

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

Corso di Laurea in
Ingegneria Elettrica



Implementazione di un controllo automatico:
regolazione del livello di un serbatoio

Relatore: Prof. Francesco CASTELLI DEZZA

Tesi di Laurea di:

Gianluca BIANCHI Matr. 796996

Anno Accademico 2014 - 2015

Indice

Introduzione	1
1. Sistema	2
1.1 <i>Condotta</i>	2
1.2 <i>Serbatoio</i>	4
1.3 <i>Valvola di regolazione</i>	4
2. Valvola regolatrice, scelta della migliore caratteristica	11
3. Analisi e dimensionamento	13
3.1 <i>Dimensionamento in pressione della valvola</i>	15
3.2 <i>Problema della cavitazione</i>	16
3.3 <i>Dimensionamento in portata della valvola</i>	17
3.4 <i>Verifica sui tratti di tubazione</i>	17
4. Modello Simulink	19
4.1 <i>Controllo anti-cavitazione</i>	20
5. Taratura del regolatore	22
6. Risultati della simulazione	26
6.1 <i>Fase di riempimento</i>	26
6.2 <i>Fase di svuotamento/fornitura</i>	31
Bibliografia	40

Introduzione

Il lavoro che mi appresto a introdurre e trattare rappresenta l'ultimo progetto della mia carriera universitaria. Da qualche mese mi sono affacciato al mondo lavorativo e per questo ho ritenuto interessante (e soprattutto molto utile) sviluppare un qualcosa che riuscisse a coniugare i due ambiti, appunto quello universitario e quello lavorativo.

La scelta è ricaduta sullo studio di una situazione pratica (di cui mi sono personalmente occupato, seppur in piccola parte), la cui trattazione poggerà su un'ampia base teorica.

Il cuore del sistema esaminato è rappresentato dal regolatore PID; esso, pur essendo un argomento ampiamente trattato e dunque teoricamente assai noto, rappresenta molto spesso un problema per chi si trova a dover interpretare e tarare i suoi parametri. Anche nella situazione in esame, la semplice implementazione del regolatore in serie al sistema che si vuole gestire non sarà sufficiente per arrivare ad un controllo soddisfacente.

Grazie all'utilizzo di un valido strumento di simulazione quale Simulink, tool del pacchetto Matlab, sarà possibile visualizzare gli andamenti delle grandezze caratteristiche del sistema e trarre le opportune conclusioni.

Sperando che il lavoro, per chi legge, risulti di interesse come lo è stato per me, presento quanto studiato.

1. Sistema

Il sistema trattato è il seguente:

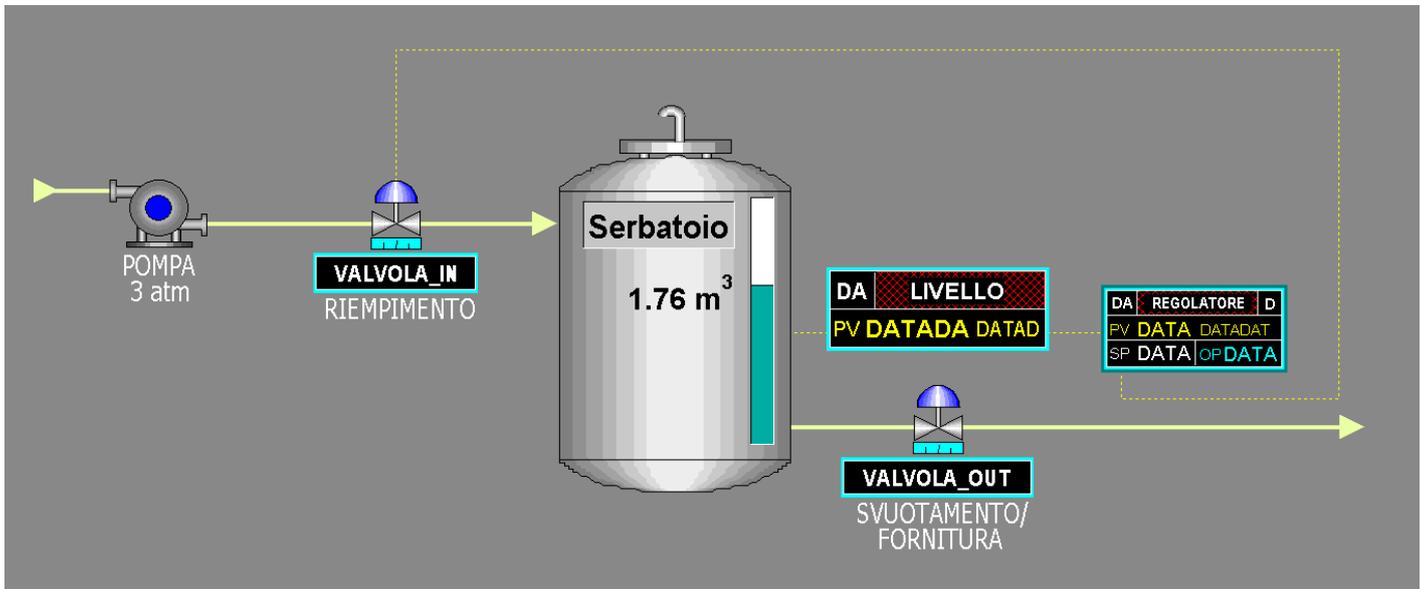


FIG 1.1 Rappresentazione schematica del sistema

Esso è costituito da una pompa, una valvola di regolazione, un serbatoio e una seconda valvola di regolazione; gli elementi sono connessi tra loro per mezzo di tratti rettilinei di condotta. La valvola di regolazione a monte, a differenza di quella a valle, è governata per mezzo di un regolatore PID la cui variabile di riferimento è il livello del liquido, nel caso in esame acqua, all'interno del serbatoio. Ci si concentra sulla progettazione del regolatore, dunque sulle caratteristiche del circuito idraulico e della valvola a monte del serbatoio.

Si procede allo studio dei singoli elementi.

1.1 Condotta

I due tratti di condotta, uno a monte e uno a valle della valvola regolatrice, devono:

-) essere rettilinei;
-) avere sezione costante;
-) avere ciascuno una certa lunghezza minima, espressa in funzione del diametro nominale della tubazione, dunque della valvola, D_n .

La valvola, come si vedrà in seguito, è infatti caratterizzata dal *coefficiente di efflusso o di portata* C_v , il quale viene determinato sperimentalmente e può subire delle variazioni imprevedibili in presenza di cambiamenti di sezione o di direzione in prossimità della valvola medesima: per questo motivo, nelle prove per la determinazione sperimentale di C_v , si predispongono dei tratti rettilinei di condotta di lunghezza minima pari a $20 \cdot D_n$ per il tratto a monte e $7 \cdot D_n$ per il tratto a valle; per non discostarsi troppo dalle

condizioni nominali, invece, la condotta installata dovrà essere ovviamente rettilinea e di sezione costante e dovrà avere lunghezza minima pari a $6 \cdot D_n$ per il tratto a monte e $3 \cdot D_n$ per il tratto a valle.

Questi due tratti di condotta sono sede di perdite di carico distribuite, esprimibili come:

$$\Delta p_c = \frac{2 \cdot \rho(T) \cdot l \cdot f}{D \cdot g_c} \cdot v^2 \quad [Pa]$$

$\rho(T)$ = densità del fluido, funzione della temperatura

l = lunghezza della condotta

D = diametro della condotta

$|g_c| \approx |g|$

f = fattore di attrito di Fanning

Per calcolare quest'ultimo coefficiente, è necessario definire il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{D \cdot v}{\lambda}$$

(λ = viscosità cinematica [$\frac{m^2}{s}$])

Se $Re < 2000$ si ha moto laminare dei singoli filetti fluidi (velocità nulla vicino alle pareti, che aumenta gradualmente andando verso il centro della condotta), altrimenti, $Re > 2000$, si ha moto turbolento (velocità del fluido sostanzialmente uniforme, se la condotta ha sezione circolare). Se poi $Re > 3000$, il fattore di attrito di Fanning è esprimibile come:

$$f = \frac{1}{4 \cdot [\log(\frac{\epsilon}{3.71 \cdot D})]^2}$$

(ϵ = rugosità, pari a 0.0457mm per l'acciaio commerciale)

Dunque i risultati di interesse sono principalmente due:

- $\Delta P_c \propto v^2$, dunque minore è la velocità del fluido all'interno della tubazione e minori sono le perdite;
- v deve essere abbastanza elevata da assicurare moto (più che) turbolento, così da avere velocità uniforme del fluido in condotta (in questo modo si ha poi l'ulteriore vantaggio di poter esprimere il fattore di Fanning in maniera analitica, dunque le perdite in maniera più precisa).

Il compromesso tra i due vincoli si traduce in un valore nominale di velocità del fluido che rientra nel range:

$$1 \leq v_n \leq 3 \quad [\frac{m}{s}]$$

1.2 Serbatoio

La modellizzazione del serbatoio si basa sul principio di conservazione della massa:

$$\frac{dM(t)}{dt} = \sum_{i=1}^n \omega_i(t)$$

$M(t)$ = massa della sostanza contenuta nel volume

$\omega_i(t)$ = portata i-esima della sostanza (convenzione: positiva se entrante)

Dunque, a fronte di una certa portata entrante e di una certa portata uscente, si ha:

$$\frac{dM(t)}{dt} = \omega_e(t) - \omega_u(t)$$

e

$$M(t) = \rho * V(t) = \rho * A * h(t)$$

Conclusione:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{\omega_e(t) - \omega_u(t)}{\rho * A}$$

1.3 Valvola di regolazione

La valvola di regolazione modula con continuità la portata del fluido nella tubazione in cui è inserita.

Il segnale proveniente dal regolatore va a comandare l'attuatore, il quale posiziona l'otturatore e definisce così una certa portata transitante; l'otturatore, rispetto alla propria posizione di chiusura (portata transitante minima; da non confondere con la posizione di completa chiusura, in corrispondenza della quale la portata transitante è nulla), compie una certa corsa; la massima corsa dell'otturatore, definita corsa nominale, è quella che lo porta nella posizione di massima apertura, in cui si ha la massima portata transitante per la specifica valvola considerata.

Si definisce:

$$h \triangleq \text{corsa relativa} = \frac{\text{corsa}}{\text{corsa nominale}} = \frac{\text{corsa}}{\text{corsa massima}}$$

Dunque:

$$0 \leq h \leq 1$$

$$\text{chiusura} \leq h \leq \text{completa apertura}$$

Come anticipato nel paragrafo "Primo elemento: condotta", una valvola si caratterizza per mezzo del coefficiente di efflusso o di portata C_v : portata volumetrica di acqua con $\rho_r = 1$ e caduta di pressione statica $\Delta P = 1 \text{ psi} = 6895 \text{ Pa}$; tale coefficiente dipende dalle dimensioni della valvola, dalla sua struttura interna e si determina sperimentalmente.

Il legame intercorrente tra C_v e h è chiamato *caratteristica inerente o intrinseca di portata $\phi(h)$* , nella quale viene messo in relazione $\phi \triangleq$ *coefficiente di efflusso relativo* $= \frac{C_v}{C_v(\text{corsa nominale})} =$

$$= \frac{C_v}{C_v(\text{corsa massima})} = \frac{C_v}{C_v(h=1)}, \text{ con la corsa relativa } h.$$

Intuitivamente, maggiore è la corsa della valvola e maggiore è la portata transitante: C_v è una funzione monotona non decrescente di h , dunque quando $h = 0$ si ha $C_v = C_{v_{min}}$ e quando $h = 1$ si ha $C_v = C_{v_n} = C_{v_{max}}$; ne segue che $\frac{C_{v_{min}}}{C_{v_{max}}} \leq \phi \leq 1$, con $\frac{C_{v_{min}}}{C_{v_{max}}} \triangleq \frac{1}{\text{rangeability intrinseca } r}$.

Sagomando opportunamente l'otturatore della valvola si possono ottenere differenti caratteristiche come quella lineare ($\phi = \phi_0 + \alpha * h$), esponenziale o equipercentuale ($\phi = \phi_0 * e^{\beta * h}$) o quadratica-parabolica ($\phi = \phi_0 + \gamma * h^2$); tutte le caratteristiche partono da $\phi = \frac{1}{r}$ e arrivano in $\phi = 1$, varia solo la traiettoria con la quale si passa da un estremo all'altro.

Quanto detto finora riguarda solo ed esclusivamente la valvola, senza però tenere conto di ciò che la circonda, cioè del circuito idraulico in cui è inserita.

Si introduce l'equazione di Bernoulli, per la quale in condizioni ideali e considerando una corrente d'acqua a regime permanente (cioè a portata costante, dove portata=velocità x sezione), il trinomio

$$H \triangleq h + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2 * g} = \text{costante}$$

Osservazione: non confondere h con la corsa relativa, qui infatti si tratta della quota geodetica, cioè del contributo di energia potenziale espresso per unità di peso.

Le sezioni a monte e a valle della valvola, riconoscibili rispettivamente dai pedici 1 e 2, idealmente hanno dunque

$$\Delta H = H_1 - H_2 = 0$$

mentre considerando le perdite localizzate e distribuite, risulta:

$$\Delta H = \text{perdite}$$

Anche le perdite concentrate, come quelle distribuite (vedi "Primo elemento: condotta"), sono funzioni del quadrato della velocità del fluido:

$$\cancel{(h_1 - h_2)} + \frac{1}{\rho} (p_1 - p_2) + \frac{\cancel{v_1^2 - v_2^2}}{2 * g} = \alpha(h) * \frac{v^2}{2} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{2 * (p_1 - p_2)}{\rho * \alpha(h)}}$$

La portata volumetrica risulta:

$$q \triangleq A * v = A * \sqrt{\frac{2 * (p_1 - p_2)}{\rho * \alpha(h)}}$$

Si introduce la densità relativa $G_f = \frac{\rho}{\rho_0} \longleftrightarrow \rho = G_f * \rho_0$:

$$q = A * \sqrt{\frac{2 * (p_1 - p_2)}{G_f * \rho_0 * \alpha(h)}}$$

Ponendosi nelle condizioni caratteristiche di C_v (densità relativa unitaria $G_f = 1$ & $\Delta p = 1 \text{ psi} = 6895 \text{ Pa}$):

$$q_{(G_f=1 \text{ \& } \Delta p=1 \text{ psi}=6895 \text{ Pa})} = C_v = A * \sqrt{\frac{2}{\rho_0 * \alpha(h)}}$$

Dal confronto delle ultime due equazioni si può scrivere:

$$q = C_v * \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{G_f}}$$

La scrittura definitiva comprende anche un coefficiente N_0 :

$$q = N_0 * C_v * \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{G_f}}$$

La portata massica risulta:

$$\omega \triangleq \rho * q = G_f * \rho_0 * q = G_f * \rho_0 * N_0 * C_v * \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{G_f}} = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)}$$

dove $N_1 = 0.0007598 \left[\frac{\text{Kg}}{\text{s} * \text{gpm} * \sqrt{\text{Pa}}} \right]$

Dunque si ottiene un importante risultato: il circuito idraulico in cui la valvola è inserita condiziona il suo comportamento, infatti sia la portata massica che quella volumetrica presentano una dipendenza diretta nei confronti della radice quadrata della differenza di pressione ai capi della valvola stessa.

L'equazione della portata, volumetrica o massica, appena definita è detta *caratteristica installata* in quanto, appunto, tiene conto del circuito idraulico in cui la valvola è inserita attraverso la differenza di pressione ai suoi estremi.

Considerando però l'andamento reale della portata massica nelle condizioni di 1. moto turbolento, 2. Δp fatta variare solo nel termine p_2 (mantenendo p_1 costante) e 3. C_v costante, dunque h costante, si ha che il legame tra ω e $\sqrt{\Delta p}$ non è lineare $\forall \Delta p$!

All'aumentare del salto di pressione il comportamento reale tende sempre più a discostarsi da quello ideale; per spiegare tale differenza occorre schematizzare la struttura della valvola. Essa può essere vista come l'insieme di due elementi di forma circolare, aventi identica sezione di collegamento con i tratti di tubazione a monte a valle, ma di "tendenza" opposta: il tratto a monte riceve il fluido e lo convoglia nella zona dove avviene la regolazione (cioè tra otturatore e struttura rigida statica), dunque è convergente; al contrario, il tratto che collega la zona di regolazione alla sezione di uscita è divergente.

Data una certa portata, la velocità risulta proporzionale all'inverso della sezione: muovendosi dalla zona di ingresso del fluido, 1, a quella di regolazione, reg, per poi passare a quella di uscita, 2, la velocità aumenta per poi decrescere.

Considerando ora l'equazione di Bernoulli si ottiene che, essendo la valvola in posizione orizzontale (il termine geodetico non influisce), tra le sezioni:

- 1 & reg

$$\frac{1}{\rho}(p_1 - p_{reg}) + \frac{v_1^2 - v_{reg}^2}{2 * g} = \text{perdite}_{1 \div reg} \longrightarrow p_1 - p_{reg} = \rho * [\text{perdite}_{1 \div reg} + \frac{(v_{reg}^2 - v_1^2)}{2 * g}]$$

$$\longrightarrow p_{reg} = p_1 - \rho * [\text{perdite}_{1 \div reg} + \frac{(v_{reg}^2 - v_1^2)}{2 * g}]$$

Essendo $(v_{reg}^2 - v_1^2)$, per quanto detto in precedenza, una quantità sicuramente positiva, p_{reg} risulta sicuramente minore di p_1 : nel tratto convergente si ha una diminuzione di pressione.

- reg & 2

$$p_2 = p_{reg} - \rho * [\text{perdite}_{reg \div 2} + \frac{(v_2^2 - v_{reg}^2)}{2 * g}]$$

Essendo $(v_2^2 - v_{reg}^2)$ una quantità sicuramente negativa, p_2 risulta sicuramente maggiore di p_{reg} : nel tratto divergente si ha un aumento di pressione.

- 1 & 2

Stessa quota, dunque termine geodetico ininfluenza; stessa sezione, dunque anche stessa velocità: le perdite si traducono in una differenza di pressione tra ingresso e uscita della valvola, con p_2 sempre minore di p_1 .

Quanto appena dimostrato porterebbe a pensare che la pressione, in corrispondenza della zona di regolazione, assuma il suo minimo assoluto all'interno della valvola (e corrispondentemente la velocità il suo valore massimo); in realtà gli andamenti reali sono del tipo di **FIG 1.2**:

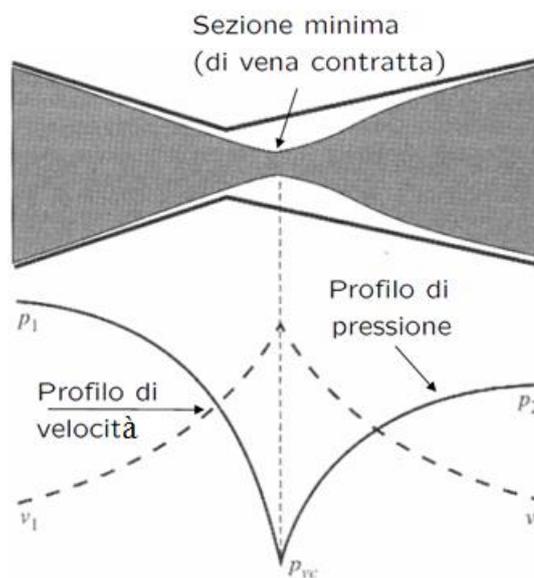


FIG 1.2 Andamento di velocità, linea tratteggiata, e pressione, linea continua, all'interno del corpo valvola. Interessante notare il valore all'uscita p_2 , sempre minore di p_1 a causa delle perdite, e il valore minimo assunto dalla funzione, che non si ha in corrispondenza della zona di regolazione (discorso duale per la velocità)

Il punto di massima velocità & minima pressione viene definito “di vena contratta”; in sua corrispondenza, dunque, si individuano p_{vc} e v_{vc} .

Un fluido in un ambiente chiuso, ad una determinata temperatura, tende ad instaurare un equilibrio dinamico tra la fase liquida e la fase aeriforme: esso tende, cioè, ad avere un numero di particelle che si trasformano in gas, nell’unità di tempo, che eguaglia il numero di particelle che si muovono nella direzione opposta. La pressione esercitata dal gas nei confronti del liquido aumenta fino all’instaurarsi dell’equilibrio, per poi assestarsi ad un determinato valore caratteristico detto pressione o tensione di vapore p_v . In un recipiente chiuso dove però non vi fosse lo spazio affinché si possa instaurare questo equilibrio (come nel caso in esame: un tubo pienamente percorso da un fluido), se la pressione del fluido scende sotto al valore della p_v (a quella data temperatura), si formano delle bolle di gas; intuitivamente ciò accade perché il basso valore di pressione fa sì che le particelle abbiano più libertà di movimento, dunque tendano ad una struttura maggiormente caotica, quella del gas, piuttosto che ad una struttura più ordinata, quella del liquido. Tale fenomeno, indesiderato per la rumorosità e l’usura cui dà luogo, viene catalogato in funzione del valore della pressione p_2 , che dipende dalle condizioni del circuito a valle, in:

-) *CAVITAZIONE*, se $p_2 > p_v$ ---> *le bolle collassano non appena la pressione del fluido si porta ad un valore maggiore di p_v . Il ripetuto collasso delle bolle produce onde di pressione di intensità molto elevata;*

-) *FLASHING*, se $p_2 \leq p_v$ ---> *le bolle raggiungono l’uscita della valvola.*

Si torna a considerare la **FIG 1.2**, il cui andamento può ora essere interpretato.

L’aumento di Δp , essendo $p_1 - p_2 = costante(Hp) - p_2$, coincide con una diminuzione di p_2 , dunque di p_{vc} : muoversi nel grafico verso dx, dunque verso le x positive, significa avere una pressione di uscita della valvola via via sempre minore, dunque anche una pressione di vena contratta sempre più bassa.

Si individuano tre zone fondamentali:

- zona di flusso normale ---> $p_{vc} > p_v$, dunque non si formano bolle di vapore;
 - > Δp piccola, p_2 elevata (informazione utile al solo scopo di individuare la zona trattata: non essendoci la formazione di bolle, infatti, è insensato confrontare i valori di p_2 e di p_v);
 - > la zona si estende fino alla condizione limite $p_{vc} = p_v$, dunque per $0 \leq \Delta p < \Delta p_c$ ($\Delta p_c \triangleq \Delta p|_{(p_{vc}=p_v)}$). Una prima indicazione del valore di Δp_c è data dal coefficiente di incipiente cavitazione K_c , tale che $\Delta p^* = K_c * (p_1 - p_v)$. Δp^* è il valore di pressione differenziale, a p_1 costante, al quale la valvola, con acqua, inizia a cavitare in misura tale che la portata si discosti dal valore predetto dall’equazione $\omega = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)}$ di almeno il 2%. Risulta dunque $\Delta p^* \cong \Delta p_c$;
 - > ω e $\sqrt{\Delta p}$ effettivamente legati da una proporzionalità diretta, in quanto non interviene nessun fenomeno a turbare i meccanismi descritti dall’equazione di Bernoulli;

---> in questa zona vi è proporzionalità diretta tra p_2 e p_{vc} , dettata dal coefficiente di recupero della valvola $F_L = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{p_1 - p_{vc}}}$.

- zona di flusso semicritico ---> $p_{vc} \leq p_v$, dunque si ha la formazione di bolle di vapore;
 - > Δp "media", p_2 risulta $> p_v$, dunque cavitazione;
 - > la zona di flusso semicritico si estende fino alla condizione limite $p_2 = p_v$, dunque per $\Delta p_c \leq \Delta p < \Delta p_f$ ($\Delta p_f \triangleq \Delta p|_{(p_2=p_v)} = p_1 - p_v$);
 - > ω e $\sqrt{\Delta p}$ non più legati da una proporzionalità diretta; in particolare ω risulta proporzionale a p_{vc} e non più a p_2 .
- zona di flusso limite ---> $p_{vc} < p_v$, dunque si ha la formazione di bolle di vapore;
 - > Δp elevata, p_2 risulta $\leq p_v$, dunque flashing, dunque le bolle raggiungono l'uscita della valvola;
 - > la zona di flusso limite si estende oltre $p_2 = p_v$, dunque per $\Delta p \geq \Delta p_f$ ($\Delta p_f \triangleq \Delta p|_{(p_2=p_v)} = p_1 - p_v$);
 - > ω e $\sqrt{\Delta p}$ non sono legati da alcuna proporzionalità. Dal momento della comparsa delle prime bolle di vapore e proseguendo nella direzione di Δp crescente, infatti, la portata tende a stabilizzarsi ad un determinato valore $\triangleq \omega_{max}$, tale che l'ulteriore diminuzione di p_2 (e conseguente aumento di Δp) non modifichi la portata, bensì solo ed esclusivamente il titolo di vapore con cui si presenta in uscita il vapore saturo; dunque in questa zona $\omega = \omega_{max}$, $\forall \sqrt{\Delta p}$.

Spesso, tuttavia, non si tiene conto della zona di flusso semicritico bensì solo delle altre due zone, prolungate in maniera lineare come in **FIG 1.3**:

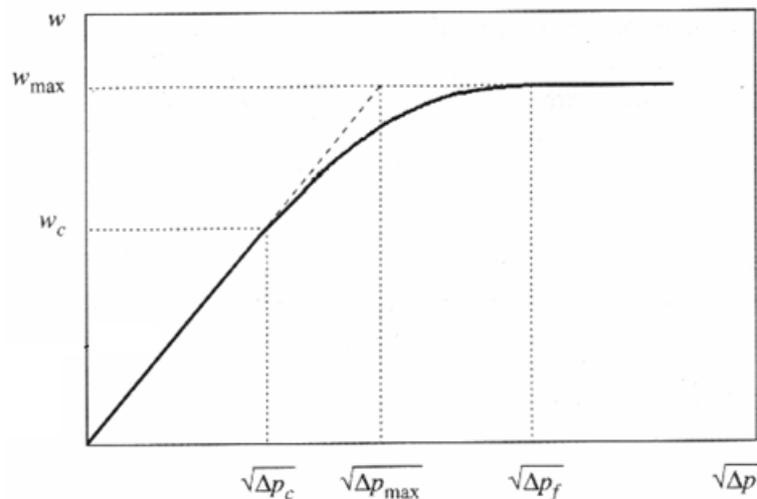


FIG 1.3 Approssimazione del comportamento della valvola nella zona di flusso semicritico, mediante prolungamento lineare degli andamenti della zona di flusso normale ($\omega = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)}$) e di flusso limite ($\omega = \omega_{max}$).

Il punto di intersezione dei due prolungamenti ha coordinate $(\sqrt{\Delta p_{max}}, \omega_{max})$, tale che, approssimando:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 \leq \Delta p < \Delta p_{max} & \text{zona di flusso normale} \quad \omega = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)} \\ \Delta p \geq \Delta p_{max} & \text{zona di flusso critico} \quad \omega = \omega_{max} \end{array} \right.$$

$$\Delta p_{max} = F_L^2 * (p_1 - F_F * p_v)$$

- F_L , come già visto, è il coefficiente di recupero: esso è un indice della capacità della valvola di riconvertire l'energia cinetica posseduta dal fluido in vena contratta in energia meccanica di pressione; in altre parole è una misura delle perdite che si verificano tra vena contratta e uscita della valvola. Come è noto $p_{vc} \leq p_2$, dunque $F_L \leq 1$. Se F_L :

-) molto elevato, $\rightarrow 1$, la valvola tende a dissipare l'energia in attrito, infatti $p_2 \rightarrow p_{vc}$;

-) ha un valore molto basso allora $(p_1 - p_2) \rightarrow 0$, dunque $p_1 \rightarrow p_2$. Ciò significa che le tre zone di flusso hanno a disposizione un piccolo range di pressioni all'interno del quale collocarsi, dunque si entra nella zona semicritica già per bassi valori di Δp .

Osservazione: a pari Δp , se una valvola ha F_L elevato allora $(p_1 - p_{vc})$ è basso, dunque p_{vc} elevato e se risulta $p_{vc} > p_v$ si evita la cavitazione. Dunque semplicemente con una scelta oculata, in termini di F_L , della valvola si può evitare la cavitazione per quella data differenza di pressione agli estremi della valvola medesima.

Osservazione: F_L viene anche utilizzato per la determinazione, laddove fosse incognito, del coefficiente di incipiente cavitazione:

-) $K_c \approx 0.8 * F_L^2$ per valvole a globo;

-) $K_c \approx (0.6 \div 0.8) * F_L^2$ per valvole rotative.

- F_F , invece, è il coefficiente del rapporto della pressione critica ed è definito come $\frac{p_{vc}}{p_v}$. Come già spiegato, dal momento della comparsa delle prime bolle di vapore ω risulta proporzionale a p_{vc} e non più a p_2 ; in particolare $p_{vc} |_{\omega=\omega_{max}} = F_F * p_v$.

2. Valvola regolatrice, scelta della migliore caratteristica

Il circuito idraulico preso in esame per la simulazione consta di tutti gli elementi discussi nel capitolo 1: un serbatoio, una valvola di regolazione e due tratti di condotta che li collegano. I due tratti di condotta, come studiato, danno luogo a delle perdite distribuite che si traducono in una diversa Δp , rispetto a quella di progetto, agli estremi della valvola di regolazione, dunque ad una diversa portata ω .

Le perdite di carico in tubazioni ed elementi di collegamento e raccordo sono funzioni del quadrato della velocità del fluido, dunque del quadrato della portata massica; ne consegue che la differenza di pressione agli estremi della valvola è esprimibile come:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = p_{monte} - (p_{is} + \gamma * \omega^2) = \Delta p_p - \gamma * \omega^2$$

p_{is} è la pressione in ingresso al serbatoio

Δp_p è, al netto delle perdite, la prevalenza manometrica che una pompa deve fornire per portare il fluido, nel caso esaminato acqua, dentro il serbatoio

$$\gamma = \frac{(\Delta p_p - \Delta p_n)}{\omega_n^2}$$

Generalmente si desidera una caratteristica installata lineare:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * \Delta p} = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (\Delta p_p - \gamma * \omega^2)} \\ \omega = \delta * h \end{array} \right.$$

$$\delta * h = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (\Delta p_p - \gamma * \delta^2 * h^2)}$$

Da cui si ricava l'espressione generale della caratteristica intrinseca della valvola:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_v = \frac{\delta * h}{N_1 * \sqrt{G_f * (\Delta p_p - \gamma * \delta^2 * h^2)}} \\ C_{vn}(C_v|_{h=1}) = \frac{\delta}{N_1 * \sqrt{G_f * (\Delta p_p - \gamma * \delta^2)}} \end{array} \right.$$

$$\phi = \frac{C_v}{C_{vn}} = \frac{h * \sqrt{(\Delta p_p - \gamma * \delta^2)}}{\sqrt{(\Delta p_p - \gamma * \delta^2 * h^2)}}$$

Per una più semplice interpretazione di ϕ si definisce:

$$V \triangleq \frac{\Delta p_n}{\Delta p_p} = \frac{\Delta p_{(h=1)}}{\Delta p_p}$$

tale che

$$\phi = \frac{C_v}{C_{vn}} = \frac{h * \sqrt{V}}{\sqrt{1 - (1 - V) * h^2}}$$

Al variare di V si ottengono gli andamenti di **FIG 2.1** e le conseguenti regole pratiche riportate nella didascalia:

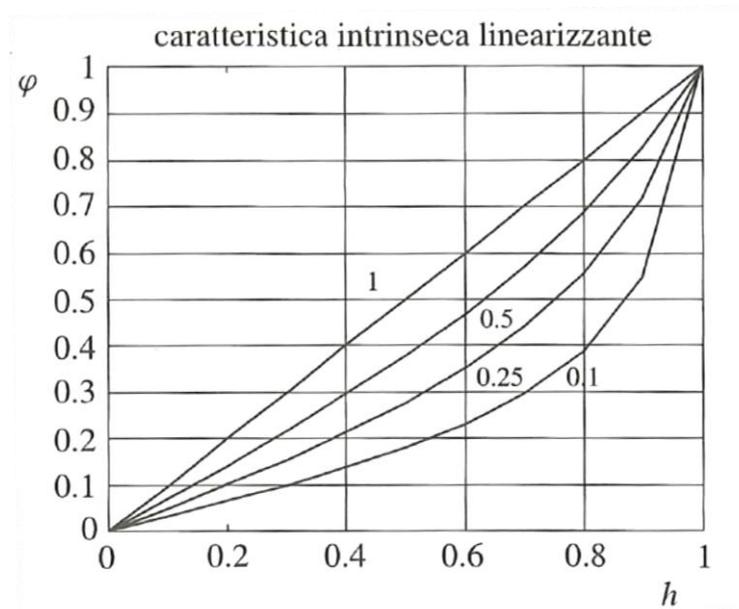


FIG 2.1 Andamento di ϕ in funzione di V ; regole per la scelta della caratteristica intrinseca:

-) $V > 0.4$ ---> *caratteristica intrinseca lineare*;
-) $V < 0.25$ ---> *caratteristica intrinseca equipercentuale*;
-) $0.25 < V < 0.4$ ---> *caratteristica intrinseca quadratica*.

3. Analisi e dimensionamento

Le caratteristiche della sequenza di lavoro sono le seguenti:

1. Inizialmente nel serbatoio si trova aria alla pressione atmosferica;
2. mantenendo chiusa la valvola di svuotamento del serbatoio, pompando adeguatamente l'acqua lo si riempie comprimendo l'aria che dunque opporrà una resistenza, via via maggiore, nei confronti dell'altra acqua proveniente dalla tubazione;
3. passato un tempo pari a 60 secondi dal comando di riempimento, se il livello dell'acqua nel serbatoio è uguale al Set Point (tolleranza 0.005 m) si "sgancia" la valvola a valle, lasciando che faccia defluire l'acqua secondo la particolare funzione che la controlla.

Si vuole che il regolatore, per tutta la durata del processo, mantenga costantemente il livello al valore di SP. Il SP potrà essere impostato nel range 0 ± 1 m.

Il massimo valore assumibile dal livello, dettato da caratteristiche fisiche, necessita di uno studio più approfondito svolto più avanti.

Si procede al dimensionamento delle varie parti del circuito, tenendo conto della modalità con la quale vengono forniti i dati (in particolare quelli della valvola di regolazione). Per i tratti di tubazione si assume che il diametro venga scelto uguale a quello della valvola, poi verranno calcolate le perdite nei tubi medesimi e si verificherà la conformità o meno della valvola scelta.

Serbatoio (www.erreciesse.it): $lar * lun * h_{serb} = 1\text{m} \times 1\text{m} \times 1.76\text{m}$ (volume netto effettivamente disponibile per il fluido, dunque il serbatoio può contenere 1760 L).

Fluido (acqua): pressione=1 atm=1.01325 bar, temperatura=20 °C (da cui $\rho=998.207 \frac{kg}{m^3}$, $G_f=0.9982351$, $p_v=0.02334 \text{ bar}=0.02304 \text{ atm}=2334 \text{ Pa}$, viscosità cinematica $\lambda=1.1 \frac{mm^2}{s}$), $\omega_n=300 \frac{kg}{s}=0.301 \frac{m^3}{s}$, $v = 2 \frac{m}{s}$.

Tubazioni: lunghezze e diametro definiti in seguito, rugosità $\epsilon=0.0457\text{mm}$ (acciaio commerciale).

Valvola di regolazione (linea Deltaflux, ditta Pietro Fiorentini):

D_n [in]	CV_n [U.S. gpm]
2	82
3	215
4	405
6	1080
8	1750
10	2860
12	3980
14	5000
16	6800
18	8400
20	10600
24	16100

Angolo di apertura [°]	k_{CV} (tale che $CV = k_{CV} * CV_n$)	K_C
10	0.001	0.92
15	0.005	0.92
20	0.01	0.92
30	0.03	0.92
40	0.07	0.9
50	0.125	0.87
60	0.24	0.8
70	0.42	0.64
80	0.67	0.4
90	1.00	0.25

$r = \text{rangeability} = 200$.

Osservazione: i dati forniti dal costruttore della valvola sottintendono, per essa, una caratteristica di tipo (quasi) equipercentuale, infatti

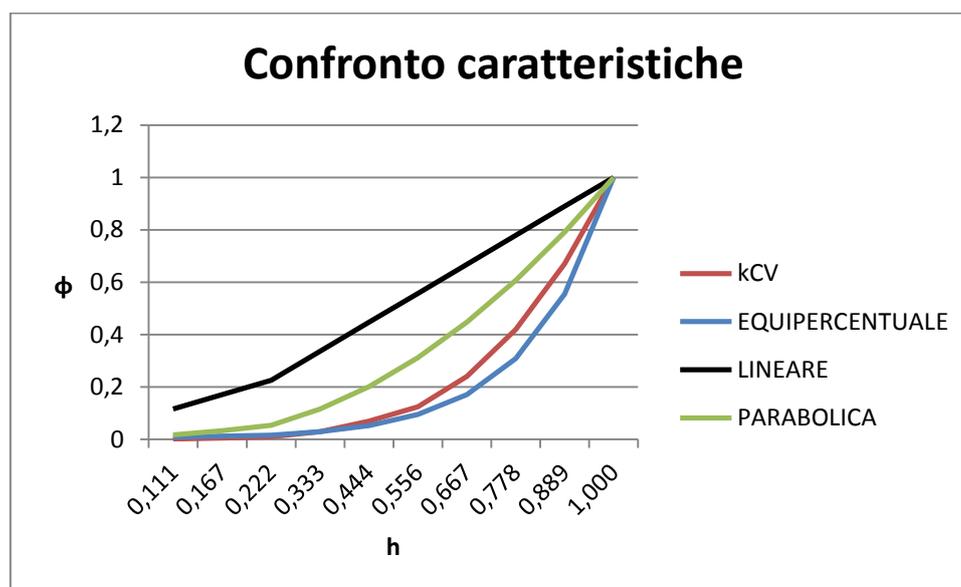


FIG 3.1 Confronto tra l'andamento del fattore moltiplicativo k_{CV} (dunque della caratteristica effettivamente caratterizzante la valvola) e le caratteristiche lineare ($\phi = h + \frac{1}{r} * (1 - h)$), parabolica ($\phi = h^2 + \frac{1}{r} * (1 - h^2)$) ed equipercentuale ($\phi = r^{h-1}$).

3.1 Dimensionamento in pressione della valvola

La pressione p_2 in uscita dalla valvola, al netto delle perdite nel tubo, coincide con la pressione esercitata da aria+vapore nei confronti dell'acqua sottostante e dell'acqua mandata al serbatoio. Dunque:

-) serbatoio vuoto ---> aria alla pressione atmosferica ---> $p_{serbvuoto} = 1 atm$

-) serbatoio "pieno" ---> nell'ipotesi di temperatura costante:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{serbvuoto} * V_{serbvuoto} = n * R * T \\ p_{serbpieno} * V_{serbpieno} = n * R * T \end{array} \right.$$

$$\frac{p_{serbvuoto} * V_{serbvuoto}}{p_{serbpieno} * V_{serbpieno}} = 1 \text{ ---> } p_{serbvuoto} * V_{serbvuoto} = p_{serbpieno} * V_{serbpieno} \text{ --->}$$

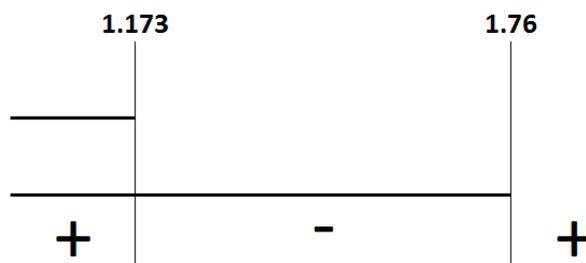
$$\text{---> } p_{serbpieno} = \frac{p_{serbvuoto} * V_{serbvuoto}}{V_{serbpieno}} \text{ ---> } p_{serbpieno} = \frac{p_{serbvuoto} * lar * lun * h_{serb}}{lar * lun * (h_{serb} - h)} \text{ --->}$$

$$\text{---> } p_{serbpieno} = \frac{p_{serbvuoto} * h_{serb}}{h_{serb} - h} = \frac{p_{serbvuoto}}{1 - \frac{h}{h_{serb}}}$$

Il massimo livello di acqua ammissibile all'interno del serbatoio lo si ricava dalla relazione per la quale:

$$p_1 - p_2 > 0 \text{ ---> } 3atm - \frac{1 atm}{1 - \frac{h_{max}}{1.76m}} > 0 \text{ ---> } \frac{3.52 - 3h_{max}}{1.76 - h_{max}} > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3.52 - 3h_{max} \geq 0 \text{ ---> } h_{max} < 1.173 \\ 1.76 - h_{max} > 0 \text{ ---> } h_{max} < 1.76 \end{array} \right.$$



Essendo $h_{max} > 1.76$ inaccettabile (in quanto eccede l'effettiva capacità del serbatoio), la soluzione della disequazione è $h_{max} < 1.173$: qualora durante il transitorio si dovessero presentare sovralongazioni, esse dovrebbero mantenersi al di sotto di 1.173m. In particolare si definisce $h'_{max} = 1.05m$, valore in corrispondenza del quale interverrebbe un controllo di sicurezza che andrebbe a bypassare la funzione

regolante il comportamento della valvola a valle, spalancandola, e a gestire adeguatamente la valvola a monte.

La valvola a monte viene dimensionata proprio rispetto ad h'_{max} :

$$p_{2_max} = \frac{p_{serbvuoto}}{1 - \frac{h'_{max}}{h_{serb}}} = \frac{1 \text{ atm}}{1 - \frac{1.05m}{1.76m}} = 2,48 \text{ atm}$$

Si sceglie una pressione a monte, al netto delle perdite del tubo, pari a 3 atm.

3.2 Problema della cavitazione

Sfruttando il coefficiente di incipiente cavitazione K_c , si vuole che:

$$(p_1 - p_2) < K_c * (p_1 - p_v) \text{ ---> } K_c > \frac{p_1 - p_2}{p_1 - p_v}$$

Nel particolare caso in esame il coefficiente di incipiente cavitazione è legato al grado di apertura della valvola, dunque il caso più "gravoso" è quello in cui K_c è alto, dunque il suo numeratore è elevato, dunque p_2 bassa, dunque serbatoio vuoto:

$$K_c > \frac{(3 - 1)atm}{(3 - 0.02304)atm} \text{ ---> } K_c > \frac{2}{2,97696} \text{ ---> } K_c > \frac{2}{2,97696} \text{ ---> } K_c > 0,672$$

Dalla tabella, si vede come la valvola debba mantenersi al di sotto dei 70° di apertura per non cavitare.

A serbatoio pieno (cioè $h = 1m$), invece:

$$p_2 = \frac{p_{serbvuoto}}{1 - \frac{h}{h_{serb}}} = \frac{1 \text{ atm}}{1 - \frac{1m}{1.76m}} = 2,32 \text{ atm}$$

$$K_c > \frac{(3 - 2,32)atm}{(3 - 0.02304)atm} \text{ ---> } K_c > \frac{0,68}{2,97696} \text{ ---> } K_c > \frac{0,68}{2,97696} \text{ ---> } K_c > 0,23$$

Dalla tabella, teoricamente è consentita la totale apertura.

Dunque il riempimento graduale del serbatoio comporta un vincolo, istante per istante, in termini di massimo grado di apertura; tale vincolo risulta essere maggiormente restrittivo nei primi istanti del processo, mentre all'aumentare del livello nel serbatoio, dunque della pressione p_2 , il massimo angolo per non cavitare aumenta tendendo a 90° (massimo angolo di apertura della valvola).

3.3 Dimensionamento in portata della valvola

$$\omega = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)} \rightarrow C_v = \frac{\omega}{N_1 * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)}}$$

Il caso più oneroso risulta essere quello in cui $(p_1 - p_2)$ è minima, dunque serbatoio pieno al limite massimo ($h = h'_{max} = 1.05m$):

$$C_v = \frac{\omega}{N_1 * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)}} = \frac{300 \frac{kg}{s}}{0.0007598 \frac{Kg}{s * gpm * \sqrt{Pa}} * \sqrt{0,9982351 * (0.52atm) * 101325 \frac{Pa}{atm}}} = 1721,65 gpm$$

Da tabella si sceglie una $C_{vn} = 1750 gpm \leftrightarrow D_n = 8 in$.

3.4 Verifica sui tratti di tubazione

Come anticipato si considerano dunque dei tratti di tubazione di diametro nominale 8 in, da cui si ricavano:

$$-) l_{min_monte} = 6 * D_n = 6 * 8 in * 0.0254 \frac{m}{in} = 1.2192 m \rightarrow \text{si sceglie una lunghezza di } 1.5 m;$$

$$-) l_{min_valle} = 3 * D_n = 3 * 8 in * 0.0254 \frac{m}{in} = 0.6096 m \rightarrow \text{si sceglie una lunghezza di } 1 m.$$

Con le lunghezze appena definite si determinano le perdite:

$$Re = \frac{D * v}{\lambda} = \frac{8 in * 0.0254 * 10^3 \frac{mm}{in} * 2 * 10^3 \frac{mm}{s}}{1.1 \frac{mm^2}{s}} = 369455 \gg 3000, \text{ dunque}$$

$$f = \frac{1}{4 * [\log(\frac{\epsilon}{3.71 * D})]^2} = \frac{1}{4 * [\log(\frac{0.0457mm}{3.71 * 8 in * 0.0254 * 10^3 \frac{mm}{in}})]^2} = 0,01406$$

$$\Delta p_{c_{monte}} = \frac{2 * \rho(T) * l * f}{D * g_c} * v^2 = \frac{2 * 998.207 * 1.5 * 0.01406}{0.2032 * 9.81} * 2^2 =$$

$$= 84,488 Pa = 0.000834 atm = 0.000845 bar$$

$$\Delta p_{c_{valle}} = \frac{2 * \rho(T) * l * f}{D * g_c} * v^2 = \frac{2 * 998.207 * 1 * 0.01406}{0.2032 * 9.81} * 2^2 =$$

$$= 56,325 Pa = 0.000556 atm = 0.000563 bar$$

Ne consegue che $(p_1 - p_2)|_{valvola} = ((3 - 0.000834) - (2,48 + 0.000556))atm$, dunque:

$$C_v = \frac{\omega}{N_1 * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)}} = \frac{300 \frac{kg}{s}}{0.0007598 \frac{Kg}{s * gpm * \sqrt{Pa}} * \sqrt{0,9982351 * (0,51861 atm) * 101325 \frac{Pa}{atm}}}$$

$$= 1723,959 gpm$$

La differenza tra il valore appena calcolato e quello al netto delle perdite è assolutamente ininfluyente ai fini della scelta della valvola. Osservazione: per fare in modo che la caratteristica equipercentuale risulti adatta per il circuito idraulico considerato, serve che $V = \frac{\Delta p_n}{\Delta p_p} = \frac{0,52 atm}{x} < 0.25$, da cui $x > \frac{0,52 atm}{0.25} \text{ --->}$

---> $x > 2,08 atm$; dunque serve una perdita sul circuito, valvola esclusa, di almeno $1,56 atm$. Si ipotizza che il circuito considerato sia parte di un circuito più esteso, per il quale tale condizione risulti verificata.

4. Modello Simulink

Il processo è stato simulato attraverso il tool Simulink del pacchetto Matlab; la struttura di principio del modello è la seguente:

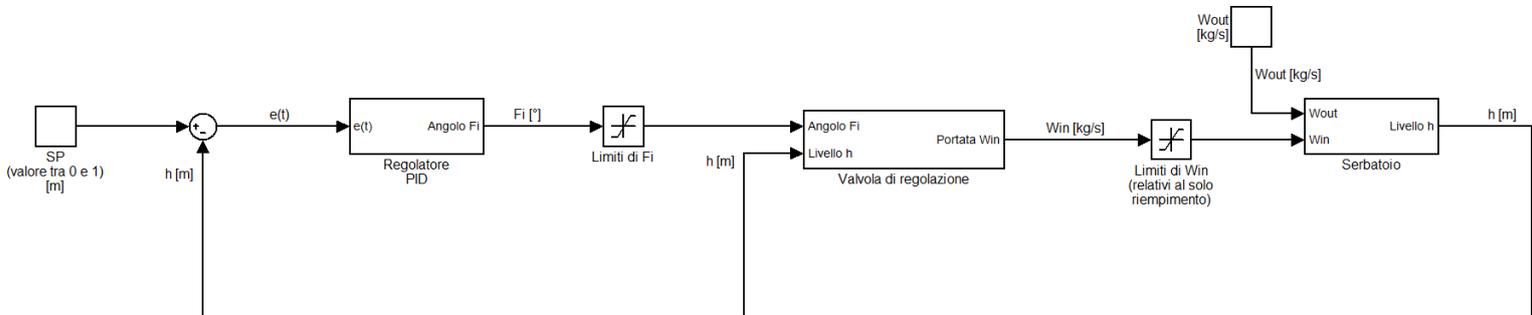


FIG 4.1 Trasposizione, in ambiente Simulink, del problema di controllo.

Si ha innanzitutto un Set Point, che può essere un valore compreso tra 0 e 1m, attraverso il quale si definisce il livello di acqua desiderato all'interno del serbatoio; dalla differenza tra SP e h, valore attuale del livello dell'acqua nel serbatoio, si determina il segnale di errore e(t), che si vorrebbe tendesse a 0 per ogni valore di SP e per ogni andamento di Wout (portata di uscita del serbatoio).

Successivamente si incontra il regolatore PID, avente la classica funzione:

$$out(t) = k_p * e(t) + K_i * \int_0^t e(t) dt + K_d * \frac{de(t)}{dt}$$

Esso elabora il segnale di errore e(t) e restituisce l'angolo di apertura della valvola.

Vincolo: l'angolo deve essere compreso tra 0 e 90°, estremi inclusi ---> ciò si traduce in una saturazione.

Il blocco della valvola di regolazione si basa sull'equazione:

$$\omega = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * (p_1 - p_2)} = N_1 * C_v * \sqrt{G_f * \left(p_1 - \frac{1}{1 - \frac{h}{1.76}} \right)}$$

Vincolo: la portata deve essere compresa tra 0 e 300 kg/s in fase di riempimento ---> ciò si traduce in una saturazione.

Infine si ha il blocco modellante il serbatoio, governato dall'equazione

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{\omega_{in}(t) - \omega_{out}(t)}{\rho * A} \quad \text{--->} \quad h(t) - h(0) = \int_0^t \frac{\omega_{in}(t) - \omega_{out}(t)}{\rho * A} dt$$

Vincolo: il livello deve rientrare nel range 0÷1.05 m ---> non si inserisce una saturazione, in quanto si vuole vedere il comportamento "libero" della grandezza. Importante ricordare, comunque, che al raggiungimento del valore 1.05m interverrebbe una protezione di sicurezza che provvederebbe allo svuotamento del serbatoio in sicurezza.

4.1 Controllo anti-cavitazione

Per evitare il fenomeno della cavitazione, il corrispondente coefficiente deve verificare che:

$$K_c > \frac{p_1 - p_2}{p_1 - p_v} \longrightarrow K_c > \frac{p_1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1.76} h}}{p_1 - p_v}$$

Si considera dunque un fattore di incipiente capitazione limite pari a $K_{c_{max}} = \frac{p_1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1.76} h}}{p_1 - p_v} * 1,05$

$K_{c_{max}}$ si traduce in un angolo di apertura massimo secondo la seguente corrispondenza:

K_c	Massimo angolo di apertura [°]
0.92	10
0.92	15
0.92	20
0.92	30
0.9	40
0.87	50
0.8	60
0.64	70
0.4	80
0.25	90

Si inserisce dunque la struttura seguente:

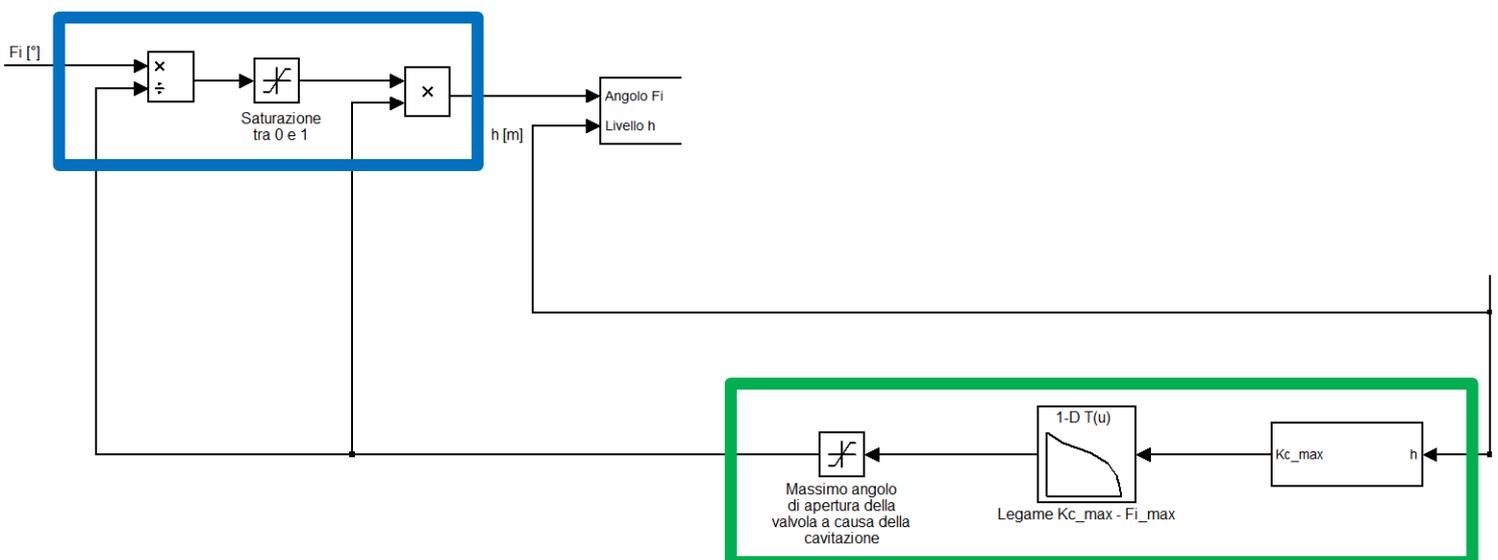


FIG 4.2 Implementazione del controllo anti-cavitazione attraverso le due parti evidenziate, descritte in seguito.



Acquisizione del livello attuale h ---> calcolo del corrispondente coefficiente di incipiente cavitazione K_c ---> determinazione, tramite tabella, del corrispondente angolo F_i ---> saturazione di tale angolo tra i valori 0 e 90° (limiti operativi della valvola).



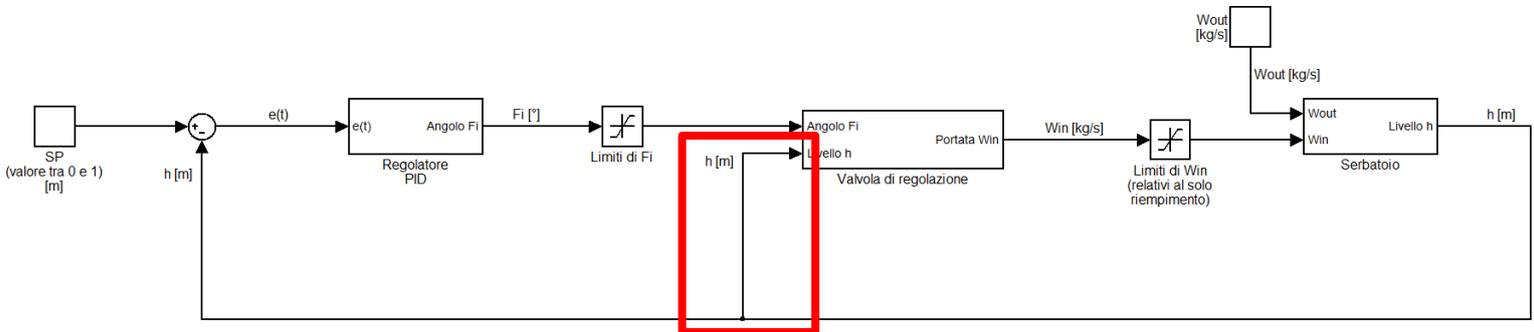
Caso 1: l'angolo massimo con il quale si può aprire la valvola senza cavitare è $\alpha = 80^\circ$, mentre l'angolo imposto dal regolatore è $F_i = 85^\circ$ ---> si divide l'angolo F_i per α , ottenendo 1.0625 ---> si passa attraverso una saturazione tra i valori 0 e 1, ottenendo dunque 1 ---> si rimoltiplica per α , ottenendo proprio α .

Caso 2: l'angolo massimo con il quale si può aprire la valvola senza cavitare è $\alpha = 80^\circ$, mentre l'angolo imposto dal regolatore è $F_i = 75^\circ$ ---> si divide l'angolo F_i per α , ottenendo 0.9375 ---> si passa attraverso una saturazione tra i valori 0 e 1, ottenendo dunque 0.9375 ---> si rimoltiplica per α , ottenendo nuovamente 0.9375.

Questa struttura, dunque, agisce come una saturazione tra i valori 0 e α .

5. Taratura del regolatore

Si considera nuovamente il modello della figura 4.1 del precedente capitolo (modello che volutamente esclude il controllo anti-cavitazione) al fine di tarare i parametri del regolatore:



- Il primo problema, evidente, nella taratura è rappresentato dalla retroazione indicata in figura: essa, infatti, non permette di determinare la funzione di trasferimento tra il segnale di Set Point e il segnale di uscita, cioè l'altezza dell'acqua nel serbatoio. Per risolvere tale problema è necessario strutturare il regolatore in maniera diversa. Piuttosto che un semplice PID, cioè, è necessario includere, in quello che da ora verrà chiamato "regolatore complessivo", anche la funzione inversa della valvola secondo il seguente schema:

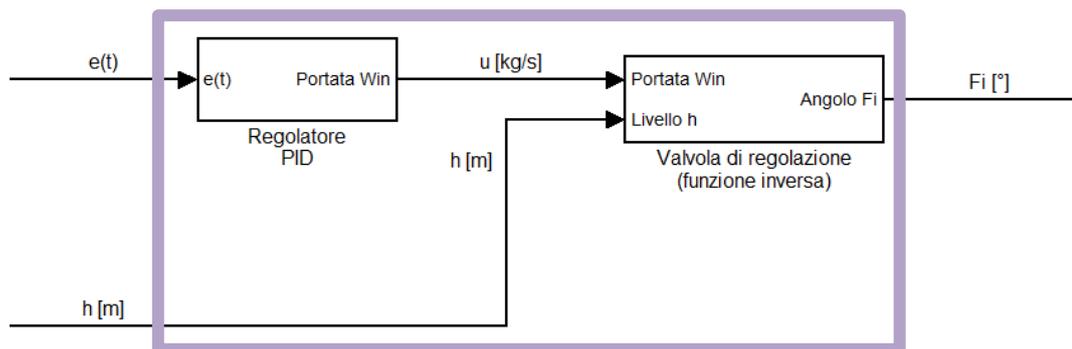


FIG 5.1 Struttura del regolatore complessivo, all'interno del quale compare il regolatore PID vero e proprio.

Tutta la parte evidenziata è il regolatore complessivo; importante notare come il regolatore PID vero e proprio ora eroghi un segnale di controllo u che è una portata e non più un angolo.

Complessivamente risulta dunque:

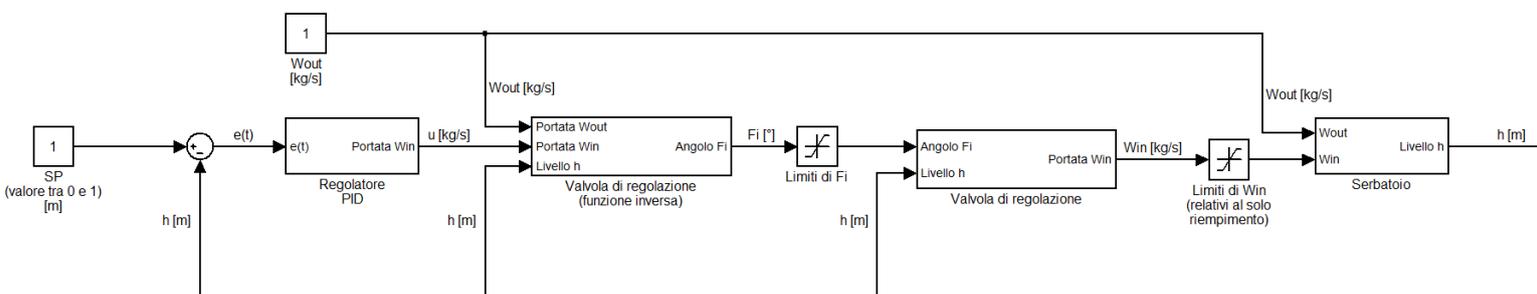


FIG 5.2 Inserimento del regolatore complessivo, di cui alla figura 5.1, all'interno dello schema generale del sistema.

PRINCIPIO: se si riuscissero a rendere perfettamente uguali i segnali u e W_{in} , allora si potrebbe bypassare tutta la parte di modello compresa tra gli stessi segnali, ed equivalentemente si avrebbe

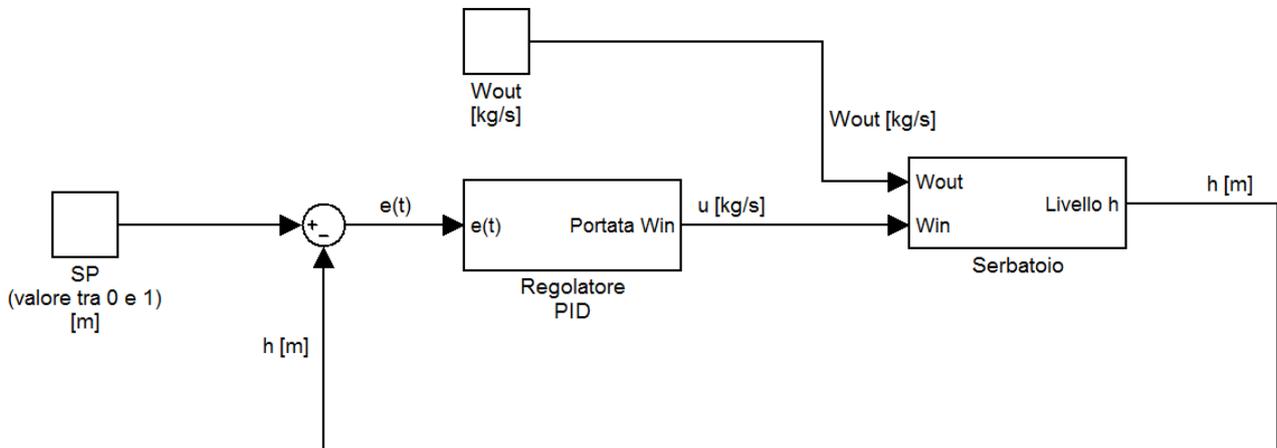


FIG 5.3 Sistema semplificato, valido solo se i segnali u e W_{in} risultano essere coincidenti.

In tal caso, scegliendo di implementare un regolatore di tipo P, la funzione di trasferimento risulterebbe:

$$G(s) = \frac{k_p * \left(\frac{1}{\rho * A * s}\right)}{1 + k_p * \left(\frac{1}{\rho * A * s}\right)} = \frac{\frac{k_p}{\rho * A * s}}{\frac{\rho * A * s + k_p}{\rho * A * s}} = \frac{k_p}{\rho * A * s + k_p}$$

Riassumendo:

$$u = W_{in} \langle \text{---} \rangle G(s) = \frac{k_p}{\rho * A * s + k_p}$$

- La seconda importante problematica è quella relativa alla saturazione della portata u , all'interno del regolatore complessivo, tra 0 (in fase di riempimento) e 300 kg/s.

Ponendosi nella condizione di massimo errore:

$$e(t)_{max} = SP_{max} - h_{min} = (1 - 0) = 1m$$

i parametri del regolatore devono essere tarati in maniera tale che

$$u = k_p * e(t) < 300 \frac{kg}{s}$$

Se la condizione è verificata per $e(t) = 1$, lo sarà anche per qualsiasi valore di $SP < 1$, in quanto $e(t)$ risulterà minore, così come u .

IMPORTANTE: un ulteriore vincolo introdotto da questa saturazione risiede nel fatto che qualora il livello dovesse presentare una sovraelongazione, cioè andasse al di sopra del valore di SP, sarebbe impossibile riportarsi poi al livello desiderato. Matematicamente, ciò si spiega col fatto che l'errore $e(t)$ diverrebbe negativo, ma la grandezza u in uscita dal regolatore sarebbe saturata tra 0 e 300

kg/s; fisicamente, se ci si trova in fase di riempimento con valvola di svuotamento chiusa e si sale sopra al livello desiderato, risulterà impossibile riportare il livello al valore di SP agendo solo sulla valvola a monte.

Perciò:

$$e(t) = 1 \text{ (SP = 1 \& serbatoio vuoto)} \longrightarrow u < 300 \text{ kg/s}$$

&

$$h(t) \text{ non deve presentare sovraoscillazioni}$$

- Terza problematica riguarda la saturazione dell'angolo Fi a valle del regolatore complessivo. La prima saturazione dell'angolo tra 0 e 90° è ridondante rispetto a quella, appena descritta, della portata; la seconda, invece, garantisce che la valvola non caviti. Come spiegato nei capitoli precedenti, questo vincolo è massimo nei primissimi istanti del riempimento per poi diminuire all'aumentare del livello dell'acqua nel serbatoio; per $h = 0$ si ottiene un angolo massimo di apertura pari a:

$$K_{c_{max}} = \frac{p_1 - \frac{1}{1 - \frac{h}{1.76}}}{p_1 - p_v} * 1,05 = \frac{3 - 1}{3 - 0,02304} * 1,05 = 0,705 \longrightarrow$$

\longrightarrow linearizzando il legame $K_c - Fi$, si trova un angolo di circa 68°

I parametri del regolatore devono essere tali da garantire che l'angolo di apertura iniziale della valvola, con SP massimo (cioè pari a 1m), sia inferiore a 68°; verificata questa condizione, all'aumentare del livello sicuramente non vi sarà cavitazione in quanto il massimo angolo per non cavitare aumenterà, mentre la valvola gradualmente tenderà a chiudersi.

Dunque:

$$Fi|_{SP=1, h=0, t=0^+} < 68^\circ$$

Il sistema, riassumendo, deve rispettare i seguenti vincoli:

1. $u = W_{in} \longrightarrow G(s) = \frac{k_p}{\rho * A * s + k_p}$
2. $e(t) = 1 \text{ (SP = 1 \& serbatoio vuoto)} \longrightarrow u < 300 \text{ kg/s}$
3. $h(t) \text{ non deve presentare sovraoscillazioni}$
4. $Fi|_{SP=1, h=0, t=0^+} < 68^\circ$

Trattandosi di un sistema equivalente del primo ordine, esso risulta asintoticamente stabile se il polo è reale negativo:

$$\rho * A * s + k_p = 0 \quad \rightarrow \quad s = -\frac{k_p}{\rho * A} \quad \rightarrow \quad s = -\frac{k_p}{\rho * A} < 0 \quad \rightarrow \quad k_p > 0$$

Il fatto che sia del primo ordine, inoltre, garantisce che non vi siano sovraoscillazioni (3).

A serbatoio vuoto e $SP = 1$ ($e(t) = 1$), per avere $u < 300 \text{ kg/s}$ (2.) e $Fi|_{t=0^+}$ (4.) si sceglie in particolare:

$$k_p = 200$$

Con questi dati, il tempo occorrente affinché l'uscita si porti entro l'1% del suo valore finale (*tempo di assestamento*) è circa pari a:

$$T_a = 5 * \tau = 5 * \frac{\rho * A}{k_p} = 5 * \frac{998.207 * 1}{200} = 24.96s \cong 25s$$

Passati 60 secondi dall'avvio del riempimento del serbatoio, se il livello differisce rispetto al SP di una quantità ≤ 0.1 , allora la valvola di svuotamento viene aperta secondo una determinata funzione temporale.

Concludendo, dunque, grazie alla ristrutturazione del regolatore il sistema risulta facilmente controllabile grazie ad un regolatore puramente proporzionale.

Nel capitolo successivo verranno mostrati i grafici delle varie simulazioni.

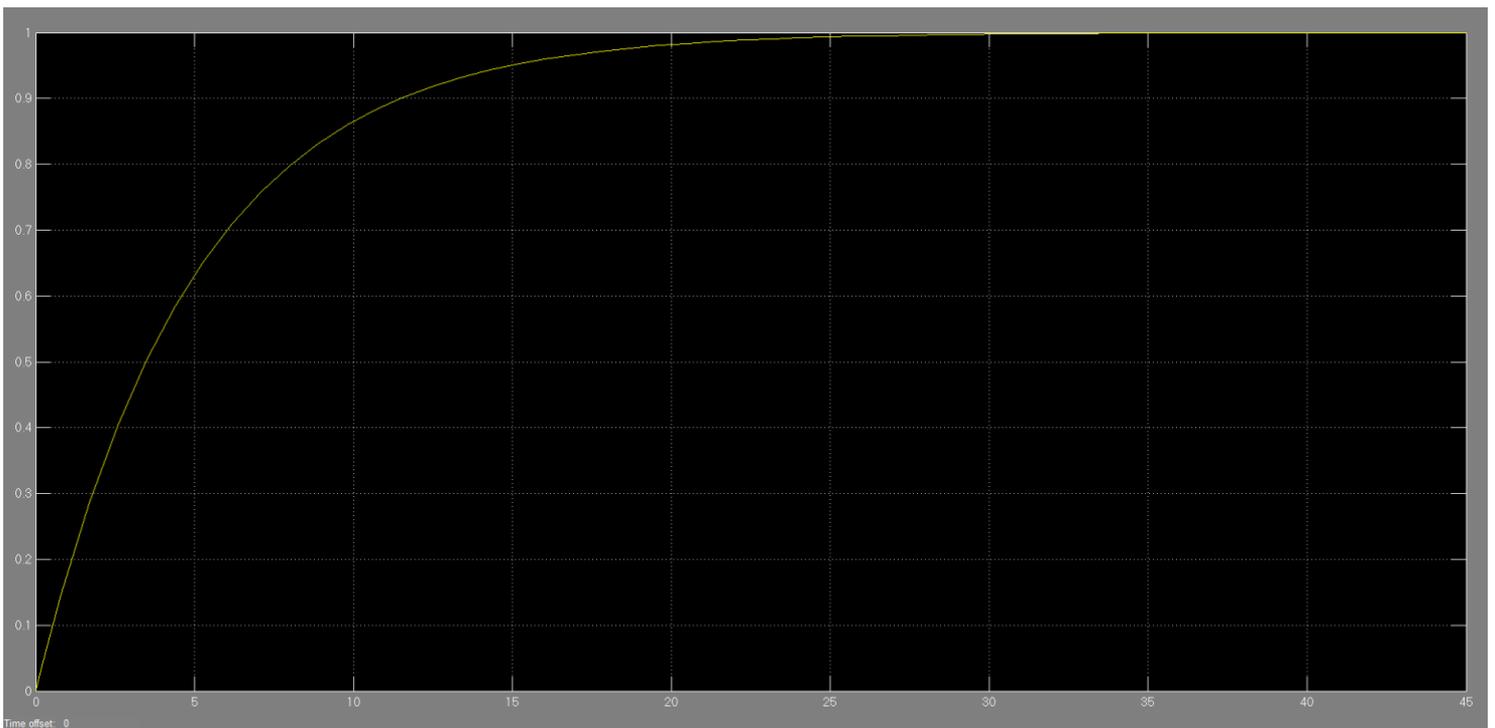
6. Risultati della simulazione

6.1 Fase di riempimento

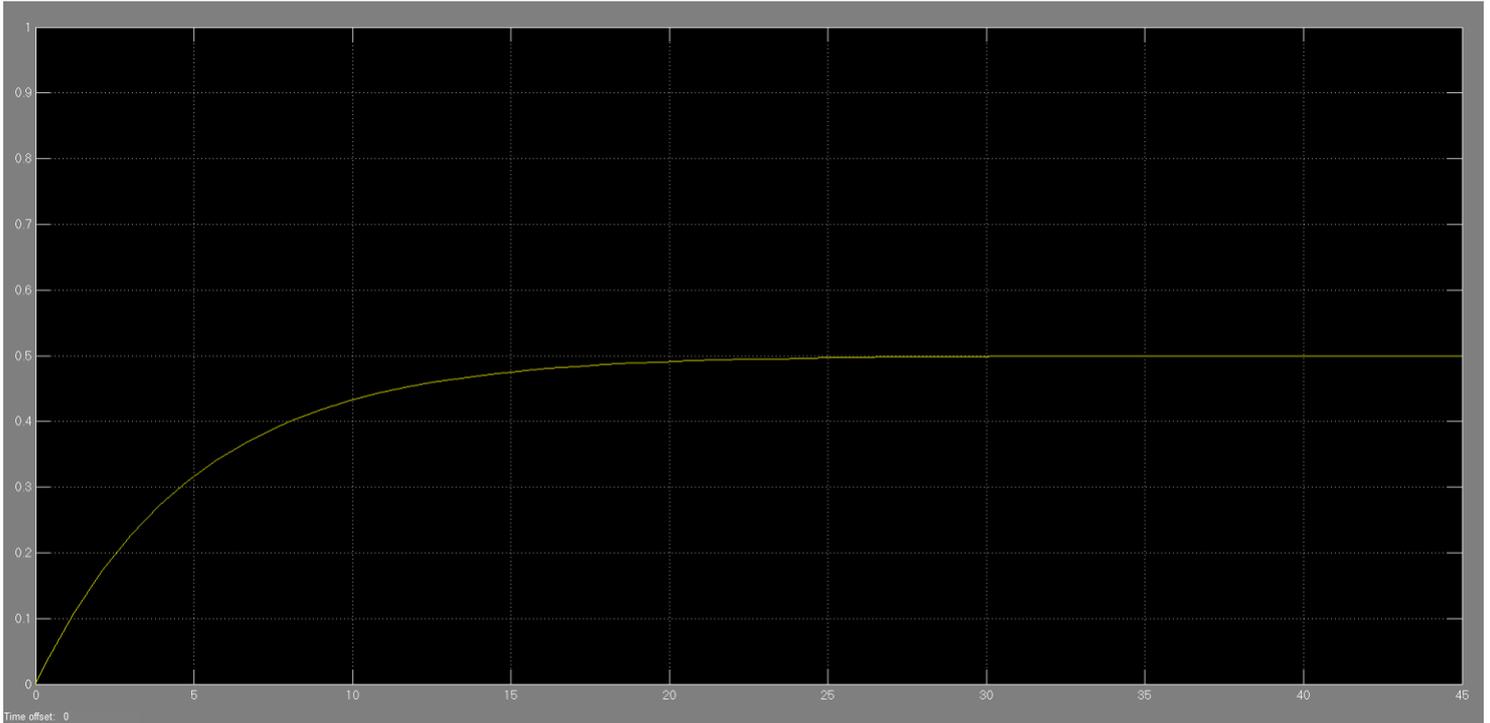
Partendo dalla condizione di serbatoio vuoto e di pressione atmosferica al suo interno, viene definito un certo SP a cui il livello dell'acqua nel serbatoio tende a portarsi. Si illustrano i risultati soffermandosi sulle grandezze di maggior interesse.

- **Livello h** : il livello tende esattamente al valore di SP . Selezionando diversi valori di SP (si ricorda che il range di valori selezionabili è $0 \div 1\text{ m}$) si ottengono i seguenti grafici

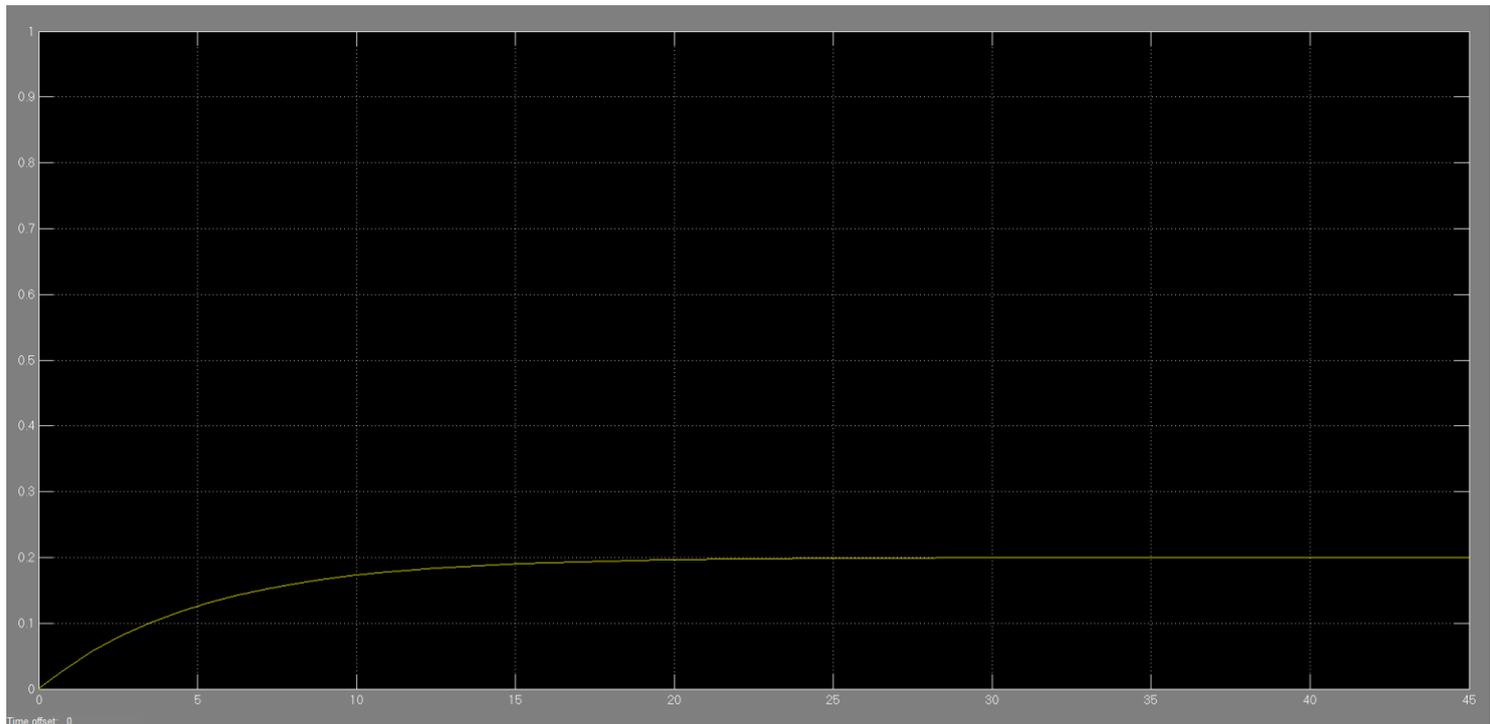
$SP=1\text{m}$



$SP=0.5m$



$SP=0.2m$

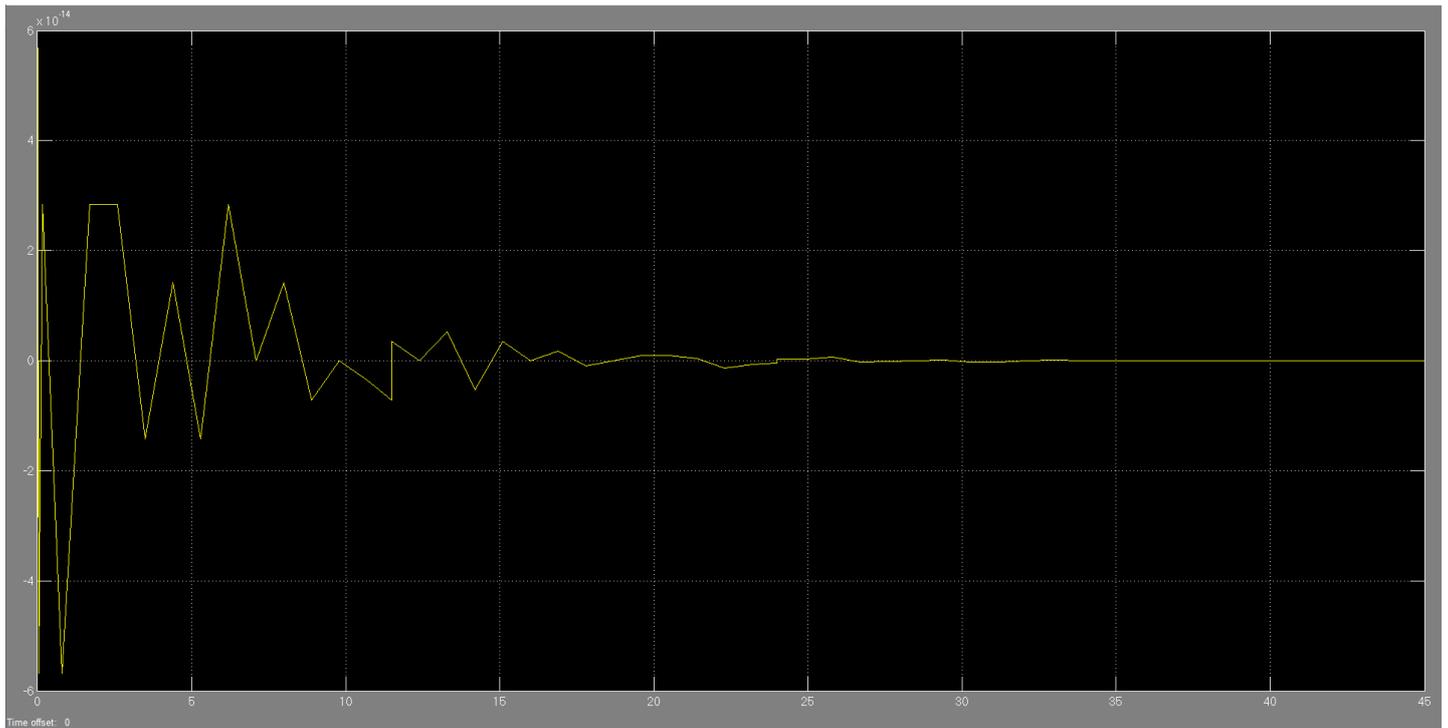


Osservazioni:

1. l'equilibrio viene raggiunto \forall valore di SP compreso tra 0 e 1 m ;
2. il tempo di assestamento non dipende dal valore di SP , essendo funzione del solo parametro k_p ; esso è sempre e comunque pari a circa 25s.

Come enunciato nel precedente capitolo, i ragionamenti e la taratura del coefficiente k_p risultano validi solo ed esclusivamente se i segnali u , uscente dal regolatore P, e W_{in} , entrante nel blocco serbatoio, sono uguali tra loro; questa uguaglianza è fondamentale per poter bypassare la retroazione del segnale h entrante nel blocco valvola.

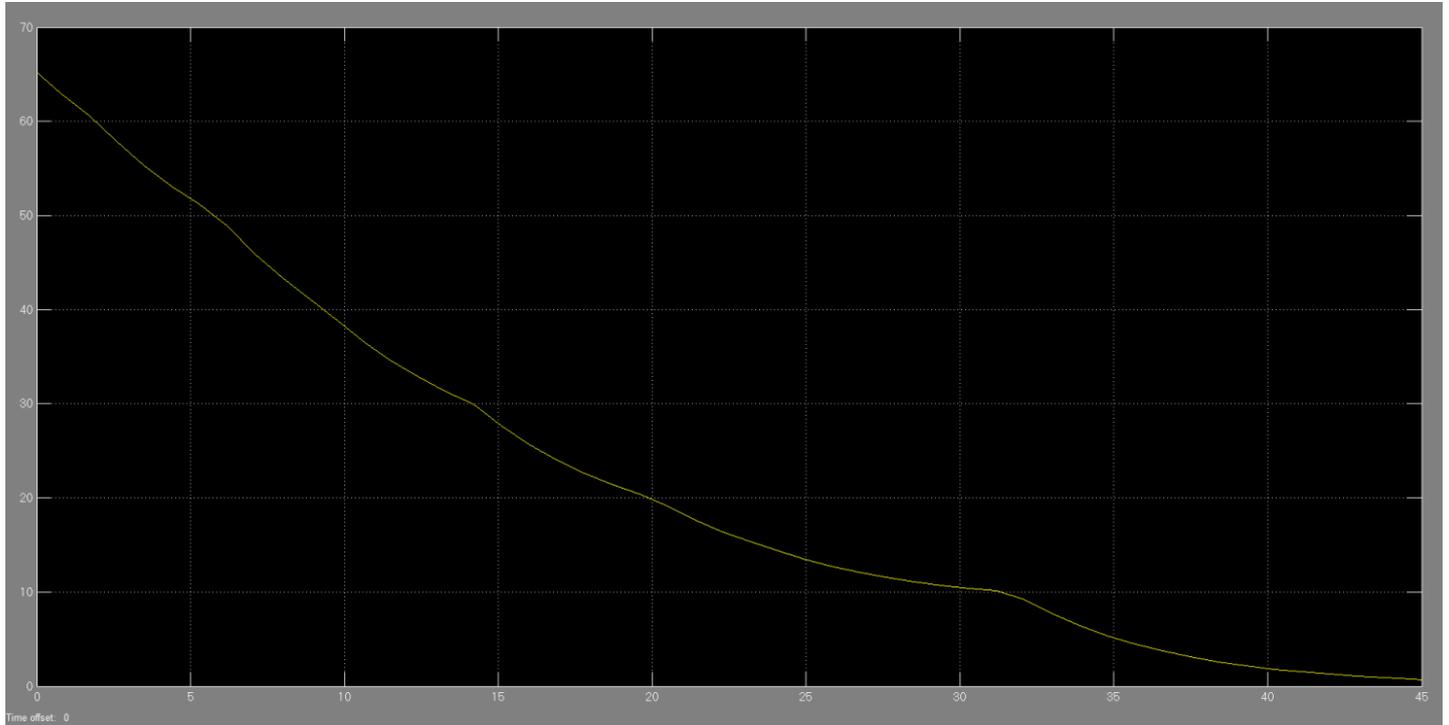
Di seguito si riporta l'andamento della differenza dei due segnali, cioè $u - W_{in}$; la funzione presenta delle oscillazioni, soprattutto nella prima fase del riempimento, che però sono dell'ordine di 10^{-14} : i due segnali sono praticamente identici ai fini dell'applicazione di interesse.



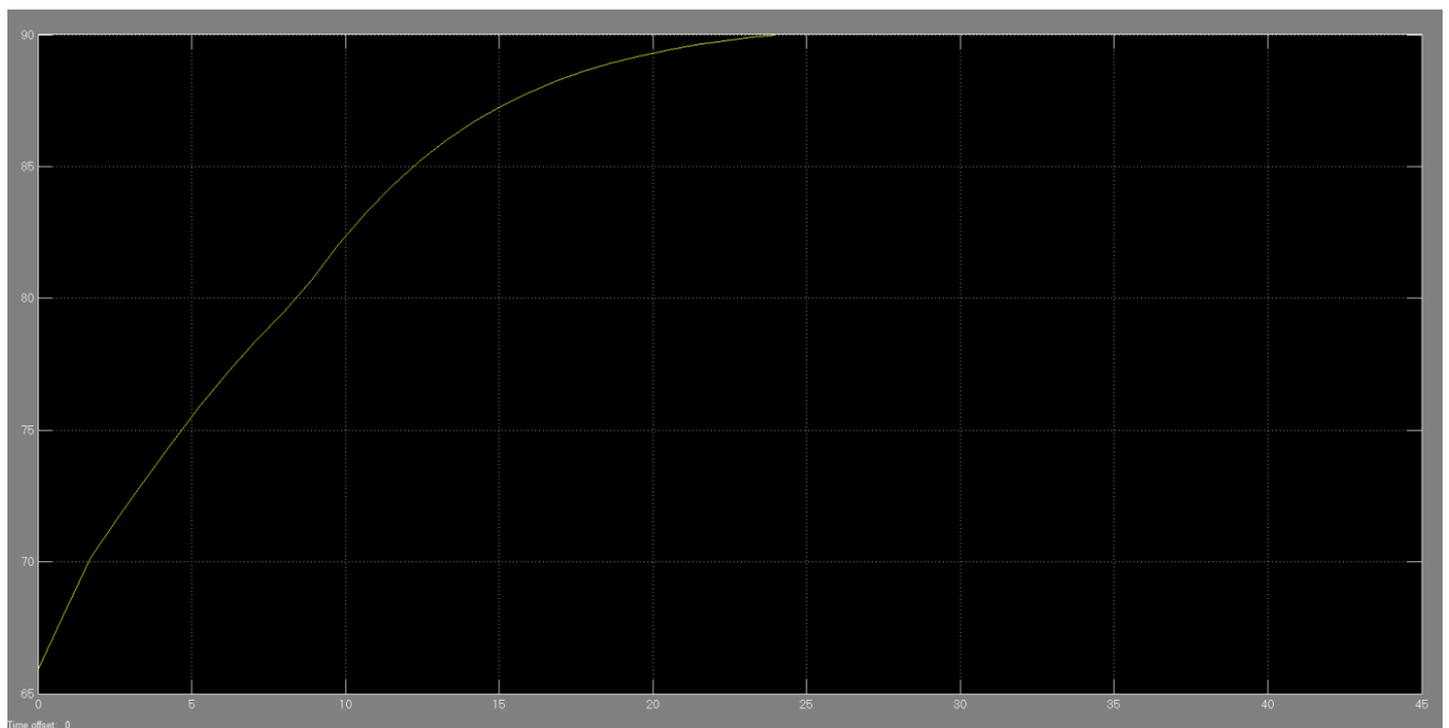
Ci si sofferma ora sul caso specifico di $SP = 1m$ (il più gravoso) e si analizza l'andamento delle altre grandezze caratteristiche del processo.

- **Angolo di apertura F_i della valvola**

Viene rappresentato l'angolo di apertura teorico della valvola, cioè l'angolo imposto dal regolatore tenendo conto solo dell'errore e della corrispondente portata necessaria, senza tenere conto del vincolo anti-cavitazione.



Il vincolo anti-cavitazione, funzione della pressione nel serbatoio e dunque del livello, impone che il massimo angolo di apertura della valvola (per evitare, appunto, la cavitazione) abbia il seguente andamento:

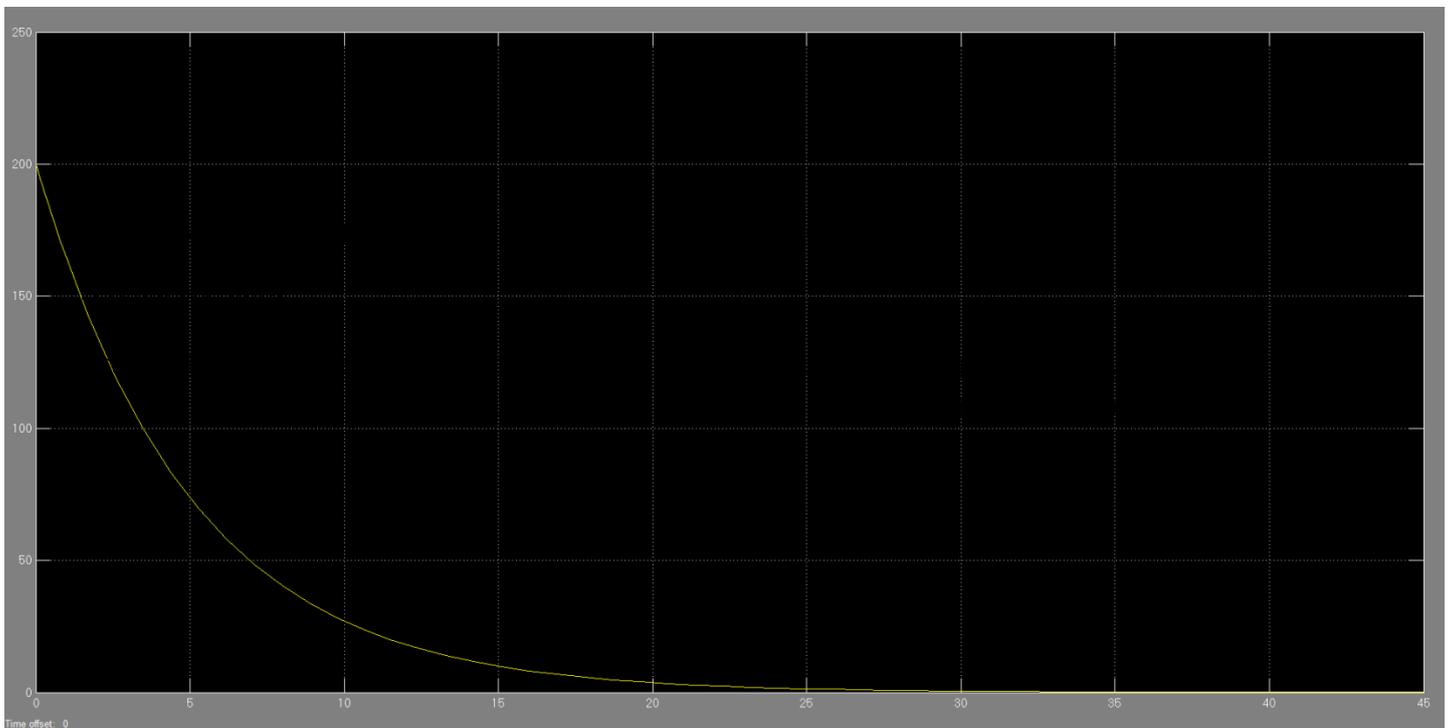


Si nota come il valore più basso, dunque il vincolo più restrittivo, sia nei primi istanti del transitorio dove è circa pari a 68° ; questa grandezza dipende solo dal livello e non dal SP . In particolare angolo anti-cavitazione e livello sono in una proporzionalità diretta: all'aumentare del livello (dunque all'aumentare della pressione, dunque al diminuire del Δp ai capi della valvola) l'angolo anti-cavitazione aumenta, dunque il vincolo diviene via via meno stringente.

Osservazione: ponendosi nella condizione più impegnativa per la valvola, cioè $SP = 1m$, se k_p è tale da dare luogo ad un angolo che non porti alla cavitazione, allora non vi saranno problemi per tutti i valori di SP minori di 1. Intuitivamente, infatti, se per portare il livello al valore di 1 m viene tarato il regolatore in maniera da avere un angolo massimo di apertura, iniziale, minore di 68° , allora per portare il livello ad un valore inferiore nello stesso tempo, sicuramente l'apertura della valvola sarà più contenuta.

- **Portata W_{in} entrante nel serbatoio**

La portata entrante nel serbatoio assume valore massimo 200 kg/s ($(SP_{max} - h_{min}) * k_p = (1 - 0) * 200 = 200$) per poi decrescere come in figura; al tendere di h al SP , W_{in} tende a 0.



6.2 Fase di svuotamento/fornitura

Il serbatoio raggiunge il livello impostato in circa 25 s; dopo 60 s dal momento dell'avvio della procedura, se effettivamente il livello è prossimo al SP , viene aperta la valvola di svuotamento.

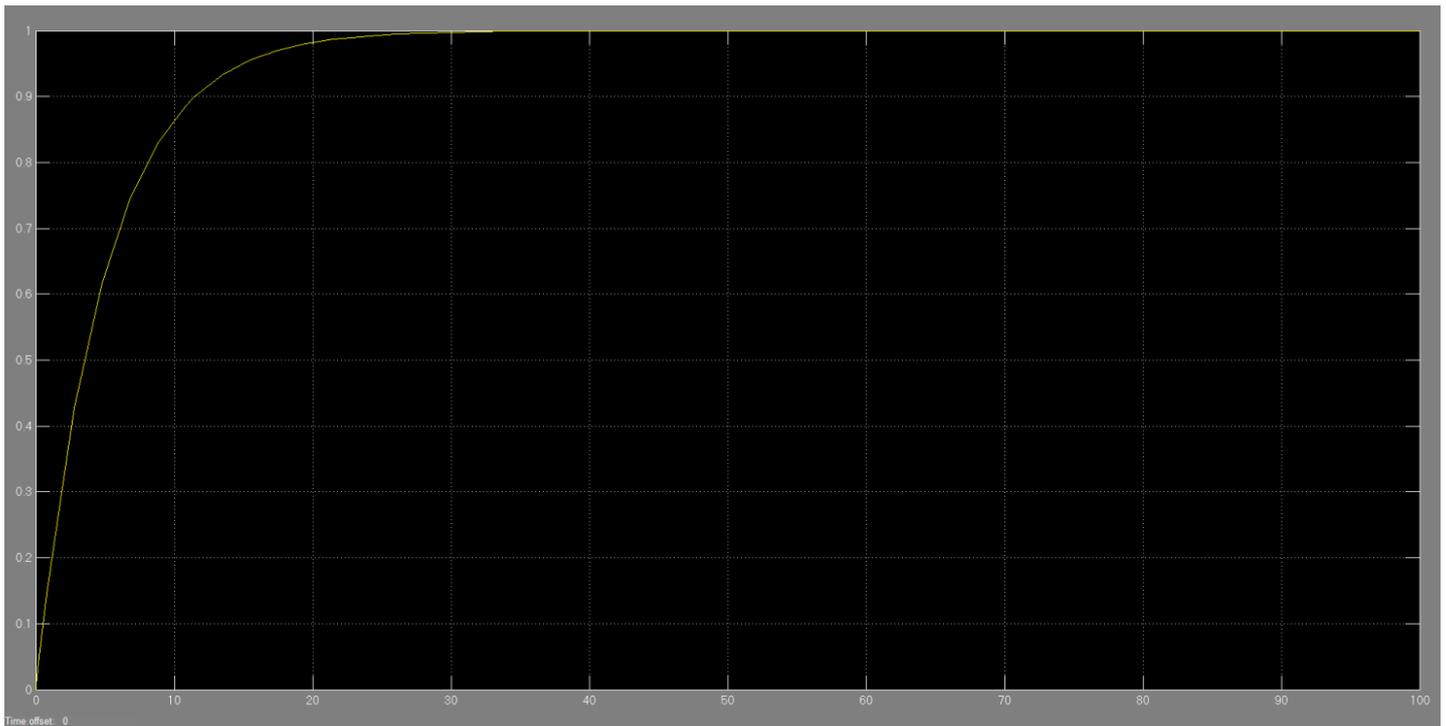
Osservazione: la condizione di partenza, questa volta, non è più quella di serbatoio vuoto bensì quella di serbatoio pieno, dunque l'angolo massimo per non cavitare è abbondantemente superiore a 68° ed è assimilabile alla massima apertura possibile, cioè 90° .

CASO 1 ---> $W_{OUT}=COSTANTE$

La valvola, a fronte di un gradino di portata di ampiezza W_{out} e in conseguenza di quanto affermato poco sopra, può tranquillamente spalancarsi fino a 90° , facendo transitare la portata massima (di progetto) di 300 kg/s ; dunque W_{out} può assumere un valore qualsiasi tra 0 e 300 kg/s . Si sceglie $W_{out} = 280 \text{ kg/s}$ (e $SP = 1 \text{ m}$).

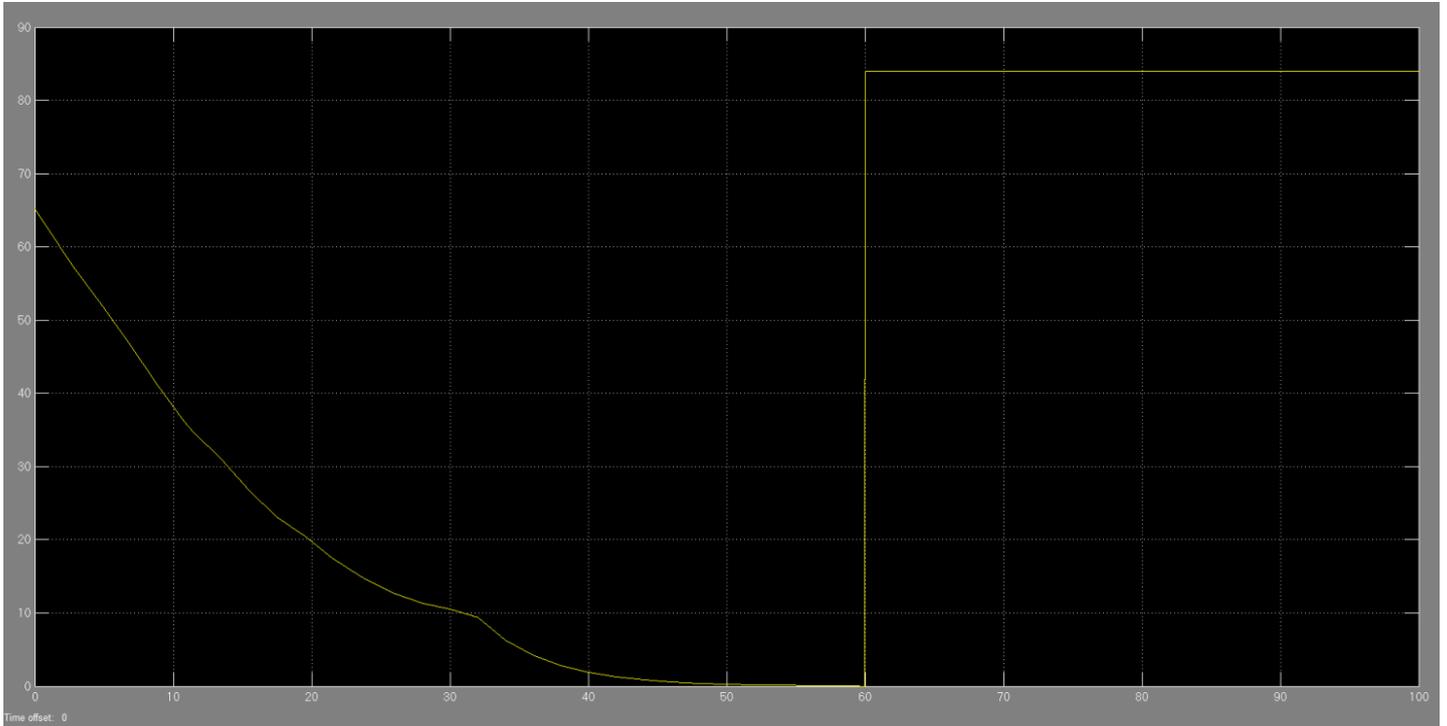
- **Livello h**

Il livello non subisce alcuna variazione: il regolatore riesce pienamente a seguire il ΔW e ad adattare l'apertura della valvola al fine di mantenere costante il livello.

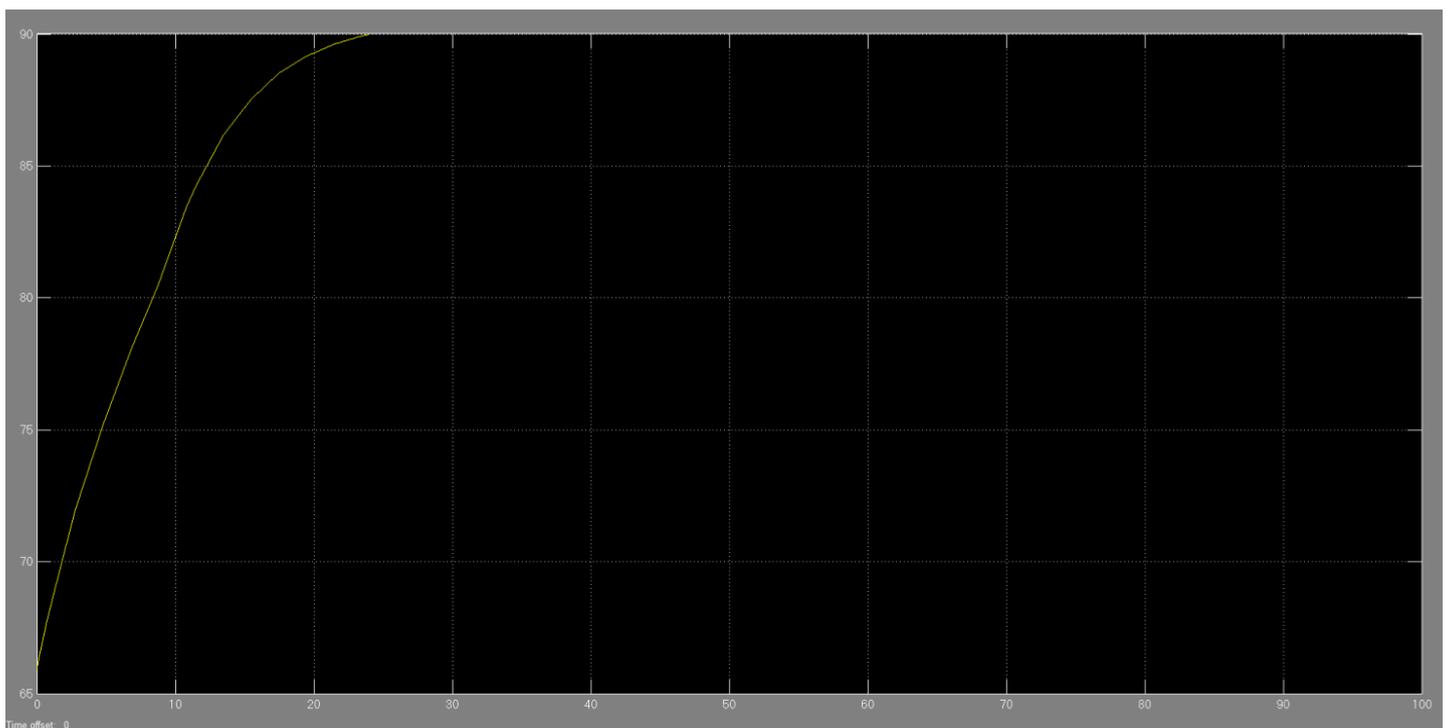


- **Angolo di apertura F_i della valvola**

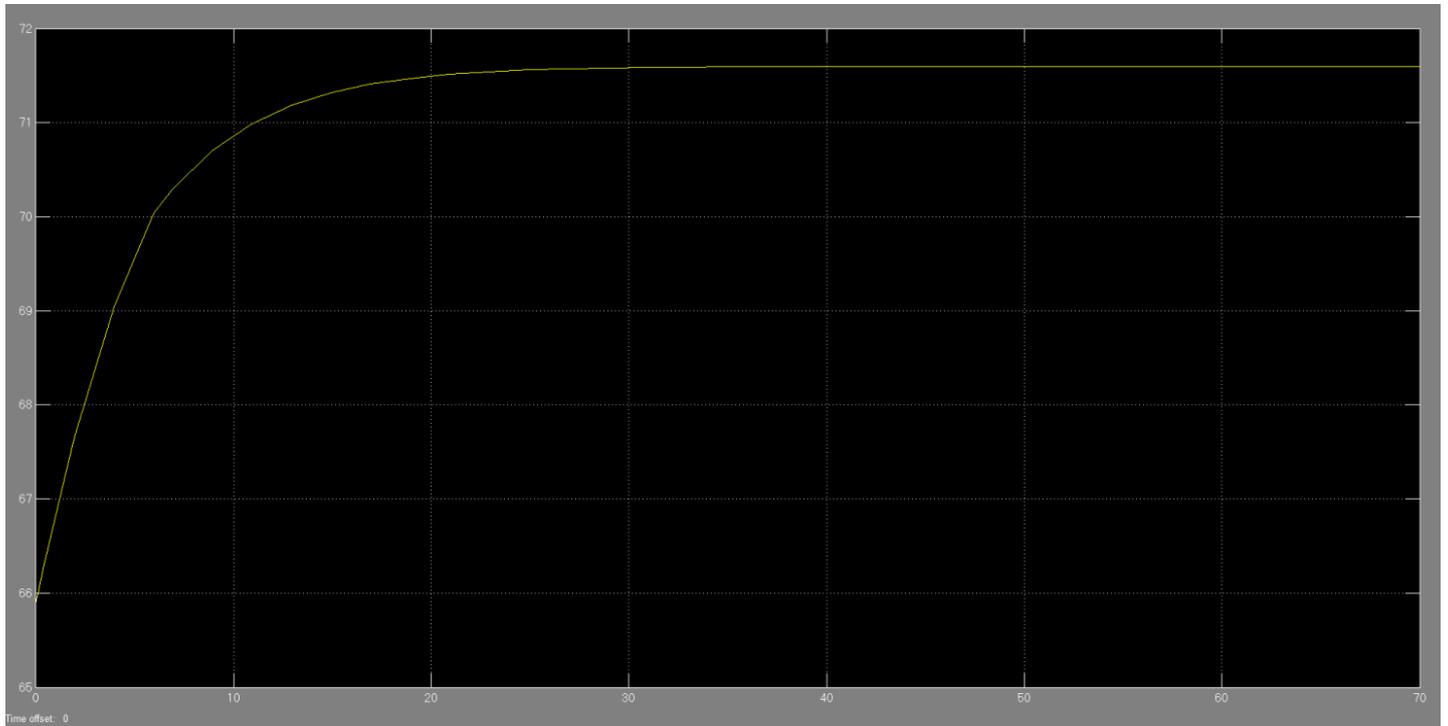
Angolo di apertura teorico. Per quanto detto poco sopra, a 60 s la situazione è ben diversa rispetto all'istante iniziale della simulazione: il livello è infatti ad un valore diverso da 0 e la valvola, a 60 s, può aprirsi maggiormente (rispetto ai canonici 68° iniziali) senza cavitare.



Massimo angolo di apertura anti-cavitazione: dal momento che il livello raggiunge il valore di $SP = 1\text{ m}$, il vincolo anti-cavitazione sostanzialmente viene meno (nel senso che l'angolo massimo per non cavitare diviene 90°).



Importante: quanto detto finora si riferisce al caso di $SP = 1 m$. Essendo l'angolo anti-cavitazione in una proporzionalità diretta con il livello, al diminuire del SP (e dunque del livello) diminuisce anche l'angolo anti-cavitazione. Considerando $SP = 0.4m$, si ottiene un andamento dell'angolo anti-cavitazione di questo tipo:

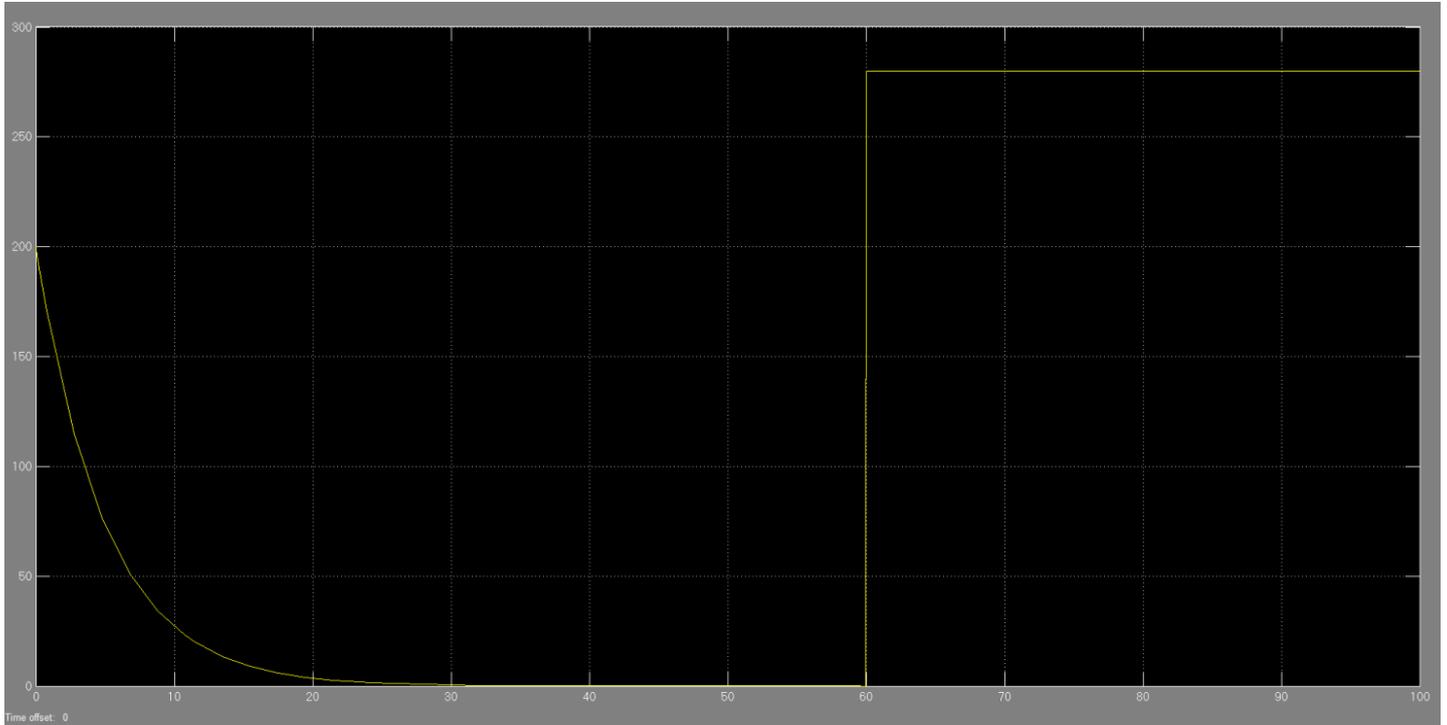


Come si vede, per un livello pari a 0.4 m si ha un angolo anti-cavitazione di circa 71.5° : ciò si traduce in una possibilità ridotta di prelievo dal serbatoio rispetto al caso di $SP = 1 m$. Perciò al diminuire del SP diminuisce il massimo valore di W_{out} estraibile dal serbatoio.

Chiusa questa parentesi, si ritorna ad analizzare l'andamento delle altre grandezze caratteristiche per $SP = 1m$.

- **Portata W_{in} entrante nel serbatoio**

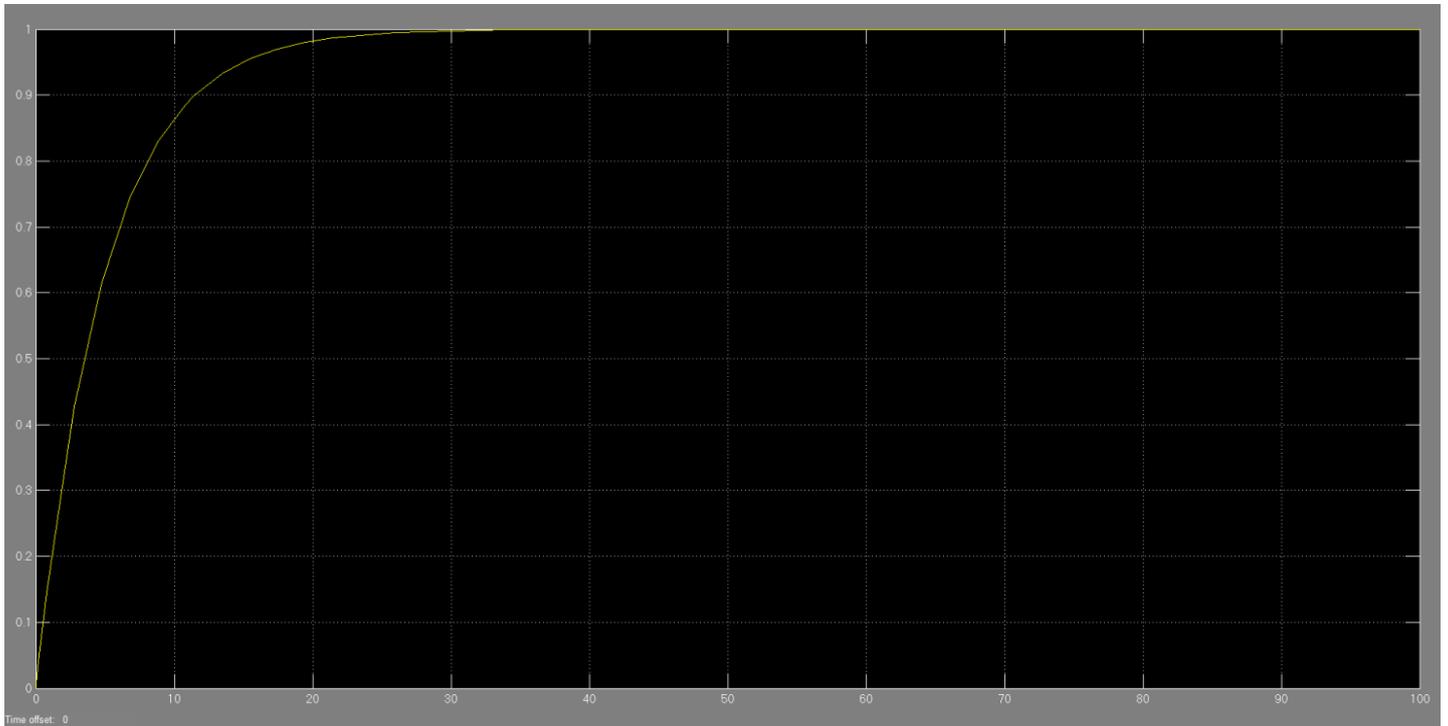
Intuitivamente, se da un serbatoio ad un certo livello si comincia ad estrarre una certa quantità di liquido, per mantenere il livello costante sarà necessario alimentare lo stesso con la medesima portata così da rendere $\Delta W = 0$. W_{in} tenderà dunque ad assumere esattamente il valore di 280 kg/s: tanto entra, tanto esce.



CASO 2 ---> $WOUT=50*\sin(0.03t)+100$

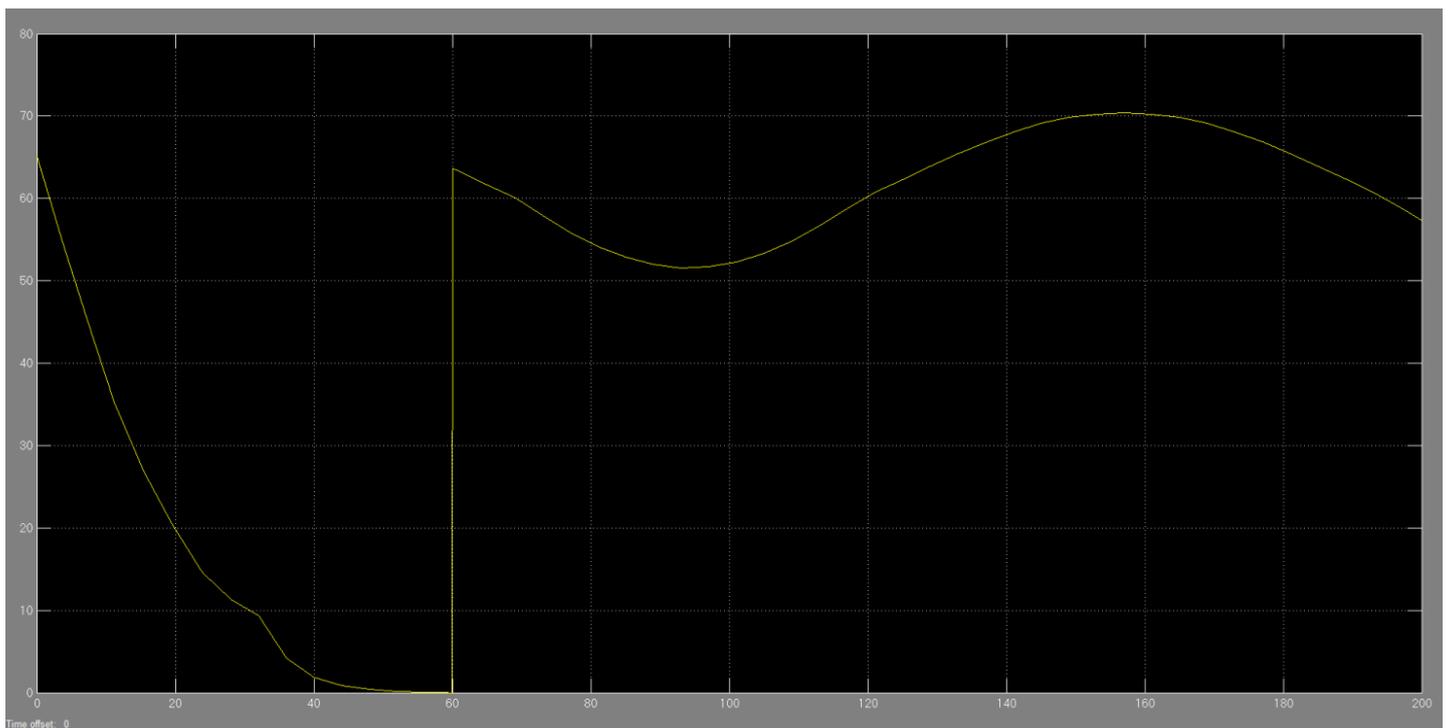
- **Livello h**

Anche per una variazione variabile nel tempo della portata di uscita, il livello riesce a mantenersi costante.

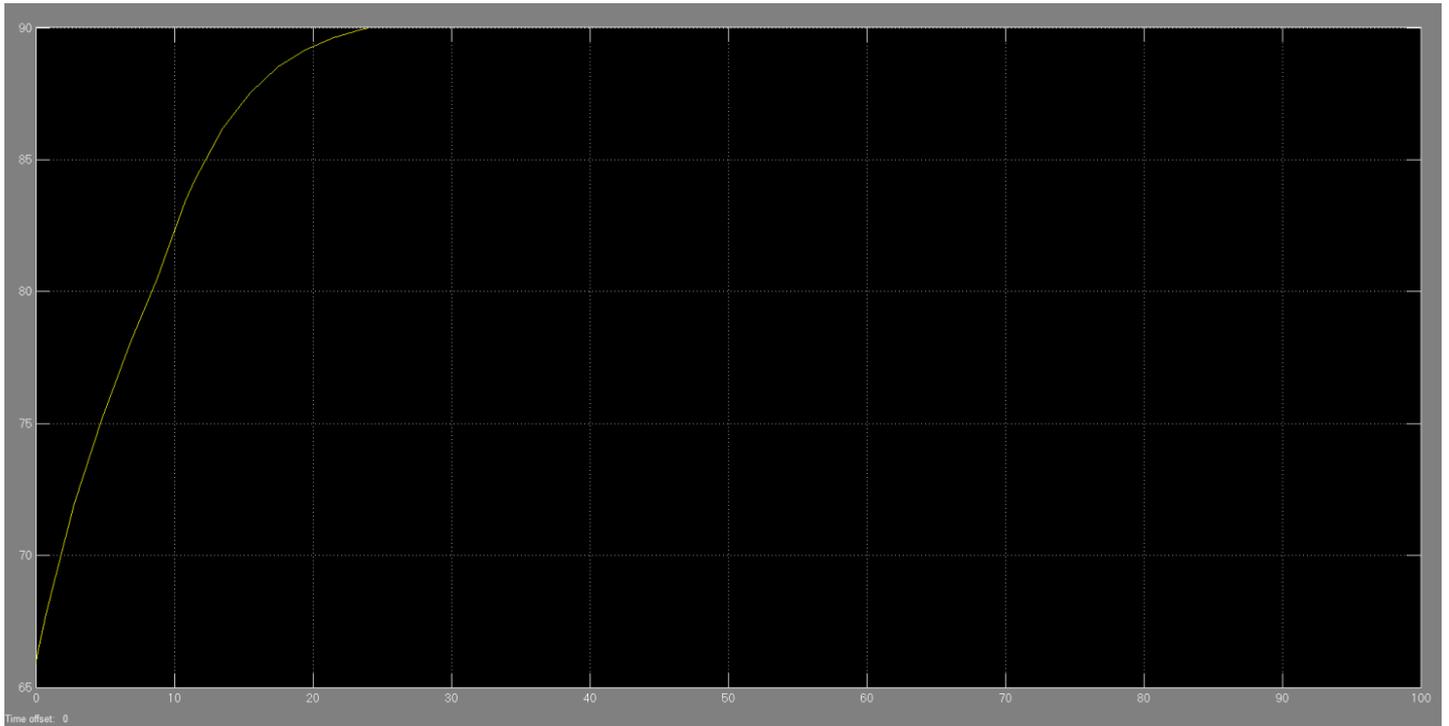


Angolo di apertura F_i della valvola

Angolo di apertura teorico: al fine di seguire l'andamento sinusoidale della portata di uscita, anche la valvola di ingresso ricalca tale funzione.

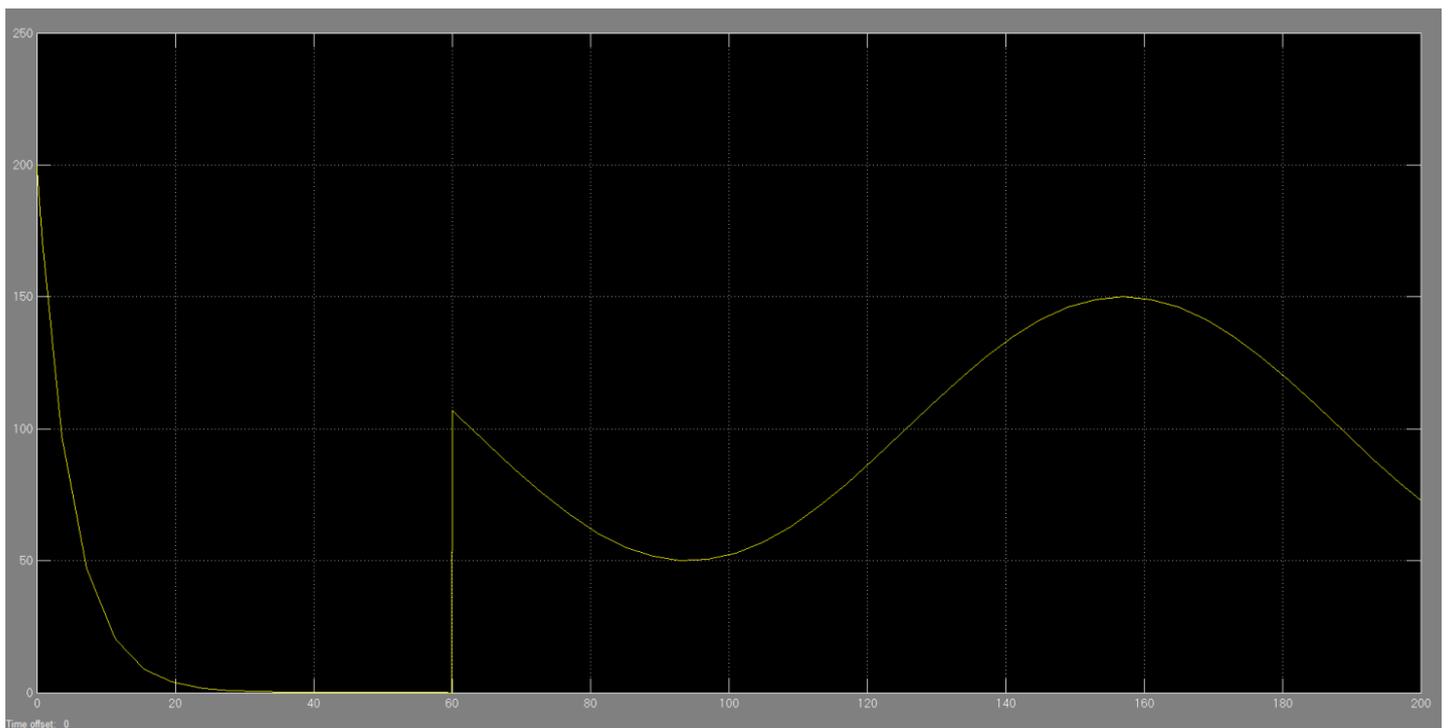


Massimo angolo di apertura anti-cavitazione: esso, essendo funzione solo del livello, chiaramente non cambia rispetto alle simulazioni precedenti.



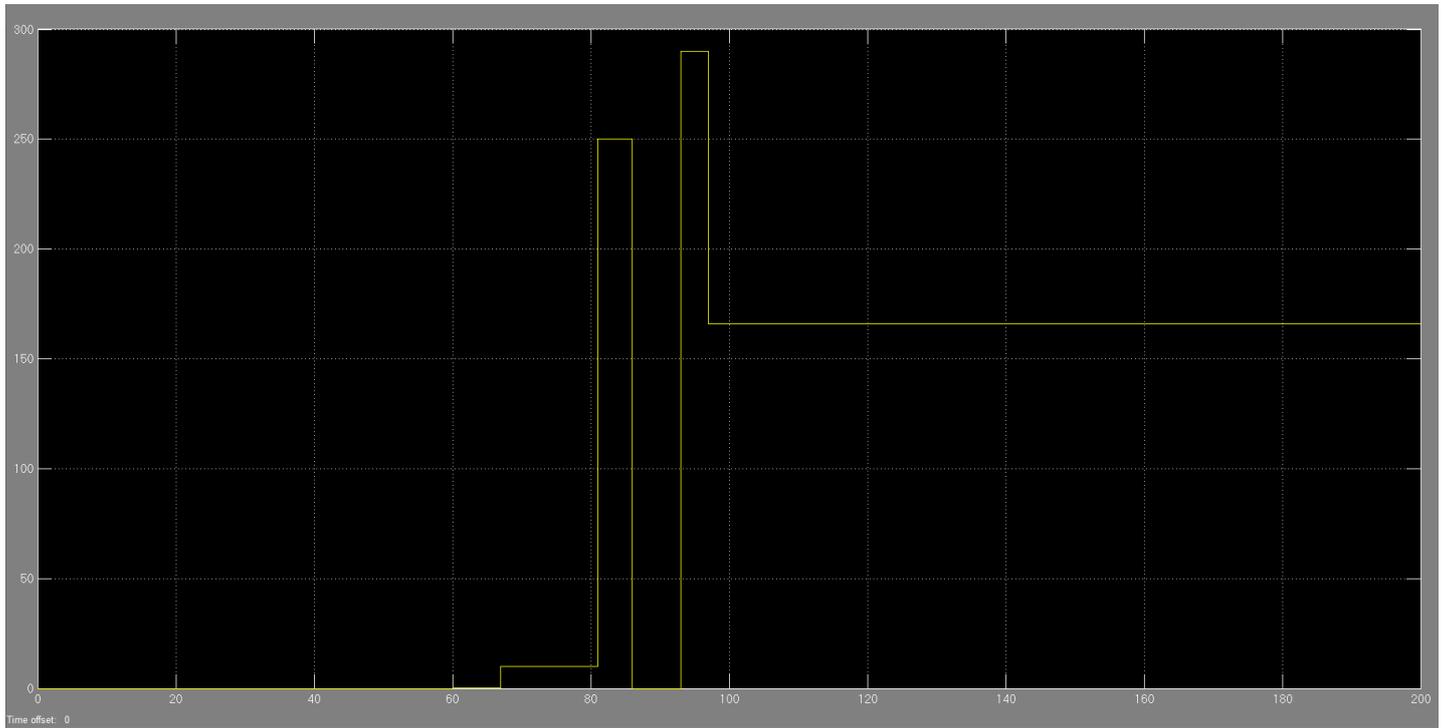
- **Portata W_{in} entrante nel serbatoio**

La portata, essendo diretta conseguenza dell'apertura della valvola, ricalca tale andamento.



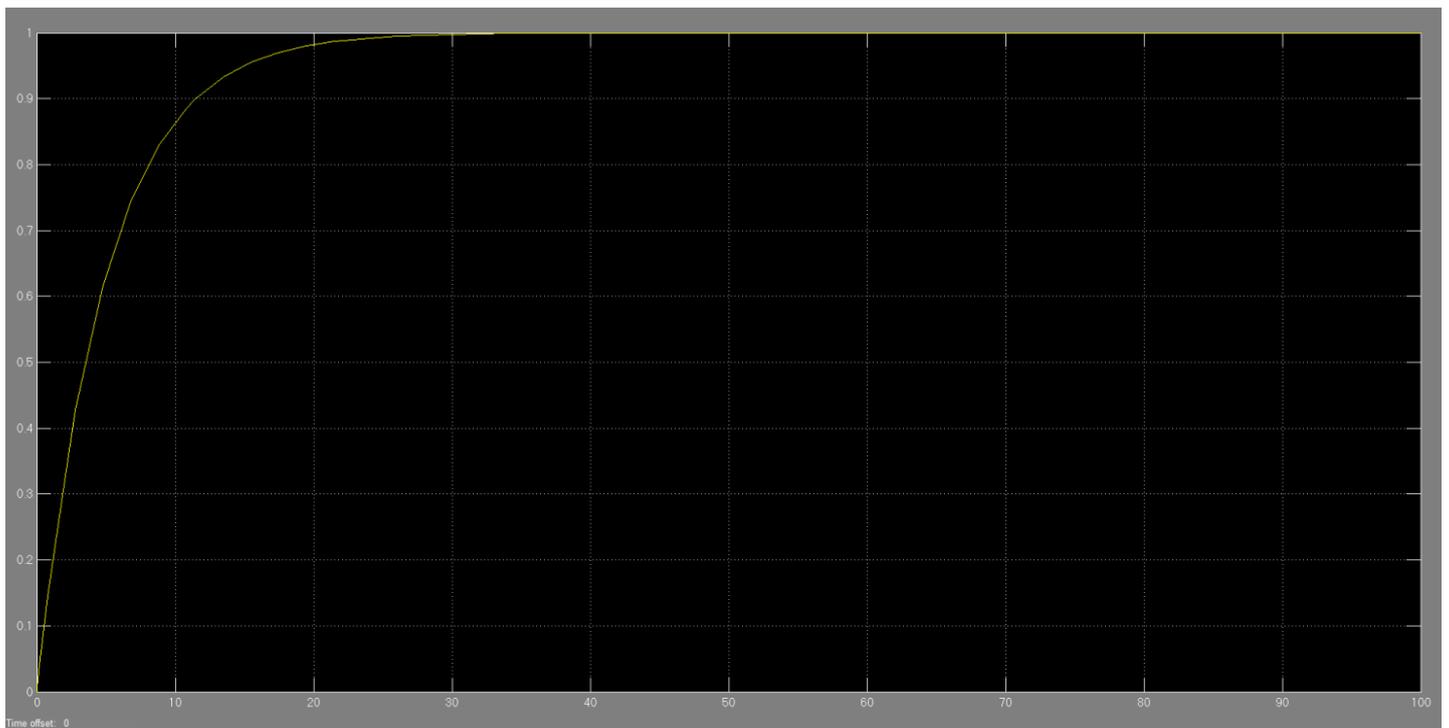
CASO 3 ---> WOUT = insieme di prelievi di ampiezza e durata variabile

Come ultima casistica, si considera un prelievo avente una funzione a gradini discreti come in figura:



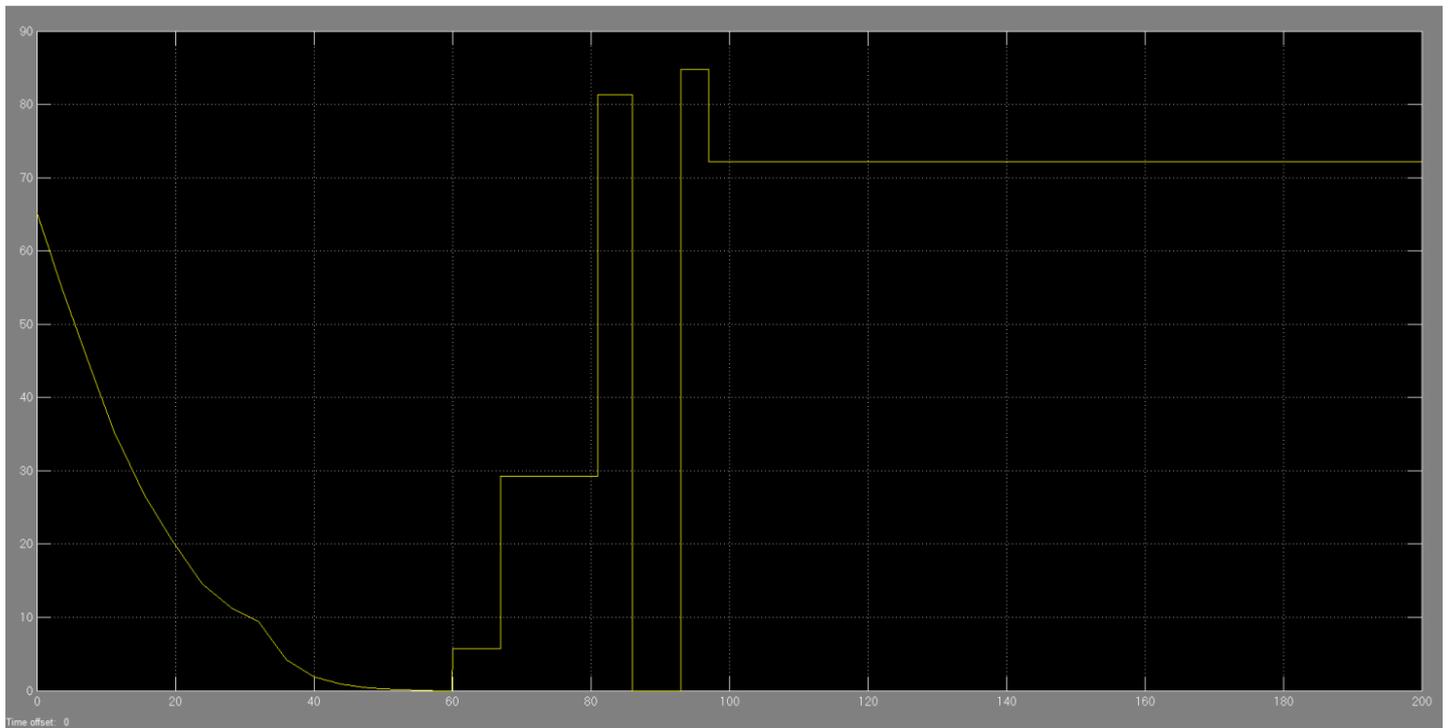
- **Livello h**

Anche in questo caso, il regolatore risponde bene e il livello si mantiene perfettamente costante.

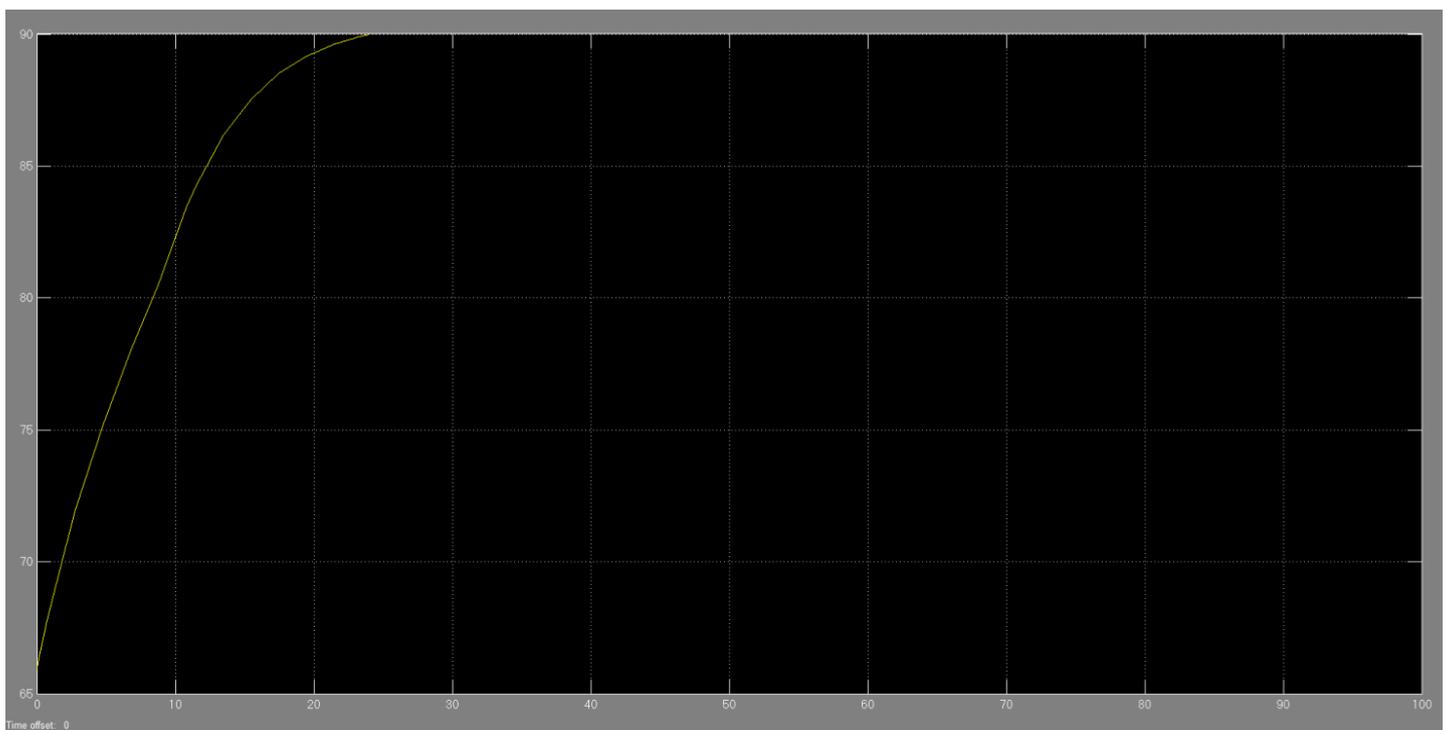


- **Angolo di apertura F_i della valvola**

Angolo di apertura teorico: esso, come in precedenza, ricalca perfettamente la funzione della richiesta.



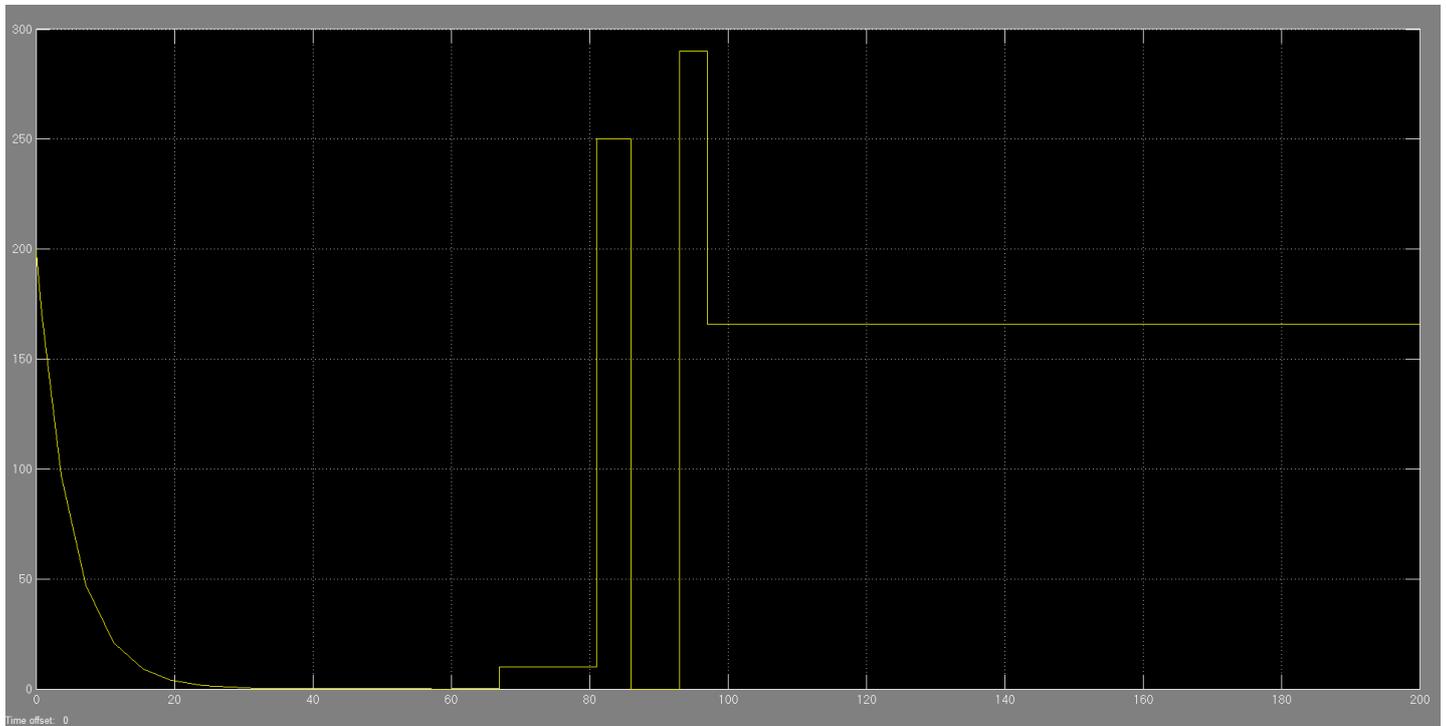
Massimo angolo di apertura anti-cavitazione:



- **Portata W_{in} entrante nel serbatoio**

La portata di ingresso ha andamento speculare, per $t > 60$ s, a quello della portata di uscita e dunque dell'apertura della valvola.

Il regolatore, in tutti i casi trattati, è riuscito perfettamente ad inseguire il riferimento garantendo il mantenimento del livello desiderato.



Bibliografia

-) GianAntonio Magnani, Gianni Ferretti, Paolo Rocco
"Tecnologie dei sistemi di controllo" (Seconda Edizione)
McGraw-Hill
-) Paolo Bolzern, Riccardo Scattolini, Nicola Schiavoni
"Fondamenti di controlli automatici" (Seconda Edizione)
McGraw-Hill