POLITECNICO
MILANO 1863

SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI STUDI IN INGEGNERIA FISICA

Stabilizzazione in frequenza di un laser ad Er in fibra rispetto ad una cavità ottica in ULE con tecnica Pound-Drever-Hall

Relatore:

Prof. GIANLUCA GALZERANO

Correlatore:

Prof. NICOLA COLUCCELLI

Tesi di laurea di:

FRANCESCO IMPAZIENTE

Anno accademico 2014-2015

A chi ha dedicato del tempo a incoraggiarmi e sostenermi nel corso del mio percorso accademico.

Stabilizzazione in frequenza di un laser a Er in fibra rispetto ad una cavità ottica in ULE con tecnica Pound-Drever-Hall

Francesco Impaziente

Novembre 2015

Introduzione

Nel corso degli ultimi anni sono stati fatti significativi progressi nell'ambito della stabilizzazione in frequenza di sorgenti laser. I laser operanti in singola frequenza ad altissima purezza spettrale rappresentano infatti una tecnologia che ha una grande varietà di applicazioni scientifiche. Essi consentono di realizzare accurati riferimenti di tempo e frequenza, in particolare in aree come le telecomunicazioni, la navigazione satellitare (GPS, Galileo), la spettroscopia molecolare ad alta risoluzione e in generale le misure di precisione. In particolare, nella spettroscopia ad alta risoluzione e negli orologi ottici, i laser stabilizzati in frequenza permettono di eccitare transizioni atomiche molecolari ultra strette. Vengono inoltre utilizzati in esperimenti per determinare le variazioni nel tempo delle costanti fisiche fondamentali, quali, ad esempio, il rapporto di massa protone-elettrone[1].
Laser ad elevata coerenza vengono utilizzati per realizzare il trasferimento di segnale in fibra ottica, al fine di confrontare da remoto la sincronizzazione tra gli orologi più accurati noti attualmente, argomento fondamentale nella metrologia. Per esempio, questo è ciò che si propone di fare l'Istituto Nazionale di RIcerca Metrologica (INRIM) di Torino con il progetto LinkO. Nella fattispecie l'esperimento è volto a realizzare una struttura in fibra ottica per il trasferimento e la disseminazione di segnali ultrastabili di frequenza, su scala europea. Fino ad oggi lo stato dell'arte riguardo la sincronizzazione remota di segnali di frequenze campione è stato basato su metodi satellitari a due vie (in particolare il Two Way Satellite Time and Frequency Transfer, TWSTFT) con i quali è possibile ottenere confronti a livello di $4 \cdot 10^{-16}$ dopo oltre 20 giorni di misura[2]. Questo nuovo sistema in fibra ottica consente il confronto relativo di orologi ottici da remoto al livello di alcune parti in 10^{15} su tempi di misura di 1 s, migliore di almeno un ordine di grandezza rispetto alle tecniche di confronto satellitare normalmente utilizzate. Ad oggi, la stabilità relativa del link ad 1 s di tempo di misura è infatti al livello di $2 \cdot 10^{-15}$, ottenuta per mezzo di un primo prototipo sperimentale che utilizza bobine di fibra ottica lunghe 50 km poste all'interno di un laboratorio[3].
Il sistema di link ottico è composto principalmente da tre unità: una stazione laser trasmittente, l'infrastruttura in fibra ottica e, infine, la stazione di ricezione. Nella stazione trasmittente si genera una radiazione laser ultrastabile a 1542nm (laser a Er^{3+}), la cui frequenza è confrontata, e quindi agganciata, a quella di un orologio atomico campione. Tale lunghezza d'onda è stata scelta perchè corrisponde al minimo di dispersione delle fibre ottiche. A seguito di vibrazioni meccaniche, variazioni di temperatura e variazioni di pressione lungo il percorso compiuto dalla fibra, la portante ottica subisce un aumento del rumore di frequenza. E' necessario avere quindi un secondo stadio di stabilizzazione a livello della stazione di ricezione[3].
Scopo di questa tesi sperimentale è stato quello di realizzare un sistema di stabilizzazione in frequenza di un laser ad erbio (λ =1542nm) utilizzando la tecnica Pound-Drever-Hall, al fine di ottenere una stazione di ricezione del segnale inviato dall'INRIM. A tal fine è stato realizzato un preciso discriminatore di

frequenza, costituito da una cavità ottica di vetro a basso coefficiente di espansione termica (vetro ULE), stabilizzata termicamente e sismicamente.
Il rumore di frequenza del laser stabilizzato è risultato essere dell'ordine di 10^{-13} su un tempo di misura pari a 4 ms, con densità spettrale di potenza del rumore fortemente attenuata alle alte frequenze. La cavità ULE utilizzata ha finesse pari a circa 100000, misurata stimando il tempo di vita dei fotoni in cavità. Essa è stata racchiusa in due meccaniche d'alluminio stagne stabilizzate in temperatura, con oscillazioni di 1,35 mK su tempi di misura di cinque ore, al cui interno è stato creato il vuoto, con valore di pressione dell'ordine di 10^{-6} mbar. Il sistema è stato posto al di sopra di una piastra antivibrante, all'interno di una cassa di legno ricoperta da pannelli fonoassorbenti. Il rumore acustico a cui sono sottoposti gli specchi è stato attenuato mediamente di 27 dB alle basse frequenza e di oltre 50 dB alle alte.
Nelle prima parte della sezione 1 verranno descritti i fenomeni fisici dell'allargamento di riga di emissione di un laser e delle principali sorgenti di rumore di frequenza. Nella seconda, verrà descritta la tecnica Pound-Drever-Hall, realizzata tramite l'utilizzo di un discriminatore di frequenza costituito dalla stretta risonanza della cavità ottica realizzata con materiale a basso coefficiente di espansione termica (ULE), e la procedura operativa per la compensazione del rumore. Nella sezione 2 verranno illustrati gli espedienti utilizzati per avere un discriminatore di frequenza stabile, che possa essere quindi un valido riferimento per la compensazione attuata dai controllori elettronici. Nel capitolo 3 verrà descritto l'apparato sperimentale utilizzato, che si può pensare come costituito da due sottoinsiemi: il sistema ottico e il sistema di controllo. Infine, nel capitolo 4 verranno illustrate le misure effettuate, con la descizione dei risultati sperimentali ottenuti.

Indice

1 Cenni teorici **5**
1.1 Allargamento di riga 5
1.2 Rumore di frequenza di un laser 10
1.3 Tecnica Pound-Drever-Hall 14
1.4 Cavità in vetro ULE 18
1.5 Aggancio del laser alla cavità ULE 22

2 Stabilizzazione termo-meccanica della cavità in vetro ULE **26**
2.1 Schema delle parte meccanica e sistema da vuoto 26
2.2 Stabilizzazione e monitoraggio della temperatura 31
2.3 Attenuazione delle vibrazioni esterne e del rumore acustico . . . 37

3 Realizzazione dell'apparato sperimentale **40**
3.1 Sistema ottico 40
3.2 Sistema di aggancio del laser in cavità 48

4 Risultati sperimentali **50**
4.1 Misura della temperatura della cavità e verifica della stabilità termica 50
4.2 Misura dell'attenuazione dei rumori acustici esterni 52
4.3 Misura del tempo di vita dei fotoni in cavità e calcolo della finesse 55
4.4 Misura della pendenza del segnale PDH e calcolo del rumore di frequenza del laser stabilizzato 58
4.5 Analisi dello spettro del rumore di frequenza 63

5 Conclusioni **64**

1 Cenni teorici

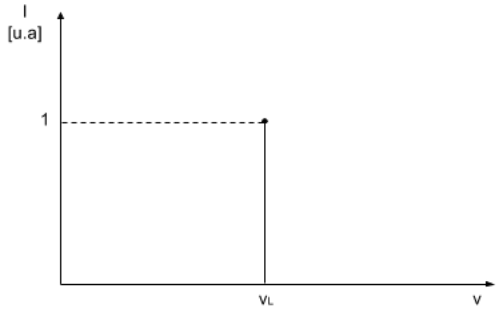
1.1 Allargamento di riga

Si consideri un laser con mezzo attivo approssimabile a un sistema a due livelli energetici. Dalla teoria perturbativa dell'interazione radiazione-materia, la probabilità di transizione di una molecola dallo stato 1 allo stato 2 (e viceversa) tramite l'assorbimento (o emissione stimolata) di un fotone è:

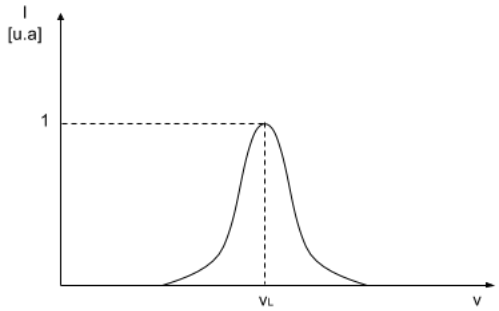
$$W_{12} = W_{21} = \frac{\pi}{6\hbar^2}|\mu_{21}|^2\rho\delta(\omega - \omega_0)$$

La transizione avviene quindi solo se l'energia del fotone è esattamente pari all'energia del salto energetico dallo stato 1 allo stato 2. Lo spettro di assorbimento (o emissione) sarà quindi costituito da singole righe corrispondenti a tale energia (vedi Figura 1a).
In realtà, a causa di fenomeni perturbativi, si verifica un allargamento di tali righe, che può essere di due tipi:
- omogeneo, se la perturbazione è la stessa per tutti gli atomi;
- non omogeneo se la perturbazione si manifesta in modi diversi sui vari atomi.
I profili di emissione e assorbimento del materiale risultano quindi essere allargati intorno alla frequenza centrale (vedi Figura 1b).
In generale si ha che, nel caso di allargamento, $W_{12} = W_{21}$ ha la medesima espressione vista in precedenza, pur di sostituire a $\delta(\omega - \omega_0)$ una funzione regolarizzata $g(\omega - \omega_0)$ ad area unitaria, cioè $\int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega - \omega_0)d\omega = 1$. Le cause di allargamento omogeneo sono tipicamente di tre tipi:
- collisionale nei gas, per cui $g(\omega - \omega_0)$ è tipicamente una curva lorentziana se si considerano collisione elastiche con tempo d'urto brevissimo;
- naturale, dovuto all'emissione spontanea che disturba l'interazione coerente (cioè assorbimento ed emissione stimolata) tra l'atomo e l'onda elettromagnetica incidente, presente anche nel caso di singolo atomo emettitore;
- collisionale nei solidi, dovuto alle vibrazioni del reticolo solido. Infatti, un atomo emettitore drogante del cristallo risente delle interazioni con i modi vibrazionali del reticolo. Tali collisioni, se elastiche, determinano un allargamento di riga analogo a quello studiato per le interazioni elastiche in un gas, quindi con $g(\omega - \omega_0)$ lorentziana. In questo caso l'allargamento di riga dipende fortemente dall'agitazione termica, poichè all'aumentare della temperatura aumentano i quanti vibrazionali del reticolo e diventano più probabili i fenomeni collisionali[4].
L'allargamento non omogeneo causa l'effetto di distribuire le frequenze di risonanza ω_0' degli atomi dell'ensamble attorno a ω_0. Esso può essere di due tipi:
- allargamento Doppler, dovuto al moto di agitazione termica degli atomi in un gas: l'interazione tra onda elettromagnetica e atomo avviene quando quest'ultimo ha velocità non nulla, causando effetto Doppler;
- Stark-shift, causa principale di allargamento nei vetri, dovuto al fatto che nei solidi amorfi il campo cristallino locale che interagisce con i diversi atomi emettitori è disomogeneo, quindi diverso da punto a punto. Tali campi determinano

un effetto Stark, ovvero una separazione diversa dei livelli energetici da atomo a atomo. Per il teorema del limite centrale del calcolo delle probabilità, possiamo assumere che la distribuzione della frequenza ω_0 di risonanza dei diversi atomi sia gaussiana .



(a) Spettro di emissione ideale di un laser.



(b) Spettro di emissione di un laser nel caso di allargamento di riga omogeneo.

Figura 1: Righe di emissione del laser nel caso di presenza o meno di allargamento di riga.

Il laser che verrà stabilizzato in frequenza è un EDFL (erbium doped fiber laser) costituito da una fibra il cui core è stato drogato con ioni di erbio Er^{3+}. In Figura 2 sono illustrati i livelli energetici dell'erbio Er^{3+}. Il laser ad erbio segue uno schema a 3 livelli in cui il livello fondamentale, secondo la notazione di Russell-Saunders, è ${}^4I_{\frac{15}{2}}$, il livello metastabile risulta essere ${}^4I_{\frac{13}{2}}$, mentre il livello di pompaggio è ${}^4I_{\frac{11}{2}}$. Siano E_1, E_2, E_3 rispettivamente l'energia dei livelli ${}^4I_{\frac{15}{2}}$, ${}^4I_{\frac{13}{2}}$ e ${}^4I_{\frac{11}{2}}$ (che si suppongono, per adesso, di larghezza infinitesima in frequenza). È noto che se sul materiale attivo incide un'onda elettromagnetica di frequenza ν_L tale che $h\nu_L = E_2 - E_1$, i fotoni dell'onda possono essere assorbiti (portando elettroni dal ${}^4I_{\frac{15}{2}}$ al ${}^4I_{\frac{13}{2}}$), oppure possono stimolare la transizione ${}^4I_{\frac{13}{2}} \Rightarrow$ -> ${}^4I_{\frac{15}{2}}$, producendo cosi, per ogni fotone incidente, un ulteriore

fotone alla stessa energia e, soprattutto, con la stessa direzione di propagazione, fase e polarizzazione del fotone stimolante, ovvero un'emissione stimolata. Questi fotoni vengono successivamente riflessi da un grating interno alla fibra, permettendo la continua amplificazione del segnale e quindi l'azione laser. Per avere amplificazione continua dei fotoni, il numero di emissioni stimolate deve prevalere sul numero di assorbimenti, e questo è possibile solo se si verifica un'inversione di popolazione ottenuta tramite pompaggio, cioè se la popolazione atomica del livello $^4I_{\frac{13}{2}}$ prevale mediamente sulla popolazione del $^4I_{\frac{15}{2}}$. Il pompaggio avviene tramite un laser a diodo che emette a 980nm, accoppiato in fibra tramite un WDM (vedi Figura 3).
Un altro fenomeno radiativo che interessa il materiale attivo, anche in assenza di una radiazione incidente, è l'emissione spontanea: gli elettroni del livello $^4I_{\frac{13}{2}}$ possono decadere spontaneamente sul $^4I_{\frac{15}{2}}$, producendo così fotoni della stessa frequenza di quelli emessi per emissione stimolata, ma con direzione di propagazione, fase e polarizzazione casuali. Lo spettro di emissione del laser ad erbio è visibile in Figura 4. Si nota come esso non sia formato da una singola riga ideale a 1542 nm, ma sia costituito da uno spettro allargato attorno a questa frequenza, a causa degli allargamenti di riga precedentemente descritti, principlamente dovuto all'effetto Stark, ovvero all'influenza dei campi elettrici locali (originati alla disomogeneità della matrice vetrosa) che rimuovono ogni degenerazione energetica dei singoli livelli. L'allargamento introdotto dà la possibilità di amplificare radiazioni a diverse lunghezze d'onda, relative a tutte le possibili transizioni dai livelli Stark del $^4I_{\frac{13}{2}}$ ai livelli del $^4I_{\frac{15}{2}}$ (la banda può variare dai 20 ai 35nm). L'occupazione delle bande create avviene tramite un processo chiamato termalizzazione, in cui gli ioni Erbio si distribuiscono all'interno delle bande in modo non uniforme; a causa della termalizzazione, tutte le lunghezze d'onda sono amplificabili simultaneamente, ma con diverso grado di intensità, proprio perchè la distribuzione degli ioni Erbio nei vari livelli Stark non è uniforme. Variando il periodo del grating interno alla fibra tramite un piezoelettrico è possibile scegliere quale lunghezza d'onda riflettere, permettendo quindi l'accordabilità del laser[5].

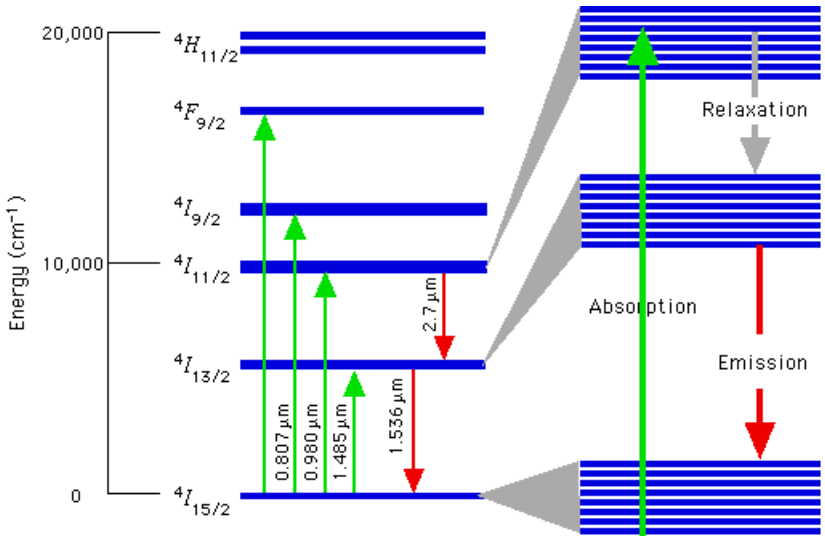


Figura 2: Livelli energetici coinvolti in un laser a erbio.

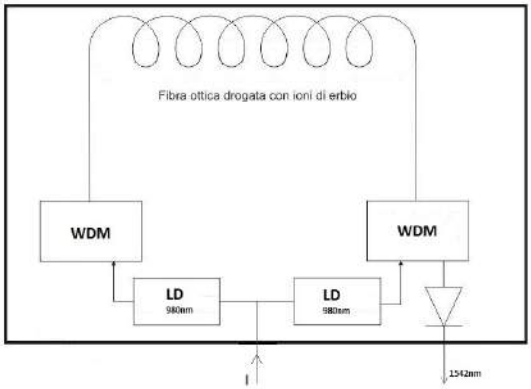


Figura 3: Schema di un laser ad Erbio.

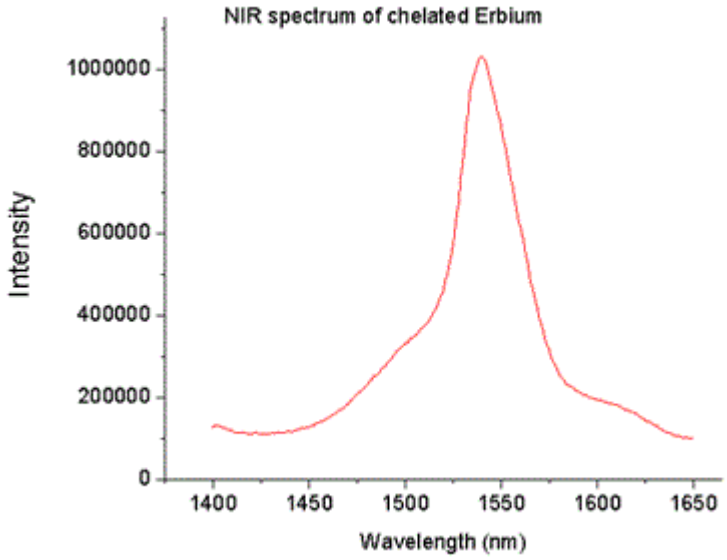


Figura 4: Spettro di emissione di un laser ad erbio.

1.2 Rumore di frequenza di un laser

Oltre a manifestare un allargamento di riga, la luce laser in uscita dalla fibra drogata con ioni d'erbio presenta rumore di frequenza. Ciò significa che la frequenza portante non risulta essere fissa ma è soggetta ad una fluttuazione casuale intorno al suo valore ideale ν_L (vedi Figura 5). Tipicamente i laser non stabilizzati presentano un rumore di frequenza dell'ordine del MHz.

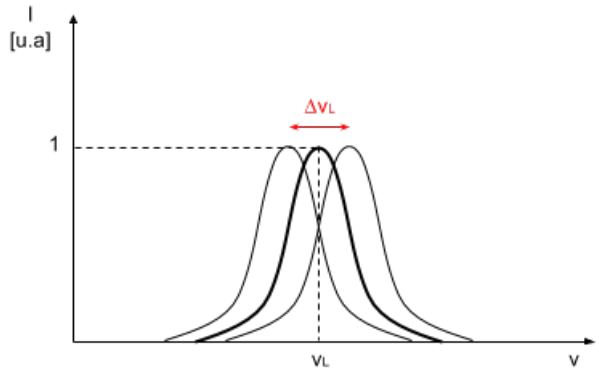


Figura 5: Fluttuazione della frequenza centrale ν_L di emissione del laser.

Il rumore di frequenza può essere principalmente di due tipi:
- derive in tempi lunghi: avvengono in tempi maggiori di 1s e sono principalmente causate da lente variazioni di temperatura e di pressione dell'aria dell'ambiente in cui si trova il laser;
- fluttuazioni in tempi brevi: avvengono in tempi minori di 1s e sono dovute a vibrazioni meccaniche degli specchi, che portano quindi a variazioni della lunghezza della cavità L.

Si consideri un laser a stato solido (vedi Figura 6). Le derive in tempi lunghi dipenderanno dal coefficiente di espansione termica α del materiale che tiene fissa la posizione degli specchi, determinando la lunghezza del risonatore L. Si avrà $\left|\frac{\Delta\nu_L}{\nu_L}\right| \approx \left|\frac{\Delta L}{L}\right| \approx \alpha\Delta T$, dove ΔT è la variazione di temperatura dell'ambiente in cui si trova il laser. Inoltre, i cambiamenti di pressione contribuiscono alla deriva della frequenza di un valore $|\Delta\nu_L| = \nu_L\,|\Delta\nu_a|\,\frac{L-l}{L_e} = \nu_L(n_a - l)\left|\frac{\Delta p}{p}\right|\frac{L-l}{L_e}$, dove Δn_a è il cambiamento di indice di rifrazione dell'aria dovuto alla variazione Δp della pressione dell'ambiente p e L_e è la lunghezza effettiva della cavità. Per ridurre il rumore di deriva lenta si utilizzano elementi per il fissaggio degli specchi costruiti con materiali a basso coefficiente di espansione termica, ovvero con coefficienti di espansione minore di $\alpha = 1 \cdot 10^{-7} K^{-1}$, e si stabilizza la temperatura dell'ambiente al di sotto di $0,01\,K$. Il laser deve inoltre essere posto in una camera da vuoto, in modo tale da evitare che i fotoni attraversino zone in cui si ha variazione di indice di rifrazione dovuta alla diversa concentrazione dei gas presenti nell'aria.

L'attenuazione delle fluttuazioni in periodi di tempo brevi è invece molto più difficoltosa e si ottiene cercando di eliminare ogni tipo di vibrazione che possa far variare la posizione degli specchi, utilizzando un tavolo ottico, una camera che attenui le vibrazioni sonore, delle piastre antivibranti, ecc.[6].

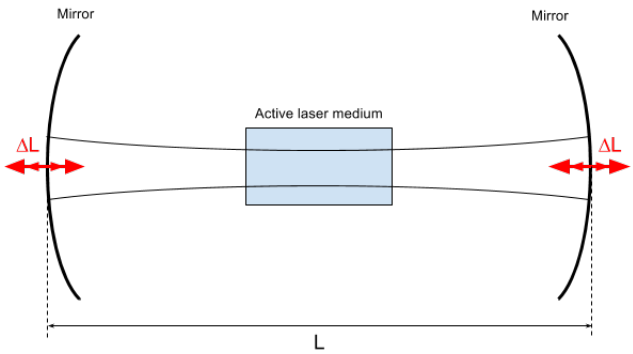


Figura 6: Generazione del rumore di frequenza nel caso di un laser a stato solido.

Nel caso di laser in fibra, il risonatore non è costituito da due specchi, bensì da strati interni alla fibra con diversi indici di rifrazione *(grating)*, che consentono la riflessione della luce laser, basandosi sulla legge di Bragg:

$$\lambda_B = 2n_e\Lambda$$

con λ_B lunghezza d'onda riflessa dallo specchio, n_e indice di rifrazione efficace del grating nella fibra ottica e Λ periodo del grating (vedi Figura 6). L'intervallo di lunghezze d'onda delle onde riflesse dagli strati (vedi Figura 7) può essere ricavato come:

$$\Delta\lambda = \left[\frac{2n_{32}\eta}{\pi}\right]\lambda_B$$

dove $n_{32} = n_3 - n_2$ è la differenza degli indici di rifrazione degli strati del grating e η è la frazione di potenza localizzata nel core della fibra. Nei laser in fibra le vibrazioni esterne e le variazioni di temperatura portano a un continuo movimento e dilatazione degli strati di Bragg interni alla fibra, riflettendo onde a diverse lunghezze d'onda che portano alla generazione di rumore di frequenza. Lo shift relativo della lunghezza d'onda di Bragg, $\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B}$, dovuto all'applcazione di una tensione esterna ϵ e a un cambiamento di temperatura ΔT, è approssimativamente dato da:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = C_s\epsilon + C_T\Delta T = (1 - p_\epsilon)\epsilon + (\alpha_\Lambda + \alpha_n)\Delta T$$

con C_s coefficiente di deformazione, correlato al coefficiente di deformazione ottico p_ϵ e C_T coefficiente di temperatura, legato al coefficiente di espansione

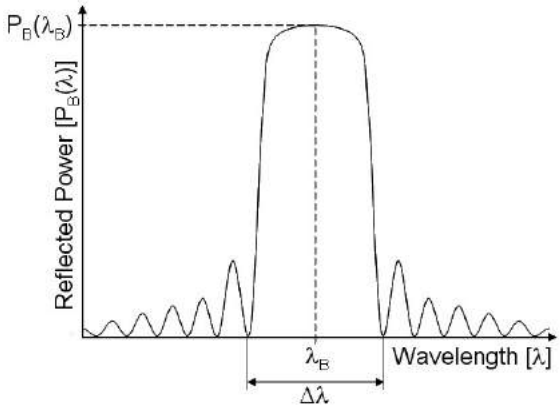


Figura 7: Potenza riflessa dal reticolo di Bragg in funzione della lunghezza d'onda.

termica α_Λ della fibra ottica e al coefficiente termo-ottico α_n[15, 16, 17, 18, 19]. In questo caso, per controllare la frequenza di emissione del laser si utilizzano trasduttori piezoelettrici che permettono di compensare le dilatazioni degli strati di Bragg oppure è possibile ricorrere a un modulatore acusto-ottico che permette di modulare la frequenza del fascio laser in uscita dalla fibra.

Figura 8: Generazione del rumore di frequenza nel caso di un laser in fibra.

Per caratterizzare lo spettro delle fluttuazioni di frequenza del laser, si scriva il campo elettrico del fascio d'uscita come $E(t) = E_0 \sin[2\pi\nu_L t + \phi_n(t)]$ dove ν_Lè la frequenza centrale del laser e $\phi_n(t)$ descrive le fluttuazioni del rumore di fase. La frequenza istantanea può essere quindi scritta come $\nu(t) = \nu_L + \frac{d\phi_n(t)}{2\pi}dt = \nu_L + \nu_n(t)$, dove $\nu_n(t)$ è il rumore di frequenza. Questo termine è direttamente legato alla larghezza di riga del laser o stabilità della frequenza ed è dunque da analizzare. La grandezza usata per caratterizzare le fluttuazioni della fre-

quenza è la densità spettrale di potenza del rumore di frequenza, rappresentata da $S_\nu(\nu_m)$ con unità di misura $\frac{Hz^2}{Hz}$. ν_m viene chiamata frequenza di offset, la quale può essere pensata come la frequenza alla quale la fase $\phi_n(t)$ viene modulata dal rumore. Nella pratica $S_\nu(\nu_m)$ viene misurata trasformando $\nu_n(t)$ in un segnale di tensione $V_n(t)$ con un analizzatore di spettro elettronico. Il rumore di frequenza dipende dal tempo di osservazione del segnale, in particolare per quanto riguarda rumore di deriva[6].
Per le applicazioni più sofisticate descritte nel capitolo introduttivo è necessario che lo spettro di rumore del laser sia fortemente ridotto. Inviando una frazione della radiazione laser ad un discriminatore di frequenza con risoluzione sufficientemente alta e stabile, le fluttuazioni di tensione all'uscita producono il segnale errore richiesto. Il picco stretto di trasmissione di un interferometro Fabry-Perot con elevatissima finesse è spesso usato come discriminatore di frequenza. In particolare si utilizzano interferometri di Fabry-Perot con finesse maggiori di 10^5, utilizzando specchi con perdite dovute all'assorbimento e allo scattering di alcune parti per milione. Per ridurre le fluttuazioni della cavità FP, gli specchi devono essere montati utilizzando elementi con espansione termica molto bassa e l'interferometro deve essere collocato in un contenitore metallico di cui si controllano pressione e temperatura. Un possibile metodo di stabilizzazione, utilizzato in questo progetto e che verrà illustrato nel paragrafo successivo è la tecnica Pound-Drever-Hall.

1.3 Tecnica Pound-Drever-Hall

La tecnica più comune per la stabilizzazione in frequenza di un laser è detta Pound-Drever-Hall. Tale metodo consiste nel modulare in frequenza una piccola frazione del fascio di uscita, il quale viene poi inviato a un discriminatore di frequenza, nel nostro caso rappresentato dalla cavità in vetro ULE. Essa è formata da due specchi con versi delle facce riflettenti opposti, situati agli estermi di un apposito distanziatore rigido. Considerando una radiazione incidente avente campo elettrico con ampiezza E_{inc}, il campo elettrico stazionario all'interno della cavità, E_{ss}, può essere ottenuto imponendo la condizione

$$E_{ss} = E_{ss}e^{i\phi}r^2 + E_{inc}t$$

con ϕ fase di *round-trip* accumulata dalla luce, t coefficiente di trasmissione d' ampiezza del campo elettrico dello specchio e r il corrispondente coefficiente di riflessione. In assenza di assorbimento degli specchi e scattering vale la relazione $|r|^2 + |t|^2 = 1$. Lo shift di fase della cavità può essere riscritto in funzione della lunghezza della cavità L e della frequenza del laser, ν come:

$$\phi = \frac{4\pi\nu L}{c} + \widetilde{\phi}$$

con $\widetilde{\phi}$ termine di fase aggiuntivo dovuto alla diffrazione dipendente dal modo. Considerando in questa trattazione un singolo modo longitudinale, si può omettere tale termine. Inoltre, si ricorda che la lunghezza della cavità L include anche l'effetto di penetrazione del campo elettrico nel *coating* dello specchio, che porta quindi a correggere la lunghezza effettiva della cavità su ordini di grandezza della lunghezza d'onda. Per cavità macroscopiche tale effetto può essere trascurato. Risolvendo l'equazione precedente, si può ricavare il campo elettrico trasmesso dalla cavità, dato da $E_t = tE_{ss}$:

$$\frac{E_t(\nu)}{E_{inc}(\nu)} = \frac{e^{i\frac{\phi}{2}}}{1 - e^{i\phi}r^2}$$

Analogamente, il campo elettrico riflesso è dato da

$$\frac{E_r(\nu)}{E_{inc}(\nu)} = R = r\left[\frac{1 - e^{i\phi}(r^2 + t^2)}{1 - e^{i\phi}r^2}\right] = r(\nu)e^{i\phi(\nu)}$$

Come si può osservare in Figura 9, la riflessione è minima quando la fase di *round-trip* è multipla di 2π. Quando tale condizione è verificata, la cavità si dice che è in risonanza. In condizione di risonanza quindi:

$$\nu_n = n\frac{c}{2L}$$

dove L è la distanza tra i due specchi e c è la velocità della luce. I diversi modi risonanti con la cavità sono quindi equispaziati in frequenza da un valore $c/2L$,

chiamato *free spectral range* ($\Delta\nu_{FSR}$). Il FWHM della risonanza in cavità , $\Delta\nu_c$ è correlato al FSR tramite la relazione:

$$F = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\Delta\nu_c} = \frac{\pi|r|}{1-|r|^2} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

con $R = |r|^2$ coefficiente di riflessione in termini di intensità. F viene chiamata finesse della cavità e dipende unicamente dalle caratteristiche degli specchi[44].

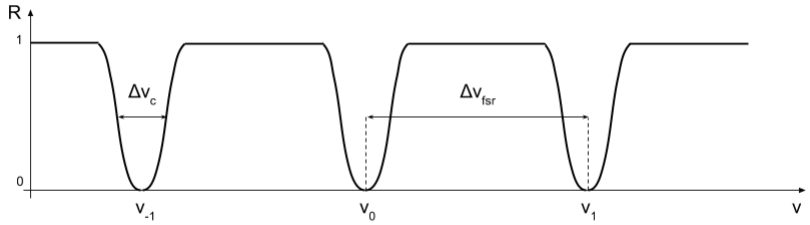


Figura 9: Curva di riflessione di un interferometro Fabry-Perot.

Per capire i principi-base della tecnica PDH, bisogna focalizzare l'attenzione sul fatto che la variazione del coefficiente di riflessione in funzione della frequenza corrisponde a uno shift di fase, che dipende dalla frequeza stessa, secondo le relazioni ricavate precedentemente e illustrate in Figura10[7].
Al fine di ricavare il segnale errore PDH dal campo elettrico riflesso dalla cavità, la radiazione deve essere innanzitutto modulata in frequenza. Si consideri quindi un fascio laser modulato in frequenza di un valore $\nu_m \gg \Delta\nu_c$ e si scriva il suo campo elettrico come $E(t) = E_0 \exp\left[j2\pi\nu t + j\Gamma\sin\left(2\pi\nu_m t\right)\right]$, dove Γ è l'indice di modulazione di fase e ν_mè la frequenza di modulazione. É possibile scrivere tale campo come sommatoria delle funzioni di Bessel:

$$E(t) = E_0 e^{j2\pi\nu t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\Gamma) e^{in2\pi\nu_n t}$$

con J_n funzione di Bessel di ordine n. Se ci si limita a considerare solo le prime due bande modulate, a frequenza $\pm\nu_m$, si ottiene:

$$E(t) = E_0 e^{j2\pi\nu t}\left[-J_1\left(\Gamma\right)e^{-j2\pi\nu_m t} + J_0\left(\Gamma\right) + J_1(\Gamma)e^{j2\pi\nu_m t}\right]$$

dove è stata utilizzata la proprietà delle funzioni di Bessel per cui $J_{-1}(\Gamma) = -J_1(\Gamma)$. Il campo elettrico dell'onda, dopo aver attraversato il Fabry-Perot, sarà:

$$E(t) = E_0 e^{j2\pi\nu t}\left[-J_1(\Gamma)r_{-1}e^{-j2\pi\nu_m t - j\phi_{-1}} + J_0(\Gamma)r_0 e^{-j\phi_0} + J_1(\Gamma)r_1 e^{j2\pi\nu_m t - j\phi_1}\right]$$

dove r_0, r_{-1}, r_1 e ϕ_0, ϕ_{-1},ϕ_1 sono, rispettivamente, i coefficienti di riflessione e gli spostamenti di fase dovuti alla riflessione della cavità Fabry-Perot associati all'onda portante e alle due bande laterali (vedi Figura 10). Se il fascio trasmesso dal discriminatore viene inviato a un fotorivelatore, la corrente fotorivelata sarà proporzionale a EE^*, dove E^* è il complesso coniugato di E. La componente della fotocorrente alla frequenza ν_m, sarà quindi proporzionale a:

$$(EE*)_{\omega_m} \propto 2\left|E_0\right|^2 Re\left\{J_0 J_1 r_0 e^{j2\pi\nu_m t}\left[r_1 e^{j(\phi_0-\phi_1)} - r_{-1} e^{j(\phi_{-1}-\phi_0)}\right]\right\}$$

dove Re indica la parte reale del numero complesso. Se la frequenza portante ν_L dell'onda coincide con la frequenza centrale dell'interferometro ν_0, si ottiene $r_0 = 0$, $\phi_0 = 0$, $r_{-1} = r_1$ e $\phi_{-1} = -\phi_1$(vedi Figura 10). Si ottiene quindi un valore $(EE^*)_{\omega_m} = 0$.
Se invece $\nu_L \neq \nu_0$ e avendo assunto $\nu_m \gg \Delta\nu_c = \Delta\nu_{FSR}/F$, si può approssimare $\phi_{-1} = -\phi_1$ e $r_{-1} = r_1 = 1$ ottenendo:

$$(EE*)_{\nu_m} \propto -4\left|E_0\right|^2 J_0 J_1 \sin(\phi_0)\sin(2\pi\nu_m t - \phi_1)$$

Il segno della componente della fotocorrente a frequenza ν_m dipenderà quindi dal segno di ϕ_0, ovvero dal fatto che ν_L sia maggiore o minore di ν_0. Tale componente potrà quindi essere usata come segnale errore per un anello di feedback elettronico, per forzare la frequenza portante dell'onda in modo tale da farla coincidere con la frequenza centrale del discriminatore di frequenza. La precisione di tale processo dipende dal guadagno dell'anello di feedback, dalla larghezza di banda e dalla stabilità del discriminatore di frequenza utilizzato[7].

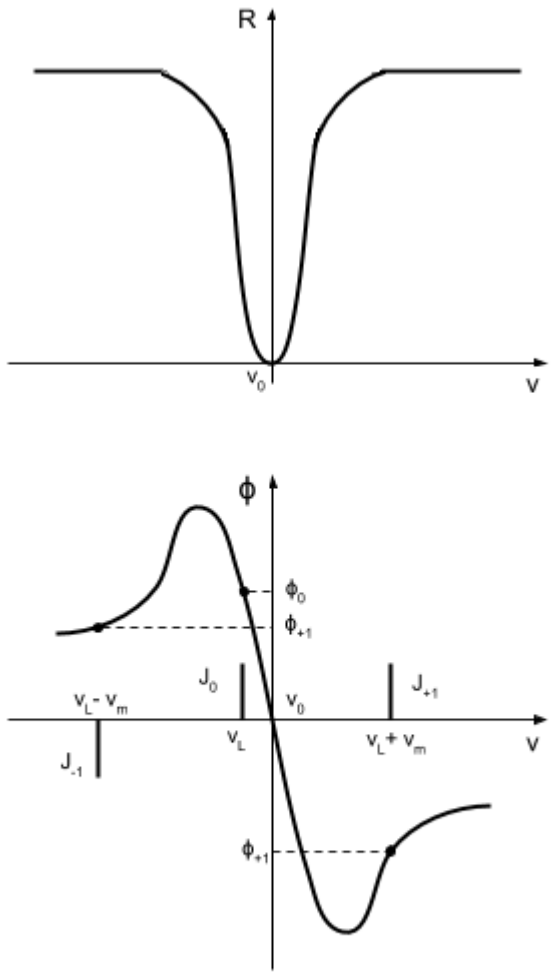


Figura 10: Tecnica Pound-Drever-Hall.

1.4 Cavità in vetro ULE

La cavità utilizzata come discriminatore di frequenza è costituita da due specchi, di cui uno piano e uno sferico con raggio $R = 500$mm, posti ai lati di un blocco di vetro con basso coefficiente di espansione termica, detto vetro ULE (vedi Figura 11). Tale materiale è costituito per il 90% di silice e per il restante

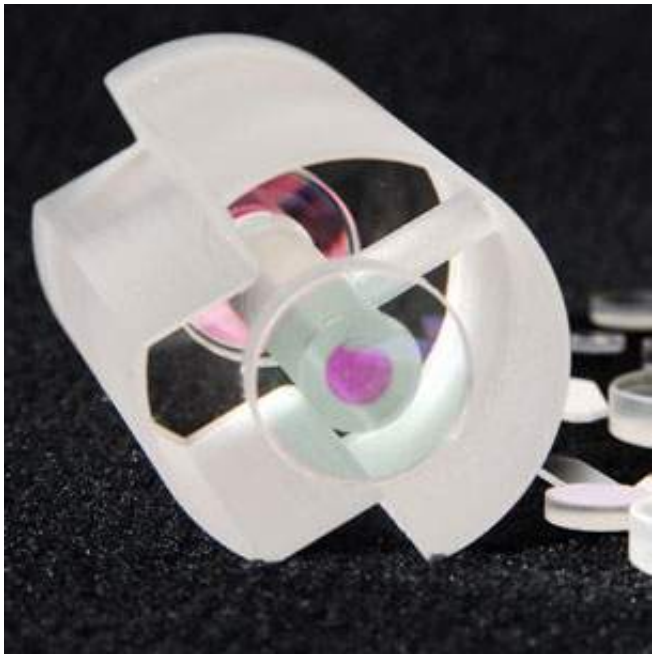


Figura 11: Cavità in vetro ULE.

10% da diossido di titanio. Essendo poco suscettibile all'espansione termica, esso resiste in modo ottimo anche agli shock causati dalle alte temperature.
Essendo l'ULE un vetro, la sua struttura è completamente amorfa. Il modo in cui viene prodotto è però molto diverso rispetto a quello con cui viene fabbricato il vetro classico. Invece di mischiare i componenti ridotti in polvere per poi farli evaporare per ottenere gli strati di cui il materiale si compone, il vetro ULE viene prodotto seguendo un processo di idrolisi a fiamma. In questo processo i componenti vengono iniettati in un forno in presenza di fiamme, che causano una reazione chimica che porta a formare l'ossido di titanio e l'ossido di silicio. Tali molecole si depositano su un tubo di supporto presente nel forno andando a determinare un processo di crescita del vetro ULE (vedi Figura 12).
Il vetro ULE presenta particolari propretà termiche, meccaniche e ottiche. I valori dei principali parametri sono riassunti nelle tabelle, in cui vengono confrontati con quelli del vetro classico (vedi Tabelle 1, 2, 3).[8, 9, 10]
La cavità in vetro ULE tenderà a limitare lo spostamento degli specchi dovuto all'espansione termica. Gli specchi vengono realizzati depositando 38 strati di

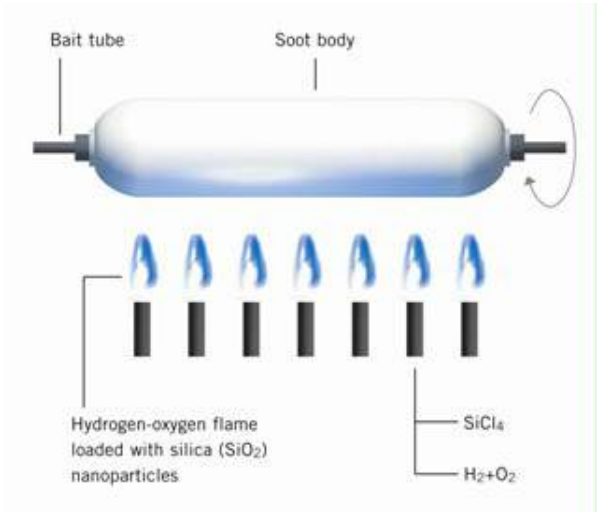


Figura 12: Processo di idrolisi con fiamma con cui viene prodotto il vetro ULE.

	Vetro	Vetro ULE
Coefficiente di espansione termica $\left[K^{-1}\right]$	10^{-7}	10^{-9}
Coefficiente di conduzione termica $\left[\frac{W}{m\cdot°C}\right]$	$0,5 \div 1$	1.31
Calore specifico $\left[\frac{J}{kg\cdot°C}\right]$	795	767
Punto di deformazione [°C]	$1580 \div 1670$	890

Tabella 1: Confronto tra i parametri termici del vetro ULE e del vetro classico.

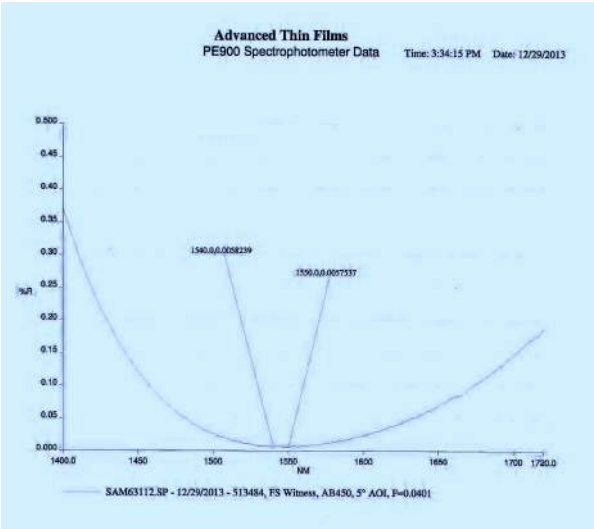
SiO_2 e Ta_2O_5 su un substrato di vetro ULE per uno spessore totale di 5μm in modo da ottenere una cavità ad alta finesse per lavorare con laser con lunghezza d'onda λ =1541,36 nm. Uno dei due specchi è piano mentre l'altro è concavo con un raggio di curvatura pari a 50cm. La distanza tra i due è pari a 10cm. La cavità utilizzata è stata realizzata dalla Advanced Thin Films,CO,USA. In Figura 13 sono rappresentate le curve dei coefficienti di riflessione e di trasmissione degli specchi posti ai lati della cavità, presenti sul datasheet della stessa. Notiamo come gli specchi siano stati pensati per lavorare a una lunghezza d'onda $\lambda = 1540 \div 1550$ nm, adatti a stabilizzare un laser in fibra ad erbio. La finesse teorica della cavità risulta essere pari a $F \approx 300\,000$, quindi con curva di trasmissione molto stretta rispetto al *free sectral range*, risultando ideale per la stabilizzazione in frequenza con tecnica Pound-Drever-Hall[14].

	Vetro	Vetro ULE
Carico di rottura $[MPa]$	33	49.8
Rapporto di Poisson $[-]$	$0.18 \div 0.30$	0.17
Densità $\left[\frac{g}{cm^3}\right]$	$3.0 \div 6.3$	2.21
Modulo elastico $[GPa]$	37.7	67.6

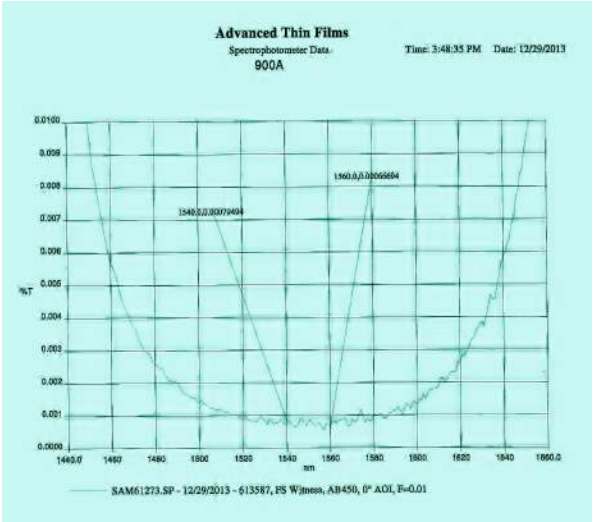
Tabella 2: Confronto tra i parametri meccanici del vetro ULE e del vetro classico.

	Vetro	Vetro ULE
Numero di Abbe $[-]$	59	53.1
Indice di rifrazione $[-]$	$1.5 \div 1.9$	1.48

Tabella 3: Confronto tra i parametri ottici del vetro ULE e del vetro classico.



(a) Coefficiente di riflessione degli specchi della cavità in vetro ULE con angolo di incidenza pari a 5°. Il minimo di riflessione è compreso tra i 1540 e i 1550 nm.



(b) Coefficiente di trasmissione degli specchi della cavità in vetro ULE con angolo di incidenza pari a 0°. Il minimo di trasmissione è compreso tra i 1540 e i 1560 nm.

Figura 13: Grafici presenti sul datasheet della cavità in vetro ULE.

1.5 Aggancio del laser alla cavità ULE

Il laser in fibra presenta al suo interno un materiale piezoelettrico che consente di variare la lunghezza del risonatore e quindi la frequenza della radiazione emessa. Fornendo una rampa di tensione è possibile eseguire una scansione su un intervallo di frequenze, in modo tale da osservare sull'oscilloscopio la curva di trasmissione della cavità. Lo scopo del progetto è quello di agganciare il laser sul picco di trasmissione della cavità, che deve essere stabile e fisso nella sua posizione (vedi Figura 14). L'aggancio viene effettuato grazie alla tecnica del Pound-Drever-Hall, utilizzando un controllore elettronico PID che, dato il segnale errore, sia in grado di discriminare lo spostamento in frequenza del laser e fornire il segnale di tensione necessario al modulatore acusto-ottico per compensare tale spostamento.

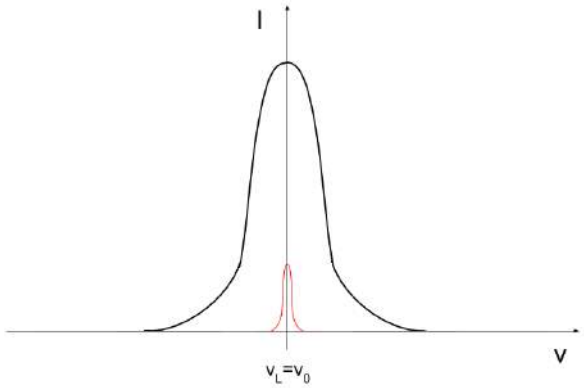


Figura 14: Aggancio del laser sul picco di trasmissione della cavità ($\nu_L = \nu_0$).

La configurazione ottimale che si vuole ottenere è osservabile in Figura 15. Si noti come la frequenza centrale del laser corrisponda al picco di trasmissione della cavità ULE e il segnale errore PDH sia pari a zero al centro, in corrispondenza di ν_L. Nel momento in cui la frequenza centrale ν_L del laser presenta delle oscillazioni intorno al valore di picco di trasmissione ν_0, il segnale errore non ha più valore nullo, ma avrà un valore positivo o negativo dipendente dal fatto che la frequenza ν_L sia maggiore o minore della frequenza fissa ν_0 (vedi Sezione 1.3). Il controllore PID si basa su tale segnale per fornire al modulatore acusto-ottico il segnale di compensazione (vedi Figure 16,17). Il sistema di controllo utilizzato verrà illustrato successivamente (vedi Sezione 3.2).
Tale metodo risulta essere efficace solo nel momento in cui la curva di trasmisione del discriminatore di frequenza è stabile e fissa nella sua posizione, centrata in ν_0. Si immagini infatti di avere un segnale errore che presenta oscillazioni intorno alla sua posizione centrale (vedi Figura 18). In questo caso il segnale errore dipende, oltre che dalle fluttuazioni dovute al rumore di frequenza del

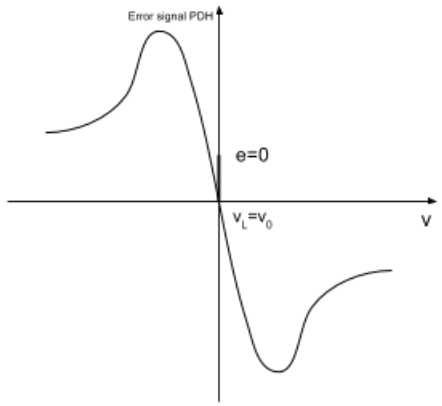


Figura 15: Situazione ideale, in cui la frequenza centrale di emissione del laser corrisponde al picco di trasmissione della cavità e il segnale errore è pari a zero.

laser, anche dalle oscillazioni della curva di trasmissione della cavità. Il controllore PID non è quindi in grado di apportare le dovute compensazioni al fine di ridurre il ruore di frequenza del laser.
Per avere un discriminatore di frequenza con linea di trasmissione molto stretta e stabile in frequenza si prenderanno i seguenti accorgimenti:

- si utilizzerà una cavità ULE con elevata finesse;
- si sigillerà tale cavità ULE in due meccaniche di alluminio, una interna all'altra, nelle quali verrà creato del vuoto spinto, in modo tale da evitare salti d'indice di rifrazione;
- si stabilizzerà la temperatura della cavità per evitare la dilatazione termica e la conseguente variazione della distanza degli specchi;
- si ridurranno le vibrazioni meccaniche montando il sistema ottico su una piastra antivibrante;
- si ridurranno le vibrazioni acustiche racchiudendo tutto il sistema in una cassa di legno rivestita con pannelli fonoassorbenti.

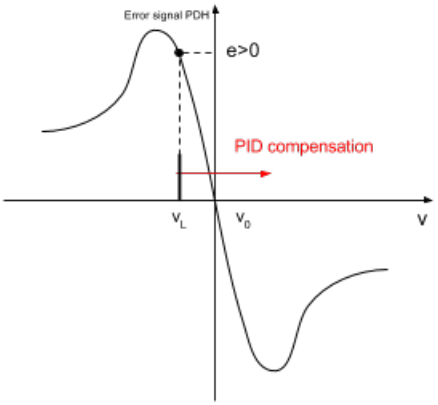


Figura 16: Situazione in cui la frequenza centrale di emissione del laser è minore del picco di trasmissione della cavità e il segnale errore è positivo. Il PID invierà un opportuno segnale al modulatore acusto-ottico e al piezoelettrico interno al laser, al fine di realizzare la situazione ideale.

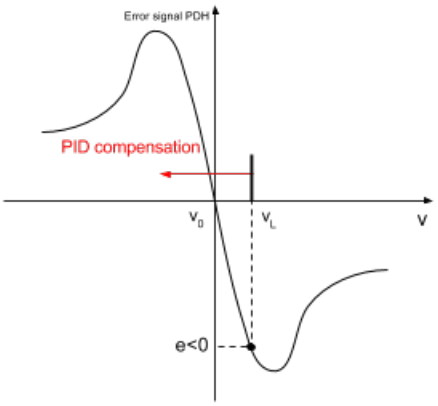


Figura 17: Situazione in cui la frequenza centrale di emissione del laser è maggiore del picco di trasmissione della cavità e il segnale errore è negativo. Il PID invierà un opportuno segnale al modulatore acusto-ottico e al piezoelettrico interno al laser, al fine di realizzare la situazione ideale.

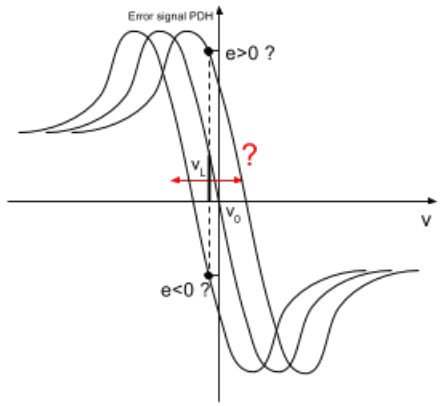


Figura 18: Situazione in cui la cavità che funge da discriminatore di frequenza non è stabile ma presenta oscillazioni della curva di trasmissione. Il segnale errore fornito al PID risulta quindi essere distorto non permettendo la compensazione che riduca il rumore di frequenza del laser.

2 Stabilizzazione termo-meccanica della cavità in vetro ULE

2.1 Schema delle parte meccanica e sistema da vuoto

La parte meccanica in cui alloggia la cavità ULE è costituita da due camere in alluminio, schematicamente illustrate in Figura 19.

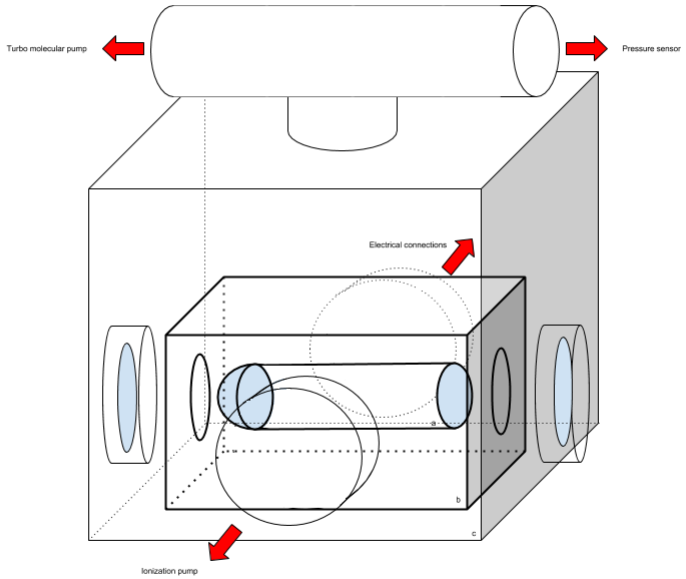


Figura 19: Schema della meccnica in alluminio contenente la cavità ULE. (a) Cavità ULE; (b) Camera in alluminio interna; (c) camera in alluminio esterna.

L'alluminio consente di avere un riscaldamento più uniforme rispetto all'acciaio inox, oltre ad abbattere meglio il rumore causato dalle vibrazioni.
La cavità ULE viene posta nella camera più piccola, che presenta dei fori alle estremità per consentire al fascio di laser di propagarsi all'interno (vedi Figura 20). Tale meccanica giace in una camera più grande per consentire due stadi di stabilizzazione termica del vetro ULE. Infatti, utilizzando un unico stadio, si otterrebbe una stabilizzazione della temperatura solo in prossimità del sensore, con un gradiente di temperatura che va dal punto stabilizzato all'ambiente. Tale gradiente dipenderà ovviamente dalla temperatura esterna alla camera, limitando così la stabilizzazione che può essere ottenuta con tale metodo. Per ridurre questo effetto è necessario operare vicino alla temperatura ambiente e

inserire la camera in alluminio in una esterna, anch'essa sottoposta a controllo di temperatura. Maggiore è il numero di stadi di stabilizzazione, minore sarà il gradiente di temperatura[23].
Anche la camera più grande presenta dei fori alle estremità su cui sono posizionati degli specchi antiriflesso resistenti alle alte pressioni, che non vengono danneggiati nel momento in cui all'interno della camera viene creato il vuoto.
Nella meccanica esterna sono presenti inoltre tre cilindi cavi, uno per collegare la pompa turbo molecolare e un sensore di pressione, uno per la pompa ionica e il rimanente per il collegamento tra interno e esterno della cella dei pin dei sensori e delle celle di Peltier. I cavi esterni sono stati infatti saldati a un connettore, i cui pin interni sono collegati ai vari componenti grazie a fili elettrici resistenti al vuoto (vedi Figura 21). Il sensore di pressione utilizzato è di tipo capacitivo: la deformazione di un diaframma indotta dalla pressione viene rilevata mediante la misura della capacità formata dal diaframma e da elettrrodi di riferimento fissi[41].
Per stabilizzare la curva di trasmissione del discriminatore di frequenza è necessario creare il vuoto all'interno della meccanica stagna, al fine di evitare che siano presenti salti di indice di rifrazione tra i due specchi della cavità ULE. Per far ciò si utilizza inizialmente una pompa turbo molecolare (vedi Figura 22). In questo tipo di pompa le molecole dei gas sono trascinate verso la bocca di evacuazione da un sistema di palette poste in rapida rotazione. Esse sono opportunamente distanziate ed inclinate rispetto alla direzione di moto e in rapida rotazione all'interno di uno statore cilindrico. La velocità di pompaggio presenta un andamento praticamente costante in tutto l'intervallo operativo. Si ottiene così una pressione finale dell'ordine di 10^{-5} mbar. Per poter abbassare ulterioremente tale valore di pressione, viene utilizzata una pompa ionica (vedi Figura 23) che è in grado di portarne il valore fino a 10^{-6} mbar (anche se per un tempo limitato). Nella pompa ionica una sorgente di titanio è riscaldata sino alla temperatura di sublimazione (1500°C) in maniera che produca un film di titanio altamente reattivo sulle pareti che circondano la sorgente. Le molecole dei gas attivi che incidono sul film di titanio reagiscono chimicamente formando composti stabili quali ossidi, idruri e nitruri di titanio: si ha cosi una efficace azione di pompaggio nei confronti di tali gas. Negli impianti a vuoto il film di titanio è in grado di pompare i gas attivi per un tempo limitato, sino a quando la superficie dei film non è satura[42].
Per poter garantire l'assenza di perdite gassose, le giunzioni della camera sono protette con guarnizioni in viton. In Figura 24 viene illustrata la camera in alluminio utilizzata. Per poter raggiungere tali valori di pressione, è necessario inoltre un processo di riscaldamento della camera a 70°C, in modo tale da consentire il quasi totale desorbimento delle molecole interne alla camera.

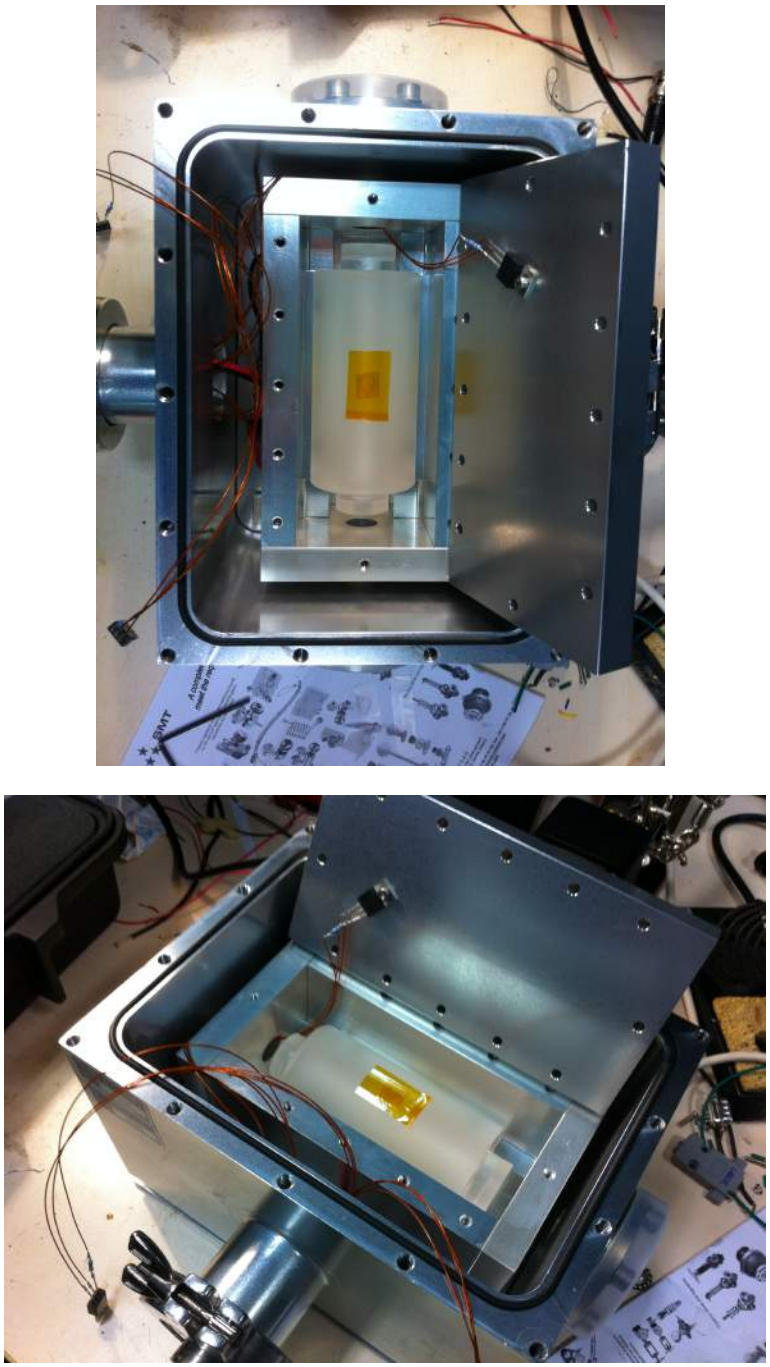


Figura 20: Cavità ULE posta all'interno della meccanica.

Figura 21: Connettore utilizzato per il collegamento dei componenti elettrici interni.

Figura 22: Pompa turbo molecolare utilizzata.

Figura 23: Pompa ionica utilizzata.

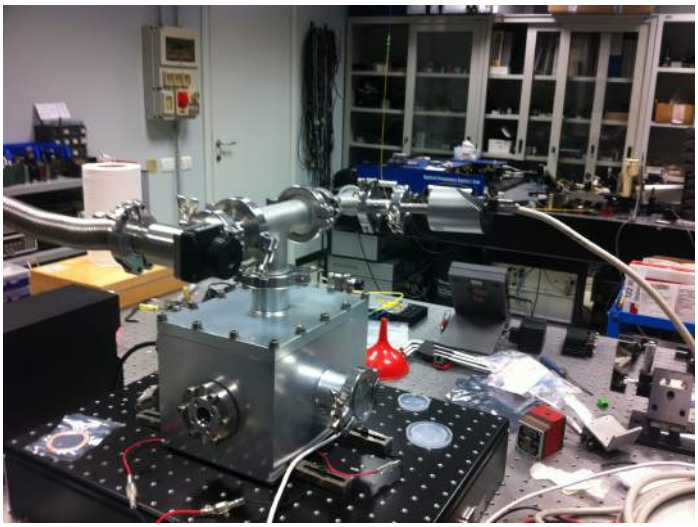


Figura 24: Camera di alluminio in cui giace la cavità ULE. All'interno della camera viene creato il vuoto, con una pressione di 10^{-6}mbar.

2.2 Stabilizzazione e monitoraggio della temperatura

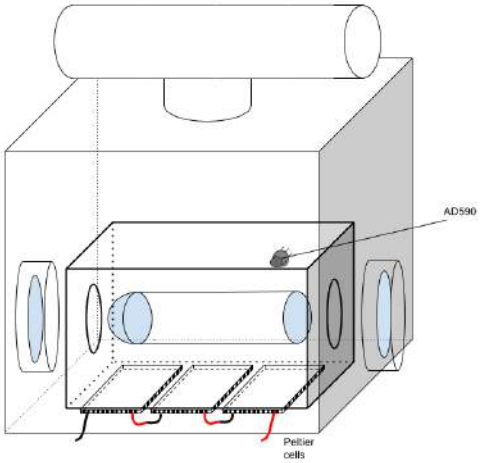
Per diminuire il rumore di frequenza è necessario eliminare, o quantomeno ridurre al minimo, le lente variazioni di temperatura che portano ad avere fluttuazioni della lunghezza della cavità ULE, con conseguente oscillazione della curva di trasmissione intorno al suo valore centrale, la quale porta ad avere un'errata compensazione del rumore di frequenza del laser (vedi Sezione 1.5). A tale scopo si utilizzano due controllori PID, che in base al valore registrato da due diversi sensori di temperatura, uno nella cella più interna e uno nella cella più esterna, forniscono l'opportuna corrente a due differenti gruppi di celle di Peltier collegate in serie, situate al di sotto delle due camere in alluminio, che garantiscono un range di temperatura di ±40°C e permettono di raggiungere valori di stabilizzazione della temperatura pari a 0,001 °C o addirittura minori (vedi Figura 25). Le celle di Peltier sono rivestite con indio e ricoperte da pasta termica, per consentire un miglior scambio di calore.
Le sorgenti di instabilità termica sono principalmente due: i dispositivi interni alla meccanica e l'ambiente esterno. I dispositivi elettrici interni, quali ad esempio i sensori e cavi elettrici, sono modellizzabili come delle impedenze attraversate da corrente. Conseguentemente, per effetto Joule, tali dispositivi dissipano calore all'interno della camera. Cambiamenti rapidi e forti della corrente che attraversa i componenti possono incrementare significativamente l'apporto termico e generare instabilità. Per quanto riguarda l'ambiente esterno, sono presenti shift di temperatura dovuti, ad esempio, a cicli di aria condizionata o a variazione della luce che entra all'interno della stanza. Inoltre, anche gli altri dispositivi elettrici presenti in laboratorio dissipano calore, causando instablità termica ed andrebbero isolati dal restante apparato sperimentale. Infine, anche le correnti d'aria dovute all'apertura e chiusura di porte e finestre causa variazioni nell'apporto termico e conseguente instabilità.
Il controllore PID è schematizzato in Figura 27. L'utente indica la temperatura desiderata sul display dei controllori come indicato in Figura 26. Il controllore rileva la temperatura della camera grazie al sensore ad esso collegato, per poi calcolare il segnale errore come differenza tra il valore desiderato e il valore reale. Sulla base di quest'ultimo determina, tramite un'opportuna funzione di trasferimento, quale corrente fornire alle celle di Peltier per riscaldare/raffreddare le camere in alluminio. La funzione di trasferimento del PID può essere modificata variando le tre costanti dell'anello di controllo K_P, K_I e K_D. Dal punto di vista teorico è utile capire quale sia il ruolo delle tre costanti. Incrementando K_P il valore di setpoint viene raggiunto più rapidamente; il termine K_I aiuta a controllare errori che hanno durata prolungata nel tempo; infine, il parametro K_D consente invece di controllare le variazioni dal valore di setpoint più veloci. I valori ideali di questi parametri possono essere determinati sperimentalmente, osservando gli effetti del cambiamento di una costante per volta. Il metodo più efficace di impostazione delle costanti è un misto tra considerazioni sperimentali e teoriche[38].
Erroneamente si potrebbe pensare di utilizzare diversi controllori situati in diverse zone della camera d'alluminio, in modo tale da ottenere una temperatura

omogenea su tutto l'involucro. Ciò porterebbe però ad avere sistemi di controllo in conflitto, con infiniti punti di lavoro stabili[23].
I due sensori utilizzati sono di differente tipo, un AD590 e un LM35 (vedi Tabella 4)[39, 40].

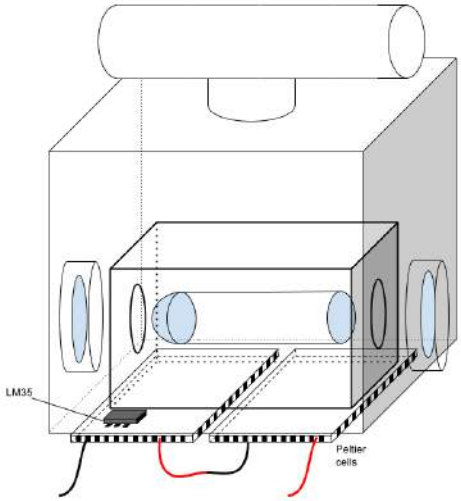
Sensore AD590	Sensore LM35
Sensibilità: $1\frac{\mu A}{K}$	Sensibilità: $10\frac{mV}{K}$

Tabella 4: Sensibilità dei sensori utilizzati per il monitoraggio e la stabilizzazione della temperatura.

Oltre ai due sensori utilizzati per il controllo termico, all'interno della camera sono stati posizionati altri tre sensori, per monitorare l'andamento della temperatura nelle diverse zone della meccanica, e un ulteriore sensore esterno per confrontare i valori ottenuti con la temperatura ambiente esterna. In particolare, viene posizionato un sensore all'interno della camera interna, uno sospeso nello spazio intermedio tra le due celle e uno nella camera più esterna, così come osservabile in Figura 28. Inoltre il controllore PID utilizzato per stabilizzare la temperatura della camera più interna presenta un'uscita che permette di monitorare l'andamento della temperatura con il sensore AD590 di Figura 25a. I pin dei sensori sono collegati al connettore visto nella Sezione 2.1 con cavetti resistenti alle basse pressioni.
Le uscite del connettore vengono connesse a una scheda d'acquisizione a 24 bit (vedi Figura 29). Il numero di bit è elevato per garantire un'adeguata precisione delle misure fino al millessimo di Kelvin. La dinamica del sensore è infatti di 0÷5V, che divisa per il numero di livelli (2^{24}) dà un errore massimo di quantizzazione pari a $2,98 \cdot 10^{-7}$V. Dividendo tale valore per la sensibilità dei sensori di temperatura LM35 (10^{-2}V/K) otteniamo l'accuratezza del nostro sistema di misura, che risulta essere pari a $2,98 \cdot 10^{-5}$K. Tale valore ideale non può essere però raggiunto a causa del rumore termico.
L'acquisizione dei dati è possibile, oltre che con la scheda a 24 bit, grazie all'utlizzo del software LabView. In Figura 30 è possibile vedere la schermata principale del programma creato ad hoc per il monitoraggio delle temperature.



(a) Sistema utilizzato per la cella interna.



(b) Sistema utilizzato per la cella esterna.

Figura 25: Schema del sistema utilizzato per la stabilizzazione della temperatura.

(a) Controllore utilizzato per la stabilizzazione della temperatura della camera interna.

(b) Controllore utilizzato per la stabilizzazione della temperatura della camera esterna.

Figura 26: Controllori di temperatura utilizzati per la stabilizzazione termica. Ciascuno dei due controllori risulta compatibile con diversi tipi di sensori di temperatura.

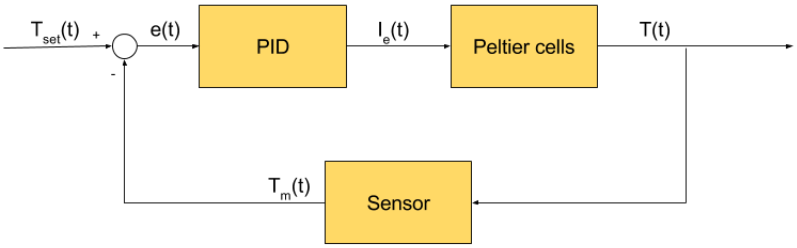


Figura 27: Schema di un controllore PID per stabilizzazione della temperatura.

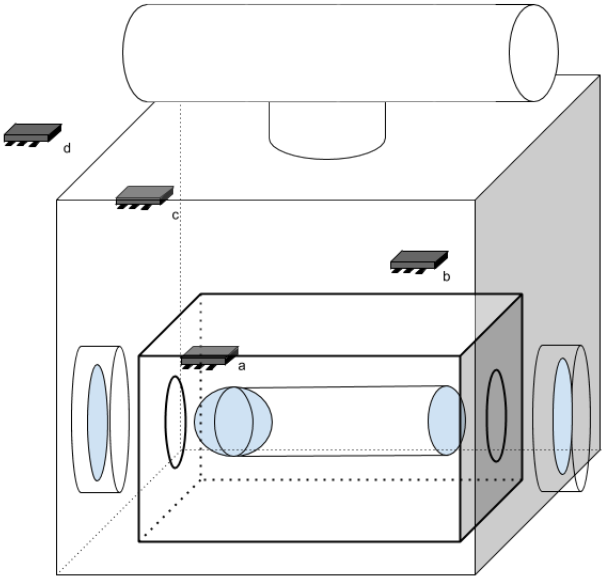


Figura 28: Schema del posizionamento dei sensori all'interno della camera. (a) all'interno della camera interna; (b) sospeso tra le due camere; (c) sul coperchio della camera esterna; (d) esterno.

Figura 29: Scheda d'acquisizione utilizzata per acquisire i valori di tensione in uscita dai sensori.

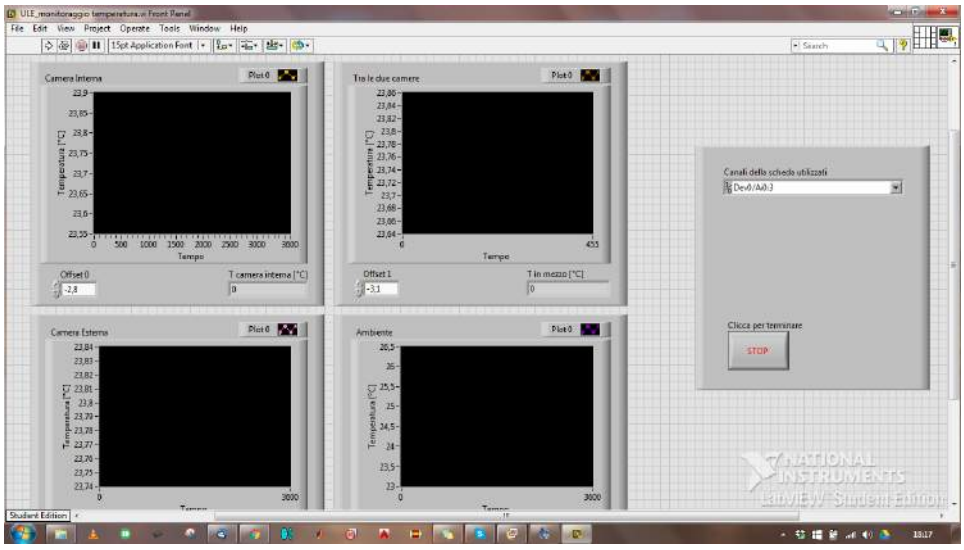


Figura 30: Schermata del programma utilizzato per l'acquisizione dei valori di temperatura.

2.3 Attenuazione delle vibrazioni esterne e del rumore acustico

La camera d'alluminio contenente la cavità ULE e l'intero sitema ottico vengono posti al di sopra di una piasta antivibrante (vedi Figura 31), che compensa attivamente le vibrazioni esterne. Il sistema realizzato per l'esperimento risente infatti delle vibrazioni, dovute ad esempio, al traffico, alle ventole di raffrddamento dei dispositivi elettronici, al passaggio dell'aria e dell'acqua nei condotti, a tavoli non perfettamente fissati, ecc. Il principio di funzionamento della piastra è basato sull'AVC (active vibration control). Su di essa sono presenti dei sensori di vibrazione che producono un segnale elettrico proporzionale alle oscillazioni rilevate. Tale segnale viene analizzato da un elettronica di controllo interna alla piastra che guida degli attuatori elettro-dinamici che istantaneamente producono una forza opposta per compensare la vibrazione. Il sistema di attenuazione è stato realizzato in modo tale da evitare effetti di amplificazione delle vibrazioni dovuta alla risonanza ad ogni frequenza[43].
La piastra antivibrante su cui è montato il sistema ottico viene inserita all'interno di una cassa di legno rivestita da pannelli fonoassorbenti, che riducono il rumore acustico che perturba il sistema (vedi Figura 32). I pannelli sono realizzati in poliuretano espanso, flessibile, a celle aperte, a base di poliestere con densità 35 kg/m^3 e resistenza alla temperatura tra -10°C e +90°C. I pannelli, grazie alla loro struttura angolare che triplica la superficie assorbente, consentono di raggiungere elevati valori di assorbimento acustico, con ottimi risultati sulle medie e alte frequenze (500÷2000 Hz). Là dove sia necessario ottenere un alto coefficiente di fonoisolamento, i pannelli possono essere assemblati a barriere fonoisolanti, come piombo, gommapiombo, ecc. Oltre ad essere efficaci per l'isolamento acustico assorbente, essi offrono inoltre un buon isolamento termico, consentendo di avere una temperatura più omogenea all'interno della cavità.
La cassa di legno è stata realizzata artigianalmente in laboratorio, in modo tale da costruire un prodotto che avesse le dimensioni ideali per il nostro esperimento, pari a 120x50x60 cm^3. Essa è dotata inoltre di due cerniere che consentono l'apertura su due lati tramite pistoni a gas progressivo, per permettere, da un lato, di collegare la pompa turbomolecolare e, dall'altro, di operare sul sitema ottico. Il collegamento dei cavi di alimentazione della strumentazione è permesso da un piccolo foro presente sulla camera di legno, rivestito adeguatamente da un tappo di materiale fonoassorbente, che non consenta la propagazione delle vibrazioni in questo punto.
L'entità dell'attenuazione delle vibrazioni ottenuta con tale sistema verrà indagato con opportune misure. Gli accorgimenti presi consentono di ridurre le vibrazioni degli specchi del discriminatore di frequenza e ottenere una migliore stabilizzazione con la tecnica PDH.

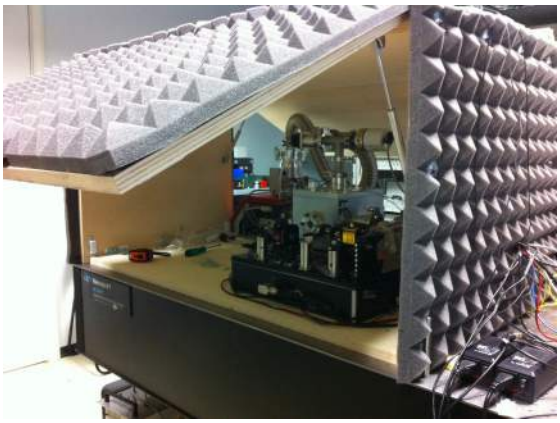
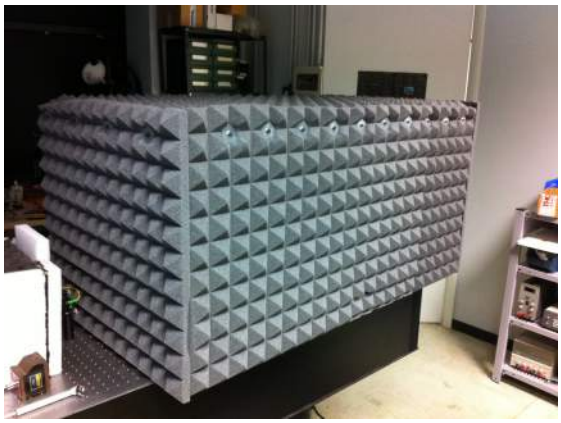


Figura 31: Sistema ottico posto sulla piastra antivibrante, all'interno della cassa di legno rivestita.

(a) In fase di costruzione



(b) Completa.

Figura 32: Cassa di legno rivestita da pannelli fonoassorbenti in cui è stato inserito il sistema.

3 Realizzazione dell'apparato sperimentale

3.1 Sistema ottico

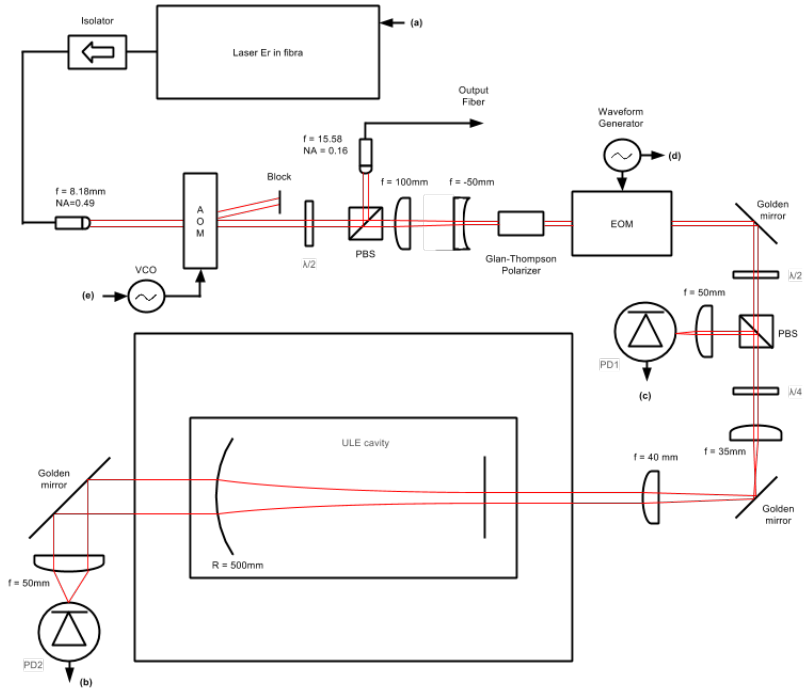


Figura 33: Setup ottico per la stabilizzazione in frequenza di un laser in fibra drogata con Erbio.

Il sistema ottico utilizzato in laboratorio è illustrato in Figura 33.
Il laser da stabilizzare in frequenza è un NKT in fibra drogata con erbio, con emissione a λ=1541,36 nm (vedi Figura 34).

La fibra di uscita del laser viene collegata a un isolatore ottico in modo tale da impedire retroriflessioni all'interno della stessa. Il fascio attraversa quindi un collimatore con focale $f = 8,18$mm e apertura numerica $NA = 0,49$, che può essere montato direttamente all'estremità della fibra. Il fascio all'uscita del collimatore ha diametro pari a $d = 1,6$mm, valore indicato sul datasheet del collimatore. Esso viene quindi indirizzato all'interno di un modulatore acusto-ottico.
Il modulatore acusto-ottico, anche chiamato cella di Bragg, si basa sull'effetto acusto ottico per diffrangere e spostare la frequenza della luce sfruttando un'onda sonora (solitamente a radio-frequenza). L'onda acustica viene prodotta da

Figura 34: Laser NKT in fibra drogata con erbio.

un trasduttore piezoelettrico direttamente collegato al vetro di cui è composto il modulatore. Un segnale elettrico oscillante pilota il trasduttore in modo tale da farlo vibrare, creando l'onda acustica nel materiale. In pratica si creano dei piani di espansione e compressione che si muovono di moto periodico cambiando l'indice di rifrazione del materiale. La luce che attraversa il modulatore viene quindi diffratta con un processo molto simile alla difrazione di Bragg. Il fascio viene deflesso di un angolo θ che dipende dalla lunghezza d'onda della luce λ e dalla lunghezza d'onda dell'onda acustica Λ, calcolabile come:

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{\Lambda}$$

con $m = \ldots, -2, -1, 0, +1, +2, \ldots$ ordine di diffrazione (vedi Figura 35).

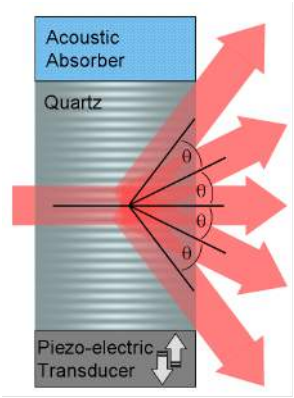


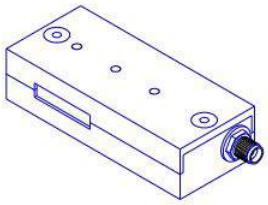
Figura 35: Principio di funzionamento di un modulatore acusto-ottico

Il fascio utilizzato per la stabilizzazione in frequenza è quello con ordine $m = 1$. Tenendo fisso l'angolo θ e scrivendo λ come $\frac{c}{\nu}$, si ricava la frequenza del primo ordine di diffrazione ν:

$$\nu = \frac{c}{\sin\theta \cdot \Lambda}$$

Tenendo fisso l'angolo θ si può quindi modulare la frequenza del primo ordine ν modificando la lunghezza d'onda dell'onda sonora Λ, ovvero modulando la tensione RF che pilota il trasduttore piezoelettrico. Si vedrà poi successivamente come il generatore di segnale a radiofrequenza modifichi la frequenza fornita al trasduttore in base all'uscita del segnale PID, dipendente dal segnale errore ricavato con tecnica PDH. Il datasheet del modulatore acusto ottico è visibile in Figura 36[11].

- NEAR IR WAVELENGTH RANGE
- INTENSITY MODULATION
- OPTICAL FREQUENCY SHIFTING
- OPTICAL ISOLATION
- LOW RF DRIVE POWER
- HIGH RELIABILITY
- HIGH OPTICAL POWER CAPABILITY



SPECIFICATIONS

Acousto-optic Material	AMTIR-1 Chalcogenide Glass
Optical Wavelength[1]	1.2 to 1.6 : m
Optical Power Capability	50 Kwatts / cm^2
Active Aperture Height[2]	2 mm
Diffraction Efficiency	90 percent
RF Drive Power[3]	600 milliwatts (1.55 : m)
RF Input Impedance	50 ohms
Modulation Bandwidth (-3db)	1.25 MHz (1.5 mm diameter)
Optical Rise Time	255 nsec / mm beam diameter
Static Optical Insertion Loss	5 percent (1.55 μm)
Optical Polarization	any
RF Connector	SMA
Size (less connector)	2.80 L x 1.25 W x 0.70 H inches 71.2 L x 31.8 W x 17.8 H mm

MODEL	**ACM-402AA1**	**ACM-502AA1**	**ACM-802AA1**	**ACM-1002AA1**
Center Frequency[4]	40 MHz	50 MHz	80 MHz	100 MHz
Optical Frequency Shift	"30 to 50 MHz	"40 to 60 MHz	"65 to 95 MHz	"80 to 120 MHz
Beam Separation (1.55 μm)	24.6 mrad	30.8 mrad	49.2 mrad	61.5 mrad

Figura 36: Datasheet del modulatore acusto ottico.

Il VCO che pilota il modulatore acusto-ottico viene impostato in modo tale da massimizzare la potenza in uscita al primo ordine di diffrazione. Il fascio di ordine zero viene invece bloccato, poichè non di nostro interesse per la realizzazione del progetto. Impostando opportunamente il modulatore si ottiene nel caso migliore una efficienza di modulazione pari a 91,67% (vedi Figura 37).
Il fascio laser attraversa quindi un polarizzatore di Glan-Thompson (vedi Figura 38). Tale cristallo ha altissimo rapporto di estinzione sulla polarizzazione indesiderata. Questo serve ad evitare che una eventuale polarizzazione residua

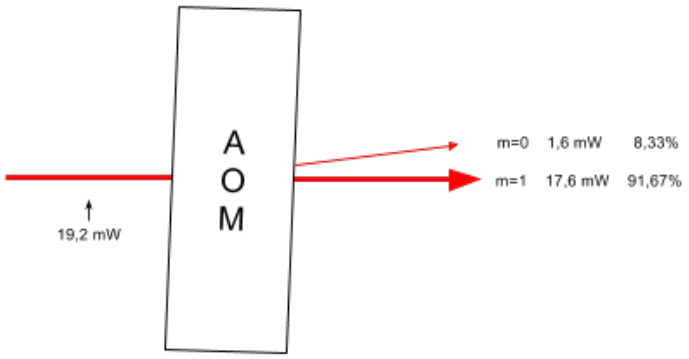
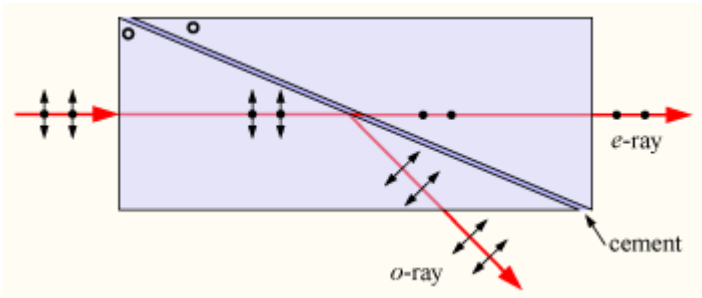


Figura 37: Efficienza di diffrazione al primo ordine del modulatore acusto-ottico utilizzato.

venga modulata in ampiezza dal modulatore elettro-ottico e venga quindi interpretata come un segnale errore dal PID[12].
In seguito il fascio laser deve essere inviato al modulatore elettro-ottico. Bisogna fare in modo che il fascio abbia le dimensioni adatte per entrare interamente nel componente, evitando che venga tagliato. Si posizionano due lenti che, così come un telescopio, permettano di restringere il diametro del fascio, mantenendolo collimato. La configurazione utilizzata viene riportata in Figura 39.
Il modulatore elettro-ottico effettua la modulazione di fase necessaria per la tecnica di Pound-Drever-Hall. Il componente è costituito da niobato di litio, materiale che varia il suo indice di rifrazione in base al campo elettrico a cui viene sottoposto. In particolare, applicando un campo elettrico, il niobato di litio manifesta un aumento del proprio coefficiente di rifrazione. Ciò siginifica che, se si applica una tensione ai capi del modulatore, la luce attraversa il mezzo con una velocità minore rispetto al caso di assenza di campo elettrico. Essendo la fase dell'onda elettromagnetica che viaggia attraverso il cristallo direttamente proporzionale all'intervallo temporale impiegato da essa a percorrere il mezzo, la fase della luce laser che esce dall'EOM può essere controllata variando il campo elettrico nel cristallo. [20, 21]
Vengono così create le due bande laterali illustrate nella teoria della tecnica Pound-Drever-Hall (vedi Sezione 1.3). Tali bande devono cadere al di fuori della curva di trasmissione della cavità ULE. Si sceglierà dunque come frequenza di modulazione il valore $\nu_m = 13,5$ MHz. La tensione viene fornita da un generatore di forme d'onda esterno, il cui segnale viene inoltre inviato al sistema di controllo al fine di ottenere la funzione errore PDH tramite mixaggio con il segnale in riflessione.
Il fascio laser deve quindi essere adattato alla cavità (*mode matching* del laser in cavità). A tal fine, è necessario che il fascio gaussiano abbia il suo punto di vita a livello dello specchio piano e che abbia una curvatura $R(z)$ pari a 500 mm



(a) Schema di funzionamento del polarizzatore di Glan-Thompson.

(b) Polarizzatore di Glan-Thompson utilizzato.

Figura 38: Polarizzatore di Glan-Thompson.

a livello del secondo specchio. Si riportano le formule base del fascio gaussiano: (vedi Figura 41)

- dimensione di macchia del fascio gaussiano: $w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$, (1)

con $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda \cdot z_R}{\pi}}$ (2) dimensione di macchia del fascio gaussiano nel suo punto di vita $z = 0$ e z_R distanza in cui lo spessore del fascio è pari a $w = \sqrt{2} \cdot w_0$ (3).

- raggio di curvatura del fascio gaussiano: $R(z) = \frac{z^2+z_R^2}{z^2}$. (4)

Il raggio di curvatura del fascio a livello dello specchio curvo deve essere pari al raggio del medesimo specchio curvo[13]. Si ricava z_R come formula inversa della (4).

$$z_R = \sqrt{z \cdot R(z) - z^2} = \sqrt{500mm \cdot 100mm - 10000mm^2} = \sqrt{40000mm^2} = 200mm$$

Si calcola quindi w_0 dalla formula (2), dimensione di macchia che si desidera ave-

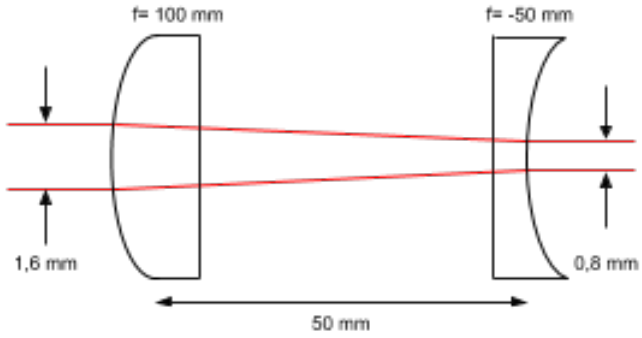


Figura 39: Risultato dei calcoli eseguiti per individuare quali lenti utilizzare per ridurre le dimensioni del fascio e eseguire la modulazione di fase.

re sullo specchio piano della cavità ULE in modo tale da avere *mode-matching*:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda \cdot z_R}{\pi}} = \sqrt{\frac{1541,36 \cdot 10^{-6} mm \cdot 200 mm}{\pi}} = 0,33 mm$$

La dimensione del fascio a livello della prima lente del telescopio viene determinata tramite interpolazione di misure dirette della dimensione del fascio a distanze note. Si effettuano quattro misure a diverse distanze e si procede a interpolare i valori trovati e ad estrapolare il valore della dimensione di macchia laddove si trova la prima lente (vedi Figura 42).
Si ricava una dimensione di macchia, prima del telescopio, pari 0,37 mm. La magnificazione desiderata, pari al rapporto tra le dimensioni del fascio prima e dopo il telescopio, è pari a:

$$M = \frac{0,33 mm}{0,37 mm} = 0,89 \approx \frac{35}{40}$$

Le lenti che si utilizzeranno avranno quindi focale f_1 =35mm e f_2 =40mm, poste a distanza pari alla somma delle due focali. Una delle due lenti viene montata su una slitta in modo tale da avere una maggiore precisione nel fissare la distanza tra le due ottiche.
A questo punto il fascio laser risulta essere adattato alla cavità. La cavità in vetro ULE presenta una finesse molto elevata, ovvero una curva di trasmissione molto stretta, data dalla elevata riflettività degli specchi, e soggetta a fluttuazioni minime grazie alle stabilizzazioni descritte nelle sezioni precedenti, per cui il valore di picco di trasmissione può essere considerato stabile e costante. Parte del fascio viene trasmesso dalla cavità mentre la parte restante viene riflessa. Quest'ultima attraversa nuovamente la lamina a quarto d'onda e viene completamente riflessa dal polarized beam splitter. Sia il fascio trasmesso che quello

Model	**4003NF**
Type	Resonant
Wavelength Range	900-1600 nm
Material	$MgO:LiNbO_3$
Operating Frequency	0.01-250 MHz
Maximum Vn	10 - 31 V @ 1000 nm
Maximum Input Power	4 W/mm^2 @ 1064 nm
Aperture Diameter	2 mm
RF Bandwidth	2-4% freq.
RF Connector	SMA
Input Impedance	50 Ω
Maximum RF Power	1 W
VSWR	<1.5
Modulation Depth	0.1 - 0.3 rad/V @ 1000 nm
Connector	SMA

Figura 40: Modulatore elettro-ottico utilizzato per la modulazione di fase.

riflesso vengono quindi focalizzati su due fotodiodi, al fine di ottenere segnali di tensione proporzionali all'intensità della radiazione.
Infine, si pone una lamina $\frac{\lambda}{2}$ all'uscita del modulatore acusto-ottico, in modo tale che il laser con rumore di frequenza ridotto possa essere in parte riflesso da un polarized beam splitter verso un accoppiatore in fibra. Il laser stabilizzato può essere quindi utilizzato per le diverse applicazioni di laboratorio.

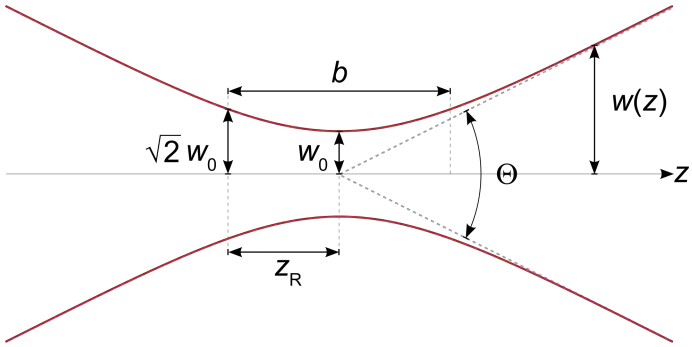


Figura 41: Schema di un fascio gaussiano.

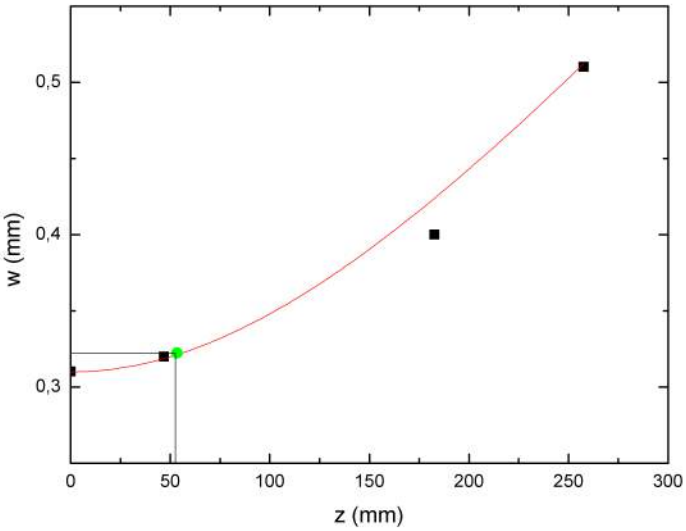


Figura 42: Interpolazione delle misure di dimensione del fascio effettuate, utilizzata per ricavare quindi la dimensione del fascio nel punto in cui viene posta la prima lente del telesopio (z=52 mm).

3.2 Sistema di aggancio del laser in cavità

Lo schema del sistema utilizzato per l'aggancio del laser in cavità può essere osservato in Figura 43. I controllori PID utilizzati sono due, uno per il controllo

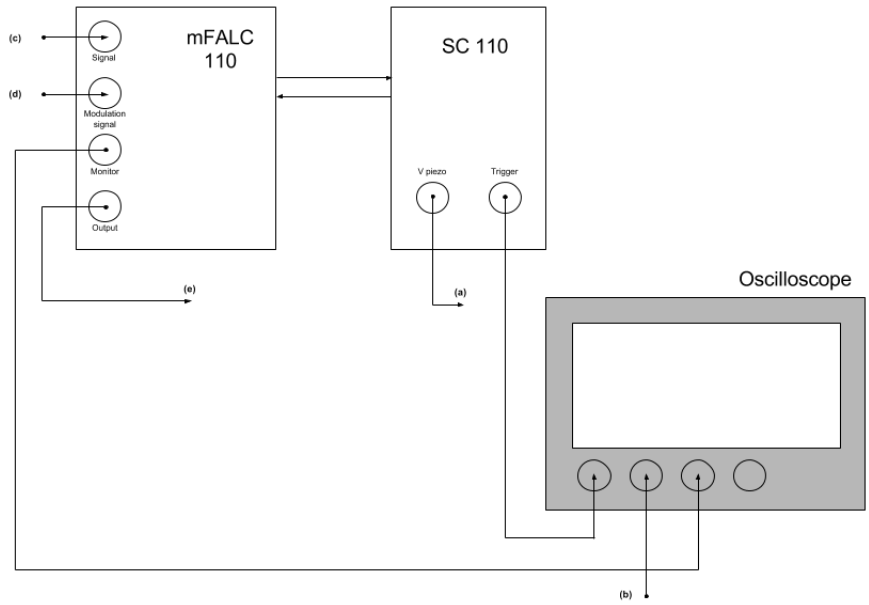


Figura 43: Schema del sistema utilizzato per l'aggancio del laser in cavità.

delle fluttuazioni più veloci, chiamato mFALC 110, e l'altro per il controllo delle derive lente, SC 110.
Per poter visualizzare il segnale di trasmissione e il segnale errore sull'oscilloscopio è necessario fornire una rampa al piezoelettrico del laser NKT, in modo tale da eseguire una scansione su un intervallo di frequenze. Tale tensione viene erogata dal PID SC110.
Il segnale di trasmissione deriva direttamente dal fotodiodo e viene collegato all'oscilloscopio. Il segnale errore PDH viene ricavato come segue: il PID mFALC effettua un mixaggio del segnale del fotodiodo che rivela il fascio riflesso dalla cavità con il segnale fornito al modulatore elettro-ottico dal generatore di forme d'onda. I PID in base alla procedura descritta nella Sezione 1.5 calcolano la corrente da fornire al modulatore acusto-ottico, pilotando il VCO. Ciò permetterà di modulare la frequenza dell'onda acustica all'interno del cristallo, con conseguente modulazione della frequenza, così come precedentemente descritto in Sezione 3.1. La scelta dei parametri del PID viene effettutata in via sperimentale, cercando di diminuire il valore rms (roat mean square) del segnale errore agganciato.

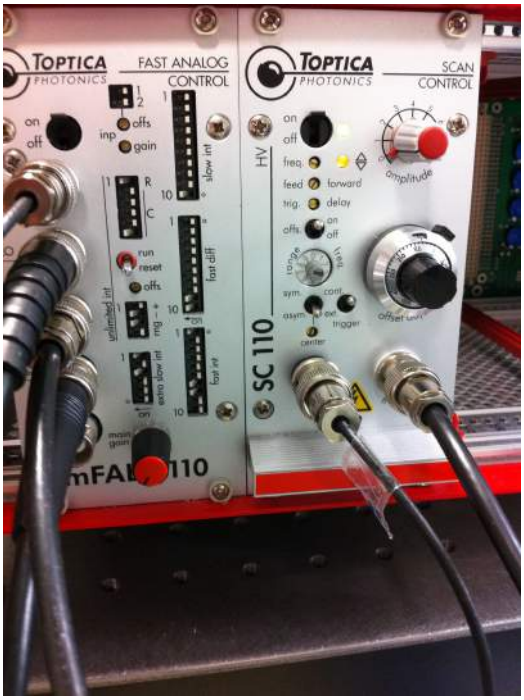


Figura 44: Controllori PID utilizzati per l'aggancio del laser. mFALC 110, utilizzato per compensare le fluttuazioni veloci; SC 110, utilizzato per compensare le derive lente.

4 Risultati sperimentali

4.1 Misura della temperatura della cavità e verifica della stabilità termica

In Figura 45 sono osservabili i grafici della temperatura rivelata con i sensori LM35. I dati sono stati acquisiti ogni secondo per cinque ore con una scheda d'acquisizione a 24 bit, utilizzando il programma LabView. Si può notare

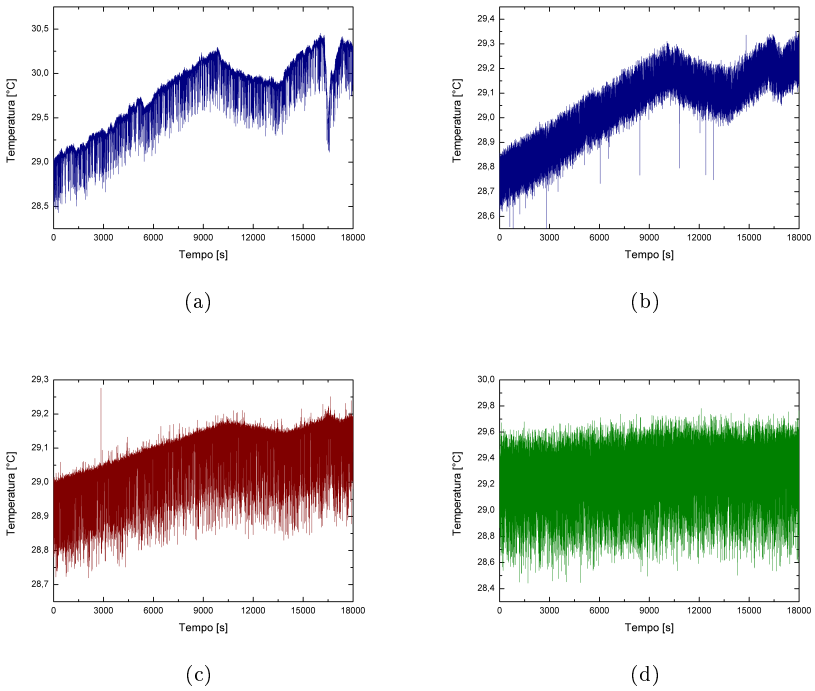


Figura 45: Monitoraggio della temperatura nelle diverse zone della meccanica d'alluminio in cui è contenuta la cavità in vetro ULE. (a) andamento della temperatura esterna alla camera d'alluminio; (b) andamento della temperatura della camera d'alluminio esterna; (c) andamento della temperatura dell'interspazio tra le due camere; (d) andamento della temperatura della camera d'alluminio interna.

come l'andamento della temperatura sulla camera esterna sia simile al comportamento della temperatura esterna. Questo denota come un singolo stato di stabilizzazione termica non sarebbe stato sufficiente a garantire una stabilizzazione termica indipendente dalla temperatura esterna. Tale andamento si può notare, anche se in modo attenuato, per la temperatura dello spazio intermedio, compreso tra le due camere d'alluminio. In seguito al secondo stato di controllo

termico, invece, si riesce a ottenere una stabilizzazione della temperatura sulla camera più interna, che quindi non mostra più l'andamento della temperatura esterna.
Analizzando il rumore delle curve ottenute, notiamo come il segnale ricavato dal sensore della camera più interna non permetta effettivamente di conoscere l'entità delle piccole fluttuazioni di temperatura della cavità in vetro ULE indotte dal sistema di controllo, che vanno a determinare piccole oscillazione della curva di trasmissione. Osservando il rumore presente sui segnali rilevati dai sensori, si deduce che tale sensore presenta molto probabilmente delle difettosità. Fortunatamente il controllore di temperatura della camera interna dispone di un'uscita che fornisce un segnale di tensione proporzionale alla temperatura rivelata dal sensore AD590, che risulta essere affetto da minor rumore. In Figura 46 si può osservare l'andamento di tale segnale, confrontato con quello ottenuto in precedenza. Anche in questo caso i dati sono stati acquisiti ogni secondo per cinque ore, in contemporanea alle acquisizioni precedenti. Si nota come il segnale in uscita dal PID ci consenta di conoscere la natura della stabilizzazione. In particolare, si può osservare come il controllore di temperatura fornisca degli impulsi di corrente alle celle di Peltier, che si riflettono sull'andamento della temperatura, in modo tale da tenere la temperatura stabilizzata in un intervallo di $\Delta T = 1,35 \cdot 10^{-3}$ °C.

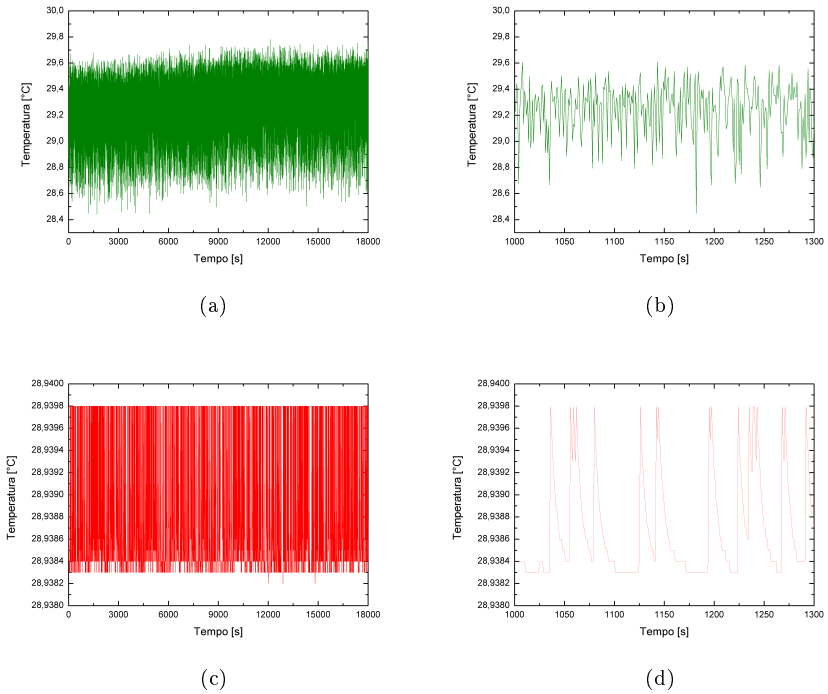
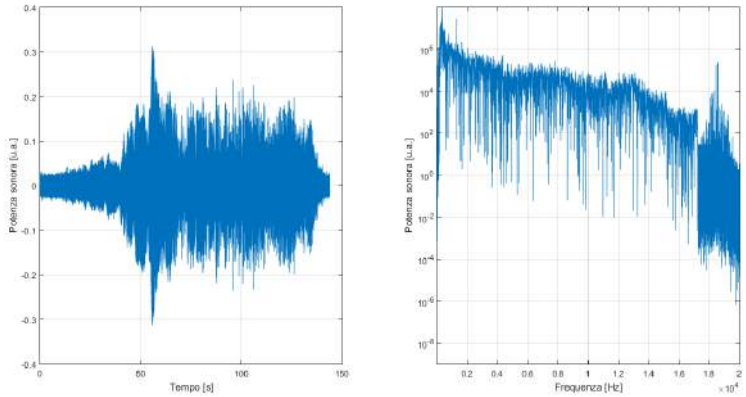


Figura 46: Confronto tra le curve ottenute dai due diversi sensori di temperatura della camera d'alluminio interna. (a) misura ottenuta con il sensore LM35 difettoso su un intervallo di tempo di cinque ore; (b) misura ottenuta con il sensore LM35 difettoso su un intervallo di tempo di cinque minuti; (c) misura ottenuta con il sensore AD590 su un intervallo di tempo di cinque ore; (d) misura ottenuta con il sensore AD590 su un intervallo di tempo di cinque minuti.

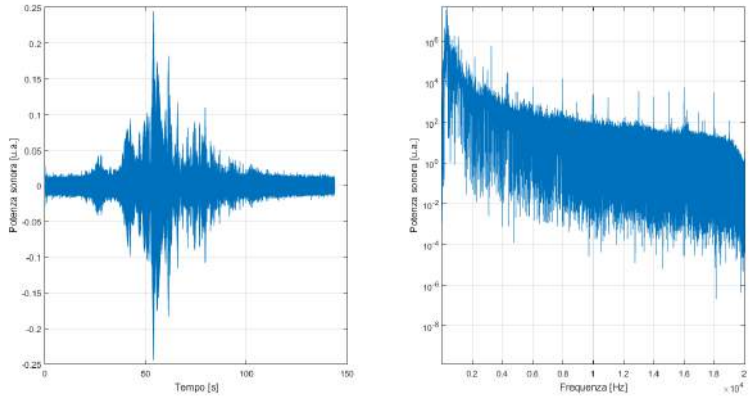
4.2 Misura dell'attenuazione dei rumori acustici esterni

Al fne di attenuare le vibrazioni del laser e della cavità in vetro ULE, il sistema viene posto al di sopra di una piastra antivibrante, all'interno di una cassa di legno rivestita da pannelli fonoassorbenti. Si è ritenuto opportuno effettuare una misura di attenuazione della potenza sonora alle diverse frequenze, per individure quali vengono maggiormente ridotte e di quale fattore.
Per far ciò si effettuano due registrazioni di una traccia audio che spazia su tutte le frequenze acustiche (da 20 Hz a 20 kHz) rispettivamente con cassa aperta e chiusa, utilizzando il microfono del pc posizionato all'interno della camera acustica. Il file audio sorgente viene riprodotto utilizzando un secondo pc collegato a casse stereo. Le due registrazioni audio ottenute vengono convertite in valori di potenza sonora in funzione del tempo grazie ad un programma Matlab creato ad hoc. Esso consente inoltre di calcolare la trasformata di Fourier

del segnale per ottenere lo spettro di potenza del segnale sonoro. In Figura 47 vengono riportati i grafici ottenuti.



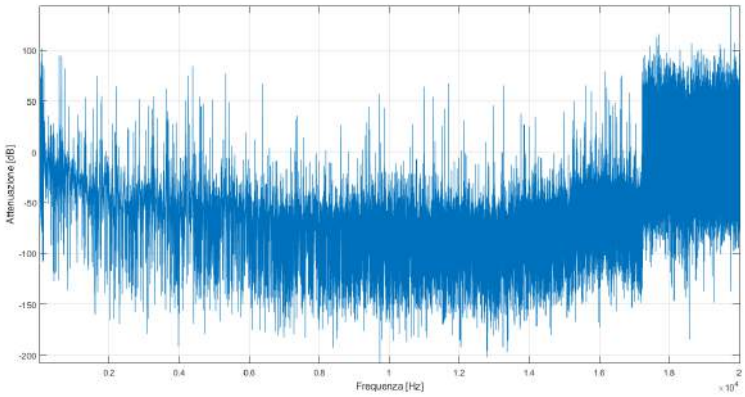
(a)



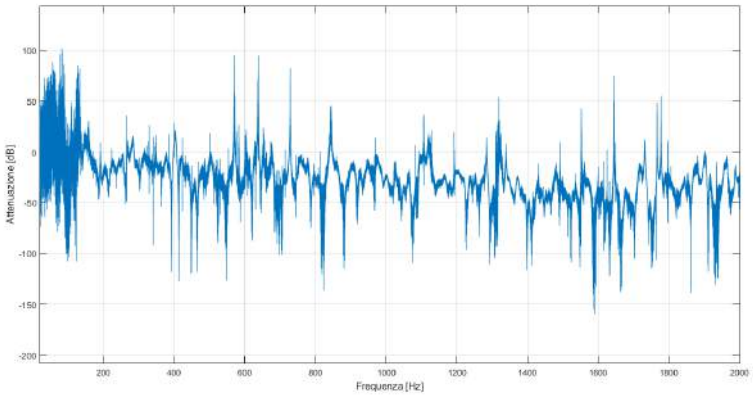
(b)

Figura 47: Grafici della potenza sonora in funzione del tempo e della frequenza. (a) cassa di legno aperta; (b) cassa di legno chiusa.

Calcolando il rapporto punto per punto degli spettri si ottiene l'attenuazione delle vibrazioni acustiche in funzione del tempo. Essa dovrebbe risultare dipendente dalle risposte in frequenza delle casse utilizzate per la riproduzione della traccia e dalla banda del microfono utilizzato per la registrazione. In Figura 48 viene riportato il grafico dell'attenuazione espressa in decibel in funzione della frequenza sonora. Al fine di comprendere meglio il comportamento alle basse frequenze, viene inoltre visualizzato un grafico del comportamento al di sotto di una frequenza di 2 kHz.



(a)



(b)

Figura 48: Grafico spettrale dell'attenuazione acustica della camera in legno rivestita da pannelli fonoassorbenti. (a) comportamento fino a 20 kHz; (b) comportamento tra i 20 Hz e i 2 kHz.

Analizzando i grafici ottenuti si nota come la camera acustica sia in grado di attenuare in modo ottimo le alte frequenze ($>$ 2 kHz), raggiungendo valori di attenuazioni superiori a 50 dB. Si può notare inoltre come al di sopra di 17 kHz il comportamento del grafico sia errato, a causa di un taglio alle alte frequenze da parte del microfono o delle casse. A basse frequenze ($<$ 2 kHz) l'attenuazione non supera mai i 50 dB, assestandosi su una media di 27 dB. I dati al di sotto dei 100 Hz non hanno validità, in quanto, anche in questo caso, è presente un taglio dovuto alla strumentazione utilizzata.
Grazie all'utilizzo della camera acustica si ottiene un ulteriore miglioramento della stabilità del laser e della curva di trasmissione della cavità ULE.

4.3 Misura del tempo di vita dei fotoni in cavità e calcolo della finesse

Il fascio laser che entra nella cavità in vetro ULE viene ripetutamente riflesso internamente dai due specchi, dando origine a fenomeni di interferenza dipendenti dalla lunghezza d'onda della radiazione che vanno a determinare le curve di riflessione e trasmissione in funzione della frequenza. Al fine di visualizzare sull'oscilloscopio la curva di trasmissione della cavità, viene fornita una rampa di tensione al piezoelettrico del laser che consente di variare la frequenza in uscita dal laser in fibra, eseguendo una scansione spettrale. Il segnale di trasmissione verrà acquisito utilizzando un fotodiodo, la cui uscita in tensione viene collegata all'oscilloscopio. La variazione nel tempo del segnale visualizzato è associabile a una variazione della frequenza di emissione del laser.
Il grafico visualizzato sull'oscilloscopio è visibile in Figura 49. Si può notare come la curva ottenuta non sia simmetrica. Tale comportamento può essere spiegato pensando la luce come costituita da fotoni e la cavità ULE come trappola per gli stessi: i fotoni risonanti con la cavità vengono riflessi per un certo periodo di tempo dagli specchi, finchè non riescono a fuoriuscere da uno dei due, andando a costituire i segnale di riflessione e trasmissione[14]. Il tempo medio di permanenza dei fotoni in cavità τ_c, viene chiamato tempo di vita dei fotoni in cavità. Si definisca $\phi(t)$ come il numero di fotoni presenti in cavità all'istante t e ϕ_0 il numero iniziale di fotoni. $\phi(t)$ decresce esponenzialmente secondo la legge:

$$\phi(t) = \phi_0 \exp(-\frac{t}{\tau_c})$$

L'andamento del campo elettrico nel tempo in ogni punto della cavità può essere scritto come $E(t) = \widetilde{E} \exp[(-\frac{t}{\tau_c}) + 2\pi\nu_0 t]$, dove ν_0 è la frequenza di risonanza della cavità. Esso sarà anche l'andamento del campo elettrico in uscita dalla cavità, trasmesso da uno dei due specchi. Effettuando la trasformata di Fourier del campo, si ricava lo spettro di potenza della luce emessa che risulta essere simile (ma non identica) a una curva Lorentziana con larghezza di riga (FWHM) pari a:

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{\pi\tau_c}$$

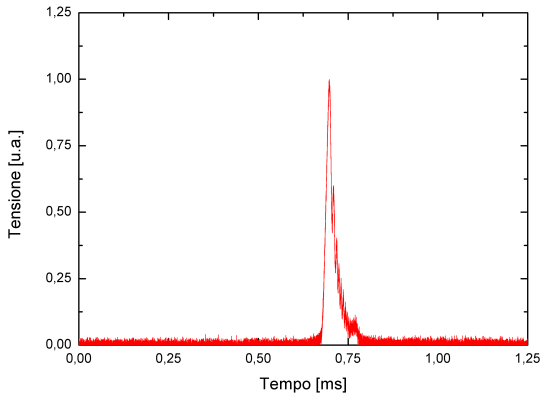


Figura 49: Segnale di trasmissione visualizzato sull'oscilloscopio.

Effettuando uno zoom della curva sulla parte decrescente, si osserva un andamento oscillante chiamato *ringing effect* (vedi Figura 50). Tale effetto si manifesta nel momento in cui la scansione sulle diverse frequenze viene effettuata in tempi molto ridotti, più piccoli del tempo di vita dei fotoni in cavità τ_c, che non consentono alla cavità di svuotarsi completamente prima dell'arrivo di nuovi fotoni con diversa energia $h\nu$. Si verificano quindi dei battimenti tra la radiazione in entrata e quella già presente nella cavità che dà origine al comportamento oscillante[22].

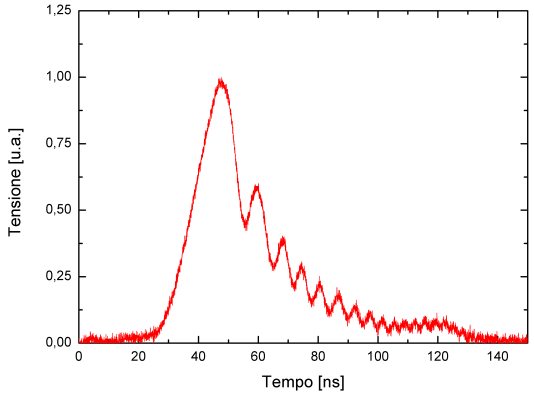


Figura 50: Ringing effect presente sul segnale di trasmissione.

Al fine di ricavare il tempo di vita dei fotoni in cavità effettuiamo un fit esponenziale della parte decrescente della curva di trasmissione, per trovare la

costante di tempo (vedi Figura 51). Si ottiene un valore τ_c pari a 20,15 μs. Si può quindi calcolare il FWHM della curva di trasmissione: $\Delta\nu_c = \frac{1}{\pi \cdot 2{,}015 \cdot 10^{-5} s} = 15,797$ kHz. Al fine di ottenere la finesse della cavità, è necessario conoscere il *free spectral range* ricavabile come:

$$\Delta\nu_{fsr} = \frac{c}{2L} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2 \cdot 0,1m} = 1,5\, GHz$$

Infine, si può calcolare la finesse della cavità come:

$$F = \frac{\Delta\nu_{fsr}}{\Delta\nu_c} = \frac{1,5 \cdot 10^9}{1,5797 \cdot 10^4} \simeq 94955$$

lontano dai valori riportati in letteratura per esperimenti in cui si utilizzano cavità in vetro ULE. Ciò andrà a limitare notevolmente la riduzione del rumore di frequenza.

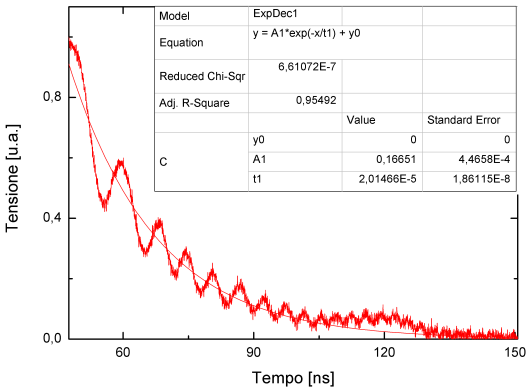


Figura 51: Fit esponenziale utilizzato per determinare il tempo di vita dei fotoni in cavità.

4.4 Misura della pendenza del segnale PDH e calcolo del rumore di frequenza del laser stabilizzato

Inizialmente, quando i PID non sono ancora stati attivati, fornendo una rampa di tensione al piezoelettrico del laser, per un tempo di osservazione di circa 100ms, è possibile vedere sull'oscilloscopio i segnali di trasmissione e di Pound-Drever-Hall in banda base e le due copie a frequenze più alta e più bassa di ν_m =13,660 MHz (vedi Figura 52). Possiamo quindi ricavare il fattore di conversione della scala dei tempi dell'oscilloscopio e le frequenze scansionate corrispondenti. Per far ciò si esegue uno zoom della figura precedente per misurare la distanza temporale tra il segnale in banda base e la copia a ν_m(vedi Figura 53). Si ricava la relazione:

$$48,47\,ms \;\rightarrow\; 13,660\,MHz$$

da cui:

$$1\,s \;\rightarrow\; 0,282\,GHz$$

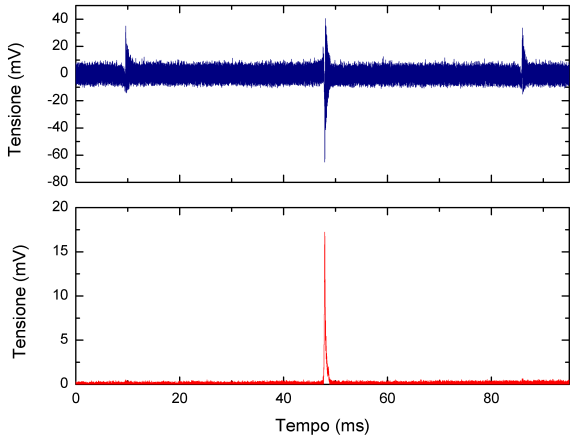


Figura 52: Segnali di trasmissione e di PDH visualizzati sull'oscilloscopio per un tempo di osservazione pari a 100 ms.

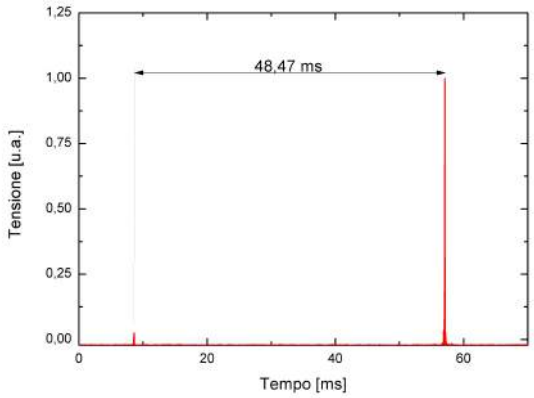


Figura 53: Distanza temporale tra segnale in banda base e modulato, corrispondente a uno spostamento in frequenza di 13,660 MHz.

Si procede quindi ad agganciare il laser sul picco di trasmissione della cavità. Per far ciò si azionano i PID in modo tale che forniscano in uscita il segnale di compensazione adatto e si disattiva la rampa di tensione ai capi del piezoelettrico, che andrebbe a perturbare il segnale errore. In Figura 54 viene riportata la dettagliata procedura utilizzzata per l'aggancio. I parametri proporzionale, integrativo e derivativo dei controllori vengono scelti con lo scopo di minimizzare la deviazione standard del segnale PDH dopo l'aggancio, σ_{PDH}.

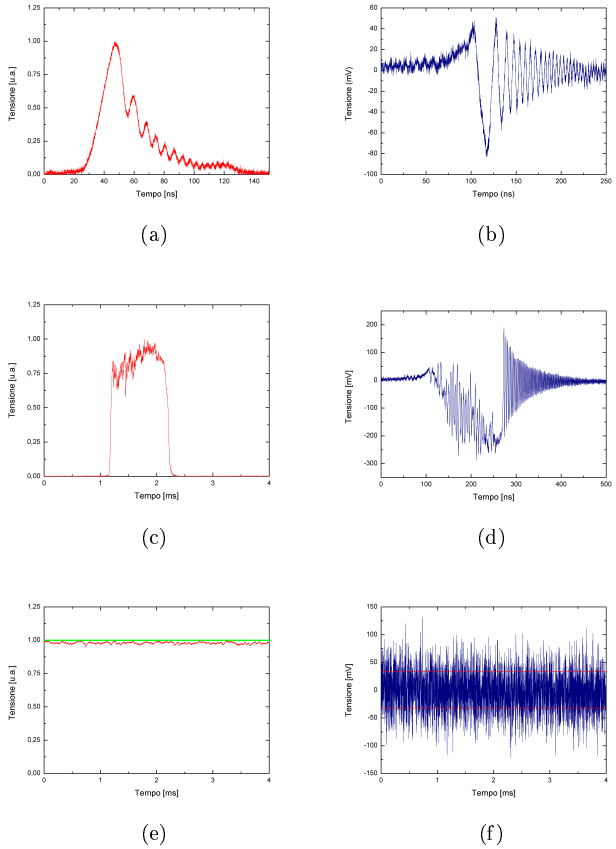


Figura 54: Procedura di aggangio del laser sul picco di risonanza della cavità. (a) Segnale in trasmissione con PID spenti, in scansione ; (b) segnale errore PDH con PID spenti, in scansione; (c) segnale in trasmissione nel momento in cui si procede progressivamente ad aumentare il segnale di compensazione dei PID e a diminuire la rampa di tensione fornita al piezo; (d) segnale errore PDH nel momento in cui si procede progressivamente ad aumentare il segnale di compensazione dei PID e a diminuire la rampa di tensione fornita al piezo; (e) segnale in trasmissione agganciato al picco di risonanza della cavità; (f) segnale errore PDH in fase di aggancio.

Come si può osservare in Figura 55, σ_{PDH} è direttamente proporzionale alla deviazione standard del valore centrale di emissione del laser σ_{ν_L} , grandezza che utilizzeremo per quantificare il rumore di frequenza del laser stabilizzato. La costante di proporzionalità m è data dalla pendenza del segnale errore PDH. In formule:

$$\sigma_{PDH} = m \cdot \sigma_{\nu_L}$$

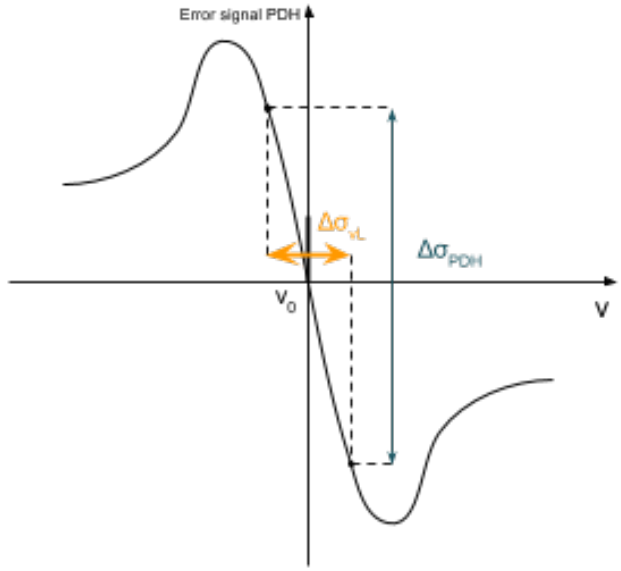


Figura 55: Relazione di proporzionalità tra σ_{ν_L} e σ_{PDH}, con coefficiente di proporzionalità dato dalla pendenza della curva PDH.

La costante m viene ricavata tramite un fit lineare della curva PDH (vedi Figura), $m = 8853,37\ \frac{V}{s}$. Il valore σ_{PDH} viene ottenuto statisticamente dai dati acquisiti dall'oscilloscopio su un tempo di acquisizione di 4 ms. Si ha $\sigma_{PDH} = 33,55$ mV.
Si ricava $\sigma_{\nu_L} = \frac{\sigma_{PDH}}{m} = \frac{33,55 \cdot 10^{-3} V}{8853,37\ \frac{V}{s}} = 3,790 \cdot 10^{-6}$ s. Si effettua quindi una proporzione sulla base della relazione tempo-frequenza ricavata precedentemente:

$$\sigma_{\nu_L} = 3,790 \cdot 10^{-6}\ s \cdot \frac{2,82 \cdot 10^8\ Hz}{1\ s} = 1,07\ kHz$$

Su un tempo di osservazione di 4 ms otteniamo un rumore di frequenza relativo di $\frac{\sigma_{\nu_L}}{\nu_L} = \frac{\sigma_{\nu_L} \cdot \lambda_L}{c} = \frac{1,07 \cdot 10^3 Hz \cdot 1541,36 \cdot 10^{-9} m}{3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}} \approx 10^{-13}$.
Il valore ottenuto dalla misura è sicuramente maggiore del rumore di frequenza reale. Per effettuare il calcolo ci si è basati sulla misura della pendenza del segnale errore. Essa però dipende dalla velocità con cui viene effettuata la scansione. Maggiore è la velocità di scansione, minore è la pendenza della curva. Con una minore velocità di scansione si otterebbe quindi un minore rumore di frequenza rilevato. Nel momento in cui viene diminuita la velocità di sansione, la misura del segnale PDH è maggiormente inficiata da rumore, il che non permette di effettuare il fit necessario per ottenere la pendenza.

Una stima più precisa del ruore di frequenza del laser stabilizzato sarebbe ottenibile tramite battimento con un laser ancor più stabile e calcolo della varianza di Allan.

4.5 Analisi dello spettro del rumore di frequenza

Come visto nel capitolo precedente, le oscillazioni del segnale PDH, $x_{PDH}(t)$ agganciato sono direttamente correlate alle fluttuazioni del rumore di frequenza del laser stabilizzato. Si effettua quindi la FFT del segnale errore, ottenendo la densità spettrale di potenza di $x_{PDH}(t)$, proporzionale alla densità spettrale di potenza $S_L(\nu)$ del laser agganciato. Il grafico ottenuto è semi-logaritmico, in quanto sull'asse delle ordinate viene riportata la potenza in dBm. La potenza del segnale va quindi convertita in watt e normalizzata sul valore più elevato (vedi Figura 56). Si può notare come lo spettro di frequenza del rumore di frequenza sia principalmente formato da armoniche a bassa frequenza, quindi derive lente piuttosto che fluttuazioni veloci. Si può inoltre osservare come, tra le armoniche che compongo il segnale, quella principale sia a frequenza di 159 kHz, che rappresenta quindi la frequenza meno compensata dal sistema, quindi un limite nella banda di controllo.

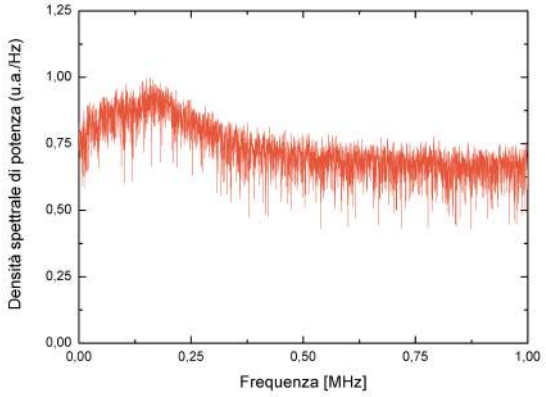


Figura 56: Densità spettrale di potenza del rumore di frequenza del laser stabilizzato.

5 Conclusioni

In questa esperienza di laboratorio è stato realizzato un sistema di stabilizzazione in frequenza di un laser ad erbio (λ =1541,36 nm) con cavità in vetro ULE, utilizzando la tecnica Pound-Drever-Hall. La cavità è stata racchiusa in due camere d'alluminio stagne, al cui interno è stato creato il vuoto. Il tutto è stato stabilizzato termicamente in due stadi, tramite due differenti controllori di temperatura. La cavità e il sistema ottico progettato sono stati posizionati su una piastra antivibrante all'interno di una cassa di legno rivestita da panneli fonoassorbenti, al fine di attenuare le vibrazioni meccaniche a cui sono soggetti gli specchi.
La pressione raggiunta all'interno della camera d'alluminio è di 10^{-6} mbar, con stabilizzazione termica tale da avere oscillazioni del valore di temperatura in un intervallo $\Delta T = 1,35 \cdot 10^{-3}$K su tempi di misura di cinque ore. L'attenuazione delle vibrazioni acustiche ottenuta è in media di 27dB per le basse frequenze ($<$ 2 kHz) e maggiore di 50 dB per le alte frequenze ($>$ 2kHz).
La finesse della cavità risulta essere più bassa rispetto a quelle ottenute con stessa cavità in lavori simili riportati in letteratura[23, 25, 29, 30, 34]. É stato ottenuto un valore F =94 955 a dispetto di un valore teorico di 300 000. Ciò è dovuto a un elevato FWHM della curva di trasmissione, quindi a un basso tempo di vita dei fotoni in cavità. La riflettività degli specchi sembra quindi essere minore rispetto al valore presente sul datasheet. Le ottiche potrebbero aver subito un processo di degrado del *coating* dovuto al riscaldamento oppure potrebbero essere state opacizzate da particelle rimaste all'interno della cavità, nonostante la pulizia eseguita con acetone.
Il livello di stabilizzazione raggiunto è pari a 10^{-13} su un tempo di misura pari a 4 ms. Anche questo valore risulta essere più basso rispetto a quelli riportati in letteratura[24, 27, 31]. Va considerato però che il valore ottenuto dalla misura è sicuramente maggiore del rumore di frequenza reale. Per effettuare il calcolo ci si è basati sulla misura della pendenza del segnale errore. Essa però dipende dalla velocità con cui viene effettuata la scansione. Maggiore è la velocità di scansione, minore è la pendenza della curva. Con una minore velocità di scansione si otterebbe quindi un minore rumore di frequenza rilevato. Nel momento in cui viene diminuita la velocità di sansione, la misura del segnale PDH risulta però maggiormente inficiata da rumore, il che non permette di effettuare il fit necessario per ottenere la pendenza. Una stima più precisa del rumore di frequenza del laser stabilizzato sarebe ottenibile tramite battimento con un laser ancor più stabile e calcolo della varianza di Allan.
Dall'analisi della densità spettrale di potenza del segnale PDH si verifica che il rumore di frequenza del laser agganciato è composto principalmente da armoniche a bassa frequenza, ovvero da derive lente piuttosto che fluttuazioni veloci, con limite della banda di controllo del sistema pari a 159 kHz.
Sono possibili diversi miglioramenti dell'apparato sperimentale. I segnali di trasmissione e PDH acquisiti dai fotodiodi e visualizzati sull'oscilloscopio in fase di aggancio subiscono solo piccole variazioni di intensità e risentono molto del rumore introdotto dai fotodiodi. Quest'ultimi andranno quindi sostituiti con

modelli che possono inficiare in modo minore sulle misure. Il sistema di misura attuale potrebbe infatti non permetterci di determinare l'effettivo rumore di frequenza, poichè le variazioni dovute all'instabilità potrebbero essere minori rispetto a quelle dovute al rumore introdotto in fase di rivelazione.
Inoltre, si potrebbe adottare l'espediente di disporre la camera in direzione verticale invece che orizzontale, come riportato in articoli presenti in letteratura[14]. Le vibrazioni meccaniche esterne sono infatti principalmente in direzione orizzontale, determinando variazioni di lunghezza della cavità. Disporre la cavità in verticale riduce, in teoria, tali variazioni. Questo accorgimento porterebbe però a dover riprogettare totalmente il sistema, dovendo utilizzare una meccanica adeguata.
Consultando articoli in letteratura si introduce inoltre il problema dell'espansione termica del *coating* sugli specchi[26, 23, 28, 32, 33, 35]. Essi hanno infatti un coefficiente di espansione termica di $0,5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$, molto più elevato rispetto a quello del distanziatore in vetro ULE, pari a $10^{-9} K^{-1}$. La deriva dovuta all'espansione degli strati riflettenti sugli specchi stimata è di 20 Hz/mK. Per ottenere stabilizzazioni in frequenza inferiori a 1Hz, bisogna quindi stabilizzare la temperatura al di sotto del mK. Si potrebbe quindi progettare un ulteriore stadio di stabilizzazione di temperatura, per diminuire ulteriormente il gradiente verso l'esterno.
Inoltre, i livelli di pressione raggiunti in letteratura sono dell'ordine di 10^{-8}[23, 37, 34]. A tal fine sarebbe necessario riscaldare per più tempo e/o a temperatura più elevata il sistema, in modo tale da garantire il quasi totale desorbimento da parte della meccanica dei gas adsorbiti sulle superfici interne della mecccanica d'alluminio.
Il progetto iniziale verrà quindi rivisto al fine di apportare i miglioramenti sopra descritti per raggiungere stabilità al di sotto dell'Hz per tempi di misura di pochi ms.

Riferimenti bibliografici

[1] L. Santamaria, V. Di Sarno, I. Ricciardi, S. Mosca, M. De Rosa, G. Santambrogio, P. De Natale, *Assessing the time constancy of the proton-to-electron mass ratio by precision ro-vibrational spectroscopy of a cold molecular beam*, Journal of Molecular Spectroscopy 300 (2014) 116–123

[2] M. Imae, *Review of Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer*, MAPAN - Journal of metrology society of India, Vol.21, No.4, 2006; pp. 243-248

[3] C. Clivati, A. Costanzo, D. Calonico, F. Levi, A. Mura, A. Godone, *Confronti remoti di frequenze campione tramite link in fibra ottica*, INRIM, Torino

[4] O. Svelto, *Principles of lasers*, pp. 23-49, 5a edizione, Springer

[5] G. A. Ball and W. W. Morey, *Continuously tunable single-mode erbium fiber laser*, Opt. Lett. 17, 420-422 (1992)

[6] O. Svelto, *Principles of lasers*, pp. 300-302, 5a edizione, Springer

[7] O. Svelto, *Principles of lasers*, pp. 302-304, 5a edizione, Springer

[8] K. Hrdina, *Production and properties of ULE glass with regards to EUV masks*, Materials Technology Division. Retrieved 2012-12-12.

[9] *ULE Ultra Low Expansion glass*, Specialty Materials, Corning Incorporated, Retrieved 2008-10-22

[10] *ULE® Corning Code 7972 Ultra Low Expansion glass*, Advanced Optics and Materials. Corning, Retrieved 2012-12-12.

[11] H. Eklund, A. Roos, S. T. Eng, *Rotation of laser beam polarization in acousto-optic devices*, Optical and Quantum Electronics, 1975;7(2): pp.73–79

[12] M. J. Bennett, *Polarizers*, Handbook of Optics Volume II (2nd ed.), McGraw-Hill, pp. 3.10–3.11.

[13] O. Svelto, *Principles of lasers*, pp. 150-155, 5a edizione, Springer

[14] O. Svelto, *Principles of lasers*, pp. 169-171, 5a edizione, Springer

[15] G. Meltz, *Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method*, Opt. Lett. 14 (15): 823–5, OL.14.000823

[16] J. Canning, *Fiber gratings and devices for sensors and lasers*, Lasers and Photonics Reviews, 2 (4), 275-289, Wiley, USA (2008)

[17] Y. Liu, *Advanced fiber gratings and their application*, Ph.D. Thesis, Aston University

[18] A. Othonos, K. Kalli, *Fiber bragg gratings: fundamentals and applications in telecommunications and sensing*, Artech House.

[19] P. Ferraro, G. De Natale, *On the possible use of optical fiber Bragg gratings as strain sensors for geodynamical monitoring*, Optics and Lasers in Engineering 37 (2-3): 115–130.

[20] Karna, Shashi and Yeates, Alan (ed.), *Nonlinear Optical Materials: Theory and Modeling*, Washington, DC: American Chemical Society. pp. 2–3

[21] T. Saleh, *Fundamentals of Photonics*, New York: Wiley-Interscience Publications. p. 697

[22] L. Matone, M. Barsuglia, F. Bondu, F. Cavalier, H. Heitmann, N. Man, *Finesse and mirror speed measurement for a suspended Fabry-Perot cavity using the ringing effect*, Cornell University

[23] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, T. Wilken, T. Udem, T.W. Hänsch, *Sub-Hz line width diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ULE Fabry-Perot cavities*, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Physical Review A 77, 053809 (2008)

[24] J. Miller and M. Evans, *Length control of an optical resonator using second-order transverse modes*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA

[25] C. Clivati, A. Mura, D. Calonico, F. Levi, G. A. Costanzo, C. E. Calosso and A. Godone, *Planar-waveguide external cavity laser stabilization for an optical link with 10^{-19} frequency stability*, INRIM

[26] J. Zhang, Y. X. Luo, B. Ouyang, K. Deng, Z. H. Lu, and J. Luo Key, *Design of an optical reference cavity with low thermal noise and flexible thermal expansion properties*, Laboratory of Fundamental Physical Quantities Measurement of Ministry of Education

[27] H. Jiang, J. Taylor, F. Quinlan, T. Fortier and S. A. Diddams, *Noise Floor Reduction of an Er:fiber laser-based photonic microwave generator*, National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO 80305 USA

[28] M. Pizzocaro, D. Calonico, C. Calosso, C. Clivati, G. Costanzo, F. Levi and A. Mura, *Active disturbance rejection control of temperature for ultra-stable optical cavities*, IEEE Transactions on ultrarasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 60, no. 2, February 2013

[29] E. Portuondo-Campa, S. Kundermann, S. Lecomte, *Compact Hz-level linewidth laser system*, CSEM, Centre Suisse d'Electronique et de Microtechnique

[30] D. Lisak, A. Cygan, K. Bielska, M. Piwiski, F. Ozimek, R.S. Trawiski and R. Ciury, *Ultra-narrow laser for optical frequency reference*, Instytut Fizyki, Uniwersytet Mikoaja Kopernika, Grudzi¡dzka 5/7, 87-100 Toru, Poland

[31] C. HaiQin, J. YanYi , B. ZhiYi & M. LongSheng, *Progress and trend of narrow-linewidth lasers*, State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200062, China

[32] K. Numata, A. Kemery and J. Camp, *Thermal noise limit in frequency stabilization of lasers with rigid cavities*, Laboratory for High Energy Astrophysics, Code 663

[33] I. Fescenko, J. Alnis, T. J. Kippenberg, A. Schliesser, 1;3 1;3 C. Y. Wang and T. W. Hansch, *Dual-mode temperature compensation technique for laser stabilization to a crystalline whispering gallery mode*, Max Planck Institute of Quantum Optics, Hans Kopfermann Str. 1, 85748 Garching, German

[34] M. Notcutt and J. Yejila, *Improving laser coherence*, University of Colorado and National Institute of Standards and Technology

[35] T. Kessler, T. Legero and U. Sterr, *Thermal noise in optical cavities revisited*, QUEST Institute for Experimental Quantum Metrology, Physikalisch-Technische Bundesanstalt

[36] B.Bernhardt, T.W. Hänsch and R. Holzwarth, *Implementation and characterization of a stable optical frequency distribution system*, Max-Planck-Institute for Quantum Optics, Hans-Kopfermann-Straße 1, 85748 Garching, Germany

[37] C. Hagemann, C. Grebing, U. Sterr, F. Riehle, C. Lisdat, M. J. Martin, S. Falke and J. Ye, *Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below* $5 \times 10^{-19} Hz$, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), Braunschweig 38116, Germany

[38] V. Savani and Dr. L. A. Johnson, *Achieving millikelvin temperature stability*, ILX Lightwave

[39] *LM35 / Analog Output / Local Temperature Sensors / Description & parametrics*, www.ti.com, Retrieved 2015-11-23

[40] *AD590 / datasheet and product info 2-Terminal IC Temperature Transducer / Analog Devices*, www.analog.com, Retrieved 2015-11-23.

[41] V.Ferrari, L. Mari, *Fondamenti della misurazione*, LIUC, Castellanza

[42] F. Ricci, *Tecnologia del Vuoto*, Parte III, Dipartimento di Fisica, Università di Roma La Sapienza, Roma, Italia

[43] Karnopp DD, Crosby MJ, Harwood RA, *Vibration Control Using Semi-Active Force Generators*, ASME. J. Eng. Ind. 1974;96(2):619-626. doi:10.1115/1.3438373

[44] M. J. Martin, J. Ye, *High-precision laser stabilization via optical cavities*