

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica



MODELLISTICA E SIMULAZIONE DI SENSORI AMR DI CAMPO MAGNETICO

Relatore: Prof. Alessandro Sottocornola Spinelli

Correlatore: Prof. Andrea Lacaita

Tesi di Laurea Magistrale di:

Riccardo Zimbalatti

Matricola: 797453

Anno Accademico 2014-2015

Indice

Abstract	1
Introduzione	2
Sensori magnetici.....	4
1.1 Grandezze fondamentali	5
1.2 Classificazione dei principali sensori di campo magnetico	6
1.2.1 Sensori SQUID	8
1.2.2 Sensori Search Coil.....	9
1.2.3 Sensori Fluxgate.....	10
1.2.4 Sensori ad effetto Hall.....	11
1.3 Sensori magnetoresistivi	13
1.3.1 AMR.....	14
1.3.2 GMR.....	15
1.3.3 MTJ	16
1.4 Applicazioni dei sensori magnetoresistivi	17
1.4.1 Misure elettriche	17
1.4.2 Magnetic Random Access Memory (MRAM).....	20
1.4.3 Misure meccaniche	21
1.5 Trend futuri	22
Analisi di una strip nel caso monodimensionale.....	24

2.1 Effetto magnetoresistivo	25
2.2 Anisotropia.....	26
2.3 Il materiale: non solo Permalloy!.....	29
2.4 Struttura del sensore AMR.....	31
2.5 Equazione dell'energia magnetica	33
2.5.1 Contributo del campo magnetico esterno.....	34
2.5.2 Contributo dell'anisotropia uniassiale	37
2.5.3 Contributo dell'anisotropia di forma.....	39
2.6 Demagnetizzazione	41
2.6.1 Introduzione al calcolo del campo di demagnetizzazione	42
2.6.2 Calcolo del campo di demagnetizzazione su una strip rettangolare	44
2.6.3 Contributo di bordo.....	45
2.6.4 Contributo di bulk	51
2.7 Multistrip.....	55
2.8 Sensitività.....	59
Modello numerico 1-D e risultati.....	62
3.1 Tipologie di simulazione effettuate.....	63
3.2 Struttura e risultati del modello numerico 1-D	64
3.2.1 Loop di convergenza.....	64
3.2.2 Risultati numerici.....	66
3.2.3 Scelta del guess iniziale	69
3.3 Soluzione calcolata mediante singola iterazione	71
3.4 Confronto con il simulatore micromagnetico OOMMF	73
3.5 Confronto tra la soluzione singola strip e la soluzione multistrip.....	75
3.6 Confronto con i dati sperimentali.....	77
3.6.1 Simulazione con $\psi = 90^\circ$	77
3.6.2 Simulazione con $\psi = 45^\circ$	80

3.7 Flipping della magnetizzazione	83
Analisi di una strip nel caso bidimensionale.....	88
4.1 Processo di magnetizzazione dei materiali ferromagnetici.....	89
4.2 Equazione dell'energia magnetica nel caso bidimensionale.....	90
4.3 Calcolo del campo di demagnetizzazione nel caso bidimensionale	94
4.3.1 Contributo dei bordi.....	95
4.3.2 Campo di demagnetizzazione sui bordi	99
4.3.3 Contributo di bulk.....	101
4.4 Risultati numerici.....	103
Appendice A	106
Appendice B.....	109
Appendice C.....	113
Conclusioni	119
Bibliografia	120

Abstract

Nel seguente lavoro di tesi viene studiata la fisica che sta alla base di un sensore AMR di campo magnetico, soprattutto dal punto di vista dell'energia magnetica, che regola la disposizione della magnetizzazione all'interno di una strip di materiale ferromagnetico, e del fenomeno della demagnetizzazione, che influenza pesantemente il funzionamento del dispositivo e che dipende dalla geometria delle strip di cui è costituito il sensore. A partire da questa analisi viene descritto un modello numerico che è stato realizzato mediante il software Matlab al fine di predire, nella maniera più accurata possibile, quelli che sono i risultati sperimentali. Un ulteriore confronto è stato effettuato con i risultati ottenuti mediante un simulatore micromagnetico. La magnetizzazione delle strip di materiale ferromagnetico viene analizzata sia in un caso monodimensionale che in un caso bidimensionale, evidenziando il motivo per cui sia necessario estendere le nostre considerazioni al caso 2-D. Durante la trattazione viene anche presa in considerazione l'interazione che si determina quando diverse strip vengono affiancate l'una all'altra, come accade nella struttura reale del sensore.

Introduzione

I sensori AMR costituiscono una particolare classe di magnetometri che appartiene alla categoria dei sensori magnetoresistivi. Questo genere di dispositivi è in grado di rivelare campi magnetici di intensità paragonabile a quella del campo magnetico terrestre. Grazie alle loro caratteristiche, che saranno descritte approfonditamente, questi sensori vengono utilizzati in maniera molto diffusa per un'ampia gamma di applicazioni. Lo sviluppo di nuove tecnologie basate sull'effetto magnetoresistivo, rese possibili principalmente dallo studio delle proprietà dei materiali, non ha spazzato via dal mercato questo genere di sensori, che mantengono delle caratteristiche molto soddisfacenti, abbinate a dimensioni ridotte e prezzi contenuti.

Durante il lavoro di tesi mi sono occupato in prima istanza dello studio della fisica del dispositivo, con particolare attenzione al fenomeno della demagnetizzazione e all'analisi dell'energia magnetica del sistema. Da questo studio sono state ricavate le equazioni che descrivono il comportamento di un sensore AMR nel suo complesso. In seguito il modello analitico ricavato è stato implementato sul software Matlab, allo scopo di predire il funzionamento del dispositivo in relazione ai dati sperimentali in nostro possesso. Questa filosofia di lavoro è stata successivamente ripetuta per estendere lo studio da un caso monodimensionale ad un caso bidimensionale. Vediamo con maggiore dettaglio come è stata strutturata la trattazione, analizzando i tratti salienti capitolo per capitolo.

Capitolo 1. Dopo una breve panoramica sullo stato dell'arte dei principali sensori magnetici in commercio, classificati in base al range di campi magnetici che sono in grado di misurare, vengono analizzati con maggiore dettaglio i sensori magnetoresistivi. Di questa categoria sono sinteticamente descritte le principali tipologie e i maggiori campi di applicazione.

Capitolo 2. Questa sezione contiene i fondamenti su cui si basa il funzionamento di un sensore AMR: l'effetto magnetoresistivo, il concetto dell'anisotropia e la struttura di un tipico sensore. Successivamente viene studiata nel dettaglio l'energia magnetica del sistema e come la sua minimizzazione determini la disposizione della magnetizzazione all'interno della strip. Infine viene discussa la demagnetizzazione e vengono calcolati i contributi di bordo e di bulk in un caso monodimensionale, prima per una singola strip e poi per il caso di una serie di strip vicine.

Capitolo 3. Questo capitolo contiene l'analisi dei risultati ottenuti mediante l'implementazione software delle equazioni ricavate nel capitolo precedente. In particolare viene descritto il modello numerico e l'algoritmo di convergenza e vengono confrontati i risultati ottenuti tramite Matlab con i dati sperimentali a disposizione e con il simulatore micromagnetico OOMMF.

Capitolo 4. In questa ultima sezione viene esteso lo studio dell'equazione dell'energia magnetica e il calcolo dei campi di demagnetizzazione per un caso bidimensionale. Infine sono brevemente riportati e discussi i risultati ottenuti implementando su Matlab le equazioni del caso 2-D.

Capitolo 1

Sensori magnetici

Il magnetismo è stato uno dei primi fenomeni fisici investigati dall'uomo e oggetto delle sue misure. L'effetto di attrazione o repulsione di alcuni materiali (calamite), così come la proprietà di alcuni pezzi di roccia di ruotare spontaneamente verso la direzione del nord, è noto sin dall'antichità. I primi sensori di campo magnetico hanno permesso la navigazione attraverso la rivelazione del campo magnetico della Terra. La nascita e lo sviluppo successivo dei sensori magnetici ha permesso all'umanità di analizzare e controllare migliaia di funzioni. I computer possiedono una memoria quasi illimitata attraverso l'uso di sensori magnetici come memoria; gli aerei volano con alti standard di sicurezza per merito dell'elevata affidabilità degli switch senza contatto, che utilizzano i sensori magnetici; le automobili sfruttano i sensori magnetici per conoscere la loro posizione; le fabbriche incrementano la produttività grazie alla stabilità e al basso costo dei sensori magnetici. In questo capitolo ci occupiamo di stilare una breve classificazione dei magnetometri più diffusi, in base ai valori di campo magnetico che ciascuna tipologia è in grado di rivelare. Dopo una breve descrizione delle caratteristiche dei principali sensori, ci focalizzeremo sulla categoria dei sensori magnetoresistivi (a cui appartiene la tipologia dei sensori AMR). Infine vedremo le principali applicazioni dei sensori magnetoresistivi e quali siano le aspettative future riguardo lo sviluppo della tecnologia allo scopo della rivelazione dei campi magnetici.

1.1 Grandezze fondamentali

Le grandezze magnetiche di maggiore importanza sono il vettore intensità di campo magnetico \vec{H} , la cui unità di misura nel sistema internazionale è $[A/m]$, e il vettore densità di flusso magnetico (o vettore induzione magnetica) \vec{B} , il quale viene misurato in $[T]$. Nella tabella 1.1 sono riportati i coefficienti di conversione per passare dalle unità di misura del sistema internazionale alle altre unità di misura comunemente utilizzate in ambito scientifico.

	(A/m)	Oersted (Oe)	Tesla (T)	Gauss (G)
A/m	1	12.56×10^{-3}	1.256×10^{-6}	12.56×10^{-3}
Oe	79.6	1	10^{-4}	1
T	7.96×10^5	10^4	1	10^4
G	79.6	1	10^{-4}	1

Tabella 1.1 Conversione tra le unità di misura

A partire da queste definizioni, è possibile introdurre tutte le altre grandezze comunemente adoperate nel campo del magnetismo: quelle più rilevanti per il prosieguo della lettura sono la permeabilità magnetica del materiale μ e soprattutto il vettore magnetizzazione \vec{M} . La permeabilità magnetica è una caratteristica del materiale che descrive la proporzionalità tra i vettori \vec{H} e \vec{B} :

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Questo modo di definire la permeabilità magnetica di un materiale non è sempre il più conveniente. Talvolta è preferibile riferirsi a questo parametro in relazione alla permeabilità magnetica del vuoto, attraverso l'utilizzo della permeabilità magnetica relativa μ_r :

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

Sebbene la permeabilità sembri il parametro più adatto a descrivere le proprietà magnetiche di un materiale, in realtà non sempre risulta così efficace, a causa della non linearità della relazione tra \vec{H} e \vec{B} , che determina la dipendenza di μ dal punto di lavoro, e di altre non idealità. In definitiva, sebbene la permeabilità magnetica sia un parametro molto utile da un punto di vista fisico, nella pratica è molto più conveniente descrivere i processi di magnetizzazione attraverso la curva caratteristica $\vec{B} = f(\vec{H})$. Questa relazione contiene informazioni essenziali a proposito di un determinato materiale magnetico e generalmente viene fornita nei cataloghi dei materiali.

Il secondo parametro di grande interesse nella nostra analisi è il vettore di polarizzazione magnetica (tipicamente chiamato vettore magnetizzazione). L'origine di questo vettore è legata al modello planetario dell'atomo, in cui gli elettroni all'interno del materiale orbitano intorno al nucleo, generando un campo magnetico simile a quello generato da una spira. Per semplicità è possibile ricondurre queste correnti microscopiche ad una grandezza vettoriale macroscopica, che descrive il comportamento globale del materiale e che è proprio il vettore magnetizzazione \vec{M} . La relazione caratteristica all'interno di ogni materiale, così come nel vuoto, con cui questo vettore si lega alle altre grandezze magnetiche, è la seguente:

$$\vec{B} = \mu(\vec{H} + \vec{M})$$

In questa espressione il termine $\mu\vec{H}$ rappresenta il contributo di un campo magnetico esterno, mentre il termine $\mu\vec{M}$ rappresenta il contributo della magnetizzazione interna al materiale: è evidente come, anche se non dovesse essere presente alcun campo magnetico esterno, sia possibile che il materiale esibisca un vettore densità di flusso magnetico legato alla sua magnetizzazione.

1.2 Classificazione dei principali sensori di campo magnetico

Un magnetometro è uno strumento in grado di misurare l'intensità, la direzione e il verso di un campo magnetico, con le migliori prestazioni possibili. In realtà non sempre siamo interessati a effettuare una misura vettoriale del campo magnetico, alcune volte vogliamo esclusivamente misurare la sua intensità. Per questo motivo i magnetometri si dividono in due categorie: quelli scalari e quelli vettoriali. Ci sono diversi modi di misurare i campi magnetici, molti dei quali sono basati sull'intima connessione tra i fenomeni magnetici e i fenomeni elettrici. Tuttavia le tecniche di misura del campo magnetico sfruttano un enorme insieme di idee e fenomeni, che variano dal

campo della fisica alla scienza dei materiali. Lo scopo di questo capitolo è quello di introdurre una classificazione tra i principali sensori attualmente in commercio e di confrontarli tra loro, per comprendere in quali applicazioni sia conveniente l'uso di uno piuttosto che dell'altro. Nello studio di un magnetometro non è sufficiente esprimere la relazione che lega il campo magnetico \vec{H} al segnale di uscita del sensore, ma è necessario garantire anche determinati parametri di misura essenziali, come per esempio il livello di rumore, la risoluzione, la sensibilità, il range di misura, la non-linearità, la banda, la stabilità con la temperatura, il costo e le dimensioni. In generale possiamo affermare che il panorama dei sensori magnetici è piuttosto stabile. Negli ultimi anni hanno avuto un ruolo dominante sempre le stesse tipologie di sensori: SQUID, sensori a risonanza, fluxgate, sensori magnetoresistivi, sensori ad effetto Hall e sensori induttivi. Tra le nuove tipologie solo il Tunnel Magnetic Junction (TMJ) e il Giant Magneto-Impedence (GMI) hanno introdotto nuove possibilità. Certamente tutti i sensori tradizionali sono stati migliorati attraverso la miniaturizzazione e la microelettronica, incrementando notevolmente le proprie prestazioni. La figura 1.1 rappresenta i tipici range di sensibilità dei più comuni sensori di campo magnetico.

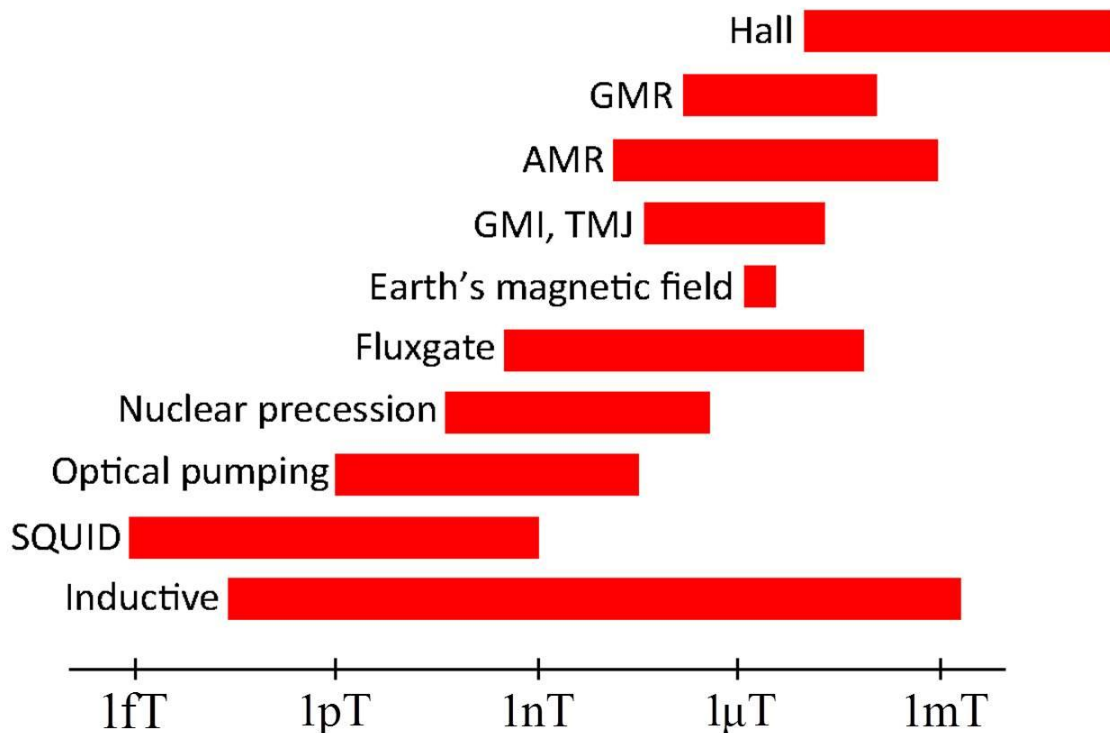


Figura 1.1 Range di sensibilità dei più comuni magnetometri in commercio

I sensori magnetici di utilizzo comune lavorano sopra i nanoTesla (nT) a causa di tutti quei disturbi magnetici che possono essere presenti normalmente nell'ambiente. D'altro canto esiste un mondo di campi magnetici da misurare, generalmente campi biomagnetici, ordini di grandezza sotto i nT, dove possono essere utilizzati in maniera molto efficiente le proprietà dei materiali superconduttori. Per questo motivo campi magnetici molto piccoli sono solitamente misurati attraverso i sensori SQUID. Sopra gli 0.1nT invece si adoperano principalmente due classi di sensori: i sensori a risonanza e i fluxgate. I metodi a risonanza (pompa ottica o precessione nucleare) determinano un'ottima risoluzione della misura, tuttavia impiegano dispositivi di grandi dimensioni e sono in grado di rivelare principalmente il valore scalare dell'intensità del campo magnetico. Per questi motivi vengono utilizzati prevalentemente in geofisica e per le ricerche spaziali. Nello stesso range di sensitività ci sono i fluxgate, che hanno il vantaggio di essere più versatili: sono caratterizzati da dimensioni più ridotte e rivelano il valore vettoriale del campo, tuttavia per ottenere ottime prestazioni in termini di risoluzione devono essere realizzati con grande cura. Nel range attorno al valore del campo magnetico terrestre (intorno alle decine di μT) è possibile utilizzare dei sensori molto più economici: si tratta degli Anisotropic Magneto-Resistance (AMR) e dei Giant Magneto-Resistance (GMR). Campi magnetici elevati invece vengono quasi esclusivamente misurati attraverso i sensori ad effetto Hall. Infine i sensori induttivi (tipicamente chiamati search coil) hanno una caratteristica particolare: possono essere utilizzati per rivelare campi magnetici che variano su un ampio range di valori, dai campi più piccoli dell'ordine dei pT fino ai campi magnetici più intensi. Vediamo in estrema sintesi il principio di funzionamento dei principali sensori magnetici appena citati.

1.2.1 Sensori SQUID

I magnetometri SQUID (Superconducting QUantum Interference Device) costituiscono lo strumento principale per la rivelazione di campi magnetici di piccola intensità, soprattutto grazie alle loro ottime prestazioni in termini di sensitività. Questi magnetometri sono in grado di misurare campi magnetici dell'ordine dei fT e questo è fondamentale, ad esempio, per la misura dei campi neuromagnetici del cervello umano, di intensità molto più piccola rispetto al campo magnetico terrestre (8 ordini di grandezza!). Esistono due effetti alla base del funzionamento degli SQUID: la quantizzazione del flusso magnetico e il tunnelling attraverso una "giunzione debole" (l'effetto Josephson). Questi sensori sono fondamentalmente costituiti da un anello di materiale superconduttore contenente al suo interno una o più giunzioni Josephson (si tratta della separazione da parte di un materiale isolante di due superconduttori, attraverso la quale si può avere trasporto di

carica per effetto tunnel). Il funzionamento di questo genere di sensori si basa sull'interazione tra la corrente elettrica all'interno dell'anello e il campo magnetico applicato (o meglio il flusso magnetico): quando determinati materiali vengono raffreddati al di sotto di una temperatura critica si comportano come superconduttori e non oppongono resistenza al passaggio di carica. Se una linea del flusso magnetico si concatena con l'anello di materiale superconduttore si induce una corrente lungo l'anello proporzionale al flusso stesso. Il flusso magnetico attraverso l'anello (ϕ_{in}) è quantizzato e può assumere come valori solo multipli interi del quanto fondamentale:

$$\phi_0 = \frac{h}{2e}$$

Si può dimostrare che la corrente che scorre lungo l'anello è una funzione oscillante dell'intensità del campo magnetico, ossia all'aumentare di H la corrente tende a salire fino a un valore di picco e poi a diminuire, assumendo un andamento periodico in maniera simile alle frange di interferenza prodotte dalla diffrazione della luce:

$$I(H) = I(0) \frac{\sin\left(\frac{\pi\phi_{in}}{\phi_0}\right)}{\frac{\phi_{in}}{\phi_0}}$$

I sensori SQUID utilizzano la variazione periodica della corrente per misurare il campo magnetico: tipicamente l'anello viene accoppiato induttivamente ad un circuito a radiofrequenza che fornisce un campo magnetico di bias e allo stesso tempo permette di rivelare l'uscita. I cambiamenti del campo magnetico esterno e quindi della corrente dell'anello determinano una variazione della frequenza di risonanza del circuito.

1.2.2 Sensori Search Coil

I sensori a bobina di induzione (anche chiamati search coil) sono probabilmente i primi magnetometri ad essere stati utilizzati perché molto semplici e intuitivi. Come abbiamo detto in precedenza essi sono in grado di misurare campi magnetici su un ampissimo range di intensità, da valori deboli di circa 10^{-10} T fino ai valori più elevati. Il principio di funzionamento di questi sensori si basa sulla legge di Faraday dell'induzione magnetica: una bobina, caratterizzata da una certa area A e da un certo numero di avvolgimenti n , concatenata con un flusso magnetico

variabile, sperimenta ai suoi capi una differenza di potenziale proporzionale alla variazione temporale del flusso e di conseguenza viene percorsa da una corrente elettrica. Tipicamente la bobina viene riempita con un nucleo di materiale ferromagnetico caratterizzato da un'elevata permeabilità magnetica per "raccolgere" in maniera più efficace il campo circostante ed incrementare il flusso magnetico ad essa concatenato.

$$V = -n \frac{\partial \phi}{\partial t} = -nA \frac{\partial B}{\partial t} = -nA\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

La sensitività di questo magnetometro dipende dunque dalla permeabilità del materiale di core, dall'area della bobina, dal numero di avvolgimenti e dalla velocità con cui varia il flusso magnetico. Oggi alcuni materiali magnetici possono raggiungere valori di permeabilità magnetica relativa dell'ordine di 10^5 e questo determina un aumento molto significativo della sensitività del sensore. Affinché il flusso concatenato con la bobina sia variabile nel tempo è necessario che il campo magnetico sia anch'esso variabile nel tempo o che la bobina venga mossa attraverso un campo magnetico uniforme. Per questo motivo questa tipologia di sensori non sembrerebbe utilizzabile per rilevare campi magnetici statici o lentamente variabili. In realtà è possibile realizzare un sensore in cui la bobina viene messa in rotazione con una velocità scandita da un quarzo, che permette la misura di campi magnetici in DC con buona accuratezza. Questi dispositivi inoltre sono economici e molto semplici da realizzare.

1.2.3 Sensori Fluxgate

La struttura più semplice di un sensore fluxgate consiste in un materiale ferromagnetico avvolto mediante due bobine, una deputata al driving del dispositivo e l'altra al sensing del campo magnetico esterno. Il funzionamento di questi dispositivi si basa sul fenomeno dell'induzione magnetica e sulla curva dell'isteresi: in particolare quello che si verifica è che i materiali ferromagnetici saturano in presenza di alti campi applicati e la curva di magnetizzazione che descrive questo fenomeno è non lineare. Quando alla bobina di driving viene applicata una corrente sinusoidale sufficientemente ampia, il nucleo ferromagnetico raggiunge la magnetizzazione di saturazione una volta ogni mezzo ciclo. In questo caso il core satura e la sua riluttanza nei confronti del campo magnetico da misurare aumenta, attraendo con minore intensità il campo. Quando invece il nucleo esce dalla zona di saturazione il campo magnetico esterno è nuovamente attratto con maggiore vigore. Quindi l'alternanza di attrazione e perdita di attrazione causa il fatto che le linee di flusso magnetico si concatenano o meno con la bobina di sensing, generando una corrente e di

conseguenza una tensione di uscita. La tensione di uscita, a causa della non linearità e della simmetria della curva di magnetizzazione, consiste nelle armoniche pari della frequenza di eccitazione. La tensione associata alla seconda armonica è proporzionale al campo magnetico esterno. La sensibilità di questo sensore dipende dalla forma della curva dell'isteresi: per ottenere la massima sensibilità è necessario che la curva abbia una forma squadrata, poiché questa produce la forza elettromotrice indotta più elevata per un dato campo magnetico esterno.

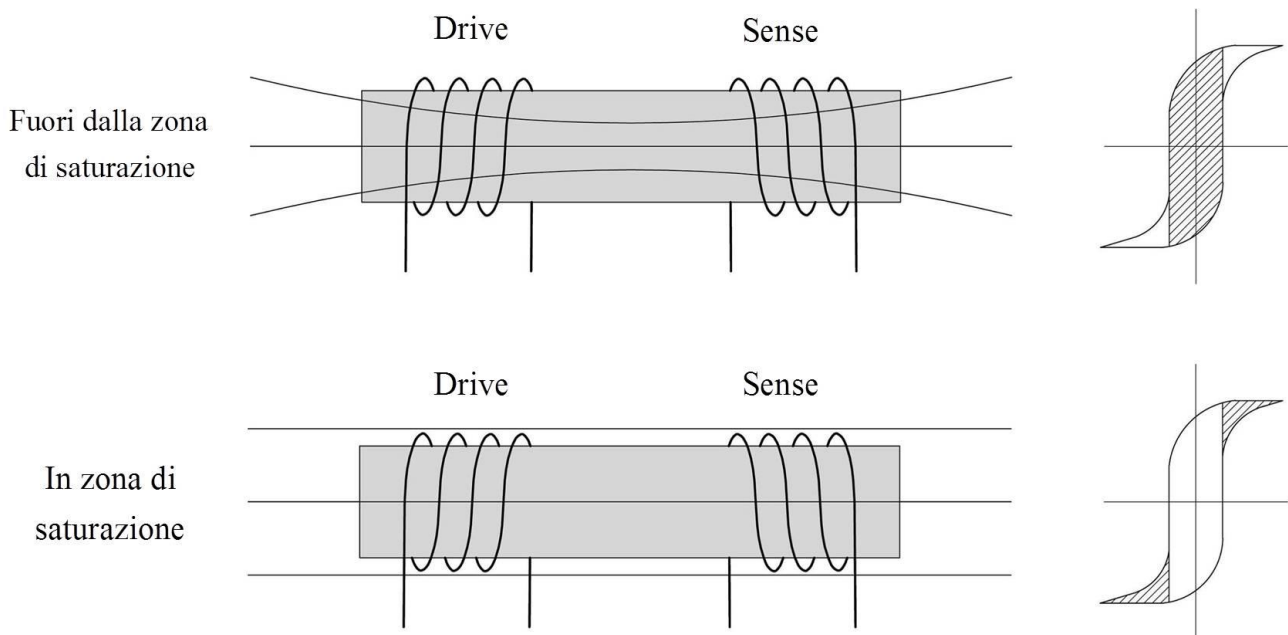


Figura 1.2 Principio di funzionamento del sensore fluxgate

Nel corso degli anni sono state sviluppate molte versioni dei magnetometri a fluxgate. La maggior parte di queste raggiungono bassi consumi di potenza facendo lavorare il sensore all'interno di un ciclo di isteresi minore. Questo genere di sensori sono molto più sensibili al driving e all'elettronica di readout del sensore, piuttosto che alle proprietà del materiale che costituisce il nucleo ferromagnetico.

1.2.4 Sensori ad effetto Hall

L'effetto Hall è un fenomeno fisico che si origina in conseguenza alla forza di Lorentz, secondo cui una particella dotata di carica elettrica q che si muove all'interno di un campo elettromagnetico subisce una forza:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Quando viene applicata una tensione ai morsetti di un materiale semiconduttore i portatori di carica cominciano a fluire sostenuti dal potenziale e si origina una corrente I . Se allo stesso tempo viene applicato perpendicolarmente alla lastra un campo magnetico, i portatori subiscono una deviazione dovuta alla forza di Lorentz, come rappresentato nella figura 1.3.

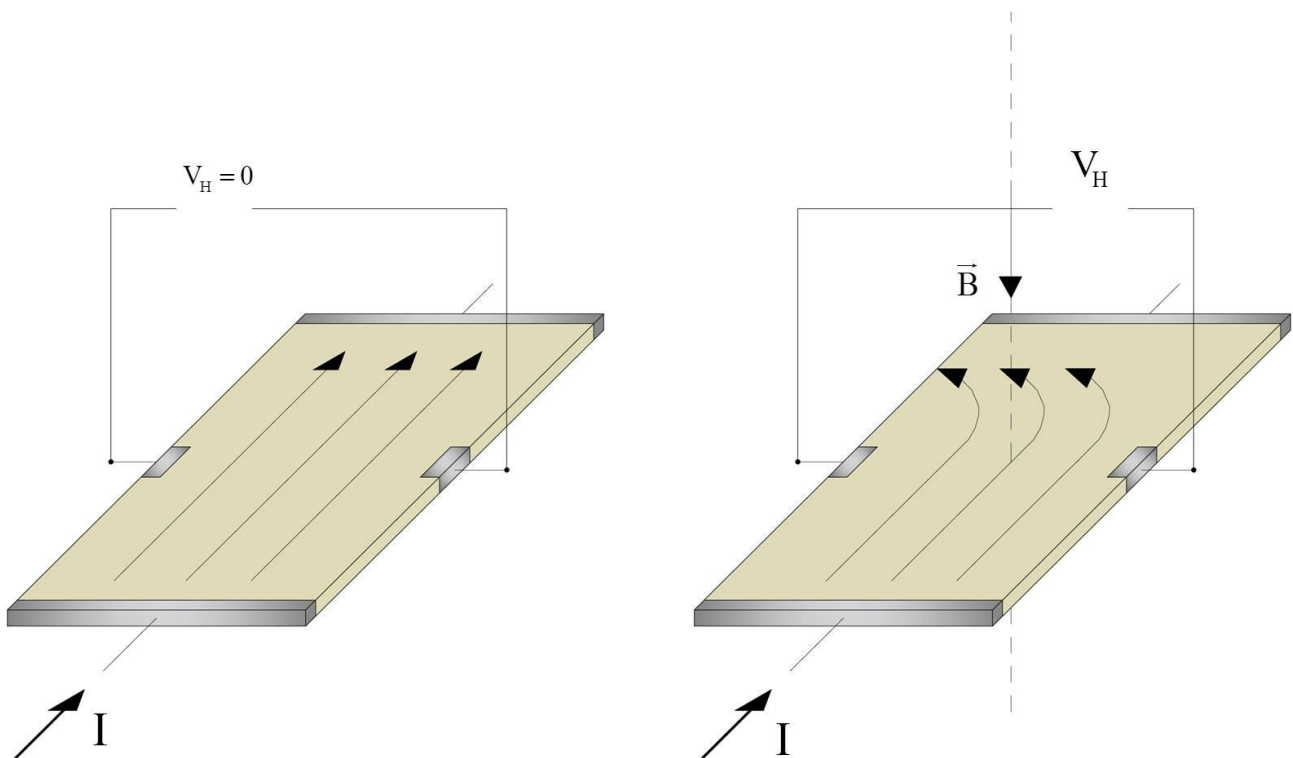


Figura 1.3 Effetto Hall

Questa deviazione della carica elettrica determina un accumulo di portatori ai lati del materiale che genera a sua volta un potenziale: quando il campo elettrico dovuto a questa differenza di potenziale produrrà una forza sui portatori esattamente pari alla forza di Lorentz, le cariche smetteranno di subire la deflessione. La tensione così generata, che viene chiamata tensione di Hall (V_H), viene misurata tra elettrodi posti sulle facce laterali della lastra ed è proporzionale al campo magnetico applicato secondo la seguente relazione:

$$V_H = \frac{R_H}{t} IB$$

dove R_H è il coefficiente Hall che tiene conto delle proprietà elettriche del materiale, t è lo spessore della lastra e I è la corrente di polarizzazione. La sensibilità di un sensore ad effetto Hall dipende da diversi fattori quali ad esempio il materiale, le dimensioni e il livello tecnologico. Generalmente per ottenere buone prestazioni di sensibilità ed alto segnale di uscita si utilizzano materiali caratterizzati da una mobilità dei portatori elevata. Per questo motivo è preferibile utilizzare semiconduttori drogati di tipo n, dato che gli elettroni hanno mobilità superiori alle lacune.

1.3 Sensori magnetoresistivi

Dopo aver brevemente analizzato le principali caratteristiche dei magnetometri più diffusi in commercio, vogliamo adesso focalizzare la nostra attenzione sulla categoria dei sensori magnetoresistivi, per studiarne le principali proprietà e per vedere quali siano le applicazioni in cui questi dispositivi vengono maggiormente adoperati. La più importante di queste applicazioni è quella delle testine di lettura magnetoresistive, tuttavia i sensori MR sono anche frequentemente utilizzati come trasduttori meccanici ed elettrici e come sensori di campo magnetico. C'è una grandissima varietà di questo genere di sensori sul mercato, ma questo non significa che la ricerca in questo campo abbia rallentato. Alle conferenze scientifiche dedicate ai sensori magnetici o al magnetismo in generale l'argomento delle magnetoresistenze è onnipresente e ogni anno porta a delle notizie rivoluzionarie. Generalmente i sensori MR si suddividono in due categorie: i sensori MR anisotropici (AMR) e i sensori GMR. Questa classificazione si basa sulla differenza del meccanismo e delle caratteristiche che contraddistinguono i due effetti alla base di questi dispositivi. In generale possiamo affermare che la tecnologia GMR sia più recente e ancora ampiamente in fase di progresso, mentre la tecnologia AMR ormai è abbastanza consolidata e conosciuta nei suoi dettagli. Nel recente passato è stata introdotta una nuova tipologia di sensori MR chiamata Magnetic Tunnel Junction (MTJ), la quale ha avuto discreto successo soprattutto nell'ambito delle memorie MRAM. I sensori MR a film sottile esibiscono alcune caratteristiche uniche: possono avere dimensioni molto ridotte (dell'ordine delle frazioni di μm) che permettono il posizionamento del dispositivo a ridosso dell'area da investigare, possono rivelare un ampio range di campi magnetici sia in DC che in AC e possono avere costi molto contenuti. Il continuo scaling delle dimensioni sta conducendo alla realizzazione di strutture in scala nanometrica, le quali esibiscono nuovi fenomeni non ancora investigati e che aprono nuovi scenari e nuove prospettive per la scienza.

1.3.1 AMR

Il magnetometro AMR (Anisotropic Magneto-Resistance) è un sensore vettoriale di campo magnetico. Il suo funzionamento si basa sull'effetto magnetoresistivo, ovvero sulla dipendenza della resistività di alcuni materiali ferromagnetici con il campo magnetico applicato. In particolare, in questa tipologia di sensori, l'effetto magnetoresistivo è dovuto alla variazione della resistenza del materiale con l'angolo compreso tra la direzione del flusso di corrente imposta e la direzione della magnetizzazione. Un campo magnetico esterno è in grado di determinare una rotazione del vettore magnetizzazione e di conseguenza di produrre una variazione della resistenza del materiale dell'ordine del 5%. I sensori AMR vengono realizzati deponendo un sottile film di materiale ferromagnetico (tipicamente il Permalloy) su un wafer di silicio, utilizzando un pattern a strip rettangolari. Tipicamente per realizzare il sensore vengono utilizzate quattro resistenze, formate da un certo numero di strip di materiale ferromagnetico, connesse tra loro nella classica configurazione a ponte di Wheatstone. Per rivelare campi sul piano x-y viene utilizzata la combinazione di due sensori, uno sensibile a campi magnetici in direzione x e uno sensibile a campi magnetici in direzione y. L'effetto magnetoresistivo si manifesta in modo molto rapido, non limitato da bobine o frequenze oscillanti, per cui la banda del sensore è piuttosto estesa (1-5 MHz). Altre caratteristiche fondamentali di questi sensori sono la possibilità di essere integrati e di risultare compatibili con i normali processi CMOS, il basso costo, le dimensioni ridotte, l'immunità al rumore e l'accuratezza. Il funzionamento del sensore si basa sul fatto che in fase di fabbricazione viene fissato un asse preferenziale alla magnetizzazione e viene imposto un flusso di corrente che scorre a 45° rispetto all'orientamento della magnetizzazione, per aumentare la sensibilità. Quando al sensore viene applicato un campo magnetico esterno da misurare, esso reagisce ruotando la sua magnetizzazione rispetto alla condizione di riposo: la variazione dell'angolo tra il vettore magnetizzazione e un flusso di corrente imposto sulla strip determina, a causa dell'effetto magnetoresistivo, una variazione della resistenza del materiale. Tutti i 4 resistori del ponte subiscono una determinata variazione della resistenza, a seconda di come sono posizionati i vettori \vec{M} e \vec{J} in assenza di campo magnetico, e la variazione complessiva del ponte ci fornisce le informazioni sul campo applicato sotto forma di una tensione differenziale.

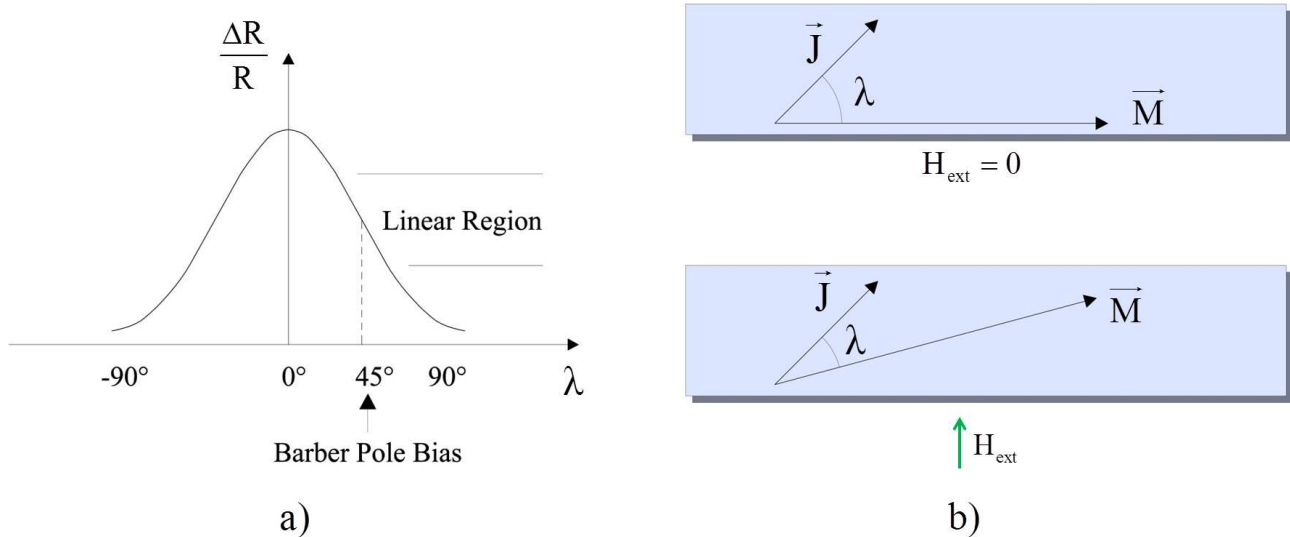


Figura 1.4 Variazione relativa della resistenza in funzione dell'angolo compreso tra la magnetizzazione e il flusso di corrente (a); rotazione prodotta dalla presenza di un campo magnetico esterno sul vettore magnetizzazione (b)

1.3.2 GMR

Un'altra tipologia di sensori che sfrutta l'effetto magnetoresistivo è quella dei GMR (Giant Magneto-Resistance), i quali permettono di raggiungere variazioni di resistività in funzione del campo magnetico applicato maggiori (tipicamente intorno al 10% - 20%). Questo miglioramento della sensibilità è determinato dall'utilizzo di una struttura caratterizzata da diversi strati di materiale ferromagnetico sovrapposti e intervallati da strati di metallo non magnetico (struttura multilayers). Il cambiamento della posizione relativa della magnetizzazione tra due layer ferromagnetici determina un'ampia variazione della resistenza del materiale. In particolare è stato osservato che la resistenza di una struttura multilayer, in cui le magnetizzazioni risultano inizialmente allineate in modo antiparallelo (per campo magnetico nullo), decresce di oltre il 50% quando un campo magnetico esterno determina la disposizione parallela. L'origine fisica di questa evidenza sperimentale sta nel fatto che gli elettroni sono più soggetti a fenomeni di scattering quando la magnetizzazione risulta antiparallela. Il principale svantaggio dei sensori GMR rispetto ai sensori AMR consiste nel fatto che è necessario applicare un campo magnetico di maggiore intensità per ottenere il cambiamento della resistenza. Una struttura molto semplice di magnetometro GMR è la spin valve, rappresentata in figura 1.5: è costituita da quattro layer, due dei quali formati da materiale ferromagnetico. In mezzo a questi due strati si interpone un materiale conduttivo non magnetico, mentre l'ultimo strato è composta da un layer di materiale antiferromagnetico, che viene utilizzato per vincolare la magnetizzazione di uno dei due layer

ferromagnetici (detto hard ferromagnet). In questo modo solo uno dei due strati di materiale ferromagnetico (detto soft ferromagnet) può essere modificato dal campo esterno. Il layer magnetico che viene inibito si trova tra il conduttore e il materiale antiferromagnetico. Per ottimizzare il funzionamento di questa struttura è necessario che i vari layer abbiano spessore molto sottile.

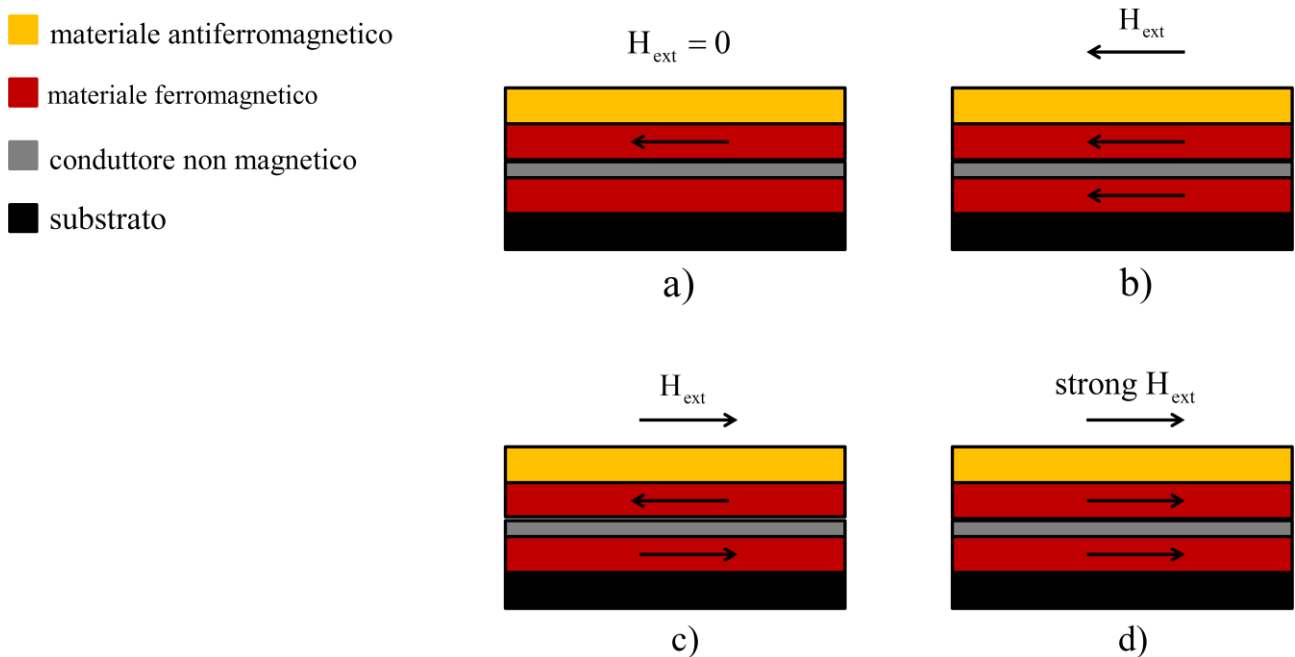


Figura 1.5 Orientamento del vettore magnetizzazione nei layer ferromagnetici al variare delle condizioni di campo magnetico applicato

Questa struttura di base, può essere ripetuta per creare una geometria multilayer più complessa: in questo caso la variazione percentuale della resistenza aumenta a causa della maggiore probabilità di flipping legata alle numerose interfacce.

1.3.3 MTJ

I sensori MTJ (Magnetic Tunnel Junction) sono una classe relativamente nuova di magnetoresistenze, che fu introdotta a partire dalla metà degli anni 90'. Nella loro struttura più semplice sono caratterizzati dalla sovrapposizione di tre layer: due layer di materiale ferromagnetico separati da un layer molto sottile di materiale isolante, il cui spessore può arrivare a qualche nanometro. Quando viene applicata una tensione ai capi di questa struttura si genera una

corrente che, per effetto tunnel, è in grado di attraversare anche il materiale isolante. Questa corrente risulta massima se la magnetizzazione dei due elettrodi è parallela, mentre invece risulta minima se la magnetizzazione è antiparallela. Per questo motivo la corrente del dispositivo, e di conseguenza la resistenza, dipendono dal campo magnetico esterno che è in grado di ruotare la magnetizzazione degli elettrodi (si tratta ancora una volta dell'effetto magnetoresistivo). I recenti passi avanti legati allo studio dei materiali per implementare la struttura MTJ stanno portando allo sviluppo di memorie ad accesso casuale magnetoresistive (MRAM) competitive in molti parametri con le memorie a semiconduttore. Per esempio l'ampiezza del segnale magnetoresistivo permette operazioni di lettura molto rapide. Inoltre questo genere di memorie sono non volatili in quanto l'informazione viene mantenuta mediante lo stato della magnetizzazione del dispositivo.

1.4 Applicazioni dei sensori magnetoresistivi

In confronto ad altri sensori magnetici, i sensori magnetoresistivi offrono alcuni comportamenti molto competitivi, motivo per cui vengono adoperati in una vasta gamma di applicazioni. Come prima cosa i sensori MR esibiscono la maggiore sensibilità per unità di area: questo significa che è possibile realizzare sensori estremamente piccoli, ma caratterizzati da un'ottima sensibilità (e quindi un livello del segnale di uscita soddisfacente). Questo vantaggio determina il loro largo utilizzo in applicazioni di lettura di dati memorizzati (testine di lettura e supporti di memoria). Le piccole dimensioni permettono di mappare il campo magnetico nello spazio con una risoluzione estremamente accurata. Inoltre, essendo questi sensori sensibili a campi magnetici nel piano stesso del film e non, come i sensori ad effetto Hall, a campi perpendicolari alla superficie del sensore, è possibile posizionare questi dispositivi a ridosso dell'area da investigare. Infine i magnetometri MR sono molto versatili, in quanto possono funzionare per la rivelazione di campi in un vasto set di frequenze (compresa la DC), e hanno costi molto contenuti. Vediamo brevemente alcune delle principali applicazioni in cui i sensori magnetoresistivi vengono impiegati con successo.

1.4.1 Misure elettriche

I sensori magnetoresistivi possono essere impiegati per la misura di grandezze elettriche, data la stretta relazione che intercorre tra fenomeni elettrici e magnetici. Solitamente per misurare una corrente viene utilizzata la tecnica dello shunt resistor. Tuttavia questa tecnica ha alcuni svantaggi: non garantisce isolamento galvanico tra la sorgente, che spesso si trova a tensioni elevate, e la strumentazione di misura e necessita di interrompere la connessione per introdurre la resistenza di

shunt, cosa non sempre possibile nel caso di circuiti stampati (PCB) o circuiti ad alto voltaggio. Un'altra metodologia molto usata per misurare una corrente è quella che adopera dei trasformatori, i quali tuttavia introducono errori legati all'isteresi e tipicamente sono limitati per correnti in AC molto elevate. Di conseguenza gli shunt resistor e i trasformatori possono essere sostituiti da dei trasduttori di corrente basati su sensori magnetici ad effetto Hall. Tuttavia, a causa della maggiore sensibilità, delle migliori prestazioni in termini di linearità e del miglior comportamento al variare della temperatura talvolta i sensori ad effetto Hall vengono rimpiazzati dai sensori magnetoresistivi. Il modo più semplice di convertire una corrente in un segnale che il sensore è in grado di rivelare è quello di misurare il campo magnetico generato attorno al conduttore, sopra la traccia o all'interno della bobina, a seconda di dove scorra la corrente di interesse (figura 1.6).

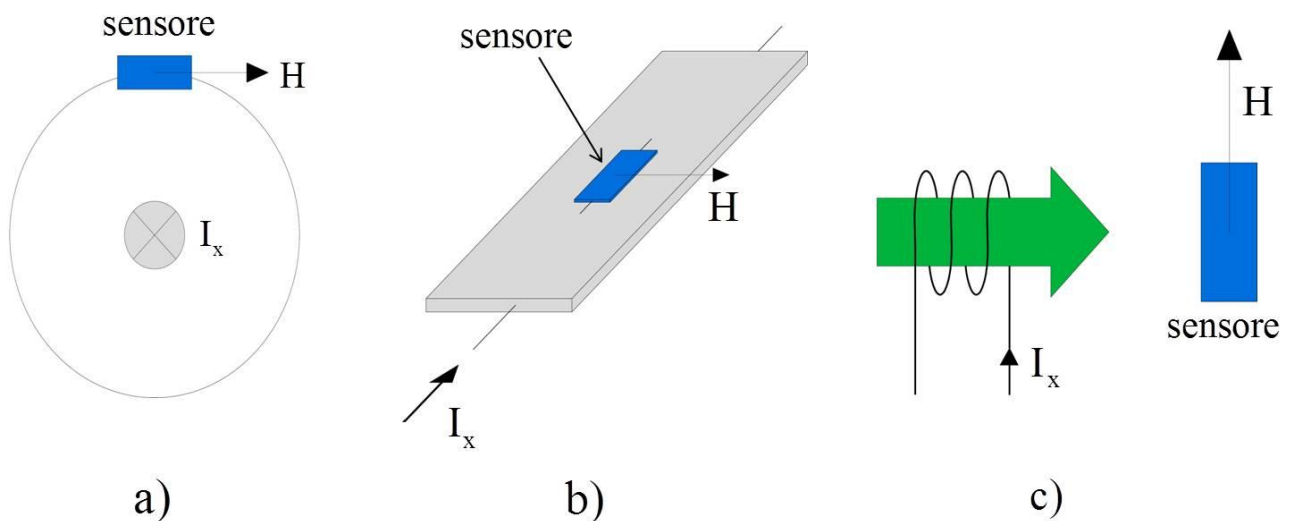


Figura 1.6 Misura della corrente in un conduttore (a), in una traccia (b) o in una bobina (c)

Il campo magnetico generato dalla corrente all'interno di un conduttore può essere descritto mediante la relazione:

$$H = \frac{I_x}{2\pi x}$$

Nel caso di circuiti stampati il sensore può essere posizionato direttamente sopra la traccia e in questo caso il campo magnetico (relativo ad una traccia di larghezza w) può essere determinato a partire dall'espressione approssimata:

$$H = \frac{I_x}{2w}$$

Uno dei principali problemi di questa modalità di misurazione è costituito dai campi magnetici esterni (per esempio il campo magnetico terrestre) che interferiscono con la misura. Per superare questo genere di inconvenienti è possibile utilizzare una struttura che sfrutta la combinazione di due sensori, posizionati in maniera opportuna, come rappresentato nella figura 1.7.

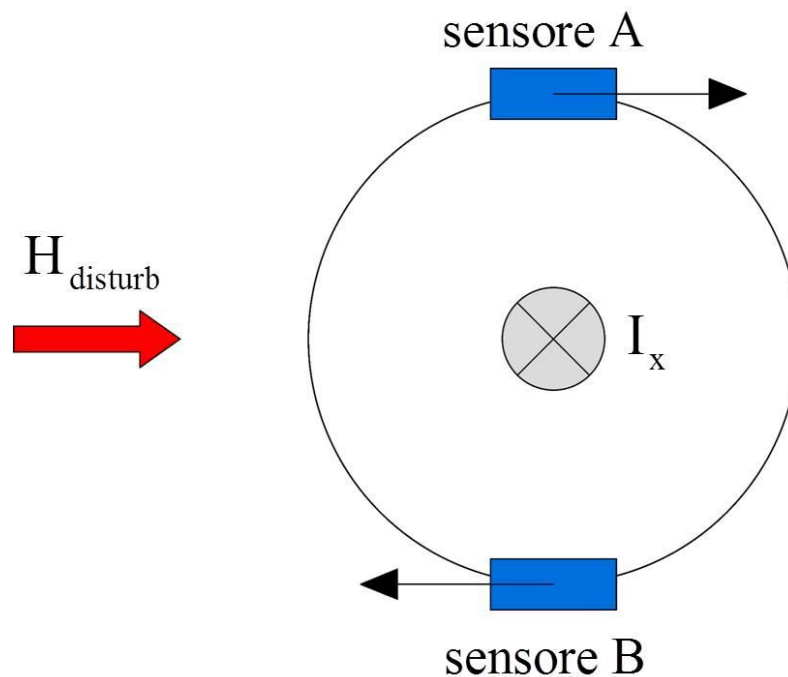


Figura 1.7 Tecnica di misura che sfrutta due sensori per correggere gli errori introdotti da disturbi esterni (come ad esempio il campo magnetico terrestre)

Per misurare correnti di intensità minore (dell'ordine dei mA) conviene utilizzare una bobina, in grado di produrre campi magnetici più rilevanti grazie ad un elevato numero di avvolgimenti. In particolare se consideriamo una bobina composta da n spire, di lunghezza L e diametro D , il campo magnetico prodotto è:

$$H = \frac{nI_x}{\sqrt{D^2 + L^2}}$$

1.4.2 Magnetic Random Access Memory (MRAM)

L'idea di utilizzare dispositivi magnetoresistivi a film sottile come elementi di memoria si manifestò subito dopo la nascita di questa tecnologia. Dato che un elemento di film sottile può essere considerato in uno stato di singolo dominio, il processo di magnetizzazione, che consiste nella rotazione del vettore magnetizzazione, è molto veloce. Il ciclo di isteresi per campi magnetici applicati lungo l'easy axis (asse in cui si assesta la magnetizzazione in assenza di campi esterni) è di forma rettangolare e la soglia di switching viene raggiunta molto rapidamente. Memorie a semiconduttore come SRAM, DRAM e FLASH esibiscono alcuni svantaggi: per esempio le SRAM sono volatili, le DRAM sono volatili e richiedono il refreshing della capacità, le FLASH hanno un endurance della scrittura limitata a circa 10^6 cicli. Di conseguenza le memorie magnetoresistive costituiscono un'alternativa reale alle altre tecnologie di memoria, in quanto sono memorie non volatili (lo stato della magnetizzazione viene mantenuto anche quando spegniamo l'alimentazione) e possiedono un endurance di scrittura e lettura praticamente illimitata. Inoltre questa tecnologia è immune alle radiazioni, compatibile con la tecnologia dei semiconduttori, semplice da realizzare e a costi relativamente contenuti. La singola cella può essere molto piccola, nel range submicrometrico, e molto veloce, con un tempo di switching di alcuni nanosecondi. In realtà lo sviluppo di questa tipologie di memorie è stato reso possibile dall'introduzione della tecnologia GMR. Infatti le MRAM basate su dispositivi di tipo AMR avevano lo svantaggio di generare un segnale di uscita troppo basso e di conseguenza, per produrre celle con un rapporto segnale-rumore accettabile, era necessario aumentarne le dimensioni. Inoltre dato che il tempo di lettura dipende dalla differenza del segnale tra i due stati della magnetizzazione che rappresentano i due valori logici, questo non poteva essere inferiore alle centinaia di nanosecondi. Un ulteriore miglioramento delle prestazioni rispetto al GMR è stato ottenuto con l'introduzione della tecnologia TMJ: infatti celle di dimensioni submicrometriche realizzate con questa struttura esibiscono un cambiamento della resistenza a temperatura ambiente di circa il 40% per un campo magnetico relativamente piccolo. Questo permette di ottenere un segnale di uscita più ampio rispetto alle altre tipologie magnetoresistive. Il principio di funzionamento di una cella di memoria magnetoresistiva è rappresentato in figura 1.8. Esistono due stati ben definiti della magnetizzazione del film sottile che rappresentano i bit '1' e '0'. Ogni cella viene comandata da una corrente di sense, fornita dalla corrispondente linea di sense. Il cambiamento dello stato della magnetizzazione può essere causato dal campo magnetico generato dalla corrente che scorre in una word line. In questo modo è possibile scrivere un '1' o uno '0' all'interno della matrice delle celle attraverso la combinazione tra la corrente della word line e la corrente di sense.

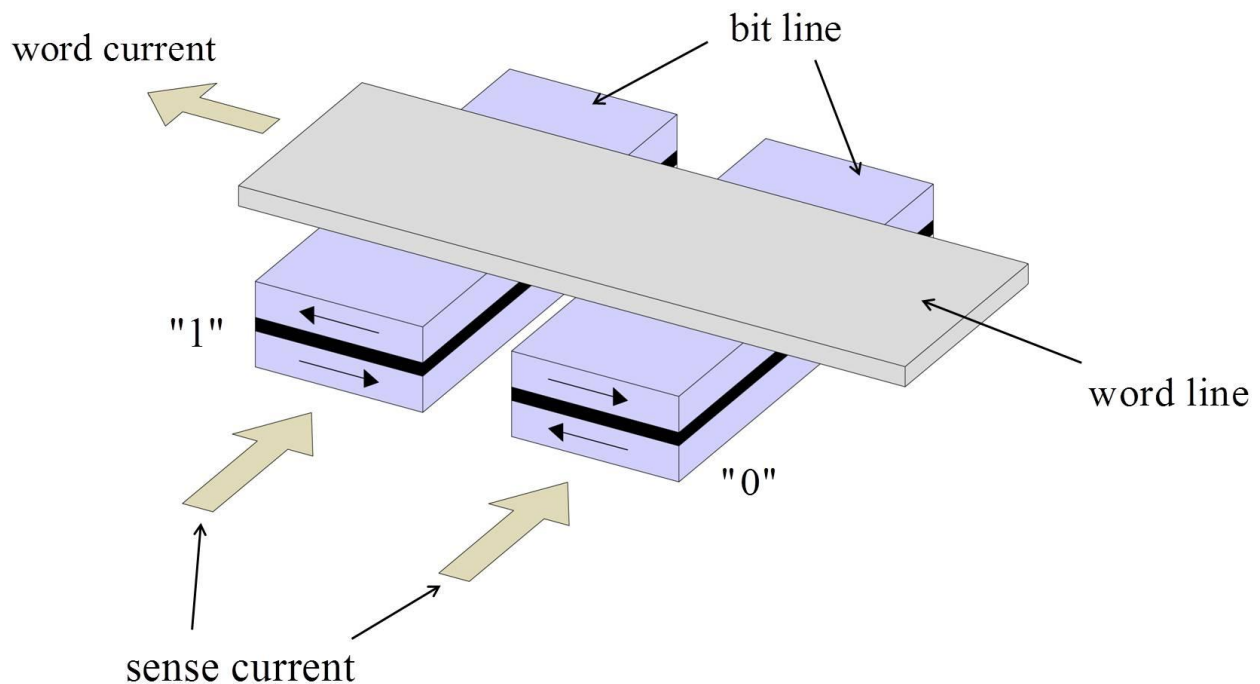


Figura 1.8 Lettura e scrittura di una memoria MRAM

1.4.3 Misure meccaniche

I sensori magnetoresistivi sono largamente usati anche per rivelare spostamenti lineari e angolari di un oggetto e per misurarne la velocità e l'accelerazione. Per quanto riguarda trasduttori di spostamenti lineari un sensore MR può rivelare la posizione di un magnete in movimento o, mettendo in moto il sensore, di un magnete fermo. In confronto ad altre tecniche la misura dello spostamento con questo genere di sensori offre diversi vantaggi: questo metodo è immune a condizioni sfavorevoli di illuminazione, che è il problema principale dei metodi ottici, può operare anche in presenza di spostamenti a velocità molto lenta, che è lo svantaggio dei metodi induttivi, ed ha una sensibilità superiore rispetto ai sensori ad effetto Hall e di conseguenza il trasduttore può essere posizionato anche ad una certa distanza dal corpo in movimento. Le dimensioni del sensore molto ridotte permettono una risoluzione spaziale anche nel range dei nanometri e la sua robustezza permette il funzionamento anche in ambienti industriali a temperature sopra i 190°. Inoltre, considerando il basso costo di realizzazione, i sensori MR hanno applicazioni in diverse aree, come ad esempio l'industria automobilistica. Per misure su larghe distanze con elevata risoluzione può essere usata una struttura caratterizzata da diversi sensori allineati nella direzione in cui avviene il moto dell'oggetto di riferimento. In questa tipologia di misura, rappresentata nella figura 1.9, ogni

sensores è connesso a un microprocessore deputato all'elaborazione dei dati, attraverso un multiplexer.

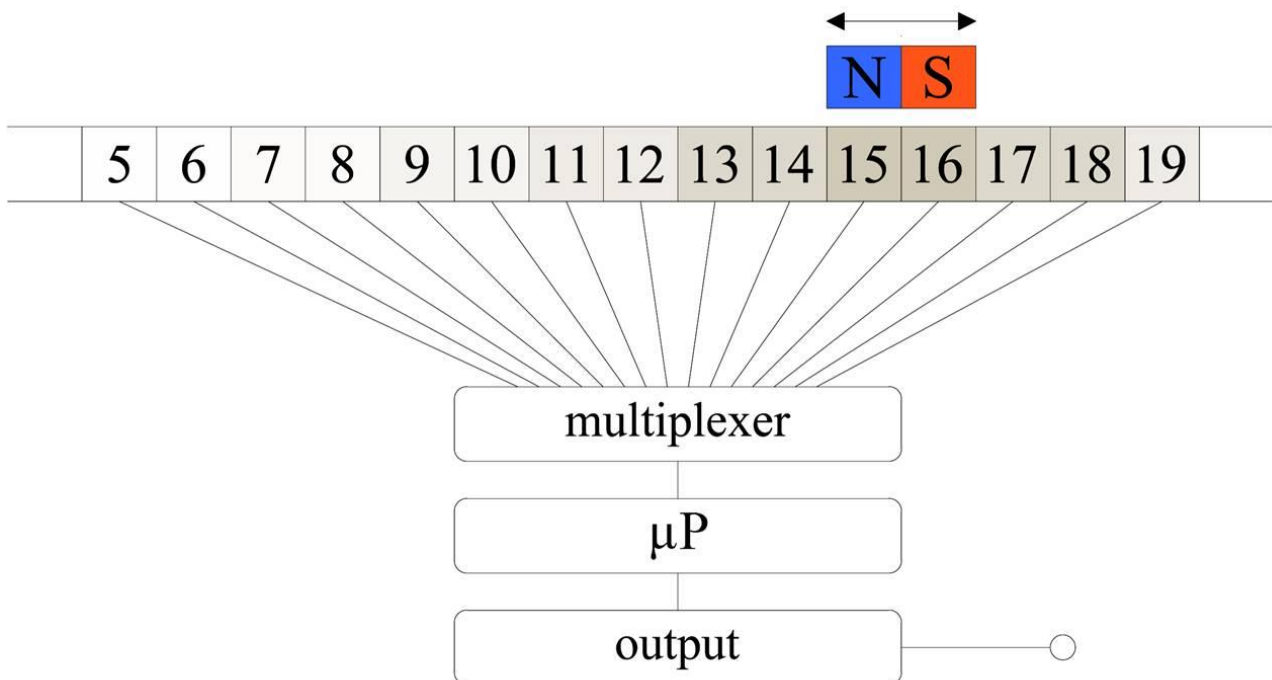


Figura 1.9 Tecnica di misura della posizione di un oggetto che utilizza diversi sensori allineati per aumentare la risoluzione su grandi distanze

Con modalità analoghe è possibile rivelare spostamenti di oggetti in direzione radiale. La conoscenza della posizione di un determinato oggetto nel tempo permette di determinarne la velocità e l'accelerazione.

1.5 Trend futuri

In questo capitolo sono stati presentati alcuni dei principali sensori magnetici in commercio, sono state evidenziate le loro caratteristiche peculiari ed è stato effettuato un confronto per chiarire in quali applicazioni sia preferibile una tipologia piuttosto che un'altra e perché. Cosa ci aspetta in futuro? I trend futuri nel campo dei sensori magnetici devono essere discussi sulla base delle prospettive della fisica e sulla base delle applicazioni. Se dovesse essere scoperto un qualche nuovo fenomeno fisico, questo potrebbe portare alla realizzazione di una tecnologia di sensori totalmente

nuova. Tuttavia questa ipotesi sembra quantomeno remota: la maggior parte dei fenomeni fisici che vengono sfruttati dai magnetometri attuali furono scoperti nel 1800 e nei primi decenni del 1900. La più grande scoperta recente, che in realtà è un'estensione di un fenomeno macroscopico, avvenne nel 1960 e fu l'effetto Josephson nelle strutture a superconduttore. D'altro canto, dal punto di vista delle applicazioni, il bisogno di migliorare le prestazioni dei sensori è onnipresente. Il trend è quello di una continua riduzione delle dimensioni, del consumo di potenza e del costo a parità di performance; meno rilevante invece è la ricerca di aumentare la sensibilità a parità di dimensioni, potenza dissipata e costo. I risultati che sono stati fino adesso ottenuti derivano da un attento studio delle proprietà magnetiche dei materiali, da cui lo stato dell'arte dei dispositivi ha tratto enormi benefici. Lo studio dei materiali magnetici è pesantemente in espansione con decine di migliaia di pubblicazioni al riguardo ogni anno. Per esempio la ricerca riguardante la struttura multilayer ha portato alla scoperta dei sensori GMR, in cui il coefficiente magnetoresistivo è risultato dieci volte tanto rispetto a quello del Permalloy, e di conseguenza ha permesso la costruzione di magnetometri con un sensibilità molto più alta. Un altro esempio di miglioramento delle prestazioni dovuto allo studio del materiale è quello dei superconduttori ad alta temperatura: con questa tecnologia i sensori SQUID sono diventati molto più pratici grazie alla necessità di un raffreddamento molto meno stringente. In definitiva il campo magnetico è misurabile e rivelabile in molti modi diversi, molti di questi probabilmente verranno prima o poi abbandonati a causa di un limite fisico oltre il quale non è più possibile spingersi. Quale sia il materiale con le migliori caratteristiche non è facile da predire, quello che invece è molto probabile è che comunque significativi miglioramenti rispetto alla situazione odierna avverranno molto lentamente.

Capitolo 2

Analisi di una strip nel caso monodimensionale

Lo scopo di questo capitolo è quello di introdurre un modello analitico 1-D che permetta di descrivere il comportamento di una strip di materiale ferromagnetico (tipicamente una lega Ni-Fe, chiamata Permalloy) dal punto di vista della magnetizzazione, in presenza di un campo magnetico esterno. Questo modello verrà esteso, alla fine del capitolo, anche al caso in cui diverse strip identiche siano posizionate l'una accanto all'altra, interagendo tra di loro, mentre nel capitolo 4 verrà considerato il caso bidimensionale. Il modello ricavato sta alla base del funzionamento dei sensori AMR, i quali sono caratterizzati dall'effetto magnetoresistivo, che consiste nella dipendenza della resistività del materiale con l'angolo compreso tra il vettore densità di corrente elettrica e il vettore magnetizzazione. Per questo motivo la presenza di un campo magnetico esterno \vec{H} viene rivelata mediante la rotazione del vettore magnetizzazione \vec{M} che esso stesso produce, la quale si manifesta sotto forma di una variazione della resistenza (nella realtà di un set di resistenze disposte nella configurazione a ponte di Wheatstone). Per la realizzazione del modello 1-D inizialmente introdurremo l'effetto magnetoresistivo e l'equazione dell'energia magnetica, che regola la disposizione del vettore magnetizzazione in ogni punto. In seguito ci concentreremo sul contributo dato dalla demagnetizzazione, argomento principale del mio lavoro di tesi. Nel capitolo successivo vedremo come, mettendo insieme tutti questi ingredienti, sia possibile implementare un modello numerico su software Matlab e calcolare la curva caratteristica di un dispositivo, ovvero la relazione che lega la variazione relativa della resistenza complessiva del ponte (proporzionale al segnale di tensione di uscita) al campo magnetico applicato.

2.1 Effetto magnetoresistivo

I materiali ferromagnetici sono caratterizzati da una resistività che varia in funzione dell'angolo compreso tra la direzione del vettore densità di corrente elettrica \vec{J} e la direzione del vettore magnetizzazione \vec{M} . Questa proprietà determina l'utilizzo di questi materiali per la rivelazione di campi magnetici: infatti, mentre il flusso di corrente viene fissato in una certa direzione mediante l'utilizzo dei barber pole (sono una serie di strisce di materiale ad alta conducibilità che vengono depositate sulla strip magnetoresistiva), la presenza di un campo magnetico esterno determina una rotazione del vettore magnetizzazione, che si traduce in una variazione del valore della resistività del materiale. Per studiare un sensore AMR è quindi necessario conoscere due relazioni fondamentali:

- la prima è quella che descrive l'effetto magnetoresistivo e che lega la variazione relativa della resistenza della strip all'angolo λ , compreso tra \vec{J} e \vec{M} :

$$\frac{\Delta R}{R} = f(\lambda)$$

- la seconda è la relazione tra la disposizione della magnetizzazione, individuata mediante l'angolo ϑ che il vettore magnetizzazione forma con un asse di riferimento chiamato easy axis, e il campo magnetico esterno:

$$\vartheta = f(\vec{H})$$

La distribuzione della magnetizzazione è ricavabile studiando l'equazione dell'energia magnetica del sistema. Noto l'angolo α tra la direzione della corrente elettrica e l'easy axis, è possibile combinare tra loro le due dipendenze appena descritte e ottenere la relazione caratteristica della singola resistenza:

$$\frac{\Delta R}{R} = f(\vec{H})$$

Conoscendo le relazioni caratteristiche delle quattro resistenze del ponte, realizzate in maniera opportuna, si ottiene la variazione relativa della resistenza complessiva, che è proporzionale alla tensione di uscita del sensore. Affinché la sensitività del sensore sia elevata, è necessario che da un lato il campo magnetico esterno produca un'ampia rotazione del vettore magnetizzazione, dall'altro che le rotazioni della magnetizzazione generino un'elevata variazione della resistenza. Il primo fenomeno dipende dal punto di equilibrio a cui tende il sistema nel disporsi in una condizione di

energia minima, risultante dal bilanciamento di diversi contributi, il secondo dalle caratteristiche del materiale e in particolare dal coefficiente magnetoresistivo. Per adesso concentriamo la nostra attenzione su questo secondo contributo.

L'effetto magnetoresistivo, scoperto da William Thompson nel 1857, è descritto dalla seguente relazione:

$$\rho(\lambda) = \rho_{\perp} + (\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}) \cos^2(\lambda)$$

dove ρ_{\parallel} è la resistività associata alla situazione in cui il vettore magnetizzazione e il vettore densità di corrente sono paralleli; ρ_{\perp} invece è la resistività associata alla situazione in cui i due vettori sono tra loro perpendicolari. Sperimentalmente si nota come la resistività risulti massima quando i due vettori sono paralleli e minima quando i due vettori sono perpendicolari. A livello microscopico questa evidenza sperimentale si fonda sulla maggiore probabilità di scattering per gli elettroni che viaggiano in parallelo alla magnetizzazione tra gli orbitali s e gli orbitali d. Per tutte le altre situazioni si può verificare che il valore della resistività assume un valore intermedio. La differenza $\Delta\rho = \rho_{\parallel} - \rho_{\perp}$ rappresenta l'anisotropia magnetoresistiva. Partendo da questa relazione si giunge all'espressione che lega la variazione relativa della resistenza all'angolo λ :

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{\Delta\rho}{\rho} \sin^2(\lambda - \lambda_0)$$

dove $\Delta\rho/\rho$ è definito coefficiente magnetoresistivo ed è pari a (definendo ρ_0 la resistività nelle condizioni iniziali):

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}}{\rho_0}$$

Il coefficiente magnetoresistivo assume un valore che dipende dal materiale ferromagnetico e dallo spessore della strip: in particolare il suo valore tende ad aumentare all'aumentare dello spessore.

2.2 Anisotropia

Un'altra caratteristica fondamentale dei sensori AMR è l'anisotropia. Un materiale si dice anisotropo se le sue proprietà cambiano muovendosi lungo una direzione piuttosto che un'altra; al contrario, se le sue proprietà risultano invarianti con la con la direzione, il materiale viene detto

isotropo. In particolare, nel caso di un materiale magnetico, si parla di anisotropia se le proprietà magnetiche dipendono dalla direzione della magnetizzazione. L'anisotropia può essere un fenomeno intrinseco (per esempio dovuto alla struttura del reticolo cristallino), oppure può essere indotta mediante una deformazione plastica, un processo di annealing o un'irradiazione. L'anisotropia può anche essere generata durante il processo di fabbricazione ed è questo il caso che ci interessa: in un film sottile di materiale ferromagnetico è possibile indurre un'anisotropia uniassiale attraverso l'applicazione di un forte campo magnetico esterno in una certa direzione. Oltre a questo fenomeno, esiste una seconda tipologia di anisotropia, che viene detta anisotropia di forma. Quando un materiale ferromagnetico viene magnetizzato, esso reagisce producendo a sua volta un campo magnetico, che viene detto di demagnetizzazione: questo fenomeno è dovuto al fatto che un materiale magnetizzato può essere visto come un dipolo magnetico, in grado di generare un campo a tutti gli effetti. Il campo di demagnetizzazione dipende fortemente dalla forma del materiale e può essere espresso mediante l'utilizzo di un fattore, che viene detto coefficiente di demagnetizzazione:

$$\vec{H}_d = N_d \vec{M}$$

Il campo di demagnetizzazione sarà diretto nella direzione opposta al campo esterno che ha prodotto la magnetizzazione: è come se il materiale reagisse allo scopo di non variare troppo la propria condizione interna. In effetti quello che succede è che il campo complessivo agente sul materiale risulta dalla somma algebrica tra i due:

$$\vec{H}_{in} = \vec{H}_e + N_d \vec{M}$$

Dato che il campo di demagnetizzazione influenza il campo interno, non è possibile studiare le proprietà magnetiche di un materiale in generale, ma solo di un materiale con una forma ben definita: questa caratteristica viene detta anisotropia di forma. Il problema principale deriva dal fatto che il campo di demagnetizzazione è generalmente non uniforme e difficile da calcolare, e di conseguenza anche il campo interno. L'unica eccezione vale per un materiale di forma ellissoidale (e quindi anche sferica), per il quale la demagnetizzazione risulta uniforme e quindi è molto semplice calcolare il coefficiente di demagnetizzazione. Nel prosieguo di questo capitolo vedremo come sia possibile calcolare i campi di demagnetizzazione (e i relativi coefficienti) in una geometria a strip rettangolare molto sottile, nel caso monodimensionale. Nel capitolo 4 estenderemo il calcolo ad un caso bidimensionale.

In definitiva un materiale ferromagnetico deputato alla costituzione di un sensore AMR presenta un asse, chiamato *easy axis*, lungo il quale si orienta la magnetizzazione in assenza di campo magnetico esterno. Esso è il risultato della somma dei due contributi di anisotropia appena descritti:

- Una magnetizzazione imposta al materiale flat mediante un forte campo magnetico durante la fabbricazione. Nel caso del Permalloy la magnetizzazione risultante a riposo, definita magnetizzazione di saturazione (M_s), è pari a circa 8×10^5 A/m.
- Un effetto di forma dato dalla geometria a strip del materiale.

Vedremo che per le nostre strip rettangolari, per un campo magnetico esterno nullo, prevarrà il contributo dato dall'anisotropia di forma e il vettore magnetizzazione risulterà orientato parallelamente ai bordi. Applicando un campo magnetico lungo la direzione perpendicolare all'*easy axis*, che possiamo rappresentare con un altro asse chiamato *hard axis*, è possibile far ruotare la magnetizzazione dalla posizione di riposo e l'effetto che ne consegue è una variazione di resistività. Continuando ad aumentare il campo magnetico lungo l'*hard axis* si arriverà ad un valore pari a H_k , definito come campo anisotropo, in corrispondenza del quale si verifica la saturazione del vettore magnetizzazione nella direzione dell'*hard axis*. Applicando un campo magnetico lungo l'*easy axis* nel verso opposto a \vec{M} , invece, si può giungere fino ad un campo H_c , definito come coercitività, in corrispondenza del quale i domini magnetici ruotano di 180° rispetto alla posizione iniziale di riposo lungo l'*easy axis* (questo fenomeno viene detto *flipping* dei domini magnetici). Le due situazioni appena descritte sono rappresentate nella figura 2.1.

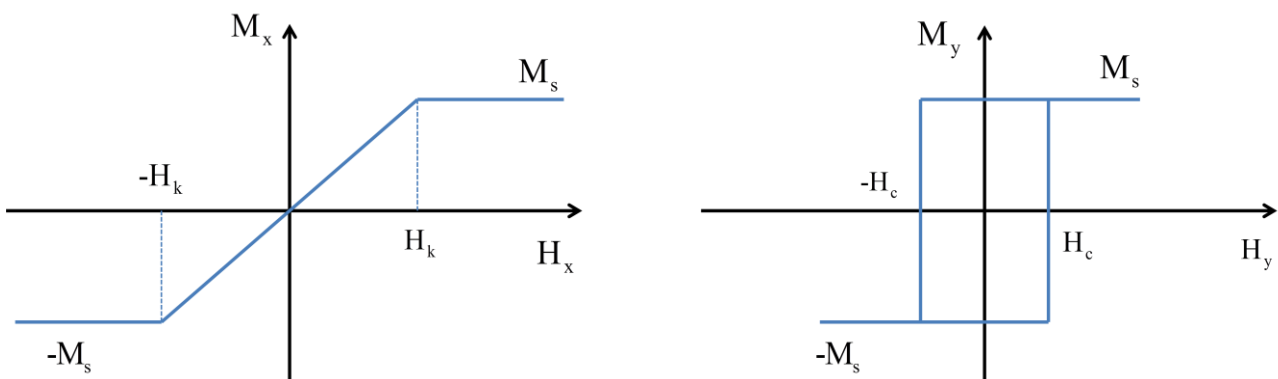


Figura 2.1 Rappresentazione del campo anisotropo e campo coercitivo

La natura anisotropa del materiale dipende proprio dal diverso comportamento che il magnetoresistore assume nel caso in cui il campo magnetico esterno venga applicato lungo l'easy axis o lungo l'hard axis. Per realizzare un sensore in grado di rivelare campi magnetici nel piano x-y, tipicamente si applica una magnetizzazione al materiale flat e in seguito vengono tagliate strip con un asse a 45° rispetto alla direzione della magnetizzazione, come mostrato in figura 2.2. In questo modo è possibile ricavare dallo stesso film magnetico strip con un easy axis parallelo all'asse x del film e quindi sensibili a campi magnetici lungo y, e strip con un easy axis parallelo all'asse y del film e quindi sensibili a campi magnetici lungo x.

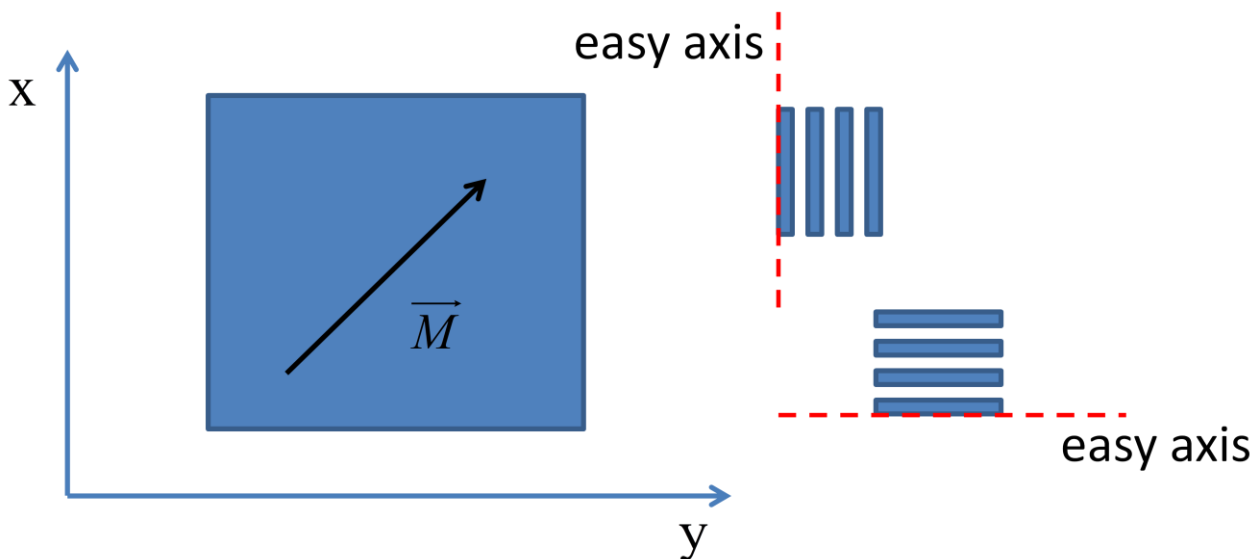


Figura 2.2 Magnetizzazione del film sottile e geometria a strip

2.3 Il materiale: non solo Permalloy!

Per realizzare le strip di film sottile dei sensori AMR di fondamentale importanza sono la scelta e il trattamento del materiale, che possono determinare variazioni molto significative delle prestazioni del dispositivo. I parametri principali da tenere in conto per la scelta sono: il coefficiente magnetoresistivo $\Delta\rho/\rho$, che deve essere il più elevato possibile essendo proporzionale alla tensione di uscita; il campo anisotropo H_k , che deve essere il più piccolo possibile poiché la sensibilità è inversamente proporzionale ad esso; la coercitività H_c , che deve essere anch'essa di valore basso, poiché alti valori di coercitività causano isteresi nella caratteristica di trasferimento. Tra tutti i materiali utilizzati quello di gran lunga più diffuso è il Permalloy, una lega tra i metalli Nichel e

Ferro (Ni-Fe), generalmente composta nelle proporzioni 20% Ferro e 80% Nichel. Il Permalloy è stato considerato per moltissimi anni il materiale con le migliori caratteristiche in assoluto: sebbene presenti un valore del coefficiente magnetoresistivo intorno al 5%, inferiore rispetto ad altri materiali, ha il vantaggio di avere una permeabilità magnetica relativa estremamente elevata e una bassa coercitività ($\mu_r|_{\max} \cong 10^6$ e $H_c \cong 0.2 \text{ A/m}$ per il Superpermalloy). Altri vantaggi di questo materiale sono il basso costo di deposizione a livello di processo e la sua compatibilità con i processi CMOS. Dalla tabella 2.1, che presenta le caratteristiche delle principali leghe Ni-Fe e Co-Fe, è evidente come le prestazioni del materiale varino molto a seconda della composizione della lega:

	ρ ($\mu\Omega\text{cm}$)	H_c (A/m)	$\mu_r \times 1000$	Nome della lega
Fe64Ni36	75	40	20	Invar
Fe50Ni50	45	7	15	Isoperm
Fe52Ni48	45	8	180	-
Fe44Ni56	35	1	300	-
Fe20Ni80	16	0.4	100	Permalloy
Fe16Ni79Mo5	60	0.4	550	Superpermalloy
Fe16Ni77Cu5Cr2	56	0.8	500	Mumetal
Fe50Co50	7	160	5	Permendur
Fe49Co49V2	40	400	17	Hiperco, Vacoflux

Tabella 2.1 Proprietà delle principali leghe Ni-Fe e Co-Fe

Recentemente lo studio delle proprietà dei materiali ha condotto alla scoperta di nuove frontiere: materiali amorfi e nanocristallini hanno dimostrato di avere le stesse qualità del Permalloy, se non addirittura migliori. Inoltre, mediante un'accurata selezione della composizione delle leghe, supportata dall'aggiunta di elementi addizionali come Mn, Cu, Cr, V e di trattamenti di annealing/cooling, è possibile ottenere ulteriori miglioramenti delle proprietà. Per esempio attraverso un appropriato processo di riscaldamento è possibile cambiare il ciclo di isteresi di un determinato materiale. La flessibilità e la versatilità del Permalloy e delle altre leghe in funzione dei processi di annealing/cooling tuttavia può anche essere un problema sotto alcuni certi punti di vista: le loro proprietà possono venire alterate durante il funzionamento di un certo dispositivo.

2.4 Struttura del sensore AMR

Un sensore AMR viene tipicamente realizzato mediante l'utilizzo di 4 resistenze, disposte nella classica configurazione a ponte di Wheatstone (a causa dei vantaggi della struttura a ponte in termini di offset e variazione con la temperatura). Queste resistenze si trovano, per un campo magnetico nullo applicato, in una differente condizione di magnetizzazione e di posizionamento dei barber pole, come rappresentato nella figura 2.3:

- R_1 : magnetizzazione imposta con un angolo di circa 180° rispetto all'easy axis e corrente che scorre con un angolo di 45° rispetto all'easy axis;
- R_2 : magnetizzazione imposta con un angolo di circa 180° rispetto all'easy axis e corrente che scorre con un angolo di 315° rispetto all'easy axis;
- R_3 : magnetizzazione imposta con un angolo di circa 0° rispetto all'easy axis e corrente che scorre con un angolo di 45° rispetto all'easy axis;
- R_4 : magnetizzazione imposta con un angolo di circa 0° rispetto all'easy axis e corrente che scorre con un angolo di 315° rispetto all'easy axis;

La direzione della magnetizzazione in assenza di campo magnetico applicato in realtà risulta lievemente ruotata a causa dell'anisotropia uniaassiale con cui sono state caratterizzate le strip. La corretta posizione viene determinata attraverso la minimizzazione dell'equazione dell'energia magnetica, come vedremo in seguito.

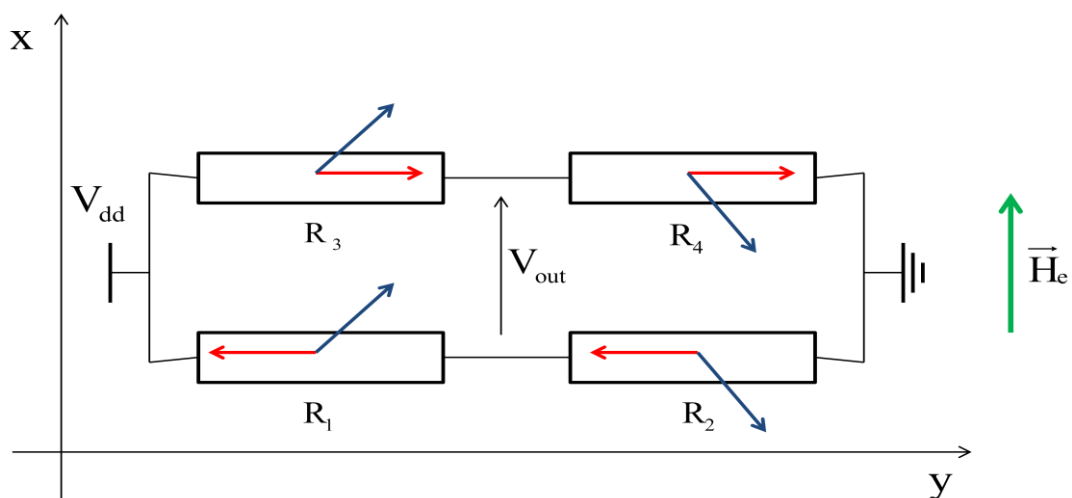


Figura 2.3 Struttura del sensore a ponte di Wheatstone: in blu sono rappresentati i vettori densità di corrente elettrica e in rosso i vettori magnetizzazione

A causa dell'effetto magnetoresistivo, la presenza di un campo magnetico esterno diretto lungo l'hard axis determina una variazione del valore di ciascuna resistenza. In particolare le resistenze R_1 e R_4 hanno una variazione positiva del proprio valore in funzione di un campo magnetico positivo, mentre R_2 e R_3 hanno una variazione negativa in corrispondenza dello stesso campo. I barber pole vengono applicati con un angolo α rispetto all'easy axis di $\pm 45^\circ$, in questo modo lavoriamo nella regione lineare e in particolare nel punto di massima sensitività. Al fine di migliorare le prestazioni del sensore ciascuna resistenza viene realizzata utilizzando un certo numero di strip di materiale ferromagnetico: dal punto di vista elettrico le strip sono collegate in serie, in modo tale da raggiungere un valore di resistenza totale in grado di minimizzare il consumo di potenza (fissata la tensione di alimentazione della tecnologia). Nella pratica i due resistori dello stesso ramo vengono realizzati mediante una struttura interdigitata, per ottimizzare l'occupazione dello spazio.

A partire dalla variazione relativa di ciascuna resistenza è possibile calcolare la variazione relativa della resistenza complessiva del ponte, che è proporzionale al segnale di tensione di uscita:

$$V_{out} = V_{dd} \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = V_{dd} \left(\frac{R + \Delta R_4}{2R + \Delta R_3 + \Delta R_4} - \frac{R + \Delta R_2}{2R + \Delta R_1 + \Delta R_2} \right)$$

$$\frac{V_{out}}{V_{dd}} = \frac{1 + \frac{\Delta R_4}{R}}{2 + \frac{\Delta R_3}{R} + \frac{\Delta R_4}{R}} - \frac{1 + \frac{\Delta R_2}{R}}{2 + \frac{\Delta R_1}{R} + \frac{\Delta R_2}{R}}$$

Il sensore descritto fino adesso permette di rivelare campi magnetici diretti lungo l'asse x. Per realizzare un sensore sensibile a campi magnetici diretti lungo l'asse y è necessario utilizzare una struttura duale, come mostrato in figura 2.4:

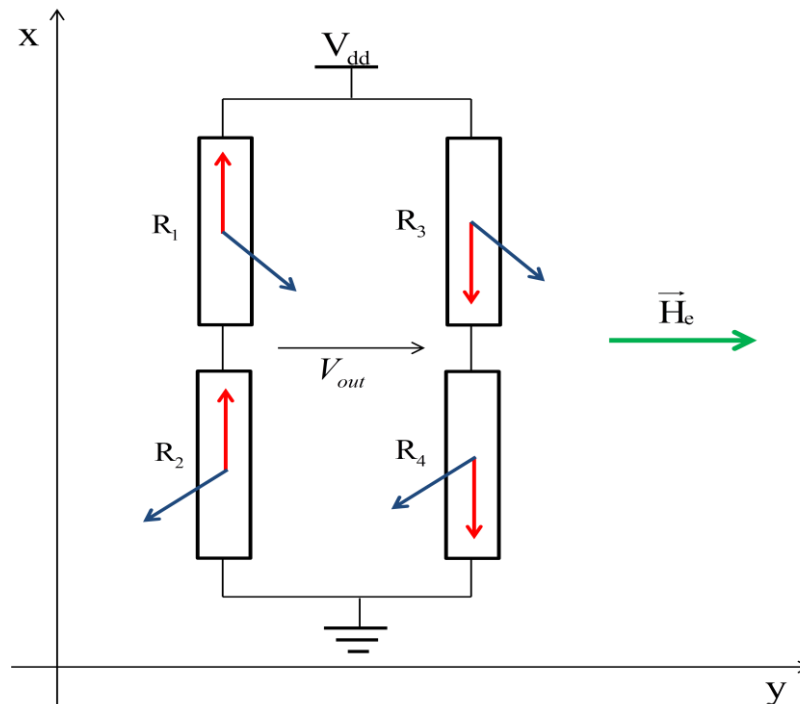


Figura 2.4 Struttura del sensore per la rivelazioni di campi magnetici diretti lungo l'asse y

2.5 Equazione dell'energia magnetica

L'equazione dell'energia magnetica rappresenta la totale energia magnetica del sistema in ogni punto. Un sistema tende, per sua natura, ad una condizione di equilibrio della magnetizzazione in cui la sua energia magnetica viene minimizzata. Nella nostra analisi trascuriamo i transitori con cui si giunge alla soluzione di regime: data una certa condizione iniziale (che significa strip di un determinato materiale e di una determinata forma, una certa disposizione iniziale del vettore magnetizzazione e un determinato campo magnetico esterno applicato), ci interessa come si orientano i domini magnetici all'equilibrio. Questa soluzione si ottiene, come detto, minimizzando l'energia del sistema in ogni punto. In particolare, tra tutti i punti di minimo possibili, la soluzione tenderà a quello più vicino alla condizione iniziale (verrà implementata una funzione di ricerca del minimo locale nel modello numerico).

Consideriamo un generico punto della strip in cui vogliamo studiare la condizione di equilibrio della magnetizzazione, in presenza di un campo magnetico uniforme nello spazio, applicato con una certa direzione e una certa intensità: è possibile introdurre un sistema di riferimento x-y all'interno del quale sia presente il vettore magnetizzazione, formante un angolo ϑ con l'asse y (easy axis), come rappresentato nella figura 2.5. Vediamo quali sono i contributi da tenere in considerazione nel bilancio dell'energia.

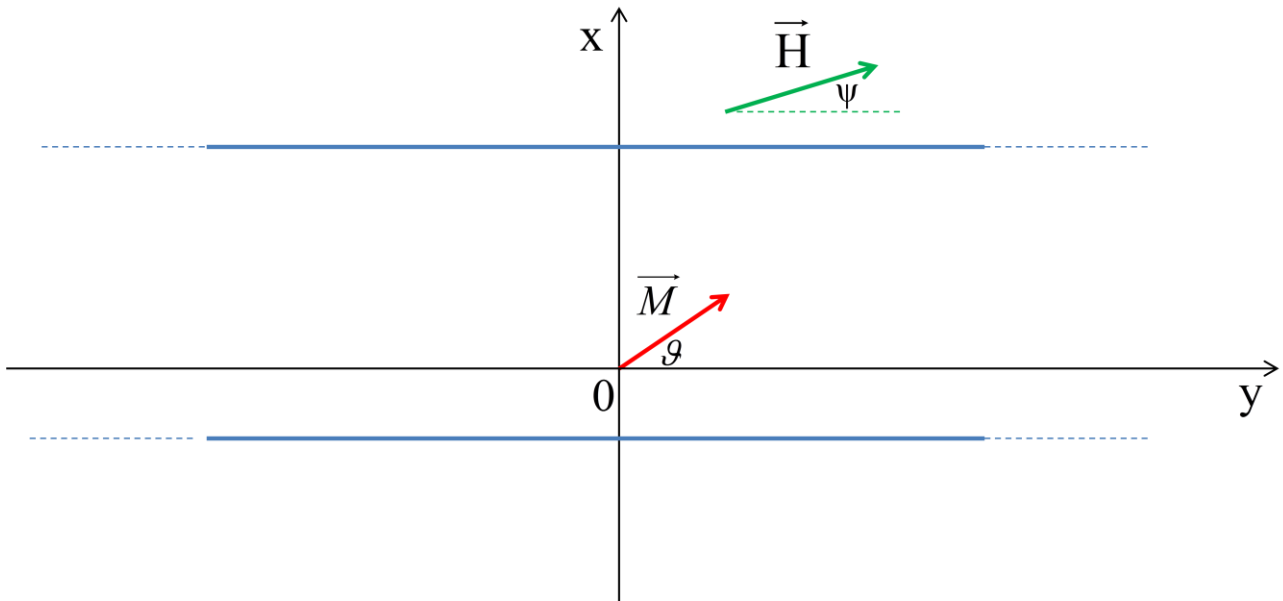


Figura 2.5 Sistema di riferimento x-y adottato per il calcolo dell'orientamento della magnetizzazione di equilibrio nel generico punto di una strip

2.5.1 Contributo del campo magnetico esterno

Il primo contributo dell'equazione dell'energia magnetica è legato all'applicazione di un campo magnetico esterno \vec{H} : come una massa possiede un'energia potenziale quando viene posta all'interno del campo gravitazionale di un'altra massa, un momento magnetico possiede una determinata energia quando viene posto all'interno di un campo magnetico. In particolare questa forma di energia si chiama energia magnetostatica o energia di Zeeman e può essere espressa come:

$$E = -\vec{B} \cdot \vec{m}$$

Dalla relazione tra il campo magnetico e il vettore induzione magnetica:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

si ricava:

$$E = -\mu \vec{H} \cdot \vec{m}$$

In definitiva, normalizzando sul volume, è possibile sostituire il vettore momento magnetico con il vettore magnetizzazione e ottenere la densità di energia magnetostatica:

$$e = -\mu \vec{H} \cdot \vec{M} = -\mu H M_s \cos(\psi - \vartheta)$$

dove μ rappresenta la permeabilità magnetica del materiale, H e M_s l'intensità dei due vettori e ψ l'angolo compreso tra il campo magnetico esterno e l'easy axis ($\psi - \mathcal{G}$ è l'angolo tra il campo esterno e il vettore magnetizzazione). Questo termine rappresenta un'energia per unità di volume, per cui la sua unità di misura è $[J/m^3]$.

Il significato fisico di questa relazione è che il campo magnetico esterno determina una forza che tende a imprimere una rotazione al vettore magnetizzazione. Infatti, in assenza di altri contributi all'energia totale del sistema, i due vettori tendono ad allinearsi per raggiungere la condizione di minimo. Come si può notare l'energia risulta massima quando $\cos(\psi - \mathcal{G}) = -1$, ovvero quando i due vettori sono paralleli ma con verso opposto; l'energia invece risulta minima quando $\cos(\psi - \mathcal{G}) = 1$, ovvero quando i due vettori sono paralleli e con lo stesso verso. In realtà entrambi questi punti sono punti di equilibrio del sistema, in quanto nel punto di massimo il vettore magnetizzazione subisce due forze esattamente identiche che lo spingono a ruotare in senso orario e in senso antiorario con la stessa intensità. Si tratta tuttavia di un punto di equilibrio instabile, poiché basta un minimo spostamento del vettore magnetizzazione da quella posizione per innescare la rotazione verso la condizione di minimo, che invece rappresenta il punto di equilibrio stabile del sistema. In questo caso infatti, non solo non viene generata alcuna forza di rotazione, ma il sistema tende a rimanere nella propria condizione anche in presenza di altri contributi, generando una forza di richiamo non appena la magnetizzazione dovesse spostarsi dalla posizione di equilibrio raggiunta.

Per verificare queste osservazioni scomponiamo i vettori \vec{M} e \vec{H} nelle due componenti x e y:

$$\vec{H} = \vec{H}_y + \vec{H}_x = H \cos(\psi) + H \sin(\psi)$$

$$\vec{M} = \vec{M}_y + \vec{M}_x = M_s \cos(\mathcal{G}) + M_s \sin(\mathcal{G})$$

La densità di energia magnetica risulta:

$$e = -\mu H \cos(\psi) M_s \cos(\mathcal{G}) - \mu H \sin(\psi) M_s \sin(\mathcal{G})$$

Calcoliamo la derivata della densità di energia rispetto a ϑ :

$$\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = \mu M_s H \cos(\psi) \sin(\vartheta) - \mu M_s H \sin(\psi) \cos(\vartheta) = \mu M_s H_y \sin(\vartheta) - \mu M_s H_x \cos(\vartheta)$$

La derivata della densità di energia rispetto ad un angolo rappresenta, a meno di un segno, la coppia (forza di rotazione) per unità di volume che il vettore magnetizzazione subisce in presenza di un campo magnetico. La sua unità di misura è $\left[\text{J}/(\text{rad} \cdot \text{m}^3) \right]$.

$$F = -\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = F_1 + F_2 = \mu M_s H_x \cos(\vartheta) - \mu M_s H_y \sin(\vartheta) = \mu M_s H \sin(\psi) \cos(\vartheta) - \mu M_s H \cos(\psi) \sin(\vartheta)$$

Di conseguenza, come rappresentato nella figura 2.6, la componente H_x del campo tende a generare una rotazione positiva di ϑ se essa stessa è positiva e una rotazione negativa di ϑ se essa stessa è negativa: per il sistema di riferimento angolare che abbiamo adottato, questo significa una rotazione in senso antiorario nel primo caso e in senso orario nel secondo caso. Invece la componente H_y si comporta in maniera opposta, tendendo a generare una rotazione positiva se $H_y < 0$ e negativa se $H_y > 0$. L'intensità delle due forze dipende dalle componenti del campo nelle due direzioni e dall'angolo ϑ del vettore magnetizzazione: il sistema tende all'equilibrio (in assenza di altri contributi) quando le due forze tendono a bilanciarsi, ossia:

$$F_{tot} = \mu M_s H \sin(\psi) \cos(\vartheta) - \mu M_s H \cos(\psi) \sin(\vartheta) = 0$$

$$H \sin(\psi) \cos(\vartheta) = H \cos(\psi) \sin(\vartheta)$$

Quando il vettore magnetizzazione si allinea con il vettore campo magnetico esterno ($\vartheta = \psi$):

$$H \sin(\psi) \cos(\psi) = H \cos(\psi) \sin(\psi)$$

e dunque l'equivalenza risulta quindi verificata.

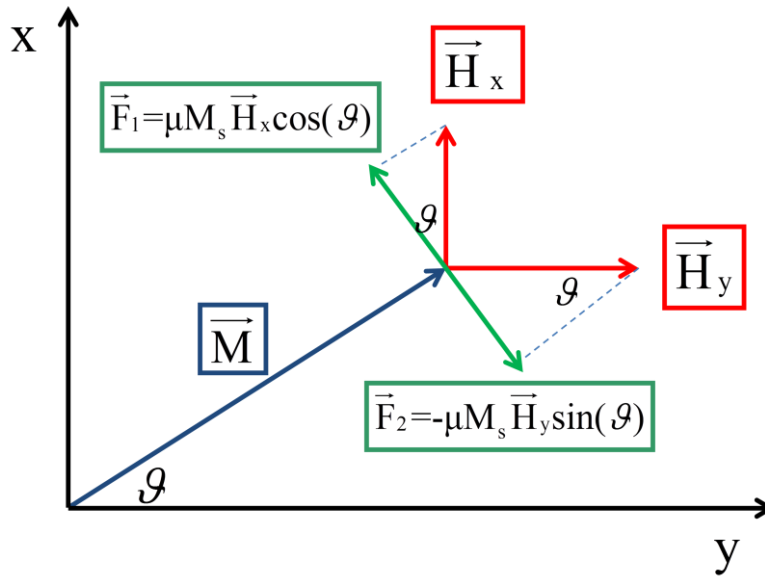


Figura 2.6 Coppia applicata al vettore magnetizzazione a causa della presenza di un campo magnetico esterno

2.5.2 Contributo dell'anisotropia uniassiale

Il secondo contributo di cui bisogna tenere conto nell'equazione dell'energia magnetica è legato all'anisotropia uniassiale del materiale, la quale crea una sorta di barriera alla libera rotazione della magnetizzazione all'interno del cristallo, a causa di una direzione preferenziale stabilita in fase di processo. Questo contributo viene chiamato energia anisotropica e la sua densità di energia vale:

$$e = \mu K_u \sin^2(\varepsilon_0 - \vartheta)$$

dove K_u è la costante di anisotropia e ha la seguente espressione, in cui M_s rappresenta la magnetizzazione di saturazione e H_k il campo anisotropo:

$$K_u = \frac{1}{2} H_k M_s$$

In definitiva si ricava l'espressione complessiva della densità di energia magnetica seguente, la cui unità di misura ancora una volta è $[J/m^3]$:

$$e = \frac{1}{2} \mu H_k M_s \sin^2(\varepsilon_0 - \vartheta)$$

Questa espressione ci suggerisce come l'anisotropia tenda ad allineare il vettore magnetizzazione all'asse anisotropo, infatti l'energia assume il suo valore minimo per $\vartheta = \varepsilon_0 + n\pi$, dove n rappresenta un qualsiasi numero intero. A differenza del caso precedente ora compare una funzione trigonometrica al quadrato, il che significa che la magnetizzazione tende a disporsi parallelamente alla direzione dell'anisotropia indipendentemente dal verso (questo sarà alla base del flipping della magnetizzazione nei sensori AMR). Anche in questo caso calcoliamo la derivata della densità di energia rispetto all'angolo ϑ , per ricavare la coppia (per unità di volume) agente sul vettore magnetizzazione:

$$\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = \frac{1}{2} \mu M_s H_k \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\frac{1 - \cos(2\varepsilon_0 - 2\vartheta)}{2} \right] = -\frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin[2(\varepsilon_0 - \vartheta)]$$

Scomponendo l'espressione ricavata mediante le note formule trigonometriche si ottiene:

$$\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = -\frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin[2(\varepsilon_0 - \vartheta)] = -\frac{1}{2} \mu M_s H_k [\sin(2\varepsilon_0) \cos(2\vartheta) - \sin(2\vartheta) \cos(2\varepsilon_0)]$$

Nel caso in cui $\varepsilon_0 = 45^\circ$:

$$\sin(2\varepsilon_0) = 1$$

$$\cos(2\varepsilon_0) = 0$$

Per cui risulta:

$$F = -\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = \frac{1}{2} \mu M_s H_k \cos(2\vartheta)$$

In assenza di altri contributi la forza risultante è nulla (condizione di equilibrio del sistema) per $\vartheta = \pi/4 + n\pi$. In questo caso non ci sono forze applicate al vettore magnetizzazione e questo rappresenta un punto di equilibrio stabile. Come appare evidente la derivata della densità dell'energia magnetica si annulla anche per $\vartheta = 3\pi/4 + n\pi$, tuttavia queste soluzioni rappresentano i punti di massimo dell'energia e quindi consistono in punti di equilibrio instabile. In questo caso la forza risultante applicata al vettore magnetizzazione è nulla, non perché non ci siano forze applicate, ma solo perché le due forze applicate si bilanciano esattamente, tendendo a spingere \vec{M} a collassare sull'asse anisotropo sia da una parte che dall'altra con la stessa intensità, come mostrato in figura 2.7.

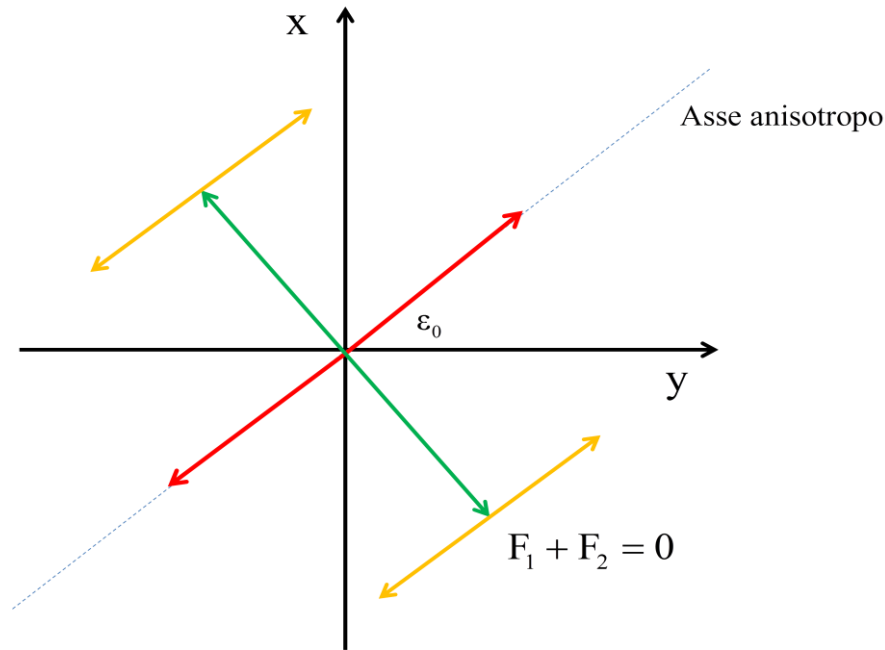


Figura 2.7 Posizioni di equilibrio della magnetizzazione che minimizzano l'equazione dell'energia magnetica (in rosso) e che massimizzano l'equazione dell'energia magnetica (in verde)

2.5.3 Contributo dell'anisotropia di forma

Il terzo ed ultimo contributo dell'equazione dell'energia magnetica è legato alla demagnetizzazione: come abbiamo detto un materiale ferromagnetico reagisce all'applicazione di un campo magnetico esterno (o anche solo alla sua stessa magnetizzazione) andando a redistribuire le sua carica interna. Questo produce un campo di demagnetizzazione che si oppone a quello applicato e di cui chiaramente bisogna tenere conto per la minimizzazione dell'energia totale del sistema. La densità di energia associata a questo contributo risulta:

$$e = -\frac{1}{2} \mu \vec{H}_d \cdot \vec{M}$$

La relazione è identica a quella del campo magnetico esterno tranne che per il fattore $1/2$, il quale deriva dalla natura stessa della demagnetizzazione: infatti, come vedremo in seguito, il campo di demagnetizzazione nasce da una carica magnetica fittizia, attribuibile alle variazioni spaziali della magnetizzazione, e non da un dipolo come il campo magnetico esterno. Nella nostra analisi monodimensionale, il campo di demagnetizzazione sarà composto esclusivamente dalla sua componente x (questo punto sarà chiarito in seguito) per cui risulta:

$$e = -\frac{1}{2} \mu H_{dx} M_s \sin(\vartheta)$$

Dato che il campo di demagnetizzazione dipende a sua volta dalla distribuzione angolare della magnetizzazione, è conveniente utilizzare un coefficiente N_x , che viene definito come segue:

$$N_x = -\frac{H_{dx}}{M_s \sin(\vartheta)}$$

Da questa definizione è possibile riscrivere la densità di energia magnetica come:

$$e = \frac{1}{2} \mu N_x M_s^2 \sin^2(\vartheta)$$

Il segno opposto rispetto al contributo di campo magnetico esterno è legato al fatto che il campo di demagnetizzazione tende ad opporsi alla variazione del vettore magnetizzazione da esso generata. Questo contributo viene minimizzato quando si azzerava, ovvero quando l'angolo assume i valori $\vartheta = n\pi$, con n numero intero qualsiasi: significa che il vettore magnetizzazione tende ad orientarsi in maniera parallela ai bordi, da cui deriva il nome anisotropia di forma. Ancora una volta è possibile derivare questa espressione rispetto all'angolo per ricavare la coppia per unità di volume che il campo di demagnetizzazione esercita su \vec{M} :

$$\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = \frac{1}{2} \mu N_x M_s^2 \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\frac{1 - \cos(2\vartheta)}{2} \right] = \frac{1}{2} \mu N_x M_s^2 \sin(2\vartheta) = \mu N_x M_s^2 \sin(\vartheta) \cos(\vartheta) = -\mu M_s H_{dx} \cos(\vartheta)$$

$$F = -\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = \mu M_s H_{dx} \cos(\vartheta)$$

La forza applicata si azzerava o quando $H_{dx} = 0$, che significa $\vartheta = n\pi$, punto di equilibrio stabile del sistema (punto di minimo dell'energia) o quando $\vartheta = \pi/2 + n\pi$, punto di equilibrio instabile del sistema (punto di massimo dell'energia).

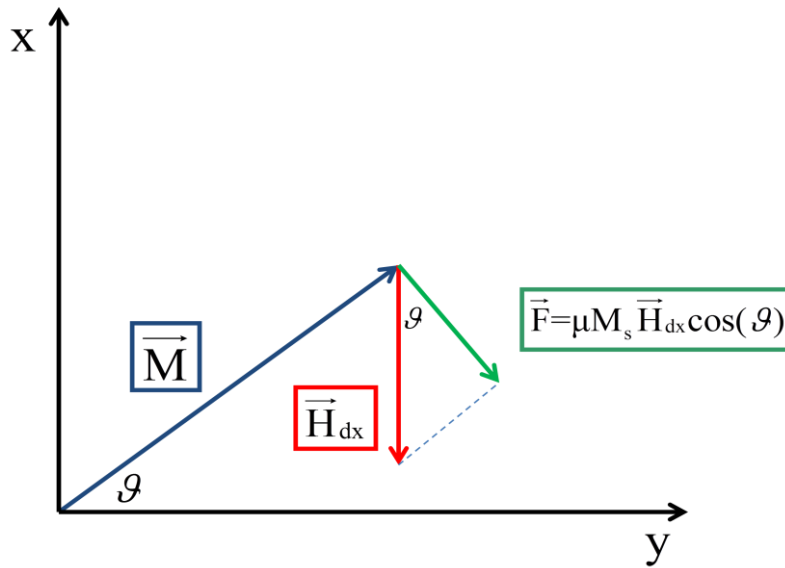


Figura 2.8 Coppia applicata la vettore magnetizzazione a causa del campo di demagnetizzazione

L'espressione complessiva dell'energia magnetica risulta dalla somma dei 3 contributi appena descritti:

$$e = -\mu M_s H \cos(\psi - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin^2(\varepsilon_0 - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s^2 N_x \sin^2(\vartheta)$$

In realtà in un'analisi più precisa ci potrebbero essere ulteriori contributi da considerare come ad esempio un'energia di scambio legata alle interazioni meccaniche tra domini adiacenti (deriva dalla possibilità per atomi vicini di condividere gli stessi orbitali) o un'energia magnetoelastica. Noi ci limitiamo alla modellizzazione di questi fenomeni che comunque conducono a risultati soddisfacenti.

2.6 Demagnetizzazione

Un materiale ferromagnetico in cui è presente una magnetizzazione \vec{M} non uniforme, o che viene sottoposto ad un campo magnetico esterno \vec{H} (in grado di modificare o produrre una magnetizzazione), presenta inevitabilmente al suo interno un campo di demagnetizzazione, che dipende dalla geometria del materiale stesso e di cui si deve tenere conto nello studio dell'equazione dell'energia magnetica. Il nostro scopo è quello di calcolare i campi di demagnetizzazione prodotti all'interno di una generica strip di forma rettangolare, in modo da

ricavare i coefficienti di demagnetizzazione che descrivono l'effetto di questo fenomeno e ottenere una stima precisa (attraverso la soluzione dell'equazione dell'energia magnetica) della disposizione del vettore magnetizzazione all'interno del materiale. Vediamo dunque come ricavare la formula che ci permetterà di calcolare i campi di demagnetizzazione, sia nella situazione di caso monodimensionale che, nel capitolo 4, di caso bidimensionale.

2.6.1 Introduzione al calcolo del campo di demagnetizzazione

Il punto di partenza è che il campo \vec{B} , così come il campo esterno \vec{H} , è solenoidale, ovvero la sua divergenza è nulla (significa che le linee del campo sono chiuse):

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

La relazione che lega il vettore densità di flusso di campo magnetico al campo di demagnetizzazione e al vettore magnetizzazione è la seguente:

$$\vec{B} = \mu(\vec{H}_d + \vec{M})$$

Da questa relazione è possibile rendersi conto come la presenza di un campo magnetico esterno non si traduca totalmente in una magnetizzazione, a causa di questa tendenza del materiale ad opporsi ad un cambiamento della sua condizione attraverso la demagnetizzazione. In ogni caso, mettendo a sistema le due equazioni appena scritte si ricava che, per garantire che le linee di campo di \vec{B} e di \vec{H} siano chiuse, è necessario che magnetizzazione e demagnetizzazione si bilancino tra loro:

$$\nabla \cdot \vec{H}_d = -\nabla \cdot \vec{M}$$

Questa relazione ci suggerisce, in analogia con il caso elettrico, che il campo di demagnetizzazione è generato da una carica magnetica fittizia $\rho = \nabla \cdot \vec{H}_d$, il cui senso fisico è legato alla variazione del vettore magnetizzazione nello spazio:

$$\rho = -\nabla \cdot \vec{M} = -\left(\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{M}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{M}_z}{\partial z} \right)$$

Questo significa che se all'interno di un volumetto infinitesimo del materiale il vettore magnetizzazione subisce una variazione tra il valore che vi entra e il valore che vi esce (in una delle tre dimensioni), allora è necessario che all'interno di questo volumetto vi sia della carica magnetica

responsabile della generazione di un campo di demagnetizzazione che si oppone a questa variazione. In maniera equivalente al caso elettrostatico è possibile definire un potenziale magnetico legato al campo di demagnetizzazione:

$$\vec{H}_d = -\nabla\phi$$

e di conseguenza alla carica magnetica, attraverso l'equazione di Poisson:

$$\nabla^2\phi = -\rho$$

Una carica magnetica puntiforme genera nello spazio circostante un potenziale, dato dalla funzione di Green:

$$G(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi|\vec{r}|}$$

Nel caso di distribuzioni di carica, il potenziale si ricava dalla seguente integrazione:

$$\phi(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r}') G(\vec{r} - \vec{r}') d\vec{r}' = \int \frac{\rho(\vec{r}')}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' = \int \frac{-\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'$$

dove \vec{r} è un punto generico dello spazio dove voglio conoscere il potenziale e \vec{r}' è un punto dello spazio dove è presente carica magnetica.

Integrando per parti si ottiene:

$$\phi(\vec{r}) = \int \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \vec{M}(\vec{r}') d\vec{r}'$$

e di conseguenza, dal legame tra potenziale e campo magnetico, ricaviamo la formula finale che utilizzeremo per tutti i nostri calcoli:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

2.6.2 Calcolo del campo di demagnetizzazione su una strip rettangolare

Consideriamo una strip di materiale ferromagnetico di forma rettangolare, caratterizzata dalle seguenti dimensioni: L sia la lunghezza della strip, w sia la larghezza della strip e t sia lo spessore della strip. Per il momento facciamo riferimento ad una strip in cui il valore della lunghezza sia talmente elevato rispetto alle altre dimensioni, da poter a tutti gli effetti considerare la strip infinitamente estesa in quella direzione. Introduciamo il sistema di riferimento x - y rappresentato in figura 2.9, in cui stiamo sezionando la strip lungo lo spessore, alla coordinata $z = 0$: non consideriamo la dipendenza dei parametri della demagnetizzazione con la direzione z , dato che la strip è molto sottile ($t \ll w \ll L$).

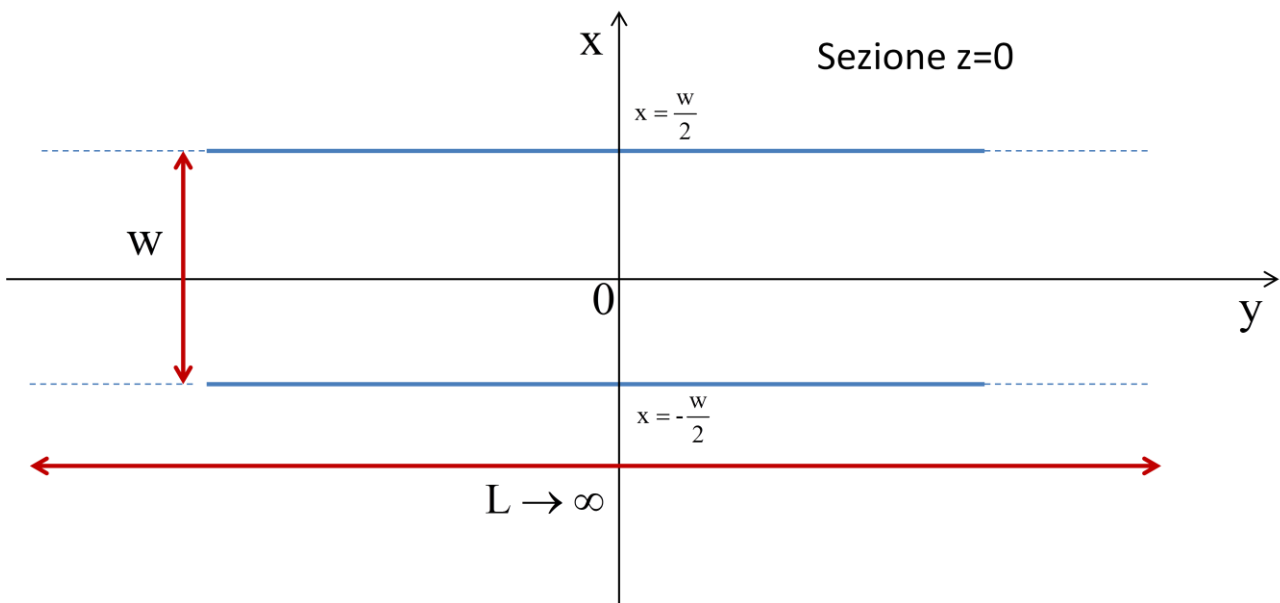


Figura 2.9 Sistema di riferimento x - y per studiare la demagnetizzazione su una strip di lunghezza infinita

Il nostro scopo è quello di calcolare il vettore campo di demagnetizzazione in ogni punto della strip e successivamente di ricavare i valori del coefficiente di demagnetizzazione. Come descritto in precedenza, possiamo associare a ciascun punto della strip un vettore magnetizzazione, il cui orientamento nello spazio è descritto mediante l'utilizzo dell'angolo ϑ , compreso tra il vettore stesso e l'easy axis (asse y). Si è deciso di adottare una convenzione secondo la quale un angolo di 0° corrisponde alla situazione in cui il vettore magnetizzazione si trova concorde con l'easy axis e variazioni positive dell'angolo coincidono con una rotazione in senso antiorario. Il campo di demagnetizzazione si origina dalla variazione spaziale del vettore magnetizzazione: per semplicità

noi assoceremo a queste variazioni una carica magnetica fittizia, attraverso la quale è immediata la comprensione della direzione e del verso del campo prodotto. In particolare è possibile suddividere il calcolo in due contributi: la carica magnetica di bordo, legata alla variazione della magnetizzazione tra il bordo e l'esterno della strip (dove chiaramente $\vec{M} = 0$), e la carica magnetica interna (di bulk), legata alle variazioni della magnetizzazione tra punti adiacenti della strip. Data la geometria considerata, è evidente come il campo di demagnetizzazione avrà come unica componente quella diretta lungo l'asse x: la figura 2.10 permette di capire come la simmetria determini la cancellazione del contributo in direzione y del campo di demagnetizzazione dovuto alla carica di bordo (ma un discorso analogo vale per la carica di bulk). La conseguenza di questo fenomeno è che il coefficiente di demagnetizzazione e l'angolo ϑ varieranno solo in funzione della coordinata x. In maniera equivalente possiamo affermare che il vettore magnetizzazione risulta uniforme lungo la direzione y.

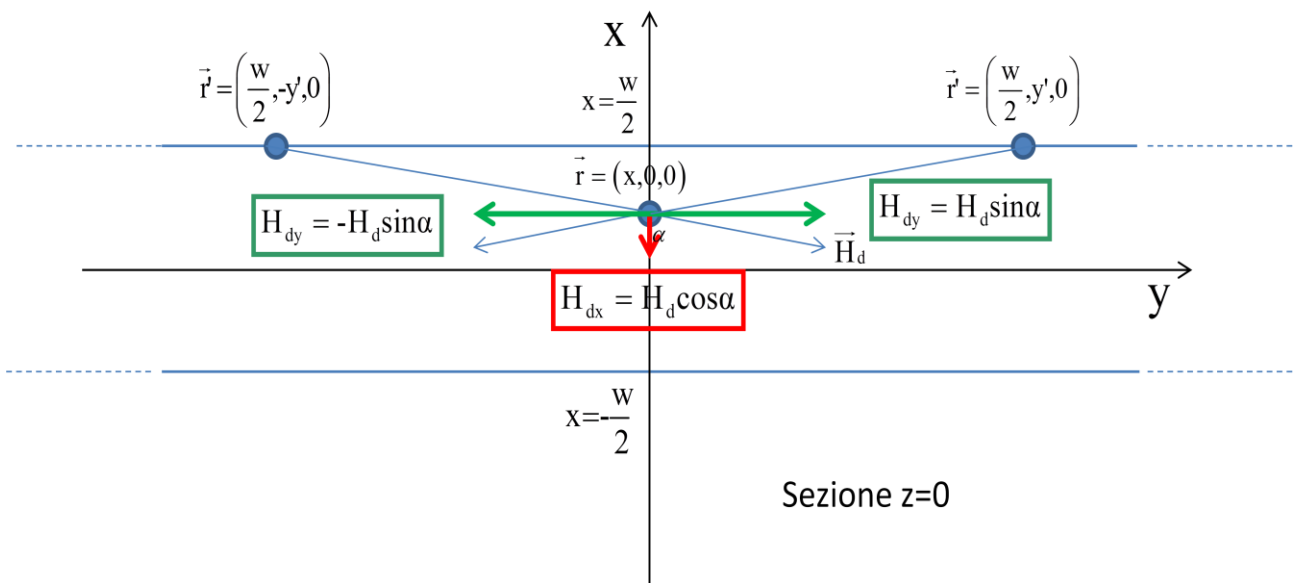


Figura 2.10 Cancellazione del campo magnetico lungo l'asse y a causa della simmetria della strip

2.6.3 Contributo di bordo

La strip che stiamo considerando è caratterizzata da due bordi: il bordo “superiore” è quello che si trova alla coordinata $x = w/2$, mentre il bordo “inferiore” è quello che si trova alla coordinata $x = -w/2$. Non consideriamo invece gli altri due bordi, dato che stiamo supponendo che la strip

abbia lunghezza infinita. Il campo di demagnetizzazione \vec{H}_d è legato alla divergenza del vettore magnetizzazione dalla relazione ricavata in precedenza:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

dove $\vec{r} = (x,y,z)$ è un generico punto della strip in cui vogliamo calcolare il campo e $\vec{r}' = (x',y',z')$ è un generico punto della strip dove è presente carica magnetica responsabile della generazione del campo stesso. Dato che abbiamo chiarito come il campo vari solo in funzione della coordinata x, possiamo effettuare il calcolo per una determinata sezione di y e di z: per semplicità consideriamo $y=0$ e $z=0$. Inoltre, dato che la carica che vogliamo ora considerare è solo quella di bordo, avremo $x' = \pm w/2$, a seconda di quale bordo stiamo considerando. Per il momento concentriamo la nostra attenzione sul bordo superiore, ma in modo del tutto analogo è possibile ragionare per la determinazione del bordo inferiore. In figura 2.11 è rappresentato il calcolo in un generico punto della strip per una generica carica del bordo superiore: il campo di demagnetizzazione sarà diretto lungo la congiungente tra i due punti e avrà un'intensità che dipende dalla distanza.

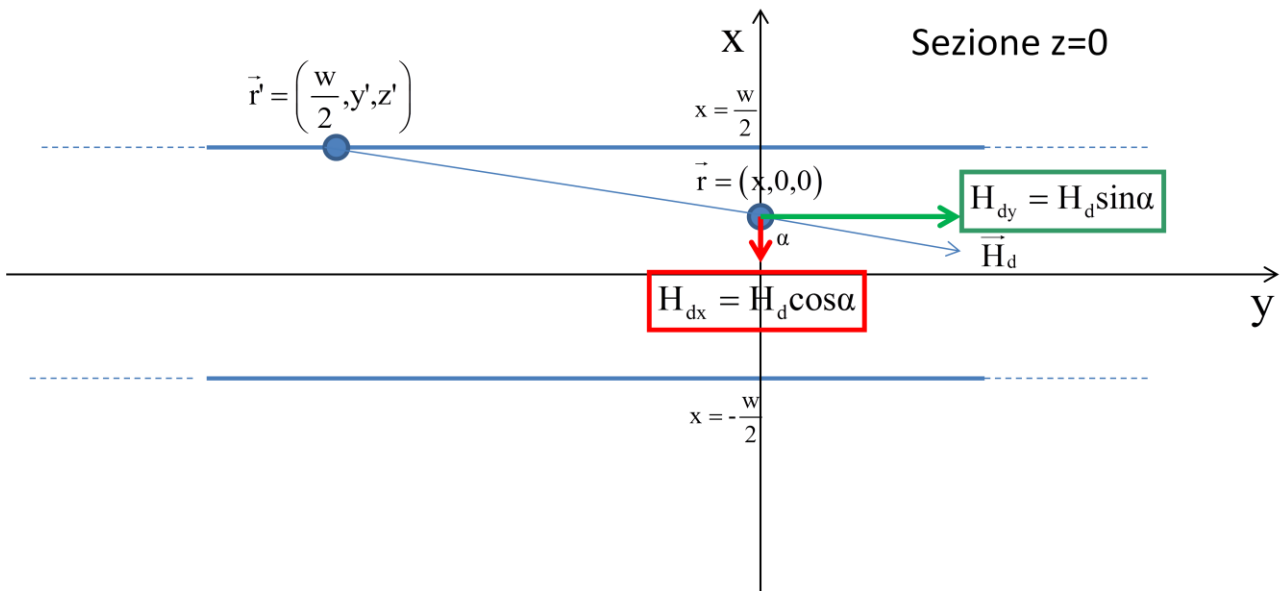


Figura 2.11 Calcolo del campo di demagnetizzazione dovuto alla generica carica di bordo

La componente x del campo di demagnetizzazione (l'intensità, poiché direzione e verso sono noti) si ricava dalla seguente relazione trigonometrica, dove α è definito come l'angolo compreso tra la congiungente $\vec{r} - \vec{r}'$ e l'asse x:

$$H_{dx} = H_d \cos \alpha$$

Dunque il calcolo che dobbiamo effettuare diventa:

$$H_{dx}(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

Dalla figura è semplice ricavare le seguenti equivalenze:

$$(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha = \left| \frac{w}{2} - x \right|$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = \left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3$$

La divergenza di \vec{M} è diversa da zero solo in direzione x (poiché abbiamo assunto che il vettore magnetizzazione sia uniforme lungo le direzioni y e z) e può essere espressa attraverso una derivata parziale:

$$\nabla \cdot \vec{M} = \left(\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x'} \right)$$

Effettuando queste sostituzioni si ottiene:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x'} \right) \frac{\left(x - \frac{w}{2} \right)}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy'$$

in cui l'integrazione avviene su tutta la superficie di bordo. Il segno è coerente con il fatto che ad una variazione positiva della magnetizzazione, a cui corrisponde una carica negativa, il campo magnetico risulti diretto nel verso positivo dell'asse x e viceversa in caso di carica positiva. Per

quanto riguarda il calcolo della derivata parziale del vettore magnetizzazione si ottengono i seguenti risultati per i due bordi:

$$\text{bordo superiore: } \frac{\partial \bar{M}_x}{\partial x'} \left(\frac{w}{2} \right) = -M_s \sin \left[\vartheta \left(\frac{w}{2} \right) \right] \delta \left(x - \frac{w}{2} \right)$$

$$\text{bordo inferiore: } \frac{\partial \bar{M}_x}{\partial x'} \left(-\frac{w}{2} \right) = M_s \sin \left[\vartheta \left(-\frac{w}{2} \right) \right] \delta \left(x + \frac{w}{2} \right)$$

La funzione delta di Dirac deriva dal fatto che la magnetizzazione assume un andamento a gradino in corrispondenza del bordo, dettato dal fatto che la magnetizzazione esterna alla strip è nulla. Questo andamento viene mostrato nella figura 2.12, in cui si è ipotizzato un orientamento positivo dell'angolo ϑ e che il vettore magnetizzazione sia uniforme all'interno della strip.

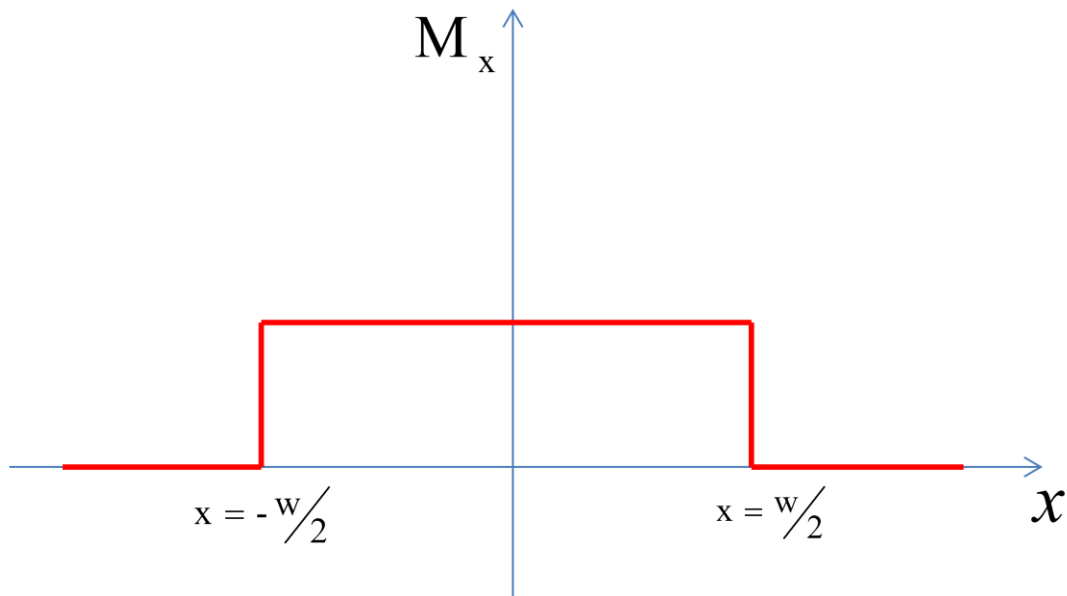


Figura 2.12 Andamento della magnetizzazione in funzione della coordinata x

In definitiva, per il bordo superiore si ottiene la seguente espressione:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\vartheta \left(\frac{w}{2} \right) \right] \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{\left(x - \frac{w}{2} \right)}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy'$$

Con discorsi analoghi è possibile ottenere la relazione del bordo inferiore:

$$H_{dx}(x,0,0) = -\frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right] \int_{-t/2}^{t/2} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{\left(x + \frac{w}{2} \right)}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} + x \right)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy'$$

Considerando adesso un valore della lunghezza tendente a infinito negli estremi di integrazione, con i calcoli svolti nell'Appendice A (*), si ricava che:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3} dy' = \frac{2}{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + z'^2}$$

A questo punto risolvendo l'integrale possiamo ottenere la formula finale per entrambi i bordi. Ancora una volta fare riferimento all'Appendice A (***) per i passaggi intermedi.

Bordo superiore:

$$\begin{aligned} H_{dx}(x,0,0) &= -\frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} \right) \right] \int_{-t/2}^{t/2} \frac{2 \left(\frac{w}{2} - x \right)}{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + z'^2} dz' = -\frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} \right) \right] 4 \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{\left(\frac{w}{2} - x \right)} \right] = \\ &= -\frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{\left(\frac{w}{2} - x \right)} \right] \end{aligned}$$

Bordo inferiore:

$$\begin{aligned} H_{dx}(x,0,0) &= -\frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right] \int_{-t/2}^{t/2} \frac{2 \left(\frac{w}{2} + x \right)}{\left(\frac{w}{2} + x \right)^2 + z'^2} dz' = -\frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right] 4 \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{\left(\frac{w}{2} + x \right)} \right] = \\ &= -\frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{\left(\frac{w}{2} + x \right)} \right] \end{aligned}$$

Per quando riguarda il bordo superiore, se il seno dell'angolo è positivo la carica di bordo risulta positiva e quindi il campo magnetico all'interno della strip sarà negativo (l'arcotangente è sempre positiva dato che x non assume mai valori superiori a w/2). Viceversa se il seno dell'angolo è

negativo si genera una carica magnetica negativa che produce un campo di demagnetizzazione rivolto verso la direzione positiva dell'asse x . Chiaramente se il vettore magnetizzazione è diretto in maniera parallela all'easy axis il seno risulta nullo e, dato che la divergenza di \vec{M} è zero, non si origina carica magnetica e di conseguenza campo di demagnetizzazione. Per il bordo negativo valgono considerazioni duali. Ancora una volta si può notare come il seno dell'angolo non dipenda dalla posizione del bordo, dato che abbiamo assunto che il vettore magnetizzazione sia uniforme nelle direzioni y e z . Un punto critico del calcolo potrebbe essere quando vogliamo determinare il campo di demagnetizzazione sul bordo stesso su cui è presente la carica, in quanto tutte le cariche distanti non danno contributo in direzione x e avvicinandosi si arriva a calcolare il campo sul punto stesso dove è presente la carica. Dal calcolo è possibile verificare come:

$$\text{Per } x = \frac{w}{2} : \arctg \left[\frac{t/2}{(w/2 - x)} \right] = \frac{\pi}{2}$$

$$H_{dx} \left(\frac{w}{2}, 0, 0 \right) = -\frac{M_s}{2} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} \right) \right]$$

$$\text{Per } x = -\frac{w}{2} : \arctg \left[\frac{t/2}{(w/2 + x)} \right] = \frac{\pi}{2}$$

$$H_{dx} \left(-\frac{w}{2}, 0, 0 \right) = -\frac{M_s}{2} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right]$$

In definitiva il campo di demagnetizzazione complessivo si ottiene sommando i due contributi:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = -\frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} \right) \right] \arctg \left[\frac{t/2}{(w/2 - x)} \right] - \frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right] \arctg \left[\frac{t/2}{(w/2 + x)} \right]$$

Come si evince dalla formula i due bordi lavorano in maniera concorde: essi generano un campo di demagnetizzazione che tende a ridurre la variazione del vettore magnetizzazione al bordo in modo da allineare tale vettore ai bordi della strip, in assenza di altre forze. Nella realtà il contributo della demagnetizzazione entra in contrasto con altri fenomeni fisici, per cui il punto di equilibrio del sistema viene raggiunto sovrapponendo tutti gli effetti. Per considerare questo contributo all'interno dell'equazione dell'energia magnetica conviene introdurre il coefficiente di demagnetizzazione, ricavato a partire dalla sua definizione:

$$N(x,0,0) = -\frac{H_{dx}(x,0,0)}{M_s \sin[\vartheta(x)]} = \frac{1}{\pi \sin[\vartheta(x,0,0)]} \left\{ \sin\left[\vartheta\left(\frac{w}{2}\right)\right] \operatorname{arctg}\left[\frac{t/2}{(w/2-x)}\right] + \sin\left[\vartheta\left(-\frac{w}{2}\right)\right] \operatorname{arctg}\left[\frac{t/2}{(w/2+x)}\right] \right\}$$

Il coefficiente di demagnetizzazione ha il segno opposto rispetto al campo corrispondente: dove il campo tende ad opporsi con maggiore forza ad una rotazione del vettore magnetizzazione (segno negativo del campo) corrisponde un coefficiente di demagnetizzazione (positivo) di intensità maggiore. All'interno dell'equazione dell'energia magnetica questo si traduce nel seguente modo: se il coefficiente di demagnetizzazione è elevato significa che l'angolo ϑ deve posizionarsi in modo tale da minimizzare quel contributo, che altrimenti sarebbe predominante; se invece il coefficiente di magnetizzazione è di valore esiguo, allora non c'è bisogno di disporre il vettore magnetizzazione in maniera tale da minimizzare un contributo che, già di suo, è trascurabile rispetto agli altri.

2.6.4 Contributo di bulk

Il calcolo del campo di demagnetizzazione su tutta la strip dovuto al contributo di bulk è analogo a quello del contributo di bordo, con qualche piccola differenza: la prima consiste nel fatto che adesso è necessario risolvere un integrale su tutto il volume della strip, e non solo su una superficie come in precedenza; la seconda è che ora il calcolo della divergenza del vettore magnetizzazione riguarda due punti adiacenti della strip e non il caso particolare di bordo.

Consideriamo ancora una volta la strip di lunghezza infinita rappresentata in figura 2.9. La formula per calcolare il campo di demagnetizzazione è la stessa del caso precedente:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

in cui, ancora una volta, $\vec{r} = (x,y,z)$ è un punto generico della strip in cui voglio effettuare il calcolo (dato che la variazione avviene solo in direzione x , pongo per semplicità $y=0$ e $z=0$) e $\vec{r}' = (x',y',z')$ è un punto in cui è presente della carica magnetica, dovuta ad una variazione nello spazio della magnetizzazione e responsabile della demagnetizzazione.

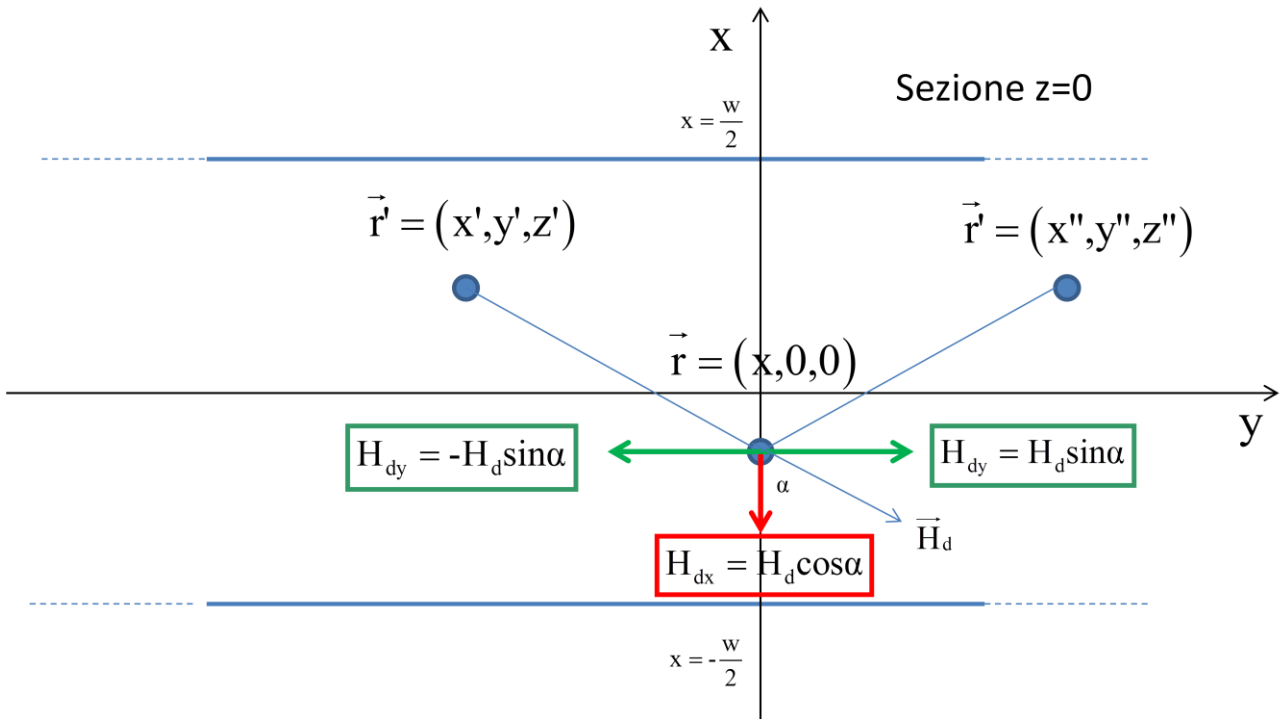


Figura 2.13 Cancellazione del campo magnetico lungo l'asse y a causa della simmetria della strip e calcolo del campo di demagnetizzazione dovuto ad una generica carica di bulk

Dalla figura 2.13 è possibile comprendere come anche in questo caso la componente in direzione y del campo è nulla e calcolare la componente del campo in direzione x (l'intensità, dato che direzione e verso sono noti) con una semplice relazione trigonometrica, dove α è definito come l'angolo compreso tra la congiungente $\vec{r} - \vec{r}'$ e l'asse x.

$$H_{dx} = H_d \cos \alpha$$

Il calcolo da svolgere è dunque il seguente:

$$H_{dx}(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

In particolare si tratta di un integrale su tutto il volume della strip:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-t/2}^{t/2} -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x'} \right) \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dz' dy' dx'$$

Ancora una volta sono verificate le equivalenze:

$$(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha = |x - x'|$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = \left[\sqrt{(x' - x)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3$$

Per quanto riguarda la divergenza della magnetizzazione, in questo caso consideriamo un andamento di $M_x(x)$ variabile all'interno della strip, come evidenziato in figura 2.14. Si noti che, pure partendo da una condizione iniziale in cui il vettore magnetizzazione sia uniforme all'interno della strip, è lo stesso contributo di bordo a generare un campo di demagnetizzazione variabile in direzione x , che inevitabilmente determinerà una disposizione non uniforme.

$$\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x'}(x) = M_s \sin[\mathcal{G}(x' + dx')] - M_s \sin[\mathcal{G}(x')] = M_s \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'}$$

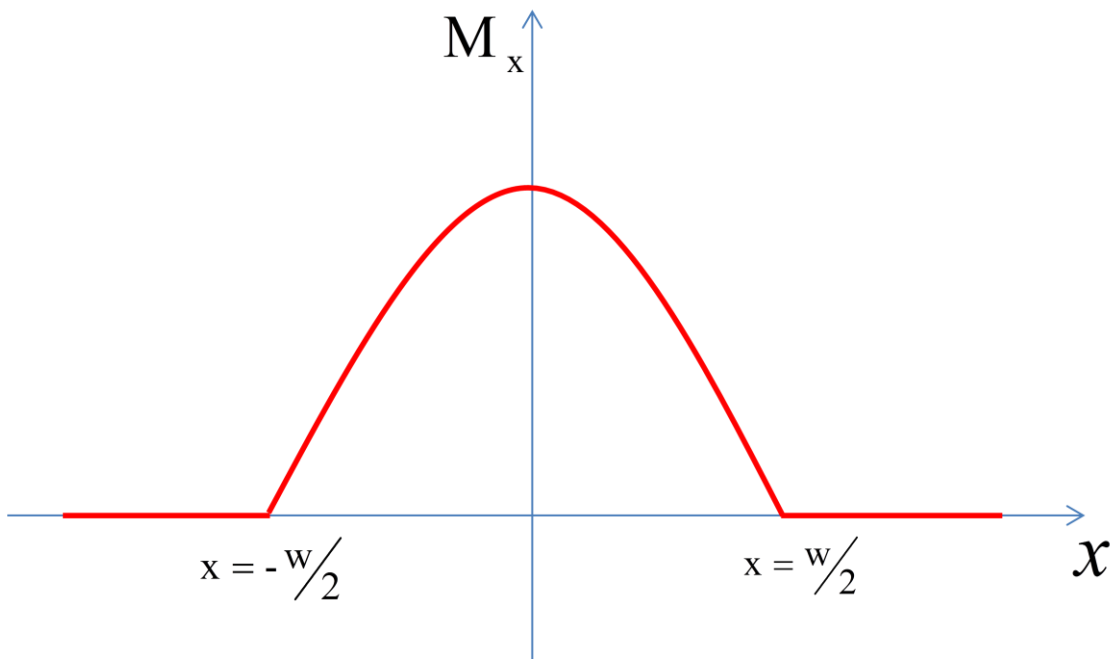


Figura 2.14 Andamento della magnetizzazione in funzione della coordinata x

Introducendo questo ultimo termine otteniamo l'integrale complessivo da risolvere:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-t/2}^{t/2} -\frac{M_s}{4\pi} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \frac{(x - x')}{\left[\sqrt{(x - x')^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy' dx'$$

Ancora una volta siamo interessati al caso in cui la lunghezza della strip tenda ad un valore infinito. Si può dimostrare che sono valide le relazioni sotto, già utilizzate in forma simile per il calcolo del contributo di bordo, e i cui calcoli sono sviluppati nell'Appendice A:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\sqrt{(x-x')^2 + y'^2 + z'^2}\right]^3} dy' = \frac{2}{(x-x')^2 + z'^2}$$

$$\int_{-t/2}^{t/2} \frac{2(x-x')}{(x-x')^2 + z'^2} dz' = 4 \operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{x-x'} \right)$$

La soluzione finale è:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = -\frac{M_s}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{x-x'} \right) dx'$$

Il segno meno descrive il fenomeno fisico secondo cui una derivata positiva del seno di \mathcal{G} equivale a dire che il vettore magnetizzazione, muovendosi nella direzione tracciata dall'asse x , sta aumentando la sua rotazione: a questo corrisponde la generazione di una carica magnetica negativa che tende a smorzare l'effetto che l'ha generata. Questo integrale non è risolvibile in forma chiusa, infatti la soluzione dipende dalla distribuzione spaziale degli angoli della magnetizzazione, tuttavia una volta calcolato il campo è esso stesso a modificare la disposizione attraverso l'equazione dell'energia magnetica. Per risolvere il problema è necessario implementare un algoritmo iterativo, secondo il quale la soluzione dell'energia magnetica (distribuzione degli angoli in funzione della posizione) determina un contributo legato alla derivata del seno degli angoli, che, inserito in questa formula, restituisce il campo di demagnetizzazione e quindi i coefficienti di demagnetizzazione, che producono a loro volta un nuovo set di angoli. La soluzione finale del problema sarà quella che determinerà la convergenza, ossia deve verificarsi che la nuova soluzione dell'equazione dell'energia magnetica non si discosti più di un certo errore da quella precedente.

Dalla definizione è possibile calcolare il coefficiente di demagnetizzazione legato al contributo di bulk:

$$N(x, 0, 0) = -\frac{H_{dx}(x, 0, 0)}{M_s \sin[\mathcal{G}(x, 0, 0)]} = \frac{1}{\pi \sin[\mathcal{G}(x)]} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{x-x'} \right) dx'$$

2.7 Multistrip

Fino adesso abbiamo considerato il calcolo del campo di demagnetizzazione dovuto alla carica di bordo e alla carica di bulk di una strip su se stessa. In realtà, come abbiamo visto in precedenza, il sensore è composto da quattro resistori, ciascuno dei quali è realizzato mediante un certo numero di strip, disposte in serie da un punto di vista elettrico, ma affiancate tra loro da un punto di vista della disposizione spaziale. L'utilizzo di diverse strip in serie per formare il singolo resistore è determinato dal fatto di voler raggiungere un valore nominale della resistenza adatto alla configurazione a ponte di Wheatstone (tipicamente intorno ai $1\text{ k}\Omega$). Allo stesso tempo, per garantire un'occupazione minima a livello di spazio, le strip vengono disposte una affianco all'altra e viene utilizzata una struttura interdigitata tra i due resistori dello stesso ramo del ponte, come viene mostrato nella figura 2.15. A causa di questa struttura è naturale che la carica magnetica presente su ciascuna strip (determinata dalla divergenza del vettore magnetizzazione) origini un campo di demagnetizzazione anche sulle strip adiacenti, con maggiore intensità sulle strip immediatamente vicine e intensità decrescente all'aumentare della distanza. Nella modellizzazione analitica del sensore dunque non possiamo escludere il calcolo di come ciascuna strip influenzi le altre.

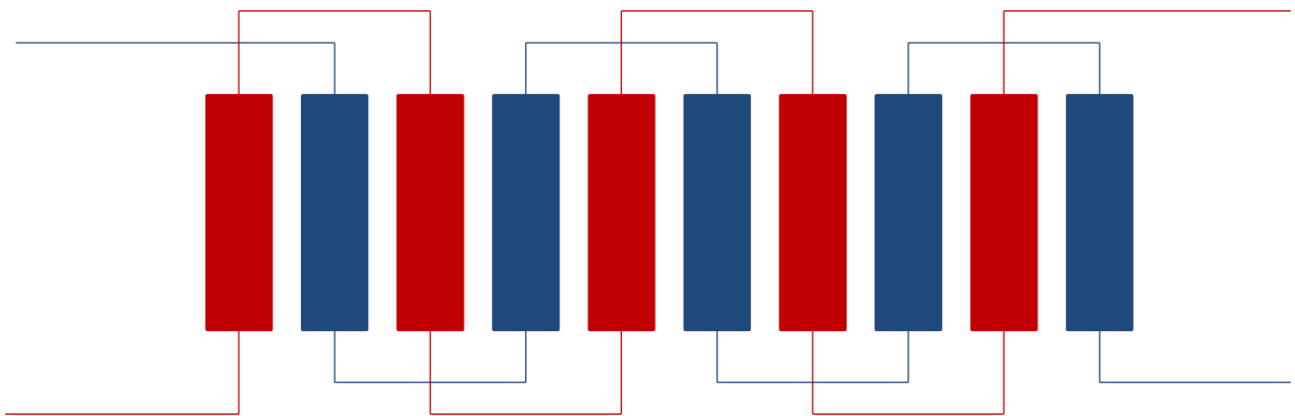


Figura 2.15 Disposizione interdigitata delle strip di due resistori dello stesso ramo del ponte

Per effettuare il calcolo del campo di demagnetizzazione nell'estensione al caso multistrip facciamo le stesse ipotesi del caso precedente: consideriamo che tutte le strip siano caratterizzate da una lunghezza molto maggiore rispetto alle altre dimensioni, per cui le variazioni della magnetizzazione all'interno di ciascuna strip avvengono esclusivamente in direzione x . Ancora una volta è

conveniente separare il calcolo del contributo dovuto ai bordi delle strip e il contributo dovuto al bulk.

Per semplicità consideriamo 3 strip di materiale ferromagnetico identiche tra loro, disposte una affianco all'altra. Ciascuna strip sia caratterizzata da una larghezza w e da uno spessore t , molto minori della lunghezza L . Chiamiamo d la distanza tra due strip adiacenti. Consideriamo il sistema di riferimento x - y mostrato in figura 2.16. Immaginiamo di voler calcolare il campo di demagnetizzazione complessivo sulla strip centrale, determinato dai bordi della stessa strip e da tutti i bordi delle strip vicine. Chiaramente dovremo sovrapporre tutti gli effetti per trovare il campo di demagnetizzazione totale. Lo stesso ragionamento verrà poi applicato a tutte le altre strip. Il calcolo di ciascun contributo è esattamente lo stesso del caso singola strip, a patto di tenere conto delle distanze tra tutti i bordi e la strip di riferimento.

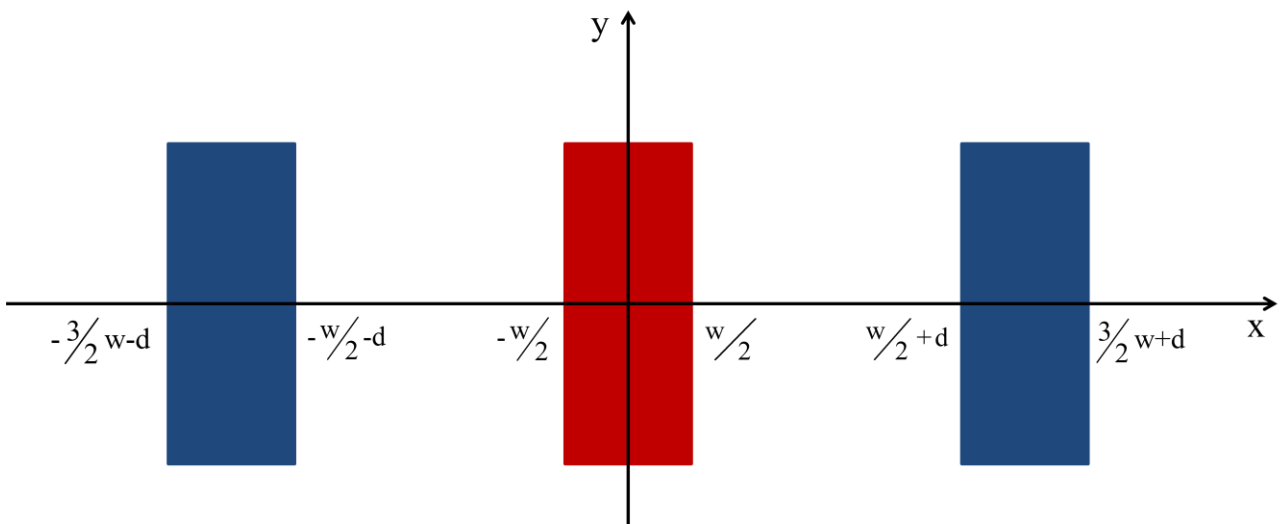


Figura 2.16 Calcolo del campo di demagnetizzazione nel caso multistrip

Contributo legato ai bordi della strip centrale su se stessa (è il calcolo svolto nella sezione 2.6.3):

$$H_{dx}(x, 0, 0) = -\frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2 - x)} \right] - \frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2 + x)} \right]$$

Contributo legato ai bordi della strip di sinistra su quella centrale:

$$H_{dx}(x,0,0) = \frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} - d \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2 + d + x)} \right] - \frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{3}{2}w - d \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(3/2 w + d + x)} \right]$$

Contributo legato ai bordi della strip di destra su quella centrale:

$$H_{dx}(x,0,0) = -\frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{3}{2}w + d \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(3/2 w + d - x)} \right] + \frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} + d \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2 + d - x)} \right]$$

Come si nota tutte le strip di destra avranno il bordo superiore che si comporta allo stesso modo del bordo superiore della strip centrale, mentre il bordo inferiore avrà comportamento opposto (segno positivo). Questo deriva dalla posizione relativa tra il bordo e lo spazio vuoto che determina la polarità della carica magnetica generata a seguito di una certa variazione del vettore magnetizzazione. In maniera duale tutte le strip di sinistra avranno il bordo inferiore che si comporta allo stesso modo del bordo inferiore della strip centrale, mentre il bordo superiore avrà comportamento opposto (segno positivo). Il ragionamento è estendibile per un numero qualsiasi di strip e per il calcolo del campo di demagnetizzazione su una strip qualunque, dato che quello che conta è solo la posizione relativa tra le varie strip. Per scrivere un calcolo generale consideriamo N strip disposte una affianco all'altra, chiamiamo iN la generica strip su cui vogliamo effettuare il calcolo e j la generica strip di cui stiamo considerando il contributo. Il calcolo sulla strip iN sarà dato dalla sommatoria di tutte le strip j alla sua sinistra, della strip stessa e di tutte le strip j alla sua destra. Il calcolo deve essere ripetuto per iN che va da 1 a N .

Strip alla sinistra di quella considerata:

$$H_{dx}(x,0,0) = \sum_{j=1}^{iN-1} -\frac{M_s}{\pi} \sin \mathcal{G} \left[-(iN-j)w - w/2 - (iN-j)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(iN-j)w + w/2 + (iN-j)d + x} \right] +$$

$$+\frac{M_s}{\pi} \sin \mathcal{G} \left[-(iN-j-1)w - w/2 - (iN-j)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(iN-j-1)w + w/2 + (iN-j)d + x} \right]$$

Strip alla destra di quella considerata:

$$H_{dx}(x,0,0) = \sum_{j=iN+1}^N -\frac{M_s}{\pi} \sin \mathcal{G} \left[(j-iN)w + \frac{w}{2} + (j-iN)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(j-iN)w + \frac{w}{2} + (j-iN)d - x} \right] +$$

$$+ \frac{M_s}{\pi} \sin \mathcal{G} \left[(j-iN-1)w + \frac{w}{2} + (j-iN)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(j-iN-1)w + \frac{w}{2} + (j-iN)d - x} \right]$$

Anche per quanto riguarda il contributo di bulk il caso multistrip ricalca il caso singola strip, a patto di considerare le distanze corrette tra il punto in cui giace la carica magnetica e il punto in cui intendiamo calcolare il campo. Facciamo ancora un volta riferimento alla figura 2.16.

Contributo legato al bulk della strip centrale su se stessa (risultato del calcolo svolto nella sezione 2.6.4):

$$H_{dx}(x,0,0) = -\frac{M_s}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{x-x'} \right) dx'$$

Contributo legato al bulk della strip di sinistra su quella centrale:

$$H_{dx}(x,0,0) = -\frac{M_s}{\pi} \int_{-3/2 w-d}^{-w/2-d} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{x-x'} \right) dx'$$

Contributo legato al bulk della strip di destra su quella centrale:

$$H_{dx}(x,0,0) = -\frac{M_s}{\pi} \int_{w/2+d}^{3/2 w+d} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{x-x'} \right) dx'$$

Generalizzando il calcolo per N strip, valgono tutte le ipotesi fatte in precedenza per il contributo di bordo:

Strip alla sinistra di quella considerata:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \sum_{j=1}^{iN-1} -\frac{M_s}{\pi} \int_{-(iN-j)w-\frac{w}{2}-(iN-j)d}^{-(iN-j-1)w-\frac{w}{2}-(iN-j)d} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg}\left(\frac{t/2}{x-x'}\right) dx'$$

Strip alla destra di quella considerata:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \sum_{j=iN+1}^N -\frac{M_s}{\pi} \int_{(j-iN-1)w+\frac{w}{2}+(j-iN)d}^{(j-iN)w+\frac{w}{2}+(j-iN)d} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg}\left(\frac{t/2}{x-x'}\right) dx'$$

Nel complesso la struttura multistrip ha l'effetto di ridurre la demagnetizzazione delle strip, poiché i bordi affacciati tra due strip adiacenti hanno carica magnetica opposta che tende a neutralizzarsi, riducendo così l'effetto dei bordi. Questo come vedremo determina un aumento della sensitività del sensore.

2.8 Sensitività

Prima di analizzare le curve caratteristiche ottenute mediante il modello 1-D (capitolo 3) è necessario introdurre un parametro fondamentale dei dispositivi AMR: la sensitività. Come vedremo questo parametro sarà strettamente legato al campo magnetico a cui avviene lo switching della magnetizzazione, dato che tanto più un dispositivo è sensibile tanto prima avverrà il flipping dei domini magnetici. La sensitività è la variazione dell'angolo compreso tra il vettore magnetizzazione e l'easy axis (\mathcal{G}) in funzione di una variazione del campo magnetico applicato lungo l'hard axis (H_x): a parità di variazione del campo magnetico applicato, se la magnetizzazione ruota maggiormente significa che il dispositivo è più sensibile e quindi in grado di rivelare con maggiore facilità la grandezza fisica d'interesse. Dato che la tensione di uscita del sensore sarà proporzionale alla variazione della resistenza complessiva del ponte, oltre alla sensitività che lega la disposizione della magnetizzazione al campo magnetico applicato, di fondamentale importanza è il coefficiente magnetoresistivo del materiale, che è un parametro che dipende dallo spessore del film. Una volta fissato lo spessore delle strip, la sensitività risulterà inversamente proporzionale al coefficiente di demagnetizzazione. Infatti un dispositivo che reagisce maggiormente ad una sollecitazione esterna tenderà a variare di meno la sua configurazione in termini di magnetizzazione. Analiticamente è possibile ricavare una relazione molto semplice, partendo dall'equazione dell'energia magnetica normalizzata:

$$e = -\mu M_s H_y \cos(\mathcal{G}) - \mu M_s H_x \sin(\mathcal{G}) + \frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin^2(\varepsilon_0 - \mathcal{G}) + \frac{1}{2} \mu M_s^2 N_x \sin^2(\mathcal{G})$$

Per trovare i punti di minimo di questa equazione è necessario annullare la derivata prima rispetto all'angolo:

$$\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = \mu M_s H_y \sin(\vartheta) - \mu M_s H_x \cos(\vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin(2\vartheta - 2\varepsilon_0) + \frac{1}{2} \mu M_s^2 N_x \sin(2\vartheta) = 0$$

da cui si ricava, riorganizzando i termini:

$$\sin(2\vartheta) [H_k \cos(2\varepsilon_0) + M_s N_x] = 2H_x \cos(\vartheta) - 2H_y \sin(\vartheta) + H_k \sin(2\varepsilon_0) \cos(2\vartheta)$$

Definiamo per semplicità di conti due parametri:

$$a = H_k \cos(2\varepsilon_0) + M_s N_x$$

$$b = H_k \sin(2\varepsilon_0)$$

Per un campo magnetico esterno nullo ($H_x = 0$ e $H_y = 0$) si ottiene:

$$\tan(2\vartheta_0) = \frac{b}{a} = \frac{H_k \sin(2\varepsilon_0)}{H_k \cos(2\varepsilon_0) + M_s N_x}$$

Dato che $\cos(2\varepsilon_0) \cong 0$ poiché l'anisotropia uniassiale è diretta a 45° , questa espressione ci conferma che per un campo magnetico nullo la magnetizzazione è determinata dal rapporto tra il contributo di anisotropia uniassiale (al numeratore) e il contributo di anisotropia di forma (al denominatore): poiché il secondo contributo prevale sul primo, il vettore magnetizzazione tenderà a disporsi in maniera parallela all'easy axis.

In generale per un campo magnetico applicato, ma per piccoli angoli (valgono le approssimazioni $\sin \vartheta \sim \vartheta$ e $\cos \vartheta \sim 1$), è possibile ricavare la seguente relazione:

$$\vartheta = \frac{2H_x + b}{2(a + H_y)}$$

da cui si ricava la sensitività del dispositivo rispetto ad un campo magnetico in direzione dell'hard axis:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial H_x} = \frac{1}{a + H_y} \approx \frac{1}{M_s N_x + H_y}$$

$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial H_x} \Big|_{H_y=0} = \frac{1}{a} \approx \frac{1}{M_s N_x}$$

Da questa relazione è evidente come la sensibilità dipenda con proporzionalità inversa dal coefficiente di demagnetizzazione e dall'eventuale presenza di una componente del campo in direzione y . Infatti la presenza di un campo di bias ha l'effetto di ridurre la sensibilità e viene generalmente utilizzato per estendere il range di campi magnetici all'interno del quale il sensore funziona correttamente, prima che si verifica il flipping della magnetizzazione. Allo stesso modo una geometria che determina una maggiore demagnetizzazione e che quindi si oppone con maggiore intensità all'applicazione di un campo magnetico esterno, sperimenta una variazione della sua magnetizzazione minore.

Capitolo 3

Modello numerico 1-D e risultati

Nel capitolo 2 ci siamo soffermati sullo studio della fisica dei dispositivi AMR nel caso di geometria monodimensionale, con particolare attenzione al fenomeno della demagnetizzazione e alla risoluzione dell'equazione dell'energia magnetica, per ricavare le diverse condizioni di equilibrio della magnetizzazione in relazione al campo magnetico applicato. In questo capitolo, invece, analizzeremo il modello numerico 1-D implementato su software Matlab, allo scopo di ottenere la curva caratteristica dei sensori AMR, che lega la variazione relativa della resistenza complessiva del ponte al campo magnetico applicato in direzione dell'hard axis: $\Delta R/R = f(H_x)$. I risultati ottenuti tramite le simulazioni effettuate sono stati confrontati con i dati delle misure sperimentali a disposizione e riguardano quattro particolari dispositivi chiamati V2, V4, W2 e 1419. Questi dispositivi si differenziano tra loro per le dimensioni geometriche della singola strip, per il numero di strip che li compongono e per le caratteristiche dei barber pole. Un ulteriore confronto è stato effettuato con i risultati ottenuti mediante il simulatore micromagnetico OOMMF. Particolare attenzione durante la modellizzazione è stata riservata all'algoritmo di convergenza, deputato al calcolo della configurazione della magnetizzazione nelle diverse situazioni, allo scopo di ottenere un errore tra le soluzioni a due iterazioni successive inferiore ad una certa soglia, selezionabile dall'utente, e di ridurre il più possibile il tempo di calcolo della simulazione.

3.1 Tipologie di simulazione effettuate

La maggior parte delle simulazioni del modello 1-D, realizzate durante il progetto di tesi, hanno riguardato l'utilizzo di uno dei 4 dispositivi di cui avevamo a disposizione i dati sperimentali (in particolare la curva caratteristica). Ciascuno di questi dispositivi è caratterizzato da strip in cui la lunghezza risulta molto maggiore rispetto alle altre due dimensioni, in modo da poter ritenere l'approssimazione di caso monodimensionale verificata. Per tutte le caratteristiche dei dispositivi fare riferimento alla tabella 3.1. E' possibile inoltre realizzare due tipologie di simulazione, in base alla presenza o meno di un campo di bias, chiamato \vec{H}_a : la prima modalità consiste nell'applicare un campo magnetico di intensità crescente in direzione dell'hard axis (è il campo che intendiamo rivelare) e contemporaneamente un campo magnetico di valore fissato in direzione dell'easy axis (è il campo di bias). Il sensore in questo caso rivelerà il campo risultante dalla somma vettoriale dei due: l'applicazione di un campo di bias lungo l'easy axis ha l'effetto di allargare il range dei campi misurabili prima che avvenga il flipping della magnetizzazione, ma diminuisce la sensibilità della misura. La seconda modalità di simulazione consiste nell'applicare un campo magnetico variabile in una direzione generica, individuata dall'angolo ψ tra il vettore campo magnetico esterno e l'easy axis. Noi ci siamo focalizzati su due categorie di simulazione, ripetute per i 4 dispositivi, che non hanno richiesto l'utilizzo del campo di bias, in quanto i dati a nostra disposizione riguardavano questi casi:

- applicazione del campo magnetico esterno lungo l'hard axis ($\psi = 90^\circ$).
- applicazione del campo magnetico esterno a 45° rispetto all'easy axis.

	1419	W2	V4	V2
Numero di strip	7	9	7	9
Lunghezza (L)	200 μm	200 μm	200 μm	200 μm
Larghezza (w)	7.6 μm	5.4 μm	8 μm	6 μm
Spessore (t)	20nm	20nm	50nm	50nm
Distanza tra le strip	2 μm	2 μm	2 μm	2 μm
Larghezza barber pole	2.8 μm	2.8 μm	2.8 μm	2.8 μm
Distanza barber pole	6 μm	6.5 μm	5.4 μm	4 μm

Tabella 3.1 Caratteristiche dei dispositivi di riferimento

3.2 Struttura e risultati del modello numerico 1-D

3.2.1 Loop di convergenza

L'effetto magnetoresistivo, su cui si basa il funzionamento del sensore AMR, consiste nella dipendenza del valore della resistenza di un materiale con l'angolo sotteso tra il vettore magnetizzazione e il vettore densità di corrente elettrica (λ). La relazione che descrive questo fenomeno, in termini di variazione relativa della resistenza, è la seguente:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{\Delta \rho}{\rho} \sin^2(\lambda - \lambda_0)$$

Dato che la direzione in cui scorre la corrente è fissata dai barber pole, la variazione della resistenza dipende esclusivamente dall'orientamento del vettore magnetizzazione. Di conseguenza è di fondamentale importanza ricavare l'andamento dell'angolo \mathcal{G} , compreso tra il vettore magnetizzazione e l'easy axis, in funzione della posizione x (nel caso monodimensionale il vettore magnetizzazione è supposto uniforme nelle direzioni y e z):

$$\mathcal{G} = f(x)$$

Per ricavare questa relazione è necessario minimizzare l'energia magnetica in ogni punto della strip, in cui giocano un ruolo fondamentale il campo magnetico esterno, che tende a orientare il vettore magnetizzazione nella sua stessa direzione, l'anisotropia fissata in fase di processo, che tende a orientare $\bar{\mathbf{M}}$ nella direzione dell'asse anisotropo, e la demagnetizzazione, il cui effetto è quello di orientare la magnetizzazione parallelamente ai bordi della strip. La necessità di implementare un loop di convergenza in fase di risoluzione numerica è determinata dal contributo legato alla demagnetizzazione: infatti il calcolo del coefficiente di demagnetizzazione dipende dalla distribuzione angolare del vettore magnetizzazione, come evidente dalle espressioni del contributo di bordo e di bulk ricavate nel capitolo precedente e che ora riportiamo:

$$N(x)|_{bordo} = \frac{1}{\pi \sin[\mathcal{G}(x)]} \left\{ \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}\right)\right] \arctg\left[\frac{t/2}{(w/2-x)}\right] + \sin\left[\mathcal{G}\left(-\frac{w}{2}\right)\right] \arctg\left[\frac{t/2}{(w/2+x)}\right] \right\}$$

$$N(x)|_{bulk} = \frac{1}{\pi \sin[\mathcal{G}(x)]} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \arctg\left(\frac{t/2}{x-x'}\right) dx'$$

Il metodo di risoluzione consiste, una volta fissato il dispositivo e tutti i parametri della simulazione, in un ciclo in cui ad ogni iterazione il programma risolve l'equazione dell'energia magnetica e ne utilizza la soluzione per calcolare il coefficiente di demagnetizzazione complessivo, somma del contributo di bordo e di bulk. Al termine di ogni ciclo la soluzione calcolata nell'iterazione corrente viene confrontata con la soluzione dell'iterazione precedente: se la variazione massima di angolo tra le due soluzioni è inferiore ad una certa soglia, stabilita dall'utente, significa che è stata raggiunta la convergenza. In caso contrario il nuovo coefficiente di demagnetizzazione viene utilizzato per il calcolo della nuova soluzione. Poiché uno dei parametri principali del modello numerico è il tempo con cui il programma giunge a convergenza, esistono diversi metodi per migliorare l'algoritmo e favorire la convergenza in un numero di iterazioni minore. Un primo metodo per ridurre l'errore tra due iterazioni successive e migliorare la dinamica della convergenza consiste nel "mitigare" ogni nuova soluzione, attraverso l'utilizzo di un set di coefficienti di smorzamento (K), che ne riducono la variazione rispetto alla soluzione precedente. Un secondo metodo consiste nel realizzare una griglia, caratterizzata da una distanza tra due punti successivi che decresce esponenzialmente dal bordo verso il centro della strip. Il suo scopo è quello di permettere di infittire il numero di punti in cui realizzare il calcolo in prossimità dei bordi, che sono i punti critici da risolvere. Il procedimento descritto viene ripetuto per ogni condizione di campo magnetico esterno e per i diversi resistori. Note le variazioni di resistenza del singolo resistore è possibile calcolare la variazione complessiva del ponte in funzione del campo magnetico applicato lungo l'hard axis. Nella figura 3.1 è rappresentato il diagramma di flusso del ciclo di convergenza (per un certo campo magnetico esterno fissato). Il guess iniziale è composto dal coefficiente di demagnetizzazione e dal vettore degli angoli della magnetizzazione $\mathcal{G}(x)$, da utilizzare per risolvere l'equazione dell'energia magnetica alla prima iterazione. Per un campo magnetico nullo è conveniente utilizzare un guess che permetta di ottenere delle buone prestazioni in termini di convergenza, come verrà discusso nel paragrafo successivo; quando invece il campo magnetico viene incrementato il guess iniziale sarà composto della soluzione a convergenza ottenuta per il campo magnetico precedente. Per evitare che il loop di convergenza diventi infinito, nel caso in cui la soglia dell'errore non venga mai oltrepassata, il numero delle iterazioni possibili viene limitato ad un certo valore (tipicamente 50 o 100 nel caso monodimensionale). Ad ogni ciclo in cui la convergenza (o il raggiungimento del massimo numero di iterazioni) non si verifica, il contatore (iter) viene incrementato e l'equazione dell'energia magnetica ricava la nuova distribuzione della magnetizzazione a partire dal coefficiente di demagnetizzazione aggiornato e dalla distribuzione precedente (attraverso una funzione di calcolo del punto di minimo locale). Dato

che il modello completo implementato è caratterizzato da resistori composti da un certo numero di strip (multistrip), il ciclo opera in maniera simultanea su tutte le strip.

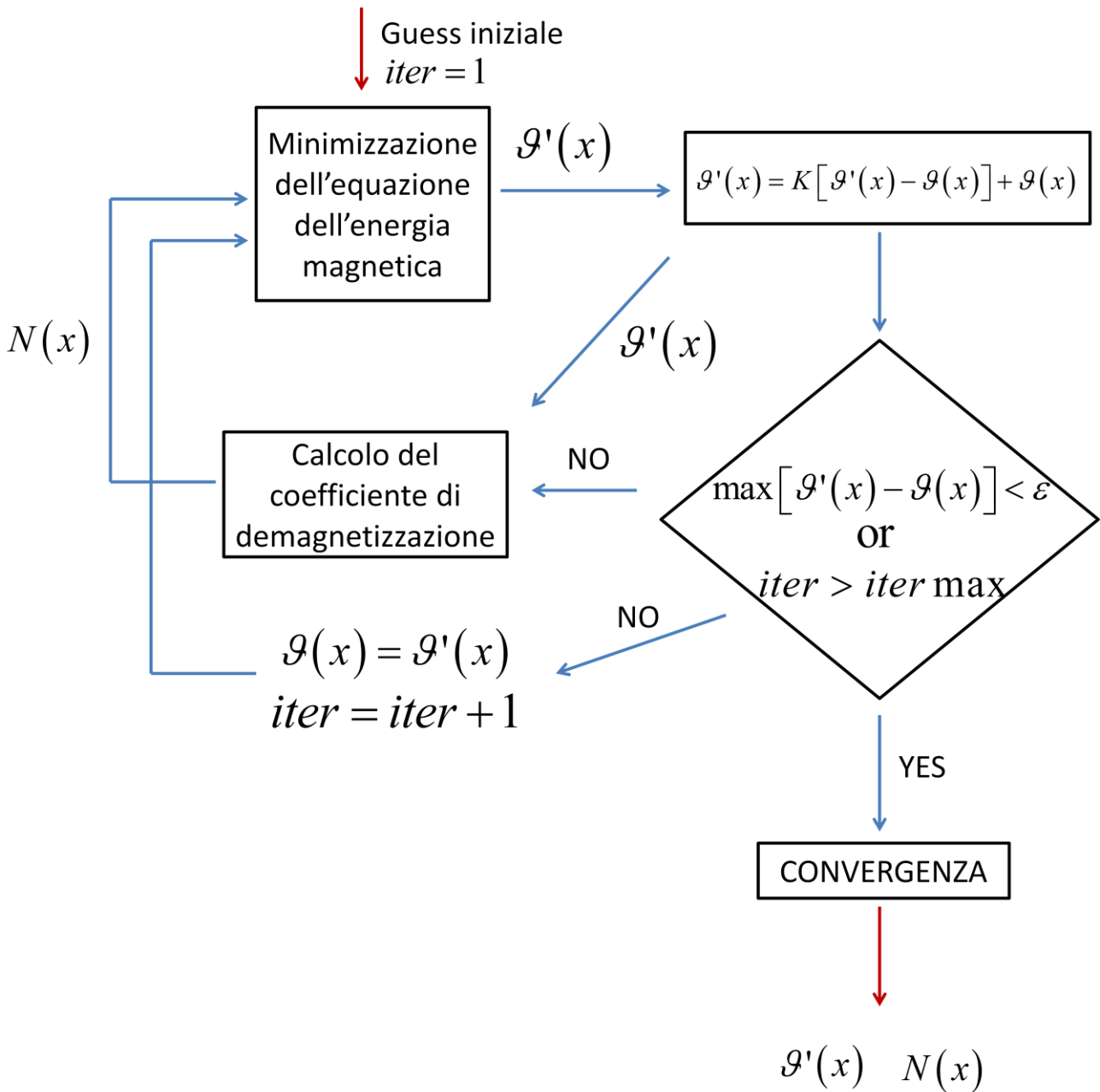


Figura 3.1 Diagramma di flusso del loop di convergenza

3.2.2 Risultati numerici

Analizzata la struttura generale del programma, vogliamo ora fare delle considerazioni su come le prestazioni del loop di convergenza, in termini di errore e di numero di iterazioni, dipendano dai parametri e dalle scelte dell'utente. Consideriamo una generica strip di forma rettangolare di

materiale ferromagnetico (Permalloy), caratterizzata da una larghezza $w = 1\mu\text{m}$ e da uno spessore $t = 20\text{nm}$. Partiamo dalla condizione di campo magnetico esterno nullo, e poi vedremo cosa accade all'aumentare dell'intensità del campo. La prima idea per studiare il funzionamento del ciclo potrebbe essere quella di considerare un coefficiente di demagnetizzazione costante lungo tutta la strip (per esempio di valore pari a 0.5) e angoli inizialmente orientati in modo parallelo all'easy axis. In figura 3.2 è rappresentato l'andamento dell'errore (massima variazione tra una distribuzione angolare e la precedente) in funzione delle iterazioni in due casi in cui è stato modificato il coefficiente K di smorzamento: nel primo caso K è pari a 1 alla prima iterazione (la soluzione non subisce smorzamento) e 0.1 per tutte le successive, mentre nel secondo caso K è pari a 1 alla prima iterazione e 0.2 per tutte le successive. Come si nota non si giunge alla convergenza in nessuno dei due casi, dato che la soglia di errore è stata fissata a 10^{-5} [rad], e dunque il sistema esce dal ciclo poiché viene raggiunto il massimo numero di iterazioni possibili, fissato a 100. Tuttavia quello che si verifica appare diverso da quello che ci si potrebbe aspettare: dove il coefficiente K è maggiore (smorza di meno) la soluzione tende a ridurre di meno la sua variazione e l'errore all'iterazione 100 risulta minore. Questo deriva dal fatto che la convergenza è un'evoluzione del posizionamento dei vettori magnetizzazione la cui dinamica non è facilmente prevedibile a priori. Per questo motivo il parametro K verrà stabilito in maniera empirica, osservando quali valori ottimizzano la convergenza, senza forzarla.

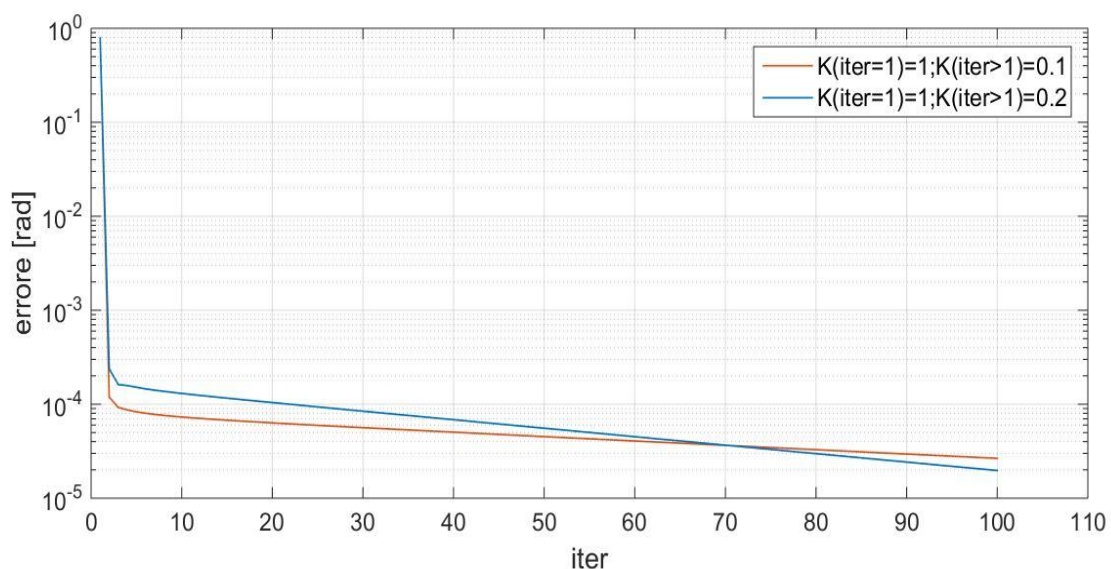


Figura 3.2 Errore in funzione delle iterazioni al variare dei coefficienti K

Una seconda tipologia di analisi consiste nel provare ad utilizzare un coefficiente di demagnetizzazione iniziale diverso e vedere come cambiano le cose, a parità di coefficienti K . Se supponiamo che all'interno della strip la magnetizzazione si comporti in maniera abbastanza uniforme rispetto alla variazione che si evidenzia ai bordi, in condizioni di campo magnetico nullo, una scelta possibile è quella di utilizzare come coefficiente di demagnetizzazione iniziale quello di bordo, senza considerare il contributo del seno che introdurrebbe delle singolarità, dato che l'angolo è inizialmente supposto a 0° . Nella figura 3.3 è stato confrontato l'andamento dell'errore in funzione delle iterazioni, con $K = 0.2$, per i due casi di diverso guess iniziale. Si può osservare come la nuova scelta porti il sistema a convergere, anche se dopo un numero notevole di iterazioni.

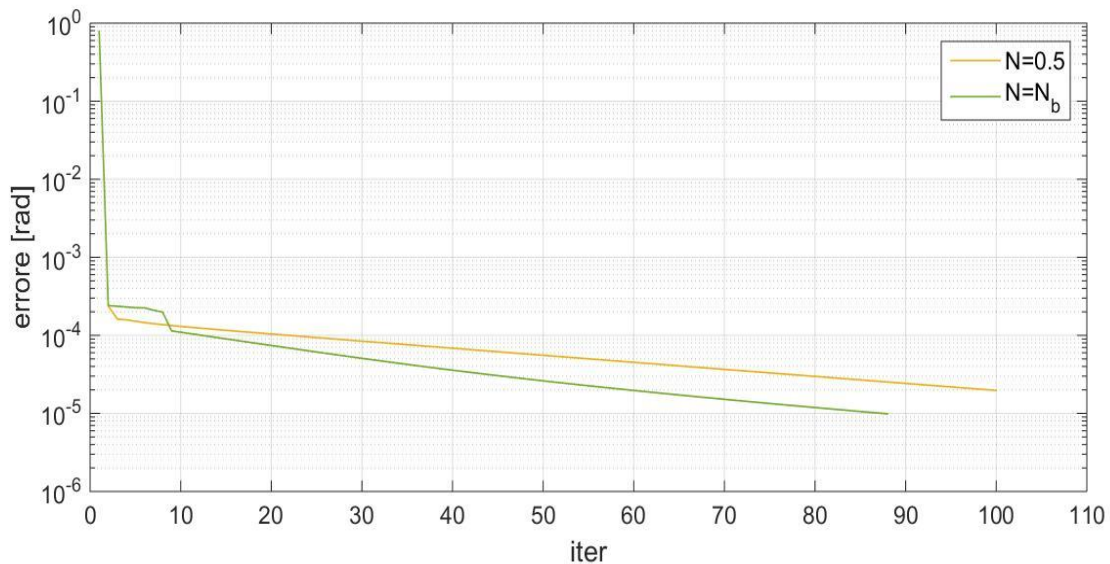


Figura 3.3 Errore in funzione delle iterazioni per diversi coefficienti di demagnetizzazione iniziali

Se adesso applichiamo un campo magnetico nella direzione dell'hard axis quello che succede è che inizialmente la convergenza risulta più semplice da ottenere, per poi tornare a peggiorare quando l'intensità del campo aumenta. Nella figura 3.4 è rappresentato l'andamento dell'errore in funzione delle iterazioni per campi magnetici applicati di diversa intensità, nel caso di coefficiente di demagnetizzazione iniziale pari a quello di bordo.

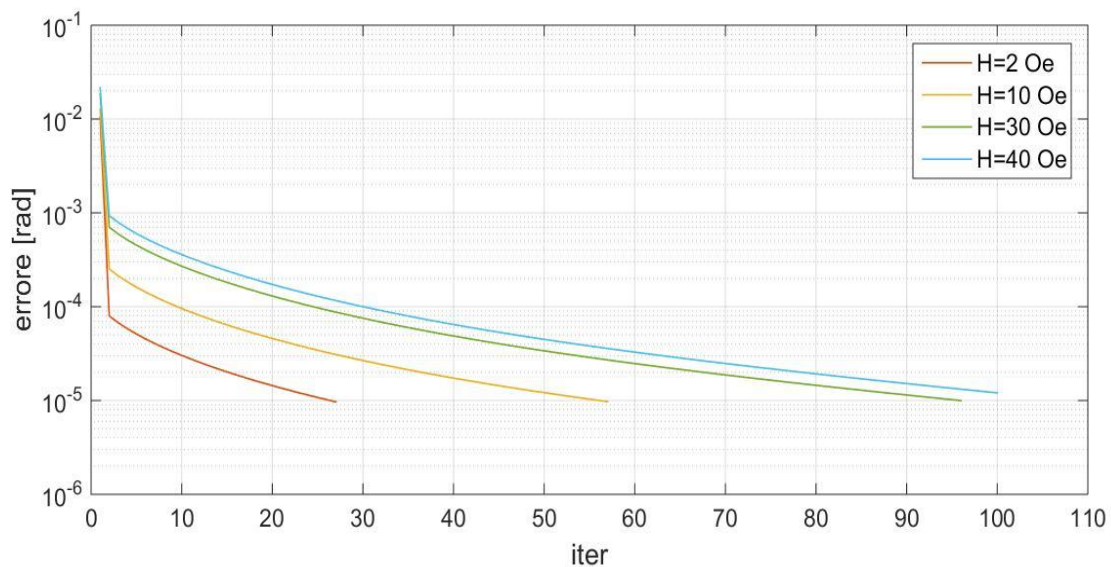


Figura 3.4 Errore in funzione delle iterazioni per diversi valori del campo magnetico esterno

3.2.3 Scelta del guess iniziale

A questo punto è logico porsi una domanda: esiste una condizione iniziale del coefficiente di demagnetizzazione, $N(x)$, che minimizzi il numero di iterazioni necessarie per arrivare alla convergenza (e quindi riduca il tempo di calcolo)? Durante le varie simulazioni abbiamo osservato che utilizzare il coefficiente di demagnetizzazione derivante dal calcolo di bordo come guess iniziale non sia la scelta migliore in termini di convergenza. Esiste dunque un metodo molto semplice per ricavare un'espressione empirica del coefficiente di demagnetizzazione che migliori la risoluzione. Questo metodo consiste nell'osservare come evolve il coefficiente di demagnetizzazione durante le diverse iterazioni e adoperare una curva di forma simile a quella che si ottiene a convergenza come condizione iniziale. In figura 3.5 sono rappresentati in blu e rosso rispettivamente il coefficiente di demagnetizzazione di partenza (derivante dal calcolo di bordo) e a convergenza per una generica strip di Permalloy di $w = 1\mu\text{m}$ e $t = 20\text{nm}$; in arancione invece è rappresentato un possibile coefficiente di demagnetizzazione ricavato empiricamente, che chiameremo coefficiente equivalente, di cui riportiamo l'espressione:

$$N_e(x) = 0.2N_x|_{\text{bordo}}(x) + 0.75\frac{t}{w}$$

Questo coefficiente di demagnetizzazione contiene al suo interno la somma di due contributi: il primo è proporzionale al coefficiente di demagnetizzazione del bordo, attenuato di un fattore 0.2, mentre il secondo termine rappresenta un'approssimazione del contributo di bulk.

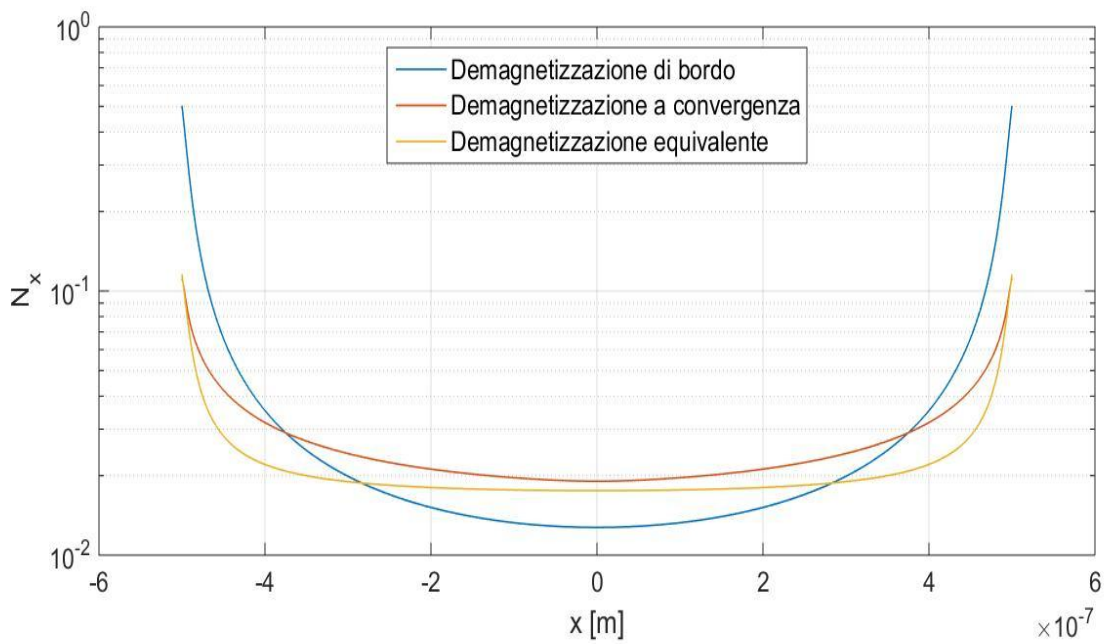


Figura 3.5 Coefficiente di demagnetizzazione di bordo, coefficiente di demagnetizzazione a convergenza e coefficiente di demagnetizzazione equivalente per una generica strip

Se utilizziamo questo coefficiente di demagnetizzazione equivalente è possibile ricavare l'andamento dell'errore in funzione dell'iterazione rappresentato in figura 3.6, per un campo magnetico nullo. All'aumentare del campo le curve che utilizzano i due guess iniziali tendono a coincidere.

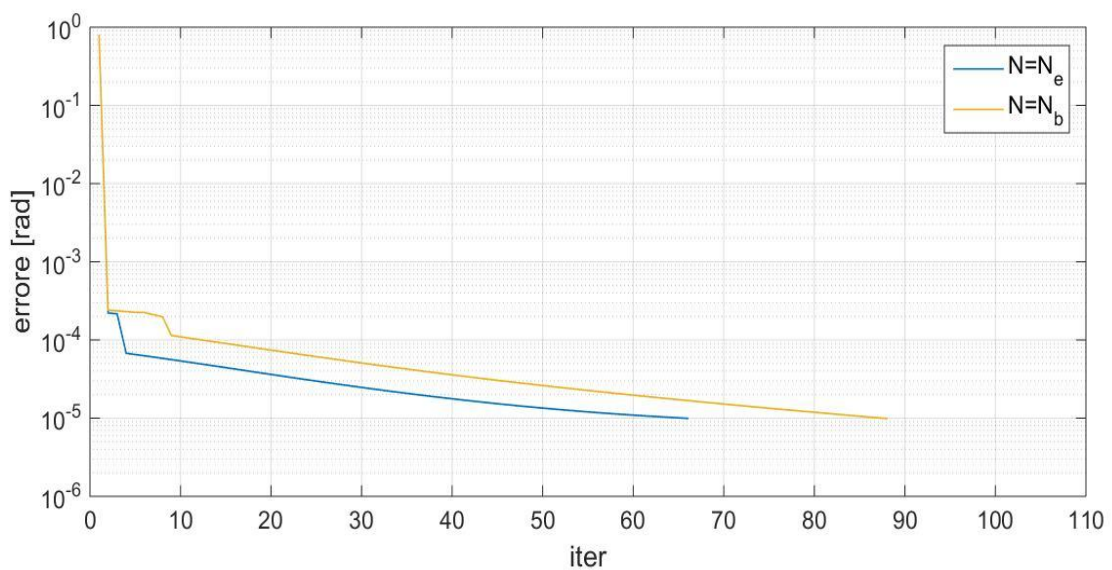


Figura 3.6 Errore in funzione delle iterazioni per diversi coefficienti di demagnetizzazione iniziale

3.3 Soluzione calcolata mediante singola iterazione

Oltre al suo utilizzo come guess iniziale per permettere di velocizzare il loop di convergenza, il coefficiente di demagnetizzazione equivalente ricavato in precedenza ha il significato di fornire con buona approssimazione la soluzione corretta, lanciando il programma nella modalità a singola iterazione. Questo significa che l'equazione dell'energia magnetica viene minimizzata utilizzando il coefficiente di demagnetizzazione equivalente e questo produce una soluzione, che non viene riutilizzata per calcolare la demagnetizzazione attraverso una nuova iterazione, ma che invece risulta autoconsistente. Osservando la figura 3.7, possiamo confrontare l'andamento dell'angolo θ in funzione di x , nella modalità che sfrutta il ciclo di convergenza e nella modalità a singola iterazione, per diverse condizioni di campo magnetico applicato, rappresentate dai diversi colori: la soluzione ricavata con l'algoritmo di convergenza è rappresentata in linea continua, mentre il risultato con singola iterazione è rappresentato con la linea tratteggiata. Come prevedibile gli andamenti ricavati con la singola iterazione sovrastimano quelli derivanti dal loop di convergenza: infatti attraverso la convergenza il campo di demagnetizzazione reagisce a qualsiasi rotazione del vettore magnetizzazione, tendendo ad opporvisi con maggiore vigore, e questo fenomeno si manifesta tanto più il campo magnetico esterno è elevato.

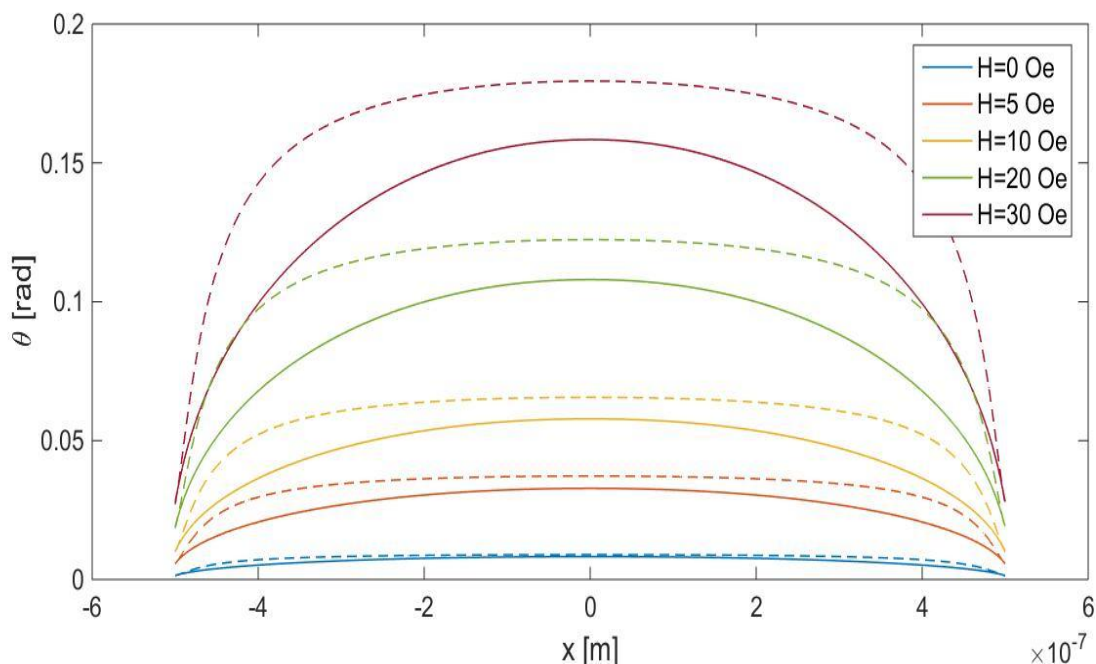
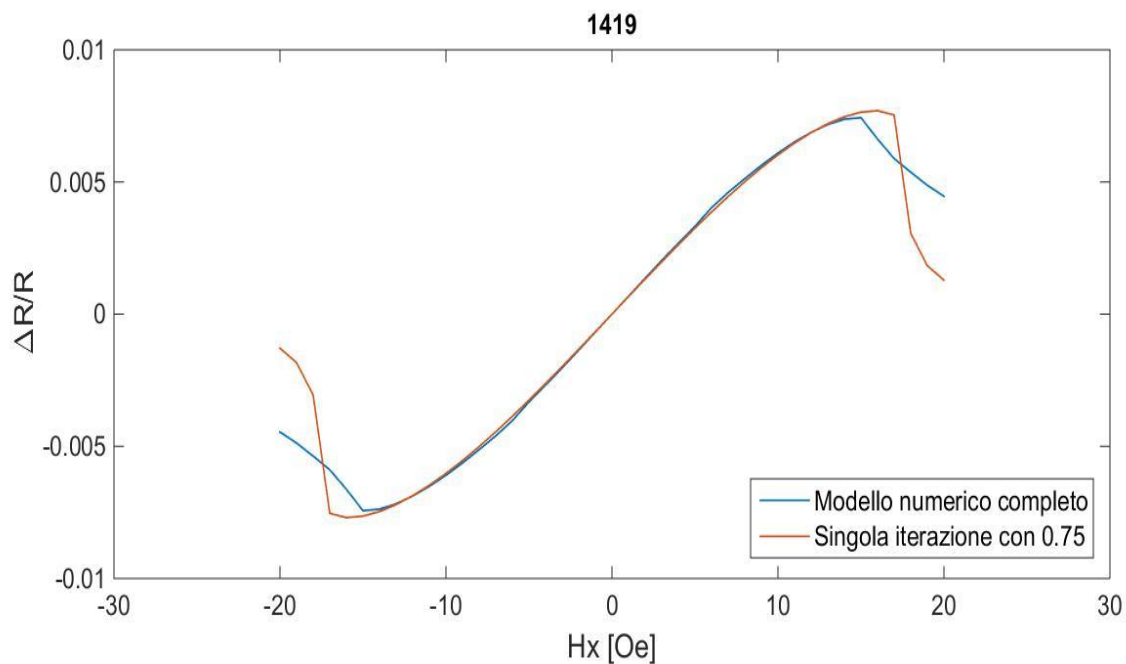
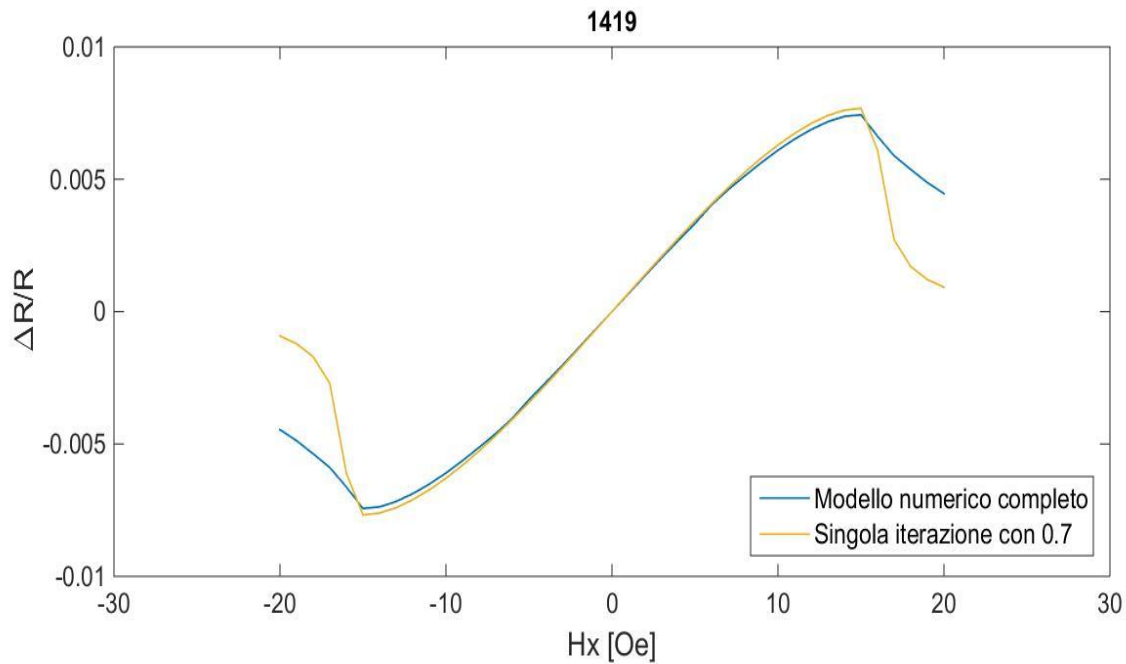


Figura 3.7 Confronto delle distribuzioni angolari della magnetizzazione per diversi campi applicati, nella soluzione con loop di convergenza (linea continua) e nella soluzione singola iterazione (linea tratteggiata)

Da ulteriori osservazioni empiriche è stato osservato come il coefficiente 0.75, che moltiplica il secondo termine del coefficiente di demagnetizzazione equivalente, produca le migliori risposte in termini di accordo con la sensitività del caso che utilizza il modello a convergenza, ma non in termini di campo magnetico di switching. Nel caso in cui ci interessi approssimare al meglio il campo in cui avviene il flipping della magnetizzazione è necessario sostituire 0.75 con 0.7. Nella figura 3.8 è mostrato il confronto per il dispositivo 1419 tra la curva caratteristica ricavata con il modello numerico completo (in blu) e la curva caratteristica ricavata con il modello numerico a singola iterazione nel caso di utilizzo di un fattore 0.75 (in rosso) o di un fatto 0.7 (in arancione). Le curve sono ricavate per una simulazione con campo magnetico applicato lungo l'hard axis, tuttavia risultati del tutto analoghi sono ottenibili per tutti gli altri dispositivi e per un campo magnetico orientato a 45° rispetto all'easy axis.



(a)



(b)

Figura 3.8 Confronto tra la curva caratteristica del modello completo e la curva caratteristica a singola iterazione nel caso in cui sia stato utilizzato il coefficiente 0.75 (a) e 0.7 (b)

3.4 Confronto con il simulatore micromagnetico OOMMF

Il software OOMMF (Object Oriented Micromagnetic Framework) è un simulatore micromagnetico, progettato dall'Information Technology Laboratory (ITL) al National Institute of Standards and Technology (NIST). Con il termine micromagnetismo si intende quel campo della fisica che riguarda la predizione del comportamento magnetico su scala submicrometrica. Questo simulatore risolve una forma più complessa dell'equazione dell'energia magnetica per trovare la condizione di equilibrio statica, tenendo conto anche di termini aggiuntivi rispetto a quelli da noi considerati, come ad esempio un contributo di scambio energetico tra i vari domini, legato alla loro interazione, che, non essendo presente nel nostro modello, tenderemo ad annullare. Per giungere alla soluzione statica, inoltre, il programma utilizza anche lo studio dei transitori che permettono di predire quella che sarà l'evoluzione temporale della configurazione magnetica. Dato che il simulatore OOMMF è in grado di risolvere esclusivamente il caso di singola strip, in questa sezione non considereremo un particolare dispositivo tra quelli introdotti, ma faremo riferimento ad una generica strip di materiale ferromagnetico (Permalloy), con le seguenti dimensioni:

- $w = 1\mu\text{m}$
- $t = 20\text{nm}$

- $L = 20\mu\text{m}$

L'obiettivo è quello di confrontare i risultati numerici ottenuti con il modello 1-D e quelli ottenuti mediante la simulazione micromagnetica, per verificarne la correttezza prima di effettuare il confronto con i dati sperimentali. In figura 3.9 sono rappresentati gli andamenti dell'angolo ϑ in funzione della coordinata x , al variare del campo magnetico applicato nella direzione dell'hard axis: i campi variano da un valore di 10 Oe ad un valore di 80 Oe. In linea continua sono rappresentati i risultati ottenuti attraverso il nostro modello numerico e in linea tratteggiata i risultati ottenuti tramite il simulatore OOMMF, da cui si può notare un buon accordo tra le due soluzioni, che si conserva anche a campi più elevati. Lo stesso confronto può essere effettuato per valori negativi del campo magnetico esterno, che variano da -10 Oe a -80 Oe, come mostrato nella figura 3.10.

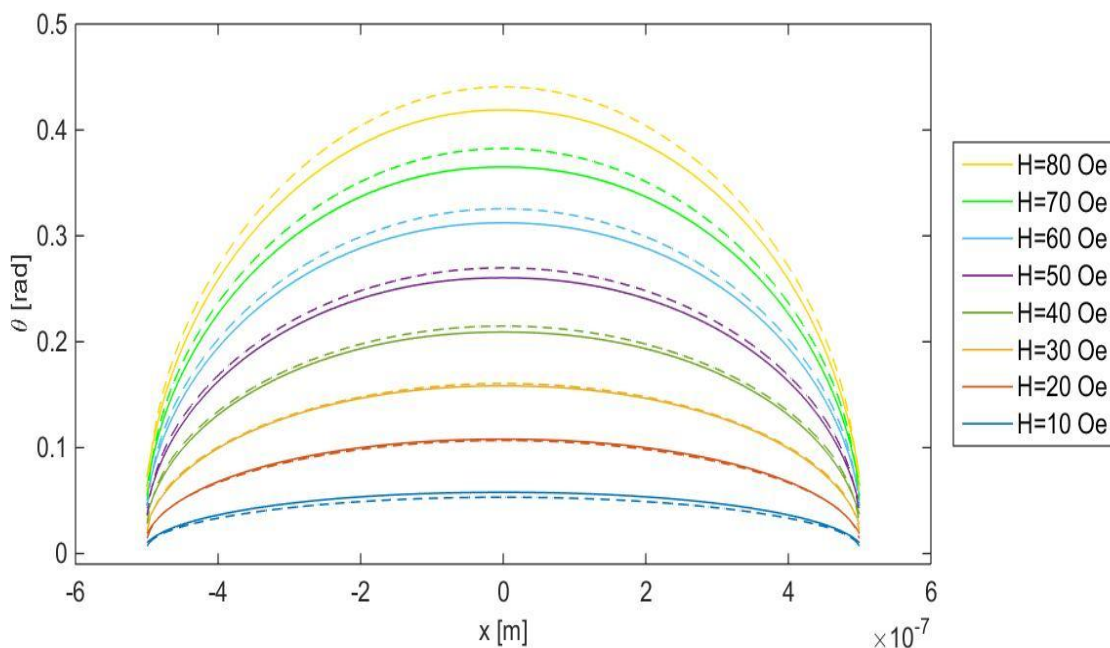


Figura 3.9 Confronto della distribuzione angolare della magnetizzazione tra il modello numerico e il simulatore micromagnetico OOMMF, per campi magnetici positivi

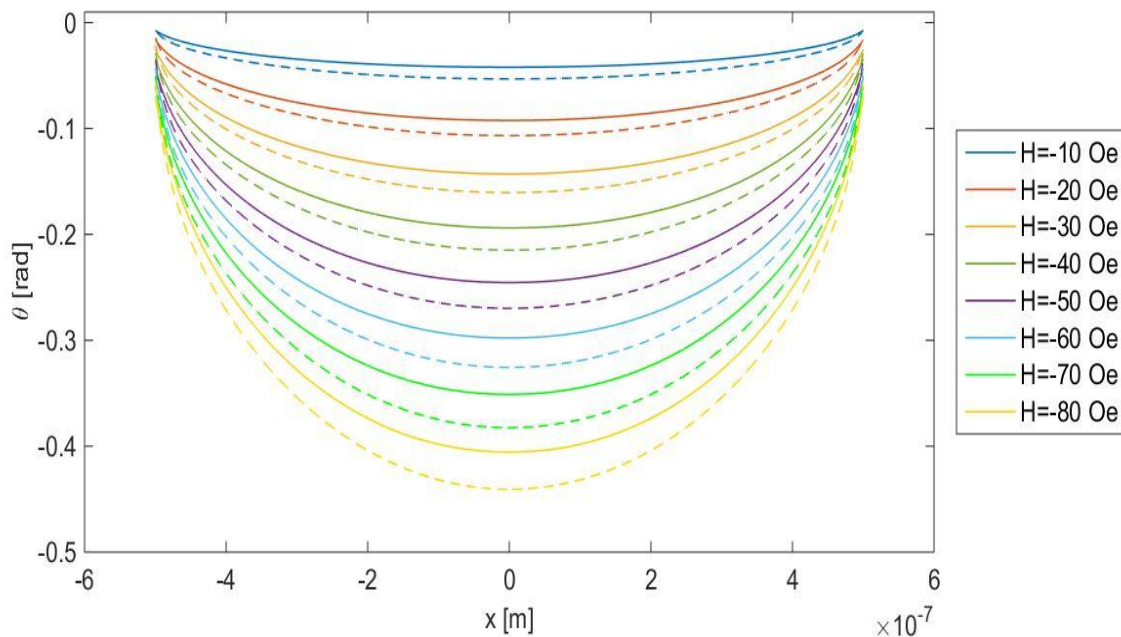


Figura 3.10 Confronto della distribuzione angolare della magnetizzazione tra il modello numerico e il simulatore micromagnetico OOMMF, per campi magnetici negativi

3.5 Confronto tra la soluzione singola strip e la soluzione multistrip

Fino adesso abbiamo sempre considerato casi di simulazione singola strip per vedere quali sono i principali risultati in termini di convergenza che il programma è in grado di restituire. Nella realtà tuttavia i sensori AMR utilizzano dei resistori che sono composti dalla serie di un certo numero di strip, la cui interazione non è trascurabile per ottenere una curva caratteristica confrontabile con quella dei dati sperimentali. Nel capitolo precedente abbiamo illustrato i calcoli che sono stati implementati nel modello. Nella figura 3.11 vengono confrontate le curve caratteristiche nel caso di singola strip e nel caso di multistrip per il dispositivo 1419 (ma un discorso analogo è valido per tutti gli altri dispositivi): è evidente come le due curve si differenzino sia in termini di sensibilità che in termini di campo magnetico di switching. La presenza del calcolo multistrip ha l'effetto complessivo di aumentare la sensibilità del sensore nel range lineare che ci interessa, in quanto la presenza di carica di bordo di segno opposto su due strip adiacenti riduce l'effetto dato dalla demagnetizzazione. Riducendo ulteriormente la distanza tra le strip è logico aspettarsi che la sensibilità continui ad aumentare, fino a tendere al caso di un'unica strip di larghezza pari alla somma delle larghezze delle singole strip quando la distanza viene azzerata. Questa tendenza è mostrata nella figura 3.12 dove, ancora una volta, è stata rappresentata in blu la curva caratteristica del dispositivo 1419, nel caso in cui le strip abbiano una distanza di $2\mu\text{m}$, e in rosso la curva

caratteristica nel caso in cui la distanza sia ridotta a 2nm . Allontanando tra loro le strip, invece, si tende a ricadere nel caso singola strip, poiché queste smettono di interagire tra loro.

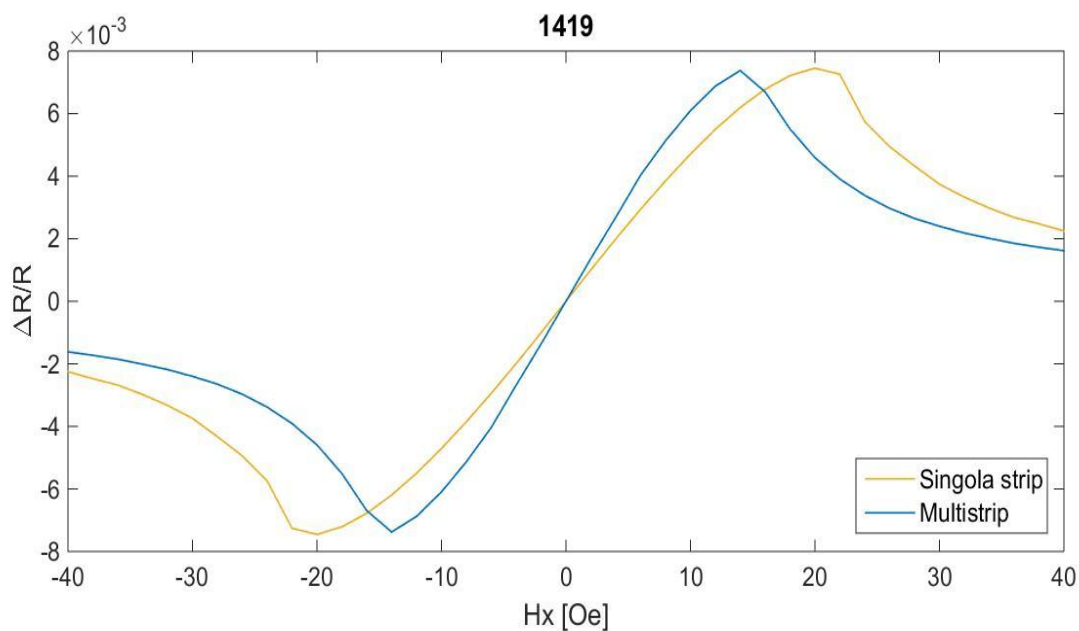


Figura 3.11 Confronto delle curve caratteristiche del dispositivo 1419 per il caso multistrip e singola strip

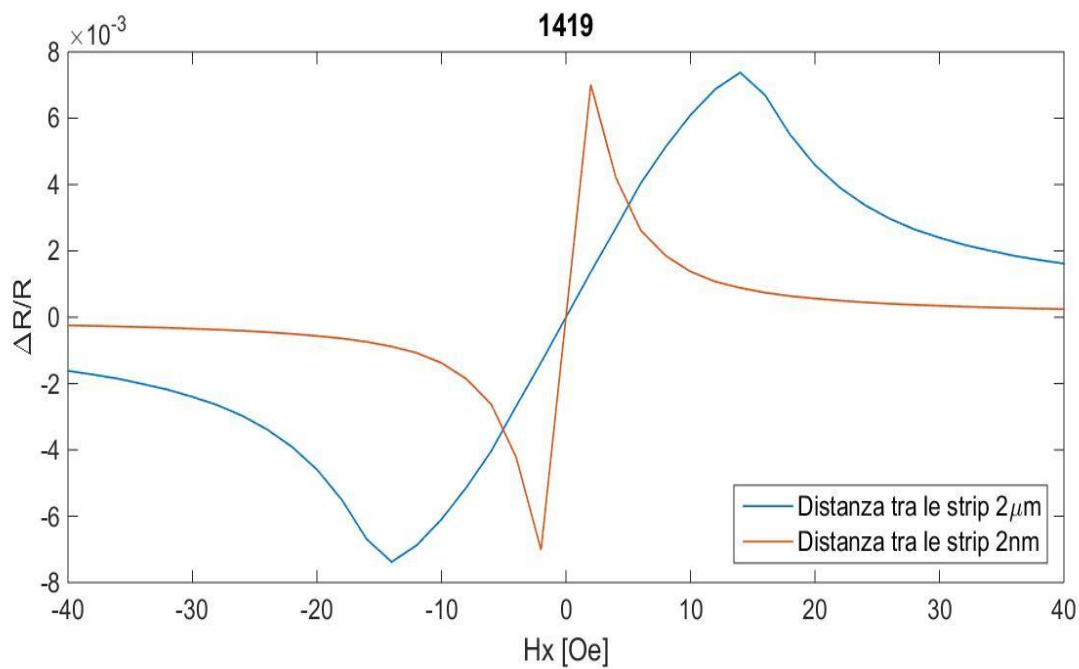


Figura 3.12 Confronto delle curve caratteristiche del dispositivo 1419 per due casi multistrip con diversa distanza tra le strip

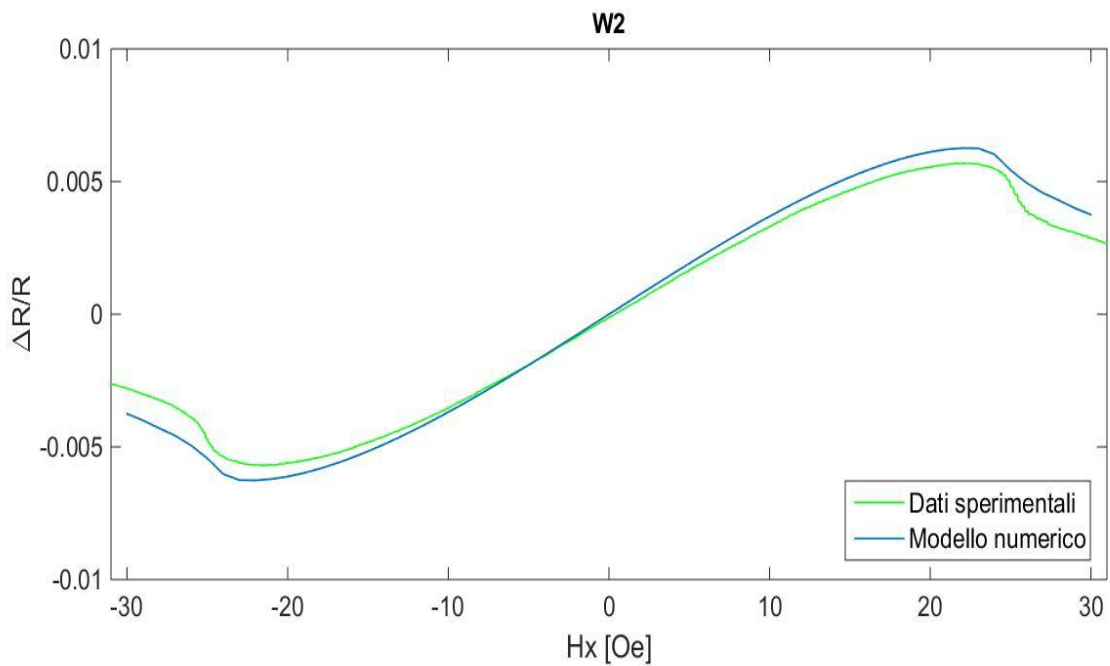
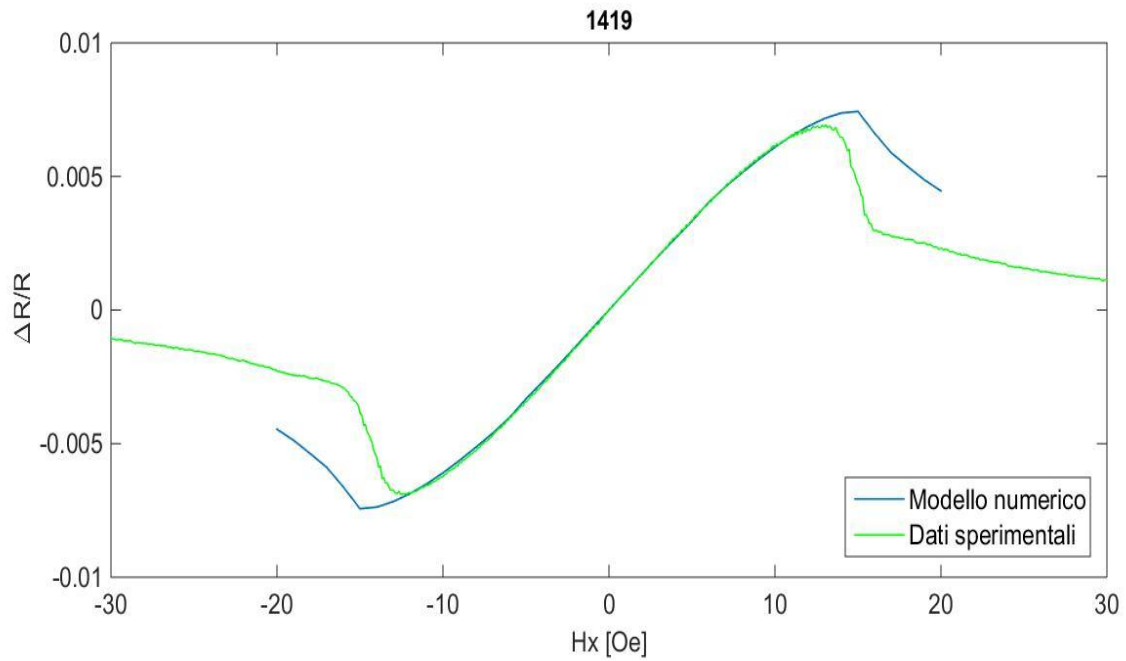
3.6 Confronto con i dati sperimentali

La realizzazione di un modello numerico tramite il software Matlab, che implementi le formule ricavate nel capitolo precedente, ha come obiettivo principale quello di ottenere la corretta relazione caratteristica di un sensore AMR. Questa relazione permette di legare la variazione relativa della resistenza del ponte (che sarà proporzionale alla tensione di uscita del sensore) all'intensità del campo magnetico applicato lungo l'hard axis. Di conseguenza, per verificare la correttezza del modello, è necessario confrontare i risultati ottenuti dalle simulazioni con i dati sperimentali relativi ai 4 dispositivi introdotti, nelle condizioni di campo magnetico applicato lungo l'hard axis e di campo magnetico applicato con un angolo ψ di 45° rispetto all'easy axis.

3.6.1 Simulazione con $\psi = 90^\circ$

La prima tipologia di simulazione effettuata consiste nell'applicazione di un campo magnetico in direzione dell'hard axis ($\psi = 90^\circ$) e nel calcolo della variazione relativa della resistenza del ponte ad esso associata. L'intensità del campo applicato varia con un certo passo, stabilito dall'utente a seconda della risoluzione che si intende ottenere, da un determinato valore negativo fino al corrispondente valore positivo. La rappresentazione che descrive la dipendenza tra il campo magnetico esterno e il segnale di uscita del sensore è la curva caratteristica. Nella figura 3.13 vengono confrontate le curve caratteristiche relative ai 4 dispositivi di riferimento, in cui sono stati rappresentati in verde i dati sperimentali e in blu i risultati ottenuti utilizzando il modello numerico. Come si nota c'è un ottimo accordo tra i due andamenti nel range in cui la dipendenza è circa lineare, mentre le curve si discostano a seguito del raggiungimento del campo magnetico di switching, dove tuttavia il sensore smette di funzionare correttamente. La pendenza della regione quasi lineare è legata da un lato al concetto di sensibilità descritto nel paragrafo 2.8 e dall'altro al coefficiente magnetoresistivo. In particolare i dispositivi che presentano uno spessore maggiore sono intrinsecamente caratterizzati da una variazione relativa della resistività maggiore, dato che possiedono un coefficiente magnetoresistivo più elevato. Tra i dispositivi a pari spessore invece, quelli caratterizzati da larghezza minore (W2 e V2) saranno soggetti ad una maggiore demagnetizzazione e di conseguenza ad una sensibilità minore, con conseguente allargamento del range lineare. Come descritto in precedenza anche il numero e la distanza tra le strip che costituiscono ciascun resistore influiscono sulla demagnetizzazione. A dispositivi più sensibili corrisponde un flipping dei domini magnetici che avviene a campi inferiori, invece se un dispositivo

presenta un range lineare molto esteso, a causa della bassa pendenza della curva caratteristica, il flipping si verifica a campi più elevati.



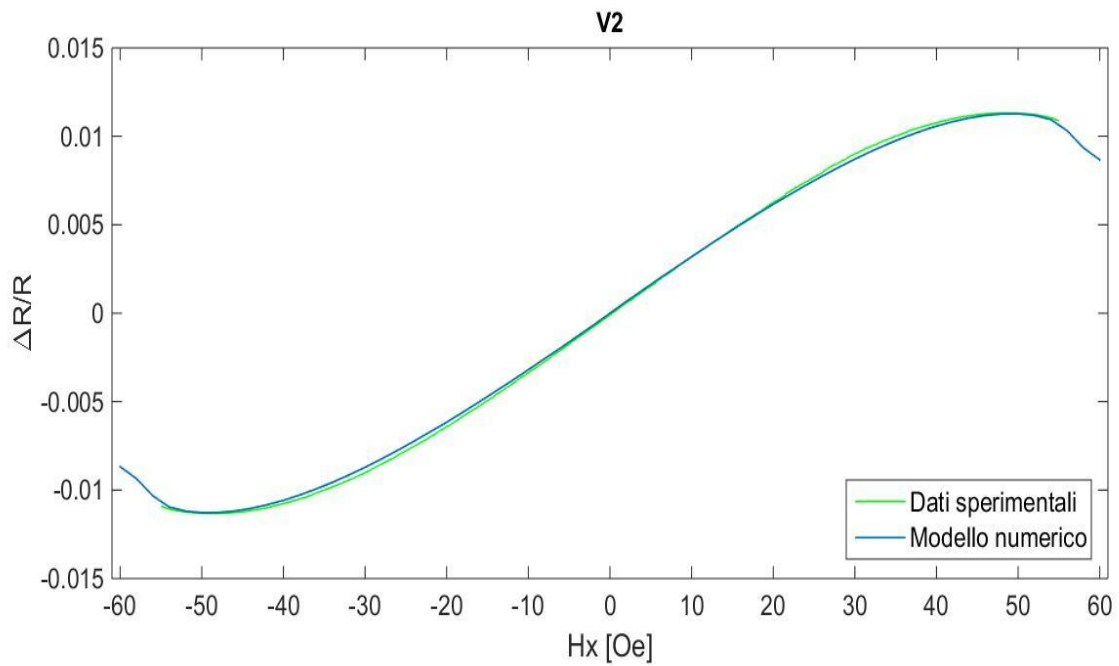
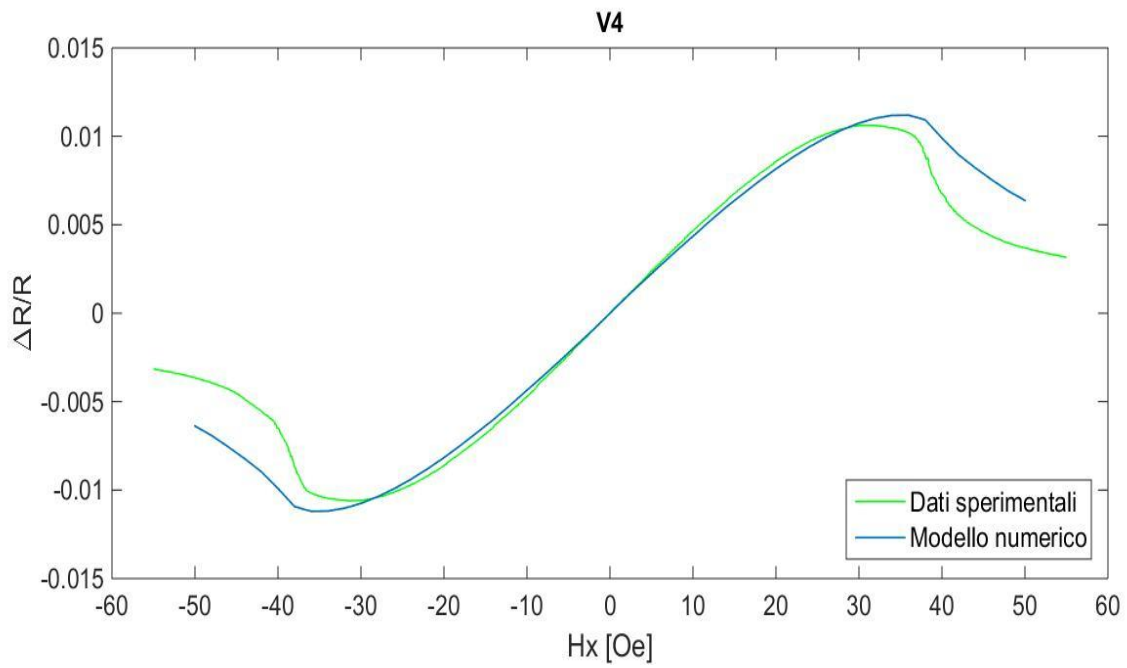
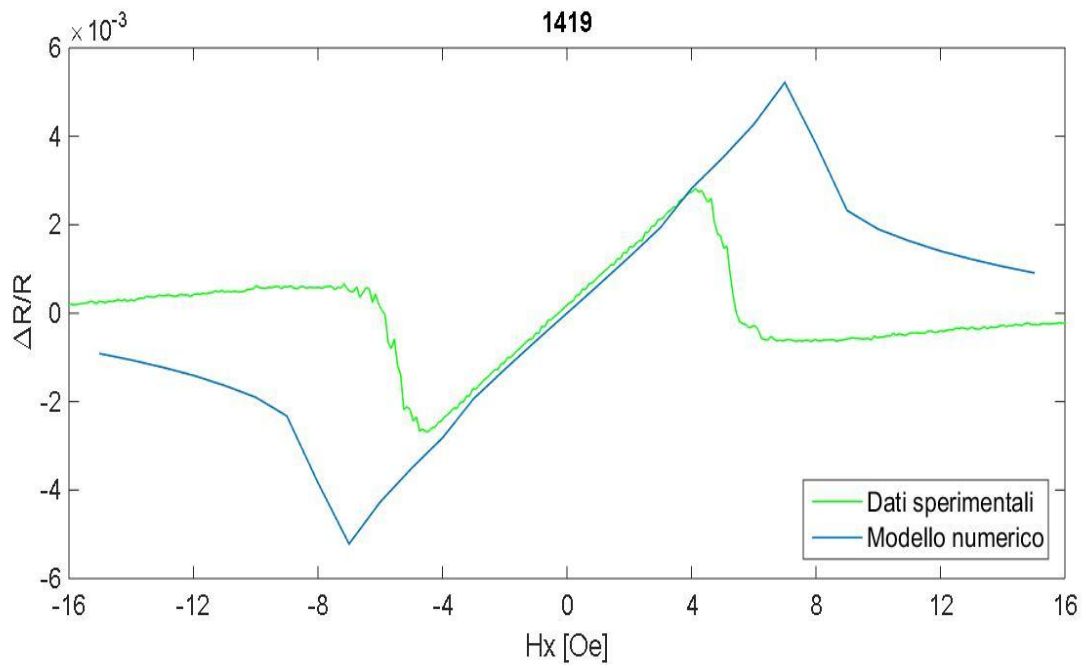


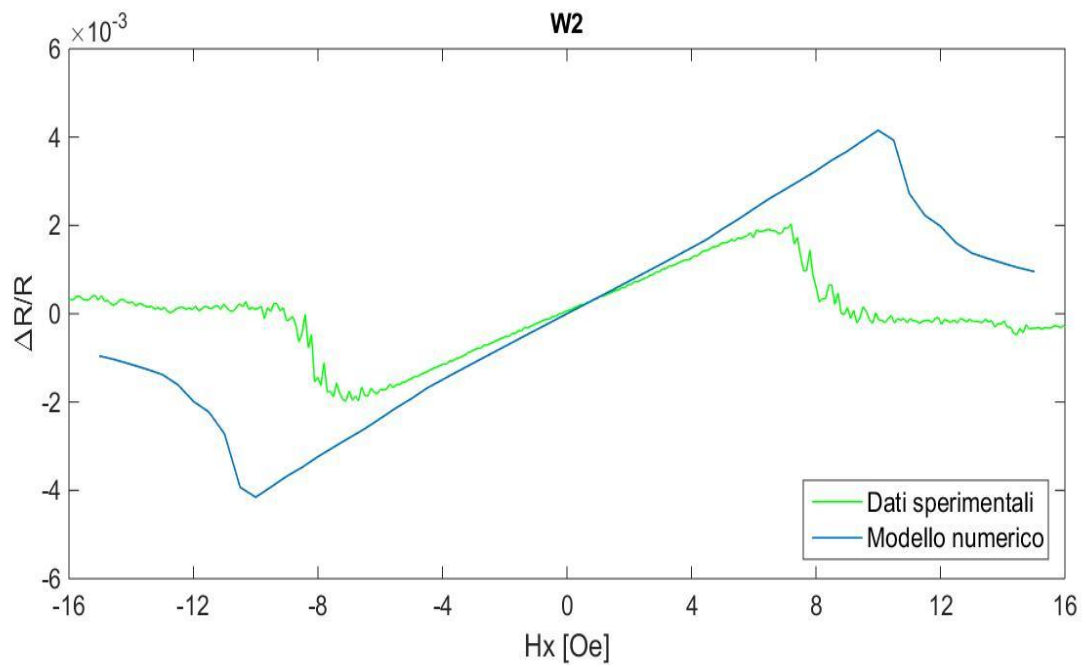
Figura 3.13 Confronto delle curve caratteristiche risultanti dal modello numerico e dai dati sperimentali, nella tipologia di simulazione con campo magnetico diretto lungo l'hard axis, per il dispositivo 1419 (a), W2 (b), V4 (c) e V2 (d)

3.6.2 Simulazione con $\psi = 45^\circ$

La seconda tipologia di simulazione effettuata consiste nell'applicazione di un campo magnetico variabile in una direzione che forma un angolo di 45° rispetto all'easy axis ($\psi = 45^\circ$), a partire da un certo valore negativo dell'intensità del campo fino al corrispondente valore positivo, con un certo passo. In questo caso il campo magnetico complessivo sarà la somma di una componente del campo diretta lungo l'hard axis e una componente del campo diretta lungo l'easy axis. Tuttavia la curva caratteristica che ci interessa studiare è quella che lega la variazione relativa della resistenza del ponte alla sola componente x del campo magnetico applicato, dato che questo sensore viene utilizzato per rivelare solo campi magnetici in direzione x (per rivelare campi magnetici in direzione y verrà utilizzato un sensore duale). In figura 3.14 riportiamo ancora una volta il confronto tra i dati sperimentali (in verde) e il modello numerico (in blu). Quello che si può notare è che, se confrontiamo i grafici relativi a questo tipo di simulazione con i grafici relativi alla simulazione precedente, per uno stesso dispositivo, la pendenza della regione lineare risulta maggiore e lo switching si verifica a campi inferiori. In effetti, come verrà mostrato in seguito, la presenza di una componente del campo magnetico esterno diretta lungo l'easy axis ha l'effetto di determinare il flipping della magnetizzazione a campi più bassi. Inoltre il confronto tra le due tipologie di simulazione viene effettuato a parità di campo magnetico diretto lungo l'hard axis, tuttavia in questa seconda modalità, per avere lo stesso valore di H_x della precedente, è necessario che il campo esterno complessivo sia superiore, per cui la sensibilità risulta aumentata. Un'ultima osservazione riguarda il fatto che, a parità di spessore, i dispositivi a larghezza minore (W2 e V2), a causa della loro geometria più "allungata" e per l'effetto dei bordi, tendono a produrre una demagnetizzazione maggiore e quindi a presentare il campo di switching a valori più elevati. In questa simulazione, per tutti i dispositivi analizzati, le due curve risultano piuttosto differenti dal punto di vista del campo magnetico di switching: sembra dunque che il modello non riesca a prevedere in maniera corretta questo fenomeno. Questo è dovuto alla presenza di un campo magnetico esterno diretto a 45° rispetto all'easy axis, che determina la formazione di "vortici" della magnetizzazione, che in questo modello monodimensionale non possono essere previsti. A causa di questa semplificazione l'effetto della demagnetizzazione risulta significativamente aumentato e di conseguenza il campo magnetico di switching del modello numerico sovrastima quello risultante dai dati sperimentali. Per ottenere una maggiore attinenza con i dati è necessario implementare un calcolo della demagnetizzazione bidimensionale, che consideri la possibilità della formazione di vortici, legata alla criticità dei bordi.



(a)



(b)

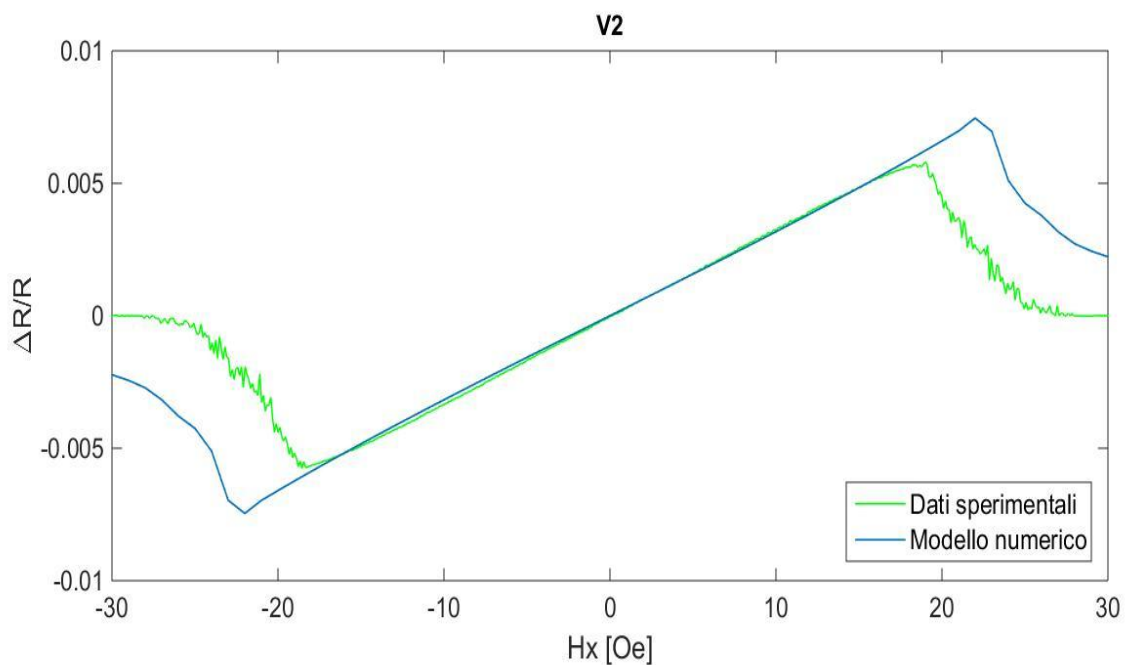
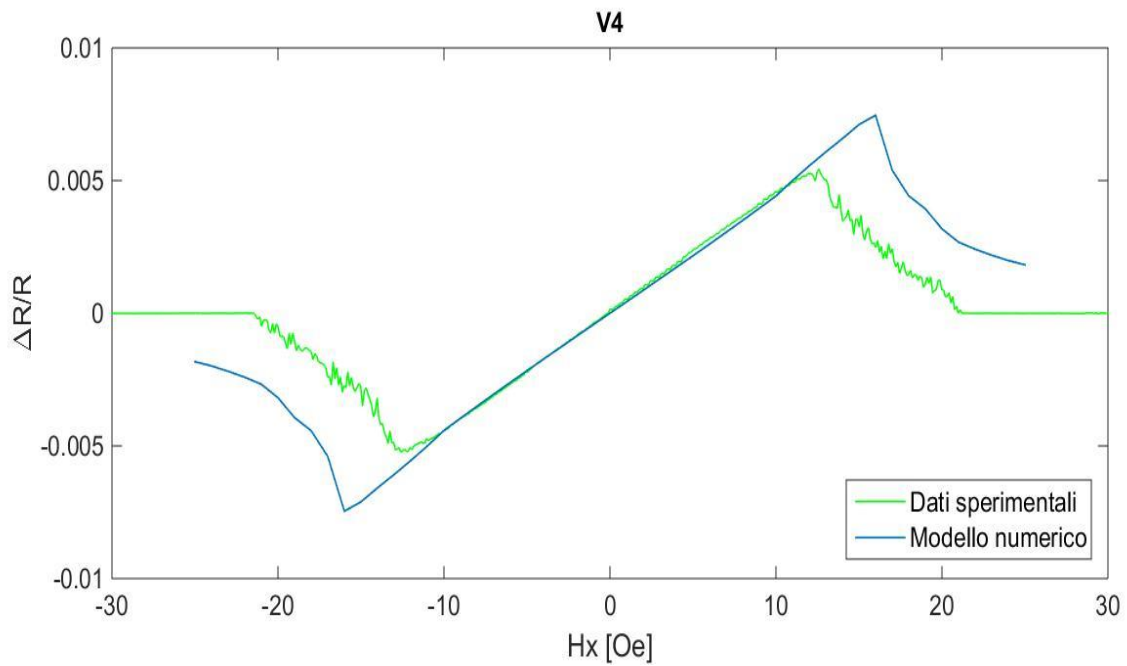


Figura 3.14 Confronto delle curve caratteristiche risultanti dal modello numerico e dai dati sperimentali, nella tipologia di simulazione con campo magnetico diretto a 45° rispetto all'easy axis, per il dispositivo 1419 (a), W2 (b), V4 (c) e V2 (d)

Un'ulteriore conferma del fatto che un'analisi monodimensionale non sia sufficiente quando il campo magnetico applicato ha una componente lungo l'easy axis, a causa della tendenza della magnetizzazione a disporsi secondo dei "vortici", è data dalla figura 3.15, in cui vengono rappresentati i campi di switching H_s del dispositivo 1419 al variare della direzione del campo magnetico applicato. Il confronto avviene tra i dati sperimentali in nostro possesso (curva blu) e il risultato del modello numerico (curva rossa). Per semplicità associamo il campo magnetico di switching al punto di massimo della curva caratteristica. Quello che si nota è che tanto più il campo magnetico è diretto con un angolo piccolo rispetto all'easy axis (ovvero tanto maggiore è la componente y del campo) e tanto peggio riusciamo simulare lo switching.

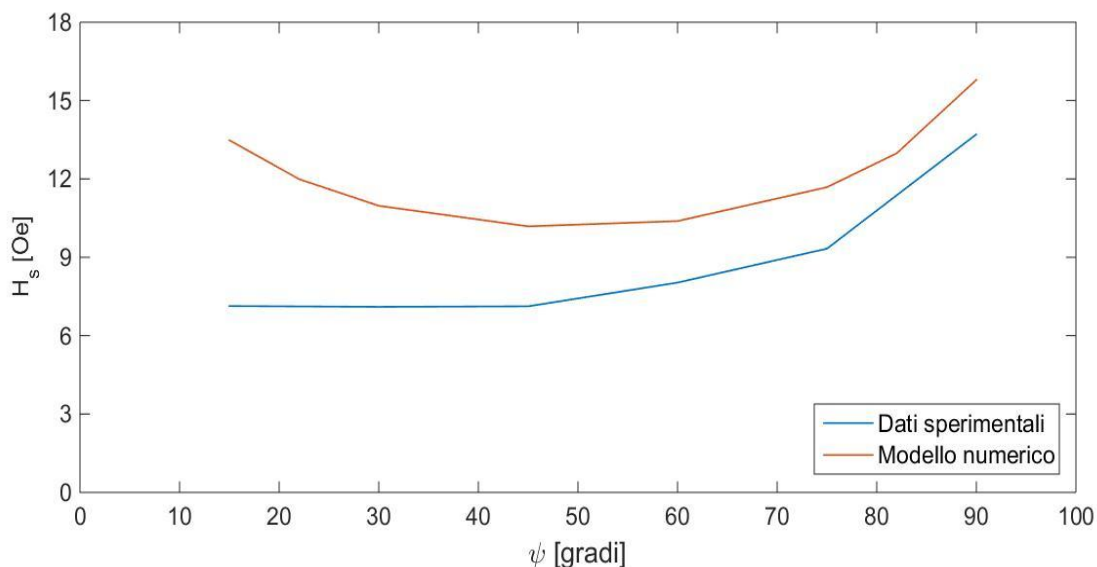


Figura 3.15 Campo magnetico di switching H_s al variare dell'angolo compreso tra il campo magnetico applicato e l'easy axis

3.7 Flipping della magnetizzazione

Analizzando le curve caratteristiche che descrivono la variazione relativa della resistenza del ponte in funzione del campo magnetico applicato nella direzione dell'hard axis, è possibile notare come vi sia un andamento abbastanza lineare per un certo range di campi, la cui ampiezza dipende dal dispositivo e la cui pendenza definisce la sensibilità complessiva del sensore. Questa è la regione in cui il sensore funziona in maniera corretta. Oltre questo range lineare, la curva raggiunge un punto di massimo e in seguito inizia a decrescere: a che cosa è dovuto questo andamento? In teoria ci si potrebbe aspettare che, all'aumentare del campo magnetico applicato, la variazione della resistenza

continui ad aumentare, tuttavia questo non accade a causa del cosiddetto flipping della magnetizzazione. Questo fenomeno è causato sia dall'anisotropia uniassiale con cui è stata caratterizzata la strip in fase di fabbricazione, sia dall'applicazione di un campo magnetico (che può raggiungere intensità pari alla coercitività) in verso opposto alla magnetizzazione. In particolare il flipping avviene sulle strip dei resistori R_1 e R_2 in presenza di un forte campo magnetico positivo applicato nella direzione dell'hard axis e sulle strip dei resistori R_3 e R_4 in presenza di un forte campo magnetico negativo applicato nella direzione dell'hard axis (in seguito vedremo cosa succede applicando il campo magnetico con un angolo ψ diverso). Per comprendere questo fenomeno è utile riprendere l'equazione dell'energia magnetica, ricavata nel capitolo precedente:

$$e = -\mu H M_s \cos(\psi - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin^2(\varepsilon_0 - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s^2 N_x \sin^2(\vartheta)$$

Abbiamo capito che a regime l'orientamento del vettore magnetizzazione in ogni punto della strip è determinato da una rotazione, dovuta alla risultante di diverse forze che agiscono su \vec{M} . Per capire cosa accade quando arriviamo al flipping consideriamo la figura 3.16, in cui viene rappresentata l'evoluzione della magnetizzazione in un punto di una qualsiasi strip del resistore R_3 (o in modo equivalente R_4), in seguito dell'applicazione di un campo magnetico negativo di intensità crescente nella direzione dell'hard axis. In assenza di campo magnetico il vettore magnetizzazione tende a disporsi parallelamente all'easy axis con un angolo di circa 0° (in realtà si dispone con un angolo positivo molto piccolo a causa dell'anisotropia uniassiale). Se adesso applichiamo un campo magnetico negativo nella direzione dell'hard axis, il vettore magnetizzazione tenderà a ruotare in senso orario. Tanto maggiore è l'intensità del campo applicato e tanto maggiore sarà la rotazione. Nel bilancio dell'energia magnetica ci sono due posizioni limite (discusse nel capitolo precedente) che rappresentano punti di massimo dei singoli contributi dell'anisotropia uniassiale e dell'anisotropia di forma: quando \vec{M} si dispone a -45° e quando si dispone a -90° . Il vettore magnetizzazione tenderà a subire delle forze non appena ci si muove da queste condizioni limite che lo porterebbero a collassare sulla direzione dell'asse anisotropo o sulla direzione dell'easy axis, in uno o nell'altro verso a seconda di dove ci siamo spostati rispetto al massimo della funzione. Quindi all'aumentare della rotazione ci sarà un punto nel quale la minimizzazione dell'energia del sistema sposta repentinamente il vettore magnetizzazione dal quarto al terzo quadrante. Di particolare rilevanza quindi è il campo magnetico esterno attorno al quale si verifica il flipping, in quanto è evidente come dopo questa rotazione significativa l'uscita del sensore non rappresenterà più il valore corretto del campo magnetico.

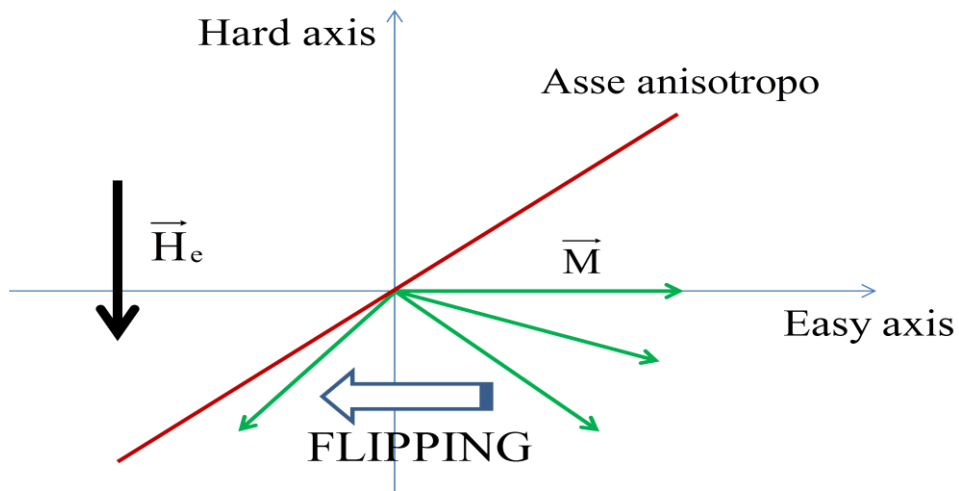


Figura 3.16 Flipping della magnetizzazione per una generica strip del resistore R_3 o R_4

Lo stesso discorso vale per una qualsiasi strip del resistore R_1 (o R_2), in cui la magnetizzazione, per un campo esterno nullo, tende a disporsi con un angolo di circa 180° . In questo caso, quando viene applicato un campo magnetico esterno positivo nella direzione dell'hard axis, si osserva un comportamento duale:

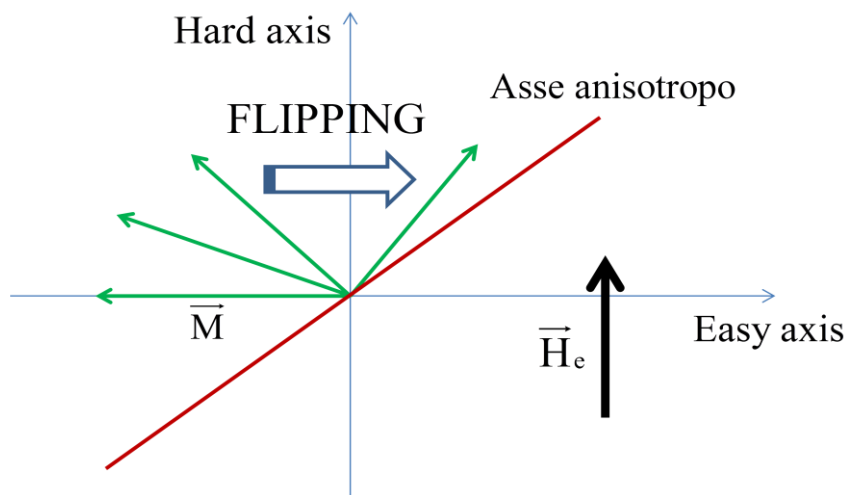
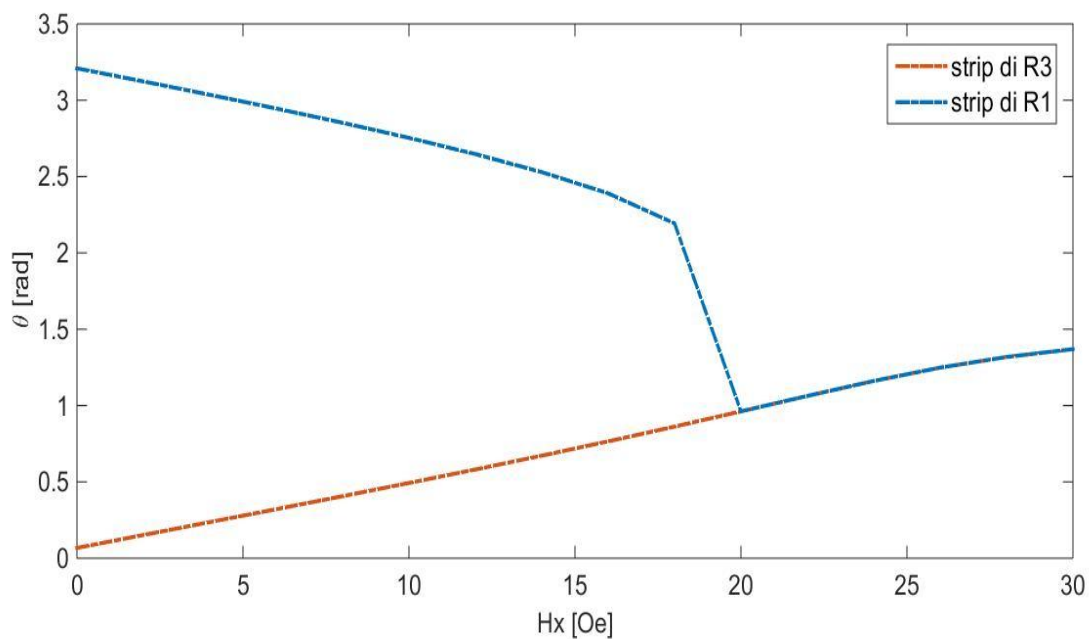
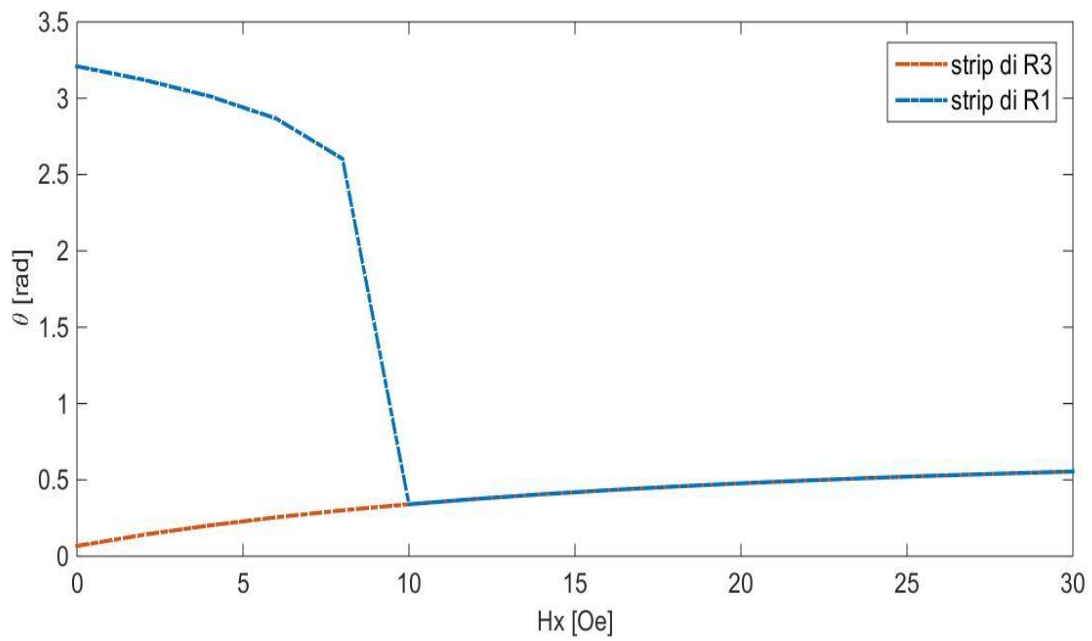


Figura 3.17 Flipping della magnetizzazione per una generica strip del resistore R_1 o R_2

Per capire meglio cosa succede, concentriamo la nostra attenzione sul punto centrale ($x = 0$) di una generica strip, dato che è quello meno influenzato dalla demagnetizzazione e quindi è il primo a sperimentare il fenomeno dello switching dei domini magnetici. Nella figura 3.18 viene rappresentato l'angolo θ in questo punto in funzione di un campo magnetico H_x positivo, variabile tra 0 e 30 Oe. In rosso è rappresentata la variazione per una strip di R_3 , in blu per una strip di R_1 : come discusso in precedenza è solo la curva blu a subire il flipping, dato che il campo applicato è positivo. Nella figura 3.18 (b) è rappresentata la stessa situazione ma per un campo magnetico applicato con un angolo ψ di 45° : come si può notare in questo caso il flipping avviene a campi decisamente più bassi poiché, oltre alla componente x , esiste anche la componente y del campo ad esercitare una forza sulla magnetizzazione. Come si può osservare dopo il flipping il comportamento delle due strip è esattamente lo stesso.



(a)



(b)

Figura 3.18 Angolo del vettore magnetizzazione (rispetto all'easy axis) e flipping in funzione di un campo magnetico applicato in direzione dell'hard axis (a) e di un campo magnetico applicato a 45° rispetto all'easy axis (b)

Capitolo 4

Analisi di una strip nel caso bidimensionale

Lo scopo di questo capitolo è quello di estendere la teoria del calcolo del campo di demagnetizzazione e la risoluzione dell'equazione dell'energia magnetica al caso bidimensionale. Uno studio monodimensionale, come quello effettuato nel capitolo 2, ha condotto a discreti risultati nel confronto con i dati sperimentali e con il simulatore micromagnetico OOMMF. In particolare è stato evidenziato come i risultati siano stati molto buoni nel caso di campo magnetico applicato con un angolo $\psi = 90^\circ$ rispetto all'easy axis, per tutti i dispositivi indagati. All'aumentare della componente y del campo magnetico applicato, invece, è stata riscontrata una perdita di aderenza con i dati sperimentali, soprattutto riguardante il campo magnetico al quale si verifica il flipping della magnetizzazione. Questo fenomeno è causato dal fatto che la magnetizzazione, nel caso in cui il campo magnetico venga applicato in una direzione generica, assume una conformazione molto più complessa, caratterizzata da una serie di vortici che il nostro modello 1-D non è in grado di prevedere. La presenza di questa conformazione magnetica ha globalmente l'effetto di ridurre la demagnetizzazione e di conseguenza aumentare la sensibilità della curva caratteristica e diminuire il campo magnetico a cui avviene il flipping dei domini magnetici. A partire da queste considerazioni abbiamo deciso di studiare il caso bidimensionale per descrivere in maniera più accurata la disposizione della magnetizzazione all'interno di una generica strip di forma rettangolare. Prima di svolgere i calcoli relativi al campo di demagnetizzazione vediamo in dettaglio come avviene il processo di magnetizzazione in un materiale ferromagnetico e come sia necessario modificare l'equazione dell'energia magnetica nel caso 2-D.

4.1 Processo di magnetizzazione dei materiali ferromagnetici

I materiali ferromagnetici sono tipicamente caratterizzati da una struttura policristallina, ovvero composta da diversi cristalli con conformazioni reticolari tra loro differenti. Questi cristalli sono costituiti da numerose micro-aree, denominate domini magnetici, a ciascuna delle quali può essere associata una magnetizzazione spontanea. Generalmente questa magnetizzazione è diretta per ogni dominio in maniera “scorrelata” rispetto a quella dei domini adiacenti appartenenti allo stesso cristallo: in questo caso il materiale non presenta una magnetizzazione uniforme. E’ possibile forzare dall’esterno una direzione privilegiata della magnetizzazione, che viene comunemente indicata mediante l’utilizzo di un asse di riferimento chiamato *easy axis*. Quello che si verifica a seguito di questa imposizione è che il substrato tende a reagire mediante un processo chiamato demagnetizzazione, fino a riarrangiare i domini in una distribuzione di magnetizzazione a lui conforme. All’interno di un certo cristallo lo stato locale della magnetizzazione è dovuto a diversi fattori tra cui la struttura e la dimensione del reticolo, la presenza di impurità, ma soprattutto il bilancio dell’energia locale. I materiali ferromagnetici tendono spontaneamente a creare piccole regioni che condividono la medesima direzione di magnetizzazione in modo da garantire la minima energia del sistema. In figura 4.1 viene rappresentato il processo di formazione dei domini magnetici: ad un materiale ferromagnetico le cui linee di campo giacciono prevalentemente all’esterno del materiale è associata un’elevata energia magnetica. Il sistema, per minimizzare la propria energia, tende a chiudere le linee di campo all’interno del materiale, generando dei sottodomini in cui la magnetizzazione segue l’orientamento dei domini adiacenti. In questo comportamento consiste la demagnetizzazione, la quale tende a orientare il vettore magnetizzazione in maniera parallela ai bordi del materiale. Questo fenomeno sta alla base della generazione di andamenti della magnetizzazione nella classica forma a “vortice”, difficili da prevedere se non attraverso un modello bidimensionale molto accurato e che renderanno ardua la convergenza del nostro algoritmo.

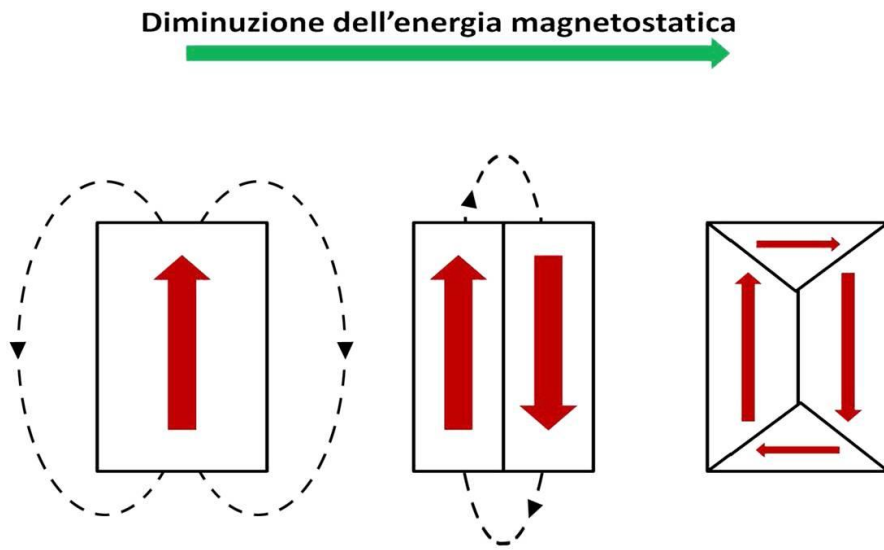


Figura 4.1 Processo di formazione dei domini magnetici

4.2 Equazione dell'energia magnetica nel caso bidimensionale

I sensori AMR basano il loro funzionamento sul principio fondamentale secondo il quale la resistività di alcuni materiali dipende dall'angolo compreso tra il vettore magnetizzazione \vec{M} e il vettore densità di corrente \vec{J} . Dato che il flusso di corrente è fissato dai barber pole, quello che determina la variazione della resistività è la rotazione del vettore magnetizzazione. Per ricavare l'orientamento di questo vettore in ogni punto della strip e per ogni condizione di campo applicato, è necessario studiare l'equazione dell'energia magnetica, in quanto il sistema tende a ruotare la magnetizzazione in modo tale da disporsi in una configurazione in grado di minimizzare la sua energia. Nel caso monodimensionale abbiamo ricavato la seguente espressione per la densità di energia magnetica per unità di volume:

$$e = -\mu H M_s \cos(\psi - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin^2(\varepsilon_0 - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s^2 N_x \sin^2(\vartheta)$$

dove il primo contributo dell'equazione consiste nel prodotto scalare tra il campo magnetico esterno e il vettore magnetizzazione e tende a produrre l'allineamento tra i due vettori, il secondo contributo tiene conto dell'anisotropia uniassiale del materiale e tende a orientare il vettore magnetizzazione nella direzione dell'anisotropia, mentre il terzo contributo è legato alla demagnetizzazione e tende a disporre la magnetizzazione in maniera parallela ai bordi delle strip. Focalizziamo adesso la nostra attenzione esclusivamente su quest'ultimo termine, poiché è l'unico a variare quando estendiamo le

nostre considerazioni al caso 2-D. Infatti, mentre nel caso monodimensionale abbiamo considerato il campo di demagnetizzazione diretto esclusivamente in direzione x (e quindi con componente \vec{H}_{dy} nulla), nel caso bidimensionale bisogna tenere conto di entrambi i contributi. Consideriamo un sistema di riferimento x-y come quello rappresentato in figura 4.2, relativo ad un generico punto della strip, in cui come al solito definiamo ϑ come l'angolo compreso tra il vettore magnetizzazione e l'asse y.

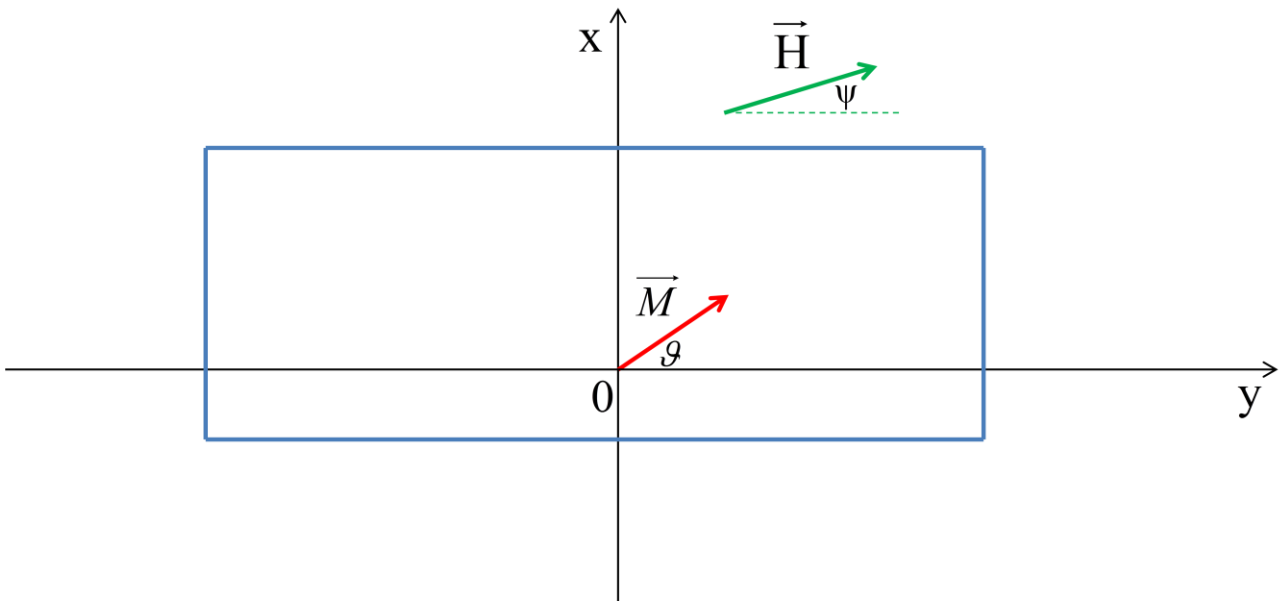


Figura 4.2 Sistema di riferimento x-y adottato per il calcolo dell'equilibrio in un generico punto della strip

Il campo di demagnetizzazione agente in questo punto può essere scomposto nelle sue due componenti ortogonali \vec{H}_{dx} e \vec{H}_{dy} . La densità di energia legata alla demagnetizzazione è:

$$e = -\frac{1}{2} \mu \vec{H}_d \cdot \vec{M} = -\frac{1}{2} \mu H_{dy} M_y - \frac{1}{2} \mu H_{dx} M_x = -\frac{1}{2} \mu H_{dy} M_s \cos(\vartheta) - \frac{1}{2} \mu H_{dx} M_s \sin(\vartheta)$$

E' possibile definire il coefficiente di demagnetizzazione in direzione y (N_y) e in direzione x (N_x) come:

$$N_y = -\frac{H_{dy}}{M_s \cos(\vartheta)}$$

$$N_x = -\frac{H_{dx}}{M_s \sin(\vartheta)}$$

Introducendo questi coefficienti nell'equazione si ottiene:

$$e = \frac{1}{2} \mu N_y M_s^2 \cos^2(\vartheta) + \frac{1}{2} \mu N_x M_s^2 \sin^2(\vartheta)$$

Da questa relazione risulta evidente come per minimizzare il primo contributo (quello legato alla componente y del campo di demagnetizzazione) sia necessario che il vettore magnetizzazione si orienti con un angolo $\vartheta = \pi/2 + n\pi$, mentre per minimizzare il secondo contributo (legato alla componente x del campo di demagnetizzazione) sia necessario che si orienti a $\vartheta = n\pi$, dove n è un numero intero qualsiasi. Quindi, a seconda di quale campo prevale in ogni punto della strip, il vettore magnetizzazione assumerà un orientamento in grado di minimizzare l'espressione complessiva.

Calcoliamo la derivata della densità di energia rispetto a all'angolo ϑ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial \vartheta} &= \frac{1}{2} \mu N_y M_s^2 \frac{\partial [\cos^2(\vartheta)]}{\partial \vartheta} + \frac{1}{2} \mu N_x M_s^2 \frac{\partial [\sin^2(\vartheta)]}{\partial \vartheta} = -\frac{1}{2} \mu N_y M_s^2 \sin(2\vartheta) + \frac{1}{2} \mu N_x M_s^2 \sin(2\vartheta) = \\ &= -\mu N_y M_s^2 \sin(\vartheta) \cos(\vartheta) + \mu N_x M_s^2 \sin(\vartheta) \cos(\vartheta) \end{aligned}$$

Dato che $N_y M_s \cos(\vartheta) = -H_{dy}$ e $N_x M_s \sin(\vartheta) = -H_{dx}$, risulta:

$$\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = \mu M_s H_{dy} \sin(\vartheta) - \mu M_s H_{dx} \cos(\vartheta)$$

La derivata della densità di energia rispetto all'angolo rappresenta, a meno di un segno, la coppia (forza di rotazione) per unità di volume con cui il campo di demagnetizzazione imprime una rotazione a \vec{M} :

$$F = -\frac{\partial e}{\partial \vartheta} = F_1 + F_2 = -\mu M_s H_{dy} \sin(\vartheta) + \mu M_s H_{dx} \cos(\vartheta)$$

Tuttavia, dato che il campo di demagnetizzazione tende ad opporsi al campo magnetico esterno, esso è generalmente caratterizzato da un segno negativo. Appare dunque evidente come un campo \vec{H}_{dy} negativo tenda a produrre una rotazione nella direzione positiva del sistema di riferimento angolare adottato (in senso antiorario), mentre un campo \vec{H}_{dx} negativo tenda a produrre una rotazione nella direzione negativa, come rappresentato in figura 4.3. I punti di equilibrio del sistema si ottengono annullando la forza risultante in gioco:

$$F = -\mu M_s H_{dy} \sin(\vartheta) + \mu M_s H_{dx} \cos(\vartheta) = 0$$

ovvero per:

$$H_{dy} \sin(\vartheta) = H_{dx} \cos(\vartheta)$$

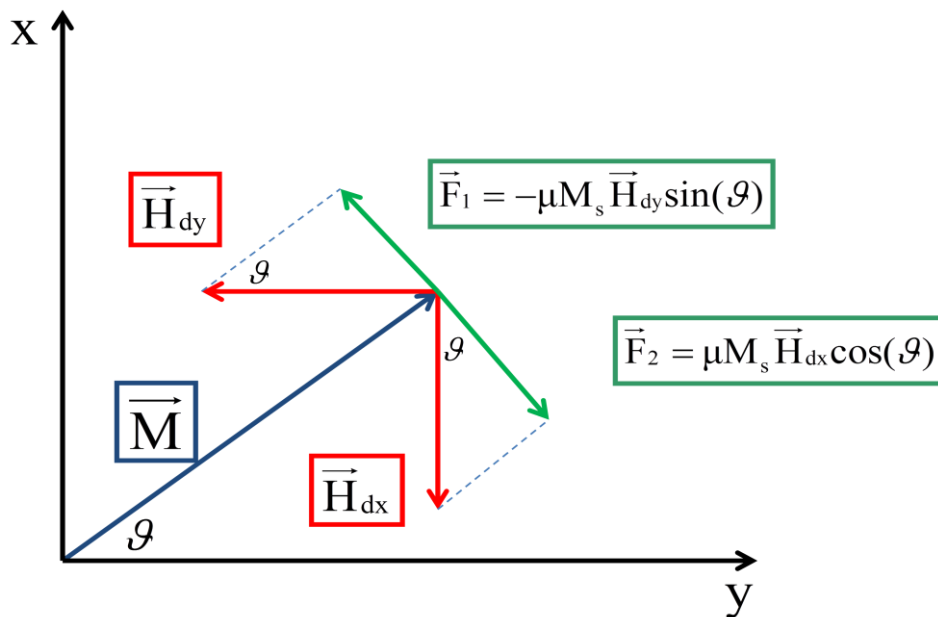


Figura 4.3 Coppia applicata sul vettore magnetizzazione a causa del campo di demagnetizzazione

L'espressione complessiva dell'equazione dell'energia magnetica risulta:

$$e = -\mu M_s H \cos(\psi - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu M_s H_k \sin^2(\varepsilon_0 - \vartheta) + \frac{1}{2} \mu N_y M_s^2 \cos^2(\vartheta) + \frac{1}{2} \mu N_x M_s^2 \sin^2(\vartheta)$$

Questa espressione ha subito una modifica rispetto al caso monodimensionale in quanto adesso la strip non viene più considerata di lunghezza infinita e di conseguenza il vettore magnetizzazione

risente anche della presenza dei due bordi laterali: questi tendono a orientare il vettore \vec{M} ad essi parallelo e dunque il fenomeno dell'anisotropia di forma risulta più complesso dato che le direzioni preferenziali sono due e tra loro ortogonali.

4.3 Calcolo del campo di demagnetizzazione nel caso bidimensionale

Come abbiamo visto nel caso monodimensionale è possibile associare ad ogni punto della strip un vettore campo di demagnetizzazione, il cui valore è legato alla divergenza del vettore magnetizzazione. Mentre nel caso 1-D il calcolo è stato effettuato su una determinata sezione (per semplicità $y = 0$), dato che il vettore magnetizzazione era uniforme lungo la direzione y , in questo caso il calcolo deve essere svolto per tutti i punti $\vec{r} = (x, y, 0)$. Rimane valida invece l'ipotesi di considerare lo spessore della strip molto minore rispetto alle altre dimensioni, per cui sia il campo di demagnetizzazione che il vettore magnetizzazione sono uniformi nella direzione z . Inoltre fino ad ora abbiamo supposto di utilizzare strip di lunghezza L molto maggiore della larghezza w e dello spessore t (idealmente strip di lunghezza infinita): per materiali caratterizzati da questa geometria l'effetto dei bordi situati a $y = L/2$ e $y = -L/2$ appare trascurabile ed, a causa della totale simmetria, il campo di demagnetizzazione è composto solo dalla componente in direzione x , cosa che adesso non riteniamo più valida. Per tutti questi motivi il calcolo del campo di demagnetizzazione è estremamente più semplice in una geometria monodimensionale rispetto al caso 2-D, che ci accingiamo a mostrare.

Consideriamo una strip di forma rettangolare caratterizzata da una lunghezza L che si estende lungo l'asse y , una larghezza w che si estende lungo l'asse x e uno spessore t che si estende lungo l'asse z , come mostrato nella figura 4.4. Prendiamo per semplicità un sistema di riferimento che abbia l'origine degli assi coincidenti con il centro della strip.

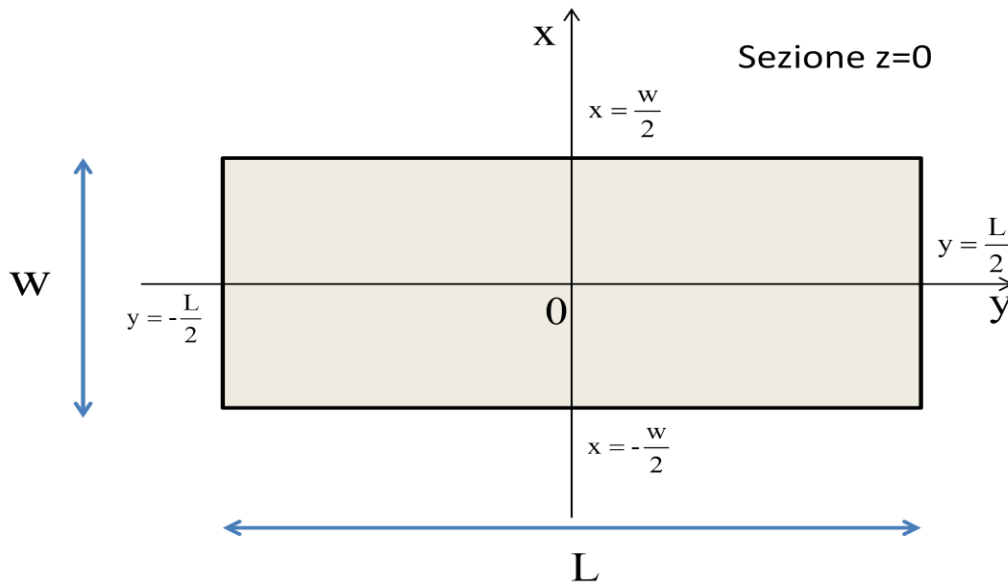


Figura 4.4 Sistema di riferimento x-y per studiare la demagnetizzazione su una strip rettangolare

Il campo di demagnetizzazione in ogni punto consiste nella sovrapposizione di diversi contributi: il contributo legato ai bordi e il contributo legato al bulk.

4.3.1 Contributo dei bordi

Una strip di forma rettangolare come quella rappresentata in figura 4.4 è caratterizzata da due bordi paralleli all'asse x (alle coordinate $y = -L/2$ e $y = L/2$) e due bordi paralleli all'asse y (alle coordinate $x = -w/2$ e $x = w/2$), sui quali possiamo supporre che sia depositata una certa carica magnetica, legata alla variazione su ciascun bordo del vettore magnetizzazione lungo le direzioni x e y. Questa carica è responsabile della generazione di un vettore campo di demagnetizzazione in ogni punto, $\vec{H}_d(x,y,0)$. Per effettuare il calcolo di questo campo in un caso bidimensionale è utile scomporre il generico vettore nelle due componenti ortogonali, $\vec{H}_{dx}(x,y,0)$ e $\vec{H}_{dy}(x,y,0)$, che possono così essere calcolate separatamente. Una volta definiti direzione e verso di questi campi possiamo concentrarci sul calcolo della loro intensità, il cui punto di partenza è la relazione integrale ricavata nel capitolo 2 e che ora riportiamo:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

Il vettore $\vec{r} = (x,y,0)$ definisce un generico punto della strip sulla superficie $z = 0$ in cui vogliamo calcolare il campo, mentre il vettore $\vec{r}' = (x',y',z')$ definisce un generico punto di uno dei bordi della strip in cui è presente carica magnetica “scoperta”, che contribuisce alla determinazione del campo di demagnetizzazione. Consideriamo come primo contributo la carica magnetica situata sul bordo alla coordinata $x = w/2$. La figura 4.5 permette di capire come viene effettuato il calcolo in questo caso.

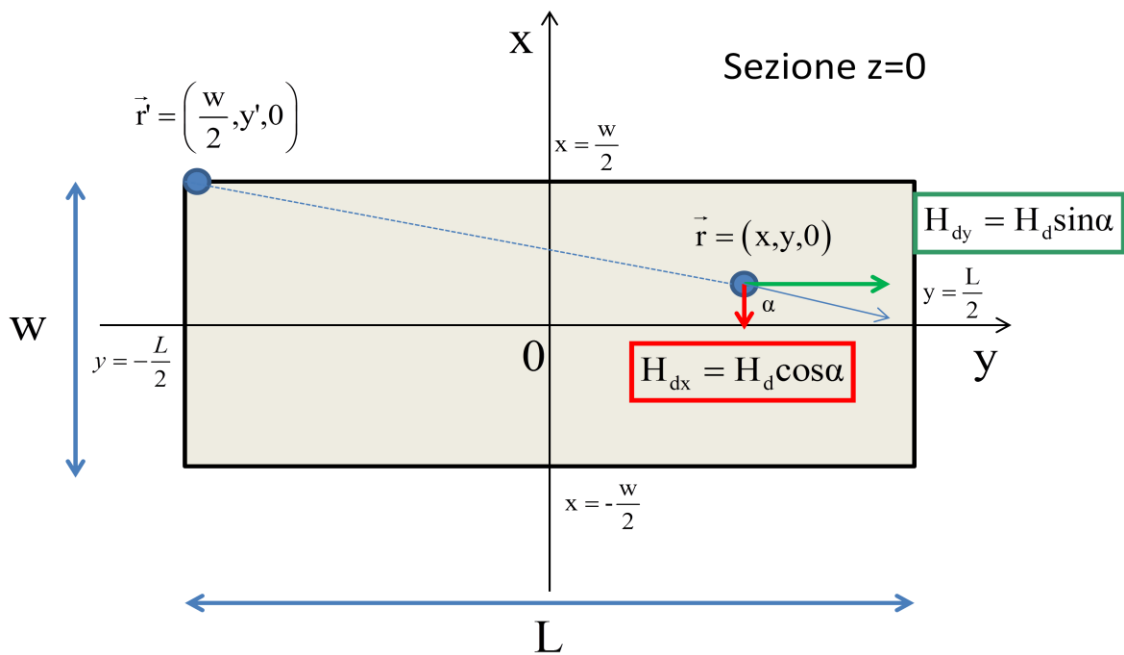


Figura 4.5 Calcolo del campo di demagnetizzazione dovuto ad una generica carica del bordo superiore

Le due componenti del campo tra loro ortogonali possono essere definite come segue:

$$H_{dx} = H_d \cos \alpha$$

$$H_{dy} = H_d \sin \alpha$$

dove α è l'angolo compreso tra la congiungente tra \vec{r} e \vec{r}' e l'asse x . Ne consegue che:

$$H_{dx}(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

$$H_{dy}(\vec{r}) = \int -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \sin \alpha}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

Da considerazioni geometriche è possibile ricavare le seguenti equivalenze:

$$(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha = \left| x - \frac{w}{2} \right|$$

$$(\vec{r} - \vec{r}') \sin \alpha = |y - y'|$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = \left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3$$

da cui si ottiene:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x'} + \frac{\partial \vec{M}_y}{\partial y'} \right) \frac{\left(x - \frac{w}{2} \right)}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x'} + \frac{\partial \vec{M}_y}{\partial y'} \right) \frac{(y - y')}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy'$$

Esprimiamo il valore delle derivate parziali del vettore magnetizzazione nelle due direzioni x e y (valgono le considerazioni fatte nel capitolo 2):

$$\frac{\partial \vec{M}_x}{\partial x'} = -M_s \sin \left[\vartheta \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \delta \left(x - \frac{w}{2}, y' \right)$$

$$\frac{\partial \vec{M}_y}{\partial y'} = M_s \frac{\partial \cos \left[\vartheta \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right]}{\partial y'}$$

Tuttavia si può notare come prevalga la componente in direzione x, dato l'andamento a gradino della magnetizzazione lungo quell'asse:

$$\frac{\partial \bar{M}_x}{\partial x'} + \frac{\partial \bar{M}_y}{\partial y'} = -M_s \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \delta \left(x - \frac{w}{2}, y' \right) + M_s \frac{\partial \cos \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right]}{\partial y'} = -M_s \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \delta \left(x - \frac{w}{2}, y' \right)$$

Sostituendo anche l'espressione della divergenza si ottiene:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \frac{\left(x - \frac{w}{2} \right)}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \frac{(y - y')}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy'$$

Un discorso del tutto analogo vale per gli altri tre bordi.

Per quanto riguarda il calcolo dell'integrale in direzione z , svolgendo i conti riportati nell'Appendice B (*), si ricava:

$$\int_{-l/2}^{l/2} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3} dz' = \frac{t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}}$$

L'integrale in direzione y invece non è risolvibile in forma chiusa e sarà necessario implementare un algoritmo di risoluzione iterativo, del tutto simile a quello descritto nel capitolo 3.

In definitiva le due componenti del campo di demagnetizzazione dovute al bordo $x = w/2$ sono:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \frac{\left(x - \frac{w}{2} \right) \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dy'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \frac{(y - y') \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dy'$$

A differenza del caso 1-D, ora non bisogna solo considerare la presenza della componente in direzione y del campo, ma bisogna anche tenere conto del fatto che entrambe le componenti variano in funzione della posizione all'interno della strip sulla generica sezione $z = 0$.

Le formule ricavate per tutti gli altri bordi si ottengono con lo stesso procedimento: l'Appendice C contiene un riepilogo completo di tutte le formule fondamentali ricavate in questo testo.

4.3.2 Campo di demagnetizzazione sui bordi

Cosa succede se eseguiamo il calcolo del campo di demagnetizzazione dovuto ad un contributo di bordo in un generico punto del bordo stesso? Consideriamo ancora una volta il bordo situato alla coordinata $x = w/2$, ma un discorso analogo vale per tutti gli altri. Focalizziamo inizialmente la nostra attenzione sulla componente in direzione x del campo e dopo ci occuperemo di quello che accade alla componente in direzione y . L'espressione del campo di demagnetizzazione appena ottenuta è:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \frac{\left(x - \frac{w}{2} \right) \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dy'$$

Dato che il nostro scopo è quello di calcolare la componente x del campo di demagnetizzazione in un generico punto del bordo, consideriamo il campo nel punto $\vec{r} = (w/2 - \varepsilon, y, 0)$ e poi facciamo tendere ε a 0. Sostituendo la nuova coordinata all'interno dell'espressione del campo si ottiene:

$$H_{dx} \left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0 \right) = -\frac{M_s t \varepsilon}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right]}{\left[\varepsilon^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\varepsilon^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dy'$$

Da questa relazione è possibile notare come l'unica condizione per cui si verifica un caso di indecisione è $y = y'$ (caso di indecisione del tipo $0/0$), poiché in tutti gli altri casi se ε tende a 0 allora anche H_{dx} tende a 0. Questo deriva dal fatto che se vogliamo calcolare la componente x del campo di demagnetizzazione sul bordo superiore, dovuta alle cariche del bordo stesso, tutte queste cariche andranno a generare un contributo nullo a parte la carica situata nel punto stesso in cui si voglia effettuare il calcolo. Questa carica da un lato produrrebbe un campo infinito in quanto la distanza tra i due punti è nulla, dall'altro, essendo comunque disposta lungo il bordo, genererebbe un contributo la cui proiezione sull'asse x risulta nulla. Da questa ambiguità nasce il caso di indecisione. Nell'Appendice B (**) è riportata la risoluzione di questo integrale per $\varepsilon \rightarrow 0$ e per $y \rightarrow y'$, dalla quale si ottiene:

$$H_{dx}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) \approx -\frac{M_s}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{L/2 - y}{\varepsilon}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{-L/2 - y}{\varepsilon}\right) \right]$$

$$\forall y \neq \pm \frac{L}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dx}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = -\frac{M_s}{2} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right]$$

Questo risultato è analogo a quello ricavato nel caso 1-D!

E' evidente come per $y = \pm L/2$ si verifica un nuovo caso di indecisione per la funzione arcotangente. Tuttavia vedremo che questo contributo di campo calcolato sugli spigoli della strip risulterà trascurabile rispetto al contributo dovuto ai bordi laterali negli stessi punti, dunque per semplicità possiamo estendere la validità del calcolo anche agli spigoli.

Lo stesso procedimento può essere realizzato per il campo H_{dy} . Consideriamo ancora un volta il contributo del bordo $x = w/2$:

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y'\right)\right] \frac{(y - y') \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2\right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + (t/2)^2}} dy'$$

Vogliamo calcolare il campo di demagnetizzazione in un punto tendente al bordo per $\varepsilon \rightarrow 0$, $\vec{r} = (w/2 - \varepsilon, y, 0)$:

$$H_{dy}\left(\frac{w}{2}-\varepsilon, y, 0\right)=\frac{M_s t}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2}\sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y'\right)\right]\frac{(y-y')}{\left[\varepsilon^2+(y'-y)^2\right]\sqrt{\varepsilon^2+(y'-y)^2+\left(\frac{t}{2}\right)^2}}dy'$$

Effettuando le stesse considerazioni del caso precedente e sviluppando i calcoli, riportati nell'Appendice B (***) , si ottiene:

$$H_{dy}\left(\frac{w}{2}-\varepsilon, y, 0\right)=-\frac{M_s}{2\pi}\sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right]\ln\sqrt{\frac{1+\left(\frac{L/2-y}{2\varepsilon}\right)^2}{1+\left(\frac{L/2+y}{2\varepsilon}\right)^2}}$$

$$\forall y\neq\pm\frac{L}{2}:\lim_{\varepsilon\rightarrow 0}H_{dy}\left(\frac{w}{2}-\varepsilon, y, 0\right)=-\frac{M_s}{2\pi}\sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right]\ln\left(\frac{L/2-y}{L/2+y}\right)$$

Questo risultato conferma che per $y=0$ (al centro del bordo) il contributo del campo H_{dy} è nullo per la simmetria della strip. Muovendosi verso i bordi laterali il contributo tende ad aumentare da un lato e a diminuire dall'altro, fino a divergere agli spigoli.

I risultati per tutti gli altri bordi, ricavati da considerazioni analoghe, sono riportati anch'essi nella sezione Appendice C.

4.3.3 Contributo di bulk

Il calcolo del contributo legato alla carica di bulk è del tutto analogo a quello relativo alla carica di bordo. Le uniche differenze consistono nella modalità di integrazione, che ora dovrà avvenire sull'intero volume della strip anziché su una sola superficie, e nell'espressione della divergenza della magnetizzazione, che ora riguarderà punti adiacenti della strip. L'equazione di partenza per la determinazione del vettore campo di demagnetizzazione nello spazio è sempre la stessa:

$$\vec{H}_d(\vec{r})=\int-\nabla\cdot\vec{M}(\vec{r}')\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|^3}d\vec{r}'$$

E' necessario ancora una volta calcolare separatamente i due contributi dovuti alle componenti ortogonali del vettore \vec{H}_d :

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-t/2}^{t/2} -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \bar{M}_x}{\partial x'} + \frac{\partial \bar{M}_y}{\partial y'} \right) \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dz' dy' dx'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-t/2}^{t/2} -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \bar{M}_x}{\partial x'} + \frac{\partial \bar{M}_y}{\partial y'} \right) \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \sin \alpha}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dz' dy' dx'$$

Come per il contributo di bordo ricaviamo anche in questo caso le seguenti equivalenze:

$$(\vec{r} - \vec{r}') \cos \alpha = |x - x'|$$

$$(\vec{r} - \vec{r}') \sin \alpha = |y - y'|$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = \left[\sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3$$

Sostituendo queste relazioni e le espressioni delle derivate parziali:

$$\frac{\partial \bar{M}_x}{\partial x'} = M_s \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial \bar{M}_y}{\partial y'} = M_s \frac{\partial \cos[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial y'}$$

si ottiene:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-t/2}^{t/2} -\frac{M_s}{4\pi} \left\{ \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial x'} + \frac{\partial \cos[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial y'} \right\} \frac{(x - x')}{\left[\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy' dx'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-t/2}^{t/2} -\frac{M_s}{4\pi} \left\{ \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial x'} + \frac{\partial \cos[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial y'} \right\} \frac{(y - y')}{\left[\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z'^2} \right]^3} dz' dy' dx'$$

Come per il contributo dei bordi si può dimostrare che vale la seguente relazione:

$$\int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{\left[\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z'^2} \right]^3} dz' = \frac{t}{\left[(x - x')^2 + (y - y')^2 \right] \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}}$$

In definitiva si ottiene:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{M_s}{4\pi} \left\{ \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial x'} + \frac{\partial \cos[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial y'} \right\} \frac{(x-x')t}{[(x-x')^2 + (y-y')^2] \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy' dx'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{M_s}{4\pi} \left\{ \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial x'} + \frac{\partial \cos[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial y'} \right\} \frac{(y-y')t}{[(x-x')^2 + (y-y')^2] \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy' dx'$$

Il campo di demagnetizzazione complessivo all'interno della strip è determinato dalla sovrapposizione degli effetti di tutti i contributi descritti. I coefficienti di demagnetizzazione in ogni punto della strip possono essere ricavati dalla loro definizione come segue:

$$N_x(x, y, 0) = -\frac{H_{dx}(x, y, 0)}{M_s \sin[\mathcal{G}(x, y, 0)]}$$

$$N_y(x, y, 0) = -\frac{H_{dy}(x, y, 0)}{M_s \cos[\mathcal{G}(x, y, 0)]}$$

4.4 Risultati numerici

Le nuove equazioni appena ricavate, che complessivamente descrivono la magnetizzazione di una generica strip rettangolare nel caso bidimensionale, sono state implementate su Matlab per ottenere una descrizione più accurata di quello che accade nella realtà, rispetto al caso monodimensionale. La struttura generale del programma invece non ha subito sostanziali modifiche rispetto al caso precedente e di conseguenza sono ancora valide tutte le considerazioni fatte all'inizio del capitolo 3. La principale differenza tra il caso monodimensionale e il caso bidimensionale consiste nel grado di complessità dei calcoli e nella maggiore precisione spaziale richiesta nell'analisi di una strip 2-D. Questo determina tempi di simulazione decisamente più lunghi e un'intrinseca difficoltà nell'ottenere la convergenza.

Per il momento sono stati implementati a livello software solamente i calcoli riguardanti il contributo legato ai quattro bordi. Le simulazioni che abbiamo effettuato hanno riguardato strip rettangolari con differenti fattori di forma (rapporto tra la lunghezza e la larghezza della strip), per campo magnetico applicato nullo. Quello che si osserva è che, anche in questa semplice condizione, la convergenza non viene ottenuta nemmeno per un numero di iterazioni elevatissimo (10000). L'errore, inteso ancora una volta come la massima variazione dell'angolo compreso tra la magnetizzazione e l'easy axis tra due iterazioni successive, non ha un comportamento decrescente in maniera monotona, come accadeva per il caso monodimensionale, ma tende ad oscillare. Questo deriva dal fatto che, se prima l'errore era localizzato intorno a un certo numero di punti di un'unica sezione della strip in cui le rotazioni erano molto blande, adesso ci troviamo in uno spazio bidimensionale caratterizzato da rotazioni della magnetizzazione che possono essere molto accentuate in alcuni punti. Nella figura 4.6 viene rappresentata la disposizione del vettore magnetizzazione per una strip rettangolare con lunghezza $L = 1\mu\text{m}$ e larghezza $w = 0.25\mu\text{m}$ (quindi fattore di forma pari a 4) e spessore $t = 50\text{nm}$. Il calcolo è stato effettuato mediante l'utilizzo di una griglia non uniforme, caratterizzata da un numero maggiore di punti in corrispondenza dei bordi, che sono i punti di maggiore criticità. La situazione presentata in figura è stata ottenuta dopo 10000 iterazioni: quello che si può notare è come la magnetizzazione lungo i bordi tenda ad orientarsi in maniera parallela ad essi a causa della forte anisotropia di forma e che, per mantenere le linee di campo chiuse all'interno del materiale, si originano le classiche curvature dei vettori a ridosso dei bordi laterali. Al centro della strip, invece, la rotazione si manifesta in dimensioni molto ridotte rispetto alla condizione di partenza ($\overline{\mathbf{M}}$ parallelo all'easy axis) e la strip si comporta analogamente al caso 1-D. Nella figura 4.7 abbiamo esteso la lunghezza della strip a $L = 1.5\mu\text{m}$ (rapporto di forma pari a 6), mantenendo invariate tutte le altre caratteristiche. In questo caso la regione centrale si estende maggiormente, tendendo sempre di più al caso monodimensionale.

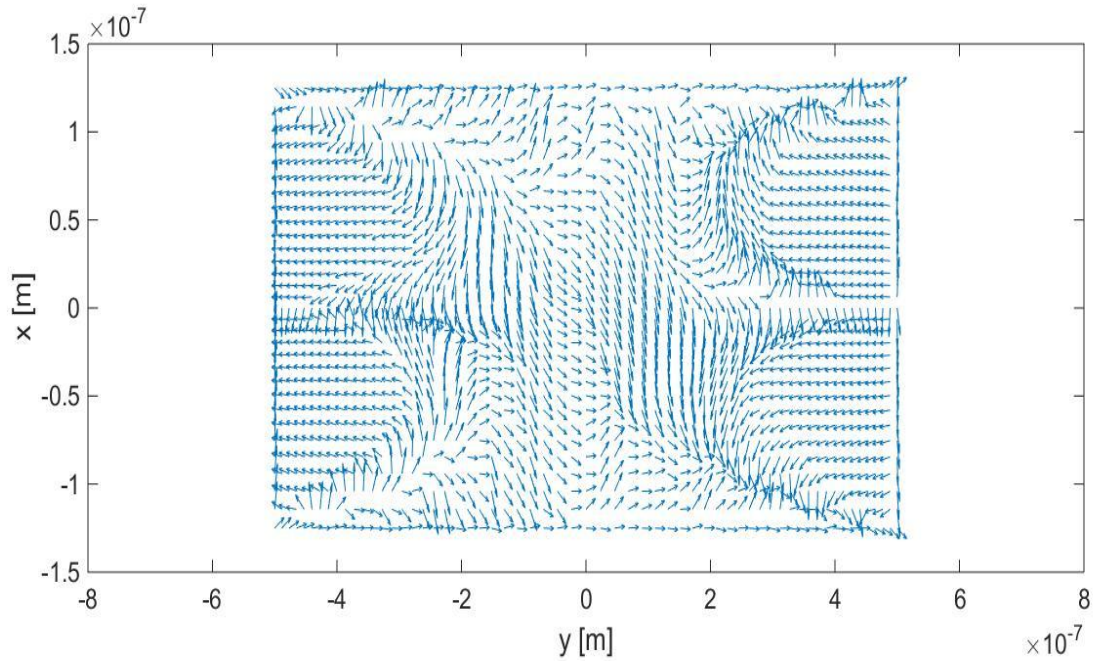


Figura 4.6 Orientamento del vettore magnetizzazione in ogni punto per una strip rettangolare con rapporto di forma pari a 4

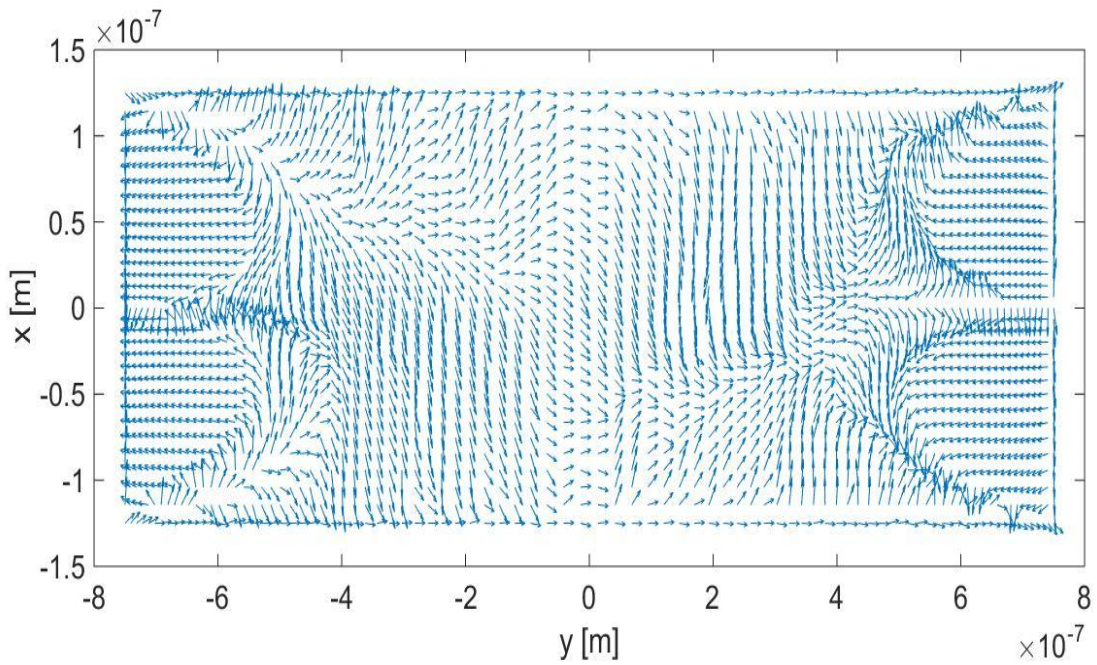


Figura 4.7 Orientamento del vettore magnetizzazione in ogni punto per una strip rettangolare con rapporto di forma pari a 6

Appendice A

Calcoli nel caso monodimensionale

(*) Dimostriamo la seguente relazione:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3} dy' = \frac{2}{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + y'^2 + z'^2} \right]^3} dy' = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2} \sqrt{1 + \frac{y'^2}{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2}} \right]^3} dy'$$

$$a = \frac{y'}{\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2}}, \quad \frac{da}{dy'} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2} \sqrt{1 + \frac{y'^2}{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2}} \right]^3} dy' = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2}}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + z'^2} \sqrt{1 + a^2} \right]^3} da =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + z'^2 \right] \left(\sqrt{1+a^2} \right)^3} da = \frac{1}{\left[\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + z'^2 \right]} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left(\sqrt{1+a^2} \right)^3} da$$

La soluzione dell'integrale è svolta qui sotto, per adesso riportiamo solo il risultato:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\left(\sqrt{1+a^2} \right)^3} da = \left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\frac{1}{\left[\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + z'^2 \right]} \left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{2}{\left(\frac{w}{2} - x \right)^2 + z'^2}$$

Calcolo dell'integrale:

$$\int \frac{1}{\left(\sqrt{1+a^2} \right)^3} da = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} + c$$

$$a = \tan(\beta), \quad \frac{da}{d\beta} = \frac{1}{\cos^2(\beta)}$$

$$\int \frac{1}{\left(\sqrt{1+a^2} \right)^3} da = \int \frac{1}{\cos^2(\beta) \left[\sqrt{1+\tan^2(\beta)} \right]^3} d\beta$$

$$\frac{1}{\cos^2(\beta)} = \frac{\sin^2(\beta) + \cos^2(\beta)}{\cos^2(\beta)} = \tan^2(\beta) + 1$$

$$\int \frac{1}{\cos^2(\beta) \left[\sqrt{1+\tan^2(\beta)} \right]^3} d\beta = \int \frac{1}{\cos^2(\beta) \left[\sqrt{\frac{1}{\cos^2(\beta)}} \right]^3} d\beta =$$

$$= \int \frac{1}{\cos^2(\beta) \frac{1}{\cos^3(\beta)}} d\beta = \int \cos(\beta) d\beta = \sin[\arctg(a)] + c = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} + c$$

(**) Dimostriamo la seguente relazione:

$$\int_{-t/2}^{t/2} \frac{2(w/2-x)}{(w/2-x)^2 + z'^2} dz' = 4 \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2-x)} \right]$$

$$\int_{-t/2}^{t/2} \frac{2(w/2-x)}{(w/2-x)^2 + z'^2} dz' = \int_{-t/2}^{t/2} \frac{2(w/2-x)}{(w/2-x)^2 \left[1 + \frac{z'^2}{(w/2-x)^2} \right]} dz'$$

$$\beta = \frac{z'}{(w/2-x)}, \quad \frac{d\beta}{dz'} = \frac{1}{(w/2-x)}$$

$$\int_{-t/2}^{t/2} \frac{2}{(w/2-x) \left[1 + \frac{z'^2}{(w/2-x)^2} \right]} dz' = \int_{-\frac{t/2}{(w/2-x)}}^{\frac{t/2}{(w/2-x)}} \frac{2(w/2-x)}{(w/2-x)(1+\beta^2)} d\beta =$$

$$= \int_{-\frac{t/2}{(w/2-x)}}^{\frac{t/2}{(w/2-x)}} \frac{2}{(1+\beta^2)} d\beta = 2 \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{z'}{w/2-x} \right) \right]_{-t/2}^{t/2} =$$

$$= 2 \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{w/2-x} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{-t/2}{w/2-x} \right) \right] = 4 \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2-x)} \right]$$

Appendice B

Calcoli nel caso bidimensionale

(*) Dimostriamo la seguente relazione:

$$\int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3} dz' = \frac{t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}}$$

$$\int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + z'^2} \right]^3} dz' = \int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{\left[\sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2} \sqrt{1 + \frac{z'^2}{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2}} \right]^3} dz'$$

$$\alpha = \left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2, \quad \beta = \frac{z'}{\sqrt{\alpha}}, \quad \frac{d\beta}{dz'} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\int_{\frac{-t}{2\sqrt{\alpha}}}^{\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}} \frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha^{\frac{3}{2}} (\sqrt{1 + \beta^2})^3} d\beta = \frac{1}{\alpha} \int_{\frac{-t}{2\sqrt{\alpha}}}^{\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}} \frac{1}{(\sqrt{1 + \beta^2})^3} d\beta$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\alpha} \int_{-\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}}^{\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}} \frac{1}{(\sqrt{1+\beta^2})^3} d\beta &= \frac{1}{\alpha} \left[\frac{\beta}{\sqrt{1+\beta^2}} \right]_{-\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}}^{\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}} = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}}{\sqrt{1+\frac{(t/2)^2}{\alpha}}} - \frac{-\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}}{\sqrt{1+\frac{(t/2)^2}{\alpha}}} \right] = \\
 &= \frac{1}{\alpha} \left[2 \frac{\frac{t}{2\sqrt{\alpha}}}{\sqrt{1+\frac{(t/2)^2}{\alpha}}} \right] = \frac{1}{\alpha^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{t}{\sqrt{1+\frac{(t/2)^2}{\alpha}}} \right] = \frac{t}{\alpha \sqrt{\alpha + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} = \\
 &= \frac{t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}}
 \end{aligned}$$

(**) Ricaviamo la componente x del campo di demagnetizzazione sul bordo superiore:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right] \frac{\left(x - \frac{w}{2} \right) \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy'$$

Poniamo in questa espressione $x = \left(\frac{w}{2} - \varepsilon \right)$ e poi faremo tendere $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$H_{dx} \left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0 \right) = -\frac{M_s t \varepsilon}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y' \right) \right]}{\left[\varepsilon^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\varepsilon^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy'$$

Per $y \rightarrow y'$ e $\varepsilon \rightarrow 0$ all'interno della radice domina il termine $(t/2)^2$:

$$H_{dx} \left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0 \right) \simeq -\frac{M_s t \varepsilon}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y \right) \right] \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{2}{\left[\varepsilon^2 + (y' - y)^2 \right] t} dy'$$

$$H_{dx}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) \approx -\frac{M_s \varepsilon}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{\varepsilon^2 \left[1 + \left(\frac{y' - y}{\varepsilon}\right)^2\right]} dy'$$

Definiamo una variabile ausiliaria:

$$\xi = \frac{y' - y}{\varepsilon}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial y'} = \frac{1}{\varepsilon}$$

$$H_{dx}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) \approx -\frac{M_s}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \int_{\frac{-L/2 - y}{\varepsilon}}^{\frac{L/2 - y}{\varepsilon}} \frac{1}{1 + \xi^2} d\xi$$

$$\int_{\frac{-L/2 - y}{\varepsilon}}^{\frac{L/2 - y}{\varepsilon}} \frac{1}{1 + \xi^2} d\xi = \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{L/2 - y}{\varepsilon}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{-L/2 - y}{\varepsilon}\right) \right]$$

$$H_{dx}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) \approx -\frac{M_s}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{L/2 - y}{\varepsilon}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{-L/2 - y}{\varepsilon}\right) \right]$$

$$\forall y \neq \pm \frac{L}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dx}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = -\frac{M_s}{2} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right]$$

(***) Ricaviamo la componente y del campo di demagnetizzazione sul bordo superiore:

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y'\right)\right] \frac{(y - y') \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2\right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy'$$

Poniamo in questa espressione $x = \left(\frac{w}{2} - \varepsilon\right)$ e poi faremo tendere $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$H_{dy}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = \frac{M_s t}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y'\right)\right] \frac{(y - y')}{\left[\varepsilon^2 + (y' - y)^2\right] \sqrt{\varepsilon^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy'$$

Per $y \rightarrow y'$ e $\varepsilon \rightarrow 0$ all'interno della radice domina il termine $(t/2)^2$:

$$H_{dy}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = \frac{M_s t}{4\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \int_{-L/2}^{L/2} \frac{2(y-y')}{\varepsilon^2 + (y'-y)^2} dy'$$

$$H_{dy}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = -\frac{M_s}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \int_{-L/2}^{L/2} \frac{(y'-y)}{\varepsilon} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{y'-y}{\varepsilon}\right)^2\right]} \frac{dy'}{\varepsilon}$$

Definiamo una variabile ausiliaria:

$$\xi = \frac{y'-y}{\varepsilon}, \frac{\partial \xi}{\partial y'} = \frac{1}{\varepsilon}$$

$$H_{dy}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = -\frac{M_s}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \int_{\frac{-L/2-y}{\varepsilon}}^{\frac{L/2-y}{\varepsilon}} \frac{\xi}{1 + \xi^2} d\xi$$

$$\int_{\frac{-L/2-y}{\varepsilon}}^{\frac{L/2-y}{\varepsilon}} \frac{\xi}{1 + \xi^2} d\xi = \ln \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{L/2-y}{2\varepsilon}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{L/2+y}{2\varepsilon}\right)^2}}$$

$$H_{dy}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = -\frac{M_s}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \ln \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{L/2-y}{2\varepsilon}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{L/2+y}{2\varepsilon}\right)^2}}$$

$$\forall y \neq \pm \frac{L}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dy}\left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0\right) = -\frac{M_s}{2\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y\right)\right] \ln\left(\frac{L/2-y}{L/2+y}\right)$$

Appendice C

Riepilogo Formule

Caso monodimensionale:

Campo di demagnetizzazione dovuto al contributo dei bordi:

-per il bordo situato a $x = w/2$:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = -\frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2} \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2 - x)} \right]$$

-per il bordo situato a $x = -w/2$:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = -\frac{M_s}{\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2} \right) \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(w/2 + x)} \right]$$

Campo di demagnetizzazione dovuto al contributo di bulk:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = -\frac{M_s}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\partial \sin[\vartheta(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg} \left(\frac{t/2}{x-x'} \right) dx'$$

Campo di demagnetizzazione dovuto ai bordi nel caso multistrip:

Strip alla sinistra di quella considerata:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \sum_{j=1}^{iN-1} -\frac{M_s}{\pi} \sin \vartheta \left[-(iN-j)w - w/2 - (iN-j)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(iN-j)w + w/2 + (iN-j)d + x} \right] +$$

$$+ \frac{M_s}{\pi} \sin \vartheta \left[-(iN-j-1)w - w/2 - (iN-j)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(iN-j-1)w + w/2 + (iN-j)d + x} \right]$$

Strip alla destra di quella considerata:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \sum_{j=iN+1}^N -\frac{M_s}{\pi} \sin \vartheta \left[(j-iN)w + w/2 + (j-iN)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(j-iN)w + w/2 + (j-iN)d - x} \right] +$$

$$+ \frac{M_s}{\pi} \sin \vartheta \left[(j-iN-1)w + w/2 + (j-iN)d \right] \operatorname{arctg} \left[\frac{t/2}{(j-iN-1)w + w/2 + (j-iN)d - x} \right]$$

Campo di demagnetizzazione dovuto al bulk nel caso multistrip:

Strip alla sinistra di quella considerata:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \sum_{j=1}^{iN-1} -\frac{M_s}{\pi} \int_{-(iN-j)w-\frac{w}{2}-(iN-j)d}^{-(iN-j-1)w-\frac{w}{2}-(iN-j)d} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg}\left(\frac{t/2}{x-x'}\right) dx'$$

Strip alla destra di quella considerata:

$$H_{dx}(x, 0, 0) = \sum_{j=iN+1}^N -\frac{M_s}{\pi} \int_{(j-iN-1)w+\frac{w}{2}+(j-iN)d}^{(j-iN)w+\frac{w}{2}+(j-iN)d} \frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x')]}{\partial x'} \operatorname{arctg}\left(\frac{t/2}{x-x'}\right) dx'$$

Caso bidimensionale:

Campo di demagnetizzazione dovuto al contributo dei bordi:

-per il bordo situato a $x = w/2$:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-t/2}^{t/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y'\right)\right] \frac{\left(x - \frac{w}{2}\right) \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2\right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-t/2}^{t/2} \frac{M_s}{4\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(\frac{w}{2}, y'\right)\right] \frac{(y - y') \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2\right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} - x\right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy'$$

-per il bordo situato a $x = -w/2$:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-t/2}^{t/2} -\frac{M_s}{4\pi} \sin\left[\mathcal{G}\left(-\frac{w}{2}, y'\right)\right] \frac{\left(x + \frac{w}{2}\right) \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} + x\right)^2 + (y' - y)^2\right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} + x\right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-L/2}^{L/2} -\frac{M_s}{4\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2}, y' \right) \right] \frac{(y - y') \cdot t}{\left[\left(\frac{w}{2} + x \right)^2 + (y' - y)^2 \right] \sqrt{\left(\frac{w}{2} + x \right)^2 + (y' - y)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dy'$$

-per il bordo situato a $y = L/2$:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \frac{M_s}{4\pi} \cos \left[\mathcal{G} \left(x', \frac{L}{2} \right) \right] \frac{(x - x') \cdot t}{\left[(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} - y \right)^2 \right] \sqrt{(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} - y \right)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dx'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \frac{M_s}{4\pi} \cos \left[\mathcal{G} \left(x', \frac{L}{2} \right) \right] \frac{\left(y - \frac{L}{2} \right) \cdot t}{\left[(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} - y \right)^2 \right] \sqrt{(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} - y \right)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dx'$$

-per il bordo situato a $y = -L/2$:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} -\frac{M_s}{4\pi} \cos \left[\mathcal{G} \left(x', -\frac{L}{2} \right) \right] \frac{(x - x') \cdot t}{\left[(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} + y \right)^2 \right] \sqrt{(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} + y \right)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dx'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} -\frac{M_s}{4\pi} \cos \left[\mathcal{G} \left(x', -\frac{L}{2} \right) \right] \frac{\left(y + \frac{L}{2} \right) \cdot t}{\left[(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} + y \right)^2 \right] \sqrt{(x' - x)^2 + \left(\frac{L}{2} + y \right)^2 + \left(\frac{t}{2} \right)^2}} dx'$$

Campo di demagnetizzazione calcolato sul bordo:

$x = w/2$:

$$\forall y \neq \pm \frac{L}{2}: \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dx} \left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0 \right) = -\frac{M_s}{2} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y \right) \right]$$

$$\forall y \neq \pm \frac{L}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dy} \left(\frac{w}{2} - \varepsilon, y, 0 \right) = -\frac{M_s}{2\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(\frac{w}{2}, y \right) \right] \ln \left(\frac{L/2 - y}{L/2 + y} \right)$$

$x = -w/2 :$

$$\forall y \neq \pm \frac{L}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dx} \left(-\frac{w}{2} + \varepsilon, y, 0 \right) = -\frac{M_s}{2} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2}, y \right) \right]$$

$$\forall y \neq \pm \frac{L}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dy} \left(-\frac{w}{2} + \varepsilon, y, 0 \right) = -\frac{M_s}{2\pi} \sin \left[\mathcal{G} \left(-\frac{w}{2}, y \right) \right] \ln \left(\frac{L/2 + y}{L/2 - y} \right)$$

$y = L/2 :$

$$\forall x \neq \pm \frac{w}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dx} \left(x, \frac{L}{2} - \varepsilon, 0 \right) = -\frac{M_s}{2\pi} \cos \left[\mathcal{G} \left(x, \frac{L}{2} \right) \right] \ln \left(\frac{w/2 - x}{w/2 + x} \right)$$

$$\forall x \neq \pm \frac{w}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dy} \left(x, \frac{L}{2} - \varepsilon, 0 \right) = -\frac{M_s}{2} \cos \left[\mathcal{G} \left(x, \frac{L}{2} \right) \right]$$

$y = -L/2 :$

$$\forall x \neq \pm \frac{w}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dx} \left(x, -\frac{L}{2} + \varepsilon, 0 \right) = -\frac{M_s}{2\pi} \cos \left[\mathcal{G} \left(x, -\frac{L}{2} \right) \right] \ln \left(\frac{w/2 + x}{w/2 - x} \right)$$

$$\forall x \neq \pm \frac{w}{2} : \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_{dy} \left(x, -\frac{L}{2} + \varepsilon, 0 \right) = -\frac{M_s}{2} \cos \left[\mathcal{G} \left(x, -\frac{L}{2} \right) \right]$$

Campo di demagnetizzazione dovuto al contributo di bulk:

$$H_{dx}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M_s}{4\pi} \left(\frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial x'} + \frac{\partial \cos[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial y'} \right) \frac{(x-x')t}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 \right] \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy' dx'$$

$$H_{dy}(x, y, 0) = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M_s}{4\pi} \left(\frac{\partial \sin[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial x'} + \frac{\partial \cos[\mathcal{G}(x', y')]}{\partial y'} \right) \frac{(y-y')t}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 \right] \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}} dy' dx'$$

Conclusioni

Il mio lavoro di tesi è stato suddiviso in due parti: lo studio della fisica di un sensore AMR, con particolare attenzione al fenomeno della demagnetizzazione, e la modellizzazione mediante il software Matlab del dispositivo. Le simulazioni realizzate nel caso monodimensionale hanno mostrato una discreta attinenza ai dati sperimentali e ai risultati di un simulatore micromagnetico, specialmente nel caso di campi magnetici applicati nella direzione dell'hard axis. Per campi magnetici con direzione generica è stato osservato come i risultati ottenuti non siano del tutto corretti e per questo motivo abbiamo indagato come debba essere modificato il contributo della demagnetizzazione nel caso bidimensionale. Anche questo modello analitico è stato implementato a livello di software e le simulazioni hanno dimostrato la complessità dello studio della magnetizzazione in questo caso, soprattutto in termini di convergenza. Queste considerazioni potranno essere utili per lo sviluppo futuro di un modello numerico completo in grado di prevedere la configurazione della magnetizzazione su una generica strip nel caso bidimensionale e anche nell'estensione multistrip. L'obiettivo finale è quello di ottenere delle curve caratteristiche in totale accordo con i dati ricavati sperimentalmente, in modo da riuscire a descrivere il dispositivo in maniera accurata.

Bibliografia

- [1] Caruso, M. J., Bratland, T., Smith, C. H., & Schneider, R. (1998). A new perspective on magnetic field sensing.
- [2] Lenz, J. (1990). A review of magnetic sensors. *IEEE, Vol.78, NO.6*.
- [3] Lenz, J., & Edelstein, A. S. (2006). Magnetic sensors and their application. *IEEE Sensors Journal, Vol.6, NO.3* .
- [4] Tumanski, S. (2011). *Handbook of magnetic measurements*. Warsaw University of Technology, Poland.
- [5] *Magnetic tunnel junction sensor development for industril applications*. (s.d.). Tratto da Micro Magnetics, Inc., 617 Airport Road, Fall River, Massachussets 02720, USA .
- [6] Motolese, S. (2014). Magnetometri triassiali planari in tecnologia AMR. *Tesi di laurea specialistica in Ingegneria Elettronica* . Politecnico di Milano.
- [7] Tumanski, S. (2001). *Thin film magnetoresistive sensors*. Warsaw University of Technology, Poland: Institute of Physics Publishing.
- [8] McGuire, T., & Potter, R. (1975). Anisotropic Magnetoresistance in Ferromagnetic 3d Alloys. *IEEE Transactions on magnetics, Vol MAG-11, NO.4* .
- [9] Dorleijn, J. (1977). *Electrical conduction in ferromagnetic metals*.
- [10] Tauxe, L. (2009). *The magnetic energy of particles (Chapter 4)*. Tratto da <http://magician.ucsd.edu/essentials/WebBookli1.html>.

-
- [11] Wysin, G. (Department of Physics, Kansas State University, Manhattan, 2012). *Demagnetization Fields*.
- [12] Koehler, T., Yang, B., Chen, W., & Fredkin, D. (1993). Simulation of magnetoresistive response in a small Permalloy strip. *Journal of Applied Physics* 73 .
- [13] Lee, W., Xu, Y., Vaz, C., Hirohata, A., Leung, H., Yao, C., et al. (1999). Effect of Junction Geometry on Switching Field and Reversal Behaviour in Permalloy Wires. *IEEE Transactions of magnetics*, Vol.35, NO.5 .
- [14] Ott, F., Maurer, T., Chaboussant, G., Soumare, Y., Piquemal, J.-Y., & Viau, G. (2009). Effects of the Shape of Elongated Magnetic Particles on the Coercive Field. *Journal of Applied Physics* 105.
- [15] Tumanski, S., & Stabrowski, M. M. (1988). Numerical Calculations of Magnetization and Demagnetizing Factors in Thin Film Anisotropic Structure. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.24, NO.1 .