



POLITECNICO DI MILANO
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE
CORSO DI DOTTORATO IN INGEGNERIA AMBIENTALE E DELLE INFRASTRUTTURE

OLTRE LA MAPPA.
ANALISI NUMERICA E COMPARATIVA PER LO STUDIO DELLA
CARTOGRAFIA STORICA

Tesi di Dottorato di:
Caterina Gottardi

Relatore:
Prof. Francesco Guerra

Correlatore:
Prof. Evangelos Livieratos

Tutor:
Prof. Luigi Mussio

Coordinatore del Corso di Dottorato:
Prof. Alberto Guadagnini

29° Ciclo – 2013/2016

Indice

Riassunto	V
Abstract	IX
Capitolo 1. Introduzione	1
1.1 Valorizzare il patrimonio cartografico: lo stato dell'arte.....	1
1.1.2 La digitalizzazione della cartografia storica.....	2
1.1.3 Metodi analitici per la procedura di georeferenziazione.....	6
1.1.4 Il trattamento digitale dei dati.....	8
1.2 Obiettivi della ricerca.....	12
Parte I. Studio numerico e comparativo del <i>Liber de Existencia</i>	
<i>Riveriarum et Forma Maris Nostris Mediterranei</i>	15
Capitolo 2. Il <i>Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostris</i>	17
<i>Mediterranei</i>	
2.1 Introduzione alla ricerca.....	17
2.2 I portolani e le carte nautiche medioevali.....	18
2.3 La struttura del <i>Liber</i> : analisi del manoscritto.....	25
2.3.1 L'autore e la datazione dell'opera.....	26
2.3.2 Le misure di distanza e direzione.....	28
2.3.3 Alcune considerazioni.....	31
Capitolo 3. La <i>Geografia</i> di Claudio Tolomeo	33
3.1 L'ecumene Tolemaico e la conoscenza antica del Mediterraneo.....	33

3.2 Le coordinate di Tolomeo.....	35
3.3 Le origini dei portolani: una possibile via da indagare.....	41
Capitolo 4. Analisi numerica del <i>Liber</i>.....	45
4.1 Studio e posizionamento dei toponimi.....	45
4.2 Un sistema GIS per l'archiviazione e la documentazione dei dati.....	50
4.3 Analisi statistica dei dati: le distanze analizzate.....	54
4.3.1 La classificazione dei dati.....	59
4.3.2 L'incertezza delle misure: il modello descrittivo.....	61
4.3.3 Lo studio dell'errore attraverso l'analisi di regressione lineare....	63
4.3.4 Alcune considerazioni finali.....	67
Parte II. Studio analitico delle proiezioni ovali del XVI secolo – da Rosselli a Ricci – attraverso l'analisi tensoriale.....	73
Capitolo 5. Le proiezioni ovali del XVI secolo.....	75
5.1 Introduzione alla ricerca.....	75
5.2 Le sei carte storiche analizzate.....	76
5.2.1 La deviazione angolare del reticolo ovale.....	81
5.2.2 La rappresentazione analitica.....	83
5.2.3 La rappresentazione grafica.....	85
Capitolo 6. Le proprietà metriche e le deformazioni degli ovali.....	89
6.1 La formulazione metrica.....	89
6.1.2 I parametri metrici delle carte con modello analitico noto.....	90
6.2 Lo studio delle deformazioni con parametri elastici: l'analisi tensoriale...	92
6.2.1 L'applicazione dell'analisi tensoriale in cartografia.....	94
6.2.2 L'analisi tensoriale nelle proiezioni ovali.....	95
Capitolo 7. Il contenuto semantico delle proiezioni ovali.....	99
7.1 Alcune considerazioni finali.....	99
Appendice.....	105

Capitolo 8. Conclusioni e prospettive future.....	107
Bibliografia.....	111

Riassunto

La ricerca sviluppata nel corso dei tre anni di dottorato, sulla base delle esperienze svolte all'interno dei Laboratori di Cartografia e GIS e di Fotogrammetria dell'Università Iuav di Venezia, si è focalizzata sullo studio e l'applicazione di metodi analitici per la valorizzazione e l'attualizzazione della cartografia storica.

L'analisi delle tecniche di digitalizzazione, georeferenziazione e trattamento dei dati digitali del patrimonio cartografico sviluppata nei primi anni del dottorato ha consentito di delineare il punto di partenza e di conoscenza dello stato dell'arte per lo sviluppo del tema di ricerca qui presentato.

I moderni strumenti della Geomatica forniscono, infatti, un'efficace risposta alla crescente richiesta riguardo alla valorizzazione e al recupero della cosiddetta "eredità cartografica" dei documenti: le carte storiche, assieme al contenuto metrico, semantico e simbolico di cui sono portatrici, possono essere acquisite in forma digitale e successivamente diventare oggetto di elaborazioni e analisi, senza che il supporto fisico originale subisca alcun danno.

La ricerca qui presentata vuole proporre un metodo per studiare i documenti storici cartografici e le informazioni in essi contenute attraverso un procedimento scientifico di analisi e trattamento dei dati, favorendo un approfondimento multidisciplinare per lo studio dell'evoluzione delle tecniche cartografiche utilizzate in passato.

Purtroppo, non sempre i documenti cartografici si mantengono inalterati nel tempo; ad esempio, l'azione dell'umidità o le differenze di temperatura a cui vengono sottoposti, tendono a deteriorare in modo irreparabile questo patrimonio grafico di inestimabile valore. Talvolta, spesso proprio a causa di una inefficace conservazione, alcune carte storiche non si conservano fino ai giorni nostri, ma ne permane notizia solamente nei trattati o nelle fonti scritte. In alcuni casi, il contenuto metrico delle mappe, anche se non più presente in forma di rappresentazione grafica, si può

conservare sotto forma di documentazione scritta: per questi casi è possibile applicare un'analisi di tipo numerico al fine di comprenderne la descrizione grafica mancante, un tempo parte integrante del testo.

A seguito di queste considerazioni, il lavoro qui presentato si è posto come scopo quello di definire una procedura metodologica per lo studio della cartografia storica, differenziando il metodo di indagine a seconda del tipo di dato analizzato, sia esso una rappresentazione grafica o meramente numerico.

La ricerca si è quindi sviluppata focalizzandosi su due tematiche differenti:

- uno studio numerico e comparativo del *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostrae Mediterraneae*;
- uno studio analitico delle proiezioni ovali del XVI secolo - da Rosselli a Ricci - attraverso l'analisi tensoriale.

In questo modo si è cercato di definire una metodologia, da una parte, per lo studio di un documento storico datato tra il 1160 e il 1200 e, dall'altra, per l'analisi di documenti cartografici del XVI secolo. I dati di partenza sono differenti: nel primo caso sono state analizzate misure di distanza e direzione, descritte nel testo da un anonimo autore pisano; nel secondo caso, invece, le analisi metriche sono state effettuate a partire dal dato grafico della rappresentazione cartografica rinascimentale.

Per l'analisi del *Liber*, come verrà evidenziato in seguito, l'esigenza di lavorare con dati eterogenei e provenienti da fonti ed epoche diverse ha richiesto la necessità di uno strumento di gestione delle informazioni in grado di relazionarle tra loro; è fin da subito risultata imprescindibile l'applicazione dei dati all'interno di un sistema GIS, per l'analisi metrica e geografica delle informazioni nella loro evoluzione storico-temporale, ossia per collocarle rispetto una chiave di lettura spaziale.

Per lo studio delle proiezioni ovali del XVI secolo, invece, è stata impostata un'analisi delle carte storiche per indagare il sistema proiettivo utilizzato e il contenuto semantico rappresentato dai cartografi rinascimentali. In particolare, è stato applicato il metodo dell'analisi tensoriale al fine di indagare i parametri metrici di deformazione della proiezione cartografica associata ai planisferi oggetto di studio; applicando alcuni trattamenti analitici è possibile ottenere una descrizione oggettiva delle

alterazioni geometriche presenti. L'analisi tensoriale è un metodo, già sperimentato in alcune ricerche passate, che si vuole proporre come alternativo al calcolo delle ellissi di Tissot per l'analisi delle deformazioni metriche.

Il fulcro della tesi riguarda sicuramente l'analisi numerica del *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostris Mediterranei* data, da un lato, la novità del tema studiato e, dall'altro, la complessità dei dati da esaminare. Tale argomento viene ampiamente sviluppato nella prima parte del lavoro presentato, mentre la seconda parte vede l'applicazione del metodo conosciuto dell'analisi tensoriale rispetto alla tematica ancora inesplorata delle proiezioni ovali.

La scelta di suddividere la ricerca in due filoni di investigazione è stata motivata anche da una serie di occasioni di ricerca che hanno coinvolto i Laboratori di Cartografia e GIS e di Fotogrammetria dell'Università Iuav di Venezia e l'Università Aristotele di Salonicco.

Abstract

Based on the experiences accumulated at the Cartography and GIS Lab and at the Photogrammetry Lab at the Iuav University of Venice, the research developed during the three years of the PhD course has focused on the study and application of analytical methods for the valorisation and actualization of historical cartography.

The analysis of digitalizing, georeferencing and digital data processing techniques, in relation to the Cartographic Heritage, produced during the previous years of the PhD course, allowed to define the picture of the state of art functional to the development of the research.

In fact, innovative Geomatics tools allow the recovery and enhancement of what are often defined “Legacy cartographic datasets”: i.e. historical maps, with their metric, semantic and symbolic content, can be digitalized, elaborated and analysed without any damage to the original document.

The research presented below wishes to propose a methodology to study historical cartographic documentation and data through a scientific data processing and analysis, supporting a multi-disciplinary detailed study on the development of cartographic techniques implemented in the past.

Unfortunately, not always the cartographical documents preserve their contents and physical shape during the years; for example, the humidity action or the temperature differences could permanently damage this highly valuable graphical heritage.

At times, often depending on the state of conservation, cartographic documentations do not preserve their shapes and contents, although some information persist in manuscripts and in written historical sources.

Occasionally, the metric content of maps is preserved in written historical documents, even though its graphical representation is no more available: in these cases, it is

possible to apply a numerical analysis in order to understand the missing graphical description, which initially represented an integral part of the oeuvre.

Thanks to these considerations, the research project here presented aimed to define a methodology procedure for the study of historical cartography, modifying the investigation techniques according to the type of analysed data, which could be either a graphical representation or simply numerical information.

The study has especially focused on two main different areas:

- a numerical and comparative study of the *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostri Mediterranei*;
- an analytical study of the oval projections of the 16th Century – from Rosselli to Ricci – based on strain analysis.

This approach has been used in order to define a methodology for both the study of a historical document dated between 1160 and 1200 AD and for the analysis of cartographic documentation dating to the 16th Century. Initial data are therefore different: for the first case, distances and directions relating to the descriptive text of an unknown Pisan author have been analysed; on the other hand, in the second case, metrical analysis have been directly produced on the cartographical representation of Renaissance maps.

As it will be further explained below, in the case of the *Liber*, working with heterogeneous data originating from different sources and epochs required an information management tool with the ability to relate data together. Since the beginning of the research a GIS system has been employed in order to manage and analyse metrical and geographical data in their historic-temporal evolution, namely to order historical information under a spatial interpretive key.

Instead, in the case of the oval projections of the 16th Century, an analysis of historical maps was defined in order to study the projective system used and the semantic content drawn by Renaissance cartographers. In particular, the strain analysis has been applied in order to scrutinize the metric deformation parameters of world maps' projections studied. By applying analytical data processing, it is possible to obtain an objective description of the existing geometrical distortions. The strain analysis represents a method tested in past researches, attempting to offer an

alternative to Tissot's indicatrices calculations for the analysis of metrical deformations.

The cornerstone of the dissertation is certainly the numerical analysis of the *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostri Mediterranei* which is given by the originality of the studied theme on one side, and the complexity of the analysed data, on the other. In the first part of the work this topic is widely studied, whereas in the second part it's discussed the application of the well-known method of the strain analysis to the less known topic of the oval projections.

The criteria for subdividing research along two lines has been justified by a series of researches involving the Cartography and GIS Lab and the Photogrammetry Lab of the Iuav University of Venice and the Aristotle University of Thessaloniki.

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Valorizzare il patrimonio cartografico: lo stato dell'arte

Negli ultimi anni, grazie a una sempre crescente sensibilizzazione verso la salvaguardia dei beni culturali, sono stati testati diversi metodi e tecnologie al fine di recuperare la cartografia storica e valorizzarne il contenuto metrico, semantico e simbolico in ambiente digitale.

Il patrimonio cartografico storico è caratterizzato da un'eredità culturale molto ampia e differente: ogni caso deve essere trattato singolarmente, analizzandone le problematiche e applicando una metodologia diversa per aggiornare la carta e renderla fruibile al pubblico. L'esperienza ha infatti dimostrato come non vi possa essere una mera standardizzazione procedurale: ogni mappa è caratterizzata dalle proprie peculiarità fisiche, chimiche e geometriche e proprio per questo motivo dovrà essere trattata applicando un processo specifico, variabile da caso a caso.

Studiare una documentazione cartografica comporta necessariamente confrontarsi con difficoltà legate, *in primis*, all'acquisizione digitale, senza provocare danni al supporto fisico, alle trasformazioni geometriche per la georeferenziazione e, successivamente, ai metodi da applicare per il trattamento dei dati.

Il lavoro di tesi si è focalizzato, in particolare, su questo ultimo punto, ossia lo studio di metodologie per l'elaborazione dei dati digitali al fine di approfondire la complessa conoscenza delle informazioni storiche e metriche contenute nei documenti cartografici. Risulta però imprescindibile occuparsi di cartografia storica senza conoscere le problematiche legate anche alla fase di acquisizione e georeferenziazione: per questo motivo, nel presente capitolo si è deciso di delineare lo stato dell'arte del processo di conoscenza del patrimonio cartografico storico,

attraverso le esperienze svolte nei primi anni di dottorato, in particolare su un numero consistente di carte storiche dell'Istituto di Scienze Marine ISMAR CNR di Venezia.

I moderni strumenti della Geomatica consentono di applicare metodi rigorosi per il recupero della cartografia del passato. Come già precedentemente anticipato, il processo di recupero e valorizzazione si divide in tre fasi fondamentali: l'acquisizione digitale della carta, la procedura di georeferenziazione e infine il trattamento analitico dei dati e la loro gestione in ambiente digitale.

Le ragioni che portano a voler conservare e valorizzare questo patrimonio artistico di inestimabile valore sono molteplici: innanzitutto, poiché testimonianza del sapere culturale del passato, ma anche in quanto preziosa fonte di informazioni localizzate, emblema di un preciso momento storico; la cartografia storica funge da strumento indispensabile per l'analisi territoriale, favorendo al contempo una lettura dei cambiamenti e dell'evoluzione del paesaggio avvenuta negli anni (Dall'Aglio *et al.*, 2002).

Il problema principale di tale patrimonio consiste nel progressivo deterioramento del supporto fisico, a causa del materiale organico di cui esso è composto: assieme ai manoscritti e alle fonti del passato, le mappe storiche necessitano di una protezione e una conservazione idonea per preservarne sia il supporto sia il contenuto delle carte. La disponibilità di tali opere in formato digitale consente, da un lato, la conservazione dei documenti sotto forma di copia fedele, dall'altro permette di condurre analisi di natura multidisciplinare, senza danneggiare in alcun modo il supporto originale (Gatta, 2010).

1.1.2 La digitalizzazione della cartografia storica

Nell'ambito della Geomatica e della cartografia il problema della digitalizzazione del patrimonio storico è da sempre una questione aperta e di grande rilevanza. I documenti cartografici del passato costituiscono un immenso patrimonio storico-culturale, purtroppo spesso affetto da forti problemi di usura del supporto analogico. Nella fase di digitalizzazione non è possibile utilizzare sempre i metodi tradizionali di acquisizione, attraverso l'uso di scanner piani o a rullo, ma risulta necessaria l'applicazione di metodologie alternative a causa delle deformazioni del supporto fisico che bisogna considerare per rilevare il contenuto geometrico della carta. Le variazioni di temperatura e di umidità concorrono negli anni a procurare danni gravi

al supporto fisico delle mappe; inoltre, spesso il contenuto informativo si trova rappresentato su una superficie non piana, come nel caso degli atlanti o dei libri rilegati.

Negli anni passati sono stati proposti diversi metodi per una digitalizzazione delle carte storiche in grado di registrare in forma digitale sia la superficie tridimensionale del supporto, che l'immagine bidimensionale ad alta risoluzione. In particolar modo, sono stati proposti studi interessanti riguardo l'applicazione di sistemi a scansione laser e del metodo di rilievo fotogrammetrico come possibili tecniche di acquisizione dei dati tridimensionali (Adami *et al.*, 2007; Tsioukas *et al.*, 2009).

Il gruppo di ricerca dell'Università Aristotele di Salonicco, che da molti anni studia le problematiche inerenti l'acquisizione digitale della cartografia, ha sottolineato il valore dei software *Structure from Motion* e della fotogrammetria stereoscopica per la digitalizzazione delle carte. Questi sistemi richiedono un'acquisizione delle immagini da varie posizioni con un sensore digitale ottico precedentemente calibrato; il processo porta alla realizzazione di un DSM (Digital Surface Model) dell'oggetto in maniera semi-automatica (Tsioukas *et al.*, 2012).

La fotogrammetria risulta, per l'appunto, la tecnica più utilizzata in questo ambito: attraverso l'acquisizione di fotogrammi secondo una corretta geometria di presa, viene creato un modello fotogrammetrico tridimensionale. In questo modo si è in grado di digitalizzare non solo i valori radiometrici, ma anche il contenuto metrico e le eventuali deformazioni presenti: solo dopo aver acquisito la carta in formato digitale si potranno analizzare e correggere le deformazioni (Balletti *et al.*, 2014).

Negli ultimi anni, lo stesso Laboratorio di Fotogrammetria dell'Università Iuav di Venezia ha focalizzato parte della ricerca sullo studio di sistemi automatizzati per l'acquisizione digitale, al fine di ottenere sequenze di immagini, da elaborare successivamente attraverso software di *Structure from Motion* o con programmi fotogrammetrici più tradizionali (Ballarin *et al.*, 2015). In particolare, è stato progettato un prototipo robotico-meccanico, in cui i movimenti del sensore per l'acquisizione dei fotogrammi sono stati gestiti interamente da una piattaforma Arduino (Ballarin *et al.*, 2014).

Proprio all'interno del Sistema di Laboratori dell'Università Iuav di Venezia è stato recentemente portato a termine un progetto, in collaborazione con l'Istituto di Scienze Marine ISMAR CNR di Venezia (Bona, 2005), che riassume tutte le fasi di conoscenza del dato cartografico storico, ossia l'acquisizione, la georeferenziazione

e la successiva analisi in ambiente digitale (Ceregato *et al.*, 2014; Balletti *et al.*, 2016).



Figura 1. Alcune carte storiche del patrimonio ISMAR CNR di Venezia. In alto: un portolano olandese. Sopra: l'Atlante Veneto di Vincenzo Maria Coronelli.

La scelta del metodo di digitalizzazione più consono rispetto la carta storica da acquisire è risultata di fondamentale importanza all'interno di questa fase del lavoro. Le carte più recenti presentavano poche deformazioni del supporto e si trovano in uno stato di conservazione buono: si è scelto di acquisire le mappe di grande formato mediante uno scanner HP Design Jet 4200 formato A0 con una risoluzione di 300 dpi, mentre le carte con un formato più piccolo sono state acquisite con uno scanner Epson GT 20000 formato A3, sempre con una risoluzione a 300 dpi. La maggior parte delle carte però non si trovavano in uno stato di conservazione ottimale per l'acquisizione tramite scanner e sono state riprodotte digitalmente tramite acquisizione fotografica. In questo caso è stata utilizzata una macchina digitale Nikon D800, caratterizzata da un sensore CMOS full frame (35,9x24 mm): le immagini sono state scattate alla massima risoluzione (7360x4912) e con un'ottica fissa a 60mm.

La dimensione ridotta della maggior parte delle carte in analisi e la loro limitata deformazione del supporto ha reso possibile l'acquisizione digitale tramite un unico scatto fotografico. Il metodo della fotogrammetria 2D è sempre stato utilizzato per l'acquisizione digitale della cartografia storica; nei casi più complessi però la digitalizzazione tridimensionale diventa l'unica procedura da applicare.



Figura 2. La fase di acquisizione digitale con la camera Nikon D800.

Il metodo della fotogrammetria 3D è stato particolarmente utile nel caso delle mappe molto deteriorate, ad esempio nel caso di una carta di Corfù del XVIII secolo, di quella raffigurante l'Italia (1793), incisa da Giovanni Maria Cassini, o la città di Venezia (1856), redatta da Bernardo e Gaetano Combatti.



Figura 3. L'acquisizione della carta d'Italia del 1793 incisa da Giovanni Maria Cassini.

In questo ultimo caso sono stati acquisiti sette diversi scatti fotografici, per avere un ricoprimento totale e ottenere la giusta sovrapposizione dei fotogrammi. Le prese sono state realizzate con una geometria convergente e con una conformazione a semicerchio rispetto la posizione della carta. Il modello fotogrammetrico è stato realizzato utilizzando il software *SfM Agisoft Photoscan Professional* (Agisoft Website); alla fine della procedura il modello, composto da 100000 facce, è stato

scalato su una distanza misurata direttamente sulla carta originale. Come prodotto finale è stata realizzata un'ortofoto con una dimensione del pixel pari a 0,1mm.

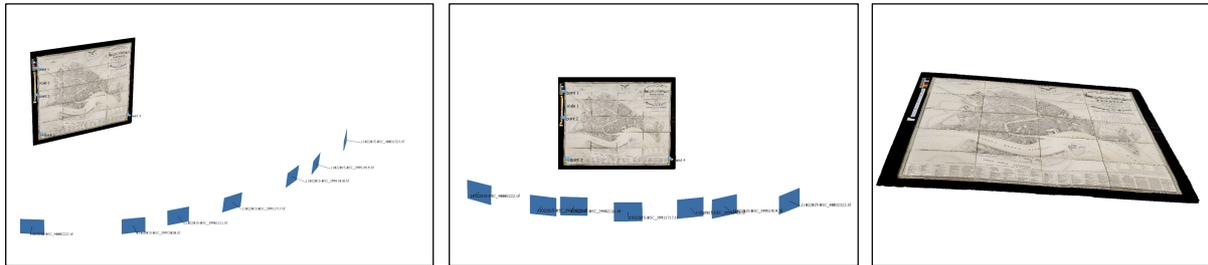


Figura 4. Carta storica di Venezia del Combatti: modello fotogrammetrico realizzato per ottenere un'ortofoto finale con un pixel di 0,1mm.

1.1.3 Metodi analitici per la procedura di georeferenziazione

Una volta acquisito in formato digitale, il patrimonio cartografico storico può essere messo in relazione rispetto a una cartografia attuale attraverso la procedura di georeferenziazione, al fine di eseguire analisi e valutazioni storico-spaziali.

Le trasformazioni geometriche, applicate a una cartografia, possono essere classificate in due principali categorie: globali e locali; naturalmente, la scelta del tipo di trasformazione da utilizzare dipende dalla singola mappa oggetto di studio.

Le trasformazioni globali sono quelle i cui parametri risultano validi per ogni punto dell'immagine, dopo aver scelto la modellizzazione da applicare. Si tratta delle tradizionali trasformazioni piane che fanno corrispondere a un primo set di punti (omologhi) un altro set, in una corrispondenza biunivoca (Balletti, 2006).

Le trasformazioni locali, invece, sono calcolate per ogni singolo punto dell'immagine e hanno validità locale. Lo scopo di utilizzare queste ultime trasformazioni consiste nel poter deformare solamente una porzione della carta, senza applicare sostanziali modifiche all'intera mappa. Questa tipologia di trasformazione utilizza algoritmi basati su due diversi principi: la scomposizione del dominio in elementi finiti e la creazione di campi di forze. Gli algoritmi basati sul primo principio sono stati utilizzati in cartografia, mentre quelli che sfruttano il secondo tipo sono stati usati solo nella *Computer Graphic* per ottenere gli effetti di *warping* e *morphing* (Guerra, 1999).

Terminata la procedura di georeferenziazione, per ottenere una stima della "bontà" della trasformazione applicata, bisognerà analizzare i residui ottenuti. Normalmente si utilizza un numero ridondante di punti necessari per la georeferenziazione e la trasformazione viene calcolata applicando il principio dei minimi quadrati. In questo

modo è possibile eseguire un'analisi sui risultati ottenuti attraverso la distribuzione dei residui e verificare l'accuratezza della trasformazione rispetto ai due set di punti omologhi utilizzati.

Le carte del progetto realizzato in collaborazione con l'ISMAR CNR di Venezia sono state georeferenziate rispetto un sistema di riferimento cartografico attuale.

Uno degli scopi principali del lavoro consisteva nel riproiettare le carte su un portale web creando così una sovrapposizione di layers diversi, funzionali per analizzare le differenze morfologiche accorse nel tempo: per questo motivo si è scelto di applicare delle trasformazioni in grado di agire sia globalmente che localmente, a seconda della carta in analisi, così da avere una buona aderenza semantica e geometrica del dato rappresentato con quello attuale.

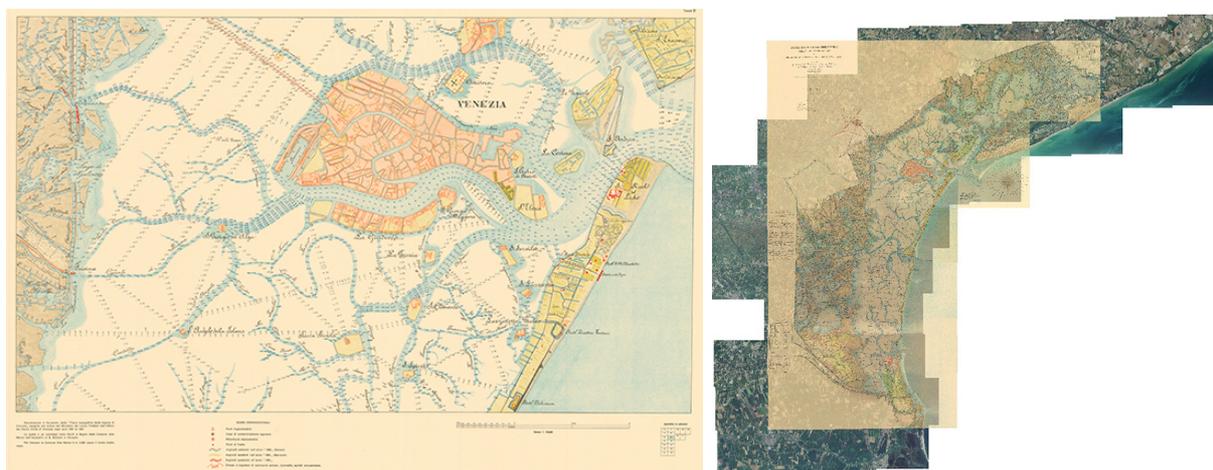


Figura 5. Esempio di georeferenziazione dell'Atlante III rispetto all'ortofoto della laguna di Venezia.

Il caso della carta storica di Venezia, rilevata e disegnata da Bernardo e Gaetano Combatti nel 1856, è stato oggetto di particolare attenzione anche nella fase di georeferenziazione; in questo caso, per limitare l'introduzione di deformazioni sulla carta, è stata applicata una trasformazione polinomiale globale di primo ordine. Tale trasformazione, nota come affine, è una delle più utilizzate nella georeferenziazione di un'immagine.

Per georeferenziare la carta, acquisita tramite procedura fotogrammetrica, è stata utilizzata direttamente l'ortofoto, mantenendo quindi il lieve distacco originario presente tra i vari fogli originali: questo procedimento ha portato ad avere un errore (*RMS error*) totale sui punti di circa 13 metri; in questo caso, l'errore sarebbe stato probabilmente inferiore agendo direttamente sui singoli fogli.

A seconda del tipo di carta analizzata è stato scelto il sistema proiettivo e il *datum* geodetico più consono: le carte d'Italia e raffiguranti la Laguna di Venezia sono state georeferenziate impostando come *datum* geodetico il sistema *Roma40* e come *datum* cartografico la proiezione di *Gauss Boaga*; le carte d'Europa invece avevano come *datum* geodetico il sistema *ED50*, mentre come proiezione è stata utilizzata la conica conforme di *Lambert*. Questo tipo di proiezione è costruita in modo che paralleli e meridiani si intersechino ad angolo retto e si ottiene dallo sviluppo di un cono secante la sfera lungo due paralleli: non c'è distorsione lungo i paralleli di riferimento, mentre la stessa aumenta man mano che ci si allontana da essi.

All'interno del patrimonio cartografico acquisito erano inoltre presenti numerosi portolani storici: anche per questi casi molto particolari si è deciso di applicare una procedura di georeferenziazione, consci del fatto che lavorare con questa tipologia di carte avrebbe comportato degli scarti sui punti relativamente alti. Come cartografia di riferimento è stata utilizzata la proiezione cilindrica di Mercatore (*datum* WGS84).

Le operazioni di georeferenziazione e la scelta del modello di trasformazione da applicare deve essere scelto appositamente valutando il caso singolarmente; anche per questa fase non è quindi possibile determinare una standardizzazione delle casistiche.



Figura 6. Esempi di georeferenziazione. A sinistra: la carta topografica di Venezia del 1846. A destra: una carta nautica del portolano olandese.

1.1.4 Il trattamento digitale dei dati

L'analisi completa di un documento cartografico include, come ultima fase del processo di conoscenza, l'analisi delle deformazioni e la gestione dei dati in

ambiente digitale: tale trattamento si basa sul confronto della mappa in esame rispetto a una cartografia attuale (vettoriale o raster).

Lo studio delle deformazioni e le relative elaborazioni possono essere effettuate con metodi differenti e utilizzando diversi software: negli ultimi anni, i gruppi di ricerca dell'Università Aristotele di Salonicco e dell'Università Luav di Venezia hanno testato e sperimentato un metodo basato sull'analisi tensoriale per il calcolo e la valutazione delle deformazioni geometriche in cartografia.

Come è noto, in meccanica, la deformazione di un corpo viene definita come un cambiamento della configurazione geometrica del corpo stesso in seguito all'applicazione di una sollecitazione. Questo concetto può essere applicato anche nel campo della cartografia, per studiare, da un lato, le deformazioni insite nella proiezione cartografica, ma anche per analizzare le deformazioni di una mappa rispetto a una cartografia di riferimento. Nel primo caso, l'analisi tensoriale si propone come metodo alternativo e sostitutivo al calcolo delle indicatrici di Tissot e, come vedremo, sarà oggetto della seconda parte del lavoro di ricerca descritto nei prossimi capitoli. Nel secondo caso, invece, vengono considerate alterazioni della forma due diverse rappresentazioni cartografiche di una stessa area geografica.

La teoria dell'elasticità può fornire importanti informazioni riguardo le differenze geometriche tra due carte: attraverso un trattamento analitico, è possibile ottenere una descrizione rigorosa delle alterazioni geometriche di una carta rispetto a un'altra. In questo caso, per continuare la corrispondenza nel campo della meccanica, il corpo sottoposto a tensioni coincide con la mappa da analizzare, mentre la cartografia di riferimento descrive lo stato non sollecitato dell'oggetto (Boutoura *et al.*, 1986).

In questo paragrafo vengono riportate le elaborazioni eseguite applicando il metodo dell'analisi tensoriale per lo studio delle deformazioni tra due carte storiche.

Per effettuare l'analisi tensoriale, alcuni anni fa il Laboratorio di Fotogrammetria dell'Università Luav di Venezia ha implementato il software *Tensori_3*: il programma consente il calcolo dei parametri elastici a partire da due triangolazioni di Delaunay applicate a due set di punti omologhi identificati sulle carte. Naturalmente, è di fondamentale importanza che i punti siano distribuiti in modo omogeneo sulla superficie: la loro concentrazione in un'area specifica della carta comporterebbe un risultato negativo nella valutazione dei parametri.

Il metodo utilizza come dato di input le differenze di coordinate dei punti omologhi individuati, dopo aver effettuato un *best-fitting* tra le carte tramite una trasformazione

di Helmert. Applicando la triangolazione di Delaunay, l'area della prima carta viene suddivisa in patch triangolari e successivamente la triangolazione viene trasferita sulla mappa di riferimento tramite i punti omologhi. I valori dei parametri vengono calcolati rispetto al baricentro di ogni triangolo; per tutti gli altri punti i valori sono ottenuti mediante interpolazione utilizzando l'algoritmo di Kriging. Interpolando e mappando i corrispondenti valori è possibile valutare le anomalie geometriche tra le diverse cartografie. Tra i parametri calcolati più importanti vi sono la dilatazione Δ , il taglio massimo γ , la rotazione ω e l'energia dissipata W . In particolare, questo ultimo parametro consente di analizzare entrambe le componenti, isotropa e anisotropa, della deformazione, ossia l'energia dissipata per portare a coincidenza la mappa in analisi rispetto quella di riferimento (Balletti, 2000; Parolo, 2010).

L'importanza di questo metodo consiste nell'aver individuato un criterio rigoroso per valutare se una mappa necessita di rilevanti correzioni. Se dobbiamo correggere quantità areali o di distanza, ad esempio, i parametri da tenere in considerazione saranno rispettivamente la dilatazione e il taglio massimo: a valori positivi di dilatazione corrispondono valori positivi di correzione areali.

Il metodo dell'analisi tensoriale è stato applicato alle carte storiche che presentavano delle deformazioni evidenti, spesso dovute al loro stato critico di conservazione. Qui di seguito riportiamo l'esempio del metodo applicato alla carta di Venezia del Combatti (1856): come cartografia di riferimento è stato utilizzato il fotopiano di Venezia, riproiettato nel fuso ovest.

In questo caso specifico, le due carte non presentano delle differenze macroscopiche, se non in aree ben definite. I punti critici, dove sicuramente non vi è una corrispondenza biunivoca tra le due carte, riguardano le zone collocate nelle parti marginali della città: in particolar modo, l'isola di San Michele, nella Laguna Nord, l'area dei Giardini e Sant'Elena, la zona della Salute e della Punta della Dogana ed infine una parte dell'isola della Giudecca.

Molto evidente è il caso dell'isola di San Michele, che nella carta storica presenta una traslazione NE rispetto alla posizione corretta: è probabile che l'errore sia voluto dall'autore stesso, per rappresentare l'isola all'interno della cornice della mappa, cosa che non sarebbe stata possibile mantenendo la sua corretta posizione spaziale.

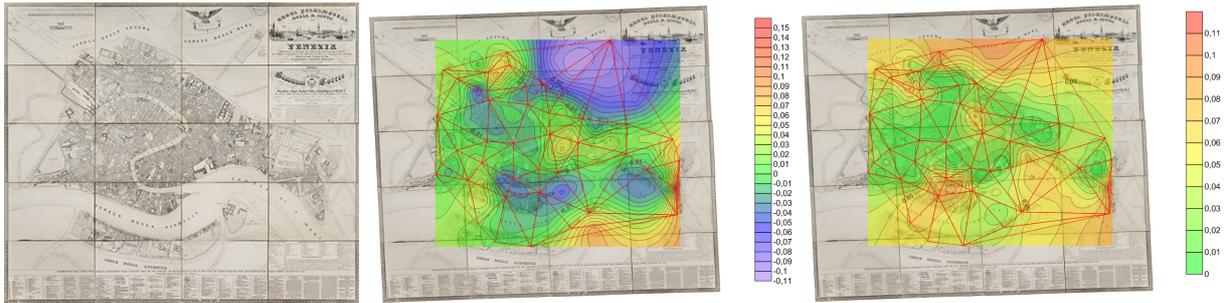


Figura 7. L'analisi tensoriale applicata alla carta di Venezia del 1846. Rappresentazione dei parametri Δ (a sinistra) e γ (a destra).

Il metodo dell'analisi tensoriale può essere utilizzato anche per indagare la natura proiettiva della carta stessa, quando questo risulta ignoto e non abbiamo alcuna descrizione del sistema utilizzato dal cartografo. Un primo studio in questo ambito è stato effettuato sempre sul patrimonio ISMAR, analizzando le carte dell'Europa disegnate dal cartografo Vincenzo Maria Coronelli e raccolte nell'*Atlante Veneto*.

Alla fine del XVII secolo erano ormai noti e ben definiti alcuni metodi per la creazione delle mappe, basati su sistemi proiettivi derivanti dall'astronomia: ne sono solo alcuni esempi la proiezione conica di Tolomeo, la proiezione cilindrica di Mercatore, usata nella navigazione, e la proiezione sinusoidale di Sanson.

L'approccio procedurale seguito in questa fase si può riassumere brevemente in tal modo: avendo una mappa storica con proiezione ignota (A) possiamo trovare una mappa (B) dalla proiezione nota che meglio approssimi la carta storica.

Anche in questo caso è necessario individuare in entrambe le carte un numero elevato di punti omologhi, distribuiti uniformemente, al fine di applicare una trasformazione di *best-fitting* tra le carte.

Normalmente, nella procedura di georeferenziazione, si è soliti utilizzare il modello di Helmert, poiché questa trasformazione tende a preservare la conformità tra le mappe, applicando una rototraslazione con variazione di scala isotropa, con valenza globale. La trasformazione riporta le coordinate della carta A nel sistema proiettivo della carta B di riferimento. L'approccio più usato per determinare un sistema proiettivo sconosciuto di una mappa si basa, innanzitutto, sull'uso di modelli cilindrici, conici o azimutali equidistanti di proiezione, con le loro varianti.

Il criterio di accettazione della procedura di *best-fitting* è generalmente basata sull'analisi dei residui ottenuti: la metodologia applicata viene definita *trial and error*, ossia il sistema viene ripetuto finché si ritiene accettabile l'errore ottenuto.

Le mappe di Coronelli sono state comparate con una cartografia vettoriale dell'Europa, originariamente nella proiezione conica conforme di Lambert, con *datum* geodetico *ED50*. La cartografia vettoriale è stata riproiettata in alcune proiezioni note: la proiezione cilindrica diretta di Mercatore (conforme), la proiezione stereografica, e la proiezione sinusoidale, tre sistemi sicuramente conosciuti all'epoca dal cartografo. L'analisi dei residui ha evidenziato che la proiezione con un errore minore sui punti, ossia quella che meglio si adatta alla carta storica, risulta essere la proiezione sinusoidale.

Il problema di questo tipo di analisi sussiste nel non poter definire una procedura metodologica unica da applicare rigorosamente in ogni studio delle proiezioni cartografiche. Molti sono infatti i fattori che devono essere tenuti in considerazione per determinare i sistemi proiettivi usati in passato, a partire dalle conoscenze cartografiche del periodo storico, dall'estensione geografica delle carte e dalla loro tipologia. Non possiamo quindi definire un protocollo operativo a priori, ma possiamo valutare i risultati ottenuti a posteriori, grazie agli strumenti analitici e matematici che offre l'analisi tensoriale (Balletti *et al.*, 2015).

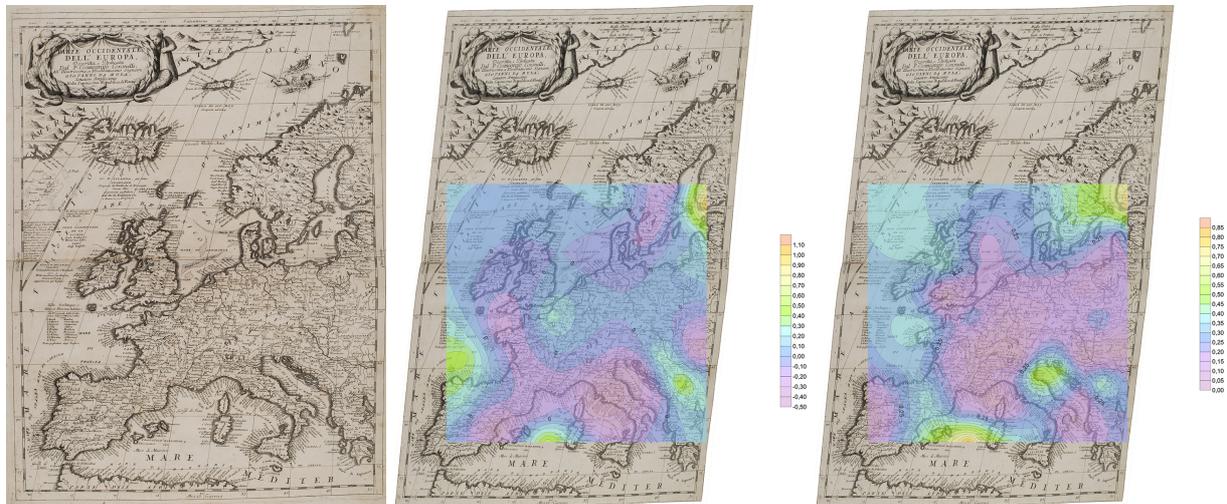


Figura 8. L'analisi tensoriale applicata a una carta del Coronelli contenuta nell'Atlante Veneto. Rappresentazione dei parametri Δ (a sinistra) e γ (a destra).

1.2 Obiettivi della ricerca

In seguito a tali riflessioni, lo scopo di questa ricerca è stato individuato nel proporre un metodo per studiare i documenti storici cartografici attraverso un procedimento scientifico di analisi e trattamento dei dati, favorendo un approfondimento

multidisciplinare per lo studio dell'evoluzione delle tecniche cartografiche utilizzate in passato.

Come abbiamo visto, possiamo affermare che il percorso conoscitivo della cartografia storica si suddivide in tre principali fasi, dove le tecniche di digitalizzazione, georeferenziazione e di trattamento dei dati digitali vengono sperimentate al fine di delineare una metodologia che meglio si adatti alla conservazione, valorizzazione e divulgazione del patrimonio cartografico storico.

Nella nostra società, in cui i principali mezzi di comunicazione sono ormai visivi, il documento cartografico costituisce un messaggio estremamente incisivo e facilmente comprensibile; per questo motivo può essere considerato uno strumento didattico molto importante, una base concreta per un'analisi del territorio che prenda in considerazione gli aspetti fisici, storici, economici e sociali.

Il dato cartografico può presentarsi in molteplici forme da analizzare diversamente: in questa ricerca abbiamo delineato le due principali casistiche più frequenti. Il primo caso descrive una situazione in cui il dato cartografico non si è conservato fino ai giorni nostri, ma ne permane la descrizione da fonti storiche: è il caso dell'analisi di una guida di navigazione della fine del XII secolo, il *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostri Mediterranei*. Il secondo caso consiste, invece, nell'analisi di una tipologia di carte il cui segno grafico si è conservato fino a oggi: per questo caso sono state analizzate sei proiezioni ovali del XVI secolo, indagando, attraverso l'analisi tensoriale, il sistema proiettivo utilizzato dai cartografi rinascimentali.

Per questo motivo, il lavoro qui presentato si divide in due parti distinte: a seconda del dato di partenza cartografico vengono sperimentate e proposte due metodologie diverse per il trattamento e la gestione del patrimonio cartografico storico.

Nella prima parte verrà affrontato il progetto di analisi sul *Liber*; dopo una breve introduzione storica, verranno confrontate le misure di distanza descritte nel testo rispetto la situazione attuale, attraverso un'analisi di regressione lineare dei dati. Verranno descritti anche alcuni confronti rispetto le distanze calcolate a partire dalle coordinate riportate nella *Geografia* di Claudio Tolomeo. Questa ultima parte vuole proporsi come una possibile via da indagare riguardo una probabile origine antica dei portolani e delle carte nautiche medioevali.

Nella seconda parte verrà descritto il progetto delle proiezioni ovali del XVI secolo: in particolar modo, verranno analizzate le proprietà intrinseche della rappresentazione cartografica attraverso la formulazione analitica nota dalla letteratura, e le

deformazioni che comporta il passaggio dallo spazio 3D allo spazio 2D attraverso l'applicazione dei tensori metrici in cartografia. Infine, un'ultima analisi verrà condotta confrontando il contenuto semantico delle carte, ossia il profilo di costa, al fine di evidenziare analogie o anomalie delle mappe rinascimentali studiate.

PARTE I.
STUDIO NUMERICO E COMPARATIVO DEL *LIBER DE EXISTENCIA*
RIVERIARUM ET FORMA MARIS NOSTRI MEDITERRANEI

Capitolo 2

Il *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostris Mediterranei*

2.1 Introduzione alla ricerca

Questa ricerca, come precedentemente accennato nel capitolo introduttivo, si è posta come obiettivo principale quello di sperimentare e di proporre un metodo per poter analizzare, attraverso una chiave di lettura univoca, dati e informazioni storiche, che spesso si presentano in modi differenti. Il caso di studio del *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostris Mediterranei* si è prestato perfettamente come esempio applicativo, non solo grazie alla sua varietà di informazioni, ma soprattutto poiché il dato di partenza non consisteva in una carta storica da analizzare e studiare, bensì in un mero elenco di misure di distanza e direzione tra alcuni porti del Mar Mediterraneo.

Patrick Gautier Dalché, direttore della sezione di *Sciences Historiques et Philologiques* dell'*École Pratique des Hautes Études*, è autore di una pubblicazione sullo studio di quest'opera medievale, di cui non ci è pervenuta alcuna rappresentazione cartografica originale, ma solo il testo con le relative misure (Gautier Dalché, 1995). Il portolano, anche se il termine più corretto dovrebbe essere "guida medioevale di navigazione" (Bellomo, 2008), è stato datato tra il 1160 e il 1200; redatto a Pisa da un autore anonimo, al suo interno presenta alcune anomalie stilistiche, a partire dalla scelta della lingua, ossia il latino. L'autore pisano descrive un Mediterraneo a lui contemporaneo, compiendo o riportando alcuni errori, soprattutto nel caso delle isole dell'Egeo e di quelle italiane.

Come accennato prima, il *Liber* non è da intendersi come un portolano vero e proprio, non è cioè una mera enumerazione di nomi e di porti con le relative misure, ma contiene molte altre informazioni descrittive, anche di città all'interno della costa. Presenta inoltre un elenco di distanze tra porti che attraversano il Mar Mediterraneo, oggetto di studio di questa ricerca, descritte con il termine *transfretus* e che d'ora in poi identificheremo con il termine *traverse*: tali misure non seguono la linea di costa, ma congiungono due località portuali attraversando il Mar Mediterraneo.

Nella prima fase di questo lavoro, sono state confrontate le misure attuali di distanza rispetto quelle riportate nel *Liber*, al fine di valutare le incertezze presenti nelle misurazioni medioevali e gli errori relativi.

Il testo, come scrive Gautier Dalché, è testimonianza di uno dei possibili tentativi di sintesi della molteplicità di documenti nautici parziali che circolavano all'epoca, simbolo della *koinè* marittima del sapere nautico del XII secolo. Non è da escludere che alcuni portolani parziali esistessero già prima della fine del XIII secolo: la tradizione potrebbe aver continuato a tramandare l'uso dei peripli greci anche durante il mondo romano e nell'Alto Medioevo (Medas, 2009-2010).

Nonostante i risultati in questo caso siano ancora provvisori e a un primo livello di analisi, si è scelto di indagare, nella seconda fase di questo lavoro, anche una possibile relazione tra il *Liber* e la *Geografia* di Tolomeo, per valutare un eventuale legame dei portolani con la tradizione antica.

Questo lavoro è iniziato dallo studio dei toponimi del *Liber* rapportati alla situazione cartografica attuale; individuazione che è, da sempre, un tema molto complesso e ostico e presuppone conoscenze storiche approfondite. Ciò che ha reso affascinante questo progetto di ricerca è l'intreccio multidisciplinare, dove la storia della cartografia e lo studio della sua evoluzione nei secoli vengono analizzati attraverso una chiave di lettura fornita dalle scienze geomatiche.

2.2 I portolani e le carte nautiche medioevali

A partire dal XI secolo, il bacino del Mediterraneo tornò a essere scenario di viaggi sempre più frequenti, con lo scopo di aumentare e intensificare, da un lato, gli scambi commerciali, dall'altro, i pellegrinaggi religiosi, determinando così una ripresa della mobilità marittima. Proprio tale aumento delle rotte marittime consentì

l'affermarsi di due nuovi indispensabili documenti cartografici: i portolani e le carte nautiche.

I primi contengono una descrizione esaustiva e descrittiva delle rotte da seguire, rimandando alla tradizione dei peripli antichi. I secondi sono invece da considerarsi una sintesi grafica del contenuto dei portolani stessi; con la loro introduzione e diffusione viene inaugurata la nuova era della cartografia moderna.

In questo paragrafo, vengono descritte le caratteristiche principali dei portolani e delle carte nautiche al fine di delineare alcuni elementi principali per poter comprendere appieno la struttura e l'opera del *Liber*. Nonostante, infatti, il testo sia stato datato prima della grande diffusione dei portolani e delle carte nautiche, presenta al suo interno molte peculiarità che lo accomunano a questi documenti: il *Liber* diventa così un'opera cruciale di legame tra la tradizione classica e la cartografia moderna, di cui è precursore.

Il termine portolano deriva dal latino medievale *portulanum*, e indica letteralmente un documento "che concerne i porti"; tale termine sembra provenire dalla traduzione latina del greco λιμένες e περί λιμένων (da λιμήν, "porto"), con cui venivano denominate le opere antiche intitolate, per l'appunto, "sui porti". La struttura di questi testi richiama fortemente quella degli antichi περίπλοι, in cui ritroviamo il medesimo schema di configurazione descrittiva delle località che si susseguono sul profilo di costa (Medas, 2008).

I portolani erano inoltre delle raccolte di informazioni indispensabili per la navigazione: al loro interno venivano descritte le rotte da seguire, riportando misure di distanza e orientamento tra due città portuali limitrofe lungo il profilo di costa, la presenza di promontori o scogliere da evitare, i porti con la relativa toponomastica, per consentire ai naviganti una traversata e un approdo sicuro.

A questi testi di natura descrittiva, vennero associate spesso anche delle rappresentazioni di tipo grafico, per l'appunto le carte nautiche. Il fascino di tali raffigurazioni è senza ombra di dubbio legato alla misteriosa origine e, al tempo stesso, alla precisione elevata che li caratterizza.

Oltre alla sorprendente corrispondenza tra la realtà osservabile e il disegno, l'attenzione è subito richiamata dalla presenza di una fitta rete di linee rette: all'interno di queste carte si era soliti, infatti, rappresentare un intricato reticolo formato da una doppia quadrettatura, composta da quadrati grandi, orientati a nord, e altri più piccoli, i cui lati erano orientati a 45° ed erano determinati dalle semi-

diagonali dei precedenti; infine, venivano rappresentate all'interno della carta una serie di linee composte da centinaia di segmenti direzionali originate dalle rose dei venti (Cantile, 2013). Molti studi sono stati condotti sull'utilizzo di questo reticolato, ipotizzando anche una possibile funzione di linee lossodromiche o di raffigurazione dei meridiani e paralleli; il significato di tale quadrettatura è però da ricercarsi nella sua funzione prettamente geometrica, in quanto consentiva di disporre di una griglia di riferimento per rappresentare le distanze e le direzioni in fase di costruzione della carta, in virtù di un rapporto di scala.



Figura 9. La Carta Pisana del XIII secolo (Parigi, Bibliothèque Nationale).

Oltre a questa funzione, la quadrettatura veniva utilizzata dal comandante per calcolare la propria posizione (molto approssimativa) durante la navigazione. In caso di bordeggio, infatti, dovuto alla presenza di venti sfavorevoli, era possibile controllare la direzione della rotta e determinare la posizione dell'imbarcazione tramite il metodo definito come *raxon de marteloio*. Il termine indicava un breve prontuario dove, grazie a un sistema di quattro colonne numeriche, il marinaio poteva conoscere di quanto un vento sfavorevole lo avesse allontanato dalla meta (*allargare*) o di quanto invece avesse potuto progredire (*avanzare*), e consentiva quindi di correggere la rotta.

Una spiegazione esaustiva di tale metodo viene delineata in una tavola incompiuta all'interno dell'*Atlante nautico* di Andrea Bianco (1436). La tavola, di funzione

meramente didascalica, aveva lo scopo di sottolineare l'importanza del metodo per risolvere alcune problematiche legate alla navigazione.

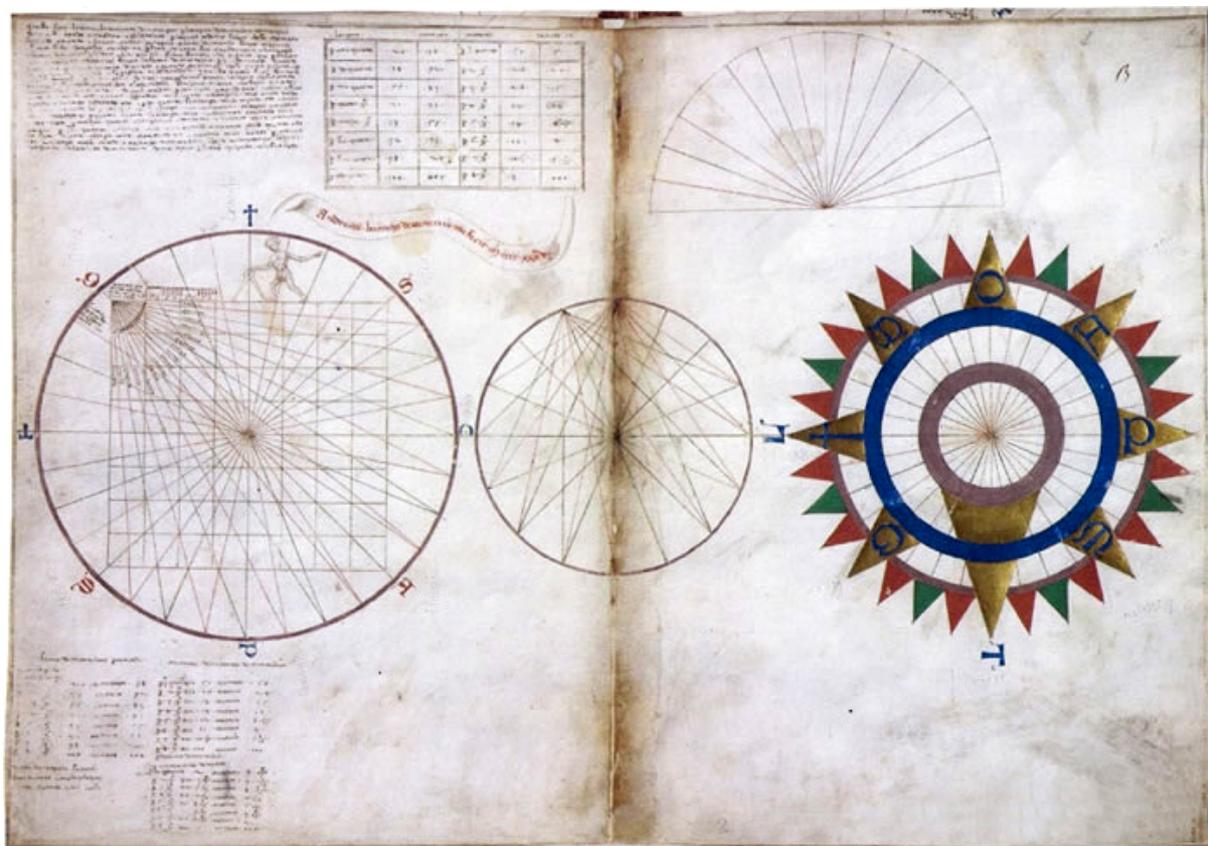


Figura 10. Andrea Bianco, *La raxon de marteloio* (Venezia, Bibl. Marciana, ms. It. Z, 76,4783, ff.1v-2r).

Nelle carte di successiva generazione, la doppia quadrettatura viene progressivamente abbandonata, ma permangono le linee colorate irradiate dalle rose dei venti: normalmente, veniva disegnata la rosa principale nella parte centrale della carta e attorno ad essa venivano distribuite tante rose quanti erano i raggi della rosa centrale. Gli otto venti principali venivano rappresentati da linee nere, i mezzi venti in verde e le sedici quarte in rosso.

La maggior parte delle rotte erano costiere, ossia prevedevano un tipo di navigazione detta a vista; solo quando la terra non era più visibile, nei casi di lunghe attraversate, bisognava ricorrere a conoscenze più complesse; ecco allora che l'utilizzo della carta nautica e della bussola diventavano strumenti fondamentali. Prima di partire il comandante posizionava la carta in modo che le quattro direzioni principali coincidessero con i punti cardinali e tracciava la rotta da seguire, dopo aver fissato il luogo di partenza e di arrivo. Una volta orientata la carta, il marinaio era in grado di

misurare l'angolo tra la direzione della prua e la tramontana, conoscere l'angolo tra il vento e la prua e, eventualmente, calcolare di quanto correggere la rotta per seguire la direzione corretta. La carta nautica, assieme ai testi descrittivi delle coste e dei porti e alla bussola, importata verso il XII secolo dalla Cina, garantiva il controllo della rotta sia in situazione di navigazione a vista, sia nel caso di navigazione stimata.

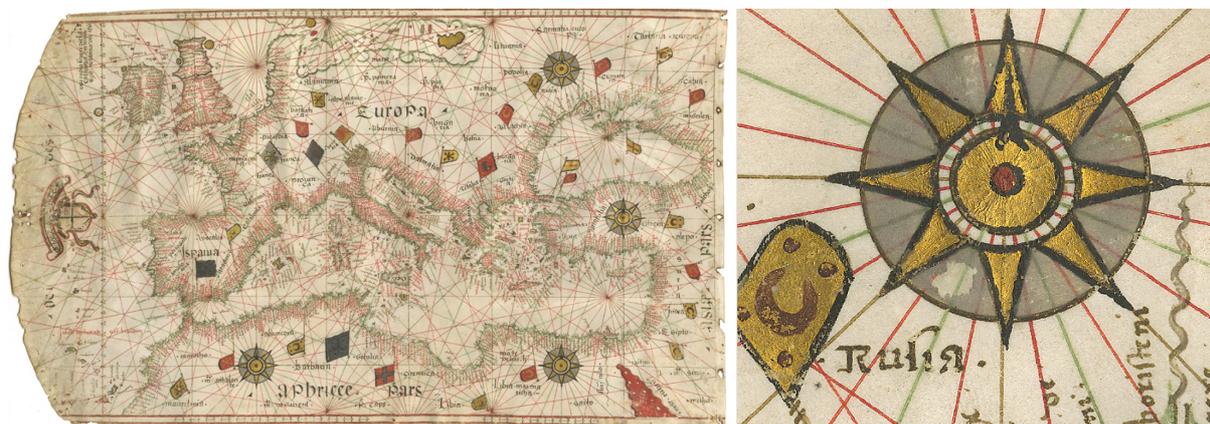


Figura 11. A sinistra: carta nautica di Giorgio Sideri, detto Callapoda da Candia (1561). La mappa rappresenta il mar Mediterraneo, mar Nero e d'Azov, le coste atlantiche dell'Europa e dell'Africa settentrionale. A destra: particolare di una delle rosa dei venti (Tonini, 2014; Cristante, 2014).

Lo studio dei portolani e delle carte nautiche rivelano però anche alcune problematiche legate, *in primis*, all'unità di misura utilizzata per descrivere le distanze tra i porti e la conversione con il sistema utilizzato ai giorni nostri. Non da meno, e ancora senza risposta, è il problema riguardante una possibile proiezione cartografica. Infine, a introdurre un errore di rappresentazione del bacino del Mediterraneo, è il fenomeno della declinazione magnetica, di cui non ricorre alcun accenno nei portolani e di cui non sappiamo se i marinai fossero a conoscenza.

Sul problema della conversione del miglio nautico sono state avanzate diverse ipotesi; pare abbastanza certo che debba essere una misura univoca, poiché le carte costruite a Genova, Venezia o in Spagna dovevano servire ai marinai di tutto il bacino del Mediterraneo. Alcune ipotesi prevedevano, invece, un valore del miglio diversificato a seconda dell'area geografica: risulta evidente che il miglio dovette essere unico, ma le distanze subirono sicuramente delle alterazioni e degli errori, legati a operazioni di riporto o dovuti alla deformazione della pergamena. Una delle ipotesi più sostenute associa al valore di miglio nautico un rapporto 5:6 rispetto al miglio terrestre (1480 metri): il miglio nautico, utilizzando questo fattore di conversione, risulta pari a 1233 metri, ossia circa 1,23 km (Carte Nautiche Website).

Il tema della proiezione cartografica è forse il problema più difficile ed è ancora rimasto senza soluzione. La maggior parte degli studiosi risulta d'accordo sul fatto che non si possa parlare di vera e propria proiezione; ci si limita, nelle numerose ricerche condotte sul tema, a indagare quale delle proiezioni in uso si adatti meglio al disegno presentato nelle carte nautiche. Il gruppo di ricerca dell'Università Luav di Venezia e dell'Università Aristotele di Salonicco ha condotto numerosi studi negli anni passati su questa affascinante tematica (Boutoura, 2000a; Boutoura, 2000b; Balletti *et al.*, 2001; Livieratos, 2006).

Alcuni studiosi associarono le carte nautiche a un sistema proiettivo conico, altri a quello cilindrico, altri ancora alla proiezione azimutale equidistante; infine, ci fu anche chi collegò il sistema delle carte nautiche alla superficie piana di rappresentazione e alla proiezione *plate carrée* o *carta plana quadrada* (Campbell, 1987). I test effettuati hanno condotto a risultati e conclusioni disparatissime; per questo motivo oggi si tende ad appoggiare la linea di pensiero secondo cui le carte nautiche non appaiono conformi a nessun sistema proiettivo noto, ma trovano fondamento sulle direzioni date dalla bussola e sulla distanza valutata a stima.

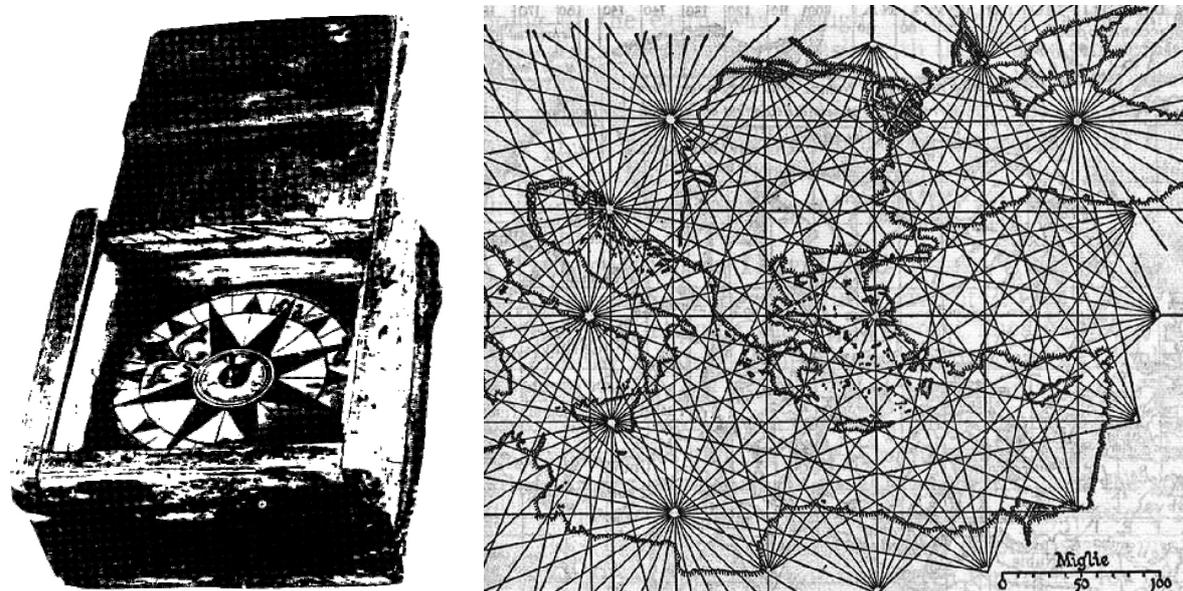


Figura 12. A sinistra: bussola del XV-XVI secolo. A destra: carta nautica di Pietro Vesconte (1311).

Come appena messo in evidenza, le carte nautiche possono quindi essere descritte come risultanti da processi empirici. Quando osserviamo una di queste carte, un'altra caratteristica che attrae la nostra attenzione riguarda lo scostamento dell'asse Ovest-Est del Mediterraneo: ciò è dovuto al fenomeno della declinazione magnetica e alla

costruzione delle carte tramite bussola, in cui il Nord coincideva con la direzione indicata dallo strumento di misura.

Molto si è discusso se i marinai fossero a conoscenza del fenomeno e ne tenessero conto nell'utilizzo pratico della navigazione, nonostante non vi fosse alcun rimando o spiegazione all'interno dei portolani. Ad oggi prevale l'ipotesi che non lo conoscessero; secondo alcuni studiosi, i primi a segnalarla e correggerla furono, nella seconda metà del XV secolo, i costruttori degli orologetti solari, dove viene riportato l'angolo di deviazione tra l'ago della bussola e la direzione vera del Nord.

Eppure, sembra molto strano che dei marinai così esperti non si siano mai accorti della deviazione angolare indicata dall'ago rispetto a un punto a Nord verso il quale si stavano dirigendo. Se i marinai e i cartografi erano a conoscenza della declinazione, perché non correggere le carte? La risposta, in tal senso, è semplice: in quel caso sarebbero stati a conoscenza anche della variazione del fenomeno da luogo a luogo e secondo il tempo; correggere la cartografia avrebbe comportato quindi un lavoro immenso e fundamentalmente inutile.

La voce della Treccani *Carte Nautiche*, già precedentemente citata, riporta una curiosa e affascinante ipotesi riguardo questo tema. Viene, infatti, posta l'attenzione su un segno particolare presente nelle carte, un piccolo crocicchio, avanzando l'ipotesi che fosse funzionale alla correzione della declinazione: questa operazione poteva, infatti, rivelarsi superflua durante la navigazione costiera, con molti elementi visibili da utilizzare come riferimento, ma risultava fondamentale nella parte di navigazione stimata. Delle piccole croci si trovano sparse soprattutto nel Tirreno e nel mare a ovest della Sardegna: sono raffigurate sempre ad angolo retto e con un'inclinazione costante verso Ovest, tanto da far supporre che avessero lo scopo di indicare ai marinai che in quel tratto la direzione del Nord vero fosse quella rappresentata dalla croce e non dalla rosa disegnata.

Ciò potrebbe forse condurre all'ipotesi che i naviganti fossero invece a conoscenza delle problematiche inerenti alla variazione della declinazione da luogo a luogo; naturalmente, poiché le carte venivano ricalcate e copiate manualmente, è possibile che col tempo vi sia stata anche un'alterazione degli angoli indicati dalle crocette.

Proprio poiché frutto di esperienze dirette, le carte nautiche non possono che derivare da quelle civiltà italiane che imposero il predominio nella navigazione nel bacino del Mediterraneo a partire dall'XI secolo e che ebbero il monopolio incontrastato dei commerci grazie alla potenza delle repubbliche marinare.

2.3 La struttura del *Liber*: analisi del manoscritto

Nei prossimi paragrafi vengono analizzate alcune tra le principali caratteristiche del *Liber*, qui riportate in seguito alla lettura del saggio di Patrick Gautier Dalché (1995).

Il testo originale, redatto probabilmente a Pisa da un autore anonimo nella seconda metà del XII secolo, si contraddistingue per importanza culturale, grazie anche al suo essersi sviluppato all'interno di un ambiente aperto e multietnico, tipico di una città mercantile.

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, il termine *portolano* viene riferito ai testi del Medioevo contenenti informazioni di distanza e direzione tra i diversi porti della costa, con le relative istruzioni per consentire ai naviganti un facile e sicuro approdo. Nel 1944 Roberto Almagià, importante geografo italiano, segnalò l'esistenza, nella Collezione Barberini dell'Archivio Vaticano, di un frammento di un portolano medioevale redatto dal geografo Lukas Holste, riconosciuto come una copia parziale di un documento manoscritto conservato nella Biblioteca Cottoniana, per l'appunto il *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostris Mediterranei*.

Il documento denota una approfondita descrizione scritta del bacino del Mediterraneo: è difficile, però, in casi come questi, distinguere tra ciò che l'autore ha visto personalmente durante alcuni viaggi con ciò che viene invece riportato in seguito a spiegazioni di terzi o informazioni dedotte dai documenti.

All'interno del testo sono riportate, oltre ad accurate descrizioni topologiche, informazioni di distanza e direzione dei porti nevralgici nel bacino del Mediterraneo. In alcuni casi, però, vengono segnalati solamente i toponimi senza riportare le indicazioni di misura: tale mancanza è probabilmente giustificabile dal fatto che quei determinati porti non erano interessati da scambi commerciali di rilevato interesse all'epoca in cui venne redatto il manoscritto. Altri casi ancora, invece, presentano la descrizione di misure di distanza tra città divise da promontori, isole o alture, impossibili da traguardare con la strumentazione utilizzata. È molto probabile quindi che il *Liber* sia un compendio di informazioni, alcune derivate da fonti scritte, altre direttamente dall'esperienza personale dell'autore.

Si può supporre che alcuni portolani parziali esistessero già prima del XIII secolo: è probabile che la tradizione abbia continuato a tramandare l'esistenza dei peripli greci anche durante l'epoca romana e nell'Alto Medioevo, riportando sicuramente delle

difficoltà di conversione tra stadio e miglio. Certamente alcuni testi di natura simile ai portolani esistevano e circolavano all'epoca del *Liber*: tali scritti venivano, ad esempio, redatti per narrare le vie delle crociate, come le *Chronica* o le *Gesta regis Henrici et Ricardi* (1192) di Roger di Howden.

Tali testi, assieme ad altri scritti, come l'opera di al-Idrīsī (*Il Libro di Ruggero*), sintesi delle informazioni raccolte nel corso dei suoi viaggi attraverso il Mediterraneo e di resoconti di viaggiatori siciliani, si presentano come una chiara testimonianza della cultura geografica del XII secolo.

Questi riferimenti dimostrano una conoscenza nautica comune nel XII secolo rispetto alcune distanze tra i porti di maggior interscambio commerciale: è probabile che all'epoca esistesse una molteplicità di documenti nautici parziali, come quelli di al-Idrīsī o di Roger di Howden, e vari tentativi di sintesi, di cui il *Liber* ne è un esempio concreto.

2.3.1 L'autore e la datazione dell'opera

La datazione finale di quest'opera viene fatta risalire all'incirca tra il 1160 e il 1200 d.C. Una delle principali motivazioni di tale datazione è da ricercarsi nell'uso della toponomastica presente all'interno del manoscritto. Lo studio dei toponimi utilizzati nella descrizione dei porti conferma, infatti, la datazione in questo particolare periodo storico: alcuni nomi delle località provengono senza alcun dubbio dal XII secolo. All'interno dell'opera sono presenti descrizioni di luoghi che rimandano chiaramente a poco dopo la metà del XII secolo: vengono descritte in dettaglio le coste africane che affacciano sul Mar Mediterraneo nel periodo in cui si sviluppa maggiormente in quelle aree il commercio pisano e genovese. Proprio queste circostanze portano a datare l'opera del *Liber* circa tra il 1160 e il 1200.

Per quanto riguarda l'autore, invece, il suo nome rimane sconosciuto. Tuttavia, il testo fa trasparire alcuni aspetti della sua personalità e alcuni caratteri salienti della sua formazione culturale. Inoltre, il prologo del *Liber* contiene un'informazione fondamentale: l'autore aveva redatto anche una mappa, in aggiunta al testo descrittivo, non conservatasi però fino ai giorni nostri:

«Mare nostrum Mediterraneum [...] in scriptis redigi proponimus ex huius maris et eius riveriarum forma, secundum quod in orbe terrarum loca eorum in

partibus uentorum iacent, quemadmodum in cartula mappe mundi composueramus».

Identificandola con il termine *cartula mappe mundi*, l'autore unisce in un unico concetto due mondi paralleli: le già diffuse *mappae mundi* e l'universo delle *carte de navegar*.

Molto particolare risulta la scelta della lingua latina per la stesura del testo: le stesse direzioni dei venti, come vedremo, sono espresse secondo la tradizione classica e non in volgare, a sottolineare come il *Liber* fosse stato pensato per un pubblico colto di accademici e studiosi, e non per rivolgersi direttamente a commercianti e navigatori. Nonostante questa volontà, solo nel prologo si evidenzia però una ricerca linguistica e stilistica, che si perde nelle parti successive, lasciando spazio a un uso maldestro del latino: alcune fonti suggeriscono la possibilità che l'autore pisano sia stato seguito in parte da un canonico della cattedrale di Pisa per la stesura del manoscritto, che abbia avuto un ruolo fondamentale nella fase di integrazione e correzione del lavoro svolto.

Inoltre, dai termini utilizzati all'interno del manoscritto, non è improbabile che l'autore possedesse anche alcune conoscenze della lingua araba, anche se non è tuttavia da escludere un'influenza di altri studiosi e quindi eventuali nozioni di seconda mano.

Il *Liber* contiene al suo interno una descrizione molto dettagliata della costa africana, suggerendo un'attenzione particolare per questa zona, interessata prevalentemente da commerci pisani e genovesi nella seconda metà del XII secolo. Se analizziamo altri testi portolanici, come ad esempio il *Compasso da Navigare* della metà del XIII secolo, la descrizione del Nord Africa non risulta così ricca di dettagli: questo particolare suggerisce una possibile appartenenza dell'autore a una delle due repubbliche marinare italiane nord-occidentali: Pisa o Genova.

La minuziosa descrizione del porto di Genova dimostra un'attenta conoscenza del luogo e degli edifici, ma la spiegazione che l'autore riserva alla città di Pisa ha un'intensità completamente diversa. La narrazione è molto più precisa e lo scrittore offre delle descrizioni topografiche che non riserva, invece, ad altri luoghi. Questo, assieme al legame dichiarato nel prologo con un canonico della cattedrale di Pisa, è uno dei motivi principali che portano ad avvalorare la tesi di provenienza pisana dell'autore del *Liber*.

Inoltre, nel XII secolo, è documentata la presenza della comunità musulmana a Pisa, e questo spiegherebbe ancora di più le influenze arabe presenti nel testo: infatti, se l'autore fosse stato pisano non avrebbe avuto alcuna difficoltà nel risalire a fonti o documenti parziali sulle coste africane.

A supporto della tesi della datazione, della provenienza pisana dell'autore e infine delle influenze arabe presenti nel testo, riportiamo di seguito un esempio esplicativo. L'autore inizia la descrizione dello stretto del Dardanelli con "*Abidus est carisius*"; *Abidus* è un termine che identifica l'antica città di Abydos, situata nella parte asiatica dell'Ellesponto. *Carisius*, invece, è un termine che alcuni cartografi italiani riportano nelle loro carte nautiche solo dal XVI secolo in poi; sebbene lo ritroviamo con diverse denominazioni (ad esempio *Kareyse*, *Cales*, *Karixius*, *Calixius*), tutti questi termini descrivono in modo inequivocabile il corso inferiore del Nilo o uno dei bracci del delta. Invece, se analizziamo alcune fonti della seconda metà del XI secolo, per esempio gli *Annali* del pisano Bernardo Maragone, ritroviamo tale termine utilizzato come descrizione generica di un canale dalle strette dimensioni. Ed è proprio questo l'uso che ne fa l'autore anonimo del *Liber*, facendo derivare l'etimologia del termine dall'arabo *khalīġ*, per l'appunto "canale".

2.3.2 Le misure di distanza e direzione

Come già scritto precedentemente, il *Liber* contiene al suo interno un elenco di porti a cui vengono associate informazioni di distanza e direzione. In realtà, queste informazioni sono presenti in due sezioni differenti e con due accezioni leggermente distinte: in una sezione, molto simile a quelle dei successivi portolani, vengono elencate le distanze tra un porto e il successivo seguendo il profilo di costa; nell'altra, invece, sono riportate le misure tra due località non prossime, la cui linea che unisce tali porti attraversa una porzione del Mediterraneo.

In questo lavoro di ricerca sono state analizzate le distanze relative a quest'ultima sezione, identificate con il termine *traverse*, al fine di compararle con le misure attuali.

Risulta impossibile sapere con assoluta certezza a cosa effettivamente corrispondano i numeri riportati nel testo: infatti, potrebbero essere delle distanze misurate rispetto un itinerario terrestre oppure stimate direttamente a bordo dell'imbarcazione.

	Texte	Som- maire	HAUHARAN Total	100 <u>400</u>	400
3.				
SPARTELLI			SEPTI		
TANGIA	10		Hueddehu	35	
CASSAR	20		Terghe	5	
SEPTI	20		Cercel	18	
Total	<u>50</u>	50	Hilisci	30	
BEDISSI	100		BEDISSI	12	
TARPHURC	<100>		Total	<u>100</u>	100
HUNEI	100				

Figura 13. Elenco di alcune distanze, riportate nel *Liber*, tra porti lungo il profilo di costa (Gautier Dalché; 1995).

<i>Liber</i>	<i>Compasso</i>
(42) Patera-Alexandria 650 in austro	
(218) Septi-Gibelthara 15 in sept. cf. (2010)	(5) Gibeltari-Septa 15 per meco di ver lo sirocco um poco
(227) Hunei-Septi 100 in occ. W/WNW	
(255) Hunei-Muleccha in sept. NW/WNW (CP) NNW	
(267) Hauharan-Carthagenia 200 in sept. cf. (1969) N/NNW (CP) N/NNW	
(272) c. Bouis-Mazari 130 in aqu. NE/ENE (CP) NE/ENE	
(333) Bugea-S. Petri i. 300 contra aqu. NE/NNE (CP) NE	(96) S. Piero-Bozea 320 per garbino

Figura 14. Alcune distanze, descritte nel *Liber*, tra porti con contigui (*traverse*). L'immagine, anche in questo caso, è tratta dal saggio di Gautier Dalché.

Inoltre, le misure di lunghezza fanno riferimento alla distanza euclidea tra due punti, ossia tracciate in linea retta, o tengono conto di tutte le sinuosità della costa? Non possiamo giungere a una risposta certa e univoca riguardo questa tematica: per questo lavoro di ricerca abbiamo ipotizzato che le *traverse* fossero rappresentate secondo la definizione euclidea di distanza.

La precisione delle misure riportate nel *Liber* non è molto elevata: come vedremo, l'autore compie alcuni errori di valutazione, concentrati soprattutto in aree specifiche del Mediterraneo. Da una prima analisi dei dati, si nota subito che le distanze risultano affette da un arrotondamento numerico, soprattutto per quanto concerne le lunghezze maggiori. Gautier Dalché afferma nel suo saggio che le misure riferite a queste distanze sono probabilmente da intendersi come valori medi delle conversioni in miglia delle distanze espresse in giorni di navigazione.

L'unità di misura in cui vengono espresse le distanze è quindi il miglio; il problema della conversione del miglio nautico duecentesco nei chilometri del sistema metrico utilizzato oggi ha comportato alcune problematiche e riflessioni, che analizzeremo in dettaglio nel capitolo 4. Come abbiamo visto nel paragrafo di introduzione alle carte nautiche, in letteratura viene avvalorata la tesi di conversione del miglio nautico in un rapporto 5:6 rispetto quello terrestre.

Per quanto riguarda la descrizione dell'orientamento, il *Liber* utilizza un sistema basato sulle otto direzioni dei venti principali, suddividendo la rosa in ulteriori otto direzioni minori.

La comparsa dei portolani e delle carte nautiche nel XIII secolo ha avuto un ruolo concomitante con un nuovo modo di esprimere l'orientamento dei luoghi: nei portolani medioevali le rose erano solitamente suddivise in otto venti principali, arrivando anche a trentadue direzioni con quelle secondarie. I venti venivano raffigurati con toponimi espressi in lingua volgare. Il *Liber*, invece, descrive gli orientamenti riferendosi alla tradizione classica: per rappresentare le direzioni utilizza la lingua latina, a riprova ancora una volta del pubblico di studiosi e accademici a cui intendeva rivolgersi.

La rosa dei venti utilizzata dall'autore del *Liber* ha in totale sedici direzioni, come si può notare dallo schema riportato nella figura sottostante. La struttura è simile a quella rappresentata nei portolani e nelle carte nautiche del XIII secolo: esisteva quindi, già nel XII secolo, un sistema basato sulle direzioni per l'orientamento in mare.

Alle rose dei venti venne affiancato l'utilizzo della bussola: le prime testimonianze occidentali dell'utilizzo di tale strumentazione appaiono circa verso la fine del XII e l'inizio del XIII secolo. La bussola veniva solitamente usata in assenza di visibilità delle stelle o in caso di cielo coperto: la navigazione duecentesca, in un mare non troppo esteso come per l'appunto il Mediterraneo, si basava, infatti, sull'esperienza

derivata dall'osservazione del sole e delle stelle. Nulla impedisce, però, che la bussola fosse conosciuta anche prima del XII secolo.

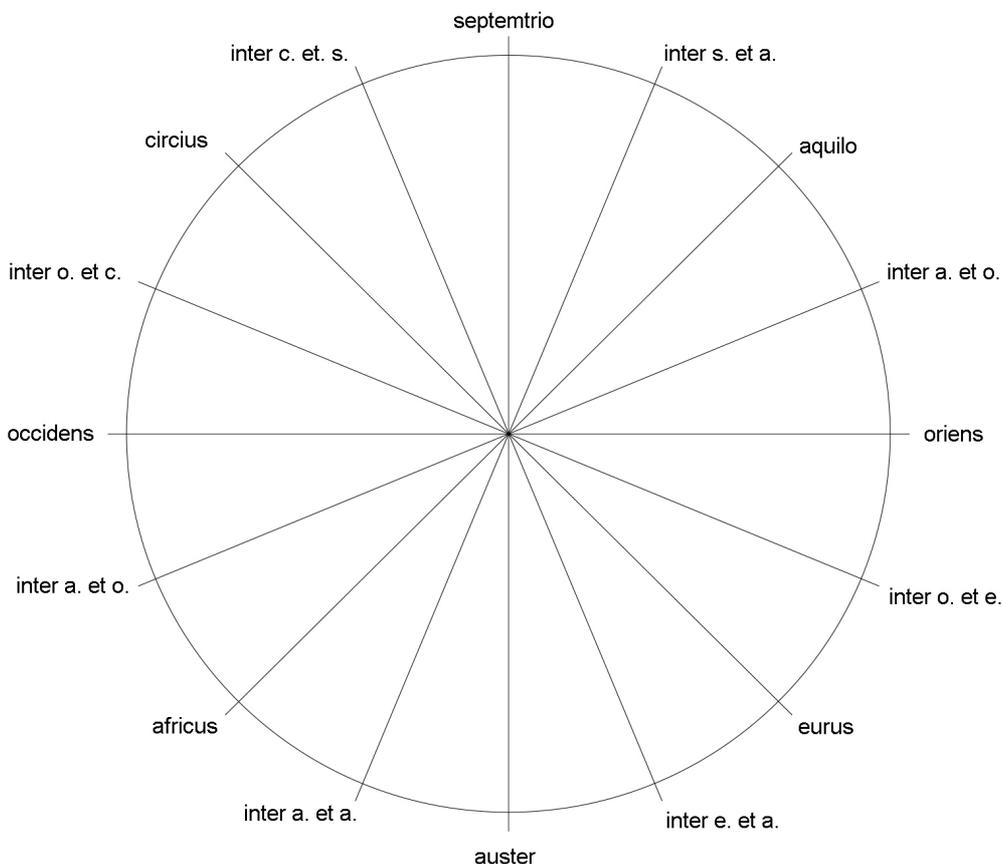


Figura 15. Schema esemplificativo del sistema della rosa a sedici venti utilizzata dall'autore del *Liber*.

Il sistema di orientamento dato dalla combinazione della bussola e della rosa dei venti contribuì ad aumentare la precisione nella stesura delle mappe e nella redazione dei portolani, rendendo la navigazione medioevale sempre più sicura.

2.3.3 Alcune considerazioni

In conclusione, il *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostri Mediterranei* è un'opera complessa, della seconda metà del XII secolo, parzialmente incompiuta, che riflette il progresso culturale di una città marinara caratterizzata da un grande dinamismo economico e commerciale.

Non è propriamente corretto definire il *Liber* un portolano, in quanto, come abbiamo visto, l'opera ha una valenza prettamente descrittiva: non solo menziona alcune città

all'interno della costa, ma specialmente si serve di documenti che riassumono l'esperienza dei marinai per aggiungere informazioni sui luoghi trattati.

Il manoscritto si adatta perfettamente alla cultura urbana, ma in parte denota una volontà di distaccarsene e distinguersi dagli altri portolani parziali, messa in evidenza attraverso la scelta stilistica della lingua latina.

Con il *Liber* siamo in presenza di un'opera composta, in cui il testo scritto funge da supporto descrittivo alla rappresentazione cartografica, non conservatasi però fino ad oggi. Il testo può leggersi come un compromesso tra la cultura tecnica e quella dottrinale, ponte d'unione tra la tradizione nautica e l'universo clericale. Sebbene molti degli elementi della cultura urbana fossero stati accolti dal clero, l'ordine deve pur sempre controllare che la novità non offuschi la verità in cui credono; forse è anche questo uno dei motivi che porta un canonico di Pisa, contemporaneo all'autore, a decidere di revisionare l'opera.

Anche se non risolve il complesso quesito riguardo la nascita e l'origine delle carte nautiche e dei portolani, quest'opera permette di leggere tale problema da un altro punto di vista: dall'analisi del testo effettuata da Gautier Dalché, viene evidenziato come nulla vieti l'esistenza di documenti descrittivi dei porti e dei punti nevralgici del bacino del Mar Mediterraneo prima del periodo in cui venne redatto il *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostris Mediterranei*.

Capitolo 3

La *Geografia* di Claudio Tolomeo

3.1 L'ecumene tolemaico e la conoscenza antica del Mediterraneo

In questo capitolo si intendono descrivere alcune caratteristiche generali della *Geografia* di Claudio Tolomeo (Ptolemaeus, 1516), dal momento che tale opera è stata presa in considerazione, come vedremo, per condurre analisi di tipo comparativo tra le distanze fornite dal *Liber* e quelle attuali. Inoltre, alcuni studiosi hanno avanzato l'ipotesi che i dati forniti dalla *Geografia* possano esser stati una delle possibili fonti da cui avrebbero avuto origine i portolani e le carte nautiche: per questo motivo e per far comprendere in modo esaustivo lo studio e le analisi che verranno descritte nel capitolo successivo, è stato ritenuto necessario tale preambolo.

L'opera comprendeva, tra le altre informazioni, anche una descrizione topografica di oltre ottomila località dell'Europa, Asia e Africa, dei quali luoghi vennero fornite le coordinate di latitudine e di longitudine: era un vero e proprio compendio di strumenti e metodi per costruire mappe all'epoca dello studioso Alessandrino. Una volta completata, la *Geografia* ricomparve a Bisanzio solo nel XIII secolo: Massimo Planude, monaco bizantino interessato alla cultura ellenica, ne individuò un esemplare greco e lo tradusse in lingua latina; ad oggi non abbiamo nessuna copia risalente alla fine del II secolo d.C., ma moltissime edizioni successive.

Fu attorno al 150 d.C. che l'astronomo Claudio Tolomeo scrisse un trattato intitolato *Geographikē hyphēgēsis*, ossia *Guida alla Geografia*, ad oggi noto solo come *Geografia*. Il trattato venne redatto ad Alessandria, fulcro della conoscenza del mondo antico: fu proprio qui che vennero poste le basi per la cartografia moderna.

L'opera è suddivisa in otto libri, al cui interno viene delineato il mondo abitato, l'ecumene (*oikoumenē*) per l'appunto, attraverso la descrizione della sua forma, dimensione ed estensione. Nel primo libro, Tolomeo definisce le basi teoriche della geografia e illustra come rappresentare una mappa del mondo conosciuto; i sei libri successivi, invece, contengono le coordinate geografiche di più di ottomila località, ordinate da Ovest verso Est e suddivise in regioni. Infine, l'ottavo libro, delinea un metodo per dividere lo spazio abitabile in ventisei carte regionali (Brotton, 2015).

Come lo stesso autore afferma nelle prime pagine, l'opera è il risultato, da un lato, di una raccolta sistematica di dati basata su fonti scientifiche, dall'altro, di informazioni ottenute da misurazioni della terra e osservazioni astronomiche. Ogni luogo viene descritto mediante un sistema di coordinate geografiche (φ ; λ) dove il meridiano centrale viene identificato rispetto alle cosiddette Isole Fortunate; per la spiegazione dettagliata del metodo di calcolo delle coordinate si rimanda al prossimo paragrafo.

Verso la fine del primo libro, Tolomeo inizia a descrivere il concetto di proiezione cartografica, ossia gli espedienti matematici utili per rappresentare su un piano bidimensionale la sfericità della Terra, ponendosi il problema delle deformazioni e cercando dei metodi per minimizzarle.

Tolomeo propose due diverse proiezioni: nella prima i meridiani erano concepiti come linee rette convergenti in un punto immaginario oltre il Polo Nord, mentre i paralleli come archi di circonferenza di diversa lunghezza, ma aventi tutti il centro in comune; questa rappresentazione può ritenersi il primo esempio della proiezione cartografica conica. Tale proiezione presentava però delle incongruenze: per eliminare il problema legato all'aumentare della lunghezza dei paralleli a Sud dell'Equatore, dovette modificare in parte la proiezione; i meridiani dopo l'equatore cambiavano direzione, formando degli angoli acuti.

Per correggere queste incoerenze e mantenere la corrispondenza della forma geometrica (archi circolari) dei meridiani e paralleli nel passaggio da 3D a 2D, Tolomeo propose una seconda proiezione, molto più complessa della precedente.

Il metodo descritto nella *Geografia* per misurare e rappresentare la Terra fu fonte di ispirazione per i cartografi e i geografi ben oltre l'epoca rinascimentale: l'innovazione tolemaica risiede proprio nell'aver delineato una metodologia per costruire e replicare mappe del mondo conosciuto sulla base di principi matematici noti.

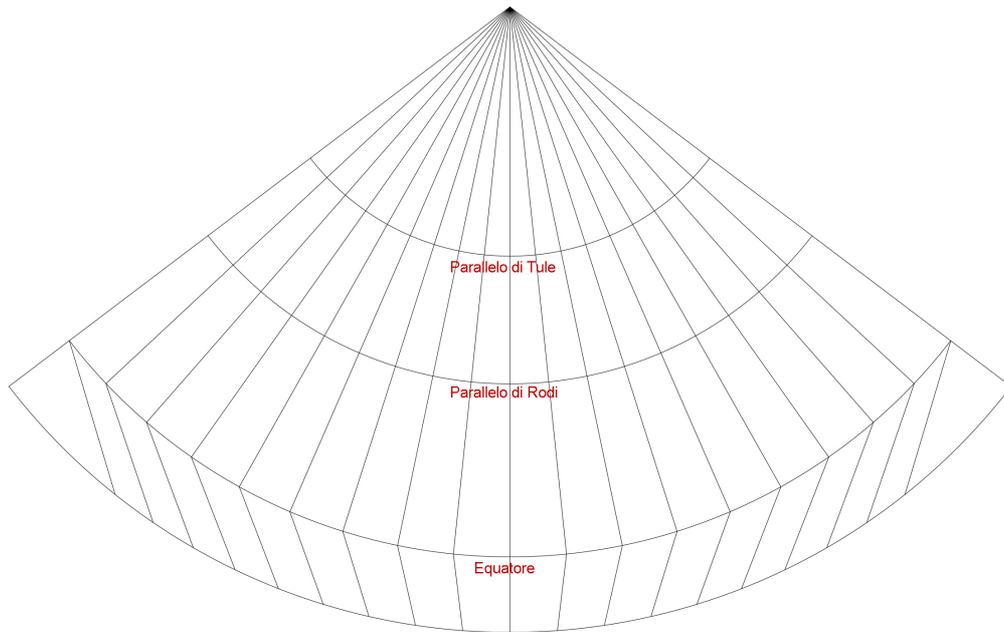


Figura 16. Schema esemplificativo della prima proiezione di Tolomeo.

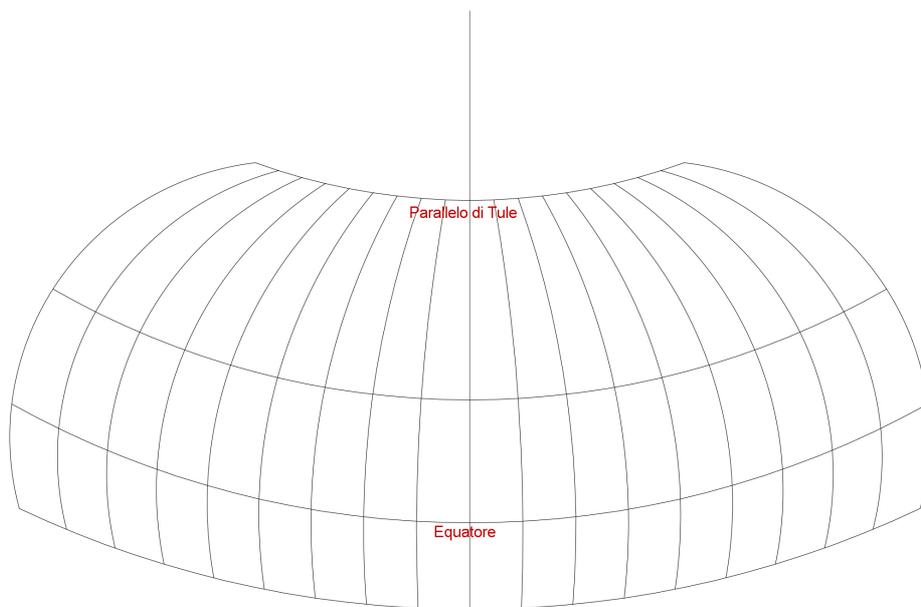


Figura 17. Schema esemplificativo della seconda proiezione di Tolomeo.

3.2 Le coordinate di Tolomeo

Tutti i popoli in antichità hanno dimostrato di avere più o meno approfondite nozioni geografiche empiriche dovute alla necessità di conoscere la posizione e le distanze reciproche tra diverse località. Solo nella Grecia Classica si inizia però a concepire la geografia dal punto di vista matematico, studiando un modello per descrivere la forma sferica della Terra e in grado di consentirne rappresentazioni in modo univoco.

Eratostene di Cirene è sicuramente una delle figure fondamentali nella determinazione dei modelli matematici alla base della descrizione della Terra. Visse nel III secolo a.C., studiò ad Atene e si trasferì successivamente ad Alessandria, chiamato dal re d'Egitto, Tolomeo III Evergete per la direzione della Biblioteca.

L'apporto più famoso di Eratostene alle discipline geografiche riguarda senza alcun dubbio la misura delle dimensioni della Terra attraverso il calcolo della circonferenza terrestre. Nel mondo greco sono stati usati diversi *stadi* e vi sono pareri discordanti tra gli esperti su quello utilizzato da Eratostene; la maggior parte degli studiosi sembra propendere però per una conversione dello stadio usato dal matematico pari a 157,5 metri. Se usiamo questo valore di conversione, possiamo affermare che Eratostene riuscì a calcolare la circonferenza della Terra (circa 39.690 km) con un errore inferiore all'1% rispetto alla dimensione oggi calcolata (circa 40.075 km).

Un secondo personaggio fondamentale per lo sviluppo degli studi sulla geografia, e le cui influenze si percepiscono nelle opere di Tolomeo (soprattutto nell'*Almagesto*), è da ricercarsi nella figura di Ipparco di Nicea (II secolo a.C.). I due aspetti principali della personalità di questo astronomo e matematico che emergono dalle fonti sono, da un lato, la sua eccezionale abilità nell'ottenere misure precise e, dall'altro, la poca tolleranza nei confronti degli errori suoi e di altri studiosi, tra cui Eratostene stesso; nonostante ciò, Ipparco accetta la misura della dimensione della Terra che propone il matematico di Cirene. Tra i principali contributi di Ipparco vi troviamo sicuramente la definizione di un metodo per il calcolo delle differenze di longitudine.

Per descrivere questi concetti si è deciso di riportare l'attenta descrizione fornita nel libro *L'America dimenticata* di Lucio Russo, studioso di statistica e storico della scienza; l'autore, oltre a fornire un'accurata analisi della *Geografia* di Tolomeo, propone una lettura singolare dell'opera, argomentando un'interessante ipotesi riguardo le ridotte dimensioni del mondo tolemaico (Russo, 2013):

«In due luoghi che differiscono in latitudine, ossia che sono a diversa distanza dall'equatore, le osservazioni astronomiche possibili non sono le stesse [...]. La latitudine è quindi facilmente misurabile in molti modi: all'epoca di Eratostene si preferiva in genere determinare la durata massima delle ore di luce [...]; un'altra possibilità era quella di misurare l'angolo che i raggi del sole formano con la verticale in particolari circostanze, per esempio a mezzogiorno del solstizio

d'estate, oppure l'angolo, costante, che la direzione del polo nord celeste, in una notte qualsiasi, forma con la verticale.

Poiché tutti i meridiani sono equivalenti, non ha senso parlare di longitudine in assoluto, ma solo di differenze di longitudine. Se due luoghi hanno la stessa latitudine, sono cioè sullo stesso parallelo, la rotazione terrestre, in una frazione del giorno, porterà l'uno dove prima era l'altro. Ne segue che le osservazioni astronomiche possibili in un luogo coincidono con quelle che si possono fare nell'altro dopo qualche ora. La differenza di longitudine è determinata dalla durata di tale intervallo temporale e può quindi essere espressa in ore. Tuttavia la valutazione effettiva del ritardo, non essendovi all'epoca alcun mezzo per trasmettere istantaneamente informazioni, era tutt'altro che facile.

La scelta di Eratostene era stata quella di non esprimere le differenze di longitudine in gradi o in ore, ma di registrare le distanze tra i vari meridiani lungo un particolare parallelo.

Ipparco, criticando i metodi semiempirici usati da Eratostene, introdusse un efficace metodo astronomico per misurare le differenze di longitudine. Era sufficiente determinare in due luoghi i tempi locali (cioè i tempi trascorsi dall'istante in cui il Sole era all'altezza massima sull'orizzonte) dell'inizio di una stessa eclissi di Luna: la loro differenza forniva la differenza di longitudine, ogni grado corrispondendo a quattro minuti».

Venne redatto intorno alla metà del II secolo d.C. il trattato che diventerà fondamentale in epoca rinascimentale e che fonderà le basi per la geografia matematica e la cartografia moderna: la *Geografia* di Claudio Tolomeo. Al suo interno vi sono però delle incongruenze tra i dati raccolti, che vengono analizzate in dettaglio nel libro di Russo, e che in questo paragrafo ci limiteremo a sintetizzare brevemente per spiegare il collegamento con la ricerca qui presentata.

Come abbiamo visto, alle località descritte nell'opera vengono associate le coordinate di latitudine e longitudine riferite rispettivamente all'equatore e al meridiano zero delle Isole Fortunate. Mentre le latitudini non presentano degli scostamenti particolarmente elevati se rapportate ai valori calcolati oggi, le differenze di longitudine presentano una dilatazione evidente. Lucio Russo, dopo aver evidenziato un numero di campioni significativi, applica un'analisi di regressione lineare per identificare il coefficiente di dilatazione dei valori longitudine tolemaici. La

retta, come si vede dall'immagine riportata di seguito, descrive molto bene i campioni analizzati: il valore di R^2 è, infatti, significativo (0,9935). La retta che approssima meglio la relazione tra le longitudini reali (x) e quelle riportate da Tolomeo (y) è identificata dall'equazione:

$$y = 1,428x + 17,06$$

dove il termine 17,06 identifica la longitudine di Greenwich nel sistema tolemaico, mentre il fattore 1,428 fornisce la dilatazione media presente nelle coordinate di longitudine dell'autore alessandrino.

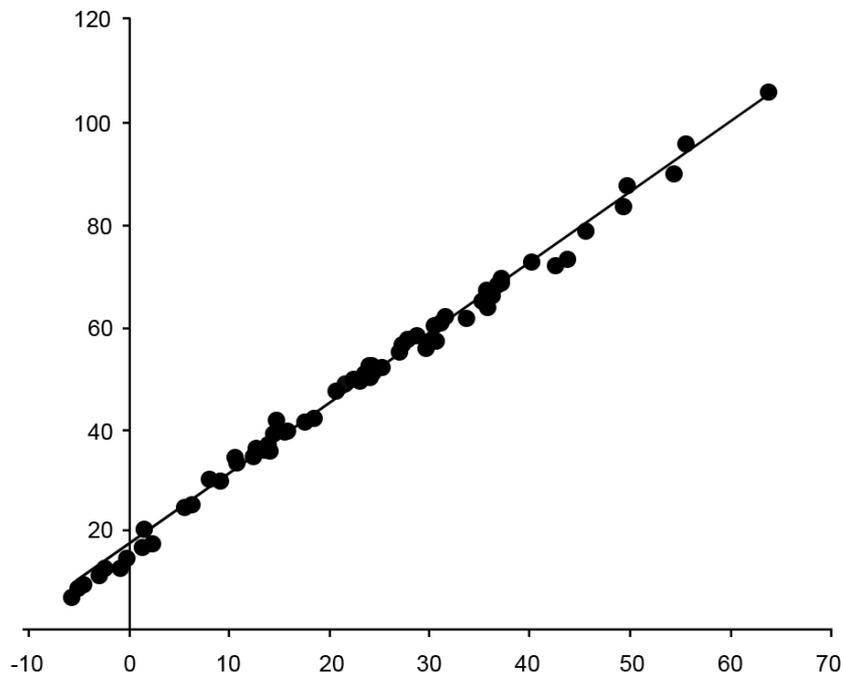


Figura 18. Immagine rielaborata raffigurante l'analisi di regressione lineare descritta nel libro *L'America dimenticata*. In ascissa: la longitudine reale del campione analizzato. In ordinata: la longitudine riportata da Tolomeo (Russo, 2013).

Per capire il motivo della dilatazione sulle coordinate di longitudine bisogna tenere in considerazione due fattori principali. Innanzitutto, mentre la latitudine veniva calcolata con metodi astronomici relativamente semplici, il caso della determinazione della longitudine era completamente diverso e di difficile definizione. Proprio per la grande difficoltà nella stima di tali valori, Eratostene stesso preferisce fornire le distanze (in stadi) tra i meridiani, calcolate lungo un parallelo di riferimento (nel suo

caso, determina l'estensione totale del mondo conosciuto rispetto il parallelo di Atene). Ipparco introdusse un metodo per il calcolo delle differenze di longitudine, ma Tolomeo conosce pochissimi dati rispetto questo sistema. Lo studioso alessandrino non vuole adottare la soluzione proposta da Eratostene: preferisce attribuire ai luoghi coordinate di longitudine in gradi, ma ha a disposizione solo lunghezze di archi di paralleli.

Per convertire tali distanze in valori di longitudine è necessario conoscere la lunghezza dei paralleli e cioè le dimensioni della Terra. A tal punto va ricordato che Tolomeo non concorda sulla misura proposta da Eratostene, per il quale la circonferenza terrestre era pari a 252.000 stadi, ma preferisce la lunghezza di 180.000 stadi, corrispondente quindi a 500 stadi per grado (e non più 700 come per il matematico di Cirene).

Come evidenzia l'autore de *L'America dimenticata*, se assumiamo che Eratostene e Tolomeo abbiano usato lo stesso stadio, ci accorgiamo che il matematico alessandrino dilata i valori di longitudine circa della stessa misura di cui contrae le dimensioni della Terra: tali differenze sono da considerare come due aspetti diversi di un unico errore di fondo.

Tolomeo, prima di procedere al calcolo delle coordinate, deve determinare l'ampiezza del mondo conosciuto: assume, a priori, che la differenza di longitudine tra le città cinesi note ad est e le Isole Fortunate valga 180°, sopravvalutandola di molto; tale sopravvalutazione portò ai due errori precedentemente descritti.

Lucio Russo afferma, infatti:

«Quando infatti, proseguendo nell'attuazione del suo programma, Tolomeo determina le longitudini delle varie località dividendo i 180° a disposizione per tutta l'ecumene in parti proporzionali alle distanze note lungo i paralleli, non può non dilatare sistematicamente tutte le differenze di longitudine. Tale dilatazione porta poi ovviamente a sottostimare la lunghezza in stadi di un grado di parallelo, generando il rimpicciolimento della Terra proprio della misura che conosciamo.

Possiamo quindi pensare che non fosse stato il rimpicciolimento della Terra a generare l'errore sulle longitudini, ma che, inversamente, un errore di scala sulle longitudini avesse provocato il rimpicciolimento».

A tal proposito l'autore motiva questo possibile errore di scala fornendo un'ipotesi interpretativa molto avvincente e al contempo altrettanto criticata da alcuni studiosi. Per la ricerca qui presentata non è rilevante entrare nel merito di tale spiegazione; per questo lavoro risulterà interessante, come vedremo in seguito, soprattutto la prima parte dello studio di Russo, dove, attraverso un'analisi di regressione lineare, viene identificato un coefficiente di dilatazione delle coordinate di longitudine. Riportiamo comunque di seguito una breve sintesi dell'ipotesi avanzata da Russo per completezza di informazione.

È molto probabile, afferma l'autore, che Tolomeo avesse dedotto le coordinate delle Isole Fortunate da Ipparco, di cui stimava molto la capacità nel condurre calcoli astronomici. È plausibile che la differenza di longitudine trasmessa da Ipparco non facesse però riferimento agli stessi luoghi di Tolomeo, ma che il posizionamento delle Isole Fortunate fosse diverso per i due matematici e astronomi. Com'è noto, Tolomeo identifica le Isole Fortunate con le Canarie: è possibile che all'epoca di Ipparco queste isole misteriose fossero la descrizione di un altro arcipelago più lontano? A sostegno di questa ipotesi, l'autore mostra da un lato un errore sulla numerazione delle isole: Tolomeo descrive sei Isole Fortunate, mentre di per certo nel II secolo d.C. si era a conoscenza delle sette isole maggiori delle Canarie; dall'altro, Russo evidenzia anche la differente estensione delle isole Canarie, distribuite lungo l'asse Est-Ovest, rispetto le Isole Fortunate sviluppate, invece, lungo la direzione Nord-Sud. Tolomeo accetta così l'identificazione consueta delle isole ai suoi tempi e contemporaneamente ne attribuisce le coordinate derivate dalle sue fonti ellenistiche.

Riportando alcuni riferimenti storici bibliografici, e ricalcolando le coordinate delle Isole Fortunate a partire dalla sua analisi di regressione lineare, Russo identifica tali isole con l'arcipelago delle Piccole Antille, molto più simile, per estensione e morfologia del territorio, alla descrizione che le testimonianze storiche ci hanno lasciato di queste isole. Questa ricostruzione porta con sé anche un riposizionamento dell'isola di Tule, identificata ora con la costa orientale della Groenlandia, come spiega accuratamente l'autore nella parte conclusiva del suo studio, dove afferma:

«L'identificazione delle Isole Fortunate con le Canarie generò errori a catena. Indusse Tolomeo [...] a sbagliare la scala delle longitudini e di conseguenza a

ridurre le dimensioni della Terra [...]. Queste errate identificazioni costrinsero poi Tolomeo a deformare in vari altri modi la sua descrizione del mondo abitato, per far posto sulla sua carta a questi strani mostri, nati ibridando gli antichi dati con le nuove localizzazioni del mondo ristretto di epoca romana».

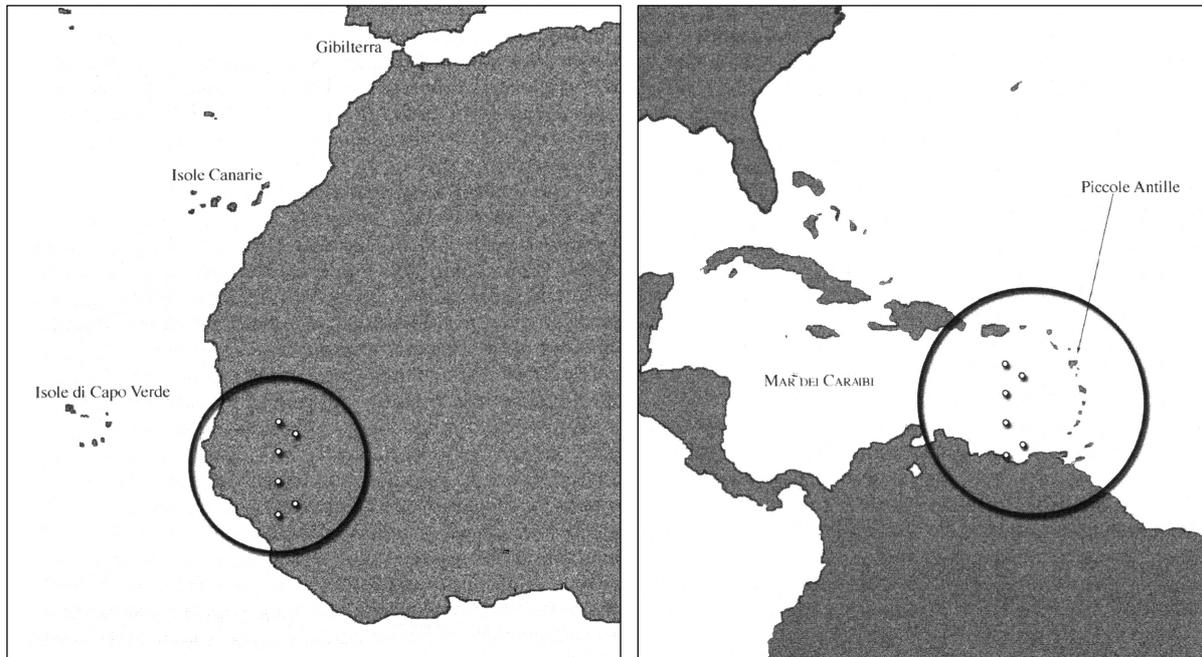


Figura 19. A sinistra: posizionamento delle Isole Fortunata con le coordinate assegnate da Tolomeo. A destra: coordinate ricalcolate e nuovo posizionamento delle Isole Fortunata (Russo, 2013).

3.3 L'origine dei portolani: una possibile via da indagare

Le considerazioni dei precedenti paragrafi sono state affrontate con lo scopo di delineare e descrivere brevemente la *Geografia*, opera che pose le basi per l'inizio della cartografia moderna. Recentemente, molti studiosi stanno avanzando l'ipotesi che i portolani e le carte nautiche possano aver avuto origine da una tradizione più antica (Nicolai, 2015); se ciò è da ritenersi oramai quasi un dato certo, allora questi documenti medioevali potrebbero trovare fondamento proprio nei dati raccolti e descritti nella *Geografia* stessa.

Per tale motivo, come vedremo, in questa ricerca sono state comparate le distanze del *Liber* non solo rispetto quelle attuali, ma anche rispetto le distanze calcolate a partire dalle coordinate di longitudine e latitudine descritte da Tolomeo.

Come prima analisi sono state confrontate le distanze calcolate a partire dalle coordinate fornite direttamente dalla *Geografia*, senza aver applicato, per il momento, alcun tipo di correzione. I primi risultati non portano a delle conclusioni

soddisfacenti, ma questa parte della ricerca è solo all'inizio; la scelta di non applicare alcun tipo di correzione evidenzia ulteriormente, da un punto di vista scientifico, il problema della riduzione terrestre e della non corretta scala delle longitudini presente nella *Geografia*, avvalorando, ancora una volta, la necessità di una correzione delle coordinate.

Ciò che risulta importante è la definizione di un metodo di analisi rigoroso dei dati, che successivamente potranno essere modificati. Infatti, una volta definito il modello di dilatazione tolemaico, sarà possibile applicare le correzioni ritenute necessarie, ricalcolare le distanze e condurre nuove analisi sempre utilizzando la procedura metodologica qui esposta.

In questa ricerca, per la determinazione delle coordinate tolemaiche, ci si è basati sul catalogo stilato da Angeliki Tsorlini per la sua tesi di dottorato (Tsorlini, 2011).

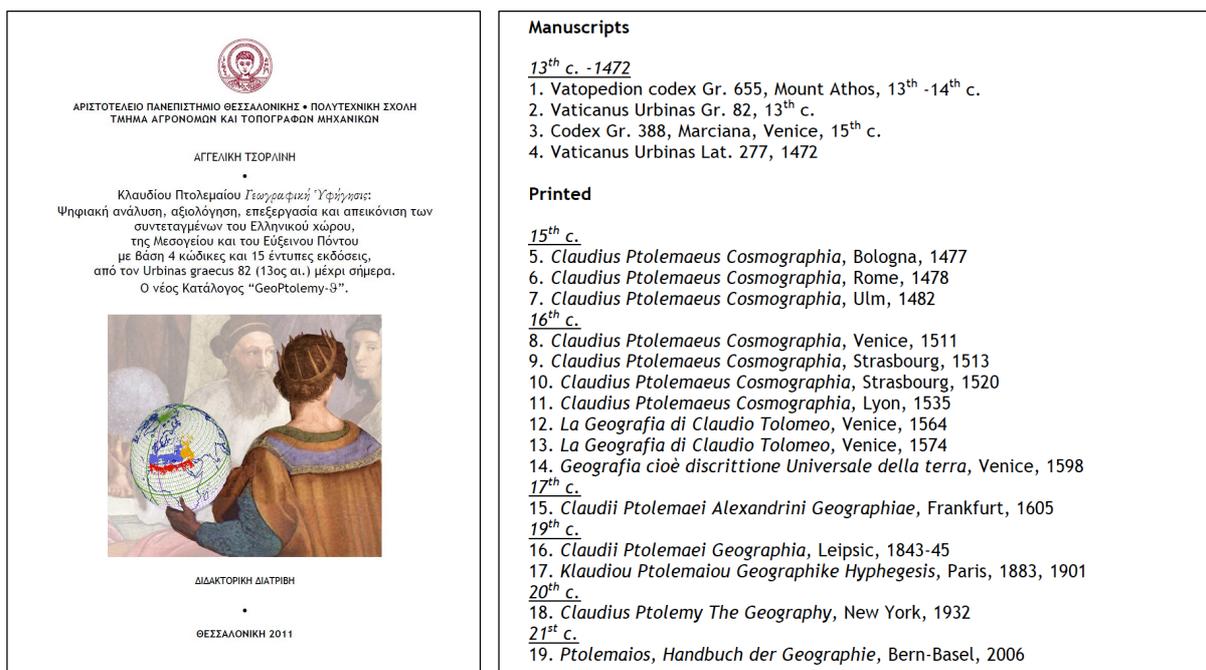


Figura 20. A sinistra: frontespizio della tesi di dottorato di Angeliki Tsorlini. A destra: i manoscritti e le edizioni stampate prese in considerazione nel suo lavoro di ricerca.

All'interno del suo lavoro, la ricercatrice greca prende in considerazione le coordinate fornite da Tolomeo focalizzandosi, in particolar modo, sull'area del Mediterraneo e del Mar Nero: attraverso la comparazione di 4 manoscritti e 15 edizioni stampate della *Geografia* e dopo aver individuato gli errori grossolani di trascrizione tra le diverse pubblicazioni, viene stilato un nuovo catalogo di coordinate, chiamato *GeoPtolemy-θ*, descrittivo di 3825 luoghi. Il catalogo finale viene fornito

nell'appendice della tesi di dottorato, dove vengono riportati i toponimi con la rispettiva descrizione, in inglese, greco, latino e italiano, e le 7650 coordinate geografiche (λ ; φ).

Location of All Italy					
301001	Italy is terminated on the west by the Alps mountains along that line, which runs, as is set down, from the Adula mountains as far as the mouth of the Varus river, the location of which is in	Η Ιταλία περιορίζεται από μεν δύσεως τας τε Αλπίας ὄρεας κατά την εκτεθειμένην γραμμὴν ἀπὸ τοῦ Αδοῦλα ὄρους μέχρι τοῦν Οὐάρου ποταμοῦ ἐκβολῶν. Ὁν θέσις	Italia terminet habet Ab occidente Alpium iuga / iuxta lineam que extendit a monte Adula usque ad Vari fluvii ostia. quoru gradus	Italia termina verso la parte Occidentale co i monti dell'Alpe, secondo la linea laqual si distende dal monte Adula fino alla bocca del fiume Vario, il cui sito ha gra - doppo la bocca del fiume Vario,	27 ° 30' 43 ° 0'
	The entire line of the maritime coast is thus described from the mouth of the Varus river on the Ligusticum sea:			che entra nel mar Ligustico, la quale ha gradi	
	On the coast of Massiliensium	Μασσαλιωτῶν.	Massiliensium	Massalioti	
301002	Nicaea	Νίκαια	Nicea	Nicea de Massaloti	28 ° 0' 43 ° 35' (25')
301003	Herculis harbor	Ἡρακλέους λιμὴν	Herculis portus	Porto d' Ercole	28 ° 15' 42 ° 45'
301004	Trophaea Augusti	Τρόφαια Σεβαστοῦ	Trophaea Augusti	Trofei d' Augusto	28 ° 30' 42 ° 30'
301005	Moneae harbor	Μοναίου λιμὴν	Monici portus	Porto di Moneco	28 ° 40' 42 ° 40'
	Of Liguria, which in Greek is called Ligustice, near the Ligusticum sea are	Λιγουρίας, κατά δε Ἑλλήνων Λιγυστικῆς παρά το Λιγυστικῶν πέλαγος.			
301006	Albintimilium	Ἀλβιντιμίων (ἢ Ἀλβιντιμίων)	Albinimilium	Albinimino	29 ° 10' (30') 42 ° 45'
301007	Albingsunium	Ἀλβίνγιον	Arbitaunum	Arbigauno	29 ° 30' 42 ° 45'
301007A	Sabatium		Sabatium		30 ° 0' 43 ° 15'
301008	Genua	Γένουα	Genua	Genua	30 ° 0' 42 ° 50'
301009	mouth of the Entella river	Ἐντέλλα ποταμοῦ ἐκβολαί	Antella flu.ostia	Bocca del fiume Entella	30 ° 30' 42 ° 50'
301010	Tigullia	Τιγουλία	Tigullia	Tigullia	30 ° 35' 42 ° 55' (45')
301010A	Veneris harbor	Ἀεροδότης λιμὴν	Veneris portus	Porto de Venere	31 ° 5' (10') 42 ° 50'
301010B	Ericus harbor	Ἐρικός κόλπος	Ericis portus	Porto Erico	31 ° 15' 42 ° 50'
301010C	part of Erico harbor	Ἐρικός κόλπος	Ericus sinus. incima	Le parte di dentro del Golfo Erico	31 ° 15' 42 ° 55'
301011	mouth of the Macralla	Μακράλλα ποταμοῦ ἐκβολαί	Macrale flu.ostia	Bocca del fiume Macra	30 ° 45' (30') 42 ° 45' (50')
301012	where the Boacis flows into it	Ἐκτροπή Βοακίου ποταμοῦ	Scissio Boacti fluvii	Entrata del fiume Boatto	31 ° 30' 43 ° 0'
	Of the Tusci who in Greek are called Thyrrhini near the Thyrrhenum sea are	Τούσκων, κατά δε Ἑλλήνων Τυρρηνῶν, παρά το Τυρρηνικῶν πέλαγος.			
301013	Luna	Λαίνα	Luna	Luna	31 ° 45' (32%) 42 ° 45'
301014	Luna promontory	Σελήνης ἄκρον	Lune promontorii	Promontorio della Luna	32 ° 0' 42 ° 40'
301014A	Feronia promontory		Lucus feronis promont	Selua di Feronia promontorio	32 ° 20' 42 ° 40'
301015	temple of Hercules	Ἡρακλέους ἱερὸν	Herculis fanum	Tempio d' Ercole	32 ° 40' 42 ° 45'
301016	mouth of the Arno river	Ἄρνου ποταμοῦ ἐκβολαί	Arni flu.ostia	Bocca del fiume Arno	33 ° 20' 42 ° 40'
301017	Populonium town	Ποπυλωνίων πόλις	Populonia	Populonia	33 ° 30' 42 ° 30' (42%)
301018	Populonium promontory	Ποπυλωνίων ἄκρον	Populonia promontorii	Populonia promontorio	33 ° 30' 42 ° 0'
301018A	Liburnus harbor		Liburnus portus	Liburno porto	33 ° 30' 42 ° 30' (35')
301019	Traianus harbor	Τραϊανῶς λιμὴν	Traianus portus	Porto Traiano	34 ° 0' 42 ° 30'
301020	Telamon promontory	Τελμωνῶν ἄκρον ἢ Τέλιμον	Telamon promontorii	Telamone Promontorio	34 ° 15' 42 ° 0'
301021	mouth of the Osa river	Ὀσσα ποταμοῦ ἐκβολαί	Ossa flu.ostia	Bocca del fiume Ossa	34 ° 30' 42 ° 0'
301022	Cossae	Κόσσαί	Cosse	Cossa (città già rovinata da i Topi, Orastello)	35 ° 0' 41 ° 55'
301023	Graviscae	Γραιύσκαι	Graviscæ	Grausca	35 ° 20' 41 ° 45'

Figura 21. Estratto del catalogo di Angeliki Tsorlini raffigurante la sezione delle località italiane.

Al fine di indagare un possibile collegamento tra il *Liber* (e in generale le carte nautiche medioevali) e la tradizione storico-geografica precedente, abbiamo iniziato a impostare un lavoro di comparazione dei luoghi descritti da Tolomeo, a partire dal catalogo fornito da Angeliki Tsorlini; come vedremo nel prossimo capitolo, dalle coordinate dei luoghi sono state calcolate le rispettive distanze, attraverso la formula della trigonometria sferica dell'emisenoverso, comparate successivamente con il *Liber* e le misure attuali. Nonostante questo confronto abbia un ruolo marginale all'interno di tale ricerca, è stato deciso ugualmente di riportare i primi risultati, anche se non soddisfacenti, ottenuti senza applicare alcuna correzione alle coordinate.

Il tema dell'origine dei portolani è un argomento molto affascinante e ancora privo di una risposta scientificamente provata. Perciò, investigare questo campo di ricerca è stato decisamente interessante e ricco di continue suggestioni; come già detto precedentemente, i risultati finora ottenuti non hanno dimostrato alcuna correlazione tra i dati medioevali e quelli antecedenti; dalle analisi storiche effettuate, abbiamo

notato, però, come sia in realtà fondamentale una correzione delle coordinate. Il problema principale sta proprio nel trovare un modello scientifico in grado di spiegare il fattore di dilatazione delle coordinate tolemaiche. Tale avvincente tematica sarà senza dubbio argomento di un possibile sviluppo futuro in questo campo: come prima correzione, sarebbe sicuramente interessante applicare il modello proposto da Russo nel suo già citato *L'America dimenticata*.

In questo caso, le coordinate corrette verrebbero ricalcolate a partire dall'equazione dell'analisi di regressione lineare: nel suo saggio, Russo applica tale correzione per ricalcolare la posizione delle Isole Fortunate. Sapendo, infatti, che per la fonte di Tolomeo, le isole erano situate sul meridiano opposto a quello cui Tolomeo associa il valore di 180°, è possibile ricalcolare la longitudine da Greenwich di questo ultimo meridiano, risolvendo l'equazione:

$$180 = 1,428x + 17,06$$

Russo ottiene così la longitudine dell'estremità orientale del mondo conosciuto da Tolomeo (pari a 114°6'E), determinando in questo modo anche la posizione delle Isole Fortunate (65°54'W) nel sistema di riferimento attuale. L'applicazione di questo modello statistico per la correzione delle coordinate tolemaiche potrebbe essere il primo test da effettuare in un prossimo studio riguardo l'origine dei portolani.

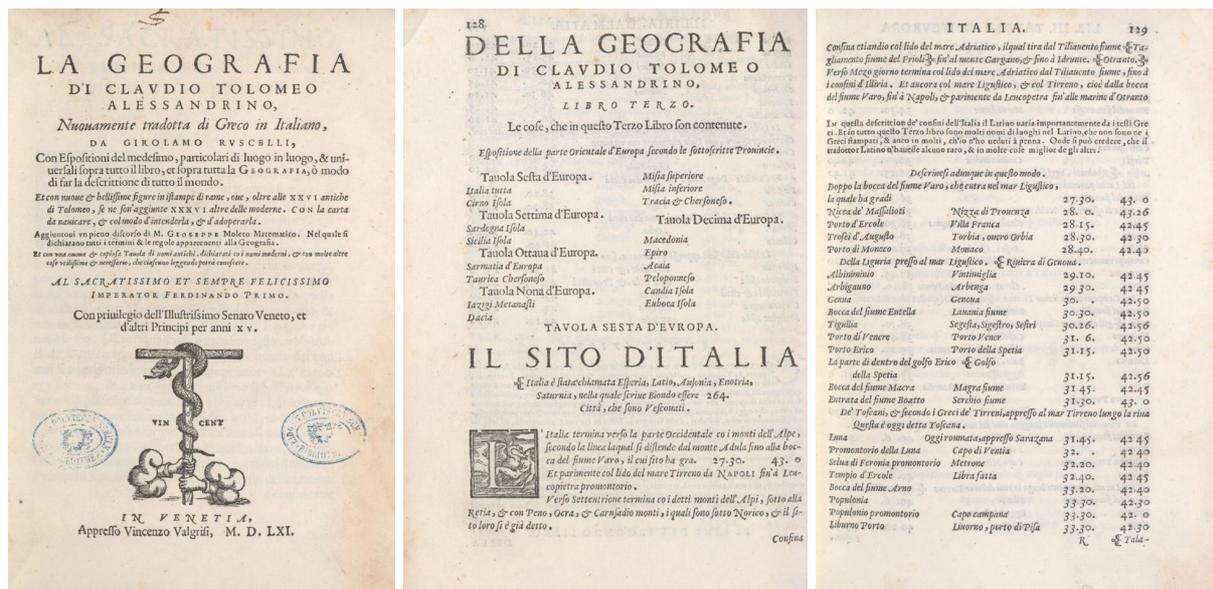


Figura 22. Estratti della Geografia tradotta da Girolamo Ruscelli e stampata a Venezia nel 1561.

Capitolo 4

Analisi numerica del *Liber*

4.1 Studio e posizionamento dei toponimi

In questo capitolo viene descritta la procedura metodologica applicata per l'analisi delle misure di distanza presenti nel *Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostrae Mediterraneae*. Come spiegato precedentemente, sono state studiate solo le misure che nel testo vengono identificate come *transfretus*, che noi chiameremo *traverse*, ossia quei valori descrittivi delle distanze tra due porti non necessariamente lungo lo stesso profilo di costa, ma la cui lunghezza attraversa il Mediterraneo.

Per effettuare l'analisi delle distanze è quindi necessario riconoscere innanzitutto i toponimi utilizzati alla fine del XII secolo per l'identificazione delle aree portuali. Questo lavoro è dunque iniziato dallo studio della toponomastica del *Liber* confrontata con una cartografia attuale.

L'individuazione dei toponimi è, da sempre, un'operazione molto complessa e presuppone conoscenze storiche approfondite. Ciò che, a mio avviso, ha reso affascinante questo progetto di ricerca è l'intreccio multidisciplinare presente, dove la storia della cartografia e lo studio della sua evoluzione nei secoli vengono analizzati attraverso una chiave di lettura fornita dalle scienze geomatiche.

La localizzazione di alcuni porti si è rivelata molto complicata e probabilmente alcuni posizionamenti risulteranno più imprecisi rispetto ad altre località più conosciute e quindi più facilmente individuabili; a tal proposito è bene sottolineare che il lavoro qui presentato non si vuole sostituire alla ricerca storica, ma concerne l'identificazione di un metodo scientifico al fine di definire una procedura metodologicamente corretta per l'analisi di dati storici cartografici. Qualora alcuni posizionamenti risultassero

imprecisi, sarà naturalmente possibile correggere i dati e riapplicare la procedura qui definita per l'analisi delle misure.

Alla fine del saggio di Gautier Dalché vengono presentate due cartografie moderne, con il ridisegno di alcune *traverse* del *Liber* e i relativi toponimi portuali: la prima mappa è sostanzialmente un focus sulla penisola italiana e sulle isole del Mar Egeo; la seconda, invece, dà una descrizione completa del bacino del Mar Mediterraneo.

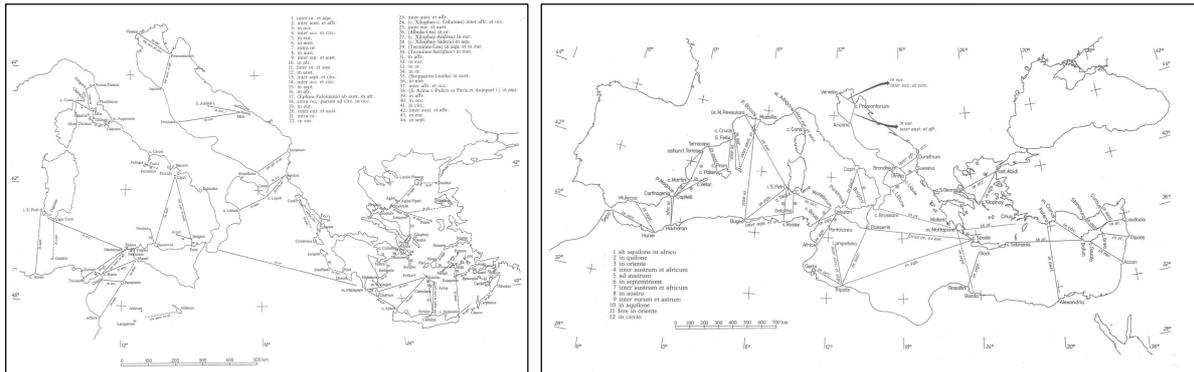


Figura 23. Le carte all'interno del saggio di Gautier Dalché con il ridisegno di alcune *traverse* del *Liber*.

Il primo passo è consistito quindi nel ricollocare spazialmente le due carte in ambiente GIS, per poter poi implementare i dati relativi ai porti e alle *traverse* sulla base di quelli già studiati da Gautier Dalché e dal suo gruppo di ricerca.

Per la procedura di georeferenziazione è stato utilizzato il software ArcGIS (ArcGIS Website): le carte, di cui non era noto il sistema proiettivo utilizzato, sono state georeferenziate rispetto a una cartografia attuale dell'area mediterranea in proiezione conica conforme di Lambert, con il meridiano centrale impostato a 15°.

In questo caso, la procedura è stata applicata con lo scopo di posizionare più facilmente alcuni toponimi nella loro rispettiva area geografica, al fine di ottenere una base di riferimento da cui partire per localizzare i porti in modo preciso. Per questo motivo, gli errori ottenuti dopo aver applicato la trasformazione non sono così rilevanti come nelle normali procedure di georeferenziazione applicate in cartografia: tutti i toponimi sono stati posizionati non solo servendosi della georeferenziazione di base delle due carte di Gautier Dalché, ma anche in seguito ad alcune ricerche effettuate in parallelo sui nomi storici dei luoghi. Naturalmente, sono comunque indicatori della "bontà" della trasformazione applicata.

Dopo aver effettuato alcune semplici proporzioni per ricavare la scala di rappresentazione a partire da quella grafica raffigurata, è stato possibile calcolare la massima incertezza ammissibile per le due mappe analizzate: nel primo caso gli errori dovrebbero rimanere al massimo attorno a 1,3 km, mentre nel secondo circa a 3 km.

Nella prima carta sono stati collimati 52 punti lungo il profilo di costa; dopo aver applicato una trasformazione di secondo ordine, la carta presentava un errore di 2 km; nel secondo caso sono stati collimati 29 punti e, alla fine della procedura, la carta presentava un RMSE di 11 km. Un errore così elevato può essere dovuto, da un lato, alla difficile identificazione dei punti, distribuiti solamente lungo il profilo di costa, dall'altro, anche al segno grafico dell'immagine cartografica utilizzata, (elevato spessore e pochi dettagli): per questo studio però la georeferenziazione è servita solo per ottenere un supporto generale di riferimento al fine di collocare le località descritte nel *Liber* rispetto una nuova base cartografica vettoriale del Mediterraneo.

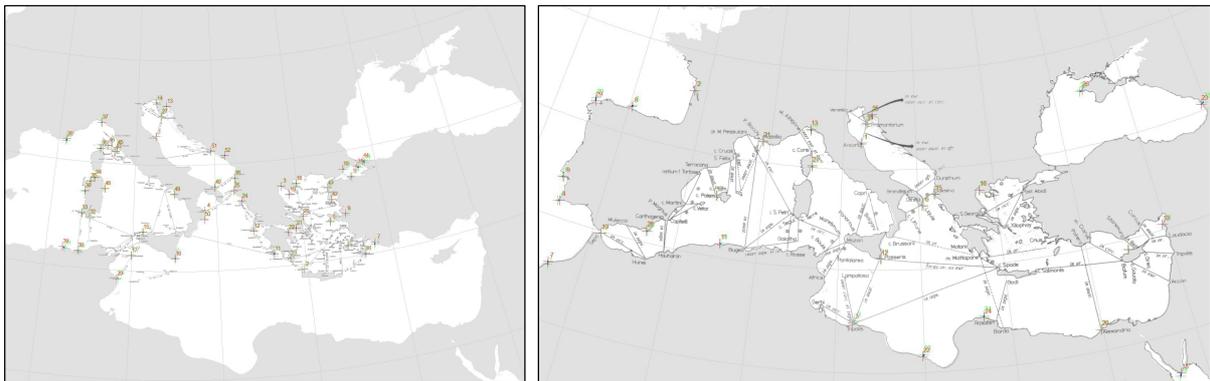


Figura 24. Georeferenziazione delle due carte con la relativa distribuzione dei punti di controllo.

A partire dal posizionamento generale dei porti del *Liber*, grazie alla georeferenziazione delle carte di Gautier Dalché, sono stati individuati un totale di 124 *traverse* e di 158 toponimi. Inoltre, per 138 di questi luoghi è stato anche riconosciuto il nome utilizzato da Tolomeo all'interno della *Geografia*. Naturalmente, per questo ultimo caso, le complicazioni sono state notevoli: sebbene, infatti, anche il catalogo stilato da Tsorlini riporti la suddivisione delle località divise per regioni geografiche, l'individuazione dei toponimi antichi presuppone delle conoscenze storiche molto approfondite. Mentre, infatti, i nomi utilizzati del XII secolo non

risultano molto diversi rispetto quelli attuali, se non per alcune eccezioni, la toponomastica del II secolo d.C. è completamente differente.



Figura 25. Il bacino del Mediterraneo con le traverse del Liber ridisegnate.

Portiamo come esempio, raffigurato anche nelle immagini sottostanti, il caso del promontorio *Capo Gata*, nella parte meridionale dell'isola di Cipro: mentre nella denominazione medioevale viene descritto come *c. Gauata*, nella *Geografia* tale penisola è riconducibile al termine *Curia Promontorio* (Κουριάς άκρα), decisamente diverso sia dal corrispettivo toponimo del XII secolo, sia rispetto alla situazione odierna.

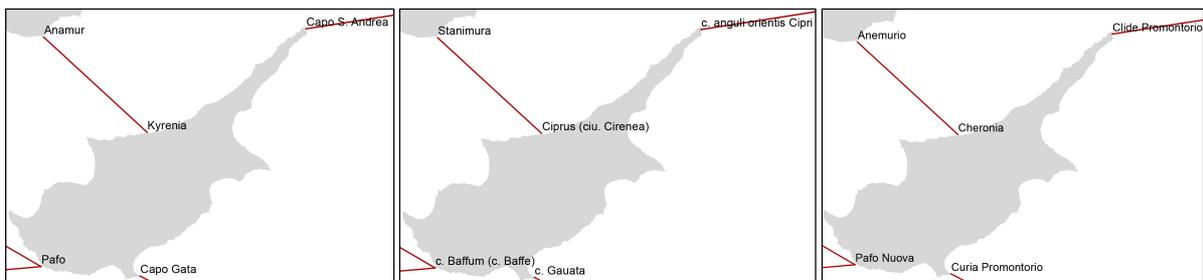


Figura 26. Esempio della diversità dei toponimi attuali, del *Liber* e di Tolomeo, per l'isola di Cipro.

Il catalogo utilizzato come fonte per questo lavoro riporta le descrizioni dei luoghi suddivisi per regioni, così come è possibile leggerli anche nelle edizioni rinascimentali e del passato; Tsorlini restituisce, in ordine, la seguente suddivisione geografica: Spagna Betica (*Hispania Baetica*), Spagna Lusitania (*Hispania Lusitania*), Spagna Tarragonese (*Hispania Tarraconensis*), Gallia Narbonense (*Narbonensis Gallia*), Illiria o Liburnia e Dalmazia, Italia, Corsica, Sardegna, Sicilia, Sarmazia Europea, Penisola di Crimea, *Moesia* inferiore, Tracia, Macedonia, Epiro, Acaia, Peloponneso, Creta, Mauritania Tingitana, Mauritania *Caesariensis*, Numidia, Cirenaica, Marmarica, Libia, Egitto, Ponto e Bitinia, Asia Minore, Licia, Galazia, Panfilia, Cappadocia, Cilicia, Sarmazia Asiatica, Colchide, Cipro, Siria, Palestina (*Judaea*).

A conclusione di questa prima analisi sono state catalogate tutte le *traverse* che presentavano le informazioni di distanza in miglia nautiche e sono state messe in relazione con le rispettive *traverse* attuali; a questi valori sono state associate anche alcune informazioni ricavate direttamente dal saggio di Gautier Dalché, come ad esempio l'orientamento del *Liber*, della Carta Pisana e di una carta moderna, i toponimi del *Compasso da Navigare*, la distanza in miglia del *Compasso*. Infine, a questi dati sono stati messi in relazione anche i nomi indicati da Tolomeo con le rispettive regioni di appartenenza e, naturalmente, le coordinate λ e φ descritte nel catalogo di Tsorlini. È stato poi stilato a parte un elenco con tutte le località del *Liber*, con i corrispettivi toponimi attuali e quelli utilizzati da Tolomeo, per poter analizzare i luoghi singolarmente, e non più collegati con le entità delle *traverse*.

TraverseLiber	DistanzaLiberMiglia	OrientamentoLiber	OrientamentoCartaPisana	OrientamentoCartaModerna	DistanzaCompassoMiglia
Patara-Alexandria	650	in austro		S/SSE	
Affrica-Pantalarea i.	120	in aqu.	NE/NNE	NE/NNE	150
Pantalarea i.-Chipia	70	in occ.		W/WNW	60
Pantalarea i.-Mazari	59	in sept.	N/NNE	NE/NNE	
Tripolis-Gerbi i.	200	in occ.	NW/WNW	NW/NNW	
Tripolis-Lampatosa i.	250	inter sept. et circ.	N/NNW	N/NNW	400 / 380
Bonandrea-Raselchinisie	500	extra or. parum uersus eur.			
Laudocia-c. S. Andrée (Cyprus)	70	in occ.		W/WNW	
Mallo-Raseleganzir	40	in or.			
Stanimura-Ciprus (ciu. Cirenea)	60	in aust.		SE/SSE	
c. anguli orientis Cipri-Laudocia	60	in or.			
c. Gauata-Accon	300	in eur.	SE/ESE	SE	230
c. Baffum-mons Clarus	160	in eur.		NW	
c. Baffe-c. Salmonis (Creta)	400	in or.	E/ENE	E/ESE	
c. Spade-c. Passeris	700	in occ.	W/WSW	W/WSW	
c. Passeris-Tripolis		in aust.	S/SSW		490
c. Passeris-c. Spade	700	foras or. ex eur.			720
Raselcharan-Miletum i.	60	in aust.			
Miletum i.-Lampatosa et Alimosa i.		inter aust. et afr.			100
Mazari-Pantalarea i.	70	in aust.		SW/SSW	60

Figura 27. Estratto delle prime 20 traverse con le informazioni del *Liber* fornite da Gautier Dalché.

NomeTolomeo1	ZonaTolomeo1	Coo1nomeLambdaPhi	NomeTolomeo2	ZonaTolomeo2	Coo2nomeLambdaPhi
Patara	Lycia	60° 30'; 36° 0'	Alessandria	Marmarica, Libia ed Egitto	60° 30'; 31° 0'
Afrodizio	Numidia	36° 15'; 32° 40'	Cossyra (isola e città)	Numidia	37° 20'; 34° 20'
Cossyra (isola e città)	Numidia	37° 20'; 34° 20'	Cilpea	Numidia	35° 0'; 33° 20'
Cossyra (isola e città)	Numidia	37° 20'; 34° 20'	Bocca del fiume Mazara	Sicilia	37° 20'; 36° 15'
Eoa	Numidia	41° 30'; 31° 40'	Meninx	Numidia	39° 30'; 31° 20'
Eoa	Numidia	41° 30'; 31° 40'	Lopadusa isola	Numidia	39° 0'; 33° 20'
Naustatmo Porto (Porto di Apollonia)	Cyrenaica	50° 20'; 31° 40'	Ermea Promontorio	Marmarica, Libia ed Egitto	58° 0'; 31° 15'
Laodicea	Siria	68° 30'; 35° 5'	Clide Promontorio	Cipro	67° 30'; 35° 50'
Mallo	Cilicia	68° 30'; 36° 30'	Rhosos	Siria	69° 20'; 35° 40'
Anemurio	Cilicia	65° 10'; 36° 50'	Cheronia	Cipro	65° 40'; 35° 45'
Clide Promontorio	Cipro	67° 30'; 35° 50'	Laodicea	Siria	68° 30'; 35° 5'
Curia Promontorio	Cipro	65° 30'; 34° 45'	Tolemaide	Siria	66° 50'; 33° 0'
Pafo Nuova	Cipro	64° 20'; 35° 10'			
Pafo Nuova	Cipro	64° 20'; 35° 10'	Samonio Promontorio	Creta	55° 50'; 35° 25'
Ciamo Promontorio	Creta	52° 30'; 35° 0'	Pachino Promontorio	Sicilia	40° 0'; 36° 20'
Pachino Promontorio	Sicilia	40° 0'; 36° 20'	Eoa	Numidia	41° 30'; 31° 40'
Pachino Promontorio	Sicilia	40° 0'; 36° 20'	Ciamo Promontorio	Creta	52° 30'; 35° 0'
Caucana Porto	Sicilia	39° 30'; 36° 15'	Melita isola	Numidia	38° 45'; 34° 40'
Melita isola	Numidia	38° 45'; 34° 40'	Lopadusa isola	Numidia	39° 0'; 33° 20'
Bocca del fiume Mazara	Sicilia	37° 20'; 36° 15'	Cossyra (isola e città)	Numidia	37° 20'; 34° 20'

Figura 28. Estratto delle prime 20 traverse con le informazioni fornite da Tolomeo nella *Geografia*.

Per poter continuare l'analisi del *Liber*, vista la numerosità e la complessità di informazioni catalogate, si è reso necessario implementare tutte le indicazioni in un sistema GIS, in grado di relazionare dati eterogenei e provenienti da fonti diverse, consentendo interrogazioni e analisi approfondite.

4.2 Un sistema GIS per l'archiviazione e la documentazione dei dati

I moderni strumenti della Geomatica possono fungere da supporto, a volte indispensabile, per l'analisi di informazioni storiche e per la loro rappresentazione in un sistema cartografico definito (Gregory *et al.*, 2007; Carrion *et al.*, 2013; Gatta *et al.*, 2016).

La progettazione dei dati in ambiente GIS ha richiesto un'accurata valutazione delle indicazioni raccolte; all'inizio di questo lavoro, era stato elaborato un sistema informativo in parte diverso a livello formale da quello finale qui presentato. Con l'avanzamento del progetto e le nuove acquisizioni nozionistiche si è resa imprescindibile una ristrutturazione del modello concettuale con la definizione di nuove entità e relazioni: il modello è stato concepito per potersi adattare facilmente all'inserimento di nuovi dati e consentire modifiche senza rivoluzionare la struttura di base.

La potenzialità dei GIS come strumenti di gestione e archiviazione di dati eterogenei è ormai ampiamente appurata: per questa indagine è stata creata una vera e propria banca dati, su cui è possibile condurre analisi di tipo spaziale ed effettuare interrogazioni relative alle entità presenti. All'interno del *database* sono state implementate diverse *tabelle di attributi* collegate alle entità dei toponimi e delle *traverse*.

Il GIS realizzato per questa ricerca verrà poi pubblicato su una piattaforma online, per consentire la fruizione, l'accesso ai dati raccolti e alle elaborazioni analizzate a un pubblico ampio di studiosi.

Un interessante possibile sviluppo dovuto proprio alla condivisione del sistema informativo potrebbe, infatti, essere l'integrazione di dati provenienti da altri fonti, ad esempio da portolani successivi al *Liber*, e consentirà di aprire un dialogo tra discipline diverse al fine di collezionare un numero sempre crescente di informazioni, di uniformare i dati raccolti e favorire così lo sviluppo della conoscenza storica e cartografica.

Il sistema GIS implementato in questa ricerca si è reso indispensabile per due motivi: da un lato, ha consentito di condurre le analisi che verranno descritte in dettaglio nei prossimi paragrafi, fornendo un metodo efficace per la visualizzazione e la rappresentazione grafica dei concetti studiati; dall'altro è stato fondamentale per archiviare tutta la documentazione catalogata, fungendo da *database* riutilizzabile per future ricerche anche in settori disciplinari differenti.

Sebbene negli ultimi anni sia stato dato ampio spazio alla collaborazione tra saperi multidisciplinari, gli strumenti GIS risultano ancora oggi poco utilizzati in Italia nell'ambito delle discipline umanistiche, per fortuna con alcune eccezioni. Con ciò non si vuole proporre tale strumento come alternativo alla ricerca storica, ma piuttosto sottolineare l'importanza di usufruire anche di metodi complementari a quelli più tradizionali (Barzaghi *et al.*, 2012). In questo senso, la Geomatica può offrirsi come supporto ancillare per analisi differenti, come per l'appunto quelle storiche.

All'inizio di questo lavoro è stata quindi impostata una struttura tabellare nella quale sono stati catalogati tutti i dati ricavati dall'analisi delle *traverse* del *Liber*, a partire dalla toponomastica, riportando cioè i nomi del porto di partenza e di arrivo. Inoltre, a tali dati erano associate informazioni spaziali di distanza (in miglia nautiche) e orientamento (secondo i venti). All'interno della tabella con tutte le informazioni storiche raccolte, sono stati inseriti anche i dati descritti e riportati da Gautier Dalché, ossia il riferimento ai toponimi del *Compasso* con le rispettive distanze, l'orientamento relativo alla *Carta Pisana* e rispetto a una base cartografica attuale.

Una volta compilate le tabelle con i dati ottenuti dalle fonti, si è passati alla creazione di un database relazionale: attraverso questo strumento è infatti possibile eseguire interrogazioni con sintassi complesse, selezionare le informazioni in base a diversi

criteri, consultare l'archivio in modo efficace e rapido e, infine, ottenere rappresentazioni dei dati raccolti in un sistema di riferimento cartografico noto.

La tecnologia GIS offre grandi vantaggi per la documentazione e la salvaguardia del Patrimonio Culturale (Rinaudo, 2007): la conoscenza approfondita di un elemento in generale, ma soprattutto in ambito architettonico-cartografico, avviene anche attraverso la conoscenza del passato; i database e i sistemi informativi territoriali consentono di elaborare e studiare i dati raccolti, condividere le ricerche effettuate e tramandare le informazioni in formato digitale per consentire nuove elaborazioni future.

La base vettoriale utilizzata in questo studio ha come sistema di riferimento cartografico la proiezione conica conforme di Lambert (meridiano centrale impostato a 15°): la scelta, come spiegato precedentemente, è stata dettata dalla volontà di rappresentare il bacino del Mediterraneo in un sistema proiettivo confrontabile con le carte proposte nel saggio di Gautier Dalché.

All'interno del software ArcGIS sono stati disegnati sul profilo di costa tutti i punti relativi ai toponimi identificati nel *Liber*; a queste entità, attraverso operazioni di *join*, è stato possibile collegare la tabella con tutte le informazioni raccolte e visualizzare in un ambiente spazialmente referenziato la toponomastica dei luoghi nei tre momenti storici studiati (attuale, *Liber*, Tolomeo).

Dopo aver identificato i toponimi, sono state disegnate le linee di collegamento tra i due punti, ossia le *traverse* vere e proprie. Questi segmenti sono stati successivamente collegati alla tabella contenente le informazioni relative alle distanze e all'orientamento del *Liber*, ai dati aggiunti da Gautier Dalché, alle indicazioni relative alle coordinate tolemaiche e alle regioni di appartenenza dei luoghi descritti nel II secolo d.C.

Come già spiegato, all'inizio del lavoro questo sistema informativo era stato concepito in modo leggermente differente: inizialmente, infatti, tutti i dati erano stati catalogati assieme in un'unica struttura tabellare, dove si potevano leggere non solo le informazioni storiche, ma anche le elaborazioni e le analisi affrontate in questo studio e descritte nei prossimi paragrafi. La lettura dei dati e il loro aggiornamento risultavano essere però più complessi rispetto al metodo finale adottato: si è infatti deciso di creare tabelle diverse a seconda del contenuto, una con la documentazione storica, l'altra con i dati relativi alle elaborazioni. In questo modo, i dati si possono leggere e studiare separatamente, ma è anche possibile, naturalmente, collegarli in

fase successiva direttamente in ArcGIS: le entità, infatti, sono caratterizzate da codici ID in grado di consentire le operazioni di *join* all'interno del software.

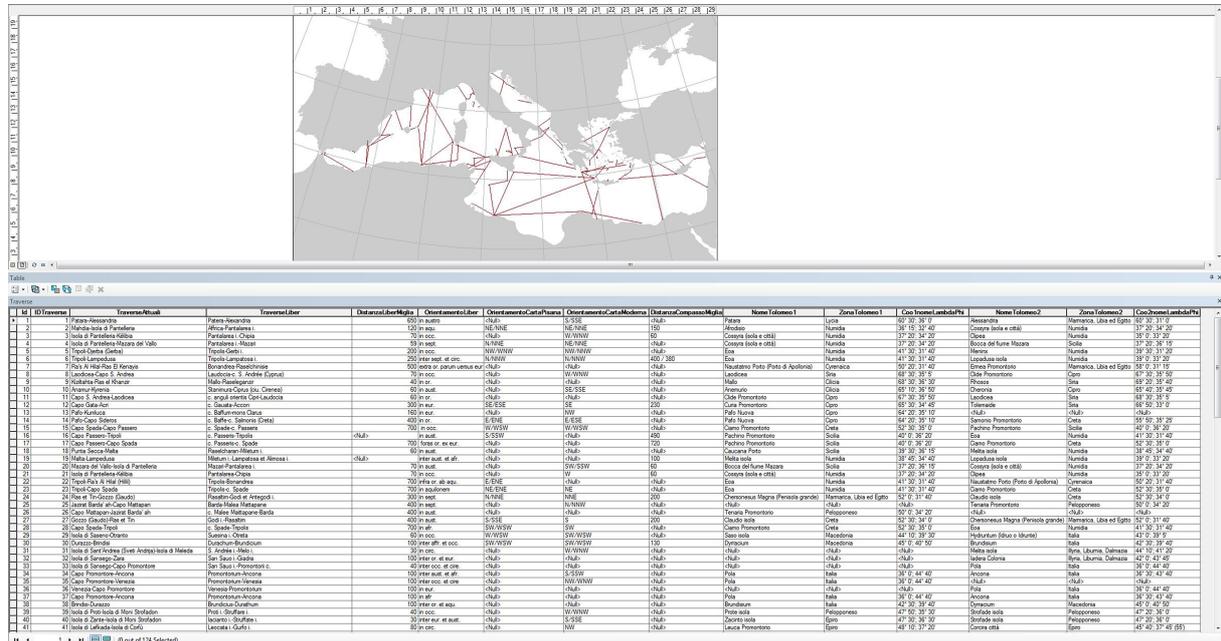


Figura 29. Il sistema GIS con l'inserimento delle informazioni storiche.

Mentre le tabelle storiche riportano meramente le informazioni raccolte, quelle con i dati di elaborazione sono state modificate per consentire dei confronti adeguati sulle misure di distanza: in questo caso, infatti, si sono rese necessarie alcune correzioni sui dati iniziali.

Una delle modifiche, ad esempio, ha riguardato l'eliminazione delle *traverse* doppie, presenti solo in alcuni casi, ossia la descrizione della distanza in andata e in ritorno (es: *Pantalarea i-Mazari* e *Mazari-Pantalarea i*). Alcune di queste misure presentavano informazioni discordanti tra loro: la distanza descritta nel *Liber* era differente per il set delle due *traverse* con i medesimi toponimi. In questo caso, si è scelta la lunghezza più simile ai valori attuali, dopo aver convertito i km in mn (miglia nautiche) secondo la metodologia spiegata nel capitolo 2.

Infine, prima di intraprendere l'analisi e il confronto dei dati nei tre set individuati (distanze attuali, distanze del *Liber*, distanze di Tolomeo) abbiamo deciso di suddividere il bacino del Mediterraneo rispetto i suoi mari minori, al fine di collegare ciascuna entità puntuale al rispettivo mare di appartenenza. Nell'immagine riportata di seguito si può notare la ripartizione rispetto ai mari minori che interessavano questo lavoro: come si evince dallo schema, il Mar di Corsica e il Mar di Sardegna

non sono stati presi in considerazione poiché nessun porto tra quelli analizzati si affacciava su queste acque. La numerazione riportata in figura fa riferimento, in ordine, ai seguenti mari minori del bacino: Mare di Alboran, Mare delle Baleari Meridionale, Mare delle Baleari Settentrionale, Golfo del Leone, Mar Ligure, Mar Tirreno, Canale di Sardegna, stretto di Sicilia, Mar Libico, Mar Ionio, Mar Adriatico, Mare di Creta, Mar Egeo, Mar di Levante.

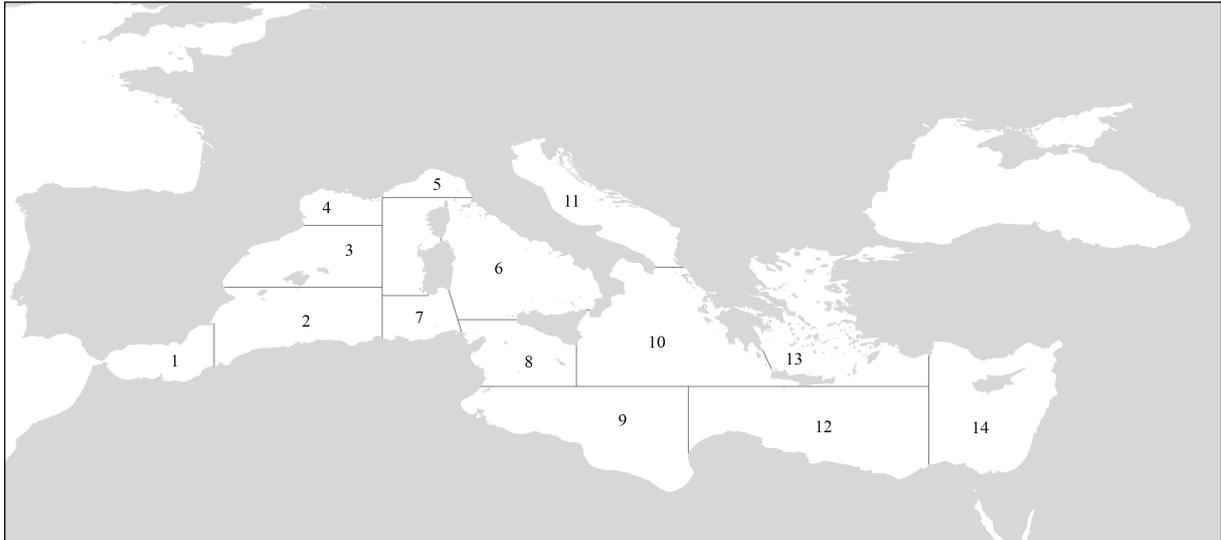


Figura 30. La suddivisione del Mediterraneo nei mari minori, come da elenco riportato nel testo.

La scelta di suddividere il Mediterraneo è stata dettata dal voler localizzare spazialmente le differenze riscontrate tra le misure per verificare una eventuale concentrazione degli errori in zone specifiche.

4.3 Analisi statistica dei dati: le distanze analizzate

Nei prossimi paragrafi vengono descritte l'analisi e il confronto tra le misure ricavate dal *Liber* rispetto alle distanze attuali, rapportandole anche con quelle calcolate a partire dalle coordinate tolemaiche.

Come vedremo, i set iniziali di misure sono in realtà quattro e non tre; il motivo risiede nel fatto che sono stati analizzati due set diversi di misure della *Geografia*. Infatti, nel catalogo di Tsorlini sono presenti solo per alcuni toponimi anche delle coordinate espresse tra parentesi: a seconda delle edizioni analizzate alcune località presentano dei valori di coordinate diversi, che vengono riportati nella sua tesi. Il set denominato *Tolomeo A* comprende le distanze calcolate a partire dalle coordinate

del catalogo riportate fuori dalle parentesi, mentre nel set *Tolomeo B* sono stati utilizzati, ove presenti, i valori tra parentesi per calcolare le rispettive distanze. Naturalmente, poiché sono molto pochi i casi in cui compare questa doppia dicitura, i due set presentano un andamento molto simile tra loro e le differenze sono minime: per completezza di informazione si è deciso di analizzare comunque entrambi i gruppi.

Le distanze sono state calcolate applicando la formula della trigonometria sferica dell'emisenverso; tale operazione è stata realizzata attraverso un programma disponibile online per il calcolo della distanza e dell'orientamento a partire dalle coordinate di latitudine e longitudine (Movable Type Scripts Website).

Il sito offre un'ampia varietà di calcoli a partire dalle coordinate geografiche e fornisce anche i codici usati per implementare le formule matematiche. Nel nostro caso, assumiamo come superficie di riferimento una sfera unitaria, che per le approssimazioni e gli scopi di questo lavoro risulta sufficientemente accurata. Al software vengono fornite le coordinate φ e λ di due punti e viene calcolata la distanza in km, l'orientamento iniziale e finale (in gradi sessagesimali) e le coordinate geografiche del punto in mezzeria. La distanza, come anticipato, viene determinata attraverso la formula dell'emisenverso, calcolando l'arco di cerchio massimo tra due punti sulla superficie terrestre, ossia la distanza geodetica.

Great-circle distance between two points

Enter the co-ordinates into the text boxes to try out the calculations. A variety of formats are accepted, principally:

- deg-min-sec suffixed with N/S/E/W (e.g. 40°44'55"N, 73 59 11W), or
- signed decimal degrees without compass direction, where negative indicates west/south (e.g. 40.7486, -73.9864):

Point 1:	<input type="text" value="50 03 59N"/>	<input type="text" value="005 42 53W"/>	Distance:	968.9 km (to 4 SF*)
Point 2:	<input type="text" value="58 38 38N"/>	<input type="text" value="003 04 12W"/>	Initial bearing:	009° 07' 11"
			Final bearing:	011° 16' 31"
			Midpoint:	54° 21' 44" N, 004° 31' 50" W

Figura 31. Programma online per il calcolo della geodetica a partire dalle coordinate geografiche.

Nel caso attuale, tale distanza è stata ricavata direttamente all'interno del software ArcGIS, che ne consente la stima tra le varie opzioni presenti: il programma permette, infatti, il calcolo della geodetica tra due coppie di coordinate, nel nostro caso tra due vertici della medesima linea.

Le misure sono state infine inserite in una tabella contenente le distanze del *Liber* (mn), attuali (km), del set di *Tolomeo A* (km) e di *Tolomeo B* (km).

Il numero dei casi del *Liber* (91) è leggermente inferiore rispetto al numero delle lunghezze attuali (103): ciò è dovuto al fatto che nel catalogo generale sono state riportate anche quelle *traverse* che non presentavano un'informazione di distanza nel *Liber*, ma di cui veniva comunque fornita una distanza, relativa in questo caso al *Compasso*; tali *traverse* sono state disegnate, calcolate e prese in analisi per il caso attuale, fornendo così un livello maggiore di conoscenza delle rotte e dei percorsi noti nel Medioevo.

Il primo confronto ha riguardato quindi le distribuzioni delle misure di distanza dei quattro set; tutte le analisi descritte e i grafici riportati sono stati realizzati con il software di analisi statistica SPSS (IBM Website).

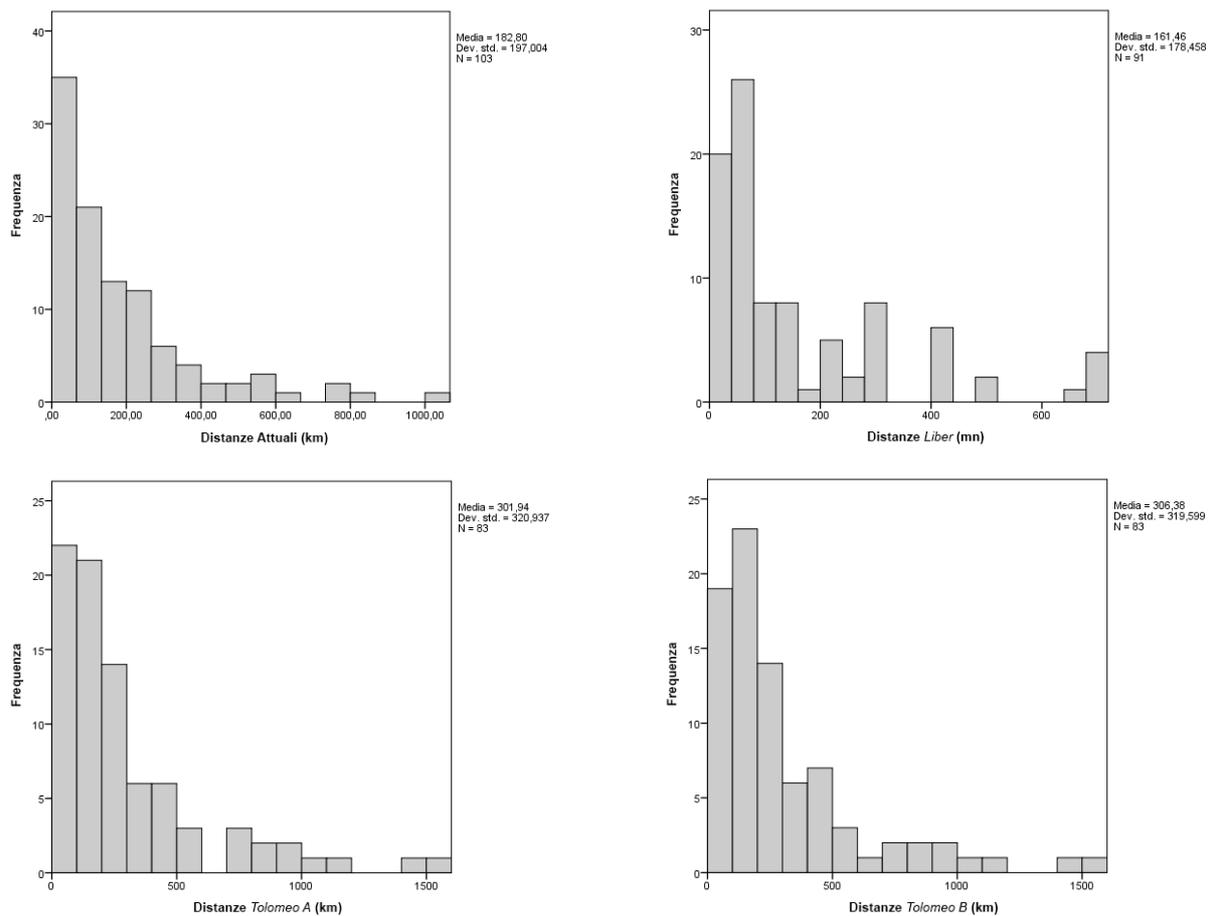


Figura 32. Istogrammi delle distribuzioni dei 4 set di misure analizzate.

Come si evince dalle immagini, le misure attuali contano un totale di 103 casi e sono caratterizzate da una distribuzione con una maggiore frequenza delle distanze brevi,

una media di 182,8 km e una mediana di 112,78 km. Il set del *Liber* presenta un totale di 91 misure, con 20 casi mancanti, dovuti alla motivazione precedentemente descritta; naturalmente, per i confronti che seguiranno sono stati comparati tra loro i dati delle *traverse* in comune, non tenendo conto dei casi mancanti. La distribuzione delle distanze del *Liber* è molto simile a quella attuale, con una concentrazione dei dati attorno alle lunghezze minori, un valore medio pari a 161,46 mn e una mediana pari a 70 mn. Infine, i due set di *Tolomeo A* e di *Tolomeo B* sono caratterizzati da un totale di 83 casi, presentando una mancanza rispetto alle attuali di 20 casi; ciò è dovuto al fatto che alcuni toponimi non sono stati riscontrati nella *Geografia* e quindi non sono stati presi in considerazione per le successive analisi di confronto con i dati tolemaici. La distribuzione dei due set di Tolomeo, sebbene presentino un andamento simile, si discostano in parte dai valori precedenti, presentando una media di 301,94 km e 306,38 km e una mediana pari a 196,80 km e di 199,50 km rispettivamente per il caso A e B.

A questo punto si è resa necessaria una riflessione tra i valori dati in chilometri e quelli forniti in miglia nautiche, al fine di consentire una comparazione efficace e corretta. La prima difficoltà di interpretazione ha riguardato la conversione in km del miglio nautico dell'epoca del *Liber*: eterogenee sono infatti le informazioni storiche su questo argomento. Come abbiamo già avuto modo di analizzare nel capitolo 2, in letteratura non viene fornita una risposta unica a questo problema, bensì molteplici, a seconda delle interpretazioni diverse date da vari studiosi; l'ipotesi più sostenuta pare associare al valore del miglio nautico un rapporto 5:6 rispetto al miglio terrestre, pari cioè a 1,233 km.

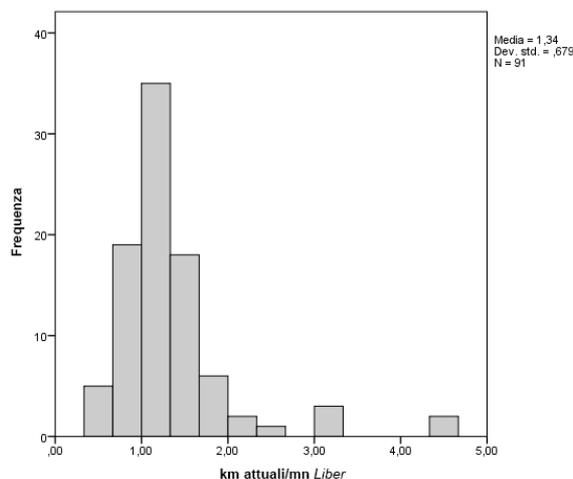


Figura 33. Distribuzione di frequenza del rapporto km attuali/mn Liber analizzato.

Per poter scegliere quale conversione utilizzare, abbiamo analizzato il rapporto *km attuali/miglia Liber*: dall'istogramma è possibile vedere come i risultati si concentrino attorno ad un valore medio pari a 1,34 km/mn e siano caratterizzati da un valore mediano di 1,17 km/mn. Al fine di visualizzare la distribuzione del rapporto delle varie *traverse* anche da un punto di vista geografico-spaziale, i valori riscontrati sono stati inseriti all'interno del GIS.

A ciascuna *traversa* è stato dunque associato il corrispettivo valore riscontrato; i risultati del rapporto sono stati suddivisi in 3 gruppi a seconda del *range*, in modo da poter distinguere facilmente l'entità del fattore di conversione per ciascuna *traversa*. Come si può notare dall'immagine, le 36 distanze rappresentate con il colore viola sono caratterizzate da $0,45 \leq km/mn \leq 1,09$, mentre quelle alle quali è stato assegnato il colore rosso (28) sono caratterizzate da $1,10 \leq km/mn \leq 1,39$; infine, il nero denota che, per le 27 *traverse* restanti, vale $1,40 \leq km/mn \leq 4,37$.

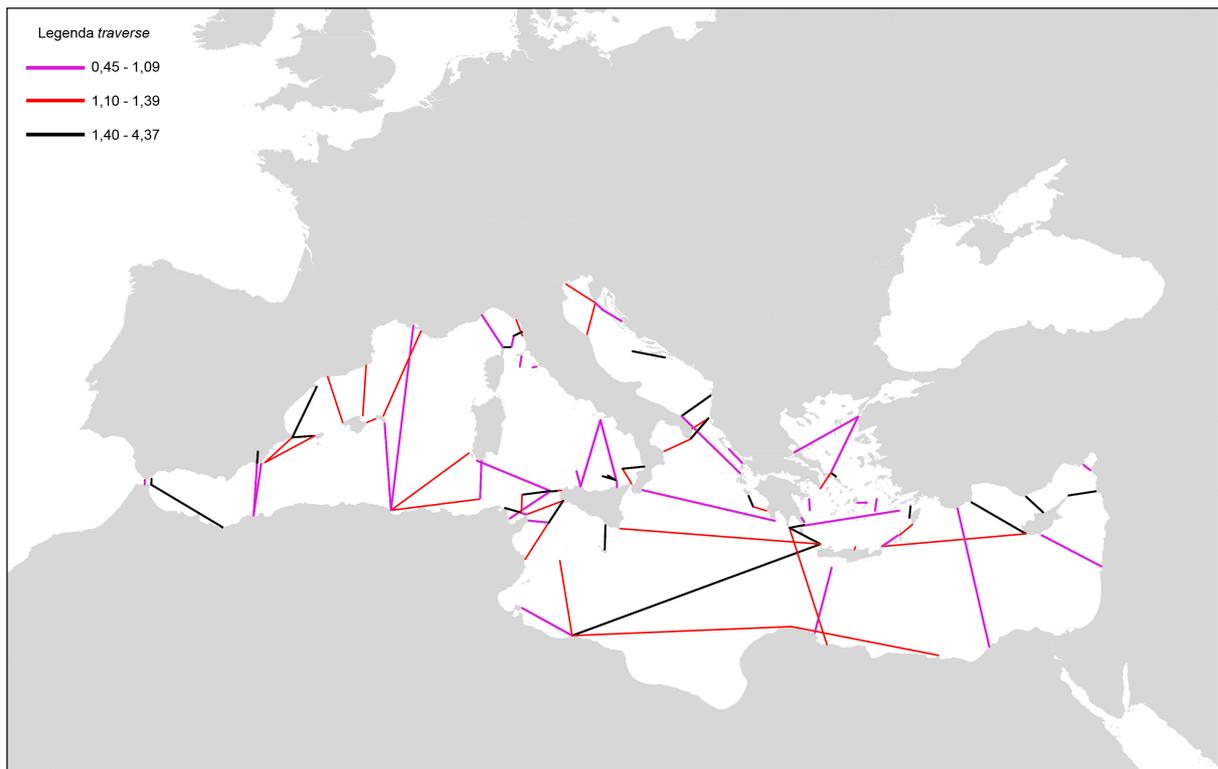


Figura 34. Suddivisione delle traverse in base ai valori del rapporto *km attuali/mn Liber*.

Dalle prime analisi sul rapporto di conversione *km attuali/miglia Liber*, non si evince alcuna concentrazione particolare in aree specifiche del Mediterraneo; tale rapporto

però potrà essere definito solo successivamente, in seguito alle seguenti analisi statistiche, ossia dopo aver classificato i dati relativi alle lunghezze oggetto di studio.

4.3.1 La classificazione dei dati

Già dalle prime elaborazioni ci si è subito accorti dei diversi fattori che intervenivano nell'individuazione dell'incertezza dei dati studiati, primo tra tutti quello legato alla scala di grandezza utilizzata nel *Liber*.

Infatti, analizzando la distribuzione delle distanze, si può subito notare un salto nel grado di approssimazione dei dati, reso particolarmente evidente dal grafico ramo-foglia sottostante: le lunghe distanze (da 200 a 700 miglia) vengono approssimate ogni 50 miglia, mentre le distanze più piccole ogni 10 miglia.

Frequenza	Ramo	Foglia
25,00	0 .	111111122222233333344444
23,00	0 .	56666666666666677777788
10,00	1 .	0000002233
5,00	1 .	55556
5,00	2 .	00000
2,00	2 .	55
8,00	3 .	00000000
,00	3 .	
6,00	4 .	000000
,00	4 .	
2,00	5 .	00
5,00	Estremi (≥ 650)	

Larghezza ramo: 100
 Ogni foglia: 1 caso

Figura 35. Grafico ramo foglia delle distanze in miglia nautiche del *Liber*.

Tale evidente approssimazione ha reso necessaria una suddivisione dei dati raccolti in due classi principali, una comprensiva delle brevi e medie distanze, l'altra caratterizzata da elevati valori di lunghezza.

Inoltre, rilevato che in molti casi è difficile individuare in maniera accurata e con poca incertezza il luogo attuale corrispondente al porto indicato nel *Liber*, abbiamo deciso di trattare in maniera separata le *traverse* di minore lunghezza, per le quali anche una piccola differenza nell'individuazione del luogo attuale è in grado di produrre una incertezza relativa molto elevata.

A partire da questo ragionamento, abbiamo suddiviso le *traverse* in 3 classi: la soglia utilizzata per ripartire in due la classe delle brevi e medie distanze è stata individuata calcolando la media dei dati *km attuali/miglia Liber* per tutti i possibili valori della soglia, scegliendo quella che avrebbe consentito di distinguere meglio due diversi profili di gruppo. Infatti, osservando in dettaglio tali risultati, è possibile notare un salto tra le 50 e le 60 miglia: la media calcolata per tutte le *traverse* fino alle 50 miglia è di 1,59 km/mn mentre, spostando la soglia al valore immediatamente successivo, riferito alle distanze fino a 60 miglia, la media è significativamente diversa, pari cioè a 1,39 km/mn. Se invece esaminiamo il valore medio comprendendo anche i dati relativi alle 70 miglia ci accorgiamo che non è presente un salto così elevato: in questo caso, infatti, la media è pari a 1,37 km/mn, molto vicina a quella relativa alle 60 miglia.

Tale riflessione ci ha portato a individuare la suddivisione delle classi del *Liber* nel seguente modo:

- classe 1: *traverse* piccole (da 10 a 50 miglia)
- classe 2: *traverse* medie (da 60 a 160 miglia)
- classe 3: *traverse* grandi (da 200 a 700 miglia)

Di seguito riportiamo gli istogrammi della distribuzione delle distanze suddivise nelle 3 classi individuate: come possiamo notare, la prima classe è caratterizzata da 26 casi, la seconda da 37 e, infine, la terza da 28 casi.

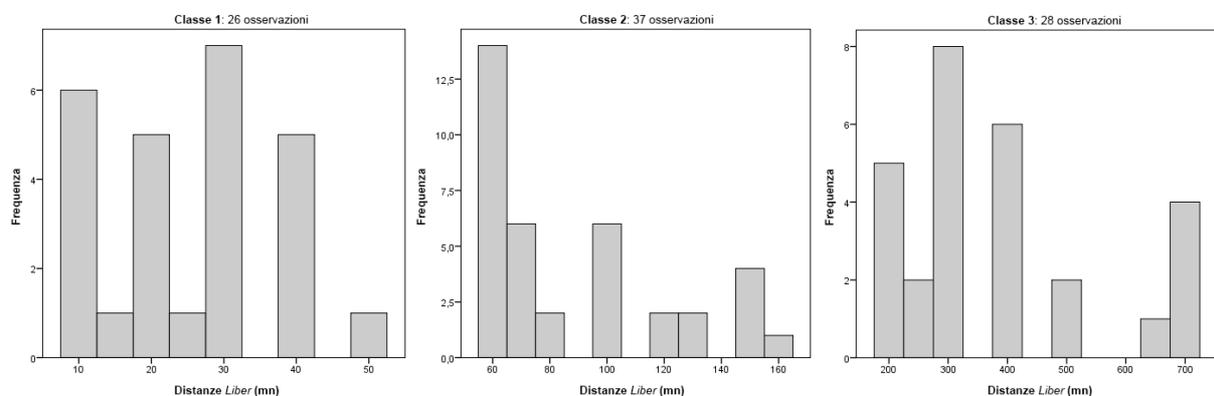


Figura 36. Distribuzione delle distanze del *Liber* suddivise per le tre classi.

Successivamente abbiamo cercato di definire un modello generale in grado di distinguere i diversi fattori di incertezza delle misure analizzate.

4.3.2 L'incertezza delle misure: il modello descrittivo

Come abbiamo ormai più volte avuto modo di appurare, in questo studio sono intervenuti diversi fattori a influenzare la precisione delle misure e i confronti tra le lunghezze analizzate. Per questo motivo e al fine di studiare l'incertezza dei dati raccolti, si è cercato di impostare un modello descrittivo generale da applicare alle 3 classi individuate. L'ipotesi formulata è la seguente:

$$Liber = misura\ di\ oggi(R + m_1 + m_2 + m_3)$$

dove:

R è il rapporto *km attuali/miglia Liber*;

m_1 è l'incertezza della misura attuale rispetto alle piccole distanze. In questo caso pesa molto l'incertezza dell'individuazione dei porti nella situazione attuale rispetto a quelli usati all'epoca del *Liber*;

m_2 è l'incertezza delle misure del *Liber*;

m_3 è l'accuratezza delle misure del *Liber*, ossia il grado di approssimazione usato.

Naturalmente, per ciascuna classe individuata risulta significativo un diverso insieme di fattori di incertezza. In particolare avremo:

- classe 1 (n. di casi 26)
 $Liber = misura\ di\ oggi(R + m_1 + m_2)$
- classe 2 (n. di casi 37)
 $Liber = misura\ di\ oggi(R + m_2)$
- classe 3 (n. di casi 28)
 $Liber = misura\ di\ oggi(R + m_2 + m_3)$

Per stimare il rapporto di conversione e l'errore relativo tra le misure del *Liber* rispetto a quelle attuali si è deciso di applicare una analisi di regressione lineare separatamente per ciascuna delle classi.

Per impostare tale studio si è partiti dal raggruppamento di casi con minor complessità, ossia la seconda classe, poiché i fattori m_1 e m_3 valgono solo per i casi, rispettivamente, delle classi 1 e 3.

La prima analisi di regressione ha evidenziato due misure che si allontanavano molto rispetto alle altre osservazioni; in questo caso si è deciso di non prenderle in considerazione per l'analisi statistica, poiché probabilmente affette o da un errore grossolano sull'individuazione del toponimo e quindi sul successivo calcolo della distanza attuale o da un errore sulla distanza del *Liber*. Le *traverse* eliminate dall'analisi sono appartenenti rispettivamente alla classe 1, ossia la distanza tra l'isola di Sant'Andrea (Sveti Andrija) e l'isola di Meleda (ID 31 nella tabella GIS), e alla classe 2, cioè la distanza tra Honaine e Ceuta (ID 73).

Eliminati questi due casi affetti da errore grossolano si è potuto procedere all'analisi statistica di comparazione tra le distanze del *Liber* espresse in miglia nautiche e le distanze attuali in km.

La retta di regressione mostra una relazione positiva fra i due set di misure molto significativa dal punto di vista statistico (R^2 è pari a 0,7, cioè prossimo al valore massimo), e suggerisce un rapporto fra i km attuali e le miglia del *Liber* pari a 1,3 km/mn. Molto interessanti sono anche i risultati dell'analisi di regressione per la terza classe: il coefficiente angolare della retta è, in questo caso, approssimato a 1,2 km/mn (valore di conversione molto simile a quello indicato in letteratura, ossia 1,233 km/mn) e la funzione è ancora più significativa dal punto di vista statistico, poiché è in grado di spiegare l'85% della variabilità relativa delle misure (R^2 è pari a 0,85). L'analisi di regressione lineare produce, invece, dei risultati meno significativi per i casi della prima classe, poiché R^2 associato alla retta individuata ha un valore pari a 0,38. In questo caso, però, abbiamo visto che i fattori di incertezza sono molto elevati e difficili sia da identificare che da interpretare: per le brevi distanze una piccola incertezza, ad esempio di localizzazione dei porti, produce, infatti, alti scarti e differenze elevate tra le misure attuali e del *Liber*.

Escludendo quindi la prima classe, il coefficiente della retta di regressione suggerisce un rapporto di conversione pari a 1,3 km/mn per la seconda classe e 1,2 km/mn per la terza classe; dal momento che il valore di quest'ultima è molto simile a

quello riscontrato nelle fonti storiche, si è scelto di convertire i km attuali in miglia utilizzando sia il valore 1,3 km/mn sia quello individuato in letteratura, ossia 1,233 km/mn.

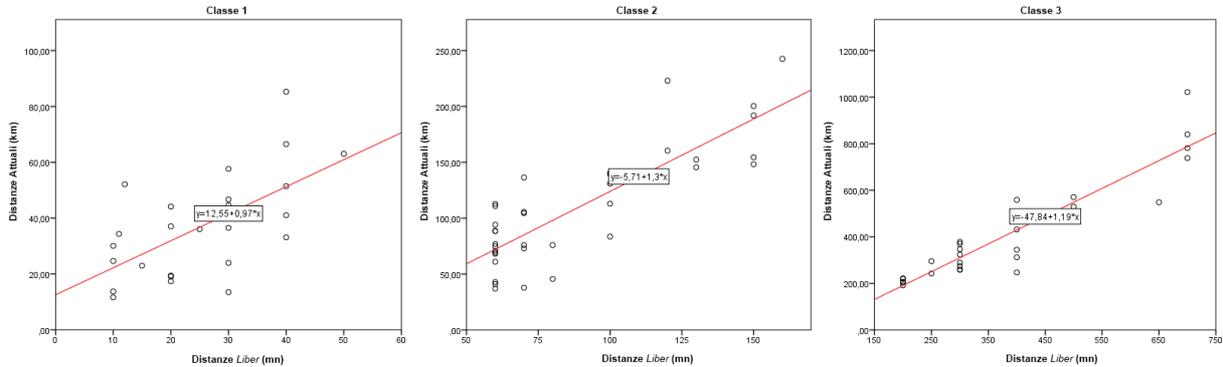


Figura 37. Grafici dei coefficienti angolari individuati per le 3 classi, senza i casi ID 31 e ID 73.

4.3.3 Lo studio dell'errore attraverso l'analisi di regressione lineare

Ipotizzando che il rapporto di conversione fra km e miglia sia compreso fra 1,233 e 1,3 possiamo stimare ora la differenza fra i due set di lunghezze, quella attuale e quella proposta da *Liber*.

La differenza è rappresentata attraverso una misura di errore relativo (è il rapporto fra il modulo della differenza di *Liber* con la distanza odierna, rispetto alla distanza attuale) fra le miglia proposte dall'anonimo pisano e quelle odierne, classificate con le scale di misura di *Liber*. Tutti i valori attuali sono stati, infatti, arrotondati alle 10 miglia per le distanze fino a 160 miglia e alle 50 miglia per le misure più lunghe, al fine di rendere confrontabili i due set di dati.

Anche per l'analisi dell'incertezza è opportuno distinguere i casi nelle tre classi precedenti, poiché la quantità di errore relativo che possiamo ragionevolmente attribuire al modo in cui sono stati individuati i toponimi del *Liber* in questa ricerca è molto più elevata per le *traverse* di minore lunghezza.

L'errore relativo è piuttosto elevato per tutte le tre classi: la media dell'errore varia a causa della presenza di casi con valori estremi, molto lontani da quelli centrali. Se escludiamo tali osservazioni, gli errori relativi diminuiscono in maniera molto significativa, e sono sempre più bassi se utilizziamo il rapporto pari a 1,233 km/miglia rispetto a quello 1,3 km/miglia.

Analizzando in dettaglio il primo set, con il fattore di conversione pari a 1,233 km/mn avremo che:

- per i casi della classe 1 l'errore relativo è mediamente del 38%, ed escludendo i casi più estremi (della distribuzione statistica, vale a dire escludendo i casi con errore più alto ma anche quelli con errore nullo) è pari al 33% e varia entro il range 21%-56%;
- per i casi della classe 2 l'errore relativo è mediamente del 29%, ed escludendo i casi più estremi è pari al 26% e varia entro il range 18%-41%;
- per i casi della classe 3 l'errore relativo è mediamente del 22%, ed escludendo i casi estremi è pari al 20% e varia entro il range 13%-31%.

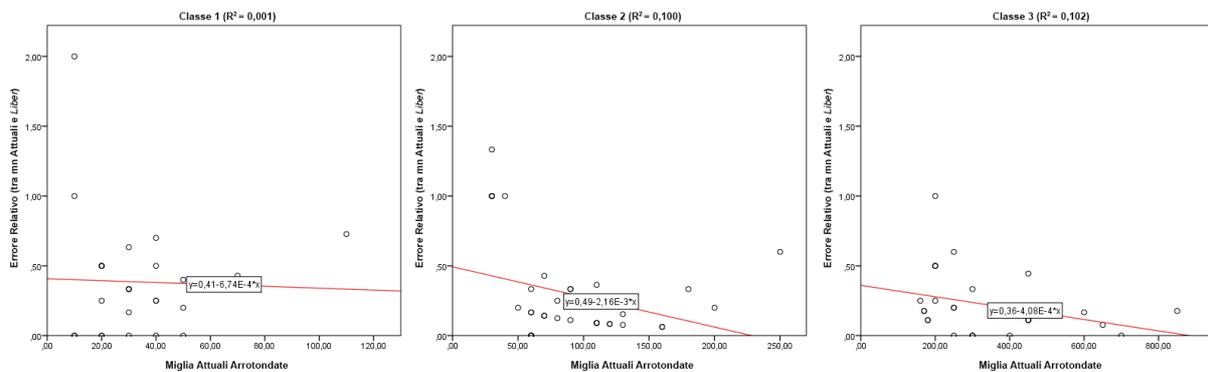


Figura 38. Errore relativo delle misure di Liber rispetto alle distanze attuali (1,233 km/mn).

Invece, con il fattore di conversione pari a 1,3 km/mn avremo che:

- per i casi della classe 1 l'errore relativo è mediamente del 44%, ed escludendo i casi più estremi è pari al 39% e varia entro il range 26%-62%;
- per i casi della classe 2 l'errore relativo è mediamente del 31%, ed escludendo i casi più estremi è pari al 27% e varia entro il range 19%-42%;
- per i casi della classe 3 l'errore relativo è mediamente del 29%, ed escludendo i casi estremi è pari al 27% e varia entro il range 20%-39%.

Come si nota dalle immagini, sembra esistere una relazione fra errore relativo e lunghezza della traversa, anche se di assai scarsa intensità: ad esempio, per la conversione 1,3 km/mn, R² varia da 0,045 a 0,13, rispettivamente per la prima e la

seconda classe. Anche in questo caso però la misura potrebbe risentire della quantità di errore determinato individuando i porti di oggi che dovrebbero corrispondere ai toponimi di allora.

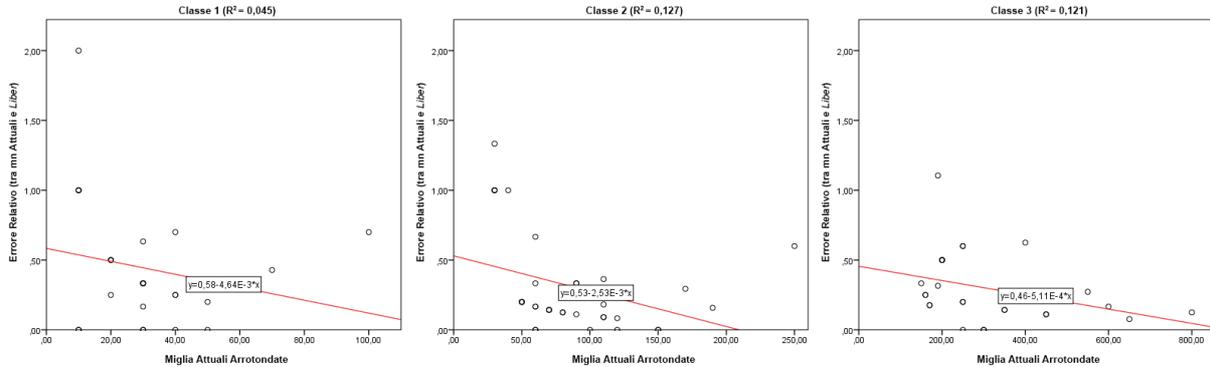


Figura 39. Errore relativo delle misure di *Liber* rispetto alle distanze attuali (1,3 km/mn).

Per cercare di spiegare l'errore riscontrato nelle misure del *Liber*, sono state indagate altre possibili cause, tra cui un valore di imprecisione legato alla quota della *traversa* percorribile a vista piuttosto che a bussola. Per effettuare tale elaborazione sono stati utilizzati i raster scaricati dall'ente USGS (USGS Website) con le informazioni relative alla quota delle zone interessate, ossia del bacino del Mediterraneo; in questo caso la dimensione del pixel al reale era pari a 30 metri. Una volta effettuato il mosaico dei vari raster scaricati, è stato creato un DEM in ArcGIS le cui curve di livello avevano un'equidistanza di 100 metri. In seguito, dopo aver calcolato il tratto di visibilità attraverso la formula della distanza dell'orizzonte, è stato creato un *buffer* attorno alle curve di livello pari al valore trovato. A questo punto, si sono misurati i valori delle *traverse* che ricadevano all'interno del *buffer*, determinando così la dimensione della *traversa* percorribile a vista e quindi, per sottrazione, quella percorribile a bussola.

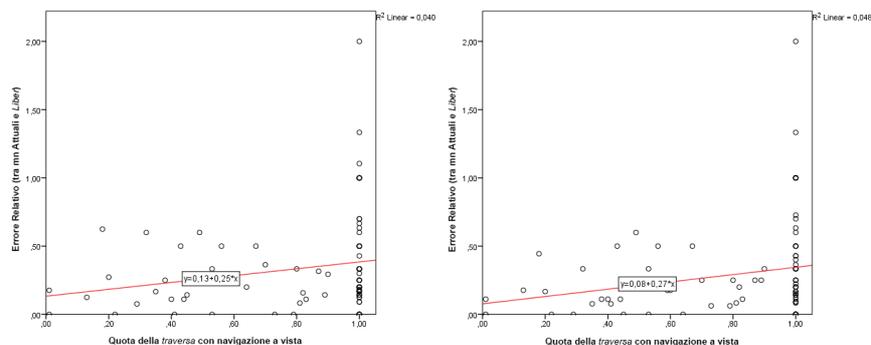


Figura 40. Errore relativo rispetto alla quota di navigazione a vista (a sinistra: conversione 1,3 km attuali/mn Liber. A destra: conversione 1,233 km attuali/mn Liber).

Anche per questo confronto, però, non risultano esistere relazioni statistiche di tipo lineare evidenti fra la distribuzione dell'errore relativo e la distanza massima della *traversa* percorribile sempre con la linea di costa visibile.

Successivamente, è stata analizzata anche la relazione tra le distanze attuali in km e le distanze calcolate a partire dalle coordinate fornite da Tolomeo, sia per il set A che per il set B. Anche in questo caso sembra esistere una relazione negativa fra quantità di errore e distanza, ma i risultati, ossia il coefficiente della retta e R^2 , risultano statisticamente poco significativi; di seguito riportiamo i grafici di tale confronto.

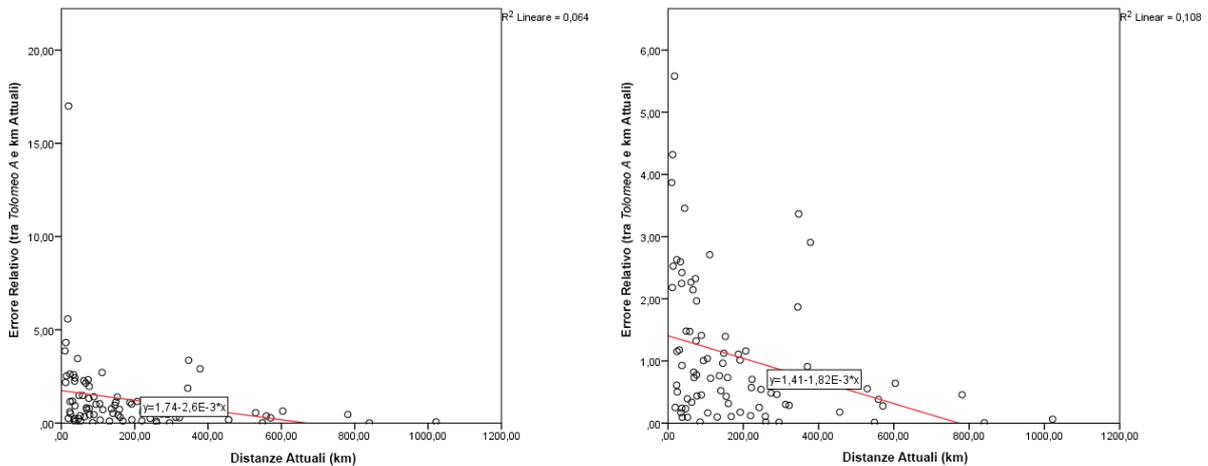


Figura 41. Errore relativo delle misure di Tolomeo A rispetto alle distanze attuali. Il grafico a destra mostra il set di misure senza il caso estremo Capo Bono-Zembra.

Infine, si è deciso di impostare uno studio tra il *Liber* e Tolomeo, al fine di indagare l'origine dei portolani e la loro esistenza prima del medioevo. Abbiamo deciso di mettere in relazione l'errore delle misure di Tolomeo rispetto all'errore del *Liber* per cercare un possibile collegamento tra i due set di dati: infatti, se il *Liber* derivasse dalla *Geografia* dovrebbe riscontrarsi una perpetuazione degli errori presenti nell'originale.

In questo caso, però, la relazione tra *Liber* e Tolomeo risulta molto bassa, ma ciò è dovuto anche al fatto che questa è solo una prima analisi e vuole proporsi come spunto di riflessione per un possibile sviluppo futuro della ricerca. I campi da indagare sono molteplici e complicati, poiché molta è l'incertezza sui valori che fornisce Tolomeo, non solo riguardo ai toponimi e alla loro dubbia e difficile

identificazione, ma soprattutto riguardo le coordinate, in particolar modo rispetto la longitudine. Al momento, le coordinate analizzate non sono state oggetto di correzioni e la distanza è stata calcolata a partire dalle informazioni di latitudine e longitudine fornite direttamente dalla *Geografia*; le differenze evidenti che emergono in questa analisi suggeriscono, ancora una volta, la necessità di una correzione delle coordinate tolemaiche di longitudine.

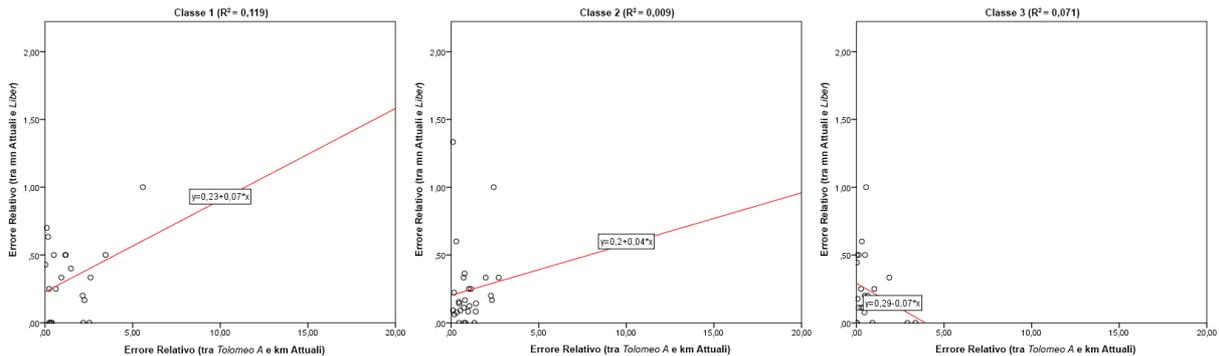


Figura 42. Confronto tra l'errore di Tolomeo A rispetto all'errore del Liber (1,233 km attuali/mn Liber).

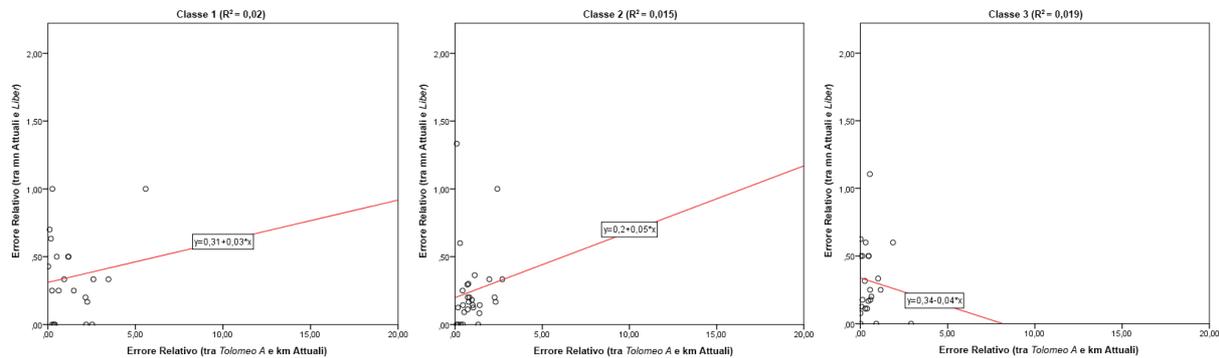


Figura 43. Confronto tra l'errore di Tolomeo A rispetto all'errore del Liber (1,3 km attuali/mn Liber).

4.3.4 Alcune considerazioni finali

Lo studio statistico analizzato in questa parte della ricerca non ha evidenziato particolari cause in grado di spiegare l'incertezza e l'errore relativo delle misure del *Liber*, sebbene si possa notare un comportamento macroscopico simile tra i dati medioevali rispetto quelli attuali. Le relazioni statistiche non riescono a spiegare efficacemente nemmeno una possibile correlazione con i dati utilizzati da Tolomeo: in questo caso, però, ci si aspettava tale risultato, a sostegno ulteriore della necessità di apportare una correzione alle coordinate tolemaiche prima di calcolarne la distanza.

Riprendendo la suddivisione dei mari minori del Mediterraneo, illustrata nel paragrafo 4.2, è stato però possibile indagare quali porti presentavano una maggiore o minore incertezza: una riflessione interessante è stata fatta sulla presenza di possibili *pattern* all'interno del Mediterraneo, ossia se i porti con un'incertezza maggiore fossero localizzati in uno specifico mare all'interno del bacino.

Per ciascuna serie delle *traverse* analizzate, è stato calcolato un indice al fine di misurare l'errore dei porti e dei mari rispetto al *Liber* e a Tolomeo; in particolare, tale parametro è stato individuato attraverso il rapporto tra il valore assoluto della differenza tra la somma delle distanze, nel *Liber* (o in Tolomeo), che toccano un porto (o tutti i porti di un mare), e quelle attuali rispetto la distanza attuale. Come si può notare, la misura della differenza è dunque di tipo relativo.

La formulazione analitica dell'indice appena descritto è quindi espressa come:

$$I = \frac{|\sum x - \sum y|}{\sum y}$$

dove x rappresenta le distanze del *Liber* e y quelle attuali.

Da notare che l'errore attribuito a ciascun porto è basato sull'incertezza di tutte le *traverse* che toccano quel determinato porto e ciò risulta valido, naturalmente, anche nel caso dei mari.

La distribuzione di tale indice rispetto ai porti e ai mari è stata analizzata per individuare il valore del rango: tale funzione permette di calcolare la posizione di uno specifico elemento all'interno di un elenco ordinato. In questo caso è stato considerato un ordinamento di tipo crescente, per cui i valori con rango pari a 1 risulteranno essere quelli affetti da un errore minore.

Ciò che si evince da questa analisi è che vi sono effettivamente dei mari dove l'errore risulta essere maggiore: ad esempio, se prendiamo in considerazione il rango dell'errore relativo del mare del *Liber* rispetto all'attuale (con conversione 1,233 km/mn) possiamo notare che l'errore massimo si concentra in particolare sui mari che bagnano l'Italia (specialmente nel Mar Tirreno, nel Canale di Sardegna e nel Mar Ligure), mentre l'incertezza minore risulta essere nel Mar delle Baleari Settentrionale, nello Stretto di Sicilia e nel Mar Libico. Di seguito riportiamo le tabelle con i valori dell'errore rispetto ai mari sia nel caso del *Liber* sia per Tolomeo.

NomeMare	RangoMari_Liber13	RangoMari_Liber12	NomeMare	Rango_TolomeoA	Rango_TolomeoB
Mar delle Baleari Settentrionale	3	1	Mar Libico	1	1
Stretto di Sicilia	4	2	Mare di Creta	2	2
Mar Libico	1	3	Mar di Levante	3	3
Mar delle Baleari Meridionale	7	4	Mar Tirreno	4	4
Mar Adriatico	2	5	Mar delle Baleari Settentrionale	5	5
Mar Ionio	6	6	Mar Adriatico	6	6
Mar Egeo	10	7	Mar Egeo	7	8
Golfo del Leone	9	8	Mar Ionio	8	7
Mare di Creta	8	9	Mar Ligure	9	9
Mare di Alboran	5	10	Golfo del Leone	10	10
Mar Ligure	13	11	Mare di Alboran	11	11
Mar di Levante	12	12	Stretto di Sicilia	12	12
Canale di Sardegna	14	13	Mar delle Baleari Meridionale	13	13
Mar Tirreno	11	14	Canale di Sardegna	14	14

Figura 44. L'ordinamento dell'errore dei mari nel caso del *Liber* (a sinistra) e di Tolomeo (a destra).

Allo stesso modo sono stati analizzati anche gli errori relativi ai porti, sempre per il *Liber* e per Tolomeo. In questo caso, l'errore è stato rappresentato anche graficamente, associando ai toponimi individuati nel GIS i valori dei rispettivi ranghi: di seguito riportiamo le immagini ricavate da ArcGIS, che mostrano l'effettiva presenza, anche in questa circostanza, di un *pattern* riguardante l'incertezza minore e maggiore relativa ai porti.

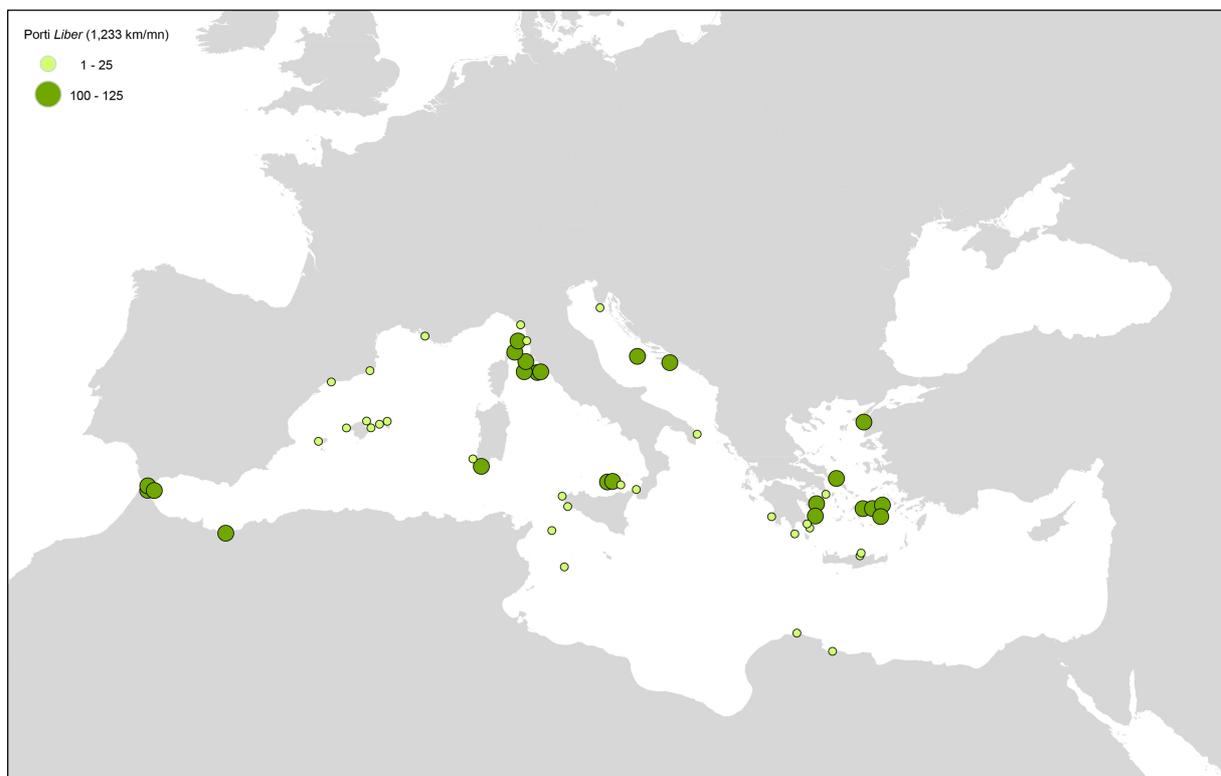


Figura 45. Visualizzazione nel GIS dell'errore rispetto ai porti del *Liber* (conversione 1,233 km/mn).



Figura 46. Visualizzazione nel GIS dell'errore rispetto ai porti di Tolomeo A.

È interessante notare come i risultati dell'analisi impostata sugli errori rispetto ai mari e ai porti rivelino una coerenza con ciò che viene affermato da Gautier Dalché riguardo alcune direzioni poco accurate localizzate nei mari italiani e nel Mar Egeo: alcune aree sono evidentemente affette da errori e approssimazioni sia per quanto riguarda la descrizione della direzione sia per quanto concerne la misura di distanza, come abbiamo riscontrato dal nostro studio.

L'autore afferma, infatti, che:

«Par comparaison avec les directions relevées sur une carte moderne, il se révèle que cette représentation précoce était juste dans l'ensemble, c'est-à-dire pour la situation respective et l'orientation des riueriae des différents bords de la Méditerranée. Il n'en va pas de même pour la situation respective des îles. En ce domaine, les distorsions par rapport à la réalité paraissent un peu plus accentuées, notamment pour les archipels italiens et égéens, où les directions fausses sont notables».

A questo punto sarebbe interessante indagare se i risultati ottenuti, frutto di analisi numeriche e statistiche, riflettano anche da un punto di vista storico la conoscenza dei mari e dei porti nel periodo di redazione del *Liber*.

Per concludere, con il lavoro qui presentato si è cercato di impostare una procedura metodologica di analisi di dati storici cartografici, attraverso una lettura statistica delle informazioni, per consentirne il confronto, da un lato, con la situazione odierna e, dall'altro, con un caso antico.

Uno dei risultati finali di questa ricerca è rappresentato da un complesso sistema informativo che consente a studiosi di differenti gruppi di ricerca e ambiti disciplinari di visualizzare i dati in un contesto spaziale definito e di poterli riutilizzare per scopi diversi.

Uno sviluppo futuro consisterà nella pubblicazione del GIS su una piattaforma online al fine di consentire la fruizione, l'accesso alle informazioni raccolte e alle elaborazioni analizzate a un pubblico ampio di studiosi.

In conclusione, i moderni strumenti della Geomatica hanno consentito di studiare in modo approfondito l'opera medioevale del *Liber* applicando un'analisi di regressione lineare sui dati di questo particolare documento, confrontandoli con quelli attuali e lasciando aperta una via da indagare, in un futuro momento, sulla possibile origine pre-medioevale dei portolani.

PARTE II.
STUDIO ANALITICO DELLE PROIEZIONI OVALI DEL XVI SECOLO
– DA ROSSELLI A RICCI – ATTRAVERSO L'ANALISI TENSORIALE

Capitolo 5

Le proiezioni ovali del XVI secolo

5.1 Introduzione alla ricerca

Un recente studio (Livieratos, 2016) condotto sul planisfero del cartografo Matteo Ricci, la cui prima edizione, realizzata in Cina, risale al 1602, ha sollevato alcune questioni interessanti, soprattutto per quanto riguarda l'uso del reticolo ovale utilizzato come sistema proiettivo per la rappresentazione bidimensionale della mappa. Le proiezioni ovali hanno caratterizzato tutto il XVI secolo, a partire dalla carta di Giovanni Matteo Contarini, incisa da Francesco Rosselli nel 1506, seguita da quella di Benedetto Bordone (1528), di Battista Agnese (1544), di Giacomo Gastaldi (1546), fino ad arrivare alla fine del secolo e ai primi anni del XVII secolo con le rappresentazioni cartografiche di Abraham Ortelius (1570) e Matteo Ricci, che introdurrà per la prima volta in Cina il sistema proiettivo ovale.

La ricerca qui presentata prende avvio dallo studio delle carte rinascimentali appena descritte, icone di quel periodo storico, e propone un'analisi comparativa e uno studio sulle proprietà metriche della proiezione cartografica e sulle relative deformazioni attraverso il metodo dell'analisi tensoriale. A partire dalle formulazioni analitiche del reticolo *pseudo-cilindrico* presente in letteratura, le carte storiche sono state analizzate attraverso gli strumenti forniti dall'analisi tensoriale per calcolare alcuni scalari fondamentali associati alla valutazione delle proprietà metriche insite della proiezione (Dermanis *et al.*, 1983a).

Grazie a questa metodologia di analisi e conoscenza si vuole fornire un nuovo punto di vista per lo studio di carte rappresentative di un periodo di transizione fondamentale per la cartografia storica: le mappe, inizialmente fondate sulla seconda proiezione tolemaica, lasciano il campo a nuove rappresentazioni cartografiche

prodotte e adottate per la navigazione durante l'epoca delle grandi esplorazioni geografiche.

5.2 Le sei carte storiche analizzate

Giovanni Matteo Contarini, assieme all'esperienza dell'incisore Francesco Rosselli, è il primo cartografo a produrre una mappa del mondo conosciuto nei primi anni del XVI secolo utilizzando come sistema proiettivo il reticolo ovale. Con questo planisfero si apre il periodo di transizione che vedrà il progressivo abbandono della seconda proiezione di Tolomeo in favore di altre rappresentazioni cartografiche più consone agli scopi dell'epoca. Come vedremo, la carta di Contarini-Rosselli presenta ancora alcune affinità con la seconda proiezione tolemaica (dopo aver applicato una trasformazione geometrica di quarto ordine tra le due carte).

Le caratteristiche costanti e ricorrenti nelle proiezioni ovali sono principalmente due: da un lato, il rapporto tra la lunghezza dell'equatore e il meridiano centrale è pari a 2:1, dall'altro, i paralleli sono linee rette equidistanti tra loro e parallele all'equatore.

Alcune caratteristiche variano invece a seconda della carta in analisi: i meridiani sono simmetrici rispetto all'equatore e al meridiano centrale e si presentano sotto forma di segmenti ellittici o segmenti circolari collegati ai poli; inoltre, il passo del reticolo è variabile a seconda della scelta del cartografo e non sempre è lo stesso tra i meridiani e i paralleli.

Le sei carte storiche sono state trasformate anche in proiezioni equi-rettangolari (*plate carrée*) al fine di confrontare i profili di costa dei continenti raffigurati nelle diverse mappe. Come vedremo, da questa trasformazione risulta evidente che una similarità del reticolo proiettivo non rivela necessariamente un'analogia nel contenuto semantico delle carte.

Il reticolo cartografico ovale viene progressivamente abbandonato e dimenticato fino ai primi anni del XX secolo, ripreso grazie alla teorizzazione delle proiezioni *pseudo-cilindriche* equivalenti da parte di Max Eckert.

La mappa del mondo di Ortelius (*Typus Orbis Terrarum*) divenne l'icona del sistema proiettivo ovale e fu, tra le carte analizzate, quella caratterizzata da una maggiore diffusione; tale successo è, ovviamente, legato all'importanza del suo intero lavoro, noto come *Theatrum Orbis Terrarum*, considerato il primo atlante moderno, un vero e proprio compendio della cartografia del XVI secolo. Questo successo fu tale che il

reticolo ovale venne spesso denominato come “la proiezione di Ortelius”; prima del cartografo fiammingo, però, molti altri si cimentarono in una rappresentazione basandosi su un reticolo ovale, non ottenendo, purtroppo, lo stesso successo riservato a Ortelius. Negli ultimi decenni sono state elaborate e proposte alcune varianti della formulazione analitica per definire il modello della proiezione cinquecentesca; in letteratura troviamo la formulazione associata al reticolo utilizzato da Benedetto Bordone e quella utilizzata da Ortelius (Reigner, 1957; Tobler, 1966; Snyder, 1987; Snyder & Voxland, 1994).

Le sei proiezioni ovali oggetto di questa ricerca sono state scelte come riferimento tra le rappresentazioni rinascimentali più significative.

La prima carta storica studiata è stata redatta dal veneziano Giovanni Matteo Contarini, con l'aiuto dell'incisore Francesco Rosselli, nel 1506; è la prima mappa che utilizza la proiezione ovale e vuole proporsi come un avanzamento rispetto alla seconda proiezione di Tolomeo. Il passo dei meridiani e dei paralleli è equidistante e pari a 10° .



Figura 47. Il planisfero di Contarini-Rosselli del 1506.

La seconda carta è stata redatta da Benedetto Bordone nel 1528. Il passo dei meridiani è equidistante e pari a 20° , mentre quello dei paralleli è pari a $11^\circ 15'$ ($11,25^\circ$). Questo reticolo viene oggi associato a un modello analitico formulato come

caso particolare della proiezione *pseudo-cilindrica loximutale* (Snyder, 1993), ma il modello, come vedremo, si discosta dal reticolo storico. In letteratura è presente anche una diversa elaborazione del reticolo rinascimentale (Anderson, 2002) dove viene mantenuto un passo equidistante tra paralleli e meridiani (15°).

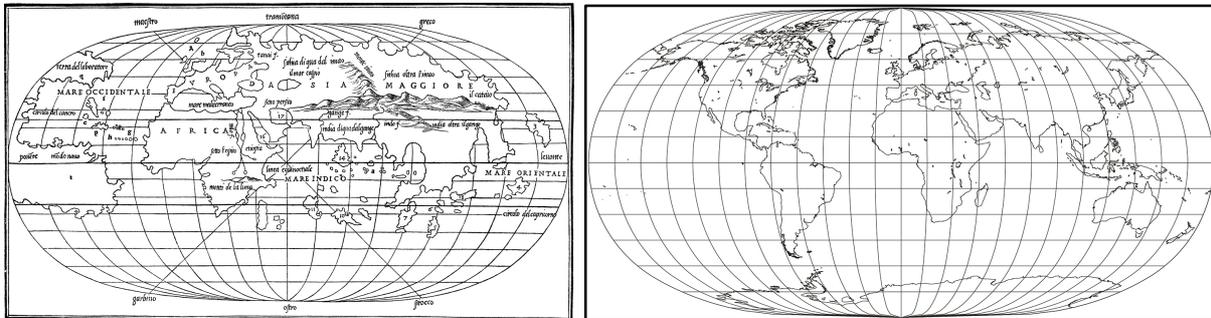


Figura 48. A sinistra: elaborazione personale del planisfero di Bordone (1528). A destra: il reticolo ridisegnato (Anderson, 2002).

La terza mappa è stata disegnata dal cartografo di origine genovese Battista Agnese nel 1544. La formulazione analitica associata alla proiezione di Ortelius descrive anche il reticolo proiettivo di Agnese: in questo caso, il passo è costante e pari a 15° .

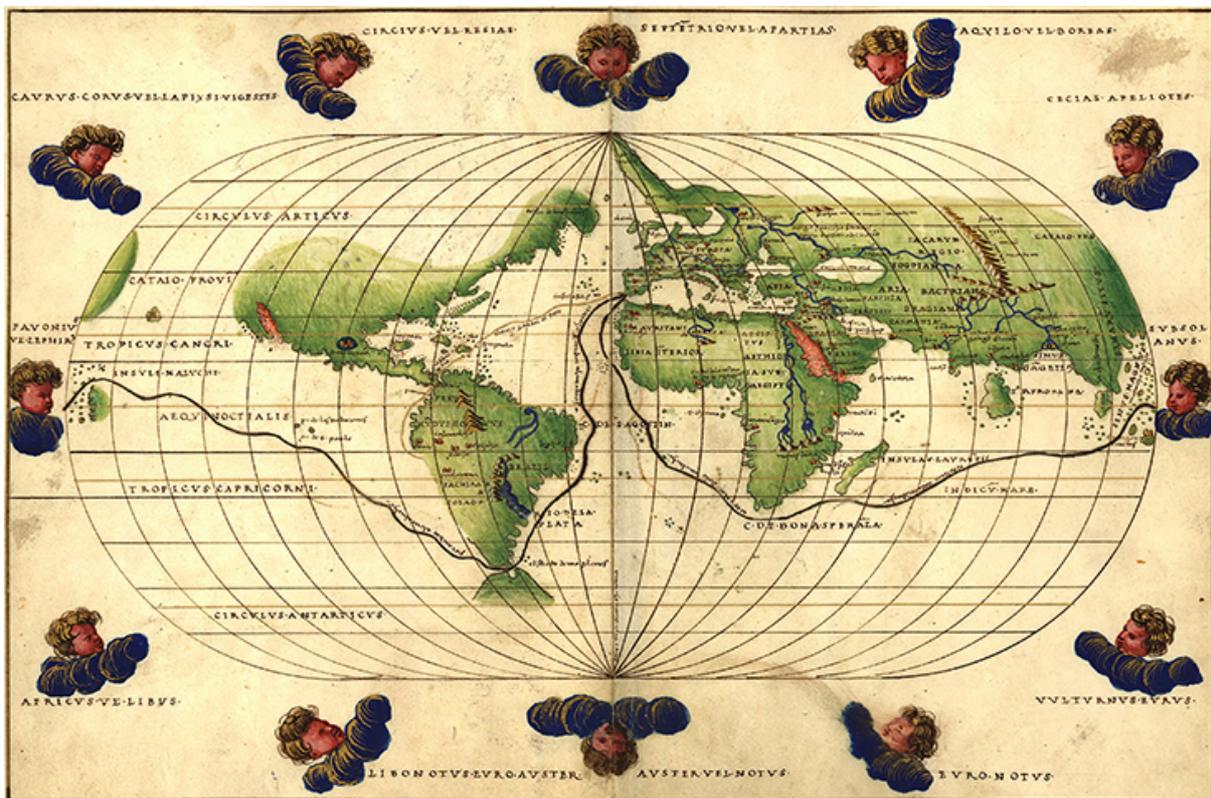


Figura 49. Il planisfero di Battista Agnese del 1544.

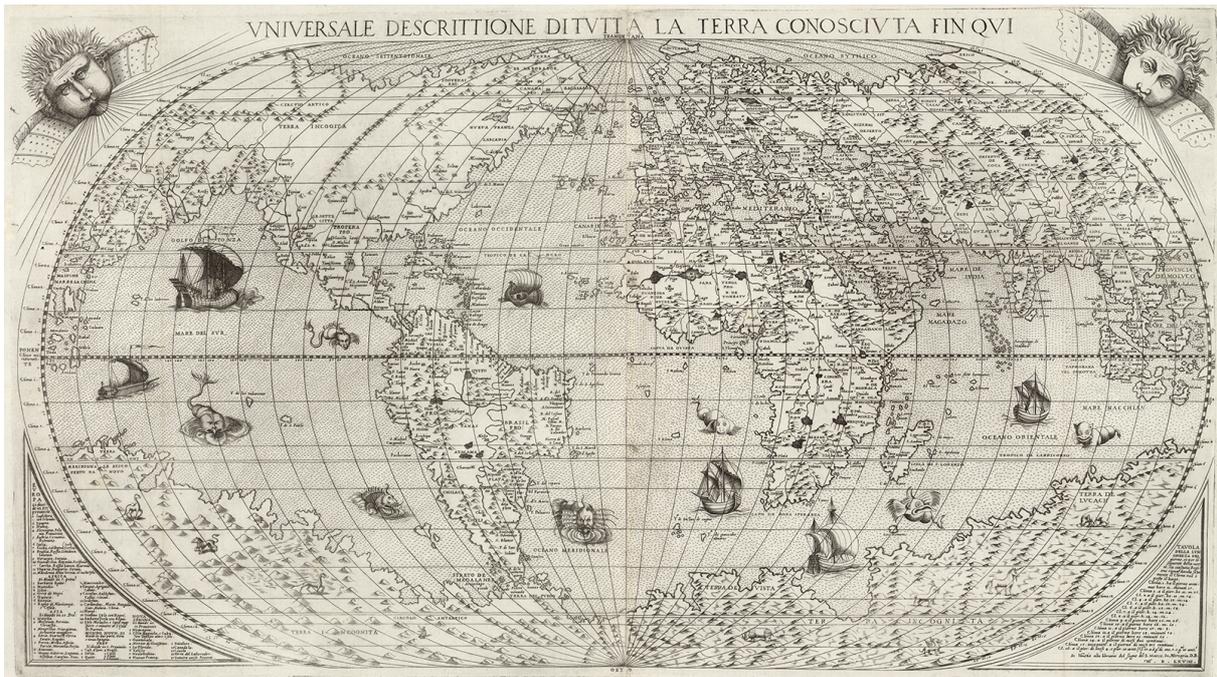


Figura 50. Il planisfero di Giacomo Gastaldi nella versione incisa da Paolo Forlani nel 1568.

Giacomo Gastaldi, veneziano di origine piemontese, è l'autore della quarta carta, risalente al 1546: a pochi anni dalla rappresentazione di Agnese, anche Gastaldi produce una carta del mondo basata sulla proiezione ovale. In questo caso, il passo dei meridiani e dei paralleli risulta equidistante e pari a 10° . Lo stesso Girolamo Ruscelli ve ne farà riferimento nella sua edizione veneziana della *Geografia* di Claudio Tolomeo, prima esempio di traduzione dal greco all'italiano dell'opera del geografo alessandrino, utilizzata anche da Matteo Ricci per i suoi studi cartografici.

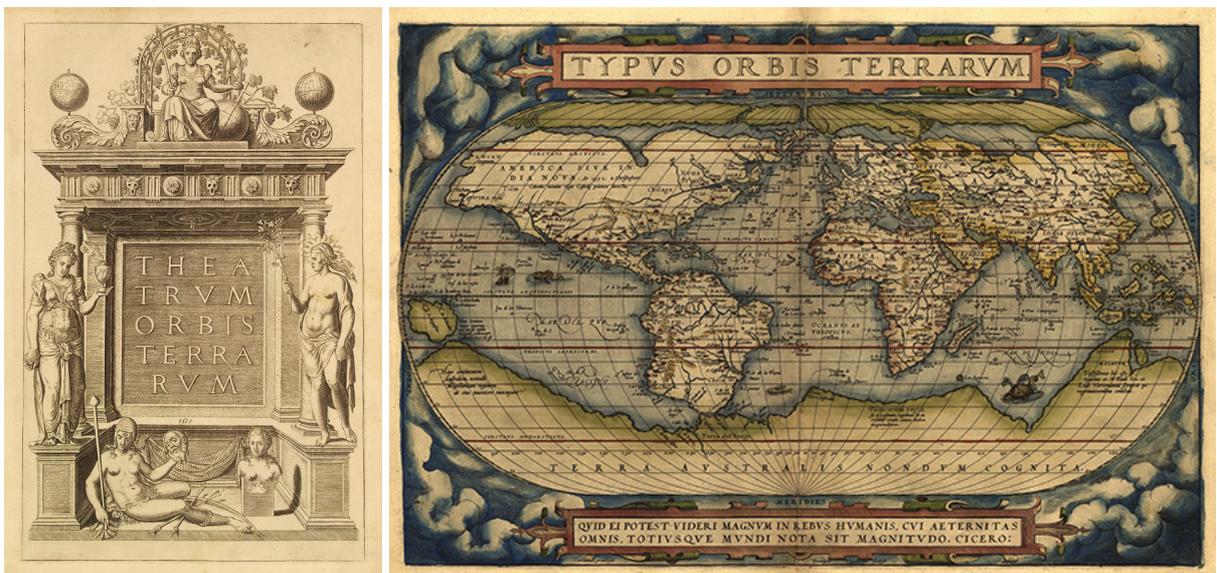


Figura 51. La rappresentazione del mondo conosciuto secondo Abraham Ortelius (1570).

Abraham Ortelius è l'unico cartografo non italiano tra i sei casi studiati, di sicuro il più conosciuto, grazie all'impatto che ha avuto all'epoca la pubblicazione della sua opera cartografica. Il passo, leggibile sulla mappa del 1570, risulta anche in questo caso equidistante e pari a 10° .

Infine, come ultimo caso studio, è stato analizzato il planisfero cinese di Matteo Ricci del 1602. Il passo dei meridiani e dei paralleli risulta equidistante e pari a 10° . La caratteristica principale di questa carta è però la localizzazione geografica inusuale del continente americano, posizionato a est rispetto il continente europeo; Ricci introduce in questo modo un cambiamento radicale nella rappresentazione del mondo conosciuto, modificano la tradizionale visualizzazione delle Americhe ad ovest rispetto al vecchio mondo. In passato, questo posizionamento anomalo è stato spiegato come una volontà da parte del cartografo gesuita di posizionare la Cina al centro della carta storica. La collocazione delle Americhe ad est trova in realtà la sua spiegazione nell'eredità culturale tolemaica: infatti, il mondo classico era solito rappresentare l'ecumene, ossia il mondo conosciuto, da 0° a 180° , posizionando ogni nuova estensione sempre in direzione est.

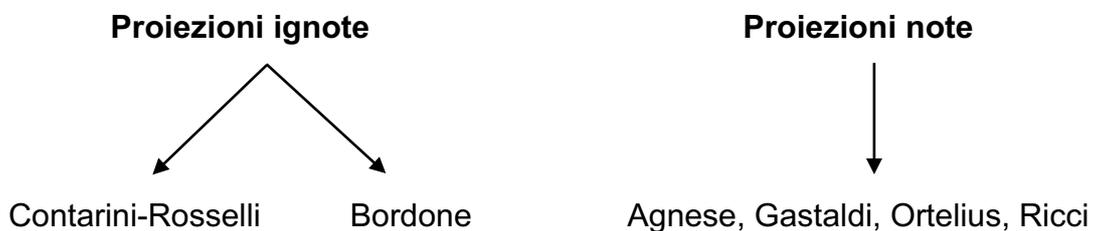


Figura 52. Mosaicaturatione delle sei tavole che compongono il planisfero di Matteo Ricci del 1602.

Per questo studio, le sei proiezioni sono state suddivise in due categorie principali: le proiezioni note e le proiezioni ignote, ossia quelle di cui dalla letteratura non si

conosce la formulazione analitica della proiezione cartografica. All'interno delle due categorie, le carte sono state suddivise in tre classi diverse:

- Contarini-Rosselli, caso unico da trattare singolarmente, di cui non si conosce la formulazione analitica;
- Bordone, anch'esso da trattare come caso isolato. Dal momento che il modello analitico non descrive correttamente il reticolo utilizzato, questo caso verrà trattato al pari di una proiezione ignota;
- il set di Agnese, Gastaldi, Ortelius e Ricci, accomunato dallo stesso modello matematico, descrittivo della proiezione cartografica, di cui si conosce la formulazione.



Questo studio si è focalizzato sul set di carte dalla formulazione analitica nota; di tali mappe, come vedremo, sono stati calcolati i tensori metrici al fine di analizzare le deformazioni introdotte dal sistema proiettivo. Il caso delle proiezioni ignote non è stato oggetto di questa ricerca, ma viene proposto come possibile spunto per una continuazione del lavoro in futuro.

5.2.1 La deviazione angolare del reticolo ovale

La forma grafica del reticolo ovale viene descritta, da una parte, dai paralleli, disegnati come linee rette, equidistanti tra loro e perpendicolari al meridiano centrale, e, dall'altra, dai meridiani, segmenti ellittici o circolari, che intersecano i paralleli con angoli diversi, perpendicolari solo all'equatore.

La prima analisi condotta sulle proiezioni ovali è stata impostata al fine di studiare la forma del reticolo e, in particolar modo, la deviazione angolare dei meridiani rispetto all'ortogonale ai paralleli.

In generale, la deviazione angolare rispetto alla perpendicolare risulta compresa tra circa 0° e 5° nell'area prossima al meridiano centrale e all'equatore, mentre è pari a circa 25° ($\pm 10^\circ$) nell'area intermedia tra il centro e la parte verso i bordi del reticolo

ed è pari a circa 50° ($\pm 10^\circ$) nell'area più lontana dal meridiano centrale e all'equatore.

Sono stati studiati i valori angolari di Contarini-Rosselli, di Bordone e del set di carte dalla proiezione nota: d'ora in poi si farà riferimento a questa classe come al "set di Agnese", dal momento che il reticolo e quindi le caratteristiche metriche e grafiche sono le medesime per le quattro mappe.

Come si può notare dalle immagini sottostanti (Surfer Website), l'andamento della deviazione angolare della carta di Contarini-Rosselli e del set di Agnese risulta molto simile, evidenziando la presenza di un pattern nello scostamento angolare dalla perpendicolare. Il reticolo proiettivo di Bordone è invece caratterizzato da un'area maggiore (rispetto ai due casi precedentemente descritti) in cui si hanno valori più prossimi all'ortogonalità nella parte vicina al meridiano centrale e all'equatore.

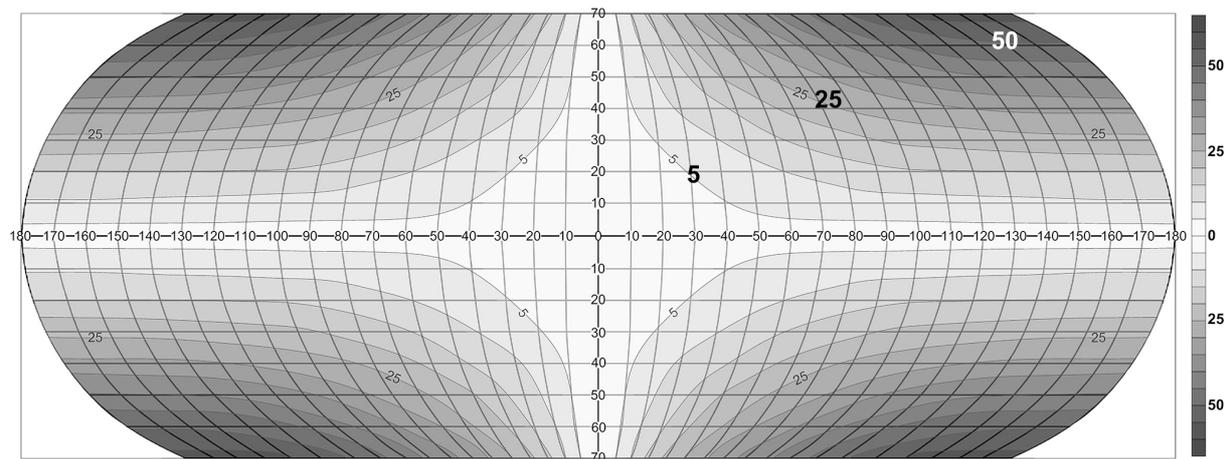


Figura 53. Grafico della deviazione angolare del reticolo di Contarini-Rosselli (da 70°N a 70°S).

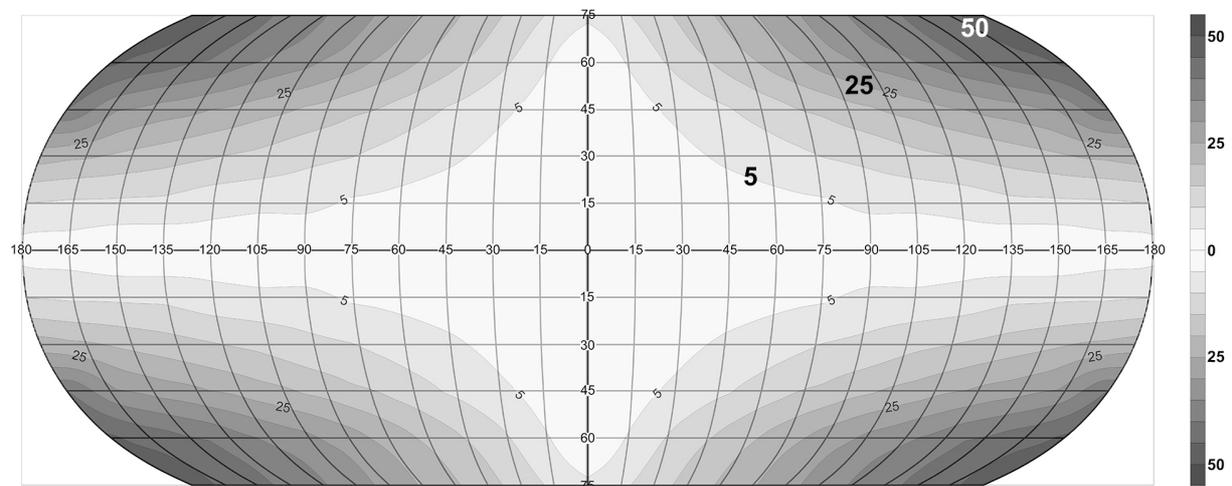


Figura 54. Grafico della deviazione angolare del reticolo di Bordone (da 75°N a 75°S).

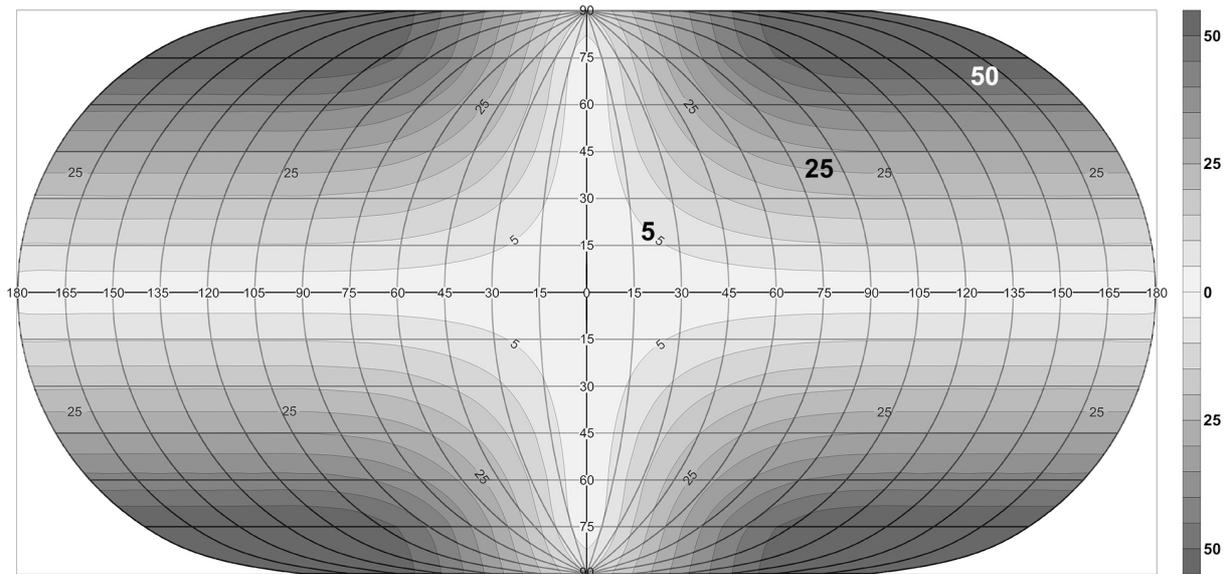


Figura 55. Grafico della deviazione angolare del reticolo usato nel set di Agnese (da 90°N a 90°S).

5.2.2 La rappresentazione analitica

Come precedentemente affermato, solo il set di Agnese viene descritto da un modello analitico in grado di descrivere la corrispondenza biunivoca tra la sfera e la mappa, con una relazione da superficie 3D a superficie 2D.

La formulazione data in letteratura e associata alla proiezione di Ortelius (alcune volte nota come la proiezione di Agnese-Ortelius) descrive anche il reticolo proiettivo utilizzato da Giacomo Gastaldi e Matteo Ricci. Il modello matematico si basa su un sistema di due equazioni (Snyder & Voxland, 1994), assumendo una sfera unitaria, e riformulate qui di seguito. La formula è diversa per $\lambda \leq 90^\circ$ e $\lambda > 90^\circ$: nel primo caso i meridiani sono dei segmenti ellittici mentre, nel secondo caso, dei segmenti circolari.

Per i meridiani con i valori di longitudine $0^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$:

$$x = \lambda - k + l$$

$$y = \varphi$$

dove valgono le relative sostituzioni:

$$k = \frac{\pi^2}{8\lambda} + \frac{\lambda}{2}$$

$$l = \sqrt{k^2 - \varphi^2}$$

Per i meridiani con valori di longitudine $90^\circ < \lambda \leq 180^\circ$:

$$x = \sqrt{m} + \lambda - \frac{\pi}{2}$$

$$y = \varphi$$

dove vale la seguente sostituzione:

$$m = \frac{\pi^2}{4} - \varphi^2$$

A partire da queste formule, sono state calcolate le coordinate x e y mantenendo il passo dei meridiani e dei paralleli così come rappresentato nelle carte (15° per Agnese, 10° per Gastaldi, Ortelius e Ricci). Successivamente il reticolato geografico è stato disegnato (Autodesk/Autocad Website) moltiplicando le coordinate x e y per un coefficiente di scala, al fine di rappresentare i reticoli in un foglio di formato A3.

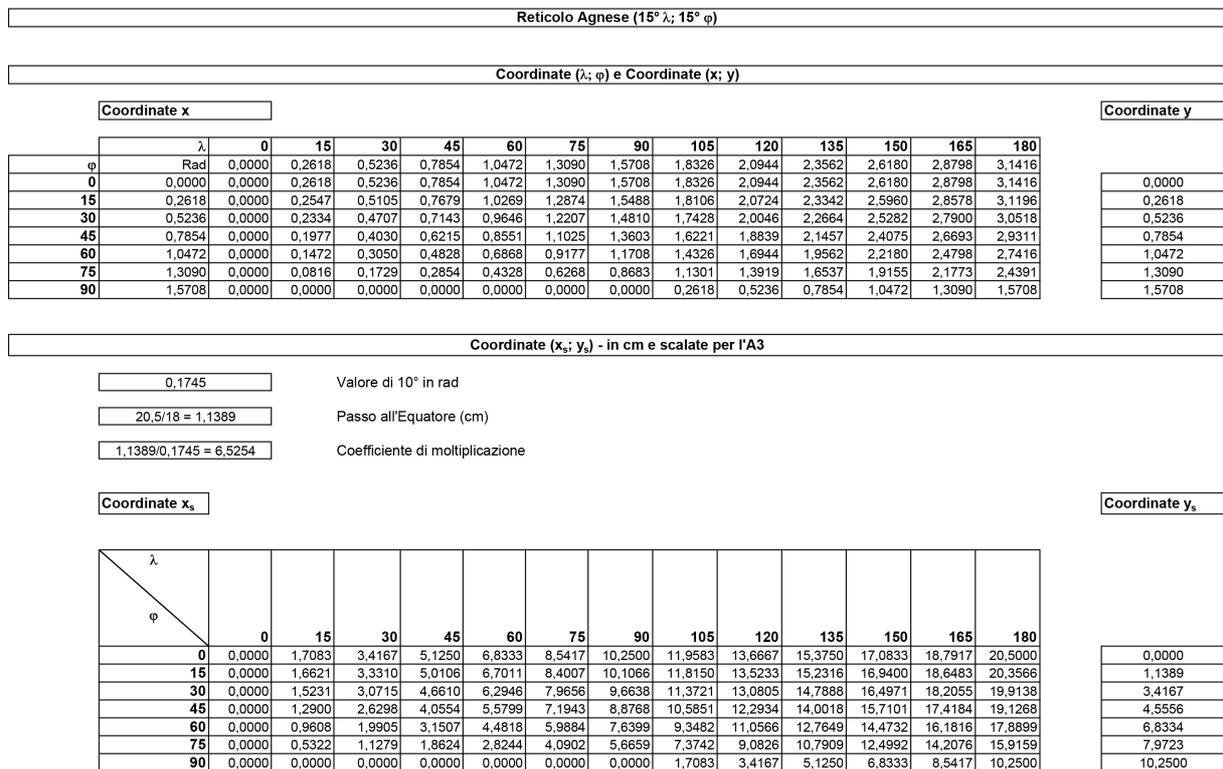


Figura 56. Calcolo delle coordinate per ridisegnare il reticolo del planisfero di Battista Agnese.

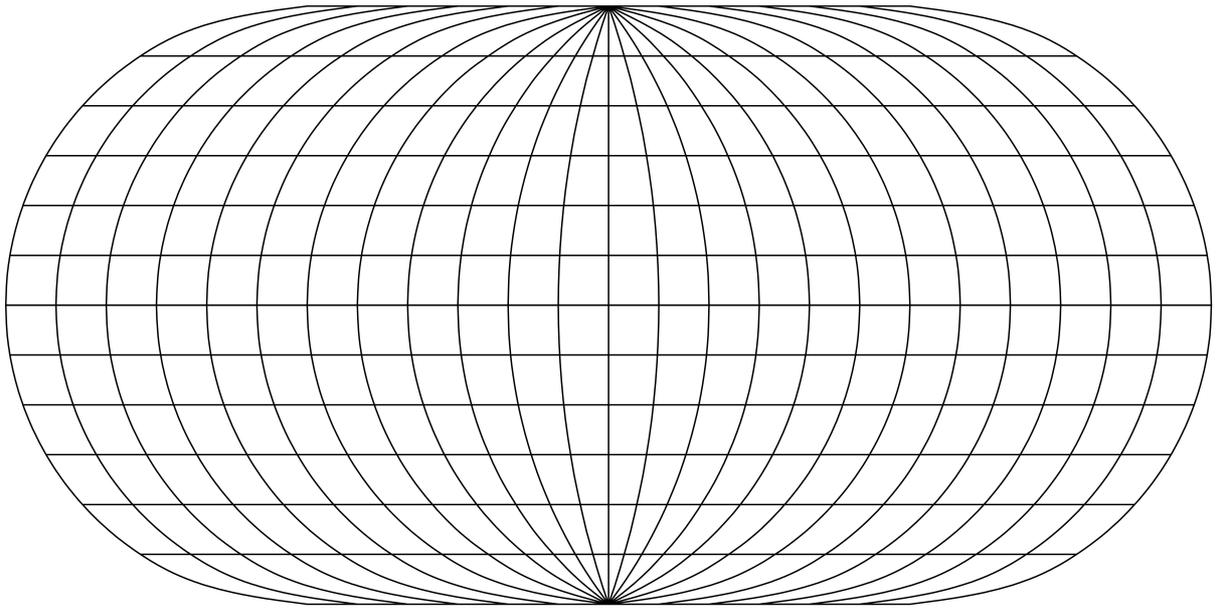


Figura 57. Ridisegno del reticolo di Agnese derivato dalle formule (passo $15^\circ \times 15^\circ$; da $90^\circ N$ a $90^\circ S$).

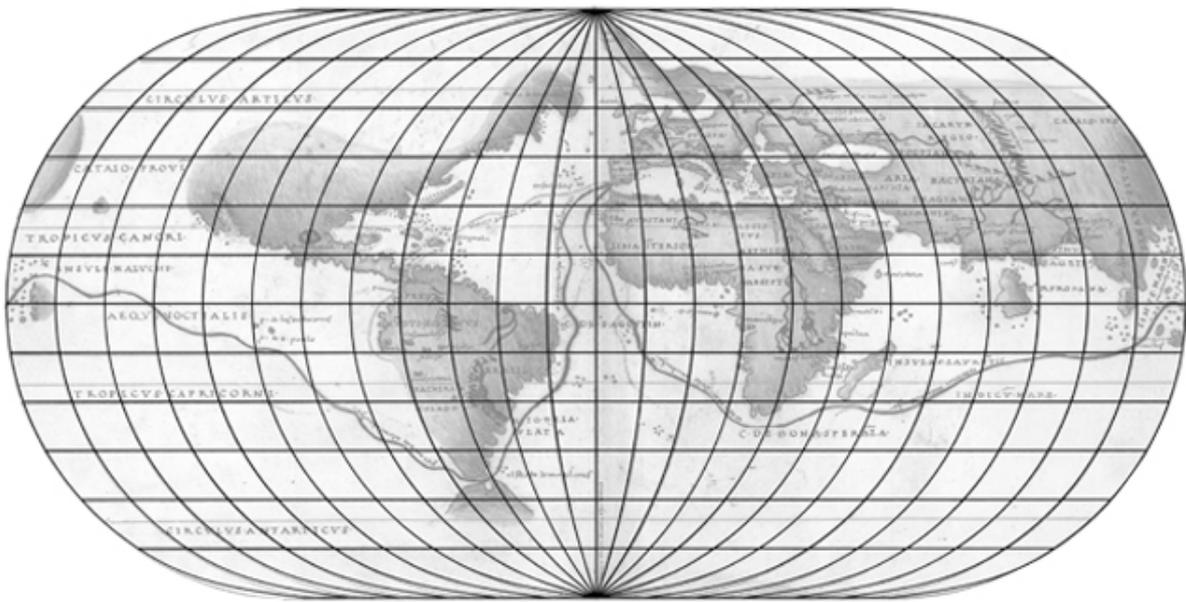


Figura 58. Sovrapposizione del reticolo ridisegnato con la carta storica di Battista Agnese.

5.2.3 La rappresentazione grafica

I due casi che appartengono alla famiglia delle proiezioni ignote, rispettivamente la carta di Contarini-Rosselli e la mappa di Benedetto Bordone, non sono descritte da formule matematiche rappresentative della corrispondenza superficie 3D - superficie 2D, come per il set di Agnese.

Come precedentemente affermato, nella moderna letteratura, il reticolo di Bordone viene associato a un caso speciale della proiezione *pseudo-cilindrica* del XX secolo: quando calcoliamo le coordinate per ridisegnare i paralleli e i meridiani con il passo della carta storica del 1528, attraverso lo stesso procedimento illustrato per il caso di Agnese, otteniamo come risultato una curvatura dei meridiani che si discosta molto rispetto a quella originale.

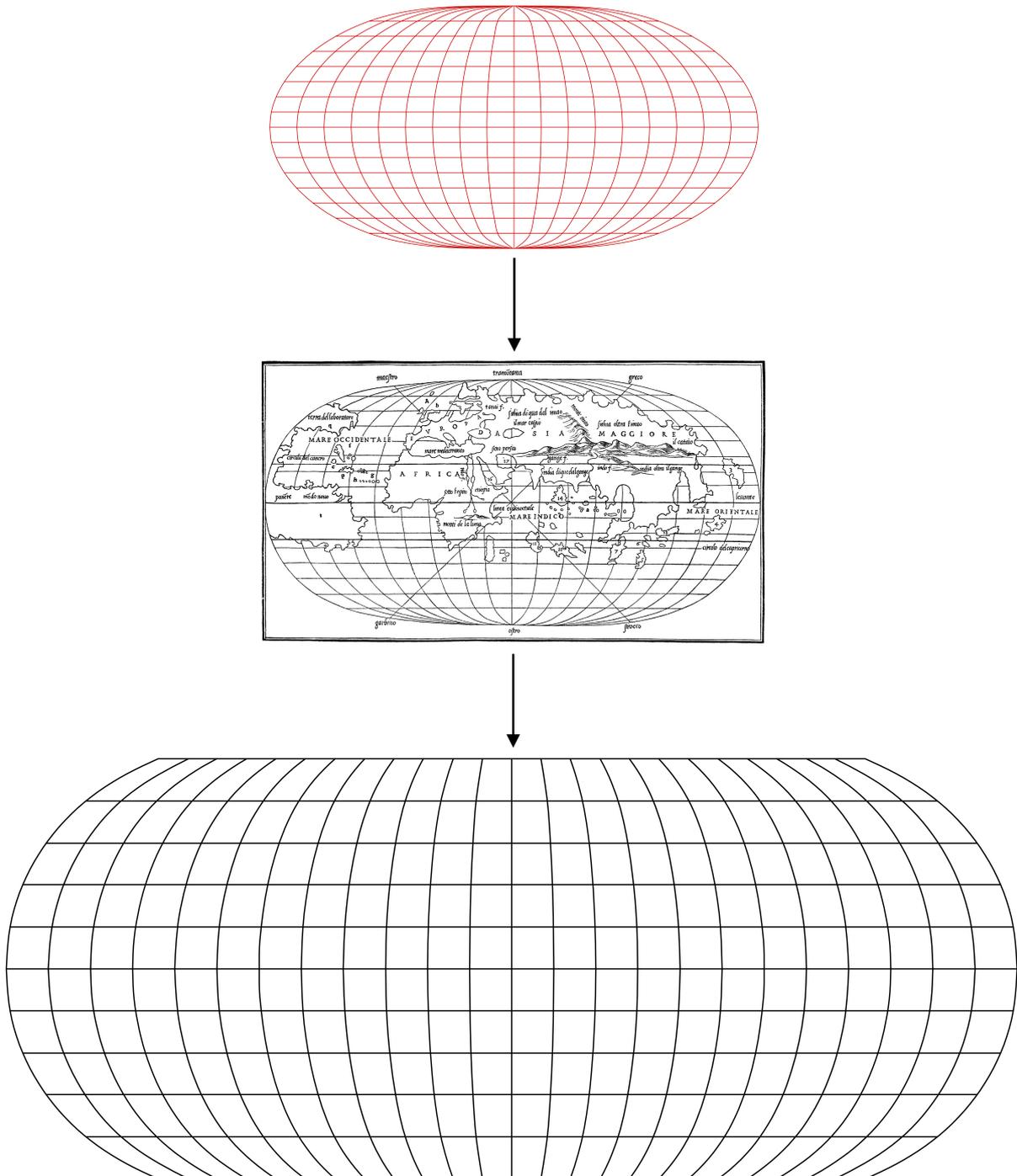


Figura 59. Il reticolo di Bordone derivato dalle formule (in rosso) e quello ridisegnato (da 75°N a 75°S).

Non avendo quindi una formulazione analitica di partenza per questi due casi di proiezioni ovali rinascimentali, non è stato possibile derivare direttamente le relazioni matematiche per il calcolo dei tensori metrici e applicare per cui la successiva analisi delle deformazioni. Il problema può essere risolto sviluppando e applicando metodi numerici per il calcolo dei parametri metrici e di deformazione a partire dal reticolo grafico ridisegnato direttamente dalla carta storica con software di disegno digitale. Tale analisi non è stata però oggetto del lavoro qui presentato: l'implementazione di un metodo per lo studio delle proiezioni ignote a partire dal ridisegno grafico del reticolo è sicuramente un tema molto affascinante e fondamentale per la conoscenza delle proiezioni del XVI secolo e lascia spazio a possibili sviluppi futuri nell'ambito di questa ricerca.

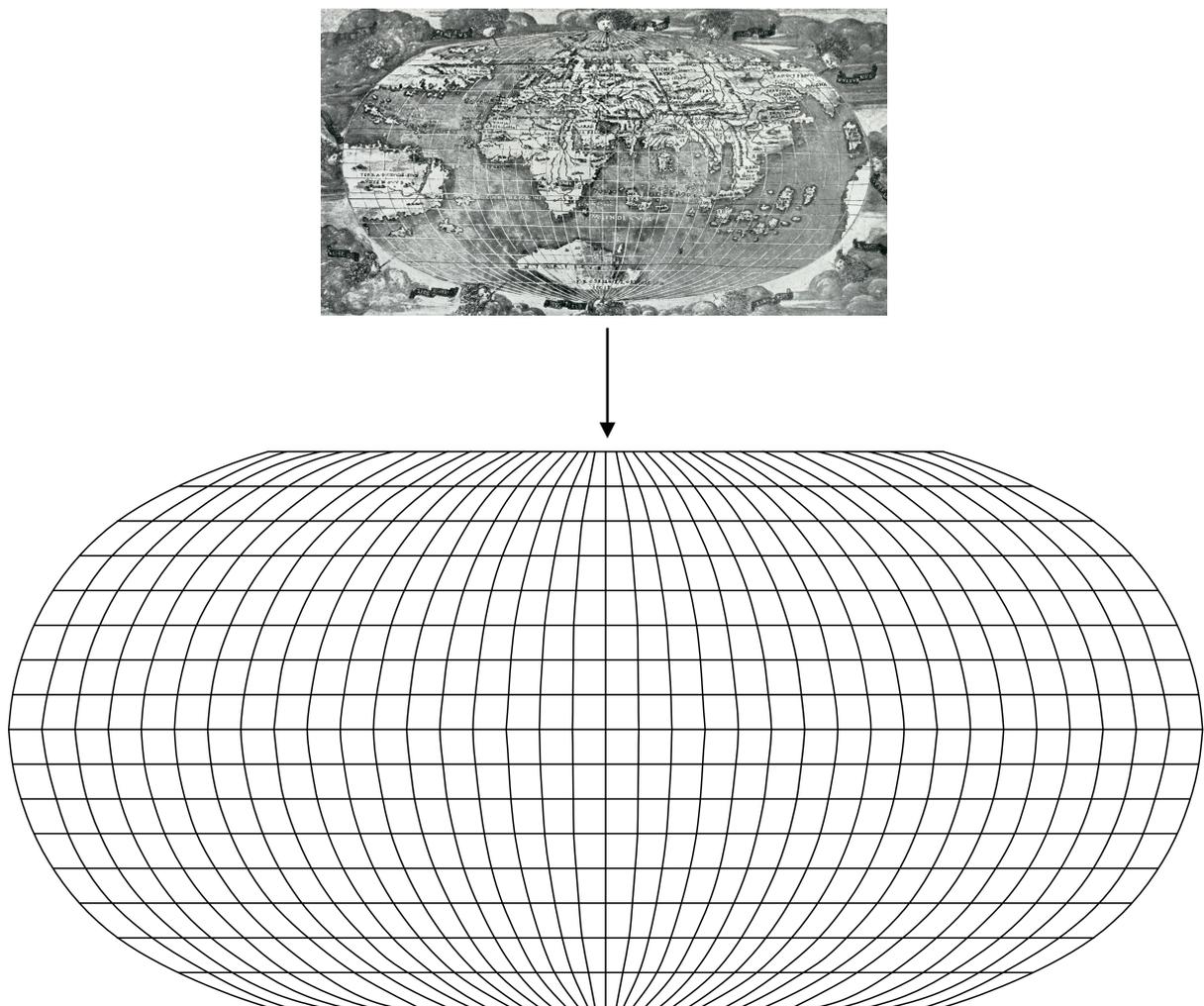


Figura 60. Il reticolo di Contarini-Rosselli derivato graficamente dalla carta storica (da 70°N a 70°S).

Capitolo 6

Le proprietà metriche e le deformazioni degli ovali

6.1 La formulazione metrica

Il modello analitico delle proiezioni ovali si basa sul sistema generico di equazioni:

$$\begin{aligned}x &= x(\lambda, \varphi) \\ y &= \varphi\end{aligned}$$

Dove λ, φ descrivono i valori di longitudine e latitudine, a cui vengono associati i valori rispettivamente di x, y .

Come ben noto dalla geometria differenziale delle superfici, le tre componenti g, f, e , che descrivono in maniera esaustiva le proprietà metriche intrinseche di una superficie, ossia i tensori metrici, sono calcolati data la seguente matrice:

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} = \begin{bmatrix} g & f \\ f & e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)^2 & \frac{\partial x \partial x}{\partial \lambda \partial \varphi} \\ \frac{\partial x \partial x}{\partial \varphi \partial \lambda} & 1 + \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 \end{bmatrix}$$

dove \mathbf{J} è la matrice Jacobiana 3×3 delle derivate parziali del sistema generale di equazioni degli ovali e \mathbf{J}^T la sua trasposta. Possiamo quindi calcolare i tre parametri:

$$g = \left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)^2$$

$$f = \frac{\partial x \partial x}{\partial \lambda \partial \varphi}$$

$$e = 1 + \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \right)^2$$

Da queste ultime formule è possibile derivare una condizione fondamentale sul modello metrico degli ovali:

$$f = \sqrt{g(e - 1)}$$

6.1.2 I parametri metrici delle carte con modello analitico noto

Per il calcolo dei parametri metrici delle carte storiche con rappresentazione analitica nota si è partiti dalle formule illustrate nel capitolo precedente, applicando le opportune sostituzioni per il set della proiezione di Agnese. Di seguito riportiamo la formulazione generica della proiezione ovale, già precedentemente analizzata.

Per i meridiani con valori di longitudine $0^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$ risulta valida la seguente relazione:

$$x = \lambda - k + l$$

$$y = \varphi$$

Per i meridiani con valori di longitudine $90^\circ < \lambda \leq 180^\circ$ avremo invece:

$$x = \sqrt{m} + \lambda - \frac{\pi}{2}$$

$$y = \varphi$$

A partire dalla formulazione nota in letteratura, sono stati quindi calcolati due set diversi di tensori metrici g, f, e , il primo valido per i meridiani fino ai 90° , il secondo per i meridiani da 90° a 180° .

Per i meridiani con valori di longitudine $0^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$ i tensori metrici risultano:

$$g = \frac{k^2}{l^2} \left(1 + \frac{l - k}{\lambda} \right)^2$$

$$f = \frac{\varphi k}{l^2} \left(1 + \frac{l-k}{\lambda} \right)$$

$$e = 1 + \frac{\varphi^2}{l^2}$$

Per i meridiani con valori di longitudine $90^\circ < \lambda \leq 180^\circ$ i tensori metrici risultano:

$$g = 1$$

$$f = \frac{\varphi}{\sqrt{m}}$$

$$e = 1 + \frac{\varphi^2}{m}$$

La distribuzione spaziale dei tensori metrici g, f, e è rappresentata nel grafico riportato di seguito (fig. 62).

In questo caso, è interessante notare che le proprietà metriche del reticolo ovale del set di Agnese, dove vige la condizione $90^\circ < \lambda \leq 180^\circ$, risultano indipendenti dalla longitudine: i valori aumentano soltanto all'aumentare della latitudine.

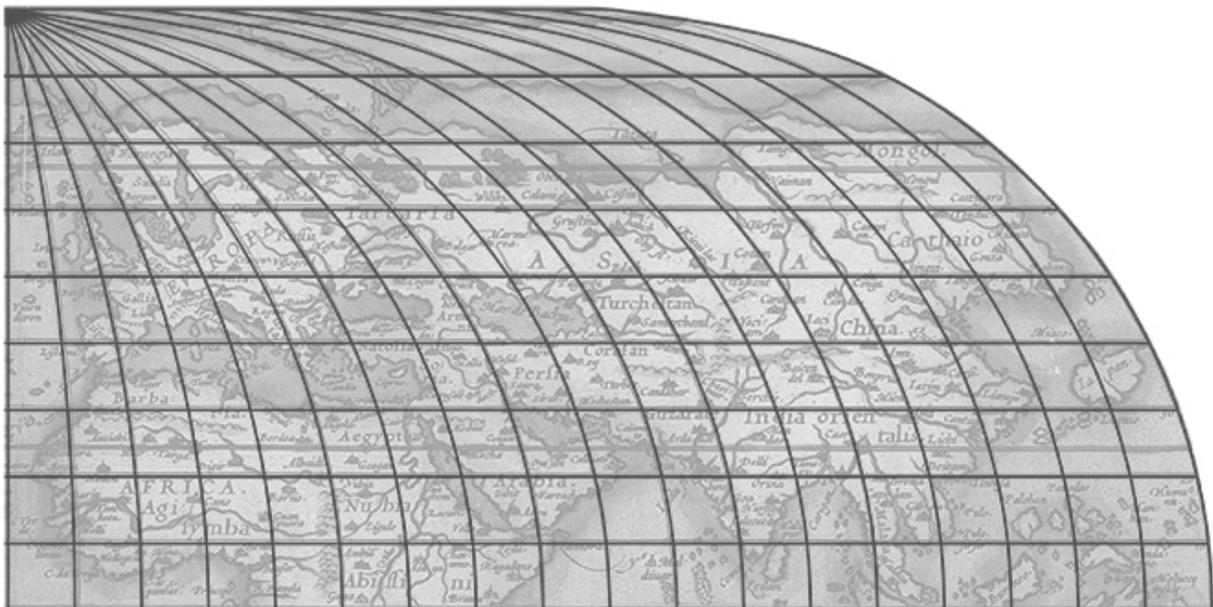


Figura 61. Uno dei quattro quadranti ($\varphi, \lambda > 0$) del reticolo ovale utilizzato da Ortelius.

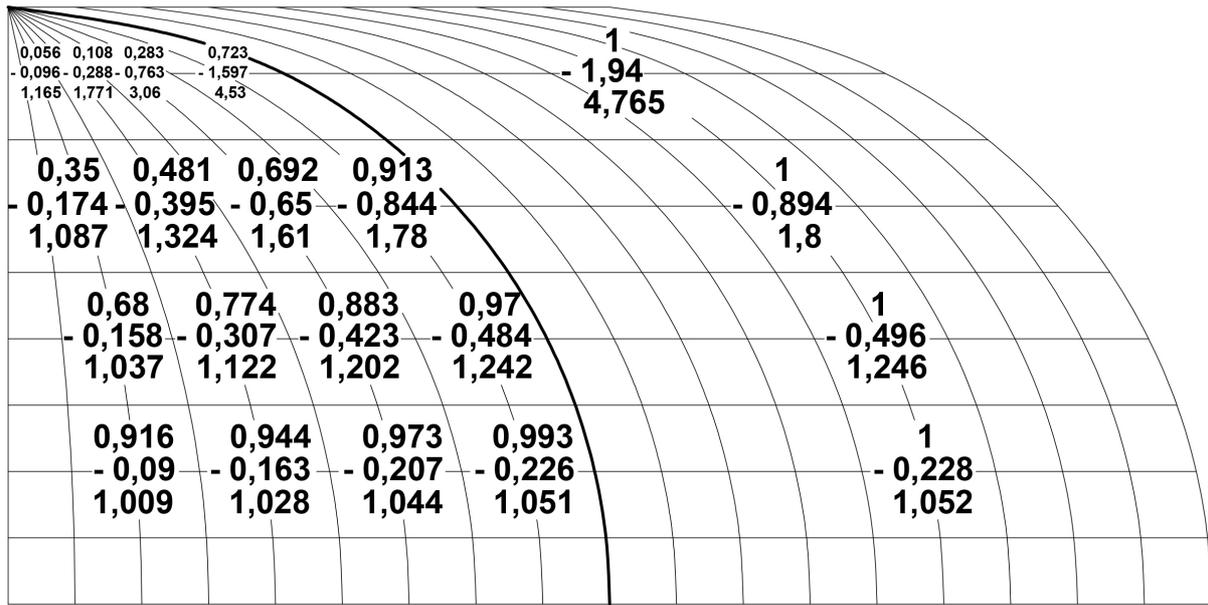


Figura 62. Distribuzione spaziale dei tensori metrici per il set di Agnese; nello specifico, il reticolo di Ortellius. I valori rappresentano la variazione dei tre parametri g (in alto), f (al centro), e (in basso).

$0^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$										$90^\circ < \lambda \leq 180^\circ$									
λ	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	
Rad	0,1745	0,3491	0,5236	0,6981	0,8727	1,0472	1,2217	1,3963	1,5708	1,7453	1,9199	2,0944	2,2689	2,4435	2,6180	2,7925	2,9671	3,1416	
φ	Rad	Parametro g																	
0	0,0000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	0,1745	0,976	0,979	0,982	0,986	0,990	0,993	0,996	0,998	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
20	0,3491	0,907	0,916	0,929	0,944	0,959	0,973	0,984	0,993	0,998	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
30	0,5236	0,797	0,815	0,842	0,874	0,907	0,937	0,963	0,984	0,994	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
40	0,6981	0,653	0,680	0,722	0,774	0,829	0,883	0,931	0,970	0,990	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
50	0,8727	0,489	0,521	0,574	0,643	0,722	0,805	0,882	0,948	0,988	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
60	1,0472	0,319	0,350	0,404	0,481	0,580	0,692	0,808	0,913	0,983	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
70	1,2217	0,163	0,186	0,228	0,295	0,395	0,529	0,688	0,853	0,963	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
80	1,3963	0,047	0,056	0,074	0,108	0,170	0,283	0,467	0,723	0,931	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
90	1,5708	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
φ	Rad	Parametro f																	
0	0,0000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,1745	-0,024	-0,047	-0,066	-0,082	-0,094	-0,103	-0,108	-0,111	-0,112	-0,112	-0,112	-0,112	-0,112	-0,112	-0,112	-0,112	-0,112	-0,112
20	0,3491	-0,047	-0,090	-0,130	-0,163	-0,188	-0,207	-0,219	-0,226	-0,228	-0,228	-0,228	-0,228	-0,228	-0,228	-0,228	-0,228	-0,228	-0,228
30	0,5236	-0,065	-0,129	-0,187	-0,239	-0,281	-0,313	-0,335	-0,348	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354	-0,354
40	0,6981	-0,079	-0,158	-0,235	-0,307	-0,371	-0,423	-0,460	-0,484	-0,496	-0,496	-0,496	-0,496	-0,496	-0,496	-0,496	-0,496	-0,496	-0,496
50	0,8727	-0,086	-0,175	-0,268	-0,363	-0,455	-0,536	-0,600	-0,644	-0,668	-0,668	-0,668	-0,668	-0,668	-0,668	-0,668	-0,668	-0,668	-0,668
60	1,0472	-0,084	-0,174	-0,277	-0,395	-0,523	-0,650	-0,761	-0,844	-0,894	-0,894	-0,894	-0,894	-0,894	-0,894	-0,894	-0,894	-0,894	-0,894
70	1,2217	-0,070	-0,150	-0,252	-0,384	-0,553	-0,750	-0,952	-1,123	-1,237	-1,237	-1,237	-1,237	-1,237	-1,237	-1,237	-1,237	-1,237	-1,237
80	1,3963	-0,043	-0,096	-0,171	-0,288	-0,475	-0,763	-1,160	-1,597	-1,940	-1,940	-1,940	-1,940	-1,940	-1,940	-1,940	-1,940	-1,940	-1,940
90	1,5708	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
φ	Rad	Parametro e																	
0	0,0000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	0,1745	1,001	1,002	1,004	1,007	1,009	1,011	1,012	1,012	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013
20	0,3491	1,002	1,009	1,018	1,028	1,037	1,044	1,049	1,051	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052
30	0,5236	1,005	1,020	1,042	1,065	1,087	1,105	1,117	1,123	1,125	1,125	1,125	1,125	1,125	1,125	1,125	1,125	1,125	1,125
40	0,6981	1,010	1,037	1,077	1,122	1,166	1,202	1,228	1,242	1,246	1,246	1,246	1,246	1,246	1,246	1,246	1,246	1,246	1,246
50	0,8727	1,015	1,059	1,125	1,205	1,286	1,357	1,408	1,438	1,446	1,446	1,446	1,446	1,446	1,446	1,446	1,446	1,446	1,446
60	1,0472	1,022	1,087	1,190	1,324	1,471	1,610	1,717	1,780	1,800	1,800	1,800	1,800	1,800	1,800	1,800	1,800	1,800	1,800
70	1,2217	1,030	1,122	1,278	1,500	1,773	2,064	2,316	2,479	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531
80	1,3963	1,040	1,165	1,398	1,771	2,323	3,060	3,880	4,630	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765
90	1,5708	1,051	1,219	1,563	2,227	3,583	6,760	16,504	72,751	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765	4,765

Figura 63. Il calcolo dei parametri g , f , e per il set di Agnese (passo $10^\circ \times 10^\circ$).

6.2 Lo studio delle deformazioni con parametri elastici: l'analisi tensoriale

Negli ultimi decenni è stato avanzato uno studio dettagliato sulle deformazioni della crosta terrestre a partire da misure geodetiche (Livieratos, 1978; Livieratos, 1980) e ciò ha consentito di evidenziare come appropriati strumenti e metodi di indagine, per

l'appunto l'analisi tensoriale, possano essere utilizzati al fine di calcolare alcuni parametri invarianti di deformazione associati alle proprietà metriche della proiezione cartografica. I parametri dell'analisi tensoriale permettono di descrivere, in termini di elasticità, la deformazione di una sfera riproiettata su un piano bidimensionale (Rastbood, A., 2014).

Tale metodologia è stata proposta come alternativa all'applicazione, più tradizionale e conosciuta, delle indicatrici di Tissot. L'approccio basato sull'analisi tensoriale fornisce una descrizione dal punto di vista meccanico della deformazione lineare e areale, dovuta alla proiezione, nelle vicinanze di un punto sulla mappa, grazie all'applicazione dei parametri tensoriali quali la componente di dilatazione o di taglio (Truesdell *et al.*, 1965; Amalvict *et al.*, 1988).

Per applicare la teoria di Lagrange nella descrizione delle differenze metriche tra due superfici, ad esempio una sfera e la sua rappresentazione su un piano bidimensionale, bisogna innanzitutto introdurre il tensore metrico di Lagrange \mathbf{E} , definito come (Dermanis *et al.*, 1984):

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{12} & E_{22} \end{bmatrix}$$

dove E_{11} , E_{22} rappresentano i tensori nelle direzioni delle coordinate di riferimento ed E_{12} la rilevante componente di taglio.

Risolvendo l'equazione caratteristica della matrice \mathbf{E} :

$$\det(\mathbf{E} - \varepsilon \mathbf{I}) = \varepsilon^2 - \text{tr}(\mathbf{E})\varepsilon + \det(\mathbf{E}) = 0$$

dove $\det(\mathbf{E})$ e $\text{tr}(\mathbf{E})$ sono rispettivamente il determinante e la traccia di \mathbf{E} , possiamo calcolare gli autovalori massimi e minimi E_{max} , E_{min} :

$$E_{max} = \varepsilon_1 = \frac{1}{2}\text{tr}(\mathbf{E}) + \sqrt{\left(\frac{\text{tr}(\mathbf{E})}{2}\right)^2 - \det(\mathbf{E})}$$

$$E_{min} = \varepsilon_2 = \frac{1}{2}\text{tr}(\mathbf{E}) - \sqrt{\left(\frac{\text{tr}(\mathbf{E})}{2}\right)^2 - \det(\mathbf{E})}$$

dove E_{max} ha una direzione delineata dall'angolo ψ :

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{-2E_{12}}{E_{11} - E_{22}} \right)$$

mentre E_{min} ha una direzione perpendicolare al precedente.

Dagli autovalori appena descritti, possiamo calcolare alcuni scalari invarianti, come Δ e γ :

$$\begin{aligned} \Delta &= E_{max} + E_{min} = \text{tr}(\mathbf{E}) \\ \gamma &= E_{max} - E_{min} = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{E})^2 - 4\text{det}(\mathbf{E})} \end{aligned}$$

identificati rispettivamente come la dilatazione e il taglio massimo; questi scalari descrivono la deformazione isotropa e anisotropa nella vicinanza infinitesimale del punto analizzato.

In altri termini, Δ rappresenta la variazione superficiale per unità di area, uguale in ogni direzione (isotropa), positiva ($\Delta > 0$) in caso di espansione, negativa ($\Delta < 0$) in caso di restringimento; γ rappresenta la componente (anisotropa) di taglio lungo la direzione del suo massimo valore, è un valore sempre positivo a prescindere dal fattore di riduzione o ingrandimento.

6.2.1 L'applicazione dell'analisi tensoriale in cartografia

Il tensore di Lagrange \mathbf{E} calcolato per un punto sulla mappa (λ, φ) con una direzione di riferimento ortogonale, viene descritto in questo modo (Dermanis *et al.*, 1983b):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{Q}^{-1} - \mathbf{I})$$

dove \mathbf{I} è la matrice unità. In forma esplicita diventa:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} g \sec^2 \varphi - 1 & f \sec \varphi \\ f \sec \varphi & e - 1 \end{bmatrix}$$

da cui è possibile calcolare Δ, γ, ψ .

$$\Delta = \frac{1}{2}(g \sec^2 \varphi + e) - 1$$

$$\gamma = \frac{\sec^2 \varphi}{2} \sqrt{(g - e \cos^2 \varphi)^2 + (2f \cos \varphi)^2}$$

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{-2f}{g \sec \varphi - e \cos \varphi} \right)$$

I tre scalari Δ, γ, ψ assieme ai parametri g, f, e precedentemente descritti, consentono di descrivere la deformazione rispetto alle proprietà metriche della proiezione cartografica nella vicinanza dei punti sulla mappa.

Nel prossimo paragrafo viene descritto il *trend* della deformazione associata alla proiezione ovale per il set di Agnese.

6.2.2 L'analisi tensoriale nelle proiezioni ovali

Le deformazioni introdotte dal sistema proiettivo ovale utilizzato nel set di Agnese sono rappresentate nelle immagini riportate alla fine del paragrafo. In particolare modo, sono stati analizzati i valori di dilazione Δ , del taglio massimo γ , e della direzione ψ del massimo sforzo (E_{max}), secondo le definizioni di Lagrange.

La proiezione cartografica applicata nel set di Agnese è caratterizzata da un'espansione areale isotropa meramente positiva ($\Delta > 0$, come si evince dai valori rappresentati in grassetto nel primo grafico), ed è affetta anche da uno stiramento γ rispetto una direzione preferenziale.

Il taglio massimo γ è, per definizione, sempre positivo e indica un'alterazione percentuale anisotropa della forma, indipendentemente dal fatto che sia indicatore di un'espansione o di un restringimento ($\gamma > 0$, rappresentato in corsivo nel primo grafico).

Infine, la direzione ψ del massimo sforzo (E_{max}), rappresentata nel secondo grafico, mostra una variazione dei valori, per il quadrante analizzato, in direzione Nord – Nord-Est (NNE).

Le immagini riportate in questa ricerca, come si è potuto notare, fanno sempre riferimento al quadrante in cui $\lambda, \varphi > 0$; tale scelta è stata dettata dal fatto che gli altri tre quadranti si comportano in modo simmetrico rispetto a quello analizzato.

In generale, dall'analisi delle deformazioni, si è potuto notare che il sistema proiettivo ovale introduce ampie alterazioni della forma, caratterizzate prevalentemente da un fattore anisotropo; inoltre, la direzione della deformazione massima ha un orientamento NNE-NE e NNW-NW nell'emisfero settentrionale, mentre è caratterizzata da un orientamento SSE-SE e SSW-SW nell'emisfero meridionale.

Quando $0^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$ l'espansione areale isotropa Δ è dell'ordine di:

- 2-9% vicino all'equatore;
- 10-45% alle medie latitudini;
- 25-170% alle latitudini maggiori.

Quando $90^\circ < \lambda \leq 180^\circ$ l'espansione areale isotropa Δ è costante e dell'ordine di:

- 10% vicino all'equatore;
- 50% alle medie latitudini;
- fino a 200% alle latitudini maggiori.

Quando $0^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$ l'alterazione anisotropa γ è dell'ordine di:

- 10-25% vicino all'equatore;
- 20-70% alle medie latitudini;
- 35-200% alle latitudini maggiori.

Quando $90^\circ < \lambda \leq 180^\circ$ l'alterazione anisotropa γ è costante e dell'ordine di:

- 25% vicino all'equatore;
- 70% alle medie latitudini;
- 200% alle latitudini maggiori.

La direzione ψ del massimo sforzo E_{max} mostra una variazione dei valori pari a:

- $\approx 40^\circ$ vicino all'equatore;

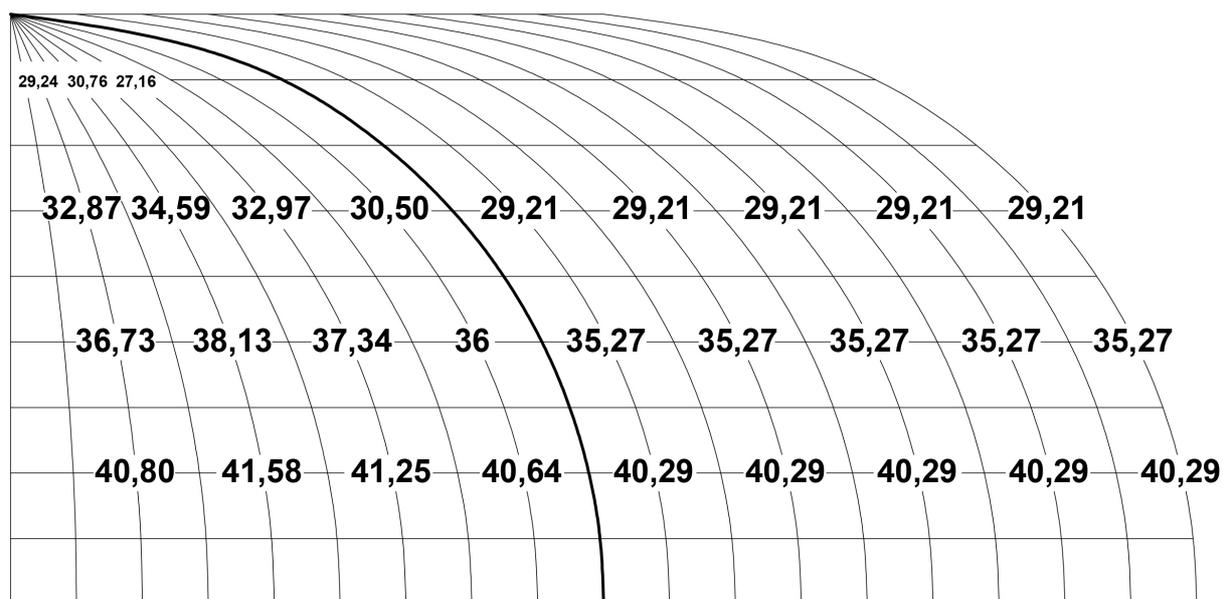


Figura 66. La distribuzione dei valori di direzione ψ del massimo sforzo (E_{max}).

Capitolo 7

Il contenuto semantico delle proiezioni ovali

7.1 Alcune considerazioni finali

In questo lavoro di ricerca sono state analizzate sei carte storiche, prese come riferimento per la classe delle proiezioni ovali del XVI secolo. Per il set di Agnese (comprensivo della carta storica di Gastaldi, Ortelius e Ricci) è stato possibile studiare anche, grazie alla formulazione esplicita fornita dalla moderna letteratura, le proprietà metriche e le deformazioni dovute alla proiezione cartografica.

Nonostante il focus della ricerca fosse incentrato sull'analisi delle proprietà metriche e delle deformazioni del sistema proiettivo ovale, durante lo svolgimento del lavoro sono sorti risultati interessanti riguardo alcune tematiche collaterali, ad esempio i profili di costa e il contenuto semantico delle carte analizzate, che meritano di essere trattati in questo capitolo.

Le sei proiezioni ovali sono state trasformate in proiezioni equi-rettangolari (*plate carrée*) al fine di facilitare il confronto tra i profili dei continenti disegnati.

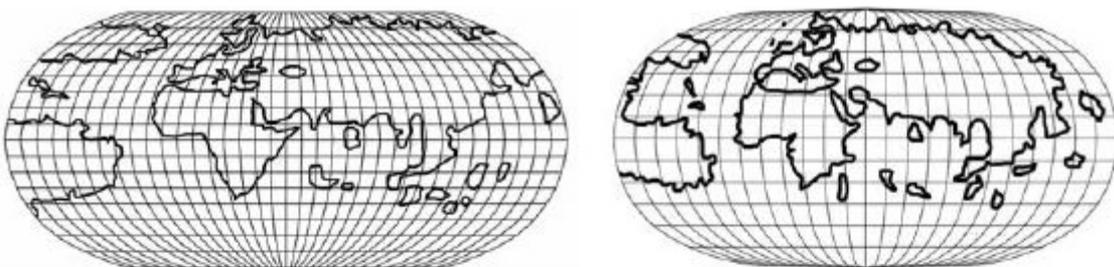


Figura 67. A sinistra: il reticolo ovale di Contarini-Rosselli. A destra: il reticolo di Bordone.

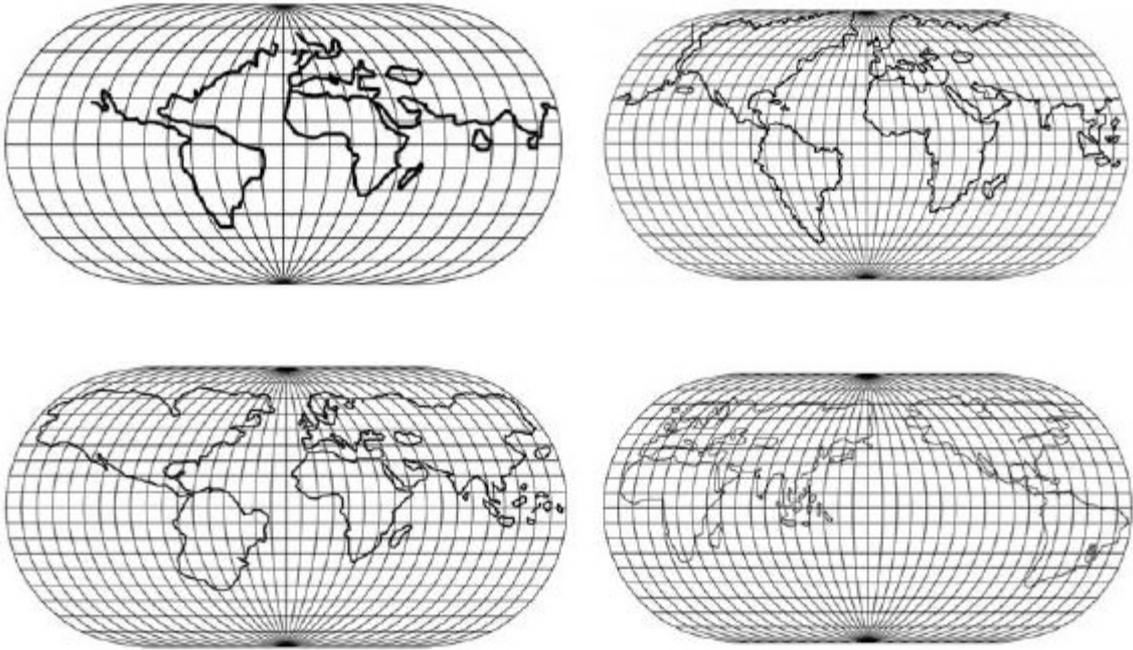


Figura 68. In alto: il reticolo di Agnese (a sinistra) e il reticolo di Gastaldi (a destra). Sopra: il reticolo di Ortelius (a sinistra) e il reticolo di Ricci (a destra).

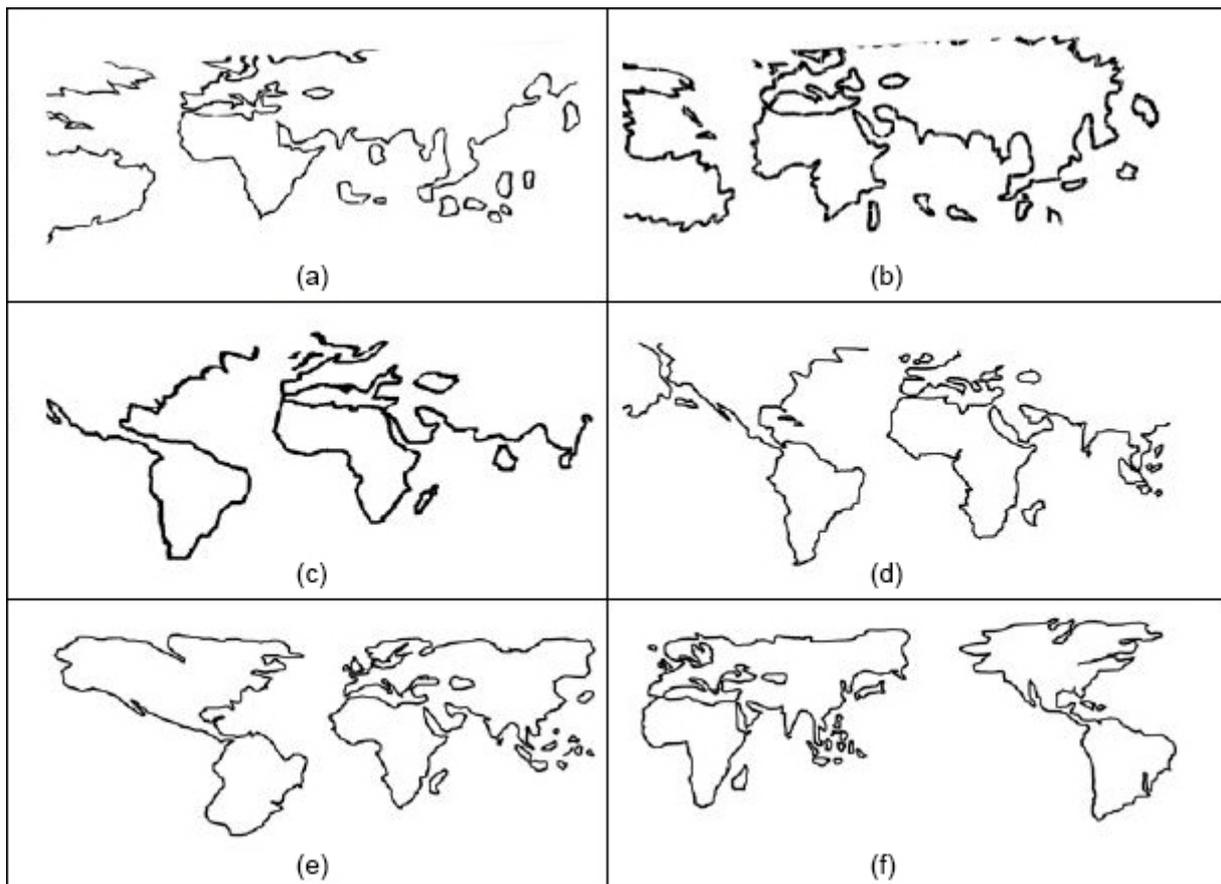


Figura 69. I profili di costa delle sei proiezioni ovali trasformate in proiezioni equi-rettangolari. Dall'alto: (a) Contarini-Rosselli; (b) Bordone; (c) Agnese; (d) Gastaldi; (e) Ortelius; (f) Ricci.

Grazie a questa trasformazione, indispensabile per condurre analisi tipologiche, risulta evidente la dualità di ogni mappa tra il reticolo proiettivo e la rappresentazione delle linee di costa: una somiglianza morfologica del reticolo proiettivo tra le carte non significa necessariamente riscontrare una analogia anche nella raffigurazione del contenuto semantico.

Ciò risulta particolarmente evidente, ad esempio, nel caso dei documenti più antichi tra quelli analizzati.

Le mappe di Contarini-Rosselli e di Benedetto Bordone riflettono un pattern costiero affine all'eredità tolemaica della seconda proiezione e sono caratterizzate da una rappresentazione simile tra loro dal punto di vista morfologico, soprattutto per quanto concerne il caso delle Americhe, pur avendo un reticolo ovale in parte differente.



Figura 70. Confronto tra i profili di costa di Bordone (in grigio) e di Contarini-Rosselli (in nero), dopo aver applicato un best fitting tra le due carte trasformate in proiezione equi-rettangolare.

Sono state confrontate anche le carte appartenenti al set di Agnese: per consentire tale comparazione, la posizione delle Americhe nel planisfero di Matteo Ricci è stata modificata e resa conforme alle altre rappresentazioni storiche (ad ovest rispetto al continente europeo).

Come si può notare dalle immagini seguenti, sono stati comparati rispettivamente i profili di costa di Ortelius e Gastaldi, di Ricci e Gastaldi e di Ortelius e Ricci. Da tale analisi risulta evidente che il pattern dei profili di costa disegnati da Ortelius si discosta di molto rispetto a quelli di Giacomo Gastaldi e di Matteo Ricci, invece molto simili tra loro; avere lo stesso reticolo proiettivo non significa dunque ottenere un riscontro anche nel disegno delle linee di costa raffigurate nelle carte.

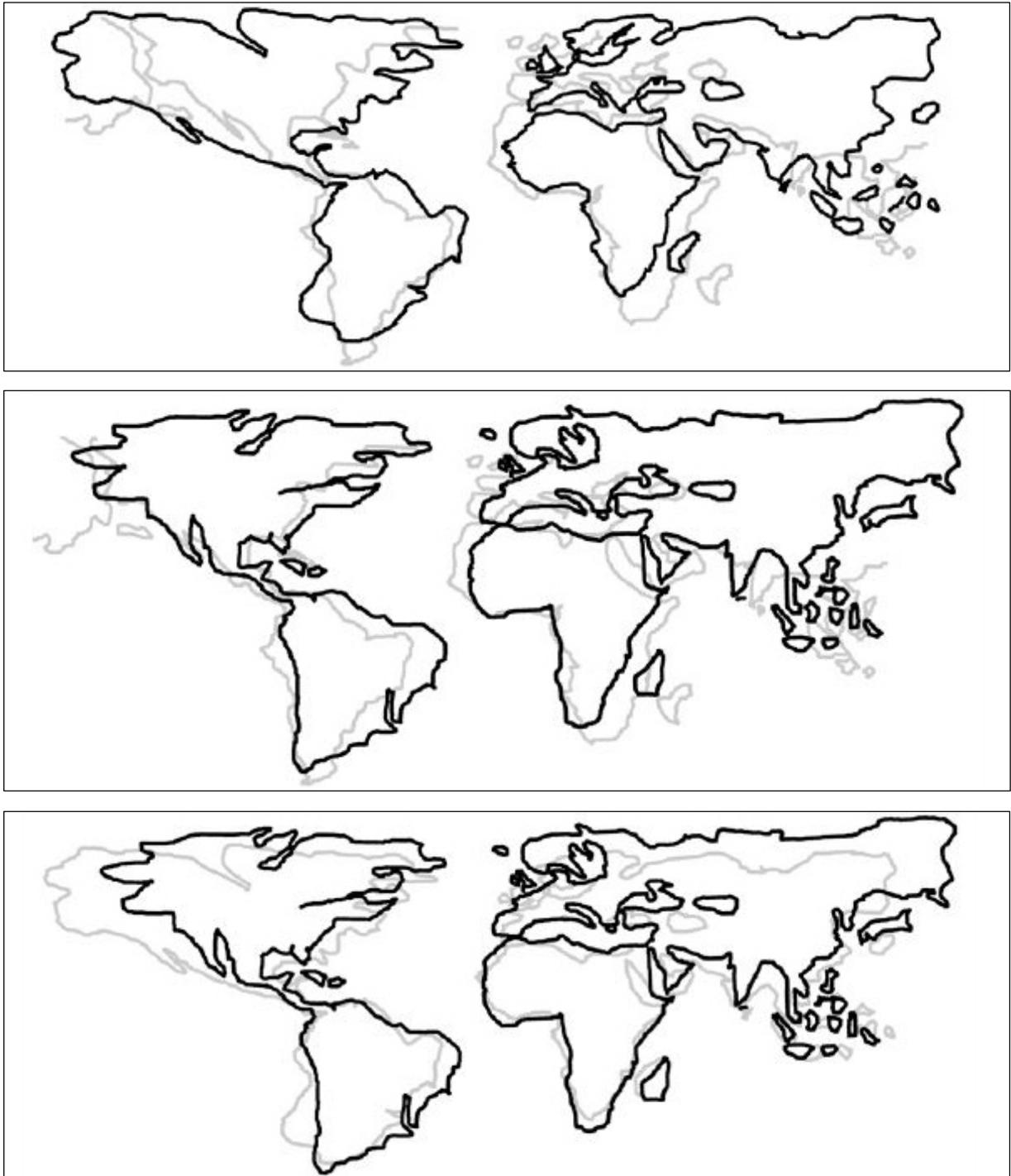


Figura 71. In alto: confronto tra i profili di costa di Ortelius (in nero) e di Gastaldi (in grigio). Al centro: confronto tra il contenuto semantico di Ricci (in nero) e di Gastaldi (in grigio). Sopra: confronto tra i profili di costa di Ricci (in nero) e di Ortelius (in grigio). Tutti i confronti sono stati realizzati dopo aver applicato un best fitting tra le carte trasformate in proiezione equi-rettangolare.

Da questa analisi è emersa una peculiarità molto interessante: abbiamo visto, infatti, che il contenuto semantico della carta storica di Abraham Ortelius non risulta conforme agli altri casi analizzati che utilizzano il medesimo reticolo proiettivo, ossia

Gastaldi e Ricci. Ciò risulta particolarmente evidente confrontando il profilo del continente americano, in particolar modo la costa meridionale.

Ma la vera peculiarità consiste nella somiglianza, eclatante nel caso della costa sud-americana, rispetto un altro cartografo contemporaneo di Ortelius, la cui proiezione diventerà rivoluzionaria per la navigazione e fondamentale per le grandi esplorazioni successive, ossia Gerardo Mercatore. Tale somiglianza semantica riafferma ancora una volta, da un lato, l'appartenenza di Ortelius a un filone di rappresentazioni cartografiche con un *focus* che possiamo definire *Euro-Atlantico*, dall'altro, sottolinea l'autonomia semantica del cartografo fiammingo rispetto ai cartografi italiani e al gruppo di proiezioni caratterizzate da una chiave di lettura più *Euro-Mediterranea*, di cui fanno parte Agnese, Gastaldi e Ricci.

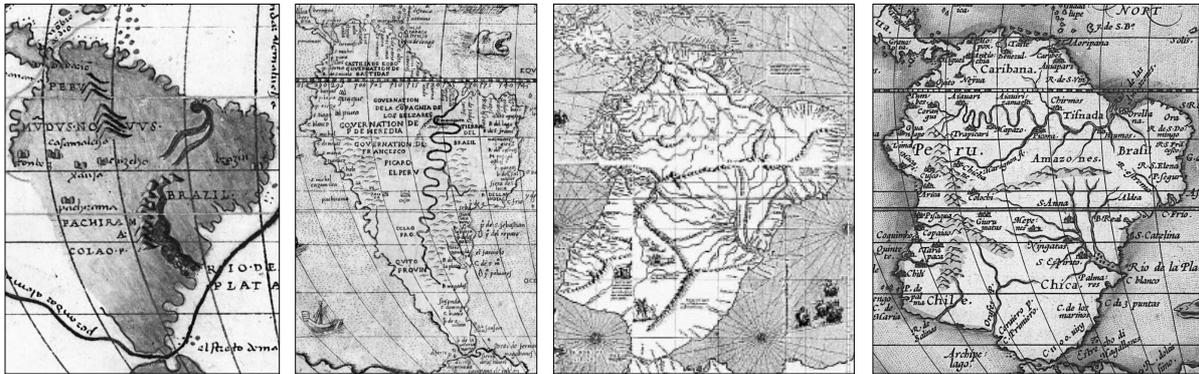


Figura 72. Il profilo di costa dell'America meridionale a confronto. Da sinistra: Agnese (1544), Gastaldi (1546), Mercatore (1569) e Ortelius (1570).

Il reticolo delle proiezioni ovali del XVI secolo, ampiamente utilizzato dai cartografi rinascimentali, soprattutto italiani, denota, all'inizio del secolo, un legame con la seconda proiezione di Tolomeo, progressivamente abbandonato verso la metà del secolo. Questo lavoro vuole focalizzare l'attenzione su un particolare sistema proiettivo utilizzato in epoca rinascimentale e in parte abbandonato nei secoli successivi. Attraverso questa ricerca, si è cercato di mettere in evidenza il *continuum* di informazioni e di conoscenza che permane nel corso del tempo: ciò risulta particolarmente evidente dato il chiaro rimando alla tradizione cartografica storica, e in particolar modo alla seconda proiezione di Tolomeo.

Attraverso l'applicazione dell'analisi tensoriale in ambito cartografico si è cercato, infine, di definire un metodo rigoroso e una possibile chiave di lettura per lo studio delle proiezioni storiche (Balletti *et al.*, 2017).

APPENDICE

Capitolo 8

Conclusioni e prospettive future

Durante lo svolgimento del dottorato sono stati analizzati alcuni aspetti relativi alla cartografia storica: le indagini sono state condotte su differenti casi studio nel corso degli anni, al fine di sperimentare le tecniche di digitalizzazione, georeferenziazione e di trattamento dei dati digitali, in grado di adattarsi meglio alla conservazione, valorizzazione e divulgazione del patrimonio cartografico storico.

In particolare, in questa ricerca ci si è focalizzati soprattutto nell'ultima fase del processo di conoscenza cartografico: attraverso l'applicazione di strumenti di analisi e di confronto si è cercato di delineare una procedura metodologica per lo studio della cartografia storica, esaminandola nelle sue due configurazioni principali. Abbiamo visto, infatti, il caso forse più ostico da indagare, ossia quando il documento non viene conservato integro fino ai giorni nostri, ma ne permane solo una descrizione prettamente numerica, e il caso più fortunato, in cui è invece possibile condurre le analisi direttamente sulla carta storica.

L'idea è nata dalla collaborazione tra il Laboratorio di Cartografia e GIS e il Laboratorio di Fotogrammetria dell'Università Iuav di Venezia con l'Università Aristotele di Salonicco e la permanenza del professor Evangelos Livieratos come *visiting professor* a Venezia.

In questo lavoro viene proposto e analizzato l'utilizzo di due differenti metodi, a seconda del dato di partenza, sia esso numerico o grafico; sono stati testati due possibili percorsi con lo scopo di definire una procedura metodologica a seconda del caso in analisi.

I moderni strumenti della Geomatica hanno consentito di studiare l'opera medioevale del *Liber* attraverso un'analisi non ancora sperimentata, confrontando i dati con quelli attuali, e fornendo uno spunto di riflessione, da indagare in futuro, sulla possibile origine pre-medioevale dei portolani. Inoltre, attraverso l'applicazione di un metodo innovativo, precedentemente testato dal gruppo di ricerca di Venezia e di Salonicco, è stato possibile condurre un'analisi approfondita su una tipologia di carte storiche, le proiezioni ovali del XVI secolo, lasciando aperti possibili sviluppi di ricerca per quanto concerne l'identificazione e lo studio delle proiezioni ignote.

Risulta evidente che l'esperienza proposta in questa tesi non esaurisce lo studio sui possibili trattamenti da applicare alle due tipologie di dati raccolti, ma offre anzi l'occasione per proporre degli altri: le tecniche geomatiche consentono una chiave scientifica di analisi e di lettura dei dati, ma necessitano anche una integrazione con saperi e gruppi di ricerca differenti per consentire una piena conoscenza delle informazioni analizzate.

In futuro, la ricerca intende focalizzarsi sullo sviluppo delle problematiche riscontrate durante il lavoro: da un lato, si vuole indagare in modo approfondito una possibile relazione dei portolani e delle carte nautiche medioevali con la tradizione cartografica antica, dall'altro, si cercherà di implementare un metodo numerico per studiare il set di carte rinascimentali dalla proiezione ignota.

Come è stato già evidenziato durante questo lavoro, l'importanza dell'identificazione dei toponimi è un tema che risulta sempre attuale e molto complesso da analizzare: sarà perciò necessario un confronto approfondito con studiosi e ricercatori storici sui toponimi identificati nello studio del *Liber*, soprattutto per quanto concerne la dubbia identificazione della toponomastica all'epoca di Tolomeo. La ricerca propone una metodologia applicativa per l'analisi dei dati storici; proprio per questo motivo, in caso di modifiche ai toponimi, basterà sostituire i valori e implementare nuovamente la procedura prestabilita.

Il presupposto alla ricerca qui presentata si fonda sulla consapevolezza del ruolo decisivo della cartografia storica, non solo per lo studio del territorio, ma anche per la conoscenza dell'evoluzione cartografica avvenuta nel corso dei secoli.

Nella nostra società, in cui i principali mezzi di comunicazione sono ormai visivi, il documento cartografico costituisce un messaggio incisivo e facilmente percepibile, anche da un pubblico non esperto del settore. Per questo motivo può e deve essere considerato uno strumento didattico molto importante, una base concreta per

un'analisi approfondita del territorio e delle sue diverse rappresentazioni a seconda del periodo storico.

Tutto ciò evidenzia e sottolinea l'importanza della diffusione dei risultati di ricerca ottenuti, affinché possano essere applicati in altri lavori, anche in ambiti differenti: diventa di fondamentale importanza il concetto di accessibilità a un patrimonio conoscitivo condiviso, che si avvalga dell'integrazione tra differenti professionalità e discipline, dell'impegno di ricercatori e di studiosi, per ottenere risultati e prodotti in grado di diventare potenti strumenti conoscitivi e divulgativi.

Bibliografia

Adami, A., Fregonese, L., Guerra, F., Livieratos, E., Tsioukas, V., 2007. *Digital representations and analysis of deformations induced in map supporting materials*. In: CIPA International Symposium, atti del convegno, Atene, Grecia, 1-6 ottobre 2007.

Amalvict, M., Livieratos, E., 1988. *Surface mapping of a rotational reference ellipsoid onto a triaxial counterpart through strain parameters*. In: «Manuscripta Geodaetica», vol. 13, n. 3, pp. 133-138.

Ballarin, M., Balletti, C., Gottardi, C., 2015. *Automatic systems for digitizing historical maps*. In: «e-Perimetron», vol. 10, n. 1, pp. 21-29.

Ballarin, M., Vernier, P., 2014. *Digitization of maps belonging to cultural heritage*. In: «e-Perimetron», vol. 9, n. 4, pp. 196-205.

Balletti, C., 2000. *Metodi analitici e quantitativi per lo studio del contenuto geometrico delle carte storiche*. Tesi di Dottorato di Ricerca in Scienze Geodetiche e Topografiche, 13° ciclo, Politecnico di Milano.

Balletti, C., 2006. *Georeference in the analyses of the geometric content of early maps*. In: «e-Perimetron», vol.1, n. 1, 2006, pp. 32-42.

Balletti, C., Boutoura, C., 2001. *Revisiting the projective properties of historic nautical maps of the Mediterranean and the Aegean*. In: ICA Conference Mapping the 21st Century, atti del convegno, Pechino, Cina, 6-10 agosto 2001.

Balletti, C., Ceregato, A., Gottardi, C., Rizzi, F., Vianello, A., 2016. *3D digitizing and web publishing of an ISMAR Cartographic Heritage: historical maps of Venice Lagoon*. In: «e-Perimtron», vol. 11, n. 2, pp. 47-56.

Balletti, C., Gottardi, C., 2015. *Analytical methods for the projective content of Coronelli's central Europe maps*. In: *Venezia e l'Europa Orientale tra il Tardo Medioevo e l'Età Moderna*, atti del convegno, Venezia, Corila Editore, pp. 22-33.

Balletti, C., Gottardi, C., Guerra, F., Livieratos, E., 2017. *Revisiting the sixteenth century oval maps with a cartographic strain analysis: from Contarini-Rosselli to Ricci*. In: «International Journal of Cartography» (in corso di stampa).

Balletti, C., Gottardi, C., Guerra, F., Tsioukas, V., Vernier, P., 2014. *Old map stretching. Case study of an old map in Corfù*. In: 9th International Workshop of ICA Commission Digital Technologies in Cartographic Heritage, atti del convegno, Budapest, Ungheria, 4-5 settembre 2014.

Barzaghi, R., Carrion, D., Migliaccio, F., Minini, G., Zambrano, C., 2012. *Strumenti GIS per il supporto agli studi storici: una proposta per l'innovazione dei metodi di ricerca*. In: 16^a Conferenza Nazionale ASITA, atti del convegno, Vicenza, Italia, 6-9 novembre 2012, pp. 167-170.

Bellomo, E., 2008. *Sapere nautico e geografia sacra alle radici dei portolani medioevali (secoli XII-XIII)*. In: *Dio, il mare e gli uomini*, «Quaderni di storia religiosa», vol. 15, pp. 215-241.

Bona, M., 2005. *L'Istituto di Studi Adriatici (1935-1945): l'ideologizzazione della memoria*. In: «Acta Histriae», vol. 13, n. 2, pp. 347-362.

Boutoura, C., 2000a. *On the possibility of associating a map projection to Mediterranean and Aegean Sea portolan-maps*. Dept. of Cadastre, Photogrammetry and Cartography, Università Aristotele di Salonicco.

Boutoura, C., 2000b. *Scoperta di un reticolo geografico in una carta nautica dell'Egeo del XVI secolo*. In: *Raggi di venti sul mare*, a cura di E. Livieratos, Hellenic National Centre for Maps and Cartographic Heritage, Salonicco, Grecia.

Boutoura, C., Livieratos, E., 1986. *Strain analysis for geometric comparisons of maps*. In: «The Cartographic Journal», vol. 23, n. 1, pp. 27-34.

Brotton, J., 2015. *La storia del mondo in dodici mappe*. Milano, Feltrinelli, 3^a ed.

Campbell, T., 1987. *Portolan charts from the late thirteen century to 1500*. In: *History of Cartography*, vol. 1, a cura di J. B. Harley e D. Woodward, Chicago, University Press.

Cantile, A., 2013. *Lineamenti di storia della cartografia italiana. Volume primo: dalle origini al Cinquecento*. Roma, Geoweb, pp. 134-146.

Carrion, D., Migliaccio, F., Minini, G., Zambrano, C., 2013. *Rappresentazione cartografica e condivisione di dati storici in ambiente GIS*. In: 17^a Conferenza Nazionale ASITA, atti del convegno, Riva del Garda, Italia, 5-7 novembre 2013, pp. 379-384.

Ceregato, A., Vianello, A., Balletti, C., Campiani, E., Gottardi, C., Menegon, S., Rizzi, F., Trincardi, F., 2014. *Le mappe e i portolani dell'Istituto di Studi Adriatici: valorizzazione di un patrimonio storico per la ricerca e la divulgazione*. In: 18^a Conferenza Nazionale ASITA, atti del convegno, 14-16 ottobre, Firenze, pp. 331-337.

Cristante, D. 2014. *Giorgio Sideri detto Callapoda da Candia, Europa (1561)*. In: *Per il bene della pace. Il lungo cammino verso l'Europa dalla pace di Bologna alla dichiarazione dei diritti dell'uomo (1530-1789)*, a cura di R. Santoro e A. Schiavon, Crocetta del Montello, Antiga, p. 38.

Dall'Aglio P.L., Di Cocco I., Marchetti G. 2002. *La cartografia storica per la ricostruzione del paesaggio antico: alcuni casi dell'Italia Padana*. In: 6^a Conferenza Nazionale ASITA, atti del convegno, Varese, pp. 55-60.

Dermanis, A., Livieratos, E., 1983a. *Dilatation, shear, rotation and energy analysis of map projections*. In: «Bollettino di Geodesia e Scienze Affini», vol. 42, n. 1, pp. 53-68.

Dermanis, A., Livieratos, E., 1984. *Deformation analysis of isoparametric telluroid mappings*. In: «Bollettino di Geodesia e Scienze Affini», vol. 43, n. 4, pp. 301-312.

Dermanis, A., Livieratos, E., Paraschakis, I., 1983b. *Applications of strain criteria in cartography*. In: «Bulletin Géodésique», vol. 57, pp. 215-225.

Gatta, Giorgia, 2010. *Valorizzazione di cartografia storica attraverso moderne tecniche geomatiche: recupero metrico, elaborazione e consultazione in ambiente digitale*. Tesi di Dottorato di Ricerca in Scienze Geodetiche e Topografiche, 22° Ciclo, Alma Mater Studiorum Università di Bologna.

Gatta, G., Bitelli, G., 2016. *A historical GIS for the comparison of past and present views: Bologna, yesterday and today*. In: 11th ICA Conference on Digital Approaches to Cartographic Heritage, atti del convegno, Riga, Lettonia, 20-22 aprile 2016, pp. 125-131.

Gautier Dalché, P., 1995. *Carte marine et portulan au XII^e siècle. Le Liber de Existencia Riveriarum et Forma Maris Nostri Mediterranei (Pise, circa 1200)*. Roma, Publications de l'École Française de Rome, vol. 203.

Gregory, I., Healey, R., 2007. *Historical GIS: structuring, mapping and analysing geographies of the past*. In: «Progress in Human Geography», vol. 31, n. 5, pp. 638–653.

Guerra, F., 1999. *Trasformazioni geometriche locali: trasformazione versus corrispondenza*. Tesi di Dottorato di Ricerca in Scienze Geodetiche e Topografiche, 12° ciclo, Politecnico di Milano.

Livieratos, E., 1978. *Techniques and problems in geodetic monitoring of crustal movements at tectonically unstable regions*. In: *Terrestrial and space techniques in earthquake prediction research*, a cura di Andreas Vogel, Wiesbaden, F. Vieweg & Sohn, pp. 515-531.

Livieratos, E., 1980. *Crustal deformations from geodetic measurements*. In: «*Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*», vol. 22, n. 88, pp. 255-260.

Livieratos, E., 2006. *On the study of the geometric properties of historical cartographic representations*. In: «*Cartographica*», vol. 41, n. 2, pp. 165-175.

Livieratos, E., 2016. *The Matteo Ricci 1602 Chinese World Map: the Ptolemaean Echoes*. In: «*International Journal of Cartography*» (in corso di stampa).

Medas, S. 2008. *Lo Stadiasmo o Periplo del Mare Grande e la navigazione antica. Commento nautico al più antico testo portolanico attualmente noto*. In: «*Gerión Anejos*», vol. 12, Madrid, Università Complutense.

Medas, S., 2009-2010. *Il più antico testo portolanico attualmente noto: lo ΣΤΑΔΙΑΣΜΟΣ ΗΤΟΙ ΠΕΡΙΠΛΟΥΣ ΤΗΣ ΜΕΓΑΛΗΣ ΘΑΛΑΣΣΗΣ - Stadiasmo o Periplo del Mare Grande*. In: «*Mayurqa*», Revista del Departament de Ciències Històriques i Teoria de les Arts – Universitat de les Illes Balears, vol. 33, pp. 333-364.

Nicolai, R., 2015. *The Premedieval Origin of Portolan Charts: New Geodetic Evidence*. In: «*The History of Science Society*», vol. 106, n. 3, pp. 517-543.

Parolo, C., 2010. *La cartografia storica da rappresentazione artistica a strumento metrico: Milano 1560 nella veduta di Lafrèry*. Tesi di Laurea specialistica in Architettura, Università luav di Venezia.

Ptolemaeus, C., 1516. *La Geografia di Claudio Tolomeo Alessandrino, Nuouamente tradotta di Greco in Italiano da Girolamo Ruscelli*. Venezia, Valgrisi, ETH-Bibliothek Zürich, Rar 414, copia consultata online: <http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-1861>.

Rastboud, A., 2014. *Strain Analysis of Common Map Projections in Iran Using Continuum Mechanics Concepts*. In: International Conference on Research in Engineering, Science and Technology, atti del convegno, maggio 2014.

Reignier, F., 1957. *Les systèmes de projections et leurs applications*. Parigi, Institut Géographique National, vol. 1.

Rinaudo, F., Agosto, E., Ardissonne, P., 2007. *GIS and WEB-GIS, commercial and open source platforms: general rules for Cultural Heritage documentation*. In: XXI International CIPA Symposium, atti del convegno, 1-6 ottobre 2007, Atene, Grecia.

Russo, L., 2013. *L'America dimenticata. I rapporti tra le civiltà e un errore di Tolomeo*. Mondadori, 2^a ed.

Snyder, J.P., 1987. *Map Projections – a Working Manual*. USGS Professional Paper 1395, Washington DC, US Government Printing Office.

Snyder, J.P., 1993. *Flattening the Earth: Two Thousand Years of Map Projections*. Chicago – London, University of Chicago Press.

Snyder, J.P., Voxland, P.M., 1994. *An Album of Map Projections*. USGS Professional Paper 1453, Washington DC, US Government Printing Office.

Tobler, W., 1966. *Notes on two projections*. In: «Cartographic Journal», vol. 3, n. 2, pp. 87-89.

Tonini, C. 2014. *Imago Europae*. In: *Per il bene della pace. Il lungo cammino verso l'Europa dalla pace di Bologna alla dichiarazione dei diritti dell'uomo (1530-1789)*, a cura di R. Santoro e A. Schiavon, Crocetta del Montello, Antiga, pp. 35-37.

Truesdell, C., Noll, W., 1965. *The non-linear field theories of mechanics*. In: *Encyclopedia of Physics*, vol. III/3, a cura di S. Fluegge, New York, Springer.

Tsioukas, V., Daniil, M., 2009. *3D digitization of historical maps*. In: «e-Perimetron», vol. 4, n. 1, pp. 45-52.

Tsioukas, V., Koussoulakou, A., Pazarli, M., Ploutoglou, N., Daniil, M., Stergiopoulou, I., 2012. *Scanning or digitizing in libraries? A test on the efficiency of dedicated bookscanning devices in digitizing bound atlases and maps*. In: «e-Perimetron», vol. 7, n. 4, pp. 163-169.

Tsorlini, A., 2011. *Claudius Ptolemy Geōgrafikē Yfēgēsis (Geographia): digital analysis, evaluation, processing and mapping the coordinates of Greece, the Mediterranean and the Black Sea, based on 4 manuscripts and 15 printed editions, from Vaticanus Urbinas Gr. 82 (13th cent.) until today. The new Catalogue "GeoPtolemy-9"*. Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria, Università Aristotele di Salonicco.

Sitografia

Agisoft Website: www.agisoft.com

ArcGIS Website: www.esri.com/software/arcgis/arcgis-for-desktop

Autodesk/AutoCAD Website: www.autodesk.com

Carte Nautiche Website (*ad vocem* Nautiche, Carte):
<http://www.treccani.it/enciclopedia/carte-nautiche> (Enciclopedia-Italiana)

IBM Website: www-03.ibm.com/software/products/it/spss-stats-base

Movable Type Scripts Website: www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html

Surfer Website: www.goldensoftware.com/products/surfer

USGS Website: www.usgs.gov

Nota relativa alle immagini

I materiali cartografici della Biblioteca dell'Istituto di Studi Adriatici ISMAR-CNR di Venezia sono stati inseriti su gentile concessione; le riproduzioni digitali degli stessi sono state realizzate dall'Università Iuav di Venezia. Le altre immagini presenti sono frutto di elaborazioni personali o provengono da siti internet di pubblico dominio. Il presente lavoro non è stato redatto per scopi commerciali; l'autrice rimane comunque a disposizione degli eventuali aventi diritto.