

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Architettura, Urbanistica e Ingegneria delle Costruzioni  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dei Sistemi Edilizi



**ANALISI NUMERICA DEL COMPORTAMENTO DI  
SOLAI CONSOLIDATI MEDIANTE SOLETTA  
COLLABORANTE IN CALCESTRUZZO LEGGERO  
STRUTTURALE**

Relatore: Prof. Ing. LIBERATO FERRARA

Correlatore: Prof. Ing. PATRICK BAMONTE

Tesi di Laurea di:

ANDREA GENUARDI

Matricola n° 874812

Anno Accademico 2017/2018



# INDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUZIONE .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>IL CONSOLIDAMENTO STATICO DEI SOLAI.....</b>	<b>3</b>
2.1	LA TECNICA DELLA SOLETTA MISTA COLLABORANTE .....	3
2.2	I SOLAI “SAP” .....	5
2.3	I CALCESTRUZZI LEGGERI STRUTTURALI .....	6
2.3.1	<i>Riferimenti normativi</i> .....	6
2.3.2	<i>Vantaggi</i> .....	7
2.4	TIPOLOGIE DI CONNESSIONE .....	8
2.4.1	<i>Connessione MECCANICA</i> .....	8
2.4.2	<i>Connessione CHIMICA</i> .....	9
2.5	ADESIVI STRUTTURALI .....	9
2.5.1	<i>I meccanismi di adesione</i> .....	9
<b>3</b>	<b>PROVE SPERIMENTALI.....</b>	<b>12</b>
3.1	DESCRIZIONE DEI PROVINI.....	12
3.1.1	<i>Caratteristiche geometriche</i> .....	13
3.1.1	<i>Classificazione dei materiali</i> .....	14
3.2	DESCRIZIONE DELLE PROVE SPERIMENTALI.....	15
3.3	RISULTATI SPERIMENTALI .....	16
<b>4</b>	<b>MODELLAZIONE NUMERICA.....</b>	<b>17</b>
4.1	LEGAMI COSTITUTIVI.....	17
4.1.1	<i>Legame costitutivo del calcestruzzo</i> .....	17
4.1.2	<i>Legame costitutivo dell'acciaio da armatura</i> .....	27
4.2	ACCORGIMENTI PER LA MODELLAZIONE.....	27
4.2.1	<i>Geometria del modulo di solaio</i> .....	28
4.2.2	<i>Aree di acciaio</i> .....	31
4.2.3	<i>Simmetria</i> .....	31
4.2.4	<i>Sezione di appoggio</i> .....	32
4.3	DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA.....	32
4.3.1	<i>Travetto in calcestruzzo</i> .....	32

4.3.2	<i>Armatura inferiore e superiore</i> .....	33
4.3.3	<i>Soletta collaborante</i> .....	33
4.4	DEFINIZIONE DEI MATERIALI.....	34
4.4.1	<i>Calcestruzzo C16/20</i> .....	34
4.4.2	<i>Acciaio Feb32k</i> .....	36
4.4.3	<i>Calcestruzzo LC20/22</i> .....	36
4.5	ASSEMBLAGGIO DELLE GEOMETRIE.....	38
4.6	DEFINIZIONE DEGLI STEP DI ANALISI.....	38
4.7	DEFINIZIONE DELLE INTERAZIONI.....	38
4.7.1	<i>Aderenza barre di armatura - calcestruzzo</i> .....	39
4.7.2	<i>Accoppiamento cinematico della sezione di appoggio</i> .....	39
4.7.3	<i>Aderenza perfetta travetto – nuova soletta collaborante</i> .....	40
4.8	DEFINIZIONE DEI CARICHI E DELLE CONDIZIONI AL CONTORNO...	41
4.8.1	<i>Condizioni di carico</i> .....	41
4.8.2	<i>Condizioni di vincolo esterne</i> .....	43
4.9	DEFINIZIONE DELLA DISCRETIZZAZIONE.....	44
4.10	GENERAZIONE DEL FILE DI INPUT E ANALISI.....	44
<b>5</b>	<b>ANALISI DI SENSIBILITÀ DEL MODELLO AL VARIARE DEI PARAMETRI.</b>	<b>45</b>
5.1	GEOMETRIA DELLE AREE DI CALCESTRUZZO.....	45
5.2	PARAMETRI DEL CALCESTRUZZO DEL TRAVETTO.....	47
5.2.1	<i>Dilation Angle <math>\theta</math></i> .....	47
5.2.2	<i><math>K_C</math></i> .....	48
5.2.3	<i>Viscosità <math>\nu</math></i> .....	49
5.3	PARAMETRI DEL CALCESTRUZZO DELLA SOLETTA.....	51
5.4	MODELLAZIONE DELL'APPOGGIO.....	53
5.5	SOLAIO NON CONSOLIDATO.....	54
<b>6</b>	<b>RISULTATI NUMERICI E VALIDAZIONE</b> .....	<b>58</b>
6.1	FRECCIA IN MEZZERIA.....	58
6.2	SFORZI TANGENZIALI ALL'INTERFACCIA.....	64
6.2.1	<i>LOAD 7 – 25200 N</i> .....	65
6.2.2	<i>LOAD 14 – 50400 N</i> .....	66

6.2.3	LOAD 21 – 75600 N.....	67
6.2.4	LOAD 23 – 82800 N.....	68
6.2.5	LOAD 25 – 90000 N.....	69
6.2.6	LOAD 27 – 97200 N.....	70
6.2.7	LOAD 28 – 100800 N.....	71
6.2.8	Confronto con dati sperimentali .....	72
7	<b>CONCLUSIONI.....</b>	<b>74</b>
8	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>76</b>

## INDICE DELLE FIGURE

Figura 1 - Struttura non interconnessa.....	4
Figura 2 - Struttura interconnessa .....	4
Figura 3 - Solaio tipo "SAP" - Fonte: "Laterlite S.p.A." .....	6
Figura 4 - Connettore CentroStorico Calcestruzzo - Fonte "Laterlite S.p.A." .....	8
Figura 5 - Connettore Tecnaria CT CEM - Fonte "Tecnaria S.p.A." .....	8
Figura 6 - Sforzi all'interfaccia.....	10
Figura 7 - Modalità di collasso della connessione - Fonte [2].....	11
Figura 8 - SAP12 - Fonte [4] .....	13
Figura 9 - SAP12+5 - Fonte [4].....	14
Figura 10 - Linee frattura calcestruzzo - Fonte [20].....	18
Figura 11 - Legame $\sigma$ - $\varepsilon$ per il calcestruzzo ordinario.....	19
Figura 12 - Legame sforzo-apertura delle fessure.....	21
Figura 13 - Legame $\sigma$ - $\varepsilon$ per il calcestruzzo leggero strutturale tipo "LECA CLS 1400" .....	22
Figura 14 - Confronto comportamento di apertura delle fessure.....	24
Figura 15 - Deformazione inelastica .....	25
Figura 16 - Legame $\sigma$ - $\varepsilon$ per l'acciaio da armatura .....	27
Figura 17 - Schematizzazione solaio SAP12+5.....	28
Figura 18 - Fotografia solaio SAP12.....	28
Figura 20 - Travetto a T equivalente per il solaio SAP12 .....	29
Figura 19 - Aree di calcestruzzo nel solaio SAP12 .....	29
Figura 21 - Aree di calcestruzzo nel solaio SAP12+5 .....	29
Figura 22 - Modulo di solaio SAP12+5.....	30
Figura 23 - Travetto a I equivalente per il solaio SAP12+5.....	30
Figura 24 - Schematizzazione pattino-appoggio.....	31
Figura 25 - Geometria travetto su Abaqus .....	33
Figura 26 - Embedded Region .....	39
Figura 27 - Kinematic coupling appoggio.....	40
Figura 28 - Tie travetto-soletta .....	41
Figura 29 - Carico per unità di superficie e superficie di carico .....	42
Figura 30 - Superficie vincolata dal pattino .....	43
Figura 31 - Mesh del solaio SAP12+5 .....	44
Figura 32 - Schema statico per calcolo equazione linea elastica .....	59
Figura 33 - Schema statico PLV.....	62
Figura 34 - Sforzi tangenziali Load 7 TRAVETTO .....	65
Figura 35 - Sforzi tangenziali Load 7 INTERFACCIA.....	65
Figura 36 - Sforzi tangenziali Load 14 TRAVETTO .....	66
Figura 37 - Sforzi tangenziali Load 14 INTERFACCIA.....	66
Figura 38 - Sforzi tangenziali Load 21 TRAVETTO .....	67
Figura 39 - Sforzi tangenziali Load 21 INTERFACCIA.....	67
Figura 40 - Sforzi tangenziali Load 23 TRAVETTO .....	68
Figura 41 - Sforzi tangenziali Load 23 INTERFACCIA.....	68

<i>Figura 42 - Sforzi tangenziali Load 25 TRAVETTO.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 43 - Sforzi tangenziali Load 25 INTERFACCIA.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 44 - Sforzi tangenziali Load 27 TRAVETTO.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 45 - Sforzi tangenziali Load 27 INTERFACCIA.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 46 - Sforzi tangenziali Load 28 TRAVETTO.....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 47 - Sforzi tangenziali Load 28 INTERFACCIA.....</i>	<i>71</i>

## INDICE DELLE TABELLE

<i>Tabella 1 - Classi di resistenza calcestruzzi leggeri strutturali</i> .....	6
<i>Tabella 2 - Classi di massa volumica calcestruzzi leggeri strutturali</i> .....	7
<i>Tabella 3 - Dimensioni SAP12</i> .....	13
<i>Tabella 4 - Dimensioni SAP12+5</i> .....	14
<i>Tabella 5 - Risultati campagna sperimentale</i> .....	16
<i>Tabella 6 - Parametri delle proprietà ELASTIC e CONCRETE DAMAGED PLASTICITY per il calcestruzzo ordinario di classe C16/20</i> .....	35
<i>Tabella 7 - Parametri delle proprietà ELASTIC e PLASTIC per l'acciaio da armatura di classe FeB32k</i> .....	36
<i>Tabella 8 - Parametri delle proprietà ELASTIC e CONCRETE DAMAGED PLASTICITY per il calcestruzzo leggero strutturale tipo "LECA CLS 1400"</i> .....	36
<i>Tabella 9 - Parametri delle proprietà CONCRETE DAMAGED PLASTICITY per il calcestruzzo leggero strutturale tipo "LECA CLS 1400"</i> .....	37



## INDICE DEI GRAFICI

<i>Grafico 1 – Sensibilità in funzione della geometria del travetto SAP12+5</i> .....	46
<i>Grafico 2 – Sensibilità in funzione del dilation angle del calcestruzzo del travetto SAP12+5</i> .....	47
<i>Grafico 3 - Sensibilità in funzione di <math>K_c</math> SAP12+5</i> .....	48
<i>Grafico 4 - Sensibilità in funzione della viscosità del travetto SAP12+5</i> .....	49
<i>Grafico 5 - Sensibilità in funzione della viscosità della soletta collaborante</i> .....	51
<i>Grafico 6 - Sensibilità in funzione della modellazione dell'appoggio SAP12+5</i> .....	53
<i>Grafico 7 - Sensibilità in funzione del dilation angle SAP12</i> .....	54
<i>Grafico 8 - Sensibilità in funzione della geometria del travetto SAP12</i> .....	55
<i>Grafico 9 - Sensibilità in funzione della viscosità SAP12</i> .....	56
<i>Grafico 10 - Sensibilità in funzione della modellazione delle barre di armatura SAP12</i> .....	57
<i>Grafico 11 - Confronto curve carico-freccia</i> .....	63
<i>Grafico 12 - Scorrimento all'interfaccia</i> .....	72

## **SOMMARIO**

Lo scopo di questo elaborato è stato quello di creare un modello numerico che studiasse il comportamento statico di un solaio latero-cementizio tipo “SAP” consolidato con una soletta in calcestruzzo leggero strutturale, resa collaborante mediante un adesivo strutturale. Le analisi sono state condotte tramite l’utilizzo di un software commerciale ad elementi finiti e hanno riguardato l’inflessione del solaio in mezzera e gli sforzi tangenziali all’interfaccia tra solaio e nuova soletta collaborante. Ai fini della modellazione, lo strato di adesivo strutturale non è stato caratterizzato ed è stato sostituito da un vincolo di aderenza perfetta tra le superfici dei due materiali coinvolti.

PAROLE CHIAVE: solaio latero-cementizio, analisi numerica, elementi finiti, soletta collaborante, adesivo strutturale, calcestruzzo leggero strutturale.

## **ABSTRACT**

In this paper, the static behaviour of a consolidated “SAP” slab has been numerically investigated. The “SAP” slab analysed in this thesis, has been retrofitted with a lightweight concrete and a structural adhesive. The strain in the midpoint section and the tangential stresses at the coupling interface, has been studied in this paper. The structural adhesive has not been modelled and it has been replaced by a perfect adherence tie.

KEY-WORDS: lightweight concrete, structural adhesive, numerical analysis, finite elements, retrofitted concrete slab.



# 1

## INTRODUZIONE

Il patrimonio edilizio italiano è costituito in larga parte da strutture in muratura con orizzontamenti fragili e poco rigidi. Un censimento del 2012 condotto dal CRESME (Centro Ricerche Economiche Sociali di Mercato per l'Edilizia e il Territorio) ha evidenziato come il "parco edifici" italiano sia il più vecchio d'Europa e che circa il 5% dei fabbricati necessiti di interventi urgenti, nel 40% trattandosi di opere di manutenzione straordinaria. Nell'ambito delle attività di recupero e di messa in sicurezza degli edifici, la riqualificazione e il consolidamento dei solai di piano risulta essere uno degli interventi più frequenti. Tale operazione, nella maggior parte dei casi, prevede la realizzazione, all'estradosso del solaio esistente, di una soletta in calcestruzzo armato, resa collaborante con lo stesso solaio mediante specifici connettori. Ciò consente, non solo un aumento della capacità portante del solaio, ma anche un irrigidimento nel piano di solaio con conseguente possibilità di trasferimento delle azioni orizzontali, dovute dal sisma, agli elementi verticali sismo-resistenti.

Il parco immobiliare esistente presenta una vastissima gamma di solai, differenziati per tipologie realizzative, geolocalizzazione ed epoca di costruzione. Tra questi è possibile identificare essenzialmente sei macro-categorie:

- Solai in legno;
- Solai in acciaio;
- Solai in laterocemento;
- Solai prefabbricati;
- Solai in calcestruzzo armato;
- Solai ad arco e volta.

Nell'ambito di questo studio, verrà analizzata una tipologia di solaio latero-cementizio molto diffusa in tutta Italia dagli anni '30 agli anni '60, il solaio tipo "SAP" (Senza Armatura Provvisoria).

Si cercherà, nello specifico, di creare un modello ad elementi finiti, tramite il software commerciale Abaqus v6.10, del solaio in questione e di verificarne la corrispondenza con il solaio reale. Dopo un'introduzione circa le tecniche di consolidamento, verranno richiamati i risultati della campagna sperimentale condotta da altri autori [TURLA e TESSITORE, 2016] su questa tipologia di solai; verranno esplicitate poi le caratteristiche geometriche e meccaniche dei materiali coinvolti, nonché ipotesi utilizzate per la modellazione. Seguirà la spiegazione della procedura utilizzata per la taratura del modello e, modulo per modulo, la descrizione dei dati di input in Abaqus. Verranno infine riportati i risultati ottenuti e confrontati con i dati della campagna sperimentale.

Scopo di questo elaborato è costruire un modello numerico che rappresenti il più fedelmente possibile il comportamento del solaio riscontrato durante la campagna sperimentale. Si cercherà quindi di verificare, anche attraverso la modellazione, che l'ipotesi di perfetta aderenza tra solaio e soletta collaborante sia appropriata.

# 2

## IL CONSOLIDAMENTO STATICO DEI SOLAI

In questo capitolo verrà presentata la tecnica della soletta mista collaborante, verranno introdotti i solai tipo “SAP”, i calcestruzzi strutturali leggeri e gli adesivi strutturali; infine si esporranno brevemente i risultati della campagna sperimentale assunta quale riferimento per il lavoro di modellazione numerica presentato nei successivi capitoli.

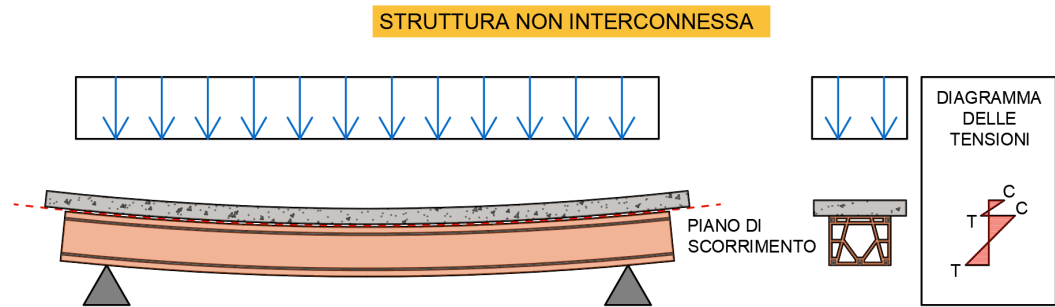
### 2.1 LA TECNICA DELLA SOLETTA MISTA COLLABORANTE

La tecnica della soletta mista collaborante consiste nella realizzazione di una nuova soletta in calcestruzzo armato, interconnessa e perfettamente collaborante con il solaio esistente mediante l'utilizzo di connettori meccanici o chimici. Questa tecnica è stata ampiamente utilizzata e studiata sia analiticamente sia sperimentalmente negli ultimi decenni ed è ormai riconosciuta dalle normative vigenti come sistema idoneo per il rinforzo statico e per finalità di sicurezza antisismica.

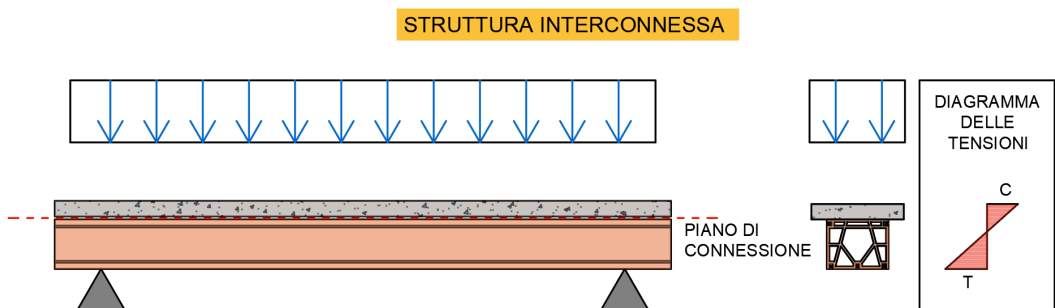
Punto essenziale per la riuscita a regola d'arte dell'intervento è che le due strutture – solaio esistente e nuova soletta – risultino perfettamente interconnesse e formino una sezione monolitica.

Nel caso di sistema non perfettamente interconnesso, si creerebbe infatti un piano di scorrimento all'interfaccia tra le due strutture che non genererebbe alcun beneficio in

termini di capacità portante. Una sezione siffatta risulterebbe composta da due elementi che lavorano in parallelo e nel quale la nuova soletta verrebbe ad essere solo un mero carico per il solaio esistente. Ciò comporterebbe non solo una condizione di carico peggiore ma anche una rigidezza pressoché invariata e delle deformazioni, in termini di freccia, potenzialmente molto significative.



Nel caso invece di sistema perfettamente interconnesso, si viene a creare una sezione monolitica in continuità strutturale. La connessione, chimica o meccanica, lavora “a taglio” e ha la funzione di impedire lo scorrimento reciproco tra i due elementi. Dal diagramma delle tensioni si evince come il comportamento sezionale sia, in questo modo, ottimizzato.



## 2.2 I SOLAI “SAP”

È una tipologia di solaio introdotta in Italia agli inizi degli anni '30 ed è ad oggi una delle più presenti nel panorama immobiliare italiano.

I solai “SAP” sono formati da travetti in laterizio armato assemblati a piè d’opera tramite l’inserimento di ferri di armatura in appositi alloggiamenti predisposti nella pignatta e sigillati con malta. Le barre d’armatura utilizzate erano generalmente lisce, ampiamente distribuite all’interno della sezione e meccanicamente assimilabili ad un acciaio del tipo Feb22k o Feb32k (come da D.M. 30/05/1974). Prodotte in varie altezze, le pignatte avevano solitamente una base di 20-25 cm ed erano predisposte per l’alloggiamento di ferri di piccolo diametro. Erano solitamente presenti 2 $\Phi$ 3 al negativo e 3 barre al positivo; quest’ultime potevano variare da un diametro  $\Phi$ 3 ad un  $\Phi$ 6, a seconda della luce e dei sovraccarichi.

I travetti di laterizio venivano accostati tra di loro e sigillati con 2-3 centimetri di malta di cemento, a formare una sorta di “travetto”. Erano spesso rasati all’estradosso per formare una superficie piana; molto di rado la rasatura era sostituita da qualche centimetro ( $\approx$  2-3 cm) di cappa in calcestruzzo non armata.

Questa tipologia di solaio presentava una buona velocità di posa ma col passare degli anni ha manifestato molte criticità e fenomeni di dissesto. Nello specifico, la scarsa rigidità flessionale e la conseguente elevata deformazione, hanno spesso causato distacchi di intonaco all’intradosso e sfondamenti del laterizio; le barre di armatura sono generalmente soggette ad ossidazione a causa dei ridottissimi copriferri.

Queste criticità richiedono un intervento in termini di aumento della capacità portante ma, a causa della struttura e geometria di questi solai, le classiche tecniche di consolidamento risultano di difficile applicazione. A rendere il tutto più complicato è inoltre necessario ricordare che i solai SAP non sono *calcolati e/o calcolabili secondo le*



vigenti normative “Norme Tecniche delle Costruzioni 2018” (di seguito indicate come NTC2018), in quanto non assimilabili ad un solaio latero-cementizio standard.

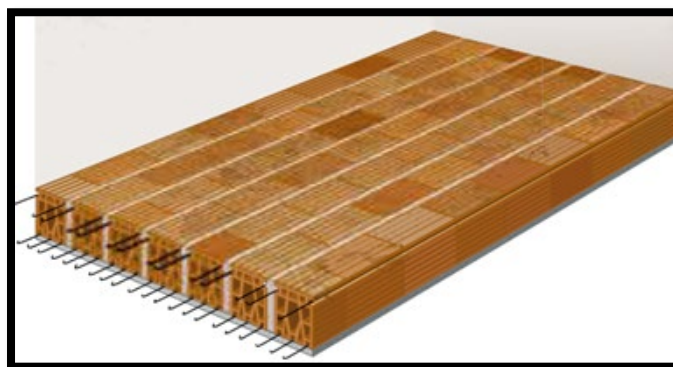


Figura 3 - Solaio tipo "SAP" - Fonte: "Laterlite S.p.A."

## 2.3 I CALCESTRUZZI LEGGERI STRUTTURALI

### 2.3.1 Riferimenti normativi

Questi calcestruzzi sono normati dalla vigente normativa NTC2018, dalla relativa circolare esplicativa e classificati in base alla UNI EN 206:2016.

Le norme prevedono in questo senso che *i calcestruzzi di aggregati leggeri debbano essere specificati in ragione della classe di resistenza e di massa per unità di volume. Le classi di resistenza ammesse per impieghi strutturali sono dalla LC 16/18 fino alla LC 55/60, secondo la classificazione di cui alla UNI EN 206:2016.* [1]

Classe di resistenza a compressione	Resistenza caratteristica cilindrica minima $f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Resistenza caratteristica cubica minima $R_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
LC 16/18	16	18
LC 20/22	20	22
LC 25/28	25	28
LC 30/33	30	33
LC 35/38	35	38
LC 40/44	40	44
LC 45/50	45	50
LC 50/55	50	55
LC 55/60	55	60

Tabella 1 - Classi di resistenza calcestruzzi leggeri strutturali

Le classi di massa per unità di volume ammesse per impieghi strutturali sono riportate nella seguente tabella, nella quale, *per ciascuna classe, sono indicati i valori nominali della massa per unità di volume del calcestruzzo da adottare nel calcolo del peso proprio delle membrature.* [1]

Classe di massa per unità di volume	D1,5	D1,6	D1,7	D1,8	D1,9	D2,0
Intervallo di massa per unità di volume [kg/m <sup>3</sup> ]	1400<ρ≤1500	1500<ρ≤1600	1600<ρ≤1700	1700<ρ≤1800	1800<ρ≤1900	1900<ρ≤2000
Massa per unità di volume calcestruzzo non armato [kg/m <sup>3</sup> ]	1550	1650	1750	1850	1950	2050
Massa per unità di volume calcestruzzo armato [kg/m <sup>3</sup> ]	1650	1750	1850	1950	2050	2150

Tabella 2 - Classi di massa volumica calcestruzzi leggeri strutturali

### 2.3.2 Vantaggi

Una delle maggiori problematiche del consolidamento mediante nuova soletta collaborante risulta essere l'ulteriore carico che viene aggiunto al pacchetto stratigrafico del solaio esistente. L'utilizzo di calcestruzzi leggeri strutturali, in questo senso, consente, a parità di caratteristiche meccaniche, un notevole sgravio in termini di peso.

A titolo esemplificativo, si voglia considerare un intervento che preveda la realizzazione di una cappa collaborante di spessore 6 cm, ipotizzando nel primo caso l'utilizzo di un calcestruzzo di classe C20/25 e nel secondo uno di classe LC 20/22.

$$\begin{aligned} \gamma_{CLS,C20/25} &\cong 2300 \text{ kg/m}^3 & Q_{CLS,C20/25} &\cong 138 \text{ kg/m}^2 \\ \gamma_{CLS,LC20/22} &\cong 1400 \text{ kg/m}^3 & Q_{CLS,LC20/22} &\cong 84 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

Come si può notare, l'utilizzo di calcestruzzi leggeri consente di risparmiare circa il 60% in termini sovraccarichi permanenti.

## 2.4 TIPOLOGIE DI CONNESSIONE

Le tipologie di connessione tra solaio esistente e nuova soletta collaborante sono, allo stato dell'arte, di due tipi: meccanica e chimica.

Entrambe lavorano a taglio e hanno il compito di contrastare lo scorrimento all'interfaccia tra solaio esistente e nuova soletta.

### 2.4.1 Connessione MECCANICA

Questa tipologia è la più tradizionale e diffusa delle due. I connettori utilizzati possono essere industrializzati o artigianali e si presentano nelle più svariate forme. Le caratteristiche prestazionali risultano essere, essenzialmente, funzione della geometria del profilo.

La connessione meccanica necessita, generalmente, di una larghezza del travetto superiore a 7-8 cm, dimensione utile per consentire lo sviluppo del cono di rottura del calcestruzzo. Per questo motivo, l'applicazione su solai tipo "SAP", che presentano travetti con base molto ristretta, risulta complicata e sconsigliabile.

Il loro passo è determinato, sezione per sezione, in funzione del taglio agente e risulta più fitto in prossimità degli appoggi, più largo nella zona centrale.

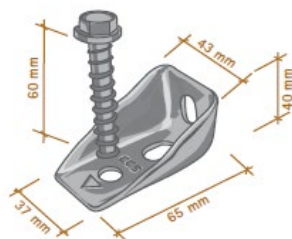


Figura 4 - Connettore CentroStorico Calcestruzzo -  
Fonte "Laterlite S.p.A."

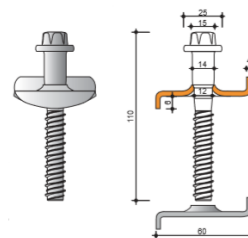


Figura 5 - Connettore Tecnaria CT CEM -  
Fonte "Tecnaria S.p.A."

## **2.4.2 Connessione CHIMICA**

Questa soluzione, si sta velocemente facendo largo nel campo del consolidamento grazie alla sua velocità di posa e alla sua applicabilità in determinate condizioni progettuali. Essa utilizza un adesivo epossidico bicomponente che sostituisce in toto i connettori metallici e realizza un vero e proprio incollaggio strutturale tra solaio esistente e nuova soletta. Trova applicazione su tutti quei solai che non consentono una connessione meccanica a causa del passo troppo ridotto dei connettori e/o della larghezza insufficiente del travetto in calcestruzzo. Risulta quindi ottimale per i solai tipo “SAP”.

## **2.5 ADESIVI STRUTTURALI**

Gli adesivi strutturali sono costituiti da matrici polimeriche, comunemente chiamate resine, di tipo termoindurente. Queste resine si presentano come un materiale molto rigido costituito da polimeri reticolati; sono caratterizzate da una bassa viscosità allo stato fluido, da ottime proprietà adesive e da una buona resistenza agli agenti chimici.

Le resine più utilizzate per incollaggi strutturali in campo civile sono di tipo epossidico bicomponente cioè formate da due componenti, la resina e l'induritore. Queste presentano, oltre alle caratteristiche generali sopra citate, una buona resistenza all'umidità e ottime proprietà meccaniche.

Il loro principale compito nel consolidamento è quello di trasmettere correttamente gli sforzi di taglio all'interfaccia.

### **2.5.1 I meccanismi di adesione**

La resistenza del giunto risulta essere funzione delle resistenze dei materiali coinvolti nella connessione e delle resistenze alle interfacce.

Si possono identificare cinque modalità di collasso, associate al raggiungimento della resistenza caratteristica dei vari materiali:

- Collasso dell'elemento strutturale (soffitto esistente);
- Rottura dell'adesivo;
- Collasso della nuova soletta collaborante;
- Collasso dell'interfaccia tra elemento strutturale e adesivo;
- Collasso dell'interfaccia tra nuova soletta collaborante e adesivo.

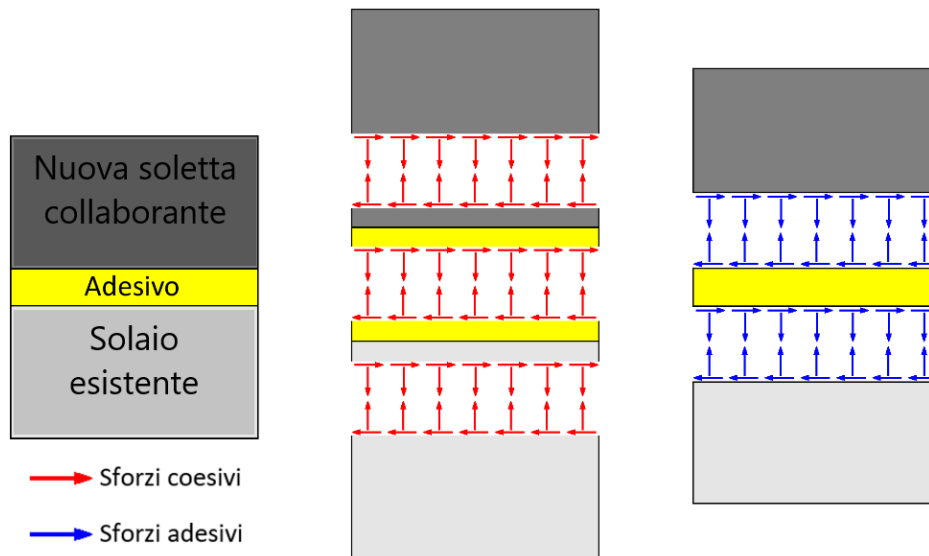


Figura 6 - Sforzi all'interfaccia

Le prime tre modalità di collasso sono legate a forze di tipo coesivo, le ultime due a forze di tipo adesivo. Detto ciò, risulta opportuno classificare e distinguere le modalità di collasso di un giunto mediante incollaggio, tra tre tipologie:

- *Collasso coesivo*, quando la rottura interessa uno dei materiali coinvolti;
- *Collasso adesivo*, quando la rottura interessa l'interfaccia, ossia il collegamento tra due dei tre materiali coinvolti.
- *Collasso misto*, quando la rottura è in parte di tipo adesivo, in parte di tipo coesivo.

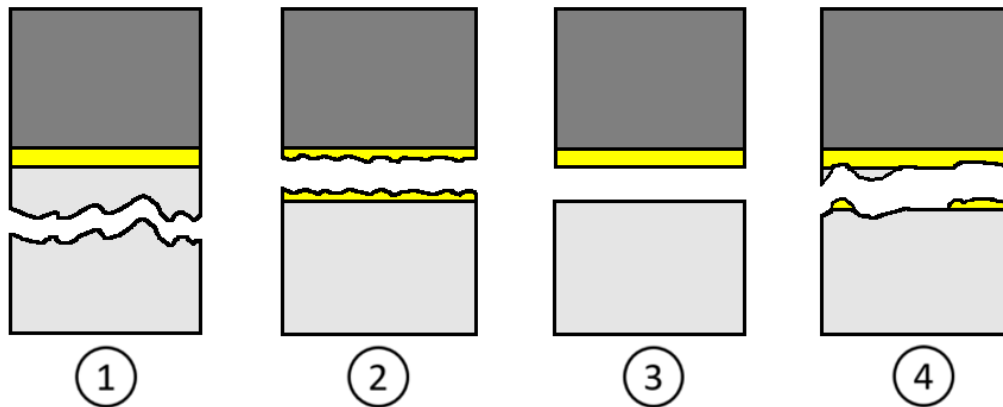


Figura 7 - Modalità di collasso della connessione - Fonte [2]

Ai fine di realizzare una buona connessione, risulta essenziale che l'incollaggio non risulti l'anello debole del collegamento. Richiamando, con riferimento alle vigenti normative, una sorta di *gerarchia delle resistenze o progettazione in capacità*, si richiede dunque che un collasso di tipo adesivo all'interfaccia non avvenga prima di uno di tipo coesivo nell'elemento strutturale esistente.

Affinché ciò avvenga è necessario che i meccanismi di adesione che si sviluppano alle interfacce siano efficaci. Questi meccanismi sono influenzati da molteplici fattori ma essenzialmente viene richiesto che la superficie di posa sia pulita, asciutta e presenti una modesta compattezza e resistenza meccanica.

Per una trattazione più esaustiva si invita il lettore alla consultazione dei riferimenti bibliografici [2] [3].

# 3

## PROVE SPERIMENTALI

Nel presente capitolo verrà descritta la campagna sperimentale condotta da altri autori e dall'azienda Laterlite S.p.A. in collaborazione con il Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale del Politecnico di Milano e con il supporto del Laboratorio Prove Materiali Strutture e Costruzioni del medesimo ateneo. La campagna sperimentale ha avuto per oggetto il comportamento di solai di tipo "SAP" consolidati con cappa in calcestruzzo alleggerito. Si precisa che l'analisi agli elementi finiti proposta in questo lavoro, si basa su tale campagna sperimentale e che tutte le informazioni relative ai materiali, ai provini, alle modalità di esecuzione e di monitoraggio delle modalità di collasso e ai relativi risultati, sono state ricavate dalla documentazione ad essa relativa.

Verranno di seguito riportati e descritti gli elementi fondamentali di questa campagna sperimentale ai fini di spiegare i punti di partenza ed arrivo sui quali si è basata la modellazione agli elementi finiti. Per una trattazione completa, si invita il lettore alla consultazione dei riferimenti bibliografici [4] [5].

### 3.1 DESCRIZIONE DEI PROVINI

Nell'ambito della campagna sperimentale condotta, sono stati analizzati sia i solai non consolidati sia quelli consolidati. I solai non consolidati oggetto di analisi sono stati di due

tipologie, rispettivamente di altezza 120 mm e 160 mm. Successivamente, per ognuna delle suddette dimensioni, sono stati studiati i medesimi solai consolidati con una soletta collaborante in calcestruzzo leggero strutturale *LecaCLS 1400* [6] di spessore uguale a 50 mm. Per ciascuna di queste tipologie sono stati testati due campioni. L'incollaggio strutturale, nel caso dei solai consolidati, ha riguardato tutta la superficie dei provini.

### 3.1.1 Caratteristiche geometriche

I campioni analizzati sono formati da tre moduli di laterizi accostati e gettati con calcestruzzo per una larghezza totale di 1200 mm. Per ricreare al meglio la geometria dei solai tipo "SAP", le barre di armature sono state inserite nei fori della pignatta e annegate nel calcestruzzo. Le geometrie sono riportate in Figura 8 e Figura 9, rispettivamente per i solai non consolidati e consolidati.

#### 3.1.1.1 Solai non consolidati

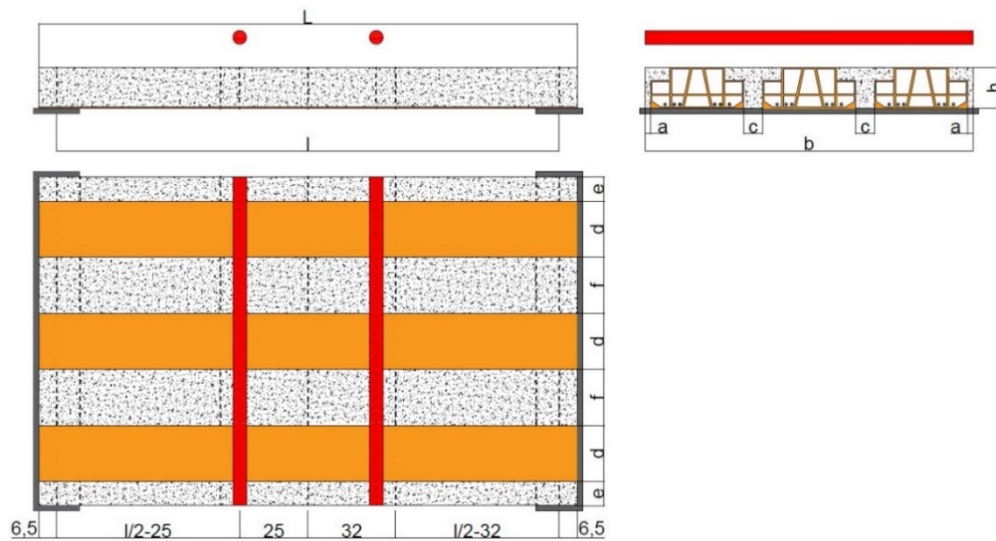


Figura 8 - SAP12 - Fonte [4]

SOLAIO TIPO	a	b	c	d	e	f	h	l	L
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
SAP12	60	1200	80	270	80	120	120	1850	2000
SAP16	70	1200	100	250	90	140	160	1850	2000

Tabella 3 - Dimensioni SAP12



### 3.1.1.2 Solai consolidati

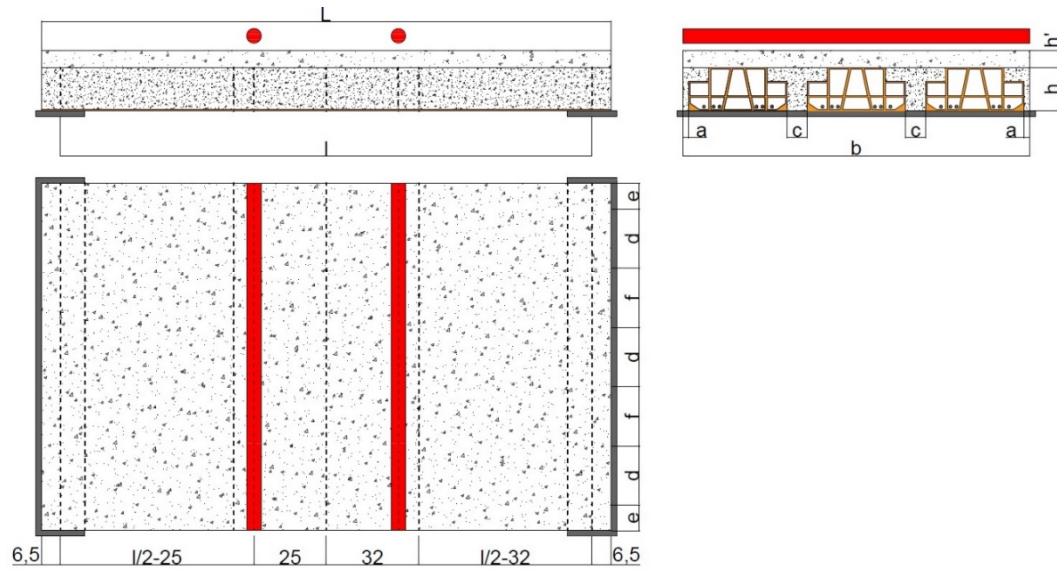


Figura 9 - SAP12+5 - Fonte [4]

SOLAIO TIPO	a	b	c	d	e	f	h	h'	l	L
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
SAP12+5	60	1200	80	270	80	120	120	50	1850	2000
SAP16+5	70	1200	100	250	90	140	160	50	1850	2000

Tabella 4 - Dimensioni SAP12+5

### 3.1.1 Classificazione dei materiali

Per la parte di provino riguardante il solaio esistente è stato utilizzato un calcestruzzo C16/20, simile per proprietà meccaniche ai calcestruzzi usati all'epoca di realizzazione dei solai tipo "SAP".

Per la soletta collaborante è stato impiegato il calcestruzzo leggero strutturale "LecaCLS 1400" [6] di classe LC20/22:

Al fine di riprodurre nel miglior modo possibile un solaio esistente è stato impiegato, per le barre di armatura, una tipologia di acciaio FeB32K (come da D.M. 30/05/1974).

### 3.2 DESCRIZIONE DELLE PROVE SPERIMENTALI

Le prove hanno previsto cicli di carico e scarico, ad una velocità impostata secondo le esigenze: sono stati effettuati i primi cicli procedendo in controllo di carico, ad una velocità dell'ordine del  $\text{kN/s} \cdot 10^{-1}$ . Per i cicli successivi, relativi a carichi più elevati, si è passati ad un controllo di spostamento.

La prova ha previsto l'utilizzo di un attuatore oleodinamico e di due coltelli metallici, per la ripartizione del carico, posti parallelamente ai lati corti del solaio e simmetricamente ad una distanza di 25 cm dalla mezzeria dello stesso. Il carico così applicato risulta essere di tipo lineare e applicato su due sezioni.

Per la misurazione degli spostamenti e delle deformazioni sono stati utilizzati flessimetri del tipo "LVDT" (Linear Variable Differential Transformer), con una precisione del millesimo di millimetro ( $\mu\text{m}$ ). Questi in particolare sono stati impiegati per rilevare lo spostamento verticale, le deformazioni a taglio e lo scorrimento tra solaio esistente e soletta collaborante.

I dati di output dai flessimetri, relativi a spostamenti e deformazioni, sono stati registrati tramite un primo computer; un secondo computer è stato invece utilizzato per controllare gli step di carico e spostamento imposti.

I flessimetri installati sono stati quattro in mezzeria per la misurazione della freccia media; due in prossimità dell'appoggio per la misurazione dello scorrimento all'interfaccia; quattro in prossimità dell'appoggio per la misurazione della deformazione a taglio.

Si è utilizzato uno schema statico di appoggio-appoggio su una luce di 1850 mm.

### 3.3 RISULTATI SPERIMENTALI

I dati relativi alla campagna sperimentale sono di seguito riassunti. Per maggiori approfondimenti si rimanda alla lettura di Turla e Tessitori [4].

SOLAIO	H [mm]	PRIMA FESSURAZIONE [kN]	ROTTURA [kN]	TIPO ROTTURA
1 NC	120	35	47	F
2 NC	120	30	46	F
3 NC	160	40	73	T (dato anomalo)
4 NC	160	45	72	F
5 C	120+50	40	99	T + D
6 C	120+50	30	99	T + D
7 C	160+50	50	125	F + T + D
8 C	160+50	75	116	T + D

Legenda: F = Flessione, T = Taglio, D = Delaminazione, NC = Non Consolidato, C = Consolidato

*Tabella 5 - Risultati campagna sperimentale*

La sperimentazione ha evidenziato come l'intervento di consolidamento generi un notevole aumento di capacità portante del solaio e come la delaminazione avvenga per valori di carico prossimi a quelli di rottura.

Grazie alle indagini condotte è stato possibile tracciare i seguenti grafici per le quattro tipologie di solaio, consolidato e non:

- carico – freccia
- carico – elongazione per taglio
- carico – delaminazione.

Per informazioni più dettagliate si invita il lettore alla consultazione di Turla e Tessitori [4].

# 4

## MODELLAZIONE NUMERICA

In questo capitolo verrà descritta la modellazione numerica condotta con l'ausilio del software commerciale Abaqus/CAE v6.10. Scopo della modellazione è quello di verificare l'effettiva validità dell'ipotesi di aderenza perfetta che sembra essere emersa dalle prove sperimentali. Nell'ambito di questo elaborato sono stati studiati solo i solai tipo "SAP12" consolidati e non, lasciando ad eventuali successivi approfondimenti l'estendibilità dei risultati ottenuti, ai solai tipo "SAP16".

### 4.1 LEGAMI COSTITUTIVI

In questo paragrafo verranno descritti i legami costitutivi dei materiali utilizzati nella modellazione numerica. I materiali in questione sono un calcestruzzo tradizionale di classe C16/20, il calcestruzzo leggero strutturale tipo "Leca CLS 1400" di classe LC20/22, un acciaio da armatura di classe FeB32k.

#### 4.1.1 Legame costitutivo del calcestruzzo

Il calcestruzzo presenta un comportamento deformativo complesso, non lineare e differente in compressione e trazione. Le sue proprietà meccaniche dipendono essenzialmente dalla sua composizione, funzione del mix design e dalla tipologia degli aggregati utilizzati. Nel caso specifico di questo elaborato, l'utilizzo di aggregati

tradizionali o leggeri influenza notevolmente la caratterizzazione del materiale e la sua risposta nei confronti delle sollecitazioni. È bene sottolineare infatti che, nei calcestruzzi ordinari, gli aggregati hanno resistenze superiori a quelle dell'impasto cementizio e che quindi la rottura avviene nella pasta cementizia, senza interessare gli inerti. Nei calcestruzzi leggeri strutturali invece, sono gli aggregati a presentare la resistenza meccanica minore; in questo caso le linee di frattura interessano sia la pasta cementizia sia l'aggregato. [7]



Figura 10 - Linee frattura calcestruzzo - Fonte [20]

#### 4.1.1.1 Calcestruzzo ordinario - Comportamento in compressione

Tra le varie formulazioni della relazione sforzo-deformazione in compressione presenti in letteratura, si è scelto di utilizzare quella proposta dall'Eurocodice 2 [8] che deriva dalla legge di Saenz. Questa descrive il legame deformativo per condizioni carico monoassiali a breve termine.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

dove:

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1};$$

$$\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \quad \text{è la deformazione corrispondente alla massima tensione;}$$

$$k = 1,05 \frac{E_{cm}}{E_{c1}} \quad \text{è il coefficiente di plasticità;}$$

$E_{c1} = \varepsilon_{c1}/f_{cm}$  è il modulo elastico secante dall'origine al valore di picco dello sforzo;

Il modulo elastico medio, in assenza di prove sperimentali, è stato stimato a partire dalla resistenza a compressione media, secondo la formulazione proposta dall'Eurocodice 2. [8]

$$E_{cm} = 22000 * \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3}$$

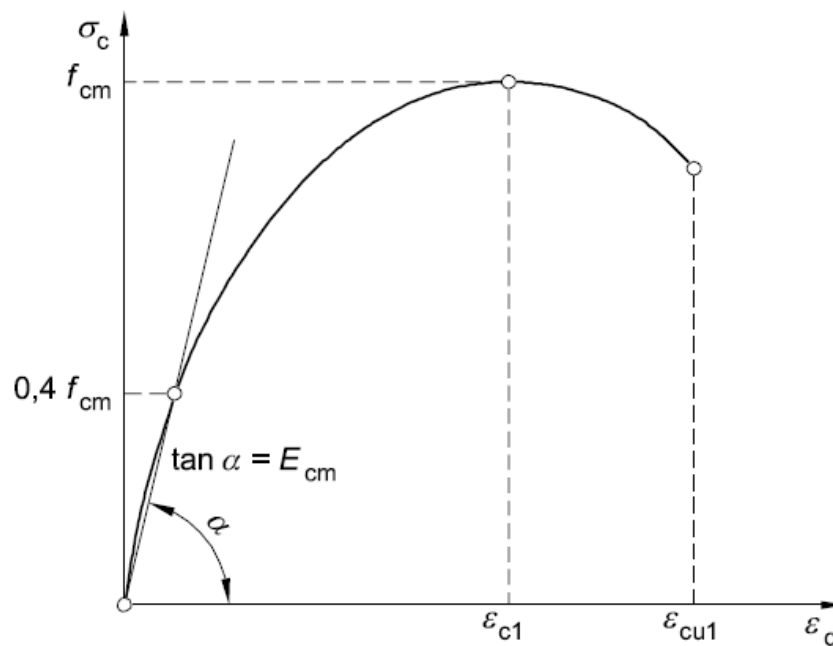


Figura 11 - Legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  per il calcestruzzo ordinario

Il valore di  $0,4 f_{cm}$ , utilizzato per la definizione del modulo elastico secante, è approssimato e può variare da 0,4 a 0,5 a seconda delle formulazioni. In questo lavoro è stato usato il valore convenzionale di 0,4.

Infine, il valore della deformazione ultima è stato assunto pari a:

$$\varepsilon_{cu1} = 3,5 \text{ ‰}$$

#### 4.1.1.2 Calcestruzzo ordinario - Comportamento in trazione

Per descrivere il comportamento in trazione del calcestruzzo sono possibili due approcci. Il primo definisce una relazione sforzo-deformazione per il calcestruzzo non fessurato; il secondo correla lo sforzo alla apertura delle fessure, in una sezione fessurata. Nell'ambito di questo lavoro si è utilizzato il secondo approccio e sono state utilizzate le formulazioni fornite dal Model Code – Bulletin 65. [9]

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} * \left( 1 - 0,8 * \left( \frac{w}{w_1} \right) \right) \quad \text{per } w < w_1$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} * \left( 0,25 - 0,05 * \left( \frac{w}{w_1} \right) \right) \quad \text{per } w_1 < w < w_c$$

dove:

$$f_{ctm} = 0,3 * (f_{ck})^{2/3} \quad \text{è la resistenza a trazione media del calcestruzzo;}$$

$w$  è l'apertura delle fessure;

$$w_1 = G_F / f_{ctm} \quad \text{in corrispondenza di } \sigma_{ct} = 0,2f_{ctm};$$

$$w_c = 5 * G_F / f_{ctm} \quad \text{in corrispondenza di } \sigma_{ct} = 0;$$

$G_F$  è l'energia di frattura.

In assenza di dati sperimentali, l'energia di frattura è stata stimata secondo la formulazione fornita dal Model Code [9]:

$$G_F = 73 * f_{cm}^{0,18}$$

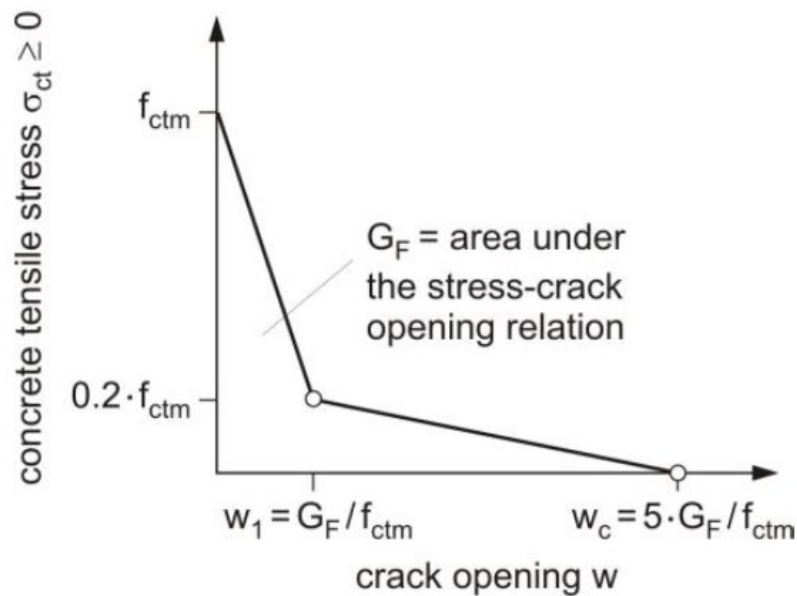


Figura 12 - Legame sforzo-apertura delle fessure

#### 4.1.1.3 Calcestruzzo “Leca CLS 1400” - Comportamento in compressione

L’approccio ai calcestruzzi leggeri in termini di comportamento deformativo risulta essere il medesimo utilizzato per i calcestruzzi ordinari, salvo alcuni coefficienti correttivi.

Nello specifico, resta valida la precedente formulazione dell’Eurocodice [8] ma, con riferimento al Model Code [9], vengono proposti valori caratteristici del calcestruzzo modificati per tener conto delle differenti proprietà degli aggregati. Si ha quindi:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

dove:

$$\eta = \varepsilon_{lc} / \varepsilon_{lc1};$$

$$\varepsilon_{lc1} = k_{lc} * f_{cm} / E_{lcm} \quad \text{è la deformazione corrispondente alla massima tensione;}$$

$$k_{lc} = 1,3 \quad \text{per calcestruzzi leggeri strutturali con sabbia naturale;}$$

$$k = E_{lcm} / E_{lc1} \quad \text{è il coefficiente di plasticità;}$$



$E_{lc1} = \varepsilon_{lc1}/f_{lcm}$  è il modulo elastico secante dall'origine al valore di picco dello sforzo;

Il modulo elastico medio del calcestruzzo "Leca CLS 1400" è stato oggetto di prove di laboratorio da parte dell'azienda produttrice [10] e risulta certificato pari a:

$$E_{lcm} = 15000 \text{ MPa}$$

Si fa infine notare che, a differenza che nei calcestruzzi ordinari, nei calcestruzzi leggeri strutturali, la deformazione ultima coincide con quella al picco di sforzo. Vale quindi:

$$\varepsilon_{lc1} = \varepsilon_{lcu1}$$

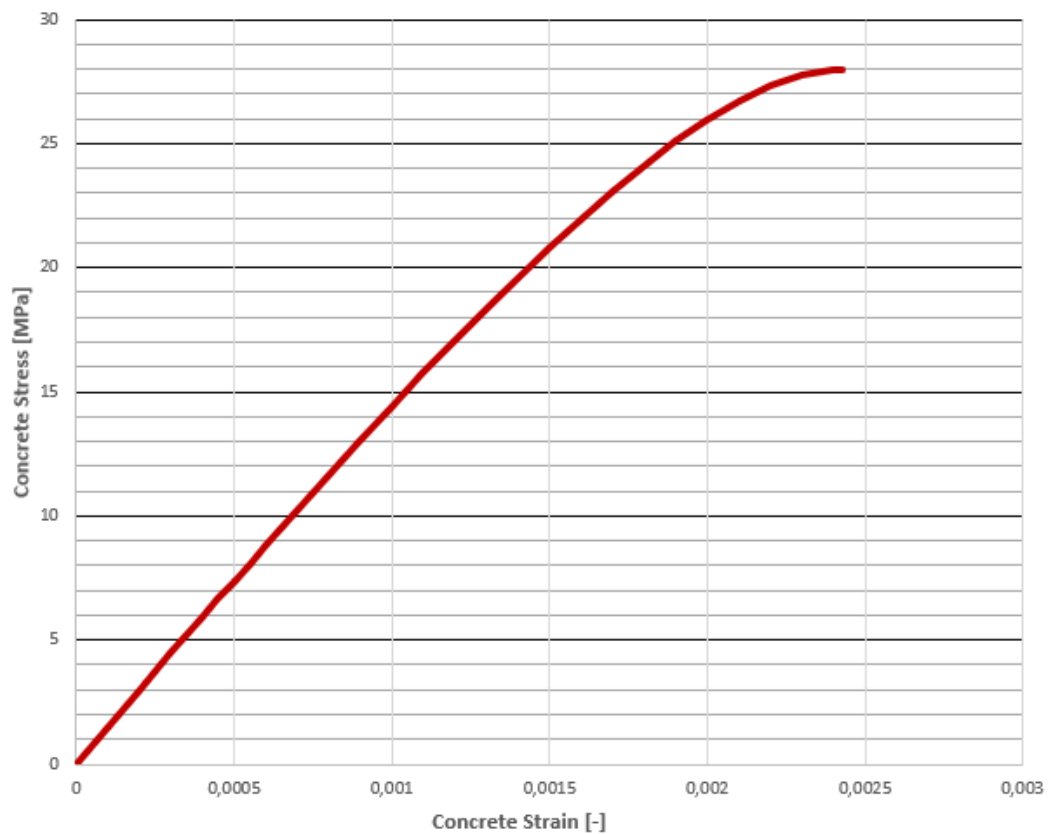


Figura 13 - Legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  per il calcestruzzo leggero strutturale tipo "LECA CLS 1400"

#### 4.1.1.4 Calcestruzzo “Leca CLS 1400” - Comportamento in trazione

Analogamente a quanto descritto per la compressione, anche in trazione, i calcestruzzi leggeri strutturali presentano un comportamento qualitativamente simile ai calcestruzzi ordinari.

In questo caso, è tuttavia importante sottolineare che la conoscenza dei meccanismi di frattura dei calcestruzzi leggeri è ancora incompleta e che, la dipendenza dell'energia di frattura in funzione dei molti parametri in gioco, è tutt'ora oggetto di studi. Per questo motivo, in assenza di prove sperimentali specifiche, l'energia di frattura può soltanto essere stimata con approssimazioni.

Si ha quindi:

$$\sigma_{ct} = f_{lctm} * \left( 1 - 0,8 * \left( \frac{w}{w_1} \right) \right) \quad \text{per } w < w_1$$

$$\sigma_{ct} = f_{lctm} * \left( 0,25 - 0,05 * \left( \frac{w}{w_1} \right) \right) \quad \text{per } w_1 < w < w_c$$

dove:

$$f_{lctm} = \eta_l * 0,3 * (f_{ck})^{2/3} \quad \text{è la resistenza a trazione media del calcestruzzo;}$$

$$\eta_l = 0,4 + 0,6 * \rho / 2200 \quad \text{è un coefficiente riduttivo che tiene conto del minor peso specifico del calcestruzzo leggero;}$$

$$w_1 = G_F / f_{ctm} \quad \text{in corrispondenza di } \sigma_{ct} = 0,2f_{ctm};$$

$$w_c = 5 * G_F / f_{lctm} \quad \text{in corrispondenza di } \sigma_{ct} = 0;$$

$$G_{Fl} = G_{FOA} + 16f_{lctm} \quad \text{è l'energia di frattura;}$$

$$G_{FOA} = 24 \quad \text{per calcestruzzi leggeri strutturali con sabbia ordinaria.}$$

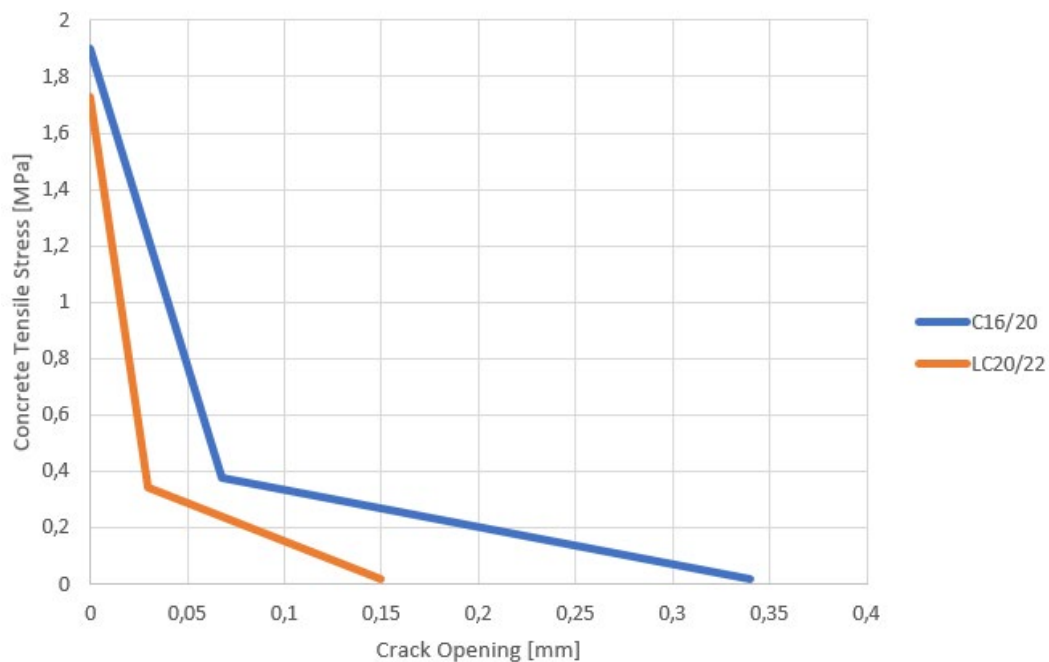


Figura 14 - Confronto comportamento di apertura delle fessure

#### 4.1.1.5 Concrete Damage Plasticity Model

Il *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) Model è uno dei modelli che, il software ad elementi finiti Abaqus, propone per riprodurre il comportamento dei materiali quasi-fragili, in questo caso del calcestruzzo. Si basa sul modello proposto da Lee-Fenves [11] e altri autori [12] [13], il quale assume che i due principali meccanismi di collasso siano la fessurazione (cracking) per trazione e lo schiacciamento (crushing) per compressione. Considerando la dipendenza del comportamento del calcestruzzo in funzione della pressione applicata, il modello assume che, aumentando la pressione di confinamento, il materiale muti il suo meccanismo di collasso e passi da una rottura fragile ad una di tipo duttile. Quest'ultima si assume sia dovuta alla formazione e al collasso di microstrutture microporose all'interno del calcestruzzo stesso.

Il modello CDP richiede la definizione del comportamento deformativo in compressione e trazione uniassiale del calcestruzzo, secondo quanto già spiegato al §4.1.1.1, §4.1.1.2, §4.1.1.3 e §4.1.1.4. A differenza di quanto detto nei suddetti paragrafi, risulta però

necessario, per quanto riguarda il legame sforzo deformazione in compressione, specificare la deformazione inelastica, e non quella totale. Ciò si ottiene sottraendo alla deformazione totale, la quota parte di deformazione elastica, calcolata con riferimento al modulo elastico medio.

$$\varepsilon_C^{INELASTIC} = \varepsilon_C^{TOTAL} - \varepsilon_C^{ELASTIC}$$

Dove:

$$\varepsilon_C^{ELASTIC} = \sigma(\varepsilon_C) / E_{cm};$$

$\sigma(\varepsilon_C)$  è lo sforzo associato al determinato valore di deformazione;

$E_{cm}$  è il modulo elastico secante.

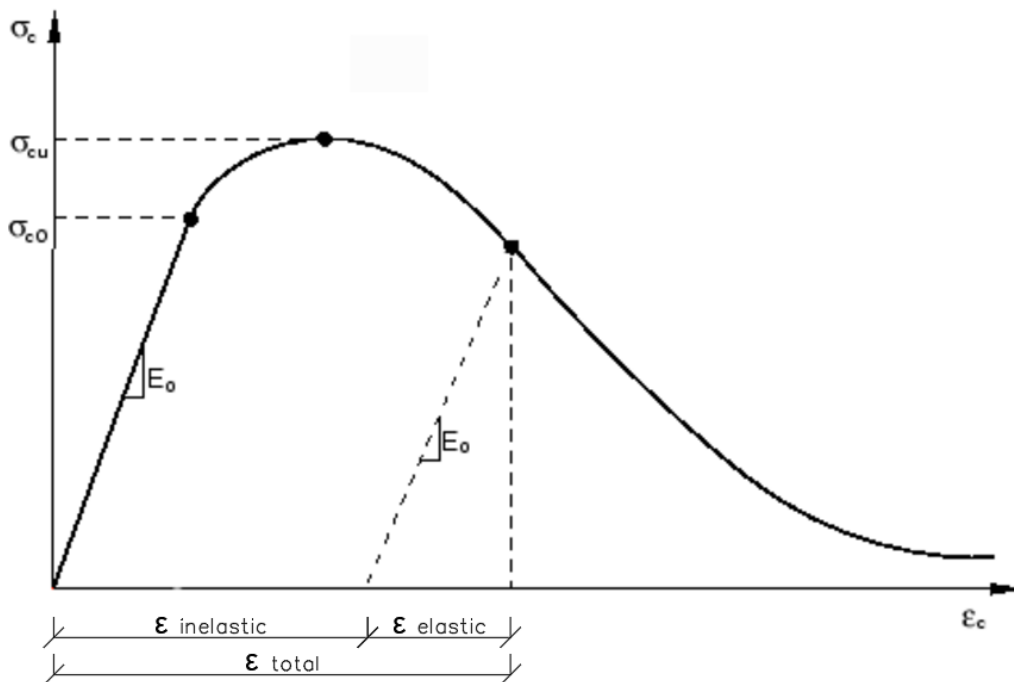


Figura 15 - Deformazione inelastica

Risulta inoltre necessario specificare i seguenti parametri:

- Dilation angle del potenziale plastico  $\beta$ ;
- Eccentricità del potenziale plastico  $\epsilon$ ;
- Rapporto tra sforzo iniziale di compressione al limite elastico equi-biassiale e uniassiale  $f_{b0}/f_c$ ;
- Parametro  $K_c$ , funzione dei due invarianti del tensore degli sforzi;
- Viscosità  $\nu$ .

Per l'identificazione di questi parametri sono necessarie le seguenti prove di laboratorio:

- Compressione uniassiale
- Tensione uniassiale
- Biassiale (curva di Kupfer)
- Triassiale

Non avendo a disposizione le suddette prove per le classi di calcestruzzo utilizzate in questo elaborato, si sono utilizzati, come dati di partenza, i valori di default consigliati dal manuale v6.10 di Abaqus [14]. Questi valori standard sono stati poi oggetto di analisi di sensibilità; ciò si è reso necessario, *in primis*, per comprenderne l'influenza sul comportamento del modello e, successivamente, al fine di caratterizzare al meglio il materiale calcestruzzo, oggetto di indagine. I risultati di questa analisi sono riportati di seguito, nel Cap. 5 ad essi dedicato.

Per una trattazione più esaustiva del modello CDP si invita il lettore alla consultazione del paragrafo 20.6.3 del manuale v6.10 di Abaqus [14], nonché della bibliografia utilizzata come riferimento [15] [16] [17] [18] [19].

#### 4.1.2 Legame costitutivo dell'acciaio da armatura

L'acciaio è un materiale isotropo con comportamento elasto-plastico pressoché simmetrico in compressione e trazione. È caratterizzato da un tratto elastico lineare fino al limite di snervamento  $f_y$ , con modulo elastico  $E_s$  compreso tra 205'000 e 210'000 MPa per ogni tipo di acciaio, e da un tratto perfettamente plastico. Segue una ripresa dell'aumento tensionale, dovuta all'incrudimento, fino al raggiungimento della massima capacità resistente  $f_t$ , per valori di allungamento molto elevati. Dopodiché, in seguito alla strizione, si evidenzia uno scarico e un allungamento ancora maggiore fino a rottura. Nella modellazione, si è scelto di non considerare il tratto non lineare dovuto all'incrudimento in quanto, come preventivato, la rottura dei provini è avvenuta per valori di sforzo inferiori a quelli tipici di questo fenomeno. L'acciaio è stato quindi caratterizzato, nella modellazione, da un legame sforzo – deformazione elastico perfettamente plastico.

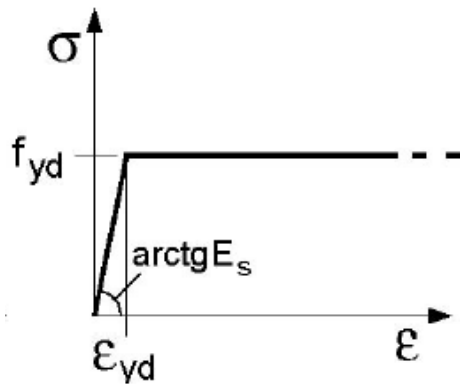


Figura 16 - Legame  $\sigma$ - $\epsilon$  per l'acciaio da armatura

#### 4.2 ACCORGIMENTI PER LA MODELLAZIONE

In questo paragrafo verranno esplicitate le semplificazioni operate, le assunzioni di carattere geometrico e meccanico, nonché le motivazioni necessarie per poter considerare le suddette operazioni ingegneristicamente e numericamente valide.

#### 4.2.1 Geometria del modulo di solaio

Il solaio provato in laboratorio era composto da tre moduli di laterizio armato accostati, la cui geometria è rappresentata nella fotografia e immagine sottostanti.



Figura 18 - Fotografia solaio SAP12

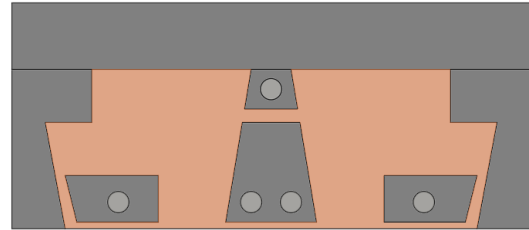


Figura 17 - Schematizzazione solaio SAP12+5

La modellazione di una sezione siffatta è stata effettuata quale primo tentativo ma, a causa della complessità della geometria, comportava tempi di analisi troppo elevati nonché alcuni problemi di convergenza. Si è deciso quindi di modellare una sezione ideale equivalente che rappresentasse il comportamento del solaio.

Dopo vari tentativi, si è giunti a modellare una sezione a T di base 80 mm e ala 120 mm, rappresentante uno dei tre moduli presenti nel solaio. Il dettaglio della geometria è riportato di seguito nella Figura 20.

Una sezione siffatta, oltre a portare ai risultati attesi, è anche ingegneristicamente plausibile in quanto:

- Assegna la resistenza in compressione del modulo, all'area di calcestruzzo compresa tra i vari moduli, nello specifico all'ala della sezione a T.
- Assegna la resistenza in trazione del modulo, alle barre d'armatura.

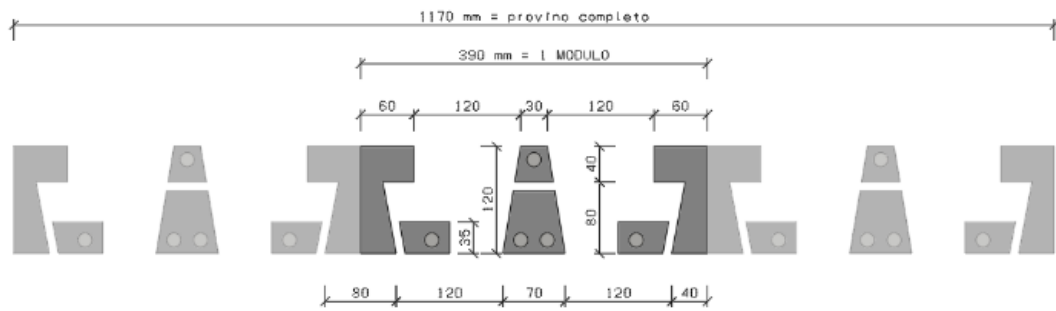


Figura 20 - Aree di calcestruzzo nel solaio SAP12

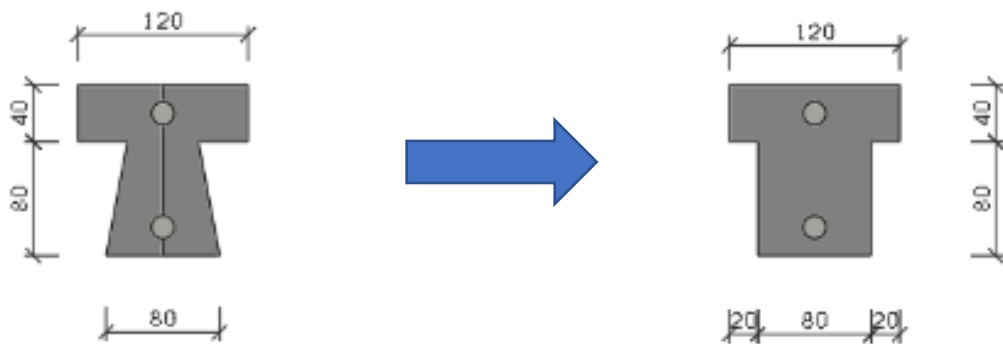


Figura 19 - Travetto a T equivalente per il solaio SAP12

La sezione così definita è stata mantenuta, in prima battuta, anche per i solai consolidati. In questo caso però, i risultati ottenuti non corrispondevano ai dati sperimentali, sottostimando la effettiva capacità portante e rigidità flessionale del solaio. Per questo motivo si è operata un'ulteriore modifica della geometria, passando da una sezione a T ad una a I.

Di seguito, in Figura 23 il dettaglio della geometria e i passaggi logici che ne hanno portato alla definizione.

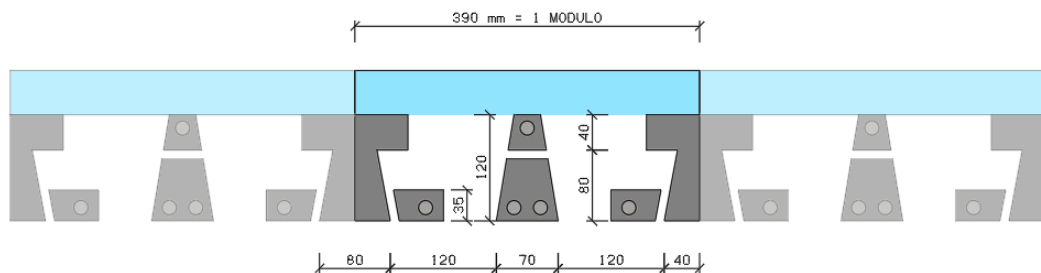


Figura 21 - Aree di calcestruzzo nel solaio SAP12+5



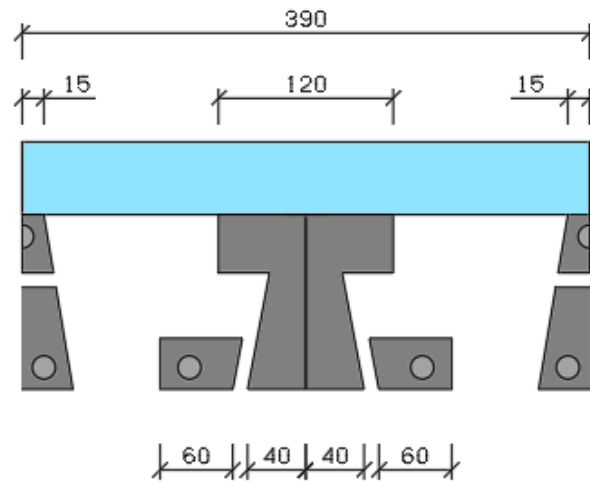


Figura 22 - Modulo di solaio SAP12+5

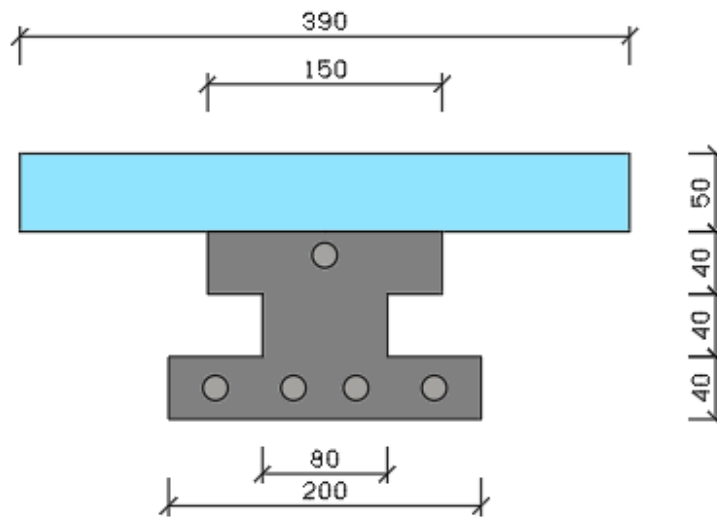


Figura 23 - Travetto a I equivalente per il solaio SAP12+5

È importante sottolineare che queste modifiche riguardano il travetto e che la geometria utilizzata risulta essere meccanicamente equivalente a quella del solaio reale. Discorso diverso vale, invece, per la soletta collaborante che continua a sviluppare il suo contributo sulla larghezza di un modulo, ovvero 390 mm.

#### 4.2.2 Aree di acciaio

Questo paragrafo riguarda solamente i solai non consolidati.

Le barre di armatura *al positivo*, che nel solaio testato erano diffuse, nella modellazione sono state accorpate in un unico ferro di area equivalente, come da Figura 20.

Gli effetti di tale modifica, che sono stati oggetto di analisi, da un lato non hanno portato a modifiche sostanziali del comportamento del solaio, dall'altro hanno ridotto i tempi di analisi. Il dettaglio verrà riportato di seguito nel §5.5.

#### 4.2.3 Simmetria

Essendo la geometria del solaio, le condizioni di carico e le condizioni di vincolo simmetriche, si è scelto di modellare solo metà del provino. La condizione iniziale di appoggio-appoggio è stata sostituita da una di appoggio-pattino. Il vincolo di pattino è stato impostato in corrispondenza della mezzeria del solaio. Di seguito lo schema di vincolo originario e dopo la semplificazione.

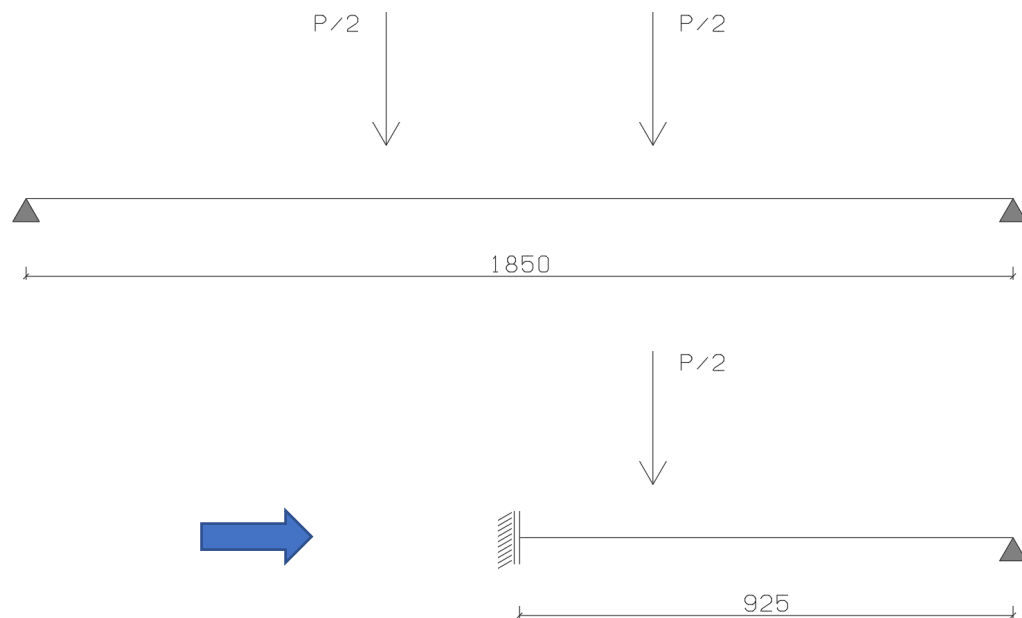


Figura 24 - Schematizzazione pattino-appoggio

#### 4.2.4 Sezione di appoggio

Per quanto riguarda le prime analisi, dove si sono confrontati i grafici carico-freccia derivanti dalle prove di laboratorio e dall'analisi numerica, si è deciso di non modellare il primo tratto del solaio in corrispondenza dell'appoggio. Questo tratto, essendo soggetto a fenomeni non lineari, comportava un onere computazionale notevole. Per questo motivo, i primi 120 mm per il solaio non consolidato e i primi 170 mm per quello consolidato, non sono stati modellati e sono stati sostituiti da un ideale corpo rigido. La sezione di appoggio è stata integrata successivamente per studiare gli sforzi tangenziali all'interfaccia tra travetto e nuova soletta.

Gli effetti di questa modifica, che sono stati oggetto di analisi, non hanno portato a modifiche sostanziali del comportamento del solaio. Il dettaglio verrà riportato di seguito nel §5.4.

### 4.3 DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA

In questo paragrafo, corrispondente al Part Module di Abaqus, verrà spiegato come sono state modellate le quattro parti costituenti i solai: il travetto in calcestruzzo, l'armatura inferiore, l'armatura superiore e la soletta collaborante.

Tutti i dati, riportati di seguito, fanno riferimento al solaio consolidato.

#### 4.3.1 Travetto in calcestruzzo

Il travetto è stato modellato come elemento *3-d deformable solid* di lunghezza pari a 755 mm. Questa misura e la geometria modellata non corrispondono alle effettive dimensioni del solaio ma derivano dalle ipotesi di modellazione, enunciate nel §4.2.1.

La geometria del travetto, modellata in Abaqus, è riportata nella Figura 25.

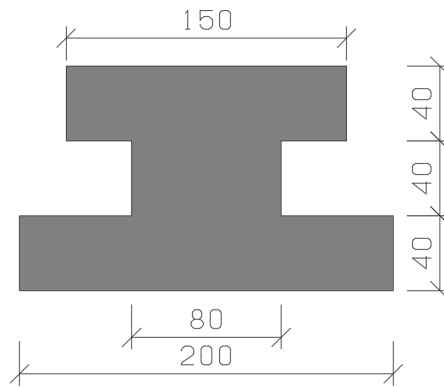


Figura 25 - Geometria travetto su Abaqus

#### 4.3.2 Armatura inferiore e superiore

I ferri d'armatura sono stati modellati come elementi *wire* di lunghezza pari a 755 mm.

Le barre presenti al lembo inferiore sono  $2\Phi 6 + 2\Phi 8$ .

$$A_{S,SAP12+5} = 2\Phi 6 + 2\Phi 8 \cong 157 \text{ mm}^2$$

Al lembo superiore è presente un solo  $\Phi 6$ .

$$A'_{S,SAP12+5} = 1\Phi 6 \cong 28 \text{ mm}^2$$

#### 4.3.3 Soletta collaborante

La soletta è stata modellata come un elemento *3-d deformable solid* di lunghezza pari a 755 mm, spessore 50 mm e larghezza 390 mm.

## **4.4 DEFINIZIONE DEI MATERIALI**

In questo paragrafo, corrispondente al Property Module di Abaqus, verrà spiegato come sono state assegnate le proprietà meccaniche dei materiali da associare alle corrispondenti parti. I materiali modellati sono il calcestruzzo del travetto (di seguito come C16/20), l'acciaio da armatura (di seguito come Feb32k) e il calcestruzzo leggero della soletta collaborante (di seguito come LC20/22).

### **4.4.1 Calcestruzzo C16/20**

Per ricreare il più fedelmente possibile il comportamento del calcestruzzo, il materiale è stato caratterizzato da una proprietà elastica ed una plastica, come spiegato nei precedenti paragrafi.

Nello specifico su Abaqus, alla voce MATERIAL BEHAVIOUR, sono state inserite le proprietà ELASTIC e CONCRETE DAMAGED PLASTICITY.

Si riportano di seguito i coefficienti e i valori inseriti nel software. Si fa presente che parte di questi derivano da dati presenti in bibliografia, altri sono stati ricavati dalla taratura del modello.

Si rimanda al §5.2 per il dettaglio della taratura.

ELASTIC			
Modulo Elastico		28608	
Coeff. di Poisson		0,2	
CDP - PLASTICITY			
Dilation Angle		35	
Eccentricity		0,1	
fb0 / fc0		1,16	
K		0,67	
Viscosity Parameter		1E-04	
CDP - COMPRESSIVE BEHAVIOR		CDP - TENSILE BEHAVIOR	
Yield Stress	Inelastic Strain	Yield Stress	Displacement
9,6	0	1,9	0
10,144	4,5403E-05	0,38	6,8078E-02
11,171	5,9520E-05	0,019	3,4039E-01
12,149	7,5343E-05		
13,079	9,2827E-05		
13,963	1,1193E-04		
14,802	1,3260E-04		
15,597	1,5480E-04		
16,349	1,7850E-04		
17,060	2,0365E-04		
18,361	2,5817E-04		
19,509	3,1807E-04		
20,509	3,8309E-04		
21,370	4,5299E-04		
22,098	5,2754E-04		
23,181	6,8971E-04		
23,801	8,6802E-04		
24	1,0611E-03		
23,812	1,2676E-03		
23,270	1,4866E-03		
22,402	1,7169E-03		
21,232	1,9578E-03		
20,542	2,0820E-03		
19,784	2,2084E-03		
18,963	2,3372E-03		
18,079	2,4681E-03		
17,135	2,6010E-03		
16,134	2,7360E-03		
15,077	2,8730E-03		
14,529	2,9421E-03		
13,967	3,0118E-03		

Tabella 6 - Parametri delle proprietà ELASTIC e CONCRETE DAMAGED PLASTICITY per il calcestruzzo ordinario di classe C16/20

#### 4.4.2 Acciaio Feb32k

Il materiale è stato caratterizzato da una proprietà elastica e da una plastica. Nello specifico su Abaqus, alla voce MATERIAL BEHAVIOUR, sono state inserite le proprietà ELASTIC e PLASTICITY. Si riportano di seguito i valori inseriti nel software.

ELASTIC	
Modulo Elastico	206000
Coeff. di Poisson	0,3
PLASTIC	
Yield Stress	320
Plastic Strain	0

Tabella 7 - Parametri delle proprietà ELASTIC e PLASTIC per l'acciaio da armatura di classe Feb32k

#### 4.4.3 Calcestruzzo LC20/22

Per ricreare il più fedelmente possibile il comportamento del calcestruzzo, il materiale è stato caratterizzato da una proprietà elastica ed una plastica, esattamente come per il calcestruzzo C16/20. Nello specifico su Abaqus, alla voce MATERIAL BEHAVIOUR, sono state inserite le proprietà ELASTIC e CONCRETE DAMAGED PLASTICITY. Si riportano di seguito i coefficienti e i valori inseriti nel software.

Come per il C16/20 si rimanda ai paragrafi precedenti e al §5.3 per le informazioni circa il la caratterizzazione del materiale e il dettaglio del settaggio del modello.

ELASTIC	
Modulo Elastico	15000
Coeff. di Poisson	0,2
CDP - PLASTICITY	
Dilation Angle	35
Eccentricity	0,1
f <sub>b0</sub> / f <sub>c0</sub>	1,16
K	0,67
Viscosity Parameter	1E-04

Tabella 8 - Parametri delle proprietà ELASTIC e CONCRETE DAMAGED PLASTICITY per il calcestruzzo leggero strutturale tipo "LECA CLS 1400"

ELASTIC			
Modulo Elastico		15000	
Coeff. di Poisson		0,2	
CDP - PLASTICITY			
Dilation Angle		35	
Eccentricity		0,1	
fb0 / fc0		1,16	
K		0,67	
Viscosity Parameter		1E-04	
CDP - COMPRESSIVE BEHAVIOR		CDP - TENSILE BEHAVIOR	
Yield Stress	Inelastic Strain	Yield Stress	Displacement
11,2	0	1,728	0
11,644	2,3736E-05	0,346	2,989E-02
13,032	3,1212E-05	0,017	1,494E-01
14,399	4,0095E-05		
15,742	5,0565E-05		
17,058	6,2831E-05		
18,343	7,7143E-05		
20,803	1,1315E-04		
23,073	1,6179E-04		
25,082	2,2789E-04		
25,954	2,6973E-04		
26,713	3,1914E-04		
27,331	3,7791E-04		
27,773	4,4845E-04		
27,989	5,3407E-04		
28	5,6000E-04		

Tabella 9 - Parametri delle proprietà CONCRETE DAMAGED PLASTICITY per il calcestruzzo leggero strutturale tipo "LECA CLS 1400"



## **4.5 ASSEMBLAGGIO DELLE GEOMETRIE**

In questo paragrafo, corrispondente al Assembly Module di Abaqus, verrà spiegato come sono state assemblate le varie parti create nel “Part Module”.

Quando una parte viene creata, essa possiede un proprio sistema di riferimento e riferito alle proprie coordinate in x, y, z. Per far collaborare le varie parti risulta quindi necessario indentificare un sistema di riferimento globale e univoco e definire la posizione delle stesse nel nuovo sistema di riferimento.

In questo modulo sono anche state definite tutte le superfici e i set utili per l’analisi. Abaqus si serve di queste superfici e set di punti per identificare le regioni del modello e per assegnare vincoli, interazioni e carichi.

## **4.6 DEFINIZIONE DEGLI STEP DI ANALISI**

In questo paragrafo, corrispondente allo Step Module di Abaqus, verrà spiegato come sono stati definiti la tipologia e il tipo di analisi.

È stato creato un unico step, oltre a quello iniziale che crea Abaqus di default, di tipo Statico – Generale e chiamato Load Application. Questo step corrisponde all’istante temporale di applicazione del carico ed è stato impostato su un periodo di 1 secondo. L’opzione Nlgeom è stata disattivata in modo da non includere nell’analisi gli effetti non lineari dovuti a grandi deformazioni. Il numero massimo di incrementi per l’analisi è stato fissato a 100.

## **4.7 DEFINIZIONE DELLE INTERAZIONI**

In questo paragrafo, corrispondente all’Interaction Module di Abaqus, verrà spiegato come sono state definite le interazioni e i vincoli tra le parti. Le tre tipologie di vincolo create vengono descritte di seguito, con riferimento alle parti e materiali coinvolti.

#### 4.7.1 Aderenza barre di armatura - calcestruzzo

Per modellare questo tipo di vincolo è stato usato il comando EMBEDDED ELEMENTS, all'interno del gruppo CONSTRAINTS. Questa tecnica di vincolo è usata su Abaqus per indentificare un elemento o un gruppo di elementi che giacciono immersi in uno o più elementi circostanti, chiamati *host*. La risposta alle sollecitazioni degli elementi host viene usata per vincolare i gradi di libertà traslazionali dei nodi degli elementi vincolati, chiamati *embedded elements*.

Nello specifico, se un elemento embedded giace all'interno di un elemento host, i gradi di libertà traslazionali dei suoi nodi vengono eliminati e gli stessi nodi diventano vincolati ai corrispettivi nodi dell'elemento host. I gradi di libertà rotazionali dei nodi embedded sono invece mantenuti liberi e indipendenti dai nodi host.

Questo vincolo è stato utilizzato per modellare la perfetta aderenza tra il travetto in calcestruzzo e ferri di armatura.

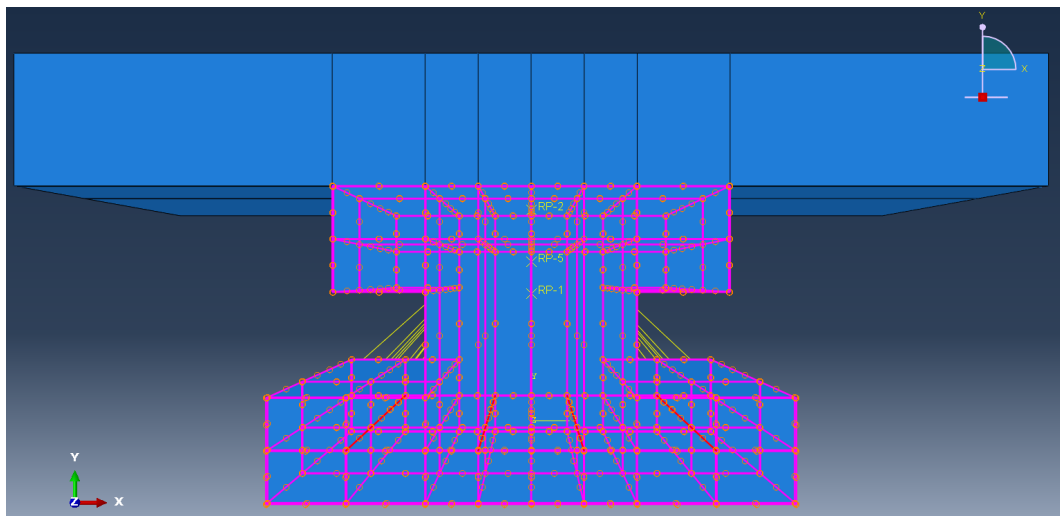


Figura 26 - Embedded Region

#### 4.7.2 Accoppiamento cinematico della sezione di appoggio

Per modellare questo tipo di vincolo è stato usato il comando KINEMATIC COUPLING, all'interno del gruppo CONSTRAINTS. Questa tipologia di vincolo lega lo spostamento

di un gruppo di nodi allo spostamento di corpo rigido ideale, definito in base ad un punto base di riferimento. Il punto di riferimento in questione è stato definito in modo da coincidere con la coordinata y dell'asse neutro della sezione. Come già detto nel §4.2.4, si è deciso di modellare come corpo rigido un tratto di solaio della lunghezza pari all'altezza del solaio stesso, cioè 170 mm.

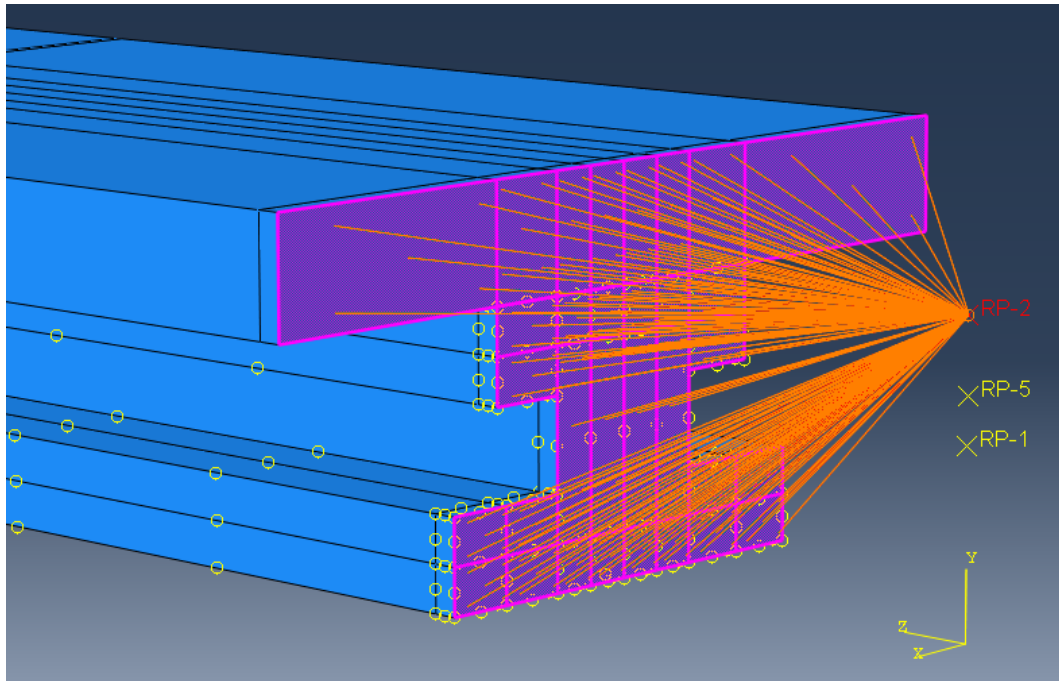


Figura 27 - Kinematic coupling appoggio

#### 4.7.3 Aderenza perfetta travetto – nuova soletta collaborante

Per modellare questo tipo di vincolo è stato usato il comando TIE, all'interno del gruppo CONSTRAINTS. Questa tipologia di vincolo lega i nodi di due regioni adiacenti, costringendone il movimento e la rotazione di una, rispetto a quelli dell'altra. Nello specifico, assegnando il comando SURFACE TO SURFACE, si vincolano i suddetti gradi libertà di una superficie secondaria, chiamata *slave*, a quelli di una primaria, chiamata *master*; i nodi della superficie *slave* vengono rimossi e rimpiazzati da quelli della superficie *master*.

Questa tipologia di vincolo è stata utilizzata per modellare la perfetta aderenza tra travetto e soletta collaborante.

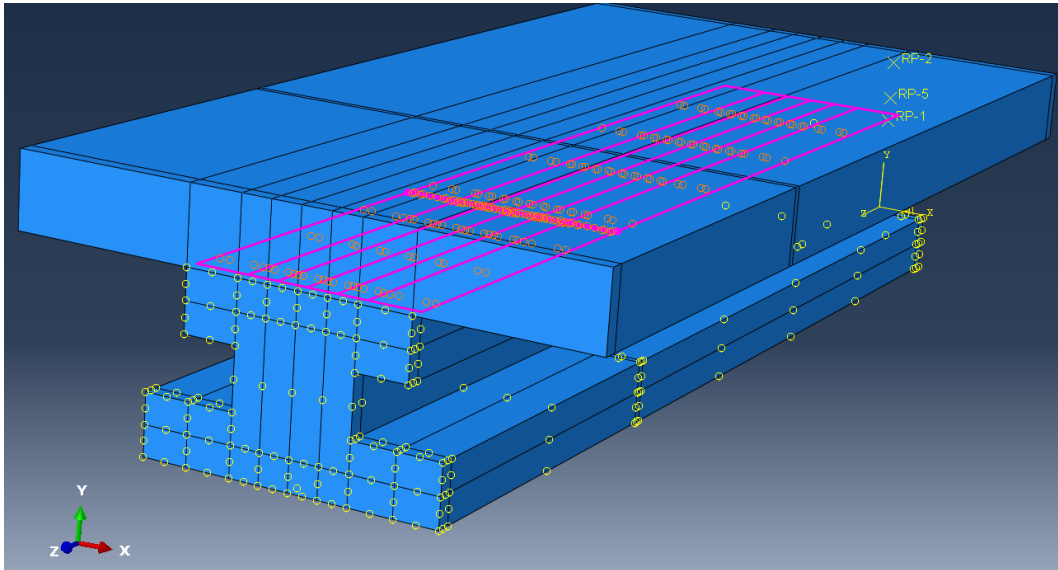


Figura 28 - Tie travetto-soletta

## 4.8 DEFINIZIONE DEI CARICHI E DELLE CONDIZIONI AL CONTORNO

In questo paragrafo, corrispondente al Load Module di Abaqus, verrà spiegato come sono state create le condizioni di carico e le condizioni di vincolo esterne. Le prime sono state assegnate allo step Load Application, le seconde sono state assegnate allo step di default di Abaqus – Initial.

### 4.8.1 Condizioni di carico

Nonostante durante la campagna sperimentale il carico sia stato applicato da due coltelli, assimilabili quindi a due carichi per unità di lunghezza, si è scelto di modellare, su Abaqus, un carico per unità di superficie, di tipo Pressure. Abaqus richiede, per questa tipologia di carico, la definizione di una superficie di carico. Per ovviare al problema del tipo di carico, si è scelto di impostare una superficie di carico che si estende per tutta la larghezza del

travetto e per una lunghezza di 5 mm; così facendo la pressione applicata risulta essere, con un margine di errore ingegneristicamente ammissibile, assimilabile ad un carico per unità di lunghezza. Questa superficie è stata modellata, come da prove, a 250 mm dalla mezzeria del solaio.

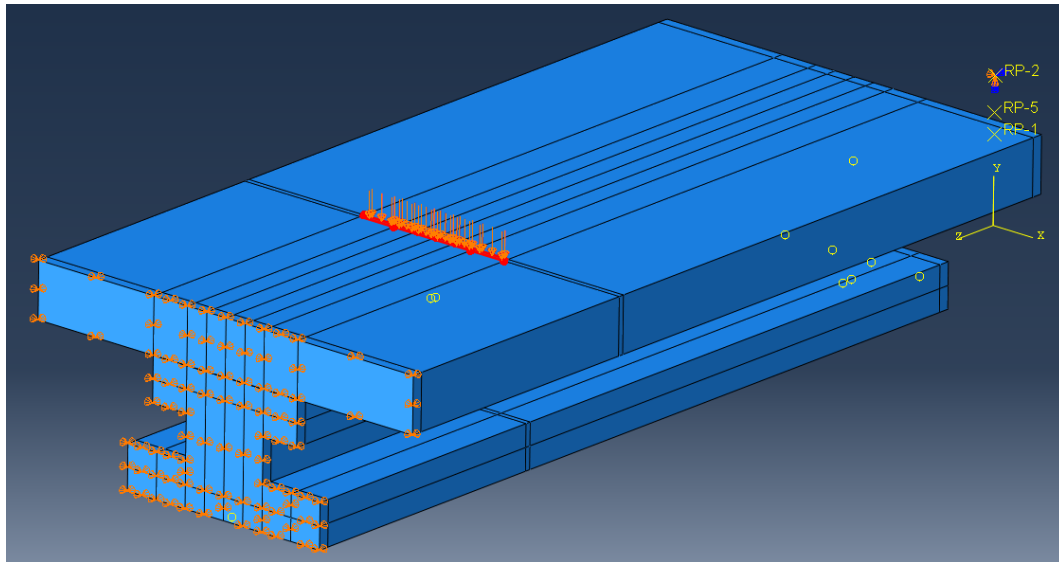


Figura 29 - Carico per unità di superficie e superficie di carico

Impostando un carico di tipo Pressure su Abaqus, si è reso necessario trasformare quella che era la forza applicata dall'attuatore oleodinamico [N], in un carico distribuito per unità di superficie [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]. Inoltre, la forza applicata nelle prove di laboratorio era, come detto, applicata tramite due coltelli di carico e su tutta la larghezza del provino, formata da tre travetti. La modellazione su Abaqus invece, come spiegato nel §4.2 ha previsto la modellazione di un solo travetto e di solo metà solaio, sfruttando la simmetria dello stesso. La forza applicata in laboratorio è stata quindi:

- Divisa per 2, per considerare un solo dei due coltelli di carico;
- Divisa per 3, per considerare un solo dei tre travetti;
- Divisa per la superficie di applicazione, cioè 5 mm x 150 mm, per ottenere un carico per unità di superficie.

Sulla base di queste operazioni, si è proceduto a creare n carichi in funzione della tipologia di solaio, in modo da avere passi di carico più larghi nel tratto lineare, più fitti nelle zone di transizione.

#### 4.8.2 Condizioni di vincolo esterne

Sono stati modellati due vincoli esterni in corrispondenza dell'appoggio e della mezzeria del travetto. Entrambi sono stati creati nello step di default- Initial ed entrambi sono stati modellati su Abaqus come di tipo Displacement/Rotation.

Il vincolo di appoggio è stato caratterizzato in modo da bloccare gli spostamenti lungo x e y e le rotazioni attorno a y e z. La traslazione lungo z è stata volutamente lasciata libera in modo da permettere alla sezione di appoggio di ruotare liberamente attorno all'asse x.

Il vincolo di pattino in corrispondenza della mezzeria è stato caratterizzato in modo da bloccare gli spostamenti lungo x e z e la rotazione attorno all'asse x.

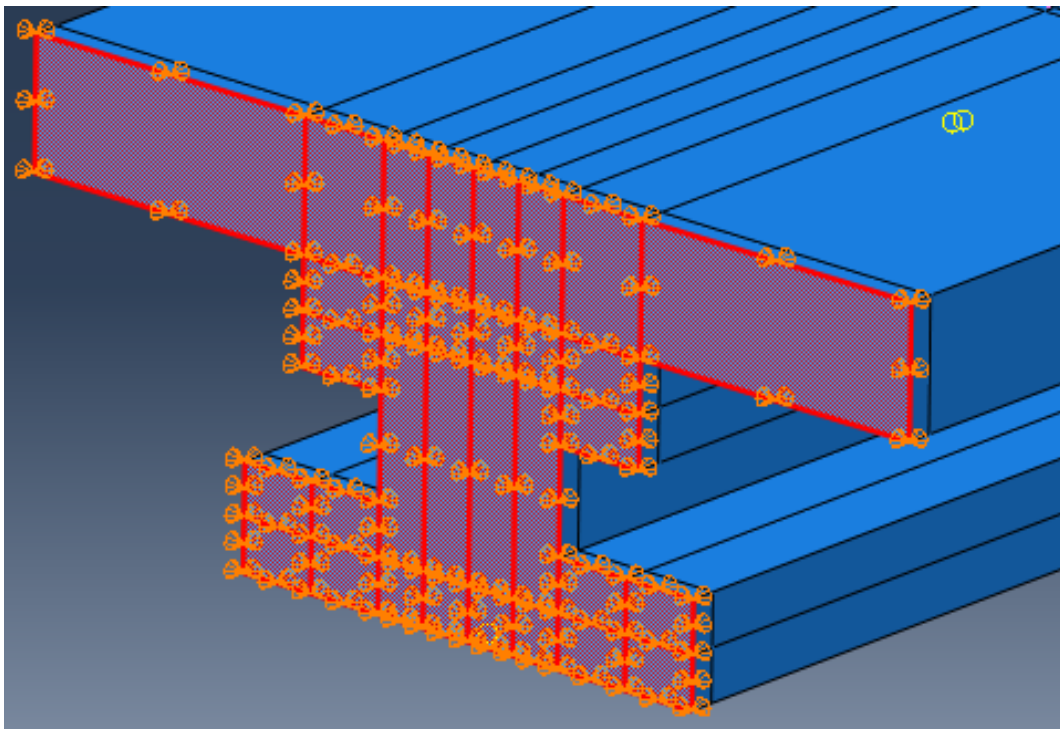


Figura 30 - Superficie vincolata dal pattino

## 4.9 DEFINIZIONE DELLA DISCRETIZZAZIONE

Questo paragrafo è riferito al Mesh Module di Abaqus, e in essa si è definita la misura e il tipo degli *elementi* in cui è stato suddiviso il solaio modellato.

Si è scelto di modellare le varie parti del modello come segue:

- Travetto e soletta collaborante: dimensione costante con *elementi* a 8 nodi (cubici) di lato 10 mm, tipo C3D8R;
- Barre di armatura: dimensione costante *elementi* a 2 nodi, tipo T3D2.

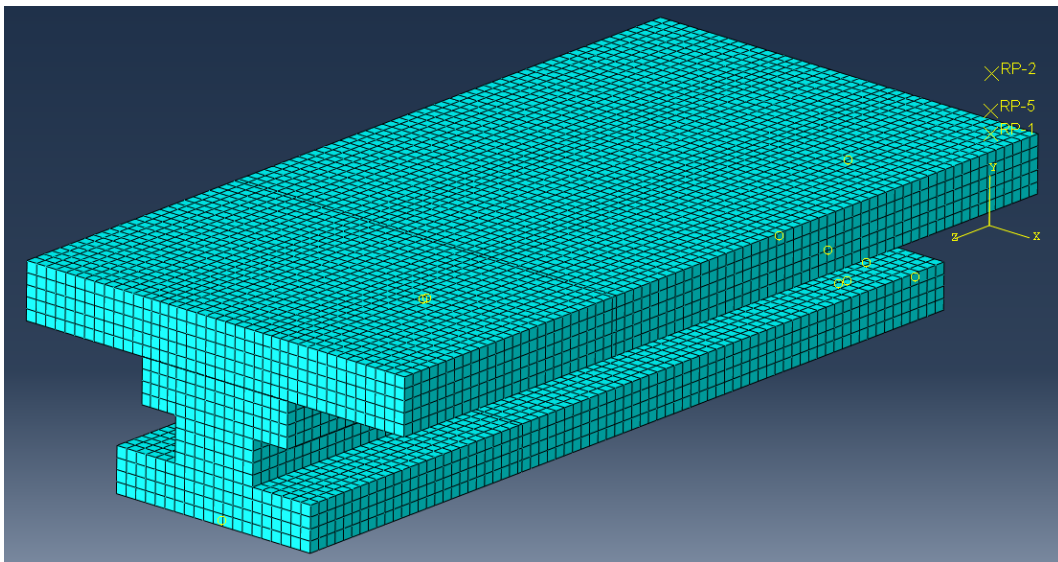


Figura 31 - Mesh del solaio SAP12+5

## 4.10 GENERAZIONE DEL FILE DI INPUT E ANALISI

Questo paragrafo è riferito al Job Module di Abaqus.

Il modello, creato tramite l'interfaccia grafica Abaqus/CAE, è stato tradotto in un file di testo in formato ASCII, contenente tutte le informazioni del modello stesso e trasmesso ad Abaqus per l'analisi. L'analisi ha richiesto dai due ai cinque minuti per ogni *run* per i solai non consolidati. È arrivata invece ad impiegare fino a circa venticinque minuti, per ogni *run*, per il calcolo dei solai consolidati.

# 5

## ANALISI DI SENSIBILITÀ DEL MODELLO AL VARIARE DEI PARAMETRI

Questo capitolo è relativo alla calibrazione e validazione del modello numerico. Non avendo a disposizione delle prove di laboratorio per i materiali utilizzati ed essendo, la geometria del solaio, stata modificata per l'analisi, i parametri caratterizzanti il modello sono stati fatti variare per cogliere la sensibilità del modello stesso in funzione di essi.

I seguenti paragrafi, ad eccezione del §5.6, fanno riferimento al solaio consolidato "SAP12+5".

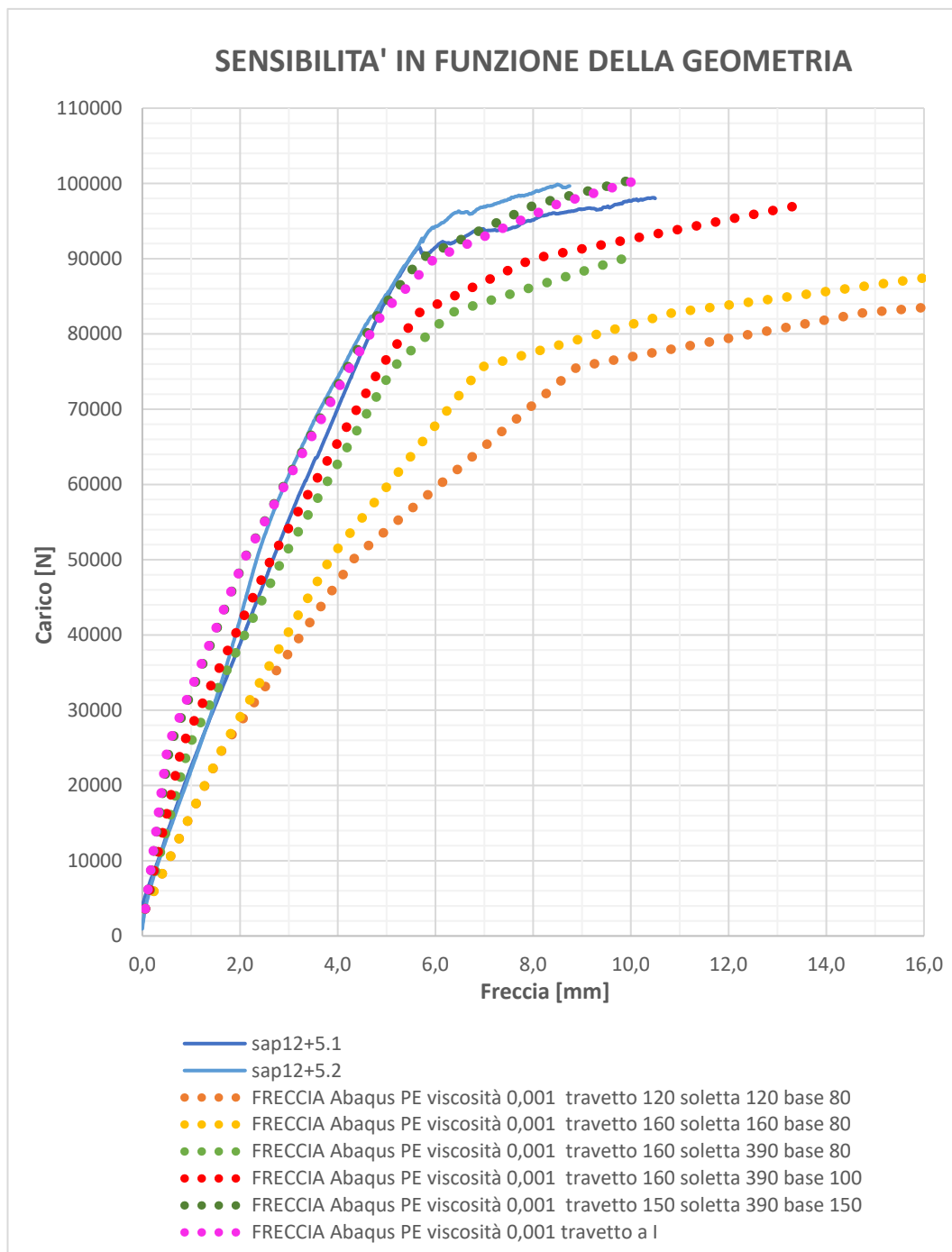
### 5.1 GEOMETRIA DELLE AREE DI CALCESTRUZZO

Come spiegato nel §4.2.1, la geometria del solaio, ai fini della modellazione, è stata modificata per ovviare a problemi di convergenza.

Per ottenere risultati attendibili, in questa fase, tutti gli altri parametri sono stati tenuti costanti sul loro valore di default.

Nel Grafico 1, sono riportati i risultati ottenuti con le varie configurazioni adottate per la geometria del travetto.





*Grafico 1 – Sensibilità in funzione della geometria del travetto SAP12+5*

Le due curve piene, rispettivamente denominate “sap12+5.1” e “sap12+5.2”, rappresentano il comportamento misurato durante la campagna sperimentale dei due solai testati. Come si può notare, la curva fucsia, corrispondente alla geometria adottata per la modellazione, è quella che meglio approssima il comportamento sperimentale.

## 5.2 PARAMETRI DEL CALCESTRUZZO DEL TRAVETTO

Come spiegato nel §4.1.1.5, il comportamento post elastico del calcestruzzo è governato, oltre che dal legame sforzo deformativo, da cinque parametri. Nell'ambito di questo lavoro, se ne sono analizzati tre, lasciando ad eventuali successivi approfondimenti lo studio dell'eccentricità del potenziale plastico e del rapporto  $f_{b0}/f_c$ .

### 5.2.1 Dilation Angle $\beta$

Il valore di default suggerito dal manuale di Abaqus corrisponde a  $35^\circ$ . In letteratura, a seconda della classe del calcestruzzo utilizzato, sono presenti valori, per questo parametro, che variano da  $35^\circ$  a  $38^\circ$ . Sono quindi state lanciate due analisi coi i due valori limite.

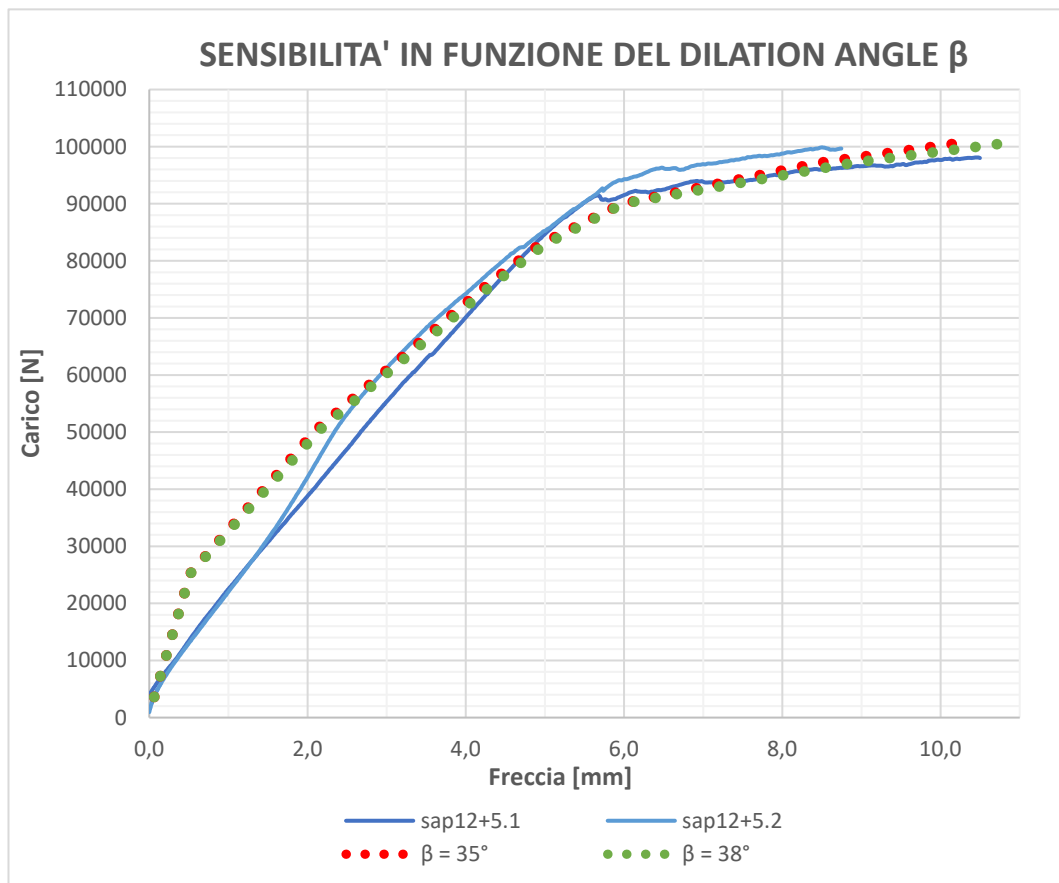


Grafico 2 – Sensibilità in funzione del dilation angle del calcestruzzo del travetto SAP12+5

Come si può notare dal Grafico 2, la sensibilità del modello numerico in funzione di questo parametro è praticamente nulla.

### 5.2.2 $K_C$

Il valore di default suggerito dal manuale di Abaqus corrisponde a  $2/3$ . I limiti per questo parametro sono:

$$0,5 \leq K_C \leq 1$$

Come nel caso precedente, sono state lanciate due analisi con i valori limite ed una con il valore di default.

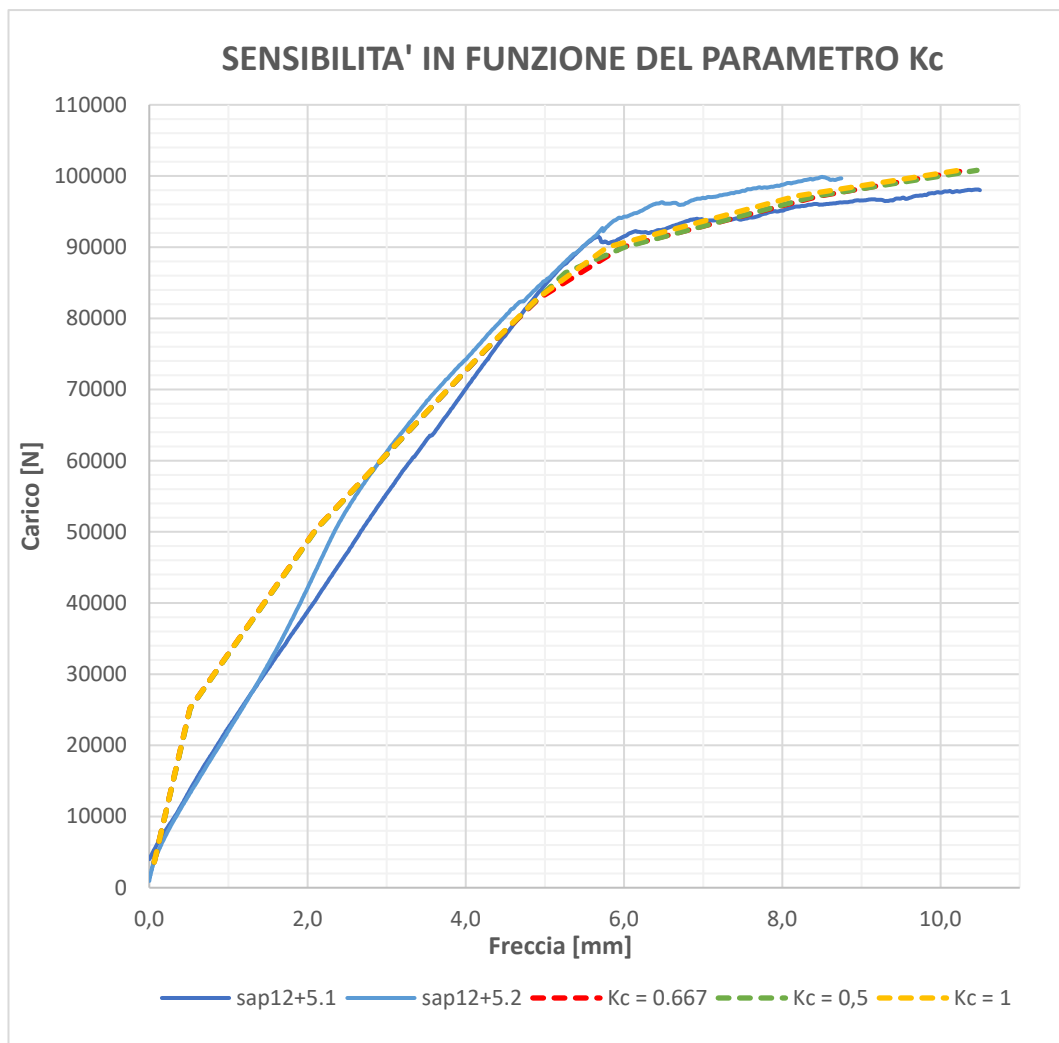


Grafico 3 - Sensibilità in funzione di  $K_C$  SAP12+5

Come si può notare dal Grafico 3, anche in questo caso, la sensibilità del modello numerico in funzione di questo parametro è praticamente nulla.

### 5.2.3 Viscosità $\nu$

Il valore di default suggerito dal manuale di Abaqus corrisponde a 0,1.

Non essendoci limiti sul valore di questo parametro, le analisi sono state condotte facendolo variare di un ordine di grandezza alla volta.

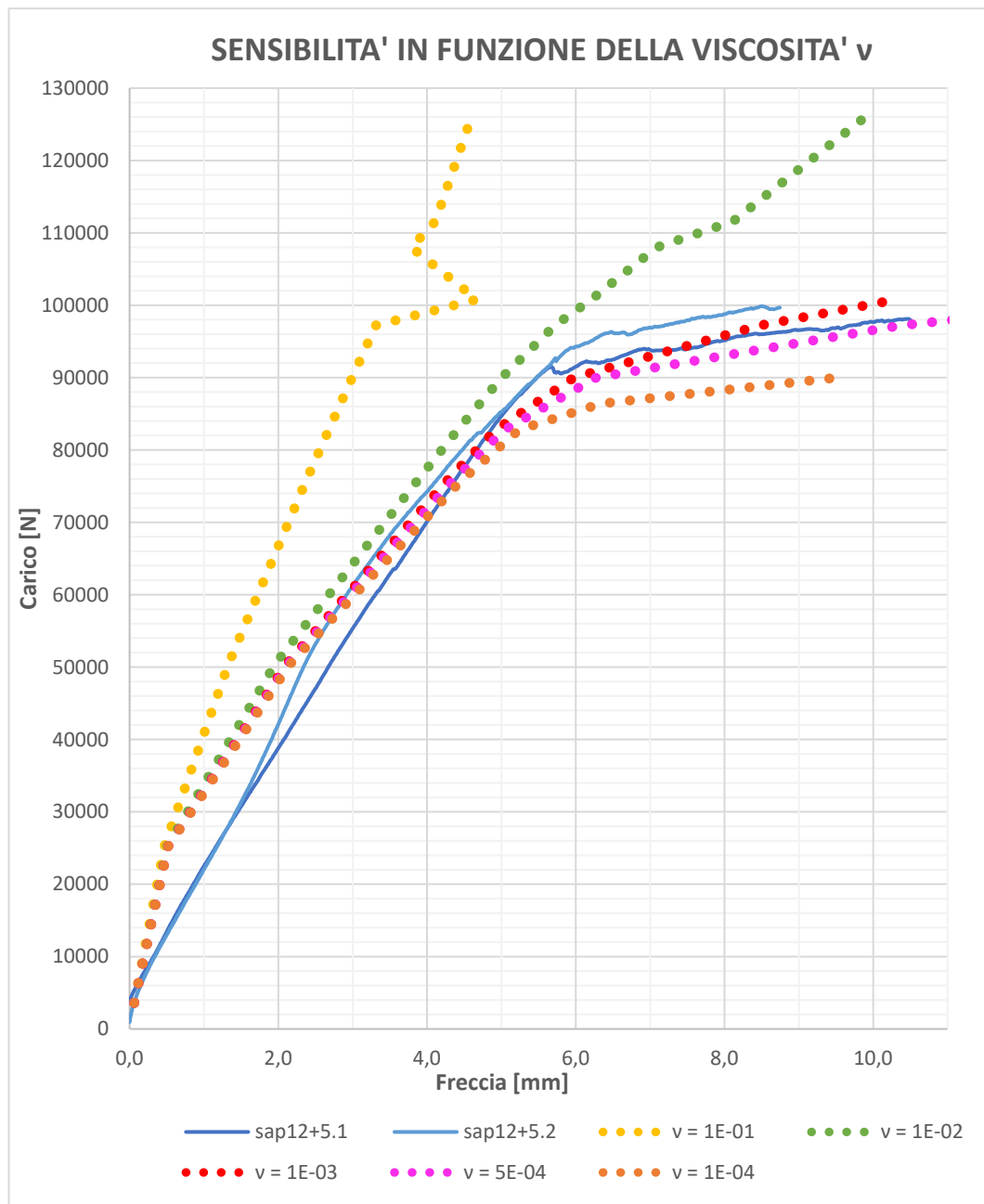


Grafico 4 - Sensibilità in funzione della viscosità del travetto SAP12+5

Come si può notare dal Grafico 4, il modello è estremamente sensibile alla viscosità.

Nello specifico si è notato che:

- Il tratto elastico-lineare, corrispondente allo Stadio I del c.a., non è influenzato significativamente.
- Il tratto di tension-stiffening, corrispondente allo Stadio II, è leggermente influenzato da questo parametro. L'errore percentuale tra una curva e l'altra rimane comunque contenuto entro il 10%.
- L'ultimo tratto, corrispondente allo stadio III, è sensibilmente influenzato.
- Valori di viscosità alti, non colgono accuratamente il comportamento post-elastico.
- Valori di viscosità troppo bassi, colgono bene il comportamento in prossimità del “gomito” della curva, tra Stadio II e Stadio III, ma sottostimano la rigidezza flessionale post-elastica.

Dati i risultati dell'analisi, si è scelto di adottare un valore di viscosità pari a 0,001, corrispondente alla curva rossa del Grafico 4.

### 5.3 PARAMETRI DEL CALCESTRUZZO DELLA SOLETTA

Alla luce dei risultati ottenuti per il calcestruzzo del travetto, le analisi di sensibilità per i parametri del calcestruzzo della soletta hanno riguardato solo il parametro che più influenza i risultati dell'analisi, cioè la viscosità.

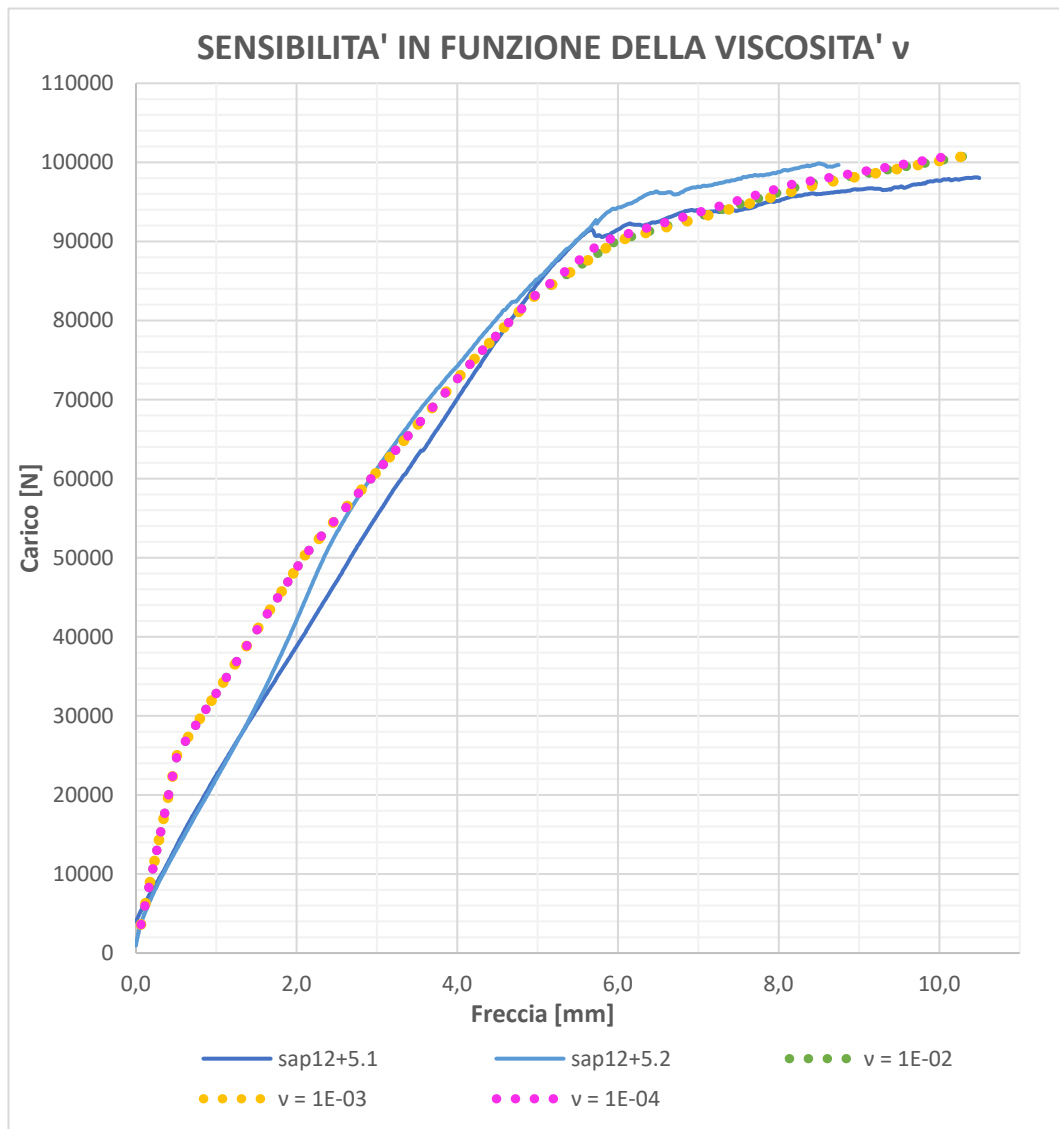


Grafico 5 - Sensibilità in funzione della viscosità della soletta collaborante

Come si evince dal Grafico 5, la viscosità della soletta ha un'influenza non rilevante sui risultati del calcolo.

Alla luce di questi risultati è però opportuno fare una considerazione.

Tutti i parametri di “danno”, inseriti per la caratterizzazione del comportamento post-elastico della soletta e contenuti nel CDP model, fanno riferimento alle due modalità di crisi del calcestruzzo per trazione e compressione. Essendo il collasso dovuto al raggiungimento delle resistenze ultime dei materiali del travetto e non nella soletta, come evidenziato dalla campagna sperimentale, l’influenza dei parametri post-elastici della soletta potrebbe quindi risultare marginale.

Tale considerazione è da intendersi come un’ipotesi avanzata a supporto dei risultati ottenuti. Pertanto, ulteriori studi, che non rientrano nello scopo di questo elaborato, dovranno essere condotti per comprendere meglio il significato fisico di questo parametro.

## 5.4 MODELLAZIONE DELL'APPOGGIO

Come descritto nel §4.2.4, il primo tratto, in prossimità dell'appoggio, è stato modellato come un corpo rigido, permettendo di ridurre l'onere computazionale.

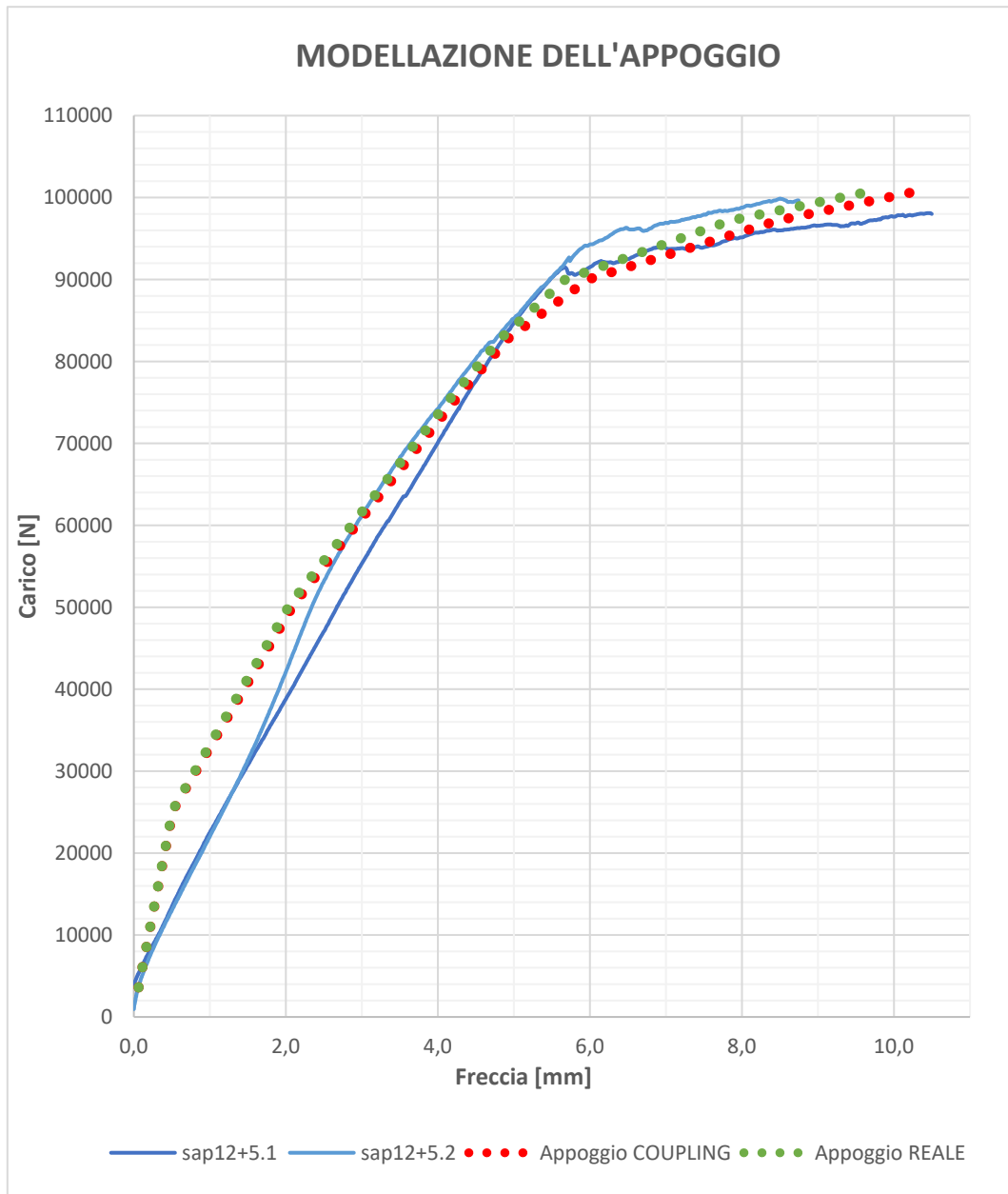


Grafico 6 - Sensibilità in funzione della modellazione dell'appoggio SAP12+5

Come si può notare dal Grafico 6, il modello fornisce una risposta pressoché identica nelle due configurazioni, rendendo, di fatto, lecita la semplificazione operata.



## 5.5 SOLAIO NON CONSOLIDATO

Le analisi che sono state riportate nei precedenti paragrafi sono state effettuate anche per il modello rappresentativo del solaio non consolidato "SAP12". Sebbene non siano necessarie per lo scopo di questo elaborato, sono state molto utili, in prima battuta, per comprendere il ruolo e l'influenza dei vari parametri nella modellazione.

Si riportano di seguito i grafici carico-freccia comparativi, relativi alle varie configurazioni dei vari parametri.

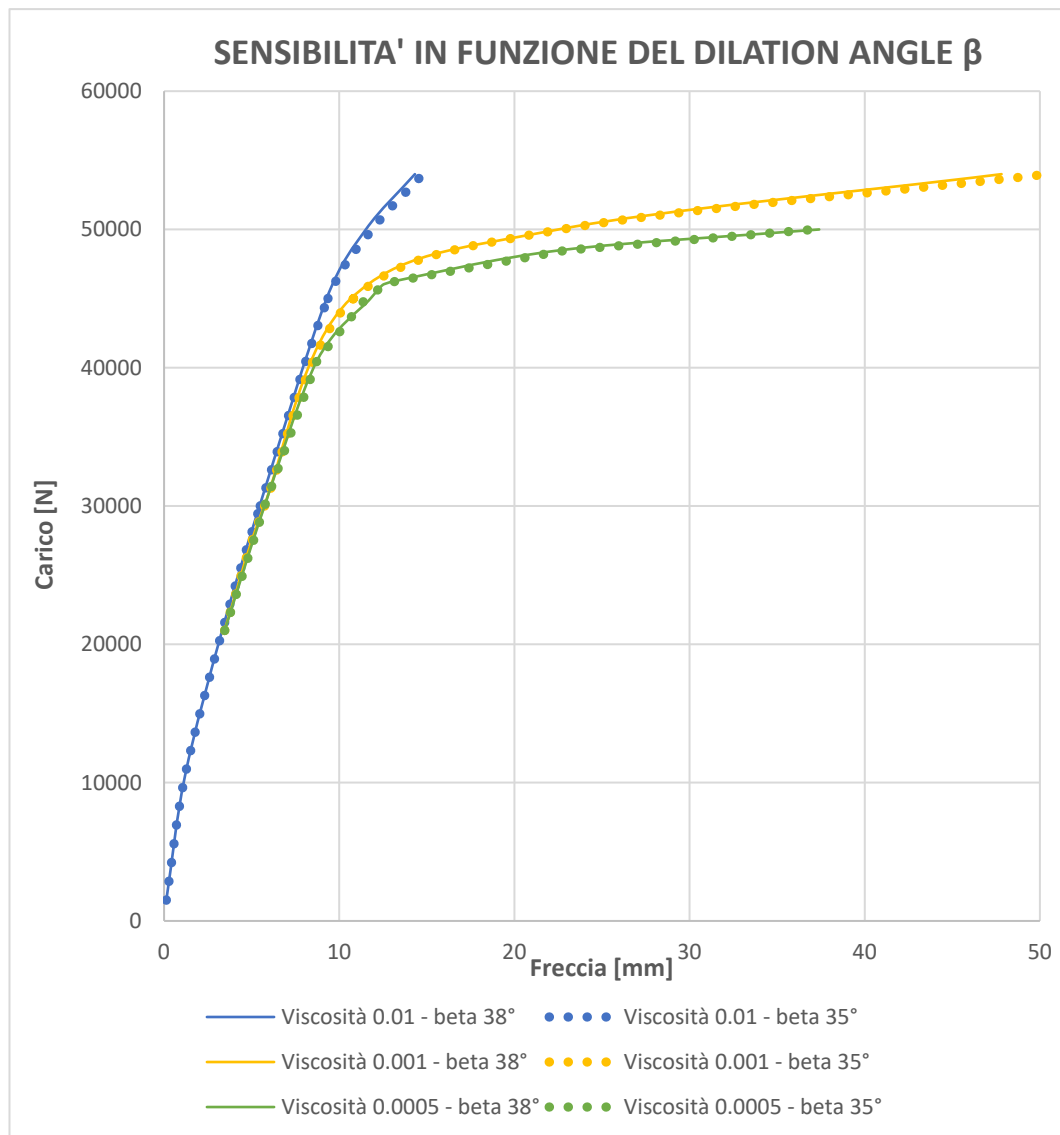


Grafico 7 - Sensibilità in funzione del dilation angle SAP12

## SENSIBILITÀ IN FUNZIONE DELLA GEOMETRIA (viscosità = cost = 0,0001)

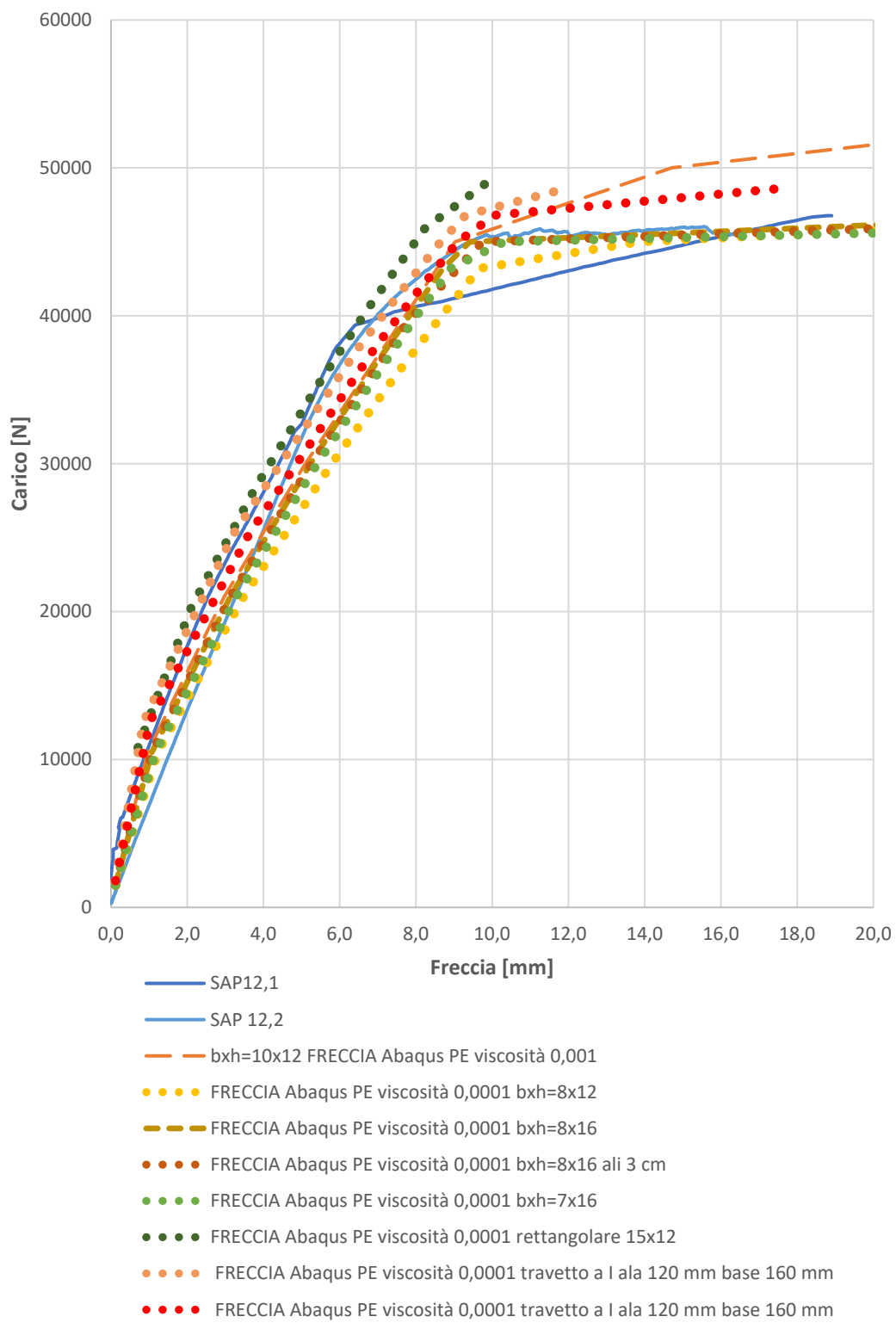


Grafico 8 - Sensibilità in funzione della geometria del travetto SAP12

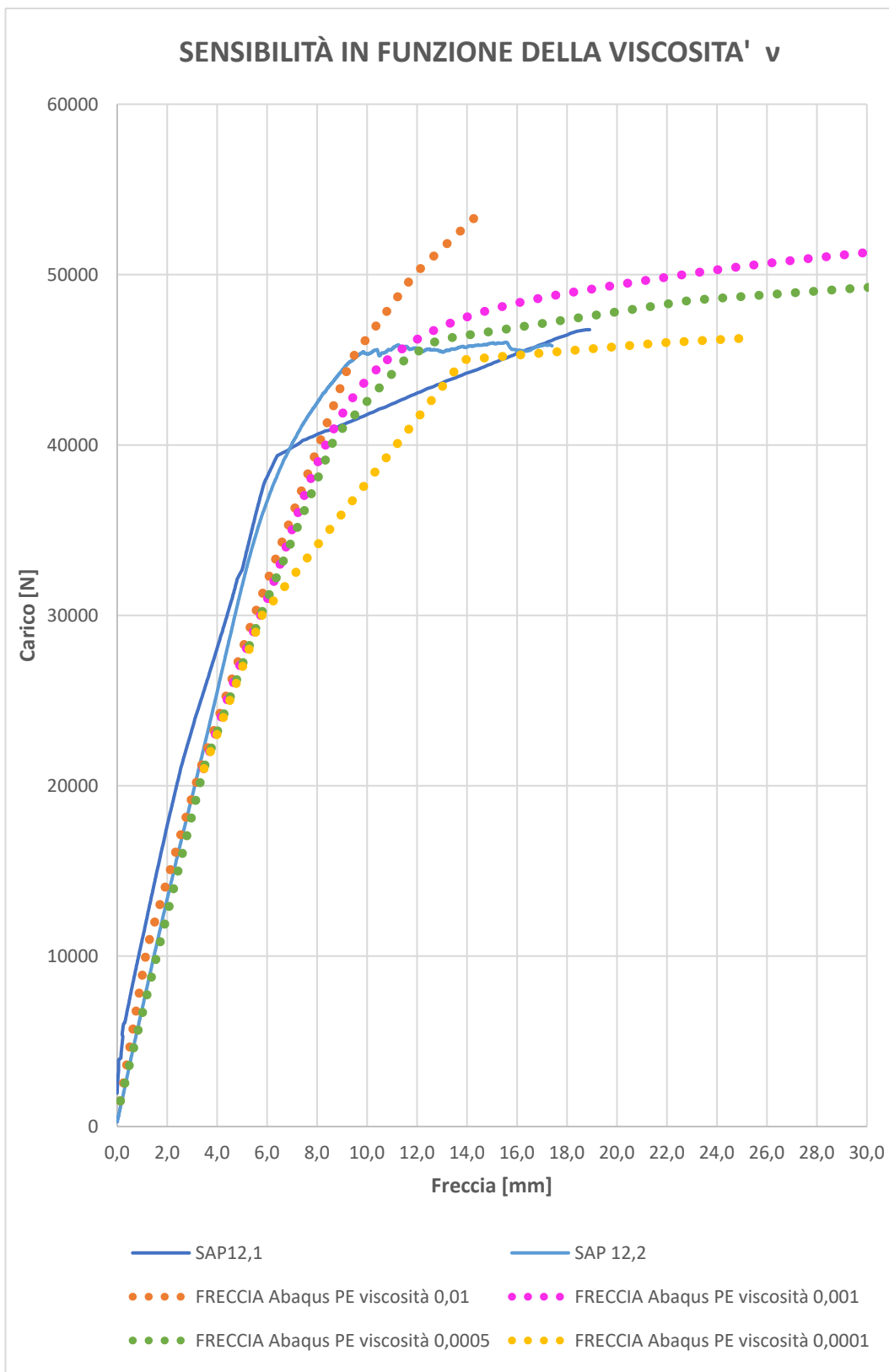


Grafico 9 - Sensibilità in funzione della viscosità SAP12

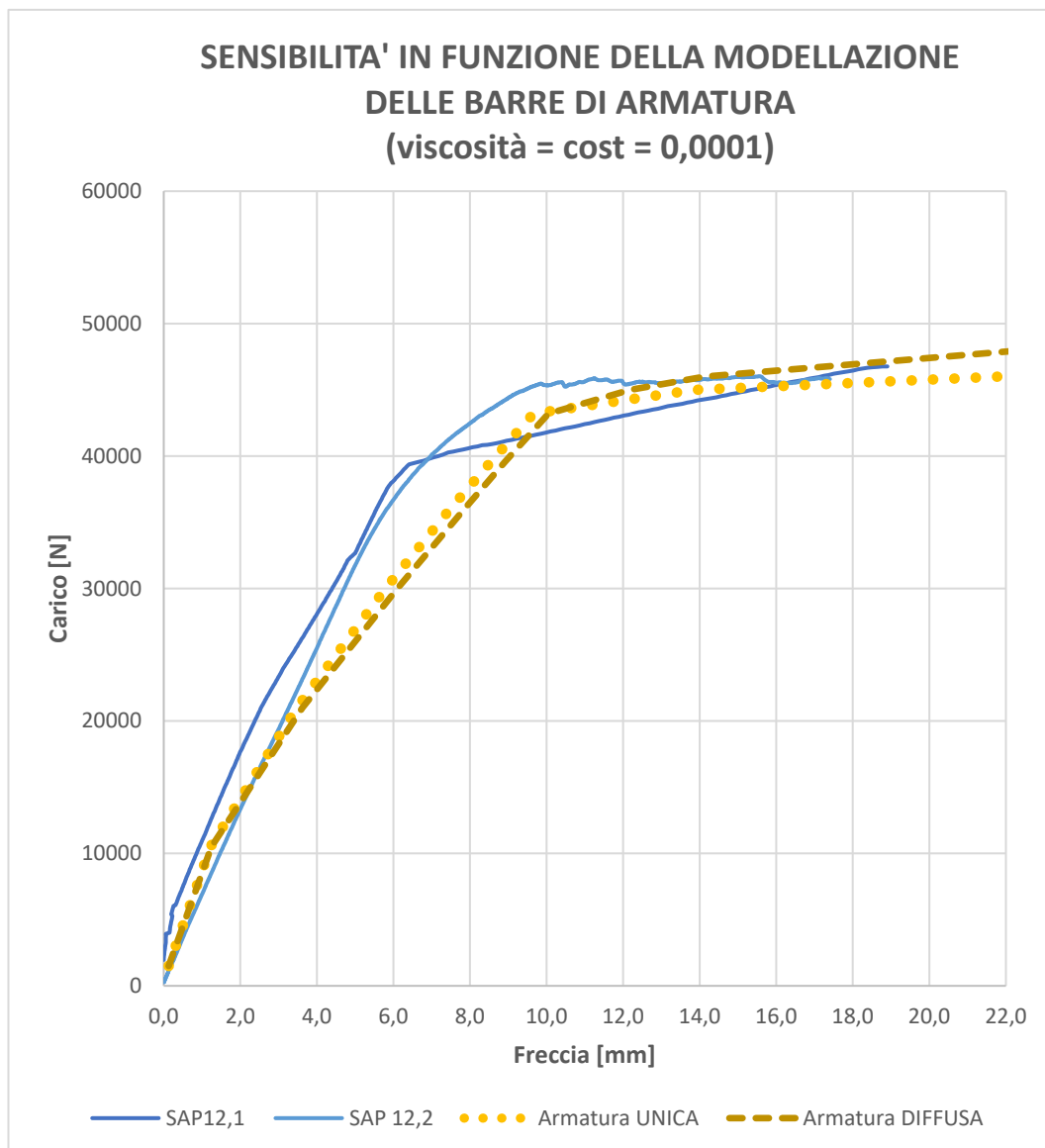


Grafico 10 - Sensibilità in funzione della modellazione delle barre di armatura SAP12

Esattamente come per il modello rappresentativo il solaio consolidato, anche per quello del solaio non consolidato, dai risultati ottenuti, si evince che:

- Il parametro  $\beta$  non influenza significativamente i risultati;
- La viscosità  $\nu$  influenza notevolmente la risposta post elastica;
- La modellazione di una barra d'armatura di area equivalente, piuttosto che la modellazione di più barre, di fatto non influenza significativamente i risultati dell'analisi.

# 6

## RISULTATI NUMERICI E VALIDAZIONE

In questo capitolo verranno riassunti i risultati ottenuti tramite la modellazione numerica, sulla base delle ipotesi raccolte nelle precedenti pagine. Questi saranno confrontati con i dati della campagna sperimentale e con alcuni calcoli a mano, svolti per dare un supporto teorico e una validazione alla modellazione.

Oltre alle analisi basate sul confronto della freccia in mezzeria, verranno riportati i risultati riguardanti gli sforzi tangenziali all'interfaccia tra travetto e nuova soletta.

### 6.1 FRECCIA IN MEZZERIA

Lo spostamento verticale della sezione di mezzeria è stato il dato che ha più dettato la via per la modellazione. Tuttavia, per fornire una validazione ai risultati della modellazione numerica, oltre al confronto con la curva sperimentale, è sembrato opportuno svolgere un calcolo sezionale a mano che desse un riscontro convincente.

Per fare ciò si è utilizzata l'equazione della linea elastica, calcolata con riferimento allo schema statico utilizzato nella modellazione.

$$y''(x) = \chi(x) = -\frac{M(x)}{EJ}$$

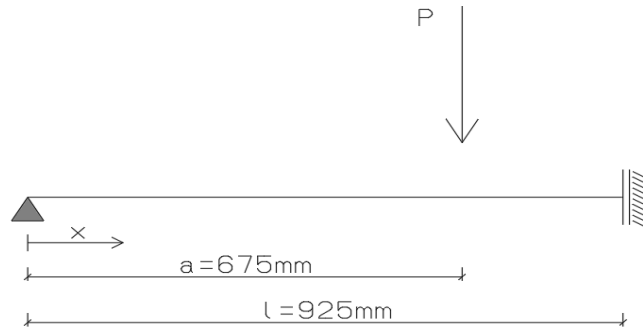


Figura 32 - Schema statico per calcolo equazione linea elastica

Data la condizione di carico, ovvero un carico puntuale, l'equazione del momento  $M(x)$  si presenta come un'equazione definita a tratti.

$$M(x) = \begin{cases} P * x & \text{per } x < a \\ P * a & \text{per } x \geq a \end{cases}$$

L'equazione della linea elastica si può dunque riscrivere, per i due tratti come:

$$y''(x) = \chi(x) = -\frac{P * x}{EJ} \quad \text{per } x < a$$

$$y''(x) = \chi(x) = -\frac{P * a}{EJ} \quad \text{per } x \geq a$$

Integrando rispetto a  $x$  si ottiene:

$$y'(x) = -\frac{1}{EJ} \left( \frac{P * x^2}{2} \right) + C \quad \text{per } x < a$$

$$y'(x) = -\frac{1}{EJ} (P * a * x) + C \quad \text{per } x \geq a$$

Integrando nuovamente si ottiene:

$$y(x) = -\frac{1}{EJ} \left( \frac{P * x^3}{6} \right) + Cx + D \quad \text{per } x < a$$

$$y(x) = -\frac{1}{EJ} \left( \frac{P * a * x^2}{2} \right) + Cx + D \quad \text{per } x \geq a$$

Imponendo le condizioni al contorno sullo spostamento e sulla rotazione, si ottiene:

- per  $x < a$

$$y(0) = 0 \rightarrow D = 0$$

$$y'(l) = 0 \rightarrow C = \frac{1}{EJ} \left( \frac{P * l^2}{2} \right)$$

- per  $x \geq a$

$$y(0) = 0 \rightarrow D = 0$$

$$y'(l) = 0 \rightarrow C = \frac{1}{EJ} (P * a * l)$$

Lo spostamento in ogni sezione può essere quindi descritto dalla seguente equazione.

$$y(x) = \begin{cases} \frac{1}{EJ} \left( l^2 - \frac{x^2}{3} \right) \frac{Px}{2} & \text{per } x < a \\ \frac{1}{EJ} \left( l - \frac{x}{2} \right) Pax & \text{per } x \geq a \end{cases}$$

Dove:

E è il modulo elastico del calcestruzzo del travetto

J è il momento di inerzia della sezione omogenizzata in Stadio I

Così facendo è stato possibile calcolare la freccia elastica in ogni sezione della trave e verificare che la modellazione in campo elastico-lineare fosse corretta.

Il passo successivo è stato quello di calcolare la deformazione in configurazione fessurata.

L'Eurocodice 2 propone la seguente formulazione per il calcolo di un qualsiasi parametro deformativo in campo post elastico, in questo caso della curvatura. [8]

$$\chi = \zeta \chi_{II} + (1 - \zeta) \chi_I$$

Dove:

$\chi$  è la curvatura della sezione;

$\chi_I = -M/(EJ_I)$	è la curvatura calcolata nella ipotesi di sezione non fessurata;
$\chi_{II} = -M/(EJ_{II})$	è la curvatura calcolata nella ipotesi di sezione completamente fessurata;
$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{CR}}{M} \right)^2$	è un coefficiente che tiene conto del tension-stiffening; vale zero per sezioni non fessurate.
$\beta=1$	per carichi di breve durata;
$M_{CR} = J_I \frac{f_{ctm}}{Y_g}$	è il momento di prima fessurazione;
$J_I$	è il momento di inerzia della sezione non fessurata;
$J_{II}$	è il momento di inerzia della sezione completamente fessurata;
$Y_g$	è la posizione della fibra baricentrica.

Questa formulazione fornisce, tramite il coefficiente  $\zeta$  che misura il tasso di sfruttamento della sezione, il valore della curvatura in una data sezione e per un dato carico. I risultati che si ottengono risultano appropriati fintantoché non si oltrepassa il limite dello Stadio II delle sezioni in c.a., rappresentato dal limite di snervamento dell'acciaio  $f_y$ . Inoltre, questa formulazione, se non integrata su tutta la lunghezza del travetto, restituisce un valore di curvatura in un punto, sotto l'ipotesi che tutte le sezioni siano soggette allo stesso stato tensionale, affermazione non vera.

Volendo quindi sapere quali sezioni del travetto siano fessurate e quali no, è risultato necessario calcolare sezione per sezione, il momento agente e confrontarlo con il momento di prima fessurazione  $M_{CR}$ . Dopodiché è stata calcolata la curvatura in ogni



sezione e i risultati sono stati integrati sulla lunghezza del travetto. Per fare ciò si è utilizzato il Principio dei Lavori Virtuali.

$$L_E = 1 * \delta + 1 * \delta = \int_0^l (\chi_{REALE} * M_{VIRTUALE}) dx = L_I$$

Dove

$\chi_{REALE}$  è la curvatura reale della sezione calcolata secondo la formulazione dell'Eurocodice 2 di cui sopra;

$M_{VIRTUALE}$  è il momento virtuale calcolato applicando carichi unitari;

$dx$  è il passo tra due sezioni successive.

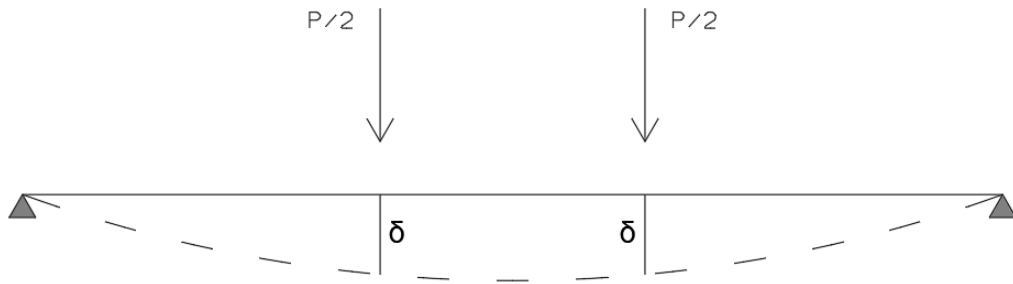


Figura 33 - Schema statico PLV

Volendo poi provare a rappresentare anche il tratto post-snervamento dell'acciaio, ovvero lo Stadio III della sezione in c.a., si è operata una ulteriore modifica alla formulazione di cui sopra.

Considerando il contributo dovuto all'incrudimento delle barre di armatura dell'acciaio, si sono calcolati il momento di snervamento, il momento ultimo e i rispettivi valori di curvatura; noti questi quattro valori è stato possibile calcolare l'equazione della retta rappresentante il legame tra momento agente e curvatura per una sezione in Stadio III.

Confrontando poi, sezione per sezione, il momento agente sia con il momento di prima fessurazione sia con il momento di snervamento, è stato possibile fornire un'approssimazione dello stato fessurativo di ogni sezione e quindi del comportamento complessivo del travetto su tutta la sua lunghezza.

Nel Grafico 11 sono mostrate le curve rappresentative i risultati della campagna sperimentale, della modellazione numerica e dei conti a mano, di cui sopra.

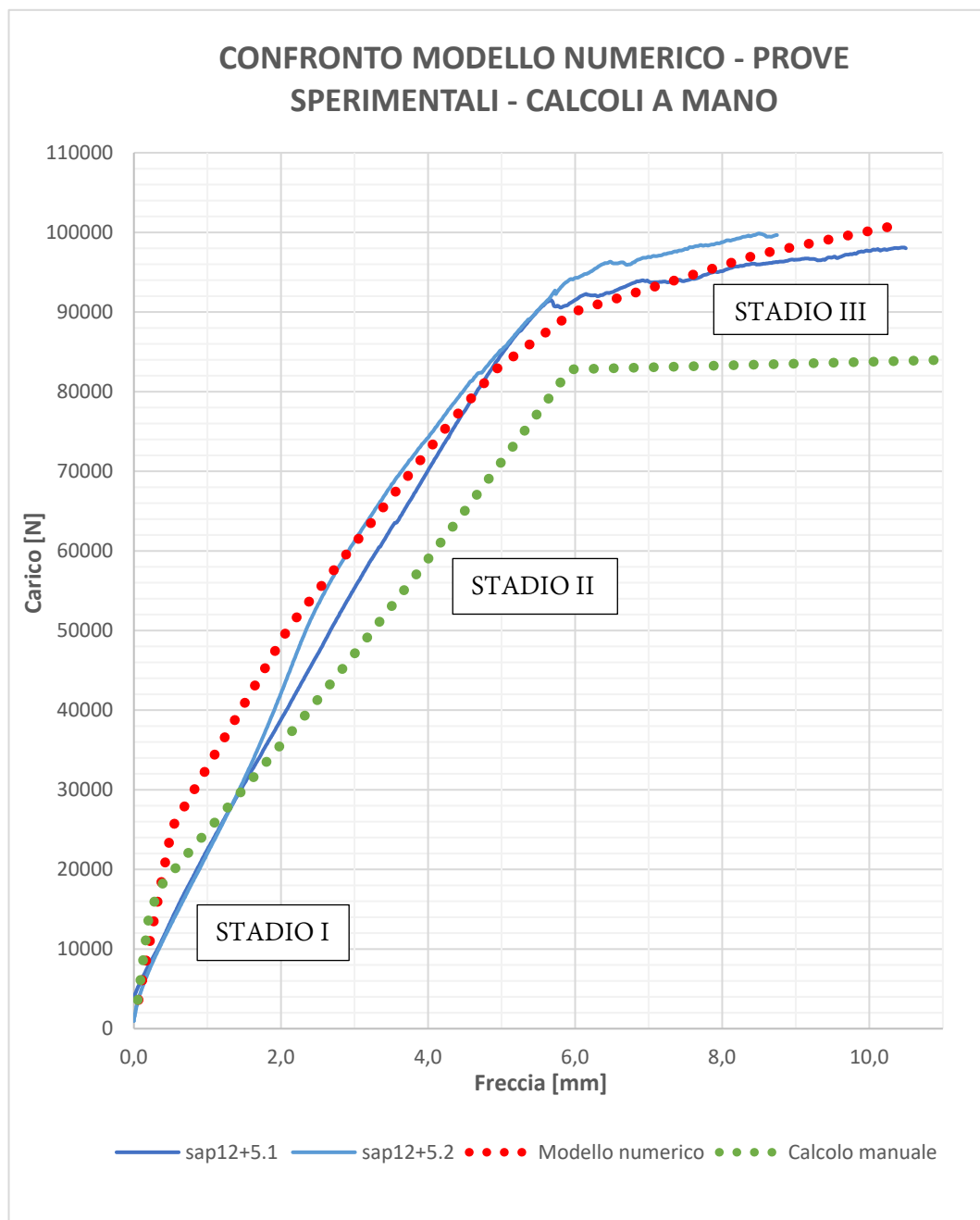


Grafico 11 - Confronto curve carico-freccia

Con riferimento alla curva del modello numerico si può notare che:

- il primo tratto in Stadio I che si discostava dalla curva sperimentale, trova conferma rispetto ai conti a mano; questo risulta essere molto positivo in quanto è segno della correttezza della costruzione del modello;
- la pendenza della curva in Stadio II, risulta essere, con buona approssimazione, comparabile con quelle del calcolo manuale e della sperimentazione;
- l'ultimo tratto, corrispondente allo Stadio III, rispecchia bene il comportamento sperimentale. L'errore rispetto al calcolo manuale risulta essere accettabile date le semplificazioni adottate e la difficoltà nel descrivere il comportamento post-elastico della sezione in calcestruzzo armato.

## **6.2 SFORZI TANGENZIALI ALL'INTERFACCIA**

Per verificare che l'ipotesi di aderenza perfetta, avanzata a seguito dalla campagna sperimentale, sia ingegneristicamente accettabile, si sono studiati gli sforzi tangenziali all'interfaccia tra travetto e soletta.

Il valore dichiarato dall'azienda produttrice dell'adesivo strutturale, in termini di resistenza a taglio è pari a 0,8 MPa. [20] Oltre questo valore, dovrebbe iniziare a verificarsi il fenomeno della delaminazione.

Per i vari step di carico analizzati, si riportano di seguito le mappe cromatiche degli sforzi tangenziali, denominati S23, rappresentanti lo sforzo in direzione z, sulla faccia con normale lungo y, degli elementi. Verranno riportate le suddette mappe, prima con riferimento all'intero travetto, poi con riferimento all'interfaccia.

### 6.2.1 LOAD 7 – 25200 N

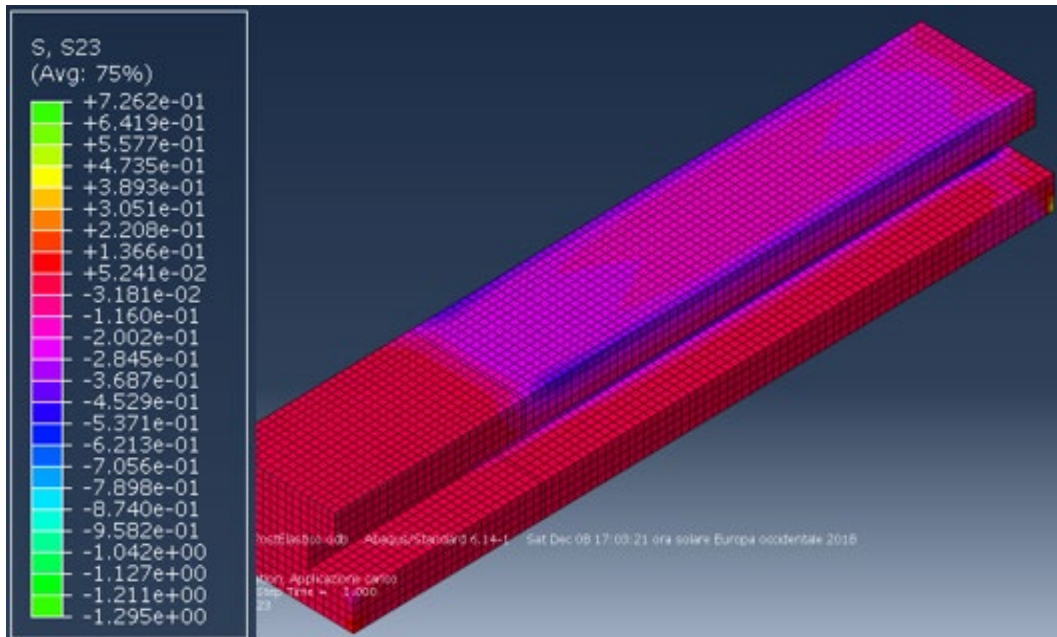


Figura 34 - Sforzi tangenziali Load 7 TRAVETTO

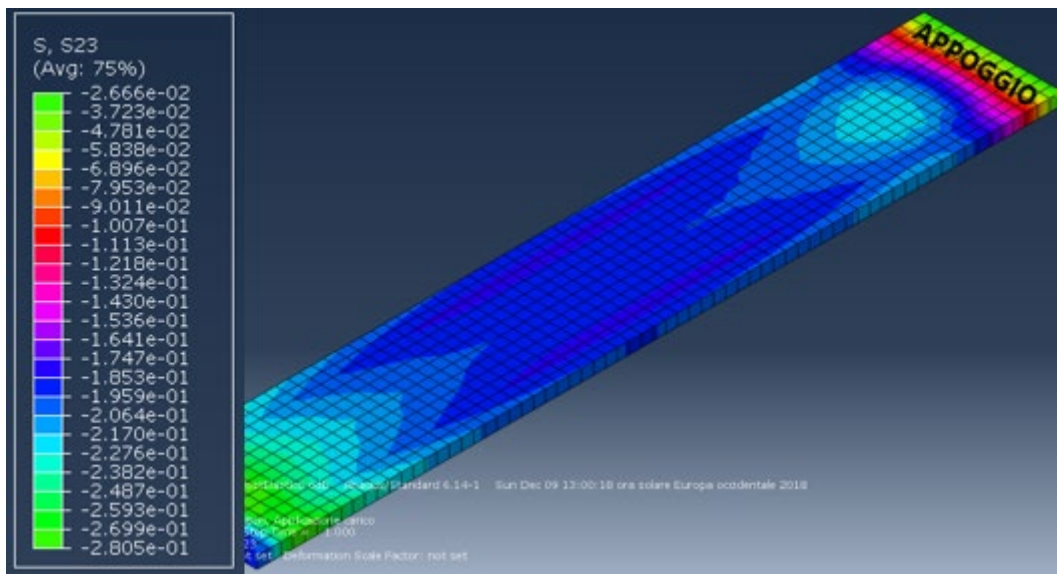


Figura 35 - Sforzi tangenziali Load 7 INTERFACCIA

Lo sforzo medio tangenziale nelle sezioni prossime all'appoggio risulta circa pari a 0,2 MPa.

## 6.2.2 LOAD 14 – 50400 N

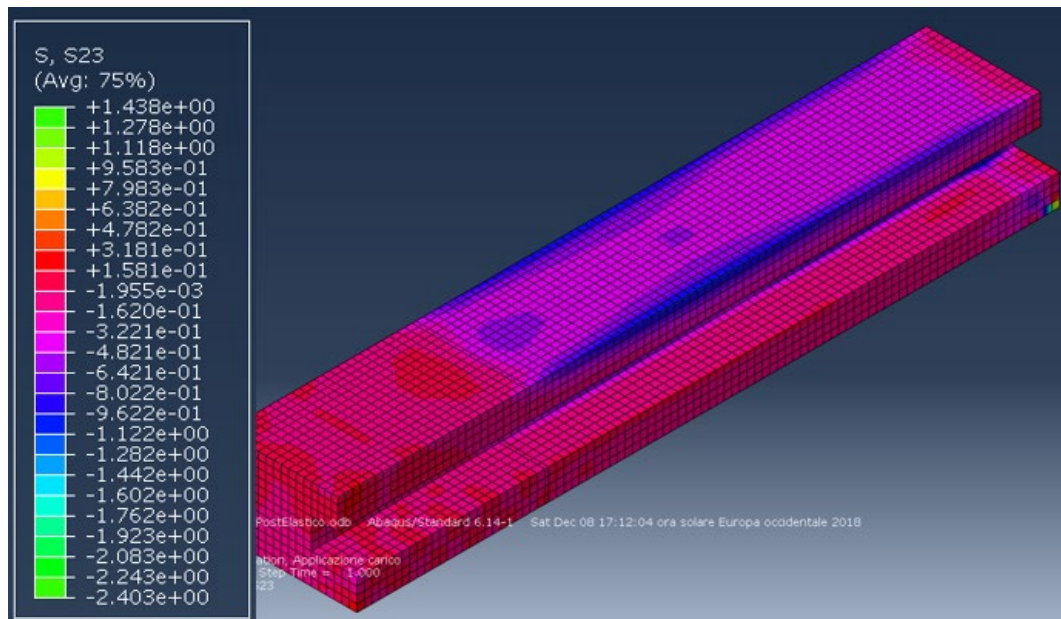


Figura 36 - Sforzi tangenziali Load 14 TRAVETTO

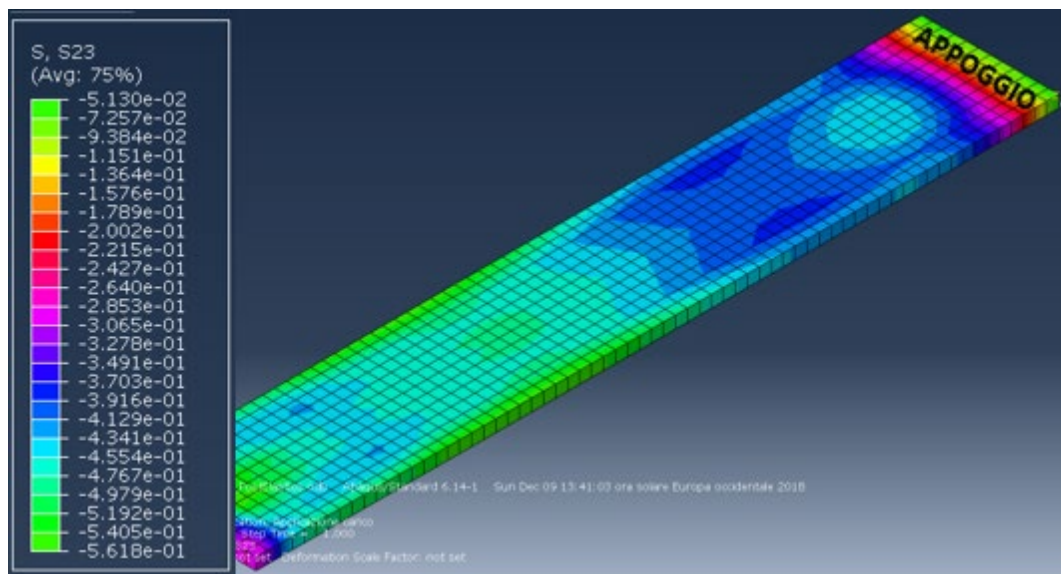


Figura 37 - Sforzi tangenziali Load 14 INTERFACCIA

Lo sforzo medio tangenziale nelle sezioni prossime all'appoggio risulta circa pari a 0,4 MPa.

### 6.2.3 LOAD 21 – 75600 N

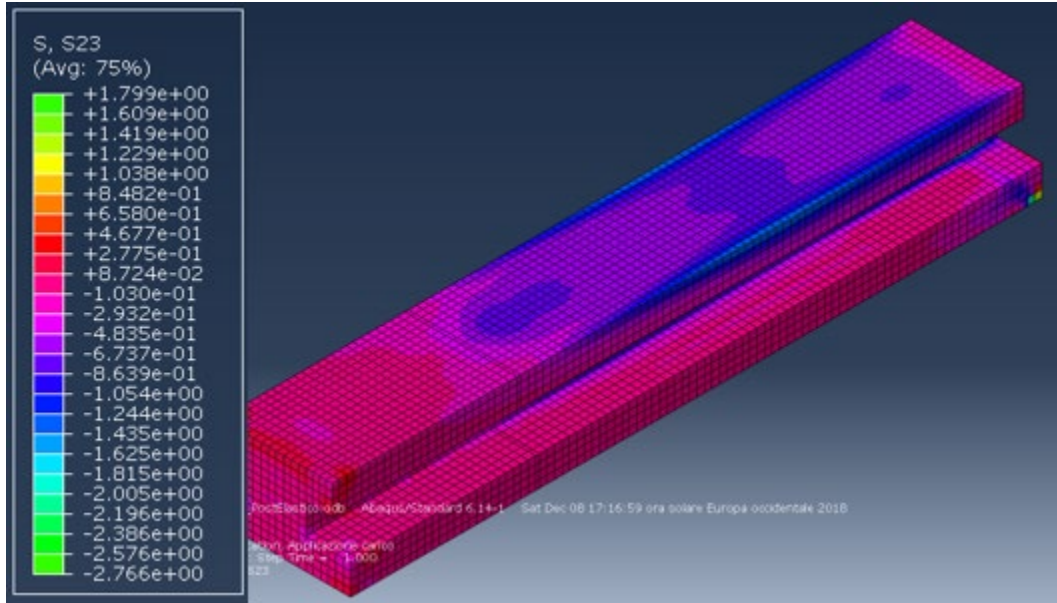


Figura 38 - Sforzi tangenziali Load 21 TRAVETTO

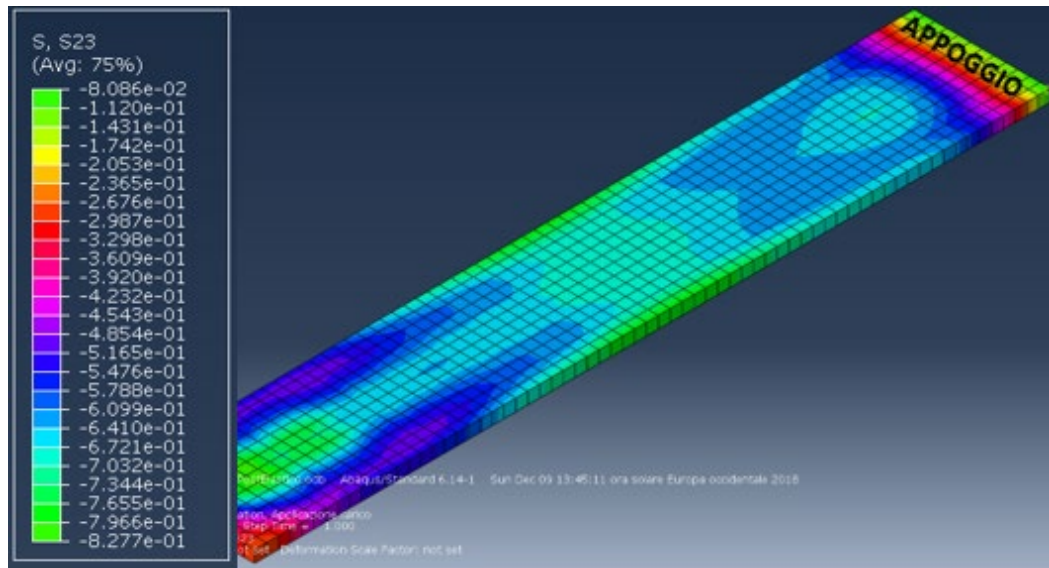


Figura 39 - Sforzi tangenziali Load 21 INTERFACCIA

Lo sforzo medio tangenziale nelle sezioni prossime all'appoggio risulta circa pari a 0,6 MPa.

## 6.2.4 LOAD 23 – 82800 N

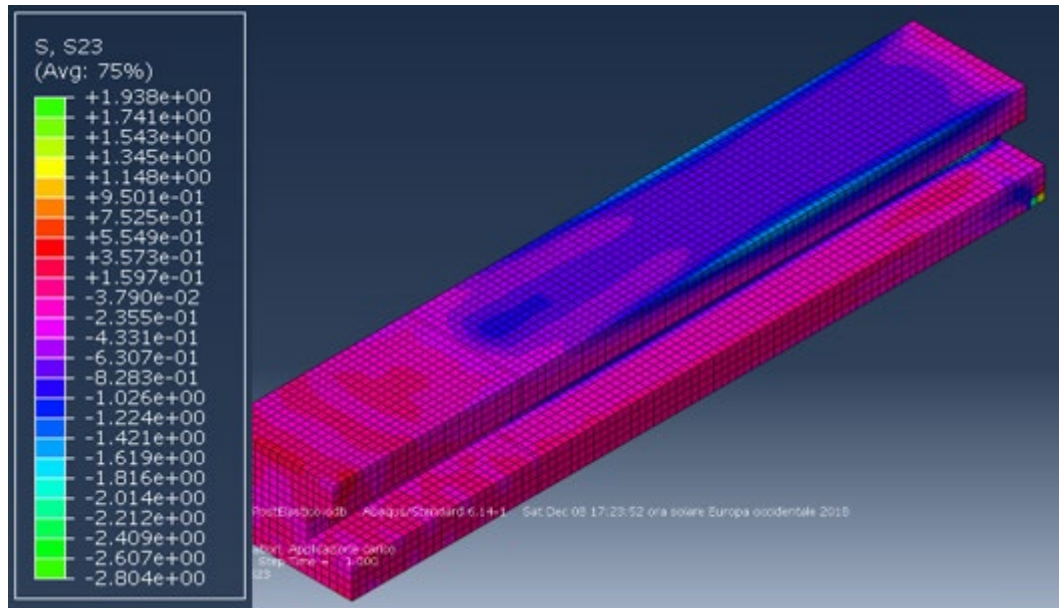


Figura 40 - Sforzi tangenziali Load 23 TRAVETTO

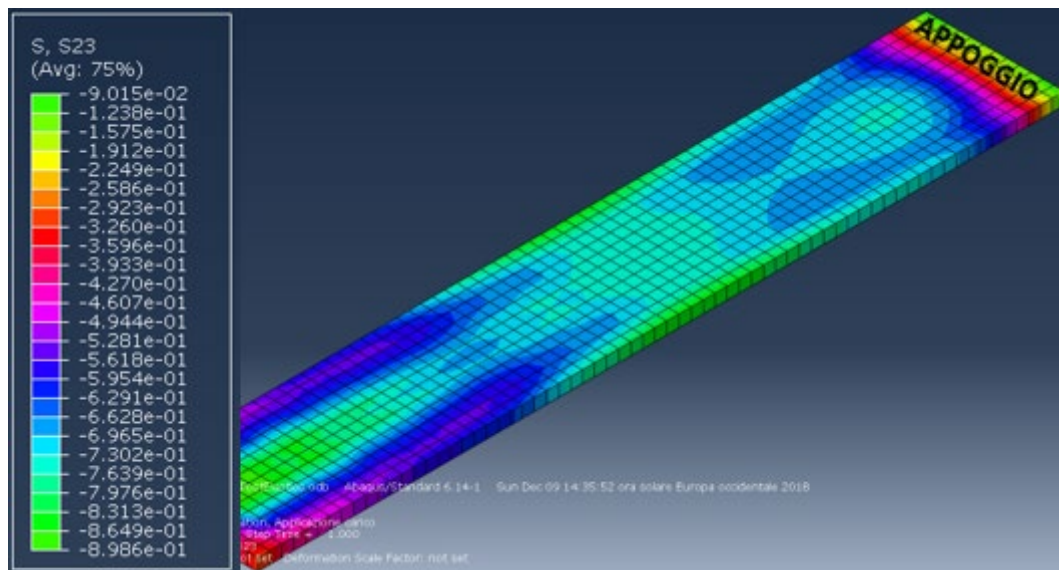


Figura 41 - Sforzi tangenziali Load 23 INTERFACCIA

Lo sforzo medio tangenziale nelle sezioni prossime all'appoggio risulta circa pari a 0,7 MPa.

## 6.2.5 LOAD 25 – 90000 N

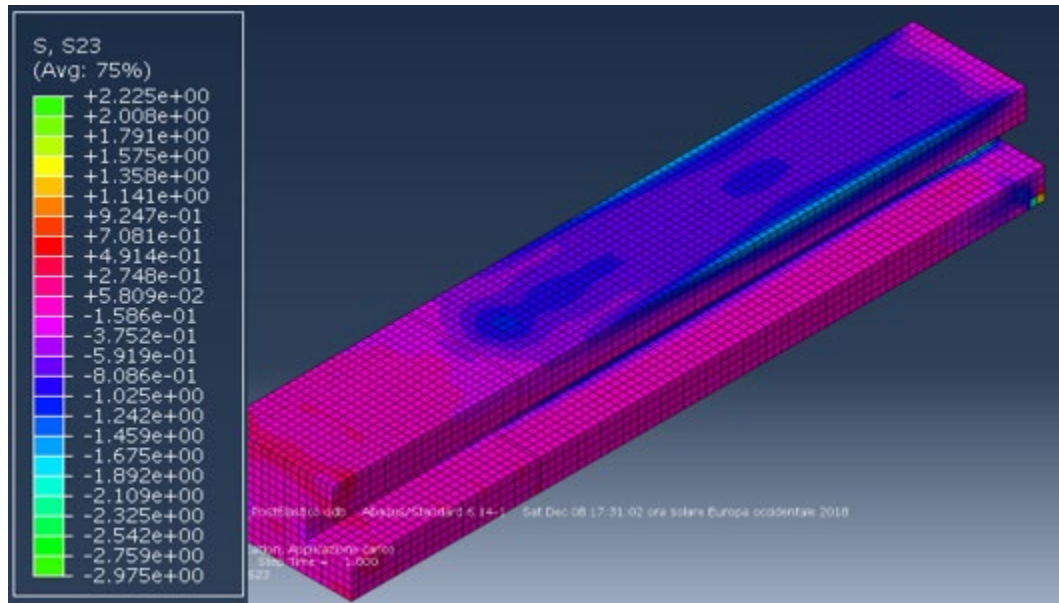


Figura 42 - Sforzi tangenziali Load 25 TRAVETTO

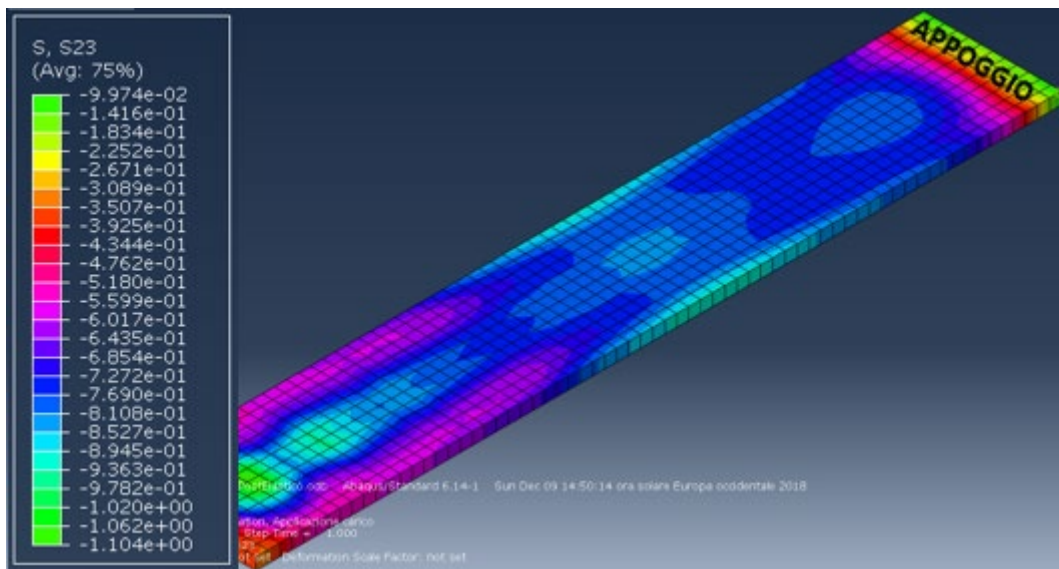


Figura 43 - Sforzi tangenziali Load 25 INTERFACCIA

Lo sforzo medio tangenziale nelle sezioni prossime all'appoggio risulta circa pari a 0,8 MPa.



## 6.2.6 LOAD 27 – 97200 N

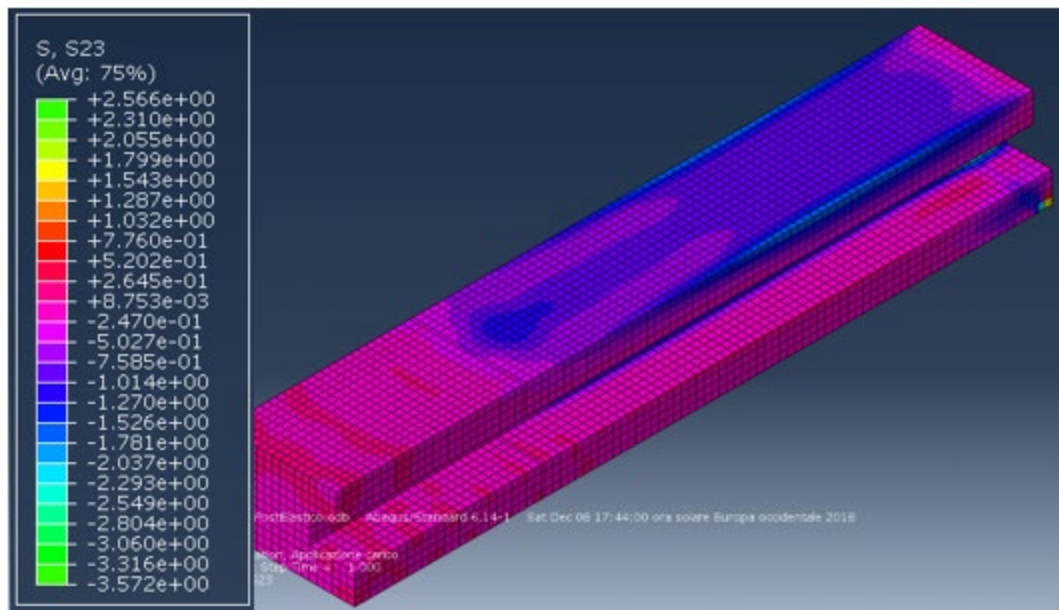


Figura 44 - Sforzi tangenziali Load 27 TRAVETTO

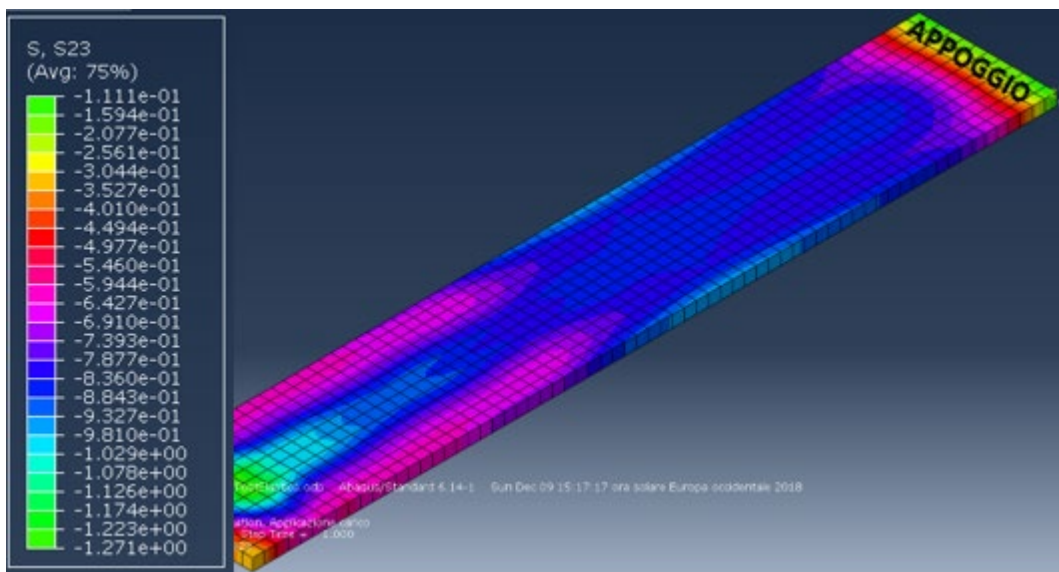


Figura 45 - Sforzi tangenziali Load 27 INTERFACCIA

Lo sforzo medio tangenziale nelle sezioni prossime all'appoggio risulta circa pari a 0,85 MPa.

## 6.2.7 LOAD 28 – 100800 N

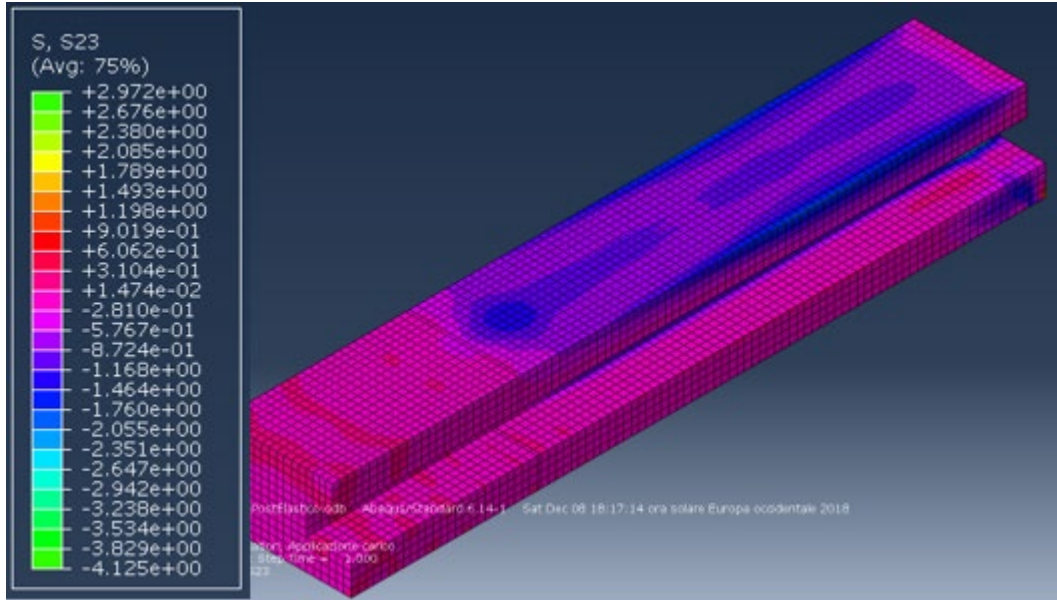


Figura 46 - Sforzi tangenziali Load 28 TRAVETTO

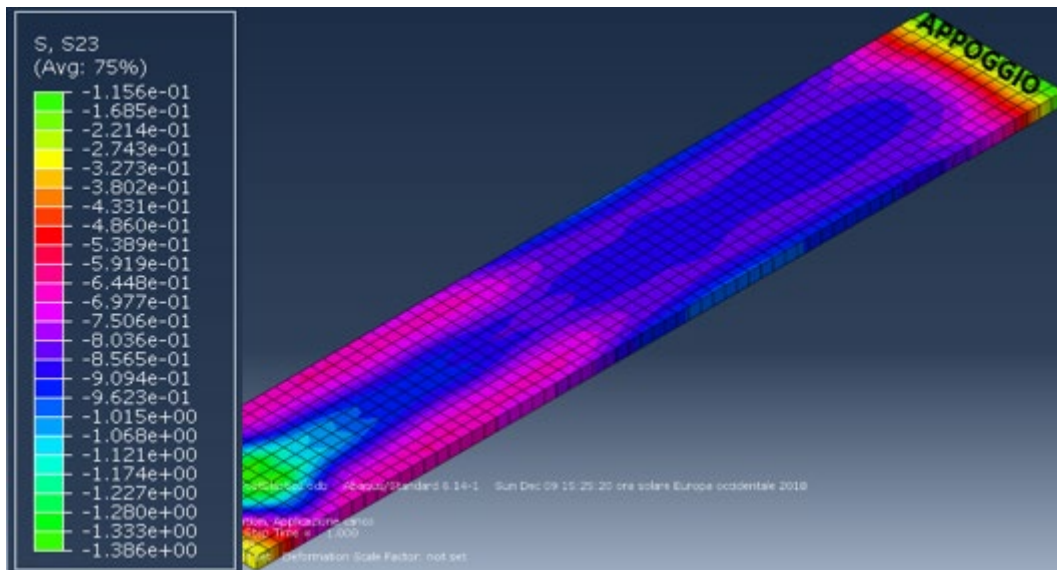


Figura 47 - Sforzi tangenziali Load 28 INTERFACCIA

Lo sforzo medio tangenziale nelle sezioni prossime all'appoggio risulta circa pari a 0,9 MPa.

## 6.2.8 Confronto con dati sperimentali

Secondo quanto nei precedenti paragrafi, oltre un carico di 90 kN applicato al travetto, lo sforzo tangenziale medio, nelle sezioni prossime all'appoggio, supera il valore limite di resistenza dell'adesivo strutturale.

Avendo modellato la connessione sotto l'ipotesi di aderenza perfetta, lo sforzo tangenziale risultante per carichi maggiori di 90 kN, continua ad aumentare fino a raggiungere un valore di circa 0,9 MPa, sotto il carico di rottura del provino di 100 kN. Questo non rappresenta la realtà mostrata dalla campagna sperimentale e quindi per verificare la correttezza della modellazione si è fatto riferimento al grafico carico-scorrimento all'interfaccia, estrapolato dalla prova sperimentale.

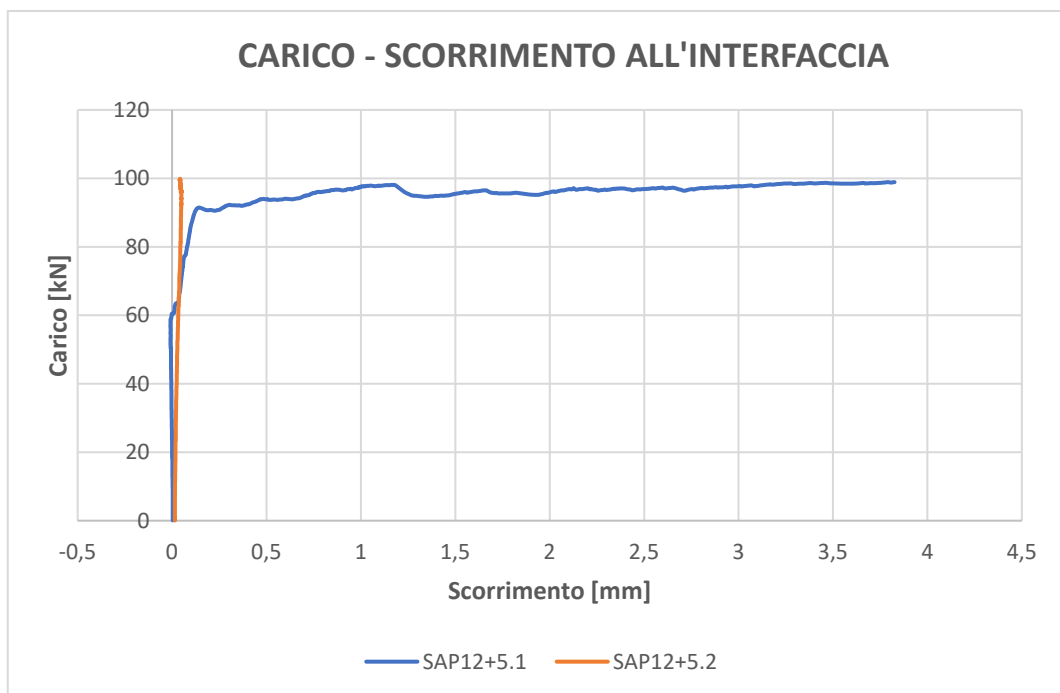


Grafico 12 - Scorrimento all'interfaccia

Dal Grafico 12 si può notare come, nel caso del solaio "SAP12+5.2", per valori prossimi a 90 kN, lo scorrimento all'interfaccia abbia un repentino aumento, sintomo dell'instaurarsi del fenomeno della delaminazione.

Essendo lo sforzo all'interfaccia, ricavato dalla modellazione numerica, circa pari a 0,8 MPa, sotto un carico di 90 kN, si può quindi affermare che:

- In corrispondenza di questo carico, ha inizio la delaminazione. Ciò è confermato sia dall'aumento improvviso dello scorrimento sia dal raggiungimento della resistenza ultima dell'adesivo;
- Il valore di resistenza ultima dell'adesivo, dichiarato dall'azienda produttrice, sembra dall'analisi numerica, rispecchiare l'evidenza delle prove sperimentali e della modellazione numerica stessa.

# 7

## CONCLUSIONI

L'obiettivo principale di questo elaborato è stato la costruzione di un modello numerico che rappresentasse al meglio possibile la campagna sperimentale condotta. Lo studio è stato condotto mediante l'utilizzo del software commerciale ad elementi finiti Abaqus. Nello specifico, si è cercato di verificare che l'ipotesi di aderenza perfetta, avanzata a seguito della campagna sperimentale, fosse coerente con la realtà fisica. Sulla base dei dati raccolti dalle prove di laboratorio, si è proceduto alla creazione e alla taratura del suddetto modello numerico. Sono stati creati due modelli, corrispondenti al solaio non consolidato e al solaio consolidato. Il primo è servito, oltre a ricavare i risultati relativi a questa configurazione, a comprendere l'influenza ed il significato fisico dei tanti parametri in gioco; il secondo ha fornito tutti i risultati che lo scopo di questo elaborato si era fissato.

Sono stati estrapolati diversi grafici relativi al legame tra carico e freccia, dai quali si è potuto osservare, a seconda dei parametri analizzati, come la risposta del modello cambi in funzione di essi. Studiando poi il legame carico-scorrimento ed i relativi sforzi tangenziali, è stato possibile fornire una conferma dei dati relativi all'adesivo strutturale, ricavati durante la campagna sperimentale.

Sulla base dei risultati ottenuti si può dunque concludere che la campagna numerica abbia fornito delle risposte importanti sulle ipotesi avanzate. Nello specifico, le analisi condotte

hanno confermato che, all'interno del meccanismo strutturale che si instaura tra travetto e soletta collaborante, l'adesivo non risulta esserne l'anello debole; esso rimane a garantire il funzionamento monolitico della sezione fintantoché le altre di modalità di collasso, flessione e/o taglio, non portano alla crisi strutturale.

Questo elaborato non ha approfondito la caratterizzazione dell'adesivo all'interno della modellazione. Il passo successivo, in questo senso, sarebbe quello di modellare l'adesivo come un materiale coesivo di spessore finito e studiarne lo stato di sforzo e le interazioni con i due tipi di calcestruzzo presenti. Ancora, nell'ottica di successivi approfondimenti, risulterebbe interessante modellare, a differenza di quanto fatto in questo elaborato, la pignatta di laterizio e la reale geometria del solaio. In questo modo sarebbe possibile analizzare il comportamento della resina a contatto con i suddetti materiali e verificarne la corrispondenza con le relative prove sperimentali già condotte. Infine, si potrebbe svolgere un'ulteriore analisi introducendo dei legami costitutivi elastico-danneggianti per studiare, attraverso i parametri di danno, le superfici di rottura e le modalità di crisi del sistema.

## 8 BIBLIOGRAFIA

- [1] *Norme Tecniche per le Costuzioni - NTC2018*, 2018.
- [2] L. Bertolini, *Materiali da costruzione-Volume II-Degrado, prevenzione, diagnosi, restauro*, 2006.
- [3] R. Cisternino, *Modelli numerici in dinamica esplicita per la simultazione di processi di delaminazione in modo misto I/II*, 2016.
- [4] Tessitori e Turla, *Indagine sperimentale sul comportamento di solai in calcestruzzo armato consolidati con cappa in calcestruzzo alleggerito*, 2016.
- [5] Laterlite S.p.A., *Indagine sperimentale sul consolidamento di solai a travetti armati tipo sap*, 2016.
- [6] Laterlite S.p.A., *LECA CLS 1400 - Scheda tecnica*, 2018.
- [7] Laterlite S.p.A., *Calcestruzzo leggero strutturale con argilla espansa LECA*, 2017.
- [8] *Eurocodice 2, Parte 1-1*, 2006.
- [9] fib, *Model Code 2010 - Bulletin 65*, 2012.
- [10] Laboratorio Geotecnico Emiliano s.r.l., *Determinazione del modulo di elasticità secante in compressione (UNI EN 12390-13:2013 - Metodo A)*, 2014.
- [11] J. Lee e G. L. Fenves, *Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures*, 1998.
- [12] Lubliner et Al., *A Plastic-Damage Model for Concrete*, 1989.
- [13] Hillerborg et Al., *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*, 1976.
- [14] Dassault Systèmes , *Abaqus Analysis User's Manual*, 2010.
- [15] M. P. Nielsen e L. C. Hoang, *Limit analysis and concrete plasticity*, 2016.
- [16] T. Jankowiak e T. Lodygowski, *Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model*, 2005.

- [17] F. Pouyaei, *Finite element modeling of a coupling beam retrofitted with HFRCC materials*, 2013.
- [18] B. Alfarah, F. López-Almansa e S. Oller, *New methodology for calculating damage variables evolution in plastic damage model for RC structures*, 2016.
- [19] L. Sgarito, *Analisi sperimentali degli effetti di temperature elevate sul comportamento strutturale dei rinforzi in FRP*, 2007.
- [20] Laterlite S.p.A., *Caratterizzazione del comportamento di resine epossidiche per il consolidamento di solai in latero-cemento*, L. Ferrara e P. Bamonte, A cura di, 2015.
- [21] L. Sanpaolesi e P. Formichi, *Calcestruzzo leggero strutturale di argilla espansa*, 2009.
- [22] C. Beltrami, A. Manoli e T. Sullivan, *Il comportamento sismico di strutture in calcestruzzo leggero*, 2013.