



POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Civile, Ambientale, Territoriale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Orientamento Infrastrutture di trasporto

**ANALISI DELLA POTENZIALITÀ DI UN
SISTEMA DI MONITORAGGIO BASATO SU
Distanziometri Laser- CASO
CERTIMOVE**

Relatore: Prof. Roberto Maja

Correlatore: Dr. Silvano Spada

Tesi di laurea di:
Gioele Gnechi, Matr. 841971

Anno accademico 2016/2017

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Prof. Roberto Maja, per avermi indicato la bellissima esperienza del tirocinio, il cui frutto è questo elaborato, e per la fiducia mostratami

Vorrei ringraziare inoltre il Dott. Silvano Spada per il gentilissimo supporto fornitomi.

Un particolare grazie è l'ing. Francesco Zaffaroni di Ferrovie Nord, per avermi accolto e guidato durante questi mesi di tirocinio

Vorrei ringraziare anche il Geom. Giorgio Pisani per la collaborazione e la disponibilità.

Per ultimi ma non ultimi, un particolare grazie alle persone a me care:

Ai miei stupendi genitori, che mi hanno permesso di arrivare fino a qui

Alla mia ragazza, Nene, per essermi stata pazientemente accanto ed avermi sempre supportato

INDICE

INDICE	1
INDICE FIGURE	3
INDICE DELLE TABELLE.....	5
INDICE DEI GRAFICI.....	5
SOMMARIO.....	7
ABSTRACT	8
1. INTRODUZIONE.....	9
1.1 INQUADRAMENTO GEOGRAFICO, GEOMORFOLOGICO E STORICO.....	10
1.2 MONITORAGGIO: STATO DELL'ARTE.....	12
1.3 SCELTA DEL SISTEMA: CERTIMOVE.....	15
2. ANALISI SCHEMA ATTUALE CON MOVIMENTI IDEALI	19
2.1 DEFINIZIONE SCHEMA ELEMENTARE	19
2.1.1 Sistemi di riferimento.....	19
2.1.2 Piano XY	21
2.1.3 Piano YZ	25
2.2 ANALISI PER SPOSTAMENTI.....	26
2.2.1 Cedimento s.....	26
2.2.2 Cinematica palina	27
2.2.3 Pura traslazione	29
2.2.4 Pura rotazione	41
3. MOVIMENTO MISTO e PROPOSTA METODO	57
3.1. IMPOSTAZIONE RETE DI RILEVAMENTO.....	58
3.2. DETERMINAZIONE DEGLI ANGOLI	60
3.3 RELAZIONI TRA I SISTEMI DI RIFERIMENTO- IMPOSTAZIONE MODELLO	63
3.4 PROPOSTA METODO	74
4 RILEVAMENTO ED OSSERVAZIONI IN LOCO	81
4.1 ANALISI DATI.....	85
5 CONCLUSIONI	91
Bibliografia e sitografia	93
ALLEGATO A.....	95
ALLEGATO B.....	103
PUNTO A.....	103
PUNTO B	107
PUNTO C	111

INDICE FIGURE

Figura 1.1-A Mappa sito monitoraggio.....	10
Figura 1.1-B Frana Luvinata 2002-vista dal basso	10
Figura 1.1-C Frana vista verso laveno.....	11
<i>Figura 1.1-D Punti di interesse monitoraggio.....</i>	12
Figura 1.3-A Schema rilevamento. Lettere=punti di misura; Numeri=punti di riflessione	16
Figura 1.3-B supporto di riflessione.....	17
Figura 1.3-C supporto fisso con distanziometro.....	17
<i>Figura 2.1-A riferimento YZ</i>	19
<i>Figura 2.1-B riferimento XY</i>	19
Figura 2.1-C Dettaglio esempio riferimento piastre riflessione	21
Figura 2.1-D Vista planimetrica riferimenti basetta e piastre riflessione.....	21
Figura 2.1-E riferimenti palina.....	21
<i>Figura 2.1-F Schema piano XY</i>	22
<i>Figura 2.1-G Quadrilatero misura piano XY.....</i>	23
<i>Figura 2.1-H Con un misuratore girevole.....</i>	24
<i>Figura 2.1-I Piano XZ.....</i>	25
<i>Figura 2.1-J Diversa altezza misuratori</i>	25
<i>Figura 2.2-A sistemi riferimento-spostamenti.....</i>	26
Figura 2.2-B Pura rotazione	28
<i>Figura 2.2-C Pura traslazione</i>	28
Figura 2.2-D Rotazione reale	28
Figura 2.2-E Rotazione-equivalente spostamento	29
<i>Figura 2.2-F Configurazione attuale</i>	30
<i>Figura 2.2-G Piastra verticale S_{vert}</i>	30
<i>Figura 2.2-H Piastra verticale S_{orizz}.....</i>	31
<i>Figura 2.2-I Piastra verticale S qualsiasi</i>	31
Figura 2.2-J Piastra inclinata S_{vert} -schema	32
<i>Figura 2.2-K Piastra inclinata S_{vert}.....</i>	32
<i>Figura 2.2-L Piastra inclinata S_{orizz}</i>	32
<i>Figura 2.2-M Piastra inclinata S_{orizz}-schema</i>	32
<i>Figura 2.2-N Traslazione qualsiasi.....</i>	34
<i>Figura 2.2-O Un misuratore girevole piano XY</i>	37
<i>Figura 2.2-P Schema triangolo 2 punti misura</i>	38
<i>Figura 2.2-Q Schema spostamento da due punti misura girevoli</i>	39
<i>Figura 2.2-R Spostamento sul piano XY, piastra.....</i>	40
Figura 2.2-S Dettaglio schema spostamento planimetrico su piastre.....	40
<i>Figura 2.2-T Effetto rotazione verticale.....</i>	41
Figura 2.2-U dettaglio rotazione.....	42
<i>Figura 2.2-V effetti diverse inclinazioni</i>	42
Figura 2.2-W riferimenti piastre	43
Figura 2.2-X Diversi assi di rotazione.....	43
Figura 2.2-Y Spostamento da strumento apposito.....	44
Figura 2.2-Z Rotazione rigida da $\theta_0 < 0$	46
Figura 2.2-AA rotazione rigida da $\theta_0 > 0$	47
Figura 2.2-BB Rotazione rigida da $\theta_0 < 0$ a $\theta_0 > 0$	48

<i>Figura 2.2-CC Rotazione rigida senza ϑ_0</i>	49
<i>Figura 2.2-DD rotazione rigida disassamenti</i>	50
Figura 2.2-EE rotazione rigida disassamenti dettaglio	50
Figura 2.2-FF rotazione rigida 2 assi	51
Figura 2.2-GG rototraslazione più assi	52
Figura 2.2-HH Rotazione 2 assi	53
<i>Figura 3-A Schema ipotizzato, piastra unica per lato, 2 distanziometri</i>	58
Figura 3.1-A Schema planimetrico- riferimento laser	60
Figura 3.1-B Schema planimetrico- riferimento asta	60
Figura 3.2-A Dettaglio piastra.....	60
Figura 3.2-B Sistemi riferimento planimetrici	60
Figura 3.2-C Dettaglio diverse posizioni CIR piastra	61
Figura 3.2-D Dettaglio schema calcolo spostamenti piastra	61
Figura 3.2-F Calcolo inclinazioni relative, Schema piano X"Z"	62
Figura 3.2-E Schema planimetrico calcolo inclinazioni relative	62
Figura 3.3-A elenco sistemi riferimento	64
Figura 3.3-B schema coordinate cilindriche	64
Figura 3.3-C Proiezione angolo coordinate cilindriche su piani	65
Figura 3.3-D Dettaglio rotazione piastra attorno perno.....	68
Figura 3.4-A Rilievo su piastra	75
Figura 3.4-B Esempio proiezione da piastra su XY.....	76
Figura 3.4-C Schema componenti misurati in caso di rotazione	77
Figura 3.4-D Componenti spostamento in caso di unica traslazione	77
Figura 3.4-E Esempio Quadrilatero per Spostamento con laser	78
Figura 3.4-F Dettaglio elementi possibili per operazioni con quadrilatero.....	78
<i>Figura 4-A Dettaglio aree, punti monitorati e punti di misura</i>	81
<i>Figura 4-B</i>	81
Figura 4-C Punto di riflessione.....	82
Figura 4-D Dettaglio piastre di riflessione	82
<i>Figura 4-E Dettaglio- inserimento malta cementizia</i>	82
<i>Figura 4-F Punto di misura con distanziometro</i>	83
<i>Figura 4-G Foto punto B</i>	83
Figura 4-H Foto piastra e Laser	84
Figura 4-I Laser su supporto per calibrazione	85
Figura 4-J punto collimato per calibrazione	85

INDICE DELLE TABELLE

<i>Tabella 1-A</i>	13
<i>Tabella 1-B</i>	13
<i>Tabella 1-C</i>	13
<i>Tabella 1-D</i>	13
<i>Tabella 1-E</i>	14
<i>Tabella 1-F</i>	14
<i>Tabella 1-G</i>	14
<i>Tabella 1-H</i>	14
<i>Tabella 1-I</i>	15
<i>Tabella 1-J</i>	15
<i>Tabella-2-A</i>	29
<i>Tabella 2-D</i> Dettaglio piastre piano $X_b Y_b$	67
<i>Tabella 4-A</i> Setting punto A.....	85
<i>Tabella 4-B</i> Setting punto B.....	85
<i>Tabella 4-C</i> Setting punto C.....	85
<i>Tabella 4-D</i> Setting punto D.....	85

INDICE DEI GRAFICI

<i>Grafico 1- misurazioni punto A piastre n. 1</i>	84
<i>Grafico 2</i> Spostamenti rilevati punto A.....	87
<i>Grafico 3</i> Spostamenti rilevati punto B.....	87
<i>Grafico 4</i> Spostamenti rilevati punto C.....	88
<i>Grafico 5</i> Spostamenti rilevati punto D.....	88

SOMMARIO

I dissesti idrogeologici, come noto, hanno sempre avuto un forte impatto sui sistemi di trasporto, con effetti ancor più rilevanti nel caso di reti poco ramificate come quella ferroviaria che, spesso, non offre alternative valide di collegamento in caso di inagibilità di un arco.

Il controllo di possibili cedimenti del rilevato ferroviario rappresenta, per il Gestore della linea, un impegno finalizzato al mantenimento di alti standard di sicurezza.

Un caso particolare di dissesto sono le frane superficiali che, nonostante limitati volumi e aree interessate, presentano difficoltà nell'individuazione delle zone a rischio e possibilità di inneschi improvvisi.

A seguito di un evento franoso nel 2002 in zona Luvinata, Ferrovie Nord ha individuato delle aree a rischio da controllare.

Tra le varie opzioni possibili, Ferrovie Nord ha optato per un adattamento di una tecnologia già consolidata– in uso presso RFI – per il monitoraggio della Lunga Rotaia Saldata, messo a punto dalla ditta Pisani di Voghera.

Il nuovo sistema, denominato CERTIMOVE, è basato sulla misura, tramite distanziometro commerciale laser, di distanze tra “supporti fissi” e “supporti di riflessione” infissi nel lato reputato “potenzialmente mobile”.

In occasione del mio tirocinio presso Ferrovie Nord, ho avuto l'occasione di partecipare allo sviluppo di questo monitoraggio.

L'obiettivo della presente Tesi, è pertanto lo studio delle potenzialità del sistema di rilevamento installato in termini di efficacia, capacità di trasmissione ed elaborazione dati, versatilità, e di basso costo.

A partire dalla configurazione del sistema, L'elaborato parte con una analisi geometrico-cinematica, volta a definire le incognite monitorabili e le possibili configurazioni della strumentazione, anche nel caso di una sua evoluzione.

Ferrovie Nord ha messo a disposizione i dati delle misure effettuate, che costituiscono il “punto di partenza” della Tesi stessa.

In contemporanea alle analisi sopra descritte, si è proceduto a verificare sul campo l'affidabilità della strumentazione con dei primi rilievi.

I dati rilevati hanno fornito e forniscono, essendo il sistema comunque sempre disponibile, un efficace supporto per il Gestore della rete, al fine di individuare criticità e prevenire tempestivamente eventi critici.

ABSTRACT

The landslides, as known, have always had a strong impact on transport systems, with even more relevant effects in the case of less branched networks such as railways, that often does not offer valid connection alternatives in the case of an arc inagibility.

The control of possible failure of the railway's slopes represents, for the line Manager, a commitment to maintain high safety standards.

A particular case of disaster are soil creeps that, despite limited volumes and areas, have difficulty in identifying areas at risk and the possibility of sudden triggers.

Following a landslide event in 2002 in the Luvinate area, Ferrovie Nord identified some critical areas to be controlled.

Among the various possible options, Ferrovie Nord opted for an adaptation of a well-established technology – used by RFI - for monitoring the Long Welded Rail, developed by Pisani company of Voghera.

The new system, called CERTIMOVE, is based on the measurement of distance, with Leica disto d810 instrument, between "fixed supports" and "reflective supports" on the "potentially mobile" side.

During my internship at Ferrovie Nord, I had the opportunity to participate in the development of this monitoring.

The aim of this dissertation is therefore to study the potential of the detection system installed, in terms of efficiency, data transmission capability ,data processing, versatility, and cheapness.

Starting from the system configuration, the elaborate starts with a geometric-kinematic analysis, designed to define the unknowns that can be monitored and the possible configurations of the instrumentation, even in the case of its evolution.

Ferrovie Nord has provided the measurement data, qich constitute the “starting point” of the Thesis itself

Simultaneously to the above analysis, we proceeded to verify in the field the reliability of the instrumentation, with the first reliefs.

The collected datas provided and provide, as the system is always available, an effective support for the Network Manager, in order to identify critical issues and to prevent critical events in a timely manner.

1. INTRODUZIONE

I dissesti idrogeologici hanno sempre avuto un forte impatto sui sistemi di trasporto, riducendo od interrompendo interi archi di rete, con le relative conseguenze riguardo a sicurezza, disservizi e costi.

Questi eventi hanno effetti ancor più rilevanti nel caso di reti poco ramificate, come può essere quella ferroviaria che, spesso, non offre alternative di collegamento in caso di inagibilità di un arco.

Un caso particolare di dissesto sono le frane superficiali: esse si sviluppano, con maggior frequenza, in ambiente prealpino ed in zone collinari, coinvolgendo per lo più limitate porzioni superficiali dei terreni.

Nonostante i limitati volumi interessati e le ridotte ampiezze areali, la difficoltà nel prevederne l'ubicazione e i possibili inneschi improvvisi, dovuti alla saturazione delle coltri, non concedono di sottovalutare questi fenomeni.

Per quanto riguarda il sistema ferroviario, gli effetti a breve termine per la circolazione, la scarsa prevedibilità e i danni possibili in caso di incidente per svuotamento della massicciata lo rendono un fenomeno non meno importante di altri più ampi e complessi.

Per far fronte a questi fenomeni, è necessario compiere indagini conoscitive che permettano di individuare le aree a rischio, che dovranno successivamente essere monitorate.

Le caratteristiche di scarse volumetrie, aree contenute ma in numero elevato delle frane superficiali, tuttavia, richiedono un tipo di controllo che sia il più snello possibile, adattabile, di rapido impiego e di costi contenuti.

Altri requisiti importanti sono un "facile utilizzo e con dati che possano essere gestiti ed archiviati in modo automatico" ed una "riconosciuta efficienza decisionale che consenta al gestore di intervenire tempestivamente nei luoghi dove sia stata riscontrata una anomalia della misura stessa" . (Carri, Malavasi, & Napoleoni, 2016)

In seguito a passati eventi franosi, Ferrovie Nord ha individuato aree da sottoporre a controllo.

In occasione dello svolgimento di un tirocinio, la Società ha consentito all'estensore della presente Tesi di partecipare alle attività di monitoraggio delle suddette aree.

In particolare questo elaborato si focalizza sullo studio ed implementazione di un sistema (in questo caso discontinuo) posizionato in un tratto della linea Varese-Laveno.

L'obiettivo di tale attività, era quello di individuare il modo, più efficace ed a basso costo, per poter controllare le aree critiche, fornendo dati utili per interventi preventivi. Altro sviluppo a cui guardare, era l'eventuale possibilità di segnalare tempestivamente eventi critici alla circolazione, onde evitare di minarne la sicurezza.

Nel presente elaborato si tratterà la prima fase dello studio, focalizzata sulla possibilità di individuare i cinematismi del versante e sulle caratteristiche del metodo impiegato.

1.1 INQUADRAMENTO GEOGRAFICO, GEOMORFOLOGICO E STORICO

La linea ferroviaria da Varese a Laveno si snoda per circa 23 km in direzione Nord-Sud ad una quota di circa 345 m s.l.m, tagliando le pendici occidentali del Massiccio del Campo dei Fiori, come meglio evidenziato nella figura 1.1.A.

Tra le fermate di Morosolo e Barasso (Km 55+682 e Km 57+972), la linea monobinario attraversa un territorio particolarmente delicato da un punto di vista geomorfologico, con la presenza di numerosi affioramenti acquiferi e corsi d'acqua che fendono gli estesi terrazzi di depositi di origine glaciale e fluvio-glaciale.

In particolare, nella zona in esame, si trova il corso del torrente Tinella che, per le sue caratteristiche

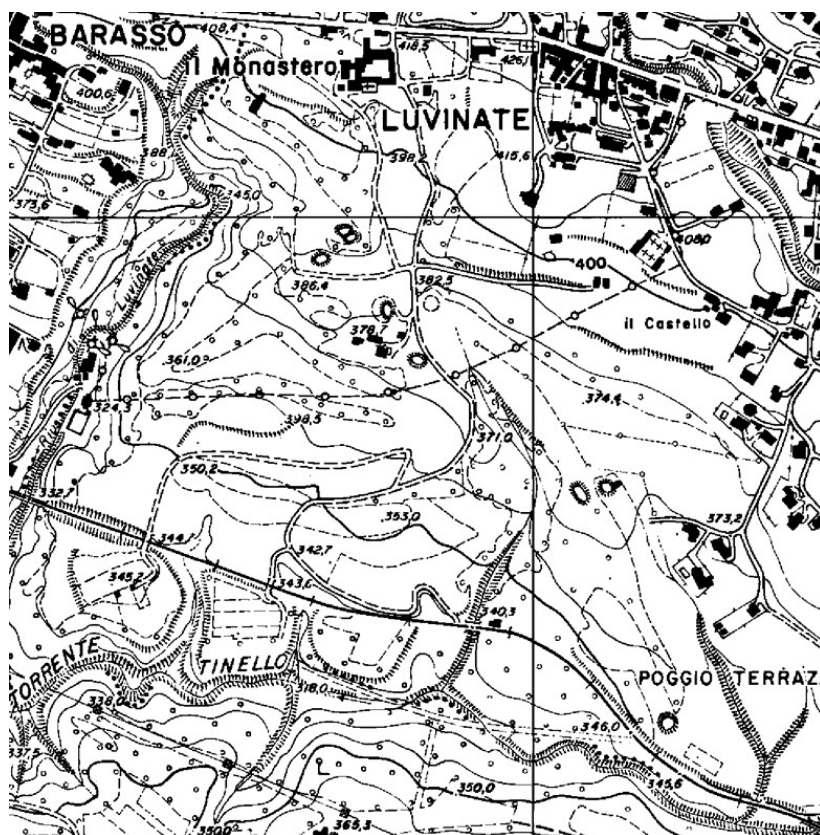


Figura 1.1-A Mappa sito monitoraggio

idrologiche, risponde alle precipitazioni atmosferiche con aumenti di portata considerevoli e tempi di corrivazione ridotti.

Proprio a seguito di una violenta perturbazione che ha interessato la provincia di Varese nel maggio 2002, nei pressi di una tombinatura al km 35+694, si era generato un movimento franoso di cospicue dimensioni.

Esso è poi evoluto, verso valle, in una colata di detrito depositatasi nell'alveo del suddetto corso d'acqua (vedi figura 1.1.B).

Il fronte superiore del dissesto ha interessato la sede ferroviaria rendendo di fatto impraticabile l'intera tratta e causando l'interruzione del servizio ferroviario.



Figura 1.1-B Frana Luvinate 2002-vista dal basso

In occasione di tale evento ed in seguito degli interventi per ripristinare la linea, sono state effettuate indagini geologiche più approfondite, comprendenti 9 sondaggi e prove in foro SPT.

Il pendio su cui insiste la sede ferroviaria risulta da “mediamente” a “molto acclive”, con pendenze medie attorno ai 28° e massimi oltre i 40° (vedi figura 1.1.C).



Figura 1.1-C Frana vista verso laveno

A monte della sede ferroviaria (lato campo Golf), il pendio ha una limitata estensione e le acque, libere di ruscellare, vengono raccolte dalla canalina di monte e convogliate verso il tombino. Solo una minima parte di acque ruscellanti può infiltrarsi a monte della nicchia del dissesto.

Nell'area di esecuzione dei sondaggi si osserva che le coperture, costituite da depositi sciolti di natura sabbiosa o limosa, hanno spessori di pochi metri, con un primo orizzonte di riporto antropico (da 2m a 8,5m in corrispondenza della tombinatura), molto probabilmente risalente alla realizzazione della linea ferroviaria.

Si è osservata una notevole variabilità stratigrafica nel basamento, sia verticale, ma soprattutto laterale, con orizzonti difficilmente correlabili, di cui è possibile ipotizzare una geometria a lente.

A livello idrologico, non sono state attraversate falde idriche di rilievo, tuttavia è presente anche in periodi scarsamente piovosi una elevata umidità nei depositi superficiali, dove è possibile che si formino piccole falde sospese all'interno dei depositi superficiali, specialmente in concomitanza di eventi meteorici intensi.

Questi elementi, i precedenti eventi e il riconoscimento di indizi riguardo scivolamenti e colate attivi e quiescenti, che interessano in genere i depositi superficiali, hanno portato ad individuare 8 aree critiche, con i relativi interventi di sistemazione.

A seguito di queste operazioni, a scopo precauzionale, è stato disposto un monitoraggio delle scarpate di valle, riservando particolare attenzione a quattro punti (Figura 1.1-D) che saranno le aree dedicate al caso di studio riportato.



Figura 1.1-D Punti di interesse monitoraggio

1.2 MONITORAGGIO: STATO DELL'ARTE

Il monitoraggio ha come scopo il controllo dell'evoluzione di determinate grandezze nel tempo, con il fine di osservare l'evoluzione di un fenomeno.

Il tipo di monitoraggio che si vuole applicare all'area di indagine, è un monitoraggio di tipo superficiale, basato quindi sullo studio della geometria dell'area interessata ed i suoi cinematismi.

In linea generale, gli strumenti utilizzati in questi tipi di monitoraggio con le proprie caratteristiche sono:

- Spie
- Griglie
- Clinometri o tiltmetri
- Estensimetri
- Distometri
- Strumenti topografici in generale
- Global Position System
- Interferometria radar
- Laser scanning

1. Spie

Sono costituite da sbarrette di vetro o di gesso che vengono cementate ai due lati di una fessura (per es. su un edificio sul corpo di frana).

La loro rottura la presenza di movimenti differenziali in atto

PRO	CONTRO
Costo	Accesso al sito
Facilità installazione	Non automatizzabili
	Misure monodirezionali

	Vita tecnica breve
	Dati 'indiretti'
	No indicato per terreni
	Area limitata

Tabella 1-A

2. Griglie

Rispetto alle spie forniscono anche un'indicazione dell'entità del movimento, stimando degli spostamenti relativi tra due parti di una frattura o di una lesione strutturale.

PRO	CONTRO
Costo	Accesso al sito
Facilità installazione	Non automatizzabili
Vita tecnica lunga	Misura di componenti
	Dati 'indiretti'
	No indicato per terreni

Tabella 1-B

3. Distometri e fessurimetri

Misurano degli spostamenti relativi tra due parti di una frattura o di una lesione strutturale

PRO	CONTRO
Costo	Accesso al sito
Facilità installazione	Non automatizzabili
Vita tecnica lunga	Misure monodirezionali
1 strumento – N misure	Dati 'indiretti'
	Poco indicato per terreni

Tabella 1-C

4. Estensimetri

Misura della deformazione di un elemento

PRO	CONTRO
Costo	Misure monodirezionali
Facilità installazione	Dati 'indiretti'
Vita tecnica lunga	Necessità di rete
1 strumento – N misure	Nel caso fosse a filo, impossibilità di attraversamento (es treno)
Accesso solo per installazione	

Tabella 1-D

5. Clinometri e tiltmetri

Misurano delle variazioni di inclinazione della superficie del terreno o di strutture

PRO	CONTRO
Facilità installazione	Elevato costo per punto
Vita tecnica lunga	Interpretazione dati
Elevata risoluzione	Furto/vandalismo
Automatizzabile	

Tabella 1-E

6. Monitoraggio topografico

Mediante l'impiego di teodoliti, tacheometri, distanziometri laser, stazioni totali. Può essere anche automatizzato.

Permette di misurare le distanze tra punti.

PRO	CONTRO
Elevata risoluzione	Costo
Automatizzabile	Meteo/illuminazione
1 strumento – N misure	Furto/vandalismo
	Accesso alla frana
	Vita tecnica

Tabella 1-F

7. Monitoraggio GPS

Misura della posizione assoluta di punti in superficie

PRO	CONTRO
1 strumento – N misure	Costo
Elevata risoluzione	Accesso alla frana
Automatizzabile	Interpretazione dati
Misure 3D	

Tabella 1-G

8. Interferometria radar

Misura della variazione nel tempo della posizione di punti in superficie in funzione della differenza di fase di onde elettromagnetiche

- **da satellite**

PRO	CONTRO
Elevata risoluzione	Costo
Serie storiche	Esposizione versante
Dato areale	Interpretazione dati
Misure 3D (componenti)	Tempi di rivisitazione
Non necessario accesso	
Indipendenza illuminazione	

Tabella 1-H

- da terra

PRO	CONTRO
Elevata risoluzione	Costo
Automatizzabile	Posizione versante
Dato areale	Interpretazione dati
Misure 3D (componenti)	
Non necessario accesso	
Indipendenza illuminazione	
Tempi di rivisitazione	

Tabella 1-I

9. Laser scanning

Misura della variazione nel tempo della posizione di punti in superficie in funzione del tempo di volo di onde elettromagnetiche

PRO	CONTRO
Elevata risoluzione	Costo
Dato areale	Misura discreta
Non necessario accesso	Variazione della vegetazione

Tabella 1-J

Gli strumenti principalmente utilizzati per il monitoraggio dei terreni, dal classico rilievo topografico al laser scanning, sono tutti caratterizzati da costi elevati e necessità di operatori specializzati.

Molte tecnologie moderne risultano molto suscettibili al variare della vegetazione (es. fotogrammetria), che andrebbe eliminata il più possibile per riuscire a rilevare il versante.

Le ridotte ampiezze areali, inoltre, rendono molto onerose tecnologie complesse, come per esempio il GPS.

1.3 SCELTA DEL SISTEMA: CERTIMOVE

Per ottenere gli obiettivi precedentemente descritti, Ferrovie Nord ha scelto, tra i vari sistemi possibili, di adattare e sviluppare un sistema brevettato basato su distanziometri laser.

Tale sistema messo a punto dalla ditta Pisani di Voghera, denominato CERTIRAIL 2, è impiegato già da anni da RFI per monitorare il comportamento, sotto esercizio, della Lunga Rotaia Saldata, attraverso la valutazione dei suoi scorrimenti longitudinali.

In sintesi si tratta di un distanziometro laser di alta precisione utilizzato come se fosse un estensimetro di superficie "attraversabile" dai convogli ferroviari:

applicato ad una serie di supporti fissati sul lato “a monte” della ferrovia (ritenuto stabile), misurerà la distanza di alcune piastre di riflessione solidali alla sommità delle scarpate instabili individuate.

Lo schema applicativo è riportato nella seguente figura 1.3-A.



Figura 1.3-A Schema rilevamento. Lettere=punti di misura; Numeri=punti di riflessione

Il sistema, denominato “CERTIMOVE”, comprende una componente hardware e una componente software.

Il cuore del sistema è costituito da un distanziometro (Leika d810) montato su un supporto brevettato dalla Pisani e trasferibile, in successione, sui vari supporti.

In situ sono stati posizionati:

- 6 supporti “di misura” (lato monte) (in Figura 1.3-A denominati A, B, C, D, E, F)
- 4 supporti “di riflessione” (lato valle) (in Figura 1.3-A denominati 1, 2, 3, 4).

I pali dei supporti sono costituiti da travi “a H” in metallo zincato lunghe 3 m: nel primo caso (lato monte) sono solidali a un muro di sostegno in c.a., nel secondo caso (lato valle) sono infissi nel terreno cedevole tramite battitura per una profondità non inferiore a 1.5 m. Nella Figura 1.3-B e nella Figura 1.3-C sono riportati i dettagli dei due rispettivi tipi di supporto.

Da notare che ogni “supporto di riflessione” è mirato da una coppia di “supporti di misura”, per avere sempre la possibilità di controllare che vi sia una concordanza nelle misure ed eliminare eventuali

Per quanto riguarda la parte software, invece, è stato sviluppato un apposito programma di raccolta e gestione delle misure. Esso permette, tramite il supporto di un tablet, la raccolta, l’ordinazione e l’esportazione delle stesse su un supporto digitale o, facoltativamente, su un server dedicato



Figura 1.3-C supporto fisso con distanziometro



Figura 1.3-B supporto di riflessione

2. ANALISI SCHEMA ATTUALE CON MOVIMENTI IDEALI

Si procede nello studio delle potenzialità con una analisi geometrico-cinematica.

In primo luogo si definiranno le caratteristiche dello schema di rilevamento.

Successivamente si analizzerà la possibilità di rilievo delle incognite cinematiche, il tutto al variare del tipo di spostamento cui è soggetta la trave: rotazione o traslazione.

2.1 DEFINIZIONE SCHEMA ELEMENTARE

Lo schema base di misurazione di compone di:

1. Una palina composta da una trave con profilo H di 3 m, infissa nel terreno per 1,5m con:
 - Piastre di riflessione pseudo-verticali
 - Piastre di riflessione inclinateCiascuna piastra corrisponde ad un punto di riflessione
2. Due travi solidali con il muro in calcestruzzo, ciascuna delle quali alloggia due punti di misura riferiti alla palina

Si hanno quindi 4 misure in totale, 2 su piastre pseudo-verticali e 2 su piastre inclinate

2.1.1 Sistemi di riferimento

Per una migliore trattazione, definiamo un sistema di riferimento globale X,Y,Z, posto al centro della trave di supporto dei primi due distanziometri, tale da definire il seguente schema di rilievo:

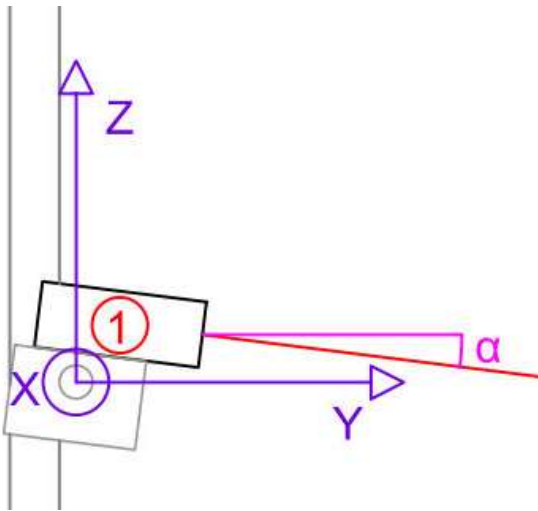


Figura 2.1-A riferimento YZ

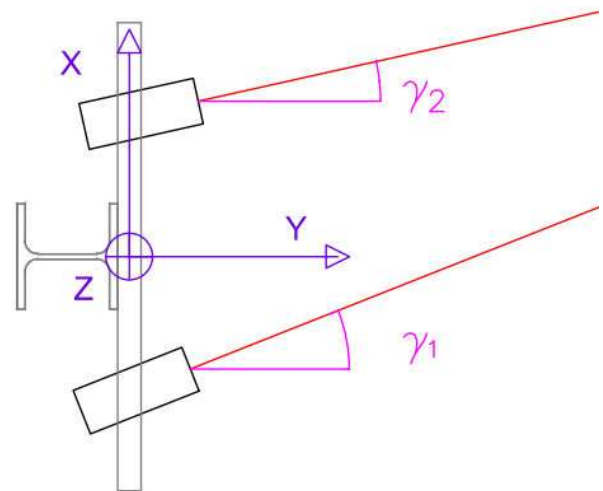


Figura 2.1-B riferimento XY

Introduciamo inoltre, un sistema di riferimento per le piastre ed uno per la palina

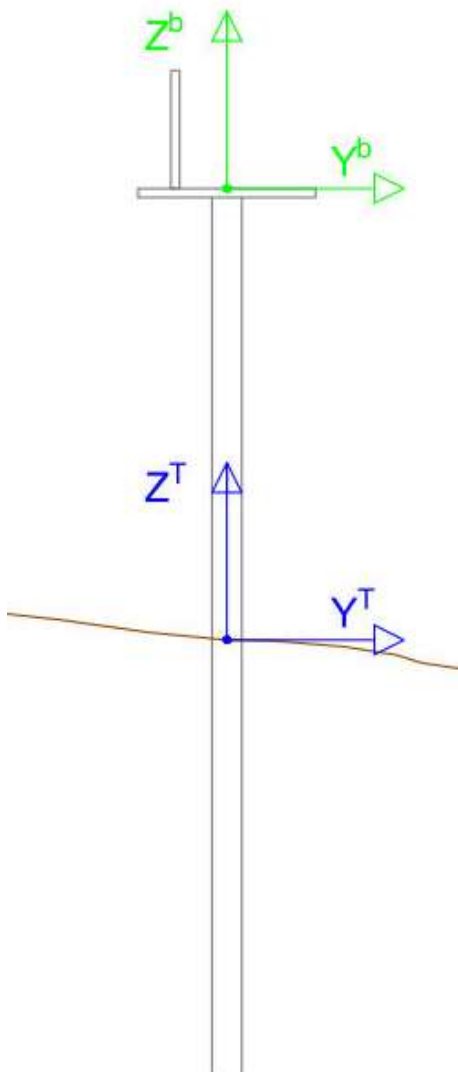


Figura 2.1-E riferimenti palina

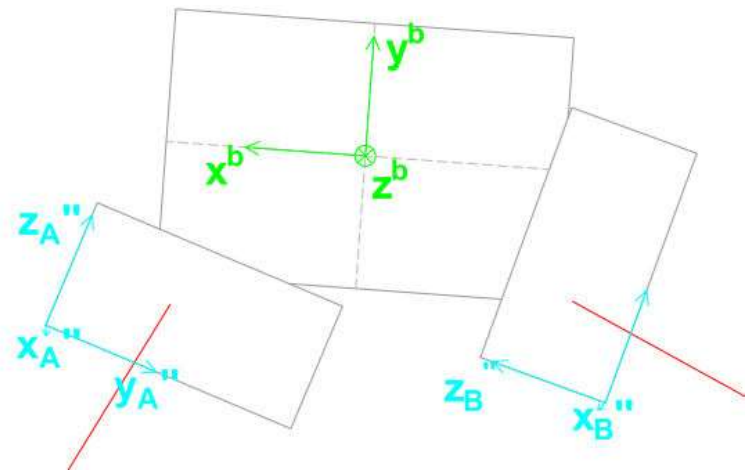


Figura 2.1-D Vista planimetrica riferimenti basetta e

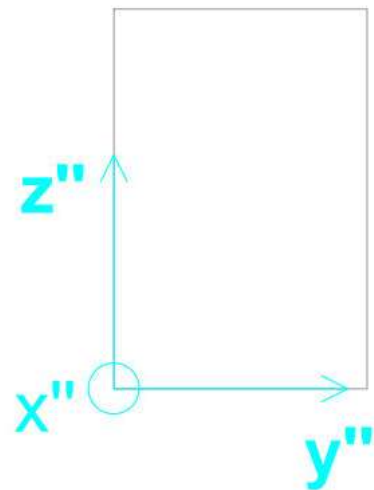


Figura 2.1-C Dettaglio esempio riferimento piastre riflessione

L'idea è di definire la traslazione nel piano YX con le piastre verticali e lo spostamento rispetto a \vec{Z} con quelle inclinate.

Essendo le misurazioni tutte differenti (inclinazioni, angoli zenitali, punti di riflessione etc.), occorre determinare per ognuna di esse la sua componente X,Y,Z, per poter confrontare i dati e comprendere i movimenti reali del punto di misurazione.

Si procede con una analisi per piani YX e YZ

2.1.2 Piano XY

Lo schema di misurazione attuale è il seguente:

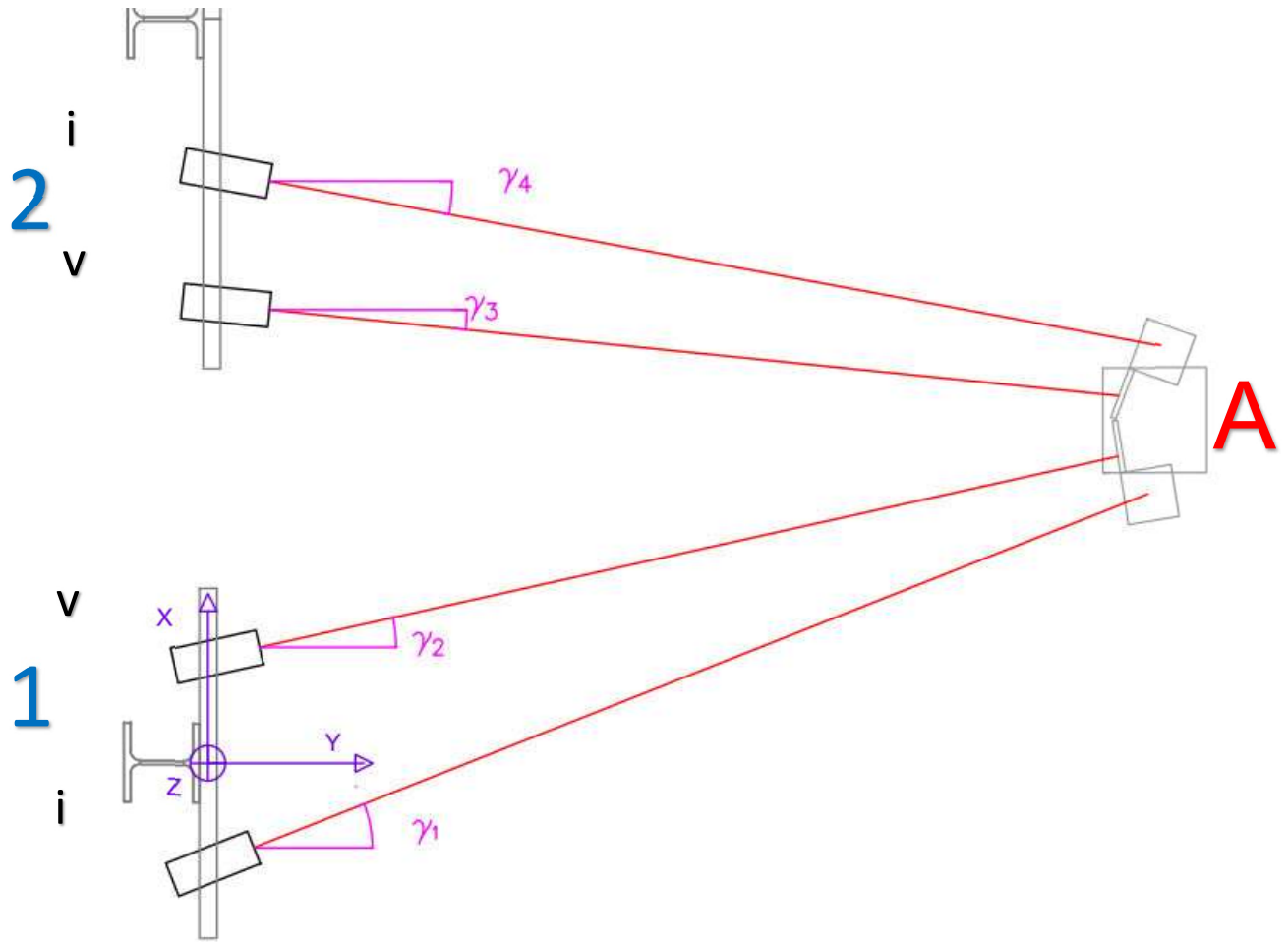


Figura 2.1-F Schema piano XY

Per poter confrontare le componenti delle misure nei punti 1 e 2, bisognerebbe conoscere gli angoli γ_i , oppure anche solo la loro differenza (es. $\gamma_1 - \gamma_2$), in questo modo si riuscirebbero ad avere le componenti X,Y,Z delle distanze sia dal punto 1 che dal punto 2.

Un modo per determinare tali angoli, potrebbe essere calcolando il quadrilatero abcd da essi formato:

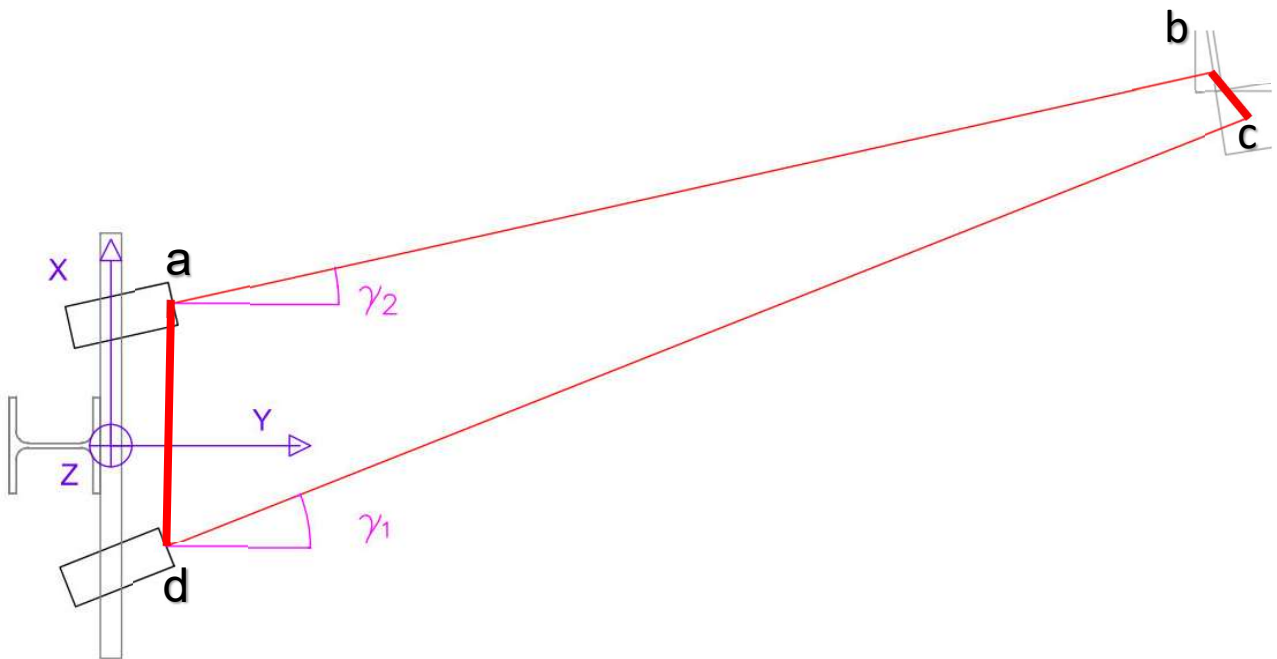


Figura 2.1-G Quadrilatero misura piano XY

I segmenti \overline{bc} e \overline{ad} sono misurabili da un operatore, tuttavia questa operazione può essere soggetta ad errori ed imprecisioni

Se si utilizzasse una base girevole in grado di segnare gli angoli di rotazione, oppure un distanziometro in grado di rilevare l'ampiezza degli angoli, si potrebbe effettuare le misurazioni da un unico punto:

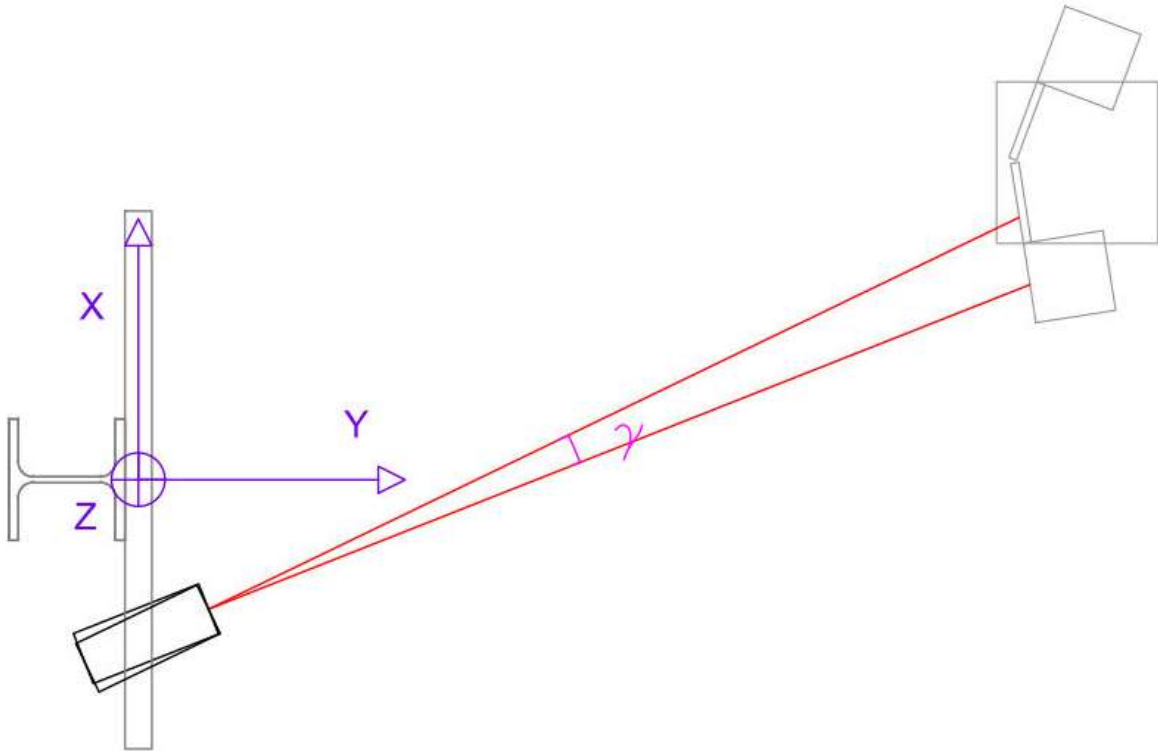


Figura 2.1-H Con un misuratore girevole

Conoscendo l'angolo tra le due misurazioni, infatti, si potrebbe già confrontare le distanze.

La misura diretta degli angoli permetterebbe di risolvere anche il confronto tra punti di misurazione 1 e 2:

Non avendo un punto fisso misurato da ambo le parti, è impossibile effettuare una triangolazione come nelle reti topografiche, risulterebbe anzi un quadrilatero come per $abcd$, che avrebbe difficoltà di calcolo anche nella distanza tra i punti 1 e 2;

questo comporta una incapacità di rapportare i dati.

Il procedimento di collimazione, tuttavia, risulterebbe complicato: piccole variazioni di angoli planimetrici comportano grandi spostamenti a distanze elevate

2.1.3 Piano YZ

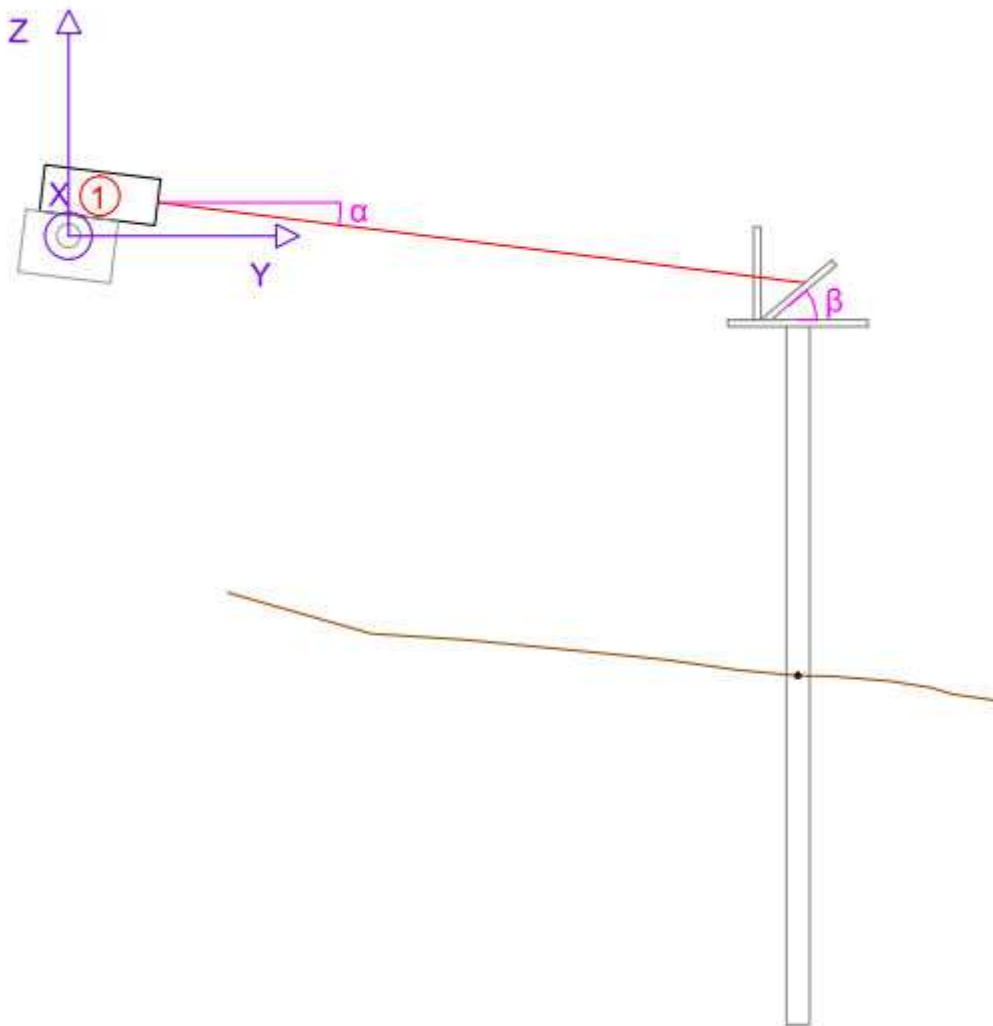


Figura 2.1-I Piano XZ

La mancata messa in bolla della traversa di supporto, porta ad una differenza di altezza iniziale dei misuratori posti sulla traversa:

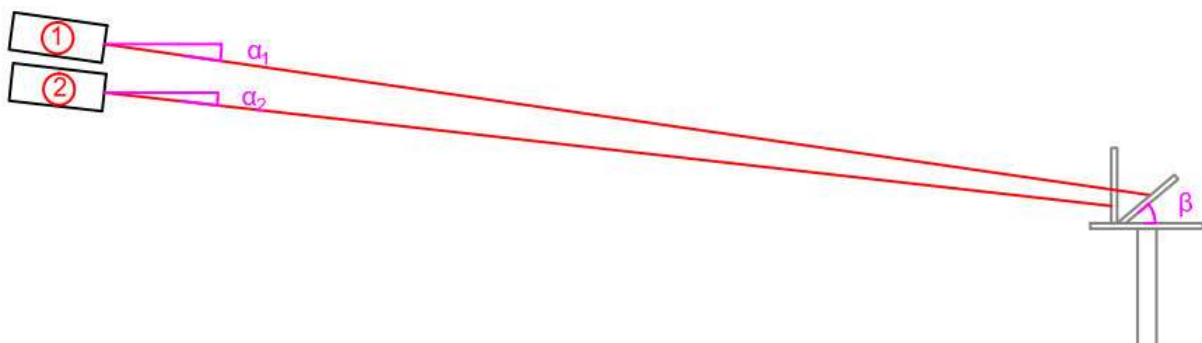


Figura 2.1-J Diversa altezza misuratori

Tuttavia, questo aspetto potrebbe trascurabile ragionando su differenze di spostamenti, in quanto una costante che verrà eliminata durante i calcoli.

Leggendo al tempo iniziale l'inclinazione della traversa e tutte le caratteristiche geometriche del punto di misurazione, si verrebbe comunque a conoscere le entità delle differenze.

L'angolo α è rilevato direttamente dallo strumento, quindi vi è la possibilità di confrontare le grandezze lungo le direzioni \vec{Y} e \vec{Z} .

Certamente tenere gli $\alpha_i = \text{cost}$ permetterebbe di ridurre il numero di operazioni analitiche da compiere per confrontare i dati, riducendo complessità ed errori.

L'inclinazione β viene determinata dal supporto vincolato alla piastra verticale, tuttavia è da notare che nel sistema globale (X,Y,Z) esso può essere soggetto ad imprecisioni dovuta ad una infissione della trave di supporto non in bolla; sarà dunque da considerarsi diminuito (o aumentato) di un angolo $\theta_T(t=0)$.

2.2 ANALISI PER SPOSTAMENTI

2.2.1 Cedimento s

Un cedimento del terreno si tradurrà in uno spostamento con le rispettive componenti X,Y,Z:

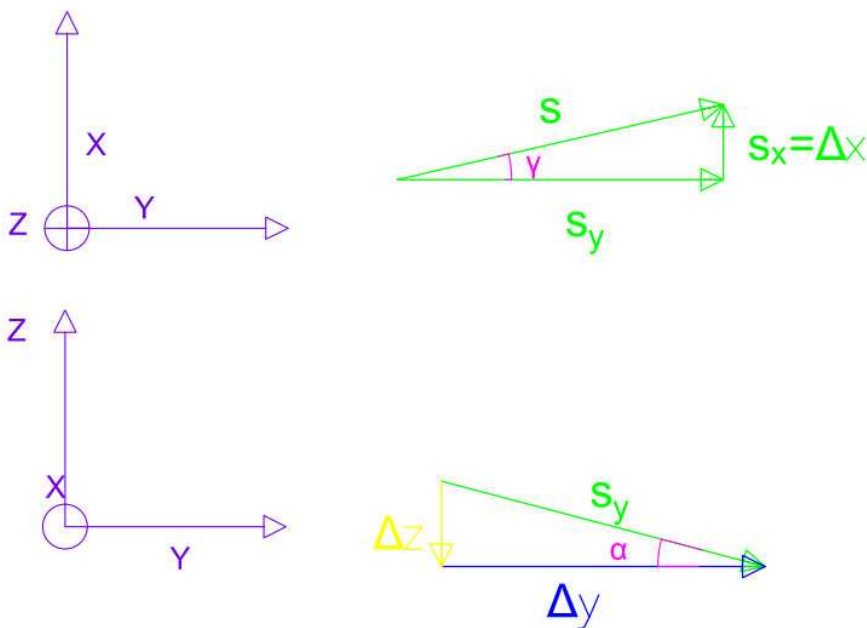


Figura 2.2-A sistemi riferimento-spostamenti

Dal nostro sistema di rilevamento, si vanno a misurare le singole componenti $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, per poi poter ricavare lo spostamento effettivo s:

$$|\vec{S}_y| = \frac{\Delta y}{\cos \alpha} = \frac{\Delta z}{\sin \alpha}$$

$$\vec{S} = \vec{S}_y + \Delta \vec{x}$$

2.2.2 Cinematica palina

Possiamo descrivere gli effetti di cedimento del terreno come diversi movimenti delle paline di riflessione, in particolare scomponendoli come pura traslazione o rotazione.

Pura Traslazione

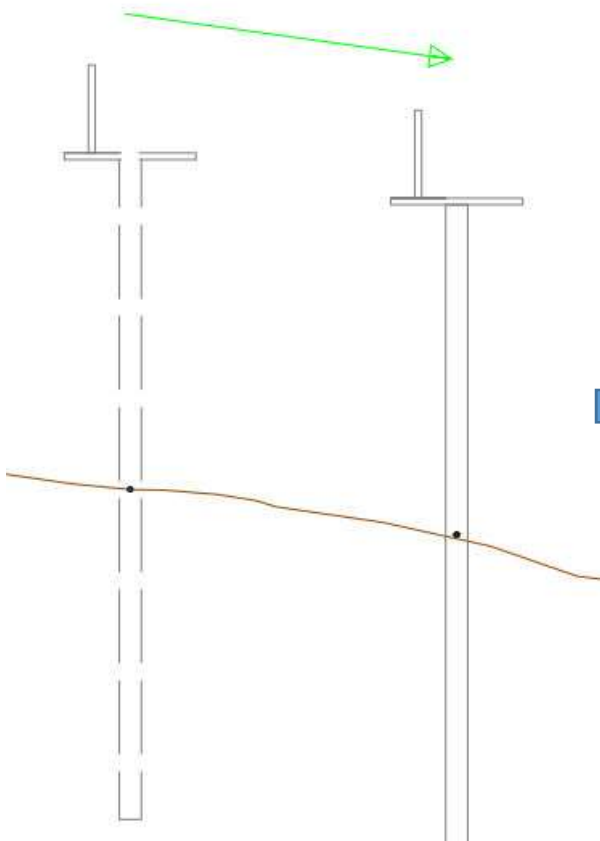


Figura 2.2-C Pura traslazione

Pura Rotazione

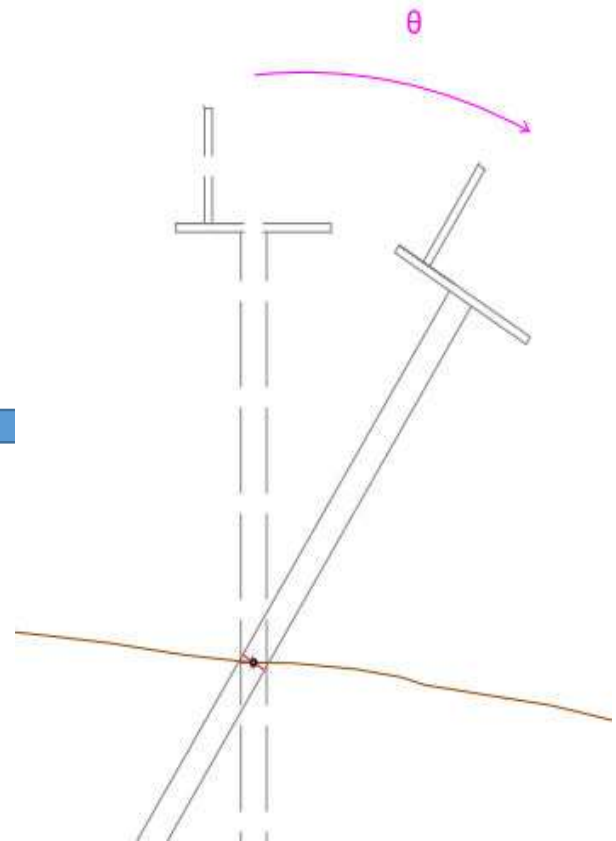


Figura 2.2-B Pura rotazione

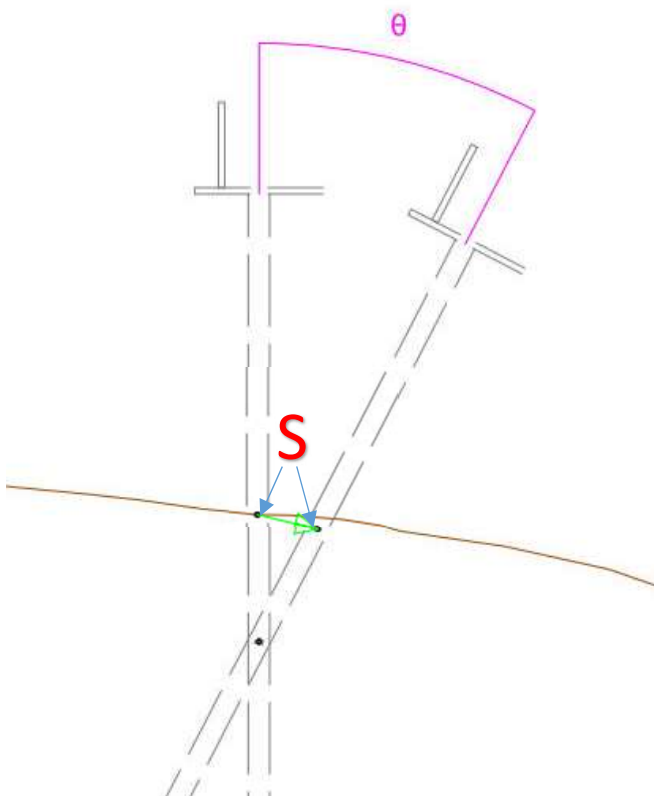


Figura 2.2-D Rotazione reale

Da notare che la rotazione della palina avverrebbe attorno ad un CIR di profondità imprecisata, in quanto dipendente dal movimento degli strati di terreno.

Per ovviare a ciò, si riferisce la rotazione rispetto al punto superficiale di infissione **S**, determinabile, potendo quindi suddividere la rotazione globale in una rotazione pura θ ed una traslazione rigida.

Questa approssimazione comporta ovviamente un accorciamento dell'altezza

della palina fuori dal terreno, che tuttavia si può considerare trascurabile per piccole rotazioni e rilevabile come traslazione verticale del punto misurato.

Risulta rilevante l'effetto sul punto di misura, leggibile come traslazione:

ponendo $\theta_0=0$, quindi $x'_0=0$, e con una altezza di misurazione iniziale di 1500mm

$$\Delta y = y'_1 - y'_0 = 1500 \times \sin d\theta$$

$$\Delta z = z'_1 - z'_0 = 1500 - 1500 \times \cos d\theta$$

rotazione		
dθ	1	grad
dθ	0,017453	rad
spostamento		
Δy	26,17861	mm
Δz	0,228457	mm

Tabella-2-A

Ciò che verrà rilevato di una rotazione saranno dunque le componenti di spostamento del punto Δy e Δz .

Per quanto riguarda le rotazioni attorno all'asse Z_T , le si ritengono per ipotesi trascurabili, in quanto il profilo della trave approssimabile a puntiforme e il terreno non naturalmente soggetto a movimenti torcenti.

Con questa suddivisione possiamo andare a studiare il sistema nei rispettivi movimenti di pura traslazione e pura rotazione.

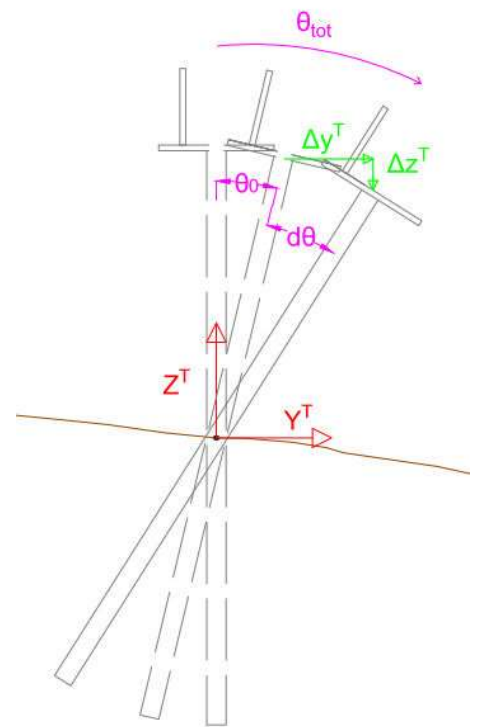


Figura 2.2-E Rotazione-equivalente spostamento

2.2.3 Pura traslazione

Valutiamo ora il caso di movimenti unicamente di traslazione.

Si fa riferimento alle seguenti ipotesi:

- palo infisso del punto misurato perfettamente verticale
- piastre parallele all'asse X

2.2.3.1 Piano YZ

Nella configurazione attuale, vi sono 2 laser che misurano 2 punti diversi, uno sulla piastra verticale ed uno su quella inclinata, con inclinazioni zenitali differenti.

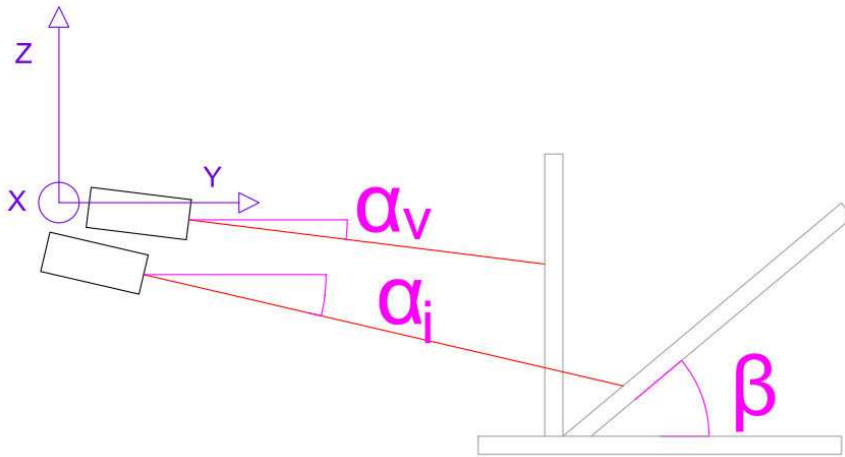


Figura 2.2-F Configurazione attuale

Come accennato in precedenza, la differenza di inclinazione tra α_v e α_i costringe a compiere calcoli per rendere le grandezze confrontabili ed utilizzabili, amplificando gli errori.

Per questo motivo, oltre che per maggiore semplicità, si inizia a studiare il caso in cui $\alpha_v = \alpha_i$, analizzandone le peculiarità.

Si procede considerando le piastre in base alla loro inclinazione β

➤ Piastra verticale

Si considerando i 3 casi: spostamento verticale, orizzontale, misto.

Durante uno spostamento verticale non vi sono variazioni di misurazione, quindi il fenomeno non può essere osservato

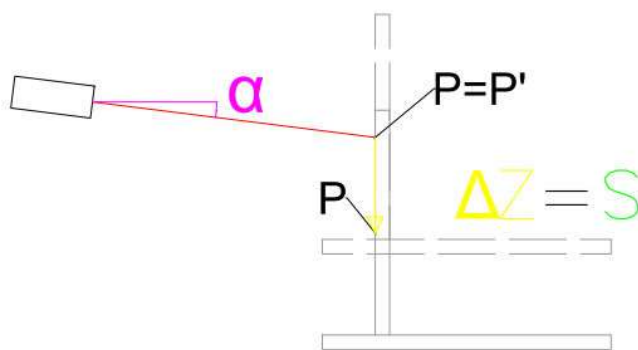


Figura 2.2-G Piastra verticale S_{vert}

Nel caso di spostamento orizzontale, S_Y coincide con la componente orizzontale ΔY della variazione di distanza misurata

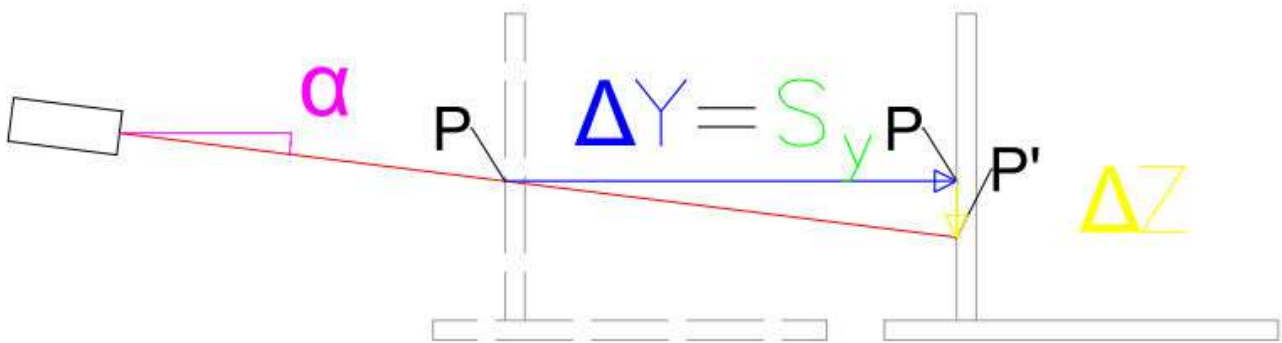


Figura 2.2-H Piastra verticale S_{orizz}

$$S_Y = \Delta Y = \overline{PP'} \times \cos \alpha = d_{S_Y} * \cos \alpha$$

Con d_{S_Y} = spostamento rilevato in caso di spostamento puramente orizzontale

Nel caso di spostamento generico si può notare che valgono tutte le considerazioni precedenti: non si è in grado di valutare lo spostamento verticale, mentre quello orizzontale è pari a S_Y .

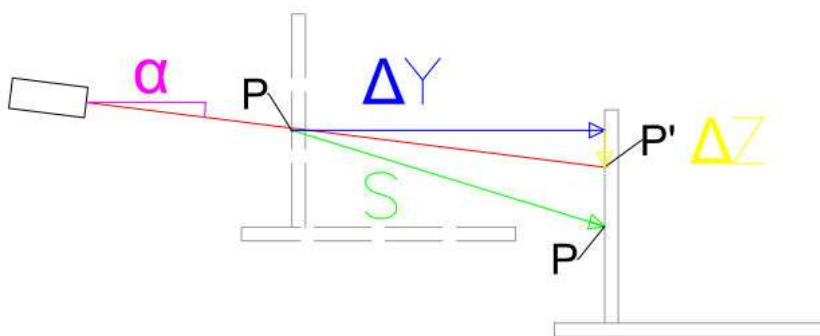


Figura 2.2-I Piastra verticale $S_{qualsiasi}$

Si dovrà dunque utilizzare un altro mezzo, singolarmente o in collaborazione con la piastra verticale, per analizzare lo spostamento effettivo

➤ Piastra inclinata

Si analizzano sempre i 3 casi: spostamento verticale, orizzontale, misto.

Nel caso di traslazione verticale

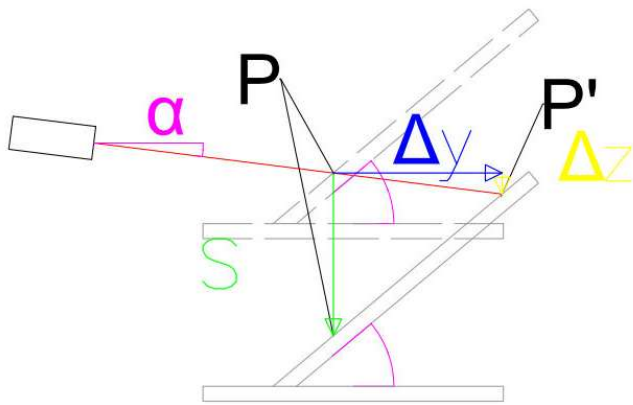


Figura 2.2-K Piastra inclinata S_{vert}

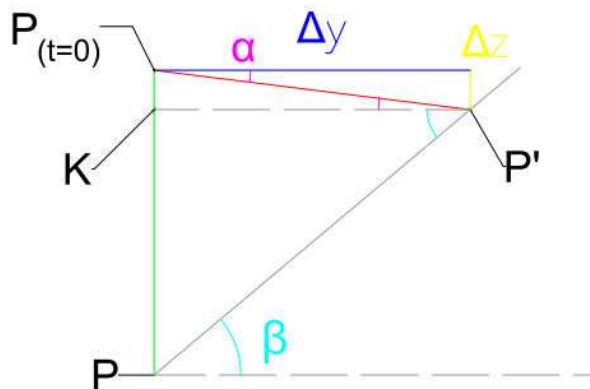


Figura 2.2-J Piastra inclinata S_{vert} -schema

definendo: $\overline{P_0P'} = d$; $\overline{KP'} = d * \cos \alpha$; $\overline{P_0K} = d * \sin \alpha$

$$\overline{KP_h} = \overline{P_hP'} * \sin \beta = d * \cos \alpha \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = d * \cos \alpha \tan \beta$$

$$\vec{S} = \overline{KP_h} + \overline{P_0K} = d * \sin \alpha + d * \cos \alpha \tan \beta = d * \cos \alpha * (\tan \alpha + \tan \beta)$$

$$= d * \sin \alpha * \left(1 + \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \right)$$

Nel caso di traslazione orizzontale, la distanza registrata dallo strumento Δy risulta inferiore allo spostamento reale, tuttavia quest'ultimo risulta comunque derivabile tramite formule:

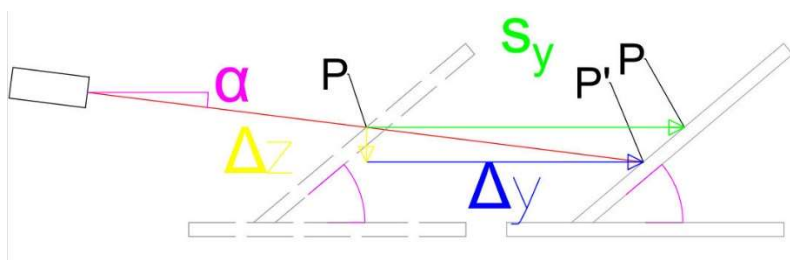


Figura 2.2-L Piastra inclinata S_{orizz}

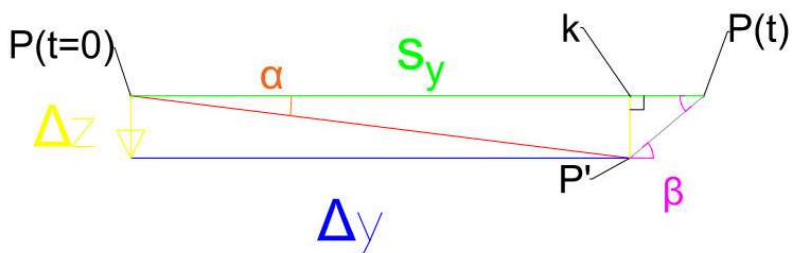


Figura 2.2-M Piastra inclinata S_{orizz} -schema

Essendo misurati α e $\overline{P_0P'} = d$, dato β

$$\Delta y = \overline{P_0k} = d * \cos \alpha$$

$$\Delta z = \overline{P'k} = d * \sin \alpha$$

$$\overline{P_tP'} = \frac{\Delta z}{\sin \beta} = d * \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\overline{kP_t} = \overline{P'P_t} * \cos \beta = d * \frac{\sin \alpha}{\tan \beta}$$

$$S_y = \Delta y + \overline{kP_t} = d * \sin \alpha * \left(\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} \right) = d * \cos \alpha * \left(1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right)$$

Nello spostamento generale, tuttavia, l'analisi si complica.

Si cerca di scomporre il movimento e riportarlo alle formule di pura traslazione verticale ed orizzontale.

NB: se si trovano come pedici:

o,v,i= tipo di traslazione(o=orizzontale, v=verticale,i= totale),

misurata direttamente o no: m,r

riportiamo le formule dei singoli casi:

Traslazione orizzontale

$$\Delta y_{o,m} = d_{S_o} * \cos \alpha$$

$$\Delta y_{o,r} = d_{S_o} * \frac{\sin \alpha}{\tan \beta}$$

$$\Delta z_{o,m} = d_{S_o} * \sin \alpha$$

$$S_{y,o} = \Delta y_{o,m} + \Delta y_{o,r} \\ = d_{S_y} * \cos \alpha * \left(1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right)$$

$$S_{y,o}=0$$

Traslazione verticale

$$\Delta y_{v,m} = d_{S_v} * \cos \alpha$$

$$\Delta y_{v,r} = d_{S_v} * \cos \alpha \tan \beta$$

$$\Delta z_{v,m} = d_{S_v} * \sin \alpha$$

$$S_{y,v} = 0$$

$$S_{y,v} = \Delta y_{v,m} + \Delta z_{v,r} = d_{S_v} * \cos \alpha * (\tan \alpha + \tan \beta) = d_{S_v} * \sin \alpha * \left(1 + \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}\right)$$

Traslazione qualsiasi

N.B: le formule d'ora in avanti faranno riferimento ai seguenti schemi

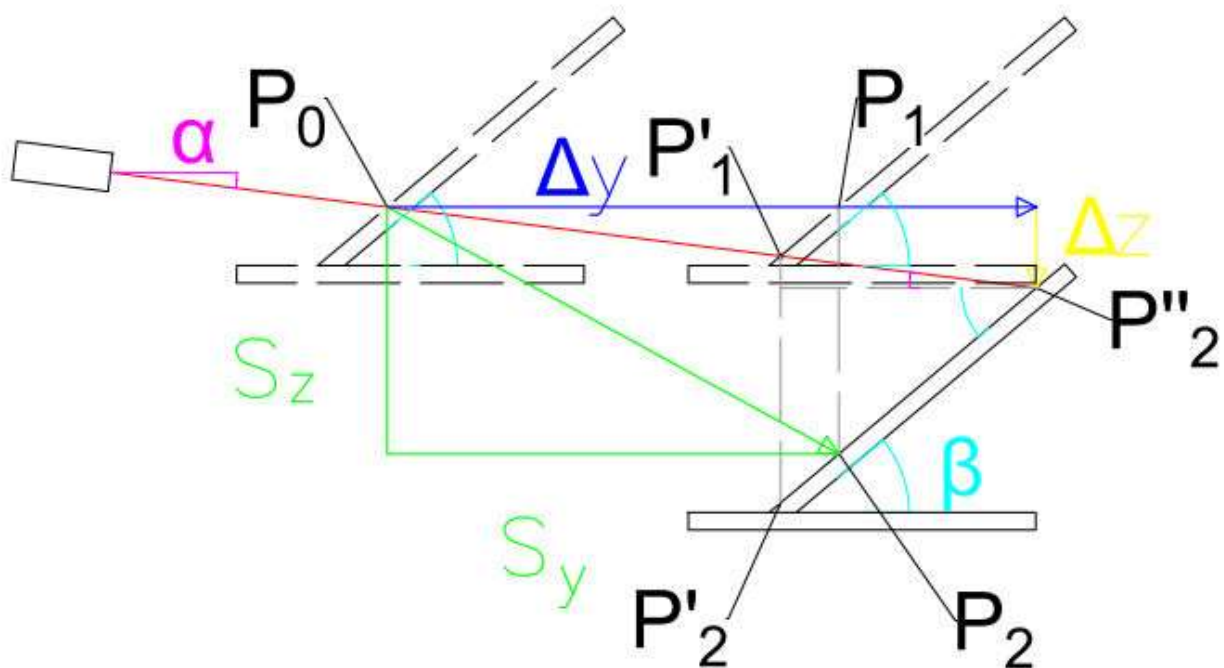


Figura 2.2-N Traslazione qualsiasi

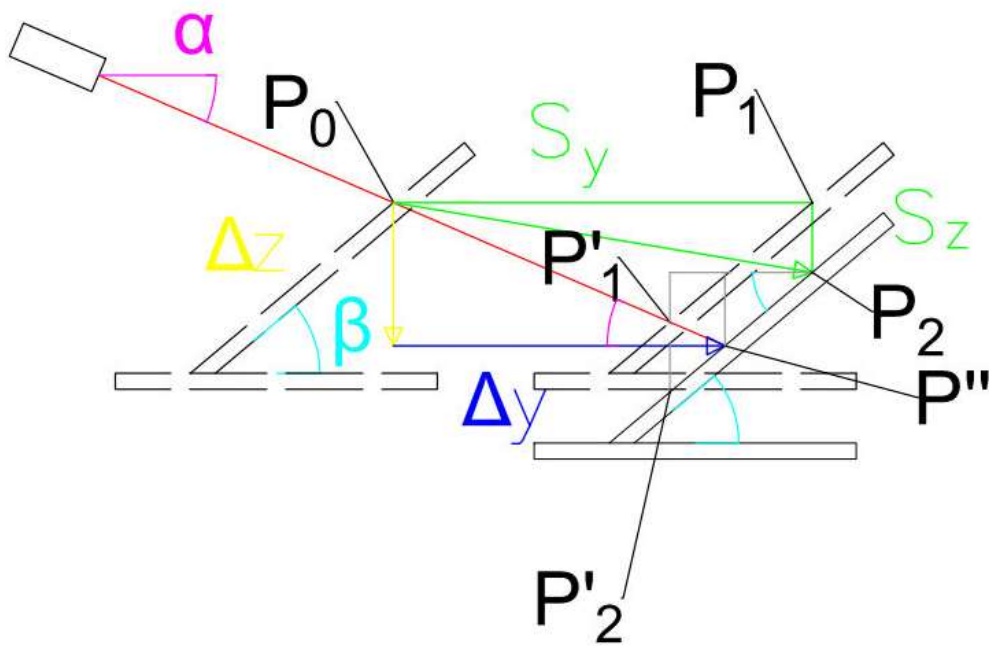


Figura 2.2.3.1-J traslazione qualsiasi

Dati:

d_{s_i} = spostamento
misurato = $P-P''$

α = inclinazione
distanziometro laser

β = inclinazione piastra
inclinata (da base)

Ponendo $\vec{S}_y = \vec{S}_o$ e $\vec{S}_z = \vec{S}_v$

$$\vec{d}_{s_i} = \vec{d}_{s_o} + \vec{d}_{s_v}$$

$$\Delta y_{i,m} = d_{s_i} * \cos \alpha = \Delta y_{o,m} + \Delta y_{v,m} = (d_{s_o} + d_{s_v}) * \cos \alpha$$

$$\Delta z_{i,m} = d_{s_i} * \sin \alpha = \Delta z_{o,m} + \Delta z_{v,m} = \overline{P_0 P'_1} \sin \alpha + \overline{P'_1 P''_2} \sin \alpha = (d_{s_o} + d_{s_v}) * \sin \alpha$$

$$\overline{P_0 P''_2} = \vec{S}_m$$

$$\overline{P''_2 P_2} = \vec{S}_\Delta$$

Vi sono 2 modi con il quale vedere lo spostamento del punto:

$$\begin{cases} \vec{S}_l = \vec{S}_m + \vec{S}_\Delta \\ \vec{S}_l = \vec{S}_o + \vec{S}_v \end{cases}$$

e due modi per arrivare al risultato:

1) Conoscendo il lato $P''-P_2$

- a. Si conoscerebbero 2 lati (P_0P'' e P_2P'') e l'angolo tra di essi θ ($\theta=\alpha+\beta$ se P_2 è più basso di P'' vedi **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**; $\theta=180-\alpha-\beta$ se P_2 sopra P'' Figura 2.2.3.1-J traslazione qualsiasi, quindi si può definire il terzo lato, ovvero lo spostamento, tramite il teorema di Carnot

$$|\vec{S}|^2 = \overline{P_0P_2}^2 = \overline{P_0P''}^2 + \overline{P''P_2}^2 - 2 * \overline{P_0P''} * \overline{P''P_2} * \cos \theta$$

Trovato il modulo del vettore spostamento $|\vec{S}|$, si va a determinare l'angolo tra lo spostamento \vec{S} e la distanza misurata $\overline{P_0P''}$

$$\delta = \cos^{-1} \left(\frac{(\overline{P''P_2}^2 - |\vec{S}|^2 - \overline{P_0P''}^2)}{-2 * |\vec{S}| * \overline{P_0P''}} \right)$$

Quindi l'inclinazione dello spostamento del punto P mirato, rispetto all'orizzontale, è pari a:

$$\gamma = \begin{cases} \alpha + \delta, & \text{se } P_2 \text{ sotto } P'' \\ \alpha - \delta, & \text{se } P_2 \text{ sopra } P'' \end{cases}$$

A questo punto è possibile calcolare le componenti dello spostamento

$$\begin{aligned} |\vec{S}_y| &= |\vec{S}| * \cos \gamma \\ |\vec{S}_z| &= |\vec{S}| * \sin \gamma \end{aligned}$$

- b. Si scompone $\overline{P''P_2}$ in componenti orizzontali e verticali:

$$\overline{P''P_2}_y = \overline{P''P_2} * \cos \beta$$

$$\overline{P''P_2}_z = \overline{P''P_2} * \sin \beta$$

Troviamo le componenti di \vec{S} sommando le componenti verticali ed orizzontali

$$\begin{aligned} |\vec{S}_y| &= \begin{cases} \Delta y + \overline{P''P_2}_y, & \text{se } P_2 \text{ sopra } P'' \\ \Delta y - \overline{P''P_2}_y, & \text{se } P_2 \text{ sotto } P'' \end{cases} \\ |\vec{S}_z| &= \begin{cases} \Delta z - \overline{P''P_2}_z, & \text{se } P_2 \text{ sopra } P'' \\ \Delta z + \overline{P''P_2}_z, & \text{se } P_2 \text{ sotto } P'' \end{cases} \end{aligned}$$

2) Da piastra verticale ($S_{y,o} = S_{y,i}$)

Sapendo che:

$$|\vec{S}_o| = S_{o,o} = \Delta y_o + \Delta y_{o,r} = d_{S_y} * \cos \alpha * \left(1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right)$$

Trovo la distanza rilevata che si misurerebbe con solo lo spostamento orizzontale:

$$d_{S_y} = \frac{S_o}{\cos \alpha * \left(1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right)}$$

Ricavo la parte di d_{S_i} dovuta allo spostamento verticale:

$$d_{S_v} = d_{S_i} - d_{S_o}$$

Trovo la componente verticale dello spostamento

$$|\vec{S}_z| = \overline{P_1P_2} = \overline{P'_1P'_2} = d_{S_v} * \sin \alpha * \left(1 + \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}\right)$$

il modulo

$$|\vec{S}| = \sqrt{|\vec{S}_z|^2 + |\vec{S}_y|^2}$$

e l'angolo che crea con l'orizzontale:

$$\alpha_S = \tan^{-1} \frac{|\vec{S}_z|}{|\vec{S}_y|}$$

N.B: in entrambi i casi si rende necessario usare un'altra quantità rispetto a quella misurata, poiché per definire i triangoli servono almeno 3 elementi di cui un lato.

2.2.3.2 PIANO YX

Per determinare gli spostamenti della palina sul piano YX, si potrebbe procedere in vari modi:

- 1) Con un'unica coppia misuratore-piastra di riflessione, servendosi di una base girevole per centrare il punto.

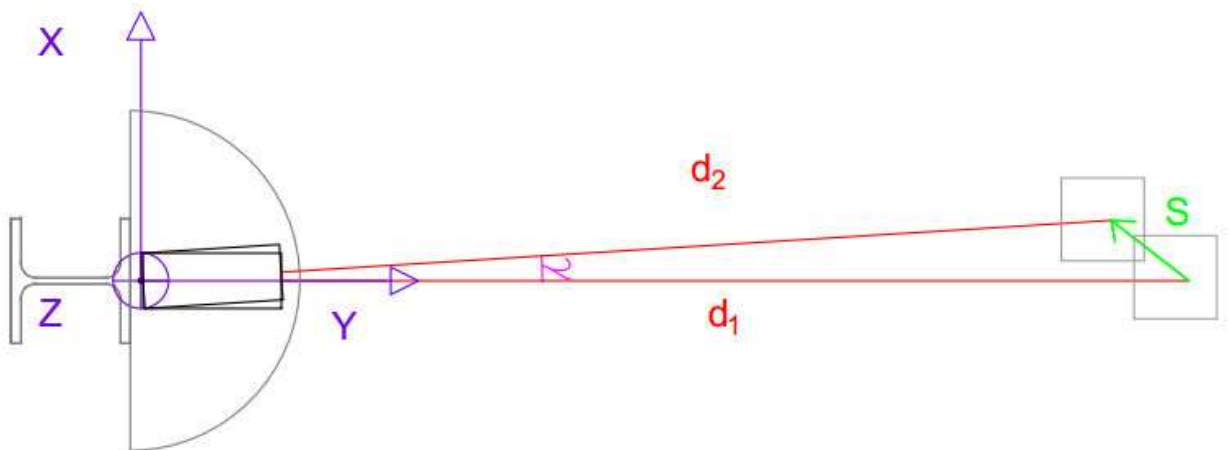


Figura 2.2-O Un misuratore girevole piano XY

In questo caso, per quanto più snella e diretta la misurazione dello spostamento, si avrebbe sempre il problema di riuscire a centrare il punto sulle lunghe distanze; uno scostamento di 1', infatti, provocherebbe uno spostamento laterale di circa 3 mm sulla piastra se posta a soli 10 m.

Per avere la possibilità di valutare spostamenti millimetrici, servirebbe una precisione di rotazione dell'ordine di grandezza dei secondi; infatti a 10 m per uno spostamento laterale di 1 mm servirebbe una rotazione di circa $20,6'' \approx 0,344' \approx 0,0057^\circ$, che si ridurrebbe a 30 m a $6,9'' \approx 0,115' \approx 0,0019^\circ$.

Per spostamenti di circa 1 cm, invece, la precisione dovrebbe essere dell'ordine dei primi: il limite è circa 35 m, dove per 1 cm di spostamento servirebbe $\approx 0,98' \approx 1''$

Trovato l'angolo tra le 2 distanze misurate, basta applicare il teorema di Carnot per determinare l'entità dello spostamento, per poi definirne la direzione trigonometricamente.

- 2) Con due misuratori che misurano due piastre, le quali sono solidali tra loro e con la trave infissa nel terreno.

Si imposta quindi uno schema basato sui triangoli.

In particolare, conoscendo i lati del triangolo, è possibile ricavare dalle formule del teorema di Carnot i coseni degli angoli, e quindi gli angoli stessi:

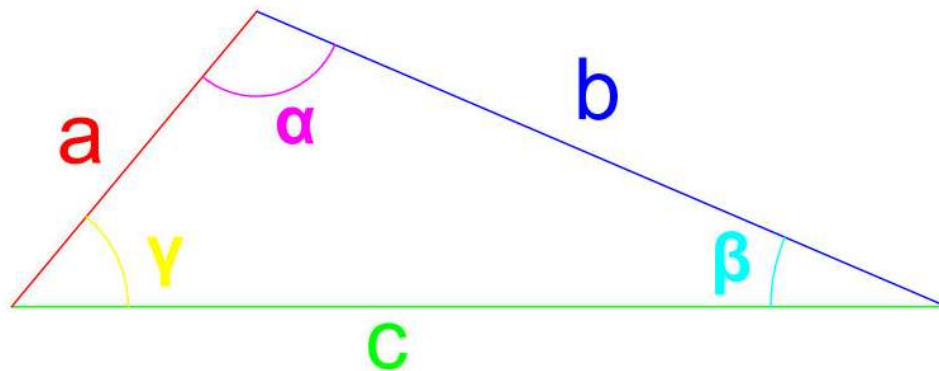


Figura 2.2-P Schema triangolo 2 punti misura

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2 * b * c * \cos \beta \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2 * a * c * \cos \gamma \\ c^2 = b^2 + a^2 - 2 * b * a * \cos \alpha \end{cases} = \begin{cases} \frac{(b^2+c^2-a^2)}{(2*b*c)} = \cos \beta \\ \frac{(a^2+c^2-b^2)}{(2*a*c)} = \cos \gamma \\ \frac{(b^2+a^2-c^2)}{(2*b*a)} = \cos \alpha \end{cases}$$

Una volta conosciuti tutti gli elementi del triangolo, impostando un sistema di riferimento su di un punto di misurazione, con l'asse delle ascisse nella direzione del lato di base (distanza tra i misuratori), si può calcolare la posizione relativa del punto misurato ($x, y=h$)

$$x_i = d_b * \cos \beta_i$$

$$y_i = h_i = d_b * \sin \beta_i$$

Per individuare lo spostamento, vi sono due possibili modi:

- **Con laser su base girevole** e piastra orientabile (per tenere il raggio il più perpendicolare possibile), collimando il punto di riferimento in diversi istanti: Si ripete la misura di x e h per la seconda misurazione, trovando x_2 e h_2

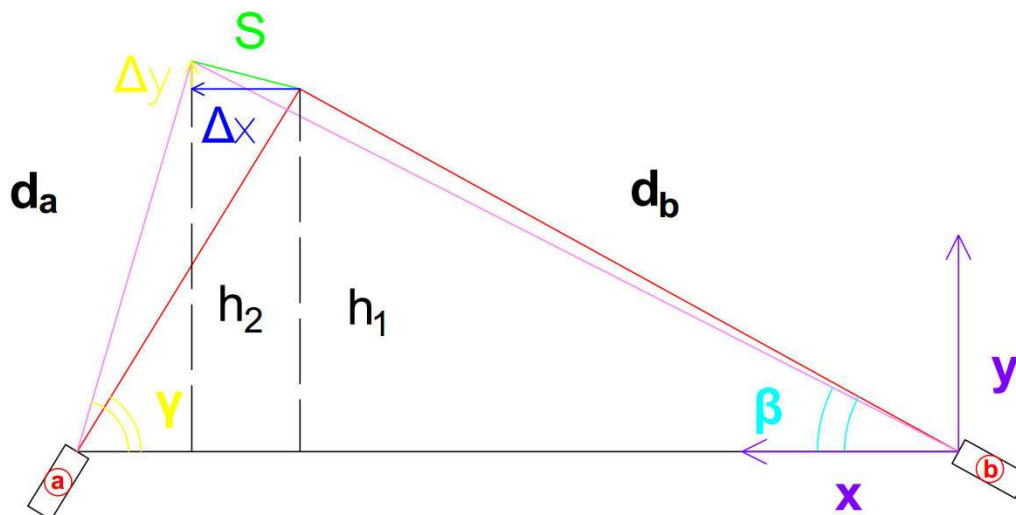


Figura 2.2-Q Schema spostamento da due punti misura girevoli

A questo punto si determina lo spostamento S e le sue componenti Δx e Δy

$$\vec{S}_x = \Delta x = x_2 - x_1$$

$$\vec{S}_y = \Delta y = h_2 - h_1$$

$$\vec{S} = \vec{S}_x + \vec{S}_y$$

$$|S| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

Le criticità sono le stesse viste in precedenza per le basi girevoli: per centrare manualmente la mira a diverse distanze servirebbe una altissima precisione di rotazione.

➤ **Con laser fissi**

In questo caso, si impiegherebbero delle piastre fisse, poste pressappoco perpendicolari al raggio incidente per ottenere una migliore riflessione. L'utilizzo di questo sistema, comporterebbe una imprecisione dovuta alla non chiusura del triangolo: si determinerebbe, infatti, un quadrilatero generico di cui si sanno solo 4 lati. (vedi caso *Figura 2.1-B riferimento XY*)

Si ipotizza di utilizzare i lati misurati come lati effettivi del triangolo.

Basandoci su esempi empirici (si veda **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**), si nota che l'imprecisione sull'angolo reale arriva al massimo sugli $0,8^\circ$; Questi angoli trovati, una volta calcolati inizialmente, non saranno più calcolati, in quanto indicativi unicamente della direzione dei raggi laser.

Definite le direzioni, andranno misurate ancora da un operatore gli scostamenti del raggio sulla piastra rispetto al punto di misurazione iniziale, per poi dedurre lo spostamento.

Tale sistema si può tuttavia ovviare ragionando direttamente sulle differenze di misurazione.

In caso di qualsiasi spostamento, si registra la differenza di lunghezza per il raggio laser e lo scostamento sulle piastre.

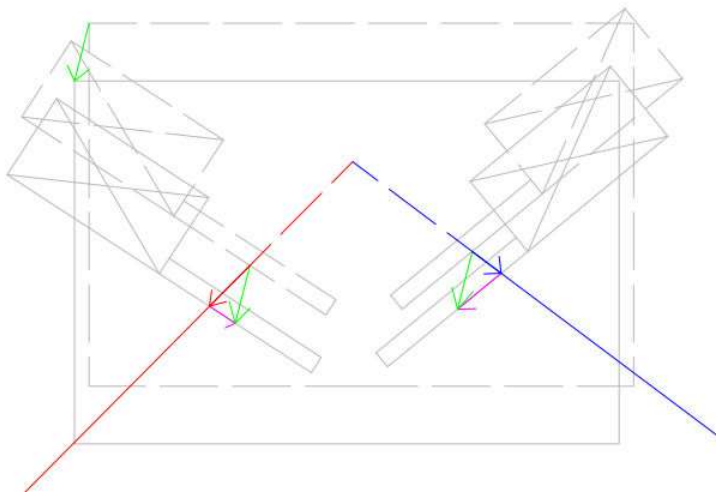


Figura 2.2-R Spostamento sul piano XY, piastra

Gli spostamenti delle singole piastre risultano identici, in quanto fissate ad una base solidale con la trave.

Lo spostamento delle singole piastre è pari al vettore risultante di scostamento e differenza laser, nonché in questo caso identico allo spostamento totale.

Misurando o imponendo l'angolo tra le piastre φ , si ha un quadrilatero di cui si conoscono i lati ed un angolo, per cui si possono ritrovare anche gli angoli mancanti applicando Carnot:

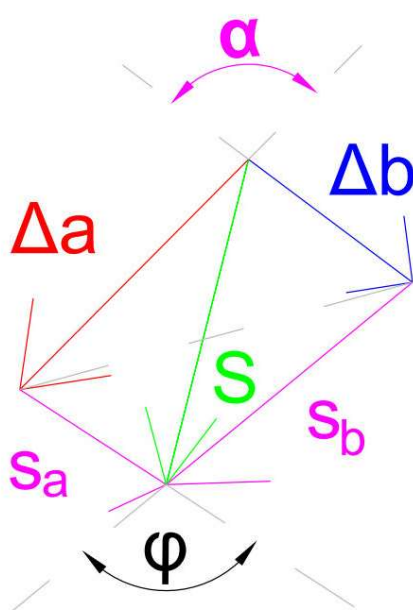


Figura 2.2-S Dettaglio schema spostamento planimetrico su piastre

Dati gli scostamenti (viola) e l'angolo φ trovo la prima diagonale

$$d_1 = \sqrt{s_a^2 + s_b^2 - 2 * s_a * s_b * \cos \varphi}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{(\Delta a^2 + \Delta b^2 - d_1^2)}{(2 * \Delta a * \Delta b)}$$

A questo punto, per ogni triangolo in cui d_1 taglia il quadrilatero, ho 3 lati ed un angolo. Sempre con Carnot e con il teorema dei Seni si arriva a determinare gli altri angoli e lo spostamento S

2.2.4 Pura rotazione

Rifacendoci agli schemi precedenti, una rotazione renderebbe la piastra da verticale ad avente inclinazione variabile nel tempo, aggiungendo una componente di spostamento alle nostre misurazioni.

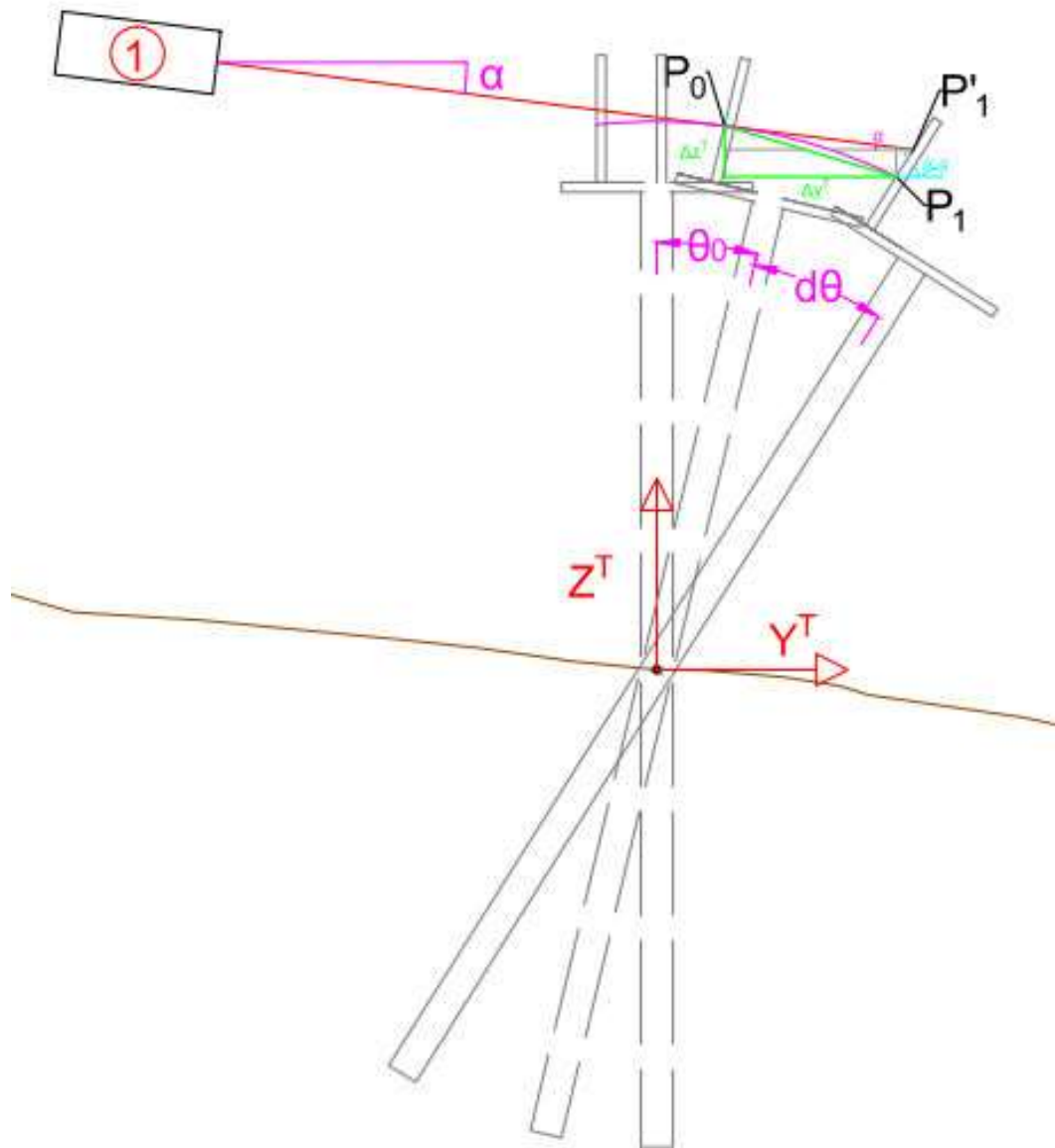


Figura 2.2-T Effetto rotazione verticale

E dunque importante comprendere la rotazione della trave, al fine di calcolare l'effettivo spostamento del terreno e comprenderne la tipologia di movimento a cui è soggetto (sempre ipotizzando una buona interazione trave-terreno)

Per determinare la rotazione, le rispettive componenti dello spostamento indotto sul punto e le sue componenti misurate, vi sono due modalità:

1. Usufruire di uno strumento apposito (bolla, inclinometro...)
2. Evincerla da una comparazione di dati, basandosi sulla rotazione rigida della trave.

Per comodità di studio, introduciamo un nuovo sistema di riferimento (x_T, y_T, z_T) , con il quale andare a trovare gli spostamenti Δx_T e Δy_T , equivalenti agli spostamenti che si otterrebbero rispetto alla terna (x, y, z) .

Essendo la piastra solidale con la palina e muovendosi rigidamente con essa, sarà soggetta alla stessa rotazione; si potrebbe dunque approssimare $x_{T,p}(t) = x_{T,asse}$, tuttavia ciò non è possibile ragionando sugli spostamenti, in quanto le loro componenti X e Y varierebbero a seconda della zona della circonferenza, e non solo dell'angolo di rotazione.

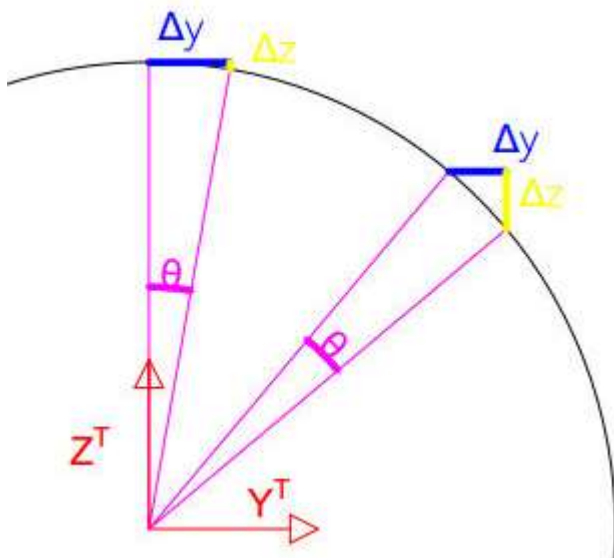


Figura 2.2-V effetti diverse inclinazioni

Inoltre, i punti rilevati, nella realtà giacciono su degli assi di rotazione differenti rispetto a quello della palina.

Per tener conto di queste differenze, si va quindi a definire lo scostamento dall'asse della trave

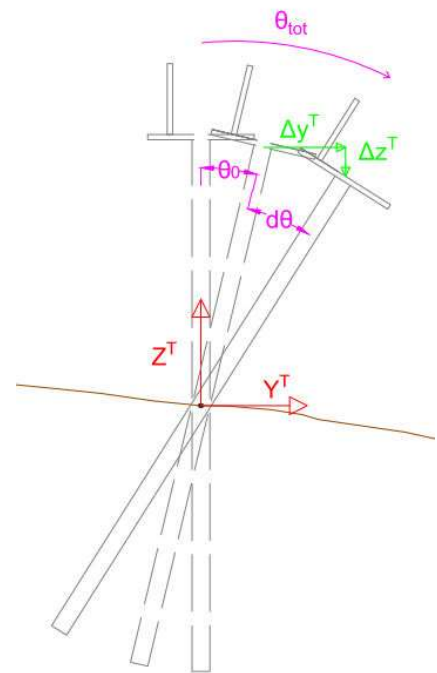


Figura 2.2-U dettaglio rotazione

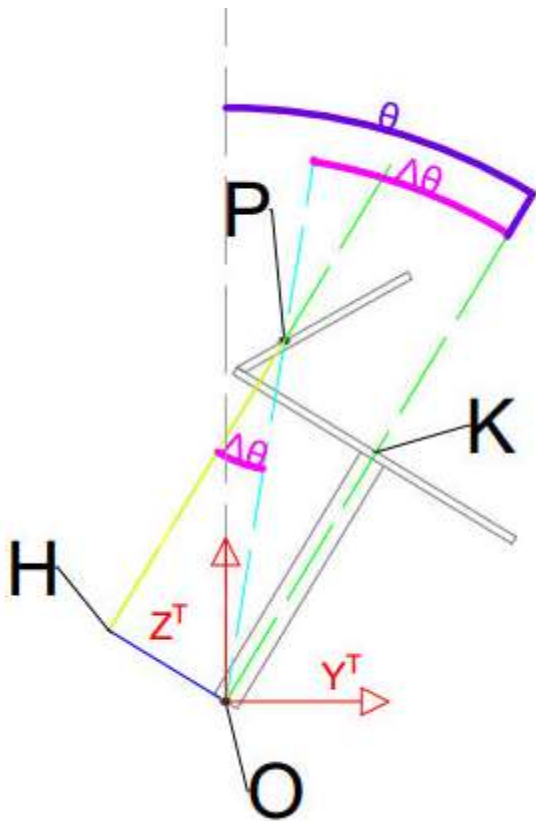


Figura 2.2-X Diversi assi di rotazione

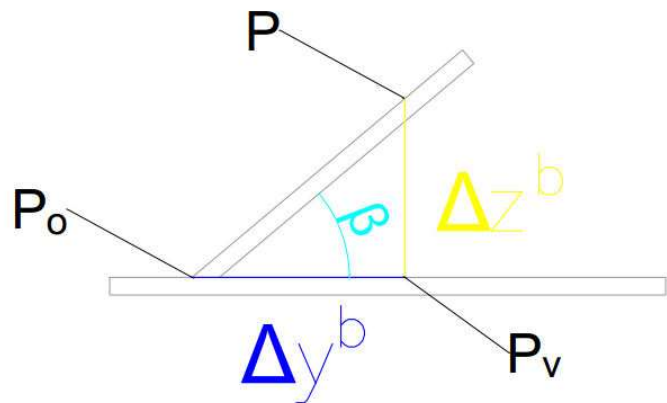


Figura 2.2-W riferimenti piastre

Si parte innanzitutto a definire la posizione del punto rispetto alla base di appoggio:

$$\Delta y_b = \overline{PP_0} \times \cos \beta$$

$$\Delta z_b = \overline{PP_0} \times \sin \beta$$

Sapendo dalla geometria $\overline{P_0K}$ e \overline{OK} , si determinano quindi:

$$\overline{PH} = \overline{OK} + \Delta z_b$$

$$\overline{OH} = \overline{P_0K} - \Delta y_b$$

E si trova lo scostamento angolare del punto

$$\Delta \theta = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{OH}}{\overline{PH}} \right)$$

che rimarrà costante durante la rotazione.

Si trova dunque l'angolo effettivo di inclinazione del punto P

$$\theta_{eff} = \theta - \Delta \theta$$

Si determina inoltre la distanza \overline{PO} , che rappresenta il raggio della circonferenza sulla quale il punto si sposta ruotando:

$$\overline{PO} = \sqrt{\overline{PH}^2 + \overline{HO}^2}$$

$$\overline{PO} = \frac{\overline{PH}}{\cos \Delta \theta}$$

$$\overline{PO} = \frac{\overline{OH}}{\sin \Delta \theta}$$

Nel caso di misurazioni ripetute, ricordiamo che il punto misurato cambierebbe; questo comporterebbe il ricalcolo di tutte le componenti per trovare la rotazione avvenuta.

2.2.4.1 Rotazione da strumento apposito

Si utilizzano particolari strumenti (bolla, inclinometri, lo stesso laser...) per misurare l'inclinazione su assi determinati e si proietta la rispettiva rotazione sulle direzioni dei laser.

Successivamente si va a determinare lo spostamento indotto al punto e ciò che sarebbe rilevato dal laser.

Vi sono due possibilità:

- a) Noto $\theta_{\text{eff}}(t=0)=\theta_{p,0}$ e la distanza relativa di P dall'origine $\overline{P\overline{O}}$, possiamo determinare la posizione del punto rispetto gli assi di riferimento:

$$\begin{cases} y_{T_0} = b * \sin \theta_{p,0} \\ z_{T_0} = b * \cos \theta_{p,0} \end{cases}$$

Al tempo t, si misura $\theta_{p,t} = \theta_{p,0} + d\theta$ con $t = 1, 2, 3, \dots, n$, da cui si possono ricavare:

$$d\theta = \theta_t - \theta_{t-1}$$

$$\begin{cases} y_{T_{p,t}} = b * \sin \theta_{p,t} \\ z_{T_{p,t}} = b * \cos \theta_{p,t} \end{cases}$$

E quindi le componenti dello spostamento

$$\begin{cases} \Delta y_T = y_{T_{p,t}} - y_{T_{p,t-1}} \\ \Delta z_T = z_{T_{p,t}} - z_{T_{p,t-1}} \end{cases}$$

Queste componenti trovate, ci permettono di determinare lo spostamento totale S dovuto alla rotazione e le rispettive distanze misurate dal laser e risultanti sulla piastra.

Conosciuti Δy_T e Δz_T , possiamo determinare il modulo dello spostamento S sul piano XY e la sua inclinazione verticale γ :

$$|\overrightarrow{S_{yz}}| = \sqrt{\Delta y_T^2 + \Delta z_T^2}$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta z_T}{\Delta y_T} \right)$$

Si arriva ad avere un triangolo ($P_0P'_1P_1$) di cui si conoscono un lato e 3 angoli:

$$\widehat{P_1P_0P'_1} = \gamma - \alpha$$

$$\widehat{P_0P_1P'_1} = \pi - \gamma - \beta + \theta$$

$$\widehat{P_1P'_1P_0} = \alpha + \beta - \theta$$

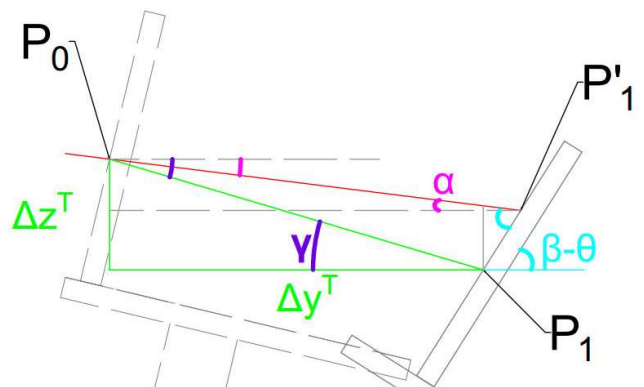


Figura 2.2-Y Spostamento da strumento apposito

Si trovano quindi i restanti lati con il teorema dei seni:

$$\frac{|\overrightarrow{S_{yz}}|}{\sin(\widehat{P_1P'_1P_0})} = \frac{\overline{P_1P'_1}}{\sin(\widehat{P_1P_0P'_1})} = \frac{\overline{P_0P'_1}}{\sin(\widehat{P_0P_1P'_1})}$$

Trovate tutte le componenti, esse potranno essere separate in caso di movimento misto da eventuali contributi puramente traslazionali

- b) Un altro metodo per determinare lo spostamento può essere quello di misurare la distanza $\overline{P_1P'_1}$ e, assieme all'angolo $\beta-\theta$, utilizzarla nel teorema di Carnot per trovare il modulo dello spostamento $|\overrightarrow{S_{yz}}|$

$$|\overrightarrow{S_{yz}}| = \sqrt{d^2 + \overline{P_1P'_1}^2 - 2 * \overline{P_1P'_1} * d * \cos(\beta - \theta + \alpha)}$$

Si possono inoltre ricavare direttamente le componenti dello spostamento:

$$\Delta z_T = d \sin \alpha + \overline{P_1P'_1} * \sin(\beta - \theta)$$

$$\Delta y_T = d \cos \alpha - \overline{P'_1P_1} * \cos(\beta - \theta)$$

Oppure, trovando l'angolo $P_1\widehat{P_0P'_1}$

$$P_1\widehat{P_0P'_1} = \cos^{-1} \left(\frac{(d^2 + |\overrightarrow{S_{yz}}|^2 - \overline{P_1P'_1}^2)}{(2 * d * |\overrightarrow{S_{yz}}|)} \right)$$

$$\begin{cases} \Delta z_T = |\overrightarrow{S_{yz}}| \cos(P_1\widehat{P_0P'_1} + \alpha) \\ \Delta y_T = |\overrightarrow{S_{yz}}| \sin(P_1\widehat{P_0P'_1} + \alpha) \end{cases}$$

In questo caso la misurazione di $\overline{P_1P'_1}$ sarebbe effettuata direttamente da un operatore.

Nel movimento misto (caso reale), inoltre, la componente misurata sarebbe una composizione di contributi dati da rotazione e traslazione, da scomporre ulteriormente per ottenere la parte relativa alla sola rotazione, questo metodo andrebbe dunque completato con altri accorgimenti.

2.2.4.2 Metodo basato sulla rotazione rigida

Sapendo l'inclinazione iniziale

Con già definito l'angolo θ ed il raggio r_1 al tempo iniziale, nel caso di pura rotazione, si riuscirebbero a calcolare le successive rotazioni solamente con le distanze misurate e l'inclinazione del distanziometro:

NB: si analizza il fenomeno come allontanamento, ma è valida anche in caso di avvicinamento

Dati $r_1, \theta_0, \alpha, \overline{P_1P_2}$, con $\theta = 90^\circ - \theta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_0$

- se $\theta_0 < 0$,

$$\begin{aligned}\widehat{OP_1P_2} &= 90^\circ - (90^\circ - \theta) - \alpha = \theta - \alpha \\ &= 90^\circ - \theta_0 - \alpha\end{aligned}$$

$$\overline{KO} = r_1 * \cos \theta$$

$$\overline{HP_2} = \overline{KP_{2,y}} = \overline{P_1P_2} * \cos \alpha$$

$$\overline{P_{2,y}O} = \overline{KO} - \overline{HP_2} = r_1 * \cos \theta - \overline{P_1P_2} * \cos \alpha$$

$$\overline{P_1K} = r_1 * \sin \theta$$

$$\overline{P_1H} = \overline{P_1P_2} * \sin \alpha$$

$$\overline{HK} = \overline{P_2P_{2,y}} = \overline{P_1K} - \overline{P_1H}$$

$$\theta_{r_2} = \widehat{OP_2P_{2,y}} = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{P_{2,y}O}}{\overline{HK}} \right)$$

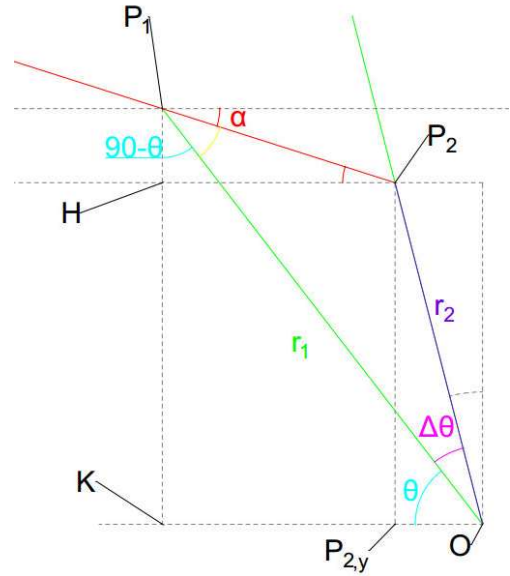


Figura 2.2-Z Rotazione rigida da $\vartheta_0 < 0$

r_2 lo si può trovare con il teorema di Carnot:

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + \overline{P_1P_2}^2 - 2 * r_1 * \overline{P_1P_2} * \cos(\widehat{OP_1P_2})}$$

Oppure anche con il teorema dei seni:

$$\frac{r_1}{\sin(\widehat{P_1P_2O})} = \frac{r_2}{\sin(\widehat{OP_1P_2})}$$

Essendo $\widehat{P_1P_2O} = \frac{\pi}{2} + \alpha + \theta_{r_2}$

Altro modo è il teorema di Pitagora:

$$r_2 = \sqrt{\overline{KH}^2 + \overline{P_{2,y}O}^2}$$

E la variazione di inclinazione da una semplice differenza di angoli:

$$\Delta \theta = \frac{\pi}{2} - \theta - \widehat{OP_1P_2} = \theta_{r_2} - \theta_0$$

- Se $\theta_0 > 0$

$$\widehat{OP_1P_2} = \frac{\pi}{2} - \alpha + \theta_0$$

$$\overline{KO} = r_1 * \cos \theta$$

$$\overline{P_1K} = r_1 * \sin \theta$$

$$\overline{HP_2} = \overline{KP_{2,y}} = \overline{P_1P_2} * \cos \alpha$$

$$\overline{P_1H} = \overline{P_1P_2} * \sin \alpha$$

$$\overline{P_{2,y}O} = \overline{KO} + \overline{HP_2} = r_1 * \cos \theta - \overline{P_1P_2} * \cos \alpha$$

$$\overline{HK} = \overline{P_2P_{2,y}} = \overline{P_1K} - \overline{P_1H}$$

$$\beta = \widehat{P_2OP_{2,y}} = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{HK}}{\overline{P_{2,y}O}} \right)$$

Il nuovo raggio r_2 si può definire con la stessa formula di Carnot

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + \overline{P_1P_2}^2 - 2 * r_1 * \overline{P_1P_2} * \cos(\widehat{OP_1P_2})}$$

O con il teorema dei seni

$$\frac{r_1}{\sin(\widehat{P_1P_2O})} = \frac{r_2}{\sin(\widehat{OP_1P_2})}$$

Con $\widehat{P_1P_2O} = \alpha + \beta = \alpha + (\frac{\pi}{2} - \theta_{r2})$

O con il teorema di pitagora:

$$r_2 = \sqrt{\overline{KH}^2 + \overline{P_{2,y}O}^2}$$

Per cui

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{2} - \theta_0 - \beta = \theta_{r2} - \theta_0$$

Nel caso si passasse da $\theta_0 < 0$ a $\theta_0 > 0$

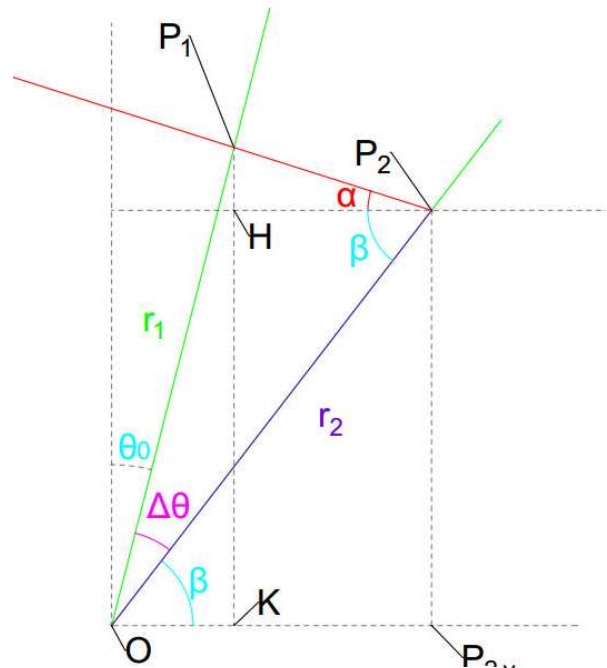


Figura 2.2-AA rotazione rigida da $\theta_0 > 0$

$$\overline{P_1K} = r_1 * \cos \theta_0$$

$$\overline{P_1H} = \overline{P_1P_2} * \sin \alpha$$

$$\widehat{OP_1P_2} = \frac{\pi}{2} - \theta_0 - \alpha$$

$$\overline{KO} = r_1 * \sin \theta_0$$

$$\overline{HP_2} = \overline{KP_{2,y}} = \overline{P_1P_2} * \cos \alpha$$

$$\overline{P_{2,y}O} = \overline{HP_2} - \overline{KO} = \overline{P_1P_2} * \cos \alpha - r_1 * \sin \theta_0$$

$$\overline{HK} = \overline{P_2P_{2,y}} = \overline{P_1K} - \overline{P_1H}$$

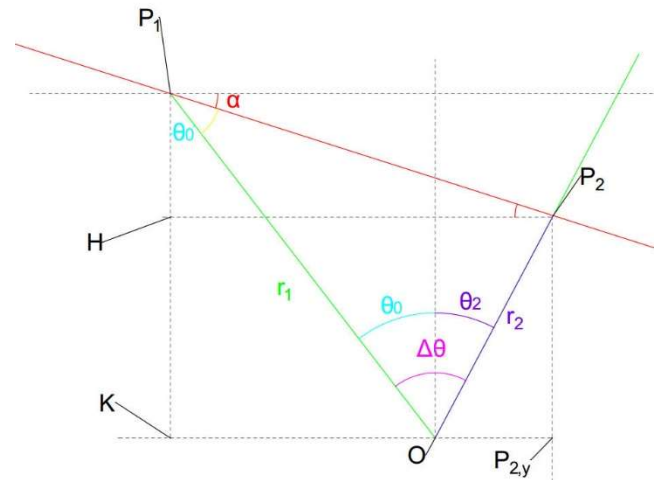


Figura 2.2-BB Rotazione rigida da $\vartheta_0 < 0$ a $\vartheta_0 > 0$

$$\theta_{r_2} = \widehat{OP_2P_{2,y}} = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{P_{2,y}O}}{\overline{HK}} \right)$$

Il nuovo raggio r_2 si può definire con la stessa formula di Carnot:

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + \overline{P_1P_2}^2 - 2 * r_1 * \overline{P_1P_2} * \cos(\widehat{OP_1P_2})}$$

O con il teorema dei seni

$$\frac{r_1}{\sin(\widehat{P_1P_2O})} = \frac{r_2}{\sin(\widehat{OP_1P_2})}$$

Con $\widehat{P_1P_2O} = \alpha + \beta = \alpha + (\frac{\pi}{2} - \theta_{r_2})$

O con il teorema di pitagora:

$$r_2 = \sqrt{\overline{KH}^2 + \overline{P_{2,y}O}^2}$$

E la rotazione avvenuta è pari a

$$\Delta \theta = \theta_{r_2} + \theta_0$$

Determinando anche l'inclinazione iniziale

Si misura la distanza anche di un altro punto ad una differente altezza, per poi interpolare i dati ricavando la rotazione.

si possono individuare anche qui due vie:

a) Vedendo la rotazione sul piano ZY:

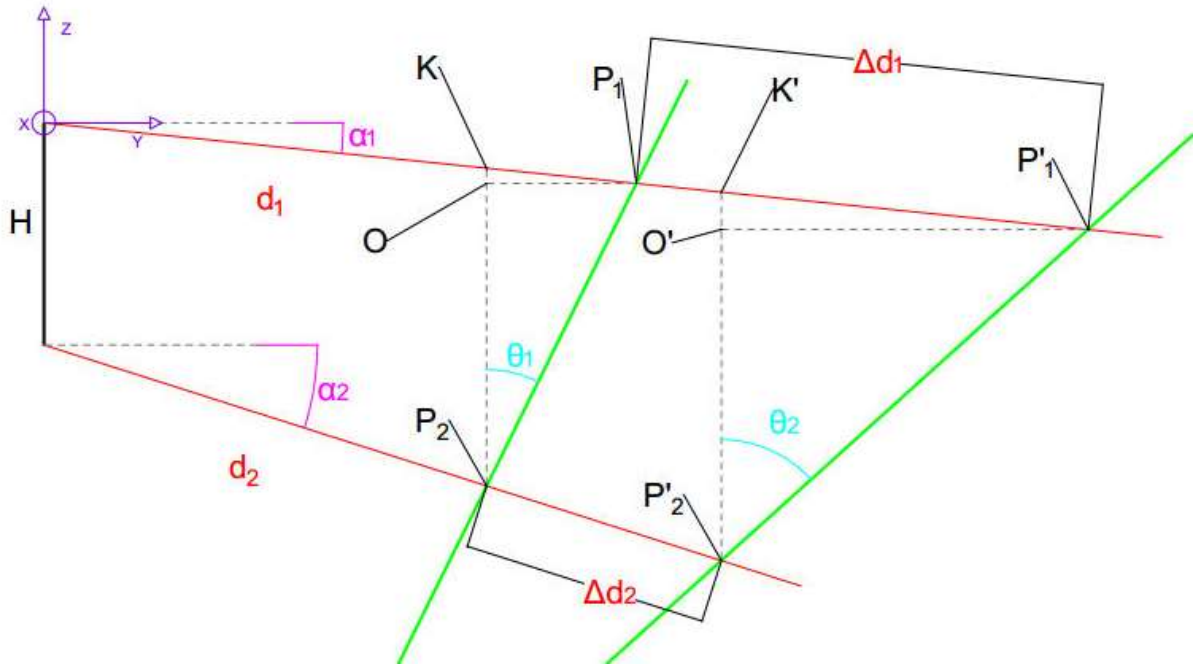


Figura 2.2-CC Rotazione rigida senza ϑ_0

Noti H, le inclinazioni dei due raggi α_1 e α_2 e le distanze misurate d_1 e d_2 , si può trovare l'inclinazione iniziale della trave θ_1 :

$$\begin{aligned}
 d_{1,y} &= d_1 * \cos \alpha_1 \\
 d_{2,y} &= d_2 * \cos \alpha_2 \\
 \overline{P_1 O} &= |d_{1,y} - d_{2,y}| \\
 \overline{KO} &= \overline{P_1 O} * \tan \alpha_1 \\
 \overline{OP_2} &= H - d_1 * \sin \alpha_1 + d_2 * \sin \alpha_2 \\
 \theta_1 &= \tan^{-1} \left(\frac{\overline{P_1 O}}{\overline{OP_2}} \right)
 \end{aligned}$$

Ripetendo i calcoli per il tempo 2, si arriva a trovare θ_2 , e quindi la rotazione avvenuta $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

Ciò è validissimo se i punti misurati dell'asta sono tutti sullo stesso asse coincidente con quello dell'asta.

Se fossero tutti su assi di rotazione differenti, come avviene nella realtà (Figura 2.2-x), andrebbero introdotte delle correzioni.

In particolare a $t=0$

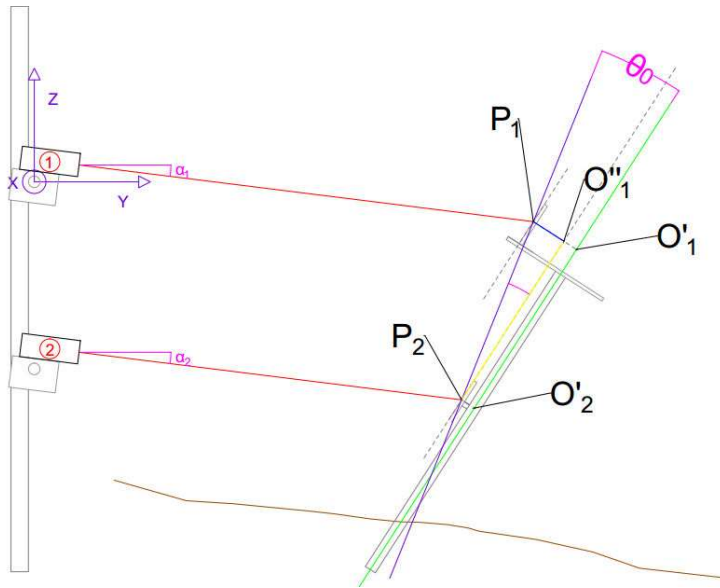


Figura 2.2-DD rotazione rigida disassamenti

Essendo determinabili

$$\overline{P_1 O''_1} = \overline{P_1 O'_1} - \overline{P_2 O'_2}$$

e

$$\frac{\overline{O''_1 P_2}}{\text{allora}}$$

$$\Delta\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{P_1 O''_1}}{\overline{O''_1 P_2}} \right)$$

Questa operazione andrebbe tuttavia ripetuta per ogni istante, in quanto i punti misurati non sono gli stessi ma variano al variare della rotazione, cambiando i propri assi di rotazione e quindi gli scostamenti.

Ciò comporterebbe una grande laboriosità ad ogni misurazione, dovendo rideterminare la posizione geometrica dei punti rispetto all'asse principale.

Se si mirasse sempre lo stesso punto, invece, si riuscirebbe a determinare la rotazione dallo spostamento S traslazionale equivalente, cosa possibile anche nel metodo "b" (vedi dopo).

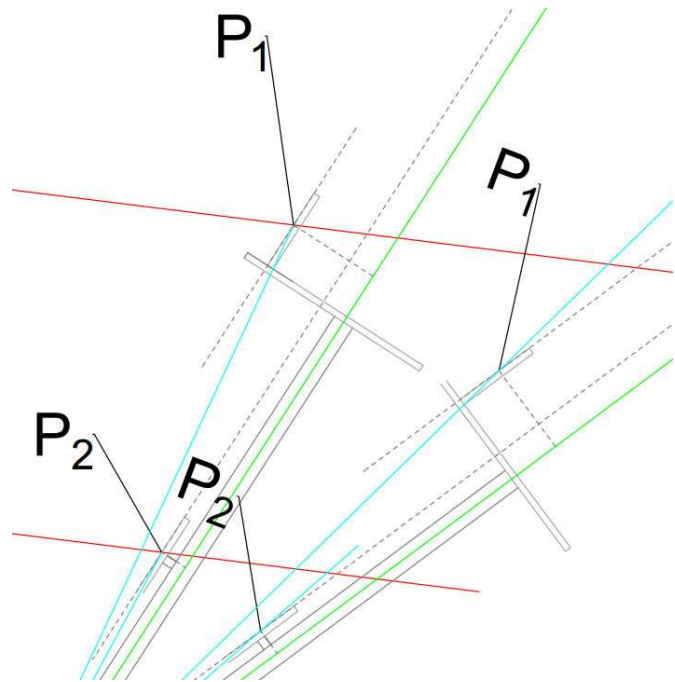


Figura 2.2-EE rotazione rigida disassamenti dettaglio

si potrebbe ovviare al problema:

- Aggiungendo a tutte le distanze misurate la differenza dovuta allo scostamento, riportando i punti sull'asse principale. Tuttavia, con un sistema a distanziometri in posizione fissa, le distanze delle differenze non sarebbero determinabili, in quanto varierebbero in funzione dello stesso angolo θ da trovare (Figura 2.2-V)
- Dare un unico asse comune ai due punti misurati.

Un'altra criticità di questo metodo, sarebbe la presenza di una differenza di angoli azimutali tra i laser, che andrebbe individuata ed utilizzata per trovare la componente effettiva d sul piano ZY e capire la direzione della rotazione trovata. (Figura 2.1-J)

Oltre agli elementi sopracitati, bisognerebbe rapportare la differenza di angolazione sul piano XY dei laser, per avere un unico piano verticale in cui misurare la rotazione.

Tutto questo è possibile determinarlo da analisi geometriche preliminari.

b) Utilizzando le differenze di spostamento alle 2 piastre.

Essendo gli spostamenti a 2 altezze differenti, per il moto rigido avranno diversa entità in funzione dell'inclinazione e dell'altezza sull'asse di rotazione. Rimane il problema della differenza dell'asse di rotazione dei punti, in quanto distanti dall'asse della trave. Sapendo r e θ al tempo iniziale e lo spostamento planimetrico, definiamo la posizione lungo y' del punto nei due istanti:

$$\begin{cases} y_0 = r * \sin \theta_0 \\ y_1 = r * \sin \theta_1 \end{cases}$$

E sapendo lo spostamento planimetrico pari a:

$$\Delta S = y_0 - y_1$$

Troviamo che

$$\begin{aligned} \Delta S &= r * \sin \theta_0 - r * \sin \theta_1 \\ &= r * (\sin \theta_0 - \sin \theta_1) \end{aligned}$$

Da cui ricaviamo la nuova inclinazione

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left(\sin \theta_0 - \frac{\Delta S}{r} \right)$$

E la rispettiva rotazione

$$\Delta \theta = \theta_1 - \theta_0$$

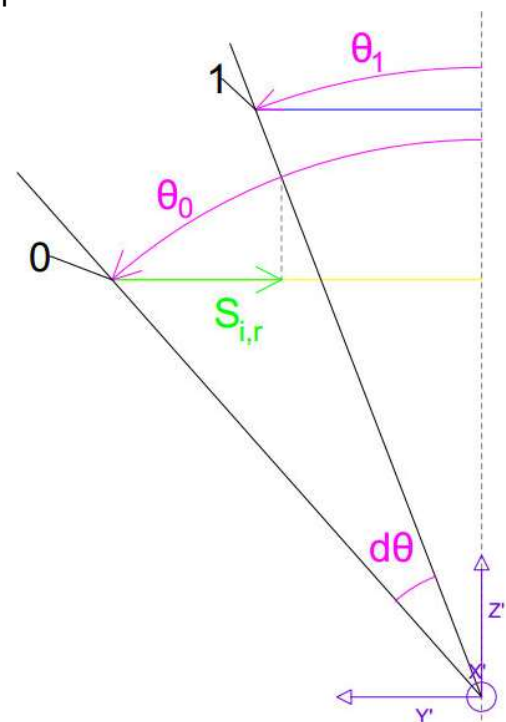


Figura 2.2-FF rotazione rigida 2 assi

Nel caso di movimento generale, tramite la misurazione ad una seconda altezza si riuscirebbe ad escludere la componente traslazionale e ricavare ancora la rotazione.

Essendo gli spostamenti misurati

$$\begin{cases} S_{1,tot} = S_{1,r} + S_{1,tr} \\ S_{2,tot} = S_{2,r} + S_{2,tr} \end{cases}$$

Con la componente di traslazione orizzontale

$$S_{1,tr} = S_{2,tr} = \Delta y$$

Essendo le componenti di rotazione

$$\begin{cases} S_{1,r} = r_1 * (\sin \theta_{t=1} - \sin \theta_{t=2}) \\ S_{2,r} = r_2 * (\sin \theta_{t=1} - \sin \theta_{t=2}) \end{cases}$$

La differenza degli spostamenti totali si tradurrebbe in una differenza di spostamenti dovuti alla rotazione

$$S_{1,tot} - S_{2,tot} = S_{1,r} + S_{1,tr} - (S_{2,r} + S_{2,tr}) = S_{1,r} - S_{2,r}$$

Dal quale si può evincere la nuova inclinazione θ_2

$$\begin{aligned} S_{1,r} - S_{2,r} &= r_1 * (\sin \theta_{t=1} - \sin \theta_{t=2}) - r_2 \\ &\quad * (\sin \theta_{t=1} - \sin \theta_{t=2}) \\ &= \Delta r * (\sin \theta_{t=2} - \sin \theta_{t=1}) \end{aligned}$$

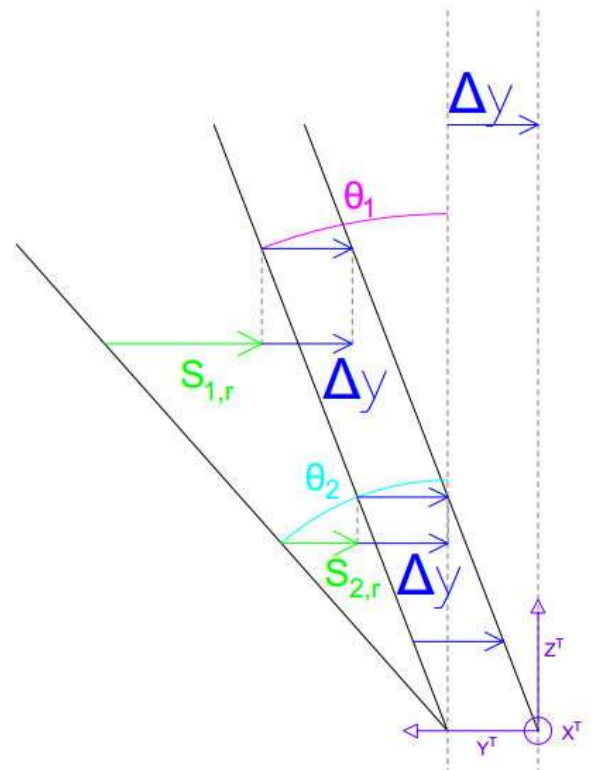


Figura 2.2-GG rototraslazione più assi

Nel caso reale tuttavia, bisogna tenere conto dello scostamento angolare dei punti rispetto all'asse principale, con i rispettivi raggi.

Tale correzione non risulta particolarmente problematica, in quanto, saputo l'angolo iniziale, è possibile con le stesse formule determinare l'angolo di rotazione :

Essendo

$$\begin{cases} S_{y_{1,r}} = r_1 * (\sin \theta_{1,t=1} - \sin \theta_{1,t=2}) \\ S_{y_{2,r}} = r_2 * (\sin \theta_{2,1} - \sin \theta_{2,2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{z_{1,r}} = r_1 * (\cos \theta_{1,2} - \cos \theta_{1,1}) \\ S_{z_{2,r}} = r_2 * (\cos \theta_{2,2} - \cos \theta_{2,1}) \end{cases}$$

E

$\Delta\theta =$ scostamento tra r_1 e r_2

$$\begin{cases} \theta_{2,2} = \Delta\theta + \theta_{1,2} \\ \theta_{2,1} = \Delta\theta + \theta_{1,1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{y_{1,r}} - S_{y_{2,r}} = r_1 * (\sin \theta_{1,1} - \sin \theta_{1,2}) - r_2 * (\sin \theta_{2,1} - \sin \theta_{2,2}) = k \\ S_{z_{1,r}} - S_{z_{2,r}} = r_1 * (\cos \theta_{1,2} - \cos \theta_{1,1}) - r_2 * (\cos \theta_{2,2} - \cos \theta_{2,1}) = h \end{cases}$$

Conosciuti $\theta_{1,1}$ e $\theta_{2,1}$

Si pongono

$$\sin \theta_{1,1} = A \quad \cos \theta_{1,1} = B \quad \sin \theta_{2,1} = C \quad \cos \theta_{2,1} = D$$

Quindi

$$\begin{cases} k = r_1 * (A - \sin \theta_{1,2}) - r_2 * (C - \sin \theta_{2,2}) \\ h = r_1 * (\cos \theta_{1,2} - B) - r_2 * (\cos \theta_{2,2} - D) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k - r_1 * A + r_2 * C = r_1 * (\sin \theta_{1,2}) + r_2 * (\sin \theta_{2,2}) \\ h + B * r_1 - D * r_2 = r_1 * (\cos \theta_{1,2}) - r_2 * (\cos \theta_{2,2}) \end{cases}$$

Si pone

$$\begin{cases} \delta_2 = k - r_1 * A + r_2 * C \\ \delta_1 = h + B * r_1 - D * r_2 \end{cases}$$

E sostituendo la (equivalenza con delta)

$$\begin{cases} \delta_2 = r_1 * (\sin \theta_{1,2}) + r_2 * (\sin(\Delta\theta + \theta_{1,2})) \\ \delta_1 = r_1 * (\cos \theta_{1,2}) - r_2 * (\cos(\Delta\theta + \theta_{1,2})) \end{cases}$$

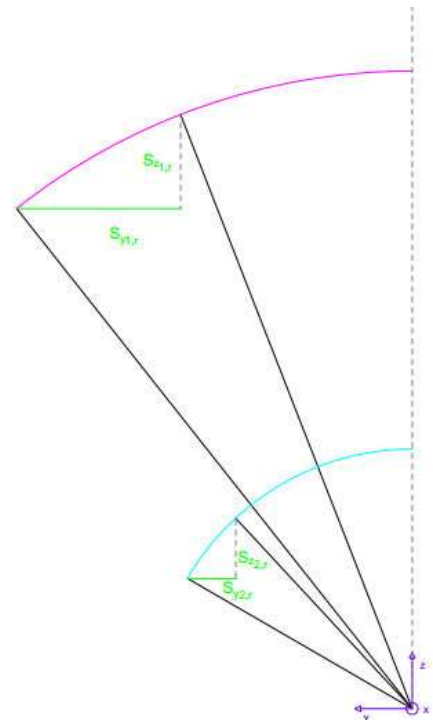


Figura 2.2-HH Rotazione 2 assi

Usando le formule:

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

La (cito numero sopra) diventa

$$\begin{cases} \delta_2 = r_1 * (\sin \theta_{1,2}) + r_2 * (\sin \Delta\theta \cos \theta_{1,2} + \cos \Delta\theta \sin \theta_{1,2}) \\ \delta_1 = r_1 * (\cos \theta_{1,2}) - r_2 * (\cos \Delta\theta \cos \theta_{1,2} - \sin \Delta\theta \sin \theta_{1,2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_2 = \cos \theta_{1,2} * (r_2 * \sin \Delta\theta) + \sin \theta_{1,2} * (r_1 + r_2 * \cos \Delta\theta) \\ \delta_1 = \cos \theta_{1,2} * (r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta) + \sin \theta_{1,2} * (r_2 * \sin \Delta\theta) \end{cases}$$

Dalla seconda (δ_1) si ricava

$$\cos \theta_{1,2} = \frac{\delta_1 - \sin \theta_{1,2} * (r_2 * \sin \Delta\theta)}{(r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta)}$$

Che messo nella prima (δ_2)

$$\delta_2 = \frac{\delta_1 - \sin \theta_{1,2} * (r_2 * \sin \Delta\theta)}{(r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta)} * (r_2 * \sin \Delta\theta) + \sin \theta_{1,2} * (r_1 + r_2 * \cos \Delta\theta)$$

$$\delta_2 - \frac{\delta_1 * (r_2 * \sin \Delta\theta)}{(r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta)} = \frac{-\sin \theta_{1,2} * (r_2 * \sin \Delta\theta)^2}{(r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta)} + \sin \theta_{1,2} * (r_1 + r_2 * \cos \Delta\theta)$$

Si chiama

$$\lambda = \delta_2 - \frac{\delta_1 * (r_2 * \sin \Delta\theta)}{(r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta)}$$

per cui

$$\lambda = \sin \theta_{1,2} * \left(\frac{-(r_2 * \sin \Delta\theta)^2}{(r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta)} + r_1 + r_2 * \cos \Delta\theta \right)$$

Si definisce

$$\Omega = \left(\frac{-(r_2 * \sin \Delta\theta)^2}{(r_1 - r_2 * \cos \Delta\theta)} + r_1 + r_2 * \cos \Delta\theta \right)$$

Quindi

$$\sin \theta_{1,2} = \frac{\lambda}{\Omega}$$

$$\theta_{1,2} = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{\Omega} \right)$$

Facendo i passaggi trovando il coseno, l'angolo trovato non dovrebbe cambiare, quindi si può utilizzare come controllo.

Analizzate le combinazioni geometriche possibili per determinare i singoli movimenti, si procede con la verifica l'attuabilità di rilievo in un caso reale di rototraslazione.

3. MOVIMENTO MISTO e PROPOSTA METODO

Esaurita la trattazione dei casi ideali, si procede con l'analisi del caso reale di rototraslazione.

La complessità di questo caso consiste nel riuscire a separare la componente traslazionale da quella rotazionale.

Il procedimento di analisi dovrà quindi necessariamente coniugare le tecniche analizzate precedentemente, generalizzando la casistica e giungendo ad un modello generale da adattare ad ogni condizione di possibile applicazione.

Nel caso di cedimento generalizzato, la struttura riflettente può essere assimilata ad un'asta libera di muoversi in uno spazio 3D (asta con vincolo a sfera per rotazioni+traslazioni), quindi con 6 gradi di libertà; le entità che ci interessano, tuttavia, sono principalmente 5:

- 3 spostamenti lungo gli assi X_{Tr}, Y_{Tr}, Z_{Tr}
- 2 rotazioni attorno agli assi X_{Tr}, Y_{Tr}

La rotazione lungo l'asse Z_{Tr} è ipotizzata trascurabile rispetto alle altre, in quanto si definisce la trave come "elemento puntuale" in vista planimetrica, assimilando la distribuzione delle forze agenti costante lungo i suoi lati.

Per analizzare la situazione, ci avvaliamo delle seguenti ipotesi:

- I punti in cui sono posizionati i laser si considerano fissi e non soggetti a cedimenti
- Le misurazioni vengono fatte su 2 piastre orientabili altimetricamente e planimetricamente, con l'obiettivo di avere la più possibile perpendicolarità col raggio incidente; la presenza di un'unica piastra per lato ci permette di misurare la rotazione su un unico asse.
- Essendo la piastra rigidamente solidale alla trave, le rotazioni e gli spostamenti a cui sarà soggetta saranno i medesimi, per cui ci si riferirà alla prima.
- Si può conoscere la posizione reciproca delle piastre, e la loro disposizione rispetto alla trave di sostegno.
- Le misurazioni per le rotazioni vengono effettuate, rispetto al piano YZ, su un'unica piastra per lato.
- I distanziometri in considerazione hanno una buona precisione con il raggio incidente a $90^\circ \pm 15^\circ$ rispetto alla piastra riflettente. Unito al punto precedente, si potrebbe mantenere un'inclinazione α circa uguale, tuttavia si mantiene una trattazione generale in fase di studio.

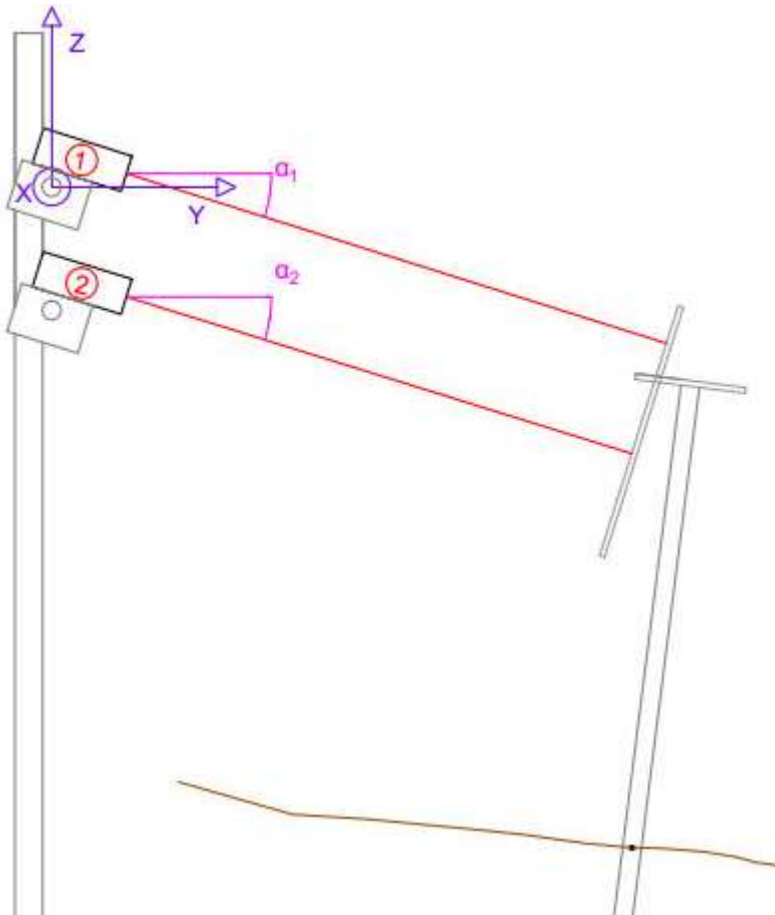


Figura 2.2-A Schema ipotizzato, piastra unica per lato, 2 distanziometri

3.1. IMPOSTAZIONE RETE DI RILEVAMENTO

Lo schema di posa della strumentazione avrà come principale variabile il posizionamento dei distanziometri sul proprio sostegno, potendo scegliere se affiancarli o porli uno sopra l'altro.

Altro fattore al momento del setting iniziale, sarà la scelta degli assi di riferimento: al punto iniziale di misurazione di un distanziometro (di seguito coincidente con il punto di uscita del raggio laser, comunque adattabile in funzione del setting dello strumento) o solidale con la trave di appoggio; ciò sarà importante principalmente per determinare le posizioni reciproche al momento iniziale ($t=0$).

Le combinazioni possibili saranno dunque le seguenti:

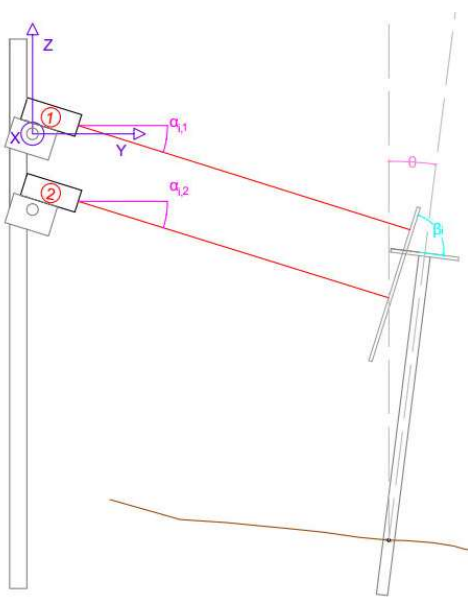


Figura 3.1-A Riferimento trasversale, 2 distanziometri in verticale

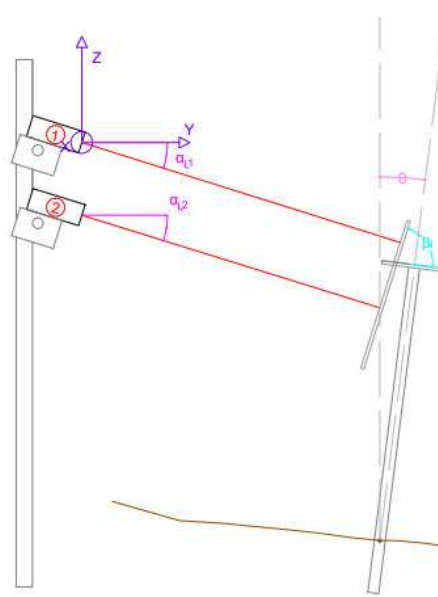


Figura 3.1-B Riferimento laser, 2 distanziometri in verticale

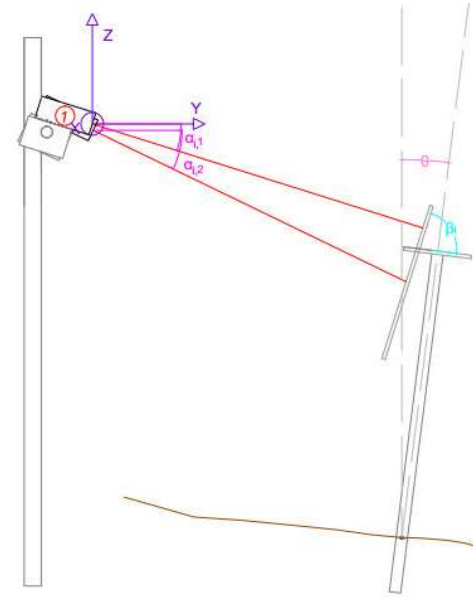


Figura 3.1-C riferimento laser, 2 distanziometri affiancati

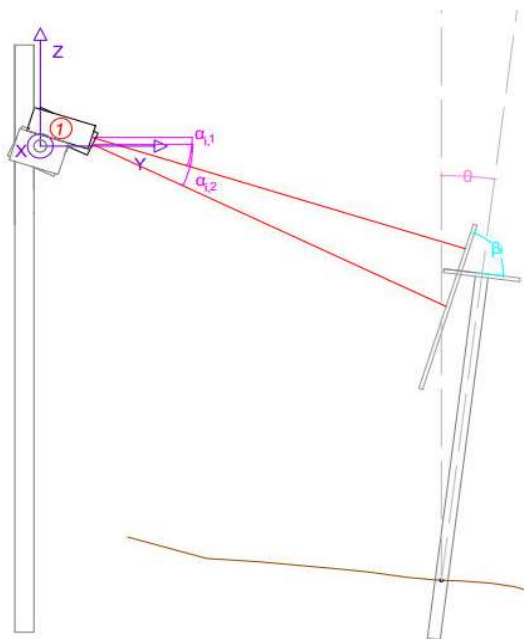


Figura 3.1-D Riferimento trasversale, 2 distanziometri affiancati

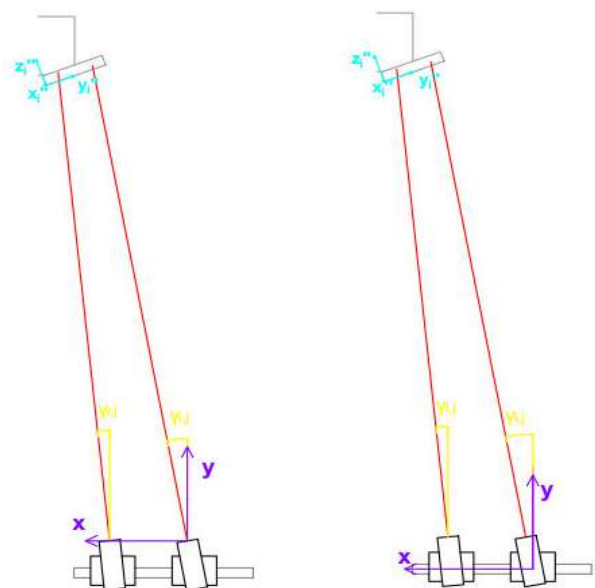


Figura 3.1-E Dettaglio planimetrico riferimenti

La scelta della disposizione potrà essere adattata alle varie esigenze.

In particolare, volendo tenere i raggi laser il più perpendicolari possibile alle piastre, la disposizione verticale degli strumenti (Es Figura 3.1-A, figura 3.1-B) faciliterà il calcolo delle rotazioni verticali, mentre quella orizzontale (Figura 3.1-C, Figura 3.1-D) le rotazioni attorno all'asse z .

In base alle considerazioni fatte ad inizio capitolo, tuttavia, è preferibile la disposizione verticale.

La configurazione planimetrica che si avrà sarà composta da due punti, A e B, dove saranno disposti gli strumenti e uno di riflessione:

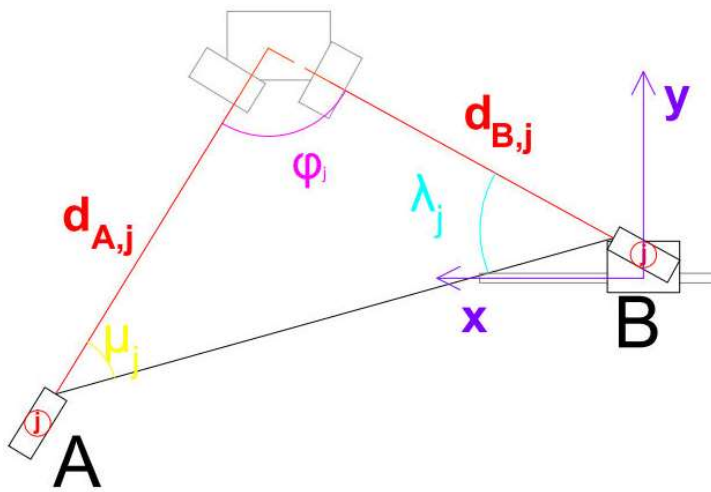


Figura 3.1-B Schema planimetrico- riferimento asta

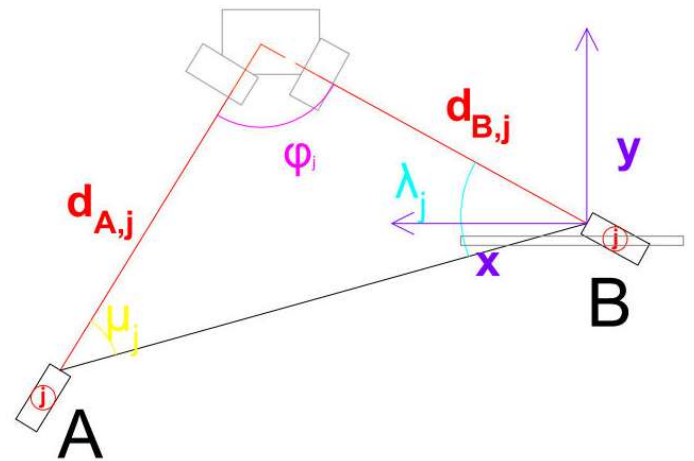


Figura 3.1-A Schema planimetrico- riferimento laser

Posizionati i laser e le travi da collimare, si dovrà cercare di porre le piastre di riflessione il più perpendicolari possibili al raggio, in quanto, per avere una riflessione ottimale, si deve mantenere un vincolo di incidenza pari a $90^\circ \pm 15^\circ$.

Per ottenere questo vincolo e determinare anche gli angoli γ , si può utilizzare il seguente metodo basato sull'imposizione di uno spostamento

3.2. DETERMINAZIONE DEGLI ANGOLI

Date le caratteristiche del punto di riflessione, è possibile regolare le piastre rispetto ad inclinazione verticale e rotazione planimetrica di quantità definite.

Riferendoci allo schema planimetrico di riferimento alla nostra destra, si va a misurare la distanza $d_{B,j}(t_0)$ letta al distometro.

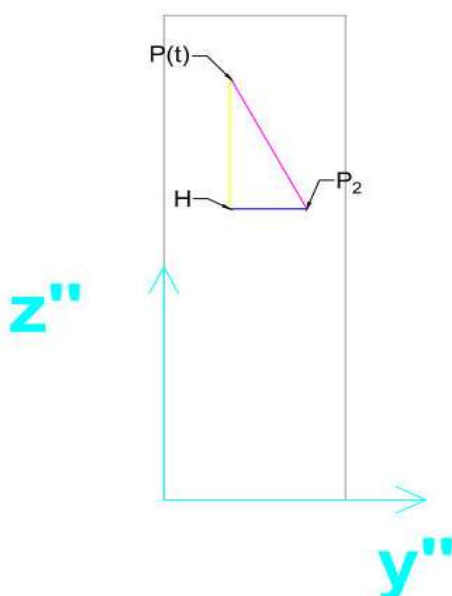


Figura 3.2-A Dettaglio piastra

Successivamente si impone una rotazione $\Delta\beta$ alla piastra, andando a rilevare la nuova distanza $d_{B,j}(t_1)$ e la posizione relativa del nuovo punto rilevato ($\Delta y'' = \overline{P_2 H_j}$; $\Delta z'' = \overline{P(t) H_j}$)

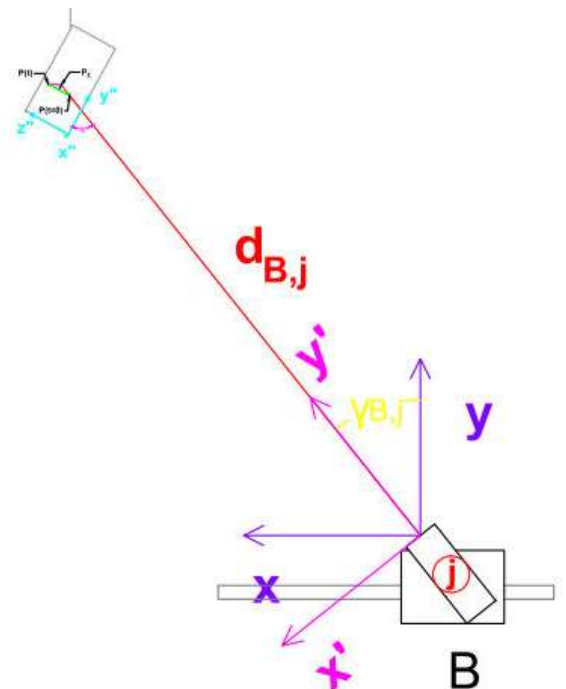


Figura 3.2-B Sistemi riferimento planimetrici

A questo punto lo schema diventa simile al cap 3.2.4.1, tuttavia il caso reale ci pone a dover attuare degli accorgimenti relativi allo scostamento del centro di rotazione; quest'ultimo, infatti, non giacerà sulla congiunzione tra le posizioni delle superfici riflettenti, ma sarà spostato a seconda della posizione del perno.

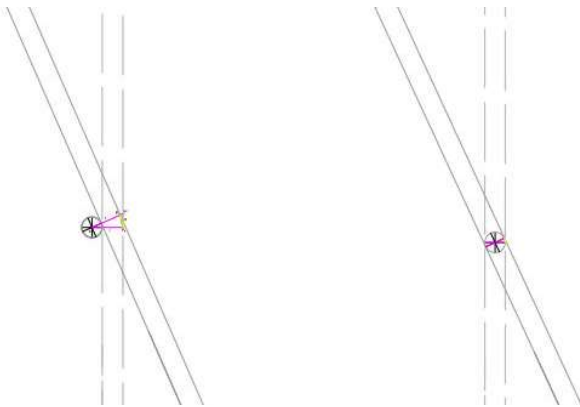


Figura 3.2-C Dettaglio diverse posizioni CIR piastra

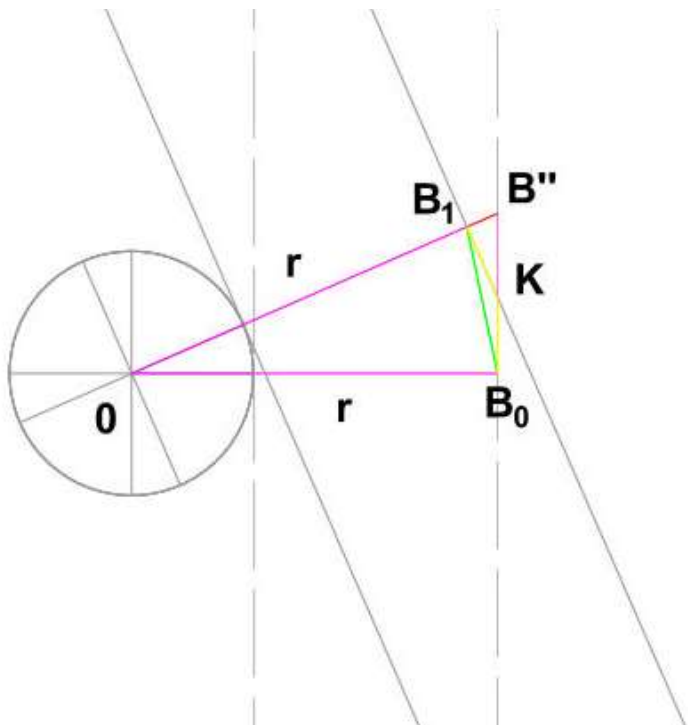


Figura 3.2-D Dettaglio schema calcolo spostamenti piastra

Oppure dal teorema dei seni:

$$\frac{r}{\sin \widehat{OB_0B_1}} = \frac{r}{\sin \widehat{B_0B_1O}} = \frac{\overline{B_0B_1}}{\sin \Delta\beta}$$

Troviamo gli angoli rimanenti:

$$\widehat{KB_0B_1} = \widehat{KB_1B_0} = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{\Delta\beta}{2}\right) = \frac{\Delta\beta}{2}$$

$$\widehat{B_0KB_1} = 180^\circ - \left(2 * \frac{\beta}{2}\right) = 180^\circ - \beta$$

Faremo riferimento di seguito al caso generale di sinistra, per determinare il punto K (Figura 3.2-C) NB: il seguente ragionamento è valido indipendentemente dal verso di rotazione e dall'inclinazione del laser rispetto alla piastra

Come si può osservare dal disegno, il disassamento del CIR rispetto alla superficie riflettente porta a dover correggere le posizioni lette di $\pm(\overline{B_1K} = \overline{B_0K})$

Dati:

- r: calcolabile
- $\widehat{B_0OB_1} = \Delta\beta$

Con il teorema di Carnot

$$\overline{B_0B_1} = \sqrt{2r^2 - 2r^2 * \cos \Delta\beta}$$

O con il teorema dei seni:

$$\frac{\overline{B_0B_1}}{\sin(\Delta\beta)} = \frac{r}{\sin\left(90^\circ - \frac{\Delta\beta}{2}\right)}$$

Con

$$\begin{aligned} \widehat{OB_0B_1} = \widehat{B_0B_1O} &= \frac{180^\circ - \Delta\beta}{2} \\ &= 90^\circ - \frac{\Delta\beta}{2} \end{aligned}$$

Permettendoci di trovare la quantità correttiva con il teorema dei seni:

$$\frac{\overline{B_1K}}{\sin \frac{\Delta\beta}{2}} = \frac{\overline{B_0K}}{\sin \frac{\Delta\beta}{2}} = \frac{\overline{B_0B_1}}{\sin(180^\circ - \beta)}$$

Potendo determinare il punto K, si possono determinare tramite la teoria dei triangoli tutte le componenti della piramide con base triangolare $P(t)P_2H_j$

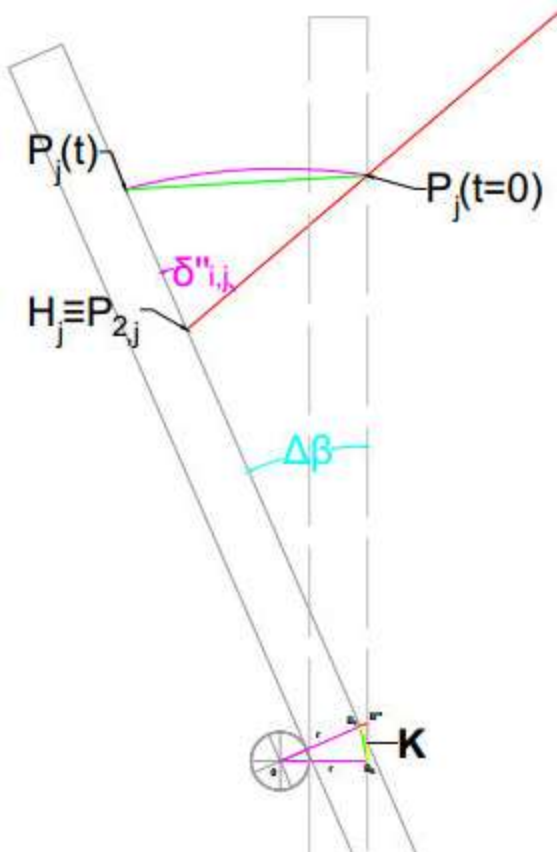


Figura 3.2-F Calcolo inclinazioni relative, Schema piano X''Z''

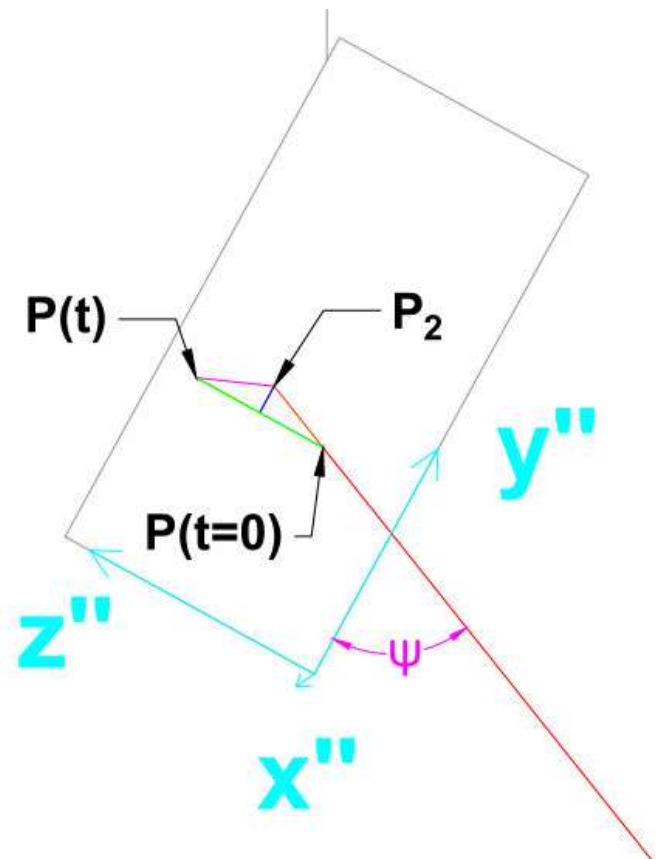


Figura 3.2-E Schema planimetrico calcolo inclinazioni relative

Sapendo le distanze $\overline{P_j(0)K} = \overline{P_j(0)B_0} - \overline{KB_0}$ e $\overline{P_j(t)K} = \overline{P_j(0)B_0} + \overline{KB_0}$, si determina tramite Carnot

$$\overline{P_j(0)P_j(t)} = \sqrt{\overline{P_j(0)K}^2 + \overline{P_j(t)K}^2 - 2 * \overline{P_j(0)K} * \overline{P_j(t)K} * \cos \Delta\beta}$$

Tramite il teorema di pitagora:

$$\overline{P(t)P_2} = \sqrt{\Delta y''^2 + \Delta z''^2}$$

Conoscendo $\Delta z''$ possiamo determinare la distanza $\overline{H_jK}$, che tramite Carnot ci fornisce

$$\overline{H_j P_j(0)} = \sqrt{\overline{P_j(0)K^2} + \overline{H_j K^2} - 2 * \overline{P_j(0)K} * \overline{H_j K} * \cos \Delta\beta}$$

Arrivando così ad avere ogni spigolo della piramide, potendo così determinare tramite il teorema dei seni gli angoli in essa presenti.

In particolare ci interesseranno gli angoli $\delta_{i,j}$ di incidenza verticale e $\Psi_{i,j}$ di incidenza orizzontale.

Troviamo

$$\delta_{i,j}'' = P_j(t) \widehat{H_j P_j(0)} = \cos^{-1} \left(\frac{(\Delta z''^2 + \overline{H_j P_j(0)}^2 - \overline{P_j(0)P_j(t)}^2)}{2 * \Delta z'' * \overline{H_j P_j(0)}} \right)$$

Essendo l'angolo

$$H_j \widehat{P_{2j} P_j(0)} = \cos^{-1} \left(\frac{(\Delta y''^2 + \overline{P_{2j} P_j(0)}^2 - \overline{P_j(0)H_j}^2)}{2 * \Delta y'' * \overline{P_{2j} P_j(0)}} \right)$$

Sapendo che

$$\tan(\Psi_{i,j}'') = \tan \left(H_j \widehat{P_{2j} P_j(0)} \right) * \sin(\delta_{i,j}'')$$

L'angolo acuto di incidenza sul piano y''x'' sarà pari a

$$\Psi_{i,j}'' = \tan^{-1} \left(\tan \left(H_j \widehat{P_{2j} P_j(0)} \right) * \sin(\delta_{i,j}'') \right)$$

Riusciamo così a determinare gli angoli d'incidenza nei piani x''z'' e x''y'' della piastra di riflessione

Sapendo anche gli angoli β_i , si possono trovare le inclinazioni della trave lungo gli assi perpendicolari alle piastre.

Oltre a queste informazioni, durante l'impostazione della rete si può rilevare la differenza di orientamento $\Delta\gamma_i$ degli angoli planimetrici, sia leggendola dal punto di mira, sia vista come differenza dalla piastra $\Delta\gamma''_i$.

Da notare che, in assenza dell'inclinazione della trave $\theta_T(0)$, non è possibile riferire i sistemi di riferimento (X, X' con X'')

Oltre a questi, grazie alla possibilità di sapere l'angolo tra le rispettive piastre, sarà possibile determinare l'angolo ϕ_j'' tra i due laser; trovato quest'angolo, basterà determinare il sistema di riferimento XYZ per definire gli angoli $\gamma_{i,j}$

3.3 RELAZIONI TRA I SISTEMI DI RIFERIMENTO- IMPOSTAZIONE MODELLO

Si cerca di impostare l'intero schema di rilevamento definendo le relazioni tra i sistemi di riferimento, giungendo quindi alla sua determinazione definitiva.

In Figura 3.3-A sono elencati i vari sistemi di riferimento esistenti

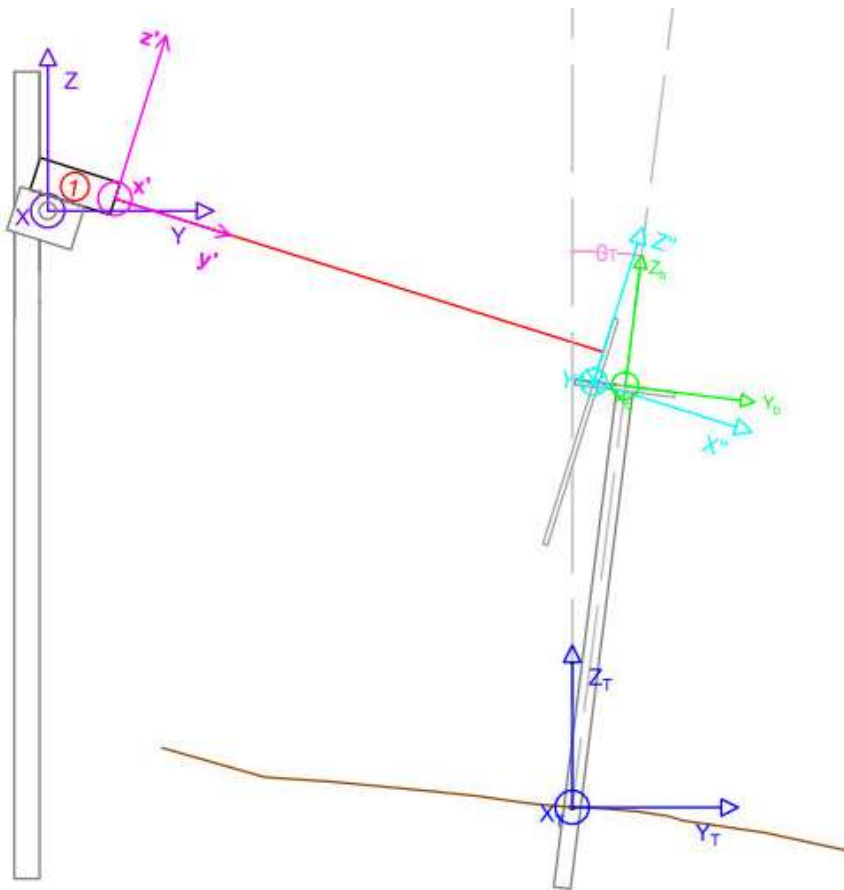


Figura 3.3-A elenco sistemi riferimento

Si procede a determinare le relazioni partendo dal sistema $R^{(Tr)}O^{(Tr)}X^{(Tr)}Y^{(Tr)}Z^{(Tr)}$.

Si misurano da uno strumento le inclinazioni della trave lungo gli assi $X^{(Tr)}$ e $Y^{(Tr)}$:
 $\theta^{(Tr)}_{zx}; \theta^{(Tr)}_{zy}$;

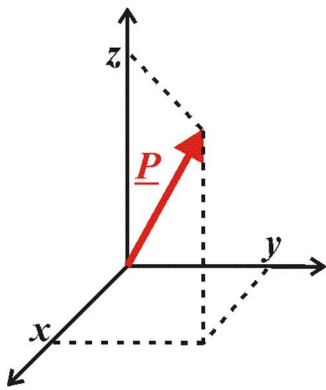


Figura 3.3-B schema coordinate cilindriche

Sapendo l'altezza "h" della trave fuori dal terreno sommata alla base posta su di essa, è possibile determinare la distanza $\overline{O^{(Tr)}O^{(b)}} = h$ che intercorre tra il sistema di riferimento della trave e quello posto sulla base.

In coordinate cilindriche, definiamo la posizione di questo punto rispetto al primo sistema di riferimento $Ro^{(Tr)}X^{(Tr)}Y^{(Tr)}Z^{(Tr)}$, pari all'origine del secondo sistema di riferimento $Ro^{(b)}X^{(b)}Y^{(b)}Z^{(b)}$, come

$$P = O^{(b)} = (a, b, c) = \left(x^{(Tr)}_{o_b}, y^{(Tr)}_{o_b}, z^{(Tr)}_{o_b} \right)$$

La distanza tra le due origini, sarà quindi:

$$\overline{O^{(Tr)}O^{(b)}} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = h \quad \text{Equazione 1}$$

Ragionando sulle proiezioni

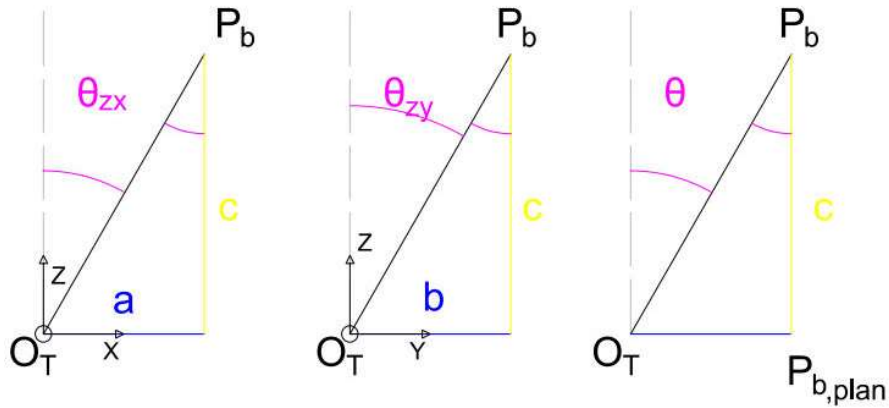


Figura 3.3-C Proiezione angolo coordinate cilindriche su piani

$$a = c * \tan(\theta^{(Tr)}_{zx})$$

$$b = c * \tan(\theta^{(Tr)}_{zy})$$

Che, inserendoli nella $\overline{O^{(Tr)}O^{(b)}} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = h$ Equazione 1

$$h = \sqrt{(c * \tan(\theta^{(Tr)}_{zx}))^2 + (c * \tan(\theta^{(Tr)}_{zy}))^2 + c^2} = c * \sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx}))^2 + (\tan(\theta^{(Tr)}_{zy}))^2 + 1}$$

da cui

$$c = \frac{h}{\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx}))^2 + (\tan(\theta^{(Tr)}_{zy}))^2 + 1}}$$

$$a = \frac{h}{\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx}))^2 + (\tan(\theta^{(Tr)}_{zy}))^2 + 1}} * \tan(\theta^{(Tr)}_{zx})$$

$$b = \frac{h}{\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx}))^2 + (\tan(\theta^{(Tr)}_{zy}))^2 + 1}} * \tan(\theta^{(Tr)}_{zy})$$

$$\gamma_T = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{h}{\sqrt{(\theta^{(Tr)}_{zx})^2 + ((\theta^{(Tr)}_{zy})^2 + 1)}} * \tan(\theta^{(Tr)}_{zy})}{\frac{h}{\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx})^2 + (\tan(\theta^{(Tr)}_{zy}))^2 + 1)}} * \tan(\theta^{(Tr)}_{zx})}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\tan(\theta^{(Tr)}_{zy})}{\tan(\theta^{(Tr)}_{zx})}\right)$$

Per cui

$$\theta^{Tr} = \tan^{-1}\left(\frac{O^{(Tr)} p^b_{plan}}{c}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{c}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{h * \tan(\theta^{(Tr)}_{zx})}{\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx})^2 + (\tan \theta_{Tzy})^2 + 1}}\right)^2 + \left(\frac{h * \tan(\theta^{(Tr)}_{zy})}{\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx})^2 + (\tan(\theta^{(Tr)}_{zy}))^2 + 1}}\right)^2}}{\frac{h}{\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx})^2 + (\theta^{(Tr)}_{zy})^2 + 1}}}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\sqrt{(\tan(\theta^{(Tr)}_{zx})^2 + \tan(\theta^{(Tr)}_{zy})^2)}\right)$$

Essendo la matrice di rotazione del sistema di riferimento R_p rispetto R_T

$$R^{(Tb)} = R^{xT} * R^{yT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) & -\sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) \\ 0 & \sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) & \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & \sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & \sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \\ -\sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) * (-\sin(\theta^{(Tr)}_{zx})) & \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) & -\sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) * \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \\ \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) * (-\sin(\theta^{(Tr)}_{zx})) & \sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) & \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) \end{bmatrix}$$

Le coordinate rispetto alla base nel sistema di riferimento trave sono:

$$\begin{Bmatrix} x^{(Tr)} \\ y^{(Tr)} \\ z^{(Tr)} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + R^{(Tr-b)} * \begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} \text{Equazione 2}$$

Mentre il contrario:

$$\begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} = R^{(b-Tr)} * \left(\begin{Bmatrix} x^{(Tr)} \\ y^{(Tr)} \\ z^{(Tr)} \end{Bmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right)$$

$$R^{(Tr-b)} = R^{x_b} * R^{y_b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) & \sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) \\ 0 & -\sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) & \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & -\sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & -\sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \\ \sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) * (\sin(\theta^{(Tr)}_{zx})) & \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) & \sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) * \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \\ \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) * (\sin(\theta^{(Tr)}_{zx})) & -\sin(\theta^{(Tr)}_{zy}) & \cos(\theta^{(Tr)}_{zy}) \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \end{bmatrix}$$

Andiamo ora ad osservare la posizione relativa delle piastre

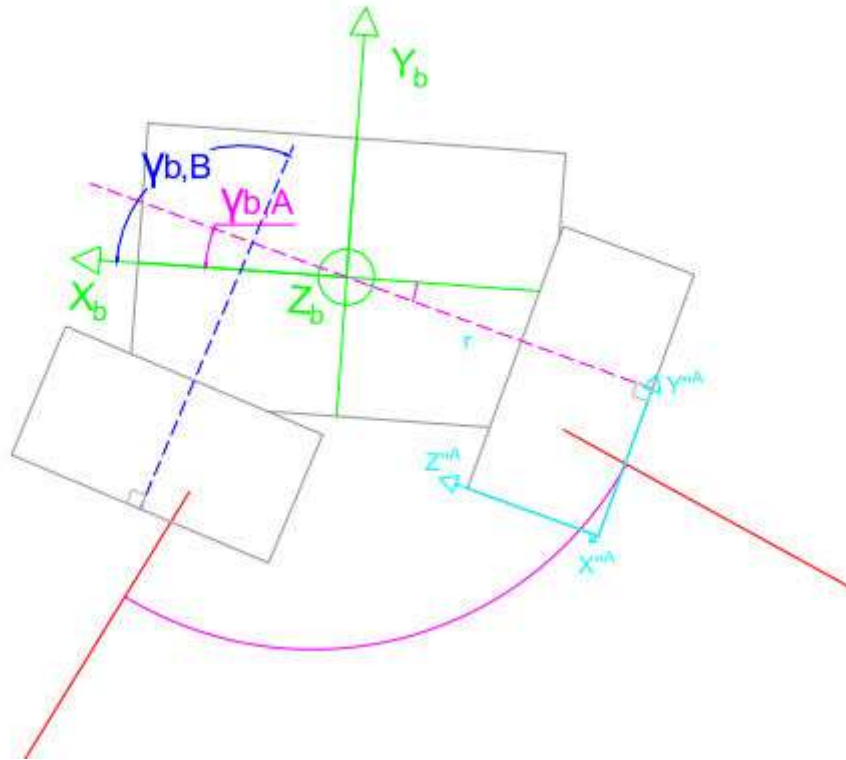


Tabella 3-A Dettaglio piastre piano $X_b Y_b$

Rispetto alla basetta, sono ruotate di un angolo $\gamma_{b,i}$ ed inclinate di un angolo $(\pi/2-\beta)$ rispetto $X^b Y^b$ (attorno y'') e poste ad una determinata distanza dal centro.

Definiamo l'entità β_k che definisce la posizione verticale di $0''$ rispetto al piano $y^b x^b$, data dagli ipotetici disassamenti dovuti alla realizzazione della struttura:

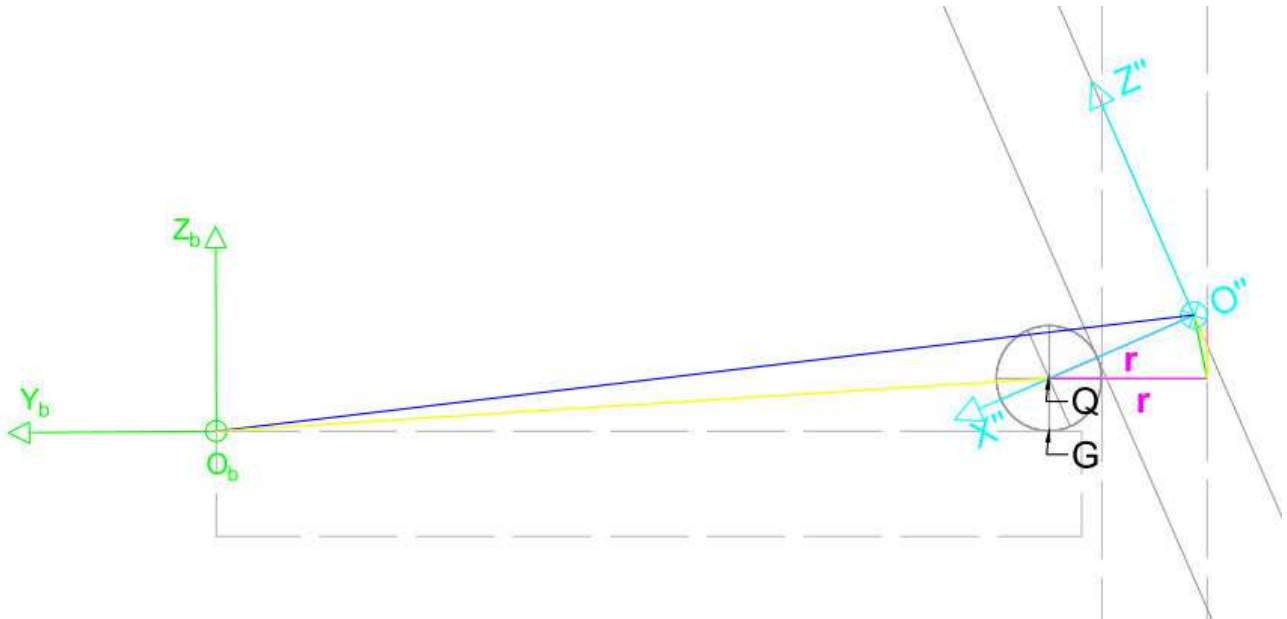


Figura 3.3-D Dettaglio rotazione piastra attorno perno

Come si può osservare dalla Figura 3.3-D, β_k sarà formato da una costante dovuta alla posizione del perno $\widehat{QO^{(b)}}G$ e una variabile $\widehat{O''O^{(b)}}Q$ in funzione della rotazione imposta.

Definito "R" come la distanza $\overline{O^{(b)}G}$, definita a priori in fase di montaggio:

$$\widehat{QO^{(b)}}G = \tan^{-1}\left(\frac{\overline{QG}}{\overline{O^{(b)}G}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{r_p}{R}\right)$$

$$\widehat{O''QO^{(b)}} = \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) + \widehat{QO^{(b)}}G = \pi + \tan^{-1}\left(\frac{r_p}{R}\right) - \beta$$

$$\overline{QO^{(b)}} = \sqrt{r^2 + R^2}$$

Tramite Carnot

$$\begin{aligned} \overline{O^{(b)}O''} &= \sqrt{\overline{O''Q}^2 + \overline{QO^{(b)}}^2 - 2 * \overline{O''Q} * \overline{QO^{(b)}} * \cos(\widehat{O''QO^{(b)}})} \\ &= \sqrt{r^2 + (\sqrt{r^2 + R^2})^2 - 2 * r * (\sqrt{r^2 + R^2}) * \cos\left(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{r_p}{R}\right) - \beta\right)} \end{aligned}$$

E con il teorema dei seni:

$$\frac{\overline{O^{(b)}O''}}{\sin(\widehat{O''QO^{(b)}})} = \frac{\overline{O''Q}}{\sin(\widehat{O''O^{(b)}}Q)} = \frac{\overline{QO^{(b)}}}{\sin(\widehat{QO''O^{(b)}})}$$

$$\widehat{O''O^{(b)}}Q = \sin^{-1}\left(\frac{\overline{O''Q}}{\overline{O^{(b)}O''}} * \sin(\widehat{O''QO^{(b)}})\right)$$

Da cui

$$\beta_k = \widehat{QO^{(b)}}G + \widehat{O''O^{(b)}}Q$$

Trovate le quantità che ci interessano, definiamo la relazione che unisce $R^{(b)}_o^b x^b y^b z^b$ e $R^{(i)}_o^i x^i y^i z^i$.

Si semplifica lo schema della Figura 3.3-D Dettaglio rotazione piastra attorno perno, impostando il CIR planimetrico di entrambe le piastre con il punto $O^{(b)}$, e chiameremo lo scostamento perpendicolare all'asse di rotazione di O^i "B".

La posizione di O^i nel sistema di riferimento $Ro^b x^b y^b z^b$ sarà:

$$O^i_b = (x^b_{O^i}; y^b_{O^i}; z^b_{O^i}) = \left\{ \begin{array}{l} \overline{O^{(b)}O^i} * \cos(\beta_k) * \cos(\pi + \gamma^b_i) + B \sin \gamma^b_i \\ \overline{O^{(b)}O^i} * \cos(\beta_k) * \sin(\pi + \gamma^b_i) - B \cos \gamma^b_i \\ \overline{O^{(b)}O^i} * \sin(\beta_k) \end{array} \right\}$$

La rotazione degli assi sarà data da:

$$\begin{aligned} R^{(ib)} &= R^{y_b} * R^{z_b} = \begin{bmatrix} \sin(\beta_i) & 0 & \cos(\beta_i) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos(\beta_i) & 0 & \sin(\beta_i) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(\gamma^b_i) & -\sin(\gamma^b_i) & 0 \\ \sin(\gamma^b_i) & \cos(\gamma^b_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin(\beta_i) * \cos(\gamma^b_i) & \sin(\beta_i) * (-\sin(\gamma^b_i)) & \cos(\beta_i) \\ \sin(\gamma^b_i) & \cos(\gamma^b_i) & 0 \\ -\cos(\beta_i) * \cos(\gamma^b_i) & \cos(\beta_i) * \sin(\gamma^b_i) & \sin(\beta_i) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Per cui un punto in $RO^i x^i y^i z^i$ rispetto a $R^{(b)}_o^b x^b y^b z^b$ sarà

$$\begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x^b_{O^i} \\ y^b_{O^i} \\ z^b_{O^i} \end{Bmatrix} + R^{(ib)} * \begin{Bmatrix} x^{i,i} \\ y^{i,i} \\ z^{i,i} \end{Bmatrix} \quad \text{Equazione 3}$$

Che visto al contrario sarà

$$\begin{Bmatrix} x^{i,i} \\ y^{i,i} \\ z^{i,i} \end{Bmatrix} = R^{(b'')} * \left(- \begin{Bmatrix} x^b_{O^i} \\ y^b_{O^i} \\ z^b_{O^i} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} \right)$$

Con

$$\begin{aligned} R^{(b'')} &= R^{y''} * R^{z''} = \begin{bmatrix} \sin(\beta_i) & 0 & -\cos(\beta_i) \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos(\beta_i) & 0 & \sin(\beta_i) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(\gamma^b_i) & +\sin(\gamma^b_i) & 0 \\ -\sin(\gamma^b_i) & \cos(\gamma^b_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin(\beta_i) * \cos(\gamma^b_i) & \sin(\beta_i) * (\sin(\gamma^b_i)) & -\cos(\beta_i) \\ -\sin(\gamma^b_i) & \cos(\gamma^b_i) & 0 \\ \cos(\beta_i) * \cos(\gamma^b_i) & \cos(\beta_i) * \sin(\gamma^b_i) & \sin(\beta_i) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Che mettendola nella $\begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x^b_{O''i} \\ y^b_{O''i} \\ z^b_{O''i} \end{Bmatrix} + R^{(''b)} * \begin{Bmatrix} x''_{,i} \\ y''_{,i} \\ z''_{,i} \end{Bmatrix}$ Equazione 3, e successivamente nella

$$\begin{Bmatrix} x^{(Tr)} \\ y^{(Tr)} \\ z^{(Tr)} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + R^{(Tr-b)} * \begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} \text{Equazione 2, darà la posizione relativa alla trave.}$$

Conoscendo durante il setting del cap 3.2 la posizione del raggio e la sua inclinazione rispetto alla piastra (y'' , z'' , $\delta''_{i,j}$, $\Psi''_{i,j}$) nonché la distanza misurata $d_{i,j}$, sarà possibile individuare la posizione del punto di misurazione rispetto alla piastra:

$$\overline{P_2O} = d_{i,j} = \sqrt{a''_d{}^2 + b''_d{}^2 + c''_d{}^2}$$

Con a''_d , b''_d , c''_d proiezioni di $d_{i,j}$ rispetto al riferimento R''

$$a''_d = c''_d * \tan \delta''_{i,j}$$

$$b''_d = a''_d * \tan \Psi''_{i,j} = c''_d * \tan \delta''_{i,j} * \tan \Psi''_{i,j}$$

Allora:

$$\overline{P_2O} = d_{i,j} = c''_d * \sqrt{(\tan \delta''_{i,j})^2 + (\tan(\delta''_{i,j}) * \tan(\Psi''_{i,j}))^2 + 1}$$

Quindi

$$c''_d = \frac{d_{i,j}}{\sqrt{(\tan \delta''_{i,j})^2 + (\tan(\delta''_{i,j}) * \tan(\Psi''_{i,j}))^2 + 1}}$$

$$a''_d = \frac{d_{i,j} * \tan \delta''_{i,j}}{\sqrt{(\tan \delta''_{i,j})^2 + (\tan(\delta''_{i,j}) * \tan(\Psi''_{i,j}))^2 + 1}}$$

$$b''_d = \frac{d_{i,j} * \tan \delta''_{i,j} * \tan \Psi''_{i,j}}{\sqrt{(\tan \delta''_{i,j})^2 + (\tan(\delta''_{i,j}) * \tan(\Psi''_{i,j}))^2 + 1}}$$

E le coordinate del punto $O=O'$ dei sistemi di riferimento $Roxyz$ e $R'o'x'y'z'$ rispetto a $R''o''x''y''z''$ saranno:

$$\begin{Bmatrix} x''_{,i} \\ y''_{,i} \\ z''_{,i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a''_{,i} \\ b''_{,i} \\ c''_{,i} \end{Bmatrix}$$

Che messo nelle relazioni precedenti ci permette di trovare la posizione di O nel sistema di riferimento $Ro^{(Tr)}x^{(Tr)}y^{(Tr)}z^{(Tr)}$:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} x^b_{o''i} \\ y^b_{o''i} \\ z^b_{o''i} \end{Bmatrix} + R^{(b'')} * \begin{Bmatrix} -a''_{i d} \\ b''_{i d} \\ c''_{i' d} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} x_o^{(Tr)} \\ y_o^{(Tr)} \\ z_o^{(Tr)} \end{Bmatrix} &= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + R^{(Tr-p)} * \begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + R^{(Tr-p)} * \left(\begin{Bmatrix} x^b_{o''i} \\ y^b_{o''i} \\ z^b_{o''i} \end{Bmatrix} + R^{(b'')} * \begin{Bmatrix} -a''_{i d} \\ b''_{i d} \\ c''_{i' d} \end{Bmatrix} \right) = \\ &= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + R^{(Tr-p)} * \begin{Bmatrix} x^b_{o''i} \\ y^b_{o''i} \\ z^b_{o''i} \end{Bmatrix} + R^{(Tr-p)} * R^{(b'')} * \begin{Bmatrix} -a''_{i d} \\ b''_{i d} \\ c''_{i' d} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Determiniamo ora la relazione che intercorre tra $R''o''x''y''z''$ e $R'o'x'y'z'$:

$$\begin{Bmatrix} x''_{i} \\ y''_{i} \\ z''_{i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a''_{i d} \\ b''_{i d} \\ c''_{i' d} \end{Bmatrix} + R^{(z'')} * R^{(y')} * R^{(x'')} * \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix}$$

Con:

$$\begin{aligned} R^{(z'')} &= \begin{bmatrix} \cos(\Psi''_{ij}) & \sin(\Psi''_{ij}) & 0 \\ -\sin(\Psi''_{ij}) & \cos(\Psi''_{ij}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R^{(y'')} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta'') & 0 & \sin(\theta'') \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta'') & 0 & \cos(\theta'') \end{bmatrix} = R^{(y^T)} * R^{(y^b)} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & \sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) & 0 & \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sin(\beta_i) & 0 & \cos(\beta_i) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos(\beta_i) & 0 & \sin(\beta_i) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \sin(\beta_i) - \sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \cos(\beta_i) & 0 & \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \cos(\beta_i) + \sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \sin(\beta_i) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \sin(\beta_i) - \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \cos(\beta_i) & 0 & -\sin(\theta^{(Tr)}_{zx}) \cos(\beta_i) + \cos(\theta^{(Tr)}_{zx}) \sin(\beta_i) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Essendo z' inclinato di α rispetto a $z^t // z$

$$R^{(x')} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha'' & \sin \alpha'' \\ 0 & -\sin \alpha'' & \cos \alpha'' \end{bmatrix}$$

Con α'' pari all'angolo $\widehat{HP_2P}(t)$ del paragrafo 3.2.

Vista da $R'o'x'y'z'$

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = R^{(z'')}^{-1} * R^{(y'')}^{-1} * R^{(x'')}^{-1} * \left(\begin{Bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -a'' \\ b'' \\ c'' \end{Bmatrix} \right)$$

Si determina l'ultima relazione tra R' e R:

$$\begin{Bmatrix} x',i \\ y',i \\ z',i \end{Bmatrix} = R^{(x')} * R^{(z')} * \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

Con:

$$R^{(x')} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$R^{(z')} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) & -\sin(\gamma_i) & 0 \\ \sin(\gamma_i) & \cos(\gamma_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Per cui

$$\begin{Bmatrix} x',i \\ y',i \\ z',i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) & \sin(\gamma_i) & 0 \\ \sin(\gamma_i) * \cos \alpha & \cos(\gamma_i) * \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin(\gamma_i) * \sin \alpha & \cos(\gamma_i) * \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

E nel caso opposto

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) & \sin(\gamma_i) & 0 \\ -\sin(\gamma_i) * \cos \alpha & \cos(\gamma_i) * \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin(\gamma_i) * \sin \alpha & -\cos(\gamma_i) * \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x',i \\ y',i \\ z',i \end{Bmatrix}$$

Possiamo ora riferire tutti i punti che ci interessano rispetto al riferimento Roxyz:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = R^{(x')} * R^{(z')} * \begin{Bmatrix} x',i \\ y',i \\ z',i \end{Bmatrix} =$$

$$= R^{(x')} * R^{(z')} * \left\{ R^{(z'')}^{-1} * R^{(y'')}^{-1} * R^{(x'')}^{-1} * \left(\begin{Bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -a'' \\ b'' \\ c'' \end{Bmatrix} \right) \right\} =$$

$$\begin{aligned}
&= R(x') * R(z') * R(z'')^{-1} * R(y'')^{-1} * R(x'')^{-1} * \left(R(b'') * \left(- \begin{Bmatrix} x^b_{O''i} \\ y^b_{O''i} \\ z^b_{O''i} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{Bmatrix} \right) - \begin{Bmatrix} -a''^i_d \\ b''^i_d \\ c''^i_d \end{Bmatrix} \right) = \\
&= R(x') * R(z') * R(z'')^{-1} * R(y'')^{-1} * R(x'')^{-1} * \\
&\quad * \left(R(b'') * \left(- \begin{Bmatrix} x^b_{O''i} \\ y^b_{O''i} \\ z^b_{O''i} \end{Bmatrix} + R^{(b-Tr)} * \left(\begin{Bmatrix} x^{(Tr)} \\ y^{(Tr)} \\ z^{(Tr)} \end{Bmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right) \right) - \begin{Bmatrix} -a''^i_d \\ b''^i_d \\ c''^i_d \end{Bmatrix} \right)
\end{aligned}$$

Per trovare la posizione del punto P_{2i} dal lato del sistema Roxyz (i) con i=B

Mentre, chiamando A l'altra piastra su cui si misura, il punto P_{2,A} si troverà:

$$\begin{Bmatrix} x^b_{P_{2,A}} \\ y^b_{P_{2,A}} \\ z^b_{P_{2,A}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x^b_{O''A} \\ y^b_{O''A} \\ z^b_{O''A} \end{Bmatrix} + R^{(''b)} * \begin{Bmatrix} x_{P_{2,A}}{}^{''A} \\ y_{P_{2,A}}{}^{''A} \\ z_{P_{2,A}}{}^{''A} \end{Bmatrix}$$

Rispetto alla basetta, e quindi rispetto al sistema Roxyz:

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} x_{P_{2,A}} \\ y_{P_{2,A}} \\ z_{P_{2,A}} \end{Bmatrix} &= R(x') * R(z') * \begin{Bmatrix} x'^B \\ y'^B \\ z'^B \end{Bmatrix} = R(x') * R(z') \\
&* \left\{ R(z'')^{-1} * R(y'')^{-1} * R(x'')^{-1} * \left(\begin{Bmatrix} x_{P_{2,A}}{}^{''B} \\ y_{P_{2,A}}{}^{''B} \\ z_{P_{2,A}}{}^{''B} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -a''^B_d \\ b''^B_d \\ c''^B_d \end{Bmatrix} \right) \right\} = \\
R(x')R(z')R(z'')^{-1}R(y'')^{-1}R(x'')^{-1} &* \left(R(b'') * \left(- \begin{Bmatrix} x^b_{O''} \\ y^b_{O''B} \\ z^b_{O''B} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x^b_{P_{2,A}} \\ y^b_{P_{2,A}} \\ z^b_{P_{2,A}} \end{Bmatrix} \right) - \begin{Bmatrix} -a''^B_d \\ b''^B_d \\ c''^B_d \end{Bmatrix} \right) =
\end{aligned}$$

Che inserendo la(formula pagg prima)

$$\begin{aligned}
&R(x')R(z')R(z'')^{-1}R(y'')^{-1}R(x'')^{-1} \\
&* \left(R(b'') * \left(- \begin{Bmatrix} x^b_{O''B} \\ y^b_{O''B} \\ z^b_{O''B} \end{Bmatrix} + \left(\begin{Bmatrix} x^b_{O''A} \\ y^b_{O''A} \\ z^b_{O''A} \end{Bmatrix} + R^{('')} * \begin{Bmatrix} x_{P_{2,A}}{}^{''A} \\ y_{P_{2,A}}{}^{''A} \\ z_{P_{2,A}}{}^{''A} \end{Bmatrix} \right) \right) - \begin{Bmatrix} -a''^B_d \\ b''^B_d \\ c''^B_d \end{Bmatrix} \right)
\end{aligned}$$

Ponendo al posto di $\begin{Bmatrix} x_{P_{2,A}}''',A \\ y_{P_{2,A}}''',A \\ z_{P_{2,A}}''',A \end{Bmatrix}$ il punto $O^{i=A}$ di posizione $\begin{Bmatrix} -a''',A_d \\ b''',A_d \\ c''',A_d \end{Bmatrix}$, si avranno anche le coordinate di inizio misurazione dal lato opposto.

$$\begin{Bmatrix} x_{O^A} \\ y_{O^A} \\ z_{O^A} \end{Bmatrix} = R^{(x')} R^{(z')} R^{(z'')^{-1}} R^{(y'')^{-1}} R^{(x'')^{-1}} \\ * \left(R^{(b'')} * \left(- \begin{Bmatrix} x^b_{O''} \\ y^b_{O''B} \\ z^b_{O''} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x^b_{O''A} \\ y^b_{O''} \\ z^b_{O''A} \end{Bmatrix} + R^{(')} * \begin{Bmatrix} -a''',A_d \\ b''',A_d \\ c''',A_d \end{Bmatrix} \right) \right) - \begin{Bmatrix} -a''',B_d \\ b''',B_d \\ c''',B_d \end{Bmatrix}$$

Tramite queste relazione, sarà possibile anche determinare la relazione tra i sistemi di riferimento O e O^T , che possiedono paralleli gli assi Z e Z^t .

Grazie alle coordinate dei punti, si possono determinare gli angoli $\gamma_{i,j}$ di tutti i raggi, determinare i lati e gli angoli dei triangoli da essi formati .

3.4 PROPOSTA METODO

Basandoci sui ragionamenti svolti fin'ora, si analizza un procedimento per trovare le 5 incognite dello spostamento. Questo procedimento è suddiviso in 5 fasi:

1. Predisposizione della rete

Come descritto nei paragrafi precedenti, al momento della posa del sistema si vanno a definire le sue caratteristiche al momento iniziale $t=0$:

- Si determinano i sistemi di riferimento
- Si rilevano le posizioni relative tra i distanziometri. Si rilevano gli angoli $\alpha_{i,j}$ e le distanze $d_{i,j}(t=0)$, determinando la posizione iniziale del laser sulla piastra ($P_{i,j}(t-1)$)
- Si determinano gli angoli $\Psi''_{i,j}$, $\delta''_{i,j}$, $\alpha'_{i,j}$, β_i , con le relative proiezioni
- Si definisce l'angolo φ_i e gli angoli μ_j , $\lambda_{j,j}$; questi ultimi possono essere calcolati tramite l'approssimazione lato = $d_{i,j} * \cos \alpha$ (vedi allegato A), avendo la misura del lato c , oppure tramite le elaborazioni al paragrafo 3.3 . Questi angoli verranno considerati costanti e non più misurati
- le inclinazioni $\theta_A(t=0)$ e $\theta_B(t=0)$, relative alla direzione del raggio laser, e $\theta^{(Tr)}_{zx}$; $\theta^{(Tr)}_{zy}$; l'operazione può essere effettuata con strumenti appositi o con il metodo al punto 4 (vedi dopo)
- Riferisco gli angoli planimetrici $\varphi_j, \mu_j, \lambda_j$ ad un triangolo di riferimento ($j=1$ o $J=2$), calcolandone le differenze $\Delta\varphi$, $\Delta\mu$, $\Delta\lambda$ per poterli confrontare.
- Trovo gli angoli planimetrici $\gamma_{i,j}$

- Nel caso di elaborazioni come al cap 3.3. Si conosce la posizione dei punti misurati inizialmente rispetto al centro di rotazione della trave ($O^{(Tr)}$), conoscendo il braccio di rotazione pari alla distanza

$$r_{P_{i,j}} = \sqrt{x^{(Tr)^2} + y^{(Tr)^2} + z^{(Tr)^2}}$$

Determinate tutte queste quantità, sarà possibile procedere con il rilevamento e le elaborazioni.

Per avere maggiore semplicità e precisione, sarebbe opportuno mantenere gli angoli α_i e γ_i costanti per ogni lato: $\alpha_{A,j} = \text{cost}$, $\alpha_{B,j} = \text{cost}$, $\gamma_{A,j} = \text{cost}$, $\gamma_{B,j} = \text{cost}$;

Un'altra accortezza sarebbe quella di porre i distometri in modo che la distanza B sia il più possibile pari a zero.

Figura 3.4-A Rilievo su piastra

2. Lettura delle distanze $d_{i,j}(t)$, e rilievo della posizione del laser sulle piastre, determinando i punti $P_{i,j}(t)$ e $H_{i,j}$ nel sistema di riferimento $Ro''x''y''z''$; eventualmente misurare anche le inclinazioni

3. Calcolo spostamenti dei punti sulle piastre $\begin{cases} S_{i,y'',i} = y_{P_{i,j}(t)} - y_{P_{i,j}(t-1)} \\ S_{i,z'',i} = z_{P_{i,j}(t)} - z_{P_{i,j}(t-1)} \end{cases}$, e

4. Calcolo degli angoli al tempo t e la rotazione avvenuta $\Delta\theta$, nella direzione dei raggi laser di riferimento (γ_i) e per i piani $z''y''$ e $z''x''$.

Per le rotazioni rispetto ai laser, ci si riferisce alla teoria trattata nel paragrafo 2.3.4.2, facendo attenzione alla disposizione iniziale dei distometri nel sistema di riferimento $Roxyz$: la posizione degli strumenti, infatti, potrebbe essere diversa rispetto i vari assi, rendendo necessari degli accorgimenti per ottenere inizi comuni rispetto all'asse Z, allungando od accorciando le distanze $d_{i,j}$ rilevate.

Per quanto riguarda i piani $z''y''$ e $z''x''$, questa operazione può essere effettuata in vari modi:

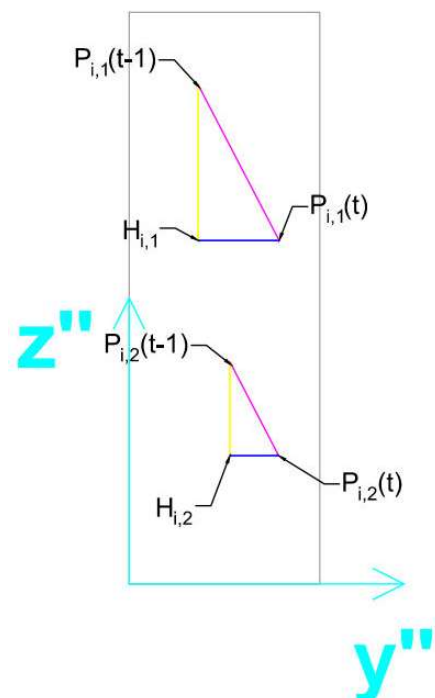
- Misurando con uno strumento gli angoli $\theta^{(Tr)}_{zy}$ e $\theta^{(Tr)}_{zx}$; tali rotazioni andranno poi riportate rispetto al sistema $Ro''x''y''z''$. Ad esempio, con una rotazione $\theta^{(Tr)}_{zx}$ si avrà

$$\theta^{(Tr)}_{z^b x'} = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta^{(Tr)}_{zx}}{\sin \gamma^b_i} \right)$$

Mentre con $\theta^{(Tr)}_{zy}$

$$\theta^{(Tr)}_{z^b y''} = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta^{(Tr)}_{zy}}{\sin \gamma^b_i} \right)$$

- Proiettando le rotazioni trovate lungo le direzioni dei laser nelle direzioni delle piastre. Questa operazione tuttavia necessiterebbe di conoscere gli angoli relativi Ψ'' e δ'' , cosa non certa con l'evolversi della situazione.



- Se si riuscissero a porre i distometri con i $\gamma_{i,1} = \gamma_{i,2}$ e $\alpha_{i,1} = \alpha_{i,2}$, si potrebbe misurare la variazione di inclinazione nel piano $z''y''$. In particolare, dal posizionamento della rete si ha la possibilità di conoscere le inclinazioni $\theta^{(Tr)}_{z''y''}$ e $\theta^{(Tr)}_{z''y''}$ al tempo iniziali, nonché la posizione dei punti e i bracci di rotazione rispetto il cir alla base della trave; su queste base, utilizzando le formule del paragrafo 2.3.4.2 riportate al sistema R'' , si avrebbe

$$\begin{cases} S''_{1,r} = r_1 * \left(\sin \theta^{(Tr)}_{z''y'' t=1} - \sin \theta^{(Tr)}_{z''y'' t=2} \right) \\ S''_{2,r} = r_2 * \left(\sin \theta^{(Tr)}_{z''y'' t=1} - \sin \theta^{(Tr)}_{z''y'' t=2} \right) \end{cases};$$
 sapendo gli angoli al tempo iniziale, sarà dunque facile derivare l'angolo al tempo successivo.

5. Si calcolano le componenti di ciascuna quantità rispetto al piano $x^{(Tr)}y^{(Tr)}$, lungo le direzioni planimetriche delle piastre (direzione proiezione di y'' e z'' in Roxyz).

Come si può osservare infatti nella figura indicativa Figura 3.4-B le componenti dello spostamento lungo x'' e y'' descriveranno dei vettori di componenti differenti secondo gli assi d'interesse.

Queste componenti dello spostamento potranno essere dedotte sia dalle posizioni relative dei punti nel sistema impostato nel paragrafo 4.3, sia tramite la proiezione degli spostamenti rilevati in $Ro''x''y''z''$ grazie alla conoscenza delle nuove inclinazioni.

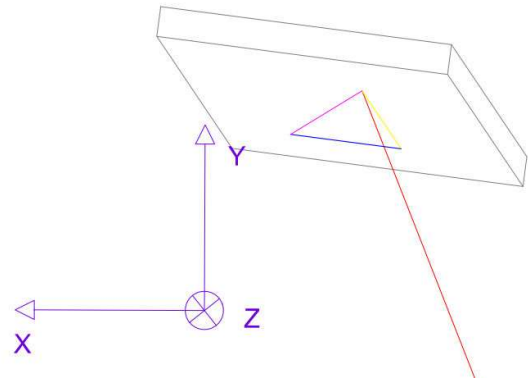


Figura 3.4-B Esempio proiezione da piastra su XY

6. Si calcolano le componenti degli spostamenti dovute unicamente alle rotazioni. Avendo letto gli spostamenti dai distometri e dalle piastre, infatti, sarà possibile identificare lo spostamento totale come visto in precedenza; esso, tuttavia, è composto da una parte dovuta alla rotazione, ed una dovuta alla traslazione. Conoscendo dall' impostazione della rete (paragrafo 3.3) la posizione iniziale $P^{Tr}_{i,j}(0)$ e, quindi, la sua distanza dal centro di rotazione $r_{P^{Tr}_{i,j}(0)} =$

$\sqrt{x^{(Tr)^2} + y^{(Tr)^2} + z^{(Tr)^2}$, sarà possibile calcolare lo spostamento equivalente alla rotazione corrispettiva

In particolare:

- Per la componente del raggio laser:
 Serve innanzitutto avere il valore dell'inclinazione iniziale $\theta^{(Tr)}(t = 0)$.lungo le direzioni γ_i

Sapendo il punto di partenza e la rotazione avvenuta, sarà possibile determinare la nuova posizione teorica $P^{Tr}_{i,j}(t)$, lo spostamento risultante in tutte le sue componenti (vedi formule paragrafo 2.3.4.2) e inclinazioni.

Conoscendo anche l'inclinazione della piastra al tempo finale rispetto alla direzione y_i , sarà possibile calcolare la variazione corrispettiva di raggio $\Delta d_{i,j}$ (si avranno infatti i valori degli angoli compresi e di un lato=spostamento=distanza $p(t)-p(t-1)$).

- Per le componenti sulla piastra si agir  similmente a quanto descritto sopra, trovando le componenti dello spostamento lungo le proiezioni degli assi X'' e y'' nel sistema di riferimento $Ro^{(Tr)}x^{(Tr)}y^{(Tr)}z^{(Tr)}$ e $Roxyz$.

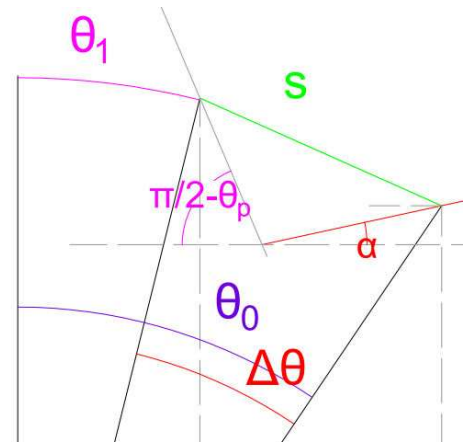


Figura 3.4-C Schema componenti misurate in caso di rotazione

7. Tolate le componenti rotazionali da quelle degli spostamenti totali, si trovano le componenti traslazionali nelle direzioni corrispettive
8. Per trovare lo spostamento totale e la sua direzione, si pu  procedere in due modi:
 - Analiticamente, con le coordinate dei punti trovati, le distanze e le varie inclinazioni si pu  utilizzare la teoria dei vettori definendone le entit  rispetto a $Roxyz$ e $Ro^{(Tr)}x^{(Tr)}y^{(Tr)}z^{(Tr)}$.
 - Geometricamente, analizzando il caso planimetricamente e verticalmente. In particolare, in riferimento alla seguente Figura 3.4-D, si possono utilizzare componenti differenti:

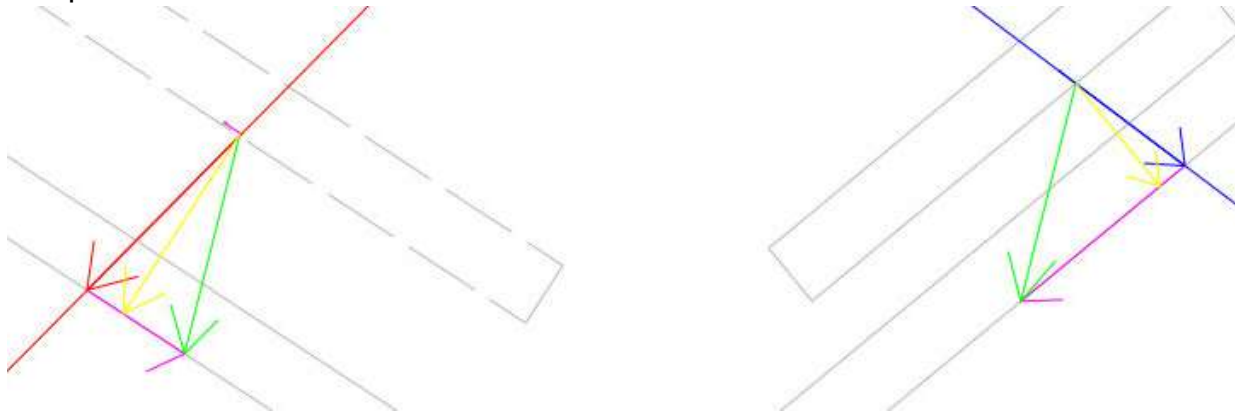


Figura 3.4-D Componenti spostamento in caso di unica traslazione

- Gli spostamenti dei raggi (blu e rosso) e quelli sulle piastre (gialli e viola), gli ultimi in particolare lungo le proiezioni degli assi y''^i
- Gli spostamenti sulle piastre lungo le proiezioni di y''^i e x''^i

Utilizzando come esempio l'immagine sovrastante, si nota che in caso di perpendicolarità tra raggio e piastra, i due sottocasi andranno a coincidere.

Nonostante ciò, trattiamo il caso più generale, in quanto rimarranno delle non perpendicolarità in fase di impostazione.

Per la definizione geometrica, nel caso si usino le componenti lungo γ_i , si procede come nel paragrafo 2.3.3.2:

Ritrovandoci con un quadrilatero di noti i lati e 2 angoli opposti, si riesce a risalire alla diagonale corrispondente allo spostamento, determinandone l'entità planimetrica e la sua direzione relativa.

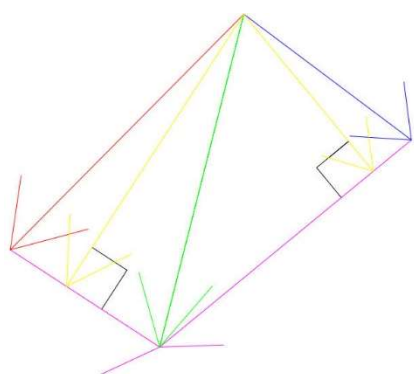


Figura 3.4-F Dettaglio elementi possibili per operazioni con quadrilatero

Nel caso invece si volessero utilizzare le componenti delle piastre, si è avvantaggiati per la loro condizione di perpendicolarità; sarà dunque possibile determinare la diagonale corrispondente allo spostamento tramite il teorema di Pitagora e la sua direzione relativa con il teorema dei seni

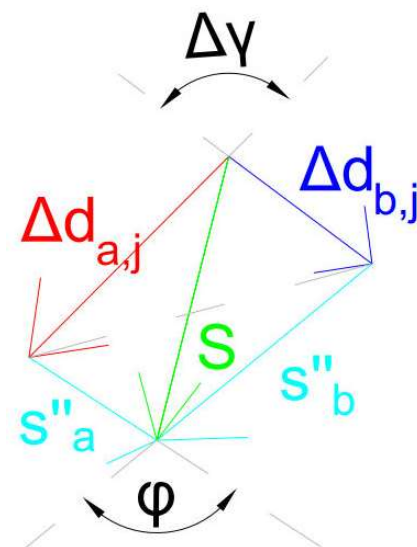


Figura 3.4-E Esempio Quadrilatero per Spostamento con laser

In ogni caso la differenza nei procedimenti risulta minima, si dovrà dunque guardare alla precisione tramite considerazioni con la teoria degli errori.

In base alla trattazione svolta sopra, potrebbe sembrare superfluo effettuare misurazioni da 2 punti, in quanto lo spostamento risulta determinabile anche da un solo lato.

Tale considerazione risulta valida, tuttavia la scelta dipenderà dalla precisione che si potrà ottenere e gli obiettivi che si avranno.

La misurazione da due punti offrirebbe il vantaggio di identificare una eventuale rotazione attorno all'asse Z^{Tr} , osservando una differenza degli spostamenti trovati (tenendo conto una tolleranza dovuta alla precisione ottenibile). Ciò potrebbe essere utilizzato in situazioni differenti da quella del sito di Luvinate e la rete ivi impostata.

Un altro aspetto da tenere in considerazione sarebbe la possibilità di avere un controllo dei dati ricevuti in caso di anomalie.

Osservando i ragionamenti fatti fino ad ora, si apre un'ulteriore ipotesi di procedimento, che esclude il rilevamento sulle piastre:

1. Si esegue l'impostazione della rete ed acquisiscono i dati iniziali
2. Si rilevano i $\Delta\theta$ lungo i raggi e leggono le rotazioni della trave

3. Tramite le relazioni al paragrafo 3.3, si identificano gli angoli planimetrici tra le direzioni x, y e γ_i , in quanto il sistema rigido sarà soggetto alle medesime rotazioni in ogni suo punto
4. Si calcolano le componenti di allungamento dei raggi dovuto alla pura rotazione (vedi punto 6 procedimento precedente)
5. Si tolgono le componenti rotazionali, trovando quelle di traslazione
6. In caso di mancate rotazioni attorno all'asse z^{Tr} , si avrebbero tutti e 4 gli angoli e 2 lati del parallelogramma risultante visto prima, quindi sarebbe definibile lo spostamento.

Da tenere presente la condizione vincolante al punto 6 che, in un caso reale di rete, andrebbe analizzato e tenuto conto per la precisione finale delle elaborazioni.

Si è dunque giunti ad una caratterizzazione completa del rilievo dal punto di vista geometrico-cinematico, giungendo alla caratterizzazione di ogni incognita di un caso generale.

Tale caso andrà poi adattato a seconda delle esigenze di rilievo e del contesto.

4 RILEVAMENTO ED OSSERVAZIONI IN LOCO

Come anticipato, Ferrovie Nord ha messo a disposizione un sito di monitoraggio, caratterizzato in particolare dalle 4 aree individuate dopo l'evento del 2002, dove testare la valenza di questo tipo di monitoraggio.

Nel maggio 2016 si è effettuata la prima installazione di un prototipo di rete, come si può osservare in figura 4-A e figura 4-B

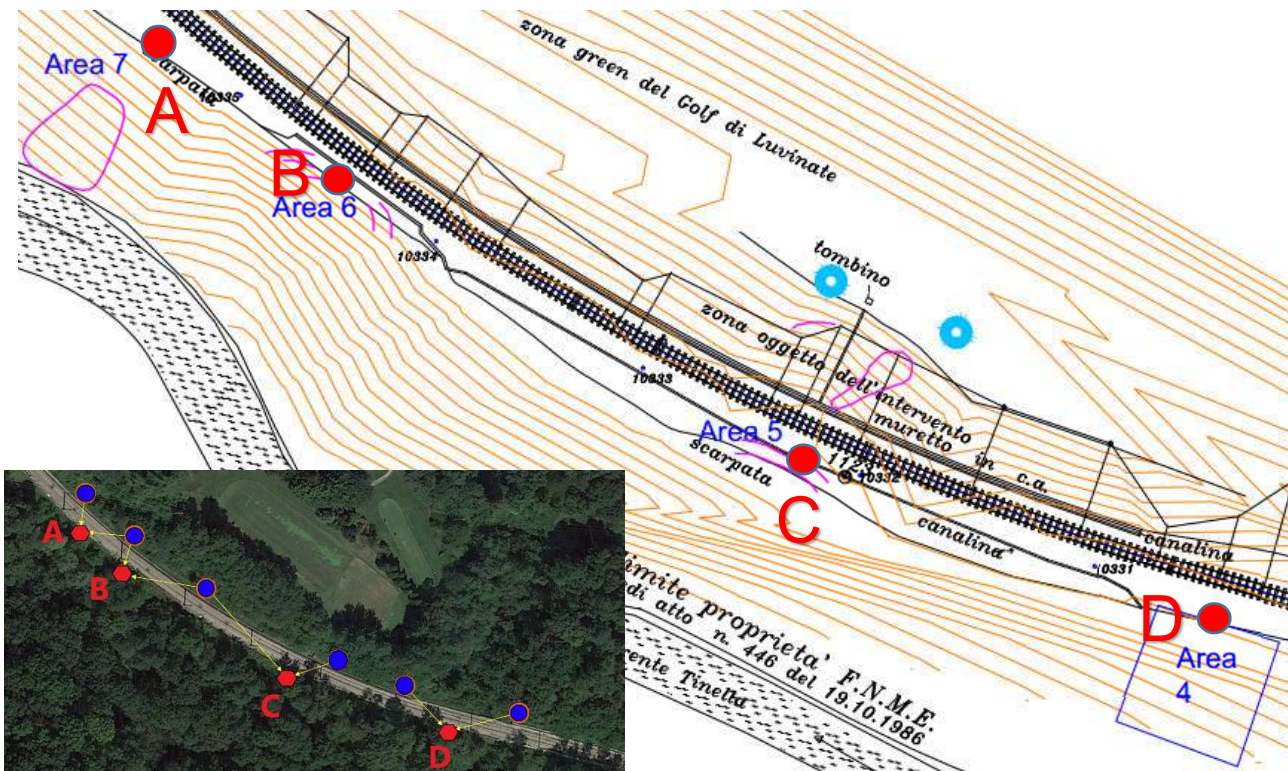


Figura 4-A Dettaglio aree, punti monitorati e punti di misura

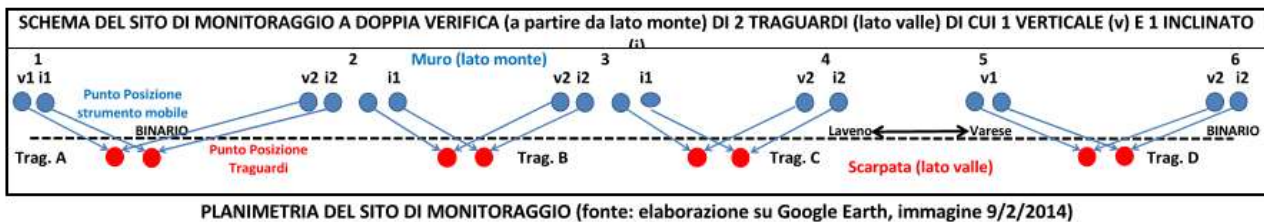


Figura 4-B

La rete si compone di:

- 4 punti di riflessione, corrispondenti alle 4 aree segnalate, costituiti da una trave con profilo ad H infissa nel terreno ed una base sulla quale sono poste 4 piastre (2 per



Figura 4-D Dettaglio piastre di riflessione

lato a diverse inclinazioni). In un caso, per aumentare la stabilità nel terreno, si è iniettata della malta cementizia



Figura 4-E Dettaglio- inserimento malta cementizia



Figura 4-C Punto di riflessione

- 6 punti di misurazione fissi, sui quali sono stati posti i distanziometri. Tali punti sono formati da travi in acciaio solidarizzate col muro di sostegno, le quali sostengono una traversa che sorregge le basi per gli strumenti.



Figura 4-F Punto di misura con distanziometro



Figura 4-G Foto punto B

Questo schema è stato mantenuto fino al 27/4/1017, quando il terzo supporto ai laser è stato avvicinato al punto C. Tale modifica, come si vedrà in seguito, si è introdotta in quanto individuato il punto C come sensibile, predisponendo per la sperimentazione delle misure in continuo.

Le piastre di riflessione sono state poste con una inclinazione β dalla base di appoggio di 60 e 90. Riguardo questa caratteristica si è notato che le variazioni sulla piastra inclinata subivano degli sbalzi elevati, con differenze significative anche a distanza di pochi minuti,

a differenza della piastra “verticale”, che manteneva una regolarità nelle misure (vedi *Grafico 1*)

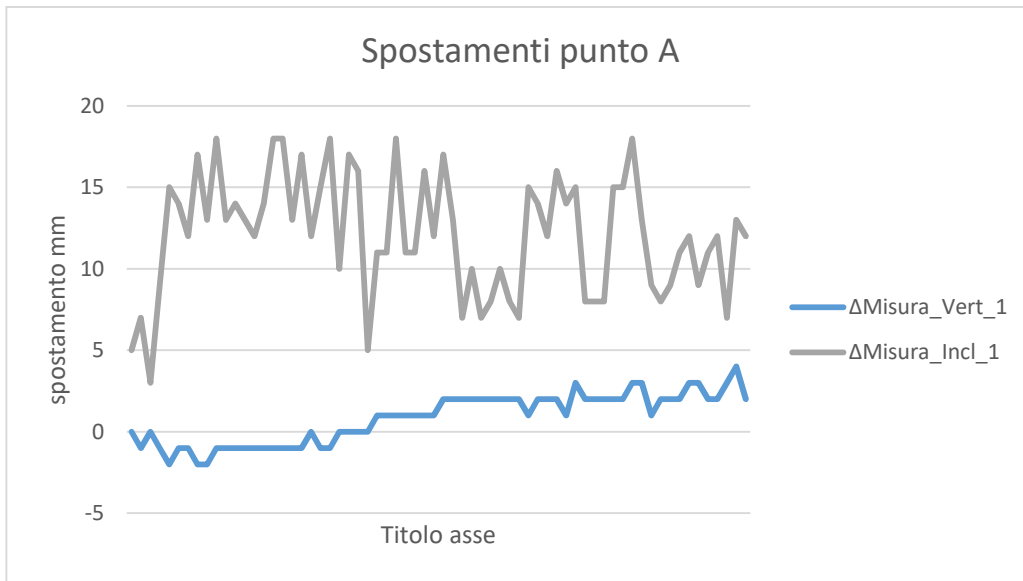


Grafico 1- misurazioni punto A piastre n. 1

La maggiore oscillazione nei dati raccolti sulle piastre inclinate riflette la necessità del distanziometro di avere il raggio il più perpendicolare possibile alla superficie; come indicato da tecnici nel campo, in genere si ha una buona precisione entro una inclinazione di $\pm 15^\circ$ tra raggio e piastra.

Avendo inclinazioni dei raggi di massimo circa -5° e delle basette di $2,6^\circ$, in automatico la precisione delle piastre inclinate viene a mancare, per cui si tengono tali dati unicamente come confronto indicativo.

Al fine di migliorare la precisione delle misure, si è provato ad osservare che tipo di superficie fosse migliore per riflettere il raggio; si è trovato nel colore arancione e superficie opaca, la combinazione migliore. Tali conclusioni sono state confermate dalla società di produzione dello strumento, in quanto ogni marca di laser è settata per rilevare una determinata parte dello spettro EM.

Ulteriori limitazioni possono essere riscontrate nelle distanze di rilevamento: per quanto gli strumenti siano garantiti con una precisione millimetrica ad una distanza massima di 150m, si è notato che oltre i 40 metri le misure iniziano a variare maggiormente.

Altro aspetto osservato è l'allargamento del punto di riflessione del raggio con l'aumentare della distanza; questo fenomeno potrebbe portare a maggiori imprecisioni durante il rilevamento della posizione sulla piastra, ovviabili tramite il supporto di una griglia millimetrata incisa sulla superficie.

Per garantire la ripetibilità delle misure, prima di ogni rilievo si è proceduto a controllare che lo strumento sia nella posizione corretta sul suo supporto.



Figura 4-H Foto piastra e Laser

Per compiere questa operazione si è fissato una base di appoggio ad una parete di un locale, mentre su quella opposta si è segnato il punto in cui si proiettava il laser; in caso di



Figura 4-I Laser su supporto per calibrazione



Figura 4-J punto collimato per calibrazione

mancata collimazione, si agisce sul supporto del distanziometro per ritornare alla posizione originaria.

4.1 ANALISI DATI

In riferimento all'allegato B, analizziamo i dati raccolti in base al momento iniziale di misura.

Per quanto riguarda le precisioni, lo strumento garantisce $\pm 1\text{mm}$ e $0,05^\circ$ come precisione.

Come prima accennato, per quanto si manterranno le misurazioni delle piastre inclinate non saranno considerate attendibili al di fuori di una possibile evidenziazione di un trend o di anomalie.

Avendo come valori di riferimento le letture del giorno 05/05/2016

A		
	angolo ($^\circ$)	distanza (mm)
V1	-3,5	13.360
I1	-3,4	13.794
V2	-5,4	12.614
I2	-5,2	12.752

Tabella 4-A Setting punto A

B		
	angolo($^\circ$)	distanza (mm)
V1	-4,2	7.087
I1	-4,0	7.202
V2	-2,1	31.542
I2	-2,1	31.685

Tabella 4-B Setting punto B

C		
	angolo($^\circ$)	distanza (mm)
V1	-0,3	42.384
I1	-0,3	42.522
V2	-4,3	14.917
I2	-4,1	15.343

Tabella 4-C Setting punto C

D		
	angolo($^\circ$)	distanza (mm)
V1	-1,5	26.342
I1	-1,4	26.793
V2	-2,3	23.664
I2	-2,3	24.107

Tabella 4-D Setting punto D

Osserviamo gli scostamenti che si rilevano nel periodo 5/5/2016-29/8/2017 (per i valori di b2 e c1 i dati analizzati si fermano al 20/4/2017, ultima data prima della modifica della rete)

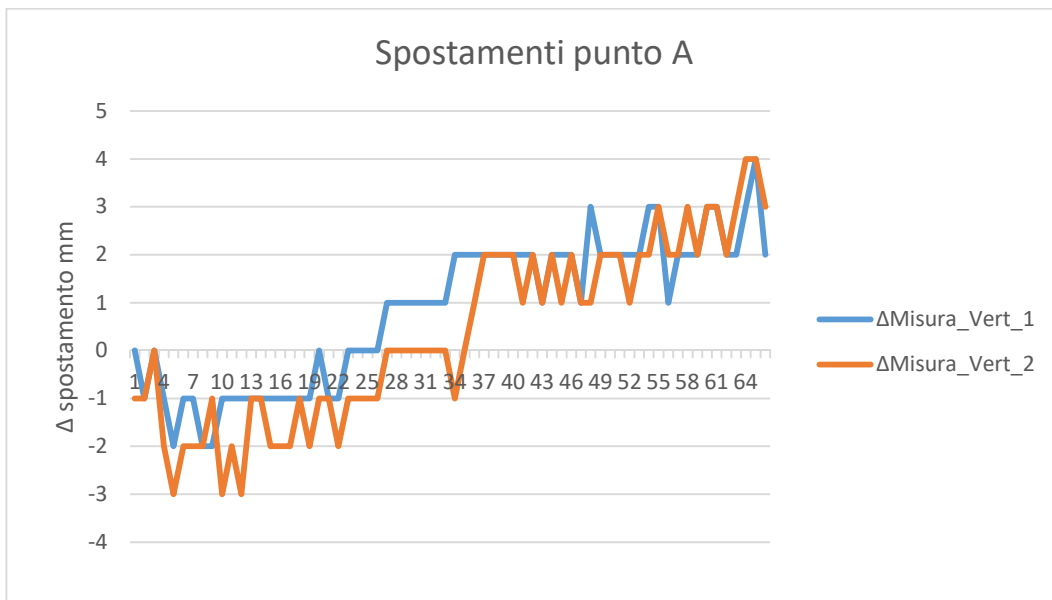


Grafico 2 Spostamenti rilevati punto A

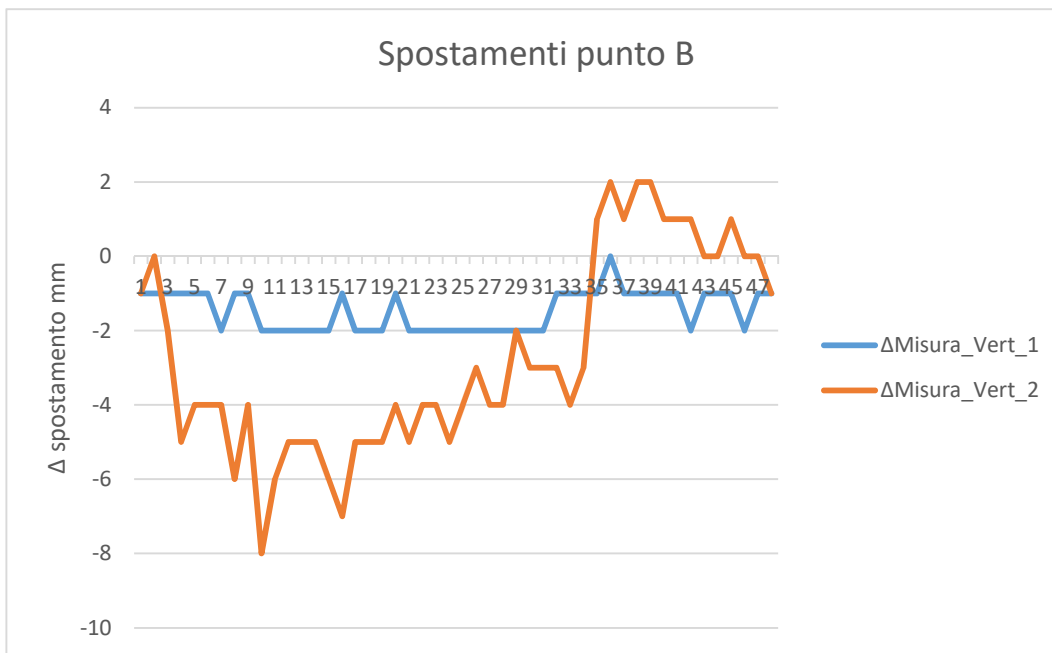


Grafico 3 Spostamenti rilevati punto B

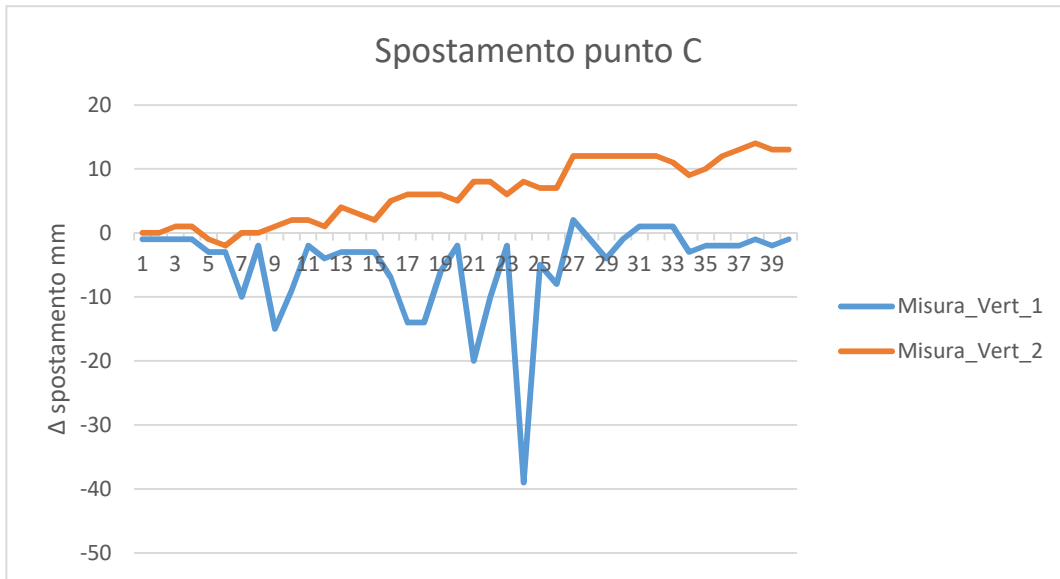


Grafico 4 Spostamenti rilevati punto C

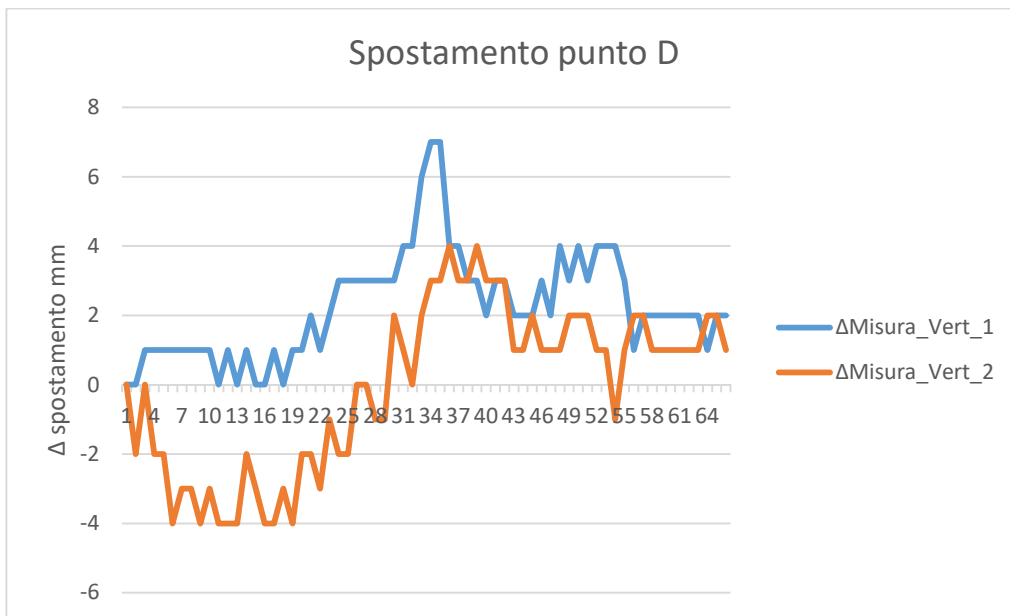


Grafico 5 Spostamenti rilevati punto D

Possiamo osservare che, ad eccezione del punto C, le misure rimangono in un range di circa ± 5 mm ed una media da 0 a ± 2 mm. Considerando che per uno spostamento di 10 mm basterebbe un cambiamento di inclinazione di $0,5^\circ$, se la trave potesse ruotare sul punto superficiale di infissione, non si reputano tali misure allarmanti

Ne punto A il grafico sembrerebbe indicare un trend, andando da -2 mm a +4mm, tuttavia l'entità di tale spostamento nel giro di un anno non fornisce particolari allarmismi; il punto andrà comunque tenuto d'occhio.

Per quanto riguarda il punto C, presenta un incremento di 10mm. Avendo caratteristiche chiare di una tendenza crescente e costante. Avendo rilevato l'inclinazione della trave a $+2,6^\circ$ guardandola dal distanziometro, si può dedurre che la trave riceva una spinta orizzontale dal terreno.

Basandoci sull'ipotesi di perfetta interazione trave-terreno, considerando il fatto che l'evento franoso con le rispettive indagini risalgono al 2002 ed essendo presente un trend, è consigliabile effettuare rilievi più approfonditi sull'area del punto C, con eventuali interventi di consolidamento.

Avendo rilevato le inclinazioni delle travi infisse nel terreno cinque volte dal maggio 2017, registrando poche variazioni dell'ordine del decimo di grado, e non avendo settato il sistema per le elaborazioni del paragrafo 3.3, non è possibile con certezza trarre ulteriori conclusioni

5 CONCLUSIONI

Lo studio svolto in questa Tesi, rappresenta un primo passo per la migliore definizione del sistema, in via di proposta applicativa anche per il monitoraggio in continuo del solo punto C.

Attraverso l'analisi geometrico-cinematica, si è dimostrata la capacità del sistema di definire lo spostamento della trave infissa nel terreno in tutte le sue componenti, distinguendone rotazioni da traslazioni pure.

Il sistema si è dimostrato inoltre versatile al variare degli elementi da monitorare e gli obiettivi posti.

A seconda delle richieste, è possibile adattare lo schema del rilievo, le formule utilizzate e, con esse, la precisione delle elaborazioni effettuate (quest'ultima da verificare nel prosieguo di questi studi).

Altra possibile variabile risiede nel punto misurato: potrebbe essere sia un terreno che un manufatto o qualsivoglia elemento si desideri monitorare, purchè si abbia buona riflessione e la più possibile perpendicolarità tra raggio e superficie, aiutandosi o meno con piastre apposite.

La possibilità di determinare la rete senza misurare direttamente la distanza tra i "punti fissi di misura", o "capisaldi", permette un maggiore impiego in situazioni in cui la natura del terreno e della flora non permettano tale operazione, volta a determinare un triangolo.

Questa considerazione ha valenza anche per il punto di infissione delle travi di riflessione: non misurandolo direttamente, è possibile studiarlo anche in condizioni morfologiche avverse (ad esempio versanti sovrastanti oppure sottostanti la linea non facilmente accessibili) od in caso di folta vegetazione nei cambi di stagione.

Nonostante una fase di posa e rilievo iniziale più laboriosi, nei momenti successivi le azioni che l'operatore deve compiere sono ridotte grazie:

- all'utilizzo del tablet
- alla configurazione del programma di rilevamento in esso caricato.

I due "componenti", in comunicazione tramite bluetooth con lo strumento di misura, permettono di ridurre le operazioni da compiere a disporre lo strumento nelle apposite guide e premere un pulsante sullo schermo touch.

In caso di mancato funzionamento della rete bluetooth, è sempre possibile inserire e modificare i dati a mano.

Per fare un esempio: con 2 operatori nel sito di Luvinate si è potuto compiere 2 volte il rilievo, andata e ritorno.

Gran parte del tempo impiegato è legato al raggiungimento del primo supporto e di quelli successivi su cui disporre lo strumento.

L'utilizzo del tablet e del software direttamente in fase di acquisizione consente inoltre di avere i dati già in formato digitale utile per compiere le elaborazioni.

Il sistema "discontinuo" ha, di fatto, dimostrato la propria validità evidenziando una tendenza del punto C a muoversi.

In base a queste informazioni, è in fase di studio l'utilizzo di misure continue nell'arco della giornata con possibilità di lettura in tempo reale, che permetterebbe di avere un allarme in caso di eventi franosi.

L'automatizzazione delle misure e la possibilità di agire a distanza tramite bluetooth, rappresentano un ulteriore vantaggio riducendo o annullando in toto l'attraversamento dei binari, per il quale servirebbe una interruzione tecnica della circolazione.

Gli elementi di maggior valore sono il distanziometro ed il tablet, che non vengono mai lasciati alle intemperie od in balia di possibili malintenzionati.

Altro aspetto importante è il costo: la posa dei 4 punti di rilievo e la strumentazione sono costate una cifra decisamente inferiore ad altre valutate (stazione totale, uso di controllo satellitari dedicato supportato da analisi ed elaborazioni, reti a terra, ecc.)

A fronte di queste spese, si è riusciti a definire meglio, tra le 4 aree analizzate, quella di maggiore interesse all'approfondimento del monitoraggio e quindi ridurre l'area di un auspicato intervento al solo punto C, permettendo un risparmio significativo.

Intervento che non deve considerarsi limitato al monitoraggio ma esteso ad un possibile progetto di consolidamento ma, ancora una volta, limitato nella sua estensione.

Bibliografia e sitografia

- Carri, D. G., Malavasi, P. I., & Napoleoni, D. I. (2016, 3). Interazione tra dissesti idrogeologici e sistema ferroviario: proposta di analisi con approccio sintetico. *SCIENZA E TECNICA*, p. 201-226.
- bezoari, G., & Selvini, A. (2000). *Manuale di topografia moderna*. Vignate (Mi): CittàStudiEdizioni.
- Biscari, P., Ruggeri, T., Saccomandi, G., & Vianello, M. (2008). *Meccanica Razionale per l'Ingegneria*. Rastignano (Bo): Monduzzi Editore.
- Bozzano, F., Mazzanti, P., & Prestininzi, A. (2-2008). PIATTAFORMA RADAR PER IL MONITORAGGIO IN CONTINUO DI UNA FRANA CHE. *Italian Journal of Engineering Geology and Environment*.
- Caloni, I. G., & Brunitto, I. F. (2017, 3). *La strumentazione Geotecnica per il controllo dei pendii in frana*. Tratto da www.sisgeo.com:
https://www.sisgeo.com/uploads/schede/news/2012-05_presentazione_universita_della_calabria.pdf
- Carri, D. G., Malavasi, P. I., & Napoleoni, D. I. (2016, 3). Interazione tra dissesti idrogeologici e sistema ferroviario: proposta di analisi con approccio sintetico. *SCIENZA E TECNICA*, p. 201-226.
- Fanti, R. (2017, 3). *I fenomeni franosi: descrizione e monitoraggio*. Tratto da www.geologimarche.it: http://www.geologimarche.it/wp-content/uploads/2015/04/Fanti_Appignano1.pdf
- Focardi, S., Massa, I., & Uguzzoni, A. (2003). *Fisica Generale- Meccanica*. Casa Editrice Ambrosiana.
- Frangi, A. (2008). *Cinematica e Statica dei Sistemi di Corpi Rigidi*. Bologna: Progetto Leonardo.
- Galli, A., & bassani, A. (2016). Innovative performance-based design of slope stabilizing piles for a railway embankment. *European journal of Environmental and Civil Engineering*.
- Giussani, A. (s.d.). Dispense corso "rilevamento e posizionamento".
- Manzino, A. (2017, Marzo). *Lezioni di topografia parte III-Strumenti e metodi di misura*. Tratto da www.mondovi.polito.it: <http://www.mondovi.polito.it/ebook/doc/top03.pdf>
- Migliari, R. (2013). *Geometria descrittiva vol 1-Metodi e costruzioni*. Cittàstudi Edizioni.
- Scesi, L., Papini, M., & Gattinoni, P. (2007). *Geologia Applicata- Vol. 1 e 2*. Casa Editrice Ambrosiana.

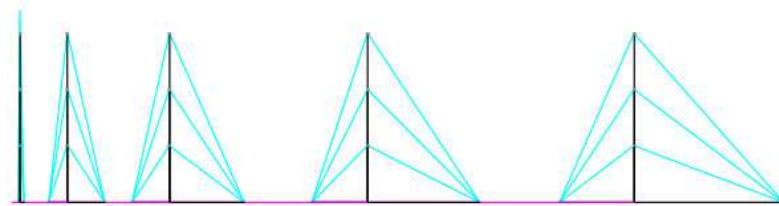
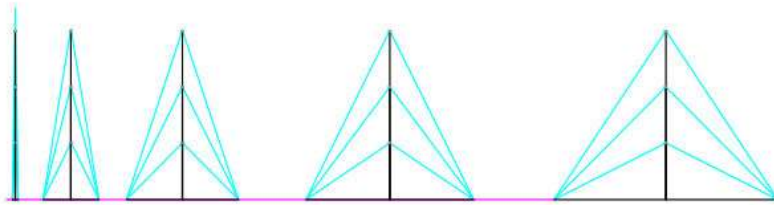
ALLEGATO A

Per avere un'idea dell'incidenza sugli angoli planimetrici che avrebbe l'approssimazione lato= $d_{i,j}$, si osservano dei casi particolari.

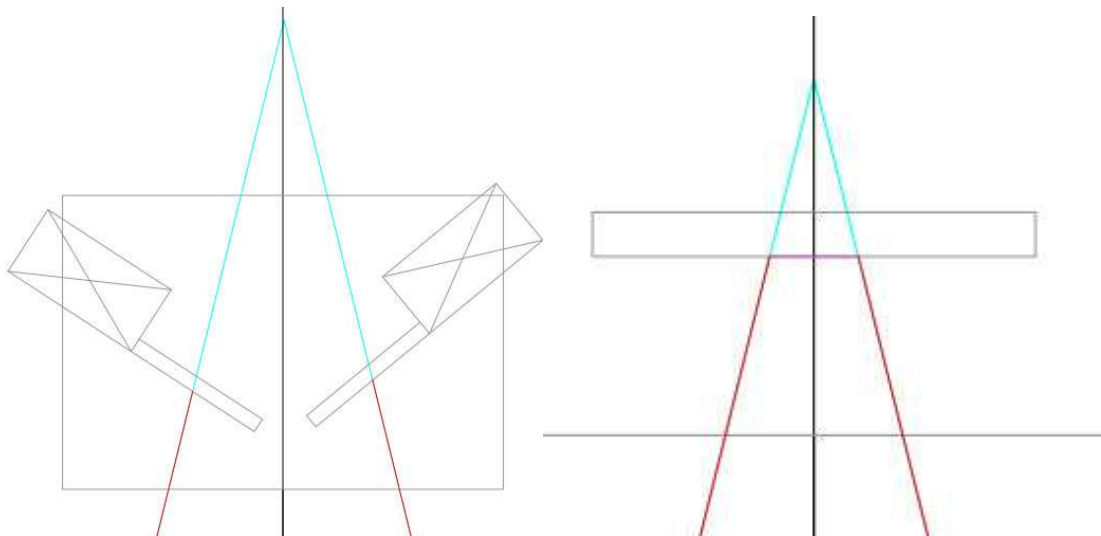
Si disegnano su Cad dei triangoli tipo, aventi diverse basi $c=(1\text{ m} ; 10\text{ m} ; 20\text{ m} ; 30\text{ m} ; 40\text{ m})$, rappresentanti le distanze tra i punti di misurazione.

Si pone il traguardo di misura a diverse distanze $h=(10\text{ m} ; 20\text{ m} ; 30\text{ m})$ dal lato di base; la distanza massima si è scelta in 30 m in quanto notato che per misure oltre tale soglia l'imprecisione dei distanziometri aumenta.

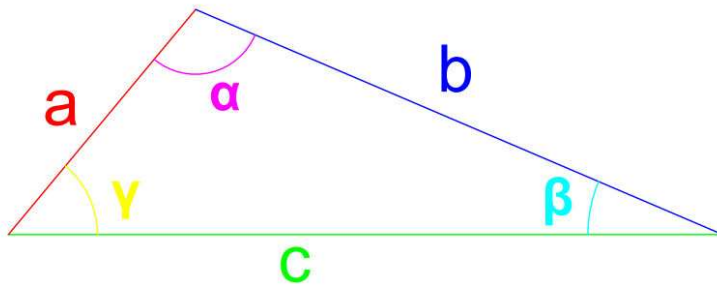
Per rappresentare una maggiore varietà di casi, si pongono i punti di riflessione in modo da formare, oltre ad un triangolo equilatero, un triangolo scaleno, spostandoli di $1/6$ del lato c verso l'angolo sinistro.



Definite le piastre di riflessione di lato 10 cm, si pone anche una casistica per quanto riguarda il punto misurato: si misura sempre il centro di due piastre (con i centri distanti 12,3 cm), oppure 2 punti di una piastra distanti 2 cm.



Basandosi sulla nomenclatura dell'immagine sottostante, si leggono i lati risultanti fino alla piastra, e con a', b' quelli fino al punto d'incontro tramite il teorema di Carnot si determinano gli angoli.



Si ottengono così 48 casi; 12 per ogni categoria (isoscele-scaleno; 1 o 2 punti di riflessione)

Per ogni triangolo, si determinano tramite il teorema di Carnot, gli angoli contenuti

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2 * b * c * \cos \beta \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2 * a * c * \cos \gamma \\ c^2 = b^2 + a^2 - 2 * b * a * \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{(2 * b * c)} = \cos \beta \\ \frac{(a^2 + c^2 - b^2)}{(2 * a * c)} = \cos \gamma \\ \frac{(b^2 + a^2 - c^2)}{(2 * b * a)} = \cos \alpha \end{cases}$$

Per ogni singolo caso f (base, distanza h , isoscele/scaleno, n. piastre) si vanno ad analizzare le differenze tra angoli α, β, γ e α', β', γ' .

Esempio:

Triangolo isoscele 2 piastre

lato	distanza	u.m.
h	10,000	m
a	11,213	m
b	11,220	m
c	10,000	m
a'	11,356	m
b'	11,355	m

angolo	rad	gradi
α	0,924072	52,94545
β	1,108133	63,49137
γ	1,109387	63,56317
α'	0,9119	52,248
β'	1,114936	63,88115
γ'	1,114757	63,87086

Δ	rad	gradi
$\Delta\alpha$	0,012173	0,697458
$\Delta\beta$	-0,0068	-0,38977
$\Delta\gamma$	-0,00537	-0,30768

Si vanno a confrontare le differenze di angoli trovati in gradi

	2 piastre				1 piastra				tutti	
	isoscele		scaleno		isoscele		scaleno			
	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN
$\Delta\alpha$	0,705092	0,232859	0,70151	0,23186	0,114059	0,037318	0,170158	0,033509	0,705092	0,0335089
$\Delta\beta$	-0,12716	-0,80621	-0,08789	-0,74868	-0,01866	-0,08673	0,139922	-0,39212	0,139922	-0,8062071
$\Delta\gamma$	0,284378	-0,34224	0,227063	-0,45636	-0,00467	-0,05703	0,294639	-0,19643	0,294639	-0,4563618

Si può notare che le variazioni di angoli hanno valori assoluti massimi intorno agli 8 decimi di grado, con minimi dell'ordine dei centesimi.

Si analizzano più nello specifico le differenze.

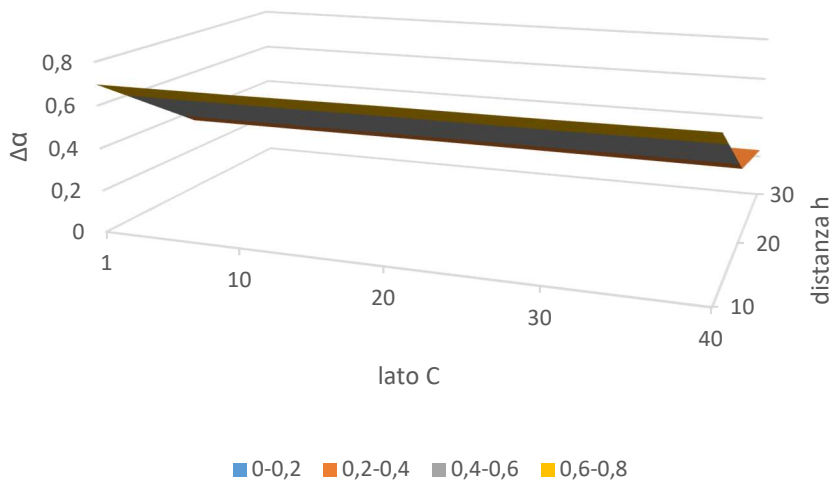
Osservando i grafici di seguito, si può notare come le differenze tra gli angoli si acuiscono per h e c piccoli (10 m),

mentre per $c > 10\text{m}$ si hanno differenze decrescenti all'aumentare della distanza h.

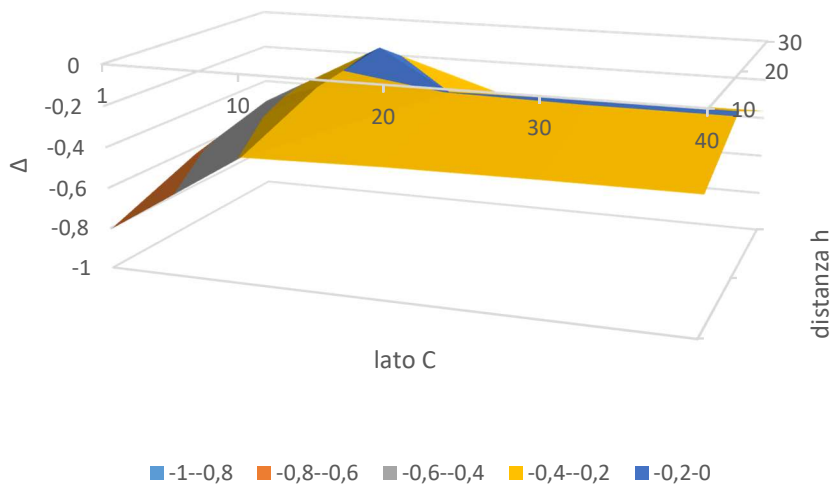
Si può quindi dedurre che l'approssimazione lato= $d_{i,j}$ sia sempre più accettabile quanto più equilateri e grandi siano i triangoli formati dall'intersecazione dei laser.

Per triangoli con h e c maggiori di 10 m, si può quindi dedurre una approssimazione entro gli $0,8^\circ$ come riferimento; per dati accurati, tuttavia, si consigliano maggiori analisi ed elaborazioni.

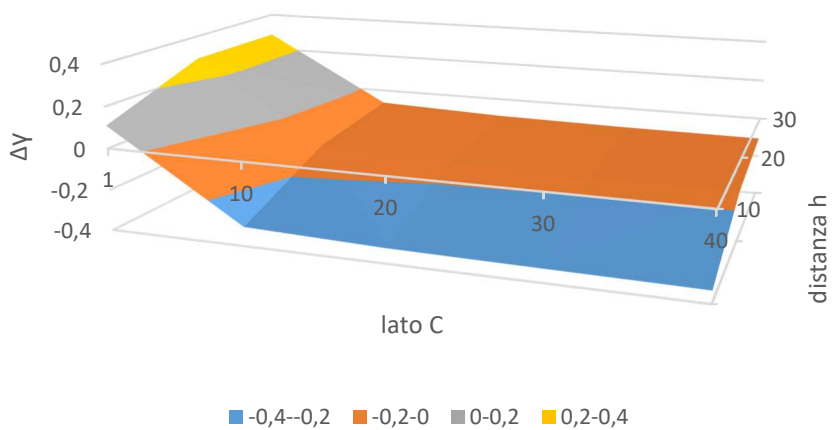
$\Delta\alpha$: triangolo isoscele, 2 piastre



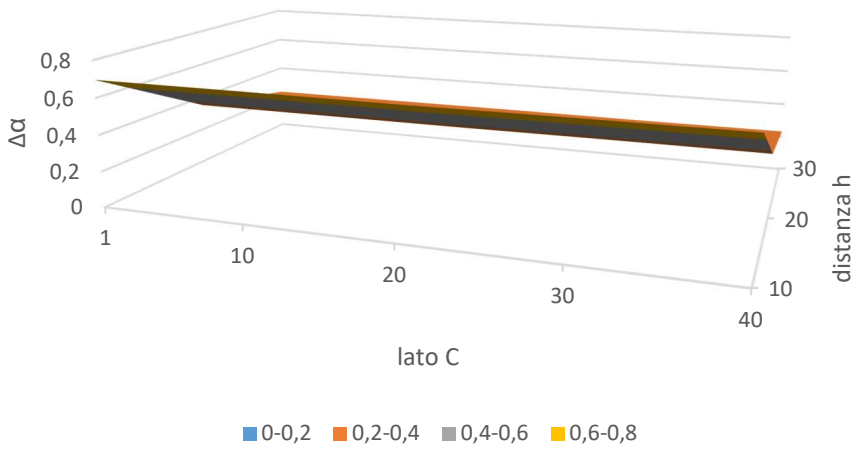
$\Delta\beta$: triangolo isoscele 2 piastre



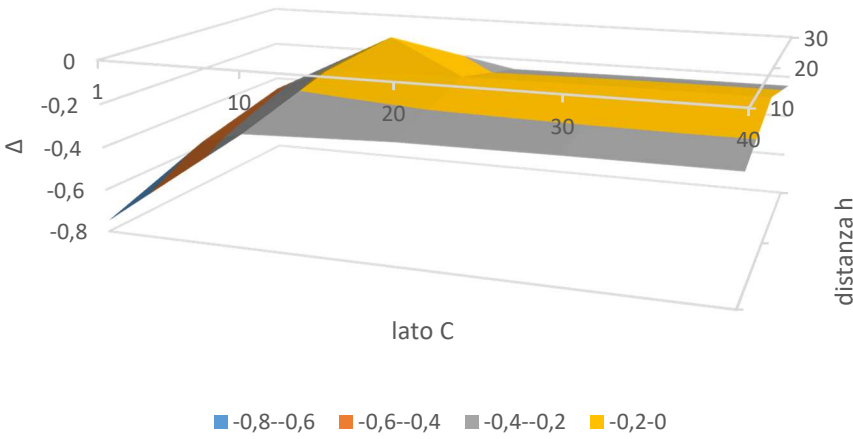
$\Delta\gamma$: triangolo isoscele, 2 piastre



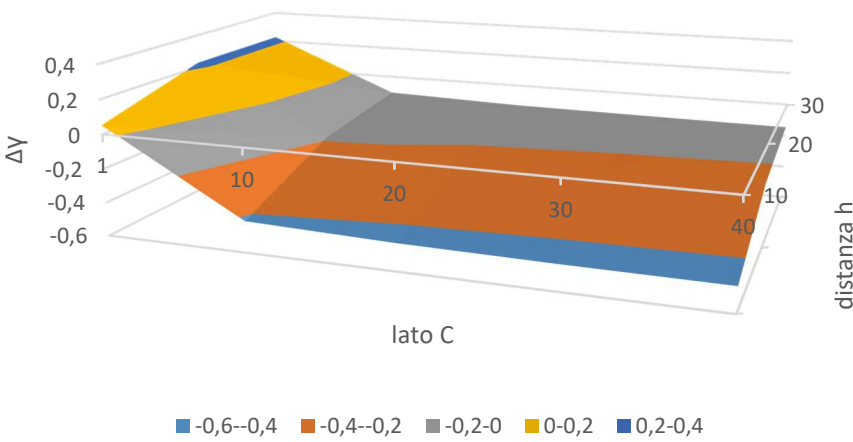
$\Delta\alpha$: triangolo scaleno, 2 piastre



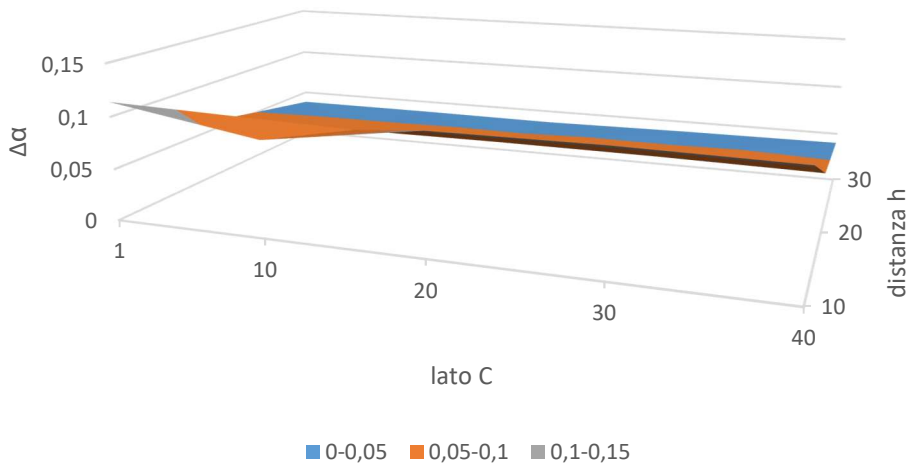
$\Delta\beta$: triangolo scaleno, 2 piastre



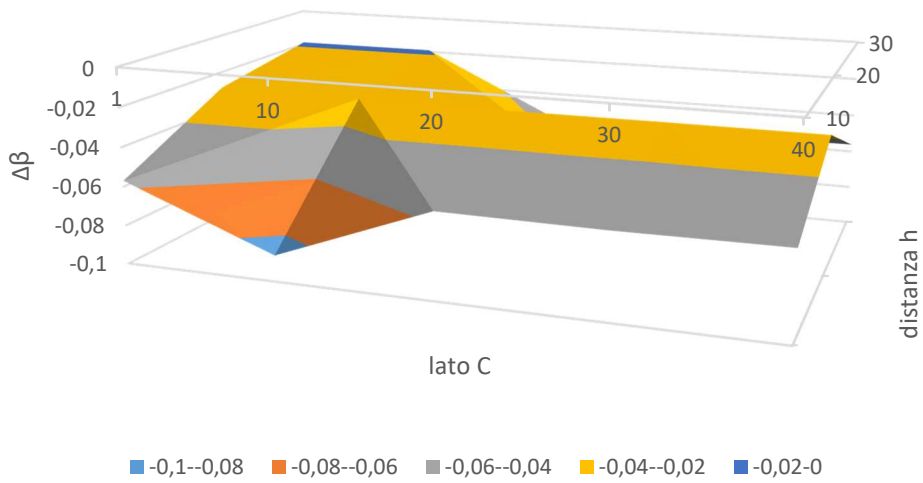
$\Delta\gamma$: triangolo scaleno 2 piastre



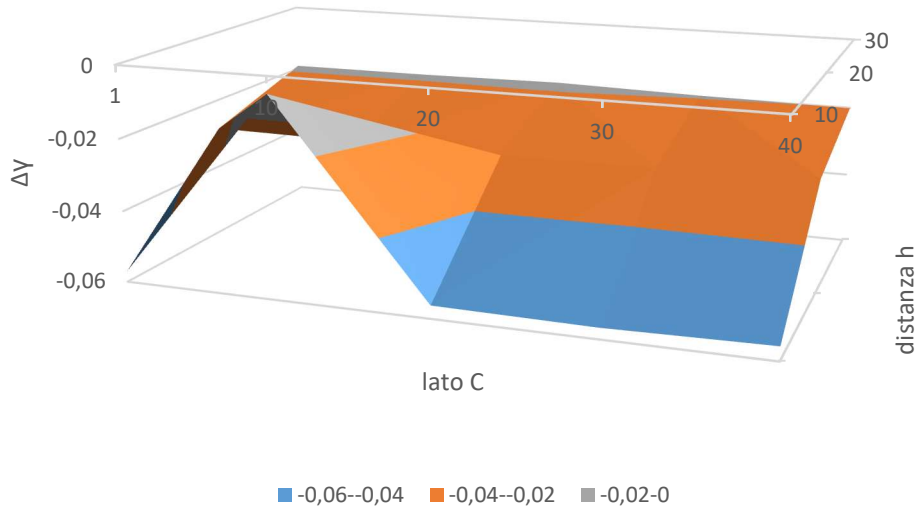
$\Delta\alpha$: triangolo isoscele, 1 piastra



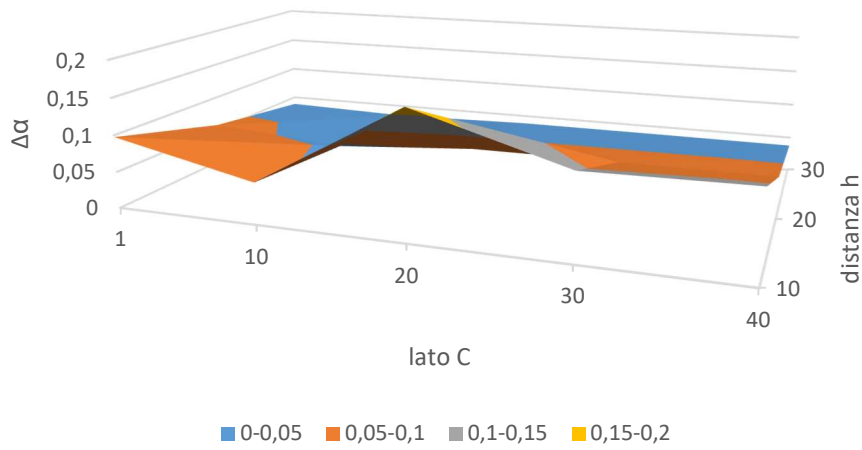
$\Delta\beta$: triangolo isoscele, 1 piastra



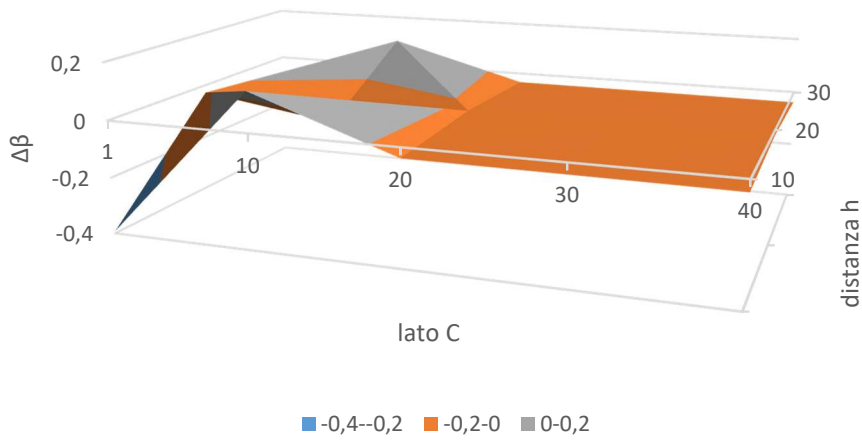
Δy : triangolo isoscele, 1 piastra



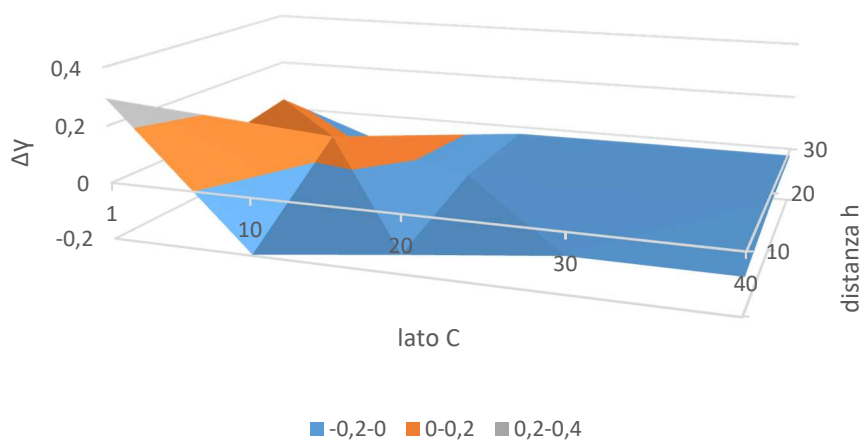
$\Delta\alpha$: triangolo scaleno, 1 piastra



$\Delta\beta$: triangolo scaleno, 1 piastra



$\Delta\gamma$: triangolo scaleno, 1 piastra



ALLEGATO B

Di seguito si riportano le letture effettuate con l'elaborazione delle variazioni di distanza.

Le seguenti letture sono da intendersi con unità di misura mm

PUNTO A

Data/Ora	Traguardo	Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2
05/05/2016 12:19	A	13360	12613	13799	12756
05/05/2016 14:16	A	13359	12613	13801	12758
11/05/2016 15:26	A	13360	12614	13797	12754
13/05/2016 10:13	A	13359	12612	13803	12759
20/05/2016 14:45	A	13358	12611	13809	12763
27/05/2016 13:36	A	13359	12612	13808	12764
01/06/2016 11:20	A	13359	12612	13806	12761
10/06/2016 14:36	A	13358	12612	13811	12766
17/06/2016 10:51	A	13358	12613	13807	12760
27/06/2016 15:41	A	13359	12611	13812	12766
04/07/2016 12:08	A	13359	12612	13807	12763
08/07/2016 15:25	A	13359	12611	13808	12763
15/07/2016 10:13	A	13359	12613	13807	12761
28/07/2016 10:37	A	13359	12613	13806	12762
04/08/2016 10:32	A	13359	12612	13808	12762
26/08/2016 16:55	A	13359	12612	13812	12765
29/08/2016 08:49	A	13359	12612	13812	12765
01/09/2016 11:43	A	13359	12613	13807	12762
08/09/2016 14:05	A	13359	12612	13811	12764
15/09/2016 11:43	A	13360	12613	13806	12758
23/09/2016 13:43	A	13359	12613	13809	12763
27/09/2016 15:58	A	13359	12612	13812	12766

11/10/2016 13:40	A	13360	12613	13804	12759
21/10/2016 14:55	A	13360	12613	13811	12765
27/10/2016 15:09	A	13360	12613	13810	12764
04/11/2016 11:11	A	13360	12613	13799	12758
11/11/2016 11:18	A	13361	12614	13805	12758
17/11/2016 11:42	A	13361	12614	13805	12760
02/12/2016 14:49	A	13361	12614	13812	12765
16/12/2016 12:27	A	13361	12614	13805	12758
20/12/2016 14:15	A	13361	12614	13805	12762
05/01/2017 14:23	A	13361	12614	13810	12764
19/01/2017 12:21	A	13361	12614	13806	12760
25/01/2017 15:11	A	13362	12613	13811	12763
30/01/2017 14:27	A	13362	12614	13807	12761
08/02/2017 16:24	A	13362	12615	13801	12758
16/02/2017 11:43	A	13362	12616	13804	12759
23/02/2017 14:50	A	13362	12616	13801	12757
01/03/2017 16:56	A	13362	12616	13802	12758
14/03/2017 11:28	A	13362	12616	13804	12758
24/03/2017 14:23	A	13362	12615	13802	12757
24/03/2017 14:36	A	13362	12616	13801	12758
30/03/2017 14:32	A	13361	12615	13809	12763
30/03/2017 14:45	A	13362	12616	13808	12763
03/04/2017 13:44	A	13362	12615	13806	12762
03/04/2017 14:05	A	13362	12616	13810	12764
12/04/2017 14:45	A	13361	12615	13808	12763

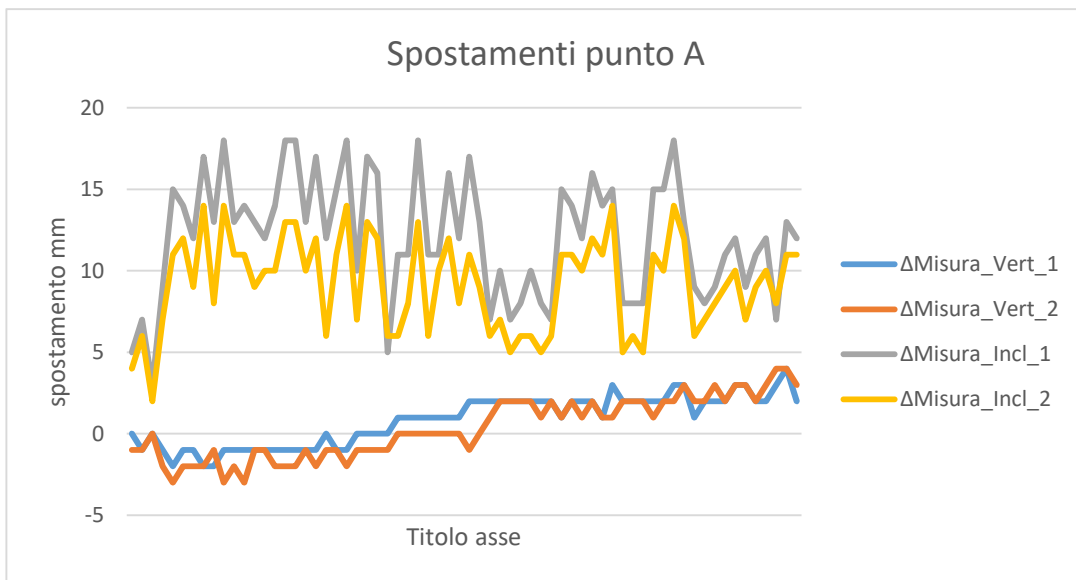
12/04/2017 15:44	A	13363	12615	13809	12766
20/04/2017 12:18	A	13362	12616	13802	12757
27/04/2017 11:09	A	13362	12616	13802	12758
27/04/2017 11:23	A	13362	12616	13802	12757
04/05/2017 14:13	A	13362	12615	13809	12763
10/05/2017 14:37	A	13362	12616	13809	12762
17/05/2017 15:23	A	13363	12616	13812	12766
22/05/2017 15:13	A	13363	12617	13807	12764
31/05/2017 10:27	A	13361	12616	13803	12758
06/06/2017 12:08	A	13362	12616	13802	12759
15/06/2017 10:25	A	13362	12617	13803	12760
27/06/2017 14:31	A	13362	12616	13805	12761
05/07/2017 15:22	A	13363	12617	13806	12762
11/07/2017 11:46	A	13363	12617	13803	12759
18/07/2017 14:21	A	13362	12616	13805	12761
26/07/2017 15:07	A	13362	12617	13806	12762
03/08/2017 10:08	A	13363	12618	13801	12760
22/08/2017 13:12	A	13364	12618	13807	12763
29/08/2017 10:39	A	13362	12617	13806	12763

Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2
max 13364	max 12618	max 13812	max 12766
min 13358	min 12611	min 13794	min 12752
Δ max 6	Δ max 7	Δ max 18	Δ max 14

DATA	Δ Misura_Vert_1	Δ Misura_Vert_2	Δ Misura_Incl_1	Δ Misura_Incl_2
05/05/2016 12:19	0	-1	5	4
05/05/2016 14:16	-1	-1	7	6
11/05/2016 15:26	0	0	3	2
13/05/2016 10:13	-1	-2	9	7

20/05/2016 14:45	-2	-3	15	11
27/05/2016 13:36	-1	-2	14	12
01/06/2016 11:20	-1	-2	12	9
10/06/2016 14:36	-2	-2	17	14
17/06/2016 10:51	-2	-1	13	8
27/06/2016 15:41	-1	-3	18	14
04/07/2016 12:08	-1	-2	13	11
08/07/2016 15:25	-1	-3	14	11
15/07/2016 10:13	-1	-1	13	9
28/07/2016 10:37	-1	-1	12	10
04/08/2016 10:32	-1	-2	14	10
26/08/2016 16:55	-1	-2	18	13
29/08/2016 08:49	-1	-2	18	13
01/09/2016 11:43	-1	-1	13	10
08/09/2016 14:05	-1	-2	17	12
15/09/2016 11:43	0	-1	12	6
23/09/2016 13:43	-1	-1	15	11
27/09/2016 15:58	-1	-2	18	14
11/10/2016 13:40	0	-1	10	7
21/10/2016 14:55	0	-1	17	13
27/10/2016 15:09	0	-1	16	12
04/11/2016 11:11	0	-1	5	6
11/11/2016 11:18	1	0	11	6
17/11/2016 11:42	1	0	11	8
02/12/2016 14:49	1	0	18	13
16/12/2016 12:27	1	0	11	6
20/12/2016 14:15	1	0	11	10
05/01/2017 14:23	1	0	16	12
19/01/2017 12:21	1	0	12	8
25/01/2017 15:11	2	-1	17	11
30/01/2017 14:27	2	0	13	9
08/02/2017 16:24	2	1	7	6
16/02/2017 11:43	2	2	10	7
23/02/2017 14:50	2	2	7	5
01/03/2017 16:56	2	2	8	6
14/03/2017 11:28	2	2	10	6
24/03/2017 14:23	2	1	8	5
24/03/2017 14:36	2	2	7	6
30/03/2017 14:32	1	1	15	11
30/03/2017 14:45	2	2	14	11
03/04/2017 13:44	2	1	12	10
03/04/2017 14:05	2	2	16	12
12/04/2017 14:45	1	1	14	11
12/04/2017 15:44	3	1	15	14
20/04/2017 12:18	2	2	8	5
27/04/2017 11:09	2	2	8	6
27/04/2017 11:23	2	2	8	5

04/05/2017 14:13	2	1	15	11
10/05/2017 14:37	2	2	15	10
17/05/2017 15:23	3	2	18	14
22/05/2017 15:13	3	3	13	12
31/05/2017 10:27	1	2	9	6
06/06/2017 12:08	2	2	8	7
15/06/2017 10:25	2	3	9	8
27/06/2017 14:31	2	2	11	9
05/07/2017 15:22	3	3	12	10
11/07/2017 11:46	3	3	9	7
18/07/2017 14:21	2	2	11	9
26/07/2017 15:07	2	3	12	10
03/08/2017 10:08	3	4	7	8
22/08/2017 13:12	4	4	13	11
29/08/2017 10:39	2	3	12	11



PUNTO B

Dal giorno 27/4 è stato spostato il punto di misura 2 per predisporre la rete al monitoraggio continuo del punto C.

Data/Ora	Traguardo	Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2
05/05/2016 12:17	B	7086	31541	7203	31696
05/05/2016 14:20	B	7086	31542	7202	31693
11/05/2016 15:28	B	7086	31540	7203	31690
13/05/2016 10:14	B	7086	31537	7205	31701
20/05/2016 14:46	B	7086	31538	7207	31707
27/05/2016 13:38	B	7086	31538	7207	31710
01/06/2016 11:22	B	7085	31538	7206	31704

10/06/2016 14:37	B	7086	31536	7209	31711
17/06/2016 10:50	B	7086	31538	7206	31704
27/06/2016 15:42	B	7085	31534	7208	31713
04/07/2016 12:09	B	7085	31536	7206	31707
08/07/2016 15:26	B	7085	31537	7207	31710
15/07/2016 10:14	B	7085	31537	7206	31710
28/07/2016 10:39	B	7085	31537	7205	31708
04/08/2016 10:34	B	7085	31536	7206	31711
29/08/2016 08:50	B	7086	31535	7208	31711
01/09/2016 11:45	B	7085	31537	7206	31704
08/09/2016 14:06	B	7085	31537	7208	31711
15/09/2016 11:44	B	7085	31537	7204	31706
23/09/2016 13:45	B	7086	31538	7207	31708
27/09/2016 15:59	B	7085	31537	7209	31710
11/10/2016 13:41	B	7085	31538	7205	31702
21/10/2016 14:56	B	7085	31538	7208	31705
27/10/2016 15:10	B	7085	31537	7208	31705
04/11/2016 11:16	B	7085	31538	7205	31703
11/11/2016 11:20	B	7085	31539	7206	31699
17/11/2016 11:43	B	7085	31538	7209	31704
02/12/2016 14:50	B	7085	31538	7208	31708
16/12/2016 12:30	B	7085	31540	7206	31717
20/12/2016 14:17	B	7085	31539	7206	31701
05/01/2017 14:26	B	7085	31539	7207	31704
19/01/2017 12:22	B	7086	31539	7207	31697
25/01/2017 15:12	B	7086	31538	7209	31706
30/01/2017 14:30	B	7086	31539	7206	31702
08/02/2017 16:25	B	7086	31543	7204	31697
16/02/2017 11:46	B	7087	31544	7205	31697
23/02/2017 14:53	B	7086	31543	7203	31693
01/03/2017 16:57	B	7086	31544	7203	31696
14/03/2017 11:33	B	7086	31544	7204	31698
24/03/2017 14:24	B	7086	31543	7203	31697
24/03/2017 14:35	B	7086	31543	7203	31696
30/03/2017 14:33	B	7085	31543	7206	31705
30/03/2017 14:43	B	7086	31542	7207	31703
03/04/2017 13:45	B	7086	31542	7206	31702
03/04/2017 14:01	B	7086	31543	7207	31704
12/04/2017 14:46	B	7085	31542	7205	31702
12/04/2017 15:40	B	7086	31542	7207	31701
20/04/2017 12:20	B	7086	31541	7201	31690
27/04/2017 11:12	B	7086	0	7204	0
27/04/2017 11:22	B	7086	0	7203	0
04/05/2017 14:38	B	7086	0	7206	15232
10/05/2017 14:41	B	7087	0	7206	15234
17/05/2017 15:26	B	7087	0	7206	15234
22/05/2017 15:15	B	7086	0	7206	15231

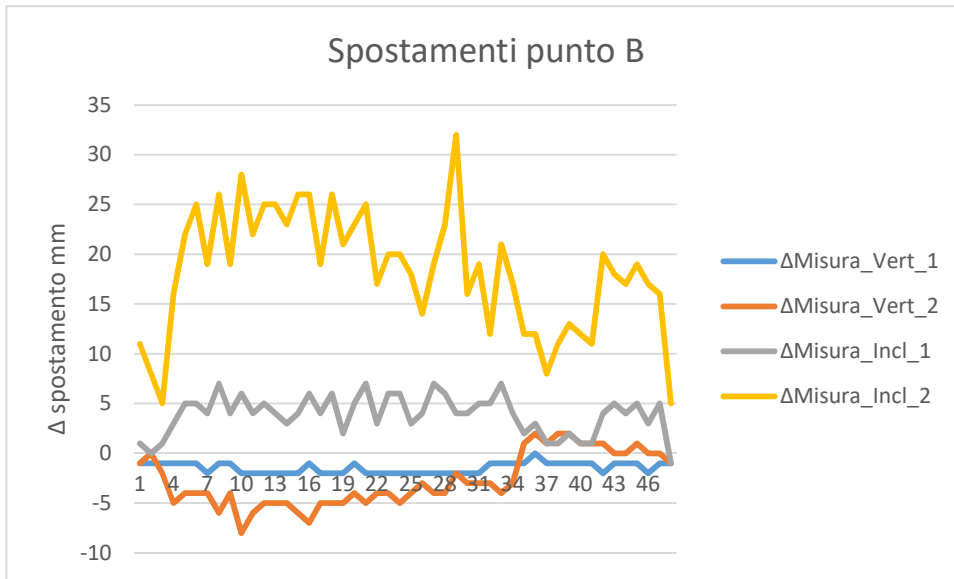
31/05/2017 10:32	B	7086	0	7204	15230
06/06/2017 12:11	B	7086	0	7203	15224
15/06/2017 10:28	B	7085	0	7204	15231
27/06/2017 14:33	B	7086	0	7204	15226
05/07/2017 15:25	B	7087	0	7205	15228
11/07/2017 11:48	B	7086	0	7203	15227
18/07/2017 14:24	B	7086	0	7203	15227
26/07/2017 15:09	B	7087	0	7205	15227
03/08/2017 10:10	B	7085	0	7201	15229
29/08/2017 10:41	B	7085	0	7204	15225

Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2				
max	7087	max	31544	max	7209	max	31717
min	7085	min	0	min	7201	min	0
Δ max	2	Δ max	31544	Δ max	8	Δ max	31717

DATA	Δ Misura_Vert_1	Δ Misura_Vert_2	Δ Misura_Incl_1	Δ Misura_Incl_2
05/05/2016 12:17	-1	-1	1	11
05/05/2016 14:20	-1	0	0	8
11/05/2016 15:28	-1	-2	1	5
13/05/2016 10:14	-1	-5	3	16
20/05/2016 14:46	-1	-4	5	22
27/05/2016 13:38	-1	-4	5	25
01/06/2016 11:22	-2	-4	4	19
10/06/2016 14:37	-1	-6	7	26
17/06/2016 10:50	-1	-4	4	19
27/06/2016 15:42	-2	-8	6	28
04/07/2016 12:09	-2	-6	4	22
08/07/2016 15:26	-2	-5	5	25
15/07/2016 10:14	-2	-5	4	25
28/07/2016 10:39	-2	-5	3	23
04/08/2016 10:34	-2	-6	4	26
29/08/2016 08:50	-1	-7	6	26
01/09/2016 11:45	-2	-5	4	19
08/09/2016 14:06	-2	-5	6	26
15/09/2016 11:44	-2	-5	2	21
23/09/2016 13:45	-1	-4	5	23
27/09/2016 15:59	-2	-5	7	25
11/10/2016 13:41	-2	-4	3	17
21/10/2016 14:56	-2	-4	6	20
27/10/2016 15:10	-2	-5	6	20
04/11/2016 11:16	-2	-4	3	18
11/11/2016 11:20	-2	-3	4	14
17/11/2016 11:43	-2	-4	7	19

02/12/2016 14:50	-2	-4	6	23
16/12/2016 12:30	-2	-2	4	32
20/12/2016 14:17	-2	-3	4	16
05/01/2017 14:26	-2	-3	5	19
19/01/2017 12:22	-1	-3	5	12
25/01/2017 15:12	-1	-4	7	21
30/01/2017 14:30	-1	-3	4	17
08/02/2017 16:25	-1	1	2	12
16/02/2017 11:46	0	2	3	12
23/02/2017 14:53	-1	1	1	8
01/03/2017 16:57	-1	2	1	11
14/03/2017 11:33	-1	2	2	13
24/03/2017 14:24	-1	1	1	12
24/03/2017 14:35	-1	1	1	11
30/03/2017 14:33	-2	1	4	20
30/03/2017 14:43	-1	0	5	18
03/04/2017 13:45	-1	0	4	17
03/04/2017 14:01	-1	1	5	19
12/04/2017 14:46	-2	0	3	17
12/04/2017 15:40	-1	0	5	16
20/04/2017 12:20	-1	-1	-1	5
27/04/2017 11:12	-1	-31542	2	-31685
27/04/2017 11:22	-1	-31542	1	-31685
04/05/2017 14:38	-1	-31542	4	-16453
10/05/2017 14:41	0	-31542	4	-16451
17/05/2017 15:26	0	-31542	4	-16451
22/05/2017 15:15	-1	-31542	4	-16454
31/05/2017 10:32	-1	-31542	2	-16455
06/06/2017 12:11	-1	-31542	1	-16461
15/06/2017 10:28	-2	-31542	2	-16454
27/06/2017 14:33	-1	-31542	2	-16459
05/07/2017 15:25	0	-31542	3	-16457
11/07/2017 11:48	-1	-31542	1	-16458
18/07/2017 14:24	-1	-31542	1	-16458
26/07/2017 15:09	0	-31542	3	-16458
03/08/2017 10:10	-2	-31542	-1	-16456
29/08/2017 10:41	-2	-31542	2	-16460

N.B: le differenze elevate del punto di misura 2, dal 27/4/2017, sono dovute allo spostamento di tale punto, come accennato prima.



PUNTO C

Dal giorno 27/4 è stato spostato il punto di misura 1 per predisporre la rete al monitoraggio continuo del punto C.

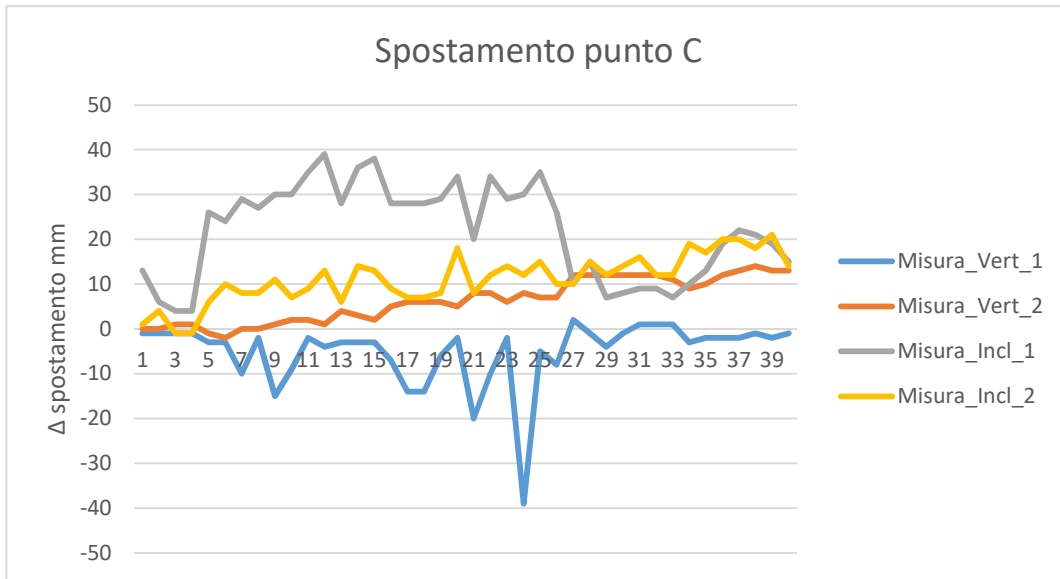
Data/Ora	Traguardo	Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2
05/05/2016 12:15	C	42383	14917	42535	15344
05/05/2016 14:26	C	42383	14917	42528	15347
11/05/2016 15:31	C	42383	14918	42526	15342
11/05/2016 15:42	C	42383	14918	42526	15342
13/05/2016 10:17	C	42381	14916	42548	15349
20/05/2016 14:48	C	42381	14915	42546	15353
01/06/2016 11:25	C	42374	14917	42551	15351
17/06/2016 10:49	C	42382	14917	42549	15351
28/07/2016 10:49	C	42369	14918	42552	15354
15/09/2016 11:55	C	42375	14919	42552	15350
23/09/2016 13:50	C	42382	14919	42557	15352
27/09/2016 16:07	C	42380	14918	42561	15356
11/10/2016 13:47	C	42381	14921	42550	15349
21/10/2016 15:06	C	42381	14920	42558	15357
27/10/2016 15:17	C	42381	14919	42560	15356
04/11/2016 11:20	C	42377	14922	42550	15352
11/11/2016 11:28	C	42370	14923	42550	15350
11/11/2016 11:28	C	42370	14923	42550	15350
17/11/2016 11:49	C	42378	14923	42551	15351
02/12/2016 14:52	C	42382	14922	42556	15361
16/12/2016 12:40	C	42364	14925	42542	15351
20/12/2016 14:23	C	42374	14925	42556	15355
05/01/2017 14:29	C	42382	14923	42551	15357
19/01/2017 12:32	C	42345	14925	42552	15355

25/01/2017 15:18	C	42379	14924	42557	15358
30/01/2017 14:54	C	42376	14924	42548	15353
08/02/2017 16:26	C	42386	14929	42532	15353
16/02/2017 11:59	C	42383	14929	42537	15358
23/02/2017 14:56	C	42380	14929	42529	15355
01/03/2017 16:58	C	42383	14929	42530	15357
14/03/2017 11:36	C	42385	14929	42531	15359
24/03/2017 14:27	C	42385	14929	42531	15355
24/03/2017 14:33	C	42385	14928	42529	15355
30/03/2017 14:35	C	42381	14926	42532	15362
30/03/2017 14:42	C	42382	14927	42535	15360
03/04/2017 13:52	C	42382	14929	42541	15363
03/04/2017 14:00	C	42382	14930	42544	15363
12/04/2017 14:50	C	42383	14931	42543	15361
12/04/2017 15:31	C	42382	14930	42541	15364
20/04/2017 12:28	C	42383	14930	42537	15357
27/04/2017 11:15	C	14633	14929	14835	15356
27/04/2017 11:20	C	14633	14930	14832	15355
04/05/2017 14:40	C	14633	14929	14838	15360
10/05/2017 14:43	C	14633	14929	14833	15362
17/05/2017 15:30	C	14632	14929	14839	15366
22/05/2017 15:20	C	14634	14932	14834	15364
31/05/2017 10:36	C	14635	14933	14831	15360
06/06/2017 12:14	C	14634	14931	14831	15359
15/06/2017 10:29	C	14634	14931	14831	15357
27/06/2017 14:35	C	14635	14932	14831	15363
05/07/2017 15:26	C	14635	14933	14832	15366
11/07/2017 11:49	C	14636	14934	14828	15363
18/07/2017 14:25	C	14635	14933	14831	15365
26/07/2017 15:12	C	14635	14934	14831	15364
03/08/2017 10:11	C	14635	14934	14831	15361
29/08/2017 10:42	C	14635	14935	14835	15364

DATA	Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2
05/05/2016 12:15	-1	0	13	1
05/05/2016 14:26	-1	0	6	4
11/05/2016 15:31	-1	1	4	-1
11/05/2016 15:42	-1	1	4	-1
13/05/2016 10:17	-3	-1	26	6
20/05/2016 14:48	-3	-2	24	10
01/06/2016 11:25	-10	0	29	8
17/06/2016 10:49	-2	0	27	8
28/07/2016 10:49	-15	1	30	11
15/09/2016 11:55	-9	2	30	7
23/09/2016 13:50	-2	2	35	9
27/09/2016 16:07	-4	1	39	13

11/10/2016 13:47	-3	4	28	6
21/10/2016 15:06	-3	3	36	14
27/10/2016 15:17	-3	2	38	13
04/11/2016 11:20	-7	5	28	9
11/11/2016 11:28	-14	6	28	7
11/11/2016 11:28	-14	6	28	7
17/11/2016 11:49	-6	6	29	8
02/12/2016 14:52	-2	5	34	18
16/12/2016 12:40	-20	8	20	8
20/12/2016 14:23	-10	8	34	12
05/01/2017 14:29	-2	6	29	14
19/01/2017 12:32	-39	8	30	12
25/01/2017 15:18	-5	7	35	15
30/01/2017 14:54	-8	7	26	10
08/02/2017 16:26	2	12	10	10
16/02/2017 11:59	-1	12	15	15
23/02/2017 14:56	-4	12	7	12
01/03/2017 16:58	-1	12	8	14
14/03/2017 11:36	1	12	9	16
24/03/2017 14:27	1	12	9	12
24/03/2017 14:33	1	11	7	12
30/03/2017 14:35	-3	9	10	19
30/03/2017 14:42	-2	10	13	17
03/04/2017 13:52	-2	12	19	20
03/04/2017 14:00	-2	13	22	20
12/04/2017 14:50	-1	14	21	18
12/04/2017 15:31	-2	13	19	21
20/04/2017 12:28	-1	13	15	14
27/04/2017 11:15	-27751	12	-27687	13
27/04/2017 11:20	-27751	13	-27690	12
04/05/2017 14:40	-27751	12	-27684	17
10/05/2017 14:43	-27751	12	-27689	19
17/05/2017 15:30	-27752	12	-27683	23
22/05/2017 15:20	-27750	15	-27688	21
31/05/2017 10:36	-27749	16	-27691	17
06/06/2017 12:14	-27750	14	-27691	16
15/06/2017 10:29	-27750	14	-27691	14
27/06/2017 14:35	-27749	15	-27691	20
05/07/2017 15:26	-27749	16	-27690	23
11/07/2017 11:49	-27748	17	-27694	20
18/07/2017 14:25	-27749	16	-27691	22
26/07/2017 15:12	-27749	17	-27691	21
03/08/2017 10:11	-27749	17	-27691	18
29/08/2017 10:42	-27749	18	-27687	21

N.B: le differenze elevate del punto di misura 1, dal 27/4/2017, sono dovute allo spostamento di tale punto, come accennato prima.



PUNTO D

Data/Ora	Traguardo	Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2
05/05/2016 12:04	D	26342	23664	26799	24103
05/05/2016 14:32	D	26342	23662	26798	24109
11/05/2016 15:33	D	26343	23664	26794	24104
13/05/2016 10:19	D	26343	23662	26807	24112
13/05/2016 10:23	D	26343	23662	26807	24112
20/05/2016 14:50	D	26343	23660	26810	24116
27/05/2016 13:47	D	26343	23661	26813	24117
01/06/2016 11:27	D	26343	23661	26807	24114
10/06/2016 14:42	D	26343	23660	26813	24116
17/06/2016 10:45	D	26343	23661	26811	24117
27/06/2016 15:46	D	26342	23660	26812	24117
04/07/2016 12:15	D	26343	23660	26814	24114
08/07/2016 15:27	D	26342	23660	26811	24114
15/07/2016 10:24	D	26343	23662	26812	24115
28/07/2016 10:45	D	26342	23661	26814	24114
04/08/2016 10:38	D	26342	23660	26812	24113
29/08/2016 08:52	D	26343	23660	26815	24119
01/09/2016 11:47	D	26342	23661	26812	24116
08/09/2016 14:10	D	26343	23660	26814	24118
15/09/2016 11:49	D	26343	23662	26811	24114
23/09/2016 13:53	D	26344	23662	26815	24119
27/09/2016 16:02	D	26343	23661	26817	24118
11/10/2016 13:44	D	26344	23663	26813	24114
21/10/2016 15:02	D	26345	23662	26818	24121
27/10/2016 15:14	D	26345	23662	26820	24119
04/11/2016 11:23	D	26345	23664	26811	24114
11/11/2016 11:23	D	26345	23664	26811	24113
17/11/2016 11:46	D	26345	23663	26814	24116

02/12/2016 14:54	D	26345	23663	26818	24120
16/12/2016 12:33	D	26345	23666	26810	24113
20/12/2016 14:19	D	26346	23665	26811	24115
05/01/2017 14:32	D	26346	23664	26811	24114
19/01/2017 12:26	D	26348	23666	26814	24115
25/01/2017 15:15	D	26349	23667	26820	24123
30/01/2017 14:35	D	26349	23667	26816	24119
08/02/2017 16:27	D	26346	23668	26800	24109
16/02/2017 11:49	D	26346	23667	26805	24113
23/02/2017 14:59	D	26345	23667	26798	24107
01/03/2017 16:58	D	26345	23668	26797	24107
14/03/2017 11:41	D	26344	23667	26803	24109
24/03/2017 14:29	D	26345	23667	26800	24107
24/03/2017 14:31	D	26345	23667	26797	24107
30/03/2017 14:37	D	26344	23665	26803	24111
30/03/2017 14:39	D	26344	23665	26805	24111
03/04/2017 13:54	D	26344	23666	26809	24114
03/04/2017 13:57	D	26345	23665	26809	24114
12/04/2017 14:53	D	26344	23665	26803	24111
12/04/2017 15:00	D	26346	23665	26805	24110
20/04/2017 12:31	D	26345	23666	26804	24110
27/04/2017 11:17	D	26346	23666	26803	24107
27/04/2017 11:19	D	26345	23666	26804	24106
04/05/2017 14:42	D	26346	23665	26811	24112
10/05/2017 14:47	D	26346	23665	26805	24109
17/05/2017 15:34	D	26346	23663	26813	24116
22/05/2017 15:25	D	26345	23665	26804	24111
31/05/2017 10:41	D	26343	23666	26795	24106
06/06/2017 12:17	D	26344	23666	26798	24106
15/06/2017 10:32	D	26344	23665	26798	24104
27/06/2017 14:37	D	26344	23665	26796	24108
05/07/2017 15:28	D	26344	23665	26800	24109
11/07/2017 11:51	D	26344	23665	26794	24108
18/07/2017 14:27	D	26344	23665	26797	24107
26/07/2017 15:15	D	26344	23665	26799	24111
03/08/2017 10:14	D	26343	23666	26794	24105
22/08/2017 12:54	D	26344	23666	26800	24110
29/08/2017 10:44	D	26344	23665	26805	24112

Misura_Vert_1	Misura_Vert_2	Misura_Incl_1	Misura_Incl_2				
max	26349	max	23668	max	26820	max	24123
min	26342	min	23660	min	26793	min	24104
Δ max	7	Δ max	8	Δ max	27		19

DATA	Δ Misura_Vert_1	Δ Misura_Vert_2	Δ Misura_Incl_1	Δ Misura_Incl_2
05/05/2016 12:04	0	0	6	-4
05/05/2016 14:32	0	-2	5	2
11/05/2016 15:33	1	0	1	-3
13/05/2016 10:19	1	-2	14	5
13/05/2016 10:23	1	-2	14	5
20/05/2016 14:50	1	-4	17	9
27/05/2016 13:47	1	-3	20	10
01/06/2016 11:27	1	-3	14	7
10/06/2016 14:42	1	-4	20	9
17/06/2016 10:45	1	-3	18	10
27/06/2016 15:46	0	-4	19	10
04/07/2016 12:15	1	-4	21	7
08/07/2016 15:27	0	-4	18	7
15/07/2016 10:24	1	-2	19	8
28/07/2016 10:45	0	-3	21	7
04/08/2016 10:38	0	-4	19	6
29/08/2016 08:52	1	-4	22	12
01/09/2016 11:47	0	-3	19	9
08/09/2016 14:10	1	-4	21	11
15/09/2016 11:49	1	-2	18	7
23/09/2016 13:53	2	-2	22	12
27/09/2016 16:02	1	-3	24	11
11/10/2016 13:44	2	-1	20	7
21/10/2016 15:02	3	-2	25	14
27/10/2016 15:14	3	-2	27	12
04/11/2016 11:23	3	0	18	7
11/11/2016 11:23	3	0	18	6
17/11/2016 11:46	3	-1	21	9
02/12/2016 14:54	3	-1	25	13
16/12/2016 12:33	3	2	17	6
20/12/2016 14:19	4	1	18	8
05/01/2017 14:32	4	0	18	7
19/01/2017 12:26	6	2	21	8
25/01/2017 15:15	7	3	27	16
30/01/2017 14:35	7	3	23	12
08/02/2017 16:27	4	4	7	2
16/02/2017 11:49	4	3	12	6
23/02/2017 14:59	3	3	5	0
01/03/2017 16:58	3	4	4	0
14/03/2017 11:41	2	3	10	2
24/03/2017 14:29	3	3	7	0
24/03/2017 14:31	3	3	4	0
30/03/2017 14:37	2	1	10	4
30/03/2017 14:39	2	1	12	4
03/04/2017 13:54	2	2	16	7
03/04/2017 13:57	3	1	16	7

12/04/2017 14:53	2	1	10	4
12/04/2017 15:00	4	1	12	3
20/04/2017 12:31	3	2	11	3
27/04/2017 11:17	4	2	10	0
27/04/2017 11:19	3	2	11	-1
04/05/2017 14:42	4	1	18	5
10/05/2017 14:47	4	1	12	2
17/05/2017 15:34	4	-1	20	9
22/05/2017 15:25	3	1	11	4
31/05/2017 10:41	1	2	2	-1
06/06/2017 12:17	2	2	5	-1
15/06/2017 10:32	2	1	5	-3
27/06/2017 14:37	2	1	3	1
05/07/2017 15:28	2	1	7	2
11/07/2017 11:51	2	1	1	1
18/07/2017 14:27	2	1	4	0
26/07/2017 15:15	2	1	6	4
03/08/2017 10:14	1	2	1	-2
22/08/2017 12:54	2	2	7	3
29/08/2017 10:44	2	1	12	5