POLITECNICO DI MILANO Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica



ANALISI E PRGETTO DI UNA MACCHINA A COMMUTAZIONE DI FLUSSO

Relatore: Prof. Giovanni Maria Foglia Correlatore:

> Tesi di laurea di: Fabio Hana Matr. 851336

Anno accademico 2016/2017

Si sa, sa sofferenza affine s'ingegno

Sintesi

Partendo da un progetto di massima valido per tutte le macchine a commutazione di flusso si analizzano, tramite simulazioni FEM, i rapporti dimensionali che ottimizzano le prestazioni. Stabiliti i rapporti ottimali, si studia il dimensionamento della macchina partendo dalle specifiche. Si disegna quindi la sezione della macchina su AutoCad e si esporta in FEM associando i materiali scelti alle rispettive aree. Partendo da alcune ipotesi iniziali semplificative è possibile stabilire un modello magnetico circuitale che, oltre a risultare utile per lo studio approfondito del fenomeno della "commutazione di flusso", permette di ottenere un circuito magnetico equivalente a parametri concentrati non lineare della macchina da cui ricavare l'induzione al traferro, la f.c.e.m. e la coppia e, in generale, risulta indispensabile nelle prime fasi di progettazione. Lo studio del collegamento degli avvolgimenti concentrati dipende dal tipo di funzionamento. Nel caso della macchina "orientata a generatore" lo studio è finalizzato a simmetrizzare la terna di f.c.e.m., se invece la macchina è "orientata a motore", tramite lo studio dei campi armonici, si determina per quali armoniche di corrente si ha coppia stabile. Infine, si collegano gli avvolgimenti in base a quanto stabilito, definendo così il circuito di armatura della macchina. La determinazione del modello elettromeccanico è indispensabile per il controllo della macchina, ma risulta utile anche per lo studio delle curve relative alla coppia e l'analisi dei vari contributi e i relativi ripple. Parallelamente al modello elettromeccanico viene studiato il legame flussi-correnti della macchina grazie a cui, con alcune tecniche simulative FEM, si possono ricavare le induttanze di Park indispensabili in fase di controllo. Da ultimo, si confrontano i risultati ottenuti con altre tipologie di macchina sincrona brushless.

Nomenclatura

GRECO

$\vartheta = n\theta$	Angolo elettrico (o meccanico espresso in radianti elettrici)
θ	Angolo meccanico espresso in radianti meccanici
$\omega = n\Omega$	Velocità elettrica (o meccanica espresso in radianti elettrici)
Ω	Velocità meccanica espressa in radianti meccanici
Δ	Densità lineare di corrente
λ	Split ratio - rapporto tra diametro interno ed esterno dello statore
τ	Passo polare
Φ,ψ	Flusso magnetico
Λ	Permeanza magnetica
μ	Permeabilità magnetica
φ	Fase
δ	Angolo di carico

MAIUSCOLO

Α	Area
В	Campo di induzione magnetica
D	Diametro
F	Forza magnetomotrice
Н	Campo magnetico
Ι	Corrente
J	Momento di inerzia
L	Auto induttanza
М	Mutua induttanza

Ν	Numero puro
W	Energia
Т	Coppia
R	Resistenza
V	Tensione

MINUSCOLO

е	Forza controelettromotrice
f	Frequenza
g	Traferro
h	Armonica
i	Corrente
j	Unità immaginaria
k	Coefficiente
n	Numero di paia poli
p = d/dt	Derivata temporale
r	Raggio
t	Tempo
ν	Tensione/f.e.m.

COORDINATE & ASSI DI RIFERIMENTO

zρθ	Sistema di coordinate cilindriche	
abc	Terna fasoriale	

uvwTerna fasorialedqAssi in quadratura mobili $\alpha\beta$ Assi in quadratura fissi

ACRONOMI

f.e.m.	Forza elettromotrice
f.c.e.m.	Forza controelettromotrice

f.m.m.	Forza magnetomotrice
m.c.m.	Minimo comune multiplo
r.p.m.	Revolutions per Minute – giri al minuto
FEM	Finite Element Method – metodo di calcolo numero basato sugli
	elementi finiti in 2D

TIPOLOGIE MACCHINE

FSM	Flux Switching Machine – Macchina a commutazione di flusso
FSPM	Flux Switching Permanent Magnet
DCE-FSM	Flux Switching Machine – DC Excitation
HE-FSM	Flux Switching Machine – Hybrid Excitation
PM	Permanent Magnet – Magnete Permanente
SM	Synchronous Machine – Macchina Sincrona (generale)
SyRM	Synchronous Reluctance Machine – Macchina a riluttanza
SRM	Switched Reluctance Machine – Macchina a riluttanza commutate
SPM	Surface Permanent Magnet – Magneti Superficiali
IPM	Interior Permanent Magnet – Magneti Annegati

Indice delle Figure

Capitolo 1

Fig.1.1 Progetto di massima della macchina FSPM

Fig.1.2 Archi polari $\beta_r > \beta_s$

Fig.1.3a FEM - Coppia in funzione al rapporto β_s/β

Fig.1.3b FEM - Coppia in funzione al rapporto β_r/β

Fig.1.4 FEM - Coppia in funzione dello split ratio

Fig.1.5 Macchina FSPM generica – Grandezze progettuali

Fig.1.6 Dente rotorico – Iniziale & Ottimale

Fig.1.7 FEM – Sezione della macchina FSPM 12/10 (circuito di eccitazione)

Capitolo 2

Fig.2.1 FSPM 12/10 (a) Sezione (b) FEM - Linee di campo

Fig.2.2 Polo (dente) statorico

Fig.2.3 Assi magnetici - Avvolgimento & PM (a) FSPM (b) PM brushless tradizionale

Fig.2.4 f.c.e.m. & flusso concatenato di avvolgimento

Fig.2.5 Modello linearizzato

Fig.2.6a Grandezze PM

Fig.2.6b FEM – NdFeB 37 MGOe - (sx) densità di flusso (dx) legenda

Fig.2.6c Caratteristica di smagnetizzazione (II quad.) – NdFeB 37 MGOe

Fig.2.6d Caratteristica di magnetizzazione - M36 Steel

Fig.2.7 f.m.m. di cava - a) Schema, b) FEM

Fig.2.8a FEM - Distribuzione del campo

Fig.2.8b Percorsi semplificati dei tubi di flusso - Circuito aperto

Fig.2.8c Percorsi semplificati del flusso - Geometria

Fig.2.8d Flusso di dispersione - piano a) z, θ , b) r, θ

Fig.2.9a Periodo elettrico 36º meccanici

Fig.2.9b Configurazione lineare a diverse posizioni

Fig.2.9c Posizioni rotoriche

Fig.10a Circuito magnetico statorico

Fig.2.10b Circuito magnetico rotorico

Fig.2.11 FEM – Tubi di flusso Tab.2 caso a), b & c)

Fig.2.12 Permeanze equivalenti tubi di flusso a) Parallelo b) no-Par.

Fig.2.10c Circuito magnetico di connessione

Fig.2.13 Circuito magnetico posizione *a*)

Fig.2.14 Induzione al traferro posizione *a*) o° –*nero* modello magnetico a parametri concentrati, *blu* simulazione al FEM

Fig.2.15
a $B\cdot n$ Plotter

Fig.2.15b Mesh al traferro (0,1 mm)

Fig.2.16 Assi magnetici di riferimento

Fig.2.17 Densità del campo di eccitazione al traferro in θ & Spettro – posizioni *a*) & *b*)

Capitolo 3

Fig.3.1 Le 4 posizioni rotoriche caratteristiche

Fig.3.2a Flusso concatenato di avvolgimento (fondamentale)

- Fig.3.2b f.c.e.m. di avvolgimento (in p.u.)
- Fig.3.3 Numerazione avvolgimenti fase a (blu), fase b (rosso) & fase c (verde)
- Fig.3.4 FSPM 12/10 avvolgimenti aventi la stessa f.c.e.m.

Fig.3.5 f.c.e.m. di fase

Fig.3.6 Campo di eccitazione - FSPM 12/10 (a) Fondamentale (b) Armoniche

Fig.3.7 Campo di armatura - FSPM 12/10 (a) Fondamentale (b) Armoniche

Fig.3.8 Vettori della f.e.m. di avvolgimento

Fig.3.9 Avvolgimenti delle f.c.e.m. di fase

Fig.3.10 Collegamento serie avvolgimenti FSPM 12/10

Fig.3.11 FEM – Avvolgimenti

Fig.3.12a FEM - Campo di eccitazione senza rotore (no avv.)

Fig.3.12b FEM – Campo di eccitazione con rotore (no avv.)

Fig.3.12c FEM - Campo di armatura con rotore (no ecc.)

Fig.3.13 Avvolgimenti di fase

Fig.3.14 FEM – FSPM 12/10 Densità di flusso di eccitazione - a) asse-d, b) asse-q

Fig.3.15 f.c.e.m. a) fase, b) concatenata

Fig.3.16 Spettro a) fase, b) concatenata

Capitolo 4

Fig.4.1 Periodo della coppia di cogging FSPM 12/10

Fig.4.2 Angolo tra asse-d e asse-q in radianti meccanici

Fig.4.3 Assi di riferimento

Fig.4.4 Terne di correnti – Diagramma Fasoriale

Fig.4.5 Coppia di mantenimento – $I_{max} = 10 A$

Fig.4.6 Coppia di mantenimento – Spettro (in rosso anisotropia & cogging)

Fig.4.7 Coppia di Cogging

Fig.4.8 Spettro della coppia di cogging

Fig.4.9 Coppia Massima $\vartheta = \vartheta_{max}$

Fig.4.10 Spettro $\vartheta = \vartheta_{max}$

Capitolo 5

Fig.5.1 Collegamento fasi

Fig.5.2 Sim.1 – Induttanze

Fig.5.3 Sim.2 - Induttanze

Fig.5.4 Induttanze ideali in p.u.

Fig.5.5 Sim.3 – Auto & Mutue induttanze relative alla fase u

Indice delle Tabelle

Capitolo 1

Tab.1.1 Valori di progettazione FSPM 12/10

Tab.1.2 Specifiche

Tab.1.3 Progetto di una macchina FSPM 12/10

Capitolo 2

Tab.2.1 Percorsi semplificati del flusso – Permeanze

Capitolo 3

Tab.3.1 Andamenti qualitativi del flusso concatenato della f.c.e.m.

Tab.3.2 Accoppiamento di armoniche efficaci

Tab.3.3a EXCEL – (azzurro) Numero di paia poli del campo di eccitazione, (verde) Numero di paia poli del campo di armatura Tab.3.3b EXCEL – (azzurro) Velocità delle armoniche del campo di eccitazione, (verde) Velocità delle armoniche del campo di armatura Tab.3.4 Confronto tra i contenuti armonici – f.c.e.m. di avv. & di fase

Capitolo 4

Tab.4.1 Terne di correnti – Ampiezza in p.u. & Fase

Tab.4.2 Contributo percentuale delle componenti di coppia

Capitolo 5

Tab.5.1 Alimentazione fasi

Tab.5.2 Sim.1

Tab.5.3 Sim.1 – Induttanze di Park

Tab.5.4 Sim.2

Tab.5.5 Sim.2 – Induttanze di Park

Tab.5.6 Sim.3

Tab.5.7 Sim.3 - Induttanze di Park

Tab.5.8 Induttanze di Park definitive della 12/10

Conclusioni

Tab.6.1 Confronto tra FSPM & DCE-FSM

Tab.6.2 Confronto tra FSPM & SPM

Introduzione

Gli incentivi che hanno portato allo sviluppo di tipologie innovative di macchine elettriche, negli ultimi decenni dello scorso secolo, sono stati principalmente guidati da cause economiche ed ambientali, ovvero requisiti di efficienza e di costi energetici. La combinazione di questi requisiti richiede un'ottimale applicazione delle risorse e dei processi di produzione dei materiali. Le attuali normative globali mettono dei premi sulla standardizzazione e sull'efficientamento energetico. Oltre alla richiesta di questi requisiti, è anche riconosciuto il notevole sviluppo mostrato nell'apparizione di macchine elettriche innovative negli ultimi decenni, dovuti anche ai rapidi sviluppi dell'elettronica di potenza, dei dispositivi a circuito integrato e dei microprocessori. I progressi tecnologici per l'implementazione degli azionamenti presentano la possibilità di un'alta produzione specifica ed economia di costruzione e contemporaneamente un forte avanzamento nella questione del magnetismo permanente moderno nel realizzare materiali ad alta coercitività ben al di sopra della temperatura ambiente. Storicamente le configurazioni dominanti furono la macchina in continua DC, la macchina asincrona (o a induzione) AM e la macchina sincrona SM. Ora nel panorama sono apparse altre tipologie come la macchina sincrona a riluttanza SyRM, la macchina a riluttanza commutata SRM ed altre tipologie di macchine AC e DC brushless a magneti permanenti tra le quali la macchina a commutazione di flusso.

Sommario

ANALISI E PRGETTO DI UNA MACCHINA A COMMUTAZIONE I)I FLUSSO I
Sintesi	IV
Nomenclatura	V
Indice delle Figure	VIII
Indice delle Tabelle	XII
Introduzione	XIV
Sommario	XV
CAPITOLO 1 DESIGN DELLA MACCHINA FSPM	
Progetto di Massima	1
Dimensionamento della macchina a commutazione di flusso	5
Parametri di dimensionamento ottimali	
Statore	6
Rotore	
Progetto	
CAPITOLO 2 MODELLO MAGNETICO	
Modello Magnetico	13
Modellizzazione Magnetica	16
Permeanze	16
Circuito Magnetico della macchina FSPM	
Statore	
Rotore	
Connessione tra Statore e Rotore	
Induzione al traferro	
Simulazione FEM	
CAPITOLO 3 PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO & AVVOLGIMEN	VTI32
Macchina orientata a generatore	

Principio di funzionamento	
Avvolgimenti	
Macchina orientata a motore	
Principio di funzionamento	
Accoppiamento efficace dei Campi Armonici	
Approccio di collegamento degli avvolgimenti	40
Conclusione	
Progetto	
La forza controelettromotrice	46
Analisi armonica della f.c.e.m	
CAPITOLO 4 MODELLO ELETTROMECCANICO	50
Legame flussi-correnti	50
Circuito di armatura	50
Circuito di eccitazione	51
Flusso concatenato totale	
Coppia	
Coppia di Cogging	53
Trasformata di Park	
Trasformazione del legame flussi-correnti	
Equazioni di Stato	
Equazioni di Stato Elettriche	56
Equazioni di Stato Meccaniche	
Modello Elettromeccanico della Macchina	
Coppia	
Angolo di Carico	59
Coppia di Mantenimento	60
Simulazione FEM	61
CAPITOLO 5 INDUTTANZE	65
Tecniche Simulative	65
Simulazioni FEM	66
Simulazione Nº1	
Simulazione Nº2	68
Simulazione N°3	69
Conclusione	
Confronto con la DCE-FSM	

Confronto con la macchina SM	73
Riferimenti bibliografici	
Codici FEM	
Ringraziamenti	80

CAPITOLO 1 DESIGN DELLA MACCHINA FSPM

In questo capitolo verrà presentato un metodo per determinare i rapporti tra le grandezze geometriche influenti sulle prestazioni della macchina tramite simulazioni FEM. Successivamente, partendo dalle specifiche di progetto, si potranno ricavare analiticamente le altre grandezze di progetto. In conclusione sono riportate le tavole quotate delle due strutture separatamente e l'intero progetto FEM.

Progetto di Massima

La Fig.1.1 mostra il progetto di massima di una generica macchina a commutazione di flusso in cui la larghezza del segmento e del giogo statorico, l'apertura della cava, lo spessore dei magneti e i denti (o poli) rotorici hanno tutti la stessa dimensione. La letteratura disponibile indica che tale dimensionamento, seppur possibile, non è ottimale per raggiungere il massimo della coppia. Inoltre, è auspicabile progettare una macchina avente una forma d'onda della f.c.e.m. la più sinusoidale possibile in modo da attenuare le componenti oscillatorie della coppia.

La ricerca sull'ottimizzazione ha rilevato l'influenza di alcune delle sopracitate grandezze sulle uscite, portandoci ad indagare sui rapporti tra i valori ottimali e i valori indicati nel progetto di massima.



Fig.1.1 Progetto di massima della macchina FSPM

Si può affermare che la coppia massima si raggiunge quando la larghezza del dente statorico è circa il 10% in più rispetto all'apertura della cava discostandosi così di poco rispetto al progetto di massima ^[1]. Anche se l'area della cava per l'alloggiamento delle bobine potrebbe essere aumentata riducendo la larghezza del dente, quest'ultimo saturerebbe riducendo il flusso concatenato di avvolgimento e quindi di fase. Al contrario, un aumento della larghezza del dente eviterebbe la saturazione, ma comporta la diminuzione della coppia elettromagnetica, in quanto l'area della cava, fissando le perdite, si riduce.



Fig.1.2 Archi polari $\beta_r > \beta_s$

Archi polari

Fissando l'ampiezza della corrente di armatura, tutte le componenti della coppia dipendono direttamente o indirettamente dalla larghezza dall'arco polare rotorico β_r . Tuttavia la f.c.e.m. di fase rimane pressoché sinusoidale quando il rapporto degli archi polari (1.3) è compreso tra k = 0.8 - 1.8. Si valuta quindi il rapporto ottimale per ridurre il *ripple* della coppia in uscita.



Fissando $\beta_r = \beta$ possiamo vedere il valore ottimale del rapporto β_s/β dalla Fig.1.3a

si ha il massimo della coppia quando $\beta_s = \beta$ coincidendo con il progetto di massima, da cui

$$\beta_s = \frac{360^\circ}{4N_s} \tag{1.1}$$

Considerando il sistema negli assi dq, per definizione, l'asse-d coincide con la posizione rotorica in cui il flusso concatenato di avvolgimento è al valore massimo. L'angolo meccanico β_{dq_m} si ricava dalla seguente espressione

$$\beta_{dq_m} = \frac{\beta_{dq_e}}{N_r} \tag{1.2}$$

Spostandosi dall'asse-*d* all'asse-*q* il flusso concatenato dalla bobina varia quasi linearmente, e di conseguenza la f.c.e.m di fase risulta trapezoidale. Tuttavia per migliorare la forma d'onda della f.c.e.m. esiste un valore ottimale dell'arco polare rotorico pari a ^[2]

$$\beta_r = 2(\beta_{dq_m} - \beta_s/2) = k\beta_s \tag{1.3}$$

La conferma è data dalla Fig.1.3b, ottenuta fissando $\beta_s = \beta$ e cercando il rapporto ottimale β_r/β .



Dunque appare ovvio che il caso migliore è quando $\beta_r > \beta_s$ come mostra la Fig.1.2. L'arco polare rotorico ottimale non migliora solo forma d'onda della f.c.e.m. di fase e il valore medio della coppia, ma migliorano leggermente anche il *cogging* e il *ripple*.

Split Ratio

Viene chiamato *split ratio* il rapporto λ tra il diametro interno ed il diametro esterno dello statore, è uno dei parametri di progettazione più importanti in quanto la coppia è proporzionale al quadrato del diametro del rotore (1.4), mentre l'area della cava si riduce quando il diametro del rotore aumenta. In Fig.1.4 viene valutata la coppia in funzione dello split ratio.



Fig.1.4 FEM - Coppia in funzione dello split ratio

I risultati per la macchina FSPM 12/10 sono riportate in Tab.1.1.

Grandezza		FSPM 12/10
β_{dq_e}	Angolo elettrico tra gli assi <i>dq</i>	90°
β_{dq_m}	Angolo meccanico tra gli assi dq	9°
β_s	Arco polare statorico ottimale	7.5°
β_r	Arco polare rotorico ottimale	10.5°
k	Rapporto degli archi polari	1.4
λ	Split ratio	0.61

Tab.1.1 Valori di progettazione FSPM 12/10

In base a questi valori verranno valutati le grandezze progettuali della macchina a fine capitolo.

Dimensionamento della macchina a commutazione di flusso

Il dimensionamento di una generica macchina a commutazione di flusso si basa su un'equazione che fornisce il diametro del rotore (approssimabile con il diametro medio al traferro D_g) in funzione delle specifiche di progettazioni quali potenza nominale P_n e la velocità nominale ω_m , delle proprietà dei materiali adottati e di alcuni coefficienti di dimensionamento. Fissando il rendimento η , Il fattore di potenza cos φ , la densità di flusso massima al traferro B_{max} e la densità lineare di corrente Δ , il diametro medio al traferro è

$$D_g = \sqrt[3]{\frac{P_n N_s}{\sqrt{2\pi^3 N_r \eta k_L k_e \cos \varphi \,\omega_m B_{max} \Delta}}}$$
(1.4)

partendo da D_g è possibile dimensionare le altre grandezze. Dalla potenza nominale si può ricavare la corrente di fase I_f da cui la densità lineare di corrente Δ

$$\Delta = \frac{N_t I_f}{\pi D_g} \tag{1.5}$$

il numero di spire per avvolgimento N_t si può ricavare dalla (1.9) fissando la f.e.m. di fase. La B_{max} è il valore massimo fissato onde evitare la saturazione.

Il passo polare statorico si ricava semplicemente dalla

$$\tau_s = \pi \frac{D_g}{N_s} \tag{1.6}$$

la lunghezza assiale l_a si ricava da

$$l_a = k_L D_g \tag{1.7}$$

ed Il flusso massimo al traferro sull'asse-d è dato dalla

$$\Phi_{max} = B_{max} l_a \frac{\pi D_g}{N_s} \tag{1.8}$$

Il numero di spire di avvolgimento N_t si ricava dalla

$$N_t = \frac{N_s E}{\sqrt{2}\pi^2 N_r k_L \omega_m D_g^2 B_{max}}$$
(1.9)



Fig.1.5 Macchina FSPM generica – Grandezze progettuali

se viene fissato N_t , possiamo risalire alla f.e.m. di fase tramite la formula inversa di (1.9)

$$E = 2\pi^2 N_t \omega_m \frac{N_r}{\sqrt{2}} l_a \frac{D_g}{N_s} B_{max}$$
(1.10)

ed infine la coppia elettromagnetica si può ricavare come

$$T = \frac{3}{2} B_{max} N_r \Phi_{max} I_f \tag{1.11}$$

Parametri di dimensionamento ottimali

Partendo dalle equazioni di dimensionamento sopracitate possiamo, attraverso considerazioni geometriche, ricavare le altre grandezze indispensabili per la tracciatura della sezione della macchina riportata nelle Tav.1.1 e Tav.1.2.

Statore

Fissando il passo polare statorico possiamo studiare la geometria ottimale in relazione di questo. Dalle simulazioni FEM viste in precedenza, possiamo fissare alcuni valori di progettazione fondamentali, da cui ricavare le restanti grandezze viste in Fig.1.1. Innanzitutto si assume che lo spessore del magnete in relazione al passo polare è dato dalla

$$b_{mp} = \frac{\tau_s}{5} \tag{1.12}$$

mentre l'apertura della cava è

$$b_{sS} = \frac{\tau_s}{4} \tag{1.13}$$

Dalla (1.12) e la (1.13) possiamo ricavare lo spessore del segmento statorico

$$b_{pS} = \frac{\tau_s - b_{sS} - b_{mp}}{2} \tag{1.14}$$

e insieme alla (1.12) si può ricavare la larghezza del dente statorico, che è pari a

$$W_S = 2b_{pS} + b_{mp}$$
 (1.15)

Poiché in ogni cava alloggiano due avvolgimenti diversi bisogna considerare solo metà sezione della finestra del nucleo che accoglie le spire di bobina $A_w/2$ come area totale dove è possibile alloggiare l'avvolgimento. La sezione del conduttore vale A_{co} mentre la sezione totale del rame vale A_{cu} e sono legati dalla seguente

$$A_{cu} = N_t A_{co} \tag{1.16}$$

Fissando il fattore di riempimento $k_r = 0.35 - 0.5$, possiamo risalire all'aera della sezione della finestra del nucleo

$$A_w = 2\frac{A_{cu}}{k_r} \tag{1.17}$$

e da quest'ultima risalire all'altezza della cava statorica grazie alla (1.13)

$$h_{ss} = \frac{A_w}{b_{ss}} \tag{1.18}$$

Onde evitare la saturazione del giogo statorico, lo spessore del giogo è considerato circa uguale allo spessore del segmento statorico.

$$h_{yS} = \frac{5}{6} b_{pS} \tag{1.19}$$



Fig.1.6 Dente rotorico – Iniziale & Ottimale

Dalla (1.18) e la (1.19) possiamo ricavare l'altezza del magnete

$$h_{mp} = h_{yS} + h_{sS} \tag{1.20}$$

e di conseguenza il diametro esterno della macchina si ricava dalla (1.4) e la (1.20)

$$D_{ext} = D_g + g + 2h_{mp} \tag{1.21}$$

si considera g (e non 2g) poiché D_g è il diametro medio al traferro.

Rotore

Fissando alcune grandezze statoriche possiamo risalire a quelle rotoriche in base agli studi fatti nel paragrafo precedente che indicano i rapporti ottimali FEM per migliorare le prestazioni della macchina. Innanzitutto il passo polare rotorico, analogamente al passo polare statorico si ricava dalla (1.6). Le simulazioni FEM confermano che il rapporto ottimale tra l'arco polare rotorico e l'arco polare mostrati in Fig.1.2 statorico è k = 1,4. Linearizzando la macchina, cioè moltiplicando gli angoli per il raggio medio $D_g/2$, possiamo confermare dalla (1.3) che

$$b_{pr} = 1,4b_{pS}$$
 (1.22)

mentre l'apertura presente tra due denti rotorici consecutivi affacciata al traferro è

$$b_{sr} = \tau_r - b_{pr} \tag{1.23}$$

La forma del dente rotorico iniziale visto nel progetto di massima è rettangolare, valutando la componente di cogging FEM, si può notare che la forma ottimale è quella trapezoidale, che riduce la componente di ripple di coppia fino al 35%. La base maggiore è 50% in più rispetto a quella minore, mentre l'altezza ottimale è pari a circa la metà dell'altezza del segmento statorico ^[3].

Progetto

In base alle considerazioni viste in questo capitolo, possiamo avanzare delle specifiche di progetto riportate in Tab.1.2. e raffigurate nelle due tavole a fondo capitolo. Non ci sono tutte le grandezze, poiché sono ricavabili dalle grandezze riportate. In conclusione riportiamo il progetto FEM assegnando a ciascuna area le proprietà magnetiche del materiale.

Potenza Nominale	10 [kW]	
Velocità Nominale	7500 [r.p.m.]	
Velocità Massima	10000 [r.p.m.]	
Induzione massima	1,56 [T]	
Rapporto polare	12/10	

Tab.1.2 Specifiche

Partendo dalle in Tab.1.2 in base alle considerazioni viste in questo capitolo, possiamo avanzare delle grandezze di progetto riportate in Tab.1.3 e raffigurate nelle due tavole a fondo capitolo. Non sono tutte le grandezze, poiché sono ricavabili dalle grandezze riportate.

Grandezza	Simbolo	[mm]
Diametro esterno	D _{ext}	277
Diametro medio	D_g	160
Diametro dell'albero	D _s	45
Altezza magnete	h_{mp}	59
Altezza giogo statore	h _{sy}	12,5
Altezza dente rotore	h_r	21,5
Spessore segmento statore	b_{pS}	11,4
Spessore dente rotorico	b_{pr}	14,5
Spessore magnete	b_{mp}	8,5
Traferro	g	0,7
Lunghezza assiale	la	300
Numero spire	N _t	12

Tab.1.3 Progetto di una macchina FSPM 12/10



Tav.1.1 Sezione Statore 12/10



Tav.1.2 Sezione Rotore 12/10



Fig.1.7 FEM – Sezione della macchina FSPM 12/10 (circuito di eccitazione)

CAPITOLO 2 MODELLO MAGNETICO

Per determinare le uscite della macchina a commutazione di flusso quali la f.c.e.m. e la coppia, è possibile un approccio analitico tramite un modello che si basa su un circuito magnetico a parametri concentrati non lineari. Questo approccio mostra una buona precisione nel predire le prestazioni elettromagnetiche e risulta utile nelle prime fasi di progettazione per comprendere a fondo il principio di funzionamento della macchina. Il circuito magnetico ottenuto sarà un circuito di topologia variabile in base alla posizione angolare rotorica. Dalla distribuzione del campo di induzione al traferro si ricava la f.c.e.m. di fase in conseguenza alla rotazione rotorica e infine la coppia.

Modello Magnetico

In Fig.2.1 è rappresentata una macchina trifase a commutazione di flusso a magneti permanenti con rapporto polare 12/10.



Fig.2.1 FSPM 12/10 (a) Sezione (b) FEM - Linee di campo

Il nucleo dello statore è costituito da 12 segmenti laminati modulari a forma di **U**, tra i quali sono collocati i PM magnetizzati circonferenzialmente con polarità alternata. Ogni polo statorico è costituito da un magnete, una bobina avvolta su un dente formato da due estremità contigue di due segmenti laminati modulari adiacenti separati dal magnete come mostrato in Fig.2.2.



Fig.2.2 Polo (dente) statorico

Il rotore saliente è simile a quello di una macchina a riluttanza commutata SRM. La collocazione del circuito di eccitazione costituito dai magneti permanenti sulla struttura statorica, anziché su quella rotorica come nelle tradizionali macchine brushless a PM, è la causa della riduzione dell'area dedicata alle cave, ma facilita la dissipazione del calore e limita l'aumento di temperatura dei magneti.

Poiché gli avvolgimenti e i magneti hanno assi magnetici ortogonali si possono considerare magneticamente in parallelo, cioè l'influenza del campo di reazione di armatura sul punto di lavoro dei magneti è trascurabile riducendo drasticamente l'effetto smagnetizzante. Nelle tradizionali macchine a PM brushless i magneti sono collocati nella struttura rotorica e quindi avendo asse magnetico radiale (o con componente radiale) sono più esposti alla smagnetizzazione dato che anche gli avvolgimenti statorici hanno assi magnetici radiali, come si vede in Fig.2.3. Di conseguenza, il carico elettrico e la densità di coppia specifica di una macchina a commutazione di flusso possono essere molto elevati. Inoltre, come si vedrà nei prossimi capitoli, può essere facilmente raggiunta un'elevata induttanza di avvolgimento. Infine, tali macchine sono particolarmente idonee per le alte velocità dato il loro largo intervallo del campo di operabilità a potenza costante, cioè hanno un'elevata possibilità di deflussaggio.



Fig.2.3 Assi magnetici - Avvolgimento & PM (a) FSPM (b) PM brushless tradizionale

In base al cosiddetto principio di funzionamento della macchina "orientata a generatore" analizzato successivamente, ogni bobina copre una coppia di poli magnetici alternati. Tuttavia, i flussi prodotti dal magnete e dalla bobina sono in parallelo di conseguenza, la macchina a commutazione di flusso trattata in questa tesi presenta elevate induttanze di avvolgimento e, di conseguenza, i magneti sono meno vulnerabili alla smagnetizzazione irreversibile.



Fig.2.4 f.c.e.m. & flusso concatenato di avvolgimento

Anche se il metodo numerico basato sugli elementi finiti (utilizzato parallelamente in questa tesi come strumento di conferma e confronto) è ampiamente utilizzato per analizzare le prestazioni elettromagnetiche delle macchine elettriche, inizialmente utilizziamo un modello magnetico a parametri concentrati.

Modellizzazione Magnetica

La macchina FSPM trifase con rapporto polare 12/10, poiché ha un numero pari di espansioni polari rotoriche, è simmetrica diametralmente. Questo perché 180° è il minimo comune multiplo tra 30° che è l'angolo rappresentativo del polo statorico e l'angolo rappresentativo di un'espansione polare rotorica che è 36°. Questo riduce il modello a solo metà macchina.

Se si suppone di linearizzare la macchina in corrispondenza del traferro e si considera che tutte le distanze siano ottenute dal prodotto dell'angolo corrispondente per il raggio medio (e quindi è possibile rappresentare tutte le distanze come angoli a parte un fattore di scala pari al raggio medio al traferro) si ottiene la Fig.2.5.



Fig.2.5 Modello linearizzato

Permeanze

L'equazione di base che governa ogni elemento del modello circuitale magnetico a parametri concentrati è

$$F = \frac{\Phi}{\Lambda} \tag{2.1.}$$

dove Φ , Λ e F sono il flusso, la permeanza e la forza magnetomotrice (f.m.m.). La permeanza magnetica si può esprimere anche in funzione della geometria e della permeabilità relativa del mezzo μ_r

$$\Lambda = \mu_r \mu_0 \frac{A}{l} \tag{2.2}$$

dove μ_0 , $A \in l$ sono rispettivamente la permeabilità del vuoto, la superfice normale al flusso e la lunghezza nella direzione delle linee di flusso. La permeabilità relativa μ_r dipende dalla curva B(H) del materiale e coincide con il coefficiente angolare della retta tangente alla curva nel punto considerato. Nel caso del magnete si considera il secondo quadrante della caratteristica di smagnetizzazione mostrato in Fig.2.6c.

Modello magnete permanete

Come mostra la Fig.2.3, il flusso dei magneti e il flusso sostenuto dalla corrente di avvolgimento risultano in parallelo per cui la variazione della densità di flusso nei magneti è trascurabile, per cui l'oscillazione del punto di lavoro non oltrepassa il ginocchio della caratteristica di smagnetizzazione del magnete permanente.



Fig.2.6a Grandezze PM

In Fig.2.6b è mostrato il campo di induzione di un magnete permanente NdFeB 37 MGOe. In conclusione, i magneti possono semplicemente essere modellizzati come una f.m.m. equivalente

$$F_m = \frac{B_r}{\mu_r \mu_0} h_m \tag{2.3}$$

ed una permeanza equivalente

$$\Lambda = \mu_r \mu_0 \frac{l_m l_a}{h_m} \tag{2.4}$$

dove h_m è la dimensione nella direzione di magnetizzazione in Fig.2.6a e B_r è l'induzione residua in Fig.2.6c.



Fig.2.6b FEM – NdFeB 37 MGOe - (sx) densità di flusso (dx) legenda



Fig.2.6c Caratteristica di smagnetizzazione (II quad.) – NdFeB 37 MGOe

Parti ferromagnetiche

La complicazione si presenta per quanto riguarda le permeanze delle parti ferromagnetiche, come mostra la Fig.2.6d, la caratteristica di magnetizzazione B(H) del M36 Steel (acciaio utilizzato per i lamierini) non è lineare, questo porta a calcoli onerosi. La permeabilità del mezzo si ricava come derivata della curva di magnetizzazione



Fig.2.6d Caratteristica di magnetizzazione – M36 Steel

Forza magnetomotrice di cava

La f.m.m. di cava si può determinare come

$$F_w = (I_1 - I_2)N_t \tag{2.6}$$

dove N_c è il numero di spire di un avvolgimento, e I_1 e I_2 sono le correnti di fase delle due bobine allocate nella stessa cava, come mostrato in Fig.2.7.


Fig.2.7 f.m.m. di cava - a) Schema, b) FEM

Permeanze del traferro

Mentre le permeanze delle regioni ferromagnetiche e dei magneti hanno una geometria fissa, le permeanze relative ai tubi di flusso che si chiudono nel traferro sono più complicate, perché hanno una geometria variabile come risulta evidente dalla distribuzione del campo a circuito aperto mostrato in Fig.2.8a.



Fig.2.8a FEM - Distribuzione del campo

Pertanto, si considerano percorsi semplificati standard relativi a specifici tubi di flusso nel traferro indispensabili per comprendere la connessione del circuito magnetico statorico al circuito magnetico rotorico in prospettiva del circuito magnetico dell'intera struttura. In Fig.2.8b, sono rappresentati i percorsi semplificati riconoscibili anche nella simulazione FEM nelle Figg.2.11.



Fig.2.8b Percorsi semplificati dei tubi di flusso – Circuito aperto

mentre la Fig.2.8c permette di visualizzare le dimensioni indispensabili per ricavare le espressioni analitiche, riportate in Tab.2.1, delle permeanze dei sopracitati tubi di flusso semplificati



Fig.2.8c Percorsi semplificati del flusso - Geometria

Flusso semplificato	Permeanza del traferro
(a)	$\Lambda_a = \mu_0 \frac{L_a X_1}{g}$
(b)	$\Lambda_b = \frac{2\mu_0 L_a}{\pi} \ln\left(\frac{1+\pi X_1}{\pi R_1 + 2g}\right)$
(c)	$\Lambda_{c} = \frac{\mu_{0}L_{a}}{\pi} \ln\left(\frac{1 + 2\pi X_{1}}{\pi(R_{1} + R_{2}) + 2g}\right)$
(d)	$\Lambda_d = \frac{2\mu_0 L_a X_1}{\left(\pi (R_1 + R_2 + X_1)\right) + 2g}$
(e)	$\Lambda_e = 0.26\mu_0 L_a$

Tab.2.1 Percorsi semplificati del flusso – Permeanze

Come mostra la Fig.2.8d anche la permeanza relativa al flusso di dispersione esterno al nucleo statorico, con linee di campo visualizzabili sul piano r, θ e sul piano z, θ , può essere determinata col metodo dei tubi di flusso semplificati.



Fig.2.8d Flusso di dispersione - piano a) z, θ , b) r, θ

Periodo elettrico

Il periodo elettrico si ha ogniqualvolta un polo rotorico torna nella stessa posizione relativa rispetto alla espansione polare statorica successiva. Il periodo elettrico dipende dunque dal numero dei poli rotorici.



Fig.2.9a Periodo elettrico 36º meccanici

Nel nostro caso, in cui i poli rotorici sono 10, il periodo elettrico è di 36° meccanici come si vede dalla Fig.2.9a. Il circuito magnetico è confinato sul periodo elettrico poiché la riconfigurazione magnetica avviene, appunto, ogni 36°. La conferma del periodo elettrico è data dalle simulazioni FEM per quanto riguarda la f.c.e.m. di fase e la coppia, come verrà evidenziato nei capitoli successivi.

Circuiti magnetici

La variazione della distribuzione del campo al traferro con la rotazione del rotore è il motivo per cui il circuito deve essere modificato in base alla posizione angolare rotorica. Considerando un segmento statorico modulare a **U**, configuriamo il rotore in sei diverse posizioni che corrispondono a sei diversi circuiti magnetici che rappresentano la variazione della distribuzione del flusso al traferro, come mostrato in Fig.2.9b.



Fig.2.9b Configurazione lineare a diverse posizioni

Va detto che per questioni geometriche, le posizioni scelte, come si vede sia in Fig.2.9b che in Fig.2.9c, sono rispettivamente a) 0° , b) 7.5° , c) 15° , d) 22.5° , c) 30° e f) 36° , quest'ultima, data la periodicità, coincide con la posizione a) 0° . La scelta delle posizioni è data dal presupposto che un passo polare statorico sia diviso in quattro parti uguali come visto nel progetto di massima. L'ultima posizione è di 6° per chiudere il periodo elettrico.



Fig.2.9c Posizioni rotoriche

Circuito Magnetico della macchina FSPM

Il circuito magnetico verrà analizzato in tre parti diverse. Il circuito magnetico statorico e rotorico sono fissi, cioè non modificano né la topologia né la geometria in base alla posizione angolare. Il circuito di connessione tra i due circuiti sopracitati invece è modificabile grazie ad un sistema di interruttori ideali che commutano in base alla posizione angolare adeguando così il circuito alla realtà fisica.

Statore

La topologia del circuito magnetico statorico rimane inalterata indipendentemente dalla posizione angolare del rotore, questo perché le permeanze che interessano la struttura statorica non si riconfigurano in funzione della posizione angolare. Dunque possiamo descrivere questa prima parte di circuito magnetico. Partendo dalla posizione a) troviamo in ordine un magnete un primo segmento statorico, l'apertura della cava ed in fine il secondo segmento dello stesso modulo statorico iniziale.



Fig.10a Circuito magnetico statorico

Le permeanze che interessano la struttura statorica hanno geometria fissa, e non variano in funzione alla posizione considerata. Escludendo le permeanze dei magneti e di dispersione, le altre permeanze rappresentano mezzi non lineari. La permeanza di dispersione esterna Λ_{el} tiene conto delle linee di flusso di dispersione, sostenute dai magneti permanenti, che si chiudono all'esterno della struttura statorica così come la permeanza di dispersione interna Λ_{il} tiene conto delle linee di flusso che si chiudono nel traferro senza attraversare la struttura rotorica. Il modello del magnete permanente è quello serie, cioè con un generatore equivalente di f.m.m. F_{mp} ed una riluttanza equivalente (per comodità viene considerata la permeanza Λ_{mp}). Ogni segmento statorico viene modellizzato con la permeanza Λ_{s} . Tra due segmenti facenti parte dello stesso modulo a **U** vi è la permeanza del giogo Λ_{qs} che connette

topologicamente i due segmenti permettendo il passaggio del flusso. In serie a quest'ultima poniamo un generatore di f.m.m. equivalente di cava F_w dalla (2.6). Se la macchina viene considerata senza carico $F_w = 0$. Il circuito magnetico statorico è rappresentato in Fig.2.10a.

Rotore



Fig.2.10b Circuito magnetico rotorico

Per quanto riguarda la struttura rotorica bisogna identificare le permeanze del giogo rotorico Λ_g del dente rotorico Λ_p . Questi due circuiti magnetici, di statore e di rotore, non dipendono dalla posizione angolare del rotore, quindi non cambiano le proprie connessioni topologiche. In Fig.10b è rappresentato il circuito magnetico rotorico.

Connessione tra Statore e Rotore

Le connessioni tra i due circuiti cambiano al variare dell'angolo e dipendono dalla posizione relativa tra i denti statorici e poli rotorici. Come visto inizialmente, possiamo suddividere questo fenomeno periodico in 5 posizioni, in cui sappiamo quali permeanze si annullano potendo così dedurre in definitiva un circuito magnetico equivalente per ogni posizione. Sostanzialmente consideriamo due segmenti statorici T1 e T2 mentre i poli rotorici che consideriamo sono P1 e P2 e il P5, come si vede nella Fig.2.9a.

Come si è visto già in Fig.2.8b dei vari percorsi semplificati e dalla Fig.2.11a e Fig.2.11b si può vedere come il segmento *T*2 sia interessato a 3 tubi di flusso di cui due si chiudono nel dente rotorico *P*1 mentre il terzo si chiude nel traferro, come si può vedere dalla Fig.2.11c.



Fig.2.11 FEM – Tubi di flusso Tab.2 caso a), b & c)

Tralasciamo il terzo caso, in cui le linee di flusso si chiudono nel traferro e quindi sono equivalenti ad una permeanza di dispersione interna già inclusa nel circuito magnetico statorico. Gli altri due tubi di flusso, dato che attraversano il segmento statorico ed entrambi confluiscono in un dente rotorico, hanno un nodo magnetico in comune. Non è detto però che confluiscano nello stesso dente rotorico, possono infatti interessare due denti consecutivi come si vede nella Fig.2.11d.



Fig.2.11 caso d) Tubo di flusso al traferro

Quindi la topologia del circuito magnetico che connette il circuito statorico a quello rotorico è di due permeanze che hanno un nodo magnetico in comune. In alcune posizioni queste due permeanze si chiudono nello stesso dente rotorico configurandosi in parallelo (dando quindi luogo ad un'unica permeanza), come si può vedere nella Fig.2.12a. Mentre in altre posizioni le due permeanze si connettano a due denti rotorici consecutivi e quindi non sono più in parallelo, come mostra la Fig.2.12b.



Fig.2.12 Permeanze equivalenti tubi di flusso a) Parallelo b) no-Par.

Questa differenza topologica tra una posizione e l'altra si può modellizzare con un unico circuito magnetico con alcuni interruttori ideali che, al variare della posizione aprendo o chiudendo il ramo interessato, cambiano la topologia dell'intero circuito magnetico.



Fig.2.10c Circuito magnetico di connessione

A questo punto andiamo a definire quali sono le permeanze interessate al variare della posizione. Cioè andremo a vedere quali flussi semplificati, visti nella Fig.2.8b, sono da considerare in base alla posizione di interesse.

Esempio

Nella posizione *a*) della Fig.2.9b il dente *P*1 ha l'asse magnetico che coincide con l'asse magnetico del dente statorico relativo al magnete *M*1. La perfetta simmetria rispetto ai due segmenti *T*1, fa sì che i due tubi di flusso si chiudano in *P*1 configurandosi in parallelo (le due permeanze in parallelo Λ_{s22} e Λ_{s21} si ricavano entrambe come la Λ_b vista in Tab.2.1). Il tubo di flusso relativo al *T*2 a destra si chiude in due denti rotorici differenti, più precisamente il tubo di flusso che si sviluppa a destra si chiude nel dente *P*1 (quindi la Λ_{s12p1} si ricava come Λ_d) mentre il tubo di flusso a sinistra si chiude nel dente *P*2 (quindi la Λ_{s12p2} si ricava come Λ_b). Mentre il tubo di flusso relativo al segmento *T*2 di sinistra si chiude completamente nel dente *P*2 (quindi la Λ_{s11} si ricava come Λ_a).

Per quanto riguarda gli interruttori, per ottenere il modello per la posizione a) o°, chiudendo t_{21} e t_{22} si collegano le due permeanze dei relativi segmenti in parallelo e chiudendo $t_2 \in t_3$ connettiamo $\Lambda_{s12} \in \Lambda_{s21}$ a P1. Chiudendo invece $t_{11} \in t_1$ connettiamo la permeanza Λ_{s11} e Λ_{s12p2} a P2. In Fig.2.13 è mostrato il circuito magnetico globale relativo alla posizione *a*)



Fig.2.13 Circuito magnetico posizione a)

Conclusione

Una volta stabiliti i circuiti magnetici si ricava la distribuzione del campo al traferro per ogni posizione. È evidente la complessità computazionale dietro a questo metodo che però in fase progettuale fornisce una buona approssimazione alle curve ricavate dalle simulazioni FEM. In Fig.2.14 sono evidenziati le distribuzioni del campo al traferro nella posizione *a*) ricavate tramite il modello magnetico e tramite le simulazioni FEM.



Fig.2.14 Induzione al traferro posizione *a*) *o*° *–nero* modello magnetico a parametri concentrati, *blu* simulazione FEM

Induzione al traferro

In questo paragrafo verrà descritto come ricavare l'induzione al traferro tramite simulazione FEM. Viene anche presentata l'analisi spettrale perché è indicativa di alcuni effetti armonici studiati nei capitoli successivi.

Simulazione FEM

Viene chiamata induzione al traferro, in base alla forza di Lorentz, la componente radiale (normale) del campo di induzione magnetica. Ricorrendo al FEM, si racchiude il traferro in una corona circolare delimitata dalle strutture affacciate, dopodiché si ricava l'induzione su una linea chiusa (*circonferenza*) nella mezzeria della corona circolare come si può vedere in Fig.2.15a. Il traferro g è di 0,7 mm, è usuale avere più strati di *mesh* così, infittendo la corona circolare sopracitata, si può avere l'andamento dell'induzione il più realistico possibile.



Fig.2.15a $B \cdot n$ Plotter

La Fig.2.15b mostra l'addensamento della *mesh* negli intorni del traferro in modo da avere una soluzione con minor errore possibile.



Fig.2.15b Mesh al traferro (0,1 mm)

Il campo ha una diversa distribuzione al variare dell'angolo α che si forma tra l'asse magnetico fisso del dente statorico di riferimento s_1 e l'asse magnetico rotante del polo rotorico di riferimento r_1 , come si vede in Fig.2.16.



Fig.2.16 Assi magnetici di riferimento

Fissando un valore di α si può valutare in coordinate cilindriche il campo di induzione magnetica $B(\rho, \theta, z)$. Poiché ipotizziamo che la sezione sia identica lungo tutta la lunghezza assiale della macchina possiamo trascurare gli effetti delle variazioni lungo l'asse z e gli effetti di bordo. Inoltre valutando l'induzione lungo una superficie cilindrica di raggio $\rho = r_m$ il campo di induzione risulta essere $B(\theta, \alpha)$. Osservando la simmetria diametrale della macchina, come visto in precedenza, si può dedurre che la distribuzione dell'induzione al traferro è periodica in θ di 180° mentre è periodica in α di 36°. Come già visto per il modello magnetico, valuteremo la $B(\theta)$ a diversi valori di α .

In Fig.2.17a sono riportate le distribuzioni del campo di induzione al traferro per $\alpha = 0^{\circ}$ e $\alpha = 7.5^{\circ}$, quest'ultime sono due delle 6 posizioni analizzate nel capitolo dedicato al circuito magnetico. Poiché verranno effettuate considerazioni generali sugli andamenti dell'induzione e dei corrispettivi spettri, per semplicità, non analizzeremo altri valori di α . In Fig.2.17b sono riportati i rispettivi spettri fino alla 30-esima armonica.

Osservando i due spettri è facile notare la predominanza della 5ª. Questo aspetto verrà approfondito successivamente nei capitoli dedicati ai campi armonici e agli avvolgimenti e verificato sul progetto di macchina 12/10.



Fig.2.17 Densità del campo di eccitazione al traferro in θ & Spettro – posizioni *a*) & *b*)

CAPITOLO 3 PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO & AVVOLGIMENTI

Nel precedente capitolo, l'approccio di stabilire un modello magnetico a parametri concentrati non lineari della macchina a commutazione di flusso, ha mostrato una buona precisione nel predire le prestazioni elettromagnetiche, ma coinvolge un circuito magnetico in cui la topologia cambia in base alla posizione rotorica e la presenza di materiali ferromagnetici complica la trattazione analitica.

Un altro approccio sta nel considerare il funzionamento della macchina "orientata a generatore" per interpretare come avviene la conversione elettromeccanica. Tale funzionamento consiste nel mantenere la macchina senza carico, il flusso concatenato da ogni bobina può essere ricavato con il rotore che ruota a velocità costante. Successivamente si ricava la tensione indotta tramite legge dell'induzione.

Per quanto riguarda il funzionamento della macchina *"orientata a motore"*, ciò che conta di più è il modo in cui si sviluppano le coppie elettromagnetiche e come migliorare le prestazioni della coppia meccanica in uscita.

In questo capitolo verranno presentati i due principi di funzionamento della macchina. Della macchina "orientata a generatore" si analizzerà la distribuzione spaziale dei vettori della f.c.e.m. di avvolgimento e la connessione di questi tale da garantire la simmetria tra le fasi. Inoltre verrà valutato il collegamento serie tra le bobine appartenenti alla stessa fase e il conseguente beneficio sul contenuto armonico della corrente. In secondo luogo sono presentati alcuni interessanti risultati e principi essenziali relativi al funzionamento della macchina "orientata a motore" tra cui le interazioni tra le armoniche del campo che sviluppano una coppia elettromagnetica stabile e su come definire il numero di paia poli degli avvolgimenti e la velocità sincrona del campo di armatura, e come determinare il collegamento degli avvolgimenti in modo da sviluppare coppie elettromagnetiche stabili. In conclusione applicheremo quando è stato appurato al progetto della macchina FSPM 12/10.

Macchina orientata a generatore

In questo paragrafo, la macchina viene analizzata dalla prospettiva *"orientata al generatore"*, che si basa sul principio fondamentale della legge dell'induzione di Faraday. Per semplicità, considereremo una generica bobina *X* per spiegare come si produce il flusso concatenato. Le ipotesi iniziali sono quelle di lasciare aperti i terminali di fase e di mantenere il rotore a velocità costante.

Principio di funzionamento



Fig.3.1 Le 4 posizioni rotoriche caratteristiche

Per esaminare la natura della forma d'onda della f.c.e.m. della bobina, viene analizzato il flusso concatenato ψ_{mp} prodotto dai magneti. Come mostrato in Fig.3.1, quando il rotore si trova nella posizione $\theta_m = A$, i denti rotorici sono allineati con i denti statorici e la riluttanza è al valore minimo. Di conseguenza, tutte le linee di flusso attraversano la bobina X dallo statore al rotore e il flusso concatenato dall'avvolgimento raggiunge il valore massimo. Questo corrisponde alla posizione $\theta_m = A$ della curva $\psi_{mp}(\theta_m)$. Quando il rotore si sposta nella posizione $\theta_m = B$, i denti rotorici si allineano con le cave statoriche e la riluttanza raggiunge il valore massimo. Trascurando il flusso di dispersione, nessuna linea di flusso passa attraverso la bobina X e questo corrisponde alla posizione $\theta_m = B$. Successivamente, quando il rotore si sposta nella posizione $\theta_m = C$, i denti rotorici si allineano nuovamente con i denti statorici, e la riluttanza torna al valore minimo. Di conseguenza, tutte le linee di flusso passano attraverso la bobina X dal rotore allo statore e il flusso concatenato dall'avvolgimento raggiunge il suo valore massimo. Tuttavia, va notato che il verso delle linee di flusso che attraversano l'avvolgimento è cambiato rispetto al caso $\theta_m = A$. Pertanto, il flusso concatenato è al massimo negativo, che corrisponde alla posizione $\theta_m = C$. Infine, quando il rotore si trova nella posizione $\theta_m = D$, i denti rotorici si allineano con i due magneti di permeabilità pari a quella del vuoto, di conseguenza la riluttanza torna al valore massimo dato che nessuna linea di flusso attraversa l'avvolgimento.



Fig.3.2a Flusso concatenato di avvolgimento (fondamentale)

Finora è stato descritto un periodo elettrico quindi se il rotore continua a ruotare, si ripeterà esattamente lo stesso processo. Si può osservare dalla Fig.3.2a che la curva $\psi_{mp}(\theta_m)$ rappresenta la fondamentale del flusso concatenato di avvolgimento dovuto ai magneti che attraversa la bobina *X* e che varia con la posizione angolare relativa tra i denti rotorici e i denti statorici; Inoltre, il flusso concatenato è bipolare poiché cambia la polarità in un ciclo.



Fig.3.2b f.c.e.m. di avvolgimento (in p.u.)

Secondo la legge di Faraday sull'induzione elettromagnetica, la forma d'onda della fondamentale della f.c.e.m. di avvolgimento illustrata in Fig.3.2b può essere indotta nell'avvolgimento considerato. L'espressione della f.c.e.m. si ottiene derivando il flusso concatenato di avvolgimento ψ_{mp} rispetto a θ_m e moltiplicando per la velocità meccanica ω_m . La (3.1) ci mostra come la f.c.e.m sia proporzionale alla velocità.

$$e = \frac{d\psi_{mp}}{dt} = \frac{d\psi_{mp}}{d\theta_m} \omega_m \tag{3.1}$$

La Tab.3.1 riassume quanto è stato descritto.

Tab.3.1 Andamenti qualitativi del flusso concatenato della f.c.e.m.

θ_m	ψ_{mp}	е
0 °	max	0
9°	0	-max
18°	-max	0
27^{o}	0	max

Avvolgimenti

Nella teoria classica delle macchine elettriche, il collegamento degli avvolgimenti di fase è determinato in base alla distribuzione spaziale dei vettori di f.c.e.m., in modo da garantire la simmetria tra le fasi. Per quanto riguarda la macchina a commutazione di flusso di rapporto polare N_s/N_r , l'angolo elettrico α tra due vettori di f.c.e.m. della stessa fase può essere determinato come

$$\alpha = 2\pi \frac{N_r}{N_s} \tag{3.2}$$

Nel caso della FSPM 12/10 $\alpha = 300^{\circ}$ (o -60°) come si vede in Fig.3.4. Il ruolo di N_r nelle macchine FSPM è analogo al numero di paia poli *n* nelle macchine tradizionali. Lo stesso discorso vale per la frequenza elettrica *f* che dipende dalla velocità meccanica ω_m (espressa in r.p.m.)

$$f = \frac{N_r \omega_m}{60} \tag{3.3}$$



Fig.3.3 Numerazione avvolgimenti – fase a (blu), fase b (rosso) & fase c (verde)

Partendo da $\alpha = 300^{\circ}$ possiamo determinare con facilità quali avvolgimenti appartengono a ciascuna delle tre fasi dalla Fig.3.4. I magneti disposti lungo la periferia statorica hanno polarità alternata, i 4 avvolgimenti di fase risultano sfasati spazialmente di 90°, la f.c.e.m. di avvolgimento sarà la medesima solo nelle bobine della stessa fase diametralmente opposte, come per esempio il caso della bobina 5 e 11 in Fig.3.3. Questo perché si ripresenta la stessa posizione relativa tra il dente rotorico e il dente statorico con lo stesso verso di magnetizzazione dei magneti. Si può tracciare il diagramma vettoriale sommando i contributi delle bobine diametralmente opposte.



Fig.3.4 FSPM 12/10 avvolgimenti aventi la stessa f.c.e.m.

Una volta individuati i vettori delle f.c.e.m. come mostra la Fig.3.4 si può facilmente accomunare tutti gli avvolgimenti interessati dalla stessa fase. Considerando la terna di assi magnetici *abc* del sistema trifase è possibile individuare quali avvolgimenti contribuiscono alle singole fasi dalla Fig.3.5.



Fig.3.5 f.c.e.m. di fase

Macchina orientata a motore

In questo paragrafo verranno chiariti alcuni aspetti sulla conversione elettromeccanica. Innanzitutto le condizioni necessarie alla conversione basata sullo studio dei campi armonici prodotti dal circuito di eccitazione e dal circuito di armatura. La presenza di un rotore saliente causa campi armonici che, sotto alcune condizioni, possono sostenere coppie stabili. Inoltre, si valuterà come il collegamento degli avvolgimenti in un determinato modo giovi al contenuto armonico della f.c.e.m. di fase, e quindi anche alla coppia.

Principio di funzionamento

Qualsiasi macchina elettrica, a prescindere dalla tipologia, converte l'energia elettrica in energia meccanica, o viceversa, attraverso l'interazione tra il campo magnetico di eccitazione e il campo magnetico rotante sostenuto dalle correnti di armatura. La combinazione è un campo risultante su cui si basa la conversione elettromeccanica. Per ottenere la conversione devono essere soddisfatte le seguenti due condizioni:

- Il numero di paia poli n del campo rotante sostenuto dalle correnti di armatura deve essere progettato in modo da eguagliare quello del campo di eccitazione.
- la velocità di rotazione dei due campi deve essere la medesima (sincronismo).

Vale la pena notare che la conversione elettromeccanica si basa sull'accoppiamento delle componenti fondamentali dei due campi e di alcune armoniche che sostengono componenti della coppia elettromagnetica stabili. Le restanti armoniche sono sostanzialmente le responsabili del *ripple*.

Tuttavia, per le macchine a commutazione di flusso, non è esplicito come venga prodotta la coppia elettromagnetica. Diversi concetti chiave dovrebbero essere riconsiderati e ricostruiti, ad esempio, il numero di paia poli del campo di armatura e di eccitazione e la velocità sincrona del campo rotante di armatura. La topologia della macchina presenta poli rotorici salienti, che danno origine a linee di campo in mezzi non magnetici causando campi armonici. Con l'interazione di alcune armoniche specifiche, la macchina è in grado di produrre una coppia elettromagnetica stabile.

Numero di paia poli – Campo di eccitazione



Fig.3.6 Campo di eccitazione - FSPM 12/10 (a) Fondamentale (b) Armoniche

Per quanto riguarda le macchine a commutazione di flusso, è possibile definire P_s come il numero di paia poli del campo di eccitazione.

$$P_s = \frac{N_s}{2} \tag{3.4}$$

Per la macchina FSPM 12/10 $P_s = 6$ (coincide con il numero di *Nord* e *Sud* del campo magnetico di eccitazione) come si può notare in Fig.3.6.

Numero di paia poli – Campo di armatura

Mentre per quanto riguarda l'armatura, come abbiamo visto nel paragrafo dedicato alla macchina "orientata a generatore", il numero N_r è analogo al numero di paia poli nelle macchine elettriche tradizionali. Tuttavia, non è del tutto vero pensare che N_r sia il numero di paia poli di armatura poiché convenzionalmente n è un unico valore che caratterizza la macchina. Ecco perché dobbiamo prestare particolare attenzione alla polarità delle bobine durante la tracciatura dei vettori di f.e.m. di avvolgimento.

Definiamo ora

$$P_w = N_r - P_s \tag{3.5}$$

dove P_w è il numero di paia poli del campo di armatura della macchina a commutazione di flusso.

Nel caso della FSPM 12/10 $P_w = 4$ e coincide con il numero di *Nord* e *Sud* del campo magnetico sostenuto dalle correnti di armatura mostrato in Fig.3.7.



Fig.3.7 Campo di armatura - FSPM 12/10 (a) Fondamentale (b) Armoniche

Accoppiamento efficace dei Campi Armonici

In questo paragrafo verranno approfonditi i campi armonici di eccitazione e di armatura. Si procede per sovrapposizione degli effetti, cioè viene analizzata la sorgente di ciascun campo annullando gli effetti della struttura non interessata al campo in questione.

Per il campo magnetico di eccitazione, innanzitutto come illustrato in Fig.3.6, gli avvolgimenti sono aperti e il rotore rimosso. Il numero di paia poli della fondamentale del campo di eccitazione è P_s come mostra la Fig.3.6. Successivamente, come illustrato in Fig.3.6,

viene preso in considerazione anche il rotore, ma gli avvolgimenti sono ancora aperti. A causa dei poli salienti rotorici, il campo di eccitazione ha un contenuto armonico che si traduce nei campi armonici. Il numero di paia poli del campo armonico $h_s(i, j)$ -esimo è indicato con

$$P_{(i,j)}^{s} = |iP_{s} + jN_{r}|$$
(3.6)

dove $i = 1, 3, 5, ..., \infty$ e $j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ..., \pm \infty$.

Inoltre, la velocità di rotazione delle armoniche è data da

$$\omega_{(i,j)}^{s} = \frac{jN_r}{|iP_s + jN_r|}\omega_m \tag{3.7}$$

dove ω_m è la velocità meccanica. Si può osservare che, sebbene i magneti siano incastonati nella struttura statorica, eccitano campi armonici (quando $j \neq 0$) che ruotano nel traferro data la rotazione del rotore.

Per il campo magnetico rotante sostenuto dalle correnti di armatura, innanzitutto come illustrato in Fig.3.7, viene iniettata una terna di correnti sinusoidali sfasate di 120° nei terminali di fase, e vengono rimossi i magneti. Il numero di paia poli della fondamentale del campo di armatura è P_w . Inoltre, la sua velocità di rotazione può essere determinata dalla (3.3) sostituendo $N_r \rightarrow P_w$

$$\omega_w = \frac{60f}{P_w}$$

Nel caso della 12/10 (f = 50 Hz) $\omega_w = 750$ r.p.m. ed è la cosiddetta *"velocità di sincronismo del campo di armatura"*. Fissata P_w la velocità di sincronismo dipende esclusivamente da f.

Va notato che se non si può valutare il numero di paia poli di armatura in assenza della struttura rotorica, poiché considerando la sola struttura statorica il numero di *Nord* e *Sud* del campo non cambia. La presenza del rotore saliente determina il numero di paia poli della fondamentale e, come illustrato in Fig.3.7, causa un contenuto armonico. Il numero di paia poli del campo armonico $h_w(m, k)$ -esimo è indicato con

$$P_{(m,k)}^{W} = |mP_{W} + kN_{r}|$$
(3.8)

dove $m = 1, 3, 5, \dots, \infty$ e $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \infty$.

Inoltre, la velocità di rotazione delle armoniche è data da

$$\omega_{(m,k)}^{w} = \frac{mP_{w}}{mP_{w} + kN_{r}}\omega_{w} + \frac{kN_{r}}{mP_{w} + kN_{r}}\omega_{m}$$
(3.9)

A questo punto, possiamo discutere a riguardo dell'accoppiamento tra i campi di eccitazione e di armatura. Come accennato precedentemente, solo i componenti di campo che hanno esattamente lo stesso numero di paia poli e la stessa velocità di rotazione possono interagire tra di loro per generare una coppia elettromagnetica stabile. Combinando la (3.4) con la (3.9) è facile concludere che la seguente condizione è soddisfatta:

$$\omega_m = \frac{P_w}{N_r} \omega_w \tag{3.10}$$

Le coppie di armoniche efficaci $h_s(i,j)$ e $h_w(m,k)$ che sono in grado di generare coppie elettromagnetiche stabili sono rappresentate nelle Tab.3.2 dove vengono considerate le armoniche nell'intervallo i, m = 1, ..., 2n + 1, ..., 21 e j, k = -10, ..., n + 1, ..., 10 con n = 1, 2, ... Alcune armoniche significative (evidenziati nelle figure) sono elencate in Tab.3.2.

					Numero di paia poli $P_{(i,j)}^s = P_{(m,k)}^w$	Velocità [r.p.m.] $\omega_{(i,j)}^{s} = \omega_{(m,k)}^{w}$
i	j		т	k		
1	-1		1	0	4	750
1	0		1	-1	6	0
1	-3		1	2	24	375
3	-3		3	0	12	750
3	0		3	-3	18	0
3	-2		3	-1	2	3000
:			:		• •	•
5	0		5	5	30	0

Tab.3.2 Accoppiamento di armoniche efficaci

Approccio di collegamento degli avvolgimenti

Dalla prospettiva della macchina *"orientata a motore"*, si può costruire un approccio per il collegamento degli avvolgimenti conforme alla teoria classica delle macchine elettriche. Innanzitutto, l'angolo elettrico β tra i due vettori di f.e.m. di avvolgimento adiacenti può essere determinato dalla seguente



Fig.3.8 Vettori della f.e.m. di avvolgimento

In secondo luogo, i vettori possono essere rappresentati come illustrato in Fig.3.8. In base all'angolo β infine, verranno assegnati gli avvolgimenti per ogni fase.

Per quanto riguarda la macchina FSPM 12/10 $\beta = 120^{\circ}$. Dalla Fig.3.9 è evidente che gli avvolgimenti appartenenti a ciascuna delle tre fasi sono esattamente gli stessi visti nell'approccio macchina *"orientata al generatore"* il che è interessante nell'ottica del funzionamento reversibile della macchina.



Fig.3.9 Avvolgimenti delle f.c.e.m. di fase

Conclusione

La differenza fondamentale tra gli approcci di connessione degli avvolgimenti riguardante la prospettiva "orientata al motore" e la prospettiva "orientata al generatore" si trova nella differenza del numero di paia poli di armatura. Confrontando la (3.2) con la (3.11), si può comprendere che, inizialmente il numero di paia poli di armatura n è stato considerato equivalente a N_r , successivamente è stato ridefinito nella (3.5). In questo modo, non è più necessario considerare più la polarità delle bobine. Questo approccio di connessione di avvolgimento presentato è più coerente con la teoria classica delle macchine elettriche ^[5].

Progetto

Applicando quanto visto al progetto, possiamo vedere in Fig.3.10 il collegamento serie degli avvolgimenti di fase. In Fig.3.11 è rappresentato il modello definitivo FEM che verrà utilizzato anche nel prossimo capitolo per la trattazione elettromeccanica e lo studio della.



Fig.3.10 Collegamento serie avvolgimenti FSPM 12/10



Fig.3.11 FEM – Avvolgimenti

Dalle simulazioni FEM possiamo osservare in Fig.3.12a la densità di flusso del campo di eccitazione in assenza del rotore e senza il contributo delle correnti di armatura, dall'andamento del campo al traferro si può notare che ha come fondamentale la 6ª armonica. In Fig.3.12b è riportata la densità di flusso del campo di eccitazione in presenza del rotore che modifica il contenuto armonico. Infine il campo di armatura senza il contributo dell'eccitazione in presenza del rotore (mentre il caso senza rotore è poco significativo). Lo spettro presenta la fondamentale alla 4ª.



Fig.3.12a FEM - Campo di eccitazione senza rotore (no avv.)



Fig.3.12b FEM - Campo di eccitazione con rotore (no avv.)



Fig.3.12c FEM – Campo di armatura con rotore (no ecc.)

| 118 | 130 | 142 | 154 | 166 | 178 | 190

 | 202 | 214
 | 226

 | | Pw(m,10) | 104 | 112 | 120 | 128 | 136 | 144
 | 152 | 160 | 168 | 176 | 184 |
|---------|--|---|---|--|--
--

--
--
--
--
--|--|--|--|--|---
---|---|---|--|---
---|--|--|
| 108 | 120 | 132 | 144 | 156 | 168 | 180

 | 192 | 204
 | 216

 | | Pw(m,9) | 94 | 102 | 110 | 118 | 126 | 134
 | 142 | 150 | 158 | 166 | 174 |
| 98 | 110 | 122 | 134 | 146 | 158 | 170

 | 182 | 194
 | 206

 | | Pw(m,8) | 84 | 92 | 100 | 108 | 116 | 124
 | 132 | 140 | 148 | 156 | 164 |
| 88 | 100 | 112 | 124 | 136 | 148 | 160

 | 172 | 184
 | 196

 | | Pw(m,7) | 74 | 82 | 90 | 98 | 106 | 114
 | 122 | 130 | 138 | 146 | 154 |
| 78 | 90 | 102 | 114 | 126 | 138 | 150

 | 162 | 174
 | 186

 | | Pw(m,6) | 64 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104
 | 112 | 120 | 128 | 136 | 144 |
| 68 | 80 | 92 | 104 | 116 | 128 | 140

 | 152 | 164
 | 176

 | | Pw(m,5) | 54 | 62 | 70 | 78 | 86 | 94
 | 102 | 110 | 118 | 126 | 134 |
| 58 | 70 | 82 | 94 | 106 | 118 | 130

 | 142 | 154
 | 166

 | | Pw(m,4) | 44 | 52 | 60 | 68 | 76 | 84
 | 92 | 100 | 108 | 116 | 124 |
| 48 | 60 | 72 | 84 | 96 | 108 | 120

 | 132 | 144
 | 156

 | | Pw(m,3) | 34 | 42 | 50 | 58 | 66 | 74
 | 82 | 90 | 98 | 106 | 114 |
| 38 | 50 | 62 | 74 | 86 | 98 | 110

 | 122 | 134
 | 146

 | | Pw(m,2) | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64
 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104 |
| 28 | 40 | 52 | 64 | 76 | 88 | 100

 | 112 | 124
 | 136

 | | Pw(m,1) | 14 | 22 | 30 | 38 | 46 | 54
 | 62 | 70 | 78 | 86 | 94 |
| 18 | 30 | 42 | 54 | 99 | 78 | 60

 | 102 | 114
 | 126

 | | Pw(m,0) | 4 | 12 | 20 | 28 | 36 | 44
 | 52 | 60 | 68 | 76 | 84 |
| 8 | 20 | 32 | 44 | 56 | 68 | 80

 | 92 | 104
 | 116

 | | Pw(m,-1) | 6 | 2 | 10 | 18 | 26 | 34
 | 42 | 50 | 58 | 66 | 74 |
| 2 | 10 | 22 | 34 | 46 | 58 | 70

 | 82 | 94
 | 106

 | | Pw(m,-2) | 16 | 8 | 0 | 8 | 16 | 24
 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 |
| 12 | 0 | 12 | 24 | 36 | 48 | 60

 | 72 | 84
 | 96

 | | Pw(m,-3) | 26 | 18 | 10 | 2 | 6 | 14
 | 22 | 30 | 38 | 46 | 54 |
| 22 | 10 | 2 | 14 | 26 | 38 | 50

 | 62 | 74
 | 86

 | | Pw(m,-4) | 36 | 28 | 20 | 12 | 4 | 4
 | 12 | 20 | 28 | 36 | 44 |
| 32 | 20 | 8 | 4 | 16 | 28 | 40

 | 52 | 64
 | 76

 | | Pw(m,-5) | 46 | 38 | 30 | 22 | 14 | 9
 | 2 | 10 | 18 | 26 | 34 |
| 42 | 30 | 18 | 9 | 6 | 18 | 30

 | 42 | 54
 | 99

 | | Pw(m,-6) | 56 | 48 | 40 | 32 | 24 | 16
 | 8 | 0 | 8 | 16 | 24 |
| 52 | 40 | 28 | 16 | 4 | 8 | 20

 | 32 | 44
 | 95

 | | Pw(m,-7) | 66 | 58 | 50 | 42 | 34 | 26
 | 18 | 10 | 2 | 6 | 14 |
| 62 | 50 | 38 | 26 | 14 | 2 | 10

 | 22 | 34
 | 46

 | | Pw(m,-8) | 76 | 68 | 60 | 52 | 44 | 36
 | 28 | 20 | 12 | 4 | 4 |
| 72 | 60 | 48 | 36 | 24 | 12 | 0

 | 12 | 24
 | 36

 | | Pw(m,-9) | 86 | 78 | 70 | 62 | 54 | 46
 | 38 | 30 | 22 | 14 | 9 |
| 82 | 70 | 58 | 46 | 34 | 22 | 10

 | 2 | 14
 | 26

 | | Pw(m,-10) | 96 | 88 | 80 | 72 | 64 | 56
 | 48 | 40 | 32 | 24 | 16 |
| Ps(3,j) | Ps(5,j) | Ps(7,j) | Ps(9,j) | Ps(11,j) | Ps(13,j) | Ps(15,j)

 | Ps(17,j) | Ps(19,j)
 | Ps(21,j)

 | | Ρω | Pw(1,k) | Pw(3,k) | Pw(5,k) | Pw(7,k) | Pw(9,k) | Pw(11,k)
 | Pw(13,k) | Pw(15,k) | Pw(17,k) | Pw(19,k) | $P\omega(21,k)$ |
| | Ps(3,1) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 28 38 48 58 68 78 88 98 108 118 | Ps(3,) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 28 48 58 68 78 98 98 108 118 Ps(5,) 70 60 50 40 30 10 0 10 10 120 130 | Ps(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 28 58 68 78 88 98 108 118 Ps(5) 70 60 50 40 30 20 10 20 30 40 50 60 70 80 90 110 120 130 Ps(1) 58 48 58 60 70 80 90 100 110 120 130 Ps(1) 58 48 38 2 12 22 32 42 50 60 70 80 100 110 120 130 Ps(1) 58 48 38 28 18 8 2 12 22 32 42 52 62 72 82 12 122 132 132 142 | Ps(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 28 56 50 | Ps(3) 82 72 62 52 42 32 12 2 13 2 18 38 48 56 50 | Ps(3) 82 72 62 52 42 32 12 18 38 48 58 68 78 98 98 108 118 Ps(3) 70 60 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 Ps(1) 58 48 58 60 70 80 90 100 110 120 130 Ps(1) 58 48 58 50 50 60 70 80 90 100 110 120 132 143 143 Ps(1) 34 24 54 54 54 74 84 94 104 114 124 134 154 154 Ps(1) 34 24 56 66 76 86 96 106 114 124 134 134 154 156 Ps(1) 34 24 58 <th< td=""><td>P5(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 28 68 78 50 50</td><td>P5(3) 82 72 62 52 42 32 12 12 13 138 48 58 68 78 88 98 108 118 P5(3) 70 60 50 60 70 80 90 100 110 120 130 P5(3) 70 60 50 40 30 20 10 10 110 120 130 130 P5(3) 58 48 38 28 12 20 50 70 80 90 100 110 120 130 132 143 154 154 P5(3) 34 24 54 54 54 54 74 84 94 104 114 124 134 154 154 P5(13) 34 14 54 54 54 54 54 54 54 56 56 56 56 56 56<!--</td--><td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 98 98 98 108 118 PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 8 38 98 98 108 113 PS(3) 70 60 50 40 30 20 10 10 20 100 110 120 130 130 PS(7) 58 48 58 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 132 144 154 PS(1) 34 24 54 <th< td=""><td>P(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 58 68 78 68 78 98 108 118 P(5) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 10 100 110 120 130 P(5) 58 48 58 50 50 50 50 50 50 50 100 110 120 130 130 P(5) 58 48 38 28 12 12 12 12 12 131 134</td><td>P(3) 82 72 62 52 42 32 12 13 33 43 58 59 50 100 110 110 120 130 132 132 132 132 132 132 132
 132 132 132 132 132 132 132 132 132 132 132 132 132 132 132 132 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134</td><td>P(s) 1 2</td><td>P3[3] 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P5[5] 70 60 50 40 50 50 50 50 50 50 100 110 120 132 134</td><td>F[3]) 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P[5]) 70 60 50 40 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 P[7]) 58 48 38 20 10 10 20 10 10 100 110 120 130 130 P[7]) 58 48 38 44 54 54 56 66 70 80 100 110 120 130 140 136 146 156</td></th<><td>P(S) S2 52 42 32 22 12 23 23 24 24 24 24 24 24 24 24 24 25 64 76 66 70 80 90 100 110 120 130 P(S) 56 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 130 P(S) 56</td><td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 98 98 68 58 68 78 58 98 108 110 110 120 130 P5(1) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 110 120 130 P5(1) 56 66 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 143 144 14</td><td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 43 33 43 53 63 73 83 93 103 110 <!--</td--><td>9(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 23 24 2</td><td>63.1) 82 72 62 52 42 32 42 32 42 32 43 43 53 43 53 66 70 80 70 81 70 100 110 110 110 120 130 75.1 73 64 50 60 50 40 50 40 50 100 110 <</td><td>9(3) 82 72 62 52 42 32 23 12 23 33 48 56 68 76 88 98 108 113 95.1 73 80 30 20 20 20 20 101 122 123 123 133 95.1 76 36 36 36 36 40 50 40 50 101 121 123 133 133 95.1 36
 46 56</td></td></td></td></th<> <td>B(3) C2 C</td> <td>B31 82 72 62 82 32</td> | P5(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 28 68 78 50 50 | P5(3) 82 72 62 52 42 32 12 12 13 138 48 58 68 78 88 98 108 118 P5(3) 70 60 50 60 70 80 90 100 110 120 130 P5(3) 70 60 50 40 30 20 10 10 110 120 130 130 P5(3) 58 48 38 28 12 20 50 70 80 90 100 110 120 130 132 143 154 154 P5(3) 34 24 54 54 54 54 74 84 94 104 114 124 134 154 154 P5(13) 34 14 54 54 54 54 54 54 54 56 56 56 56 56 56 </td <td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 98 98 98 108 118 PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 8 38 98 98 108 113 PS(3) 70 60 50 40 30 20 10 10 20 100 110 120 130 130 PS(7) 58 48 58 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 132 144 154 PS(1) 34 24 54 <th< td=""><td>P(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 58 68 78 68 78 98 108 118 P(5) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 10 100 110 120 130 P(5) 58 48 58 50 50 50 50 50 50 50 100 110 120 130 130 P(5) 58 48 38 28 12 12 12 12 12 131 134</td><td>P(3) 82 72 62 52 42 32 12 13 33 43 58 59 50 100 110 110 120 130 132 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134</td><td>P(s) 1 2</td><td>P3[3] 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P5[5] 70 60 50 40 50 50 50 50 50 50 100 110 120 132 134</td><td>F[3]) 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P[5]) 70 60 50 40 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 P[7]) 58 48 38 20 10 10 20 10 10 100
 110 120 130 130 P[7]) 58 48 38 44 54 54 56 66 70 80 100 110 120 130 140 136 146 156</td></th<><td>P(S) S2 52 42 32 22 12 23 23 24 24 24 24 24 24 24 24 24 25 64 76 66 70 80 90 100 110 120 130 P(S) 56 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 130 P(S) 56</td><td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 98 98 68 58 68 78 58 98 108 110 110 120 130 P5(1) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 110 120 130 P5(1) 56 66 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 143 144 14</td><td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 43 33 43 53 63 73 83 93 103 110 <!--</td--><td>9(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 23 24 2</td><td>63.1) 82 72 62 52 42 32 42 32 42 32 43 43 53 43 53 66 70 80 70 81 70 100 110 110 110 120 130 75.1 73 64 50 60 50 40 50 40 50 100 110 <</td><td>9(3) 82 72 62 52 42 32 23 12 23 33 48 56 68 76 88 98 108 113 95.1 73 80 30 20 20 20 20 101 122 123 123 133 95.1 76 36 36 36 36 40 50 40 50 101 121 123 133 133 95.1 36 46 56</td></td></td> | PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 98 98 98 108 118 PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 8 38 98 98 108 113 PS(3) 70 60 50 40 30 20 10 10 20 100 110 120 130 130 PS(7) 58 48 58 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 132 144 154 PS(1) 34 24 54 <th< td=""><td>P(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 58 68 78 68 78 98 108 118 P(5) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 10 100 110 120 130 P(5) 58 48 58 50 50 50 50 50 50 50 100 110 120 130 130 P(5) 58 48 38 28 12 12 12 12 12 131 134</td><td>P(3) 82 72 62 52 42 32 12 13 33 43 58
 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 58 59 50 100 110 110 120 130 132 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134</td><td>P(s) 1 2</td><td>P3[3] 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P5[5] 70 60 50 40 50 50 50 50 50 50 100 110 120 132 134</td><td>F[3]) 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P[5]) 70 60 50 40 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 P[7]) 58 48 38 20 10 10 20 10 10 100 110 120 130 130 P[7]) 58 48 38 44 54 54 56 66 70 80 100 110 120 130 140 136 146 156</td></th<> <td>P(S) S2 52 42 32 22 12 23 23 24 24 24 24 24 24 24 24 24 25 64 76 66 70 80 90 100 110 120 130 P(S) 56 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 130 P(S) 56</td> <td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 98 98 68 58 68 78 58 98 108 110 110 120 130 P5(1) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 110 120 130 P5(1) 56 66 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 143 144 14</td> <td>PS(3) 82 72 62 52 42 32 43 33 43 53 63 73 83 93 103 110 <!--</td--><td>9(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 23 24 2</td><td>63.1) 82 72 62 52 42 32 42 32 42 32 43 43 53 43 53 66 70 80 70 81 70 100 110 110 110 120 130 75.1 73 64 50 60 50 40 50 40 50 100 110 <</td><td>9(3) 82 72 62 52 42 32 23 12 23 33 48 56 68 76 88 98
 108 113 95.1 73 80 30 20 20 20 20 101 122 123 123 133 95.1 76 36 36 36 36 40 50 40 50 101 121 123 133 133 95.1 36 46 56</td></td> | P(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 18 58 68 78 68 78 98 108 118 P(5) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 10 100 110 120 130 P(5) 58 48 58 50 50 50 50 50 50 50 100 110 120 130 130 P(5) 58 48 38 28 12 12 12 12 12 131 134 | P(3) 82 72 62 52 42 32 12 13 33 43 58 59 50 100 110 110 120 130 132 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 134 | P(s) 1 2 | P3[3] 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P5[5] 70 60 50 40 50 50 50 50 50 50 100 110 120 132 134 | F[3]) 82 72 62 52 42 32 22 8 18 28 68 78 88 98 108 118 P[5]) 70 60 50 40 50 50 60 70 80 90 100 110 120 130 P[7]) 58 48 38 20 10 10 20 10 10 100 110 120 130 130 P[7]) 58 48 38 44 54 54 56 66 70 80 100 110 120 130 140 136 146 156 | P(S) S2 52 42 32 22 12 23 23 24 24 24 24 24 24 24 24 24 25 64 76 66 70 80 90 100 110 120 130 P(S) 56 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 130 P(S) 56 | PS(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 2 8 98 98 68 58 68 78 58 98 108 110 110 120 130 P5(1) 70 60 50 40 30 20 10 10 10 10 110 120 130 P5(1) 56 66 50 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 143 144 14 | PS(3) 82 72 62 52 42 32 43 33 43 53 63 73 83 93 103 110 </td <td>9(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 23 23 23
23 24 2</td> <td>63.1) 82 72 62 52 42 32 42 32 42 32 43 43 53 43 53 66 70 80 70 81 70 100 110 110 110 120 130 75.1 73 64 50 60 50 40 50 40 50 100 110 <</td> <td>9(3) 82 72 62 52 42 32 23 12 23 33 48 56 68 76 88 98 108 113 95.1 73 80 30 20 20 20 20 101 122 123 123 133 95.1 76 36 36 36 36 40 50 40 50 101 121 123 133 133 95.1 36 46 56</td> | 9(3) 82 72 62 52 42 32 22 12 23 24 2 | 63.1) 82 72 62 52 42 32 42 32 42 32 43 43 53 43 53 66 70 80 70 81 70 100 110 110 110 120 130 75.1 73 64 50 60 50 40 50 40 50 100 110 < | 9(3) 82 72 62 52 42 32 23 12 23 33 48 56 68 76 88 98 108 113 95.1 73 80 30 20 20 20 20 101 122 123 123 133 95.1 76 36 36 36 36 40 50 40 50 101 121 123 133 133 95.1 36 46 56 | B(3) C2 C | B31 82 72 62 82 32 |

ď

- 14
2
at
ä
- 8
5
θ
0
8
5
0
1
Ť
- X.
g
-
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
2
6
Ē
5
െ
÷
<u>,</u>
9
ヒ
-5
<u>e</u>
8
.8
- 12
- 8
5
ā
θ
0
_ <b>_</b>
8
5
0
1
Ť
- <b>X</b> .
- 8
5
д
÷=
ž
2
ō
8
=
5
-
6
Ē.
N
٩
_
5
EL-
CEL-
XCEL -
EXCEL -
a EXCEL -
3a EXCEL -
3.3 a EXCEL -
-3.3aEXCEL -
b.3.3aEXCEL -
ab.3.3 a EXCEL -
Tab.3.3aEXCEL -

	Ξ
	a
	E
:	13
	0
	ę.
	g
	0
	e
•	뎡
•	Ē
	ĕ
	g
;	₿
•	e
1	2
•	ទ
	ð
	2
	e
	ĭ
,	ē
	aĵ
	5
•	ğ
	H.
	ğ
;	ă.
	Ξ.
	0
	ď
	campo
	el campo
-	e del campo
-	che del campo
-	niche del campo
-	noniche del campo
-	armoniche del campo
-	le armoniche del campo
	lelle armoniche del campo
	a delle armoniche del campo
	cita delle armoniche del campo
	ilocita delle armoniche del campo
	Velocità delle armoniche del campo
	o) Velocita delle armoniche del campo
	irro) Velocita delle armoniche del campo
	zzurro) Velocita delle armoniche del campo
	(azzurro) Velocita delle armoniche del campo
	L - (azzurro) Velocità delle armoniche del campo
	CEL - (azzurro) Velocità delle armoniche del campo
	<u> ACEL - (azzurro) Velocita delle armoniche del campo</u>
	D EXCEL - (azzurro) Velocità delle armoniche del campo
	.3 D EXCEL - (azzurro) Velocita delle armoniche del campo
	0.3.3 D EXCEL - (azzurro) Velocita delle armoniche del campo
	ab.3.3 D EXCEL - (azzurro) Velocità delle armoniche del campo

# La forza controelettromotrice

Dal modello elettromeccanico presentato nel prossimo capitolo, sappiamo che la trasformazione del sistema elettrico trifase nei due assi dq permette la scomposizione dei tre assi sfasati di 120° sul piano in tre assi sfasati di 90° nello spazio. Trascurando la componente omopolare (dato che le tre fasi sono connessi a stella **Y**) si possono trasformare i sistemi trifase in vettori spaziali, semplificandone lo studio. Magneticamente due assi sono indipendenti quando sono perpendicolari, cioè sfasati di  $\beta_{dq_e} = 90^\circ$ .

L'asse-*d*, per definizione, coincide con la posizione meccanica  $\theta_m = A$  dove l'angolo elettrico è  $\theta_e = 0^\circ$  in cui il flusso concatenato dalla bobina raggiunge il massimo. Mentre l'asse*q* coincide con la posizione meccanica  $\theta_m = B$  dove l'angolo elettrico è  $\theta_e = \beta_{dq_e} = 90^\circ$  cioè quando il flusso concatenato dalla bobina è nullo. Dal sistema elettrico possiamo risalire agli equivalenti assi *dq* nel sistema meccanico. Per la macchina FSPM 12/10 una rotazione del dente rotorico di 9° meccanici significa passare dal flusso concatenato massimo (indipendentemente dal segno) a zero o viceversa.



Fig.3.13 Avvolgimenti di fase

Collegando le quattro bobine, appartenenti alla stessa fase, in serie (per semplicità considereremo solo le bobine *A* dell'omonima fase mostrate in Fig.3.13) possiamo avanzare alcune osservazione riguardanti la f.c.e.m. di fase. Poiché la f.c.e.m di avvolgimento è la stessa nelle due bobine diametralmente opposte, per semplicità considereremo per ciascuna fase solo due sorgenti di f.c.e.m. equivalenti di avvolgimento. La Fig.3.14a rappresenta la distribuzione del campo al traferro quando  $\theta_m = 0^\circ$  da cui possiamo osservare che le due bobine affacciate *A*2 e *A*4 siano allineate con l'asse-*d* concatenando così il flusso massimo, responsabile delle f.c.e.m.  $e_2$  ed  $e_4$ . Le altre due bobine affacciate *A*1 e *A*3 si trovano entrambe nella posizione

meccanica  $\theta_m = 18^\circ$ , anch'esse allineate con l'asse-*d*, concatenano il flusso massimo di segno opposto al primo dando luogo alle due f.c.e.m.  $e_1$  ed  $e_3$ . Infine, la f.c.e.m di fase è la somma dei contributi degli avvolgimenti.

$$e_f = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = 2(e_1 + e_2)$$
(3.12)

## Analisi armonica della f.c.e.m.

La proprietà lineare dello sviluppo in serie di Fourier, afferma che l'armonica *h*-esima della f.c.e.m. di fase è la somma delle armoniche *h*-esime della f.c.e.m di avvolgimento

$$e_{f_h} = 2(e_{1_h}\cos(h\omega t + \varphi_{1_h}) + e_{2_h}\cos(h\omega t + \varphi_{2_h}))$$
(3.13)

dove  $e_{i_h} \in \varphi_{i_h}$  sono rispettivamente l'ampiezza e la fase dell'armonica *h*-esima del gruppo *i*esimo delle bobine a due a due affacciate, mentre  $\omega$  è la pulsazione elettrica della fondamentale.

Per quanto riguarda la fondamentale h = 1 possiamo affermare che le due ampiezze siano

 $e_{1_1} \simeq e_{2_1}$ 

mentre conviene prestare più attenzione alle fasi  $\varphi_{1_1} \in \varphi_{2_1}$ . Fissando la fase  $\varphi_{1_1} = 0^\circ$  poiché le due bobine A2 e A4 sono in  $\theta_m = A$  possiamo affermare che la fase  $\varphi_{2_1} = 180^\circ$  poiché le bobine A1 e A3 sono in  $\theta_m = C$ , non va dimenticato però che il verso di magnetizzazione dei magneti nei due gruppi di bobine riguardanti la stessa fase è diverso, quindi i due flussi concatenati  $\psi_{mp_1}$  e  $\psi_{mp_2}$  saranno anch'essi sfasati di 180° riportando in fase le due f.c.e.m. di avvolgimento.

Armonica	f.c.e	f.c.e.m di fase					
	A1		A2		A1 + A2		
h-esima	$\left[\frac{e_{1_h}}{e_{1_1}}\right] \cdot 100$	${arphi_1}_h$	$\left[\frac{e_{2_h}}{e_{2_1}}\right] \cdot 100$	$\varphi_{2_h}$	$\left[\frac{e_{f_1}}{e_{f_h}}\right] \cdot 100$	$\varphi_{f_h}$	
<b>2</b> ^a	21,27	83°	21,46	-81°	1,9	-2°	
$4^a$	4,56	-81°	4,34	78°	0,84	-3°	
$5^a$	2,77	-0,5°	2,83	-2,5°	2,8	-3°	
THD (%)	22,09	/	22,22	/	4,13	/	

Tab.3.4 Confronto tra i contenuti armonici - f.c.e.m. di avv. & di fase

Dalla Tab.3.4 si può osservare che le f.c.e.m. di avvolgimento prese singolarmente hanno un contenuto armonico non indifferente, risaltano 2ª la 4ª e la 5ª armonica. Tuttavia non contribuiscono alla f.c.e.m di fase poiché se

$$\begin{array}{l} \left( \begin{array}{c} e_{1_h} \simeq e_{2_h} \\ \varphi_{1_h} \simeq -\varphi_{2_h} \end{array} \right) \end{array}$$

dalla (3.13) l'armonica h-esima risulta essere

$$e_{f_h} \simeq 0$$

Come mostra la Fig.3.16, le f.c.e.m. di avvolgimento presentano terze armoniche non trascurabili ma, una delle proprietà del sistema trifase connesso a stella è quello di autoeliminare le terze armoniche. Dunque non considereremo le armoniche h = 3n dove  $n = 1, 2, ..., \infty$ . L'eliminazione di queste armoniche contribuisce alla riduzione del *fattore di distorsione totale* della corrente, come è mostrato nell'ultima riga della Tab.3.4.

In Fig.3.14b le bobine della fase *a* sono allineate con l'asse-*q*. L'annullamento sia della f.c.e.m. di fase che della coppia di mantenimento in Fig.4.5 a 9° è la conferma di quanto è stato constato in precedenza.



Fig.3.14 FEM – FSPM 12/10 Densità di flusso di eccitazione - a) asse-d, b) asse-q

#### Progetto

Fissati gli avvolgimenti, possiamo valutare la f.c.e.m. di fase in funzione dell'angolo meccanico. Si può notare, come è stato previsto, che il periodo elettrico è di 36° e che, in corrispondenza dell'angolo  $\beta_{dq_m} = 9^\circ$ , la f.c.e.m di fase si annulla. Al FEM le f.c.e.m. di fase sono  $V_u$ ,  $V_v$  ed  $V_w$ . Mentre le f.c.e.m. concatenate si ricavano dalla seguente

$$\begin{cases} V_{uv} = V_u - V_v \\ V_{vw} = V_v - V_w \\ V_{wu} = V_w - V_u \end{cases}$$
(3.14)



Nelle Figg.3.15 sono rappresentate le f.c.e.m. di fase e le concatenate alla velocità pari a 300 r.p.m, mentre in Figg.3.16 sono riportati i rispettivi spettri.

Fig.3.15 f.c.e.m. a) fase, b) conc. - Fig.3.16 Spettro a) fase, b) conc.

# CAPITOLO 4 MODELLO ELETTROMECCANICO

In questo capitolo verrà presentato il modello dinamico della macchina a commutazione di flusso. Il modello è del **IV** ordine, costituito da due equazioni di stato elettriche e due meccaniche. Il legame flusso-correnti dipende dalla posizione angolare e di conseguenza tutti i prodotti energetici, tra cui la coppia, ne sono dipendenti. L'introduzione della Trasformazione di Park slega dalla dipendenza dalla posizione angolare. Si analizzeranno quindi i vari contributi della coppia sia nel dominio dei fasori che nel dominio di Park e la loro influenza sulla coppia.

# Legame flussi-correnti

In linea generale, il legame flussi correnti lega i flussi concatenati alle correnti. Nelle macchine a magneti permanenti, che appunto non hanno il rotore avvolto, tale legame si semplifica poiché non esistono correnti rotoriche. Il flusso concatenato totale è la somma dei flussi concatenati di armatura e di eccitazione. Nel caso dell'armatura, il legame flussi-correnti è rappresentato da una matrice contenete le auto e le mutue induttanze relative a ciascuna fase. Tutti gli elementi di tale matrice sono funzione della posizione angolare. Nel caso dell'eccitazione, l'assenza del rotore avvolto si traduce in un vettore di flussi concatenati sostenuti dai magneti permanenti.

#### Circuito di armatura

Iniettando una terna di correnti sinusoidali sfasate di 120° di valore massimo  $I_s$  nelle tre fasi della macchina a commutazione di flusso

$$\begin{cases} i_{sa} = I_s \cos(\vartheta) \\ i_{sb} = I_s \cos(\vartheta - 2\pi/3) \\ i_{sc} = I_s \cos(\vartheta + 2\pi/3) \end{cases}$$
(4.1)

tralasciando momentaneamente il contributo dell'eccitazione, il vettore delle correnti  $i_s$ sostiene tre flussi concatenati sfasati anch'essi di 120° rappresentati dal vettore  $\psi_s$ .

$$\boldsymbol{\psi}_{s} = \begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \end{bmatrix}$$

Poiché il rotore è saliente, tutte le componenti della matrice dell'induttanze sono funzione della posizione angolare meccanica espressa in radianti elettrici. Immaginando di alimentare una fase per volta, dal flusso concatenato dalla stessa, ricaviamo le auto induttanze

$$\begin{cases} L_{aa} = L_0 - L_m \cos(2\vartheta) \\ L_{bb} = L_0 - L_m \cos(2\vartheta + 2\pi/3) \\ L_{cc} = L_0 - L_m \cos(2\vartheta - 2\pi/3) \end{cases}$$
(4.2)

dove  $L_0$  è il valore medio e  $L_m$  è il valore massimo della fondamentale. Le auto induttanze riportate in (4.2) risultano essere gli elementi della diagonale della matrice (4.4).

Le mutue induttanze si ricavano, alimentando una fase per volta, dal flusso concatenato dalle altre due fasi. Data la reciprocità del sistema, la matrice risulta simmetrica ovvero, gli elementi fuori diagonale risultano essere  $M_{ij} = M_{ji}$ 

$$\begin{cases} M_{ab} = M_0 - M_m \cos(2\vartheta - 2\pi/3) \\ M_{bc} = M_0 - M_m \cos(2\vartheta) \\ M_{ca} = M_0 - M_m \cos(2\vartheta + 2\pi/3) \end{cases}$$
(4.3)

dove  $M_0$  è il valore medio e  $M_m$  è il valore massimo della fondamentale.

In definitiva possiamo condensare le auto induttanze (4.2) e le mutue induttanze (4.3) nella matrice delle induttanze  $L(\vartheta)$  che lega il vettore dei flussi concatenati dalle fasi al vettore delle correnti di fase

$$\boldsymbol{L}(\vartheta) = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}$$
(4.4)

la relazione matriciale è

$$\boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{L}(\vartheta)\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}} \tag{4.5}$$

#### Circuito di eccitazione

Mantenendo il rotore in rotazione a velocità costante (con il circuito di armatura aperto) la presenza dei magneti permanenti, secondo un principio di funzionamento analizzato nei capitoli precedenti, genera una terna di flussi concatenati. Considerando solo la fondamentale di ampiezza  $\psi_m$ 

$$\begin{cases} \psi_{ma} = \psi_m \cos(\vartheta) \\ \psi_{mb} = \psi_m \cos(\vartheta - 2\pi/3) \\ \psi_{mc} = \psi_m \cos(\vartheta + 2\pi/3) \end{cases}$$
(4.6)

il vettore  $\psi_m$  è rappresentativo del flusso concatenato di eccitazione.

#### Flusso concatenato totale

Il flusso concatenato totale  $\boldsymbol{\psi}$  è la somma dei flussi concatenati di armatura (4.5) e di eccitazione (4.6). Il legame flusso-corrente sarà fondamentale successivamente nella stesura del modello elettromeccanico della macchina poiché si potranno esprimere le equazioni di stato finalizzate al controllo dinamico (4.25).

$$\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{L}(\vartheta)\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}} + \boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{m}} \tag{4.7}$$

# Coppia

Come descritto nei precedenti capitoli, il flusso totale concatenato è la somma dei flussi di armatura e di eccitazione. Non tenendo conto della saturazione, possiamo affermare che il legame  $\psi(i)$  sia lineare. Dalla trattazione dei *Sistemi di induttori*, possiamo affermare che nel caso lineare, l'energia magnetica sia esprimibile come il prodotto del vettore di corrente statorica trasposto (4.1.) per il vettore flusso concatenato totale (4.7).

$$W = i_s^t \psi = i_s^t [L(\vartheta) i_s + \psi_m]$$
(4.8)

La coppia elettromagnetica è la derivata dell'energia magnetica rispetto alla posizione angolare espressa in radianti meccanici

$$T_e(\theta_m) = -\frac{\partial W}{\partial \theta_m} = -n\frac{\partial W}{\partial \theta}$$
(4.9)

sostituendo la (4.8) nella (4.9) possiamo affermare che la coppia elettromagnetica

$$T_e(\vartheta) = n \left[ \frac{1}{2} \boldsymbol{i}_s^t \frac{d\boldsymbol{L}(\vartheta)}{d\vartheta} \boldsymbol{i}_s + \boldsymbol{i}_s^t \frac{d\boldsymbol{\psi}_m}{d\vartheta} \right]$$
(4.10)

il primo termine è la coppia di anisotropia dovuta alla variazione di induttanza al traferro (che verrà analizzata nel Cap.6), mentre il secondo termine è il contributo dell'eccitazione. La matrice delle induttanze  $L(\vartheta)$  e il vettore  $\psi_m$  dei flussi concatenati di sono entrambe funzione dell'angolo elettrico, il che rende l'espressione della coppia non lineare e complessa da studiare.

# **Coppia di Cogging**

La coppia di cogging (o di impuntamento) è dovuta alla componente circonferenziale della forza attrattiva sostenuta dai magneti permanenti che tende a mantenere l'allineamento tra i poli statorici e i poli rotorici. È una coppia di natura elettromagnetica sempre presente a valor medio nullo, indipendente dalla corrente e coincide con la somma delle interazioni tra i poli rotorici e l'apertura delle cave: per questo è possibile valutarla qualitativamente girando manualmente il rotore della macchina non alimentata. I denti statorici causano una variazione della co-energia magnetica W' che nel caso lineare coincide con la variazione dell'energia magnetica W. Nel caso non lineare la variazione di co-energia magnetica in funzione di  $\theta$ determina la coppia di cogging.

$$T_c = -\frac{\partial W'(\theta)}{\partial \theta} \bigg|_{i=0}$$
(4.11)

Il rotore tende ad allinearsi con il massimo numero di denti statorici possibili in modo da minimizzare la riluttanza massimizzando l'energia magnetica immagazzinata che, dal punto di vista termodinamico nel caso non lineare è la co-energia, definita dall'integrale di volume

$$W'(\theta) = \frac{1}{2\mu} \int_{V} B^{2}(\theta) dV$$
(4.12)

sostituendo la (4.12) nella (4.11) si ottiene

$$T_{c} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{V} B^{2}(\theta) dV = \frac{1}{2\mu} \int_{V} \left( \frac{\partial B^{2}(\theta)}{\partial \theta} \right) dV$$
(4.13)

dove V è il volume del traferro.

Al variare della posizione rotorica, come si è visto nel Cap.3, cambia la distribuzione dell'induzione  $B(\theta)$ , periodica in 36°. La coppia di cogging si ottiene da un integrale di volume (4.12) che per il teorema della divergenza si può trasformare in un integrale di superficie. Considerando una superficie cilindrica  $\rho = r_m$ , si può dedurre ogni quanto sulla periferia vari la permeanza del traferro ricordando che i magneti hanno circa la stessa permeabilità dell'aria.

Il periodo della coppia di cogging, espresso in radianti meccanici, di una macchina a commutazione di flusso dipende esclusivamente da  $N_r$  e  $N_s$  e si può determinare dalla seguente espressione generale valida per tutte le macchine a commutazione di flusso.

$$\tau_c = \frac{2\pi}{\mathrm{m.\,c.\,m.\,}(N_r, N_s)} \tag{4.14}$$

Dalla (4.14) nel caso di rapporto polare 12/10

$$\tau_c = 6^{\circ}$$



Fig.4.1 Periodo della coppia di cogging FSPM 12/10

In Fig.4.1 è riportato il periodo della coppia di cogging quando il rapporto polare è 12/10. La simulazione FEM Fig.4.7 conferma la periodicità di 6° prevista in (4.14). In conclusione all'espressione generale della coppia elettromagnetica (4.10) va aggiunta la coppia di cogging (4.11).

# Trasformata di Park

Per muoversi tra il mondo elettrico ed il mondo meccanico, è indispensabile il numero di paia poli o, nel caso della macchina a commutazione di flusso, del numero di poli rotorici. La Trasformazione di Park su assi rotanti elimina la dipendenza dalla posizione angolare vista in (4.10) offrendoci una macchina energeticamente equivalente. È conveniente trasformare gli avvolgimenti statorici su due assi fissi  $\alpha\beta$  elettricamente in quadratura.

Per individuare i due assi in quadratura per la struttura rotorica bisogna valutare l'angolo compreso tra la posizione a flusso concatenato massimo e a flusso concatenato nullo. Come visto nei capitoli precedenti, l'angolo compreso tra l'asse-d e l'asse-q è di 9° espresso in radianti meccanici come mostra la Fig.4.2.



Fig.4.2 Angolo tra asse-*d* e asse-*q* in radianti meccanici

La matrice di Park

$$\boldsymbol{T}(\vartheta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & \cos(\vartheta - 2\pi/3) & \cos(\vartheta + 2\pi/3) \\ -\sin(\vartheta) & -\sin(\vartheta - 2\pi/3) & -\sin(\vartheta + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$
(4.15)
è una matrice invertibile ortogonale ovvero la cui trasposta coincide con la sua inversa.

$$T^{-1}(\vartheta) = T^{t}(\vartheta) \tag{4.16}$$

Il determinante unitario è la condizione necessaria per l'ortogonalità che consente la conservazione dei prodotti interni assicurando l'invarianza delle potenze, energie e moduli dei vettori.

### Trasformazione del legame flussi-correnti

L'inversa della matrice di Park permette di trasformare la terna di correnti di Park nella terna delle correnti di fase

$$i_p = T(\vartheta)i_s \rightarrow i_s = T^{-1}(\vartheta)i_p$$

il vettore delle correnti di Park

$$\boldsymbol{i_p} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i_d} \\ \boldsymbol{i_q} \\ \boldsymbol{i_0} \end{bmatrix}$$

è composto dalla componente diretta, in quadratura e omopolare. Moltiplicando entrambi i membri della (4.11) per la matrice di Park (4.15) otteniamo

$$T(\vartheta)\psi = T(\vartheta)L(\vartheta)T^{-1}(\vartheta)i_p + T(\vartheta)\psi_m$$

dato che le tre fasi sono collegati a stella, le tre correnti hanno somma nulla, dunque non viene considerata l'induttanza omopolare  $L_0 = 0$ . Il legame flussi-correnti nel dominio di Park in forma matriciale

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_m \\ 0 \end{bmatrix}$$

in forma compatta

$$\psi_p = Li_p + \psi_m \tag{4.17}$$

#### Vettori Spaziali

Poiché la componente omopolare è assente, si può considerare il vettore delle correnti di Park come un vettore spaziale in cui, la componente diretta giace sull'asse reale e la componente in quadratura sull'asse immaginario

$$i = i_d + ji_q \tag{4.18}$$

Il vettore spaziale flusso concatenato totale ricavabile trasformando la (4.17) è

$$\overline{\psi} = \psi_d + j\psi_q \tag{4.19}$$

Le due induttanze di Park della matrice trasformata, in relazione ai parametri del legame flussi-correnti di armatura, sono

$$\begin{cases} L_d = L_0 - M_0 - \frac{1}{2}L_m - M_m \\ L_q = L_0 - M_0 + \frac{1}{2}L_m + M_m \end{cases}$$
(4.20)

Questa relazione ci tornerà utile nel capitolo dedicato alle induttanze per risalire alle induttanze di Park partendo dalle auto e mutue induttanze di fase ricavate da simulazione FEM.

### Equazioni di Stato

Per equazione di stato si intende una relazione tra le variabili che definiscono lo stato termodinamico di un sistema. Tale relazione può essere genericamente rappresentata da un insieme di equazioni differenziali di primo ordine. Una macchina elettrica dal punto di vista termodinamico è un convertitore elettromeccanico, dunque governato da equazioni di stato elettriche e meccaniche che, sotto vari aspetti, risultano legati fra di loro.

### Equazioni di Stato Elettriche

Le equazioni di stato statoriche nel dominio dei fasori

$$\begin{cases} v_{sa} = R_s i_{sa} + p\psi_a \\ v_{sb} = R_s i_{sb} + p\psi_b \\ v_{sc} = R_s i_{sc} + p\psi_c \end{cases}$$

in forma matriciale

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{s}}\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{s}} + p\boldsymbol{\psi} \tag{4.21}$$

moltiplicando la matrice di Park per entrambi i membri della (4.21) esplicitando le correnti e i flussi nel dominio di Park

$$T(\vartheta)\boldsymbol{v}_s = T(\vartheta)\boldsymbol{R}_s T^{-1}(\vartheta)\boldsymbol{i}_p + T(\vartheta)\boldsymbol{p}\big\{T^{-1}(\vartheta)\boldsymbol{\psi}_p\big\}$$

in definitiva otteniamo

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{s}}\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{p}} + p\boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{p}} + j\omega_{m}\boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{p}} \tag{4.22}$$

che rappresenta le due equazioni di stato elettriche. La matrice delle resistenze  $R_s$ , essendo diagonale, non subisce modifiche con la trasformazione.

Come per il vettore spaziale della corrente (4.18), si può esprimere il vettore della tensione di Park come vettore spaziale

$$\overline{v} = v_d + jv_q \tag{4.23}$$

le due componenti del vettore spaziale  $\overline{v}$  si ricavano dalla (4.22)

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + p\psi_d - j\omega_m \psi_q \\ v_q = R_s i_d + p\psi_q + j\omega_m \psi_d \end{cases}$$
(4.24)

Sostituendo la (4.17) nella (4.24) si può ricavare l'espressione utilizzata nel controllo della macchina

$$\begin{cases} pi_d = \frac{1}{L_d} \left( v_d - R_s i_d + j\omega_m L_q i_q - p\psi_m \right) \\ pi_q = \frac{1}{L_q} \left( v_q - R_s i_q - j\omega_m L_d i_d - j\omega_m \psi_m \right) \end{cases}$$
(4.25)

#### Equazioni di Stato Meccaniche

Le due equazioni di stato meccaniche descrivono la dinamica del rotore della macchina. È un'equazione differenziale non lineare del secondo ordine (o due equazioni differenziali del primo ordine) funzione di variabili elettriche.

#### 1° Equazione

Questa equazione di stato lega la variazione di coppia alla variazione di velocità meccanica espressa in radianti meccanici

$$Jp\Omega_m = T_e - T_r$$

dove *J* è il momento di inerzia delle masse rotanti e  $T_r$  è la coppia resistente. La coppia elettromagnetica  $T_e$  è prodotto di variabili di stato elettriche (4.30), il che rende l'equazione di stato non lineare. È conveniente esprimere la velocità meccanica in radianti elettrici in modo da avere la stessa variabile di stato presente anche nelle equazioni di stato elettriche (4.22)

$$\frac{J}{n}p\omega_m = T_e - T_r$$

da cui

$$p\omega_m = \frac{n}{J}(T_e - T_r) \tag{4.26}$$

#### 2° Equazione

Questa equazione di stato esprime la velocità meccanica come derivata della posizione angolare meccanica (espresse in radianti elettrici)

$$p\vartheta = \omega_m \tag{4.27}$$

### Modello Elettromeccanico della Macchina

Il modello elettromeccanico della macchina a commutazione di flusso è del **IV** ordine, poiché è costituito da quattro equazioni differenziali di cui due elettriche (4.24) e due meccaniche (4.26) (4.27). Per semplicità si utilizzano i vettori spaziali per esprimere le equazioni di stato elettriche

$$\begin{cases} \overline{\nu} = R_s \overline{i} + p \overline{\psi} + j \omega_m \overline{\psi} \\ p \omega_m = \frac{n}{J} (T_e - T_r) \\ p \vartheta = \omega_m \end{cases}$$
(4.28)

Parallelamente alle equazioni di stato, va considerato il legame flussi-correnti espresso in termini di vettore spaziale (4.19).

### Coppia

La coppia si ricava partendo da un bilancio energetico. La potenza elettrica in ingresso è la parte reale del prodotto del vettore spaziale  $\overline{v}$  per il coniugato del vettore spaziale  $\overline{i}$ .

$$\Re e(\overline{v}\underline{i}) = \underbrace{R_s i^2}_{\text{Potenza dissipata}} + \underbrace{\Re e(p\overline{\psi}\underline{i})}_{\text{Variazione dell'}} + \underbrace{\Re e(j\omega_m\overline{\psi}\underline{i})}_{\text{Potenza}}$$
(4.29)  
per effetto Joule energia magnetica immagazzinata

Il primo termine è la potenza dissipata per effetto Joule dalle resistenze degli avvolgimenti, il secondo termine è la variazione di energia magnetica immagazzinata e infine, l'ultimo, è la potenza meccanica trasmessa. Da un bilancio di coppia possiamo ricavare la coppia elettromagnetica  $T_e$  non più funzione dell'angolo meccanico.

In generale la potenza meccanica è il prodotto della coppia per la velocità angolare

$$P = T\Omega_m$$

eguagliando quest'ultima alla potenza meccanica trasmessa in (4.29) esprimendo la velocità meccanica in radianti meccanici diventa

$$T_e = n \Re e(j \overline{\psi} i)$$

il prodotto del vettore per l'unità immaginaria j modifica l'espressione in

$$T_e = n\Im m\left(\overline{i}\underline{\psi}\right)$$

sostituendo in quest'ultima i vettori spaziali (4.18) e (4.19)

$$T_e = n \big[ \psi_d i_q - \psi_q i_d \big) \big]$$

sostituendo il legame flussi-correnti (4.17)

$$T_e = n[(L_d - L_q)i_d i_{q+} \psi_m i_q)]$$
(4.30)

Analogamente a quanto visto nella (4.10) il primo contributo è la coppia di anisotropia dovuta alla differenza dell'induttanza tra i due assi, mentre il secondo termine è il contributo dell'eccitazione. Va sottolineato, che la coppia si può esprimere come prodotto dei moduli e il seno della differenza delle fasi (4.31). Quindi la coppia massima si ha, nel caso ideale, quando i campi di armatura e di eccitazione sono in quadratura.

$$T_e = n \left| \overline{i} \right| \left| \overline{\psi} \right| \sin(\varphi_i - \varphi_{\psi}) \tag{4.31}$$

### Angolo di Carico

Finora ci siamo occupati della coppia elettromagnetica (4.30) da cui dipende la prima equazione di stato meccanica (4.26). Si preferisce esprimere la seconda equazione di stato meccanica (4.27) in funzione del cosiddetto angolo di carico. Per definizione  $\delta$  è l'angolo tra la f.e.m. e la tensione, ovvero tra la tensione a vuoto e la tensione a carico. È utile quindi considerare il funzionamento a vuoto della macchina.



Fig.4.3 Assi di riferimento

A vuoto lo statore non è percorso da corrente, quindi

$$i_d = i_a = 0$$

in questo caso, a regime, il modello elettromeccanico (4.28) si semplifica

$$\begin{cases} \overline{v} = j\omega\overline{\psi} \\ \omega_m = \omega \end{cases}$$

mentre il legame flussi-correnti (4.17)

$$\begin{cases} \psi_d = \psi_m \\ \psi_q = 0 \end{cases}$$

sostituendo il legame flussi-correnti nel modello ricaviamo

$$\overline{v}_{s0} = j\omega\psi_m \tag{4.32}$$

la tensione a vuoto sull'asse-*q* come mostra la Fig.4.3. L'angolo di carico è per definizione l'angolo tra la f.e.m a vuoto (4.32) ed una generica tensione a carico.

Torna quindi utile avere nel modello elettromeccanico l'angolo di carico anziché la posizione angolare meccanica (4.27), poiché è indicativo dei transitori della macchina. Considerando due assi fissi  $\alpha\beta$ , dove il primo coincide con l'asse magnetico statorico della fase a, possiamo esprimere  $\overline{\nu}$  come vettore sull'asse- $q^a$  che ruota a velocità  $\omega$ . Il rispettivo asse- $d^a$ 

forma con l'asse- $\alpha$  l'angolo  $\theta$ . Mentre  $\theta_m$  è l'angolo compreso tra l'asse- $\alpha$  e l'asse-d, quindi in base a quanto mostra la Fig.4.3.

$$\delta = \theta_m - \theta \tag{4.33}$$

Gl'assi con l'apice rappresentano due assi rotanti a velocità  $\omega$  rispetto agli assi fissi, mentre l'altra coppia di assi ruota a velocità  $\omega_m$ . Derivando entrambi i membri della (4.33) otteniamo la nuova equazione di stato meccanica in sostituzione alla (4.27)

$$p\delta = \omega_m - \omega \tag{4.34}$$

a regime

$$\omega_m = \omega \to p\delta = 0$$

risulta utile esprimere anche il vettore spaziale tensione in funzione dell'angolo di carico in modo da avere la stessa variabile anche nelle equazioni di stato elettriche. Partendo da una terna di tensioni di fase dal valore efficace pari a V possiamo ricavare il modulo del vettore spaziale come

$$v = \sqrt{3}V$$

il vettore spaziale tensione solidale con gli assi con l'apice

$$\overline{v}^a = jv$$

in definitiva otteniamo il vettore spaziale tensione in funzione dell'angolo di carico

$$\overline{v} = \overline{v}^{a} e^{-j\delta} = v(\sin\delta + j\cos\delta) = v_d + jv_q \tag{4.35}$$

Il modello elettromeccanico in funzione dell'angolo di carico

$$\begin{cases} \overline{v} = v(\sin\delta + j\cos\delta) = R_s \overline{i} + p\overline{\psi} + j\omega_m \overline{\psi} \\ p\omega_m = \frac{n}{J} (T_e - T_r) \\ p\delta = \omega_m - \omega \end{cases}$$
(4.36)

 $\cos \omega = \cos t.$ 

#### Coppia di Mantenimento

Più che la caratteristica meccanica  $T_e(\Omega_m)$  è importante l'andamento della coppia di mantenimento  $T_e(\vartheta)$ , cioè il legame tra la coppia e l'angolo tra la f.m.m. di statore e flusso di rotore. Questa coppia coincide fondamentalmente con la (4.10) sommando il contributo del cogging (4.11).

$$T_{e}(\vartheta) = \underbrace{\frac{n}{2} i_{s}^{t} \frac{dL(\vartheta)}{d\vartheta}}_{\text{Coppia di}} i_{s} + \underbrace{n i_{s}^{t} \frac{d\psi_{m}}{d\vartheta}}_{\text{Coppia di}} - \underbrace{\frac{\partial W}{\partial \theta}}_{\text{Coppia di}} d\theta_{\text{Coppia di}} (4.37)$$

#### **Simulazione FEM**

In questo paragrafo verrà studiata la coppia di mantenimento che, dalla teoria classica delle macchine elettriche, si ottiene fissando una terna di correnti mantenendo in rotazione il rotore. L'analisi spettrale sarà indicativa dei contributi di coppia previsti nella trattazione. Inoltre, verrà analizzata la sola coppia di cogging con lo stesso meccanismo visto per la coppia di mantenimento annullando però l'effetto della terna di correnti. Successivamente verrà ricavata, fissato l'angolo  $\vartheta = \vartheta_{max}$ , la coppia in funzione del tempo che si trova mantenendo in rotazione sincrona il rotore e la terna di correnti.

#### Coppia di Mantenimento

La simulazione FEM per ricavare la coppia di mantenimento si attua fissando una terna di correnti in una certa posizione e, mantenendo il rotore in rotazione, si ricava la coppia in funzione dell'angolo elettrico. La simulazione, concettualmente, è sotto il regime *quasi statico* poiché, facendo ruotare l'albero di un piccolo angolo, calcoleremo la coppia che agisce su di esso *step by step*. La scelta della terna di correnti è a discrezione, ma bisogna sottolineare che terne differenti potrebbero produrre valori leggermente dissimili a causa dei diversi contenuti armonici e perciò eseguiremo le simulazioni con le due configurazioni rappresentate in Fig.4.4.



Fig.4.4 Terne di correnti – Diagramma Fasoriale

Corrente	Tern	ia α) Terna		a <i>b)</i>
corrente	I _i /I _{max}	<b>4</b>	$I_i/I_{max}$	<b>4</b>
I _a	1	0°	0	90°
Ib	-1/2	240°	$\sqrt{3/2}$	330°
I _c	-1/2	120 [°]	-√3/2	210 [°]

Tab.4.1 Terne di correnti – Ampiezza in p.u. & Fase

Con il rotore in rotazione è possibile, fissando il valore massimo della corrente di fase  $I_{max}$  e il numero di spire  $N_t$ , ricavare la caratteristica in base alla terna scelta.



Fig.4.5 Coppia di mantenimento –  $I_{max} = 10 A$ 

Come detto precedentemente, la scelta della terna di correnti è indifferente, sottolineando però che terne differenti potrebbero produrre valori leggermente dissimili a causa dei diversi contenuti armonici. La Fig.4.5 mostra le caratteristiche diverse per le due terne riportate in Fig.4.4, ma che hanno praticamente lo stesso contenuto armonico mostrato in Fig.4.7. Confrontando le due curve si può osservare che l'angolo  $\vartheta$  a cui si ha la coppia massima è circa



Fig.4.6 Coppia di mantenimento – Spettro (in rosso anisotropia & cogging)

Tab.4.2 Contributo percentuale delle componenti di coppia

Coppia	$[h_i/h_1] * 100$	Coppia [Nm]
Eccitazione	100	72
Anisotropia	5,7	4,2
Cogging	5,1	3,7

### Cogging

Come previsto dalla (4.14) e dallo spettro in Fig.4.6, la fondamentale della coppia di cogging in Fig.4.7 è periodica in 6° meccanici e il suo contributo alla coppia è poco meno del 4% in Tab.4.2. Tuttavia, il solo cogging in Fig.4.8 risulta essere più influente di quanto previsto. È molto probabile che venga attenuato dal contenuto armonico delle altre componenti di coppia (4.37).

La simulazione è molto semplice, si ricava la coppia esattamente come per la coppia di mantenimento senza però il contributo delle correnti di fase.



Fig.4.8 Spettro della coppia di cogging

### Ripple di Coppia

Finora abbiamo analizzato la coppia in funzione dell'angolo tra la f.m.m. di statore e il flusso di rotore. Scoprendo che l'angolo a cui si ha la coppia massima è  $\vartheta_{max} \cong 98^\circ$ . Fissando un valore all'angolo  $\vartheta$ , possiamo ricavare la coppia ruotando la terna di correnti in sincronismo con il rotore. In questo modo possiamo ricavare la coppia in funzione dell'angolo  $\vartheta$  e di conseguenza, il ripple.



In Fig.4.8 è riportato l'andamento della coppia ottenuta <br/>a $\vartheta_{max}\cong 98^\circ.$ 

# CAPITOLO 5 INDUTTANZE

In questo capitolo verranno presentate alcune tecniche simulative per determinare le induttanze di Park di una macchina a commutazione di flusso. Infine, verranno confrontati i risultati e definite le induttanze di Park della macchina.

### **Tecniche Simulative**

In generale, il calcolo dell'induttanza di una macchina è sempre molto delicato perché i risultati confrontati con i prototipi possono differire anche fino al 20%; infatti nella realtà le tolleranze meccaniche e magnetiche dei materiali non sono modellizzate nel simulatore che, invece, lavora in una condizione di idealità.

Nel capitolo precedente, si è visto come tutti gli elementi della matrice delle induttanze dipendano dall'angolo meccanico, dunque le induttanze riportate nelle (4.2) (4.3) non sono utili dal punto di vista del controllo della macchina. La Trasformazione di Park slega dalla dipendenza della posizione angolare dei mutui accoppiamenti fra statore e rotore restituendo una matrice diagonale contente l'induttanza diretta e in quadratura indispensabili per il controllo dinamico della macchina. In primo luogo ci affideremo alle equazioni di Herdershot-Miller ^[*] per ricavare le induttanze di Park attuando due simulazioni con diversi collegamenti delle fasi. Successivamente, è possibile ricavare le auto e le mutue induttanze di fase contenute in una generica riga della matrice (4.4) e, tramite le (4.20), risalire alle induttanze di Park.

### **Simulazioni FEM**

Per le misurazioni delle induttanze possiamo usufruire unicamente dei capi delle tre fasi. Poiché il centro stella non è disponibile, non è possibile determinare direttamente l'induttanza della singola fase; infatti le misure vengono spesso effettuate fase-fase nelle due configurazioni rappresentate in Fig.5.1.

Collegare le fasi in accordo con le configurazioni presentate, significa avere più fasi attraversate contemporaneamente dalla corrente, ciascuna di esse quindi produrrà un flusso che, in parte concatenerà la stessa fase e, in parte concatenerà le altre. Di conseguenza lo strumento restituirà una composizione di auto e mutue induttanze.

Nelle simulazioni cercheremo di ricreare le stesse condizioni di misura, applicando una piccola corrente continua di prova  $I_p = 0,1$  A per evitare fenomeni di saturazione, che attraverserà le bobine in base ai collegamenti mostrati in Fig.5.1. In Tab.5.1 sono mostrate le correnti impresse nelle fasi nelle diverse simulazioni, l'obiettivo è quello di trovare l'induttanza  $L_{ff}(\theta)$  letta dallo strumento.



Fig.5.1 Collegamento fasi Tab.5.1 Alimentazione fasi

SIM. N°	Ia	I _b	I _c
1	$I_p$	$-0,5I_{p}$	$-0,5I_{p}$
2	0	$I_p$	$-I_p$
3	$I_p$	0	0

Le prime due simulazioni sono realizzabili sia per via simulativa FEM che per via misurativa sulla macchina reale. La terza simulazione invece è possibile esclusivamente FEM, poiché si alimenta una sola fase senza dover tenere conto del ritorno della corrente, ricavando così l'auto e la mutua induttanza di fase in funzione dell'angolo.

Il flusso concatenato totale (4.17) dipende sia dal flusso di eccitazione che dal flusso sostenuto dalle correnti passanti negli avvolgimenti di fase. Per ricavare le induttanze dovremmo escludere il flusso concatenato di eccitazione dal flusso concatenato totale ricavato dalla simulazione. Poiché le induttanze dipendono esclusivamente dal rapporto tra i flussi concatenati di armatura e le correnti di fase.

In generale, il campione i-esimo di induttanza si ricava

$$L_i = \frac{\psi_i - \psi_{m_i}}{I_p} \tag{5.1}$$

dunque una volta ricavato il flusso concatenato di eccitazione (a correnti nulle)  $\psi_m$ , esso ci tornerà utile per tutte le simulazioni.

Le prime due simulazioni ci permettono di ricavare direttamente le induttanze di Park, senza dover passare dalle auto e mutue induttanze come nell'ultima simulazione. Mentre la terza simulazione ci permetterà mediante le (4.20) di ricavare indirettamente le induttanze di Park.

Si può ridurre il carico computazionale ricordando che le induttanze sono periodiche in metà periodo elettrico (come si è visto per la coppia di anisotropia).

### Simulazione Nº1

Collegare le fasi come in Fig.5.1 significa iniettare nelle tre fasi le correnti presenti nella prima riga della Tab.5.1. Una volta ricavati i flussi concatenati totali si può, tramite la (5.1) dividendo per la corrente di prova, ricavare le induttanze dalle espressioni riportate in Tab.5.2. L'induttanza  $L_{ff}(\theta)$  letta dallo strumento dipende da come sono collegate fra di loro le fasi, come mostra l'ultima riga della Tab.5.2.

SIMULAZIONE Nº1			
Induttanza	Espressione	Valore	
$L_u$	$\phi_u/I_p$	$L_u(\theta)$	
$L_{v}$	$\phi_v/I_p$	$L_{v}(\theta)$	
$L_w$	$\phi_w/I_p$	$L_w(\theta)$	
$L_{ff}$	$L_u + (L_v \  L_w)$	$L_{ff}(\theta)$	

Tab.5.2 Sim.1



### Induttanze di Park

Come indicato in precedenza, dalle induttanze  $L_{ff}(\theta)$  ricavate dalle due simulazioni, tramite le equazioni di Herdershot-Miller mostrate in Tab.5.3, possiamo ottenere le induttanze di Park. Le piccole differenze trovate tra i risultati delle due simulazioni, sono frutto dei diversi contenuti armonici delle due terne.

Tab.5.3 Sim.1 – Induttanze di Park

SIM	$L_{ff}(\theta)$	[mH]	Induttanze di Park	Park [mH]
CIDE -0	$\max(L_{ff1}(\theta))$	12,745	$L_d = (2/3) \max(L_{ff1}(\theta))$	8,497
SIM 1°	$\min(L_{ff1}(\theta))$	9,675	$L_q = (2/3)\min(L_{ff1}(\theta))$	6,450

### Simulazione Nº2

La seconda simulazione mostrata in Fig.5.1, esclude dalla misurazione il contributo di una fase. Il risultato sono due induttanze relative alle due fasi attraversate dalla corrente. L'induttanza  $L_{ff}(\theta)$  dipende da come sono collegate fra di loro le fasi, come mostra l'ultima riga della Tab.5.4.

Tab.5.4	Sim.2
---------	-------

SIMULAZIONE N°2			
Induttanza	Espressione	Valore	
$L_v$	$\phi_v/I_p$	$L_{v}(\theta)$	
$L_w$	$\phi_w/I_p$	$L_w(\theta)$	
$L_{ff}$	$L_u + L_w$	$L_{ff}(\theta)$	



### Fig.5.3 Sim.2 - Induttanze Tab.5.5 Sim.2 – Induttanze di Park

SIM	$L_{ff}(\boldsymbol{ heta})$	[mH]	Induttanze di Park	Park [mH]
SIM o ⁰	$\max(L_{ff2}(\theta))$	17,515	$L_d = (1/2) \max(L_{ff2}(\theta))$	8,758
51WI 2 ⁻	$\min(L_{ff2}(\theta))$	12,225	$L_q = (1/2) \max(L_{ff2}(\theta))$	6,112

### Simulazione Nº3

La seconda strada consiste nell'alimentazione di una singola fase e, dai tre flussi concatenati, ricavare l'auto e le due mutue induttanze presenti in una generica riga della matrice dell'induttanze. Successivamente, con la Trasformazione di Park ricavare l'induttanza diretta e in quadratura. In Fig.5.4 sono rappresentati le varie induttanze di una macchina ideale da confrontare con i risultati della simulazione.



Fig.5.4 Induttanze ideali in p.u. Tab.5.6 Sim.3

SIMULAZIONE N°3				
Induttanza	Espressione	Valore		
$L_{uu}$	$\phi_{uu}/I_p$	$L_{uu}(\theta)$		
$M_{uv}$	$\phi_{uv}/I_p$	$M_{uv}(\theta)$		
M _{uw}	$\phi_{uw}/I_p$	$M_{uw}(\theta)$		

I risultati della simulazione sono riportate in Tab.5.7 e dalla (4.20) possiamo ricavare le induttanze di Park.



Fig.5.5 Sim.3 – Auto & Mutue induttanze relative alla fase u

SIM 3°			
Induttanze	Valore induttanza	[mH]	
M ₀	$media(M_{ij})$	-2,642692	
L ₀	media(L _{ii} )	4,883756	
M _m	$\max(M_{ij}) - \operatorname{media}(M_{ij})$	-0,670679	
$L_m$	$\max(L_{ii}) - \operatorname{media}(L_{ii})$	0,639169	
Induttanze di Park	Trasf. Di Park	[mH]	
$L_d$	$\mathbf{F}_{\mathbf{G}}(\mathbf{A}, \mathbf{O})$	8,516711	
$L_q$	Ец. (4.20)	6,536183	

Tab.5.7 Sim.3 - Induttanze di Park

Confrontando i risultati delle tre simulazioni nelle Tab.5.3, Tab.5.5 e Tab.5.7 possiamo confermare che, a meno di piccoli errori dovuti ai contenuti armonici ed all'errore di calcolo FEM, tutti e tre le simulazioni convergano allo stesso risultato riportato in Tab.5.8.

Tab.5.8 Induttanze di Park definitive della 12/10						
	Tab.5.8	Induttanze	di Park	definitive	della	12/10

Induttanze di Park	Unità di misura	[mH]
$L_d$	[mH]	8,5
$L_q$	[mH]	6,5
$L_d/L_q$	adim.	1,3

## Conclusione

In questo paragrafo verrà confrontata la macchina a commutazione di flusso con eccitazione a PM con una macchina a commutazione di flusso eccitata con avvolgimento percorso da una corrente continua avente il medesimo rapporto polare.

### **Confronto con la DCE-FSM**

L'emergere della macchina a commutazione di flusso FSM è recente, quest'ultima sfrutta l'alta densità di coppia della macchina sincrona SM in combinazione con la robustezza del rotore della macchina a riluttanza commutata SRM. Lo studio e l'utilizzo di un rotore passivo nelle FSM, come in questa tesi, è recente poiché aumenta l'efficienza e la robustezza riducendo l'uso del rame. Inoltre, le configurazioni realizzate hanno un'effettiva riduzione dell'avvolgimento di armatura indipendentemente dal tipo di eccitazione.

Il campo di eccitazione può essere generato da bobine DCE-FSM o da magneti permanenti FSPM (o ibrida HE-FSM). Dalla letteratura disponibile è possibile un primo confronto con un motore DCE-FSM avente la stessa potenza.

		FSPM	DCE-FSM
<b>Coppia</b> (al limite termico)	Nm	73	40
<b>Densità di coppia</b> (fissando le perdite)	kNm/m³	32	20
<b>Ripple di coppia</b> (simulazione FEM)	%	23,5	38
<b>Velocità base</b> (a coppia nominale)	r.p.m.	830	1250

Tab.6.1 Confronto tra FSPM & DCE-FSM

Le due tipologie di motori hanno dimensioni e principio di funzionamento identici. La profondità dei magneti è tale da fornire la stessa densità di flusso nei denti dello statore, così

come l'eccitazione del campo della macchina del campo avvolto con avvolgimenti di indotto a circuito aperto, con l'assunzione di linearità per quanto riguarda la magnetizzazione. A causa dello spazio liberato dall'avvolgimento di campo, la macchina FSPM può utilizzare più spire rispetto alla macchina DCE-FSM, con un fattore di maggiore di 2 in questo caso.

La coppia, valutata al limite termico, del motore FSPM è quasi il doppio di quella del DCE-FSM. La maggiore capacità di coppia del motore a PM è in gran parte dovuta all'aumento dell'area dedicata alla cava sede dei conduttori, in modo che il carico elettrico possa idealmente essere raddoppiato. In pratica, poiché le perdite nel rame è la componente principale tra le perdite, richiede una maggiore corrente (aumentando così il carico elettrico) nel motore FSPM rispetto al DCE-FSM per produrre una perdita nell'avvolgimento che si traduce nel medesimo aumento di temperatura. Se confrontata con una perdita di avvolgimento specifica fissa, una perdita che si trova ai margini del carico operativo con raffreddamento non assistito, la densità di coppia del motore a PM è circa 1,6 volte quella del motore a campo avvolto DC.

A parte la coppia, il ripple di coppia prevista dalle simulazioni FE è anche inferiore per il motore a PM che per il motore a campo avvolto di quasi la metà, con le prospettive che il motore a PM sia più silenzioso del motore a campo. Inoltre vi è un significativo abbassamento della velocità di base alla coppia nominale del motore PM, principalmente a causa della produzione di un f.c.e.m. notevolmente più alta. Nel motore e PM la potenza nominale in uscita, considerata alla velocità di base, è tuttavia praticamente uguale a quella del motore a campo avvolto.

### Confronto con la macchina SM

Esistono diverse configurazioni per le macchine sincrone tradizionali brushless a magneti permanenti PMSM. Una classificazione solita è quella basata sul tipo di avvolgimento distribuito o concentrato. Tradizionalmente nelle PMSM gli avvolgimenti sono distribuiti.

Un'altra classificazione può essere delineata considerando la disposizione dei magneti sulla struttura rotorica, identificando sostanzialmente il caso di rotore a magneti superficiali SPM e il rotore a magneti annegati IPM. Poiché la coppia nella macchina a commutazione di flusso studiata è dovuta principalmente all'eccitazione (dato che dalla Tab.5.8 il rapporto tra le due induttanze in quadratura è circa 1,3) ottenuta ponendo la corrente in fase con la f.c.e.m., nella macchina IPM la coppia dipende anche, in gran parte, dal contributo della salienza. Dunque un paragone più equo è possibile confrontando la macchina FSPM con la macchina SPM, che appunto non presenta variazione di salienza e la coppia è sostanzialmente interamente dovuta all'eccitazione. Tenendo però presente che la macchina SPM non può raggiungere elevate velocità data la forza centripeta a cui vengono sottoposti i magneti collocati in superficie. Quest'ultimo problema è risolto nella macchina IPM Sebbene tutte le macchine utilizzino l'eccitazione a PM, le macchine tradizioni a PM hanno una capacità di coppia più alta del 35% rispetto alle macchine FSPM, principalmente a causa del maggiore volume dei magneti che le macchine PMSM possono ospitare sul rotore. Con 16 magneti sul rotore per il PMSM e 12 magneti sullo statore per il FSPM. Di conseguenza, la densità di coppia, valutata fissando le perdite, è più alta per PMSM rispetto alle FSPM per un fattore di 1,6.

		FSPM	SPM
Volume totale magneti	mm ³	961000	2000000
<b>Coppia</b> (al limite termico)	Nm	73	104
Densità di coppia (fissando	kNm/	30	51
le perdite)	m ³	52	
Ripple di coppia	% 23,5		30
(simulazione FEM)			
Coppia	Nm/k	120	83
(in p.u. di massa dei PM)	g	120	
Coppia di cogging (picco)	Nm	6,4	15
<b>Cogging</b> (in p.u. di coppia)	%	8,7	14,4
<b>f.e.m. di fase</b> (a 500 r.p.m.)	V	77	107
f.e.m. THD	%	13,3	14,3

	Tab.6.2 Confronto t	ra FSPM	& SPM
--	---------------------	---------	-------

## Riferimenti bibliografici

#### **Capitolo 1**

[1] Permanent Magnet Flux-Switching Machine, Optimal Design and Performance Analysis

[2] Analysis and Optimization of Back EMF Waveform of a Flux-Switching Permanent Magnet Motor

[3] Design of a Permanent Magnet Flux-Switching Machine

[4] Design and Analysis of a Novel Flux-Switching Permanent Magnet Integrated-Starter-Generator

[5] Optimal Design of Stator Interior Permanent Magnet Machine with Minimized Cogging Torque for Wind Power Application

#### **Capitolo 2**

[6] Analysis of Electromagnetic Performance of Flux-Switching Permanent-Magnet Machines by Nonlinear Adaptive Lumped Parameter Magnetic Circuit Model
[7] A New Structure of a Switching Flux Synchronous Polyphased Machine with Hybrid Excitation
[8] Analysis & Design of Passive Rotor Transverse Flux Machines with Permanent Magnets on the Stator
[9] Materials library in FEM 4.0 - Steel Magnetic Properties
[10] Validation of lumped-circuit and finite-element modelling of axially-laminated brushless motors

[11] Nonlinear Magnetic Circuit Analysis for a Novel Stator Doubly Fed Doubly Salient Machine

#### **Capitolo 3**

[12] A New Perspective on the Operating Principle of Flux-Switching Permanent-Magnet Machines [13] Analysis and Optimization of Back EMF Waveform of a Flux-Switching Permanent Magnet Motor

[14] Macchina Sincrona – G.M. Foglia

[15] Design Principles of Flux-Switch Alternators

[16] Analytical Method for Magnetic Field Calculation in a Low-Speed Permanent Magnet Harmonic Machine

[17] Switching Flux Permanent Magnet Polyphased Synchronous Machines

#### **Capitolo 4**

[18] Computation of the Voltage-Driven Flux-MMF Diagram for Saturated PM Brushless Motors

[19] dq Theory Applied to a Permanent Magnet Synchronous Machine with Concentrated Windings

[20] Investigation and Implementation of Control Strategies for Flux- Switching Permanent Magnet Motor Drives

[21] Appunti Modellistica – Macchina Sincrona – S. Carmeli

[22] Trasformazione di Park – Modellistica dei Sistemi Elettromeccanici – G.S. Furga

[23] Cogging Torque Minimization in Flux-Switching Permanent Magnet Machines by Tooth Chamfering

[24] Cogging Torque Minimization with Rotor Tooth Shaping in Axial Flux-Switching Permanent Magnet Machine

#### **Capitolo 5**

[25] Design of brushless permanent-magnet motors, Cap.5.10.5, ed. Magna Physics (Hendershot/Miller)
[26] Sistemi di Induttori – Modellistica dei Sistemi Elettromeccanici – G.S. Furga

#### Conclusioni

[27] Hybrid-Excited Flux-Switching Permanent-Magnet Machines with Iron Flux Bridges

[28] A Saturating Lumped-Parameter Model for an Interior PM Synchronous Machine

## **Codici FEM**

#### Coppia di Mantenimento

```
TOT=36
Np=144
dt=TOT/Np
pos=0
open("Coppia.fem")
mi_saveas("temp.fem")
for n=0, Np do
  mi_seteditmode("group")
 mi_selectgroup(1)
 mi_moverotate(0,0,dt,4)
mi_analyze()
 mi_loadsolution()
 mo_seteditmode("area")
 mo_groupselectblock(1)
 T=mo_blockintegral(22)
 handle=openfile("coppia.txt","a");
 pos=pos+dt
 write(handle,pos,"
                      ",T,"\n")
 closefile(handle)
 mo_close()
end
```

#### **Ripple di Coppia**

```
Imax=10

Tot=36

Np=360

dt=0

dn=Tot/Np

pos=0

poli=6

open("file.FEM")

mi_saveas("temp.fem")

for n=0,Np do

dt=dt+dn*poli/2

IA=Imax*cos(dt*3.14/180)

IB=Imax*cos(dt*3.14/180-120*3.14/180)

IC=Imax*cos(dt*3.14/180+120*3.14/180)

mi_seteditmode("group")

mi_selectgroup(2)

mi_moverotate(0,0,-dn,4)
```

```
mi_modifycircprop("A",1,IA)
mi_modifycircprop("B",1,IB)
mi_modifycircprop("C",1,IC)
mi_analyze()
mi_loadsolution()
mo_seteditmode("area")
mo_groupselectblock(1)
T=mo_blockintegral(22)
ia,va,Ya=mo_getcircuitproperties("A")
ib,vb,Yb=mo_getcircuitproperties("A")
ib,vb,Yb=mo_getcircuitproperties("B")
ic,vc,Yc=mo_getcircuitproperties("C")
handle=openfile("ripple.txt","a");
write(handle,dt," ",T," ",IA," ",IB," ",IC," ",Ya," ",Yb," ",Yc,"\n")
closefile(handle)
mo_close()
end
```

#### Induttanze

TOT=90 Np=90 Imax=0.1 dt=TOT/Np re=29.46 ri=29.28 ksez=2 pos=dt for n=0,Np do open("sezione.FEM") mi saveas("temp L3.fem") mi_seteditmode("group") mi_selectgroup(1) mi_moverotate(0,0,pos,4) mi_clearselected() mi_selectgroup(100) mi_moverotate(0,0,pos,4) mi clearselected() x1,y1=mi_selectnode(0,re)  $dx = -\sin(pos^*pi/180)$ dy=cos(pos*pi/180) x2=re*dx y2=re*dy mi addnode(x2,y2) mi_addarc(x1,y1,x2,y2,pos,1) mi_addsegment(x2,y2,ri*dx,ri*dy) dx=sin(pos*pi/180)dy=-cos((pos)*pi/180) x0,y0=mi selectnode(0,-re) mi_copyrotate(0,0,pos,1,0) x3=ri*dx y3=ri*dy x4=re*dx y4=re*dy mi_addsegment(x3,y3,x4,y4)

```
mi_addarc(x0,y0,x4,y4,pos,1)
  mi_seteditmode("arcsegments")
  mi selectarcsegment(x_{2}, y_{2})
  mi_selectarcsegment(x0,y0)
  mi_setarcsegmentprop(1,"periodic7",0,0)
  mi_clearselected()
  mi_seteditmode("segments")
  mi selectsegment(x_2, y_2)
  mi_selectsegment((x_3+x_4)/2, (y_3+y_4)/2)
  mi_setsegmentprop("periodic8",1,1,0,0)
  mi clearselected()
  IA=0
  IB=Imax
  IC=0-Imax
  mi_modifycircprop("U",1,IA)
  mi_modifycircprop("V",1,IB)
mi_modifycircprop("W",1,IC)
mi_analyze()
  mi_loadsolution()
  mo_seteditmode("area")
  mo_groupselectblock(2)
  L2=mo_blockintegral(1)
  mo_clearblock()
mo_seteditmode("area")
  mo_groupselectblock(3)
  L<sub>3</sub>=mo_blockintegral(1)
  mo clearblock()
mo seteditmode("area")
  mo groupselectblock(4)
  L4=mo blockintegral(1)
  mo clearblock()
mo seteditmode("area")
  mo groupselectblock(5)
  L<sub>5</sub>=mo blockintegral(1)
  mo clearblock()
mo seteditmode("area")
  mo_groupselectblock(6)
  L6=mo_blockintegral(1)
  mo_clearblock()
mo_seteditmode("area")
  mo_groupselectblock(7)
  L7=mo_blockintegral(1)
  mo_clearblock()
LA=(L2-L3)*ksez
LB=(L4-L5)*ksez
LC=(L6-L7)*ksez
  handle=openfile("L3.txt","a");
write(handle,pos," ",LA," ",LB," ",LC,"\n")
  pos=pos+dt
  closefile(handle)
  mo close()
  mi close()
```

end

## Ringraziamenti

Difficile scrivere dei ringraziamenti. Hai sempre paura di essere banale, di non citare tutti. Paura di dimenticare di scrivere tutti quei ricordi e tutte quelle sfumature. Ci provo sperando di non scoppiare in lacrime...

Non esiste parola nel vocabolario per descrivere la profonda gratitudine che provo nei confronti della mia Famiglia. Ti voglio bene Mamma per aver condiviso con me tutte le ansie di questi ultimi 6 anni, per avermi nutrito e accudito sempre sorridente e felice per i miei piccoli successi. Ti voglio bene Papà che mi hai sempre sostenuto e svegliato alle 7 del mattino per portarmi in stazione anche con il gelo invernale. Grazie anche alle mie sorelle Viviana & Ilaria le due mie piccole senza le quali non potrei vivere.

Le persone che mi hanno aiutato sanno benissimo l'amore che ho per loro. Chi mi conosce sa che ho compiuto un miracolo, come tuffarsi da un aereo senza paracadute e cadere, per caso, su di una montagna di piume. Ognuno di voi è ciò che sono io. Ognuno di voi ha contributo a farmi diventare ciò che sono oggi. Non ho la minima presunzione di pensare di essermi fatto completamente da solo. Se sono qui è anche grazie a voi...

Basta fare il serio...

Ringrazio i compagni di avventura, in primis ringrazio te Claudio che ci sei sempre stato, anche a distanza, anche se non ci vediamo per mesi (come quando eri a Londra). Ti ricordi quando ci picchiavamo in aula il primo anno? Ti ricordi quanto eravamo presi male per i primi esami. Ti ricordi le cene in via Bazzini con Luca, Vincenzo, Andrea e Sebastiano. Secondo me te le ricordi. Ti ricordi la chiamata che mi hai fatto prima di partire? Cosa ti ho detto? Ho sempre ragione o no? Ringrazio Sam che mi ha sopportato prima come compagno e poi come collega, anche se rimaniamo pur sempre degli *zocamaker*. Te e Maso siete più che compagni. Ringrazio Chiara, Carola e Letizia che hanno dato un tocco femminile a questa elettrotecnica maschilista.

Un altro personaggio indimenticabile sei te Gaetano. Sono esattamente 10 anni che ci conosciamo. Da quella mitica seconda superiore serale al Pino Hensemberger nel lontano 2007 fino ad oggi, 10 anni dopo sei qui alla mia laurea, credo che il destino esista, eccome. Tu Ivan & Aza formate quel piccolo nucleo di intimissimi. E uno speciale ringraziamento (senza di lui questa tesi non sarebbe mai stata scritta) va a te Orla. Sto scrivendo questi ringraziamenti qualche giorno dopo avermi detto che saresti diventato papà. Piccolo, sappi che tuo papà è una leggenda.

E come faccio a non salutare le mie amiche e vicine di casa Roberta & Ilenia? Dalle case pop siamo il top. I nostri scoop e le nostre tarantelle sono il pane quotidiano.

Un ringraziamento va anche a Simone, si parlo di te Fuma. Ora che sei dottore ti rivolgo la parola da pari a pari, anche se sai chi è quello più figo tra me e te.

Un vi voglio bene va anche a Luca Batto & Edo. Sarò sempre il vostro amico nigga del cuore.

Un ringraziamento va anche alla Cerri e alla Francina. Sarete pure degli Jager, ma qua di Master ce ne solo uno.

Bella Jergo. Ti voglio bene frate. Dai che svoltiamo a facciamo un feat. con Marra...

Infine, ma non meno importanti, ringrazio tutti i miei prof. che hanno creato questo ingegnere. Grazie al Prof. Foglia che dal lontano 2013 mi fa da mentore per le mie tesi. Grazie al Prof. Cesare Mario Arturi che mi fece da vero maestro di vita.

Grazie soprattutto al Politecnico di Milano che mi ha reso, in fondo, una persona migliore.

Grazie davvero di cuore a tutti...