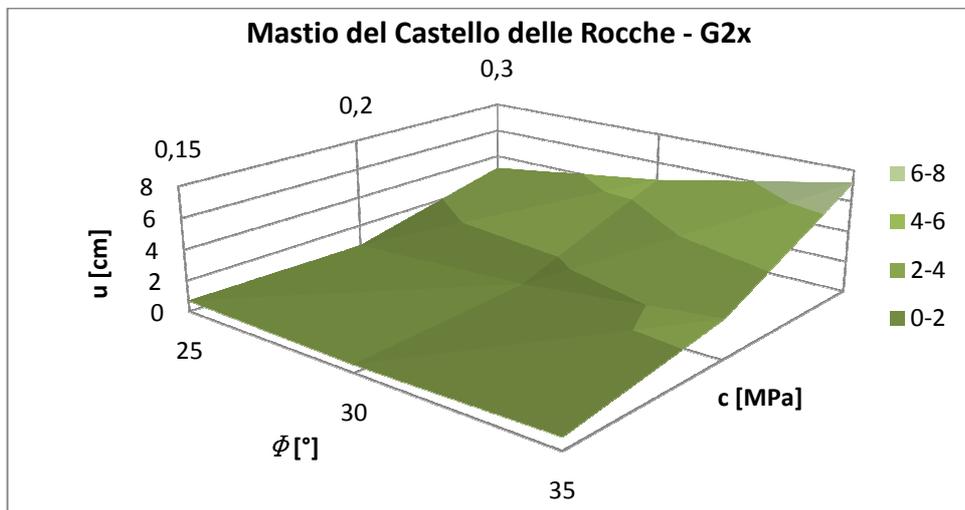


Grafico 8.9 - Analisi di sensitività, mastio del castello con combinazione G2x

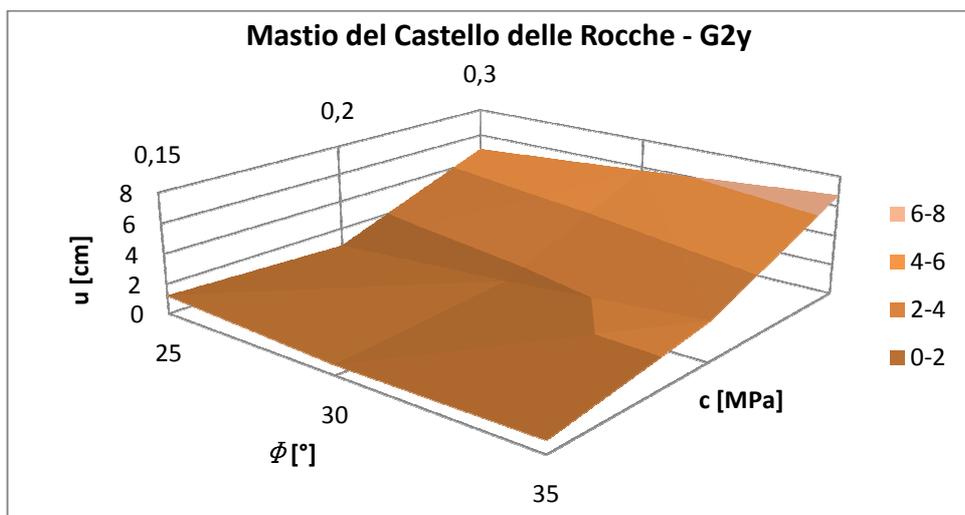


Grafico 8.10 - Analisi di sensitività, mastio del castello con combinazione G2y

L'analisi di sensitività ha messo in luce che la combinazione di carico più critica per entrambe le strutture è la G1. Ciò ha permesso di limitare le verifiche solo per tale combinazione per i diversi materiali.

Un ultimo confronto, allora, viene fatto tra i legami costitutivi studiati nel capitolo §4. Il grafico 8.11 riporta le curve di capacità per le due diverse combinazioni di carico con riferimento ad entrambi i modelli costitutivi.

Si desume che l'operazione di taratura del legame *CDP* ha portato ad ottenere curve confrontabili anche per il modello più complesso rappresentante le torri.

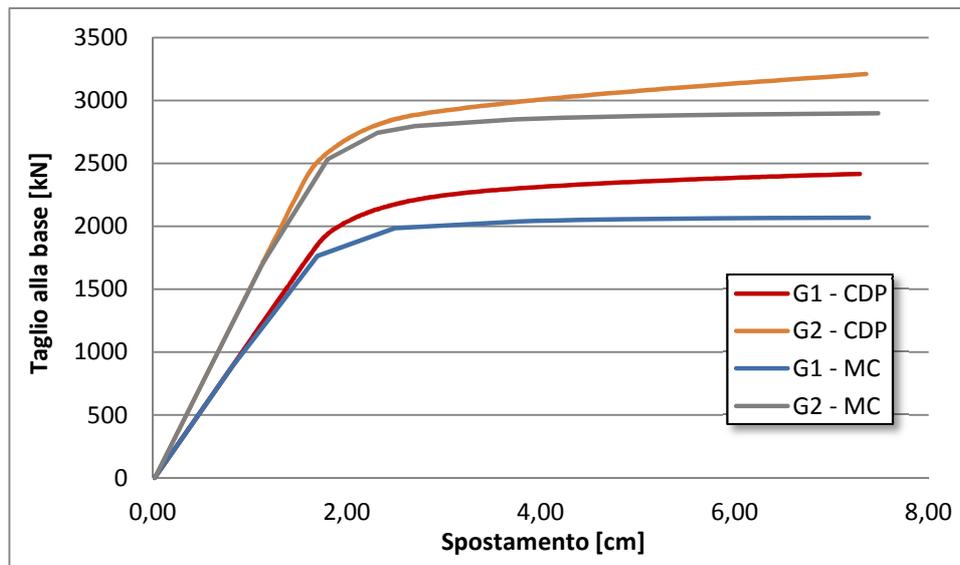


Grafico 8.11 – Confronto tra le curve di capacità con riferimento alla combinazione G1x per la Torre dell'Orologio con materiale performante assegnato

### 8.3 Analisi pushover: Torre dell’Orologio

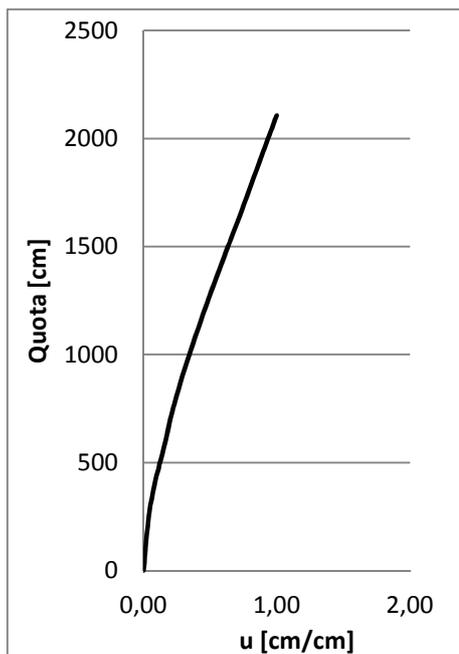
L’analisi di sensitività ha permesso di ottenere informazioni generali riguardo le risposte dei modelli in funzione della resistenza del materiale assegnati.

In primo luogo si è accertato che la condizione di carico maggiormente critica è la G1 (per simmetria si ottengono risultati analoghi per entrambe le direzioni).

Si procede ora al calcolo ed alla verifica delle strutture per i tre materiali descritti nel capitolo §4 ed al confronto tra i risultati ottenuti.

#### 8.3.1 Fattore di partecipazione

È necessario, in primo luogo, il calcolo del fattore di partecipazione modale, ottenuto a partire dalla prima forma modale normalizzata rispetto alla quota del punto di controllo appartenente all’ultimo piano.



Piano	Massa [kg]	Quota [cm]	$\varphi_i$	$\varphi_i m$	$\varphi_i^2 m$
T_1	86230	84,6	0,013	1140	15
T_2	112801	258,7	0,043	4837	207
1_1	121989	489,4	0,120	14649	1759
1_2	118045	751,8	0,224	26421	5914
2_1	124481	997,9	0,344	42805	14719
2_2	97946	1243,6	0,481	47095	22644
3_1	156022	1521,0	0,648	101157	65586
3_2	155538	1877,6	0,863	134205	115797
4	53260	2106,1	1,000	53261	53261
<b>TOT</b>	<b>1026317</b>			<b>425570</b>	<b>279902</b>

Tabella 8.1 – Dati necessari per il calcolo del fattore di partecipazione

Grafico 8.12 – Prima forma modale normalizzata per la Torre dell’Orologio

Il fattore di partecipazione modale ottenuto è pari a:

$$\Gamma^4 = 1,52$$

<sup>4</sup> Tale termine è calcolato per mezzo dell’equazione 8.1 del paragrafo §8.1.2 secondo quanto indicato al §C7.3.4.1 della Circolare del 2009 [10].

## 8.3.2 Materiale originario

### 8.3.2.1 Curve di capacità SDOF

Noto il fattore di partecipazione si procede al calcolo delle curve di capacità per il sistema SDOF.

Avendo già accurato precedentemente che la combinazione di carico peggiore è la G1, si riportano le verifiche solo per tale situazione; la simmetria della struttura permette inoltre di riferirsi alla sola direzione  $x^5$ .

Infine si considera il legame costitutivo alla *Mohr-Coulomb* essendo maggiormente cautelativo rispetto al CDP<sup>6</sup>.

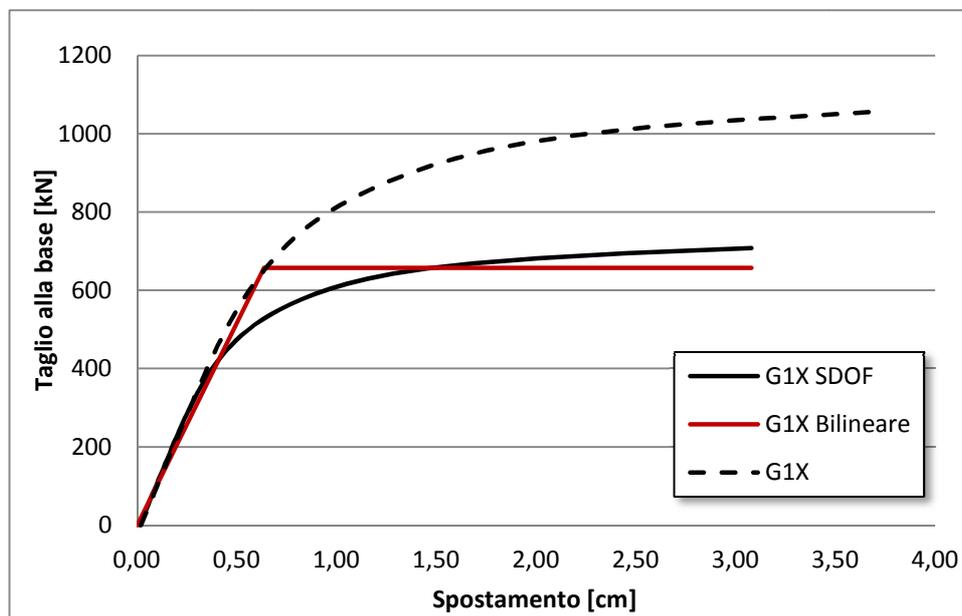


Grafico 8.13 – Curve di capacità per la muratura storica

	$F_y^*$ [kN]	$d_y^*$ [cm]	$d_u^*$ [cm]	$k^*$ [kN/cm]	$m^*$ [kg]	$T^*$ [s]	$a_y^*$ [g]	$\mu_r$
<b>G1X</b>	657,1	0,64	3,08	1033,5	393340	0,3876	0,1703	4,84

Tabella 8.2 – Valori caratteristici delle curve bilineari

### 8.3.2.2 Metodo N2

Si procede alla verifica secondo quanto indicato nella Normativa e nella Circolare Applicativa.

<sup>5</sup> Si rimanda ai risultati dell'analisi di sensitività del capitolo §8.2

<sup>6</sup> Tale conclusione è stata tratta dal confronto diretto delle curve di capacità dei due modelli costitutivi fatta per il materiale performante e riportata nel grafico 8.11 del paragrafo §8.3.1

I grafici seguenti riportano il piano ADRS e la sovrapposizione delle curve di domanda e di richiesta di forze inerziali applicate e per gli spettri definiti per i tempi di ritorno pari a 475 e 949 anni per le coordinate geografiche di Finale Emilia

In essi sono inoltre riportate le rette che definiscono il periodo di riferimento elastico e quella del periodo  $T_C$  di passaggio tra la zona ad accelerazione costante dello spettro e quella a velocità costante. Grazie ad esse è immediato dedurre se valga la regola di egual spostamento introdotta nei precedenti paragrafi.

I punti di funzionamento sono dati dall'intersezione tra la curva di capacità del sistema lineare equivalente e lo spettro di richiesta elastico o anelastico in funzione del tipo di comportamento della struttura (§8.1.3).

La verifica sarà soddisfatta qualora:

$$d_{max}^* \leq d_u^*$$

Dove:

$$d_{max}^* = \begin{cases} \frac{S_{de}(T^*)}{R_\mu(T^*)} \cdot \left[ 1 + (R_\mu(T^*) - 1) \cdot \frac{T_C}{T^*} \right], & T^* < T_C \\ S_{de}(T^*) & , \quad T^* \geq T_C \end{cases}$$

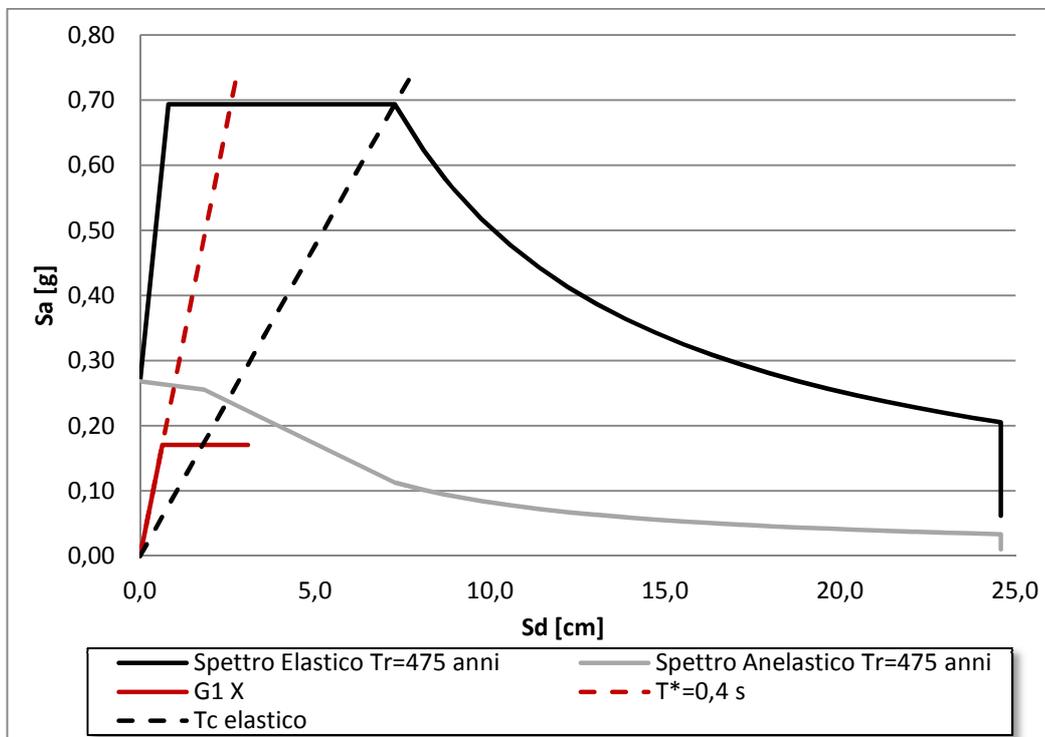


Grafico 8.14 – Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=475$ . Torre dell'Orologio. Materiale vecchio.

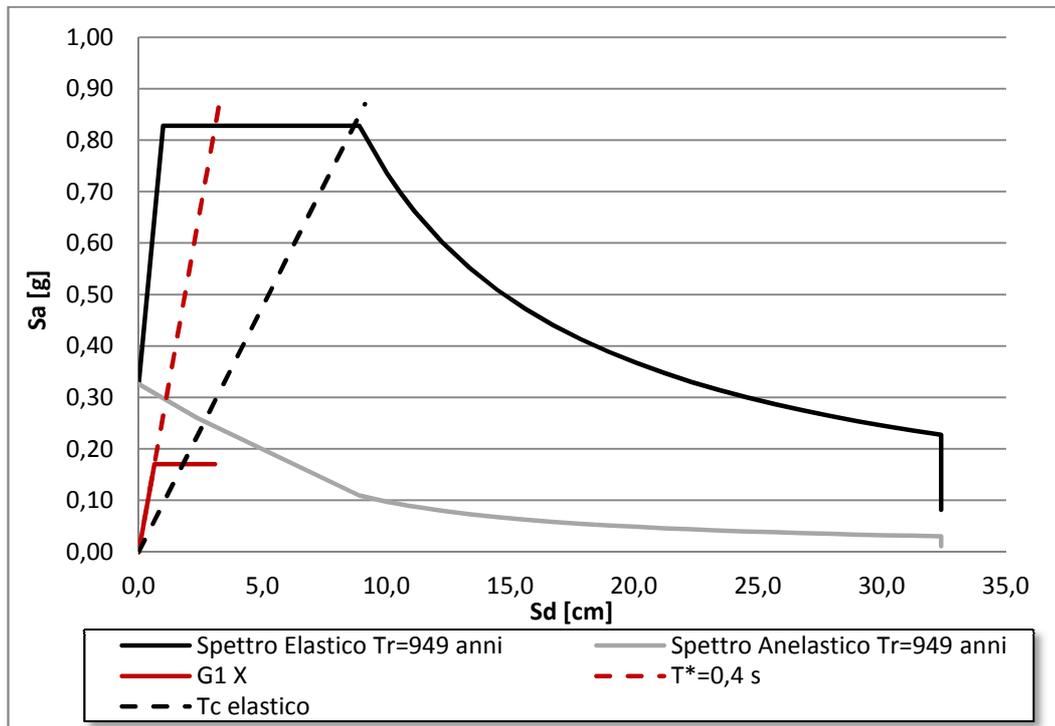


Grafico 8.15 – Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=949$ . Torre dell’Orologio. Materiale vecchio.

Come previsto e confermato dagli avvenimenti del 20 maggio, dal grafico 8.15 emerge che la struttura non è in grado di fornire gli spostamenti richiesti dal sisma definito per il tempo di ritorno di 949 anni per un terreno D e classe II. Si sottolinea come l’ipotesi di tale sollecitazione sia simile a quella verificatasi il 20 maggio il cui confronto è evidenziato nel grafico 7.1.

Un ulteriore confronto, che esalta ulteriormente le condizioni critiche della Torre dell’Orologio, è quello mostrato nel grafico 8.14: la capacità di spostamento della struttura avrebbe potuto non essere sufficiente neanche per un sisma di intensità minore.

	$T^*$ [s]	$a^*_y$ [g]	$S_{ae}(T^*)$ [g]	$R_\mu(T^*)$	$S_{de}(T^*)$ [cm]	$d^*_u$ [cm]	$\mu_r$	$\mu_s$
<b><math>T_r=475</math> anni</b>	0,39	0,17	0,694	4,072	3,36	3,08	4,84	6,15
<b><math>T_r=949</math> anni</b>	0,39	0,17	0,828	4,863	3,36	3,08	4,84	7,55

Tabella 8.3 - Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda.

### 8.3.3 Materiale consolidato tramite scuci e cucì

#### 8.3.3.1 Curve di capacità SDOF

Gli stessi passaggi svolti per la muratura storica vengono riproposti per l'ipotesi del materiale con migliori caratteristiche meccaniche.

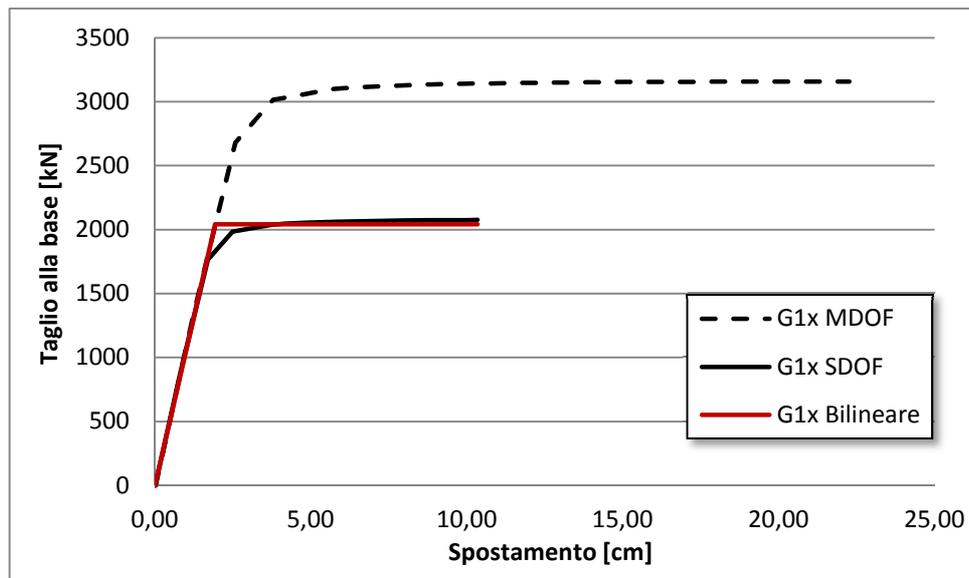


Grafico 8.16 – Curve di capacità per il materiale consolidato con scuci e cucì

	$F_y^*$ [kN]	$d_y^*$ [cm]	$d_u^*$ [cm]	$k^*$ [kN/cm]	$m^*$ [kg]	$T^*$ [s]	$a_y^*$ [g]	$\mu_r$
<b>G1X</b>	2041	1,93	10,35	1057,7	425570	0,398	0,489	5,36

Tabella 8.4 - Valori caratteristici delle curve bilineari

#### 8.3.3.2 Metodo N2

Nell'ipotesi di materiale consolidato tramite la tecnica del scuci e cucì le verifiche in termini di richiesta e capacità risultano soddisfatte: lo spostamento ultimo associato alla curva di capacità supera lo spostamento massimo richiesto dal sisma. Lo stesso si può dire per la duttilità.

La Normativa, tuttavia, al punto §7.8.1.6, afferma che la verifica è da ritenersi non soddisfatta a priori, a prescindere dalla verifica sugli spostamenti, qualora il rapporto tra il taglio calcolato per mezzo dello spettro di risposta elastico e quello calcolato tramite le analisi statiche non lineari risulti superiore a 3. Questo rapporto può anche essere calcolato in funzione delle accelerazioni ottenendo il parametro  $R_\mu(T^*)$ . Dalla tabella 8.5 si nota che anche questa verifica risulta soddisfatta.

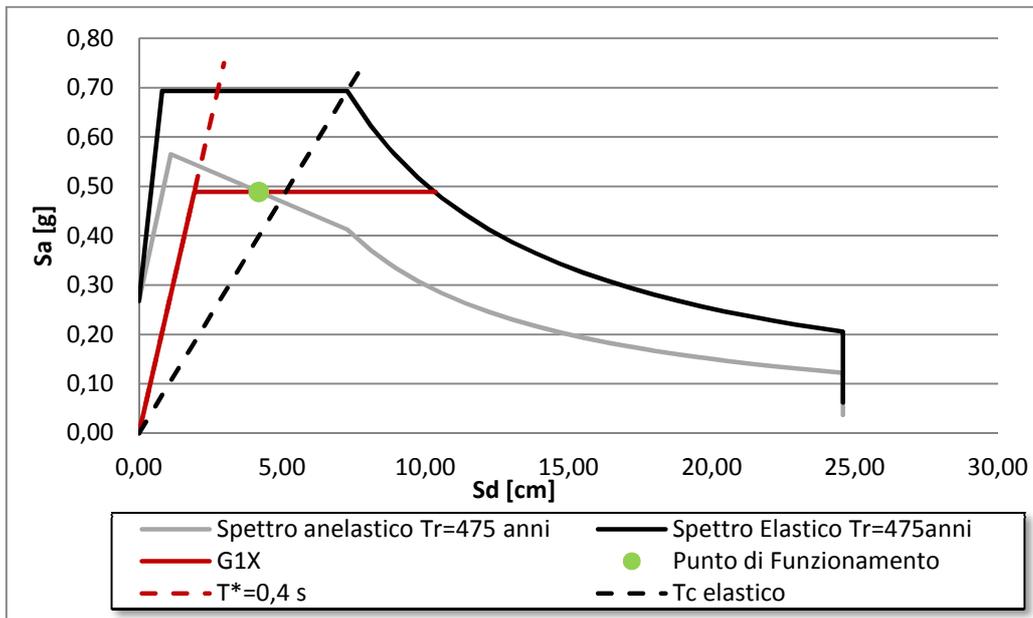


Grafico 8.17 - Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=475$ . Torre dell'Orologio.

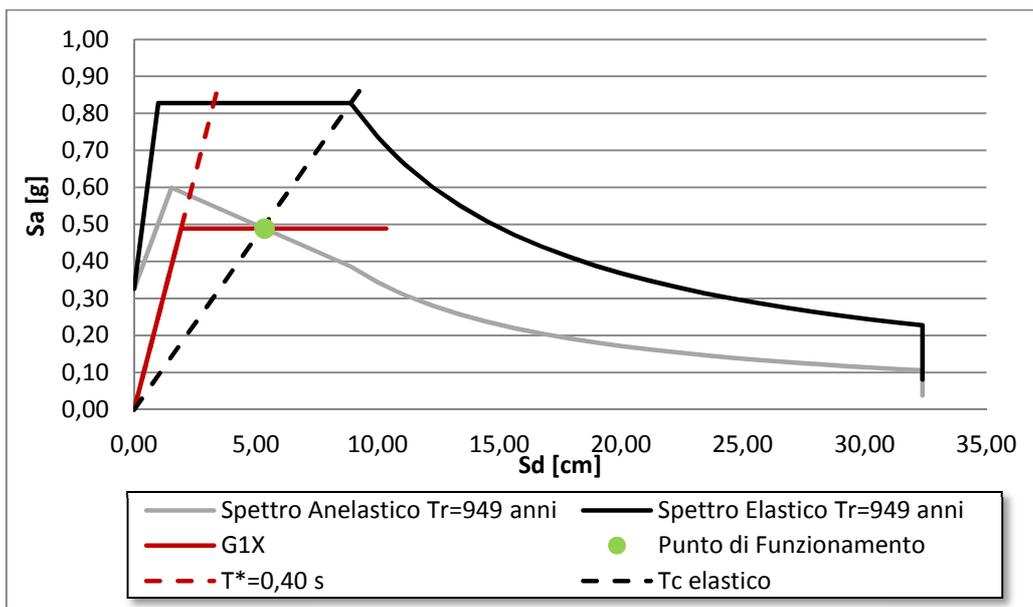


Grafico 8.18 - Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=949$ . Torre dell'Orologio.

	$T^*$ [s]	$a_y^*$ [g]	$S_{ae}(T^*)$ [g]	$R_\mu(T^*)$	$S_{de}(T^*)$ [cm]	$d_{max}^*$ [cm]	$d_u^*$ [cm]	$\mu_r$	$\mu_s$
<b><math>T_r=475</math> anni</b>	0,40	0,49	0,69	1,42	3,53	4,18	10,35	5,36	1,68
<b><math>T_r=949</math> anni</b>	0,40	0,49	0,83	1,69	4,23	5,35	10,35	5,36	2,14

Tabella 8.5 - Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda.

### 8.3.4 Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura

#### 8.3.4.1 Curve di capacità SDOF

Si eseguono gli stessi passaggi visti in precedenza anche per il materiale consolidato con le tecniche delle iniezioni e della stilatura, avente caratteristiche meccaniche inferiori rispetto a quello performante ma caratterizzato da una rigidità assai più elevata.

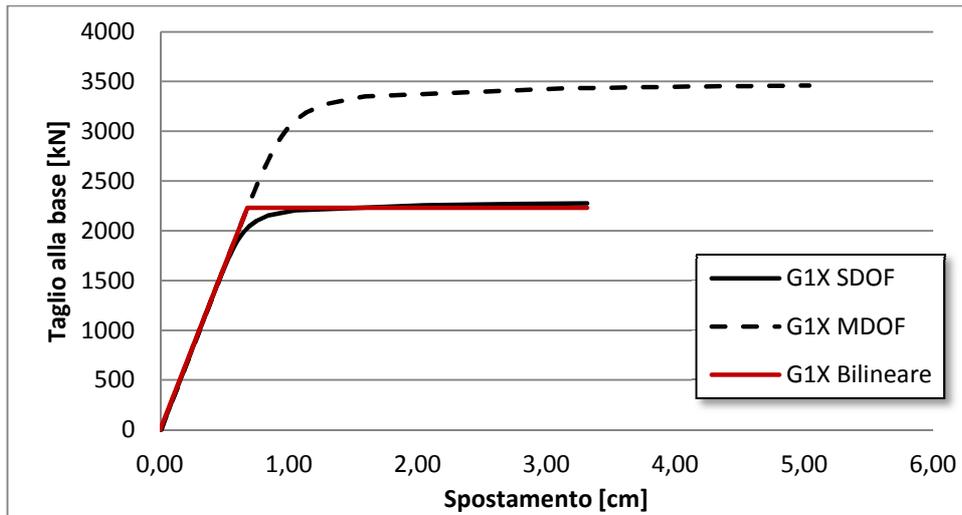


Grafico 8.19 - Curve di capacità per il materiale consolidato con iniezioni e stilatura

	$F_y^*$ [kN]	$d_y^*$ [cm]	$d_u^*$ [cm]	$k^*$ [kN/cm]	$m^*$ [kg]	$T^*$ [s]	$a_y^*$ [g]	$\mu_r$
<b>G1X</b>	2230	0,68	3,32	3289,8	393340	0,21726	0,5779	4,89

Tabella 8.6 - Valori caratteristici delle curve bilineari

#### 8.3.4.2 Metodo N2

Così come visto per il caso precedente, anche per il materiale consolidato le verifiche secondo il metodo N2 risultano soddisfatte.

	$T^*$ [s]	$a_y^*$ [g]	$S_{ae}(T^*)$ [g]	$R_\mu(T^*)$	$S_{de}(T^*)$ [cm]	$d_{max}^*$ [cm]	$d_u^*$ [cm]	$\mu_r$	$\mu_s$
$T_r=475$ anni	0,22	0,58	0,69	1,20	0,82	1,09	3,32	4,89	1,60
$T_r=949$ anni	0,22	0,58	0,828	1,43	0,99	1,59	3,32	4,89	2,31

Tabella 8.7 - Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda.

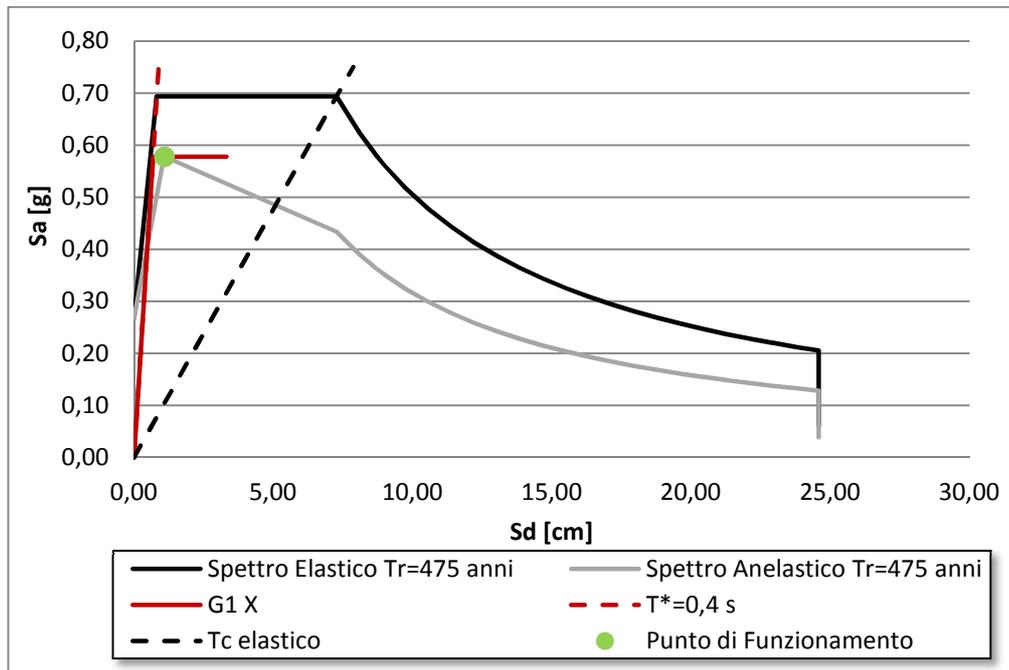


Grafico 8.20 - Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=475$ . Torre dell'Orologio.

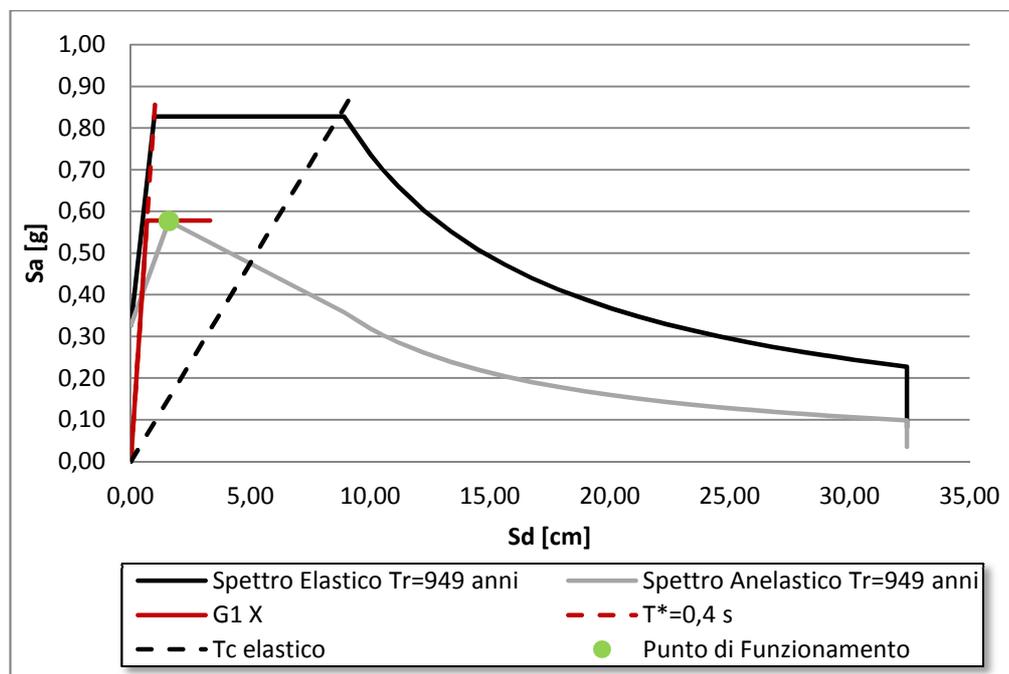


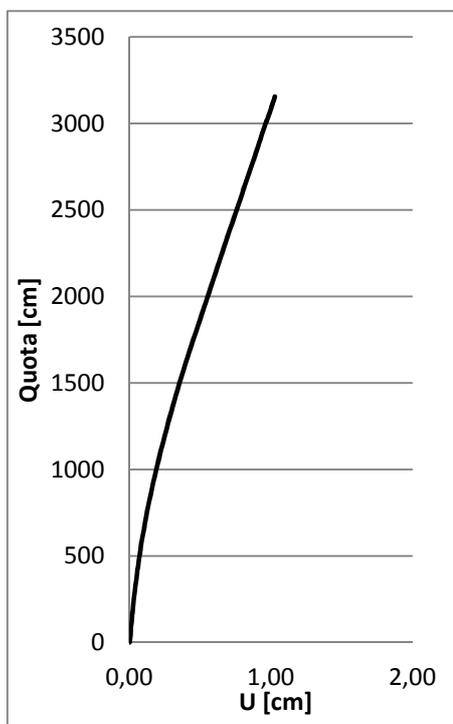
Grafico 8.21 - Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=949$ . Torre dell'Orologio.

## 8.4 Analisi pushover: mastio del Castello delle Rocche

Si percorrono gli stessi passaggi descritti nel paragrafo §8.1 e già eseguiti per la Torre dell’Orologio imponendo le medesime ipotesi sulle caratteristiche dei materiali. A differenza dell’edificio precedente, saranno fatte le verifiche anche in direzione y, non essendo simmetrica la sezione di base della torre.

### 8.4.1 Fattore di partecipazione

È necessario, in primo luogo, il calcolo del fattore di partecipazione modale, ottenuto a partire dalla prima forma modale normalizzata rispetto alla quota del punto di controllo appartenente all’ultimo piano.



Piano	Massa [kg]	Quota [cm]	$\varphi_i$	$\varphi_i \cdot m$	$\varphi_i^2 \cdot m$
F	231285	170	0,01	4497	87
S_1	150914	419	0,05	8420	470
S_2	203442	670	0,10	21185	2206
T_1	209424	969	0,17	37619	6757
T_2	198943	1287	0,27	55400	15427
1_1	161391	1555	0,37	60304	22533
1_2	216139	1942	0,52	113968	60094
1_3	230873	2335	0,68	158814	109246
2_1	138051	2609	0,80	110627	88651
2_2	231297	2898	0,91	212714	195624
3	35060	3088	1	35060	35060
<b>TOT</b>	<b>2006824</b>			<b>818608</b>	<b>536155</b>

Tabella 8.8 - Dati necessari per il calcolo del fattore di partecipazione

Grafico 8.22 - Prima forma modale normalizzata per il Mastio del Castello

Si ottiene un fattore di partecipazione pari a:

$$\Gamma = 1,53$$

## 8.4.2 Materiale originario

### 8.4.2.1 Curve di capacità SDOF

È già stato accertato da analisi precedenti la maggiore criticità del mastio del castello soggetto alle stesse sollecitazioni sismiche considerate per la Torre dell’Orologio. Le curve di capacità ottenute per il materiale originario risultano più basse, specialmente nella direzione y.

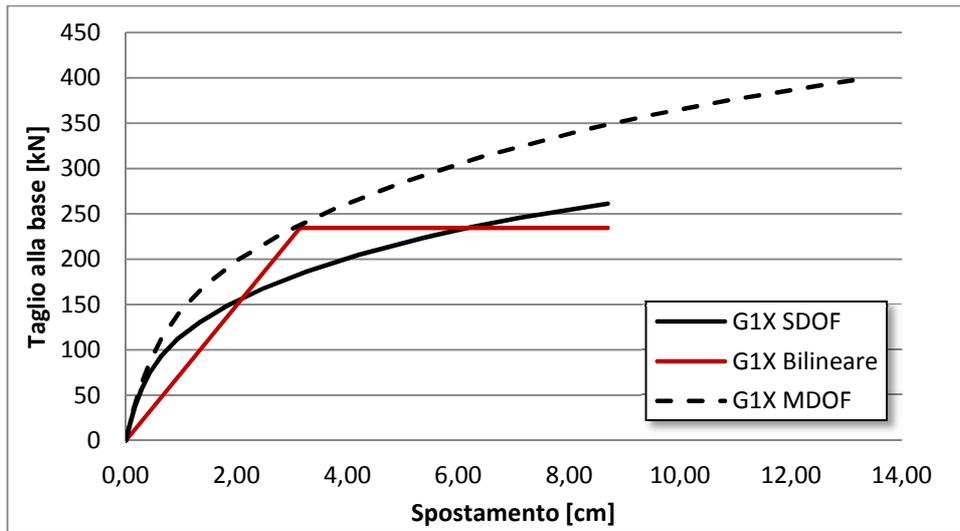


Grafico 8.23 - Curve di capacità G1x per il materiale originario

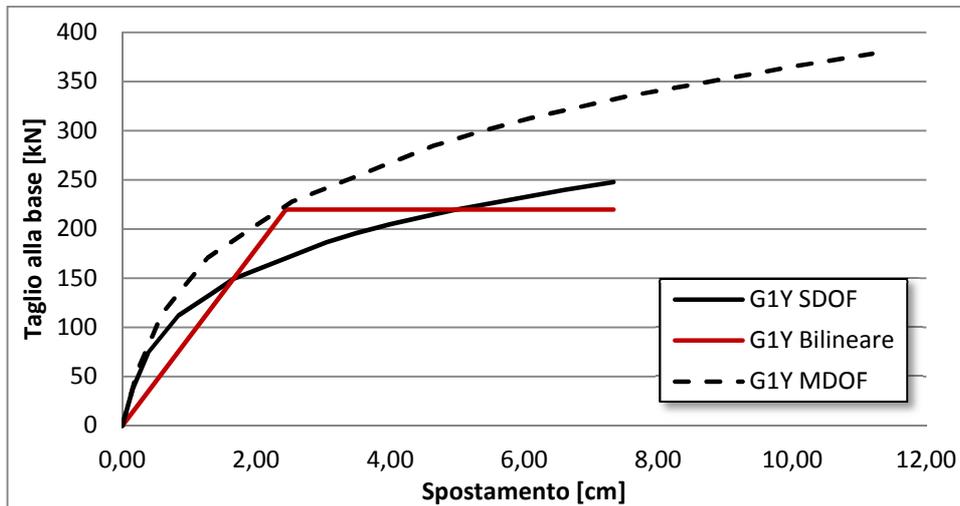


Grafico 8.24 - Curve di capacità G1y per il materiale performante

	$F^*_y$ [kN]	$d^*_y$ [cm]	$d^*_u$ [cm]	$k^*$ [kN/cm]	$m^*$ [kg]	$T^*$ [s]	$a^*_y$ [g]	$\mu_r$
G1X	234,5	3,14	8,69	74,8	756375	1,99	0,0316	2,77
G1Y	219,9	2,44	7,33	90,2	756375	1,82	0,0296	3,01

Tabella 8.9 - Valori caratteristici delle curve bilineari

### 8.4.2..2 Metodo N2

Il mastio del Castello delle Rocche possiede un andamento non lineare già per piccoli spostamenti dovuti alle forze orizzontali. Questo fatto porta ad ottenere delle curve di capacità bilineare caratterizzate da un tratto elastico meno inclinato rispetto a quanto visto per la Torre dell’Orologio. Si hanno dunque delle sollecitazioni sismiche associate a lunghi periodi per i quali vale la regola dell’ugual spostamento (fig. 8.3).

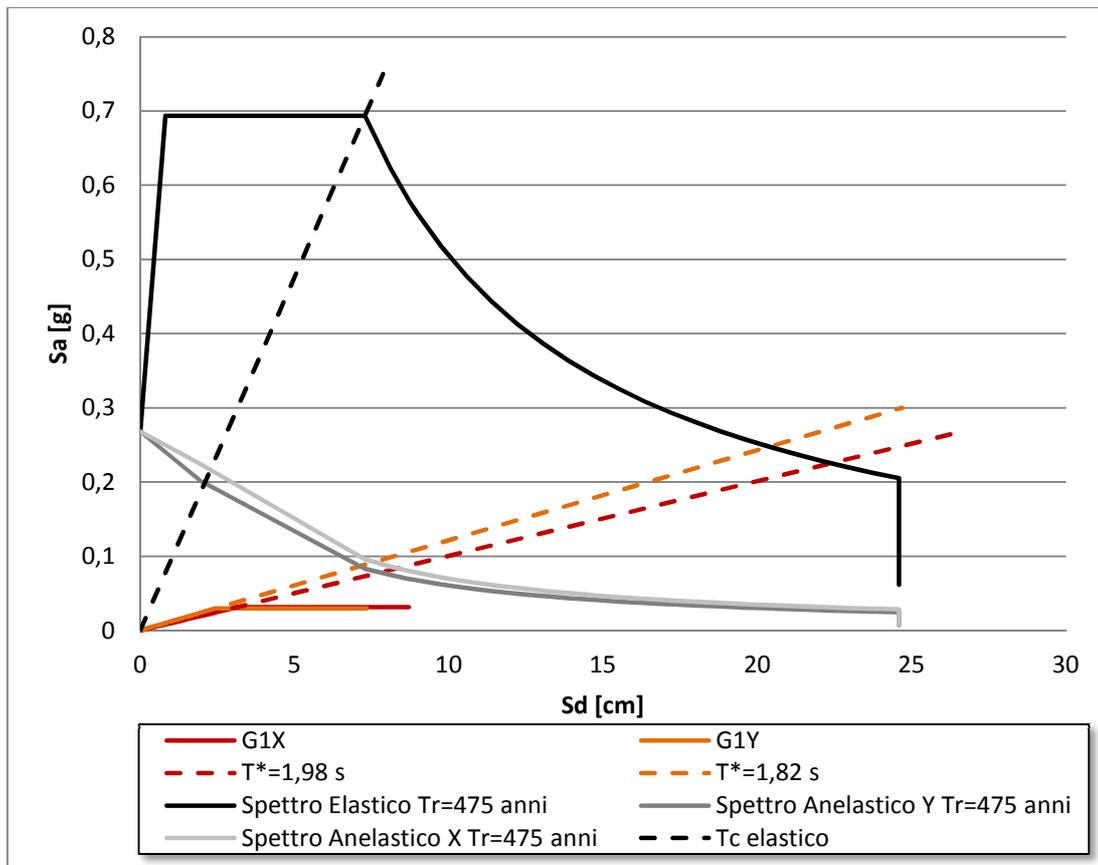


Grafico 8.25 - Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=475$ . Mastio del castello.

	$T^*$ [s]	$a_y^*$ [g]	$S_{ae}(T^*)$ [g]	$R_\mu(T^*)$	$S_{de}(T^*)$ [cm]	$d_u^*$ [cm]	$\mu_r$	$\mu_s$
G1x	2,00	0,032	0,23	7,22	27,41	8,69	2,77	7,22
G1y	1,82	0,030	0,25	8,32	24,73	7,33	3,01	8,32

Tabella 8.10 - Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con  $T_r=475$  anni.

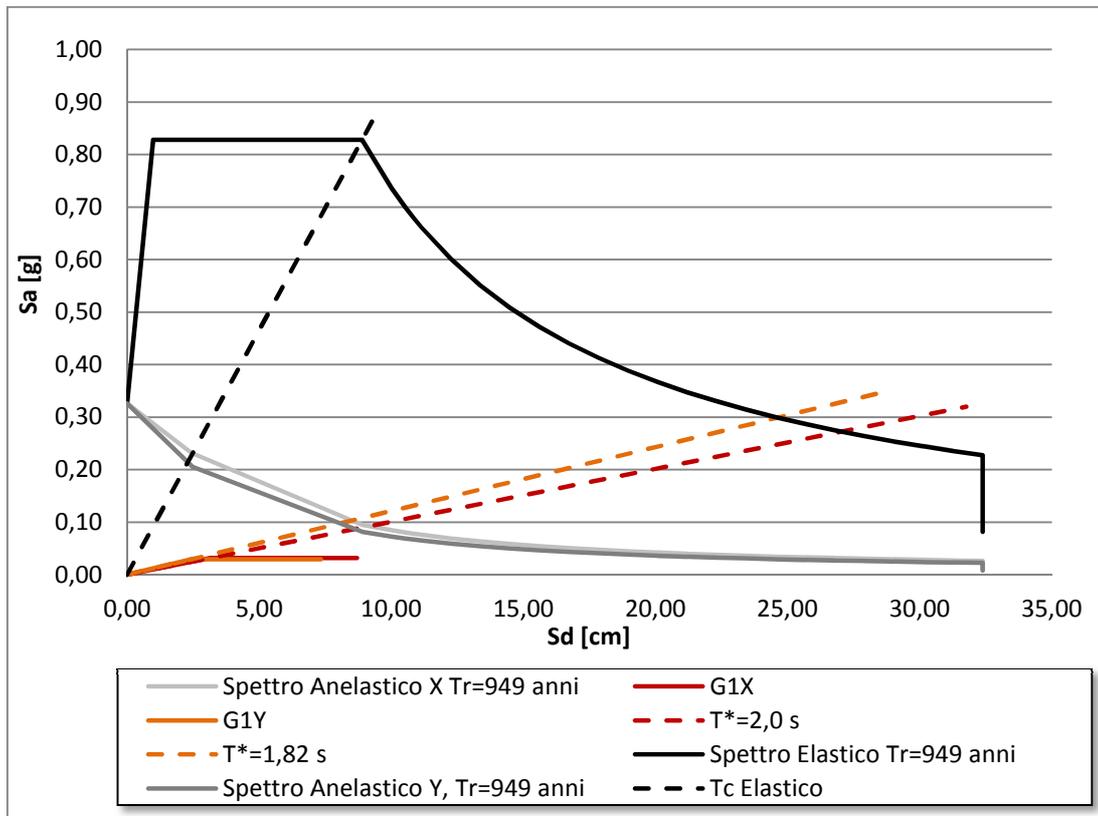


Grafico 8.26 - Confronto domanda-capacità di spostamento per  $T_r=949$ . Mastio del castello. Materiale vecchio.

	$T^*$ [s]	$a_y^*$ [g]	$S_{ae}(T^*)$ [g]	$R_\mu(T^*)$	$S_{de}(T^*)$ [cm]	$d_u^*$ [cm]	$\mu_r$	$\mu_s$
G1x	2,00	0,032	0,28	8,70	27,41	8,69	2,77	8,70
G1y	1,82	0,030	0,30	10,12	24,73	7,33	3,01	10,12

Tabella 8.11 - Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con  $T_r=949$  anni.

I valori degli spostamenti ultimi e la duttilità della curva di capacità risultano minori di quelli richiesti dai sismi considerati. Inoltre anche il rapporto tra le accelerazioni  $R_\mu(T^*)$  risulta abbondantemente maggiore di 3.

Tali risultati mostrano che il mastio della Rocca si trovava in condizioni maggiormente critiche rispetto alla Torre dell'Orologio.

Il grafico 8.25 e la tabella 8.11 sottolineano come la sicurezza non venga raggiunta neanche per sollecitazioni inferiori ( $T_r=475$  anni).

### 8.4.3 Materiale consolidato tramite scuci e cucì

#### 8.4.3.1 Curve di capacità SDOF

Avendo accurato la maggior criticità del mastio della Rocca rispetto alla Torre dell’Orologio si vuole verificare la sicurezza nel caso in cui il materiale assegnato avesse subito un intervento di consolidamento con la tecnica del scuci e cucì.

Le curve di capacità ottenute per mezzo del modello numerico risultano molto più prestazionali rispetto al caso precedente. È interessante notare che la direzione più critica questa volta è la x. Ciò è dovuto al cambiamento del meccanismo di collasso (da taglio a pressoflessione<sup>7</sup>) che si ha all’aumentare della resistenza a taglio del materiale.

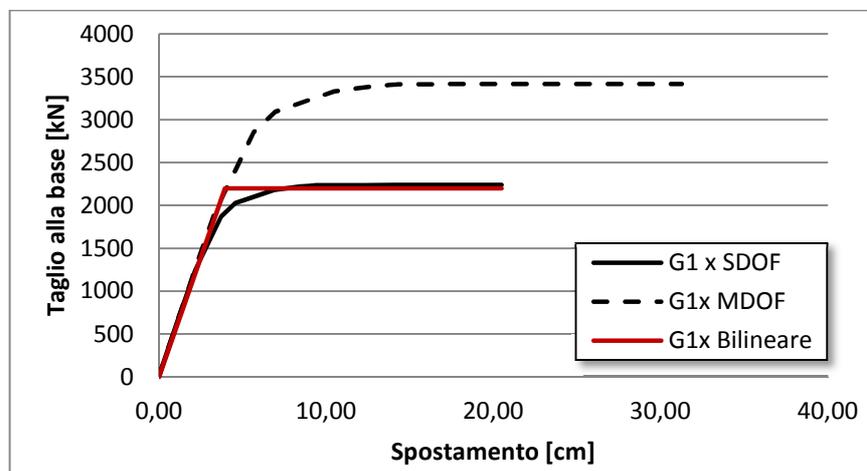


Grafico 8.27 - Curve di capacità G1x per il materiale consolidato con scuci e cucì

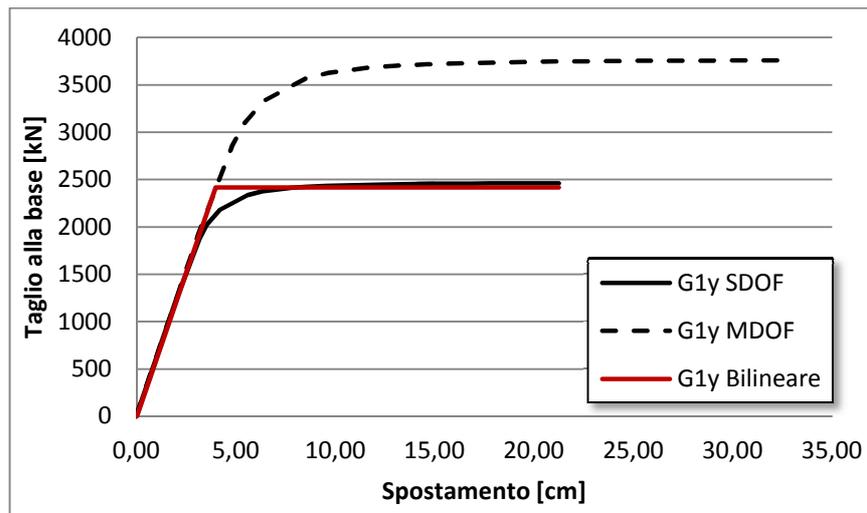


Grafico 8.28 - Curve di capacità G1y per il materiale consolidato con scuci e cucì

<sup>7</sup> Si rimanda al paragrafo §8.2: analisi di sensitività.

### 8.4.3.2 Metodo N2

Si procede alla verifica per confronto tra la capacità di spostamento della struttura e la richiesta del sisma, con riferimento ai tempi di ritorno di 949 anni.

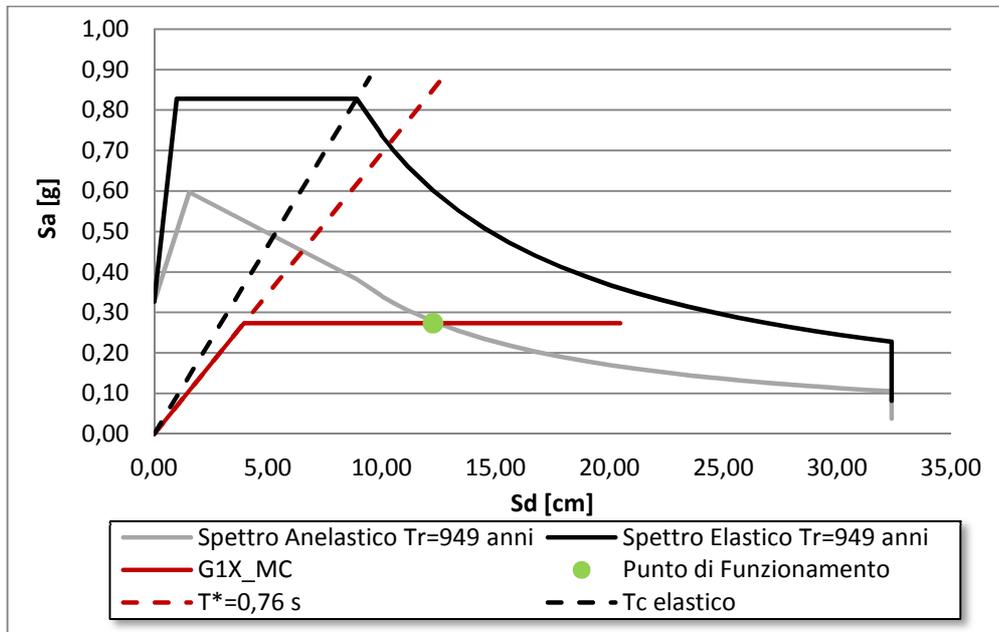


Grafico 8.29 - Confronto domanda-capacità di spostamento  $G1x$  per  $T_r=949$ . Mastio del castello.

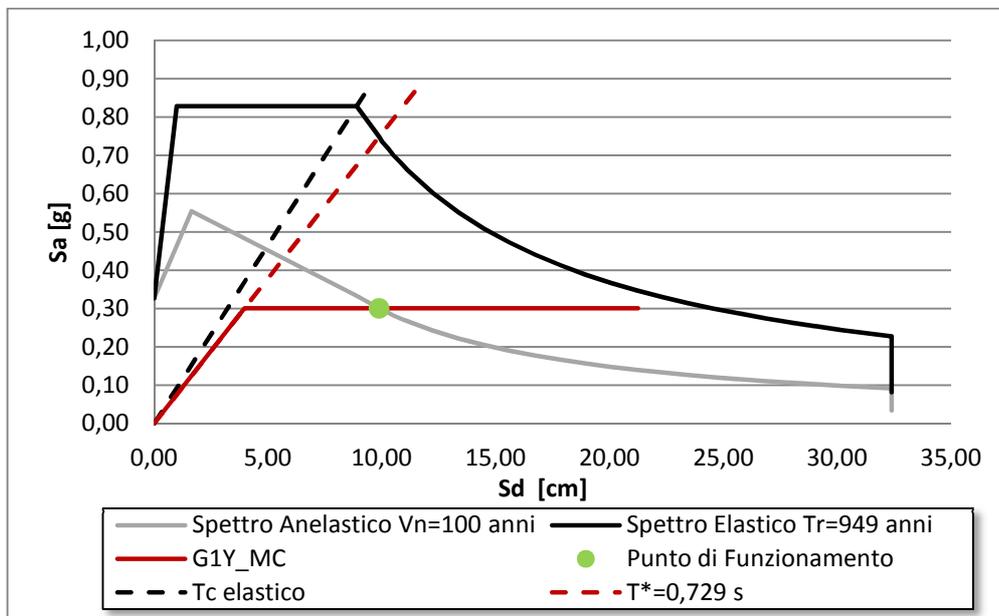


Grafico 8.30 - Confronto domanda-capacità di spostamento  $G1y$  per  $T_r=949$ . Mastio del castello.

	$T^*$ [s]	$a^*y$ [g]	$S_{ac}(T^*)$ [g]	$R_{\mu}(T^*)$	$S_{de}(T^*)$ [cm]	$d^*_{max}$ [cm]	$d^*_{u}$ [cm]	$\mu_r$	$\mu_s$
G1x	0,76	0,27	0,59	2,16	12,25	12,25	20,47	5,19	2,16
G1y	0,73	0,30	0,75	2,48	9,88	9,88	21,25	5,34	2,48

Tabella 8.12 - Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con  $T_r=949$  anni.

Dai grafici 8.29 e 8.30 si nota che il mastio si trova in condizioni di sicurezza rispetto al sisma considerato e possiede inoltre un buon margine di resistenza nei confronti delle proprie capacità ultime. Le verifiche risultano soddisfatte anche in termini di duttilità e di rapporto tra le accelerazioni  $R_{\mu}(T^*)$ . Visti i risultati ottenuti non si è ritenuto necessario esporre i risultati della verifica per il sisma avente tempo di ritorno pari a 475 anni.

## 8.4.4 Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura

### 8.4.4.1 Curve di capacità SDOF

È stato accertato che l'ipotesi di uno specifico intervento di consolidamento di questo tipo migliori le caratteristiche meccaniche ma determini anche ad un notevole incremento di rigidità elastica che porta sulla struttura sollecitazioni più gravose. Si vuole studiare se sarebbe stato possibile portare la struttura in sicurezza nei confronti delle sollecitazioni sismiche intervenute il 20 maggio 2012.

Ci si riferisce ancora una volta allo spettro avente tempo di ritorno pari a 949 anni per un terreno D e struttura di classe II che ben approssima quanto registrato durante l'evento sismico (figura 7.1).

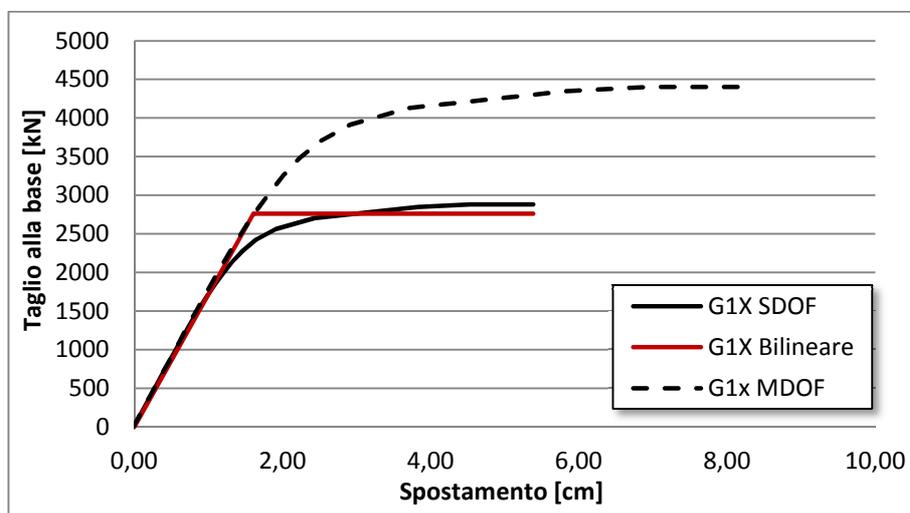


Grafico 8.31 - Curve di capacità G1x per il materiale consolidato con iniezioni e stilatura

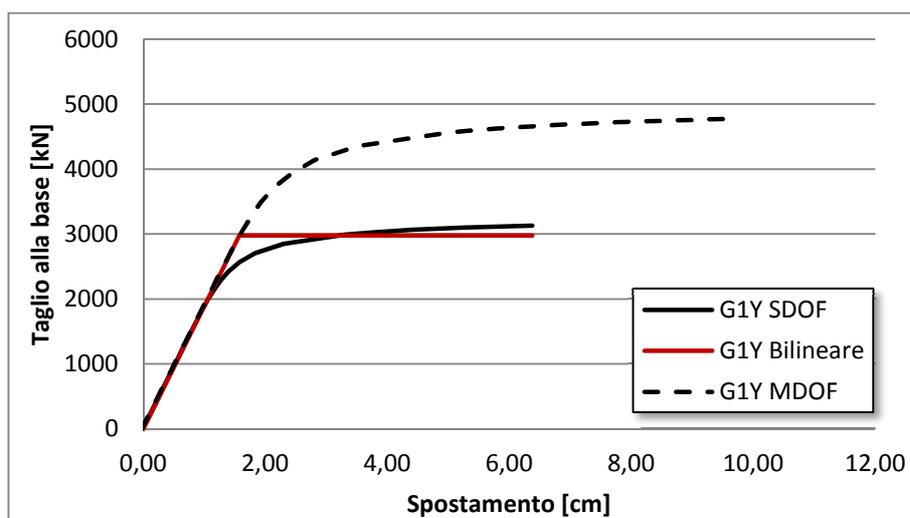


Grafico 8.32 - Curve di capacità G1y per il materiale consolidato con iniezioni e stilatura

### 8.4.4..2 Metodo N2

Il confronto tra la domanda e la capacità di spostamento è messa in luce nei grafici 123 455. Si noti che lo spostamento massimo della struttura non è sufficiente alla messa in sicurezza della struttura per la sola direzione x, la quale già in precedenza risultava la direzione più critica.

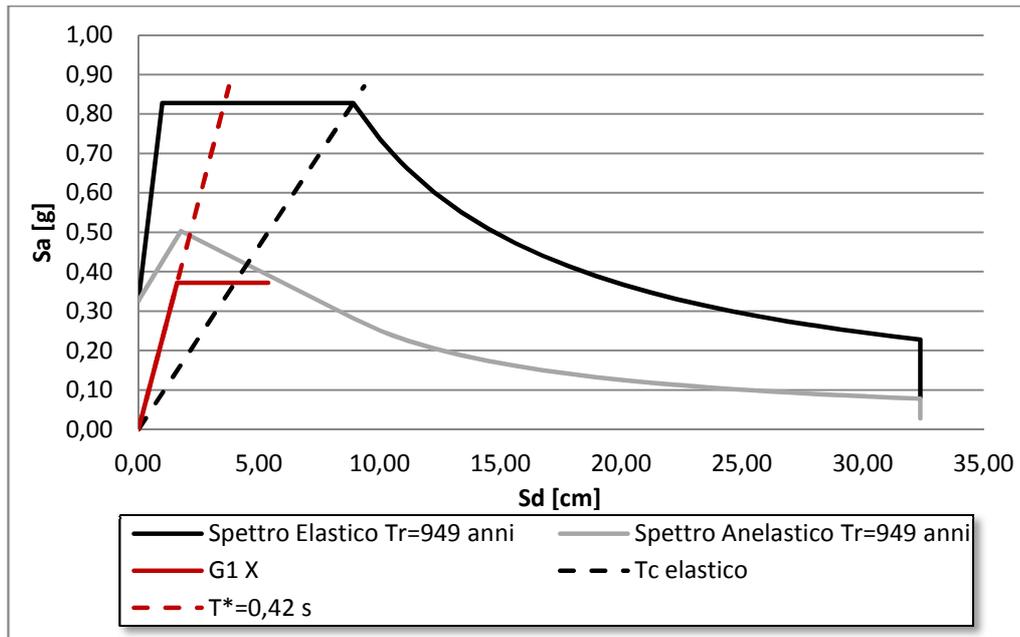


Grafico 8.33 - Confronto tra la domanda di spostamento richiesta per  $T_r=949$  anni e la capacità della struttura G1x

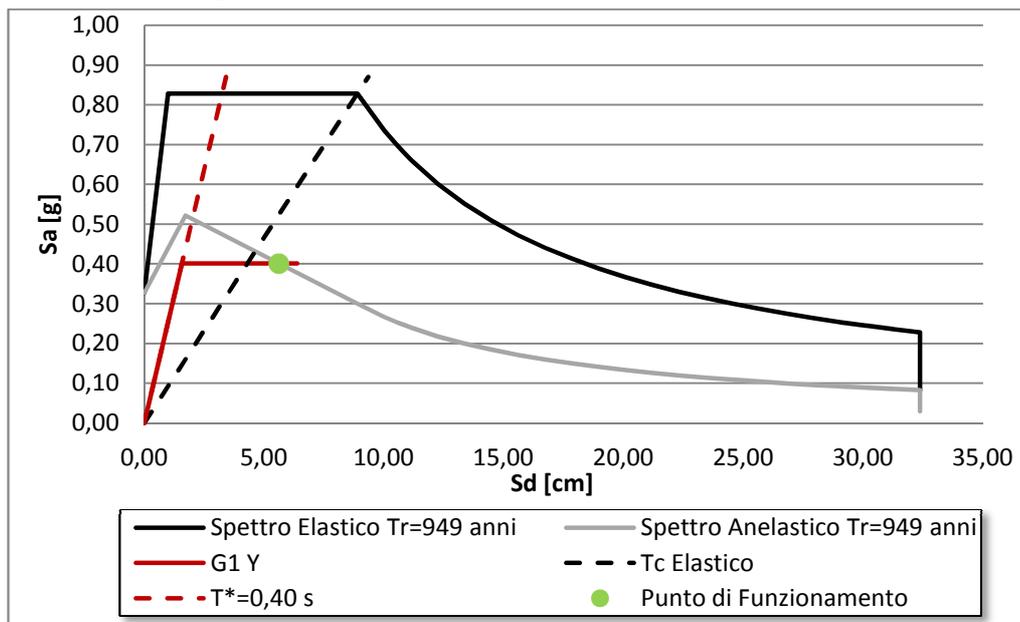


Grafico 8.34 - Confronto tra la domanda di spostamento richiesta per  $T_r=949$  anni e la capacità della struttura G1y

	$T^*$ [s]	$a^*y$ [g]	$S_{ae}(T^*)$ [g]	$R_{\mu}(T^*)$	$S_{de}(T^*)$ [cm]	$d^*_{max}$ [cm]	$d^*_{u}$ [cm]	$\mu_r$	$\mu_s$
G1x	0,42	0,37	0,828	2,23	4,55	6,00	5,38	3,35	2,94
G1y	0,40	0,40	0,828	2,06	4,20	5,62	6,38	4,05	2,76

Tabella 8.13 - Valori ricavati dal metodo N2 per il confronto capacità-domanda con  $T_r=949$  anni.

Emerge dai calcoli che la struttura, sebbene sia definita da una curva di capacità elevata, non sia verificata. L'elemento critico è proprio la rigidezza eccessiva della struttura che determina sollecitazioni più gravose. Le verifiche invece risultano soddisfatte soltanto per un sisma di minore entità quale quello definito dal tempo di ritorno pari a 475 anni. Dal grafico 8.35 si vede come lo spostamento richiesto sia leggermente inferiore rispetto al massimo sostenibile della struttura.

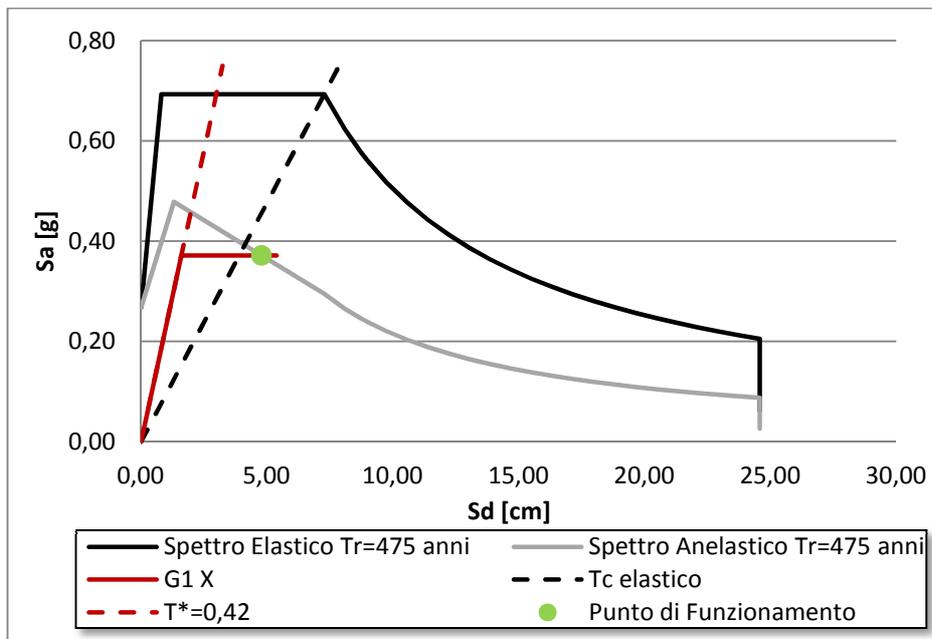


Grafico 8.35 - Confronto tra la domanda di spostamento richiesta per  $T_r=475$  anni e la capacità della struttura G1x

## 8.5 Conclusioni e confronti

Nel presente capitolo è stato studiato il comportamento dei modelli numerici caratterizzati da legami costitutivi non lineari ed si è verificato se le ipotesi dei materiali analizzati al capitolo §4 portino le strutture in condizioni di sicurezza nei confronti di un sisma analogo all’evento verificatosi il 20 maggio 2012.

È stata studiata in primo luogo la sensitività dei modelli numerici e si è visto un diverso legame tra i dati in *input* (parametri resistenti secondo il criterio di *Mohr-Coulomb*) e i risultati delle analisi: il mastio del Castello delle Rocche subisce un cambio del meccanismo di rottura al crescere della resistenza mentre ciò non avviene per la Torre dell’Orologio il cui meccanismo di rottura è sempre dovuto al taglio (negli intervalli studiati).

Una volta determinata la combinazione di carico peggiore si sono svolte le verifiche per entrambe le strutture con assegnati i diversi materiali. Come previsto entrambe le strutture si trovano in condizioni critiche nel caso dell’applicazione del materiale originario in linea con il crollo verificatosi il 20 maggio.

L’assegnazione ai modelli di un materiale con migliori caratteristiche meccaniche, dovute all’ipotesi di un intervento di consolidamento con la tecnica dello scuci e cucì, porta le strutture in condizioni di sicurezza in termini di spostamenti, duttilità e accelerazione.

Un altro caso interessante è quello derivante dall’ipotesi degli interventi di consolidamento tramite le tecniche della stilatura e delle iniezioni: si è visto che l’incremento di resistenza a taglio porta ad ottenere curve di capacità definite da una reazione di taglio alla base maggiore dei casi precedenti. Tuttavia l’elevato incremento di rigidità elastica comporta la presenza di spostamenti inferiori. Questi ultimi infatti sono inferiori alla richiesta sismica per il mastio della Rocca mentre sono sufficienti per la torre dell’Orologio. La tabella 8.14 riassume le verifiche sugli spostamenti svolte nell’intero capitolo con riferimento al sistema reale<sup>8</sup>.

	Torre dell’Orologio		Mastio del Castello delle Rocche			
	G1x		G1x		G1y	
	d <sub>max</sub> [cm]	d <sub>u</sub> [cm]	d <sub>max</sub> [cm]	d <sub>u</sub> [cm]	d <sub>max</sub> [cm]	d <sub>u</sub> [cm]
Originario	7,94	4,68	17,03	13,30	16,06	11,22
Scuci e cucì	8,13	15,73	18,74	31,32	15,12	32,51
Iniezioni	2,42	5,04	9,18	8,23	8,60	9,76

Tabella 8.14 – Riassuntiva verifiche secondo il metodo N2 per il sistema reale.

<sup>8</sup> Gli spostamenti si riferiscono al sistema MDOF, ovvero pari a  $d_u = \Gamma \cdot d_u^*$



# 9

## ANALISI DINAMICA NON LINEARE

L'analisi non lineare dinamica consiste nel calcolo della risposta sismica della struttura mediante integrazione delle equazioni del moto, utilizzando un modello non lineare della struttura e opportuni accelerogrammi.

Essa ha lo scopo di valutare il comportamento dinamico della struttura in campo non lineare, consentendo il confronto tra gli spostamenti richiesti e quelli sostenibili, nonché di verificare l'integrità degli elementi strutturali nei confronti di possibili comportamenti fragili.

Si procederà allo studio della risposta strutturale mediante l'integrazione diretta delle equazioni del moto sui modelli ad elementi finiti già precedentemente utilizzati e caratterizzati dal legame costitutivo a danneggiamento *Concrete Damage Plasticity* (Appendice A) in grado di simulare non solo il degrado della rigidità, della resistenza e il progredire del danno all'interno delle due strutture ma anche le caratteristiche dissipative associate al comportamento ciclico isteretico così come richiesto dalle Linee Guida per i beni culturali al §5.2.5 [18].

Per entrambe le torri questa analisi sarà svolta per ogni materiale preso in considerazione in precedenza.

Con riferimento alle Norme Tecniche delle Costruzioni (§7.3.4.2) e alla Circolare Applicativa (§C7.3.4.2), si andranno a confrontare gli spostamenti ultimi, calcolati tramite analisi *pushover*, con quelli richiesti dal sisma in questione.

Il software di calcolo opererà inizialmente applicando il peso proprio e i carichi dovuti alle parti non modellate delle strutture quali la cella campanaria e la copertura.

Al termine di tale operazione verranno rimossi i vincoli d'incastro alla sezione di base e verranno sostituiti dagli andamenti degli accelerogrammi riportati nei grafici 3.1, 3.2 e 3.3.

Il tipo di *step* scelto per tale analisi dinamica è il “*Dynamic, Implicit*” che consiste in una procedura d'integrazione implicita nel tempo necessaria per ottenere una risposta in campo non lineare.

*Abaqus*, inoltre, permette di adottare, per tale analisi, algoritmi dotati di smorzamento numerico selettivo, in grado cioè di ridurre il più possibile l'effetto di oscillazioni ad alta frequenza, spesso poco significativi, e migliorare la convergenza dell'analisi. Tra tali applicazioni si sceglie di utilizzare “*Moderate dissipation application*”.

L'integrazione delle equazioni del moto avviene con un passo pari a 0,005 secondi.

## 9.1 Torre dell'Orologio

Per ciascun caso analizzato nei capitoli precedenti riportano i risultati dell'analisi dinamica non lineare al passo in termini di mappe di danno. Le immagini che seguono mostrano la distribuzione delle variabili  $d_t$  e  $d_c$  nel tempo simulando lo sviluppo delle fessure nel materiale.

Attraverso queste analisi si indaga quali meccanismi vengono sviluppati durante l'evento sismico e quali possono risultare critici per le strutture.

A partire dalla distribuzione di tali parametri si confrontano i diversi casi già studiati nei capitoli precedenti.

### 9.1.1 Materiale originario

In primo luogo si vuole simulare quanto accaduto il 20 maggio alla struttura caratterizzata dalla muratura antica avente pessime caratteristiche meccaniche.

Le immagini 9.1 e 9.2 mostrano come si distribuisce il danno a trazione per un tempo pari a 0, 5 e 8 secondi e al termine del sisma (20 secondi), mentre le figure 9.3 e 9.4 individuano quello a compressione sviluppato.

La maggior parte del danno viene sviluppato tra 4 e 8 secondi, corrispondente all'intervallo di tempo con le accelerazioni più gravose, e interessa maggiormente i lati Est e Ovest nella parte più bassa della torre. In particolare il danno comincia a manifestarsi sugli angoli per poi diffondersi diagonalmente fino all'altezza del primo piano. Si noti inoltre la presenza di fessure verticali sviluppate in corrispondenza delle aperture.

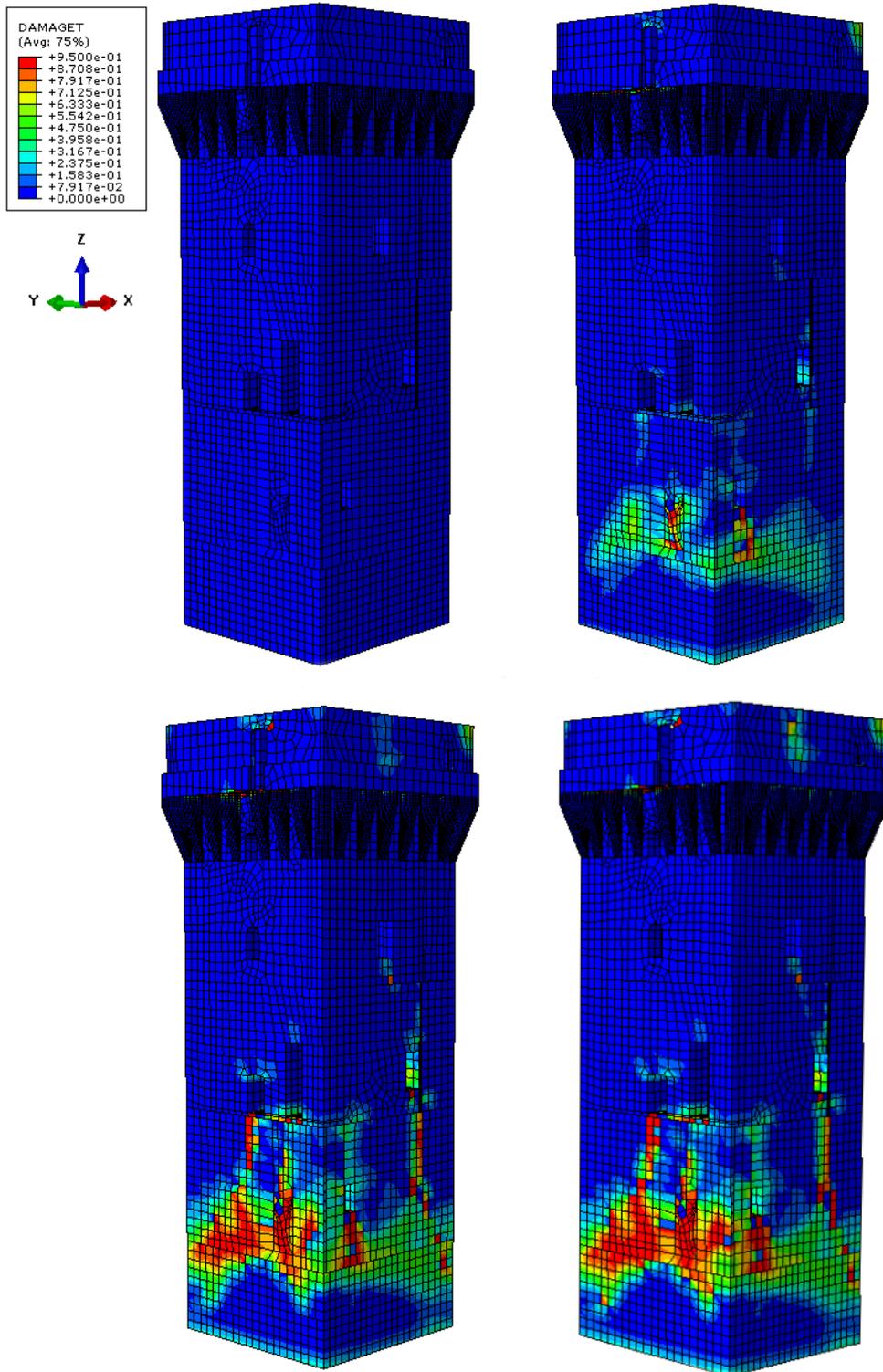


Figura 9.1 Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest

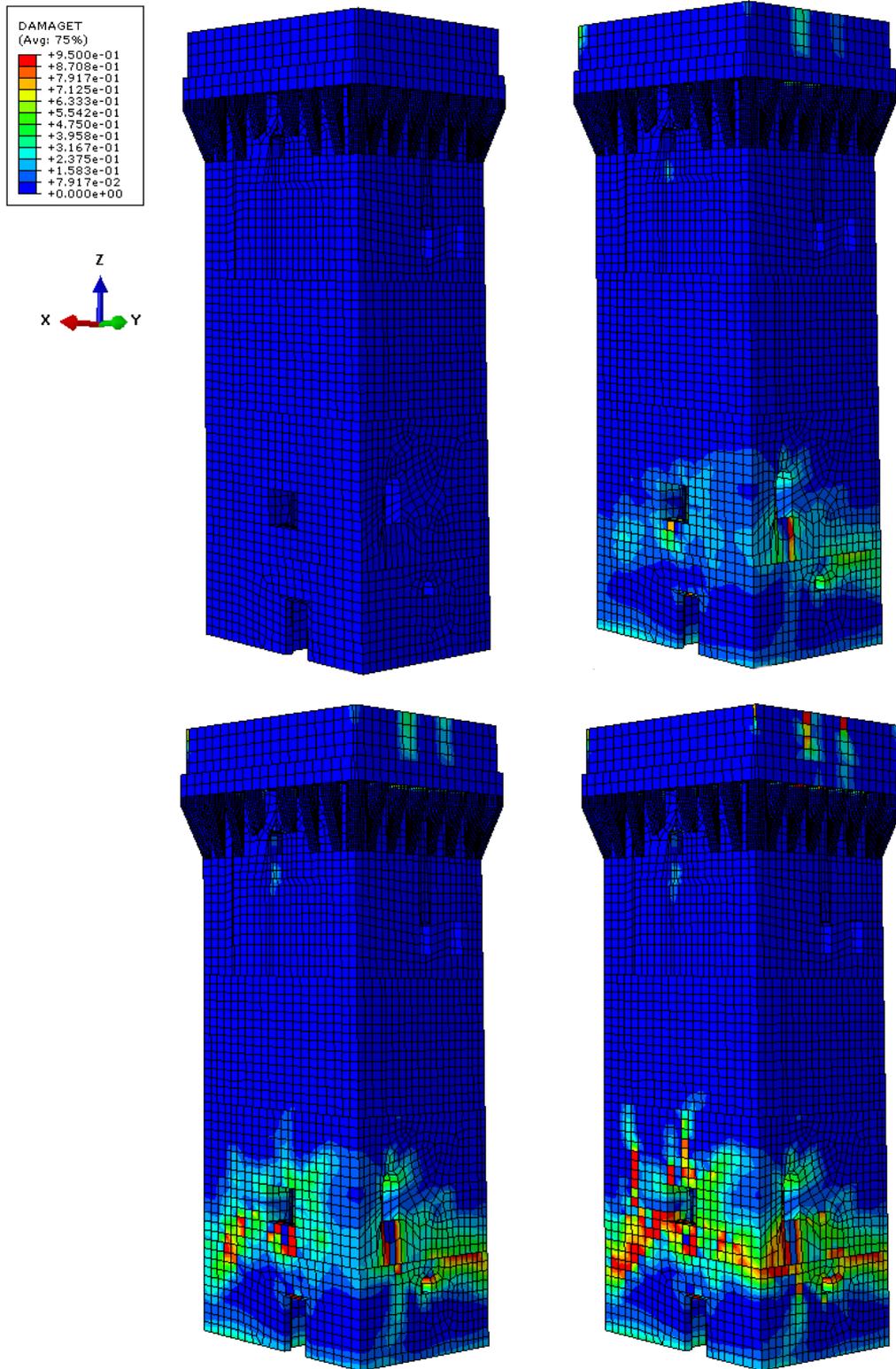


Figura 9.2 – Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est

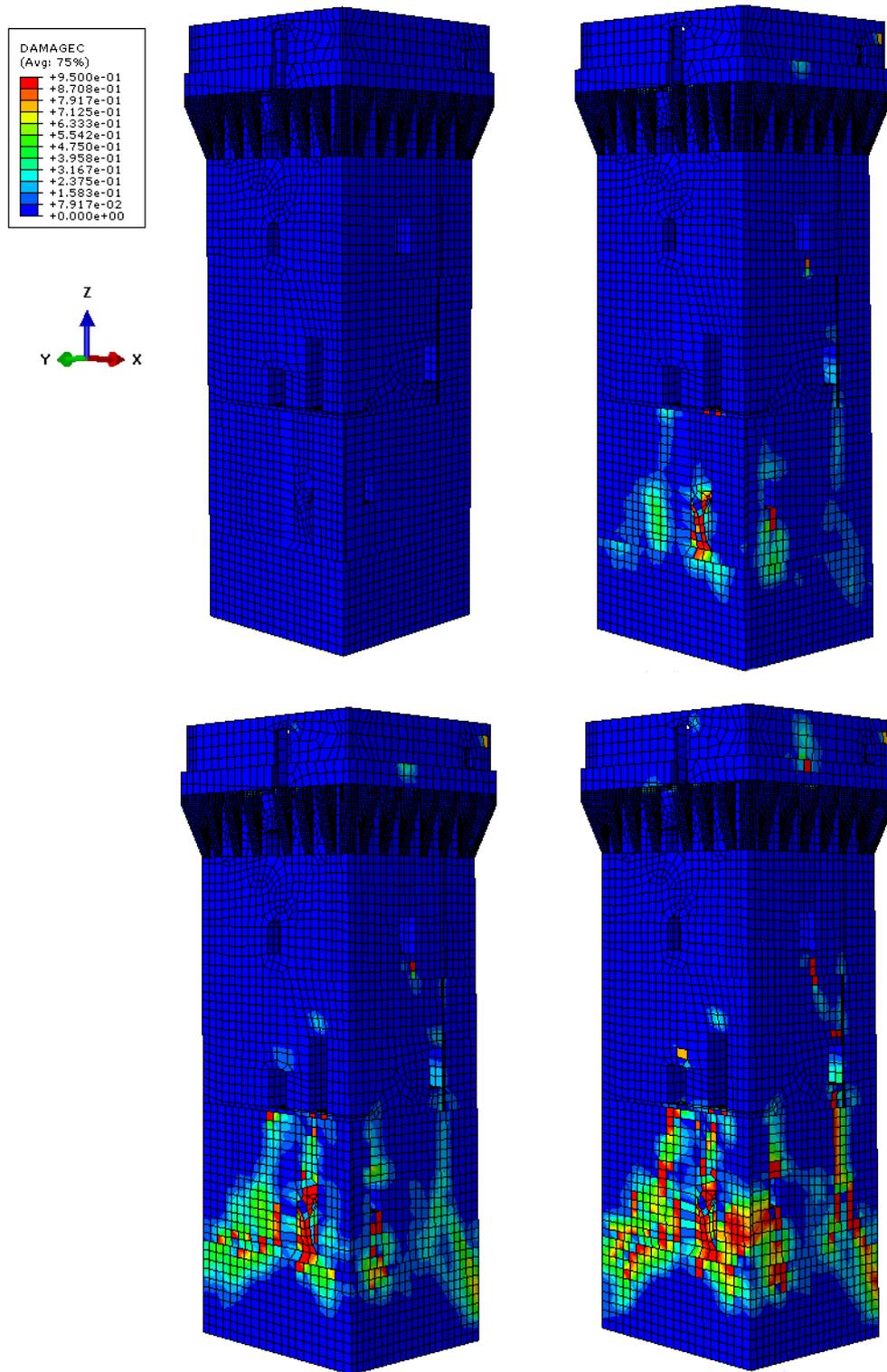


Figura 9.3 - Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest

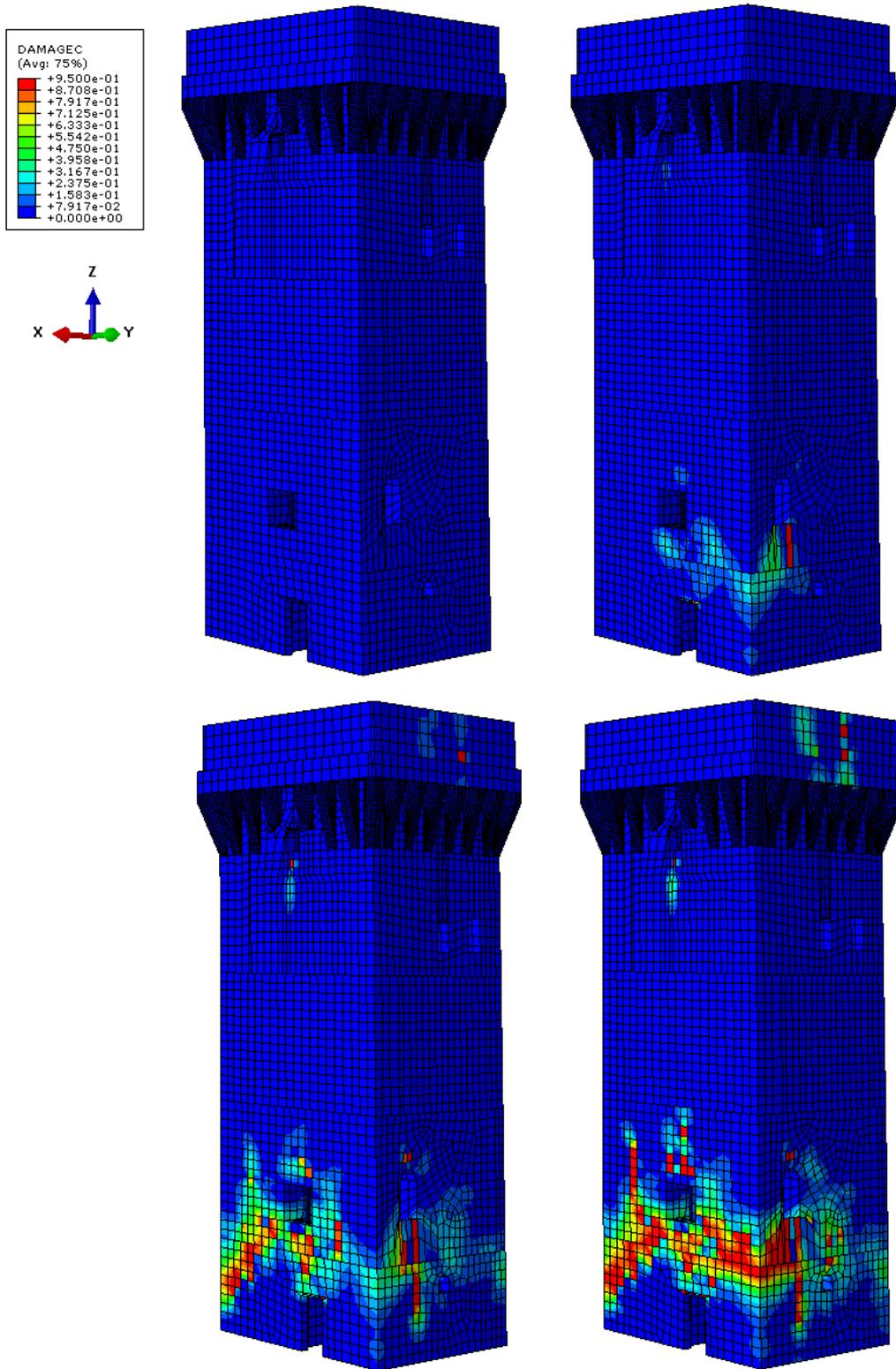


Figura 9.4 - Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est

Infine si riporta anche l'andamento degli spostamenti in x e y sviluppati durante il terremoto. Come si può notare dal confronto con gli spostamenti ammissibili, questi ultimi non sono sufficienti a garantire la sicurezza dell'edificio.

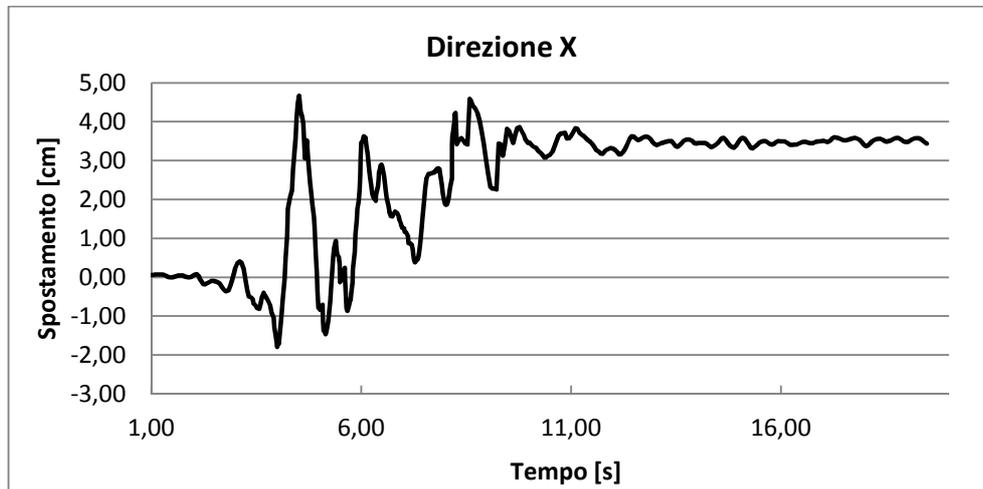


Grafico 9.1 - Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base

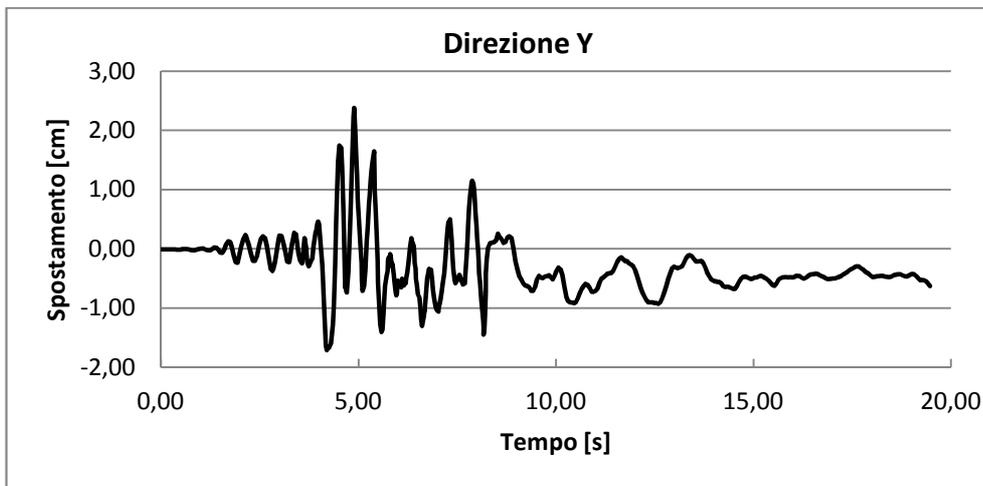


Grafico 9.2 - Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base

	$u_{max}$ [cm]	$u_u$ [cm]
X	4,67	3,08
Y	2,41	3,08

Tabella 9.1 – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti

### 9.1.2 Materiale consolidato tramite scuci e cuci

Le migliori caratteristiche meccaniche del materiale testato in laboratorio da L. Binda et al. [4] portano a risultati nettamente diversi in termini di danneggiamento della struttura. In primo luogo non si riscontra del danno a compressione significativo al termine delle analisi mentre si nota la presenza di una piccola parte di struttura danneggiata a trazione. Tutte le immagini fanno riferimento a 0, 5, 7 e 20 secondi dall'inizio del sisma.

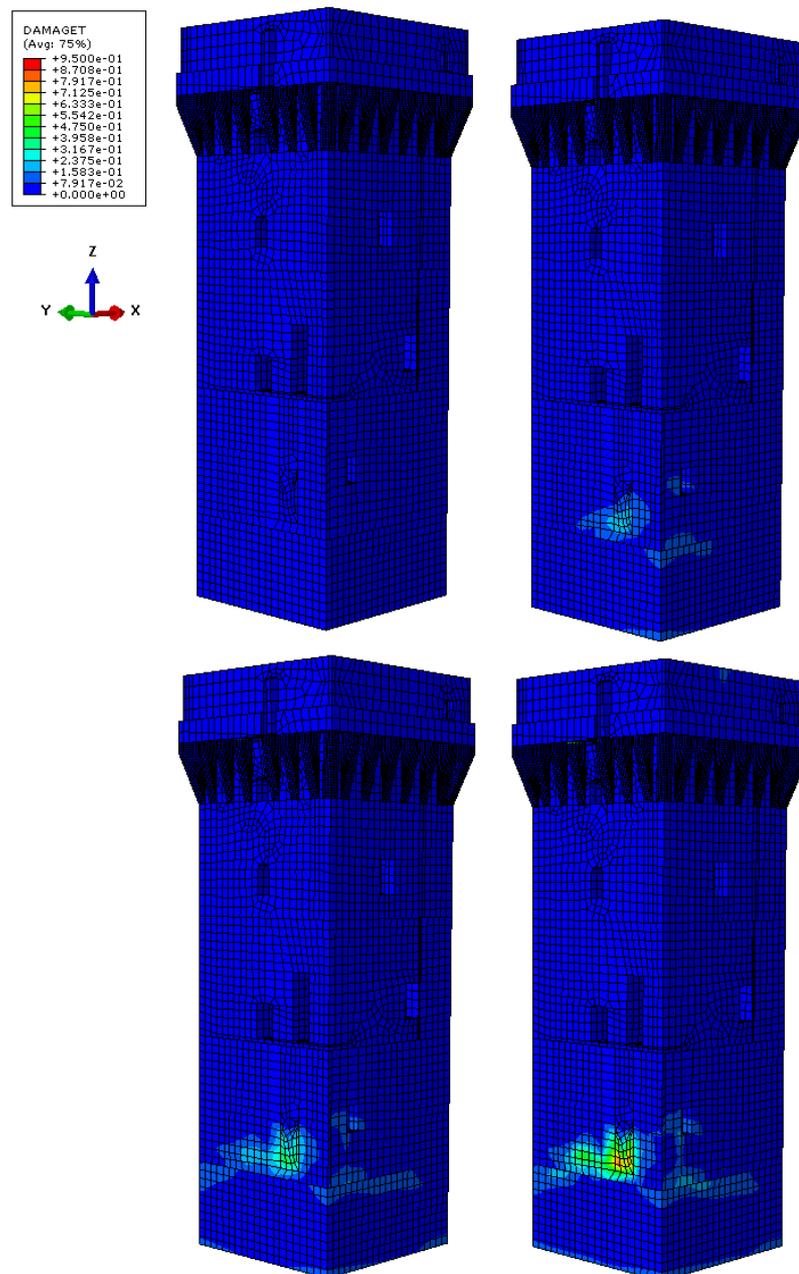


Figura 9.5 - Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest

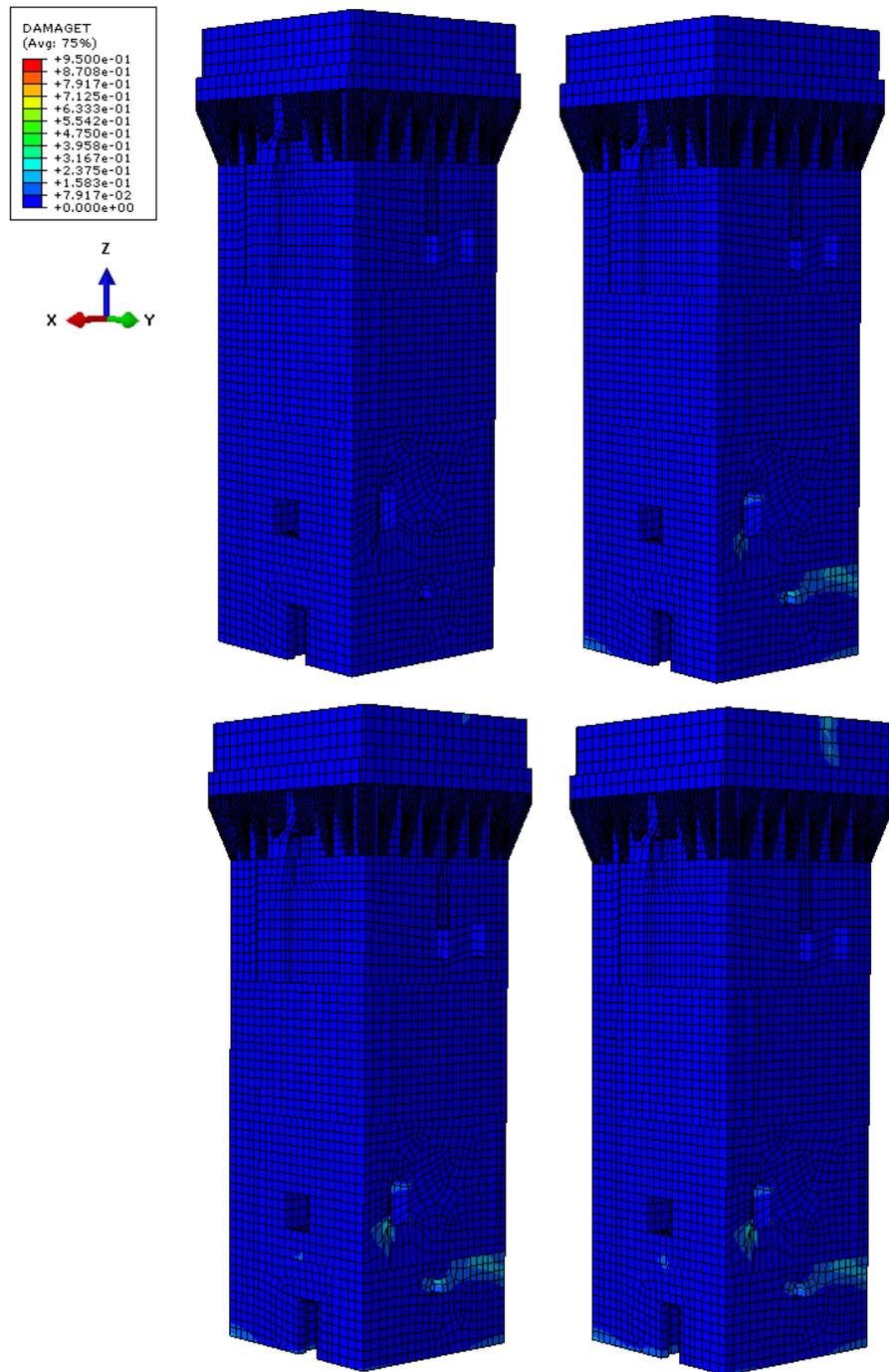


Figura 9.6 - Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est

La figura 9.5 mostra la concentrazione del danno in una zona ridotta della muratura coincidente pressoché con il primo piano. Tale zona è ininfluenza rispetto alla restante parte di struttura che non presenta un danno evidente. Inoltre la presenza del

danno è dovuta ad uno spessore della parete molto piccolo poiché in tale zona è stata richiusa una apertura.

Ciò che è già emerso nelle analisi statiche non lineari trova conferma anche in questo caso dove risulta evidente che la struttura fornisce adeguata resistenza nei confronti del sisma considerato.

Confrontando infine gli spostamenti ultimi, ottenuti per mezzo dell'analisi *pushover*, con quelli che si sviluppano durante l'analisi si vede come la struttura sia in grado di resistere al sisma del 20 maggio 2012.

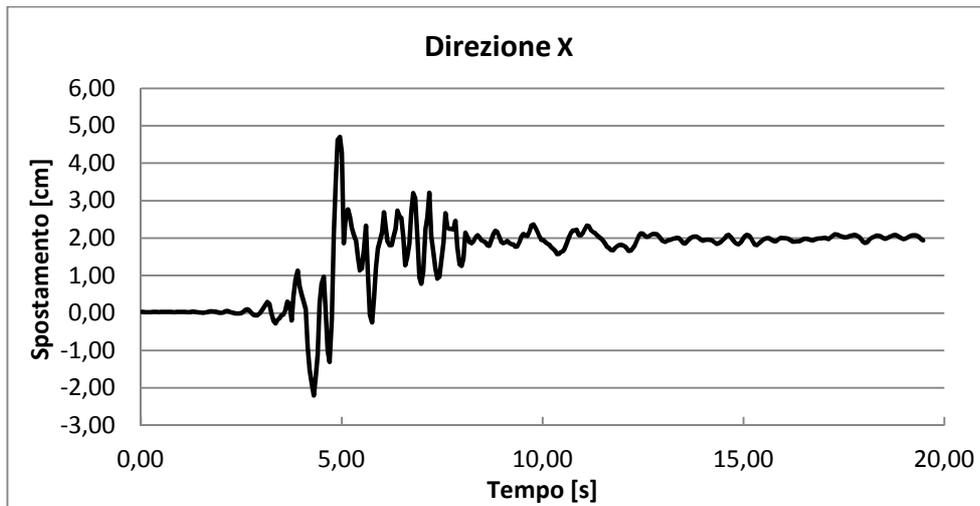


Grafico 9.3 – Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base

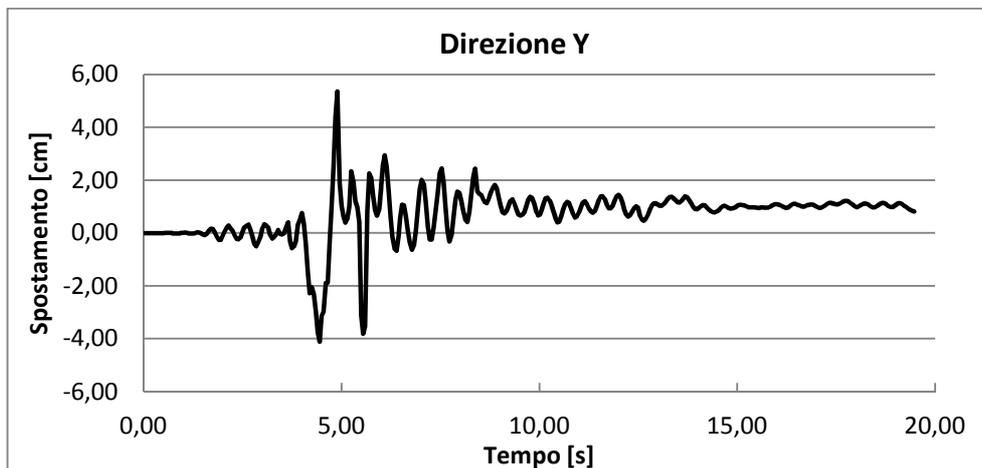


Grafico 9.4 - Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base

	$u_{max}$ [cm]	$u_u$ [cm]
X	4,70	15,20
Y	5,42	15,20

Tabella 9.2 – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti

### 9.1.3 Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura

L'ultima analisi sulla Torre dell'Orologio riguarda il materiale consolidato per mezzo di stilatura e iniezioni. La maggior rigidezza associata a tale materiale, come si è già visto, determina sollecitazioni maggiori da cui si ottiene un danneggiamento più pronunciato rispetto al caso precedente. Il danno ottenuto, tuttavia, non dovrebbe essere sufficiente per determinare il collasso della struttura, confermando quanto dimostrato nelle analisi statiche non lineari. Anche in questo caso si riportano i fotogrammi associati a 0, 5, 7 e 20 secondi dall'inizio del sisma.

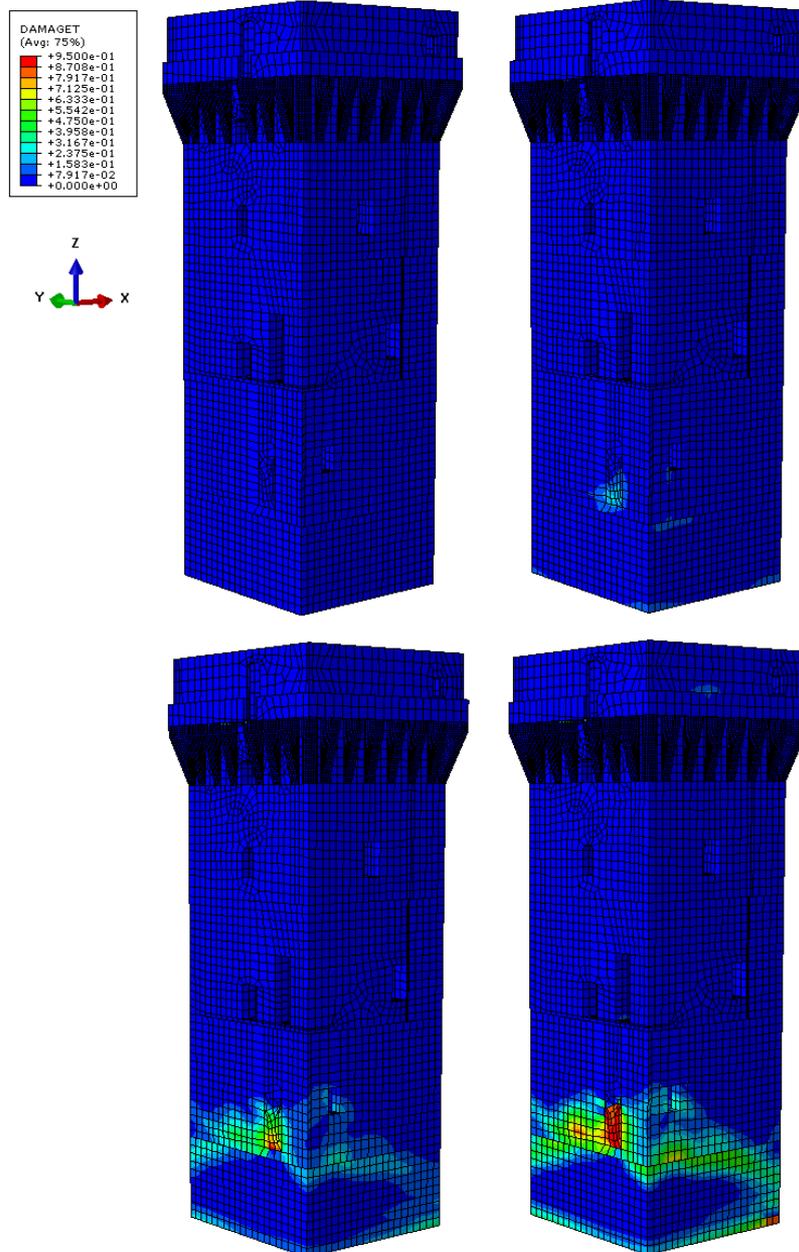


Figura 9.7 - Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest

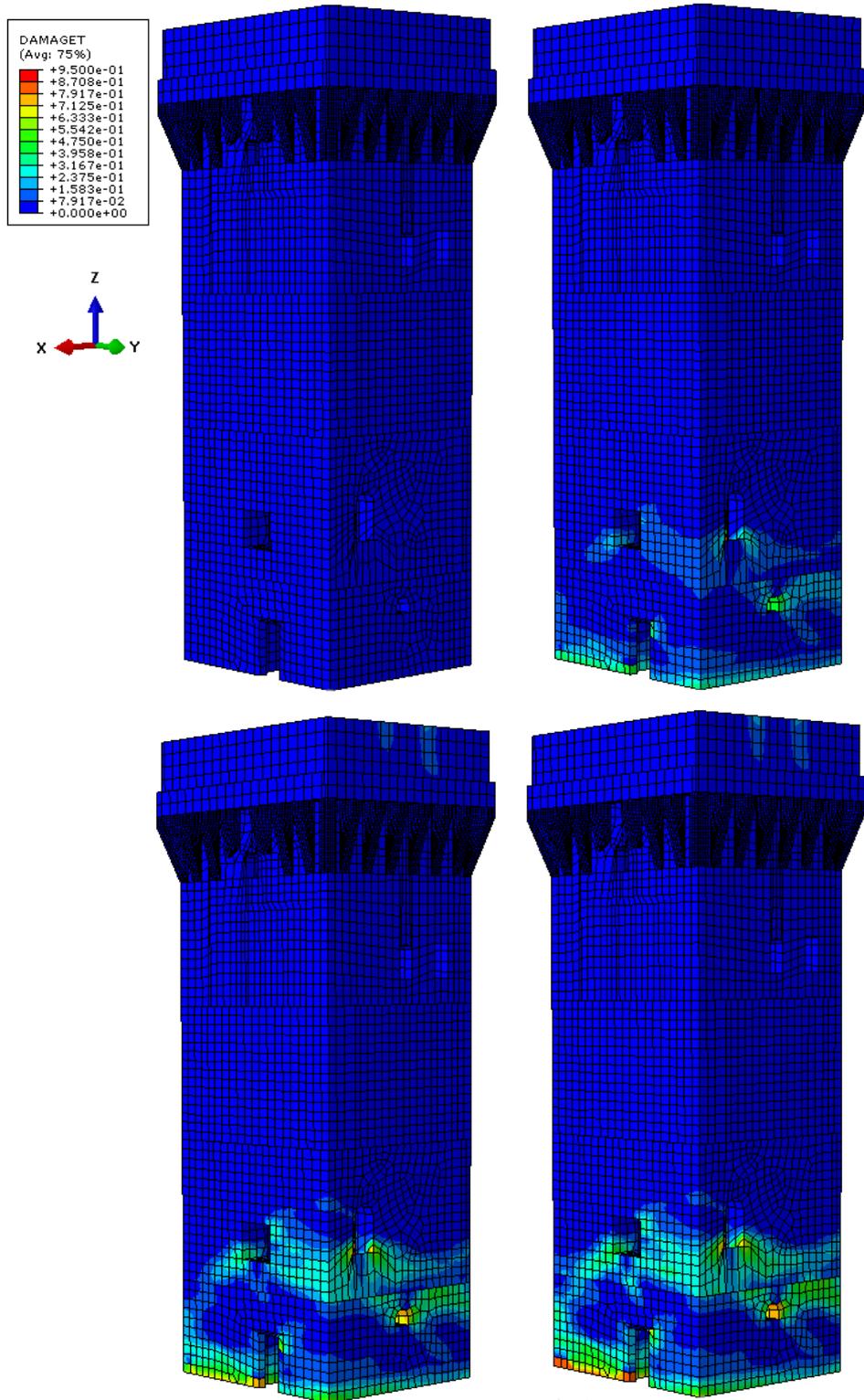


Figura 9.8 - Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est

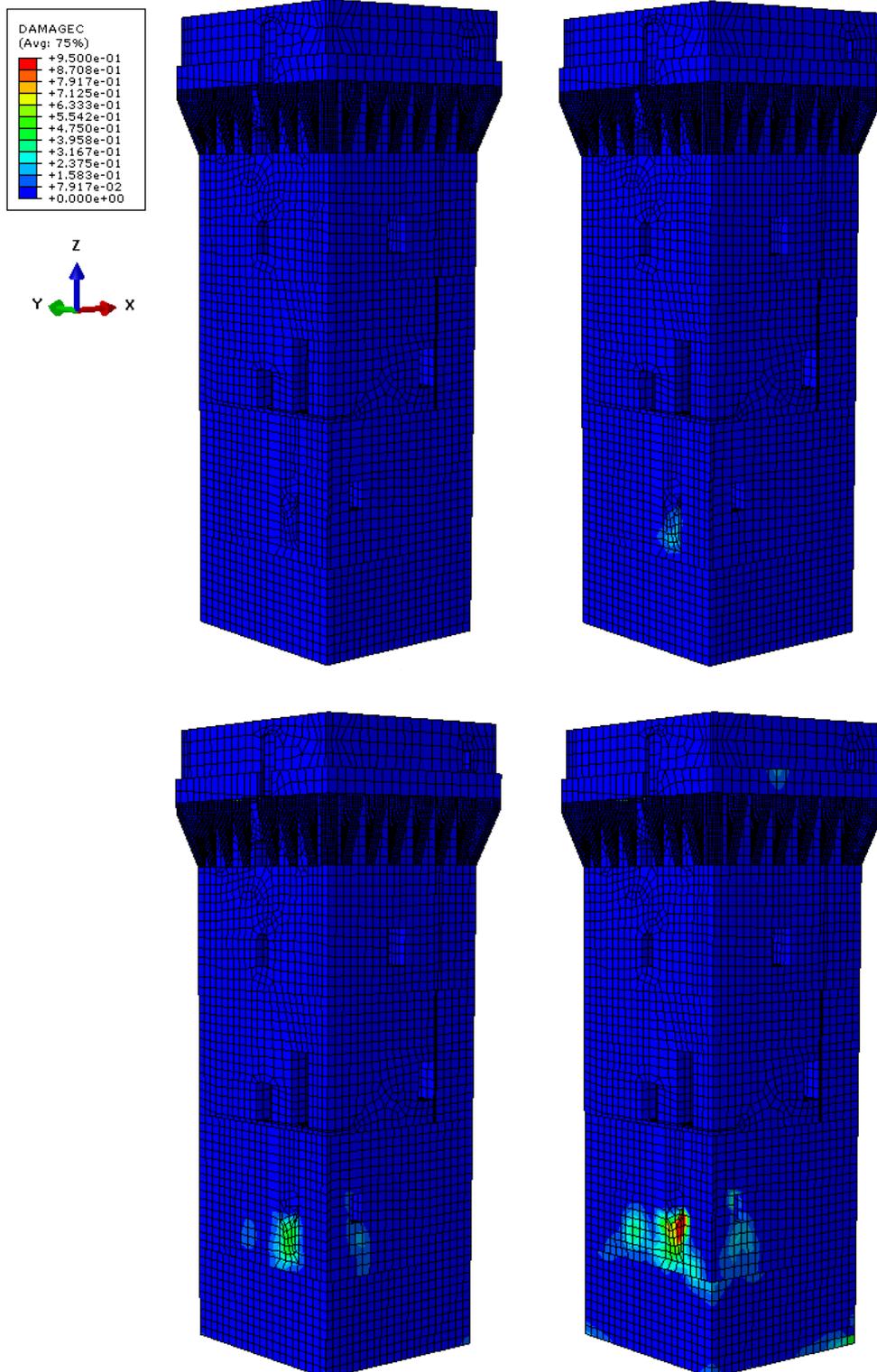


Figura 9.9 - Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest

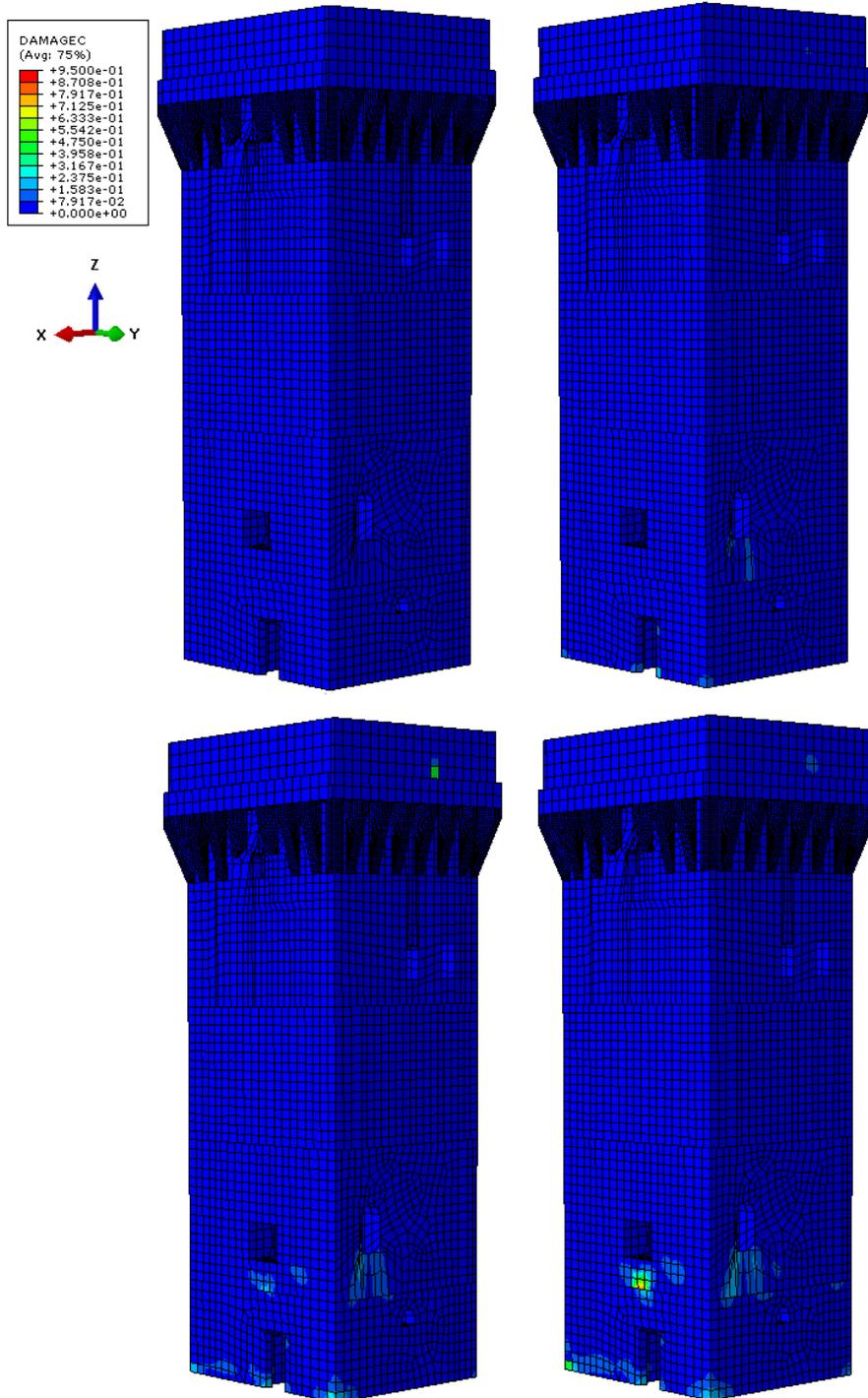


Figura 9.10 - Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est

Dalle immagini si nota come il danno a compressione si distribuisca nelle zone vicino alle aperture e in particolare dove vi è quella che è stata chiusa. Un danneggiamento di questo tipo risulta senz'altro accettabile.

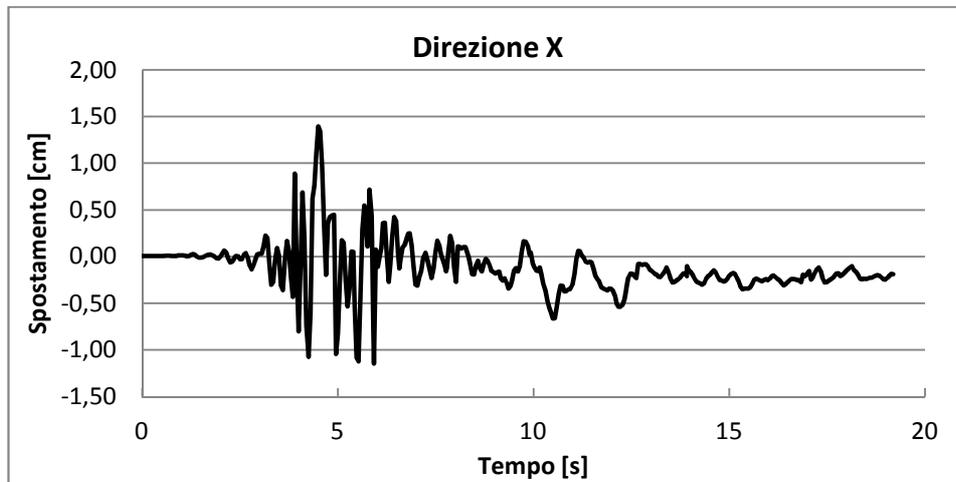


Grafico 9.5 - Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base

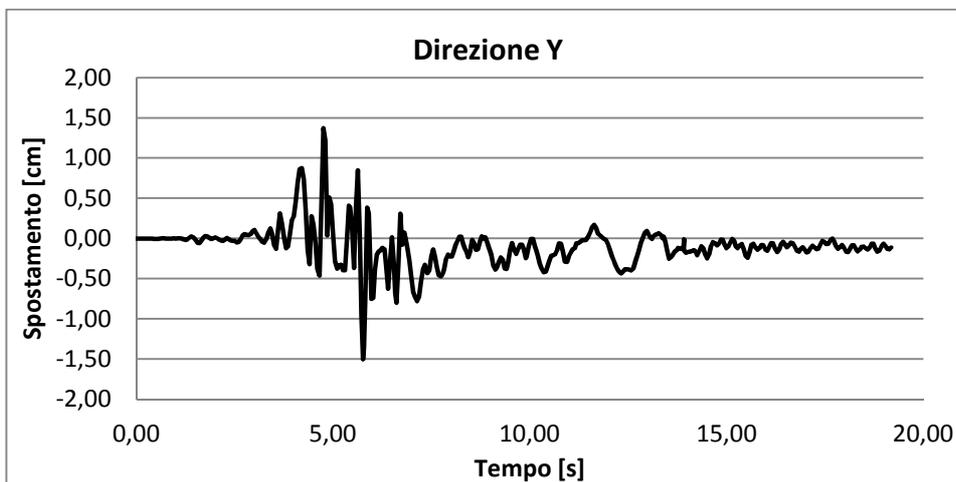


Grafico 9.6 - Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base

	$u_{max}$ [cm]	$u_u$ [cm]
X	1,40	3,32
Y	1,37	3,32

Tabella 9.3 - Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti

I grafici degli spostamenti mostrano chiaramente l'effetto dell'incremento di rigidità: essi risultano decisamente ridotti rispetto agli altri casi e lo stesso vale per gli spostamenti residui.

Confrontando con quanto ottenuto nelle analisi *pushover*, la struttura si trova in condizioni di sicurezza rispetto al sisma.

### 9.1.4 Confronti

Dalle analisi svolte si notano immediatamente le condizioni critiche in cui la struttura si trovava prima dell'avvento del sisma. Il danno ottenuto nelle sezioni alla base risulta molto diffuso e gli spostamenti ottenuti risultano maggiori di quelli sopportabili.

Si può vedere lo sviluppo di fessure verticali in analogia con quanto avvenuto il 20 maggio e che ha comportato il collasso parziale della struttura.

Il danno ottenuto per il materiale consolidato tramite scuci e cucì mostra invece una situazione ben diversa: la struttura sviluppa delle fessure a causa della concentrazione di sforzi che nasce nei pressi delle aperture più basse. Tale danno risulta poco diffuso e la struttura si trova in condizioni di sicurezza alla luce del confronto tra gli spostamenti.

Infine, per il materiale consolidato con stilatura e iniezioni, la struttura presenta un danneggiamento a trazione nelle sezioni più basse. Tale danno risulta comunque meno pronunciato rispetto al materiale originario da cui si deduce che la struttura si trova in condizioni di sicurezza, come confermano anche le verifiche *pushover* precedenti.

Un ulteriore confronto può essere fatto sugli spostamenti residui: per la torre caratterizzata dalla muratura storica si hanno valori non trascurabili indice del danno subito dalla struttura.

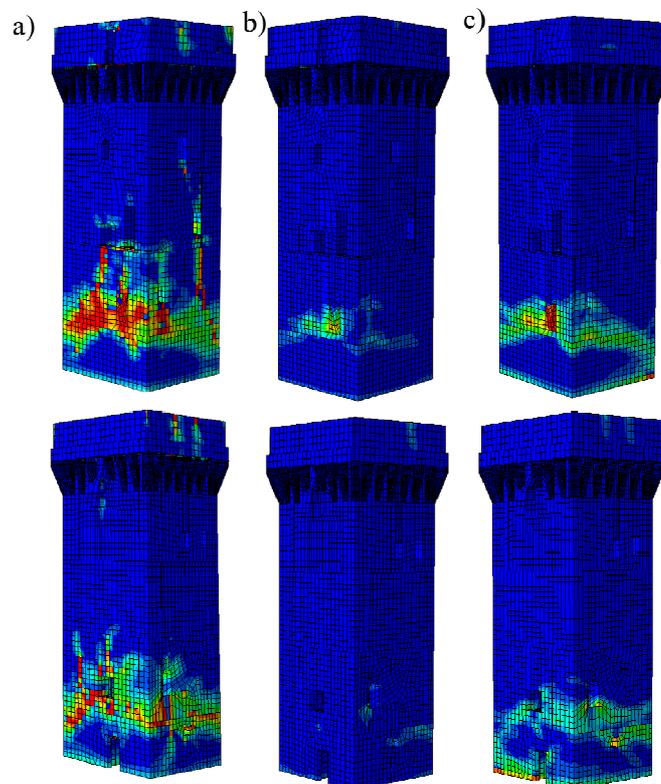


Figura 9.11 – Mappe di danno finali a trazione per la muratura originaria (a), con scuci e cucì (b) e con iniezioni (c)

## 9.2 Mastio del Castello delle Rocche

Nei seguenti paragrafi verranno espone le medesime analisi fatte per la Torre dell’Orologio, con lo scopo di simulare il possibile meccanismo che ha portato il mastio al collasso. Si confrontano poi i risultati ottenuti per i materiali con migliori caratteristiche meccaniche rispetto alla muratura originaria.

Tutte le immagini si riferiscono agli istanti più significativi, in particolare agli istanti di 0, 5, 7 e 20 secondi dall’inizio del sisma.

### 9.2.1 Materiale originario

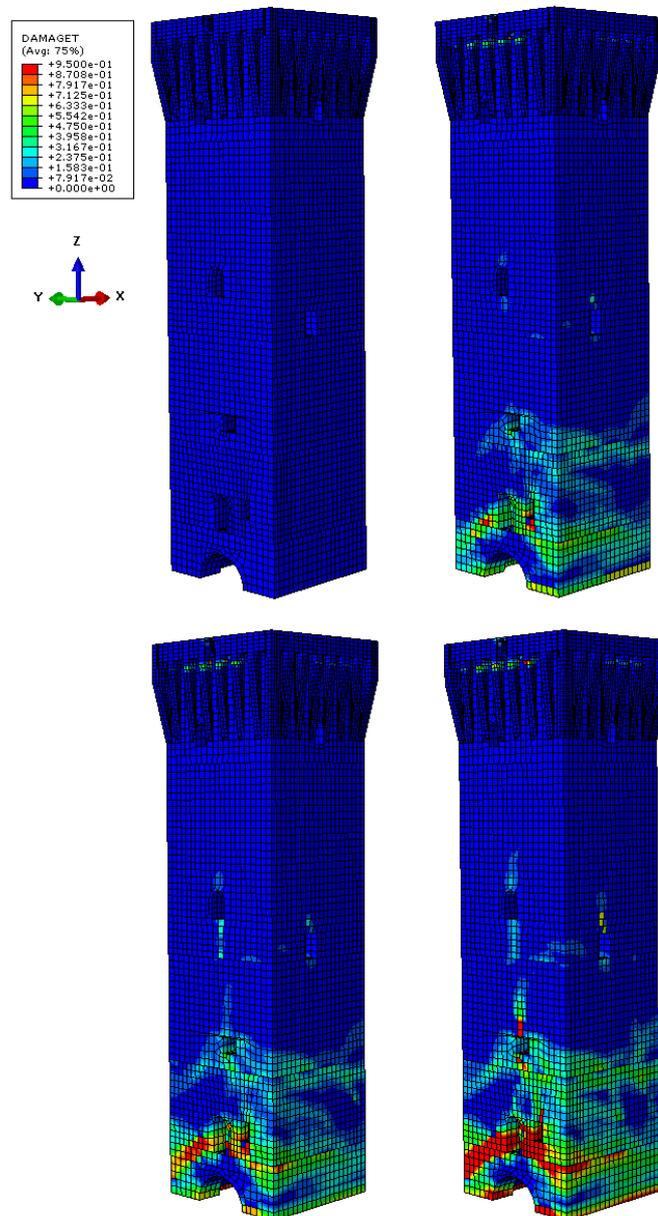


Figura 9.12 - Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest

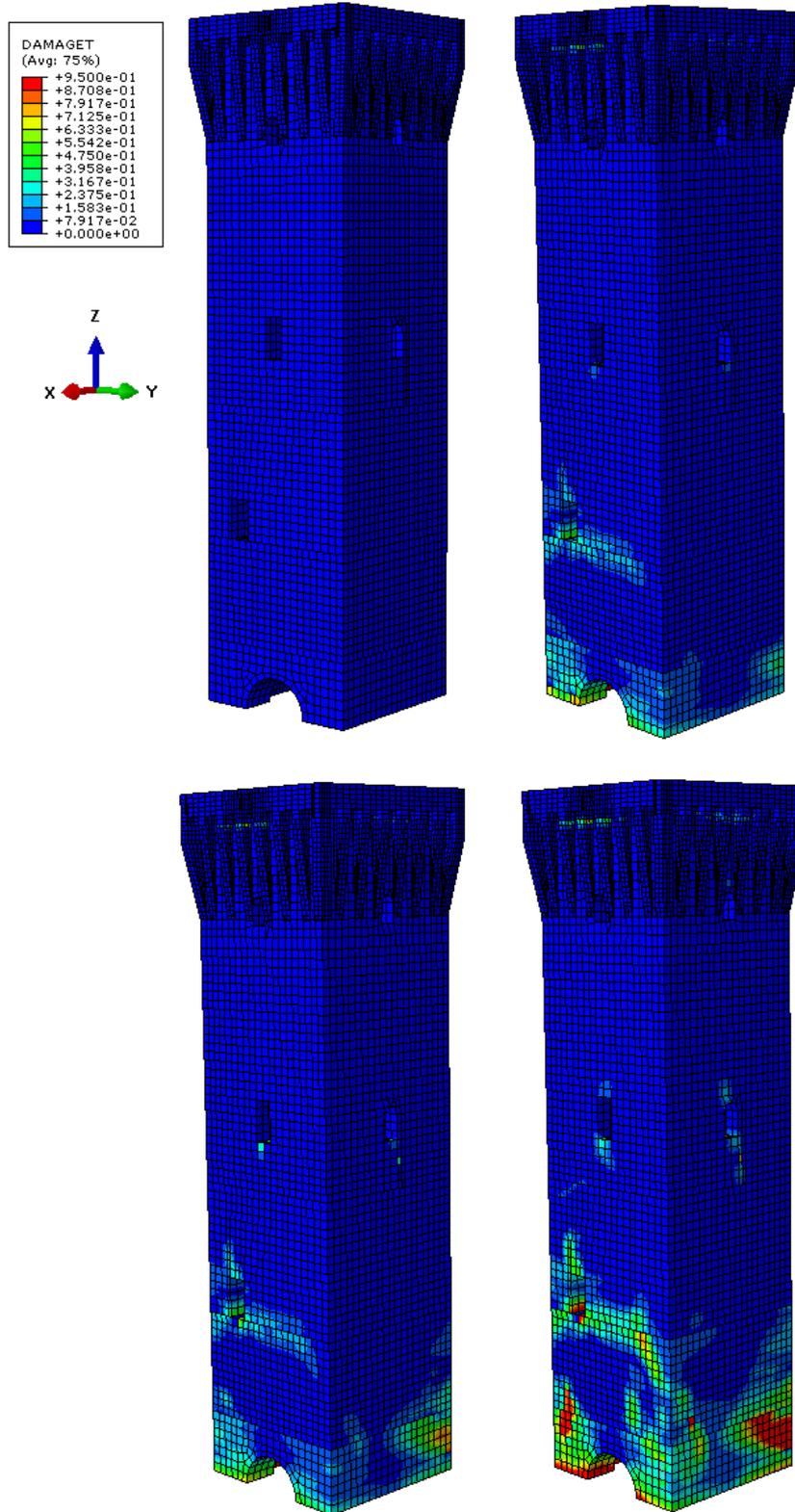


Figura 9.13 - Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est

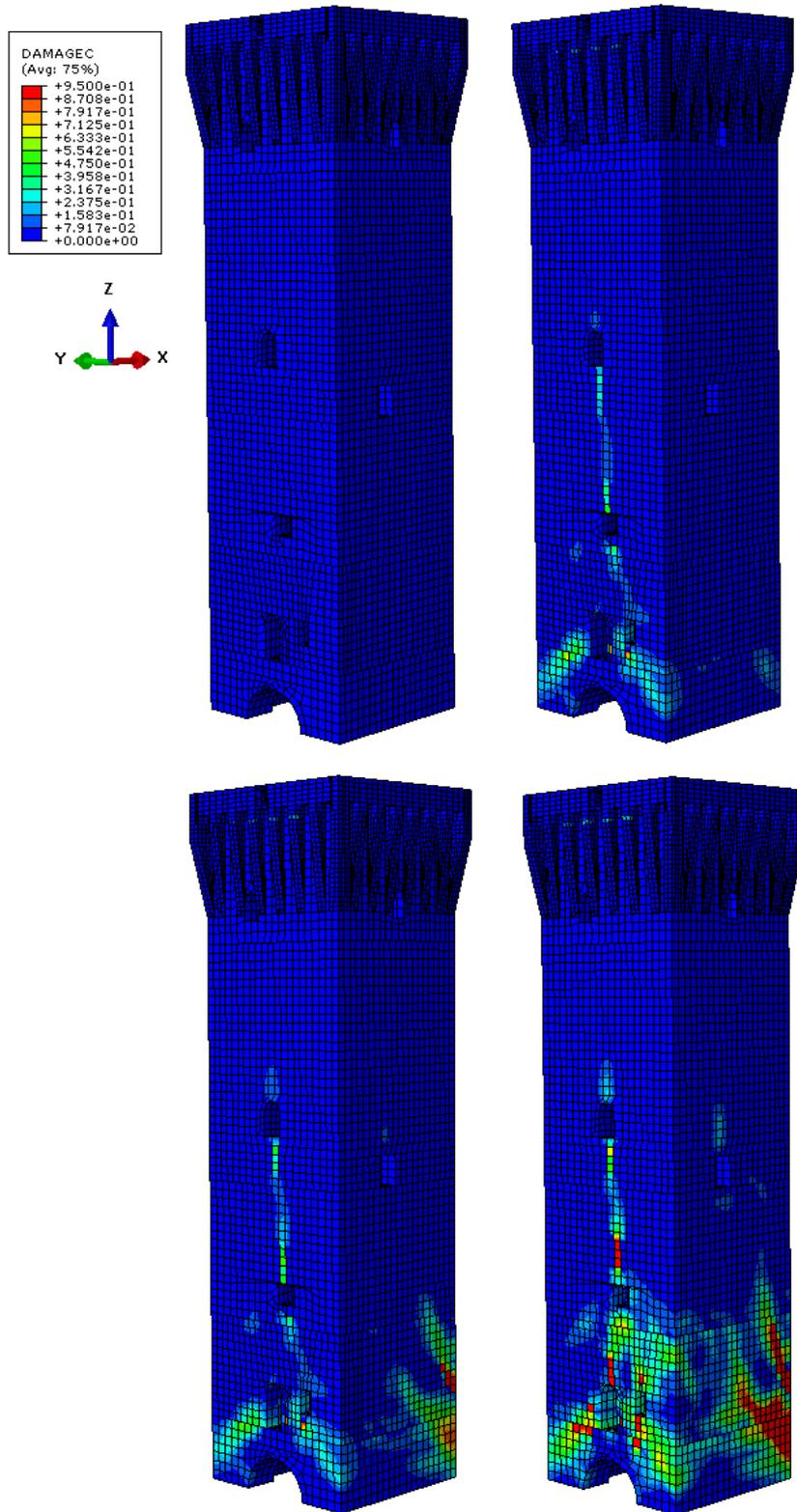


Figura 9.14 - Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest

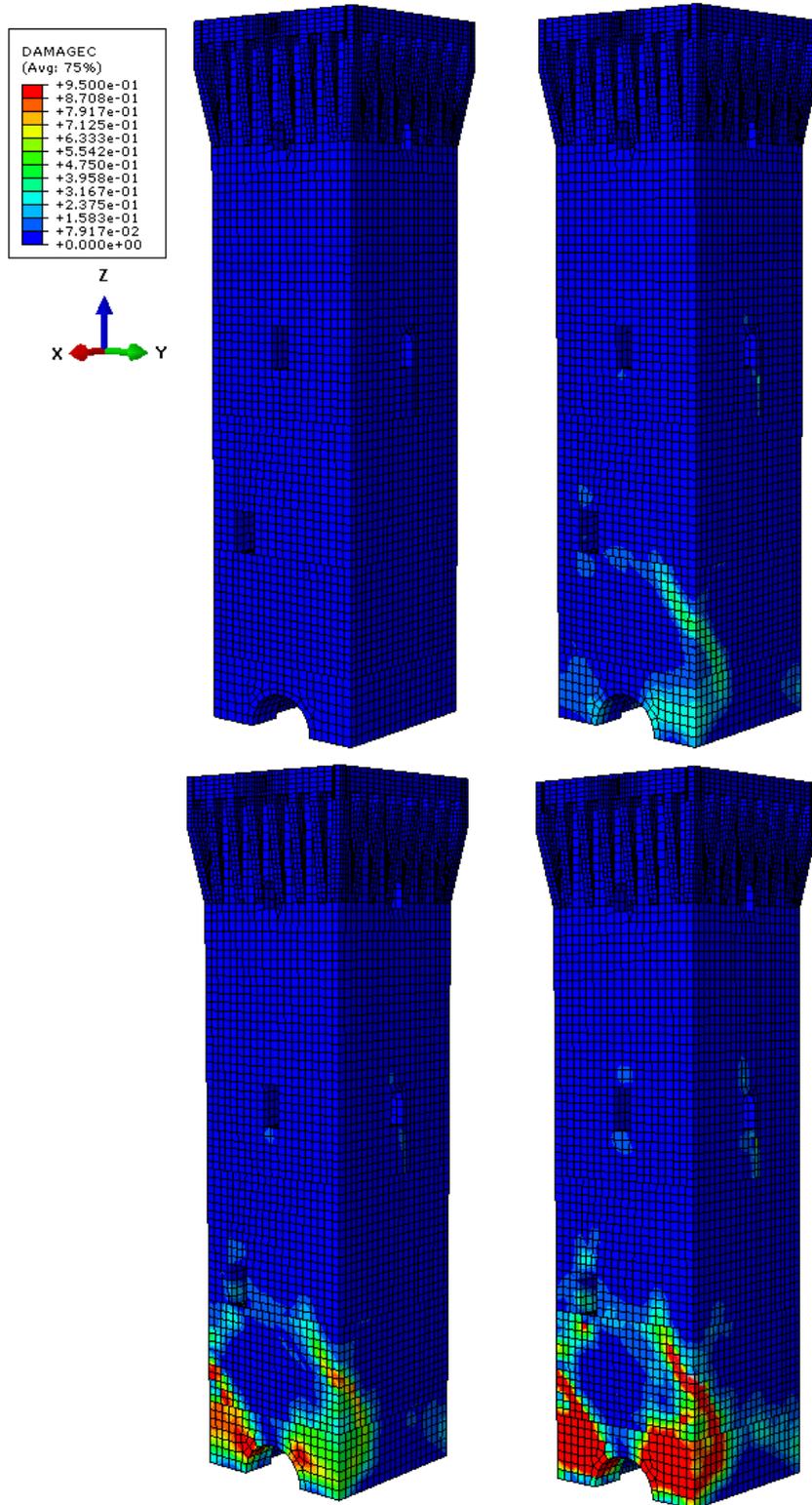


Figura 9.15 - Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est

I risultati dell'analisi sul mastio della Rocca simulano realisticamente quanto accaduto durante il terremoto del 20 maggio 2012. Come si può notare, si ha un ribaltamento della torre verso il castello (in direzione X;-Y) dovuto alla crisi per presso-flessione di una sezione all'altezza di circa 3 metri dal piano campagna.

Si conferma perciò quanto tratto dalle indagini sulle macerie da cui era evidente che il mastio avesse subito un ribaltamento che ha scaraventato la parte alta contro la parete del Castello, il quale ha subito ulteriori danni.

Si riporta di seguito l'immagine della deformata, opportunamente amplificata, al momento più gravoso del sisma, ovvero tra i 6 e 7 secondi.

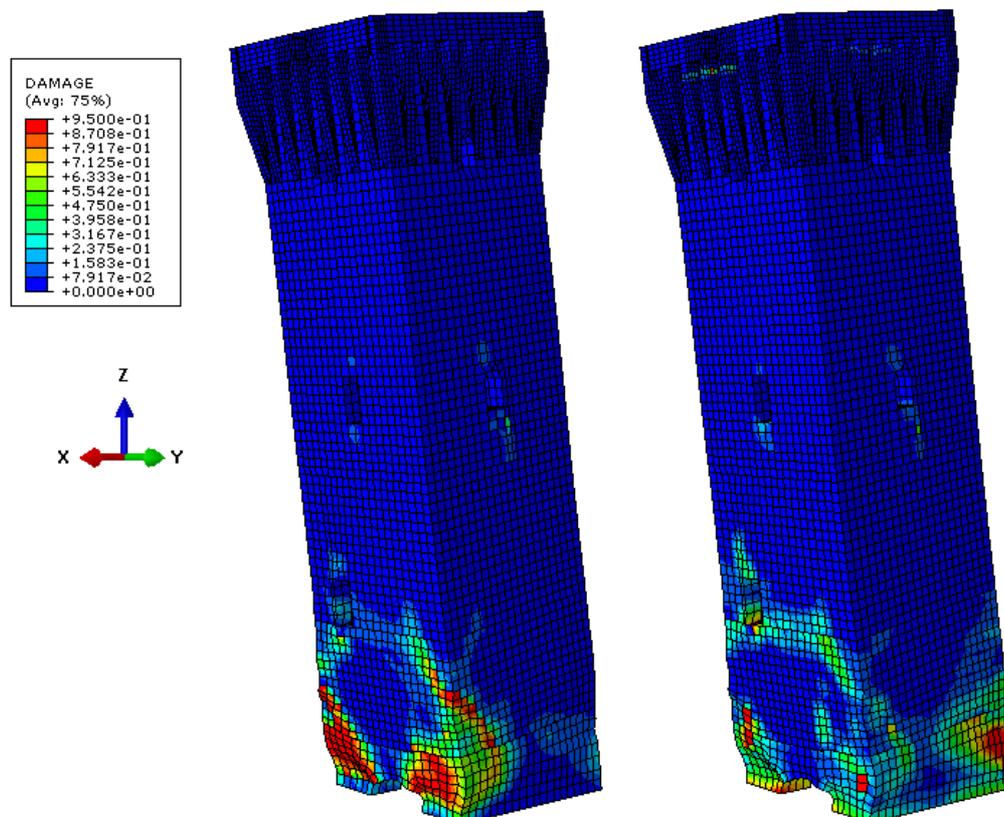


Figura 9.16 – Deformata della struttura nell'istante più gravoso del sisma

Lo sviluppo del meccanismo di collasso che vede il ribaltamento del mastio verso il castello è visibile anche nei grafici che mostrano l'andamento degli spostamenti relativi della sommità rispetto alla base. Dai grafici 123 e 123 si vede che dopo i primi 6 secondi di sisma vengono sviluppati spostamenti anelastici che non vengono recuperati al termine del terremoto. Presumibilmente proprio in tale istante si è verificato il crollo.

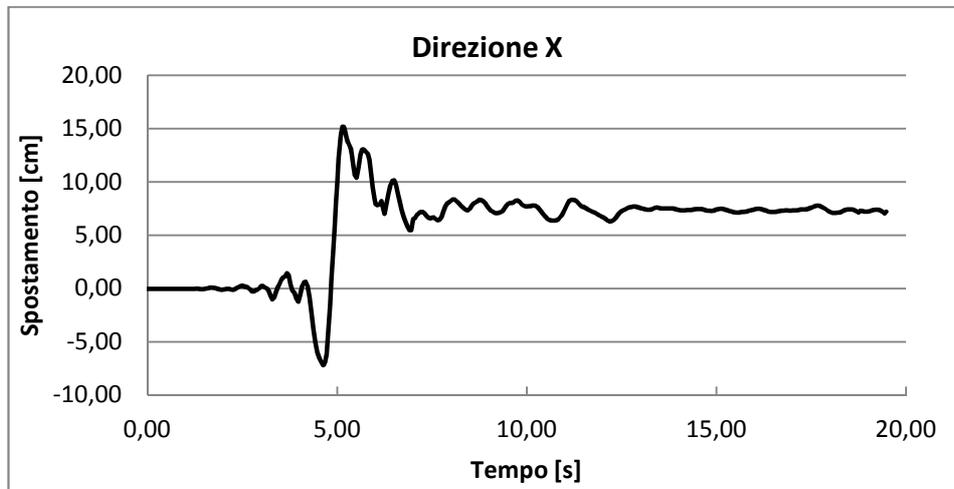


Grafico 9.7 - Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base durante il sisma

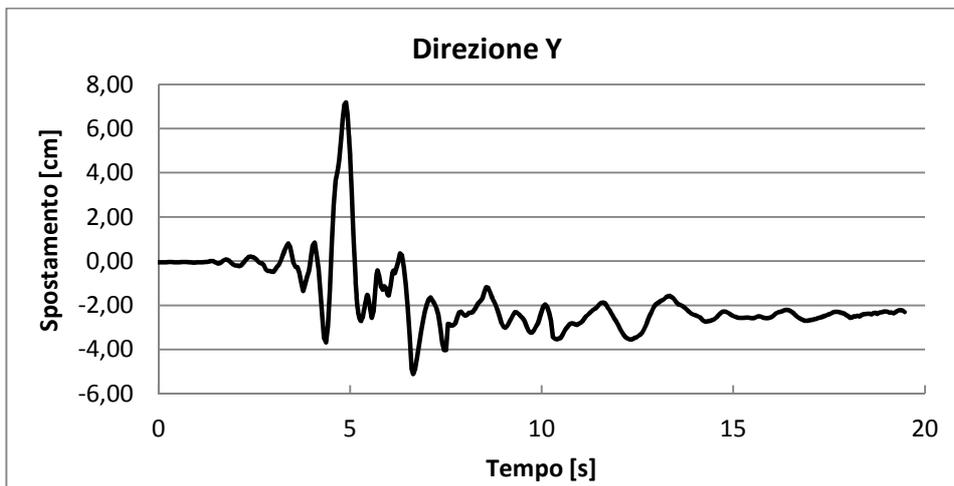


Grafico 9.8 - Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base

	$u_{max}$ [cm]	$u_u$ [cm]
X	15,18	8,69
Y	7,19	7,33

Tabella 9.4 – Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti

### 9.2.2 Materiale consolidato tramite scuci e cucii

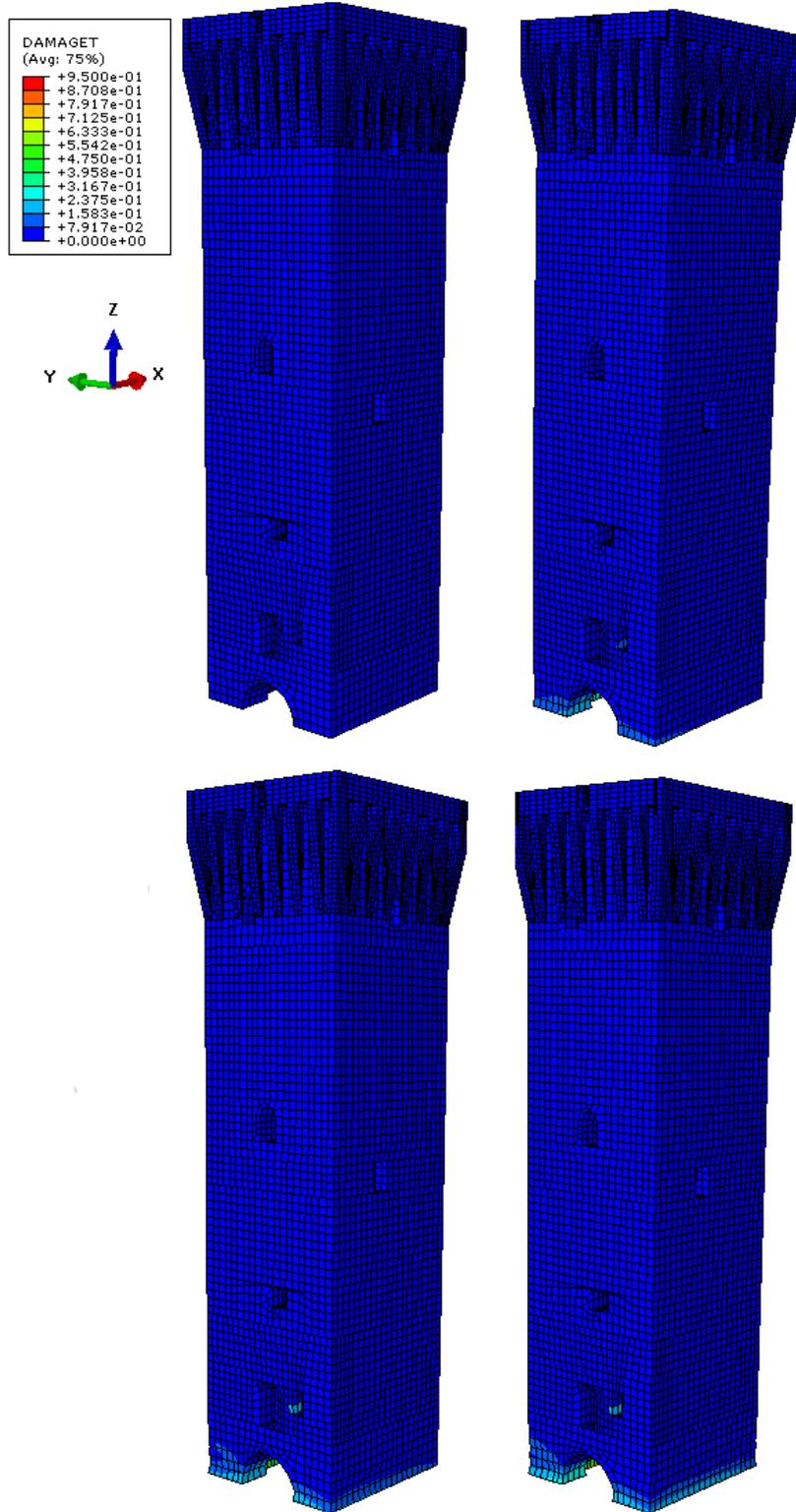


Figura 9.17 - Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest

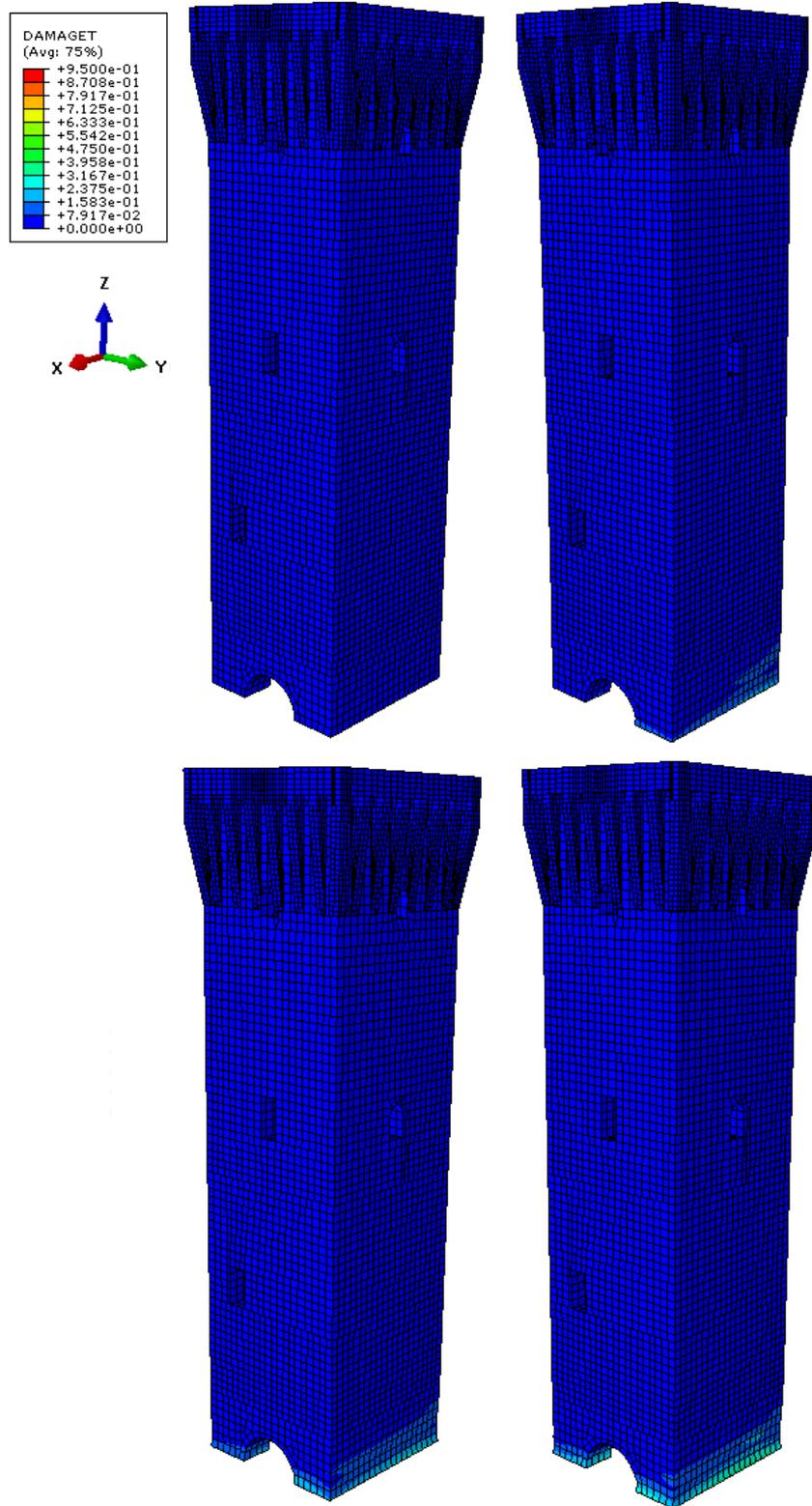


Figura 9.18 - Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est

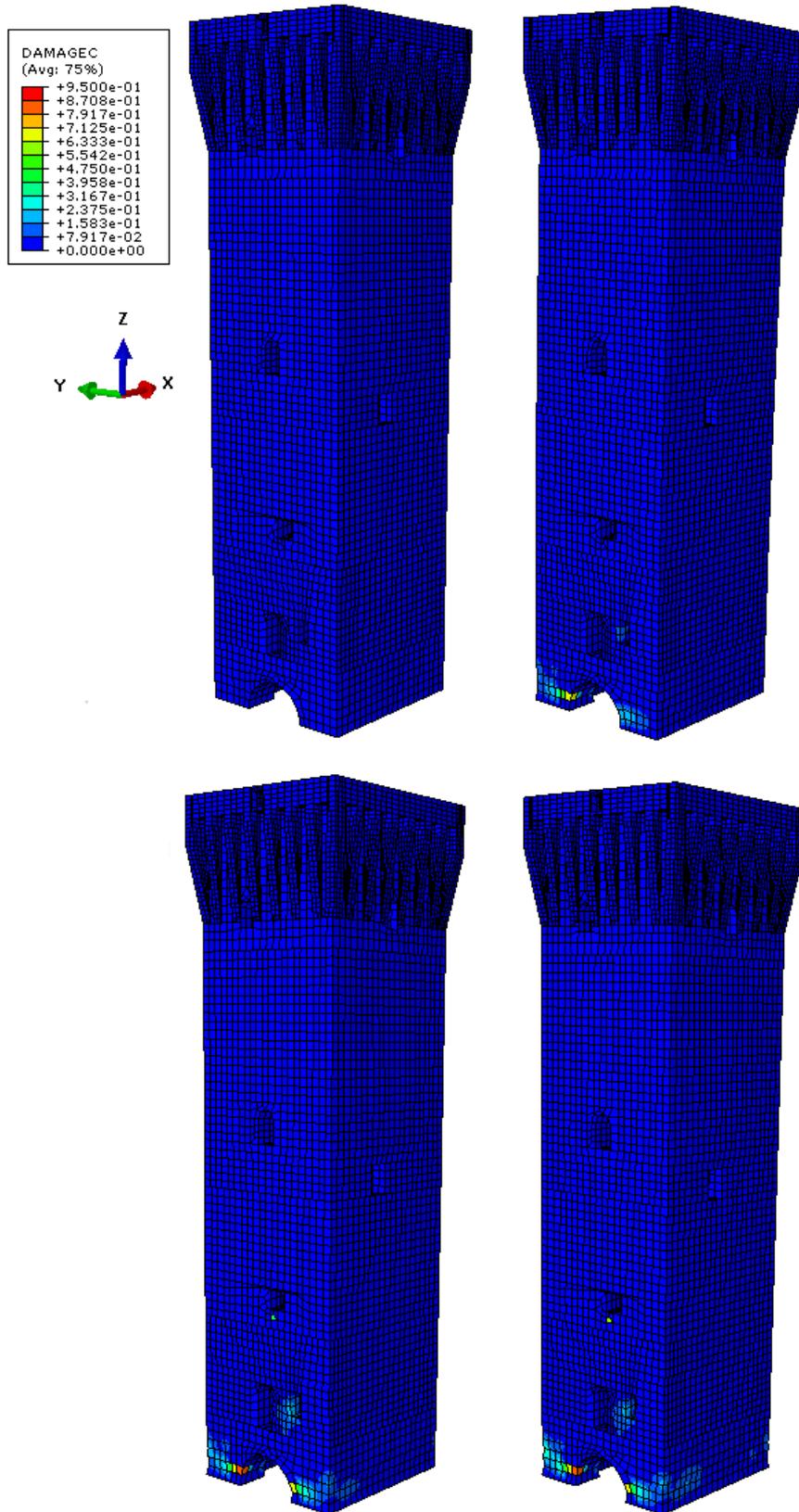


Figura 9.19 - Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest

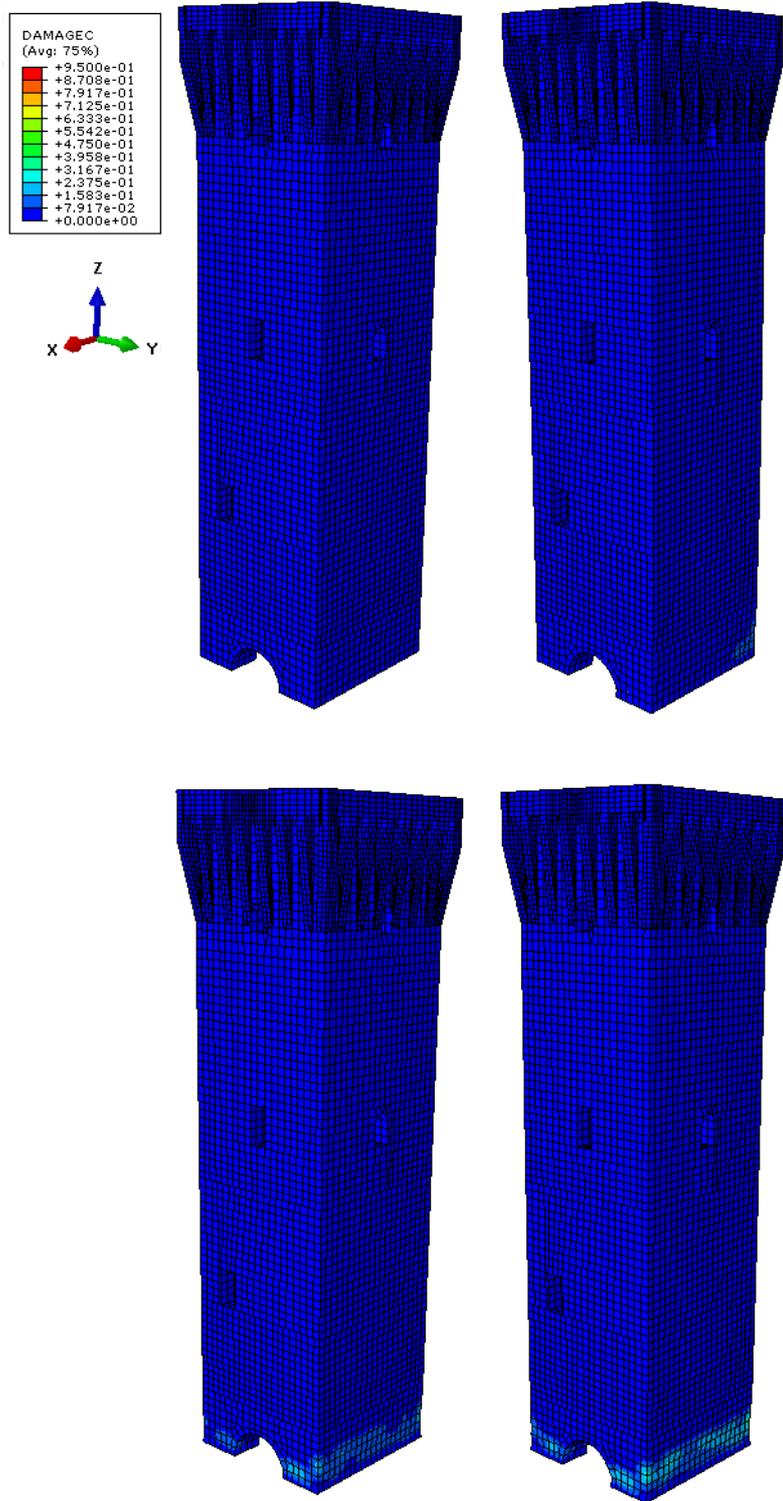


Figura 9.20 - Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est

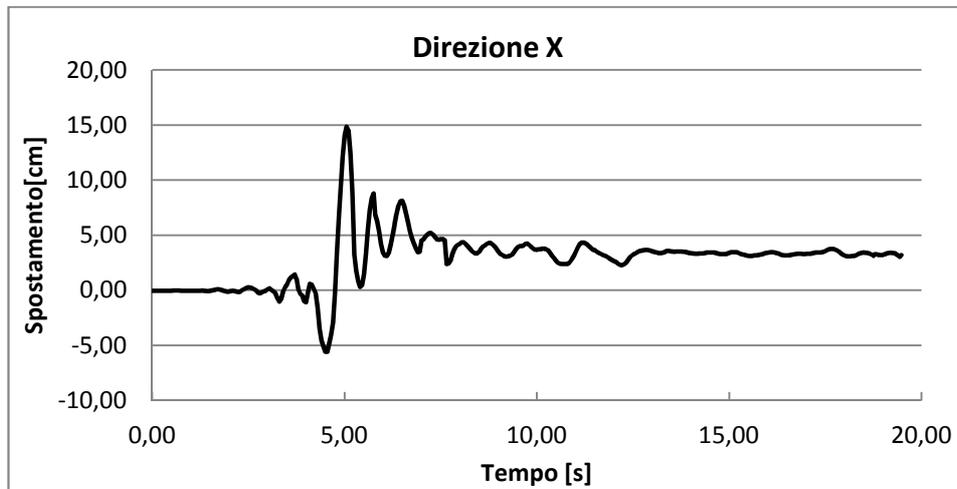


Grafico 9.9 - Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base durante il sisma

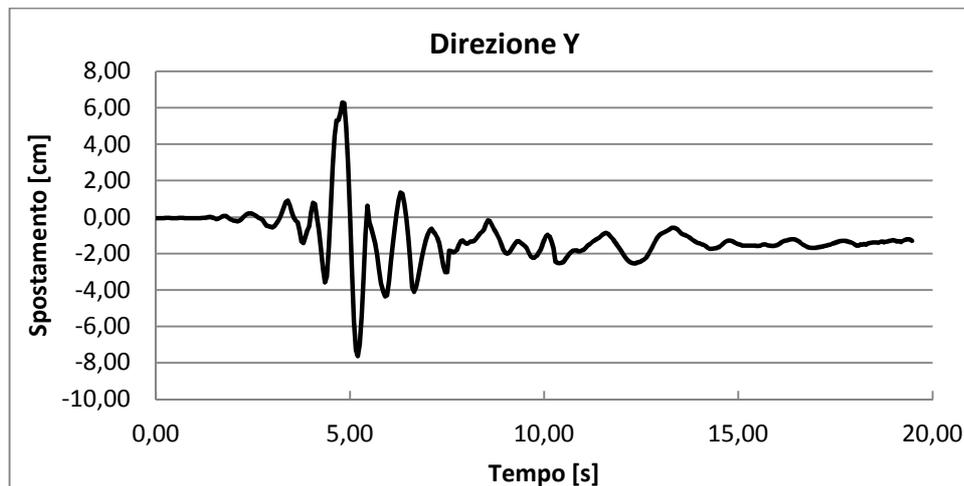


Grafico 9.10 - Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base durante il sisma

	$u_{max}$ [cm]	$u_u$ [cm]
X	14,83	27,07
Y	6,29	25,75

Tabella 9.5 - Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti

Dall'analisi degli spostamenti si nota che, a differenza del caso precedente, si hanno spostamenti residui inferiori e valori massimi accettabili.

Infine il danno ottenuto nelle analisi interessa solamente la sezione di base e risulta poco diffuso.

### 9.2.3 Materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura

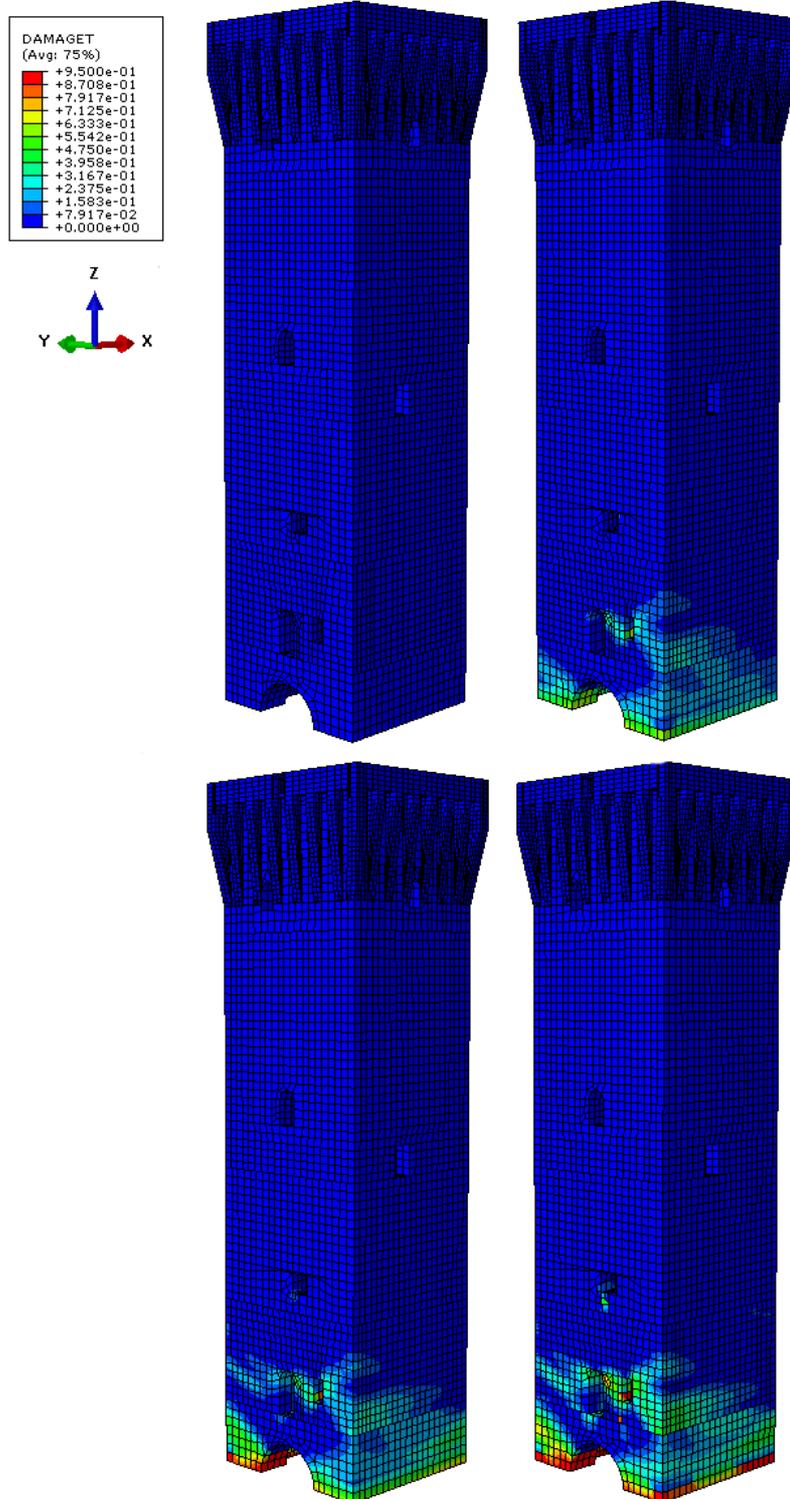


Figura 9.21 - Mappa di danno a trazione, vista Sud-Ovest

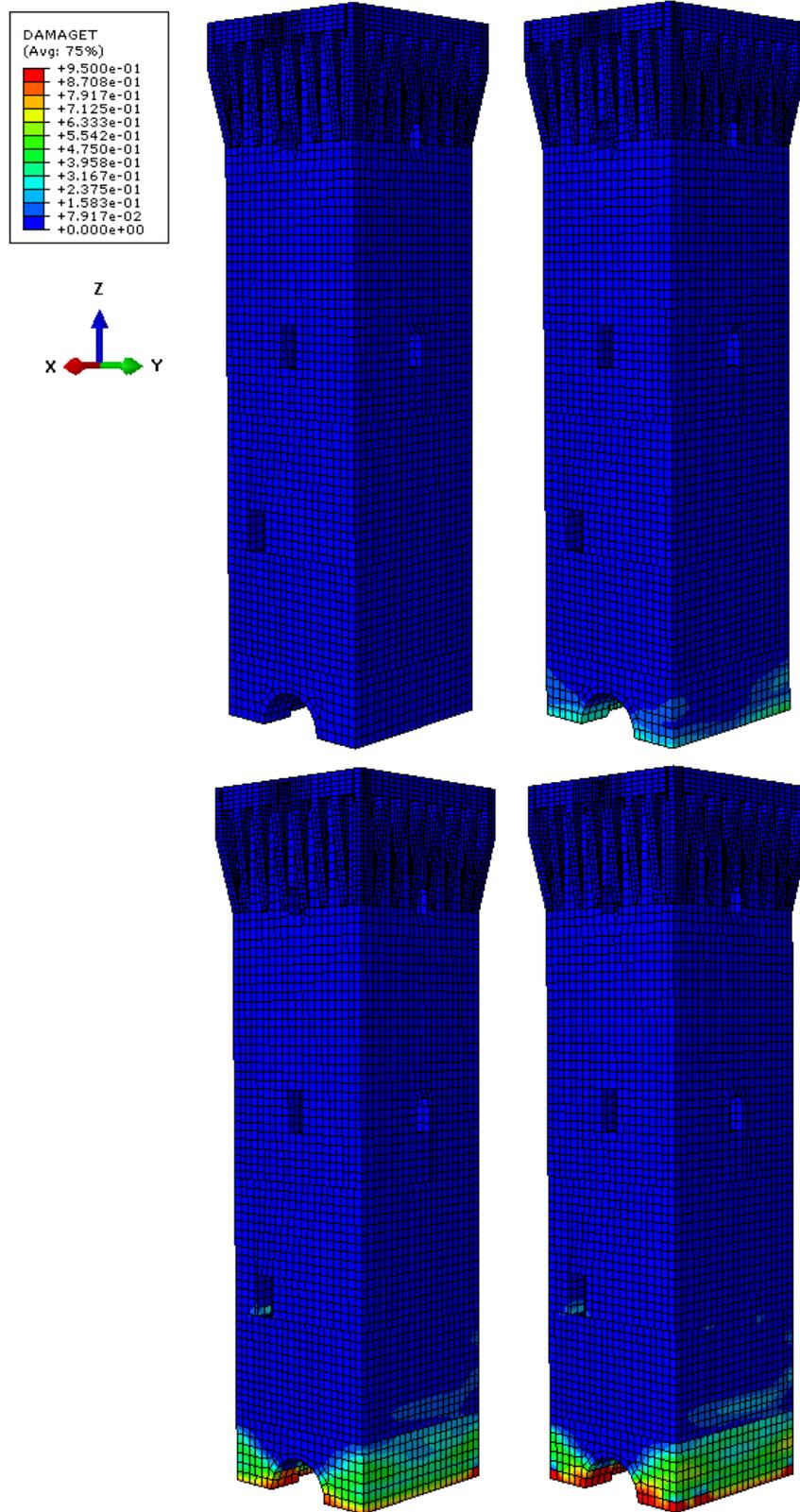


Figura 9.22 - Mappa di danno a trazione, vista Nord-Est

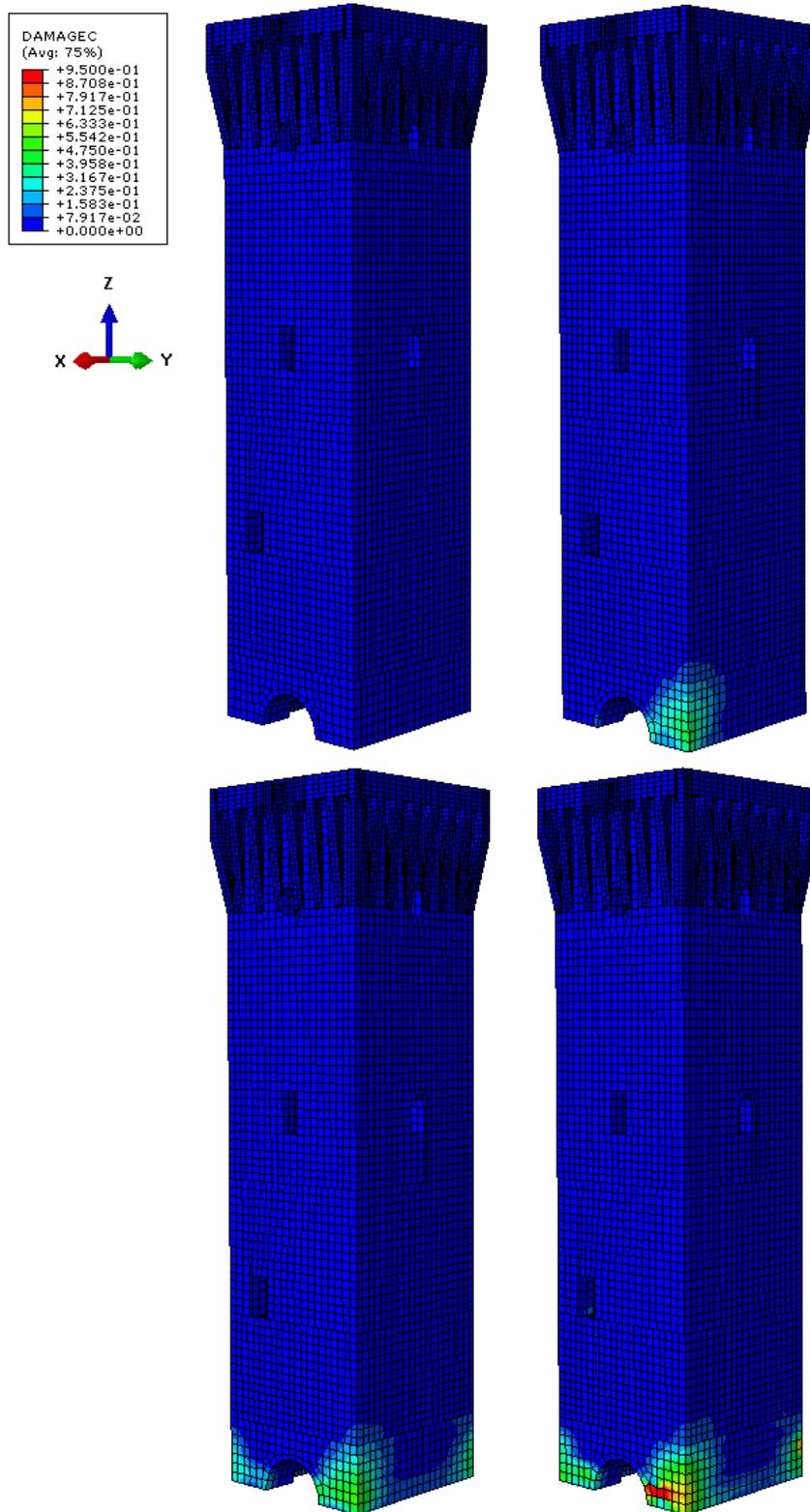


Figura 9.23 - Mappa di danno a compressione, vista Sud-Ovest

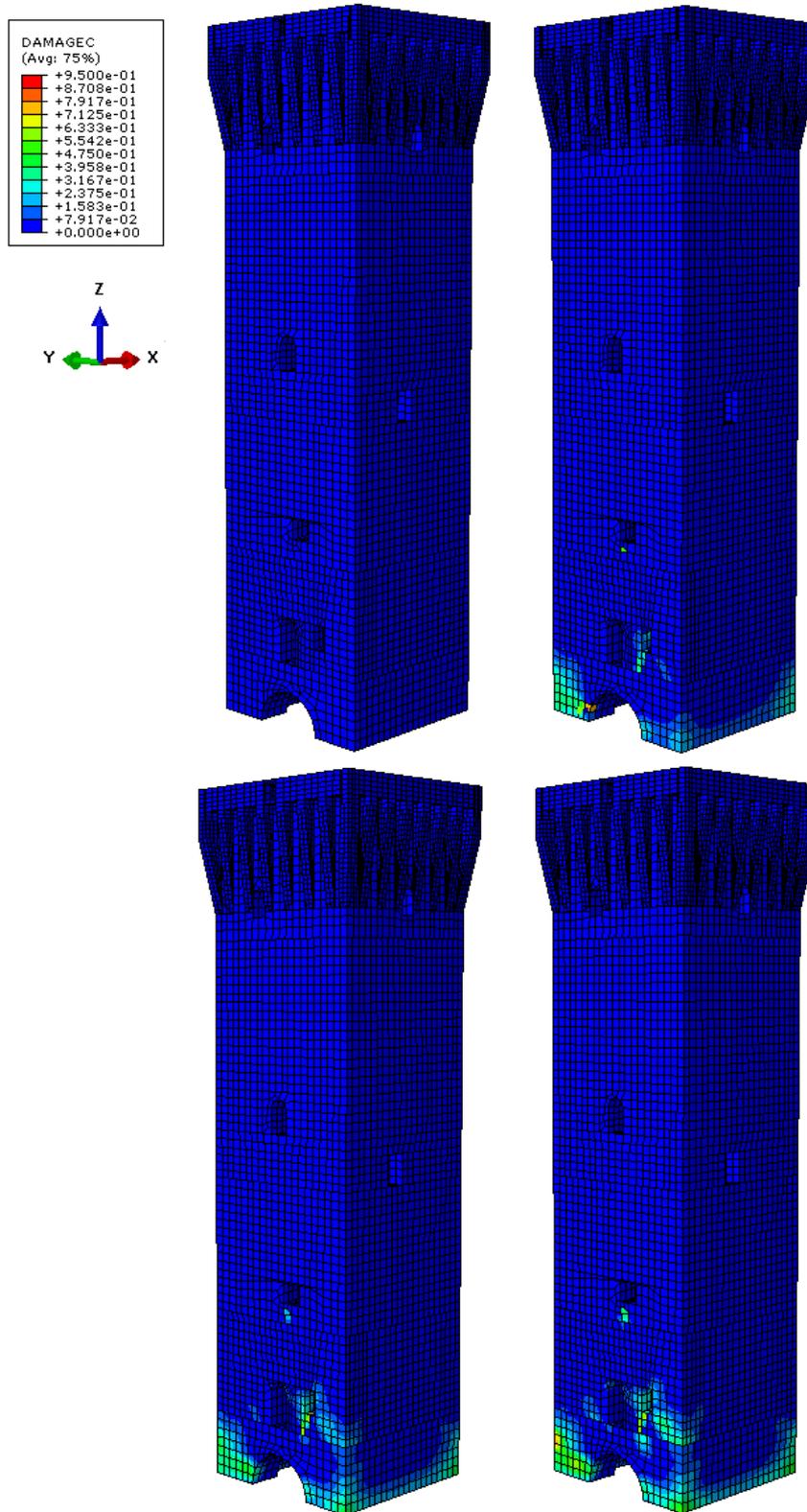


Figura 9.24 - Mappa di danno a compressione, vista Nord-Est

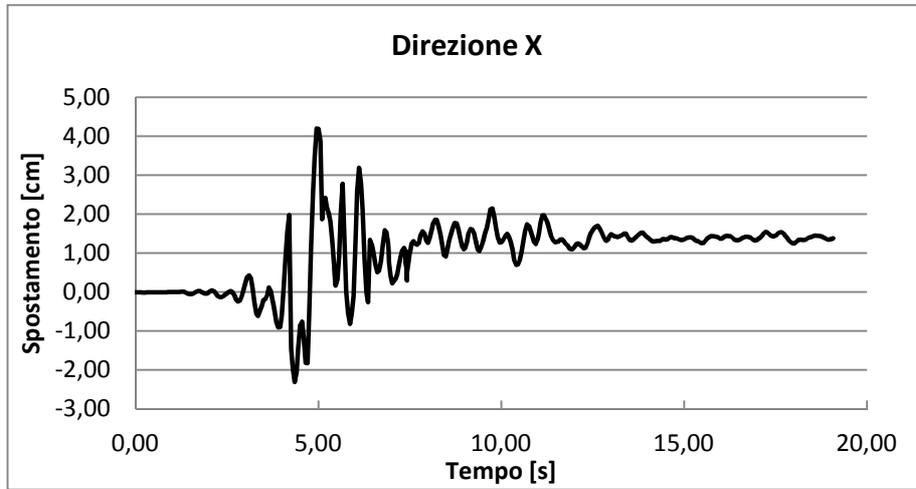


Grafico 9.11 - Spostamento relativo X della sommità rispetto alla base

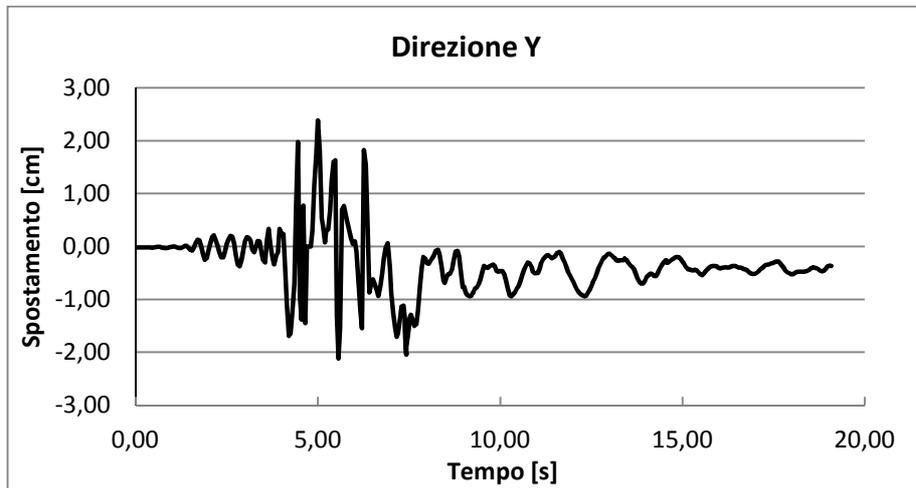


Grafico 9.12 - Spostamento relativo Y della sommità rispetto alla base

	$u_{max}$ [cm]	$u_u$ [cm]
X	4,20	5,38
Y	2,39	6,38

Tabella 9.6 - Confronto tra spostamenti ammissibili e richiesti

Ancora una volta, a causa dell'incremento di rigidità che subisce la struttura, il danno a trazione e compressione risulta decisamente più pronunciato e diffuso rispetto alla muratura consolidata tramite la tecnica del scuci e cucì del caso precedente ma, allo stesso tempo, meno critico rispetto al materiale originario.

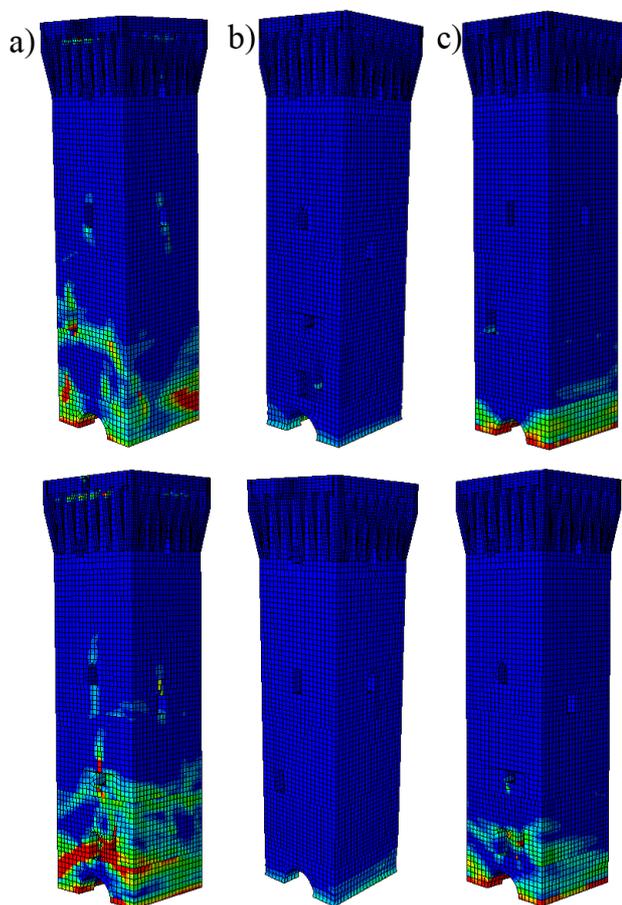
Confrontando gli spostamenti massimi e ultimi resistenti del mastio si nota che la struttura risulta verificata nei confronti del terremoto. Questo fatto è in contrasto con

quanto visto nelle verifiche secondo il metodo N2 per le analisi statiche non lineari che avevano mostrato l'inadeguatezza della struttura.

Risultati di questo tipo dipendono in primo luogo dalla diversa natura delle due tipologie di analisi. Si può concludere dunque che le verifiche secondo il metodo N2 portano a risultati conservativi alla luce di quanto calcolato attraverso un'analisi dinamica non lineare

### 9.2.4 Confronti

Sono state svolte le analisi dinamiche non lineari anche per il mastio del Castello delle Rocche da cui è emersa, ancora una volta, la criticità della struttura composta dal muratura originaria.



Si è visto che la situazione risulta addirittura più gravosa rispetto alla Torre dell'Orologio principalmente a causa dell'altezza maggiore e che il collasso si è manifestato per mezzo del ribaltamento a seguito della crisi delle sezioni alla quota del primo piano.

A seguito degli interventi di consolidamento tramite iniezioni e stilatura si incorre in una situazione meno critica sia in termini di danno sia di spostamento. Il confronto con le analisi *pushover*, che aveva stabilito l'inadeguatezza del caso, non conferma i risultati della prova dinamica che evidenzia spostamenti massimi accettabili.

La muratura consolidata tramite scuci e cucì, invece, ha mostrato sufficiente margine di sicurezza accennato nella sezione di base.

nei confronti del sisma del 20 maggio 2012 evidenziando un danneggiamento appena  
**Figura 9.25** - Mappe di danno finali a trazione per la muratura originaria (a), con scuci e cucì (b) e con iniezioni (c)

# 10

## CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

In questo lavoro sono state svolte diverse tipologie di analisi al fine di verificare i requisiti di sicurezza della Torre dell'Orologio e del mastio del Castello delle Rocche di Finale Emilia, ipotizzando diverse caratteristiche prestazionali per la muratura e confrontandone i risultati.

In primo luogo si sono considerate le strutture definite da una muratura con le pessime caratteristiche meccaniche come quelle che presentavano realmente le due torri. Si è visto dalle analisi non lineari sia statiche sia dinamiche che le condizioni di sicurezza nei confronti del terremoto del 20 maggio, come è avvenuto nella realtà con il collasso delle due torri, non fossero soddisfatte.

Le stesse verifiche fatte assegnando alle strutture un materiale migliore, quale quello derivante da un intervento di consolidamento tramite la tecnica del scuci e cucì con ordinaria malta di calce, hanno invece mostrato che la sicurezza sismica nei confronti di tale evento poteva essere raggiunta anche in assenza di rinforzi strutturali, quali quelli ottenuti con elementi come tiranti o catene.

Si è poi indagato se anche un consolidamento della muratura storica, quale quello ottenuto con la stilatura profonda dei giunti e le iniezioni di malte cementizie, potesse essere sufficiente ad evitare il collasso delle torri. Dalla letteratura sperimentale si è visto che con tali tecniche possono essere raggiunte resistenze simili a quelle del materiale con malta di calce del caso precedente. Si ha tuttavia un notevole incremento di rigidità che determina, come si è visto nelle analisi, sollecitazioni più gravose sulle strutture.

Le valutazioni effettuate si sono basate su analisi statiche equivalenti, modali, statiche non lineari e dinamiche non lineari. I risultati hanno evidenziato una non

adeguata rispondenza del metodo di analisi statica equivalente, il quale non è stato in grado di evidenziare gli effetti dei benefici del consolidamento della muratura.

Infatti le analisi statiche equivalenti hanno mostrato un'eccessiva cautela nei confronti delle resistenze. Le condizioni di sicurezza non vengono raggiunte neanche per il materiale avente buone caratteristiche meccaniche per sollecitazioni inferiori rispetto a quelle del 20 maggio.

Attraverso le analisi statiche non lineari e le relative verifiche per mezzo del metodo N2, si è visto che i requisiti di sicurezza per entrambe le strutture vengono rispettati solo per il solo materiale consolidato per mezzo della tecnica di scuci e cucì. Invece gli interventi mediante le iniezioni e la stilatura garantiscono la resistenza al sisma considerato solo per la Torre dell'Orologio, che, grazie alle sue caratteristiche geometriche, si sarebbe trovata in condizioni meno critiche rispetto al mastio. Quest'ultimo invece, a causa dell'incremento di rigidità dovuto alle tecniche con iniezioni, non sarebbe stato comunque in grado di sopportare il terremoto, così come si è visto in termini di spostamenti ultimi.

Quanto evidenziato dalle analisi *pushover*, è stato confermato dalle dinamiche non lineari.

In particolare, con riferimento al materiale originario, la distribuzione del danneggiamento sulla muratura storica mostra che la crisi è avvenuta nelle sezioni alla quota del primo piano e con lo sviluppo di fessure verticali tra le diverse aperture delle murature che conferma quanto accaduto alla Torre dell'Orologio, ossia il suo collasso parziale secondo fessure verticali.

Le mappe cromatiche per il mastio mostrano chiaramente un'ampia zona danneggiata a compressione indice di un'ipotetica crisi per pressoflessione avvenuta a seguito dei primi 7 secondi di sisma che ne ha fatto precipitare la sommità verso il Castello delle Rocche.

Per quanto riguarda il caso del materiale consolidato tramite iniezioni e stilatura (per la quale è prevista una malta cementizia) appare chiaro che l'aumento della rigidità della struttura sia la causa dell'incremento delle sollecitazioni agenti e di come questo comporti lo sviluppo di un quadro fessurativo maggiore rispetto al caso di muratura consolidata tramite la semplice tecnica del scuci e cucì (con malta di calce e sabbia).

Tale circostanza permette di evidenziare come, per le strutture studiate, il procedere al restauro attraverso interventi quali la stilatura e le iniezioni non riduce il rischio sismico di tali strutture.

Pertanto sembra confermato, per altra via, uno dei principi del restauro moderno, che vede come prioritaria la conservazione delle caratteristiche materico-strutturale del bene oggetto di miglioramento strutturale. È quindi preferibile agire attraverso altri

tipi di interventi che non comportino variazioni nella rigidità della struttura e che risultino meno invasivi (come ad esempio il metodo scuci e cucì).

Dai risultati ottenuti emerge che la migliore soluzione per la ricostruzione, a seguito del collasso delle due torri, prevede l'utilizzo di un materiale opportunamente ricomposto dalle macerie con una malta di calce avente caratteristiche meccaniche migliori rispetto a quelle che presentava la muratura antica. Inoltre per tale materiale dovranno essere opportunamente svolti interventi di ripristino nel tempo. In questo modo non verrà solo garantita la sicurezza strutturale ma anche la conservazione materica delle due torri che facevano parte del patrimonio culturale italiano.



## BIBLIOGRAFIA

- [1]. Abaqus 6.13 Online Documentation, © Dassault Systèmes, (2013).
- [2]. Acito M., Bocciarelli M., Chesi C., Milani G. (2013), *Collapse of the Clock Tower in Finale Emilia after the may 2012 Emilia-Romagna earthquake sequence: numerical insight*, Milano (Italy).
- [3]. Albanesi T., Nuti C. (2007), *Analisi statica non lineare (Pushover)*, Roma (Italy).
- [4]. Binda L., Tiraboschi C., Mirabella Roberti G., Baronio G., Cardani G. (1995), *Experimental and Numerical Investigation on a Brick Masonry Building Prototype: part I*, Milano (Italy).
- [5]. Binda L., Tiraboschi C., Mirabella Roberti G., Baronio G., Cardani G. (1995), *Experimental and Numerical Investigation on a Brick Masonry Building Prototype: part II*, Milano (Italy).
- [6]. Borri A. (2011), *Manuale delle murature storiche Vol.2*, DEI, Roma (Italy).
- [7]. Borri A., Cangi G., De Maria A. (2013), *Caratterizzazione meccanica delle murature (anche alla luce del recente sisma in Emilia) e interpretazione delle prove sperimentali a taglio*, Perugia (Italy).
- [8]. Calzolari M., Righini M., Tusini G. (2009), *Le rocche di Finale in età Estense*, Gruppo studi bassa modenese, Modena (Italy).
- [9]. Capister M., Manini A. (2013), *Analisi del collasso e dei requisiti di vulnerabilità sismica della Torre dei Modenesi e del Mastio del Castello di Finale Emilia*, Milano (Italy).
- [10]. Circolare n. 617, (2009), *Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni"* di cui al D.M. 14/01/2008.
- [11]. Corradi M., Borri A., Vignoli A. (2003), *Experimental Study on the Determination of Strength of Masonry Walls*, Perugia (Italy).
- [12]. Corradi M., Tedeschi C., Binda L., Borri A. (2007), *Experimental Evaluation of Shear and Compression Strength of Masonry Wall before and after Reinforcement: Deep Repointing*, Milano (Italy).

- 
- [13]. D.M. 20/11/1987, (1987), *Norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento*.
- [14]. Hadzijanev D. (2009), *Mohr-Coulomb Parameters for Modelling of Concrete Structures*.
- [15]. Hemant B. Kaushik et al.(2007), *Uniaxial Compressive Stress-Strain Model for Clay Brick Masonry*, Kanpur (India).
- [16]. Hemant B. Kaushik, Durgesh C., Sudhir K. Jain (2007), *Stress Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression*, Kampur (India).
- [17]. Hendry A.W. (1986), *Statica delle Strutture in Muratura di Mattoni*, Quarto Inferiore, Bologna (Italy).
- [18]. Linee Guida, (2011), *Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti del 14 gennaio 2008*.
- [19]. Lourenço P.B. (1998), *Experimental and Numerical Issues in the Modelling of the Mechanical Behavior of Masonry*, CIMNE, Barcelona (Spain).
- [20]. Maurenbrecher A.H.P., Trischuk K., Rousseau M.Z., Subercaseaux M.I. (2008), *Repointing Mortars for Older Masonry Buildings–Site Considerations*, Ottawa (Canada).
- [21]. Milani, G., (2013), *Lesson learned after the Emilia Romagna, Italy, 20-29 May 2012 earthquakes: a limit analysis insight on three masonry churches. Engineering Failure Analysis*, Milan (Italy).
- [22]. Monti di Sopra E. (2009), *Modelli a Danno e Plasticità per l'analisi di elementi strutturali in muratura*, Trieste (Italy).
- [23]. NTC 2008. *Norme tecniche per le costruzioni*, D.M. 14 gennaio 2008.
- [24]. Petti L., Lodato A. (2012), *Preliminary spatial analysis and comparison between response spectra evaluated for Emilia Romagna earthquakes and elastic demand spectra according to the new seismic Italian Code*, Salerno (Italy).
- [25]. Pisani M. (2012), *Consolidamento delle strutture*, Hoepli, Milano (Italy).
- [26]. Rhino (2007). Stand-alone, NURBS-based 3-D modeling software, <http://www.rhino3d.com/>

- [27]. Taliercio A. (2006), *Introduzione alla meccanica dei solidi*, Progetto Leonardo, Milano (Italy).
- [28]. Tonello A. (2010), *Analisi sismica di tipo pushover di Palazzo Valloni a Rimini*, Bologna (Italy).
- [29]. Valle' M. (2013), *Valutazione della vulnerabilità sismica e analisi numeriche e analisi numeriche interpretative della Torre dell'Orologio di Finale Emilia*, Milano (Italy).
- [30]. Valluzzi M.R., Da Porto F., Modena C. (2001), *Behavior of Multi-leaf Stone Masonry Walls Strengthened by Different Intervention Techniques*, Padova (Italy).

## APPENDICE A

### LEGAMI COSTITUTIVI

#### A.1 Mohr-Coulomb

Tale principio si basa sulla teoria fisica di Coulomb dell'attrito, tale per cui un corpo appoggiato su un piano scabro (descritto da un opportuno angolo d'attrito) soggetto ad una forza di compressione ed una parallela al piano d'appoggio non può scorrere fintanto che la risultante di esse cade all'interno del "cono limite d'attrito". Quest'ultimo è coassiale alla forza di compressione e di semiapertura pari all'angolo d'attrito.

Il criterio di resistenza di *Mohr-Coulomb* traduce la precedente teoria in termini di sforzi normali e tangenziali su una generica superficie all'interno di un solido e si esprime come:

$$|\tau| = c + \sigma \cdot \tan\varphi$$

Dove  $\varphi$  è l'angolo d'attrito interno del materiale e  $c$  rappresenta la resistenza a puro taglio o coesione.

Quest'ultima grandezza tiene conto del fatto che lo scorrimento tra le particelle di un materiale viene impedito dall'adesione tra esse, a meno che non si tratti di un materiale incoerente quali ad esempio terreni ghiaiosi o sabbiosi.

Geometricamente il criterio si rappresenta nel piano di Mohr sotto forma di due semirette aventi origine in

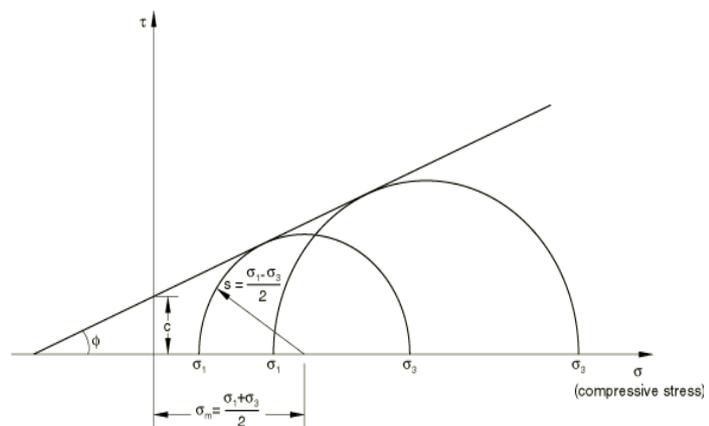


Figura A.1.0.1 – Criterio di Mohr-Coulomb nel piano  $\sigma$ - $\tau$

comune.

Il grafico mostra dunque come, all'aumentare dello sforzo massimo di compressione, aumenti la resistenza a taglio del materiale. Tuttavia, una volta raggiunto uno stato di sforzo corrispondente ad una circonferenza di Mohr tangente alla retta, il materiale non è più in grado di fornire ulteriore capacità nei confronti della sollecitazione e si ha crisi. Questo implica che si ha rottura per materiali fragili.

Per materiali duttili, invece, il raggiungimento di tale situazione corrisponde al superamento della fase elastica e il conseguente raggiungimento della perfetta plasticità.

Nel piano delle tensioni principali il criterio è rappresentato da un solido piramidale la cui intersezione con il piano  $\sigma_{III} = 0$  rappresenta un esagono irregolare. Anche nel piano deviatorico assume la forma di un esagono irregolare. Questo è dovuto al fatto che il modello è definito da due diversi valori di rottura a trazione e compressione.

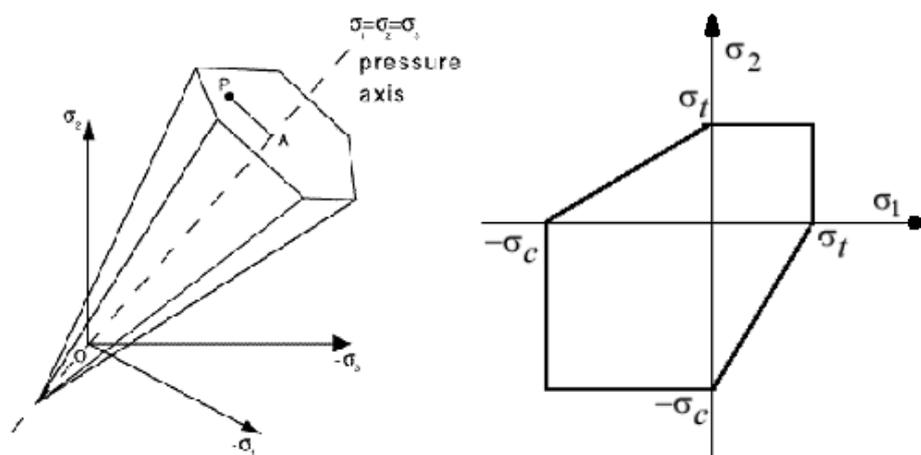


Figura A.1.0.2 – Criterio di Mohr-Coulomb nello spazio delle tensioni principali

Il legame costitutivo definito in *Abaqus* è un'estensione del classico *Mohr-Coulomb* tale da regolarizzarne il dominio: in particolare la superficie di snervamento ha forma iperbolica nel piano meridiano e non presenta angoli nel piano deviatorico (funzione

ellittica di Menetrey e Willam, 1995) in modo da fornire una direzione univoca al vettore di deformazione plastica.

Il parametro  $e$  contribuisce alla definizione della forma del dominio nel piano deviatorico; di default è considerata variabile dipendente dall'angolo d'attrito nella forma: si osserva che nei casi limite per  $e = 1$  ( $\phi = 0^\circ$ ) viene descritto il criterio di Mises mentre per  $e = \frac{1}{2}$  ( $\phi = 90^\circ$ ) si degenera nel triangolo di Rankine.

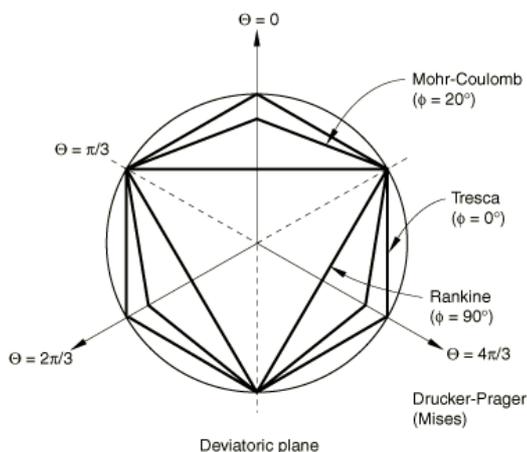


Figura A.1.0.3 – Criteri di rottura nel piano deviatorico

## A.2 Concrete damage plasticity

Il modello a danno e plasticità è un legame costitutivo isotropo che nasce originariamente per descrivere il comportamento del calcestruzzo ma esso, per analogia, può essere esteso ai materiali quasi fragili quali le murature. Tale legame è ottimo per la modellazione di prove dinamiche o per strutture soggette a carichi ciclici.

Il modello considerato e implementato in *Abaqus* è il risultato dell'elaborazione di Lubliner et al. e delle successive modifiche di Lee & Fenves.

Caratteristica principale del legame a danno e plasticità sono i diversi valori di snervamento a trazione e compressione e, di conseguenza, un comportamento diverso del materiale in funzione del segno dello sforzo applicato. In particolare, a compressione, a seguito del ramo elastico è presente un incrudimento positivo (*hardening*) seguito da uno negativo (*softening*), mentre a trazione si ha solo il tratto di *softening* fino a rottura.

Il modello inoltre è in grado di valutare un diverso degrado della rigidità elastica a trazione e compressione; esso inoltre è isotropo, presenta le stesse caratteristiche del materiale in ogni direzione. Infine, nel caso di strutture soggette a carico ciclico, considera gli effetti del recupero della rigidità. Nei casi reali questo comportamento del materiale è dovuto all'apertura e chiusura delle fessure durante i cicli di carico.

Le principali caratteristiche del modello a plasticità e danno sono le forme che assumono le curve sforzo-deformazione che descrivono legame monodimensionale.

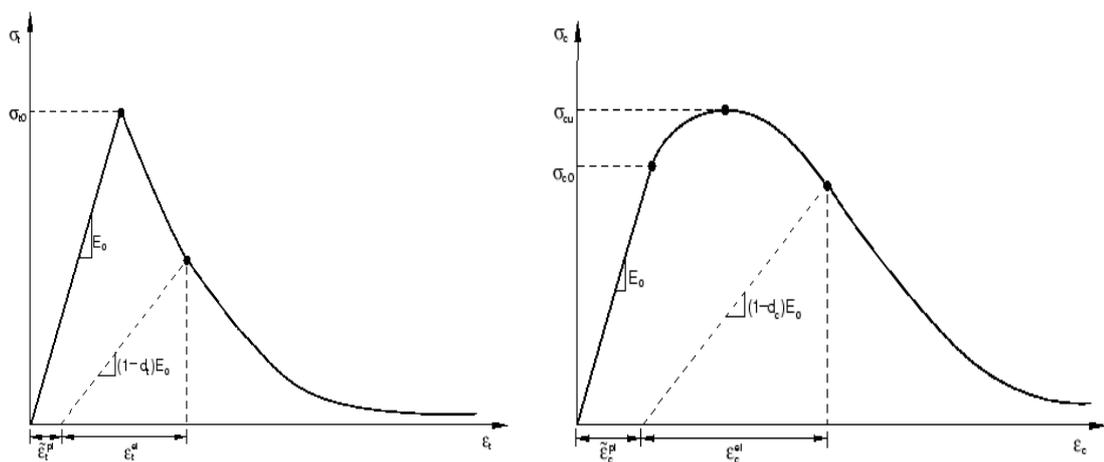


Figura A.2.1 – Legame costitutivo a trazione (a) e compressione (b)

Si distinguono dunque due curve che descrivono rispettivamente il comportamento a trazione e a compressione del materiale.

Oltre alla definizione dei legami a trazione e compressione riportati in figura A.2.1, il modello CDP deve essere completato con l'inserimento dei parametri di danno. Si definiscono gli andamenti delle due variabili  $d_t$  e  $d_c$ , funzioni delle deformazioni

anelastiche, caratterizzanti rispettivamente il danno a trazione e a compressione. Tali variabili sono comprese tra 0 (materiale integro) e 1 (materiale completamente danneggiato).

Grazie a tali variabili, il modello CDP, simula la formazione di micro fessure che si manifestano a seguito del raggiungimento della tensione massima. Al di là dello sforzo di picco la formazione delle micro fessure si manifesta macroscopicamente con il ramo di *softening*.

Se si procede a scaricare il materiale il cui stato di sforzo appartiene a tale tratto si noterebbe una minore rigidezza a causa del danneggiamento presente nel materiale.

Gli sforzi di trazione e compressione monoassiale (Fig. A.2.1) sono definiti come:

$$\begin{aligned}\sigma_t &= (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \\ \sigma_c &= (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl})\end{aligned}$$

Dove:

- $\sigma_t, \sigma_c$  sforzi monoassiali di trazione e compressione;
- $E_0$  modulo elastico iniziale;
- $\varepsilon_c, \varepsilon_t$  deformazione totale a compressione e trazione;
- $\varepsilon_c^{pl}, \varepsilon_t^{pl}$  deformazione plastica equivalente a compressione e trazione;

Oltre ai comportamenti monoassiali, il modello CDP è definito da altri parametri. Tra questi si ha il termine  $K_C$  (con  $0,5 \leq K_C \leq 1$ ), che fisicamente è il rapporto tra il massimo deviatore in trazione e compressione nel piano deviatorico.

Il modello CDP si basa dunque su un criterio *Drucker-Prager* (D-P) modificato, dove la superficie nel piano deviatorico degli sforzi della sua versione classica, ovvero un cerchio perfetto, può tendere alla superficie di snervamento alla *Mohr-Coulomb* (M-C) attraverso il parametro  $K_C$ . Tale termine è assunto pari a 0,667.

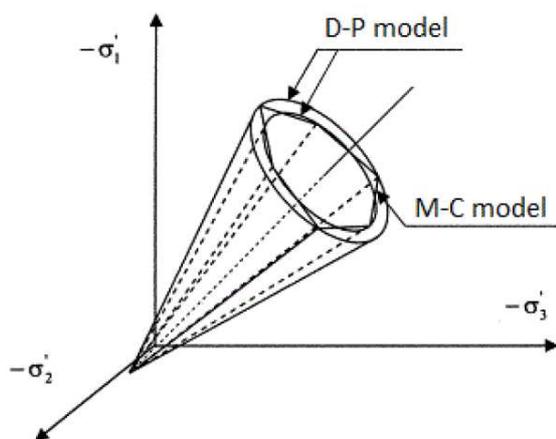


Figura A.2.2 - Superfici di snervamento alla D-P e alla M-C nello spazio degli sforzi principali

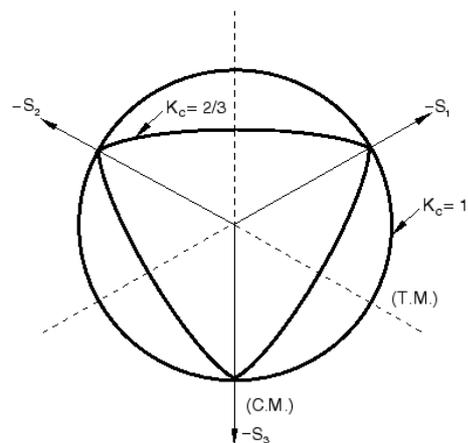


Figura A.2.3 - Superfici di snervamento alla D-P e CDP nel piano degli sforzi deviatorici

Il parametro di eccentricità  $e$ , permette di assumere un'iperbole come superficie di snervamento nel piano p-q.

Esso esprime la velocità con cui tale iperbole tende al suo asintoto ed è stato fissato pari a 0,1 (Fig. A.2.4).

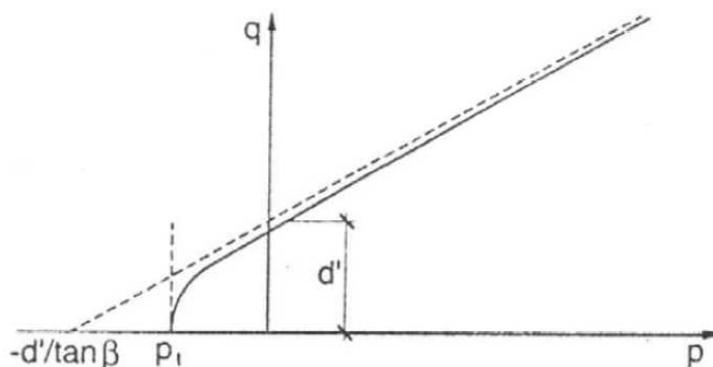


Figura A.2.0.4 – iperbole di snervamento nel piano p-q

Gli altri parametri definiti nel modello sono:  $f_{b0}/f_{c0}$  che rappresenta il rapporto tra resistenza a compressione biassiale e compressione monoassiale, assunto pari a 1,16 e  $\psi$ , che raffigura l'angolo di dilatanza del materiale. Quest'ultima, in generale, dipende dallo stato di confinamento secondo quanto riportato in figura A.2.5. Nelle analisi viene considerata costante pari a  $10^\circ$ .

Infine, vi è l'inserimento di un parametro di viscosità, assunto in generale pari a 0,002. I modelli di materiali che esibiscono un comportamento di *softening* e di degrado della rigidezza, infatti, spesso hanno forti difficoltà di convergenza nei programmi con analisi implicita: alcune di queste possono essere superate attraverso una regolarizzazione viscoplastica, che aiuta a migliorare la velocità di convergenza del modello in regime di *softening*. Se il parametro di viscosità è un valore sufficientemente piccolo, assolve il compito senza compromettere i risultati.

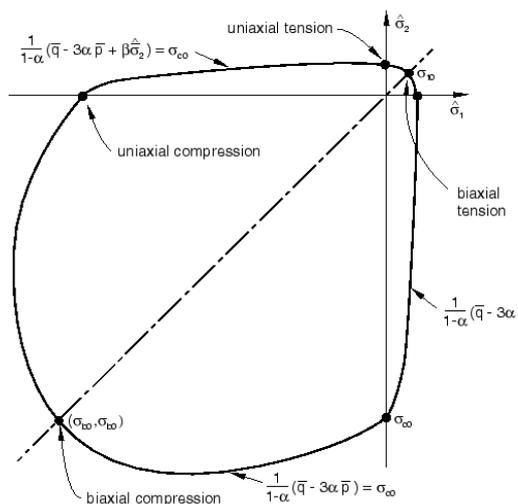


Figura A.2.0.5 – superficie di snervamento biassiale

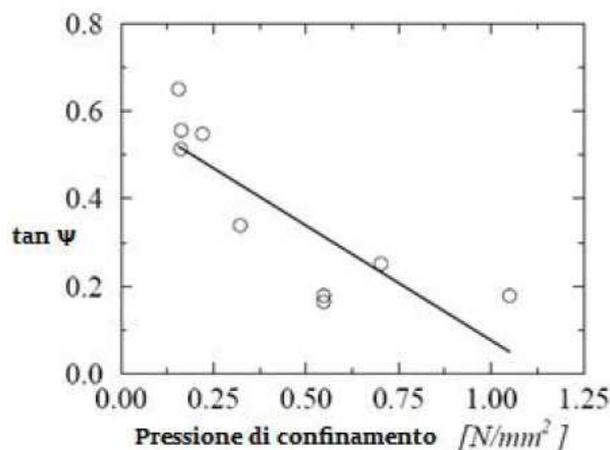


Figura A.2.0.6 - Dipendenza dell'angolo di dilatanza dalla pressione di confinamento, da Pluijijm (1993)