POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione Dipartimento di Scienze e Tecnologie Aerospaziali Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aeronautica



Modellazione avanzata di impianti frenanti aeronautici per la progettazione di ABS

Relatore: Prof. Gian Luca Ghiringhelli Correlatore: Prof. Marco Morandini

> Tesi di Laurea di: Matteo Laurora Matr. 799673

Anno Accademico 2015/2016

Alla mia famiglia...

Ai miei amici...

Sommario

Questa tesi ha come obiettivo la definizione e l'implementazione di un modello avanzato di impianto frenante aeronautico con il quale progettare una legge di controllo per il regolatore ABS. Questo sistema deve essere in grado di controllare la fase di frenata di un velivolo in varie condizioni operative e a fronte di incertezze sul modello.

Inizialmente, ci si occuperà di identificare e realizzare un modello adatto a descrivere la dinamica longitudinale del velivolo durante la fase di frenata. Questo modello dovrà essere sufficientemente accurato da considerare i vari aspetti connessi al problema e abbastanza semplificato da permettere il suo utilizzo nelle fasi preliminari del progetto di un velivolo. L'intero sistema sarà composto da sottomodelli, tra cui quello dello pneumatico e quello del freno. Per quanto riguarda quest'ultimo, saranno incluse anche la modellazione termica e la modellazione della forza di contatto nonlineare che si sviluppa all'interfaccia tra statore e rotore a seguito di una compressione. Il modello sarà implementato attraverso l'utilizzo del programma di dinamica multicorpo MBDyn. In seguito, si analizzerà ed implementerà una logica di controllo per l'ABS, in grado di evitare il bloccaggio delle ruote durante la frenata. Il regolatore avrà anche lo scopo di minimizzare lo spazio d'arresto del velivolo in varie condizioni di lavoro, attraverso l'utilizzo della sola misura di velocità angolare delle ruote.

Saranno svolte delle simulazioni per dimostrare il corretto funzionamento e le buone prestazioni della logica di controllo proposta, anche in presenza di incertezze sugli elementi dell'impianto frenante. Inoltre, nelle simulazioni verranno presi in considerazione gli aspetti legati alla dinamica dall'attuazione del freno e quelli legati alla variazione delle condizioni stradali, per valutare gli effetti che essi hanno sulla logica di controllo del regolatore. Infine, si confronteranno questi risultati con quelli ottenuti utilizzando un regolatore PID standard.

Indice

1	Introd	uzione1
	1.1	Obiettivi della tesi
	1.2	Struttura della tesi
2	Revisi	one letteratura e stato dell'arte9
	2.1	Regolatori PID11
	2.2	Controllo ottimo basato sull'approccio di Lyapunov 12
	2.3	Regolatori basati sul metodo Sliding Mode13
	2.4	Regolatori basati su logiche <i>Fuzzy</i> 14
	2.5	Regolatori con logica <i>Threshold</i> 17
	2.6	Modellazione dello pneumatico
	2.7	Impianto frenante e carrello d'atterraggio21
3	Mode	llo del sistema
	3.1	Modello della struttura del velivolo
	3.1.1	Modello del carrello con deformabilità flessionale della gamba 28
	3.2	Modello della ruota e dello pneumatico
	3.2.1	Componente verticale della forza dello pneumatico
	3.2.2	Componenti longitudinale e laterale della forza dello pneumatico 36
	3.3	Modello dell'impianto frenante
	3.3.1	Modello d'attrito
	3.3.2	Modello della forza normale di contatto tra i dischi
	3.3.3	Modello termico dei dischi
	3.3.4	Modello della valvola idraulica 50
4	Analis	si multicorpo e implementazione del modello

	4.1 A	nalisi multicorpo	51
	4.2 N	/IBDyn	52
	4.3 In	mplementazione del modello	54
	4.3.1	Struttura del velivolo	55
	4.3.2	Pneumatico	57
	4.3.3	Impianto frenante	59
	4.3.4	Regolatore ABS standard	62
	4.3.5	Regolatore ABS innovativo	62
	4.3.6	Parametri della simulazione	63
5	Legge o	di controllo del regolatore ABS	65
	5.1 A	nalisi del modello	65
	5.2 A	ABS con legge di controllo autoregolante a sei stati	67
	5.2.1	Principio di funzionamento e proprietà del sistema	67
	5.2.2	Algoritmo della strategia di controllo	
	5.2.3	Taratura dei parametri	
	5.3 A	ABS con legge di controllo PID	83
	5.3.1	Principio di funzionamento	83
	5.3.2	Taratura dei parametri	84
6	Simula	zioni e analisi risultati	
	6.1 D	Dinamica della valvola idraulica	
	6.1.1	Inserimento del modello della valvola idraulica	
	6.1.2	Variazione della banda passante della valvola idraulica	
	6.2 C	Condizioni della pista	100
	6.2.1	Confronto tra ABS autoregolante e ABS con logica PID	103

	6.3 Effetto del <i>gear walk</i>	106
	6.4 Variazione dello spessore e del materiale dei dischi del freno	117
	6.4.1 Variazione dello spessore dei dischi	118
	6.4.2 Variazione del materiale dei dischi	122
7	Conclusioni	127
	7.1 Sviluppi futuri	128
Bibliografia		
Appendice A		

Elenco delle figure

Figura 1.1: Pacco dischi di un freno aeronautico all'interno di una ruota
Figura 1.2: <i>Shimmy</i> e <i>gear walk</i> [3]
Figura 2.1: Andamento del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e l'asfalto in
funzione dello slittamento della ruota10
Figura 2.2 Funzione non lineare utilizzata nel NPID [9]11
Figura 2.3: Struttura di un regolatore <i>fuzzy</i> [24]
Figura 2.4: Sezione di un tipico pneumatico aeronautico [8] 18
Figura 3.1: Carrello d'atterraggio con configurazione a triciclo anteriore
Figura 3.2: Rappresentazione del modello strutturale complessivo del velivolo 28
Figura 3.3: Tipiche configurazioni del carrello d'atterraggio: (a) carrello articolato,
(b) carrello tripode, (c) carrello telescopico o a stelo [36] 29
Figura 3.4: Modellazione della flessibilità della gamba del carrello d'atterraggio 31
Figura 3.5: Toro rigido attraverso il quale si modella lo pneumatico [36] 33
Figura 3.6: Convenzione forze e momenti applicati alla ruota
Figura 3.7: Ellisse di riferimento di semiassi a e b per il calcolo dell'area
dell'impronta dello pneumatico sul terreno
Figura 3.8: Pneumatico con raggio di rotolamento R_r , velocità angolare ω e velocità
longitudinale v_{x}
Figura 3.9: Esempio delle superfici di interpolazione usate nel modello per ricavare il
coefficiente d'attrito longitudinale e laterale dello pneumatico [36]
Figura 3.10: Andamento del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e il terreno in
funzione dello slittamento e al variare delle condizioni della pista
Figura 3.11: Struttura di un freno a dischi multipli [51]
Figura 3.12: Curva di Stribeck del coefficiente d'attrito in funzione della velocità
relativa a regime [54]
Figura 3.13: Schema rappresentativo del modello di contatto del freno 45
Figura 3.14: Confronto tra i dati sperimentali e l'espressione polinomiale della
relazione nonlineare tra la forza normale e lo schiacciamento del freno [48] 46

Figura 3.15: Schema del modello del freno utilizzato per ricavare le equazioni di
moto del sistema
Figura 3.16: Schema del modello termico dei dischi del freno [55] 50
Figura 4.1: Schema del modello multicorpo del velivolo
Figura 4.2:Schema del modello multicorpo del velivolo con carrello d'atterraggio
deformabile
Figura 4.3: Curve del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e la pista in funzione
dello slittamento e delle condizioni della pista inserite nel modulo wheel2 di MBDyn
Figura 4.4: Schema a blocchi del modello completo dell'impianto frenante 59
Figura 4.5: Curva che esprime l'andamento del coefficente d'attrito del freno
Carbon-Carbon in funzione della temperatura [55]
Figura 4.6: Curva che esprime la dipendenza del coefficiente d'attrito dalla
temperatura per il freno FMC-11/ChNMKh [43] 61
Figura 5.1: Forza longitudinale dello pneumatico in funzione dello slittamento [35]67
Figura 5.2: Curva $F_x(\lambda)$ divisa in una "zona stabile", a destra di λ_{opt} , e in una "zona
instabile", a sinistra di λ_{opt}
Figura 5.3: Grafico qualitativo della curva $p_p(\lambda, \omega)$ [35]
Figura 5.4: Forza longitudinale tra pneumatico e pista in funzione dello slittamento
durante la fase di frenata72
Figura 5.5: Diagramma degli stati dell'algoritmo di controllo
Figura 5.6: Ciclo base di lavoro dell'algoritmo nel piano $p_p - \lambda$ [35]
Figura 5.7: Velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo
durante la frenata
Figura 5.8: Coefficiente di slittamento durante la frenata
Figura 5.9: Profilo di pressione richiesta dal pilota durante la frenata
Figura 5.10: Velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo
durante la frenata
Figura 5.11: Coefficiente di slittamento reale e stimato durante la frenata
Figura 5.12: Raggio di rotolamento dello pneumatico durante la frenata

Figura 5.13: Differenza tra il coefficiente di slittamento reale e stimato durante la
frenata
Figura 6.1: Velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo
durante la frenata con l'inserimento del modello della valvola
Figura 6.2: Coefficiente di slittamento durante la frenata del velivolo con
l'inserimento del modello della valvola
Figura 6.3: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo con i parametri del regolatore tarati sul sistema che comprende il modello
della valvola
Figura 6.4: Coefficiente di slittamento della ruota durante la frenata del velivolo con i
parametri del regolatore tarati sul sistema che comprende il modello della valvola. 96
Figura 6.5: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo durante la frenata con banda passante della valvola pari a 50 Hz
Figura 6.6 Coefficiente di slittamento durante la frenata con banda passante della
valvola pari a 50 Hz
Figura 6.7: Curve del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e la pista in funzione
dello slittamento e delle condizioni della pista inserite in MBDyn 101
Figura 6.8: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo nel caso di improvvisa variazione delle condizioni della pista 102
Figura 6.9: Coefficiente di slittamento nel caso di improvvisa variazione delle
condizioni della pista 102
Figura 6.10: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo nel caso di improvvisa variazione delle condizioni della pista per regolatore
PID
Figura 6.11: Coefficiente di slittamento nel caso di improvvisa variazione delle
condizioni della pista per regolatore PID 104
Figura 6.12: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo con gamba del carrello deformabile e senza modello della valvola idraulica
Figura 6.13: Andamento del coefficiente di slittamento con gamba del carrello

deformabile e senza modello della valvola idraulica107
Figura 6.14: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata senza modello della
valvola idraulica
Figura 6.15: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 6670$ KNm/rad 109
Figura 6.16: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda
passante della valvola di 200 Hz e con K_{θ} = 6670 KNm/rad110
Figura 6.17: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata con banda passante della
valvola di 200 Hz e con K_{θ} = 6670 KNm/rad110
Figura 6.18: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 5190$ KNm/rad 111
Figura 6.19: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda
passante della valvola di 200 Hz e con K_{θ} = 5190 KNm/rad111
Figura 6.20: Andamento dell'angolo $ heta_{walk}$ durante la frenata con banda passante della
valvola di 200 Hz e con K_{θ} = 5190 KNm/rad112
Figura 6.21: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo con banda passante della valvola di 50 Hz e con $K_{\theta} = 6670$ KNm/rad113
Figura 6.22: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda
passante della valvola di 50 Hz e con K_{θ} = 6670 KNm/rad113
Figura 6.23: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata con banda passante della
valvola di 50 Hz e con K_{θ} = 6670 KNm/rad114
Figura 6.24: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo con banda passante della valvola di 50 Hz e con $K_{\theta} = 5190$ KNm/rad115
Figura 6.25: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda
passante della valvola di 50 Hz e con K θ = 5190 KNm/rad115
Figura 6.26: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata con banda passante della
valvola di 200 Hz e con K_{θ} = 5190 KNm/rad116
Figura 6.27: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del
velivolo durante la frenata per freno con dischi di spessore t = 10 mm118
Figura 6.28: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del

velivolo durante la frenata per freno con dischi di spessore $t = 15 \text{ mm} \dots 119$		
Figura 6.29: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del		
velivolo durante la frenata per freno con dischi di spessore t = 20 mm 119		
Figura 6.30: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco		
rotorico durante la frenata (10 mm) 120		
Figura 6.31: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco		
rotorico durante la frenata (15 mm) 121		
Figura 6.32: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco		
rotorico durante la frenata (20 mm) 121		
Figura 6.33: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del		
velivolo durante la frenata per il freno FMC-11/ChNMKh 123		
Figura 6.34: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata per il freno		
FMC-11/ChNMKh		
Figura 6.35: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco		
rotorico in ChNMKh124		
Figura 6.36: Confronto tra l'andamento della pressione frenante per il freno Carbon-		
Carbon e per il freno FMC-11/ChNMKh 125		
Figura A.1: Schema del sistema deformabile considerato per le simulazioni del gear		
walk		

Elenco delle tabelle

Tabella 4.1: Dati utilizzati nel modello strutturale del velivolo
Tabella 4.2: Parametri utilizzati nel modello dello pneumatico
Tabella 4.3: Dati relativi alla geometria dei dischi del freno
Tabella 4.4: Proprietà termofisiche dei materiali con i quali sono realizzati i dischi
del freno [43]
Tabella 5.1: Parametri del regolatore ABS a sei stati autoregolante
Tabella 5.2: Parametri del regolatore PID
Tabella 6.1: Distanza ed efficienza di frenata per le simulazioni sul sistema senza e
con il modello della valvola idraulica
Tabella 6.2: Valori dei parametri del regolatore tarati per il sistema che include il
modello della valvola idraulica con banda passante di 200 Hz
Tabella 6.3: Confronto risultati delle simulazioni per ABS con parametri vecchi e
ABS con parametri aggiornati
Tabella 6.4: Valori dei parametri del regolatore tarati per il sistema che include il
modello della valvola idraulica con banda passante 50 Hz
Tabella 6.5: Risultati delle simulazioni effettuate per i due valori della banda
passante della valvola presi in esame
Tabella 6.6: Confronto risultati della frenata su pista asciutta con i due regolatori
ABS considerati
Tabella 6.7: Confronto risultati della frenata su pista in presenza di pozza d'acqua
con i due regolatori ABS considerati 105
Tabella 6.8: Valori della lunghezza della gamba del carrello, della rigidezza della
molla e della frequenza propria del sistema per i casi considerati 109
Tabella 6.9: Confronto risultati della frenata per caso 1 ($K_{\theta} = 6670$ KNm/rad) e caso
2 (K _{θ} = 5190 KNm/rad), per i due valori di banda passante della valvola considerati
Tabella 6.10: Risultati frenata e temperatura massima rotore al variare dello spessore
dei dischi

1 Introduzione

Durante gli ultimi anni, il mondo dell'aviazione è stato protagonista di una grande espansione. Ciò ha comportato un necessario miglioramento della sicurezza e dell'affidabilità delle operazioni ad esso collegate, non solo durante la fase di volo, ma anche durante la fase iniziale e terminale della missione. Contemporaneamente, anche l'utilizzo di sistemi automatici ha vissuto una grande crescita ed oggi sono sempre più presenti in diversi settori, come quello lavorativo o quello dei trasporti. Nel settore dei trasporti, negli ultimi anni, sono state sviluppate leggi di controllo sempre più sofisticate capaci di migliorare la sicurezza e le prestazioni dei veicoli. L'applicazione di regolatori e sistemi automatici su velivoli militari e civili è quindi sempre più diffusa, perché capaci, da un lato, di migliorare le prestazioni fornite dal pilota e dall'altro di sopperire ai suoi limiti.

Il lavoro di tesi presentato si occupa della modellazione dell'impianto frenante di un velivolo e del controllo della frenata. Le fasi a terra, nonostante occupino una piccola parte del tempo totale della missione di un aeromobile, sono quelle più pericolose e interessate dal maggior numero d'incidenti. Quindi è necessario sfruttare dei sistemi automatici capaci di garantire la sicurezza durante lo svolgimento delle operazioni, di migliorare il comfort dei passeggeri e le prestazioni del velivolo. Poiché questi regolatori sono utilizzati per un tempo molto limitato e il sistema da controllare è molto complesso, essi devono essere sufficientemente economici e veloci, affidabili e robusti, per garantire la sicurezza della frenata e il loro funzionamento in varie condizioni operative. In particolare, durante la fase di atterraggio, l'impianto frenante deve essere in grado di arrestare l'aereo, come richiesto dalla certificazione, o almeno di rallentarlo fino alla velocità di rullaggio. Per fare in modo che quest'operazione avvenga in sicurezza e in maniera efficiente, è necessario l'utilizzo di tecniche di controllo capaci di regolare il sistema frenante per evitare il bloccaggio delle ruote. Inoltre, il regolatore deve essere in grado di controllare la coppia frenante applicata alla ruota in modo tale da massimizzare il coefficiente d'attrito tra pneumatico e pista,

così da ridurre lo spazio di frenata e aumentare la controllabilità del velivolo. Questi sono proprio i compiti svolti dai sistemi ABS (Anti-lock Braking System), utilizzati sia in campo automobilistico per garantire sicurezza e stabilità in frenata, sia su tutti i velivoli. Tra le due applicazioni ci sono varie differenze. Sulle automobili, l'impianto frenante è costituito da un disco solidale alla ruota, che viene serrato tra due pastiglie montate su una pinza solidale al veicolo. Sugli aerei, invece, il freno è formato da un pacco di dischi, alloggiato all'interno della ruota, che viene schiacciato tra una piastra e una contropiastra. Un esempio è mostrato nella Figura1.1.



Figura 1.1: Pacco dischi di un freno aeronautico all'interno di una ruota

Ultimamente, vengono utilizzati freni al carbonio (*Carbon-Carbon*), composti da dischi realizzati con fibra di carbonio immersa in una matrice grafitica. Il loro impiego si deve alle ottime proprietà meccaniche in relazione alla densità, alle eccellenti proprietà tribologiche e di resistenza agli urti, soprattutto ad elevate temperature [1]

Un'altra differenza tra il contesto automobilistico e il contesto aeronautico risiede nel fatto che il sistema di controllo della frenata sui velivoli deve confrontarsi con mezzi di trasporto molto più pesanti e con strutture molto più flessibili di quanto non lo siano nel primo caso. Poiché il carrello di atterraggio è un componete utilizzato per poco tempo durante la missione del velivolo, esso deve essere in grado di svolgere le proprie funzioni ma allo stesso tempo deve avere dimensioni e pesi contenuti, così da ridurre l'interferenza con le strutture e l'aerodinamica dell'aereo e l'incidenza sui costi di volo. Per tali ragioni, i carrelli hanno una struttura molto snella, interessata da diversi tipi di oscillazioni che possono essere eccitate dalla forza di contatto tra lo pneumatico e l'asfalto o dall'impianto frenante. Esempi possono essere lo *shimmy*, un movimento latero-torsionale del carrello d'atterraggio causato dall'interazione tra la dinamica dello pneumatico e la dinamica della struttura del carrello [2], o il *gear walk*, definito come un movimento avanti e indietro della gamba del carrello rispetto all'asse verticale della gamba indeformata ed eccitato dalla forza di contatto tra lo pneumatico e l'asfalto [3]. In Figura 1.2 si ha una loro rappresentazione. Nel caso del *gear walk*, le oscillazioni possono essere indotte o aggravate dal sistema di regolazione della frenata. Ciò rende necessario prendere in considerazione l'interazione tra questo tipo di vibrazione e il sistema di controllo ABS.



Figura 1.2: Shimmy e gear walk [3]

In questo lavoro, è stato necessario studiare la dinamica longitudinale del velivolo durante la fase terminale della missione e creare un modello atto a cogliere i diversi aspetti legati frenata.

1.1 Obiettivi della tesi

Il lavoro svolto in questa tesi riguarda la modellazione avanzata di un tipico impianto frenante aeronautico, adatta a progettare e verificare delle leggi di controllo per il regolatore ABS. Il sistema considerato deve essere in grado di evitare il bloccaggio della ruota del carrello d'atterraggio e di minimizzare lo spazio di frenata del velivolo, facendo fronte a varie condizioni operative e ai diversi aspetti legati al problema.

Inizialmente, verrà riportata una revisione dello stato dell'arte delle leggi di controllo su cui si basano gli ABS e delle problematiche connesse alla dinamica del carrello d'atterraggio. In seguito, verrà presentato il modello utilizzato per lo studio della frenata del velivolo. Esso è costituito dalla struttura dell'aereo, dallo pneumatico e dall'impianto frenante. I vari sottomodelli devono essere semplici, in modo da poter essere utilizzati durante la fase preliminare di sviluppo del velivolo, ma allo stesso tempo devono essere in grado di cogliere con sufficiente accuratezza il comportamento caratteristico degli organi d'atterraggio durante la frenata.

Per quanto riguarda l'impianto frenante, si affronterà il problema della dipendenza del coefficiente d'attrito del freno dalla temperatura dello statore e del rotore, introducendo un modello termico dei dischi, il problema del legame nonlineare tra la forza di contatto che si sviluppa all'interfaccia statore/rotore e il loro schiacciamento e il problema legato alla banda passante della valvola idraulica che comanda l'impianto. In relazione alla struttura del carrello d'atterraggio, si considereranno gli aspetti legati alla flessibilità della gamba del carrello, introducendo un elemento deformabile nel modello. Infine, verrà affrontato il problema di realizzare una frenata ottimale per diverse condizioni della superficie stradale, nel caso in cui si dovesse avere un cambio improvviso delle condizioni della pista. Questi miglioramenti verranno introdotti nei modelli già presenti al fine di disporre di un ambiente di simulazione adeguato alla progettazione e alla successiva verifica di funzionamento di regolatori ABS.

I modelli verranno implementati nel programma di dinamica multicorpo MBDyn, sviluppato presso il Dipartimento di Scienze e Tecnologie Aerospaziali del Politecnico di Milano, e in Simulink. Si sfrutteranno le potenzialità offerte dall'ambiente multicorpo, tra cui la possibilità di aggiornare e migliorare i modelli già implementati nel programma, al fine di avere un modello più avanzato, in grado di cogliere i vari aspetti e problemi connessi all'impianto frenante di un velivolo. In questo lavoro, è stato sviluppato il modello della forza di contatto tra i dischi del freno, il loro modello termico e il modello deformabile della gamba del carrello. I modelli già presenti in MBDyn che sono stati utilizzati riguardano invece lo pneumatico e la coppia d'attrito sviluppata dal freno.

Saranno introdotti brevemente l'analisi multicorpo e il programma MBDyn.

Terminata la sezione riguardante il modello del velivolo, si procederà alla presentazione e alla successiva implementazione delle leggi di controllo in ambiente MatLab/Simulink. Ai fini della simulazione della manovra di frenata, il modello multicorpo in MBDyn si interfaccerà con il modello dell'ABS in MatLab/Simulink. Il regolatore deve avere una tecnica di controllo capace di eseguire una frenata ottimale in diverse condizioni operative e avendo a disposizione un numero limitato di sensori, per essere il più economico possibile. Inoltre, il problema analizzato è fortemente non lineare, a causa, per esempio, dell'andamento della forza d'attrito tra lo pneumatico e la strada in funzione dello slittamento, della dipendenza del coefficiente d'attrito dei freni dalla temperatura e dell'andamento della forza che comprime il freno in funzione dello schiacciamento di statore e rotore. La scelta è ricaduta su una strategia di controllo a stati autoregolante, basata su soglie di accelerazione angolare delle ruote, che utilizza solamente la misura della loro velocità angolare e la stima dell'accelerazione angolare e della derivata temporale dell'accelerazione angolare. L'ABS presentato, indicato nel seguito come ABS innovativo per distinguerlo da quello standard basato su logica PID, rientra nella categoria dei regolatori cosiddetti Threshold e Self-Tuning. Il principio di funzionamento si basa sulla regolazione della pressione in ingresso all'impianto frenante in modo tale da instaurare un ciclo limite che mantenga il valore dello slittamento degli pneumatici vicino a quello per il quale si ottiene la massima forza frenante. In pratica, durante la frenata, il valore di slittamento dello pneumatico oscillerà attorno al valore ottimo per cui si ha massima aderenza con l'asfalto. Verranno svolte delle simulazioni per testare la logica di controllo anche in presenza di varie incertezze di modello: saranno considerati due tipi di materiali per la realizzazione del freno e diverse dimensioni dei dischi, differenti condizioni del manto della pista, diversi valori della banda passante della valvola idraulica che comanda la pressione nel freno e verrà introdotto un certo grado

di cedevolezza del carrello d'atterraggio per tenere in considerazione gli effetti del *gear walk*.

I risultati presentati permetteranno di osservare il comportamento del velivolo durante la fase di frenata in diverse condizioni operative e di valutare le prestazioni del sistema di controllo ABS. I risultati della frenata in condizioni differenti della pista verranno confrontati con quelli ottenuti utilizzando un regolatore standard di tipo PID, al fine di osservare le differenze di comportamento delle due logiche di controllo implementate.

1.2 Struttura della tesi

Il presente elaborato si compone dei seguenti capitoli:

- **Capitolo 1 Introduzione:** si introduce il tema della dinamica del velivolo durante la fase di frenata e si presentano gli obiettivi della tesi.
- Capitolo 2 Revisione letteratura e stato dell'arte: comprende una breve revisione della letteratura tecnica, dello stato dell'arte del controllo ABS e della dinamica del carrello d'atterraggio.
- Capitolo 3 Modello del sistema: vengono presentati il modello complessivo del sistema e i vari sottomodelli di cui è composto.
- Capitolo 4 Analisi multicorpo e implementazione del modello: dopo una breve introduzione all'analisi multicorpo e al programma MBDyn, si mostra l'implementazione del modello.
- Capitolo 5 Legge di controllo del regolatore ABS: vengono descritte le logiche di controllo utilizzate in questo lavoro, mostrandone il principio di funzionamento e le problematiche connesse al loro utilizzo.
- Capitolo 6 Simulazioni e analisi risultati: vengono illustrate le simulazioni svolte e presentati i risultati più significativi, al fine di osservare e valutare il comportamento del regolatore innovativo nelle condizioni operative considerate. Si riporta inoltre il confronto tra i risultati delle simulazioni per l'ABS innovativo

e quelli per il regolatore PID standard.

• **Capitolo 7 - Conclusioni:** a fronte dei risultati ottenuti dalle simulazioni, vengono riportate le conclusioni finali sul lavoro. Infine, si propongono miglioramenti e possibili sviluppi che potrebbero essere realizzati in un eventuale proseguimento del progetto in questione.

2 Revisione letteratura e stato dell'arte

Sin dalla comparsa dei primi veicoli a motore, ci si è dovuti confrontare con la necessità di migliorare la sicurezza dei veicoli. E' facile intuire come un'efficiente progettazione del sistema frenante sia fondamentale per la sicurezza di tutti i mezzi di trasporto e per la riduzione del numero di incidenti. Una rivoluzione in questo campo avvenne nel 1930, quando l'industria aeronautica sviluppò e produsse il primo sistema ABS di tipo meccanico [4]. Ma è solo negli anni '50, con la produzione del Maxaret da parte dell'industria britannica Dunlop, che questi sistemi antibloccaggio furono ampiamente utilizzati, soprattutto a livello aeronautico e in minor misura in quello automobilistico, a causa dei costi molto elevati. I primi modelli furono di tipo on-off, sia meccanici sia elettroinerziali, cioè pilotati da elettrovalvole a solenoide. In tali regolatori, la pressione all'impianto frenante viene ridotta quando la ruota è in condizioni prossime al bloccaggio e in seguito incrementata quando inizia ad accelerare [5]. Questi sistemi sono caratterizzati da una risposta lenta e dalla presenza di significative oscillazioni di velocità della ruota. La vera crescita della tecnologia ABS si verifica però negli anni '70, con la nascita dell'elettronica integrata e dei microprocessori [6]. Si sviluppano sistemi modulanti, che regolano la pressione all'impianto frenante in base al livello di slittamento della ruota, come nel caso della tecnica di controllo Pressure Bias Modulation (PBM), e sistemi adattivi, che utilizzano trasduttori ad alta frequenza per la misura della velocità della ruota e leggi di controllo avanzate per confrontare il suo andamento con quello di altri parametri, in modo da mantenere il valore ottimo del coefficiente di slittamento. Si definisce coefficiente di slittamento longitudinale λ (in inglese *slip ratio*) il rapporto tra la velocità di slittamento v_{sl} e la velocità longitudinale dell'asse della ruota v_x^r :

$$\lambda = \frac{v_{sl}}{v_x^r} = \frac{v_x^r - \omega R_r}{v_x^r} \tag{2.1}$$

dove ω è la velocità angolare della ruota e R_r è il raggio di rotolamento, cioè la distanza verticale tra l'asse della ruota e il terreno. La ragione per cui si utilizzano



Figura 2.1: Andamento del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e l'asfalto in funzione dello slittamento della ruota

questi sistemi è molto semplice. Se, durante la frenata, una o più ruote del carrello d'atterraggio si dovessero bloccare o lavorare in condizioni di slittamento molto elevato, le conseguenze potrebbero andare da un incremento della distanza di frenata, alla possibile perdita di controllo direzionale del velivolo, dal consumo eccessivo degli pneumatici, alla possibile esplosione degli stessi, con conseguenze anche catastrofiche [7]. Come si può osservare dalla Figura 2.1, il bloccaggio delle ruote, che si ha per $\lambda = 1$, porta ad avere una forza frenante minore rispetto a quella ottenibile in condizioni di frenata effettuata con slittamento ottimo (in corrispondenza del picco della curva). Inoltre, le ruote bloccate portano alla riduzione o all'incapacità di esercitare delle forze laterali di deriva, con possibile perdita di stabilità dell'aeromobile [8]. L'ABS evita quindi il bloccaggio delle ruote e agisce in modo tale da avere la massima aderenza possibile tra pneumatico e terreno, così da ottenere la massima forza frenante e la massima stabilità direzionale del velivolo. Questo significa poter minimizzare lo spazio di frenata, mantenendo il controllo direzionale dell'aeromobile [4].

Le prestazioni di questi regolatori dipendono dall'interfaccia con altri sistemi che compongono il carrello d'atterraggio. Bisogna quindi studiare l'interazione della legge di controllo con i vari sottosistemi, come la struttura, i freni e gli pneumatici. I modelli di questi componenti devono essere il più possibile aderenti alla realtà, così da riprodurre abbastanza accuratamente il loro comportamento reale.

Di seguito, si riportano le principali logiche di controllo su cui si basano i regolatori

ABS e gli studi svolti sulle caratteristiche degli organi d'atterraggio presenti in letteratura.

2.1 Regolatori PID

Il funzionamento dei regolatori PID si basa sull'annullamento dell'errore presente tra il valore desiderato ed il valore attuale della grandezza controllata attraverso le azioni proporzionale (P), integrale (I) e derivativa (D). Questi sistemi di controllo hanno il vantaggio di essere economici e facili da implementare, ma hanno delle prestazioni limitate dal punto di vista della robustezza, perché non sono in grado di adattarsi alle incertezze di modello e al variare delle condizioni operative.

Per risolvere questo problema, Jiang [9] ha proposto una legge di controllo che sfrutta un PID non lineare (NPID) per l'ABS. L'algoritmo di controllo NPID unisce i vantaggi di un regolatore robusto e di uno di facile implementazione, sfruttando l'utilizzo di una combinazione non lineare dell'errore, dell'integrale dell'errore e della derivata dell'errore, al posto della loro combinazione lineare. Confrontando la funzione nonlineare con il caso lineare (y = x), come mostrato in Figura 2.2, si osserva che la prima fornisce un'uscita (y) maggiore per errori (x) piccoli rispetto alla seconda e un'uscita limitata per errori grandi. Da simulazioni, si è visto che un ABS con logica di controllo NPID raggiunge migliori prestazioni rispetto ad un ABS con



Figura 2.2 Funzione non lineare utilizzata nel NPID [9]

regolazione PID ed ha un comportamento più robusto al variare delle condizioni stradali [9].

Questo algoritmo di controllo è simile alla tecnica del *Parameter Scheduling* (PS) o del *Gain Scheduling* (GS), cioè l'aggiustamento diretto dei parametri o del solo guadagno del regolatore in base alla misura di una o più variabili del modello [10], come può essere ad esempio la velocità del velivolo.

Un altro tipo di controllo PID applicato agli ABS aeronautici è quello proposto da Ming et al. [11] e prende il nome di *pressure-bias-modulated module* (PBM). La peculiarità di questo sistema, che adotta un metodo di controllo PID *multi-threshold*, risiede nel fatto che l'azione integrale non è costante, ma viene modificata in base al confronto dello slittamento dello pneumatico con dei valori soglia.

2.2 Controllo ottimo basato sull'approccio di Lyapunov

L'applicazione del controllo ottimo a sistemi nonlineari come l'ABS è uno dei temi più impegnativi e difficili nella teoria del controllo [4]. In generale, questi algoritmi regolano un sistema dinamico lineare o linearizzato, attraverso la minimizzazione di una funzione di costo quadratica che è una combinazione dello stato finale, di indici di prestazione e di segnali di controllo in ingresso al sistema. Alvarez et al. [12] hanno proposto un controllo ottimo adattivo che sfrutta l'approccio di Lyapunov, basato sul modello di attrito dinamico di LuGre per rappresentare l'interazione pneumatico/strada. Considerando sconosciuti i parametri del modello di LuGre, si utilizzano le misure di velocità angolare della ruota e accelerazione longitudinale del veicolo al fine di realizzare un osservatore per la stima del coefficiente d'attrito, dei parametri del modello e della velocità del veicolo. Attraverso una scelta corretta dei guadagni adattivi, si ottiene una buona stima del massimo coefficiente d'attrito al variare della velocità del veicolo. Questo studio si basa su ricerche precedenti svolte su modelli di attrito dinamico tra pneumatico e asfalto [13]. Un modello di attrito che permette di realizzare un regolatore capace di adattarsi a diverse condizioni della superficie stradale è riportato in [14,15]. Un altro esempio di controllo ottimo adattivo

e robusto rispetto alle incertezze sui parametri del sistema è presentato in [16].

Un regolatore che combina la tecnica del controllo ottimo in retroazione con lo schema del *gain scheduling* è presentato da Liu e Sun [17]. L'algoritmo di controllo in questione è composto da due anelli: quello interno realizza un regolatore standard in retroazione che controlla lo slittamento della ruota, quello esterno ha uno schema *gain scheduling* che modifica lo slittamento obiettivo in funzione della velocità del veicolo. Si ha quindi un controllo ABS in retroazione a struttura variabile, che aggiorna il valore ottimo di slittamento durante la frenata, in modo da ottenere la massima forza frenante a differenti velocità. Un altro esempio è riportato in [18], dove viene studiato un LQR (Linear Quadratic Regulator) con matrici dei guadagni variabili a seconda delle condizioni operative.

Sempre nell'ambito di questo tipo di regolatori, Tanelli et al. [19] hanno studiato una legge di controllo non lineare con retroazione sull'uscita, basata solo sulla misura della velocità della ruota. L'algoritmo presentato è in grado di determinare, senza l'utilizzo di un estimatore del coefficiente d'attrito, se il sistema ad anello chiuso sta lavorando nella regione instabile della curva di attrito, permettendo così di migliorare le prestazioni e la sicurezza in frenata. Questa legge di controllo garantisce un'azione di controllo limitata e può far fronte a dei vincoli sugli ingressi. Il progetto del regolatore viene effettuato tramite metodi basati sulla teoria di Lyapunov e la sua efficacia è verificata attraverso un simulatore multicorpo della dinamica del veicolo.

2.3 Regolatori basati sul metodo *Sliding Mode*

Il controllo *sliding mode* (SMC) è un algoritmo di controllo robusto e universale, che rimane stabile e mantiene le proprie prestazioni anche a fronte di imprecisioni sul modello [4]. In generale, si tratta di un regolatore a struttura variabile in retroazione di stato, che modifica il comportamento di un sistema forzandolo a raggiungere una superficie di riferimento, detta superficie di *sliding*, con un segnale discontinuo ad alta frequenza. La progettazione dello schema di controllo si compone di due passi: il primo consiste nella scelta della superficie di *sliding* verso la quale le traiettorie del

sistema devono convergere, il secondo consiste nella scelta della legge di controllo, solitamente formata da un termine continuo e uno discontinuo. In Buckholtz [20] viene presentato un regolatore ABS *sliding* mode capace di seguire lo slittamento di riferimento della ruota. La superficie di *sliding* contiene solamente l'errore tra lo slittamento di riferimento e quello attuale. La strategia di controllo è composta da una funzione di commutazione che cambia la struttura del regolatore in base alla posizione della traiettoria del sistema rispetto alla superficie di *sliding*, da una funzione di controllo equivalente che porta il sistema a muoversi lungo la superficie di riferimento e da una funzione discontinua, il cui segno dipende dal segno della funzione di commutazione, che porta la traiettoria del sistema verso la superficie di *sliding*. L'utilizzo di una funzione discontinua come la funzione segno, causa delle oscillazioni ad alta frequenza attorno alla superficie di *sliding* (*chattering*), che possono provocare un'eccessiva usura degli attuatori. Per ovviare a questo problema, si sostituisce la funzione discontinua segno con una funzione continua, come la tangente.

Altri ABS basati sul metodo *sliding mode* si possono trovare in [21, 22]. Durante il progetto di questi regolatori, si utilizza il metodo di separazione: il problema del controllo viene suddiviso nel problema della stima dello slittamento ottimale e nel problema dell'inseguimento di tale valore. Drakunov [23] ha studiato un algoritmo di controllo *sliding mode* che permette di ottenere la massima forza frenante senza conoscere a priori il valore ottimo dello slittamento. Per fare questo, è stato progettato un osservatore in grado di calcolare la forza d'attrito tra pneumatico e asfalto partendo dalle misure della velocità angolare della ruota e della pressione nell'impianto frenante. Dalle simulazioni, si osserva che il regolatore è in grado di inseguire lo slittamento ottimale anche nel caso in cui esso cambi durante la frenata. La risposta è affetta da *chattering*.

2.4 Regolatori basati su logiche Fuzzy

Quando si ha un sistema da controllare non lineare, molto complesso, tempo variante

o affetto da incertezze come nel caso in oggetto, può essere utile applicare un regolatore *fuzzy* (FC). In questi casi, si sintetizza la legge di controllo codificando le conoscenze degli esperti che controllano il problema, come ad esempio i piloti. Inoltre, questi sistemi di controllo sono adattivi e, se integrati con tecniche neurali, danno vita a sistemi evolutivi ibridi. L'uso delle reti neurali permette infatti di dotare il regolatore *fuzzy* di una capacità di apprendimento automatico. Affiancando anche gli algoritmi genetici, si possono raffinare le regole e i parametri del regolatore [24]. A fronte della loro semplicità, affidabilità e dei loro costi contenuti, si hanno degli svantaggi dal punto di vista della loro precisione limitata, dell'assenza di metodologie rigorose per il progetto e della difficoltà di verificare matematicamente la stabilità del sistema.

Come si osserva in Figura 2.3, i regolatori basati sulla logica *fuzzy* hanno una struttura che può essere schematizzata in quattro blocchi: interfaccia di fuzzificazione, base delle regole, motore di inferenza e interfaccia di defuzzificazione. L'interfaccia di fuzzificazione serve a convertire i segnali numerici in ingresso in valori *fuzzy*. Viceversa l'interfaccia di defuzzificazione riconverte il valore *fuzzy* dell'uscita in un valore numerico trasmesso come ingresso al sistema. Il motore di inferenza determina il grado di appartenenza dell'ingresso *fuzzy* ad ogni regola e decide quale regola deve essere seguita e con quale grado. Poi, le regole selezionate sono combinate per formare l'azione di controllo [25]. Informazioni aggiuntive sul funzionamento dei FC si possono trovare in [24, 26].



Figura 2.3: Struttura di un regolatore fuzzy [24]

I regolatori *fuzzy* sono applicati ai sistemi ABS per far fronte alle incertezze presenti nel problema [27,28]. In Mauer [28], vengono descritti i criteri di progetto e la base di regole di un FC utilizzato nei sistemi antibloccaggio. Le simulazioni mostrano che il regolatore *fuzzy*, utilizzato insieme ad uno stimatore delle condizioni stradali, è un sistema rapido ed efficace per il controllo della frenata in diverse condizioni operative, risultando robusto a segnali di rumore interno.

Tuttavia è possibile che, in tali controlli, il gran numero di regole che caratterizzano la logica *fuzzy* rendano l'analisi del problema piuttosto difficoltosa. Alcuni ricercatori hanno proposto un metodo di progettazione del regolatore basato sullo schema di controllo *sliding mode*. Questo tipo di approccio viene identificato come controllo *fuzzy sliding mode* (FSMC). Un esempio è presentato in [29], dove si combinano l'universalità della logica *fuzzy* e la robustezza del controllo *sliding mode*, in presenza di disturbi e variazioni di parametri, per regolare lo slittamento della ruota durante una frenata d'emergenza. Le simulazioni della manovra, eseguita considerando diverse condizioni stradali, dimostrano l'efficacia del regolatore *fuzzy sliding mode*. Anche se FC e FSMC sono entrambi dei metodi efficaci, si ha lo svantaggio di dover impostare le regole *fuzzy* per tentativi, un processo che può richiedere molto tempo.

Sono stati anche sviluppati del regolatori adattivi *fuzzy* di tipo PID per il sistema ABS [30], così chiamati perché la relazione ingresso/uscita è simile a quella dei PID. Il sistema *fuzzy* riceve in ingresso l'errore sullo slittamento di riferimento e la sua derivata, opportunamente moltiplicati per dei guadagni. Se l'uscita è semplicemente trasmessa al sistema da controllare, si ha un regolatore PD, se invece viene combinata con un PI, si ha un PID [31]. I parametri del regolatore *fuzzy PID-type* possono essere impostati in tempo reale, se si utilizza una logica di controllo adattiva, o a partire da un PID lineare, come riportato in [32].

Infine, A. Aly [25] ha progettato un controllo ABS *fuzzy* intelligente per regolare le prestazioni in base alla superficie stradale. Il sistema *fuzzy* identifica immediatamente lo slittamento ottimale della ruota per la nuova condizione della strada e forza la ruota a seguirlo. I risultati della simulazione mostrano che l'algoritmo ABS proposto evita il bloccaggio della ruota, anche in differenti condizioni di aderenza.

2.5 Regolatori con logica Threshold

Questi regolatori possono essere utilizzati per controllare sistemi dei quali non si conosce un modello preciso o con parametri affetti da incertezze. Tale algoritmo di controllo si basa su una dinamica discreta dell'attuatore: è possibile solo aumentare, diminuire e mantenere costante la pressione nell'impianto frenante. Solitamente, essi lavorano conoscendo la velocità angolare e l'accelerazione angolare della ruota, senza avere informazioni sullo slittamento. Lo scopo di questo tipo di regolatori non è far seguire il valore ottimo di slittamento alla ruota, ma è quello di instaurare un ciclo limite asintoticamente stabile attorno al picco della curva di attrito tra lo pneumatico e la strada, mantenendo lo slittamento e l'accelerazione angolare della ruota all'interno di determinate soglie [6,33]. In questo modo, si ottiene una forza frenante che oscilla attorno a quella massima. I regolatori con logica threshold hanno il vantaggio di essere molto robusti rispetto alle variazioni delle condizioni del terreno e sono in grado di mantenere lo slittamento della ruota nell'intorno del massimo senza il bisogno di stimare il suo valore durante la frenata. Lo svantaggio di questo approccio è però rappresentato dalla difficoltà di impostare i valori soglia di accelerazione della ruota [33].

Pasillas-Lepine [33] ha presentato un regolatore ABS a cinque stati con soglie sulla decelerazione della ruota per passare da uno stato all'altro della legge di controllo e un modello matematico che serve per capire e predire il comportamento dell'algoritmo. In Tanelli et al. [34], viene proposto un regolatore ABS ibrido che permette di instaurare un ciclo limite asintoticamente stabile sullo slittamento della ruota. Inoltre, viene determinata la massima incertezza sulle misure che garantisce la stabilità del ciclo limite. Questa informazione può essere utilizzata come uno strumento di sintesi per impostare i parametri del regolatore in accordo con le proprietà dei sensori e degli attuatori. Infine, viene svolta un'analisi di stabilità del regolatore al variare delle condizioni stradali e della banda passante dell'attuatore. Un altro esempio di regolatore ABS *threshold* è riportato in [35], dove si utilizza una strategia di controllo autoregolante a 7 stati, sfruttando solamente la misura della velocità angolare e la stima dell'accelerazione angolare della ruota. Attraverso delle

simulazioni di frenata in differenti condizioni stradali, vengono verificate le proprietà autoregolanti dell'algoritmo proposto.

2.6 Modellazione dello pneumatico

Gli pneumatici giocano un ruolo molto importante nella dinamica del velivolo durante le fasi a terra: essi rappresentano l'interfaccia tra il carrello d'atterraggio e la pista, collaborano all'assorbimento di energia durante l'impatto all'atterraggio e permettono di manovrare il velivolo nelle fasi di frenata e sterzata. La meccanica dello pneumatico è strettamente legata alle instabilità tipiche del carrello d'atterraggio, come lo *shimmy* e il *gear walk* [36].

Gli pneumatici impiegati nei carrelli hanno una costruzione simile a quella degli pneumatici automobilistici radiali tubeless; ne differiscono principalmente per i livelli di pressione adottata, una maggiore rigidezza del tallone di tenuta, una più semplice scolpitura del battistrada ed un suo maggiore spessore [8]. In Figura 2.4 si mostra una sezione che mette in evidenza i dettagli principali.



Figura 2.4: Sezione di un tipico pneumatico aeronautico [8]

In letteratura sono presenti numerosi modelli di pneumatico, ognuno dei quali tiene in considerazione soltanto alcune caratteristiche del suo comportamento ed ha uno specifico campo di applicazione. E' complicato considerare tutte le proprietà dello
pneumatico dal momento che il costo computazionale del modello diventerebbe troppo elevato e si avrebbe difficoltà nel reperire dati affidabili, almeno nelle prime fasi di progetto. Esistono tre principali categorie di modelli di pneumatico: i modelli analitici, i modelli semiempirici o empirici e i modelli ad elementi finiti.

Modelli analitici

Essi si basano sul metodo del punto di contatto e su un modello di impronta fissa dello pneumatico sul terreno. Sebbene alcuni di questi modelli possiedano una scarsa accuratezza, essi forniscono una conoscenza di base delle caratteristiche dello pneumatico e permetto di analizzare l'interazione tra il veicolo e il terreno [37]. In tale categoria rientrano i *brush models*, che rappresentano lo pneumatico come un elemento elastico. Il battistrada è modellato attraverso una sequenza di elementi elastici rettangolari attaccati ad un anello rigido (come le setole di una spazzola). Gli elementi del battistrada vengono in contatto con la superficie stradale e si deformano solo in presenza di forze di trazione, di frenata o di sterzata. Il profilo di pressione normale al terreno nella zona dell'impronta è considerato parabolico. Quando si è in condizioni di slittamento, la zona di contatto viene suddivisa in una zona di adesione, in cui le forze sono dovute alle deformazioni dello pneumatico, e in una zona di slittamento, dove le forze sono causate dall'attrito di strisciamento [38]. I *brush models* possono essere *steady state*, adatti per analizzare condizioni con dinamica lenta, o *unsteady state*, capaci di simulare fenomeni ad alta frequenza [39].

Modelli semiempirici o empirici

L'obiettivo dei modelli semiempirici è quello di fornire una descrizione abbastanza accurata del comportamento dello pneumatico, basata sia su dati osservati da simulazioni sia su parametri che sono in relazione con la fisica dello pneumatico e dell'interfaccia tra di esso e la strada. I parametri empirici vengono utilizzati per rendere i risultati del modello, forze e momenti agenti sullo pneumatico, più simili alle misure ottenute dagli esperimenti [38]. Tra questi fanno parte i modelli di Smiley, di Somieski e quello di Pacejka, chiamato *Magic Formula*.

La Magic Formula calcola forze e momenti agenti sullo pneumatico sulla base di

coefficienti determinati sperimentalmente, da inserire nelle equazioni del modello. I risultati delle simulazioni hanno un andamento molto simile ai dati misurati dagli esperimenti, ragion per cui questo modello è molto utilizzato ed è in continua evoluzione [37]. Si ha però lo svantaggio di dover ricavare il valore di un discreto numero di coefficienti da prove sperimentali. Il modello SWIFT (Short Wavelength Intermediate Frequency Tyre) è un modello semiempirico che considera la cintura dello pneumatico come un anello rigido e si basa sulla *Magic Formula* per quanto riguarda il calcolo delle forze in condizioni di slittamento. Questo modello è in grado di descrivere la dinamica nel piano e fuori dal piano dello pneumatico; è stato sviluppato per considerare risposte ad alta frequenza (fino a 60 Hz) e il comportamento dello pneumatico quando incontra degli ostacoli sulla superficie stradale [40].

In [41] è presentato un modello capace di tenere in considerazione il comportamento dinamico della deformazione dello pneumatico, includendo gli effetti viscoelastici, che sono necessari per svolgere delle simulazioni di frenata in presenza di instabilità del carrello. Tale modello di pneumatico è un estensione di quello contenuto nel modello GRAALL (Ground Roll Air And Landing Loads) riportato in [36, 42].

I modelli empirici si fondano su funzioni matematiche che descrivono le caratteristiche dello pneumatico attraverso schemi di interpolazione. I parametri contenuti nelle funzioni, che non necessariamente hanno significato fisico, sono ricavati attraverso tecniche di regressione, in modo tale da avere la miglior concordanza tra i risultati del modello e i dati misurati. E' necessario un elevato numero di dati da prove sperimentali per stabilire il campo di applicazione e la validità di questi modelli [38].

Modelli ad elementi finiti

Questi metodi, basati su un modello ad elementi finiti dello pneumatico, sono i più accurati ma anche quelli che richiedono un maggiore impiego di tempo per il loro sviluppo.

2.7 Impianto frenante e carrello d'atterraggio

I freni devono essere in grado di rallentare il velivolo dalla velocità di atterraggio fino all'arresto o fino alla velocità di rullaggio, controllare il moto del velivolo a terra, sia per quanto riguarda la velocità che la direzione, e tenere fermo il velivolo in condizioni di stazionamento. L'esigenza più gravosa è sicuramente la frenata durante l'atterraggio, in cui l'energia cinetica viene assorbita e trasformata in calore dai freni, che sono soggetti ad un notevole riscaldamento. Nei freni aeronautici è possibile accumulare il calore, anziché disperderlo immediatamente, dato che fra le diverse frenate trascorre sempre un tempo notevole. Occorre però tenere in considerazione l'esigenza di aver sufficientemente raffreddato i freni alla ripartenza del velivolo: l'arresto in caso di decollo abortito, con freni non tornati alla temperatura ambiente, può essere la condizione di impiego più critica [8]. E' importante considerare gli effetti termici nel modello del freno perché il coefficiente d'attrito dei materiali frenanti varia in funzione della temperatura e può influire sulla distanza di frenata. Il coefficiente d'attrito dipende anche dalla velocità, dalla pressione agente sui dischi, dalle proprietà termofisiche del materiale e dalle interazioni fisiche e chimiche che si sviluppano all'interfaccia tra le superfici frenanti [43]. Inoltre, anche le proprietà termofisiche del materiale, come il calore specifico e la conducibilità termica, dipendono dalla temperatura. In [43], viene riportato uno studio di una frenata realizzata utilizzando un sistema pastiglia/disco. Attraverso il metodo degli elementi finiti, si ricava il campo di temperatura del disco, considerando il coefficiente d'attrito dipendente dalla temperatura e considerando le pastiglie realizzate con due materiali differenti. Si può osservare che la dipendenza del coefficiente d'attrito dalla temperatura dipende fortemente dal tipo di materiale con cui vengono realizzati i dischi e le pastiglie [43, 44]. Durante gli anni, è stata utilizzata una grande varietà di materiali per i freni, a causa dell'aumento della temperatura di utilizzo. In origine, i freni erano realizzati con materiali di natura organica, come la fibra di cotone o la fibra di amianto. In seguito, si è introdotto l'utilizzo di materiali metallici, come il rame e l'acciaio [44]. Attualmente, si utilizzano dischi realizzati in fibra di carbonio immersa in una matrice grafitica (freni Carbon-Carbon). In alcuni casi, vengono

aggiunte delle sostanze additive per modificare le caratteristiche termiche, d'attrito e le proprietà meccaniche del materiale [45]. Il grande successo dei freni in carbonio si deve al fatto che riescono ad unire elevate prestazioni ad una sensibile riduzione del peso dei sistemi frenanti. Inoltre, le ottime proprietà meccaniche ad elevate temperature, l'elevata resistenza agli sbalzi termici ed il basso coefficiente d'espansione termica, rendono questo materiale ideale per la frenata ad elevata energia. Bisogna però considerare il fatto che a temperatura ambiente il loro coefficiente d'attrito è minore di quello massimo, che si ha per temperature intorno ai 600 K / 700 K. E' quindi necessario un certo intervallo di tempo per raggiungere il massimo coefficiente d'attrito e poter così esercitare la massima forza frenante.

I freni aeronautici sono formati da un pacco di dischi in cui se ne alternano alcuni solidali alla ruota e altri fermi, solidali all'asse ruota. L'insieme dei dischi solidali alla ruota costituisce il rotore; i dischi solidali all'asse ruota compongono lo statore e servono da supporto per le pastiglie. Statore e rotore sono schiacciati assialmente tra una piastra, azionata da pistoncini idraulici, e una contropiastra, in modo che si generi una coppia frenante per attrito all'interfaccia tra pastiglie e disco. Lo sviluppo tecnologico nel campo aeronautico ha portato all'introduzione di freni di dimensioni minori, con maggiori quantità di energia da dissipare, e ad avere strutture più leggere e deformabili, realizzate con materiali ad alta resistenza meccanica. Tutto ciò aumenta la probabilità che il carrello d'atterraggio sia soggetto a vibrazioni dovute all'azione frenante. Queste vibrazioni sono indotte da varie cause. Possono esserci modi di vibrare autoeccitati, causati dalla variazione del coefficiente d'attrito in funzione dello slittamento dello pneumatico, oppure oscillazioni forzate, dovute alle caratteristiche o alle irregolarità delle superfici di attrito [46]. Tali vibrazioni sono solitamente non catastrofiche, ma possono causare degli incidenti dovuti ad un'usura eccessiva dei componenti del carrello. Inoltre, contribuiscono a peggiorare il comfort dei passeggeri e dei piloti. Oltre al gear walk e allo shimmy, che interessano soprattutto la struttura del carrello d'atterraggio, si riscontrano tre principali vibrazioni del freno, come riportato in [3, 46, 47].

Squeal

La vibrazione di *squeal* è caratterizzata da un moto torsionale degli elementi non rotanti del freno, come lo statore, la piastra di torsione e l'alloggiamento dei pistoni idraulici. Le frequenze tipiche di questa oscillazione vanno da 100 Hz a 1 kHz [3, 48] e, in alcuni casi [47], possono arrivare fino a 20 kHz. Lo *squeal* può essere eccitato dalle caratteristiche tribologiche dei materiali frenanti e da un accoppiamento tra i gradi di libertà assiali e tangenziali degli elementi citati in precedenza. A causa di ciò, vengono introdotti carichi dinamici molto elevati nelle strutture del freno e del carrello, potendo, in casi estremi, provocarne anche il cedimento.

Chatter

Il *chatter* è definito come un movimento torsionale delle parti rotanti del carrello d'atterraggio, cioè del rotore del freno, della ruota e dello pneumatico. Questa oscillazione è in gran parte controllata dalla rigidezza dello pneumatico e le frequenze caratteristiche vanno da 10 Hz a 100 Hz. Alcune volte è possibile osservare un accoppiamento tra *squeal* e *chatter*, soprattutto quando hanno frequenze di oscillazione simili.

Whirl

Tale vibrazione può essere definita come un moto oscillante fuori dal piano tra le parti rotanti e non rotanti che compongono il freno, ovvero il rotore, lo statore, la piastra di torsione e l'alloggiamento dei pistoni. Le frequenze tipiche dello *whirl* sono simili a quelle dello *squeal* e vanno da 200 Hz a 300 Hz. E' possibile quindi avere un accoppiamento di questi due modi di vibrare. Una fonte di smorzamento per questa oscillazione è rappresentata dallo smorzamento idraulico fornito dai pistoni. In [48] viene studiato un modello adatto per l'analisi dello *whirl* in un impianto frenante aeronautico e viene condotto uno studio parametrico per capire in quali condizioni e a quali frequenze il moto diventa instabile.

Un'altra caratteristica importante da considerare durante la modellazione di un freno è l'andamento della forza di contatto normale alla superficie d'attrito tra lo statore ed il rotore in funzione del loro schiacciamento. Questo perché tale forza influisce direttamente sull'entità della coppia frenante sviluppata dal freno. I risultati di un test statico di compressione del pacco dischi, presentati in [48, 49], mostrano che la forza normale ha un andamento fortemente non lineare e che può essere approssimata attraverso un polinomio di terzo grado, la cui variabile è lo spostamento relativo tra statore e rotore.

Oltre alle vibrazioni caratteristiche dell'impianto frenante, è importante tenere in considerazione anche quelle proprie della struttura del carrello d'atterraggio. Una di queste è il gear walk, che è definita come un'oscillazione autosostenuta avanti e indietro della gamba del carrello, caratterizzata da frequenze tra i 10 Hz e i 20 Hz. Essa può essere dovuta all'accoppiamento del sistema ABS, che fa variare la forza frenante scambiata tra lo pneumatico e la superficie stradale, con la dinamica strutturale della gamba. In [3], viene presentato un modello multicorpo deformabile del carrello in grado di cogliere le vibrazioni che lo caratterizzano in fase di frenata. La gamba del carrello è modellata come una trave flessibile, dal momento che non necessario l'utilizzo di un modello agli elementi finiti completo per simulare la dinamica del sistema in esame. Inoltre, sono stati utilizzati diversi algoritmi di controllo per l'ABS al fine di migliorare le prestazioni in frenata e il comfort dei passeggeri. Infine, è stato condotto uno studio per capire quali sono i parametri che influenzano le vibrazioni del carrello d'atterraggio. In Gualdi et al. [41], viene studiata l'applicazione della modellazione multicorpo all'analisi del gear walk. E' stato sviluppato un modello che può essere utilizzato come strumento per la progettazione di un regolatore anti-skid, al fine di evitare malfunzionamenti durante la frenata. In particolare, è stato studiato ed implementato un modello multicorpo completo di un velivolo con carrello d'atterraggio a configurazione tripode, al fine di prevedere l'insorgenza di instabilità. Si è potuto osservare che la capacità dell'analisi multicorpo di modellare in modo esatto la complessa cinematica nonlineare del carrello d'atterraggio, la disponibilità di modelli di componenti deformabili e la possibilità di introdurre componenti specifici (come ammortizzatore, pneumatico, freno e sistema di controllo), sono dei vantaggi significativi che derivano dall'utilizzo di questo tipo di analisi.

3 Modello del sistema

In questo capitolo, verrà presentato il modello multicorpo del velivolo utilizzato per le simulazioni della frenata durante l'atterraggio. Verranno inoltre analizzati i sottosistemi che compongono il sistema multicorpo complessivo, come la struttura del velivolo e della ruota, lo pneumatico e l'impianto frenante. Il modello, implementato nel programma MBDyn, è finalizzato allo studio della sola fase di frenata simmetrica del velivolo e non alla simulazione completa della dinamica di atterraggio. Perciò, in questo contesto, sono stati trascurati alcuni aspetti ritenuti secondari rispetto al lavoro svolto. Di seguito si riportano le assunzioni semplificative su cui si basa il modello:

- viene studiato il caso di frenata simmetrica, quindi è stato realizzato un modello che comprende solo metà velivolo;
- la pista d'atterraggio è considerata priva di inclinazione;
- il carrello principale ha geometria a stelo, perciò lo pneumatico non sviluppa forze laterali durante una frenata simmetrica;
- tutti i componenti, tranne lo pneumatico, sono considerati corpi rigidi. Per modellare la flessibilità della gamba del carrello d'atterraggio, si introduce un altro elemento deformabile;
- gli ammortizzatori non vengono introdotti perché si suppone che la frenata inizi dopo che sia il carrello principale sia quello secondario tocchino terra e il velivolo sia stabile;
- in prima approssimazione, non si considera il carrello secondario. Questa è una forte semplificazione perché non permette di valutare gli effetti del trasferimento di carico, dovuto alla frenata, dal carrello principale a quello secondario. Questi effetti sono rilevanti nel caso di un velivolo di peso ridotto

come quello considerato;

- non si tiene conto degli spostamenti laterali del velivolo e dei moti di rollio, imbardata e beccheggio;
- il velivolo è considerato puntiforme e si trascurano le forze aerodinamiche agenti su di esso;
- non è stato implementato un modello dettagliato degli attuatori dell'impianto frenante e del sensore di velocità angolare della ruota;
- le caratteristiche termiche del materiale dei dischi dei freni, quali la conducibilità termica ed il calore specifico, sono considerate costanti al variare della temperatura.

3.1 Modello della struttura del velivolo

Il tipo di velivolo considerato in questo lavoro rientra nella categoria dei velivoli a cui si applica la CS-23 di EASA, ovvero quegli aeroplani che hanno un peso massimo al decollo fino a 5670 kg e possono portare un massimo di nove passeggeri.

Come detto in precedenza, poiché si intende studiare la manovra di frenata simmetrica, si considera solo metà velivolo. L'aeroplano viene rappresentato come una massa puntiforme che contiene tutte le strutture, fatta eccezione per la ruota e l'impianto frenante.

Il carrello d'atterraggio deve essere in grado di assorbire l'impatto con il terreno e rallentare il velivolo durante l'atterraggio, consentire il movimento dell'aeromobile durante le operazioni al suolo, come decollo e rullaggio, e permettere lo stazionamento a terra [50]. Per soddisfare queste richieste, occorre avere un minimo di tre punti di contatto con il suolo, quindi è necessaria la presenza di almeno tre ruote, di cui alcune orientabili. Per il carrello, si considera la configurazione a triciclo anteriore, mostrata in Figura 3.1, che è la soluzione più diffusa sulla maggior parte

dei velivoli. Durante la prima fase dell'atterraggio, il carrello deve assorbire e dissipare l'energia cinetica legata alla componente verticale della velocità posseduta dal velivolo. Questo compito è svolto dagli ammortizzatori presenti nelle gambe del carrello d'atterraggio e dagli pneumatici. Quando sia il carrello principale che quello secondario sono in contatto con la pista e il velivolo ha una traiettoria stabile, comincia la seconda fase, che consiste nella dissipazione dell'energia cinetica legata alla velocità longitudinale attraverso l'impianto frenante, montato all'interno delle ruote del solo carrello principale. Dal momento che la frenata comincia quando le oscillazioni del velivolo nel piano verticale si sono esaurite, gli ammortizzatori non sono stati inseriti nel modello multicorpo.



Figura 3.1: Carrello d'atterraggio con configurazione a triciclo anteriore

Inoltre, poiché la dinamica del moto di beccheggio è più lenta rispetto a quella della ruota, il suo contributo è stato trascurato nel presente lavoro. In prima approssimazione quindi, nel modello viene inserito solo il carrello principale e non quello secondario, trascurando così il moto di beccheggio (limitato) ed il trasferimento di carico. Per una simulazione più precisa del comportamento complessivo del velivolo durante la frenata, bisognerebbe aggiungere il modello del carrello secondario.

Il modello strutturale complessivo del velivolo, in ambiente multicorpo, comprende quindi una massa puntiforme (struttura del velivolo) e la ruota con all'interno il freno (Figura 3.2).



Figura 3.2: Rappresentazione del modello strutturale complessivo del velivolo L'equazione del moto che descrive la dinamica di metà velivolo durante la frenata è:

$$m_{tot}\dot{v}_x = F_x(\lambda) \tag{3.1}$$

dove m_{tot} è la massa di metà velivolo, \dot{v}_x è l'accelerazione longitudinale del velivolo e $F_x(\lambda)$ è la forza longitudinale tra lo pneumatico e la pista, che dipende dallo slittamento λ . Durante la frenata, la forza $F_x(\lambda)$ è negativa.

3.1.1 Modello del carrello con deformabilità flessionale della gamba

Le strutture dei velivoli moderni hanno la tendenza a diventare sempre più flessibili. Le ragioni principali sono lo sviluppo di fusoliere più snelle e l'introduzione di nuovi materiali più leggeri e flessibili, che influenzano i modi di vibrare delle strutture, come fusoliera e ala. I problemi legati alle vibrazioni non sono dovuti solamente ad accoppiamenti non idonei tra rigidezze e smorzamenti delle strutture, ma anche ad errate interazioni tra le caratteristiche meccaniche degli pneumatici e al progetto dell'impianto frenante [3].

Tipicamente, i carrelli d'atterraggio hanno un peso che varia dal 3% al 7% del peso massimo al decollo del velivolo. Devono quindi avere strutture leggere e snelle, in modo da non peggiorare le prestazioni dell'aeromobile e non incidere eccessivamente sui costi di missione. Per questo motivo, il carrello d'atterraggio è soggetto a vari tipi di vibrazioni. Come spiegato nel paragrafo 2.7, un tipo di oscillazione dovuta alla flessibilità della gamba del carrello è il *gear walk*. Quando si applica una coppia frenante alla ruota, la gamba del carrello subisce una flessione nel verso opposto a quello del moto dovuta alla forza che si sviluppa all'interfaccia tra lo pneumatico e la pista. La conseguente vibrazione può essere indotta dal sistema di controllo ABS che, quando individua un bloccaggio incipiente della ruota, diminuisce la coppia frenante applicata. Di conseguenza, la gamba ha un movimento in avanti dovuto al richiamo elastico della struttura. Questo porta la ruota ad accelerare molto velocemente e l'ABS è indotto ad aumentare subito la coppia frenante, innescando il movimento ciclico [41]. Il *gear walk* può essere eccitato anche dalla caratteristiche dei materiali frenanti e da eventuali imperfezioni delle superfici di attrito.

Il *gear walk* e gli effetti che esso provoca sullo pneumatico sono strettamente legati alla geometria del carrello d'atterraggio. In carrelli di tipo articolato o a stelo, la flessione della gamba rimane nel piano longitudinale e provoca la variazione della sola forza longitudinale tra lo pneumatico e il terreno. In carrelli di tipo tripode, l'oscillazione della gamba non rimane nel piano longitudinale e influenza anche la forza laterale e i momenti sviluppati dallo pneumatico. In Figura 3.3, si possono osservare le tipologie di carrello appena citate.



Figura 3.3: Tipiche configurazioni del carrello d'atterraggio: (a) carrello articolato, (b) carrello tripode, (c) carrello telescopico o a stelo [36]

In questa trattazione si è preso in considerazione un carrello a stelo (o telescopico), che è la configurazione maggiormente impiegata sui velivoli civili. Per tenere in considerazione la flessibilità della struttura del carrello senza complicare eccessivamente il modello, si è scelto di inserire una rigidezza concentrata attraverso un giunto rotazionale deformabile che collega la gamba con la fusoliera. Dalla Figura 3.4, si nota che il giunto rotazionale deformabile può essere visto come l'unione di una cerniera e di una molla angolare con costante di rigidezza K_{θ} , la quale applica un momento tra il velivolo e il carrello proporzionale all'angolo θ_{walk} compreso tra la verticale e la gamba del carrello in posizione deformata. La peculiarità del carrello telescopico è che la lunghezza della gamba varia in funzione dello schiacciamento dell'ammortizzatore, che dipende a sua volta dal peso all'atterraggio del velivolo. Questo influisce sulla rigidezza flessionale del carrello. Cambiando il valore della rigidezza della molla, è possibile simulare il fenomeno del gear walk per diversi valori di compressione dell'ammortizzatore e di lunghezza della gamba del carrello d'atterraggio. L'espressione della costante di rigidezza della molla viene ricavata della matrice di rigidezza di una trave nel piano: si vuole calcolare il momento flettente applicato all'attacco tra la gamba e la fusoliera dovuto ad un angolo di rotazione unitario della gamba all'incastro. Perciò si ha:

$$M_{GW} = \frac{4EI}{l_g} \theta_{walk} = K_{\theta} \theta_{walk}$$
(3.2)

dove E è il modulo elastico del materiale con cui è realizzata la gamba (acciaio), I è il momento d'inerzia della sezione della trave con cui è modellata la gamba del carrello e l_g è la lunghezza della gamba.



Figura 3.4: Modellazione della flessibilità della gamba del carrello d'atterraggio

3.2 Modello della ruota e dello pneumatico

Gli pneumatici aeronautici devono essere in grado di sopportare carichi dinamici molto elevati; il loro effetto è importante al momento dell'atterraggio, dove la deformazione dello pneumatico interviene in serie con quella dell'ammortizzatore, e durante il rullaggio, dove spesso l'ammortizzatore ha un comportamento talmente rigido da affidare al solo pneumatico la funzione di assorbimento delle asperità del terreno [8]. Nei modelli per la simulazione dell'atterraggio, le caratteristiche dello pneumatico, per quanto riguarda la deflessione verticale e il comportamento nel piano longitudinale e laterale, sono di fondamentale importanza per la determinazione dei carichi agenti sul velivolo e per conoscere la stabilità e le qualità di pilotaggio [36]. Come si è visto nel paragrafo 2.6, esistono svariati modelli per simulare il comportamento dello pneumatico. Per questo motivo è necessario individuarne uno adatto per il tipo di fenomeno che si intende studiare. Il modello di pneumatico ricercato per questo lavoro deve rispondere ai requisiti che si hanno durante la fase di progettazione preliminare di un impianto frenante, cioè deve essere relativamente semplice, richiedendo l'utilizzo di un numero limitato di parametri, e deve permettere la corretta simulazione dei fenomeni legati al problema del controllo della frenata. Considerando la manovra di frenata simmetrica di un velivolo, è necessario un modello che calcoli la forza longitudinale sviluppata all'interfaccia tra lo pneumatico e la pista. A tal proposito, si è sfruttato il modello di pneumatico presente nel codice GRAALL (Ground Roll Air And Landing Loads), sviluppato presso il Dipartimento di Scienze e Tecnologie Aerospaziali del Politecnico di Milano per la simulazione dell'atterraggio di un velivolo. Questo modello, presentato in [36] ed implementato nel programma MBDyn, si basa su una rappresentazione fisica del comportamento dello pneumatico, che viene migliorato con una correzione semiempirica. Lo pneumatico è rappresentato come un toro rigido di raggio esterno R e di raggio interno r, come si osserva in Figura 3.5. Il legame tra la componente verticale della forza e la deflessione verticale dello pneumatico è modellato attraverso una molla nonlineare, governata da un'equazione di compressione politropica. L'aria contenuta nel toro, considerata come gas perfetto, subisce una compressione politropica a causa della riduzione del volume interno durante lo schiacciamento dello pneumatico sul terreno. Poiché il toro è considerato rigido, esso penetra indeformato nel terreno e la variazione di volume coincide con il volume del toro che interseca il piano della pista. Questo approccio porta ad avere una buona approssimazione del comportamento dello pneumatico nel piano verticale, anche se, nella realtà, lo pneumatico durante lo schiacciamento subisce grandi deformazioni e si hanno grandi variazioni dell'area di contatto ma trascurabili variazioni di pressione interna e volume dello pneumatico. La componente longitudinale e laterale della forza di contatto sono calcolate utilizzando la componente verticale e i coefficienti di attrito istantanei tra lo pneumatico e il terreno, ricavati da espressioni semiempiriche in funzione dello slittamento e dell'angolo di deriva dello pneumatico. Queste componenti vengono applicate direttamente alla ruota, modellata come un corpo rigido che ruota liberamente attorno all'asse, e il loro punto di applicazione coincide con il centro dell'impronta dello pneumatico sulla pista. Si tratta questa di una semplificazione, poiché la distribuzione reale della pressione può variare all'interno della zona di contatto.



Figura 3.5: Toro rigido attraverso il quale si modella lo pneumatico [36]

Facendo riferimento alla Figura 3.6, è possibile ricavare l'equazione del moto della ruota mediante l'equilibrio dei momenti rispetto all'asse della ruota:

$$J_r \dot{\omega} = -R_r F_x(\lambda) - C_f \tag{3.3}$$

dove J_r è il momento di inerzia polare della ruota, $\dot{\omega}$ è l'accelerazione angolare della ruota, R_r è il raggio di rotolamento, $F_x(\lambda)$ è la forza d'attrito longitudinale tra lo pneumatico e la pista e C_f è la coppia frenante applicata alla ruota dal freno. Dal momento che si considera il caso di frenata simmetrica, l'angolo di deriva è nullo e la forza F_x ha la stessa direzione della velocità di avanzamento della ruota. E' opportuno sottolineare che, durante la frenata, la forza F_x è negativa, quindi il termine $-R_rF_x(\lambda)$ è positivo e contribuisce a far accelerare la ruota, mentre la coppia frenante C_f , che è positiva, contribuisce a rallentarla. Nelle seguenti sezioni, si mostra come il modello calcola le forze di contatto pneumatico/terreno.



Figura 3.6: Convenzione forze e momenti applicati alla ruota

3.2.1 Componente verticale della forza dello pneumatico

La componente verticale della forza dovuta al contatto tra lo pneumatico e il suolo si calcola assumendo che il gas contenuto all'interno del toro rigido, che rappresenta lo pneumatico, sia soggetto ad una compressione politropica dovuta alla riduzione del volume interno a seguito dello schiacciamento. La pressione del gas si calcola quindi attraverso l'espressione della compressione politropica:

$$p = p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 - \Delta V}\right)^{\gamma} \tag{3.4}$$

dove:

- *p*₀ è la pressione di gonfiaggio dello pneumatico;
- V_0 è il volume iniziale dello pneumatico indeformato;
- ΔV è la variazione di volume conseguente allo schiacciamento dello pneumatico;
- γ è l'esponente della politropica (per l'aria si considera $\gamma = 1,35$).

Lo pneumatico è modellato attraverso un toro rigido che penetra indeformato nel piano che rappresenta il terreno. Il volume iniziale V_0 si calcola attraverso la seguente espressione:

$$V_0 = 2\pi R\pi r^2 C_{vol} \tag{3.5}$$

Esso coincide con il volume interno del toro corretto dal coefficiente C_{vol} , che serve per tenere in considerazione il fatto che lo pneumatico non è esattamente un toro e che il volume interno è leggermente minore.

La variazione di volume interno ΔV coincide con il volume del toro che compenetra il piano della pista e che si trova al di sotto di esso. Questo volume viene approssimato attraverso quello di un cono che ha per area di base l'area dell'impronta dello pneumatico sul terreno e un'altezza pari alla deflessione ΔL dello pneumatico:

$$\Delta V = \frac{1}{3} A \Delta L \tag{3.6}$$

L'area A dell'impronta coincide con l'area della sezione del toro con il piano del terreno e varia linearmente con la deflessione dello pneumatico:

$$A = A_{ref} \frac{\Delta L}{r} \tag{3.7}$$

dove A_{ref} è un area di riferimento che coincide con l'area dell'ellisse generata dell'intersezione del toro con un piano passante per il centro del cerchio di raggio r e parallelo al suolo, come mostrato in Figura 3.7, calcolata utilizzando 3,7 al posto di π . Essendo a e b rispettivamente il semiasse maggiore e il semiasse minore dell'ellisse, A_{ref} è data dalla seguente espressione:

$$A_{ref} = 3,7ab \tag{3.8}$$

dove:

- $a = \sqrt{R^2 (R r)^2}$
- b = r

La componente verticale della forza di contatto tra lo pneumatico e il terreno ha quindi la seguente espressione:

$$F_z = Ap \left[1 + \tanh\left(\frac{v_z}{v_z^{ref}}\right) \right]$$
(3.9)

Il termine in tangente iperbolica è stato introdotto per modellare l'isteresi dello pneumatico nelle fasi di compressione ed estensione: v_z è la componente verticale della velocità dell'asse ruota e v_z^{ref} è una velocità di riferimento che serve per regolare l'ampiezza del ciclo di isteresi [36]. In sostanza, questo termine incrementa la reazione verticale dello pneumatico nella fase di compressione e la riduce in fase di estensione.



Figura 3.7: Ellisse di riferimento di semiassi a e b per il calcolo dell'area dell'impronta dello pneumatico sul terreno

3.2.2 Componenti longitudinale e laterale della forza dello pneumatico

Le componenti nonlineari longitudinale e laterale della forza di contatto tra pneumatico e terreno sono ricavate dalla componente verticale della forza e dai coefficienti di attrito longitudinale μ_x e laterale μ_y stazionari. Questi coefficienti sono approssimati attraverso delle curve semiempiriche che dipendono dallo slittamento λ e dall'angolo di deriva α dello pneumatico. La forza d'attrito è diretta come l'intersezione tra il piano della ruota e il piano della pista, mentre la forza laterale è perpendicolare alla precedente. Le loro espressioni sono di seguito riportate:

$$F_x = \mu_x(\lambda, \alpha) F_z \tag{3.10}$$

$$F_y = \mu_y(\lambda, \alpha) F_z \tag{3.11}$$



Figura 3.8: Pneumatico con raggio di rotolamento R_r , velocità angolare ω e velocità longitudinale v_x^r

Il coefficiente di slittamento e l'angolo di deriva dello pneumatico si ricavano dalle seguenti espressioni:

$$\lambda = \frac{|v_x^r - \omega R_r|}{|v_x^r|} \tag{3.12}$$

$$\alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{v_y^r}{v_x^r}\right) \tag{3.13}$$

dove $v_x^r e v_y^r$ sono rispettivamente la velocità longitudinale e laterale dell'asse ruota, ω è la velocità angolare della ruota e R_r è il raggio di rotolamento, che coincide con la distanza verticale tra l'asse della ruota e la pista, come mostrato in Figura 3.8. R_r è ricavabile anche sottraendo la deflessione dello pneumatico dal raggio nominale della ruota R. Nel modello considerato, i coefficienti d'attrito μ_x e μ_y vengono ricavati, tramite interpolazione lineare, da delle funzioni che dipendono dallo slittamento e dall'angolo di deriva. In Figura 3.9 si riporta un esempio delle superfici di



Figura 3.9: Esempio delle superfici di interpolazione usate nel modello per ricavare il coefficiente d'attrito longitudinale e laterale dello pneumatico [36]

interpolazione. Poiché, come detto in precedenza, si considera il caso di frenata simmetrica, l'angolo di deriva è nullo e il coefficiente d'attrito longitudinale, così come la forza longitudinale F_x , è una funzione del solo coefficiente di slittamento:

$$F_x(\lambda) = \mu_x(\lambda)F_z \tag{3.14}$$

Per come è definito nella (3.12), nel modello implementato in MBDyn lo slittamento λ assume sempre valori positivi. Il segno del coefficiente d'attrito $\mu_x(\lambda)$, e quindi della forza $F_x(\lambda)$, viene determinato in base al segno della velocità relativa tra l'asse della ruota e il punto di contatto dello pneumatico sul terreno:

$$v_{sl} = v_r^r - \omega R_r \tag{3.15}$$

Se la velocità di slittamento v_{sl} è positiva, significa che si è in fase di frenata poiché il punto di contatto tra pneumatico e terreno ha una velocità minore rispetto a quella dell'asse della ruota. In questo caso, la ruota sta rallentando e il coefficiente d'attrito è negativo. Al contrario, se la velocità di slittamento è negativa, significa che la ruota sta accelerando e il coefficiente d'attrito è positivo.

La dipendenza del coefficiente d'attrito longitudinale μ_x dallo slittamento λ dello pneumatico varia in funzione del materiale con cui è realizzato il manto della pista e in funzione delle condizioni della sua superficie. Si hanno quindi curve differenti a seconda che la pista sia asciutta, bagnata o con neve, come mostrato in Figura 3.10. Inoltre, queste curve dipendono anche dalla velocità del velivolo: il valore massimo del coefficiente d'attrito aumenta al diminuire della velocità. Questo fenomeno è riscontrabile soprattutto su pista bagnata, dove, ad alte velocità, il valore massimo del coefficiente d'attrito può anche essere la metà di quello che si ha per velocità basse.



Figura 3.10: Andamento del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e il terreno in funzione dello slittamento e al variare delle condizioni della pista

In condizioni di asciutto, al contrario, non si hanno differenze rilevanti. Nel modello implementato e nelle successive simulazioni è stata considerata solo la dipendenza dalle condizioni stradali, trascurando quella dalla velocità longitudinale del velivolo.

3.3 Modello dell'impianto frenante

I freni hanno lo scopo di rallentare il velivolo durante l'atterraggio o in caso di decollo abortito, controllare la sua direzione durante il rullaggio attraverso una frenata differenziale e consentire lo stazionamento. Per attrito, i freni assorbono l'energia cinetica del velivolo che viene trasformata in energia termica, comportando un aumento della temperatura degli stessi. E' quindi importante considerare gli effetti che ha questa variazione di temperatura sulla frenata. I freni aeronautici sono

normalmente a disco, perché rispetto a quelli a tamburo richiedono una lavorazione più economica, disperdono meglio il calore e consentono un miglior sfruttamento delle superfici d'attrito. Essi sono formati da uno o più dischi che vengono fatti ruotare solidalmente alla ruota e che insieme costituiscono il rotore. Alternati a questi, sono presenti altri dischi, che al contrario sono vincolati all'asse della ruota. Questi ultimi non ruotano ed il loro insieme è chiamato statore. In Figura 3.11, si può osservare un esempio di come sono disposti i dischi dello statore e del rotore in un tipico freno aeronautico. La funzione dei dischi dello statore è quella di montare sulla loro superficie le pastiglie d'attrito. Esse sono realizzate con materiali sacrificali molto fragili (metalli, ceramica, carbonio e composti carbo-ceramici), che vengono sostituiti in base all'usura. Come si nota dalla Figura 3.11, a causa della fragilità del materiale, su tutta la circonferenza del disco dello statore sono presenti tante pastiglie, ognuna delle quali ne copre un arco limitato. Si utilizza questa disposizione per ridurre il rischio di rotture e per favorire la fuoriuscita delle particelle di materiale dovute all'usura.



Figura 3.11: Struttura di un freno a dischi multipli [51]

Il pacco di dischi è collocato all'interno della ruota e alle sue estremità sono presenti una piastra di pressione (*pressure plate*) e una contropiastra (*backplate*). Tranne la contropiastra, tutti gli altri elementi hanno la possibilità di muoversi lungo l'asse di rotazione della ruota. La coppia frenante viene generata attraverso l'attrito che si sviluppa all'interfaccia tra statore e rotore dopo che questi vengono schiacciati tra le due piastre. La piastra di pressione viene azionata da dei pistoncini idraulici, che la muovono lungo l'asse della ruota.

Tipicamente i dischi sono realizzati in carbonio, perché presenta notevoli vantaggi in

termini di riduzione del peso, calore specifico, conducibilità termica, coefficiente di dilatazione termica e resistenza meccanica alle alte temperature. Inoltre, il carbonio può assumere arrangiamenti diversi, a seconda dei trattamenti ricevuti ed assumere quindi proprietà molto variabili, pur mantenendo la stessa composizione. I freni *Carbon-Carbon* hanno però un coefficiente d'attrito che dipende fortemente dalla temperatura dei dischi: a temperatura ambiente, il coefficiente d'attrito è basso e tende a raggiungere il massimo valore per temperature vicine ai 600 K. Poiché il coefficiente d'attrito varia durante la frenata, è necessario realizzare un modello termico dei dischi del freno, in grado di ricavarne il valore istantaneo. Oltre a quelli in carbonio, è stato considerato anche l'uso di freni con rotore in acciaio (ChNMKh) e pastiglie metallo-ceramiche (FMC-11), che sono gli altri materiali tipici con cui vengono realizzati. Gli svantaggi principali di questi ultimi materiali sono dettati dal peso e dalla riduzione del coefficiente d'attrito all'aumentare della temperatura dei dischi.

Il modello complessivo dell'impianto frenante implementato è costituito dai seguenti sottomodelli:

- modello della forza d'attrito che si sviluppa tra lo statore e il rotore;
- modello della forza normale all'interfaccia tra lo statore e il rotore dovuta al loro schiacciamento;
- modello termico dei dischi;
- modello della valvola che controlla l'impianto frenante.

Questi modelli sono presentati nei seguenti sottoparagrafi.

3.3.1 Modello d'attrito

Per il calcolo del coefficiente d'attrito del freno si utilizza un modello dinamico d'attrito che si basa su una versione leggermente modificata del modello di LuGre, in grado di modellare anche gli spostamenti elastoplastici tra le superfici a contatto. Inoltre, rappresenta l'attrito di Coulomb, fornisce una rappresentazione della funzione di Stribeck, dell'attrito viscoso, dell'attrito statico e della memoria d'attrito durante lo scivolamento [52]. In [52, 53] si può trovare una revisione dei modelli d'attrito esistenti. Quello di seguito presentato, sviluppato in [54] e già implementato in

MBDyn, fa parte della classe dei modelli che utilizzano una singola variabile di stato. Lo spostamento rigido x di un corpo rispetto ad un altro è dato dalla somma di uno spostamento elastico z (reversibile) e da uno spostamento plastico w (irreversibile):

$$x = z + w \tag{3.16}$$

Tipicamente i modelli d'attrito definiscono esplicitamente la dinamica dello spostamento elastico z e implicitamente quella dello spostamento plastico w. In questa formulazione, il coefficiente d'attrito è ottenuto dalla legge di LuGre:

$$f_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}$$
 $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2 > 0$ (3.17)

dove σ_0 rappresenta la rigidezza di contatto per gli spostamenti elastici di prescivolamento, σ_1 è lo smorzamento interno e σ_2 è il parametro di attrito viscoso che tiene in considerazione l'aumento dell'attrito statico e la memoria d'attrito durante lo scivolamento. Infine, \dot{x} è la velocità relativa tra le due superfici a contatto, cioè tra lo statore e il rotore del freno. Il modello viene completato dalla seguente equazione differenziale dello stato z, che definisce l'andamento z(t) dello spostamento elastico relativo tra le due superfici:

$$\dot{z} = \dot{x} \left(1 - \frac{\sigma_0}{|f_{ss}(\dot{x})|} \operatorname{sign}(\dot{x}) z \right)$$
(3.18)

dove $f_{ss}(\dot{x})$ è la curva di Stribeck che rappresenta la dipendenza del coefficiente d'attrito dalla velocità relativa a regime ($\dot{x} = cost$). Il grafico della curva di Stribeck è mostrato in Figura 3.12. Di seguito si riporta la sua espressione:

$$f_{ss}(\dot{x}) = f_C + (f_{ba} - f_C)e^{-\left(\frac{\dot{x}}{v_s}\right)^2}$$
(3.19)

dove f_c è la forza d'attrito di Cuolomb, f_{ba} è la forza di attrito al di sotto della quale tutti gli spostamenti sono reversibili (forza di *breakaway*) e v_s è la velocità caratteristica della curva di Stribeck.



Figura 3.12: Curva di Stribeck del coefficiente d'attrito in funzione della velocità relativa a regime [54]

Introducendo ora l'espressione della deformazione elastica a regime che si ha per una determinata velocità relativa \dot{x} :

$$z_{ss}(\dot{x}) = \begin{cases} \frac{f_{ss}(\dot{x})}{\sigma_0}, & |\dot{x}| > 0\\ \lim_{\dot{x} \to 0^+} \left(\frac{f_{ss}(\dot{x})}{\sigma_0}\right), & \dot{x} = 0 \end{cases}$$
(3.20)

la (3.18) può essere riscritta nel seguente modo:

$$\dot{z} = \dot{x} \left(1 - \frac{z}{z_{ss}(\dot{x})} \right) \tag{3.21}$$

Il modello elastoplastico implementato in MBDyn si differenzia dal modello di LuGre appena presentato per il fatto che è in grado di considerare gli spostamenti di pre-scivolamento elastoplastici. Si possono avere i seguenti casi:

- se $\begin{cases} \dot{x} = \dot{z} \\ \dot{w} = 0 \end{cases}$, lo spostamento è elastico;
- se $\dot{x} = \dot{z} + \dot{w}$, lo spostamento è elastico e plastico;
- se $\begin{cases} \dot{x} = \dot{w} \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$, lo spostamento è plastico e si ha scivolamento tra le superfici.

A questo scopo, viene introdotto lo spostamento di *breakaway* $z_{ba} > 0$ che è definito come quel valore tale che, se $|z| \le z_{ba}$, si hanno solo spostamenti elastici tra le superfici a contatto.

Le equazioni di questo modello sono di seguito riportate:

$$f_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x} \qquad \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2 > 0 \qquad (3.22)$$

$$\dot{z} = \dot{x} \left(1 - \alpha(z, \dot{x}) \frac{z}{z_{ss}(\dot{x})} \right)$$
(3.23)

dove $\alpha(z, \dot{x})$ è una funzione continua a tratti, necessaria per modellare i vari tipi di spostamenti. Essa è definita come segue:

$$\alpha(z, \dot{x}) = \begin{cases} 0 & , \quad |z| \le z_{ba} \\ \frac{1}{2} sin\left(\frac{\pi - \left(\frac{z_{ss} + z_{ba}}{2}\right)}{z_{ss} - z_{ba}}\right) + \frac{1}{2} & , \quad z_{ba} < |z| < z_{ss}(\dot{x}) \end{cases} \quad (3.24)$$

$$1 & , \quad |z| \ge z_{ss}(\dot{x})$$

per sign(\dot{x}) = sign(z),

$$\alpha(z,\dot{x}) = 0 \tag{3.25}$$

per sign(\dot{x}) \neq sign(z).

Si può osservare che queste equazioni si differenziano da quelle del modello di LuGre solamente a causa della funzione $\alpha(z, \dot{x})$ che, in base al suo valore, stabilisce se gli spostamenti sono reversibili, irreversibili o un misto tra i due tipi.

Per ulteriori dettagli e per una dimostrazione rigorosa delle proprietà del modello, si rimanda a [54].

Una volta calcolato il coefficiente d'attrito f_f tra statore e rotore, il suo valore viene scalato in base alla relazione che lega il coefficiente d'attrito con la temperatura dei dischi, ricavata dal modello termico che verrà presentato successivamente. Infine, la coppia frenante applicata alla ruota è data da:

$$C_f = f_f F_{nf} R_p \tag{3.26}$$

dove F_{nf} è la forza applicata al freno che comprime il pacco dischi e R_p è il raggio medio delle pastiglie collocate sullo statore. Il modello per il calcolo della forza F_{nf} di contatto tra i dischi del freno è riportato nel paragrafo successivo.

3.3.2 Modello della forza normale di contatto tra i dischi

Per il calcolo della coppia frenante, il modello del freno presente in MBDyn richiede come ingresso il valore della forza di compressione del pacco dischi. Questa forza è generata dallo schiacciamento di rotore e statore, che è comandato dalla pressione del fluido presente nei pistoncini idraulici. Il freno considerato è formato da un solo disco rotorico. La piastra di pressione e la contropiastra costituiscono quindi lo statore. E' stato sviluppato un modello a due gradi di libertà, che corrispondono agli spostamenti lungo l'asse della ruota dello statore e del rotore. Tutti gli elementi sono considerati rigidi. Questa rappresentazione è stata derivata dal modello realizzato in [48, 49], per l'analisi dell'oscillazione di whirl, riducendo i gradi di libertà da quindici, necessari per una corretta simulazione di questo modo del freno, a due. Lo spostamento assiale x_s del disco statorico (della piastra di pressione) e lo spostamento assiale x_r del disco rotorico sono i gradi di libertà del modello sviluppato, di cui si mostra uno schema in Figura 3.13. La pressione nei pistoncini sposta lo statore ed il rotore verso la contropiastra, che è fissa e solidale con l'asse della ruota. La forza normale nonlineare che si genera all'interfaccia tra questi due dischi dipende dal loro schiacciamento, che coincide con il loro spostamento relativo, dato dalla seguente espressione:



Figura 3.13: Schema rappresentativo del modello di contatto del freno

I risultati ottenuti dai test statici di compressione del pacco dischi presenti in [48] mostrano che la dipendenza del carico normale dallo schiacciamento del freno è fortemente non lineare, come mostrato in Figura 3.14.



Figura 3.14: Confronto tra i dati sperimentali e l'espressione polinomiale della relazione nonlineare tra la forza normale e lo schiacciamento del freno [48]

Si osserva che lo sforzo normale nonlineare N, che agisce sulla superficie di interfaccia tra lo statore ed il rotore, può essere espresso tramite un polinomio di terzo grado in funzione dello spostamento relativo tra i due dischi:

$$N = \sum_{i=1}^{3} K_i x_{rel}^i$$
 (3.28)

dove K_i sono i coefficienti del polinomio, il cui valore è stato determinato utilizzando i risultati sperimentali in [49], ed x_{rel} è lo spostamento relativo tra lo statore ed il rotore, dato dalla (3.27). Lo sforzo è presente solo quando i due dischi sono a contatto, cioè quando lo spostamento relativo è positivo. Integrando lo sforzo N sull'area della superficie d'attrito tra lo statore ed il rotore, si ottiene la forza normale al contatto:

$$F_{nf} = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} Nr dr d\theta = N\pi (R_e^2 - R_i^2) = NA_i$$
 (3.29)

dove R_i ed R_e sono rispettivamente il raggio interno ed esterno della corona circolare che rappresenta la superficie di contatto tra statore e rotore e A_i è l'area della corona circolare. Come si può osservare dalla Figura 3.14, questo porta ad avere una buona concordanza tra la forza determinata sperimentalmente e la forza ottenuta analiticamente. Osservando ora la Figura 3.15, si ricavano le equazioni del moto del sistema:

$$m_s \dot{x}_s + C_s \dot{x}_s + F_{nf} - F_{hyd} = 0 \tag{3.30}$$

$$m_r \ddot{x}_r + C_r \dot{x}_r + k_{rr} (x_r - x_{r0}) - F_{nf} = 0$$
(3.31)

dove m_s e m_r sono rispettivamente la massa di statore e rotore, C_s e C_r sono i coefficienti di smorzamento assiali di statore e rotore, k_{rr} è la costante di rigidezza tra il rotore e la contropiastra del freno. Il termine x_{r0} indica la posizione iniziale di equilibrio del rotore ed è stato inserito per poter considerare il ritardo introdotto dalla presenza di gioco tra i dischi del freno al primo schiacciamento. Nel caso particolare in cui $x_{r0} = 0$, non si ha gioco iniziale: statore e rotore hanno quindi la stessa posizione di partenza. F_{hyd} rappresenta la forza dovuta alla pressione idraulica nei pistoncini che muovono la piastra di pressione ed ha la seguente espressione:

$$F_{hyd} = p_p n_p \frac{R_{pe}^2 - R_{pi}^2}{R_e^2 - R_i^2}$$
(3.32)

dove p_p è la pressione nei pistoncini idraulici, n_p il numero di pistoncini, R_{pe} ed R_{pi} indicano rispettivamente il raggio esterno ed interno della superficie dei pistoncini, R_e



Figura 3.15: Schema del modello del freno utilizzato per ricavare le equazioni di moto del sistema

ed R_i sono il raggio esterno ed interno della superficie di interfaccia tra lo statore e il rotore. Il modello del freno appena presentato è stato implementato in MatLab/Simulink e riceve in ingresso la pressione idraulica nei pistoncini, regolata dall'ABS, e fornisce in uscita la forza normale nonlineare presente all'interfaccia tra i dischi. Questa è la forza di compressione che costituisce l'ingresso del modello del freno presente in MBDyn per il calcolo della coppia frenante applicata alla ruota.

3.3.3 Modello termico dei dischi

Il coefficiente d'attrito tra la pastiglia e il disco del freno dipende della loro temperatura. Per poter disporre ad ogni istante del coefficiente d'attrito corretto, è necessario realizzare un modello termico dei dischi che fornisca la loro temperatura, così da poter stimare accuratamente le prestazioni in frenata. Il modello sviluppato tiene in considerazione solo la variazione delle caratteristiche d'attrito in funzione della temperatura, mentre le caratteristiche termiche del materiale dei dischi, quali la conducibilità termica ed il calore specifico, sono considerate costanti al variare della temperatura.

La generazione di calore nel freno è dovuta alla dissipazione dell'energia cinetica del velivolo tramite attrito. Si ipotizza che la trasmissione del calore avvenga solo per conduzione e che i dischi non abbiano alcuno scambio di energia con l'ambiente esterno. Il flusso di calore viene quindi interamente accumulato nel pacco dischi. Il modello sviluppato è a parametri concentrati. Ogni disco (sia statorico che rotorico) è

discretizzato in diversi strati di uguale spessore, rappresentati da dei nodi. Ogni nodo è caratterizzato da una capacità termica C_{term} definita come:

$$C_{term} = c\rho A_{node} S_{node} \tag{3.33}$$

(a a a)

dove $c \in \rho$ sono rispettivamente il calore specifico e la densità del materiale dei dischi, A_{node} indica l'area della superficie del disco e s_{node} è lo spessore del singolo nodo. Ciascun nodo è poi collegato a quello adiacente da una resistenza termica R_{term} definita come:

$$R_{term} = \frac{s_{node}}{kA_{node}} \tag{3.34}$$

dove k indica la conducibilità termica assiale del materiale dei dischi.

La potenza termica entra nel nodo di interfaccia tra statore e rotore e si trasmette per conduzione in tutto lo spessore dei dischi. Per ogni nodo è possibile scrivere il seguente bilancio termico:

$$\frac{dT_{node}}{dt}C_{term} = \dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}$$
(3.35)

dove $\frac{dT_{node}}{dt}$ è la variazione di temperatura del nodo termico nel tempo, mentre \dot{Q}_{in} e \dot{Q}_{out} sono rispettivamente la potenza termica entrante e uscente dal nodo.

Il flusso termico viene trasmesso tra i vari nodi attraverso le resistenze termiche poste tra di essi. Per ogni interfaccia tra i nodi, è possibile scrivere la seguente equazione:

$$Q = \frac{\Delta T}{R_{term}} \tag{3.36}$$

dove Q è il flusso termico che attraversa la resistenza di interfaccia e ΔT è la differenza di temperatura tra due nodi adiacenti. La Figura 3.16 mostra lo schema del modello termico descritto.



Figura 3.16: Schema del modello termico dei dischi del freno [55]

In base alla temperatura del nodo di interfaccia tra statore e rotore, viene modificato il coefficiente d'attrito calcolato con il modello presentato nel sottoparagrafo 3.3.1, seguendo la legge che descrive la sua dipendenza dalla temperatura. Nelle simulazioni si utilizzerà un freno *Carbon-Carbon* e si confronteranno poi questi risultati con quelli ottenuti con un freno in FMC-11/ChNMKh. Poiché i materiali considerati hanno caratteristiche d'attrito differenti al variare della temperatura, nel modello sono stati inseriti due tipi di leggi.

3.3.4 Modello della valvola idraulica

L'impianto idraulico, che immette fluido in pressione nei pistoncini del freno, è comandato da una valvola che può aumentare, ridurre o mantenere costante la pressione. Essa è caratterizzata da una banda passante limitata e, in prima approssimazione, può essere modellata attraverso un filtro passa-basso del primo ordine, identificato dalla seguente funzione di trasferimento:

$$\frac{1}{1+sT_c} \tag{3.37}$$

dove T_c è il tempo caratteristico della valvola. Il modello della valvola è stato implementato in Simulink. L'ingresso del filtro è la pressione calcolata dal regolatore ABS e l'uscita è la pressione in ingresso all'impianto frenante.

4 Analisi multicorpo e implementazione del modello

In questo capitolo verranno brevemente introdotti gli elementi base dell'analisi multicorpo e dell'ambiente di simulazione MBDyn utili per la realizzazione del modello riportato in precedenza. Successivamente, si descriverà l'implementazione e la connessione dei vari modelli del sistema attraverso i programmi MBDyn e MatLab/Simulink.

4.1 Analisi multicorpo

I programmi di analisi multicorpo sono degli efficaci strumenti CAE per la simulazione del comportamento dinamico lineare e nonlineare di sistemi meccanici. Il comportamento e le prestazioni dell'intero sistema, o della maggior parte dei suoi componenti, possono essere valutati molto in anticipo rispetto al momento in cui il primo prototipo è pronto per la campagna prove [56]. L'obiettivo di questi programmi è quello di mettere a disposizione un ambiente in cui inserire i dati che definiscono il sistema meccanico di interesse e formulare automaticamente le equazioni che ne governano la cinematica e la dinamica, risolverle e fornire i risultati della simulazione in formato grafico al progettista [3].

La disciplina dell'analisi multicorpo deriva dal problema dello studio del moto di corpi rigidi proprio della meccanica classica. Newton, d'Alambert, Eulero e Lagrange hanno posto le basi per ricavare le equazioni del moto di sistemi multicorpo [56]. I sistemi multicorpo sono formati da un insieme di corpi rigidi (o deformabili), che compiono grandi spostamenti traslazionali e rotazionali nello spazio, interconnessi tra di loro da giunti rigidi (o flessibili) e soggetti ad un qualunque sistema di forze. Come in questo caso, solitamente i sistemi multicorpo sono costituiti da corpi rigidi, ma in altri casi possono comprendere corpi deformabili che sono soggetti sia a spostamenti

rigidi sia a piccole deformazioni rispetto al sistema di riferimento solidale al corpo. Nel successivo paragrafo 4.2, si descriveranno le caratteristiche degli elementi base di un modello multicorpo appena citati. La dinamica di un sistema multicorpo è descritta da un insieme di equazioni differenziali, mentre i vincoli sono descritti da equazioni algebriche. Il modello è quindi descritto da un sistema di equazioni nonlineari che possono essere equazioni differenziali ordinarie (ODE) o equazioni algebricodifferenziali (DAE). Queste equazioni vengono risolte numericamente utilizzando integratori ODE (Ordinary Differential Equations) e integratori DAE (Differential Algebraic Equations).

4.2 MBDyn

MBDyn è un programma *general purpose* ad uso libero di analisi multicorpo sviluppato presso il Dipartimento di Scienze e Tecnologie Aerospaziali del Politecnico di Milano.

MBDyn combina la multidisciplinarietà delle simulazioni multicorpo, includendo la meccanica nonlineare dei corpi rigidi e flessibili soggetti a vincoli cinematici, con i materiali intelligenti, le reti idrauliche ed elettriche, il controllo attivo e gli elementi base dell'aerodinamica di velivoli ad ala fissa e mobile. Esso è in grado di eseguire la simulazione e l'analisi di questi sistemi attraverso l'integrazione numerica. MBDyn può interfacciarsi facilmente a solutori esterni per la co-simulazione di problemi multifisici, come software CDF (Computational Fluid Dynamics) per la fluidodinamica computazionale e solutori a schemi a blocchi come Scicos, Scicoslab e Simulink. MBDyn è molto utilizzato in campo aerospaziale (velivoli, elicotteri, tiltrotor e veicoli spaziali), nel campo della produzione di energia eolica (turbine eoliche), in campo automobilistico (automobili e camion) e in campo meccatronico (robot industriali e micro aeroplani MAV) per l'analisi e la simulazione della dinamica di sistemi complessi [57].

MBDyn è un programma da riga di comando. Il modello ed il tipo di analisi da eseguire sono definiti in un file testo di input. I risultati della simulazione sono forniti

attraverso dei file di testo che è possibile importare in programmi come MatLab o Octave per eseguire il loro post-processamento e poterli mostrare sotto forma di grafici. Gli elementi base con i quali è possibile realizzare un modello multicorpo in MBDyn sono i nodi, i corpi, i giunti e le forze.

Un corpo rigido in MBDyn è costituito da tre entità distinte:

- una che possiede i gradi di libertà cinematici;
- una che possiede i gradi di libertà dinamici;
- una che possiede le proprietà inerziali.

La prima entità è il nodo strutturale (structural node); la sua posizione e il suo orientamento rispetto al sistema di riferimento globale sono i gradi di libertà del corpo. Ogni nodo strutturale ha un suo sistema di riferimento che diventa il sistema di riferimento del corpo. La seconda entità è generata automaticamente quando viene definito un "nodo dinamico" (dynamic node). In questo caso, vengono messi a disposizione della simulazione la quantità di moto ed il momento della quantità di moto del nodo. L'ultima entità è chiamata corpo (body); esso aggiunge le proprietà inerziali, massa e tensore di inerzia, ai gradi di libertà dinamici del nodo strutturale a cui è legato. Questa separazione è stata introdotta per permette la definizione di gradi di libertà cinematici (nodes) senza tenere in considerazione alcun tipo di inerzia. Inoltre, ciò permette a diverse fonti di inerzia (bodies) di essere legate indipendentemente ai gradi di libertà dinamici di ogni nodo strutturale [58]. La dinamica dei corpi deformabili è descritta attraverso una combinazione lineare di alcuni modi propri del corpo, delle matrici di massa, rigidezza e smorzamento, con l'aggiunta di termini che descrivono le nonlinearità delle forze di inerzia. Questi spostamenti infinitesimi, dovuti alle deformazioni del corpo rispetto alla condizione di riferimento, sono sovrapposti agli spostamenti finiti del nodo strutturale, che tengono in considerazione il moto di corpo rigido del componente deformabile [58].

In MBDyn sono presenti anche nodi elettrici (*electric nodes*), da utilizzare in modelli di reti elettriche, nodi idraulici (*hydraulic nodes*), che impongono la pressione in un certo punto di una rete idraulica, e nodi termici (*thermal nodes*), che rappresentano la temperatura di un punto nel modello termico di un corpo.

Per quanto riguarda gli elementi (elements), in MBDyn sono presenti elementi

strutturali, che costituiscono l'interfaccia tra i nodi strutturali e le proprietà inerziali dei corpi, elementi aerodinamici, elementi elettrici e idraulici, elementi termici, elementi di output, che servono per interfacciare MBDyn con altri programmi esterni, e elementi generici, necessari tra le altre cose per definire forze esterne e utilizzare moduli definiti dall'utente.

I giunti (*joints*) sono elementi strutturali che rappresentano le connessioni tra i nodi strutturali e sono assunti come ideali, senza gioco e privi di peso. Essi impongono dei vincoli cinematici tra le coordinate dei nodi che collegano e riducono i gradi di libertà del sistema. Tali vincoli vengono introdotti sotto forma di equazioni algebriche. Questi sono i giunti rigidi, i quali impongono delle forze in modo tale da bloccare alcuni gradi di libertà. I giunti che introducono forze e momenti dipendenti dalla configurazione dei nodi sono i giunti flessibili, come aste, funi, travi e giunti elastici. Per questi elementi è necessario definire la legge costitutiva che li caratterizza.

Le forze (*forces*) sono elementi generici che costituiscono il termine noto delle equazioni. L'elemento forza strutturale (*structural force*) applica forze interne o esterne ai nodi strutturali. Esse sono formate da tre componenti che possono dipendere da parametri arbitrari (solitamente dal tempo di simulazione). Gli elementi forza non influenzano i gradi di libertà del sistema, ma possono introdurre condizioni al contorno al sistema di equazioni differenziali del modello multicorpo. Allo stesso modo, in MBDyn è possibile introdurre delle coppie sui nodi.

Infine, in MBDyn sono presenti elementi di output che si occupano dell'interfaccia con programmi esterni. Attraverso l'elemento *stream output*, è possibile comunicare dati della simulazione ad altri programmi, come Simulink, per ulteriori elaborazioni e co-simulazioni.

4.3 Implementazione del modello

Il modello del velivolo completo è costituito dalla connessione di diversi componenti: struttura del velivolo, ruota, pneumatico e impianto frenante. Tutti i sottomodelli sono stati implementati in MBDyn, fatta eccezione per quello della forza di contatto tra lo
statore e il rotore del freno e quello della valvola dell'impianto frenante che sono stati implementati in Simulink, così come l'algoritmo di controllo dell'ABS.

4.3.1 Struttura del velivolo

Il modello multicorpo della struttura del velivolo in MBDyn è composto da 2 nodi strutturali:

- 1. un nodo dinamico che rappresenta il velivolo;
- 2. un nodo dinamico che rappresenta la ruota.

Il terreno è rappresentato attraverso un nodo statico vincolato al sistema di riferimento globale attraverso un incastro (*clamp*) per bloccare tutti i suoi gradi di libertà. Tra il nodo del velivolo e quello del terreno sono presenti il giunto *in plane*, che vincola il nodo del velivolo a muoversi solamente nel piano di simmetria del velivolo (frenata simmetrica), e il giunto *prismatic*, che blocca le rotazioni relative tra i due nodi, trascurando così il moto di beccheggio. Il nodo della ruota è collegato a quello del velivolo attraverso una cerniera (giunto *revolute hinge*) che permette la sola rotazione relativa attorno all'asse della ruota.



Figura 4.1: Schema del modello multicorpo del velivolo

La Figura 4.1 mostra il posizionamento dei tre nodi nel sistema di riferimento globale e i sistemi di riferimento di ogni nodo. I nodi della ruota e del velivolo sono collocati rispettivamente nel baricentro della ruota e del velivolo. A questi nodi sono associati due elementi *body* che rappresentano la massa e il tensore di inerzia di ruota e velivolo. In questo caso, la struttura del carrello d'atterraggio è assunta come rigida. Per considerare la deformabilità della gamba del carrello d'atterraggio ed osservare gli effetti del *gear walk* sulla frenata e sul regolatore ABS, bisogna aggiungere un nodo strutturale che rappresenta la gamba del carrello e legare ad esso un elemento *body* per conferire le sue proprietà inerziali. Oltre ai giunti definiti nel precedente modello, ora si introducono una cerniera (*revolute hinge*) e una cerniera deformabile (*deformable hinge*) tra il nodo della gamba e il nodo del velivolo, al fine di modellare la deformabilità della gamba con una cedevolezza concentrata, come descritto nel sottoparagrafo 3.1.1. In MBDyn, la *deformable hinge* corrisponde ad una molla angolare con una legge costitutiva elastica lineare isotropica (*linear elastic isotropic*), caratterizzata da una costante di rigidezza.



Figura 4.2:Schema del modello multicorpo del velivolo con carrello d'atterraggio deformabile

La Figura 4.2 mostra il posizionamento dei nodi del modello del velivolo con carrello d'atterraggio deformabile rispetto al sistema di riferimento globale e i sistemi di riferimento di ogni nodo.

I valori dei parametri inseriti nel modello strutturale del velivolo sono riportati in Tabella 4.1.

Descrizione	Dato	Valore
Massa metà velivolo	m_v	1500 Kg
Massa ruota	m_r	20 Kg
Momento di inerzia polare della ruota	J_r	5 Kgm ²
Massa gamba carrello	m_g	20 Kg
Momento di inerzia baricentrico gamba carrello	J_g	0,817 Kgm ²
Lunghezza gamba carrello	l_g	0,7 m
Rigidezza molla angolare gear walk	K_{θ}	6,67·10 ⁶ Nm/rad
Distanza tra baricentro velivolo e asse ruota	x_{cg}^V	0,482 m

Tabella 4.1: Dati utilizzati nel modello strutturale del velivolo

4.3.2 Pneumatico

Il modello dello pneumatico descritto nel paragrafo 3.2 è implementato nel modulo *wheel2* di MBDyn. Il modulo *wheel2* riceve come ingressi il nodo della ruota e il nodo del terreno, la direzione dell'asse di rotazione della ruota e la direzione ortogonale al terreno, il raggio e la pressione di gonfiaggio della ruota, il raggio del toro e l'esponente della reazione politropica attraverso la quale viene modellata la reazione verticale dello pneumatico. Inoltre, si devono inserire le curve che esprimono la dipendenza del coefficiente d'attrito longitudinale tra pneumatico e terreno dallo slittamento e del coefficiente d'attrito trasversale dall'angolo di deriva. La prima delle due curve dipende dalle condizioni della superficie della pista. Per poter considerare il cambiamento improvviso delle condizioni dell'asfalto, come può avvenire nel caso in cui sia presente una pozza d'acqua lungo la pista, è stato aggiornato il modulo *wheel2*, che ora offre la possibilità di inserire contemporaneamente due curve d'attrito tra lo pneumatico e di lerreno. Queste curve

devono essere definite per punti nel file input di MBDyn. Nella Figura 4.3 si riportano i grafici delle curve utilizzate nelle simulazioni.

Il modulo *wheel2* calcola le componenti della forza di contatto tra lo pneumatico e la pista, applicandole al nodo strutturale della ruota nel punto di contatto con il terreno. In Tabella 4.2 si riportano i valori dei parametri utilizzati nel modello dello pneumatico.



Figura 4.3: Curve del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e la pista in funzione dello slittamento e delle condizioni della pista inserite nel modulo *wheel2* di MBDyn

Descrizione	Dato	Valore
Raggio ruota	R	0,35 m
Raggio interno toro	r	0,1 m
Coefficiente volume toro	C_{vol}	0,8
Pressione di gonfiaggio	p_0	0,5 MPa
Esponente politropica	γ	1,3
Velocità di riferimento	v_z^{ref}	1 m/s

Tabella 4.2: Parametri utilizzati nel modello dello pneumatico

4.3.3 Impianto frenante

Il modello dell'impianto frenante è composto da vari sottomodelli, alcuni implementati in MBDyn altri in Simulink. Nella Figura 4.4, si osserva il diagramma a blocchi del modello completo dell'impianto frenante, composto dal modello della valvola, dal modello della forza normale di contatto tra statore e rotore, dal modello d'attrito e da quello termico dei dischi del freno. I primi due modelli sono stati implementati in Simulink, mentre gli altri in MBDyn.



Elemento brake

Figura 4.4: Schema a blocchi del modello completo dell'impianto frenante

Il modello della valvola, implementato in Simulink attraverso il blocco "Transfer function", riceve in ingresso la pressione calcolata dal regolatore ABS e fornisce la pressione reale presente nei pistoncini idraulici del freno. Tale valore della pressione costituisce l'ingresso del modello della forza di contatto statore/rotore, il quale calcola la forza di compressione applicata al freno. Questo modello contiene le equazioni del moto di statore e rotore riportate nel sottoparagrafo 3.3.2. Le espressioni delle accelerazioni di statore e rotore, ricavate da (3.30) e da (3.31), sono inserite in Simulink mediante il blocco "Function", il quale permette la scrittura di funzioni definite dall'utente. Integrando le accelerazioni attraverso i blocchi "Integrator", si ottengono le velocità e le posizioni di statore e rotore. Queste ultime sono utilizzate per il calcolo della forza normale di contatto tra i dischi, scrivendo in un altro blocco "Function" l'espressione (3.29).

In MBDyn, il modello del freno (presentato nel sottoparagrafo 3.3.1) è implementato nell'elemento *brake*, il quale riceve in ingresso il valore della forza normale con cui è compresso il freno e calcola la coppia frenante da applicare al nodo della ruota. La forza di compressione del freno viene inserita nell'elemento *brake* di MBDyn

attraverso il *drive caller* chiamato *file*. Il modello d'attrito *thermal modlugre* calcola il coefficiente d'attrito tra statore e rotore tenendo in considerazione la dipendenza dalla temperatura dei dischi. La temperatura è calcolata attraverso il modello termico descritto nel sottoparagrafo 3.3.3. I dischi vengono discretizzati attraverso dei nodi termici (*thermal nodes*), ai quali sono legati gli elementi capacità termica (*thermal capacitance*). Ogni nodo è poi collegato ad un altro da un elemento resistenza termica (*thermal resistance*). E' stato preso in considerazione un freno *Carbon-Carbon*, che presenta la dipendenza del coefficiente d'attrito dalla temperatura mostrata in Figura 4.5. Poiché si vuole confrontare il comportamento dell'ABS che si ha utilizzando questo freno con quello che si ha utilizzando un freno con rotore in acciaio (materiale ChNMKh) e pastiglie metallo-ceramiche (materiale FMC-11), si è realizzato un secondo modello termico. L'andamento del coefficiente d'attrito in funzione della temperatura in questo caso è differente dal precedente ed è mostrato in Figura 4.6.



Figura 4.5: Curva che esprime l'andamento del coefficente d'attrito del freno *Carbon-Carbon* in funzione della temperatura [55]

Il freno considerato è composto da un rotore schiacciato tra due dischi statorici. Sono stati definiti quindi due elementi *brake*, uno per ogni interfaccia tra statore e rotore. Per l'implementazione del modello completo del freno, si è sfruttata la potenzialità dell'ambiente multicorpo, e in particolare del programma MBDyn, di integrare dei



Figura 4.6: Curva che esprime la dipendenza del coefficiente d'attrito dalla temperatura per il freno FMC-11/ChNMKh [43]

Descrizione	Dato	Valore
Raggio interno statore	R_i^{stat}	0,0477 m
Raggio esterno statore	R_e^{stat}	0,1065 m
Raggio interno rotore	R_i^{rot}	0,0587 m
Raggio esterno rotore	R_e^{rot}	0,1028 m
Spessore statore	s _{stat}	0,015 m
Spessore rotore	S _{rot}	0,015 m
Spessore singolo nodo termico	S _{node}	0,001 m

Tabella 4.3: Dati relativi alla geometria dei dischi del freno

modelli già esistenti con altri modelli, implementati anche in programmi esterni.

I dati relativi alla geometria del freno sono riportati in Tabella 4.3.

I dati relativi alle proprietà termofisiche dei materiali considerati per i dischi del freno sono riportati in Tabella 4.4.

Materiale	Densità	Calore specifico	Conducibilità termica assiale
	ρ	С	k
Carbonio	1800 kg/m ³	1420 J/KgK	10 W/mK
FMC-11	4700 kg/m ³	500 J/KgK	34,3 W/mK
ChNMKh	7100 kg/m ³	500 J/KgK	51 W/mK

Tabella 4.4: Proprietà termofisiche dei materiali con i quali sono realizzati i dischi del freno [43]

4.3.4 Regolatore ABS standard

Il regolatore ABS standard si basa sulla logica di controllo PID ed è implementato in Simulink attraverso il blocco "PID controller" a tempo continuo. Viene utilizzato il metodo anti-windup "clamping", con limite di saturazione superiore, per inizializzare correttamente il termine integrale del regolatore. Riceve in ingresso l'errore tra il coefficiente di slittamento ottimo e il coefficiente di slittamento attuale. Le informazioni per il calcolo dello slittamento attuale vengono ricavate dal modello in MBDyn tramite l'elemento *stream output*. L'uscita del regolatore è il valore della pressione idraulica in ingresso al modello della valvola.

Questo regolatore necessita delle misure della velocità angolare della ruota, della velocità longitudinale dell'asse della ruota e del raggio di rotolamento per ricavare il valore attuale del coefficiente di slittamento.

4.3.5 Regolatore ABS innovativo

Il regolatore ABS autoregolante a sei stati, presentato in [35], è in grado di seguire il valore ottimo del coefficiente di slittamento dello pneumatico con l'utilizzo della sola misura della velocità angolare della ruota e della stima dell'accelerazione angolare e della sua derivata temporale. L'algoritmo di controllo è robusto rispetto alle variazioni delle condizioni della pista ed offre la possibilità di tenere in considerazione la dinamica dell'impianto di attuazione.

Per questo motivo, tale regolatore viene definito nel presente lavoro come ABS innovativo ed è implementato in Simulink attraverso il blocco "MATLAB Function". Riceve come ingresso la velocità angolare ω della ruota, l'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e

la derivata temporale dell'accelerazione angolare $\ddot{\omega}$. La velocità angolare viene ricavata dal modello strutturale in MBDyn attraverso l'elemento *stream output*. Per ricavare il valore di $\dot{\omega}$, si effettua in Simulink una derivata numerica per differenze finite del segnale ω . Si utilizza il medesimo procedimento per ottenere $\ddot{\omega}$ da $\dot{\omega}$. L'uscita del regolatore è il valore della pressione idraulica in ingresso al modello della valvola.

4.3.6 Parametri della simulazione

Nel file input di MBDyn si specificano le condizioni iniziali del sistema, cioè la posizione, l'orientamento, la velocità e la velocità angolare iniziali dei nodi strutturali e la temperatura iniziale dei nodi termici.

Il problema ai valori iniziali viene risolto tramite integrazione numerica con l'utilizzo di un metodo *multistep* incondizionatamente stabile. In MBDyn, questo metodo è richiamato attraverso la sigla "ms". Il passo temporale di integrazione utilizzato è $\Delta t = 3 \cdot 10^{-5}$ s. Esso viene tenuto costante per tutta la durata della simulazione.

In Simulink, è stato utilizzato un solutore a passo fisso ("ode3") con lo stesso Δt usato in MBDyn.

Il periodo di campionamento dei regolatori ABS implementati in Simulink coincide con il passo di integrazione Δt .

5 Legge di controllo del regolatore ABS

L'obiettivo principale delle strategie di controllo ABS è quello di inseguire il valore ottimale di slittamento dello pneumatico per ottenere la massima forza frenante e minimizzare lo spazio ed il tempo di frenata. Questo obiettivo deve essere conseguito in presenza di grandi incertezze e mantenendo dei costi contenuti. Le incertezze sono dovute alle condizioni della strada, alla dinamica degli attuatori idraulici, al comportamento dello pneumatico, ecc. Inoltre, la necessità di contenere i costi dei componenti, pone un limite sul numero dei sensori e sulla qualità degli attuatori [35]. La legge di controllo innovativa per il regolatore ABS utilizzata in questo lavoro, consiste in una strategia di controllo autoregolante a stati, che richiede solo la misura della velocità angolare della ruota e la stima dell'accelerazione angolare. Tale legge di controllo è robusta rispetto alle variazioni delle condizioni della pista e alle incertezze sui parametri dei componenti dell'impianto frenante. Questa è stata poi confrontata con un algoritmo di controllo standard, basato su un regolatore PID che controlla direttamente il valore di slittamento dello pneumatico. Teoricamente, il controllo diretto dello slittamento sarebbe il metodo ideale per la regolazione della frenata, tuttavia presenta due problemi principali: il valore ottimo dello slittamento, che è sconosciuto a priori, deve essere identificato e la velocità del velivolo deve essere misurata o stimata in modo economico ed affidabile [35].

Attraverso delle simulazioni sul modello precedentemente descritto, si osserverà il comportamento delle due leggi di controllo.

5.1 Analisi del modello

Come riportato nel capitolo 3, dal momento che si vuole simulare la frenata simmetrica di un velivolo, il modello utilizzato è la rappresentazione di mezzo velivolo e della ruota del carrello d'atterraggio principale. L'intero sistema può essere descritto dalle equazioni (3.1) e (3.3), riportate di seguito per chiarezza:

$$\begin{cases} m_{tot}\dot{v}_x = F_x(\lambda) \\ J_r\dot{\omega} = -R_r F_x(\lambda) - C_f \end{cases}$$
(5.1)

Esse descrivono rispettivamente la dinamica del velivolo e la dinamica della ruota.

Come si può osservare dalla Tabella 5.1, durante una frenata, lo slittamento dello pneumatico e la forza $F_x(\lambda)$ assumono valori negativi.

Il coefficiente di slittamento λ , così come è stato definito nel sottoparagrafo 3.2.2 per il modello dello pneumatico implementato in MBDyn, assume, al contrario, valori positivi in frenata. Per rendere la successiva trattazione dell'algoritmo di controllo più lineare, si fornisce ora una nuova definizione per il coefficiente di slittamento, data dalla seguente espressione:

$$\lambda = \frac{\omega R_r - v_x}{v_x} \tag{5.2}$$

In frenata, quando la velocità del punto di contatto della ruota sul terreno ωR_r è minore della velocità longitudinale del velivolo v_x , il coefficiente di slittamento assume valori negativi. Si fa notare che, nell'espressione del coefficiente di slittamento, la velocità longitudinale dell'asse della ruota è stata approssimata con la velocità longitudinale del velivolo. Questo è stato fatto per semplificare la trattazione e perché, nel caso base delle simulazioni con gamba del carrello rigida, i valori delle due velocità coincidono. Dalle successive simulazioni sugli effetti del *gear* walk, si vedrà che questa approssimazione non influisce sull'efficienza del regolatore. L'equazione differenziale della dinamica della ruota, cioè la seconda equazione del sistema (5.1), può essere riscritta nel modo seguente:

$$J_r \dot{\omega} = -R_r F_x(\lambda) - K_f p_p \tag{5.3}$$

dove la coppia frenante C_f viene espressa in funzione della pressione idraulica nei pistoncini p_p e di un guadagno $K_f > 0$ che tiene conto della forza nonlineare di compressione del freno, del coefficiente di attrito e della temperatura dei dischi.

5.2 ABS con legge di controllo autoregolante a sei stati

L'ABS innovativo implementato utilizza una strategia di controllo autoregolante a sei stati [35] che si basa su due ipotesi:

- la curva che esprime la dipendenza della forza longitudinale dello pneumatico dallo slittamento ha un unico minimo (Figura 5.1);
- la valvola idraulica può incrementare, ridurre e mantenere costante la pressione nell'impianto frenante dopo un certo intervallo di tempo, il quale è determinato dalla banda passante della valvola.

Tale legge di controllo non ha bisogno di informazioni riguardo lo slittamento dello pneumatico, la pressione idraulica e la coppia frenante, ma sono richieste solo la misura della velocità angolare della ruota, la stima dell'accelerazione angolare e della derivata temporale dell'accelerazione angolare, rendendo così necessario l'utilizzo di un solo sensore.



Figura 5.1: Forza longitudinale dello pneumatico in funzione dello slittamento [35]

5.2.1 Principio di funzionamento e proprietà del sistema

Si realizza una frenata ottima quando la forza longitudinale F_x scambiata tra lo pneumatico e la pista assume il valore massimo (in modulo). La strategia di controllo presentata può essere vista come un algoritmo di ricerca del minimo (*minimum-seek algorithm*). La curva che esprime la dipendenza della forza longitudinale dallo slittamento può essere divisa in una "zona stabile", compresa tra i valori di

slittamento nullo e ottimo λ_{opt} , e in una "zona instabile", compresa tra il valore di slittamento ottimo λ_{opt} e -1. Osservando la Figura 5.2, si può notare che un qualsiasi punto di lavoro nella "zona stabile" della curva, con slittamento $\lambda_s \in (\lambda_{opt}, 0]$, è un punto di equilibrio asintoticamente stabile. Infatti, dalla Figura 3.6 si evince che, applicando alla ruota una coppia frenante costante, se il valore del coefficiente di slittamento diminuisce rispetto a λ_s , quindi la ruota tende a rallentare, il valore della forza longitudinale F_x diminuisce (aumenta in modulo) e tende a far accelerare la ruota, riportando il sistema al punto di equilibrio λ_s . Lo stesso comportamento si ha nel caso in cui il valore dello slittamento aumenta rispetto a λ_s . Al contrario, un punto di lavoro nella "zona instabile", con slittamento $\lambda_i \in [-1, \lambda_{opt})$, è un punto di equilibrio instabile. Infatti, operando come in precedenza, se il valore del coefficiente di slittamento diminuisce rispetto a λ_i , quindi la ruota tende a bloccarsi, il valore della forza longitudinale F_x aumenta (diminuisce in modulo) e tende a far rallentare ulteriormente la ruota, allontanando il sistema dal punto λ_i . Il medesimo comportamento si ha nel caso in cui il valore dello slittamento aumenta rispetto a λ_i .



Figura 5.2: Curva $F_x(\lambda)$ divisa in una "zona stabile", a destra di λ_{opt} , e in una "zona instabile", a sinistra di λ_{opt}

Preso atto di questo, è prima di tutto necessario trovare un metodo per determinare da quale parte rispetto al minimo della curva si trova il punto di lavoro. In seguito, la legge di controllo dell'ABS regola la pressione nel freno in modo tale da passare da una zona all'altra della curva. In questo modo, viene instaurato un ciclo limite attorno al valore ottimo dello slittamento λ_{opt} e al minimo della forza longitudinale F_x . Ricavando l'espressione della pressione idraulica p_p presente nell'impianto frenante dalla (5.3) si ottiene:

$$p_p(\lambda, \dot{\omega}) = \frac{-R_r F_x(\lambda) - J_r \dot{\omega}}{K_f}$$
(5.4)

Per un valore costante dell'accelerazione angolare della ruota $\dot{\omega} = a$, la curva $p_p(\lambda, a)$ ha la stessa forma della curva $F_x(\lambda)$. Inoltre, se $a_2 > a_1$, allora $p_p(\lambda, a_2) < p_p(\lambda, a_1)$; di conseguenza, ogni valore di accelerazione $\dot{\omega}$ definisce un'unica curva $p_p(\lambda, \dot{\omega})$ che non ne interseca nessun'altra. In altro modo, dati i valori di pressione p_p e del coefficiente di slittamento λ , il valore di accelerazione angolare della ruota $\dot{\omega}$ è univocamente definito. Per ogni valore di $\dot{\omega}$, il valore ottimo dello slittamento per la curva $p_p(\lambda, \dot{\omega})$ è sempre il medesimo [35]. Le caratteristiche appena descritte possono essere osservate in Figura 5.3, che sarà utilizzata successivamente per analizzare il comportamento dinamico della ruota durante la frenata e per presentare la strategia di controllo.



Figura 5.3: Grafico qualitativo della curva $p_p(\lambda, \dot{\omega})$ [35]

Ulteriori informazioni sulla dinamica della ruota possono essere ricavate calcolando, dalla (5.2), la derivata temporale del coefficiente di slittamento:

$$\dot{\lambda} = R_r \frac{\dot{\omega} v_x - \omega \dot{v}_x}{v_x^2} \tag{5.5}$$

Da questa espressione è possibile notare che al tendere a zero della velocità del velivolo v_x , il coefficiente di slittamento λ varia più velocemente rispetto a quando il velivolo possiede velocità maggiori. Poiché la dinamica della ruota diventa sempre più rapida per velocità del velivolo vicino allo zero, le prestazioni dei regolatori ABS peggiorano molto a basse velocità e, in alcuni casi, possono anche diventare instabili. Per questa ragione, durante le simulazioni, la frenata è considerata conclusa quando il velivolo raggiunge una velocità di rullaggio pari a 5 m/s.

L'equazione (5.5) permette di evidenziare alcune importanti proprietà del sistema:

Proprietà 1

Se $\dot{\omega} \ge 0$ allora $\dot{\lambda} > 0$.

Dimostrazione: Il segno di $\dot{\lambda}$ è il segno del termine $\dot{\omega}v_x - \omega\dot{v}_x$. Durante la frenata $\dot{v}_x \leq 0$ e la velocità angolare della ruota ω è limitata dal valore della velocità del velivolo: $v_x \geq R_r \omega \geq 0$. Di conseguenza, se $\dot{\omega} \geq 0$ allora $\dot{\lambda} > 0$ e il valore dello slittamento aumenta (diminuisce in modulo).

Proprietà 2

Esiste un valore limitato $\dot{\omega}_N$ per l'accelerazione angolare della ruota tale che se $\dot{\omega} \leq \dot{\omega}_N$ allora $\dot{\lambda} < 0$.

Dimostrazione: dal momento che, durante la frenata, l'accelerazione longitudinale minima \dot{v}_x (massima forza frenante nelle migliori condizioni) è limitata ($A_x^{min} \le \dot{v}_x \le 0$) e che si ha $v_x \ge R_r \omega \ge 0$, esiste un valore limitato di accelerazione angolare tale che è assicurata la condizione $\dot{\lambda} < 0$. Tale valore è dato da $\dot{\omega}_N = A_x^{min}/R_r$. Questo si deve al fatto che se:

$$\dot{\omega} < \frac{A_x^{min}}{R_r} = \frac{A_x^{min}\omega}{R_r\omega} \le \frac{A_x^{min}\omega}{v_x} \le \frac{\dot{v}_x\omega}{v_x}$$
(5.6)

allora $\dot{\lambda} < 0$ perché il numeratore della (5.5) è negativo.

Si definiscono ora due parametri di progetto: $\dot{\omega}_p \ge 0$ e $\dot{\omega}_n \le \dot{\omega}_N < 0$. Se $\dot{\omega} \ge \dot{\omega}_p$ allora, grazie alla Proprietà 1, si ha $\dot{\lambda} > 0$. Se $\dot{\omega} \le \dot{\omega}_n$ allora, grazie alla Proprietà 2, si ha $\dot{\lambda} < 0$. Entrambi i parametri devono essere tarati per ottenere le migliori prestazioni possibili in frenata.

Tornando alla Figura 5.3, si osserva che tra le due curve $p_p(\lambda, \dot{\omega}_N)$, dove $\dot{\lambda} < 0$, e $p_p(\lambda, \dot{\omega}_p)$, dove $\dot{\lambda} > 0$, giace la curva $p_{p0}(\lambda, \dot{\omega}_0)$ tale che $\dot{\lambda} = 0$. Sotto quest'ultima curva, lo slittamento aumenta per ogni valore di λ e di $\dot{\omega}$. Al contrario, sopra la curva $p_{p0}(\lambda, \dot{\omega}_0)$, lo slittamento diminuisce per ogni valore di λ e di $\dot{\omega}$. Se la pressione idraulica p_p viene mantenuta costante, i punti sulla curva $p_{p0}(\lambda, \dot{\omega}_0)$ a destra del massimo sono punti di equilibrio asintoticamente stabile, mentre i punti a sinistra del massimo sono punti di equilibrio instabile.

Per ogni valore della pressione p_p , se $\dot{\omega} \ge \dot{\omega}_p$ allora lo slittamento aumenta, se $\dot{\omega} \le \dot{\omega}_N$ allora lo slittamento diminuisce. Di conseguenza, dalla misura dell'accelerazione angolare della ruota è possibile ricavare delle informazioni a proposito del coefficiente di slittamento.

Il passo successivo consiste nel capire se un punto di lavoro della ruota è stabile o instabile. Per fare ciò, è necessario derivare rispetto al tempo l'equazione (5.3), riportata di seguito per chiarezza:

$$J_r \dot{\omega} = -R_r F_x(\lambda) - K_f p_p \tag{5.7}$$

Oltre all'accelerazione angolare, i termini tempo-varianti sono lo slittamento λ , quindi la forza longitudinale $F_x(\lambda)$, ed il guadagno del freno K_f perché influenzato dalla temperatura dei dischi. La derivata temporale della (5.7) è:

$$J_r \ddot{\omega} = -R_r \frac{\partial F_x}{\partial \lambda} \dot{\lambda} - \dot{K}_f p_p - K_f \dot{p}_p \tag{5.8}$$

Dalla Figura 5.4 si osserva che il punto di lavoro della ruota si trova nella zona stabile se $\partial F_x/\partial \lambda > 0$. Assumendo che $\dot{\lambda} \neq 0$, dalla (5.8) si ricava l'espressione di $\partial F_x/\partial \lambda$:

$$\frac{\partial F_x}{\partial \lambda} = -\frac{1}{R_r \dot{\lambda}} \left(J_r \ddot{\omega} + \dot{K}_f p_p + K_f \dot{p}_p \right)$$
(5.9)

I termini $\dot{K}_f(t) \in K_f(t)$ della (5.9) sono sconosciuti.



Figura 5.4: Forza longitudinale tra pneumatico e pista in funzione dello slittamento durante la fase di frenata

Proprietà 3

Se la pressione p_p è costante e $\dot{\omega} \leq \dot{\omega}_n$ allora:

$$\frac{\partial F_{x}}{\partial \lambda} < 0 \Leftrightarrow \left(J_{r} \ddot{\omega} + \dot{K}_{f} p_{p} \right) < 0 \tag{5.10}$$

Dimostrazione: Poiché $\dot{\omega} \leq \dot{\omega}_n$, per la Proprietà 2 si ha $\dot{\lambda} < 0$. La relazione (5.10) può essere quindi ricavata dalla (5.9) considerando $\dot{p}_p = 0$.

Proprietà 4

Se la pressione p_p è costante e $\dot{\omega} \ge \dot{\omega}_p$ allora:

$$\frac{\partial F_x}{\partial \lambda} > 0 \Leftrightarrow \left(J_r \ddot{\omega} + \dot{K}_f p_p \right) < 0 \tag{5.11}$$

Dimostrazione: Poiché $\dot{\omega} \ge \dot{\omega}_p$, per la Proprietà 1 si ha $\dot{\lambda} > 0$. La relazione (5.11) può essere quindi ricavata dalla (5.9) considerando $\dot{p}_p = 0$.

La Proprietà 3 e la Proprietà 4 richiedono la derivata seconda rispetto al tempo della velocità angolare ω della ruota per determinare quando il punto di lavoro passa dalla zona stabile alla zona instabile e viceversa. Viene utilizzata la soglia $\ddot{\omega} < 0$ per determinare in modo approssimato quando lo slittamento passa da $\lambda = \lambda_{opt}$. I termini sconosciuti della (5.10) e della (5.11), che si riferiscono al guadagno del freno, hanno l'effetto di ritardare o anticipare l'azione di controllo. Tuttavia, se questi termini sono sufficientemente piccoli, tale anticipo o ritardo non incide in modo considerevole sull'efficienza del controllo, come si vedrà dalle simulazioni.

5.2.2 Algoritmo della strategia di controllo

La strategia di controllo utilizzata si basa sui seguenti requisiti e assunzioni:

- 1. la velocità angolare ω della ruota è misurata. L'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e la derivata temporale dell'accelerazione angolare $\ddot{\omega}$ della ruota vengono stimate;
- la curva F_x(λ) che descrive l'andamento della forza longitudinale tra lo pneumatico e la pista in funzione dello slittamento λ ha un unico minimo nell'intervallo −1 ≤ λ < 0;
- 3. ogni azione di controllo (pressione costante, incremento pressione e riduzione pressione) è assicurata entro un ritardo temporale limitato. La costante di tempo T_c della valvola idraulica è nota.

La strategia di controllo proposta è basata su un algoritmo a sei stati più uno di attivazione. Il diagramma degli stati dell'algoritmo è riportato in Figura 5.5.

Si indica con k l'istante di campionamento corrente e con T il periodo di campionamento del regolatore.



Figura 5.5: Diagramma degli stati dell'algoritmo di controllo

Le tre azioni di controllo previste sono:

• INCREASE: $p_{reg}(k+1) = p_{reg}(k) + \Delta p_{inc}T$

La pressione idraulica nei pistoncini del freno viene incrementata;

• HOLD: $p_{reg}(k+1) = p_{reg}(k)$

La pressione idraulica nei pistoncini del freno è mantenuta costante;

• **DECREASE:** $p_{reg}(k+1) = p_{reg}(k) + \Delta p_{dec}T$

La pressione idraulica nei pistoncini del freno viene ridotta.

I parametri $\Delta p_{inc} > 0$ e $\Delta p_{dec} < 0$ vanno impostati tenendo conto della dinamica dell'impianto idraulico che alimenta il freno e in modo tale da migliorare le prestazioni del sistema.

Il ciclo base di lavoro dell'algoritmo è dato dalla sequenza degli stati (1)-(2)-(3)-(4)-(5)-(6)-(1), come mostrato in Figura 5.6.

Di seguito si riporta la descrizione dei diversi stati:

(0) Azione di controllo: INCREASE

Operazioni:

- Attivazione. Se $\dot{\omega} < \dot{\omega}_0$ allora lo stato successivo è (3).

Descrizione:

Il regolatore ABS non è ancora attivo. Questo stato ha il compito di simulare l'aumento di pressione nell'impianto frenante all'inizio della frenata. Quando il siste-



Figura 5.6: Ciclo base di lavoro dell'algoritmo nel piano $p_p - \lambda$ [35]

ma rileva un imminente bloccaggio della ruota, rappresentato dal superamento di un valore soglia dell'accelerazione angolare della ruota ($\dot{\omega}_0$), il regolatore ABS viene attivato e si passa allo stato 3 che riduce la pressione frenante.

(1) Azione di controllo: HOLD (required)

Operazioni:

- se $\omega = 0$ allora lo stato successivo è (3);
- se p_p è costante allora lo stato successivo è (2).

Descrizione:

Questo stato costituisce la compensazione dei ritardi di attuazione. Si permane in questo stato il tempo necessario a far esaurire il transitorio della valvola, con costante di tempo T_c , in modo tale da avere sicuramente una pressione costante nei pistoncini del freno.

(2) Azione di controllo: HOLD

Operazioni:

- se $\omega = 0$ allora lo stato successivo è (3);
- se $\dot{\omega} \ge \dot{\omega}_p$ allora lo stato successivo è (5);

- se $\ddot{\omega} \leq 0$ allora lo stato successivo è (3). Caso (a) di Figura 5.6;
- se $\dot{\omega} \ge \dot{\omega}_n$ allora lo stato successivo è (6). Caso (c) di Figura 5.6.

Descrizione:

Il transitorio della valvola si è esaurito negli stati (1) o (4) e la pressione idraulica p_p può essere considerata costante. E' possibile avere i tre casi (a), (b) e (c) di Figura 5.6. Nel caso (b), la pressione p_p è mantenuta costante fintantoché $\lambda > \lambda_{opt}$ e $\dot{\lambda} < 0$, cioè fino a quando non si passa dalla zona stabile alla zona instabile della curva $F_x(\lambda)$.

La seconda operazione è utile nel caso di un repentino cambiamento delle condizioni della pista.

La terza operazione corrisponde alla Proprietà 3.

La quarta operazione è necessaria per ristabilire un'accelerazione angolare $\dot{\omega} \leq \dot{\omega}_n$. In questo modo, si potrebbe instaurare un sottociclo (1)-(2)-(6)-(1) per far avvicinare il valore di λ a λ_{opt} .

(3) Azione di controllo: DECREASE

Operazioni:

- se $\dot{\omega} \ge \dot{\omega}_p$ allora lo stato successivo è (4).

Descrizione:

Questa azione di controllo viene attivata quando il punto di lavoro della ruota è nella zona instabile della curva $F_x(\lambda)$ o quando la ruota è bloccata.

Riducendo la pressione idraulica nel freno, il termine $R_r F_x(\lambda)$ diventa dominante nell'equazione (5.3) e l'accelerazione angolare della ruota diventa positiva.

(4) Azione di controllo: HOLD (required)

Operazioni:

- se $\omega = 0$ allora lo stato successivo è (3);
- se p_p è costante allora lo stato successivo è (5).

Descrizione:

Questo stato costituisce la compensazione dei ritardi di attuazione, come per lo stato (1). Si permane in questo stato il tempo necessario a far esaurire il transitorio della valvola, con costante di tempo T_c , in modo tale da avere sicuramente una pressione costante nei pistoncini del freno.

(5) Azione di controllo: HOLD

Operazioni:

- se $\omega = 0$ allora lo stato successivo è (3);
- se $\dot{\omega} \leq \dot{\omega}_n$ allora lo stato successivo è (2);
- se $\ddot{\omega} \leq 0$ allora lo stato successivo è (6). Caso (e) di Figura 5.6.

Descrizione:

Simile allo stato (2). Il transitorio della valvola si è esaurito negli stati (4) o (1) e la pressione idraulica p_p può essere considerata costante. E' possibile avere i due casi (d) ed (e) di Figura 5.6. Nel caso (d), la pressione p_p è mantenuta costante fintantoché $\lambda < \lambda_{opt}$ e $\dot{\lambda} > 0$, cioè fino a quando non si passa dalla zona instabile alla zona stabile della curva $F_x(\lambda)$.

La seconda operazione è utile nel caso di un repentino cambiamento delle condizioni della pista.

La terza operazione corrisponde alla Proprietà 4.

(6) Azione di controllo: INCREASE

Operazioni:

- se $\omega = 0$ allora lo stato successivo è (3);
- se $\dot{\omega} \leq \dot{\omega}_n$ allora lo stato successivo è (1);

Descrizione:

Questo stato si attiva quando il punto di lavoro della ruota è nella zona stabile della curva $F_x(\lambda)$. Incrementando la pressione idraulica nel freno, il termine $K_f p_p$ diventa dominante nell'equazione (5.3) e l'accelerazione angolare della ruota diventa negativa.

5.2.3 Taratura dei parametri

Come per gli altri controlli di tipo a soglia (*threshold*), anche l'algoritmo proposto richiede che le soglie di accelerazione angolare della ruota e le velocità di incremento/decremento della pressione p_{reg} siano impostate mediante delle simulazioni. I parametri di progetto del regolatore che necessitano di taratura sono:

- $\dot{\omega}_0 e \Delta p_{0 inc}$ che indicano rispettivamente il limite negativo dell'accelerazione angolare della ruota e l'incremento di pressione frenante durante l'attivazione dell'algoritmo di controllo (stato (0));
- $\dot{\omega}_n$ e $\dot{\omega}_p$ che indicano rispettivamente la soglia negativa e la soglia positiva dell'accelerazione angolare della ruota;
- Δp_{inc} e Δp_{dec} che indicano rispettivamente la velocità di incremento e la velocità di decremento della pressione frenante.

La prima taratura di questi parametri è stata effettuata attraverso delle simulazioni su un modello semplificato rispetto a quello descritto nel capitolo 3 e che si basano sulle seguenti condizioni:

- si considera la pista in condizioni di asciutto con λ_{opt} = -0,18 e μ_x(λ_{opt}) = -0,8;
- ad inizio frenata il velivolo possiede una velocità $v_x = 150 \text{ Km/h}$;
- si trascura il modello della dinamica della valvola;
- i sensori sono considerati ideali e restituiscono gli andamenti reali delle grandezze misurate. La velocità angolare della ruota si ricava dal modello multicorpo in MBDyn mentre l'accelerazione angolare e la sua derivata temporale si ottengono derivando la velocità angolare della ruota in Simulink.
- si considera il modello nonlineare della forza normale di contatto tra lo statore ed il rotore del freno;
- si considera la dipendenza del coefficiente d'attrito f_f del freno dalla temperatura dei dischi. Si utilizza il freno *Carbon-Carbon*;
- la gamba del carrello è considerata rigida (si trascura il fenomeno del gear walk).

Parametri di attivazione

All'inizio della frenata, il regolatore si trova nello stato (0), durante il quale la pressione viene incrementata secondo il valore del parametro $\Delta p_{0 inc}$ fino a quando non viene superata la soglia di decelerazione $\dot{\omega}_0$. Il valore di $\dot{\omega}_0$ è stato scelto in modo tale da portare il coefficiente di slittamento della ruota ad un valore minore di quello ottimo. Un valore troppo basso (in modulo) di $\dot{\omega}_0$ non permetterebbe alla ruota di lavorare nella zona instabile della curva $F_x(\lambda)$; al contrario un valore troppo alto potrebbe portare la ruota troppo vicina al bloccaggio. Dopo alcune simulazioni sono stati scelti i seguenti valori:

- $\dot{\omega}_0 = -560 \text{ rad/s}^2$
- $\Delta p_{0 inc} = 5$ MPa/s

Soglie di accelerazione e incremento/decremento di pressione

L'ampiezza del ciclo limite innescato dal regolatore ABS attorno al valore ottimo dello slittamento è influenzato sia dai valori delle soglie di accelerazione angolare della ruota sia dai valori delle velocità di incremento e decremento della pressione frenante. Questo accoppiamento è legato anche alla banda passante limitata della valvola idraulica che introduce un ritardo nell'attuazione del freno.

Un aumento in modulo dei valori delle soglie $\dot{\omega}_n e \dot{\omega}_p$ comporta un aumento dell'ampiezza del ciclo limite. La stessa cosa accade al crescere delle velocità di incremento e decremento della pressione $\Delta p_{inc} e \Delta p_{dec}$, nel caso in cui si considera il modello della valvola idraulica, poiché la pressione a valle di essa è in ritardo rispetto alla pressione regolata dall'ABS. In questo modo, quando il regolatore comanda un aumento o una diminuzione della pressione, nei pistoncini del freno la pressione aumenta o diminuisce con un certo ritardo temporale. Di conseguenza, la ruota decelera o accelera oltre le soglie $\dot{\omega}_n e \dot{\omega}_p$ impostate. Pertanto, in generale non è possibile tarare le soglie di accelerazione $\dot{\omega}_n e \dot{\omega}_p$ a prescindere dai valori impostati per le velocità di incremento e decremento della pressione $\Delta p_{inc} e \Delta p_{dec}$.

Come riportato nel sottoparagrafo 5.2.1, deve essere $\dot{\omega}_p \ge 0$ e $\dot{\omega}_n \le \dot{\omega}_N = A_x^{min}/R_r$. Il valore minimo di accelerazione del velivolo A_x^{min} può essere calcolato come:

$$A_x^{min} = g\mu_x(\lambda_{opt}) \tag{5.12}$$

dove g è l'accelerazione di gravità e $\mu_x(\lambda_{opt})$ è il valore minimo (massimo in modulo) del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e la pista.

Per comprendere come varia la risposta del sistema al cambiamento dei valori dei diversi parametri, sono state effettuate alcune simulazioni, modificando ogni volta il valore di un singolo parametro e analizzando il suo effetto. I valori scelti per i parametri citati sono:

- $\dot{\omega}_n = -100 \text{ rad/s}^2$
- $\dot{\omega}_p = 120 \text{ rad/s}^2$
- $\Delta p_{inc} = 0.33$ MPa/s
- $\Delta p_{dec} = -1$ MPa/s

Come si può osservare dalla Figura 5.7, la frenata inizia all'istante t = 2 s per fare in modo che il velivolo sviluppi un movimento stabile lungo la pista. Infatti, si nota che le oscillazioni iniziali della velocità tangenziale $v^r = \omega R_r$ della ruota si smorzano prima che il pilota azioni i freni. Dalla Figura 5.7 si osserva inoltre che il regolatore ABS riesce a far realizzare una frenata ottimale al velivolo poiché la velocità tangenziale v^r della ruota, dopo l'azionamento dei freni, inizia rapidamente ad oscillare attorno al valore ottimo $v_{opt}^r = \omega_{opt}R_r$. Il valore di ω_{opt} si ricava sostituendo nell'equazione (5.2) il valore del coefficiente di slittamento ottimo λ_{opt} :

$$\omega_{opt} = \frac{\left(1 + \lambda_{opt}\right)v_x}{R_r} \tag{5.13}$$

La Figura 5.8 mostra l'andamento del coefficiente di slittamento dello pneumatico durante la frenata. E' possibile notare che il regolatore ABS riesce ad innescare un ciclo limite attorno al valore ottimo del coefficiente di slittamento durante tutta la frenata, senza arrivare mai al bloccaggio della ruota. L'ampiezza delle oscillazioni dello slittamento aumenta con il procedere della simulazione. Questo è dovuto alla progressiva diminuzione della velocità longitudinale del velivolo che, come sottolineato nel sottoparagrafo 5.2.1 a seguito dell'analisi dell'equazione (5.5),



Figura 5.7: Velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata

provoca un aumento della rapidità della dinamica della ruota. In generale, le prestazioni dei regolatori ASB peggiorano quando lavorano con velocità del velivolo molto basse. Per questo motivo, si è scelto di terminare le simulazioni quando l'aeromobile raggiunge una velocità di rullaggio pari a 5 m/s. In questo caso, il regolatore evita il bloccaggio della ruota e riesce a mantenere lo slittamento dello pneumatico vicino al valore ottimo λ_{opt} anche a basse velocità.

Si fa notare infine che il termine $\dot{K}_f p_p$ presente nelle equazioni (5.10) e (5.11) non influisce negativamente sulla risposta del sistema. Infatti, dalla Figura 5.7 e dalla Figura 5.8, non si osservano anticipi o ritardi significativi dell'azione di controllo.

Nella Tabella 5.1 si riassumono i valori dei parametri del regolatore ABS.

Per questi valori dei parametri e per le condizioni specificate in precedenza, si ha una distanza di frenata pari a $s_f = 114,75$ m.

L'efficienza di frenata esprime il rapporto tra il coefficiente d'attrito medio che sia ha durante la frenata e il coefficiente d'attrito ottimo. E' definita come:



Figura 5.8: Coefficiente di slittamento durante la frenata

Parametro	Valore
$\dot{\omega}_0$	-560 rad/s^2
$\Delta p_{0\ inc}$	5 MPa/s
$\dot{\omega}_n$	-100 rad/s^2
$\dot{\omega}_p$	120 rad/s^2
Δp_{inc}	0,33 MPa/s
Δp_{dec}	-1 MPa/s

Tabella 5.1: Parametri del regolatore ABS a sei stati autoregolante

$$\eta = \frac{\mu_x^{medio}}{\mu_x(\lambda_{opt})} \tag{5.14}$$

Per questa simulazione si ha $\eta = 0.954$.

5.3 ABS con legge di controllo PID

Il secondo regolatore ABS implementato si basa su un algoritmo di controllo PID, il cui obbiettivo è quello di far seguire alla ruota il coefficiente di slittamento ottimo. Il valore ottimo dello slittamento è scelto in base alle condizioni della superficie della pista e viene inserito manualmente nell'algoritmo. Tale sistema ABS non si adatta ai cambiamenti delle condizioni del terreno, poiché non è in grado di ricostruire autonomamente il valore ottimo dello slittamento. Per il calcolo del coefficiente di slittamento reale dello pneumatico sono necessarie le misure della velocità angolare della ruota, della velocità longitudinale dell'asse della ruota e del raggio di rotolamento. Per evitare di inserire un osservatore, il regolatore utilizza un valore approssimato dello slittamento. Al contrario dell'ABS presentato in precedenza, questo regolatore non modula completamente la pressione frenante, ma può solamente ridurre la pressione comandata dal pilota.

5.3.1 Principio di funzionamento

Per realizzare una frenata con la massima forza frenante, il regolatore PID riceve in ingresso l'errore tra il coefficiente di slittamento dello pneumatico ed il coefficiente di slittamento ottimo. Poiché a bordo del velivolo non si è in grado di misurare la velocità longitudinale dell'asse della ruota e il raggio di rotolamento dello pneumatico, il regolatore utilizza una stima dello slittamento λ_{est} , basata sul raggio di rotolamento statico dello pneumatico, misurato con l'aereo fermo al suolo, e sulla velocità longitudinale del velivolo v_x . E' importante sottolineare che questo metodo non è realizzabile nella realtà, poiché il raggio di rotolamento dipende dal peso del velivolo, che non è mai uguale ad ogni atterraggio. Dal momento che non è possibile conoscere il peso all'atterraggio, si possono avere differenze significative tra slittamento reale e slittamento stimato.

L'errore sullo slittamento è dato da:

$$e = \lambda_{est} - \lambda_{opt} \tag{5.15}$$

Il valore ottimo dello slittamento λ_{opt} viene inserito manualmente nella logica di

controllo in base alle condizioni della pista.

L'azione di controllo del regolatore PID è composta dai contributi proporzionale, integrale e derivativo. Il legame tra l'ingresso (errore e) e l'uscita (pressione p_{ABS}) del PID è dato dalla seguente funzione di trasferimento:

$$PID(s) = \frac{P_{ABS}(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D \frac{s}{s+N}$$
(5.16)

dove K_P, K_I e K_D sono rispettivamente i guadagni proporzionale, integrale e derivativo. *N* indica la frequenza di taglio del polo presente nel termine derivativo. Per quanto riguarda l'azione integrale, si introduce un metodo anti-windup per fare in modo che il termine integrale sia inizializzato correttamente quando interviene il regolatore ABS. A tale scopo, l'errore integrale viene inizializzato a zero e si considera questo termine solo quando l'errore *e* è negativo, cioè solo quando il valore dello slittamento attuale è minore rispetto a quello ottimo.

Il contributo derivativo all'azione di controllo è caratterizzato da una funzione di trasferimento derivativa del primo ordine, con l'aggiunta di un polo di frequenza N che si comporta come un filtro per le alte frequenze.

La somma dei tre contributi proporzionale-integrale-derivativo costituisce l'uscita del regolatore, che corrisponde alla pressione p_{ABS} . La pressione p_{ABS} assume valori negativi e viene sommata alla pressione p_{pilota} richiesta dal pilota attraverso i pedali. La pressione totale comandata alla valvola è data quindi dalla seguente formula:

$$p_{reg} = p_{pilota} + \min(0, p_{ABS}) \tag{5.17}$$

Come detto in precedenza, questo regolatore ABS è in grado solamente di ridurre il livello di pressione richiesta dal pilota nel caso in cui il valore dello slittamento ottimo venga superato.

5.3.2 Taratura dei parametri

Per la taratura dei parametri K_P , K_I , K_D e N del regolatore PID è stato utilizzato il metodo di taratura ad anello chiuso di Ziegler-Nichols, riportato in [59]. I parametri sono stati tarati attraverso delle simulazioni che si basano sulle seguenti condizioni:

- si considera la pista in condizioni di asciutto con $\lambda_{opt} = -0.18 \text{ e } \mu_x(\lambda_{opt}) = -0.8;$
- ad inizio frenata il velivolo possiede una velocità v_x = 150 Km/h. La Figura
 5.9 mostra il profilo di pressione frenante richiesta dal pilota;
- la dinamica della valvola idraulica è modellata attraverso un filtro passa-basso con banda passante di 200 Hz;
- i sensori sono considerati ideali e restituiscono gli andamenti reali delle grandezze misurate;
- si considera il modello nonlineare della forza normale di contatto tra lo statore ed il rotore del freno;
- si considera la dipendenza del coefficiente d'attrito f_f del freno dalla temperatura dei dischi. Si utilizza il freno *Carbon-Carbon*;
- la gamba del carrello è considerata rigida (si trascura il fenomeno del gear walk).

La Tabella 5.2 riporta i valori dei parametri del regolatore PID.

Come si può osservare dalla Figura 5.9, la frenata inizia all'istante t = 2 s per fare in modo che il velivolo sviluppi un movimento stabile lungo la pista. Infatti, dalla

Parametro	Valore
K _P	4500000 Pa
K_I	900000000 Pa/s
K_D	7000 Pas
Ν	20 Hz

Tabella 5.2: Parametri del regolatore PID

Figura 5.10, si nota che le oscillazioni della velocità tangenziale ωR_r della ruota si smorzano prima che il pilota azioni i freni. Dalla Figura 5.10 si nota inoltre che il regolatore ABS riesce a far realizzare una frenata ottimale al velivolo poiché la velocità periferica della ruota, dopo circa 0,5 s, si stabilizza sul valore ottimo e non si ha mai il bloccaggio della ruota durante tutta la frenata. Come ricordato nel



Figura 5.9: Profilo di pressione richiesta dal pilota durante la frenata



Confronto velocità tangenziale ruota e velocità velivolo

Figura 5.10: Velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata

sottoparagrafo 5.2.3, la dinamica della ruota tende a diventare sempre più rapida al diminuire della velocità longitudinale del velivolo. Per evitare di incorrere in problemi di instabilità del regolatore, si è scelto di terminare le simulazioni quando l'aeromobile raggiunge una velocità di rullaggio pari a 5 m/s.

La Figura 5.11 riporta l'andamento del coefficiente di slittamento reale λ e del coefficiente di slittamento stimato λ_{est} , calcolato dal regolatore, durante la frenata. E' possibile notare che i due andamenti differiscono solamente nel primo secondo di simulazione. In questo intervallo di tempo, lo pneumatico si deflette per assorbire il carico dovuto alla massa del velivolo e ciò comporta la variazione del raggio di rotolamento, come mostrato in Figura 5.12. Per il resto della frenata non si notano differenze significative poiché il raggio di rotolamento reale coincide con il raggio statico e la velocità dell'asse della ruota coincide con la velocità del velivolo (dal momento che la gamba del carrello d'atterraggio è considerata rigida). Questo si può osservare dalla Figura 5.13 che riporta il grafico della differenza tra il valore del coefficiente di slittamento reale λ e quello del coefficiente di slittamento stimato λ_{est}



Coefficiente di slittamento reale

Figura 5.11: Coefficiente di slittamento reale e stimato durante la frenata



Figura 5.12: Raggio di rotolamento dello pneumatico durante la frenata



Differenza tra coefficiente di slittamento reale e stimato

Figura 5.13: Differenza tra il coefficiente di slittamento reale e stimato durante la frenata

durante la simulazione.

Per questi valori dei parametri e per le condizioni specificate in precedenza, si ha una distanza di frenata pari a $s_f = 111,04$ m e un'efficienza di frenata pari a $\eta = 0,989$.
6 Simulazioni e analisi risultati

Nel presente capitolo si illustreranno le simulazioni svolte e si presenteranno e analizzeranno i risultati ottenuti, al fine di valutare il comportamento del regolatore ABS con logica di controllo autoregolante nei diversi casi di interesse. In particolare, si valuteranno diversi aspetti del sistema e l'influenza che ognuno di essi può avere sulle prestazioni dell'algoritmo di controllo. Si imposteranno simulazioni che tengono conto del modello della valvola idraulica con diversi valori della banda passante e della possibilità di incontrare improvvise variazioni delle condizioni della pista. In questo caso, si eseguirà un confronto tra le due logiche di controllo presentate, al fine di mostrare il loro diverso comportamento e i vantaggi offerti dal regolatore ABS innovativo.

Inoltre, si presenteranno le simulazioni della frenata utilizzando il modello del sistema che considera la deformabilità della gamba del carrello d'atterraggio.

Infine, si riporteranno i risultati delle simulazioni che considerano la variazione del materiale e dello spessore dei dischi del rotore e dello statore del freno.

Per poter considerare i vari casi di simulazione, i risultati riportati sono stati ottenuti modificando alcune delle condizioni specificate in precedenza nelle sottosezioni del capitolo 5 riguardanti la taratura dei parametri. I cambiamenti apportati a tali condizioni e ai valori dei parametri del regolatore innovativo saranno opportunamente specificati.

6.1 Dinamica della valvola idraulica

Si presentano i risultati delle simulazioni eseguite sul sistema da controllare con l'inserimento del modello della valvola idraulica che aziona il freno. E' stata eseguita nuovamente la taratura dei parametri del regolatore ABS innovativo, attraverso delle simulazioni sul modello che include delle valvole con banda passante differente.

6.1.1 Inserimento del modello della valvola idraulica

Inizialmente, il regolatore ABS con legge di controllo autoregolante è stato utilizzato per controllare il sistema senza la presenza del modello della valvola idraulica e i suoi parametri sono stati tarati per questo caso specifico. In seguito, si è complicato il modello introducendo un elemento che tiene in considerazione la banda passante limitata della valvola che comanda la pressione idraulica nei pistoncini del freno. Ciò ha come conseguenza la comparsa di un ritardo temporale tra il segnale di pressione a valle della valvola e il segnale di pressione comandato dal regolatore ABS.

Si è considerato l'utilizzo di un valvola con banda passante di 200 Hz [60]. E' stata quindi eseguita una simulazione di frenata controllata dal regolatore ABS con gli stessi valori dei parametri utilizzati in precedenza.

Dalla Figura 6.1, si nota che il ciclo limite della velocità tangenziale v^r della ruota attorno al valore ottimale v_{opt}^r ha un'ampiezza maggiore rispetto al caso precedente mostrato in Figura 5.7. Inoltre, durante il primo secondo di frenata, sono presenti delle oscillazioni con ampiezza maggiore rispetto al resto della simulazione, che



Figura 6.1: Velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata con l'inserimento del modello della valvola



Figura 6.2: Coefficiente di slittamento durante la frenata del velivolo con l'inserimento del modello della valvola

comportano una significativa decelerazione della ruota e una diminuzione dello slittamento. Questo può essere visto più chiaramente osservando la Figura 6.2 che mostra l'andamento del coefficiente di slittamento λ durante la frenata.

Tale aumento dell'ampiezza delle oscillazioni si deve al fatto che, quando l'accelerazione angolare della ruota supera i valori delle soglie ($\dot{\omega}_0$, $\dot{\omega}_n e \dot{\omega}_p$) e/o la sua derivata temporale cambia di segno, la pressione a valle della valvola segue con un certo ritardo temporale la pressione comandata dall'azione di controllo del regolatore. Inoltre, il tempo di assestamento della pressione nel freno, dovuto al transitorio della valvola, determina il tempo di permanenza negli stati (1) e (4) dell'algoritmo di controllo. Infatti, per uscire da questi stati è necessario che la pressione p_p possa essere considerata costante. Il tempo impiegato a raggiungere tale situazione dipende dal valore della banda passante della valvola: si considera il transitorio esaurito, e quindi la pressione p_p costante, dopo 4/5 volte la costante di tempo T_c del filtro che costituisce il modello della valvola. Tutto ciò porta ad un aumento o ad una diminuzione (a seconda dello stato in cui si trova l'algoritmo) del

Risultati	Modello senza valvola	Modello con valvola
Distanza frenata s _f	114,75 m	116,06 m
Efficienza frenata η	0,954	0,941

Tabella 6.1: Distanza ed efficienza di frenata per le simulazioni sul sistema senza e con il modello della valvola idraulica

coefficiente di slittamento. Ovviamente questo aumento (o diminuzione) di λ non è previsto dal regolatore ABS ed è indesiderato.

All'inizio della frenata si hanno dei valori più negativi di slittamento rispetto agli istanti successivi della simulazione perché la ruota raggiunge dei valori di decelerazione maggiori a causa della presenza della soglia $\dot{\omega}_0$ che ha un valore maggiore in modulo rispetto alle soglie $\dot{\omega}_n$ e $\dot{\omega}_p$. Infatti, dopo circa 1 s, le oscillazioni si stabilizzano. L'aumento della rapidità della dinamica della ruota per velocità basse del velivolo ora influisce maggiormente sulla risposta del sistema, portando ad avere valori di slittamento minori nella fase conclusiva della frenata rispetto al caso precedente. Ciò è dovuto alla riduzione della prontezza di azione dell'ABS a causa dei tempi di attesa introdotti dalla valvola idraulica.

Il regolatore, anche con l'aggiunta della dinamica della valvola al modello sul quale era stato tarato, è in grado comunque di evitare il bloccaggio della ruota ed instaurare un ciclo limite attorno al valore ottimale del coefficiente di slittamento.

Nel caso analizzato, si ha una distanza di frenata pari a $s_f = 116,06$ m e un'efficienza di frenata pari a $\eta = 0,941$.

Come si nota dalla Tabella 6.1, le prestazioni del regolatore ABS peggiorano con l'introduzione del modello della valvola nel sistema, in quanto la distanza di frenata aumenta e l'efficienza di frenata diminuisce rispetto al caso in cui si trascura la dinamica della valvola. Nonostante le differenze tra i due casi siano piccole, fatto che indica una certa robustezza della legge di controllo a fronte di variazioni del modello, si è scelto comunque di eseguire una nuova taratura dei parametri del regolatore per evitare che lo slittamento della ruota abbia le accentuate oscillazioni iniziali evidenziate in Figura 6.2. Dopo varie simulazioni, ai parametri sono stati assegnati i valori riportati in Tabella 6.2.

Dalla Figura 6.3 si nota che il ciclo limite della velocità tangenziale v^r della ruota attorno al valore ottimale v_{opt}^r non presenta più le oscillazioni di ampiezza maggiore

Parametro	Valore
ώ ₀	-280 rad/s ²
$\Delta p_{0\ inc}$	1 MPa/s
$\dot{\omega}_n$	-120 rad/s^2
$\dot{\omega}_p$	70 rad/s^2
Δp_{inc}	1 MPa/s
Δp_{dec}	-2,5 MPa/s





Figura 6.3: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo con i parametri del regolatore tarati sul sistema che comprende il modello della valvola che erano presenti nei risultati della simulazione effettuata con il regolatore precedente durante il primo secondo di frenata (Figura 6.1). La stessa osservazione



Figura 6.4: Coefficiente di slittamento della ruota durante la frenata del velivolo con i parametri del regolatore tarati sul sistema che comprende il modello della valvola

può essere fatta guardando l'andamento del coefficiente di slittamento della ruota mostrato in Figura 6.4. In Figura 6.4, a $t \cong 2,5$ s, si nota un'oscillazione con ampiezza maggiore rispetto a quelle adiacenti. Ciò è dovuto alla presenza di un ciclo tra gli stati (1)-(2)-(6)-(1) che tende a portare l'accelerazione angolare della ruota $\dot{\omega}$ al di sotto della soglia $\dot{\omega}_n$. La frequenza delle oscillazioni è maggiore rispetto al caso precedente per il fatto che sono stati aumentati i valori delle velocità di incremento/decremento ($\Delta p_{inc} \in \Delta p_{dec}$) della pressione p_{reg} calcolata dal regolatore. Dalla simulazione di frenata, eseguita utilizzando il regolatore ABS con i parametri tarati sul sistema che include il modello della valvola con banda passante di 200 Hz, si ottengono i seguenti risultati: distanza di frenata $s_f = 116,96$ m e efficienza di

Risultati	ABS parametri vecchi	ABS parametri nuovi
Distanza frenata <i>s_f</i>	116,06 m	116,96 m
Efficienza frenata η	0,941	0,945

Tabella 6.3: Confronto risultati delle simulazioni per ABS con parametri vecchi e ABS con parametri aggiornati frenata $\eta = 0,945$. La Tabella 6.3 confronta i risultati delle simulazioni di frenata effettuate utilizzando l'ABS con i parametri tarati sul modello semplificato, che trascura la dinamica della valvola, ed il regolatore con i parametri aggiornati. Si può notare che l'efficienza di frenata è leggermente maggiore nel secondo caso (regolatore con parametri aggiornati) anche se la distanza di frenata aumenta di 0,9 m rispetto al primo caso. Questo perché, durante l'attivazione del regolatore con i parametri aggiornati, la pressione frenante aumenta più lentamente rispetto al primo caso, per evitare l'insorgere delle oscillazioni dello slittamento della ruota (Figura 6.2).

6.1.2 Variazione della banda passante della valvola idraulica

La valvola idraulica con banda passante di 200 Hz può essere considerata come un limite superiore a tutti i possibili casi riscontrabili operativamente. Inoltre, la risposta dell'impianto idraulico che aziona il freno è influenzata anche dalle caratteristiche della linea idraulica, come le perdite di carico e la comprimibilità del fluido, la presenza di piccole percentuali di gas presenti nel fluido e la deformabilità dei tubi. Tutto ciò porta ad avere una risposta più lenta rispetto a quella della sola valvola. E' stato perciò valutato l'effetto di questa riduzione della risposta in frequenza dell'impianto idraulico sul comportamento dell'ABS autoregolante, inserendo nel sistema una valvola con banda passante pari a 50 Hz. I parametri del regolatore sono stati nuovamente tarati per questo caso specifico e i loro valori sono riportati in Tabella 6.4.

Parametro	Valore
$\dot{\omega}_0$	-278 rad/s^2
$\Delta p_{0\ inc}$	1 MPa/s
$\dot{\omega}_n$	-80 rad/s ²
$\dot{\omega}_p$	80 rad/s^2
Δp_{inc}	0,33 MPa/s
Δp_{dec}	-1,5 MPa/s

Tabella 6.4: Valori dei parametri del regolatore tarati per il sistema che include il modello della valvola idraulica con banda passante 50 Hz



Figura 6.5: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata con banda passante della valvola pari a 50 Hz



Figura 6.6 Coefficiente di slittamento durante la frenata con banda passante della valvola pari a 50 Hz

Da Figura 6.5 e Figura 6.6, si osserva che il sistema di controllo riesce a far lavorare la ruota vicino alle condizioni di ottimo, senza mai arrivare al bloccaggio, anche con l'utilizzo di questa valvola. Solamente quando la velocità longitudinale del velivolo assume valori bassi (ultimo secondo di simulazione), lo slittamento della ruota si avvicina a valori prossimi a -1. Questo porta ad un peggioramento della manovrabilità del velivolo durante la fase finale della frenata e all'aumento dell'usura degli pneumatici.

Confrontando le figure 6.5 e 6.6 con le figure 6.3 e 6.4, si nota che, con l'utilizzo della valvola con banda passante di 50 Hz, le oscillazioni della velocità tangenziale della ruota e del coefficiente di slittamento attorno al loro valore ottimo hanno un'ampiezza maggiore rispetto all'utilizzo di una valvola con frequenza di 200 Hz. Al diminuire della banda passante infatti, cresce il tempo di esaurimento del transitorio della valvola. Di conseguenza, cresce anche l'intervallo di tempo di permanenza negli stati (1) e (4) dell'algoritmo di controllo, necessario per avere una pressione costante nei pistoncini del freno. Per questo motivo, il sistema ABS ha ora una risposta più lenta.

Inoltre, è possibile notare che si hanno delle oscillazioni con frequenza minore nel caso di utilizzo della valvola con banda passante pari a 50 Hz (Figura 6.5 e Figura 6.6). Ciò si deve in parte a quanto detto in precedenza e in parte alla riduzione delle velocità di incremento/decremento della pressione Δp_{inc} e Δp_{dec} . La riduzione dei valori di Δp_{inc} e Δp_{dec} è necessaria per fare in modo che il regolatore riesca ad instaurare un ciclo limite attorno al valore ottimo dello slittamento.

Il valore della soglia di decelerazione $\dot{\omega}_n$ è ora meno negativo rispetto al caso con valvola con banda passante di 200 Hz. Ciò è stato fatto per evitare il bloccaggio della ruota a basse velocità del velivolo e per ridurre l'ampiezza delle oscillazioni dello slittamento attorno al valore ottimo λ_{opt} . Infatti, a causa della minor velocità della risposta dell'ABS, utilizzando il valore di $\dot{\omega}_n$ impostato in precedenza, si otterrebbero valori di slittamento della ruota troppo bassi durante tutta la frenata. Questo è causato dalla presenza di un ritardo maggiore nella riduzione della pressione frenante da parte della valvola quando l'accelerazione angolare della ruota supera la soglia $\dot{\omega}_n$.

La Tabella 6.5 riassume i risultati delle simulazioni eseguite per i due valori di banda

passante considerati.

Come ci si poteva attendere, le prestazioni del regolatore ABS peggiorano al diminuire della banda passante della valvola. Si ha comunque un'efficienza di frenata vicina al 90% ed un ridotto aumento della distanza di frenata (circa 10 m, pari ad un incremento del 8%).

Risultati	Banda passante 200 Hz	Banda passante 50 Hz
Distanza frenata s _f	116,96 m	126,17 m
Efficienza frenata η	0,945	0,874

Tabella 6.5: Risultati delle simulazioni effettuate per i due valori della banda passante della valvola presi in esame

6.2 Condizioni della pista

Le simulazioni descritte fino ad ora sono state effettuate mantenendo il modello di attrito tra lo pneumatico e la pista in condizioni di asfalto asciutto. Nella realtà però, non è possibile pensare di trovare sempre le stesse condizioni della pista. L'algoritmo di controllo proposto è in grado di funzionare in diverse condizioni della strada senza che sia necessario reimpostare i suoi parametri ed è in grado di autoregolarsi anche nel caso di brusche variazioni di tali condizioni. Per verificare questa proprietà, è stata effettuata una simulazione di frenata in cui si ha un passaggio improvviso da pista asciutta a pista bagnata e poi ancora a pista asciutta, come nel caso in cui sia presente una pozza d'acqua lungo la pista o semplicemente si incontri un tratto di asfalto bagnato. Il modello complessivo utilizzato per queste simulazioni include il modello della valvola idraulica con banda passante pari a 200 Hz e i parametri del regolatore sono quelli tarati per questo caso specifico (Tabella 6.2).

Il comportamento della logica di controllo autoregolante è stato poi confrontato con quello del regolatore PID, sia nel caso di frenata su pista asciutta, sia in presenza di un brusco cambiamento delle condizioni del manto stradale. Anche in questo caso, le simulazioni sono state effettuate sul modello che comprende la dinamica della valvola con banda passante pari a 200 Hz.

Per simulare le diverse condizioni della pista, sono state inserite nel file input di

MBDyn le curve del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico ed il terreno già mostrate in Figura 4.3 e riportate in Figura 6.7 per chiarezza. Per ogni condizione della superficie della pista, la curva del coefficiente d'attrito ha un valore di picco diverso,



Figura 6.7: Curve del coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e la pista in funzione dello slittamento e delle condizioni della pista inserite in MBDyn

un differente valore di slittamento ottimo ed una forma leggermente diversa. Nel caso di asfalto bagnato si ha uno spostamento dello slittamento ottimale λ_{opt} verso valori in modulo minori rispetto al caso di asfalto asciutto. Inoltre, si ha anche una riduzione del valore minimo (o massimo) del coefficiente d'attrito $\mu_x(\lambda_{opt})$. Questo comporta un abbassamento del modulo della forza frenante $F_x(\lambda)$ e, di conseguenza, un aumento della distanza necessaria a fermare il velivolo. Su pista bagnata si ha:

- $\lambda_{opt} = -0,1$
- $\mu_x(\lambda_{opt}) = -0.6$

La Figura 6.8 e la Figura 6.9Figura 6.9 mostrano i risultati della frenata in presenza di una pozza d'acqua lungo la pista tra l'istante $t_i = 4$ s e $t_f = 6$ s. Si nota che l'algoritmo di controllo dell'ABS autoregolante è effettivamente in grado di adattarsi in caso di improvvise variazioni delle condizioni della pista, portando il ciclo limite sul nuovo valore ottimo di slittamento λ_{opt} nel tratto in cui si ha pista bagnata.



Figura 6.8: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo nel caso di improvvisa variazione delle condizioni della pista



Figura 6.9: Coefficiente di slittamento nel caso di improvvisa variazione delle condizioni della pista

Nel caso analizzato, si ha una distanza di frenata pari a $s_f = 128,90$ m e un'efficienza

di frenata pari a $\eta = 0,937$. L'ABS basato sull'algoritmo di controllo autoregolante mantiene quindi delle buone prestazioni anche in presenza di variazioni delle condizioni della pista, senza la necessità di modificarne i parametri.

6.2.1 Confronto tra ABS autoregolante e ABS con logica PID

Confrontando i risultati delle simulazioni di frenata su pista asciutta per i due regolatori ABS considerati, riportati in Tabella 6.6, si nota che quello basato su logica PID possiede prestazioni superiori rispetto a quello basato sull'algoritmo autoregolante.

Ciò è dovuto al fatto che, come riportato nella parte iniziale del Capitolo 5, il controllo diretto dello slittamento è il metodo ideale per il controllo della frenata. Per fare in modo che il regolatore PID funzioni con diverse condizioni della pista, è necessario però introdurre una tecnica capace di stimare il valore ottimo del coefficiente di slittamento della superficie. Inoltre, si deve stimare il valore dello slittamento attuale della ruota perché, in applicazioni reali, non è possibile calcolarlo attraverso il raggio statico dello pneumatico. Tutto ciò, insieme all'utilizzo della misura aggiuntiva della velocità dell'asse della ruota, comporta una complicazione dell'algoritmo di controllo e un inevitabile incremento dei costi, dovuto all'aumento del numero di sensori. Dal paragrafo 6.2, si vede che tale complicazione non deve essere introdotta per l'ABS autoregolante, il quale riesce a seguire lo slittamento ottimo anche a fronte di improvvise variazioni delle condizioni della pista.

Nel caso in oggetto, è stato utilizzato un semplice regolatore PID senza la possibilità di stimare il valore ottimo λ_{opt} dello slittamento, che viene invece inserito manualmente nella logica di controllo. I parametri del regolatore PID sono stati tarati attraverso delle simulazioni considerando la pista asciutta. Per ogni condizione della

Risultati	ABS PID	ABS autoregolante
Distanza frenata s _f	111,04 m	116,96 m
Efficienza frenata η	0,989	0,945

Tabella 6.6: Confronto risultati della frenata su pista asciutta con i due regolatori ABS considerati



Figura 6.10: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo nel caso di improvvisa variazione delle condizioni della pista per regolatore PID



Figura 6.11: Coefficiente di slittamento nel caso di improvvisa variazione delle condizioni della pista per regolatore PID

pista, questo regolatore tende quindi a far seguire il valore di slittamento ottimo caratteristico dell'asfalto asciutto ($\lambda_{opt} = -0,18$). Per mettere in evidenza questo aspetto, è stata effettuata una simulazione di frenata in presenza di una pozza d'acqua

lungo la pista. In Figura 6.10 e in Figura 6.11 si può notare che l'ABS realizzato con il regolatore PID non riesce a far seguire lo slittamento ottimo di riferimento nel tratto di pista bagnata e di conseguenza la velocità tangenziale della ruota non è quella ottimale. Inoltre, si osserva che questo regolatore non riesce nemmeno a far seguire il valore di slittamento ottimo impostato per l'asfalto asciutto, ma innesca delle oscillazioni di ampiezza crescente attorno ad esso. Tale comportamento si deve al fatto che la ruota, lungo il tratto bagnato della pista, lavora per valori del coefficiente di slittamento inferiori a quello ottimo e quindi il punto di lavoro si trova nella "zona instabile" della curva $F_x(\lambda)$ (Figura 5.2). Anche se le prestazioni del regolatore ABS con logica PID sono ancora leggermente superiori rispetto a quelle dell'ABS autoregolante, come si evince dalla Tabella 6.7, queste oscillazioni incontrollate ad alta frequenza della velocità angolare della ruota possono risultare negative dal punto di vista del consumo degli pneumatici e dell'usura degli elementi del carrello che sono sottoposti a vibrazioni.

Inoltre, in condizioni di pista bagnata, il regolatore PID non è in grado di realizzare una frenata controllata, aumentando il rischio di bloccaggio della ruota e l'usura degli pneumatici, riducendo le prestazioni in frenata ed il comfort dei passeggeri.

Dai risultati di queste simulazioni si capisce il vantaggio offerto dall'utilizzo dell'ABS con algoritmo di controllo autoregolante rispetto all'ABS basato su logica PID: a fronte di una contenuta riduzione delle prestazioni, si è in grado di realizzare una frenata ottimale ed evitare il bloccaggio della ruota in diverse condizioni della superficie della pista senza dover modificare i parametri dell'algoritmo, dover introdurre uno stimatore dello slittamento ottimo e dei sensori aggiuntivi.

Risultati	ABS PID	ABS autoregolante
Distanza frenata <i>s</i> _f	126,32 m	128,90 m
Efficienza frenata η	0,957	0,937

Tabella 6.7: Confronto risultati della frenata su pista in presenza di pozza d'acqua con i due regolatori ABS considerati

Effetto del gear walk 6.3

Nelle simulazioni effettuate fino ad ora, non è stata considerata la deformabilità della gamba del carrello d'atterraggio descritta nel sottoparagrafo 3.1.1. Inserendo nel modello complessivo del sistema il modello della gamba del carrello deformabile, è possibile osservare il comportamento del regolatore ABS autoregolante e l'andamento dell'angolo θ_{walk} formato tra la verticale e la gamba deformata. Il valore della rigidezza della molla angolare e i dati del modello sono riportati in Tabella 4.1. La frequenza propria dell'oscillazione della gamba è pari a $f_p = 73$ Hz. Il metodo utilizzato per il calcolo di f_p è riportato in Appendice A.

Per prima cosa, è stata eseguita una simulazione senza includere il modello della valvola idraulica. I valori dei parametri del regolatore sono quindi quelli riportati in Tabella 5.1. Dalla Figura 6.12 e dalla Figura 6.13, si nota che l'aggiunta del modello della deformabilità della gamba del carrello non comporta effetti importanti sull'andamento della velocità tangenziale della ruota e sul ciclo limite dello



Confronto velocità tangenziale ruota e velocità velivolo

Figura 6.12: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo con gamba del carrello deformabile e senza modello della valvola idraulica



Figura 6.13: Andamento del coefficiente di slittamento con gamba del carrello deformabile e senza modello della valvola idraulica



Figura 6.14: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata senza modello della valvola idraulica

slittamento attorno al valore ottimo λ_{opt} . Le prestazioni del regolatore ABS non sono quindi influenzate dalla flessibilità della gamba: lo spazio di frenata è pari a $s_f = 114,73$ m e l'efficienza di frenata è pari a $\eta = 0,954$. Questi valori sono molto simili a quelli ottenuti nel sottoparagrafo 5.2.3 per il caso di gamba rigida del carrello. Dalla Figura 6.14, che mostra l'andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata, si può notare che la gamba del carrello è soggetta ad una rapida flessione nel verso opposto al moto in corrispondenza dell'istante in cui viene applicata la coppia frenante alla ruota ($\theta_{walk} > 0$ comporta una flessione all'indietro della gamba). Durante il resto della simulazione, si osservano delle oscillazioni di ampiezza ridotta per l'angolo θ_{walk} . Queste oscillazioni (moto di gear walk), causate dall'azione di controllo del regolatore ABS, hanno un'ampiezza crescente nella fase finale della frenata. Ciò dipende dalla forza longitudinale tra lo pneumatico e la pista che dipende a sua volta dal valore del coefficiente di slittamento, la cui dinamica è più veloce a basse velocità. Tale fenomeno influisce direttamente sul valore di slittamento dello pneumatico perché, come spiegato nel paragrafo 5.1, la velocità v_x , presente nell'equazione (5.2) che definisce λ , si riferisce in realtà alla velocità longitudinale dell'asse della ruota. Tale velocità, nel caso di gamba del carrello flessibile, non coincide con la velocità longitudinale del velivolo, poiché dipende anche dalla variazione dell'angolo θ_{walk} . Come visto, ciò non provoca però una riduzione delle prestazioni del regolatore. Tuttavia, bisogna evitare che l'ampiezza dell'oscillazione dell'angolo θ_{walk} diventi significativa o paragonabile al valore medio dell'angolo di flessione della gamba in senso opposto al moto per non incorrere in problemi di usura e riduzione della vita a fatica dei componenti del carrello. Ciò può essere realizzato tarando i parametri del regolatore in modo tale da rendere meno aggressiva l'azione di controllo e ridurre l'ampiezza delle oscillazioni.

Al fine di valutare gli effetti della banda passante limitata della valvola idraulica sulla risposta del modello che considera la deformabilità della gamba del carrello, sono state effettuate delle simulazioni includendo il modello della valvola con banda passante 200 Hz e 50 Hz. I valori dei parametri del regolatore sono quelli riportati in Tabella 6.2, per il caso di 200 Hz, e quelli riportati in Tabella 6.4, per il caso 50 Hz.

Casa	Lunghezza gamba carrello	Rigidezza molla	Frequenza propria
Casu	l_g	$K_{ heta}$	f_p
1	0,7 m	6,67 · 10 ⁶ Nm/rad	73 Hz
2	0,9 m	5,19 · 10 ⁶ Nm/rad	50 Hz

Tabella 6.8: Valori della lunghezza della gamba del carrello, della rigidezza della molla e della frequenza propria del sistema per i casi considerati



Figura 6.15: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 6670$ KNm/rad

Inoltre, sono stati considerati due valori differenti della rigidezza K_{θ} della molla angolare che collega la gamba all'attacco con la fusoliera del velivolo. Questo è stato fatto al fine di simulare l'atterraggio in diverse condizioni di peso, il quale influenza lo schiacciamento degli ammortizzatori e quindi la lunghezza della gamba del carrello. La Tabella 6.8 riporta i valori della lunghezza della gamba, della rigidezza K_{θ} e della frequenza propria del sistema carrello per i casi considerati. Vengono, per prima cosa, presentati i risultati delle simulazioni eseguite sul sistema che include il modello della valvola con banda passante di 200 Hz. Dalle figure 6.15, 6.16, 6.18 e 6.19 è possibile notare che il regolatore ABS riesce a realizzare una frenata ottima e ad innescare un ciclo limite attorno al valore ottimo dello slittamento in entrambi i



Figura 6.16: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 6670$ KNm/rad



Figura 6.17: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 6670$ KNm/rad



Figura 6.18: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo con banda passante della valvola di 200 Hz e con K_{θ} = 5190 KNm/rad



Coefficiente di slittamento reale

Figura 6.19: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 5190$ KNm/rad



Figura 6.20: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 5190$ KNm/rad

casi considerati. Con l'aggiunta del modello della valvola di 200 Hz, nel primo caso con rigidezza $K_{\theta} = 6670$ KNm/rad (Figura 6.16) si hanno due oscillazioni dello slittamento con ampiezza maggiore durante il primo secondo di simulazione. Ciò è dovuto ad un accoppiamento tra la dinamica della valvola e la flessione della gamba del carrello. Questo perché l'oscillazione della gamba, influendo sulla dinamica della ruota, può modificare il valore dell'accelerazione angolare che viene confrontata con le soglie $\dot{\omega}_n$ e $\dot{\omega}_p$ del regolatore.

Nel secondo caso (Figura 6.19), con rigidezza $K_{\theta} = 5190 \text{ KNm/rad}$, si hanno sempre due oscillazioni del valore dello slittamento con ampiezza maggiore durante il primo secondo di frenata, ma la seconda ha un'ampiezza minore rispetto al caso precedente. Da Figura 6.17 e Figura 6.20 si può inoltre osservare che il valore medio e l'ampiezza delle oscillazioni dell'angolo θ_{walk} di flessione della gamba del carrello aumentano al diminuire della costante di rigidezza K_{θ} della molla angolare.

Si riportano di seguito i risultati delle simulazioni eseguite sul sistema che include il modello della valvola con banda passante di 50 Hz.



Figura 6.21: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo con banda passante della valvola di 50 Hz e con K_{θ} = 6670 KNm/rad



Figura 6.22: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda passante della valvola di 50 Hz e con $K_{\theta} = 6670$ KNm/rad



Figura 6.23: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata con banda passante della valvola di 50 Hz e con K_{θ} = 6670 KNm/rad

Dalle figure 6.21, 6.22, 6.24 e 6.25 si nota che il regolatore ABS, anche con l'utilizzo della valvola da 50 Hz, riesce a realizzare una frenata ottima e ad innescare un ciclo limite attorno al valore ottimo dello slittamento in entrambi i casi considerati. Si nota inoltre che, con la presenza della valvola da 50 Hz, la flessione della gamba del carrello non influisce in generale sull'andamento della velocità tangenziale della ruota e del coefficiente di slittamento, anche al variare della rigidezza K_{θ} della molla. La risposta del sistema ABS è ora più lenta rispetto a quella del sistema con la valvola da 200 Hz. Questo evita che ci siano interazioni tra l'oscillazione della gamba, la dinamica della ruota ed il comportamento della legge di controllo.

Osservando la Figura 6.23 e la Figura 6.26, si nota che, come con l'utilizzo della valvola da 200 Hz, il valore medio e l'ampiezza delle oscillazioni dell'angolo θ_{walk} di flessione della gamba del carrello aumentano al diminuire della rigidezza K_{θ} della molla.

Confrontando le figure 6.17 e 6.20 con le figure 6.23 e 6.26, si può notare che la presenza della valvola con banda passante di 50 Hz provoca un aumento dell'ampiezza delle oscillazioni dell'angolo θ_{walk} . Ciò è dovuto al raggiungimento di



Figura 6.24: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo con banda passante della valvola di 50 Hz e con K_{θ} = 5190 KNm/rad



Figura 6.25: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata con banda passante della valvola di 50 Hz e con $K\theta = 5190$ KNm/rad



Figura 6.26: Andamento dell'angolo θ_{walk} durante la frenata con banda passante della valvola di 200 Hz e con $K_{\theta} = 5190$ KNm/rad

valori del coefficiente di slittamento più lontani da quello ottimo e, di conseguenza, di valori minori in modulo della forza frenante applicata allo pneumatico. Una forza frenante più bassa provoca un ritorno elastico maggiore della gamba del carrello e quindi delle variazioni dell'angolo θ_{walk} maggiori.

La Tabella 6.9 riporta i risultati di tutte le simulazioni effettuate sul modello con gamba del carrello deformabile. Per ogni banda passante della valvola, al variare della rigidezza della molla, la distanza e l'efficienza di frenata sono molto simili. La flessibilità della gamba del carrello d'atterraggio non ha quindi effetti significativi sulle prestazioni del regolatore ABS utilizzato.

Risultati	Banda passante 200 Hz		Banda pas	sante 50 Hz
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
Distanza frenata s_f	116,63 m	116,80 m	126,03 m	126,07 m
Efficienza frenata η	0,947	0,946	0,875	0,875

Tabella 6.9: Confronto risultati della frenata per caso 1 ($K_{\theta} = 6670$ KNm/rad) e caso 2 ($K_{\theta} = 5190$ KNm/rad), per i due valori di banda passante della valvola considerati

Bisogna comunque tenere in considerazione l'effetto dovuto all'accoppiamento tra la dinamica della valvola idraulica e le oscillazioni della gamba: se questo comporta il raggiungimento di valori di slittamento troppo elevati (in modulo), può essere necessario dover tarare i parametri del regolatore sul sistema che include il modello flessibile del carrello. La stessa cosa vale nel caso in cui sia l'ampiezza delle oscillazioni dell'angolo θ_{walk} ad assumere valori elevati, come visto dalle simulazioni effettuate sul sistema che include la valvola con banda passante pari a 50 Hz. In generale, attraverso la scelta dei valori dei parametri dell'algoritmo di controllo, bisogna cercare di ridurre l'ampiezza delle oscillazioni dello slittamento dello pneumatico, in modo tale da contenere le variazioni della forza frenante, la quale induce le oscillazioni della gamba del carrello.

6.4 Variazione dello spessore e del materiale dei dischi del freno

Fino ad ora é stato utilizzato un freno *Carbon-Carbon* con spessore dei dischi pari a 15 mm per le simulazioni di frenata effettuate. Per valutare l'effetto della variazione dello spessore dei dischi sul comportamento del regolatore e sulla frenata in generale, sono state svolte delle simulazioni utilizzando dischi di spessore pari a 10 mm e 20 mm. Si é valutato inoltre l'effetto della variazione del materiale dei dischi, utilizzando un freno con rotore in acciaio (ChNMKh) e pastiglie metallo-ceramiche (FMC-11). La variazione del materiale influisce sulla dipendenza del coefficiente d'attrito del freno dalla temperatura. Le simulazioni sono state effettuate sul modello che non comprende la dinamica della valvola idraulica perché si vuole osservare il comportamento del regolatore a fronte di modifiche del modello termico del freno. Perciò i parametri del regolatore sono quelli tarati per questo caso e riportati in Tabella 5.1. A meno dello spessore, i dati e la discretizzazione dei dischi sono quelli riportati in Tabella 4.3.

6.4.1 Variazione dello spessore dei dischi

Le figure 6.27, 6.28 e 6.29 mostrano i risultati delle simulazioni rispettivamente per i dischi di spessore 10 mm, 15 mm e 20 mm. Si può notare che non si hanno differenze nei tre casi per quanto riguarda la velocità tangenziale della ruota. Anche le prestazioni del regolatore sono molto simili al variare dello spessore dei dischi, come si può osservare dalla Tabella 6.10. Ciò è dovuto al fatto che la dinamica termica è più lenta rispetto alla dinamica della ruota. Di conseguenza, la variazione dello spessore dei dischi non causa effetti macroscopici sul comportamento del regolatore e sulle prestazioni in frenata. Questo si può osservare più chiaramente dalle figure 6.30, 6.31 e 6.32 che mostrano l'andamento durante la frenata della temperatura lungo la coordinata assiale del disco rotorico per i tre valori di spessore utilizzati. Poiché la distribuzione di temperatura è simmetrica, i risultati sono presentati solo per metà spessore del disco al fine di rendere i grafici più leggibili. In tutti e tre i casi considerati, all'inizio della frenata si ha un veloce innalzamento della temperatura



Figura 6.27: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata per freno con dischi di spessore t = 10 mm



Figura 6.28: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata per freno con dischi di spessore t = 15 mm



Confronto velocità tangenziale ruota e velocità velivolo

Figura 6.29: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata per freno con dischi di spessore t = 20 mm

Risultati	Spessore 10 mm	Spessore 15 mm	Spessore 20 mm
Distanza frenata s_f	115,03 m	114,75 m	114,98 m
Efficienza frenata η	0,952	0,954	0,952
Temperatura massima rotore	1300 K	1280 K	1279 K

Tabella 6.10: Risultati frenata e temperatura massima rotore al variare dello spessore dei dischi

dello strato più esterno del rotore. Questo fa in modo che il coefficiente d'attrito raggiunga in circa 0,2 s il suo valore massimo (Figura 4.5). Si nota inoltre che l'andamento della temperatura degli strati più esterni è simile nei tre casi e, di conseguenza, anche il coefficiente d'attrito assume gli stessi valori durante le tre simulazioni. Per tale ragione, il regolatore non risente della variazione dello spessore del rotore.

Inizialmente, gli strati interni rimangono più freddi. Successivamente, il calore comincia a trasferirsi in tutti gli strati del disco, i quali tendono a raggiungere una



Andamento temperatura metà rotore di spessore 10 mm

Figura 6.30: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco rotorico durante la frenata (10 mm)



Figura 6.31: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco rotorico durante la frenata (15 mm)



Figura 6.32: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco rotorico durante la frenata (20 mm)

distribuzione di temperatura più uniforme. Quanto detto vale soprattutto per i dischi di spessore pari a 10 mm e 15 mm (Figura 6.30 e Figura 6.31), mentre per il disco di spessore pari a 20 mm si ha una significativa differenza di temperatura tra gli stati interni ed esterni durante tutta la frenata (Figura 6.32). Questo è dovuto alla caratteristica del carbonio di avere una bassa conducibilità termica.

Sul profilo di temperatura dello strato più esterno, si notano delle oscillazioni che sono causate dalla variazione della pressione frenate controllata dal regolatore. Ciò è dovuto al fatto che questo strato è a diretto contatto con le pastiglie e risente immediatamente dell'andamento della coppia frenante che dissipa l'energia cinetica per attrito. Tali oscillazioni di temperatura non si notano negli strati più interni del disco poiché il trasferimento del calore avviene con tempi più lunghi rispetto a quelli caratteristici della dinamica della ruota, che governano anche la variazione della coppia frenante.

Dalla Tabella 6.10, si può infine notare che anche la temperatura massima raggiunta dal rotore durante la frenata è simile nei tre casi simulati, ottenendo così, come sottolineato in precedenza, circa lo stesso valore del coefficiente d'attrito tra pastiglia e disco.

6.4.2 Variazione del materiale dei dischi

Per questa simulazione è stato utilizzato un freno con disco rotorico in acciaio (ChNMKh) e pastiglie metallo-ceramiche (FMC-11). Le dimensioni dei dischi sono quelle utilizzate in precedenza per il freno *Carbon-Carbon* e riportate in Tabella 4.3. I risultati ottenuti sono mostrati in Figura 6.33 e in Figura 6.34. Si può notare che, pur mantenendo la velocità tangenziale della ruota vicino al valore ottimale e riuscendo ad innescare un ciclo limite attorno al valore ottimo del coefficiente di slittamento λ_{opt} , il regolatore ABS non funziona al meglio nella fase iniziale della frenata. Ciò è dovuto al fatto che, richiamando le figure 4.5 e 4.6, l'andamento del coefficiente d'attrito tra statore e rotore in funzione della temperatura è differente rispetto a quello caratteristico di un freno *Carbon-Carbon*. Infatti, per la coppia di materiali FMC-11/ChNMKh, il coefficiente d'attrito assume il valore massimo a basse temperature e



Figura 6.33: Andamento velocità tangenziale della ruota e velocità longitudinale del velivolo durante la frenata per il freno FMC-11/ChNMKh



Coefficiente di slittamento reale

Figura 6.34: Andamento del coefficiente di slittamento durante la frenata per il freno FMC-11/ChNMKh

tende a diminuire al crescere della temperatura. Inoltre, per il freno *Carbon-Carbon*, il valore del coefficiente d'attrito varia significativamente solo fino alla temperatura di 600 K, poi rimane sostanzialmente costante alle temperature sviluppate durante le simulazioni considerate. Al contrario, il valore del coefficiente d'attrito per il freno FMC-11/ChNMKh varia significativamente a tutte le temperature sviluppate durante la frenata. Osservando la Figura 6.35, si nota che la temperatura cresce molto velocemente durante il primo secondo di simulazione. Ciò comporta una significativa variazione del coefficiente d'attrito del freno (Figura 4.6). Pertanto, il termine $\dot{K}_f p_p$ presente nelle equazioni (5.10) e (5.11) assume valori non trascurabili, causando un anticipo nell'azione di controllo.

Dalla Figura 6.34, si può inoltre notare che l'ampiezza delle oscillazioni è maggiore rispetto al caso di freno in carbonio, mentre la loro frequenza è minore. Ciò è dovuto al fatto che, al crescere della temperatura dei dischi, il coefficiente d'attrito diminuisce e, durante la frenata, si ha un valore più basso rispetto al caso precedente. Questo comporta una variazione di pressione più elevata per ottenere la variazione di



Figura 6.35: Andamento della temperatura all'interno di metà spessore del disco rotorico in ChNMKh

coppia frenante necessaria ad oltrepassare le soglie di accelerazione $\dot{\omega}_n$ e $\dot{\omega}_p$ della ruota. Bisogna quindi attendere un tempo maggiore perché la pressione, e quindi la coppia frenante, venga incrementata o ridotta. Quanto detto è facilmente osservabile in Figura 6.36, dove viene mostrato l'andamento della pressione frenante nel caso di freno *Carbon-Carbon* e freno FMC-11/ChNMKh. Sempre per lo stesso motivo, il valore della pressione è ora, in generale, maggiore rispetto al caso con freno in carbonio.

Per le condizioni specificate, si ha una distanza di frenata pari a $s_f = 119,14$ m e un'efficienza di frenata pari a $\eta = 0,933$. Il regolatore ABS è in grado quindi di funzionare e mantenere buone prestazioni anche a seguito della variazione del materiale dei dischi del freno. Come si osserva dalla Figura 6.35, la temperatura massima raggiunta nello strato più esterno del disco rotorico è $T_{max}^r = 784$ K. Le temperature presenti all'interno del disco sono più basse rispetto a quelle presenti nel disco in carbonio, dal momento che l'acciaio ha una capacità termica maggiore del carbonio. Questo fa in modo che la temperatura rimanga più bassa a fronte di una pari potenza termica assorbita. Si osserva inoltre che anche la differenza di temperatura fra i vari strati è ora minore rispetto al caso con disco in carbonio (Figura 6.31): ciò



Figura 6.36: Confronto tra l'andamento della pressione frenante per il freno *Carbon-Carbon* e per il freno FMC-11/ChNMKh

è dovuto al fatto che il disco in acciaio ha una conducibilità termica più alta rispetto a quello in carbonio, la quale permette un maggior trasferimento di calore nello spessore del disco.

Infine, come sottolineato anche per i dischi in carbonio, sul profilo di temperatura dello strato più esterno si notano delle oscillazioni, causate dalla variazione della pressione frenate controllata dal regolatore (Figura 6.35). Ciò è dovuto al fatto che questo strato è a diretto contatto con le pastiglie e risente dell'andamento della coppia frenante che dissipa l'energia cinetica per attrito. Tali oscillazioni di temperatura si riducono negli starti più interni poiché il trasferimento del calore avviene con tempi più lunghi rispetto a quelli caratteristici della variazione della coppia frenante.
7 Conclusioni

Il lavoro di tesi si è concentrato sullo sviluppo e sull'implementazione di un modello avanzato di impianto frenante aeronautico adatto alla progettazione di leggi di controllo per il regolatore ABS. Questo sistema è in grado di evitare il bloccaggio delle ruote del carrello d'atterraggio e di realizzare una frenata ottimale, facendo fronte a varie condizioni operative e ai diversi aspetti legati a tale manovra.

La prima parte del lavoro ha portato alla definizione di un modello che tiene in considerazione le principali caratteristiche di un tipico impianto frenante aeronautico, come la forza nonlineare di compressione del pacco dischi, le proprietà termiche del freno, la modellazione dello pneumatico, le differenti condizioni della pista, la flessibilità della gamba del carrello, la banda passante limitata della valvola idraulica, la variazione dello spessore e del materiale dei dischi del freno. Questo strumento di analisi è abbastanza dettagliato per la rappresentazione dei fenomeni studiati e per la progettazione e la verifica di funzionamento del regolatore ABS. Inoltre, cambiando il valore dei dati, può essere facilmente adattato alle variazioni dei componenti e dei loro parametri tipiche di una fase di progetto preliminare.

Successivamente, il modello è stato implementato nel programma multicorpo MBDyn. La capacità di modellare le nonlinearità presenti nel sistema considerato, la disponibilità di componenti deformabili, la possibilità di inserire specifici elementi degli organi d'atterraggio (come pneumatico, freno e interfaccia con sistema di controllo) e di aggiornare i modelli già presenti, sono caratteristiche importanti dell'ambiente multicorpo che sono state sfruttate nel presente lavoro.

In seguito, è stato implementato in Simulink un algoritmo di controllo a soglia (*Threshold*) autoregolante a stati. Questo algoritmo ha lo scopo di controllare la pressione in ingresso al freno (quindi la coppia frenante) così che il sistema ruota lavori su un ciclo limite nell'intorno del minimo della curva che descrive l'andamento della forza d'attrito longitudinale tra lo pneumatico e la pista. I passaggi tra gli stati della legge di controllo sono innescati da informazioni riguardanti la velocità angolare, l'accelerazione angolare e la derivata temporale dell'accelerazione angolare

della ruota. Questo permette l'utilizzo di un solo sensore, che misura la velocità angolare della ruota, per ricavare le grandezze necessarie al regolatore ABS, in modo da ridurre i costi di realizzazione del sistema. Le simulazioni effettuate hanno dimostrato che l'algoritmo di controllo autoregolante è in grado di controllare la frenata del velivolo sia nelle condizioni di progetto sia a fronte di variazioni dei parametri del modello e delle condizioni della pista. Dallo studio sulla banda passante della valvola idraulica si è visto che, al diminuire della frequenza, l'ampiezza delle oscillazioni dello slittamento della ruota aumenta e le prestazioni del regolatore diminuiscono leggermente. Questo si deve all'aumento del tempo di esaurimento del transitorio della valvola. Per le simulazioni riguardanti le condizioni della pista e la variazione dello spessore e del materiale dei dischi del freno, il regolatore riesce ad eseguire una frenata ottimale e a mantenere ottime prestazioni senza dover reimpostare i suoi parametri. Ciò è un chiaro indice della robustezza della logica di controllo utilizzata.

Il confronto di questo algoritmo con uno più semplice, basato su logica PID, ha permesso di osservare che il primo, pur avendo prestazioni leggermente inferiori al secondo, ha il vantaggio di riuscire a far seguire alla ruota il valore ottimo dello slittamento anche a fronte di improvvise variazioni delle condizioni della pista, senza la necessità di introdurre stimatori di slittamento e sensori aggiuntivi.

7.1 Sviluppi futuri

Il lavoro svolto ha portato alla realizzazione di un modello multicorpo capace di simulare la fase di frenata di un velivolo e all'implementazione di un algoritmo per il regolatore ABS capace di controllare l'impianto frenante, ottenendo buone prestazioni in termini di distanza di frenata e di robustezza.

Tuttavia è importante sottolineare che al modello complessivo del velivolo sono state applicate delle semplificazioni, trascurando alcune importanti caratteristiche del sistema reale. Infatti, l'interesse maggiore è stato concentrato sulla modellazione del freno e sull'implementazione di un metodo di controllo. Questo lavoro deve essere inteso come un modulo di un più complesso modello avanzato di tutte le parti del velivolo necessarie per una corretta simulazione della dinamica all'atterraggio e della dinamica delle manovre al suolo. Si possono identificare alcuni campi principali di sviluppo per questo progetto.

Struttura del velivolo e configurazione del carrello d'atterraggio: in questo lavoro si è considerato un modello approssimato della struttura del velivolo e del carrello d'atterraggio. Sarebbe opportuno sviluppare un modello deformabile della fusoliera e della gamba del carrello, in modo tale da valutare in modo più accurato gli effetti legati al fenomeno del *gear walk*. Sarebbe importante capire se una particolare combinazione dei parametri del sistema e del regolatore può influire sulle frequenze naturali della struttura del carrello e produrre un'instabilità.

Un altro sviluppo potrebbe essere l'introduzione del modello degli ammortizzatori e del carrello secondario, in modo da rappresentare l'influenza del moto di beccheggio e del trasferimento di carico sulla frenata, che, per un velivolo di piccole dimensioni come quello considerato, giocano un ruolo importante durante questa manovra.

Si potrebbero inoltre tenere in considerazione gli effetti dovuti alle forze aerodinamiche presenti sul velivolo, come la diminuzione della portanza durante la frenata, che fa variare la massima forza d'attrito tra lo pneumatico e la pista.

Infine, è stata presa in esame la sola configurazione a stelo del carrello d'atterraggio. Sarebbe consigliabile implementare modelli complessi di altre configurazioni di carrelli, come ad esempio un carrello articolato o un carrello tripode. In quest'ultimo caso, sarebbe interessante osservare come la dinamica della struttura e le forze laterali presenti tra lo pneumatico e la pista influenzano il comportamento del regolatore e la dinamica complessiva della frenata del velivolo.

 Modellazione dello pneumatico: in questo lavoro si è utilizzato un modello semplificato dello pneumatico. Per rappresentare in modo più accurato la possibile instabilità e le oscillazioni dovute al *gear walk*, sarebbe opportuno considerare un modello complesso che rappresenta più fedelmente la dinamica dello pneumatico e le sue deformazioni viscoelastiche longitudinali, laterali e torsionali (si rimanda al paragrafo 2.6).

Sarebbe importante valutare inoltre gli effetti dovuti alla pressione di gonfiaggio e all'usura degli pneumatici.

Infine, si potrebbe considerare la dipendenza della curva d'attrito tra lo pneumatico e l'asfalto dalla velocità longitudinale del velivolo.

• Legge di controllo del regolatore ABS: l'algoritmo di controllo utilizzato in questa trattazione si inserisce all'interno della categoria dei regolatori di tipo *Threshold* e *Self-Tunig*. Questi controlli hanno il vantaggio di utilizzare solamente informazioni provenienti dai sensori di velocità angolare delle ruote, di essere robusti rispetto alle variazioni delle condizioni operative e di sfruttare un principio di funzionamento semplice ed intuitivo. Tuttavia, come si è visto dal confronto con il regolatore PID, tali leggi di controllo non garantiscono in assoluto le migliori prestazioni dal momento che non permettono una modulazione continua della coppia frenante, ma consentono solo tre azioni di controllo a modulazione continua tra quelle presentate nel capitolo 2, così da permettere un confronto che tenga in conto i diversi aspetti in gioco (come le prestazioni, la realizzabilità, i costi, ecc.).

Inoltre, sarebbe opportuno inserire il modello del sensore della velocità della ruota per valutare gli effetti della risoluzione e degli errori di misura sul comportamento e sulle prestazioni del regolatore.

Infine, nel presente lavoro è stata considerata una frenata simmetrica del velivolo, trascurando la dinamica laterale e i moti di rollio e imbardata. Sarebbe interessante considerare questi movimenti al fine di poter realizzare una frenata asimmetrica, applicando alle ruote delle coppie frenanti di diversa intensità, in modo da stabilizzare l'assetto del velivolo nel caso in cui gli pneumatici dovessero incontrare diverse condizioni di aderenza. Questa estensione potrebbe rientrare in un possibile sviluppo di un sistema di controllo elettronico della stabilità ESC (Electronic Stability Control) del

velivolo.

• Validazione: sarebbe molto importante confrontare e validare i risultati ottenuti dalle simulazioni con dati ricavati da prove sperimentali.

Bibliografia

- H. J. Li, X. H. Hou, Y. X. Chen, "Densification of unidirectional carbon–carbon composites by isothermal chemical vapor infiltration", *Carbon*, Vol. 38, 2000, pp. 423-427.
- [2] I. J. M. Besselink, "Shimmy of Aircraft Main Landing Gears", Tesi di dottorato presso la Technical University di Delft, Settembre 2000.
- [3] P. Khapane, "Simulation of Landing Gear Dynamics and Brake-Gear Interaction", Tesi presso la Technische Universitat Braunschweig, Agosto 2006.
- [4] A. A. Aly, E. Zeidan, A. Hamed, F. Salem, "An Antilock-Braking System (ABS) Control: A Technical Review", Intelligent Control and Automation, 2011, 2, pp. 186-195.
- [5] N. S. Currey, "Aircraft Landing Gear Design: Principles and Practices", AIAA Education Series, 1988.
- [6] P. E. Wellstead, N. B. O. L. Pettit, "Analysis and Redesign of an Antilock Brake System Controller," IEEE Proceedings Control Theory Applications, Vol. 144, No. 5, Settembre 1997, pp. 413-426.
- [7] S. Kumar, K. L. Verghese, K. K. Mahapatra, "Fuzzy Logic based Integrated Control of Anti-lock Brake System and Collision Avoidance System using CAN for Electric Vehicles, IEEE International Conference on Industrial Technology, Gippsland, Febbraio 2009, pp. 1-5.
- [8] P. C. Astori, "Organi d'atterraggio," IMPIANTI E SISTEMI AEROSPAZIALI -Dispense del corso, Capitolo 8, 2011.
- [9] F. Jiang, "An Application of Nonlinear PID Control to a Class of Truck ABS Problems", Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Dicembre 2001, pp. 516-521.
- [10] G. Magnani, G. Ferretti, P. Rocco, "Tecnologie dei sistemi di controllo", McGraw-Hill, Seconda edizione.

- [11] Z. Ming, N. Hong, W. Xiao-hui, Z. Enzhi, "Research on Modelling and Simulation for Aircraft Anti-skid Braking", Systems and Control in Aerospace and Astronautics, Dicembre 2008, pp. 1-5.
- [12] L. Alvarez, J. Yi, R. Horowitz, L. Olmos, "Adaptive Emergency Braking Control With Observer-Based Dynamic Tire-Road Friction Model And Underestimation Of Friction Coefficient," Proceedings of the 15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control, Barcellona, Luglio 2002.
- [13] J. Yi, L. Alvarez, R. Horowitz, C. C. de Wit, "Adaptive Emergency Braking Control Using a Dynamic Tire/Road Friction Model", Proceedings of 39th IEEE Conference on Decision Control, Sydney, Dicembre 2000, pp. 456-461.
- [14] C.C. de-Wit, R. Horowitz, "Observers for Tire/road Contact Friction using only wheel angular velocity information", Proceedings of the 38th Conference on Decision & Control, Phoenix, Dicembre 1999, pp. 3932-3936.
- [15] J. Yi, L. Alvarez, X. Claeys, R. Horowitz, "Emergency Braking Control with an Observer-based Dynamic Tire/Road Friction Model and Wheel Angular Velocity Measurement", Vehicle System Dynamics, vol. 39, No.2, 2003, pp 81-97.
- [16] J.S. Yu, "A robust adaptive wheel-slip controller for antilock brake system", Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, San Diego, Dicembre 1997, pp. 2545-2546.
- [17] Y. Liu, J. Sun, "Target Slip Tracking Using Gain-Scheduling for Braking Systems," Proceedings of the 1995 American Control Conference, Seattle, Giugno 1995, pp. 1178-1182.
- [18] T. A. Johansen, I. Petersen, J. Kalkkuhl, J. Lüdemann, "Gain-Scheduled Wheel Slip Control in Automotive Brake Systems", IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol.. 11, No. 6, Novembre 2003, pp. 799-811.
- [19] M. Tanelli, A. Astol, S. M. Savaresi, "Robust Nonlinear Output Feedback Control for Brake by Wire Control Systems", Automatica, vol. 44, No. 4, 2008, pp. 1078-1087.

- [20] K. R. Buckholtz, "Reference Input Wheel Slip Tracking Using Sliding Mode Control", SAE 2002 World Congress, Detroit, Marzo 2002.
- [21] H. S. Tan, M. Tomizuka, "An Adaptive Sliding Mode Vehicle Traction Controller Design," Proceedings of the 1990 American Control Conference, San Diego, Maggio 1990, pp. 1856-1862.
- [22] Y. K. Chin, W. C. Lin, D. M. Sidlosky, D. S. Rule, "Sliding-Mode ABS Wheel-Slip Control," Proceedings of 1992 ACC, Chicago, 1992, pp. 1-6.
- [23] S. Drakunov, Ü. Özgüner, P. Dix, B. Ashrafi, "ABS Control Using Optimum Search via Sliding Modes," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 3, Marzo 1995, pp. 79-85.
- [24] M. Dotoli, "Controllo Fuzzy di un Pendolo Inverso", Politecnico di Bari, 2008.
- [25] A. A. Aly, "Intelligent Fuzzy Control for Antilock Brake System with Road-Surfaces Identifier," Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Xi'an, Agosto 2010, pp. 699-705.
- [26] A. Visioli, "Introduzione alla logica fuzzy ed al controllo fuzzy", Università degli studi di Brescia.
- [27] J. R. Layne, K. M. Passino, S. Yurkovich, "Fuzzy Learning Control for Antiskid Braking Systems," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 1, No. 2, Giugno 1993, pp. 122-129.
- [28] G. F. Mauer, "A Fuzzy Logic Controller for an ABS Braking System," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 3, No. 4, Novembre 1995, pp. 381-388.
- [29] M. Oudghiri, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Robust Fuzzy Sliding Mode Control for Antilock Braking System", International, Journal on Science and Techniques of Automatic Control, vol.1, No.1, Giugno 2007.
- [30] C. K. Chen and M. C. Shih, "PID-Type Fuzzy Control for Anti-lock Brake Systems with Parameter Adaptation," JSME International Journal, Series C, vol. 47, No. 2, 2004, pp. 675-685.

- [31] W. Z. Qiao, M. Mizumoto, "PID type fuzzy controller and parameters adaptive method", Fuzzy Sets and Systems, vol. 78, Issue 1, Febbraio 1996, pp. 23-35.
- [32] J. Jantzen, "Tuning Of Fuzzy PID Controllers", Technical report no 98, Aprile 1999.
- [33] W. Pasillas-Lépine, "Hybrid modeling and limit cycle analysis for a class of fivephase ABS algorithms", Vehicle System Dynamics, Taylor & Francis, vol. 44, No.2, 2006, pp. 173-188.
- [34] M. Tanelli, G. Osorio, M. di Bernardo, S. M. Savaresi, A. Astolfi, "Existence, stability and robustness analysis of limit cycles in hybrid anti-lock braking systems", International Journal of Control, vol.82, No.4, 2009, pp. 659-678.
- [35] R. Morselli, R. Zanasi, "Self-Tuning Control Strategy for Antilock Braking Systems", Proceedings of the 2006 American Control Conference, Minneapolis, Giugno 2006, pp. 5861-5866.
- [36] S. Gualdi, "Multibody Approach to the Simulation of Aircraft Ground Loads and Semi-Active Landing Gear Control", Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria Aerospaziale - XV Ciclo, Dicembre 2002.
- [37] Y. Wang, M. V. Blundell, G. Wood, C. Bastien, "Tyre model development using co-simulation technique for helicopter ground operation", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, Dicembre 2014, pp. 400-413.
- [38] R. Kiébré, "Contribution to the modelling of aircraft tyre-road interaction", Engineering Sciences. Université de Haute Alsace, Mulhouse, 2010.
- [39] E. Denti, D. Fanteria, "Analysis and Control of the Flexible Dynamics of Landing Gear in the Presence of Antiskid Control System", Paper presented at the 81st Meeting of the AGARD SMP Panel on "The Design, Qualification and Maintenance of Vibration-Free Landing Gear", Banff, Ottobre 1995.
- [40] J. J. M. van Oosten, H. B. Pacejka, "SWIFT-Tyre: An accurate tyre model for ride and handling studies also at higher frequencies and short road wavelengths",

Abstract ADAMS Users' Conference, Orlando, Giugno 2000.

- [41] S. Gualdi, M. Morandini, G. L. Ghiringhelli, "Anti-skid induced aircraft landing gear instability", Aerospace Science and Technology, vol. 12, Issue 8, Dicembre 2008, pp. 627–637.
- [42] G.L. Ghiringhelli, M. Boschetto, "Design Landing Loads Evaluation by Dynamic Simulation of Flexible Aircraft", AGARD-CP-484, Ref. 16, Proceedings of the 71st Meeting of the AGARD Structures and Materials Panel, Povoa de Varzim, Ottobre 1990.
- [43] A.A. Yevtushenko, A. Adamowicz, P. Grzes, "Three-dimensional FE model for the calculation of temperature of a disc brake at temperature-dependent coefficients of friction", International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 42, Marzo 2013, pp. 18-24.
- [44] M. B. Peterson, T. L. Ho, "Consideration of Materials for Aircraft Brakes", NASA CR - 121116, Aprile 1972.
- [45] P. J. Blau, "Compositions, Functions, and Testing of Friction Brake Materials and Their Additives", Oak Ridge National Laboratory, TM-2001/64, Settembre 2001.
- [46] J. I. Pritchard, "An Overview of Landing Gear Dynamics", NASA Langley R. C., vol. TM-1999-209143, ARL-TR-1976, Maggio 1999.
- [47] O. N. Hamzeh, W. W. Tworzydlo, H. J. Chang, S. T. Fryska, "Analysis of Friction-Induced Instabilities in a Simplified Aircraft Brake", Proceedings of the 1999 SAE Brake Colloquium, 1999.
- [48] J. J. Sinou, O. Dereure, G.B. Mazet, F. Thouverez, L. Jezequel, "Frictioninduced vibration for an aircraft brake system-Part 1: Experimental approach and stability analysis", International Journal of Mechanical Sciences, Elsevier, 2006, 48 (5), pp. 536-554.
- [49] J. J. Sinou, F. Thouverez, L. Jezequel, "Non-linear stability analysis of a complex rotor/stator contact system", Journal of Sound and Vibration, vol. 278, 2004, pp. 1095–1129.
- [50] W. Kruger, I. Besselink, D. Cowling, D.B. Doan, W. Kortüm, W. Krabacher, "Aircraft Landing Gear Dynamics: Simulation and Control", Vehicle System

Dynamics, vol. 28, 1997, pp. 119-158.

- [51] P. C. Astori, "Landing gear system", Numerical Models for Aircraft Systems Lecture Notes, Capitolo 5, 2009.
- [52] P. Dupont, V. Hayward, B. Armstrong, "Single State Elasto-Plastic Models for Friction Compensation", IEEE Transactions on Automatic Control, Dicembre 1999.
- [53] S. Lorrai, "Modellazione, Simulazione e Implementazione di un Sistema Brake by Wire su FlexRay", Tesi di Laurea presso Università degli Studi di Cagliari, 2009.
- [54] P. Dupont, V. Hayward, B. Armstrong, F. Altpeter, "Single State Elastoplastic Friction Models", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, No. 5, Maggio 2002.
- [55] M. Nardo, "Modellistica e Controllo di un Sistema Frenante per Aeromobile a Pilotaggio Remoto ad Elevato Carico Utile", Tesi di Laurea presso Politecnico di Milano, 2015.
- [56] M. Spieck, "Ground Dynamics of Flexible Aircraft in Consideration of Aerodynamic Effects", Tesi presso la Technischen Universität München, Dicembre 2003.
- [57] https://www.mbdyn.org/
- [58] "MBDyn Tutorials", Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale of the University "Politecnico di Milano", Luglio 2009.
- [59] P. Bolzern, R. Scattolini, N. Schiavoni, "Fondamenti di controlli automatici", McGraw-Hill, Terza edizione.
- [60] "Introduction to Electro-hydraulic Proportional and Servo Valves", Parker.

Appendice A



Figura A.1: Schema del sistema deformabile considerato per le simulazioni del gear walk Il sistema considerato è composto dal velivolo, avente massa m_v , dalla gamba del carrello, avente massa m_g , momento di inerzia baricentrico J_g e lunghezza l_g , e dalla ruota, avente massa m_r , momento di inerzia polare J_r e raggio R. I gradi di libertà del sistema sono x e θ_{walk} che corrispondono rispettivamente alla traslazione longitudinale dell'asse della ruota e all'angolo compreso tra la verticale e la gamba del carrello in posizione deformata. La ruota rotola senza strisciare con velocità angolare ω e non si stacca mai dal terreno. Tra la gamba del carrello d'atterraggio ed il velivolo è presente una molla angolare di rigidezza K_{θ} che simula la flessibilità della gamba. Il moto di beccheggio del velivolo viene trascurato. Dal momento che si vogliono calcolare le frequenze proprie del sistema, non sono state applicate le forze e le coppie agenti sul carrello. La Figura A.1 mostra uno schema del sistema descritto.

Per calcolare le frequenze proprie, si ricavano le matrici di massa e di rigidezza del sistema attraverso la scrittura delle equazioni di Lagrange. Da queste, si ottengono gli autovalori del sistema e in seguito le frequenze proprie.

Si inizia scrivendo le espressioni della posizione del baricentro del velivolo, del baricentro della gamba del carrello e dell'asse della ruota.

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{v}} = \left(\boldsymbol{x} + l_g \sin(\theta_{walk})\right) \boldsymbol{i} + l_g \cos(\theta_{walk}) \boldsymbol{j}$$
(A.1)

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{g}} = \left(x + \frac{l_g}{2}\sin(\theta_{walk})\right)\boldsymbol{i} + \frac{l_g}{2}\cos(\theta_{walk})\boldsymbol{j}$$
(A.2)

$$\boldsymbol{x_a} = \boldsymbol{x}\boldsymbol{i} \tag{A.3}$$

Derivando rispetto al tempo, si ottengono le espressioni della velocità del baricentro del velivolo, del baricentro della gamba e dell'asse della ruota.

$$\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{\nu}} = \left(\dot{x} + l_g \dot{\theta}_{walk} \cos(\theta_{walk})\right) \boldsymbol{i} - l_g \dot{\theta}_{walk} \sin(\theta_{walk}) \boldsymbol{j}$$
(A.4)

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{g}} = \left(\dot{x} + \frac{l_g}{2}\dot{\theta}_{walk}\cos(\theta_{walk})\right)\boldsymbol{i} - \frac{l_g}{2}\dot{\theta}_{walk}\sin(\theta_{walk})\boldsymbol{j}$$
(A.5)

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{a}} = \dot{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{i} \tag{A.6}$$

E' ora possibile scrivere le espressioni dell'energia cinetica e dell'energia potenziale del sistema, per poi ricavare l'espressione della lagrangiana. Tenendo in conto che la velocità angolare della ruota è $\omega = v_a/R$, l'energia cinetica è data da:

$$T = \frac{1}{2}m_{v}\boldsymbol{v}_{v}\cdot\boldsymbol{v}_{v} + \frac{1}{2}m_{g}\boldsymbol{v}_{g}\cdot\boldsymbol{v}_{g} + \frac{1}{2}J_{g}\dot{\theta}_{walk}^{2} + \frac{1}{2}m_{r}\boldsymbol{v}_{a}\cdot\boldsymbol{v}_{a} + + \frac{1}{2}J_{r}\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2}m_{v}\left(\dot{x}^{2} + 2\dot{x}\dot{\theta}_{walk}l_{g}\cos(\theta_{walk}) + l_{g}^{2}\dot{\theta}_{walk}^{2}\right) + + \frac{1}{2}m_{g}\left(\dot{x}^{2} + 2\dot{x}\dot{\theta}_{walk}\frac{l_{g}}{2}\cos(\theta_{walk}) + \frac{l_{g}^{2}}{4}\dot{\theta}_{walk}^{2}\right) + \frac{1}{2}J_{g}\dot{\theta}_{walk}^{2} + + \frac{1}{2}m_{r}\dot{x}^{2} + \frac{1}{2}\frac{J_{r}}{R^{2}}\dot{x}^{2}$$
(A.7)

L'energia potenziale del sistema è data da:

$$V = \frac{1}{2} K_{\theta} \theta_{walk}^2 \tag{A.8}$$

La lagrangiana ha la seguente espressione:

$$\mathcal{L} = T - V \tag{A.9}$$

Le equazioni di Lagrange sono date da:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \qquad (i = 1, 2)$$
(A.10)

dove q_i e \dot{q}_i rappresentano rispettivamente le coordinate generalizzate del sistema e le loro derivate prime rispetto al tempo ($q_1 = x, q_2 = \theta_{walk}$).

Sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti dell'angolo θ_{walk} e linearizzando le equazioni attorno alla posizione di equilibrio ($\theta_{walk} = 0$), si ottiene:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} = m_{\nu} \left(\dot{x} + l_g \dot{\theta}_{walk} \right) + m_g \left(\dot{x} + \frac{l_g}{2} \dot{\theta}_{walk} \right) + m_r \dot{x} + \frac{J_r}{R^2} \dot{x}$$
(A.11)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \tag{A.12}$$

• $\theta_{walk}, \dot{\theta}_{walk}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_{walk}} = m_v \left(l_g \dot{x} + l_g^2 \dot{\theta}_{walk} \right) + m_g \left(\frac{l_g}{2} \dot{x} + \frac{l_g^2}{4} \dot{\theta}_{walk} \right) + J_g \dot{\theta}_{walk}$$
(A.13)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_{walk}} = -K_{\theta} \theta_{walk} \tag{A.14}$$

Derivando rispetto al tempo la (A.11) e la (A.13), si ricavano le equazioni del moto del sistema:

$$\left[m_{\nu} + m_{g} + m_{r} + \frac{J_{r}}{R^{2}}\right] \ddot{x} + \left[m_{\nu}l_{g} + m_{g}\frac{l_{g}}{2}\right] \ddot{\theta}_{walk} = 0$$
(A.15)

$$\left[m_{\nu}l_{g} + m_{g}\frac{l_{g}}{2}\right]\ddot{x} + \left[m_{\nu}l_{g}^{2} + m_{g}\frac{l_{g}^{2}}{4} + J_{g}\right]\ddot{\theta}_{walk} + K_{\theta}\theta_{walk} = 0 \qquad (A.16)$$

Scrivendo le equazioni (A.15) e (A.16) in forma matriciale si ottiene:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta}_{walk} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta_{walk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(A.17)

dove:

-
$$M_{11} = m_v + m_g + m_r + \frac{J_r}{R^2}$$

- $M_{12} = m_v l_g + m_g \frac{l_g}{2}$
- $M_{22} = m_v l_g^2 + m_g \frac{l_g^2}{4} + J_g$
- $K_{22} = K_{\theta}$

Riscrivendo la (A.17) in forma compatta si ha:

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}}(t) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{0} \tag{A.18}$$

dove M è la matrice di massa e K è la matrice di rigidezza del sistema.

La soluzione del moto libero del sistema è del tipo:

$$\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{Q}e^{\lambda t} \tag{A.19}$$

dove \boldsymbol{Q} è un vettore di ampiezze indipendenti dal tempo.

Imponendo la soluzione (A.19) all'equazione (A.18) si ottiene:

$$(\lambda^2 M + K) Q e^{\lambda t} = 0 \tag{A.20}$$

dove λ sono gli autovalori che rappresentano le frequenze proprie del sistema ricercate. La (A.20) presenta una soluzione non banale quando:

$$\det(\lambda^2 M + K) = \begin{vmatrix} M_{11}\lambda^2 & M_{12}\lambda^2 \\ M_{12}\lambda^2 & M_{22}\lambda^2 + K_{22} \end{vmatrix} = \mathbf{0}$$
 (A.21)

Calcolando il determinante della matrice si ha:

$$\lambda^2 [(M_{11}M_{22} - M_{12}^2)\lambda^2 + M_{11}K_{22}] = 0$$
 (A.22)

da cui si ricava:

- $\lambda_{1,2} = 0$
- $\lambda_{3,4} = \pm j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M_{11}K_{22}}{M_{11}M_{22} M_{12}^2}}$

dove $\lambda_{1,2}$ sono le frequenze proprie legate allo spostamento rigido del sistema (coordinata x), mentre $\lambda_{3,4}$ sono le frequenze proprie legate alla flessione della gamba del carrello (coordinata θ_{walk}).