

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea Specialistica in
Ingegneria Meccanica



Impiego della correlazione delle immagini
nell'ambito dell'analisi modale sperimentale

Relatore Politecnico di Milano: Roberto CORRADI

Relatore ESTACA: Julien BROCAIL

Tesi di Laurea di:

Federico AMENINI Matr. 804706

Anno Accademico 2014- 2015

Indice

1	Introduzione	6
2	Correlazione delle immagini	10
3	Applicazione della tecnica DIC per l'analisi modale	14
3.1	Misura delle risposte in frequenza tramite tecniche tradizionali	18
3.2	Analisi mediante FEM	22
3.3	Risultati ottenuti con la tecnica DIC	25
4	Conclusioni e sviluppi futuri	33
A		35
A.1	Applicazione su campo di spostamenti analitico	39

Elenco delle figure

2.1	DIC: Principio di funzionamento	11
2.2	DIC: Griglia di calibrazione delle fotocamere	12
2.3	DIC: Esempio di pattern e configurazione della prova	13
3.1	Misura FRF: Vibrometro	15
3.2	Misura FRF: Strumenti utilizzati nelle prove di misura con metodi tradizionali	20
3.3	Misura FRF: Risposta in frequenza della piastra	21
3.4	FEM: Struttura indeformata	23
3.5	FEM: Primo modo flessionale	23
3.6	FEM: Secondo modo flessionale	24
3.7	FEM: Terzo modo flessionale	24
3.8	DIC: Strumenti utilizzati nelle prove di misura	29
3.9	DIC: Fase di calibrazione con griglia	30
3.10	DIC: Visualizzazione della forma modale a 84 Hz	30
3.11	DIC: Visualizzazione della forma modale a 90 Hz	31
3.12	DIC: Visualizzazione della forma modale a 188 Hz	31
3.13	Comparazione dei risultati ottenuti con il calcolo numerico e con la tecnica DIC	32
A.1	Geometria della piastra	37
A.2	Problema inverso	41

A.3	Problema inverso: Materiale 1	41
A.4	Problema inverso: Materiale 2	42
A.5	Problema inverso: Materiale 3	42

Ringraziamenti

Desidero ringraziare chiunque abbia contribuito alla realizzazione di questo lavoro.

In particolare ci tengo a ringraziare il Prof. Corradi Roberto per aver coordinato le mie attività anche nel periodo di permanenza in Francia, oltre che per i suoi attenti consigli.

Ringrazio, inoltre, il Prof. Julien Brocaïl per la stima e la fiducia che mi ha dimostrato, chiedendomi un'ulteriore collaborazione nei pressi della Ecole Supérieure des Techniques Aéronautiques et de Construction Automobile.

Un grande ringraziamento va alla mia famiglia, ad Elena e ad Andrea D.N. per avermi accompagnato, sostenuto e supportato fin dall'inizio.

Tutte le persone citate in questa pagina hanno svolto un ruolo fondamentale nella stesura della tesi, ma desidero precisare che ogni errore o imprecisione è imputabile soltanto al sottoscritto.

Capitolo 1

Introduzione

L'analisi modale è lo strumento più importante ed utile per la caratterizzazione, il miglioramento e l'ottimizzazione delle caratteristiche dinamiche di una struttura. Le sue applicazioni si hanno non solo nel settore dell'ingegneria meccanica e aeronautica, ma anche nell'ingegneria civile, biomedica ed aerospaziale, nel settore dei trasporti, della costruzione di strumenti acustici e centrali nucleari.

Le strutture moderne (nel settore aeronautico, meccanico o civile) sono sempre più complesse e leggere, ma devono comunque soddisfare esigenze di resistenza meccanica e non essere soggette a vibrazioni non desiderate.

Dato che il comportamento dinamico delle strutture sta assumendo sempre più importanza, diventa fondamentale che la progettazione sia effettuata con attenzione alle proprietà dinamiche.

L'analisi agli elementi finiti per mezzo di una modellazione al computer ha fornito agli ingegneri uno strumento utile a questo riguardo. Essa richiede una base teorica per accertarsi di dare un corretto significato ai risultati ottenuti in relazione alla dinamica della struttura. Un importante step dell'analisi agli elementi finiti è l'analisi modale.

Essa consiste nell'identificare i parametri modali quali frequenze proprie, mo-

di di vibrare, rigidità, smorzamento e massa modali ed utilizzare questi per la modellazione matematica del comportamento dinamico delle strutture.

L'analisi modale è basata sul fatto che la risposta alla vibrazione di un sistema lineare e tempo-invariante può essere espressa come combinazione lineare di semplici funzioni armoniche, chiamate modi di vibrare. Questo concetto si fonda sul principio di Fourier che usa la combinazione di funzioni seno e coseno per descrivere forme d'onda complesse. I modi di vibrazione sono insiti del sistema dinamico e sono determinati in modo univoco conoscendo le proprietà fisiche e la loro distribuzione spaziale. Ogni modo è descritto in termini di parametri modali. Il grado di partecipazione del singolo modo ad una vibrazione complessiva dipende sia dalla forzante sia dalle forme modali del sistema.

Il testing modale è una tecnica sperimentale usata per ottenere un modello di un sistema vibrante lineare e tempo-invariante. La base teorica della tecnica è fissata sullo stabilire una relazione tra la vibrazione in un punto e l'eccitazione applicata nello stesso punto o in un altro, in funzione della frequenza. Questa relazione, spesso rappresentata da una funzione complessa, è chiamata *Funzione di Risposta in Frequenza - FRF* o in inglese *Frequency Response Function*. La combinazione delle eccitazioni e delle risposte su differenti punti fornisce un set di risposte in frequenza che possono essere rappresentate in una matrice. Questa matrice è di solito simmetrica, sottolineando la reciprocità della risposta della struttura: se si eccita il punto A e si misura la vibrazione nel punto B, si ottiene la stessa risposta che si otterrebbe eccitando il punto B ed effettuando le misure sul punto A.

L'attività di testing permette la misura delle FRF che può essere eseguita semplicemente eccitando, con una forzante nota, un punto della struttura, in assenza di altre forzanti, e misurando la vibrazione ottenuta in uno o più punti. Le tecniche di eccitazione possono essere: sweep su una banda di frequenze stabilita, forzanti a gradino, rumore random o il cosiddetto rumore

bianco.

Le forzanti sono spesso misurate tramite trasduttori di forza nel punto di applicazione, mentre la risposta è misurata con accelerometri, vibrometri laser o, come viene proposto in questa tesi, con la tecnica della Correlazione delle Immagini.

Entrambi i segnali di ingresso e uscita sono, in seguito, analizzati per la determinazione delle risposte in frequenza.[1]

Gli accelerometri sono largamente utilizzati, facili da installare, con una sensibilità piuttosto spinta.

L'uso degli accelerometri, però, presenta delle limitazioni: sebbene questi strumenti siano ormai dotati di massa piccola (anche inferiore al grammo), per applicazioni su strutture ultraleggere quali possono essere componenti del settore aeronautico o veicolistico, l'effetto della massa non può essere trascurabile. [2] Inoltre, per ottenere la risposta su molti punti, si dovrebbe tappezzare il componente di accelerometri: il numero di punti di misura, infatti, è limitato dal numero di strumenti installati.

Sfruttando la reciprocità della risposta, si può eccitare il componente su più punti e misurare l'uscita, al limite, su un singolo punto con un solo accelerometro. Questo però ha come conseguenza l'aumento del numero di prove da effettuare e quindi del tempo necessario per la loro esecuzione. Inoltre non sempre è possibile spostare il punto di eccitazione.

I vibrometri laser sono strumenti senza contatto che superano, per questo, il problema dell'influenza della massa.

Persiste, però, il problema della risoluzione spaziale: per effettuare delle misure su tutto il componente, con una risoluzione sufficientemente elevata, è necessario effettuare una scansione su molti punti. E' quindi necessaria l'esecuzione di un numero elevato di prove con dispendio di tempo.

In questa tesi si propone di applicare la tecnica della correlazione delle immagini per la visualizzazione della risposta in frequenza di una struttura. Usando due fotocamere è possibile effettuare una misura senza contatto, istantaneamente su tutto il componente, con una risoluzione spaziale che nessun'altra tecnica di misura può fornire.

Capitolo 2

Correlazione delle immagini

In questa tesi si vuole applicare la tecnica della correlazione delle immagini a supporto dell'analisi modale.

La tecnica DIC (Digital Image Correlation), sviluppata per la prima volta nella University of South Carolina negli anni '80, si sta evolvendo negli ultimi anni grazie all'avvento delle fotocamere digitali e alla possibilità di avere computer performanti a basso costo.

Essa viene utilizzata per misure senza contatto in molteplici applicazioni: da applicazioni bidimensionali, con l'uso di una sola fotocamera, o tridimensionali, che utilizzano due fotocamere ed i principi di stereoscopia[4].

L'importante misura effettuata è quella della intensità di luce che agisce su un array rettangolare di pixel contenuto nei sensori CCD delle fotocamere. Attraverso un processo di correlazione, il computer è capace di riconoscere e tracciare uno specifico punto definito attraverso l'intensità luminosa nel suo intorno su una serie di immagini. Tracciando dei punti discreti in immagini catturate, con la tecnica della stereografia (inquadrandolo la stessa scena con due fotocamere poste con un certo angolo tra di esse) e applicando i principi di fotogrammetria, è possibile misurare spostamenti, deformazioni e sforzi. In Figura 2.1 è possibile vedere come è applicato il principio della correlazio-

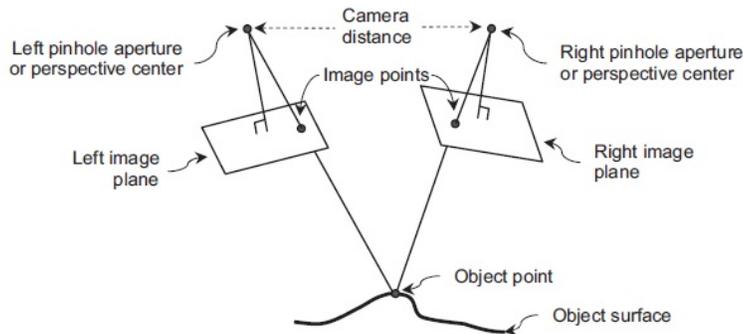


Figura 2.1: Le due fotocamere catturano due immagini differenti dello stesso punto di interesse.

ne delle immagini.[3]

Prima di effettuare il test, si utilizzano i principi di triangolazione per definire la posizione relativa delle fotocamere tra di loro. Infatti, tipicamente, il processo di misura attraverso la correlazione delle immagini prevede una fase di calibrazione effettuata su delle griglie note, fornite dal produttore in dotazione con le fotocamere (Figura 2.2).

I pannelli di calibrazione sono dimensionati in modo da coprire tutta l'area di interesse per le misure che seguono. Nota la distanza interposta tra due punti della griglia il software può calcolare la posizione relativa e i parametri di distorsione di ogni lente delle due fotocamere analizzando una serie di immagini catturate.

Durante l'esperimento, quindi, vengono catturate diverse paia di imma-

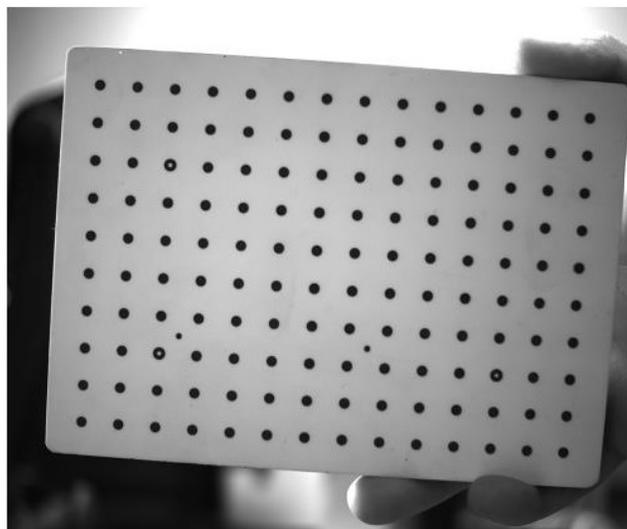


Figura 2.2: Griglia di calibrazione delle fotocamere.

gini. Il primo paio è preso come immagine alla quale tutti i successivi fanno riferimento per la comparazione. Il computer divide le immagini in sottoimmagini con un certo overlap dell'ordine di 10-20 pixel. Affinché la correlazione abbia successo gli angoli delle sottoimmagini devono trovarsi entro un certo intorno di valori di intensità luminosa. E' per questo motivo che viene applicato un pattern agli oggetti della misura in un'operazione preliminare all'esperimento. Un pattern randomico di punti con un alto contrasto sulla scala di grigi viene indicato solitamente come la migliore soluzione (Figura 2.3).

Oltre ai tanti vantaggi che la tecnica DIC fornisce, è necessario tenere conto delle incertezze di cui i risultati possono essere affetti. Cause comuni di incertezza sono rappresentate da errori sulla calibrazione e sugli angoli della fotocamera, dalla taglia dello speckle o dall'illuminazione. Per questo motivo è importante cercare di stimare gli errori.

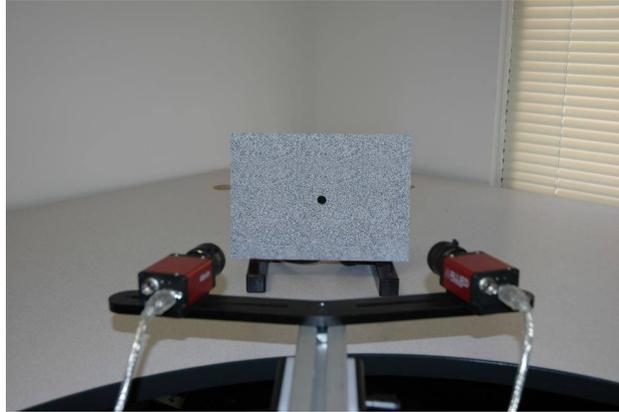


Figura 2.3: Esempio di pattern e configurazione della prova.

Fornire alla scena una sufficiente illuminazione è fondamentale durante l'acquisizione di immagini ad alta velocità, ma bisogna prestare attenzione al fatto che il riscaldamento del provino che ne consegue potrebbe, per determinate applicazioni, influenzare le sue proprietà meccaniche.

Importante fattore da tenere in considerazione è, quindi, la sensibilità che questi strumenti possono fornire. Per misure fuori dal piano è stimata essere circa 0,03 pixel. Questo valore comunque è dipendente da numerosi fattori inclusa la qualità della luce e l'uniformità dei puntini che creano il pattern.

Capitolo 3

Applicazione della tecnica DIC per l'analisi modale

Le misure per l'analisi modale sperimentale prevedono l'acquisizione della risposta in frequenza dalla struttura in esame.

Uno degli strumenti più utilizzati per la misura della risposta del sistema vibrante è l'accelerometro. Esso misura le accelerazioni in un punto e restituisce il segnale in forma di tensione. Questo segnale è poi trasformato tramite un condizionatore prima di essere processato.

Ci sono due aspetti importanti da considerare nella misura delle accelerazioni tramite accelerometri: la frequenza e la ampiezza. Un accelerometro ideale dovrebbe avere una relazione lineare tra input (accelerazione della struttura) ed output (segnale in tensione): la sua risposta in frequenza dovrebbe essere la più piatta possibile. Inoltre esso non dovrebbe introdurre alcuna distorsione nella fase del segnale acquisito. In generale un accelerometro non introduce distorsioni quando la sua frequenza propria è almeno 5 volte la frequenza del segnale in ingresso.

La massa degli accelerometri può causare il cambiamento delle caratteristiche della struttura in esame. Questo può avvenire, per esempio, in caso di

strutture ultraleggere, come in campo aeronautico o veicolistico.

Questi strumenti, inoltre, forniscono solo delle misure puntuali: la necessità di conoscere una matrice di risposte in frequenza obbliga l'utilizzo di più accelerometri o l'esecuzione di più prove eccitando la struttura su più punti, con lo svantaggio di avere maggiore effetto di massa, nel primo caso, o di dilatare i tempi di esecuzione delle prove, nel secondo.

Nel caso di strutture ultraleggere, quando l'effetto di massa degli accelerometri non può essere trascurabile, il modo più corretto per effettuare una campagna di misure è quello di utilizzare tecniche non invasive. A tal fine, i vibrometri laser (Figura 3.1) sono molto utilizzati. Questi strumenti sono utili anche nel caso in cui il punto di misura sia difficilmente raggiungibile per l'installazione di un accelerometro, o nel caso in cui la struttura in oggetto sia troppo piccola.

Lo svantaggio dell'utilizzo di un vibrometro laser per la misurazione degli



Figura 3.1: Vibrometro laser.

spostamenti, consiste nel dover effettuare una scansione su molti punti per poter caratterizzare la FRF su tutta la struttura.

Oggetto del presente lavoro di tesi, come detto, è il calcolo degli spostamenti con la tecnica della correlazione delle immagini, per la visualizzazione della

risposta in frequenza di una piastra vibrante.

L'obiettivo è quello di superare le limitazioni delle tecniche di misura esposte in precedenza: questa tecnica infatti fornisce una misura istantanea su tutta la struttura target, con una risoluzione molto elevata, permettendo una misura molto più rapida.

Al fine di effettuare una validazione di tale metodo è stato deciso di svolgere le misure su una piastra in alluminio.

Il motivo di questa scelta sta nel fatto che, per questa geometria, si hanno a disposizione modelli analitici semplici e, grazie alla conoscenza a priori delle caratteristiche del materiale, è possibile predire la risposta dinamica del provino.

Per lo svolgimento delle prove, in questo contesto, si è scelto di adoperare una piastra con dimensioni 210x290mm e con spessore di 1,5mm. Le dimensioni della piastra sono state scelte in modo tale da evitare la sovrapposizione di modi alla stessa frequenza, come è evidente che succeda analizzando la formula delle frequenze proprie delle piastre, nel caso in cui il rapporto dei lati sia razionale.

$$\omega_{m,n} = \left(\left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \right) \sqrt{\frac{B}{\rho s}}$$

Il lavoro è stato svolto come segue:

- Fase 1: Misura della risposta in frequenza della piastra tramite approcci tradizionali. In questa fase la piastra oggetto di studio è posta in vibrazione acquisendo misure di accelerazione mediante accelerometri. Se ne ricava la risposta in un range di frequenze comprese tra 5 Hz e 230 Hz.
- Fase 2: Calcolo delle frequenze proprie e dei modi di vibrare mediante programma FEM sviluppato in Matlab. Questa fase è fondamentale per avere un riscontro sui risultati della fase precedente e successiva.

- Fase 3: Acquisizione per mezzo delle fotocamere degli spostamenti della piastra posta in vibrazione ad una frequenza di risonanza al fine di visualizzare la risposta.

Occorre tenere presente che il campo degli spostamenti ottenuti nella fase 3 non corrisponde alla forma modale della piastra, ma è la risposta della piastra alla frequenza di risonanza. Queste, però, risultano coincidenti o molto simili quando il componente ha uno smorzamento basso e i modi possono essere considerati disaccoppiati (il contributo degli altri modi sul modo considerato può essere considerato trascurabile quando le frequenze proprie sono sufficientemente lontane).

3.1 Misura delle risposte in frequenza tramite tecniche tradizionali

Alla piastra sopra descritta è stato praticato un foro centrale per poter eseguire il fissaggio su un tavolo vibrante. Il set-up sperimentale è costituito da:

- una parte responsabile della generazione della forza di eccitazione. Essa comprende un generatore di segnali (Figura 3.2(a)), un amplificatore ed uno shaker (Figura 3.2(b)).
- una seconda parte responsabile della misurazione e acquisizione dei segnali. A tal fine sono utilizzati tre accelerometri (Figura 3.2(e)), una cella di carico (Figura 3.2(c)) ed un sistema di condizionamento.
- una terza parte per la post-processazione del segnale. Essa è costituita da una scheda di acquisizione (Figura 3.2(d)) collegata ad un computer.

I segnali sulla risposta sono stati acquisiti con accelerometri in differenti configurazioni:

1. Singolo accelerometro in un angolo della piastra.
2. Tre accelerometri su tre angoli della piastra.
3. Un accelerometro posto in prossimità di un angolo ed uno in prossimità del bordo sull'asse minore della piastra.

Per ognuna delle configurazioni sono state effettuate le seguenti prove:

- Sweep in frequenza da 5 Hz a 65 Hz della durata di 60s, con variazione lineare.
- Sweep in frequenza da 60 Hz a 120 Hz della durata di 60s, con variazione lineare.

- Sweep in frequenza da 115 Hz a 175 Hz della durata di 60s, con variazione lineare.
- Sweep in frequenza da 170 Hz a 230 Hz della durata di 60s, con variazione lineare.
- Rumore della durata di 100s.

Oltre all'acquisizione delle accelerazioni mediante accelerometri è necessario acquisire un segnale per la forza che eccita la piastra. A tal fine è stata installata tra la piastra e il tavolino una cella di carico.

La risposta in frequenza è stata quindi stimata con il cosiddetto *stimatore H1*.

$$H_1(\omega) = \frac{G_{FA}(\omega)}{G_{AA}(\omega)}$$

dove:

$$G_{FA}(\omega) = \text{conj}(F(\omega))A(\omega)$$

$$G_{FF}(\omega) = \text{conj}(F(\omega))F(\omega)$$

Si riporta nella figura 3.3 la risposta in frequenza ottenuta nella configurazione 3 nel range di frequenze da 5 Hz a 230 Hz. In questo range sono evidenti quattro picchi di risonanza:

- 84 Hz: Il segnale in uscita è disturbato. E' però evidente che i segnali sui due accelerometri sono in controfase.
- 96 Hz: Anche in questo caso i segnali sono in controfase.
- 172 Hz: I segnali sono in fase.
- 189 Hz: I segnali sono in fase.



(a) Generatore di funzioni



(b) Shaker



(c) Cella di carico



(d) Scheda di acquisizione



(e) Accelerometro

Figura 3.2: Misura FRF: Strumenti utilizzati nelle prove di misura con metodi tradizionali

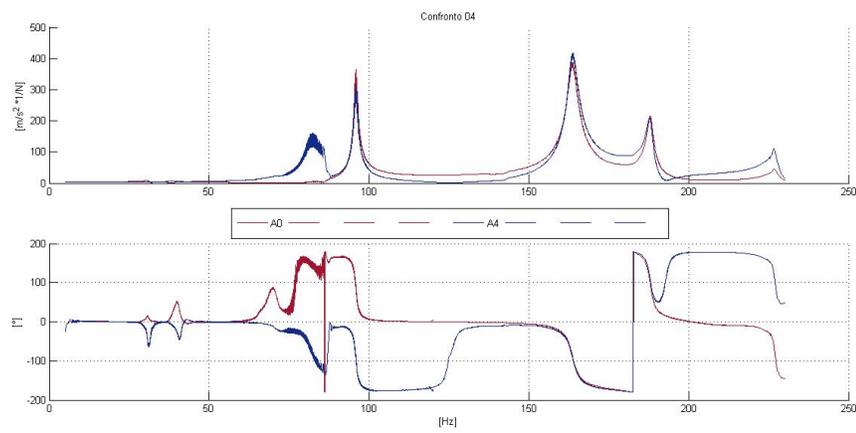


Figura 3.3: FRF nella configurazione 3.

3.2 Analisi mediante FEM

Per il calcolo numerico delle frequenze proprie e delle forme modali è stato utilizzato un programma agli elementi finiti sviluppato nel dipartimento di Ingegneria Meccanica del Politecnico di Milano. Questo programma prende in ingresso un file di input in cui oltre ai parametri dei materiali sono riportati per ogni nodo della piastra i gradi di libertà o di vincolo e le coordinate spaziali. Inoltre per ogni elemento vengono assegnati i nodi incidenti.

Il calcolo delle frequenze proprie è effettuato ricavando gli autovalori della matrice di stato:

$$\det|\mathbf{M} - \lambda\mathbf{K}| = 0$$

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$$

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$$

Per il problema d'interesse si assume che per ogni nodo ci siano 3 gradi di libertà: il moto verticale (uscente dal piano della piastra) ed i moti di rotazione intorno ai due assi della piastra.

La piastra è stata modellata con una configurazione libera sui quattro lati ed è stata applicata una mesh con elementi di tipo *Shell* a 12 gradi di libertà. Nelle figure 3.4 3.5 3.6 3.7 si riporta la configurazione indeformata della piastra e i primi 3 modi di vibrare:

- 80 Hz: La forma modale che risulta conferma il fatto che i segnali calcolati nella sezione precedente siano in controfase.
- 93 Hz: La forma modale descrive una flessione lungo il lato più lungo della piastra a conferma del fatto che i due segnali calcolati nella sezione precedente siano in confrofase.
- 187 Hz: La forma modale descrive una flessione lungo il lato più corto della piastra a conferma del fatto che i due segnali calcolati nella sezione precedente siano in fase.

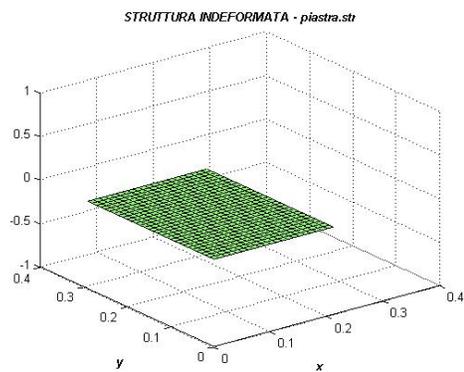


Figura 3.4: Struttura indeformata.

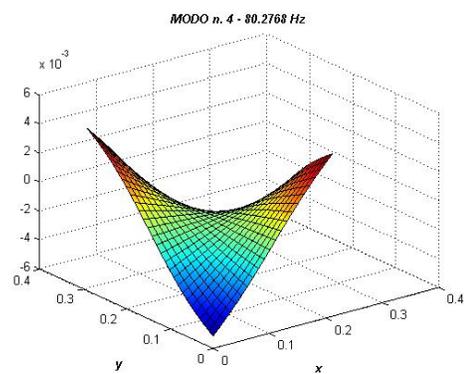


Figura 3.5: Primo modo flessionale.

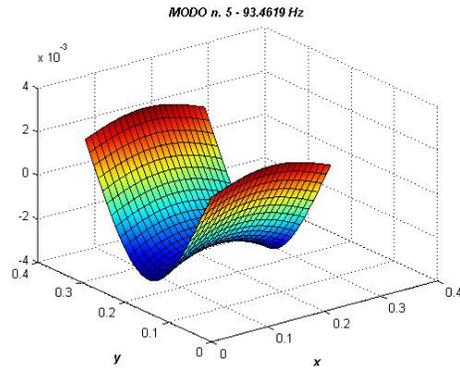


Figura 3.6: Secondo modo flessionale.

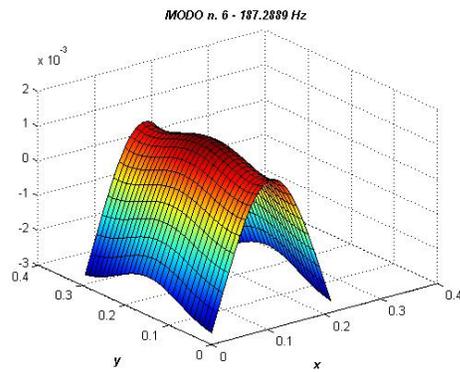


Figura 3.7: Terzo modo flessionale.

3.3 Risultati ottenuti con la tecnica DIC

Posizionate le fotocamere, queste devono essere connesse tramite un trigger esterno per garantire che l'immagine venga catturata da entrambe nello stesso istante.

Inoltre è necessario garantire la giusta luminosità alle immagini catturate.

Nello svolgimento del presente lavoro è stata utilizzata una coppia di fotocamere con un basso frame-rate. Nella misura delle vibrazioni questo potrebbe costituire una limitazione. La frequenza massima che può essere misurata, infatti, deve soddisfare il teorema del campionamento di Nyquist-Shannon:

$$f_{\text{MAX}} < \frac{f_{\text{sampl}}}{2}$$

Questo problema è stato aggirato tramite l'uso opportuno del sistema di trigger. Dal momento che il frame-rate delle fotocamere non è sufficiente per soddisfare il teorema sopracitato, l'idea per acquisire il segnale è quella di ricostruire un ciclo completo procedendo per step di fasi e saltando diversi cicli prima di catturare le immagini alla fase successiva. In pratica, nota la frequenza del segnale monoarmonico in ingresso, è possibile calcolare il periodo del segnale stesso ed il tempo che intercorre per passare da una fase alla successiva, e quindi catturare le immagini in accordo con il frame-rate della fotocamera.

La strumentazione necessaria per l'esecuzione delle prove consta, oltre che di un generatore di funzioni ed uno shaker, di una lampada LED (Figura 3.8(c)), di una scheda di acquisizione per il trigger (Figura 3.8(d)) e di una coppia di fotocamere (Figura 3.8(e)).

La fase preliminare degli esperimenti è quella della creazione dello speckle pattern. Un pattern di punti posizionati in modo randomico è stato creato tramite l'applicazione di uno spray: un sottile strato di vernice bianca è stato

ricoperto da spray nero in modo da creare il pattern desiderato, uniforme e con un elevato contrasto.

Il software VIC-Snap utilizzato per l'acquisizione delle immagini fornisce un'indicazione della bontà della trama creata. Viene infatti calcolato un istogramma sulla scala di grigi. Uno studio che riguarda la qualità del pattern è stato effettuato in [5].

Prima dell'acquisizione, le fotocamere devono essere calibrate. Questa operazione consiste in: scelta delle lenti, posizionamento delle fotocamere, regolazione del focus, regolazione del tempo di esposizione e di apertura.

La scelta delle lenti dovrebbe ricadere su quelle più corte che garantiscono di inquadrare tutta la scena, stando attenti che durante il test il provino rimanga completamente all'interno della vista. La scelta di una lente corta permette di avere migliori risultati. Il problema di avere una lunghezza focale ampia può essere risolto posizionando la fotocamera ad una distanza maggiore.

La distanza delle fotocamere dalla scena deve essere tale che tutto il provino sia ben inquadrato in modo da avere una buona risoluzione spaziale e non perdere informazioni sui bordi della piastra.

Una volta che le lenti sono state scelte e che la distanza delle fotocamere dalla piastra è stata definita, è necessario puntare la scena.

Le fotocamere devono essere posizionate circa in modo simmetrico rispetto al provino. L'angolo interposto tra le due deve essere compreso tra i 20° e 60° .

Lo step successivo è quello di regolare il focus. Questo deve essere tale da garantire che il provino durante il test rimanga completamente all'interno

della profondità di campo e che sia quanto più a fuoco possibile.

Come ultimo passo è necessario regolare la luminosità. Per fare questo sono disponibili due controlli: si può agire sull'apertura delle lenti oppure sul tempo di esposizione.

Agendo sull'apertura si permette di far andare più o meno luce sul sensore. L'uso di una grande apertura (basso f-number come indicato spesso sulle lenti) permette di avere una più alta luminosità. Questo, però, porta anche alla riduzione della profondità di campo.

Agendo sul tempo di acquisizione, invece, si permette di far entrare più o meno luce sul sensore prima di catturare una nuova immagine. Un più lungo tempo di esposizione permette una maggiore luminosità nella figura, ma può anche creare una sfocatura se nell'arco del tempo di apertura avvengono importanti movimenti della piastra. Questo parametro, quindi, deve essere utilizzato con moderazione nel caso di piastre vibranti ad alta frequenza.

Per l'illuminazione si è fatto uso di una lampada di 5x3 led EFFI-Flex prodotta dalla EFFI-Lux.

Al setup delle fotocamere, segue una procedura di calibrazione necessaria per il calcolo delle variabili della triangolazione e fotogrammetria.

La griglia di calibrazione deve essere scelta in base alla dimensione della piastra da inquadrare.

E' necessario acquisire più immagini della griglia di calibrazione cercando di variare la sua posizione (incluse traslazioni e rotazioni) pur rimanendo nella profondità di campo disponibile. In ogni immagine acquisita, ogni punto della griglia deve essere ben visibile per evitare errori nella stima. Alla fine dell'acquisizione delle immagini di calibrazione, il software Vic-3D calcola un punteggio per ognuna di esse ed un punteggio finale globale (Figura 3.9).

Quest'ultimo rappresenta la deviazione standard dei residui di tutte le viste. Se la calibrazione è andata a buon fine, il punteggio sarà visualizzato in verde nel software e si può procedere all'acquisizione delle immagini.

Proseguendo come descritto, sono stati acquisite le forme modali visualizzabili nelle figure 3.10, 3.11 e 3.12.

Una comparazione dei risultati ottenuti con la tecnica DIC e quelli attesi dal programma agli elementi finiti è visualizzabile nella Figura 3.13.



(a) Generatore di funzioni



(b) Shaker



(c) Lampada LED



(d) Scheda di acquisizione



(e) Fotocamera

Figura 3.8: DIC: Strumenti utilizzati nelle prove di misura

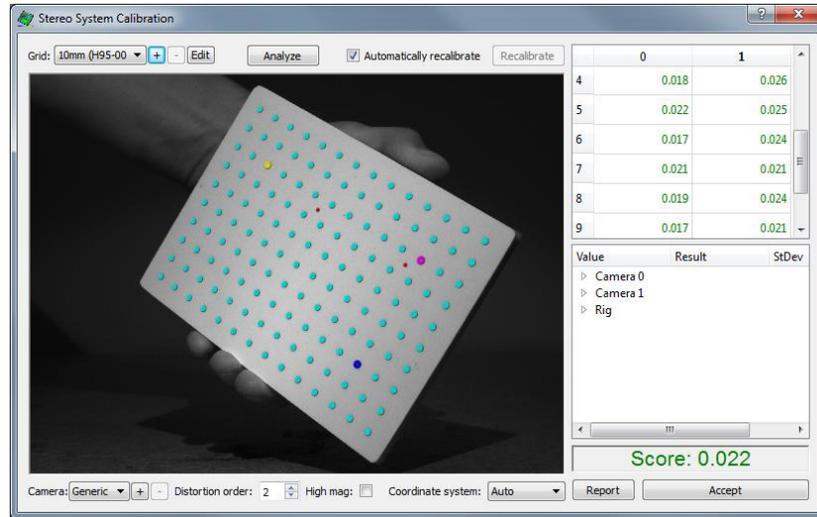


Figura 3.9: Fase di calibrazione delle fotocamere.

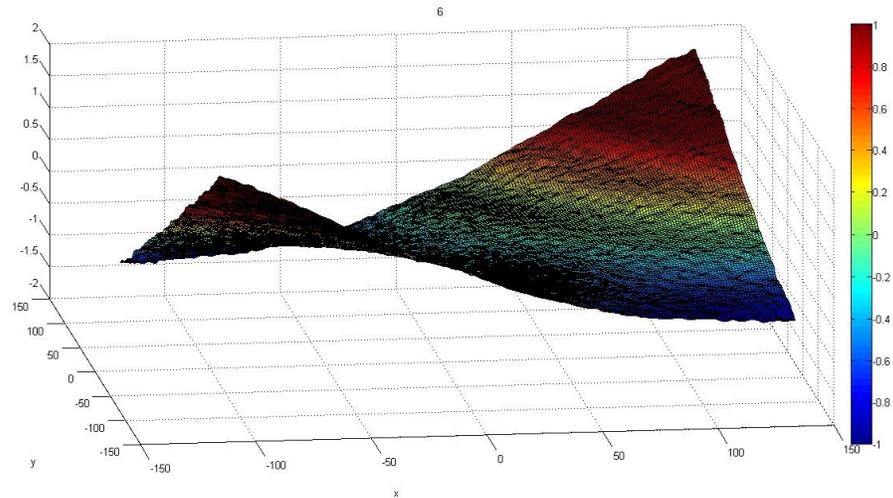


Figura 3.10: Visualizzazione forma modale alla frequenza 84 Hz.

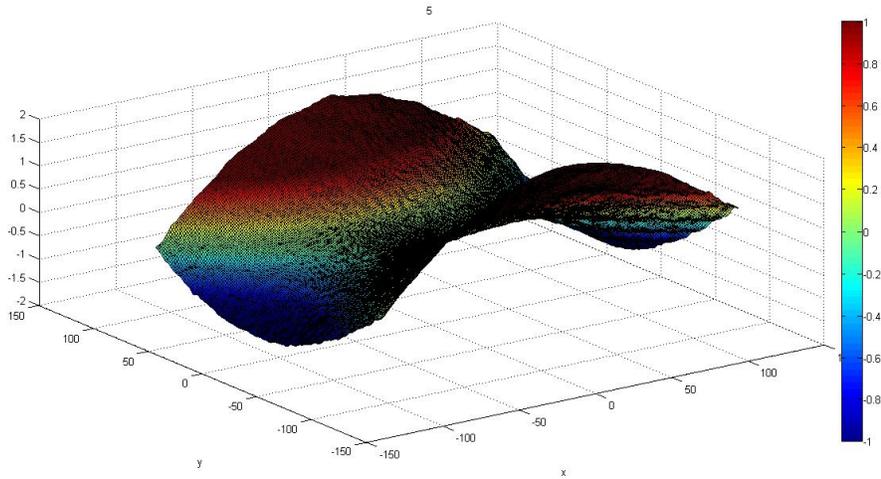


Figura 3.11: Visualizzazione forma modale alla frequenza 90 Hz.

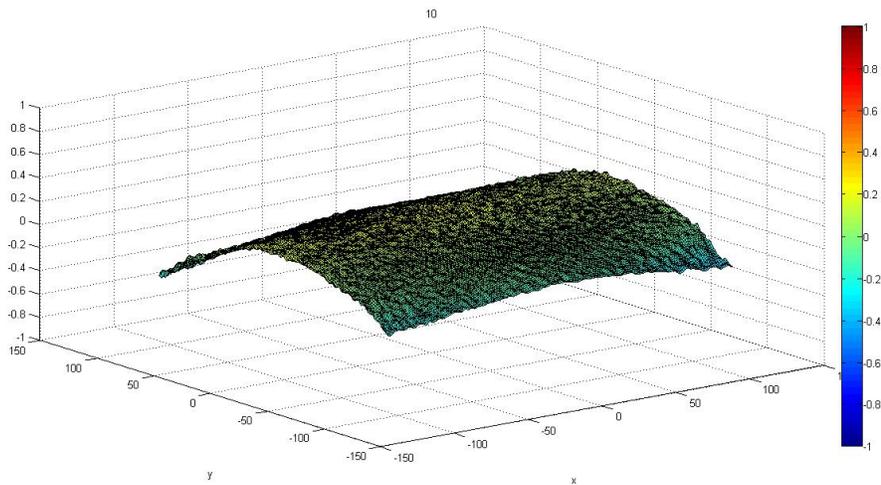
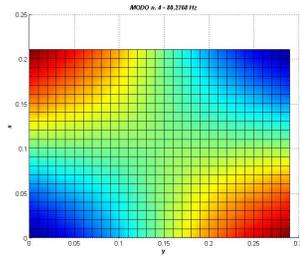
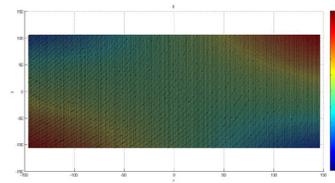


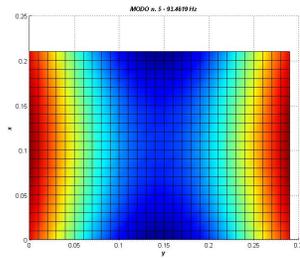
Figura 3.12: Visualizzazione forma modale alla frequenza 188 Hz.



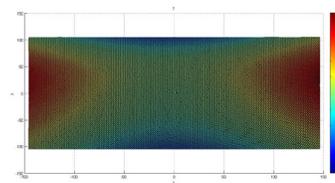
(a) FEM: Modo 1



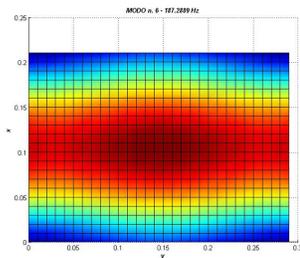
(b) DIC: Modo 1



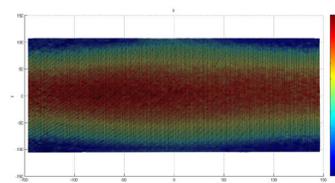
(c) FEM: Modo 2



(d) DIC: Modo 2



(e) FEM: Modo 3



(f) DIC: Modo 3

Figura 3.13: Comparazione dei risultati ottenuti con il calcolo numerico e con la tecnica DIC

Capitolo 4

Conclusioni e sviluppi futuri

In conclusione del presente lavoro si può affermare che in assenza di fotocamere ad alto frame-rate, il metodo della correlazione delle immagini è comunque un valido strumento per la visualizzazione delle forme modali.

Le fotocamere, infatti, oltre a dare vantaggi in termini di tempo, permettono una buona risoluzione spaziale grazie alle misure a tutto campo.

La ricostruzione delle forme modali tramite accelerometri risulta difficile da realizzare. I problemi ad essa legati sono: la quantità di accelerometri da installare al fine di ottenere una griglia sufficiente per non incorrere in problemi di aliasing spaziale, la non-conoscenza della posizione dei nodi, l'effetto di massa che essi forniscono influenzando le proprietà dei materiali.

L'uso del vibrometro laser è comunque una scelta dispendiosa di tempo perché si dovrebbe effettuare una scansione su una griglia che, in quanto tale, presenta una risoluzione comunque più bassa rispetto ai risultati ottenibili con le fotocamere. Un aumento della risoluzione corrisponde ad un aumento del numero di punti su cui effettuare la scansione e quindi ad un aumento del tempo richiesto per effettuare la prova.

Il lavoro è stato limitato alla applicazione su piastre in alluminio. Uno sviluppo futuro dello stesso può essere quello di applicare la medesima tecnica

su piastre in materiali compositi o su provini di dimensioni o geometrie differenti. Sarebbe interessante, inoltre, estendere il campo di frequenze su cui sono effettuate le prove, al fine di identificare forme modali ad alte frequenze per analizzare la sensibilità della strumentazione.

Disponendo di una coppia di fotocamere più prestanti in termini di frame-rate, l'applicazione del metodo presentato in Allegato A su dati ottenuti sperimentalmente è un ulteriore sviluppo che può permettere la sua convalida o un miglioramento delle sue prestazioni.

Appendice A

Il problema dell'identificazione dei parametri di smorzamento e rigidità è cruciale per poter effettuare degli studi sul comportamento meccanico e vibroacustico dei materiali. Gli approcci basati sull'analisi modale (frequenze proprie, forme modali e smorzamento adimensionalizzato), generalmente applicati in combinazione ad un modello numerico, permettono di identificare le proprietà elastiche e di smorzamento del materiale di cui la struttura in oggetto è costituita. Sebbene questi metodi siano largamente utilizzati, ci sono numerose limitazioni a cui sono soggetti. Ad esempio, non è possibile caratterizzare il materiale direttamente sulla struttura target ed i test sono effettuati su specifici provini, in modo da garantire una precisa conoscenza delle condizioni al contorno. Inoltre, i parametri modali sono difficili da misurare alle medie frequenze, in cui è presente una sostanziale sovrapposizione dei modi. Dato che la rigidità e lo smorzamento dei compositi possono variare molto con la frequenza, è necessario ottenere i parametri del materiale in un vasto range di frequenze e non estrapolare i risultati da quelli ottenuti alle basse frequenze.

Negli ultimi anni sono stati messi a punto anche degli approcci basati sulla stima di numeri d'onda complessi al fine di approssimare il campo di spostamenti misurato (Estimation of structural wave numbers from spatially sparse response measurements, *K*-space identification of apparent structural

behaviour, Identification of structural loss factor from spatially distributed measurements on beams with viscoelastic layer e Identification of effective sandwich structural properties via an inverse wave approach sono alcuni articoli pubblicati a riguardo). Queste tecniche superano molte limitazioni che presentano gli approcci modali. In particolare, esse sono applicabili ad ogni frequenza e non richiedono alcuna conoscenza delle condizioni al contorno. Il loro principio è quello di trovare il numero d'onda che garantisce il “best-fit” tra il campo di spostamenti misurati ad una determinata frequenza e un campo di spostamenti teorico che consta in una somma di onde. Questo campo teorico può essere visto come la soluzione di un'equazione di moto al variare dei parametri del materiale.

Quello utilizzato in questo contesto è invece il metodo presentato nell'articolo [6] che consiste nell'identificare le proprietà dei materiali a partire dal campo di spostamenti misurati localmente su una struttura. Si usa quindi l'equazione di moto locale, forte legame tra le proprietà del materiale e il campo degli spostamenti. Il metodo si ispira alla *Force Analysis Technique*, in cui a partire dall'equazione di moto locale, note le proprietà meccaniche del materiale e misurati gli spostamenti di una matrice di punti, è possibile calcolare i carichi agenti.

Il metodo a cui si fa riferimento, quindi, prevede che, presa una piastra eccitata in un punto da un attuatore, si misuri il campo degli spostamenti su una matrice di punti in cui non agisce alcuna forza e, per mezzo della risoluzione dell'equazione di moto locale, si ricavino le proprietà del materiale. In figura A.1 si riporta la geometria della piastra utilizzata per la simulazione.

L'equazione di moto locale, valida quindi su ogni punto della piastra,

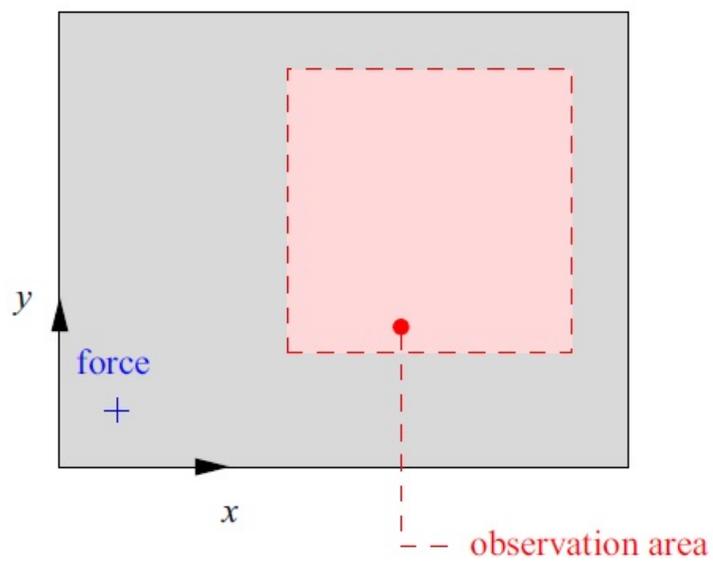


Figura A.1: Geometria della piastra.

risulta:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - \rho h \omega^2 w(x, y) = f(x, y)$$

e nel caso di piastra libera diventa:

$$\frac{D}{\rho h \omega^2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = w(x, y)$$

Si passa quindi alla forma discretizzata delle derivate:

$$\frac{D}{\rho h \omega^2} (\delta_{ij}^{4x} + 2\delta_{ij}^{2x2y} + \delta_{ij}^{4y}) = w_{ij}$$

Dove si intende con:

- D la rigidezza flessionale della piastra, espressa come

$$D = \frac{E(1 + j\eta)h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

in cui il modulo di Young è espresso dalla forma complessa $E(1+j\eta)$ dove j è l'unità immaginaria e η il fattore di perdita che caratterizza lo smorzamento del materiale.

- ρ la densità del materiale
- h lo spessore della piastra
- ω la frequenza angolare
- $w(x,y)$ gli spostamenti
- $f(x,y)$ la forza per unità di area

L'introduzione della discretizzazione nel calcolo delle derivate e il rumore inevitabilmente introdotto durante la misura, influenzano i risultati ottenuti. Al fine di ridurre gli errori si può esprimere il problema nel modo

seguinte:

$$\begin{pmatrix} \delta_1^{4x} + 2\delta_1^{2x2y} + \delta_1^{4y} \\ \vdots \\ \delta_N^{4x} + 2\delta_N^{2x2y} + \delta_N^{4y} \end{pmatrix} \frac{D}{\rho h \omega^2} = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix}$$

e risolverlo in termini di minimi quadrati, dopo aver opportunamente trattato i dati in ingresso con tecniche di finestramento e filtraggio.

A.1 Applicazione su campo di spostamenti analitico

In questo capitolo viene creato un campo di spostamenti in funzione della frequenza, simile a quello ottenibile effettuando uno sweep e misurando gli spostamenti da una scansione con un vibrometro laser o grazie all'uso della correlazione delle immagini.

Al fine di creare il campo di spostamenti simulato, si suppone di avere una piastra costituita da un materiale isotropo sollecitata da una forzante unitaria a frequenza ω applicata nel punto x_0 e y_0 . Le caratteristiche geometriche della piastra sono incluse nella tabella A.1.

Il campo di spostamenti calcolato risulta dalla formula:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{4F_0 \sin(m\pi x/L_x) \sin(n\pi y/L_y) \sin(m\pi x_0/L_x) \sin(n\pi y_0/L_y)}{\omega_{mn}^2 - \omega^2}$$

dove:

$$\omega_{mn} = \sqrt{D/\rho h} \left(\left(\frac{m\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y} \right)^2 \right)$$

Gli spostamenti devono essere calcolati su un'area in cui non agisce alcuna forza. Per questo motivo in questa formula $x \in [0, 0,280]$ e

Grandezza	Valore
L_x	0.290 m
L_y	0.210 m
h	0.0015 m
x_0	0.01 m
y_0	0.01 m

Tabella A.1: Caratteristiche geometriche della piastra.

Materiale	Modulo di Young	Fattore di perdita
Alluminio	70 GPa	0,03
Materiale 2	5 GPa	0,06
Materiale 3	3 GPa	0,07

Tabella A.2: Caratteristiche dei materiali in simulazione.

$y \in [0, 05 \ 0, 200]$.

Nella figura A.2 è evidente l'area di osservazione e il punto di eccitazione.

Ottenuto il campo di spostamenti in questo modo, si può applicare la tecnica esposta nel Capito ??.

Si riportano di seguito i risultati ottenuti effettuando la simulazione per diversi tipi di materiali, le cui caratteristiche sono riportante in Tabella A.2.

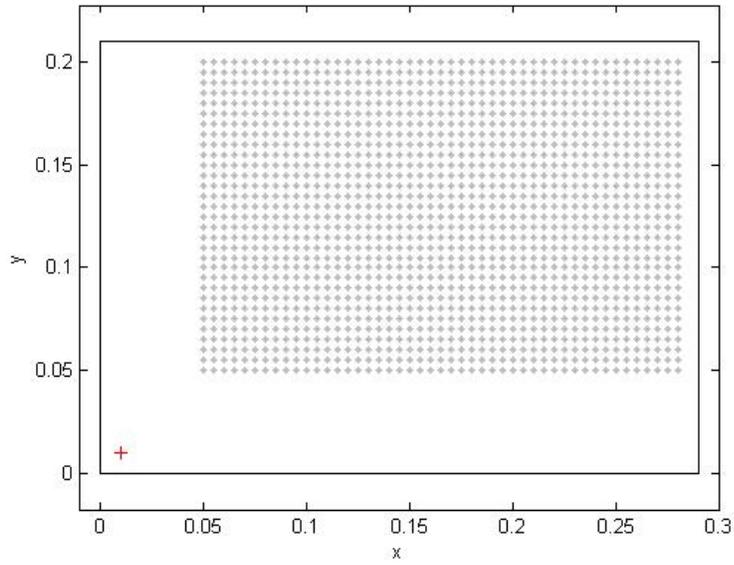


Figura A.2: Area di interesse e punto di eccitazione.

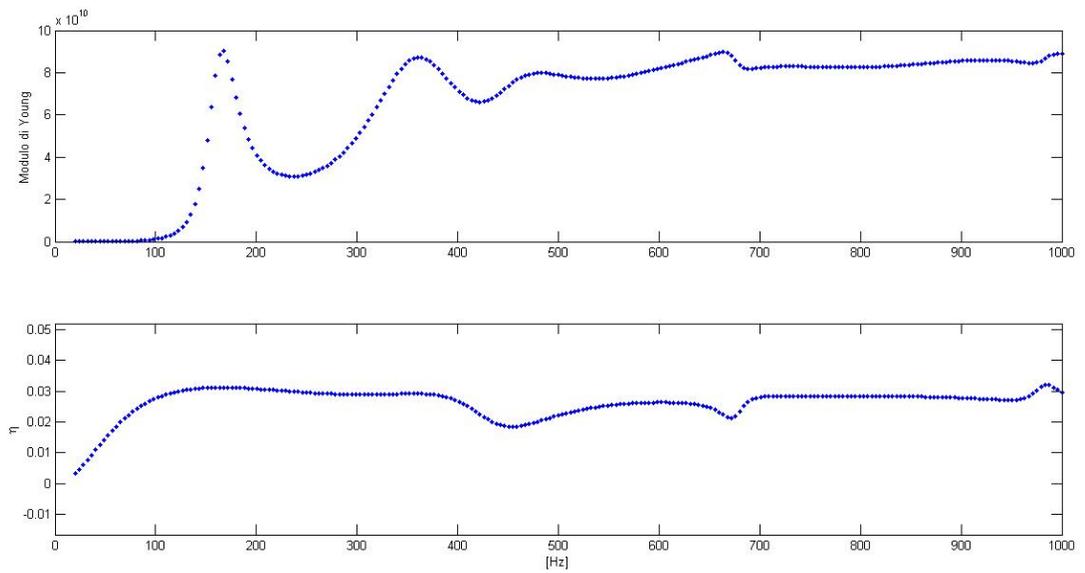


Figura A.3: Risultati dalla simulazione Materiale 1.

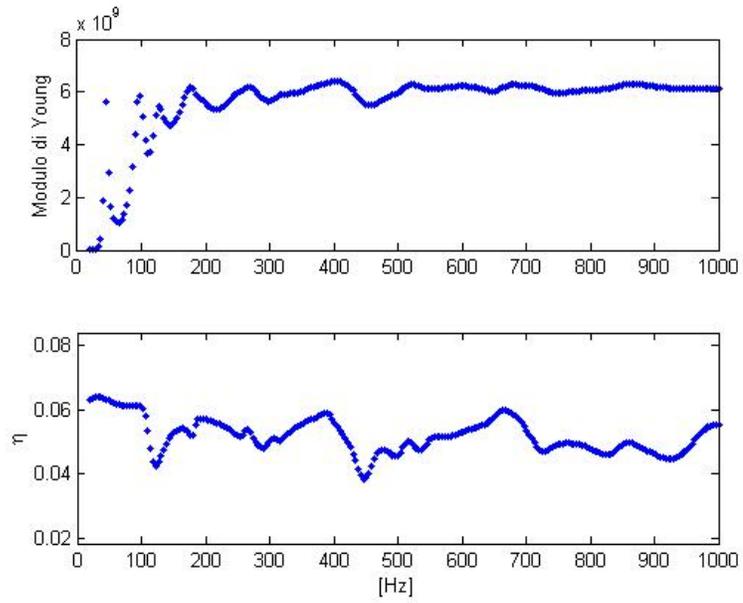


Figura A.4: Risultati dalla simulazione Materiale 2.

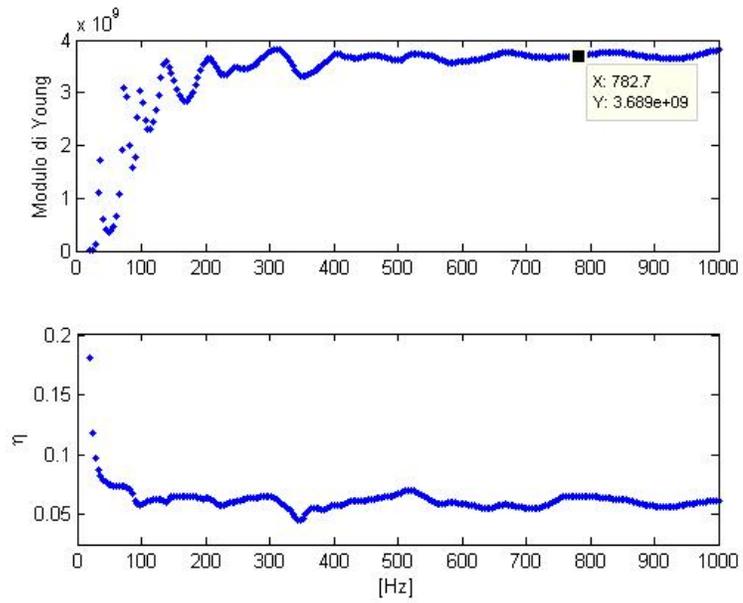


Figura A.5: Risultati dalla simulazione Materiale 3.

Bibliografia

- [1] JIMIN HE; ZHI-FANG FU, *Modal Analysis*, Oxford: Butterworth Heinemann, 2001
- [2] ERNEST O. DOEBELIN; CIGADA ALFREDO, *Strumenti e metodi di misura*, McGraw-Hill, 2nd ed., 2008
- [3] MARK N. HELFRICK; CHRISTOPHER NIEZRECKI, PETER AVITABILE, TIMOTHY SCHMIDT, *3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement*, Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, 2010
- [4] MCCORMICK NICK; LORD JERRY, *Digital Image Correlation*, Materials Today, 2010
- [5] TAO HUA; HUIMIN XIE; SIMON WANG; ZHENXING HU; PENGWAN CHEN; QINGMING ZHANG, *Evaluation of the quality of a speckle pattern in the digital image correlation method by mean subset fluctuation*, Optics & Laser Technology, 2010
- [6] FREDERIC ABLITZER; CHARLES PEZERAT; JEAN-MICHEL GENEVAUX; JEROME BEGUÈ, *Identification of stiffness and damping preperities of plates by using the local equation of motion*, Journal of Sound and Vibration, 2013

