

POLITECNICO DI MILANO  
Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione  
Dipartimento di Energia  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Energetica



Relatore: Prof. Gianluca Montenegro

Sviluppo e applicazione di un solutore comprimibile per la simulazione 3D  
e 1D-3D di compressori centrifughi per la sovralimentazione dei motori a  
combustione interna

Tesi di laurea di:  
Sara Masseroni Matr. 842354

Anno accademico 2017/2018



# Ringraziamenti

Ringrazio, innanzitutto il Professor Montenegro per avermi dato la possibilità di realizzare un piccolo sogno.

Un sincero ringraziamento è rivolto anche alla mia famiglia, per avermi sostenuto nell'intero percorso di studio, credendo sempre in me e assecondando ogni mio interesse.

Un caloroso abbraccio anche alla piccola Gaia che, nonostante stress e imprevisti è riuscita a farmi sorridere ogni giorno.

Non posso non menzionare le persone meravigliose che ho conosciuto in questo cammino.

Un profondo ringraziamento a Erika e Alberto, per avermi fatto conoscere il significato della parola amicizia, ad Eleonora, Katia e Giada compagne di risate e paranoie.

Ringrazio il team Polimi Motorcycle Factory per la meravigliosa esperienza e per avermi reso Campione del mondo! In particolare, Hugo e Pietro per la disponibilità mostrata e la grande pazienza.

Infine, ma non per importanza, un grazie di cuore alla persona che mi ha supportato e sopportato più di tutti in questo percorso, Andrea.

“If my mind can conceive it, and my heart can believe it, then I can achieve it.”

Muhammad Ali

# Indice

<b>Sommario Esteso</b> .....	viii
<b>Introduzione</b> .....	viii
<b>Presentazione e discussione dei risultati</b> .....	xii
<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b> .....	xvi
<b>1.1 Il motore a combustione interna</b> .....	4
1.1.1 <b>Classificazione</b> .....	4
1.1.2 <b>Il motore a 4 tempi</b> .....	5
1.1.3 <b>Parametri prestazionali</b> .....	6
<b>1.2 La sovralimentazione</b> .....	8
1.2.1 <b>Tipologie di sovralimentazione</b> .....	9
1.2.2 <b>La struttura di una sovralimentazione a gas di scarico</b> .....	10
1.2.3 <b>Il progetto di un motore sovralimentato</b> .....	11
<b>1.3 Obiettivo della tesi</b> .....	12
1.3.1 <b>Caratteristiche generali del sistema sperimentale</b> .....	13
1.3.2 <b>Sistema di misura</b> .....	14
<b>2 Il compressore centrifugo</b> .....	15
<b>2.1 I componenti</b> .....	15
2.1.1 <b>L'ingresso</b> .....	16
2.1.2 <b>La girante</b> .....	16
2.1.3 <b>Il diffusore</b> .....	16
2.1.4 <b>La voluta</b> .....	17
<b>2.2 La termodinamica e la fluidodinamica di un compressore centrifugo</b> .....	18
2.2.1 <b>Il flusso nel rotore</b> .....	18
2.2.2 <b>Flusso nella voluta</b> .....	21
2.2.3 <b>Il diagramma h-s</b> .....	22
<b>2.3 Prestazioni del compressore</b> .....	24
2.3.1 <b>Mappa di funzionamento</b> .....	26
2.3.2 <b>Fenomeni di instabilità</b> .....	28
2.3.3 <b>Tecniche per aumentare la stabilità del compressore</b> .....	30
<b>3 La fluidodinamica computazionale</b> .....	31
3.1 <b>CFD</b> .....	31

<b>3.2</b>	<b>Equazioni di conservazione per fluidi comprimibili .....</b>	<b>32</b>
3.2.1	Conservazione della massa .....	32
3.2.2	Conservazione della quantità di moto .....	33
3.2.3	Conservazione dell'energia.....	33
<b>3.3</b>	<b>RANS.....</b>	<b>35</b>
<b>3.4</b>	<b>Menter k-<math>\omega</math> SST .....</b>	<b>38</b>
<b>3.5</b>	<b>Boundary layer .....</b>	<b>40</b>
<b>3.6</b>	<b>OpenFOAM .....</b>	<b>41</b>
3.6.1	Struttura dei Solver.....	42
3.6.2	Struttura delle cartelle .....	43
<b>4</b>	<b>La mesh e il modello fisico.....</b>	<b>44</b>
4.1	Caratteristiche del compressore IHI RHF3.....	44
4.2	Discretizzazione spaziale e qualità.....	45
4.3	Dal CAD alla mesh di volume .....	47
4.3.1	Preparazione e pulizia della geometria .....	47
4.3.2	Posizionamento reciproco dei componenti.....	47
4.3.3	Chiusura del dominio.....	48
4.3.4	Estrazione multipla del volume fluido.....	48
4.3.5	Creazione STL.....	49
4.3.6	Generazione della mesh di volume.....	49
4.4	Merge meshing .....	50
4.5	Caratteristiche della griglia.....	51
4.6	Modellazione delle interfacce .....	52
4.7	Il modello e le sue proprietà fisiche .....	55
<b>5</b>	<b>Setup.....</b>	<b>56</b>
5.1	Condizioni al contorno.....	56
5.2	Gli algoritmi SIMPLE, PIMPLE e PISO.....	57
5.2.1	SIMPLE .....	57
5.2.2	PISO.....	57
5.2.3	PIMPLE .....	58
5.3	Solutori di OpenFOAM.....	59
5.3.1	rhoSimpleFoam .....	59
5.3.2	Accoppiamento pressione velocità .....	62
5.3.3	MRFrhoSimpleFoam .....	64
5.3.4	Solutore rhoPimpleFoam.....	69
5.4	Schemi numerici in OpenFOAM .....	71
5.4.1	Schemi per la derivata temporale .....	72

5.4.2 Schema per il gradiente .....	72
5.4.3 Schema per la divergenza .....	73
5.4.4 Schema per il laplaciano .....	74
<b>6 Simulazioni 3D del compressore IHI RFH3 .....</b>	<b>77</b>
<b>6.2 Il setup della simulazione.....</b>	<b>77</b>
<b>6.3 Risultati .....</b>	<b>79</b>
<b>7 Coupling 1D-3D .....</b>	<b>87</b>
<b>7.1 Il modello 1D.....</b>	<b>87</b>
<b>7.2 Metodi numerici .....</b>	<b>90</b>
<b>7.3 Il problema di Riemann.....</b>	<b>91</b>
7.3.1 Descrizione fisica del tubo d'urto.....	91
7.3.2 Il solutore HLLC .....	93
<b>7.4 Coupling .....</b>	<b>95</b>
7.4.1 Setup .....	96
7.4.2 Simulazioni.....	97
<b>Conclusioni e sviluppi futuri .....</b>	<b>98</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>100</b>
<b>Appendice A.....</b>	<b>102</b>
<b>A.1 LibICE e i CoupledSolver.....</b>	<b>102</b>
<b>A.2 Implementazione del Solver MRFrhoPimpleFoam .....</b>	<b>102</b>
<b>Lista delle figure .....</b>	<b>107</b>
<b>Lista delle tabelle.....</b>	<b>109</b>
<b>Listati.....</b>	<b>110</b>

# Sommario Esteso

Il lavoro di tesi ha l'obiettivo di sviluppare un solutore comprimibile per le simulazioni CFD 3D e 1D-3D di un turbo compressore per motori a combustione interna. In questo paragrafo, saranno introdotte le tematiche affrontate nel caso studio, i contributi del progetto di ricerca ed in conclusione, i limiti e i risultati ottenuti.

## Introduzione

La turbo sovralimentazione è l'operazione mediante cui si incrementa la densità della carica fresca aspirata dal motore per ottenere una maggior potenza a parità di cilindrata. Nella sua configurazione ormai classica, un turbocompressore automobilistico è costituito da una turbina che azionata dai gas di scarico mette in rotazione un compressore generalmente centrifugo. Questa tecnica assume un ruolo chiave per i motori ad accensione comandata, incrementandone le prestazioni a fronte di un modesto ingombro e peso. Nonostante svantaggi quali il turbo lag e una curva di coppia poco favorevole alla trazione, la turbosovralimentazione si è imposta nel settore automotive permettendo di ridurre la cilindrata a pari potenza erogata e migliorare sensibilmente i consumi specifici, quindi le emissioni di  $CO_2$ . Il sistema può funzionare al meglio solo se le turbomacchine sono selezionate correttamente. In particolare, il compressore centrifugo che, a differenza del volumetrico, presenta fenomeni di instabilità che ne limitano notevolmente il campo di funzionamento. Numerose ricerche sono state condotte da industriali e ingegneri per definire il range operativo del compressore centrifugo. Negli ultimi anni, lo sviluppo dei processori e dei software, insieme alla necessità di ridurre i tempi e i costi della fase di progettazione, hanno reso la Fluidodinamica Computazionale protagonista nell'analisi del componente. La CFD, acronimo di Computational Fluid Dynamics, è una scienza che grazie all'utilizzo di computer permette di risolvere numericamente le equazioni di conservazione di un qualsiasi sistema fluidodinamico e di riprodurre le reali condizioni di funzionamento. Le simulazioni CFD 3D permettono di ottenere un elevato grado di dettaglio e di cogliere le particolarità del flusso ma richiedono per contro un onere computazionale eccessivo. Da tale motivo nasce l'esigenza di accoppiare una geometria 3D, nel nostro caso il compressore centrifugo IHI RHF3 con un dominio monodimensionale per cogliere la dinamica dei fenomeni fisici in un tempo minore. Il solutore sviluppato è stato prima applicato in un processo di validazione delle curve iso-velocità del compressore e in un secondo momento implementato nella libreria LibICE, per effettuare l'accoppiamento 1D-3D. Le simulazioni multidimensionali sono state effettuate con il software open source OpenFOAM mentre per il dominio 1D è stato utilizzato Gsdyn, un codice termofluidodinamico sviluppato dal gruppo ICE del Politecnico di Milano. Il solutore di Riemann HLLC è stato utilizzato per gestire le condizioni al contorno all'interfaccia dei due domini. Tale modello permette la propagazione delle disuniformità di

flusso attraverso le interfacce senza compromettere l'accuratezza dei risultati. Le simulazioni stazionarie 3D sono state effettuate con il metodo MRF che consente di simulare la rotazione della girante senza muovere fisicamente la mesh. Questo approccio permette di ottenere risultati accettabili con costi e tempi minori. I risultati della validazione stazionaria sono stati comparati con i dati sperimentali forniti dal gruppo ICEG dell'università di Genova per dimostrare la correttezza e i limiti del solutore implementato. Le analisi hanno riguardato le prime quattro curve caratteristiche del compressore IHI RFH3 per regimi di rotazione compresi tra 60000 e 160000 rpm.

## Struttura del lavoro

Il processo di **validazione** è articolato in tre fasi: pre-processing , in cui sono effettuate tutte quelle operazioni utili alla generazione della mesh e al setup del caso, Solving in cui sono risolte le equazioni rappresentative del problema ed infine la fase finale Post Processing di analisi e visualizzazione dati.

### Pre processing

- Preparazione della pulizia

La prima attività condotta ha riguardato la valutazione della geometria del compressore. Questa fase è di notevole importanza in quanto il CAD deve essere di qualità elevata per poter estrarre un dominio fluido il più rappresentativo possibile del modello fisico. L'università di Genova ha fornito gli step dello statore e del rotore del compressore IHI RHF3 e una tavola per poter definire le quote dei componenti. Purtroppo, non sono state indicazioni riguardo il loro reciproco accoppiamento. Lo statore presenta una lavorazione meccanica interna che è stata eseguita grazie ad un software di modellazione 3D. Si è prestata particolare attenzione alla pulizia e alla qualità delle superfici, nel dettaglio le pale sono state ridisegnate senza modificarne i parametri caratteristici. Le feature di viti e dettagli superflui alla simulazione fluidodinamica sono state eliminate per facilitare l'estrazione del volume fluido.

- Generazione della mesh

La mesh utilizzata per la geometria 3D è caratterizzata da tre griglie di calcolo indipendenti rappresentanti l'inducer, il rotore e diffusore-voluta del compressore centrifugo. La suddivisione permette di isolare il dominio rotorico ed applicare esclusivamente ad esso la teoria MRF acronimo di Multiple Reference Frame. Le singole mesh sono fuse grazie all'operazione Merge Meshing e le interfacce modellate secondo l'approccio Arbitrary Mesh Interface. Il modello MRF permette di ottenere una soluzione stazionaria congelando la posizione reciproca dei componenti. Il suo utilizzo consente di fissare nello spazio ogni cella di calcolo dell'intero dominio computazionale e modificare il sistema di riferimento

all'interfaccia rotore-statore. Per contro, non considera le perdite di miscelamento nel punto di fusione dei domini. Trattandosi di un lavoro di validazione delle condizioni di funzionamento del compressore, sono state aggiunte due semisfere alla sezione di ingresso e di uscita della macchina rappresentanti l'ambiente esterno necessario per effettuare il flussaggio virtuale.

- **Modello fisico**

Il fluido di lavoro è aria, una miscela perfetta di composizione nota e costante, caratterizzata da massa molare pari a  $28.9 \frac{kg}{kmol}$ . Il comportamento volumetrico è descritto dall'equazione dei gas perfetti e la viscosità dinamica è calcolata con il modello di Sutherland. Lavorando con un solutore comprimibile, l'equazione dell'energia è stata risolta sulla base della formulazione entalpica.

- **Modello di turbolenza**

Il modello di turbolenza adottato è il  $k\omega SST$  per unire l'efficacia del modello di Wilcox vicino a parete con la ridotta sensibilità del  $k\epsilon$  nella condizione di free stream. Lavorando con flussi caratterizzati da rapidi e avversi gradienti di pressione il modello  $k\omega SST$  garantisce risultati più accurati.

- **Modello numerico**

La scelta degli schemi numerici è ricaduta su metodi del primo ordine che hanno il vantaggio di conferire una maggiore stabilità numerica al caso. Per contro introducono una diffusività artificiale che smorza i gradienti delle variabili termodinamiche sulla griglia di calcolo.

- **Condizioni al contorno**

L'inlet rappresentando l'ambiente da cui il compressore aspira l'aria è stato caratterizzato da pressione e temperatura Totale atmosferica, rispettivamente pari a 101325 Pa e 293 K. All'outlet è imposta la portata massica effettiva che varia nell'intero campo di funzionamento a pari velocità di rotazione  $\omega$ .

## **Solving**

- **Il solutore MRFRhoSimpleFoam**

Il solutore sviluppato, MRFRhoSimpleFOAM, permette di simulare la fluidodinamica turbolenta e comprimibile di problemi tipici del settore delle turbomacchine. Tale versione, basata sull'algoritmo SIMPLE, presenta delle novità rispetto il

solutore standard rhoSimpleFoam. L'equazione dell'energia, utilizzata nella formulazione entalpica, deve essere modificata per valutare l'incremento di temperatura subito dal fluido nel processo di compressione. A tal proposito, è stato implementato nel codice del solutore un nuovo termine di sorgente  $\sigma$ , tensore degli sforzi di Cauchy, per tener conto dell'input energetico fornito dal compressore al fluido, secondo la formulazione MRF.

### Formulazione rhoSimpleFoam

$$\nabla \cdot (\rho u h_0) = \rho g \cdot u - \nabla \cdot q$$



### Formulazione MRFrhoSimpleFoam

$$\nabla \cdot (\rho u h_0) = \rho g \cdot u + \nabla \cdot (\tau \cdot u) - \nabla \cdot (p \cdot (u - u_{rel})) - \nabla \cdot q$$

La zona di rotazione è definita da una cellZone di tipologia cylinderToCell e inizializzata dichiarandone la velocità di rotazione e il corrispondente asse di rotazione.

- Equazioni di conservazione

Le equazioni di conservazione sono risolte in modo sequenziale secondo l'algoritmo SIMPLE. I fattori di sottorilassamento, per stabilizzare la soluzione sono assunti pari a 0.6 per la pressione e 0.4 per la velocità.

La seconda parte del lavoro descrive lo sviluppo e l'applicazione dell'**accoppiamento 1D-3D** per simulazioni tempovarianti del compressore centrifugo. Lo studio del funzionamento instazionario del compressore può essere ridotto all'analisi della propagazione delle grandezze termodinamiche in condotti, dove la lunghezza assiale è quella predominante e la viscosità del gas ha un effetto minore sulla dinamica del fenomeno. Queste considerazioni permettono di semplificare le equazioni di Navier-Stocks eliminando la viscosità e di utilizzare il sistema di equazioni di Eulero. Il dominio di calcolo è costituito da una geometria 3D accoppiata ad un schematizzazione 1D del sistema. L'inserzione di una valvola di regolazione permette di variare il punto operativo nell'intero range di funzionamento del compressore.

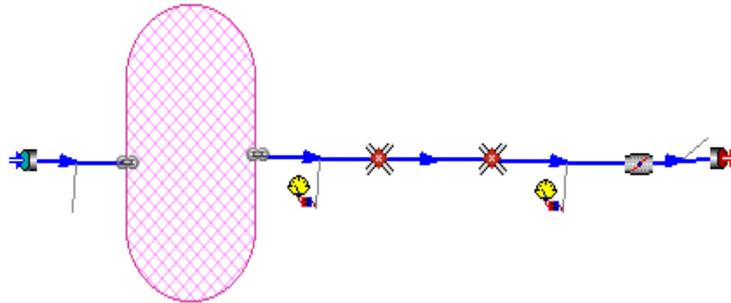


Figura S.1: Schema 1D

Il dominio 1D e le condizioni al contorno all'interfaccia sono risolte numericamente con il solutore di Riemann HLLC, basato sul metodo di Godunov. Tale metodo, valuta le variabili conservative del dominio come funzioni a tratti costanti, identificando una serie di problemi di Riemann in prossimità di ciascuna interfaccia di due celle di calcolo. Le regioni tra le celle (intercell region), diventano inoltre sorgente di un sistema centrato di tre onde costituito da un'onda di compressione ed espansione che viaggiano alla velocità del suono e una discontinuità di contatto di velocità pari a quella del flusso. Il solutore permette di ottenere una soluzione approssimata del problema di Riemann senza determinarne quella esatta attraverso un processo iterativo, limitando così l'onere computazionale. Le equazioni di conservazione del dominio 3D sono risolte dal solutore MRFRhoPimpleFoam implementato nella cartella CoupledSolver della libreria LibICE. Il solutore, basato sull'algoritmo PIMPLE è stato opportunamente modificato tenendo conto dell'approccio MRF e implementato in tutti i suoi file, siano essi Headers o costruttori.

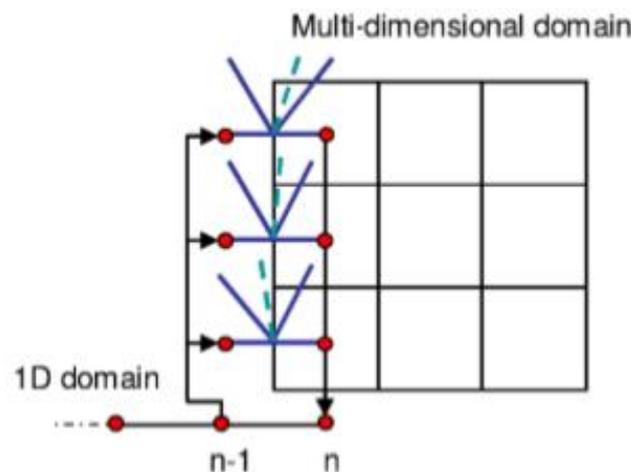


Figura S.2: Interfaccia 1D-3D

## Presentazione e discussione dei risultati

L'andamento delle curve sperimentali riesce a essere riprodotto dalle simulazioni 3D, con differente accuratezza a seconda del regime considerato. Le curve a 60000, 90000 e 120000

rpm sono state investigate nell'intero range di funzionamento, per contro quella a 160000 rpm è stata ricavata parzialmente, poiché soggetta, fin da subito, a instabilità. L'analisi dei risultati verterà, per tale motivo, soltanto sui primi tre regimi di rotazione. Con l'aumentare della velocità di rotazione la pressione appare sottostimata, in particolare in prossimità delle curve limite come si può vedere dal grafico S.3. I punti operativi caratterizzati da una portata compresa tra il 35% e il 65% di quella massima sono stimati con un errore pari a:

- $< 1\%$  per  $n = 60000$  rpm
- $\cong 1\%$  per  $n = 90000$  rpm
- $\cong 2\%$  per  $n = 120000$  rpm

L'errore aumenta al diminuire della portata e raggiunge, a pari curva, un valore maggiore in prossimità del limite di pompaggio:

- $\cong 1\%$  per  $n = 60000$  rpm
- $\cong 2.5\%$  per  $n = 90000$  rpm
- $\cong 4.5\%$  per  $n = 120000$  rpm

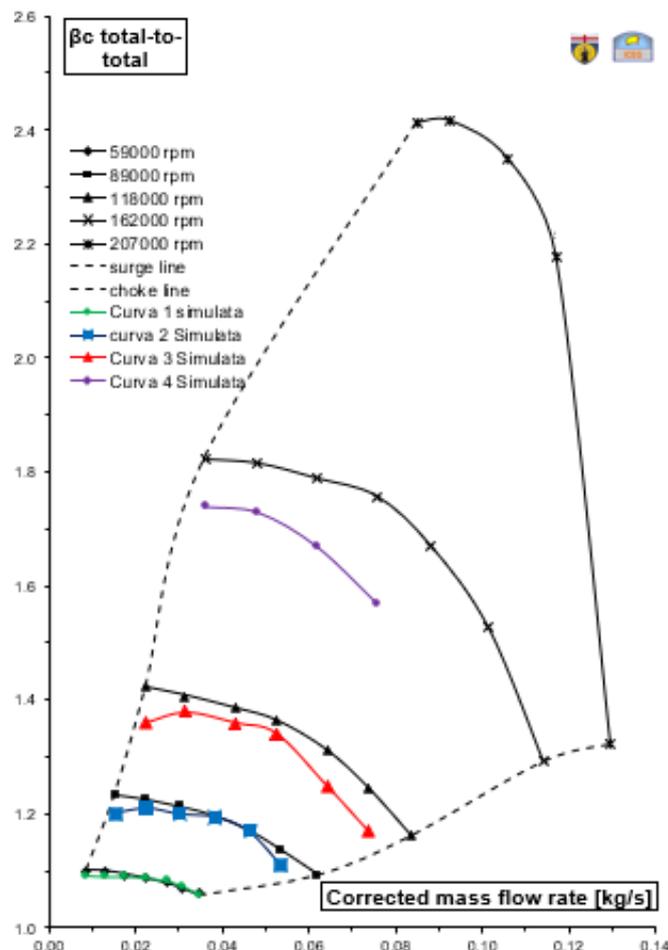


Figura S.3: Mappa sperimentale e simulata

Muovendosi nella mappa di funzionamento verso rapporti di compressione minori, la portata massica aumenta e con essa il numero di Mach, che provoca l'instaurarsi di un moto transonico. Il solutore non si mostra adatto a risolvere tali punti di funzionamento fornendo un risultato fisicamente non accettabile. Le simulazioni sono state effettuate una seconda volta utilizzando un solutore instazionario per investigare le motivazioni alla base del mancato funzionamento. La scelta è ricaduta sul solver MRFsonicFoam che permette di gestire flussi transonici e sonici senza alcun problema. Le simulazioni, così impostate, hanno fornito un risultato fisicamente corretto permettendo di simulare la fluidodinamica del compressore in un range di funzionamento maggiore. Il comportamento fluidodinamico è analizzato visualizzando i principali campi delle grandezze termodinamiche. Le linee di flusso, uniformi per bassi rapporti di compressione diventano caotiche avvicinandosi alla linea di pompaggio. In tal punto fenomeni, quali distacchi di vena e ricircoli sono estremamente marcati, in particolare all'ingresso del diffusore dove si registra il massimo numero di Mach.

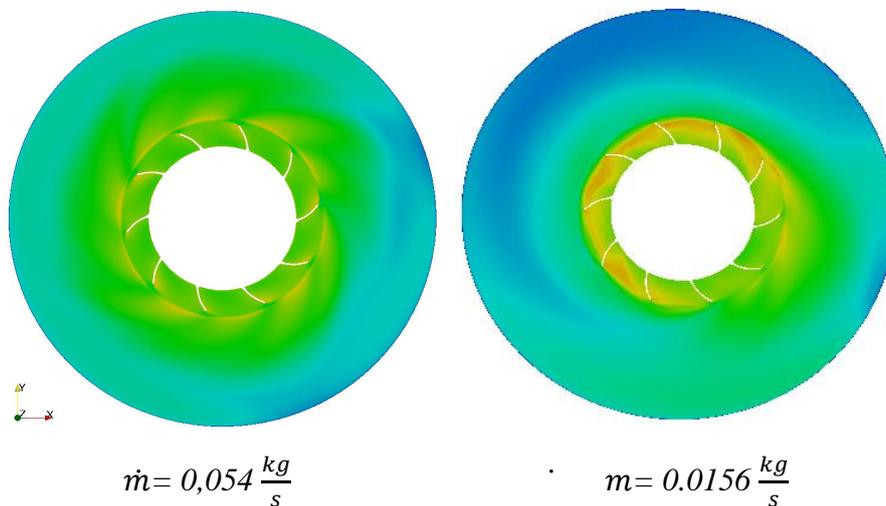


Figura S.4: Numero di Mach in uscita dal diffusore per il regime 90000 rpm.

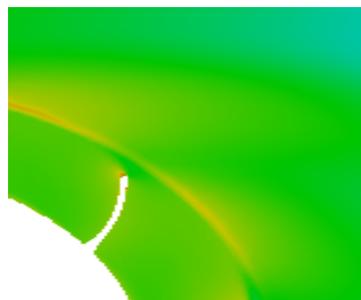
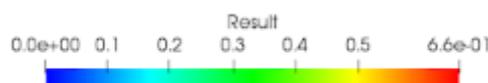


Figura S.5: Dettaglio del numero di Mach al tip di pala per  $\dot{m} = 0,054 \frac{kg}{s}$



Un altro interessante fenomeno è individuato nella regione dell'inducer, nel punto a minor portata massica per ogni regime di rotazione simulato. . Da un punto di vista teorico, tale zona è caratterizzata da instabilità ossia fenomeni tipicamente instazionari che non possono essere colti dal solutore MRFrhoSimpleFoam, poiché stazionario. L'insorgere del pompaggio può essere monitorato, in una prova sperimentale, tramite l'acquisizione della temperatura alla bocchetta di aspirazione [12] , che aumenta notevolmente a causa dei ripetuti fenomeni di back flow della portata di fluido dal collettore di mandata. Quello che, numericamente si osserva, è una inversione parziale del moto del flusso che non si dirige più verso la girante ma verso l'impeller, incrementando la temperatura ivi presente.

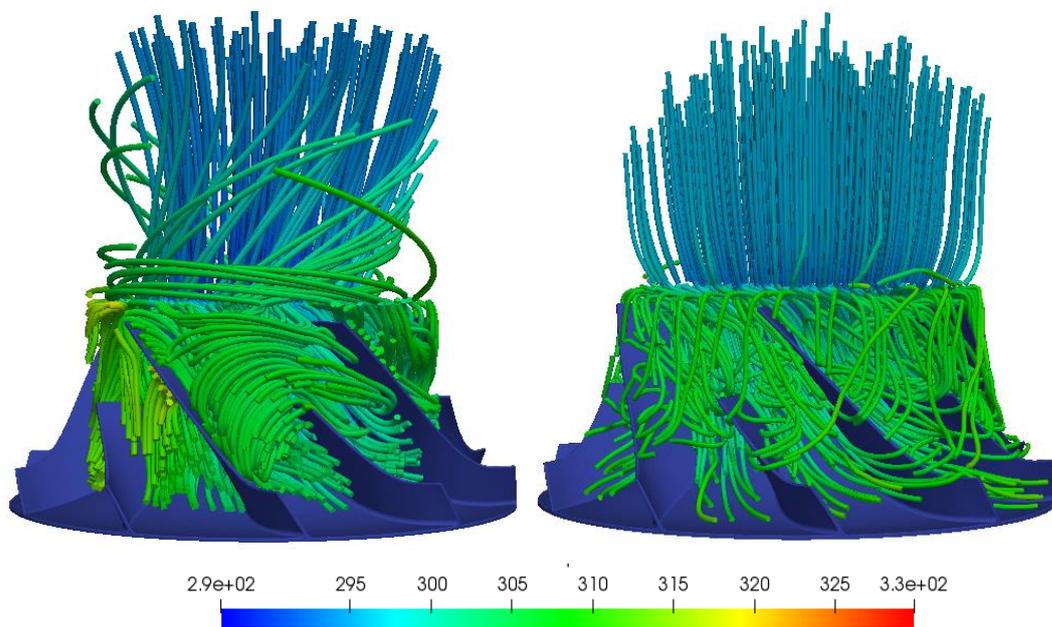


Figura S.6: Confronto streamlines per  $\dot{m} = 0,054 \frac{kg}{s}$  e  $\dot{m} = 0,0156 \frac{kg}{s}$ ,  $n = 90000 \text{ rpm}$

Terminato lo studio fluidodinamico 3D del compressore, l'attività di tesi si è rivolta allo sviluppo di un accoppiamento 1D-3D capace di simulare i fenomeni instazionari di funzionamento. La fase di sviluppo prevede l'implementazione e la compilazione del nuovo solutore tempo variante, MRFrhoPimpleFoam nella cartella CoupledSolver della libreria LibICE. Il solutore permette di simulare correttamente la fluidodinamica instazionaria della turbomacchina tenendo conto dell'incremento di temperatura conseguente al fenomeno di compressione. Per dettagli riguardo il procedimento di implementazione si rimanda all'appendice a fine trattazione. L'applicazione, purtroppo si è mostrata però instabile. . L'accoppiamento, verificato per regimi di rotazione inferiori a 10000 rpm ha poi evidenziato delle criticità di funzionamento. In particolare, è stata riscontrata la presenza di instabilità provenienti dalla sezione di outlet che ne hanno limitato l'applicabilità.

## Conclusioni e sviluppi futuri

Il solutore stazionario sviluppato MRFrhoSimpleFoam si mostra particolarmente indicato per simulare le prestazioni del compressore fino ad un regime di rotazione pari a 120000 rpm. L'operazione di validazione è superata con esito positivo quando l'errore commesso è minore del 3%, in tal caso l'approccio CFD si ritiene capace di prevedere il comportamento sperimentale della turbomacchina. In tabella si riportano, contrassegnati con il verde i punti che hanno superato la prova di validazione.

	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5	Punto 6	Punto 7
<b>Curva 1</b>							
<b>Curva 2</b>							
<b>Curva 3</b>							
<b>Curva 4</b>					✘	✘	✘

Tabella S.1 : Esito della validazione del solutore MRFrhoSimpleFoam

Le criticità sono localizzate agli estremi del campo di funzionamento e sono più accentuate all'aumentare del regime di rotazione. I punti in prossimità del pompaggio presentano un campo di moto fortemente disuniforme e con distacchi di vena pronunciati all'ingresso del diffusore. Inoltre, trattandosi di un caso limite di funzionamento il solutore stazionario non è in grado di cogliere fenomeni tempo varianti quali bolle di ricircolazione e instabilità al tip di pala. I punti a portata elevata non sempre hanno fornito una risultato fisicamente accettabile. La motivazione va ricercata nel regime di moto che si instaura al variare delle curve iso-velocità e nelle imprecisioni della geometria fornita. La mancanza di alcune quote relative all'accoppiamento dei componenti si è mostrata critica nei punti di funzionamento a massima portata. Con l'aumento del regime di rotazione, il campo di moto evolve da un regime subsonico a transonico fino a raggiungere condizioni quasi soniche nella curva a 120000 rpm. Per quanto riguarda il regime di 60000 rpm il numero di Mach presenta un valore massimo pari 0.45 pertanto il solutore è in grado di rappresentare la fluidodinamica del sistema anche nella condizione di portata massima. Ciò non è più verificato per le due curve successive, caratterizzate da un numero di Mach più elevato. Fattori quali la presenza di fenomeni instazionari e l'incertezza delle quote geometriche, particolarmente influenti hanno sicuramente contribuito all'esito negativo dell'operazione di validazione. Il lavoro illustrato si propone come primo passo nello sviluppo e applicazione di un solutore comprimibile per simulazioni 3D e 1D-3D di compressori centrifughi utilizzati nel settore automotive. Nell'ottica di uno sviluppo futuro, l'obiettivo prefissato è di estendere il range di

applicabilità del solutore fino alle portate massime in prossimità del limite di stallo, rendendo l'algoritmo SIMPLE in grado di gestire un più vasto regime di moto, modificandone l'algoritmo. L'obiettivo è quello di avere una visione di insieme estesa anche a regimi superiori limitando l'eccessivo errore ora presente per il regime di rotazione 160000 rpm. I punti critici potranno essere prima simulati con il solver MRF SonicFoam per accertarsi delle motivazioni sovra esposte nell'intero range di funzionamento. Il solutore MRFrhoSimpleFoam e le analisi fin qui condotte hanno creato delle prime fondamenta solide per i futuri lavori del gruppo di ricerca ICE del Politecnico di Milano. Anche l'accoppiamento 1D-3D sarà oggetto di ulteriore sviluppo futuro. Il solutore implementato MRFrhoPimpleFoam dovrà essere applicato ai regimi operativi del compressore IHI RFH3 nel campo di funzionamento compreso tra 60000 e 160000 rpm. Il lavoro futuro permetterà di investigare le instabilità di funzionamento del compressore centrifugo partendo anche in questo caso dalla solida base del codice implementato e compilato correttamente.



# Sommario

La fluidodinamica computazionale, nota anche come CFD, è uno strumento di simulazione utilizzato per analizzare fenomeni fisici complessi sia termici che fluidodinamici. Tale tecnica ben si presta ad essere applicata a motori a combustione interna per descriverne il funzionamento e per visualizzare il moto complesso di fluidi al loro interno. Un approccio CFD 3D se da un lato permette di cogliere nel dettaglio la fluidodinamica di un componente, dall'altro richiede un onere computazionale elevato e talvolta eccessivo. Negli ultimi anni codici accoppiati 1D-3D sono stati sviluppati per rappresentare la dinamica di un fenomeno fisico complesso in tempi minori. Lo scopo di questa tesi è lo sviluppo e l'applicazione di un solutore comprimibile per simulazioni 3D e 1D-3D di un compressore centrifugo per motori a combustione interna. La prima parte del lavoro descrive lo sviluppo di un solver stazionario utilizzato per caratterizzare il comportamento del compressore a differenti regimi di rotazione. I risultati sono stati poi confrontati con i dati sperimentali forniti dal gruppo ICEG dell'Università di Genova per metter in luce vantaggi, limiti ed eventuali sviluppi futuri. Il lavoro prosegue poi con l'implementazione del solutore instazionario nella cartella CoupledSolver nella libreria LibICE per impostare un futuro lavoro di accoppiamento 1D-3D in grado di cogliere i fenomeni tempo-varianti tipici del compressore centrifugo. Le condizioni al contorno dei due domini sono state gestite con il solutore di Riemann HLLC che permette la propagazione delle disuniformità attraverso le interfacce del dominio senza compromettere l'accuratezza dei risultati.

**Parole chiavi:** CFD, OpenFOAM, accoppiamento 1D-3D, compressore centrifugo.

# Abstract

The Computational Fluid Dynamics , well known as CFD, is a simulation instrument used to analyze physical complex phenomena such as thermal and fluid dynamics cases. This method is applied to internal combustion engines in order to describe their operation and to visualize the fluid motion inside the component. The CFD 3D approach can capture, in detail, the component's fluid dynamics but it requires a large amount of resources. In the last decades, 1D-3D approaches has been developed to represent the dynamics of a physical phenomenon in less time. The goal of this work thesis is the development and application of a compressible solver for 3D and 1D-3D simulations of turbocharger's centrifugal compressor for internal combustion engines. The first part of the work describes the development of steady compressible solver used to characterize the compressor's behaviour at different rotational speed. The results has been compared with experimental data provided by ICE group of Genova's university to evaluate limits, advantages and future developments of the new solver. The second part of the work consists of unsteady compressible solver's implementation in LibICE which is the library used to couple 1D-3D domains by ICE group of Politecnico di Milano. This application, that will be done in a future work, can capture the unsteadiness of the operating point of the centrifugal compressor .The boundary conditions and 1D domain has been numerically resolved by Riemann solver HLLC that permits instability's propagations without compromising the accuracy of rhe results.

**Key words:** CFD, OpenFOAM, coupling 1D-3D, centrifugal compressor.

# Introduzione

Il raggiungimento dei limiti imposti dalle normative sulle emissioni dei motori a combustione interna impone, ai costruttori automobilistici, l'utilizzo di tecnologie avanzate per ridurre gli inquinanti e i gas serra dispersi in atmosfera. La tematica ambientale ricopre un ruolo fondamentale nel dibattito industriale di questi ultimi anni. Con l'accordo di Parigi nel 2015, la comunità internazionale ha deciso di muoversi verso una moderna economia low carbon, mentre il settore automotive sta affrontando una profonda trasformazione. L'Unione Europea, con l'obiettivo di ridurre le emissioni in ambiente di  $CO_2$  ha imposto dei vincoli da rispettare, accelerando la transizione del parco macchine da i classici MCI a i nuovi motori ibridi ed elettrici. Nonostante lo sviluppo e l'uso di questi ultimi sia in netta crescita, i motori tradizionali rappresentano la maggior parte dei veicoli sul mercato. I motori a combustione interna, grazie allo sviluppo tecnologico avvenuto nel corso degli anni, sono una tecnologia matura e affidabile. Classificati a seconda del ciclo termodinamico in Diesel o Otto, richiedono fonti fossili per il proprio funzionamento e di conseguenza emettono i prodotti della fase di combustione in ambiente. Una tecnologia utile a ridurre le emissioni di anidride carbonica in atmosfera è rappresentata dalla sovralimentazione a gas di scarico, una pratica ormai consolidata nel settore automobilistico. Risulta quindi evidente come non si possa prescindere dalla conoscenza delle curve caratteristiche del compressore e della turbina del gruppo di sovralimentazione in un range esteso di funzionamento per ottimizzare l'accoppiamento motore-sovralimentazione, specialmente nel settore delle simulazioni CFD. La fluidodinamica computazionale ben si presta a rappresentare il comportamento di fenomeni complessi tipici dei motori a combustione interna. Negli ultimi anni si è imposta nel settore automotive come valido supporto e talvolta sostituto dell'approccio sperimentale. In tale tematica si colloca il lavoro di tesi, incentrato sull'analisi prestazionale del turbo compressore IHI RHF3. Lo scopo del lavoro è la validazione tramite simulazioni CFD, delle curve caratteristiche del compressore al fine di riuscire a prevedere le performance in accordo ai dati sperimentali forniti dall'università di Genova. Dato che una turbo macchina operatrice presenta dei fenomeni di instabilità di funzionamento che possono inficiarne le prestazioni si è poi passati ad una attenta valutazione delle grandezze termodinamiche utili alla previsione del pompaggio, dapprima tramite un approccio stazionario e infine mediante un accoppiamento 1D-3D instazionario, realizzato grazie ai software OpenFOAM e Gasdyn. Non è presente un solutore adeguato, in OpenFOAM, per simulare il comportamento di una turbomacchina. Per tale motivo è stato sviluppato un nuovo solver, sulla base dei codici rhoSimpleFoam e rhoPimpleFoam in grado di modellare la fluidodinamica della macchina operatrice. Il solutore è stato poi implementato all'interno della libreria LibICE, che contiene modelli e tool utili per lo studio di problemi tipici dei motori a combustione interna. La

OpenFOAM e Gasdyn. La trattazione è articolata in 8 capitoli di cui si fornirà una breve descrizione.

Il primo capitolo introduce i concetti base riguardo i motori a combustione interna e i parametri utili alla definizione delle prestazioni. Nell'ottica della realtà Automotive, sono indicate le possibili vie percorribili per incrementare la potenza specifica del propulsore, con particolare attenzione alla sovralimentazione a gas di scarico.

Il protagonista del secondo capitolo è il compressore centrifugo, presentato da un punto di vista aerodinamico e costruttivo. Il funzionamento sarà descritto sia in condizioni nominali che in off design.

Il terzo capitolo richiama i fondamenti teorici della fluidodinamica computazionale. Sono introdotti i differenti approcci numerici utilizzati nel mondo industriale con attenzione alle RANS, di cui si farà uso nel lavoro di tesi.

Il quarto capitolo presenta il compressore IHI RFH3 dal suo modello CAD fino alla griglia di calcolo. Il procedimento adottato per la creazione della mesh è spiegato in ogni sua fase. La trattazione termina con una descrizione del modello fisico utilizzato.

Il capitolo 5 è incentrato sulla spiegazione del setup numerico delle simulazioni stazionarie di validazione. Sono spiegate e motivate le condizioni al contorno adottate e gli schemi numerici utilizzati. Nel capitolo sono inoltre descritti i solutori MRFrhoSimpleFOAM e MRFrhoPimpleFoam implementati.

Il confronto fra i risultati simulati e i dati sperimentali è presentato nel capitolo 6. Nell'ambiente di Post Processing Paraview sono stati visualizzati i campi principali delle variabili termodinamiche, con particolare attenzione alla loro variazione sull'intero range di funzionamento.

Nel capitolo 7 si illustra la teoria alla base dell'accoppiamento 1D-3D, a partire dalle equazioni di conservazione fino ai metodi numerici più adatti alla loro risoluzione.

Il capitolo 8 racchiude le conclusioni e gli sviluppi futuri del lavoro di tesi svolto. Vengono evidenziati pregi, limiti e future modifiche del solutore implementato.

Al termine della trattazione è inserita una appendice dove è presentata la procedura utilizzata per l'implementazione del solutore instazionario MRFrhoPimpleFoam.

# Capitolo 1

## La sovralimentazione

### 1.1 Il motore a combustione interna

I motori a combustione interna sono macchine motrici termiche che convertono in lavoro meccanico l'energia termica liberata dal processo di combustione in una camera di lavoro il cui volume varia per mezzo del moto di uno pistone. A differenza delle macchine a combustione esterna, la combustione avviene nella macchina stessa che fornisce lavoro: il cilindro in cui scorre lo stantuffo. Questa differente struttura comporta da una parte una notevole semplificazione dovuta alla assenza di scambiatori di calore con il vantaggio di minori fonti di perdite, per contro esistono però delle limitazioni riguardo i combustibili che possono essere utilizzati. Devono, infatti, assicurare il completamento del processo di combustione nei modi e nei tempi opportuni. Grazie alla loro semplicità costruttiva e all'elevato rapporto peso/potenza si sono imposti in diversi campi di utilizzo: dalla produzione di energia in impianti stazionari, alla propulsione stradale e marittima.

#### 1.1.1 Classificazione

I criteri di classificazione dei MCI sono molteplici e possono fondarsi su parametri che ne caratterizzano il funzionamento:

- Modalità di avviare la combustione: ad accensione comandata o ad accensione spontanea.
- Alimentazione dell'aria: motore aspirato, sovralimentato, turbocompresso.
- Durata del ciclo descritto: il ciclo di lavoro può essere completato in 4 corse del pistone (quattro tempi) oppure due (due tempi).
- Natura e alimentazione del combustibile: benzina, olio combustibile, gas, doppio combustibile (gas come base e liquido per avviare la combustione). L'alimentazione può invece essere a carburazione, a iniezione diretta, o indiretta nei collettori di aspirazione.

Regolazione del carico per variazione: della composizione della miscela, regolando la quantità di combustibile, della quantità di carica introdotta per ciclo o per composizione dei due metodi.

- Tipo di moto delle parti del motore in movimento: alternativo, rotatorio e oscillante.
- Sistema di raffreddamento: ad aria, a liquido, motore adiabatico.

In particolare, a seconda della modalità con cui si origina il processo di combustione, influenzato anche dalla tipologia di combustibile utilizzato i MCI si distingueranno in due categorie:

- Motori ad accensione comandata o motori Otto, in cui una miscela di aria e vapori di benzina è accesa tramite le scintille scoccate tra gli elettrodi di una candela, dando origine ad una combustione rapida e idealmente a volume costante.
- Motori ad accensione spontanea o motori Diesel, nei quali il combustibile viene iniettato sotto forma di spray in aria calda e compressa per garantire le condizioni termodinamiche necessarie all'autoaccensione. La combustione che si origina in questo modo è più lenta e graduale, idealmente a pressione costante.

Una ulteriore classificazione è definita sulla base delle fasi che caratterizzano il ricambio del fluido di lavoro. Occorre considerare che dopo ogni reazione di ossidazione del combustibile in aria è necessario provvedere alla sua sostituzione. L'immissione di carica fresca nel cilindro e la successiva espulsione dei gas combusti sono fasi critiche che influenzano notevolmente le prestazioni del motore. Sulla base della modalità di ricambio del fluido di lavoro:

- Motori a quattro tempi: più di metà del ciclo di lavoro è dedicata al ricambio del fluido di lavoro. In questo modo è garantito un buon ricambio della carica.
- Motori a due tempi, che per non limitare le operazioni di espansione e compressione dedicano una sola fase all'intera sostituzione del fluido. Ne consegue un peggior ricambio di carica.

### **1.1.2 Il motore a 4 tempi**

Il motore a 4 tempi ha il vantaggio di aver un basso consumo di combustibile poiché ogni operazione è opportunamente scandita dal moto delle valvole, per contro, la potenza prodotta è metà di quella corrispondente alla potenzialità del motore poiché un ciclo di lavoro richiede due rotazioni dell'albero motore. Il ciclo che caratterizza il funzionamento di un motore 4 tempi è composto dalle seguenti fasi:

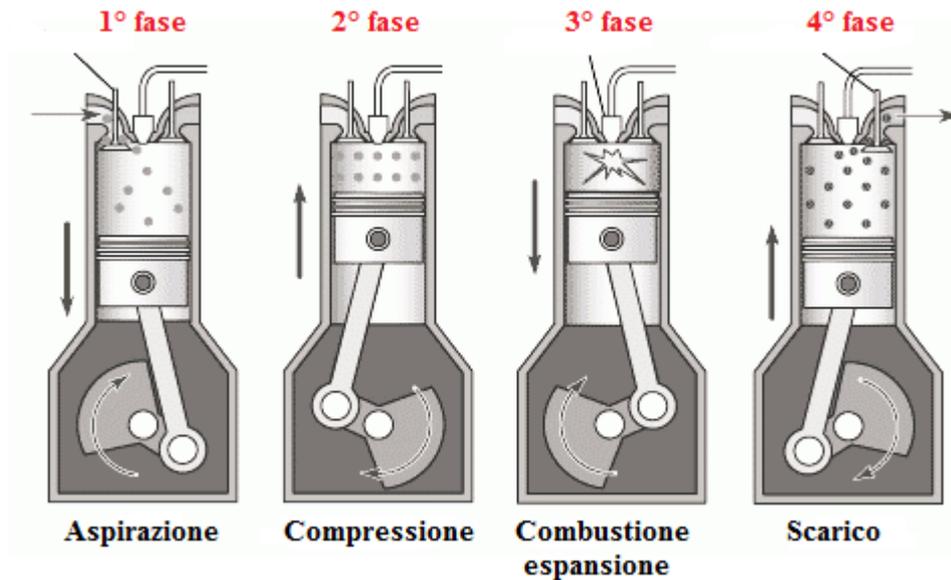


Figura 1.1: Fasi del motore a 4 tempi

- Fase 1, Aspirazione: il pistone scendendo genera un volume che viene occupato dalla carica fresca, entrata nel cilindro attraverso la valvola di aspirazione.
- Fase 2, Compressione: il pistone durante il moto di salita, a valvole chiuse, comprime la carica all'interno della camera di combustione.
- Fase 3, Combustione: se si parla di motore Diesel, la combustione procede spontaneamente attraverso una autoaccensione provocata dalle elevate temperature e pressioni raggiunte. In caso contrario una scintilla scocca fra due elettrodi poco prima del PMS. La fase termina quando il pistone inizia la sua discesa verso il PMI.
- Fase 4, Espulsione: i gas combusti prodotti dalla fase di combustione devono essere espulsi attraverso la valvola di scarico. Al termine dell'operazione le valvole di scarico vengono chiuse e quelle di aspirazione aperte per poter iniziare nuovamente il ciclo.

### 1.1.3 Parametri prestazionali

Sono necessari dei parametri per quantificare le prestazioni di un motore, in particolare è sempre possibile definire un ciclo ideale o teorico ottenuto idealizzando sia il comportamento del fluido che della macchina. In un secondo momento, supponendo sempre la macchina ideale, si considera il fluido evolvente come reale e si ottiene così un ciclo limite, visto appunto come il limite superiore delle prestazioni ottenibili perfezionando la macchina. Infine, viene fatta cadere ogni ipotesi di idealità definendo il ciclo indicato descritto cioè da

un fluido reale evolvente in un cilindro reale. Partendo dal diagramma mostrato nella figura 1.2, è possibile introdurre il lavoro indicato  $L_i$  per ciclo [1], ceduto dal fluido di lavoro al pistone:

$$L_i = \int_{ciclo} p dV \quad (1.1)$$

La relazione 1.1 calcola l'area racchiusa dal ciclo indicato. Essa sarà positiva se il ciclo è percorso in senso orario, negativa in senso antiorario (lavoro di pompaggio) in riferimento ad un motore 4 tempi aspirato. La potenza indicata  $P_i$  è definita nel seguente modo:

$$P_i = L_i \cdot f_c = L_i \cdot \frac{n}{\varepsilon} \quad (1.2)$$

Dove  $f_c$  indica la frequenza di ciclo, ossia il numero di cicli fatti nell'unità di tempo  $n/\varepsilon$ . La formula è basata sull'ipotesi di  $L_i$  costante nel passaggio da un ciclo al successivo in condizioni di funzionamento stazionario del motore. Per svincolarsi dalle dimensioni della cilindrata e permettere un confronto tra diverse tipologie di motori è utilizzata la pressione media indicata  $P_{mi}$ :

$$P_{mi} = \frac{L_i}{V} = \int_{ciclo} p dV \quad (1.3)$$

La  $P_{mi}$  è definita come rapporto tra l'area del ciclo indicato e la variazione massima dell'ascissa, rappresentata dalla cilindrata  $V$ . Seconda una interpretazione fisica la  $P_{mi}$  è quella pressione che, se fosse applicata in modo costante sul cilindro nell'intera fase di espansione, produrrebbe un lavoro pari a  $L_i$ .

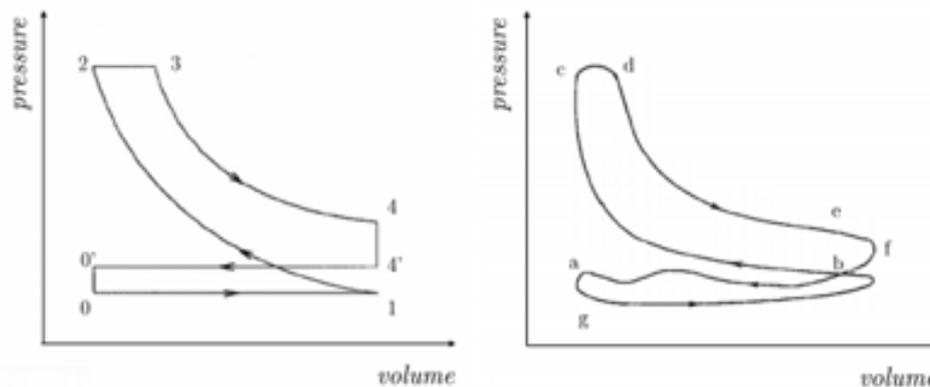


Figura 1.2: Confronto tra un ciclo ideale e uno indicato per un motore 4 tempi

Per passare dalle grandezze indicate a quelle effettive è necessario introdurre un rendimento

che tenga conto della potenza persa per vincere l'effetto dissipativo dell'attrito e per il trascinarsi dei componenti accessori. Tale parametro prende il nome di rendimento organico e permette di introdurre il concetto di pressione media effettiva.

$$P_{me} = \eta_0 \cdot P_{mi} \quad (1.4)$$

La  $P_{me}$  fornisce una idea dell'efficienza di progetto di un motore caratterizzato da una cilindrata  $V$  e regime di rotazione  $n$ . Tale valore permette di stimare la potenza effettiva ottenibile tramite la seguente relazione:

$$P_e = P_{me} \cdot V \cdot \frac{n}{\varepsilon} \quad (1.5)$$

La potenza effettiva di un dato motore può essere incrementata in due modi: agendo sul regime di rotazione oppure aumentando la pressione media effettiva. Agire su  $n$  significa aumentare le forze di inerzia agenti sui componenti in moto, per tale motivo, la prima non è la soluzione adottata nella pratica. Nella realtà automobilistica si preferisce agire sulla  $P_{me}$  garantendo la resistenza meccanica degli organi con un lieve irrobustimento della struttura. Tale operazione viene effettuata tramite un processo definito di sovralimentazione che verrà approfondito nei paragrafi successivi.

## 1.2 La sovralimentazione

Il principio base della sovralimentazione consiste nell'aumentare la densità della carica fresca e nel proporzionale aumento della potenza ad essa legato, in accordo alla formula (1.5). Introdurre un quantitativo maggiore di aria permette infatti di ottenere maggior potenza a parità di cilindrata. La densità si aumenta in due possibili modi, usati spesso in contemporanea: mediante l'ausilio di un compressore e/o riducendo la temperatura con un refrigeratore intercooler. La figura 1.3 confronta il ciclo limite sovralimentato con quello aspirato. Il ciclo sovralimentato inizia ad una pressione maggiore e processando una maggior quantità di carica permette di bruciare più combustibile ottenendo più lavoro utile. Questo è graficamente ben visibile poiché l'area del ciclo sovralimentato è maggiore rispetto all'area del motore aspirato. Nel caso a il confronto è effettuato a pari rapporto di compressione, qualora non fosse plausibile per motivi di resistenza strutturale aver una pressione massima così elevata è comunque possibile ridurre il rapporto e ottenere un lavoro maggiore anche a pari pressione massima. Un'altra considerazione di tipo generale è che la sovralimentazione introduce per il progetto nuovi gradi di libertà, il punto di progetto di coppia massimo e quello di potenza massima. A differenza di un motore aspirato che è costruito al fine di erogare la potenza massima, il motore sovralimentato può, con delle limitazioni, ottimizzare entrambi i regimi.

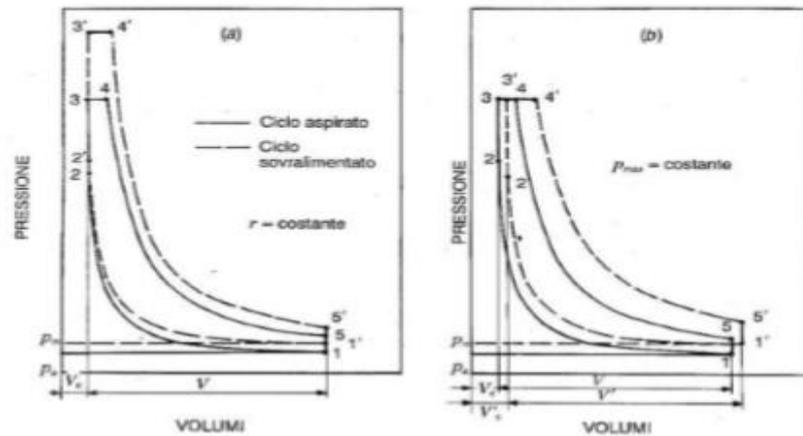


Figura 1.3: Confronto ciclo sovralimentato e aspirato

### 1.2.1 Tipologie di sovralimentazione

Per poter procedere nella trattazione è necessario introdurre i criteri in base ai quali sono classificati i sistemi di sovralimentazione. È possibile definire una distinzione in base ai seguenti punti di vista[1]:

- Tipologia del motore a cui è applicata, Otto o Diesel.
- Tipologia del compressore.

I sistemi di compressione più utilizzati sono essenzialmente tre. Qui riportati in ordine crescente di importanza:

- Il comprex.
- Il compressore volumetrico.
- Il turbocompressore a gas di scarico.

Il sistema di sovralimentazione che si è imposto maggiormente nel settore automotive e motorsport è il turbocompressore. La sua origine è antica e risale al XX secolo quando, a partire dal primo dopoguerra il turbo venne applicato a motori marini e aeronautici di grandi dimensioni. Si sono dovuti attendere gli anni 60 per assistere allo sviluppo di turbocompressori compatti per applicazioni stradali. L'entrata nel mercato automobilistico ne permise un forte sviluppo e miglioramento in termini sia di materiali, si progettaroni i primi rotorii in ceramica, sia dal punto di vista progettuale.

- Modalità di trascinamento della macchina operatrice.

Il compressore può essere mosso da: un motore esterno, ad esempio un motore termico ausiliario o elettrico dando vita ad una sovralimentazione esterna di scarsa applicazione

pratica oppure dallo stesso propulsore, mediante un accoppiamento meccanico all'albero motore realizzando la sovralimentazione meccanica. La terza opzione che è quella più diffusa prevede l'azionamento da parte di una turbina messa in moto dai gas di scarico. In questo modo si sfrutta la combinazione di un motore a pistone con un gruppo di turbomacchine adatte a processare portate elevate e piccoli salti di pressione. Questa soluzione prende il nome di turbo sovralimentazione a gas di scarico. La trattazione sarà incentrata sulla valutazione delle prestazioni di un turbocompressore di una sovralimentazione a gas di scarico.

### 1.2.2 La struttura di una sovralimentazione a gas di scarico

Un turbocompressore automobilistico è costituito da due componenti principali: il primo componente, nel senso del flusso, è il compressore centrifugo, il secondo la turbina centripeta.

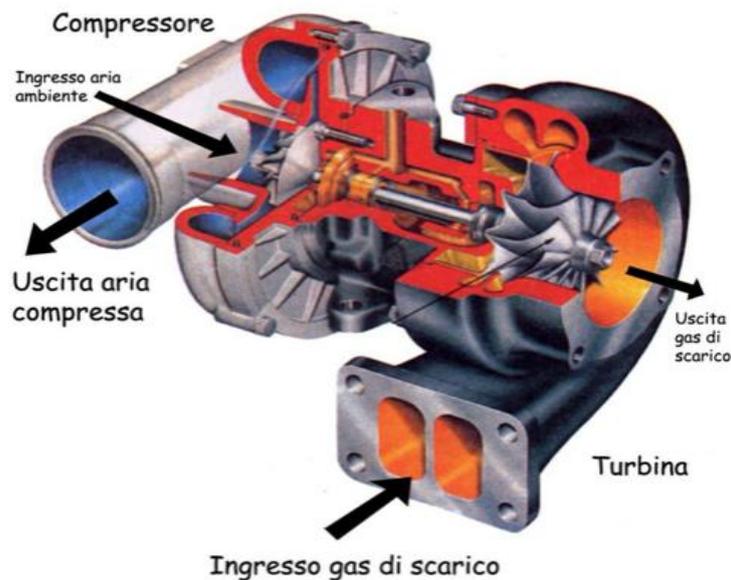


Figura 1.4: Sovralimentazione a gas di scarico

È presente innanzitutto una bocca di presa dell'aria grazie a cui il fluido viene aspirato dall'ambiente esterno attraverso una tubazione o un filtro. Subito dopo si posiziona la girante del compressore, generalmente in lega di alluminio e caratterizzata da una decina di palette. Dapprima le pale, per motivi puramente strutturali, si presentavano ad uscita radiale oggi, invece, i progettisti prediligono una configurazione a pale all'indietro per favorirne l'aerodinamicità. Le giranti sono ottenute per microfusione e talvolta nel settore delle competizioni sono lavorate dal pieno, per conferire una maggiore resistenza strutturale[2]. La pressione statica del fluido è aumentata soprattutto per effetto centrifugo, un ulteriore incremento avviene nel diffusore che trasforma l'energia cinetica

del gas in energia di pressione. Dal diffusore l'aria viene passata alla chiocciola che la raccoglie e la invia al motore, direttamente o attraverso un refrigeratore. Dopo essere stata processata e aver preso parte alla combustione, l'aria divenuta ormai gas combusto entra nella turbina. Al fine di sfruttare meglio le onde di pressione che si propagano dal motore, la chiocciola della turbina può essere a doppio ingresso. La valvola waste gate che controlla la potenza erogata dalla macchina motrice è posizionata sulla sua chiocciola e costituisce un sistema intrinsecamente dissipativo poiché scarica gas combusto compresso. Dalla chiocciola il fluido entra nel rotore della turbina che trasforma l'energia termica del gas in energia cinetica con velocità a forte componente tangenziale mettendo in moto il compressore. Il distributore è anch'esso non palettato ed è costituito da un unico ugello ad uscita tangenziale che indirizza i gas alla girante. I gas accelerati vengono espansi e cedono il proprio momento della quantità di moto. Chiunque possieda una vettura dotata di turbo può sperimentare un fenomeno detto turbo lag in cui il turbo stesso mostra un ritardo di funzionamento ed accensione. Per limitare tale problematica le turbine odierne sono di dimensioni ridotte, con un piccolo diametro e con un disco fortemente intagliato tra una pala e l'altra al fine di ridurre il momento di inerzia. Il rendimento in questo modo risulta penalizzato ma il turbo lag appare notevolmente ridotto. Nella fase finale del processo i gas escono dalla girante e vengono indirizzati in un diffusore di scarico per recuperare ogni frazione di energia possibile.

### **1.2.3 Il progetto di un motore sovralimentato**

È bene passare in rassegna i vantaggi e gli svantaggi della soluzione turbo per comprenderne le potenzialità e le problematiche dell'accoppiamento con il motore. Il primo fondamentale punto a favore è il ridotto ingombro e il modesto peso a fronte dell'incremento di prestazioni ottenibile. Basta un turbo piccolo e leggero per sovralimentare un motore alternativo. Un secondo vantaggio riguarda le emissioni: la sovralimentazione rende gli scarichi meno inquinanti perché permette di recuperare le perdite di potenza dei provvedimenti di riduzione delle emissioni come ad esempio l'adozione di miscele povere. Considerando che oggi il parco macchine è costituito per la maggior parte da motori a combustione interna adottare una tecnologia che permetta di ridurre le emissioni di  $CO_2$  in atmosfera è senz'altro positivo. Un ulteriore punto a favore è quello di presentare, quasi sempre, rapporti di compressione maggiori rispetto quelli di espansione della turbina che lo aziona. Tale fenomeno genera un lavoro positivo sugli stantuffi del motore, con conseguente aumento di potenza ed un elevato lavaggio della camera di combustione durante la fase di incrocio delle valvole. Per contro, alla sovralimentazione si accompagnano i seguenti svantaggi: il più importante tra essi è il fatto che le leggi con cui le turbomacchine e i motori a combustione interna accelerano e decelerano sono molto diverse tra loro. Per chiarire il concetto basti pensare che il rapporto di compressione di un motore alternativo è costante al variare del regime di rotazione mentre il rapporto di compressione fornito dal turbo varia a seconda del regime, una rapida diminuzione del numero di giri origina un decadimento della sovralimentazione a livelli molto bassi. Non va trascurato l'incremento dei carichi meccanici e termici a cui sono soggetti i principali organi del motore. Come sarà illustrato nel capitolo 2, uno svantaggio è dato dal

fatto che il compressore centrifugo a differenza di un compressore volumetrico è soggetto a fenomeni di instabilità quali stallo e pompaggio e per tal motivo è estremamente importante definirne il corretto punto di funzionamento. Per ultimo il già citato Turbo Lag, che provoca seri problemi di accelerazione e guidabilità alla vettura, in particolare su macchine ad elevate prestazioni. La sovralimentazione può funzionare correttamente solo se l'accoppiamento con il motore risulta corretto. La valvola waste gate o qualsiasi altro dispositivo di controllo della potenza della turbina gioca un ruolo fondamentale a tal proposito.

### 1.3 Obiettivo della tesi

Il lavoro di tesi è stato svolto all'interno del gruppo ICE del Politecnico di Milano che si occupa di lavori di ricerca nel settore dei motori a combustione interna. Protagonista della tesi è il compressore centrifugo della sovralimentazione a gas di scarico IHI RHF3. In questo lavoro viene presentato lo sviluppo di un solutore comprimibile per simulare le curve di prestazione del compressore nel suo intero range di funzionamento. In particolare, per effettuare le simulazioni stazionarie è stato modificato il solutore rhoSimpleFoam e i risultati numerici sono stati confrontati con le misure sperimentali realizzate e fornite dall'Università di Genova. A tal proposito si presti attenzione alla figura 1.5 che mostra le curve sperimentali ottenute al banco prova.

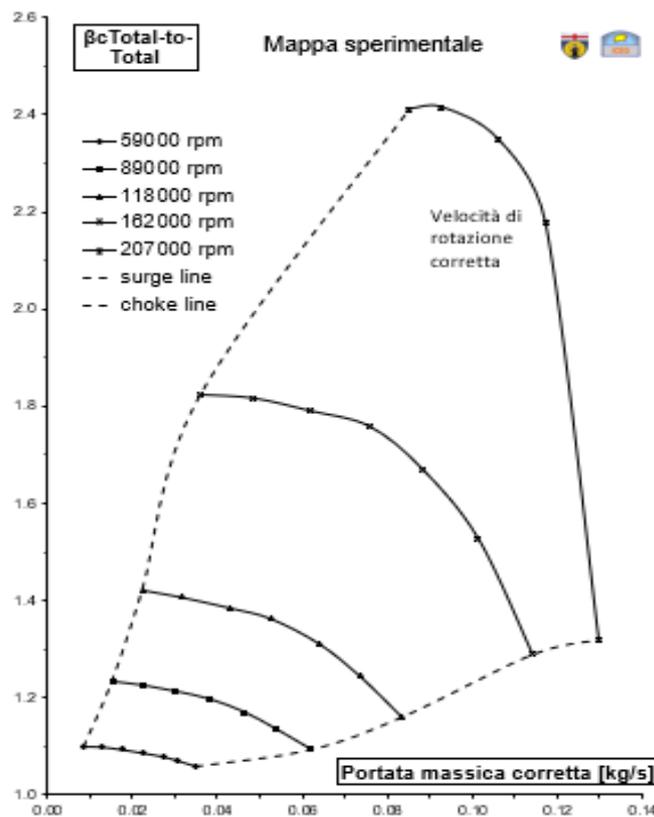


Figura 1.5: Curve caratteristiche sperimentali

Per poter analizzare punti di funzionamento instabile in prossimità delle curve di stallo e pompaggio il caso 3D è stato accoppiato con una schematizzazione 1D del sistema. Lo scopo della tesi è fornire una previsione realistica del comportamento del compressore centrifugo al fine di evitare ulteriori prove sperimentali costose e tempisticamente lunghe. Per comprendere meglio la natura e il valore dei dati forniti nei paragrafi successivi verrà presentata una breve descrizione del banco prova dell'Università di Genova.

### 1.3.1 Caratteristiche generali del sistema sperimentale

Il banco prova componenti è un apparato sperimentale dedicato ad indagini su componenti e sottogruppi del circuito di aspirazione e scarico di motori a combustione interna automobilistici[16]. Il banco permette di effettuare prove sperimentali in regime di flusso stazionario in un range particolarmente esteso e consente, inoltre, la caratterizzazione del componente in condizioni instazionarie tipiche del funzionamento sul motore. Il banco prova si presta particolarmente bene al flussaggio di turbomacchine su unità di sovralimentazioni per applicazioni veicolistiche. In figura è riportato lo schema impiantistico del circuito di alimentazione del componente. Il banco è della tipologia a flusso continuo ed è dotato di due stazioni di compressione. L'aria processata dagli elettrocompressori a vite incontra dapprima delle stazioni di filtraggio e poi viene smistata in due linee di alimentazione, una dedicata alla turbina e una al compressore del turbo. Il circuito di alimentazione del compressore ne permette il funzionamento sia in condizioni di aspirazione atmosferica sia controllata.

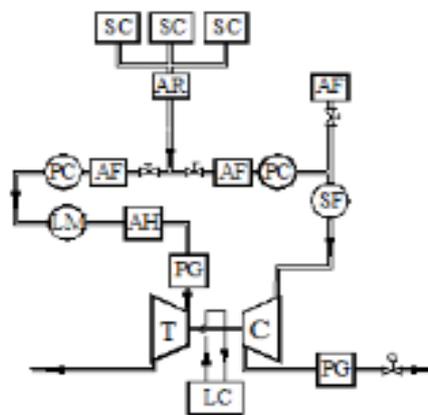


Figura 1.6: Schema dell'impianto sperimentale

È presente un diaframma a monte della macchina operatrice per poter valutare la portata circolante nel circuito. La caratteristica esterna del circuito di mandata del compressore è variata mediante l'uso di una valvola a farfalla motorizzata che permette di lavorare al limite del pompaggio della macchina operatrice.

### **1.3.2 Sistema di misura**

Il banco prova è dotato di un sistema di acquisizione dati provenienti da differenti trasduttori. Il banco permette di acquisire grandezze quali temperatura, portata e pressione in diversi punti del circuito. L'utilizzo di trasduttori estensimetrici ad alta risposta in frequenza permette di effettuare misure tempo variante, mentre la loro acquisizione in condizione di regime stazionario avviene tramite trasduttori capacitivi. Le misure di temperatura sono effettuate con termoresistenze al platino-iridio ossia termocoppie. Come in questo caso, se il componente da caratterizzare è un compressore di una turbo sovralimentazione è necessario determinare il valore di grandezze quali la velocità di rotazione, ciò è possibile attraverso l'uso di pick up induttivi. Infine, vengono acquisite le portate processate nel sistema turbo con un misuratore di portata a flusso viscoso per la turbina e un diaframma unificato per il compressore.

## Capitolo 2

# 2 Il compressore centrifugo

I compressori centrifughi sono macchine operatrici a flusso continuo caratterizzate da una vasta gamma di applicazioni: dal campo aeronautico a quello industriale e automotive. L'interesse per la categoria deriva dalla possibilità di avere forti trasferimenti di energia al fluido, con portate anche ridotte, e una costruzione compatta e robusta. In questo capitolo sarà presentata in dettaglio la struttura di un compressore centrifugo e ne verranno illustrate le modalità di funzionamento con particolare attenzione ai fenomeni di instabilità.

### 2.1 I componenti

I componenti principali del compressore centrifugo sono mostrati in figura 2.1. Nelle applicazioni automotive il compressore è generalmente accoppiato ad una turbina radiale che trasforma l'energia termica dei gas di scarico in energia meccanica sotto forma di coppia. La turbina aziona il compressore tramite un sottile albero di trasmissione supportato da cuscinetti a strisciamento o rotolamento, lubrificati dallo stesso olio del motore. È presente un cuscinetto reggispinga per assorbire la spinta assiale del rotore che comunque risulta essere modesta dato il montaggio contrapposto delle turbomacchine.

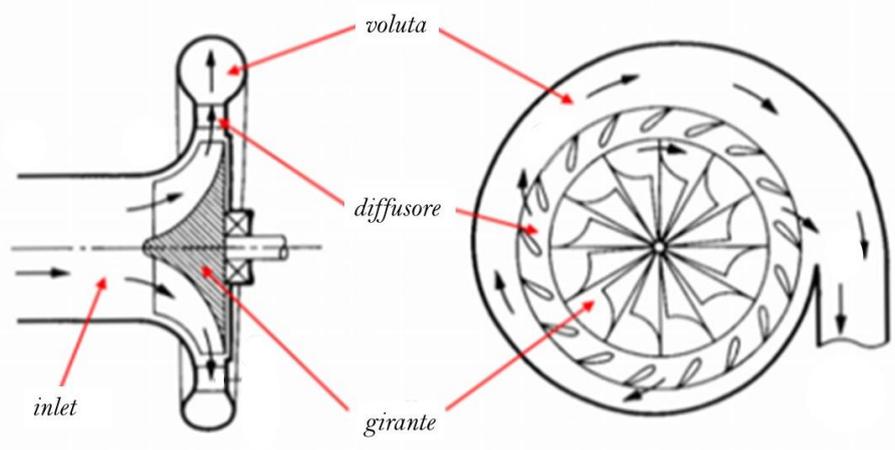


Figura 2.1: I componenti di un compressore centrifugo

### **2.1.1 L'ingresso**

La sezione di ingresso detta anche inducer è presente nei compressori ad elevate prestazioni. Il suo scopo è di incanalare l'aria verso la girante in un tratto generalmente assiale. Le superfici sono mantenute il più lisce possibili per evitare la presenza di asperità che possono provocare un distacco della vena fluida e compromettere le prestazioni della macchina. Generalmente se il compressore è costretto ad operare in prossimità del pompaggio ci si avvale di ported shroud in grado di ricircolare parte del flusso di backflow.

### **2.1.2 La girante**

La girante può essere a singolo o doppio ingresso, in tal caso il disco rotorico è palettato su entrambe le facce. Questa configurazione è stata utilizzata in particolare nel settore aeronautico per sopperire alla bassa portata processata dal compressore centrifugo. L'aria è aspirata dalla parte centrale della girante detta impeller eye, e fatta ruotare dalla palettatura. La pressione statica aumenta dal centro del componente all'estremità per equilibrare la forza centrifuga. I compressori hanno forme diverse a seconda del campo in cui si trovano ad operare e della pressione di progetto. Nelle macchine di elevate prestazioni la girante è unshrouded ossia priva di cerchiatura all'apice delle pale che possono essere incurvate nel solo piano radiale oppure in ambo le direzioni radiale ed assiale. A causa delle elevate forze centrifughe l'angolo di scarico è relativamente elevato e compreso tra 50 gradi e 90 °. Per pale molto inclinate nella direzione tangenziale, come nel nostro caso, l'area utile di passaggio può apparire limitata. Per ridurre l'effetto di bloccaggio dovuto alla ridotta sezione di passaggio si è soliti ricorrere ad una configurazione di pale splitter, estese solo alla parte radiale della girante che non compromettono quindi il numero totale di pale presenti.

### **2.1.3 Il diffusore**

L'energia cinetica all'uscita della girante affinché il turbo sia ben progettato deve essere efficientemente recuperata. Il diffusore permette di convertire l'energia cinetica in energia di pressione attraverso due metodi:

- Aumento dell'area di passaggio con conseguente diminuzione della velocità radiale del flusso e ad un incremento della pressione statica.
- Una variazione del cammino radiale del flusso medio che permette di recuperare la componente tangenziale della velocità nel rispetto del principio di conservazione della quantità di moto.

Il flusso nel diffusore è soggetto a instabilità e per questa ragione il progetto del componente segue un duplice obiettivo: l'incremento di pressione statica e la stabilità fluidodinamica. Nel

caso di compressori il diffusore è sempre necessario e può essere non palettato, spesso detto a vortice libero, oppure palettato, ossia costituito da una serie di canali o profili che rallentano il flusso. In ogni caso quest'ultimo è preceduto da un canale non palettato per ottimizzarne il flusso in ingresso. Nella pratica si preferisce usare un compressore liscio per applicazioni con turbomacchine poiché garantisce un buon recupero di pressione statica, è meno sensibile alle condizioni di off design ed è più economico[3]. Questa scelta, benché meno efficiente dal punto di vista del rendimento, è imposta dalle caratteristiche positive da essa fornite. Il diffusore liscio è composto da due pareti parallele costituenti un passaggio anulare che ha origine dal tip di pala e termina alla voluta. La variazione di geometria che si introduce quando le sezioni del diffusore e di uscita della girante sono diverse è detta pinch e serve a garantire un flusso più stabile.

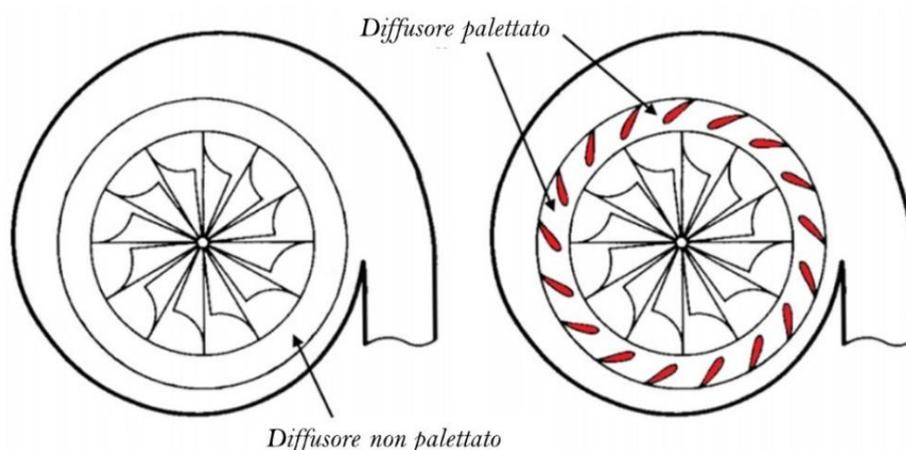


Figura 2.2: Il diffusore

### 2.1.4 La voluta

All'uscita del diffusore il fluido viene inviato in un condotto che ha il duplice compito di raccogliarlo e convogliarlo verso il canale di mandata all'interno della voluta dove si verifica un ulteriore rallentamento del fluido con aumento di pressione statica. La voluta può essere di due tipi: sporgente o simmetrica rispetto al diffusore, la prima tipologia è ampiamente diffusa nei compressori centrifughi in quanto ne consente una riduzione degli ingombri. La sezione della voluta è in genere circolare o rettangolare a seconda che essa sia realizzata in fusione o carpenteria saldata. L'utilizzo della voluta consente un buon recupero di pressione ma è anche sede di notevoli perdite fluidodinamiche in quanto la componente radiale dell'energia cinetica allo scarico del diffusore non può essere utilizzata.

## 2.2 La termodinamica e la fluidodinamica di un compressore centrifugo

Dopo avere introdotto i componenti fondamentali, è ora utile caratterizzare il flusso durante il suo moto nel compressore.

### 2.2.1 Il flusso nel rotore

Il flusso in una turbomacchina è fortemente instazionario e non è affatto banale riuscire a descriverne la fluidodinamica in modo accurato. L'instazionarietà deriva dall'accoppiamento tra componenti statici quali l'inducer con componenti rotanti come la girante. Per poter comprendere gli aspetti fisici del problema è indispensabile ricorrere a semplificazioni. Un primo approccio è quello di rappresentare il flusso nella turbomacchina come stazionario e unidimensionale, assumendo un moto a regime caratterizzato da una velocità  $\mathbf{w}$  costante. Così facendo ammettiamo che la velocità del fluido possa variare lungo il canale ma non in punti diversi della stessa sezione. In realtà la velocità del fluido non varia solo lungo il raggio  $r$  ma anche secondo l'angolo  $\vartheta$  e l'asse  $z$  in funzione del numero e delle caratteristiche geometriche delle pale. In questo primo approccio le pale saranno assunte di numero infinito e infinitamente sottili al fine di considerare la traiettoria della velocità relativa alla parete mobile coincidente con la mezzeria del canale. Queste ipotesi permettono di introdurre un valore  $\mathbf{w}$  della velocità relativa in ingresso al rotore e  $\mathbf{w}_2$ , valore nella sezione di uscita. È possibile distinguere, all'interno del compressore centrifugo, due sistemi di riferimento: uno solidale ad un osservatore fisso, posto nell'ambiente in quiete e uno solidale con la girante, in moto con velocità di trascinamento  $\mathbf{u}$ . Tale teoria permette di introdurre tre componenti di velocità:

- Una velocità assoluta  $\mathbf{v}$  percepita dall'osservatore posto nel sistema di riferimento inerziale.
- Una velocità relativa  $\mathbf{w}$  relativa all'osservatore mobile.
- Una velocità di trascinamento  $\mathbf{u}$ .

I tre vettori sono legati dalla seguente relazione:  $\mathbf{c} = \mathbf{w} + \mathbf{u}$ .

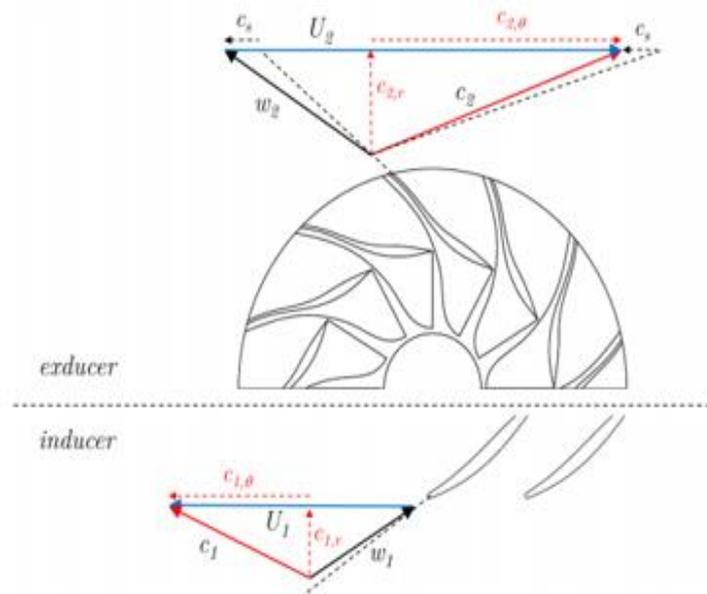


Figura 2.3 Triangoli di velocità

È possibile identificare degli angoli geometrici caratteristici:  $\alpha$  angolo che la velocità assoluta forma con la periferica e  $\beta$  angolo tra la componente relativa e  $\mathbf{u}$  o in altre parole angolo iniziale o finale del profilo di pala. Non sempre però un approccio 1D si rivela sufficiente a descrivere la fluidodinamica rotorica. Per poter cogliere la tridimensionalità del flusso e il comportamento che da esso consegue è necessario approcciare lo studio da un diverso punto di vista. Strutture vorticose, ricircoli, separazioni sono tutti elementi presenti nel flusso che caratterizza la girante. Talvolta la fluidodinamica è resa ancor più complicata dalla presenza di un regime di moto transonico o condizioni instabili di funzionamento, approfondite in seguito. Anche un approccio sperimentale si rivela inefficace a tal proposito; non è infatti possibile acquisire grandezze quali la temperatura, la pressione senza interferire con la fluidodinamica del componente. Le linee di flusso tendono a non giacere su piani o superfici di rivoluzione ma assumono un andamento elicoidale che può essere meglio compreso introducendo il concetto di flusso primario e secondario[8].

- Flusso primario: rappresenta il flusso reale tridimensionale che attraversa i canali palari.
- Flusso secondario: flusso definito come differenza tra quello reale 3D e un flusso di riferimento valutato nell'ipotesi di assenza di distorsioni delle linee di flusso.

Il flusso all'interno del rotore è estremamente complesso e la sua caratterizzazione è resa ancor più difficile dalla presenza del fenomeno della separazione dello strato limite. Esiste, nelle giranti prive di cerchiatura, un gap tra tip di pala e parete statorica in cui il flusso può essere approssimato con il moto di Couette. In questa piccola regione, lo sforzo di taglio assume valori notevoli e il flusso tende a perdere aderenza con la parete in prossimità della suction side della pala.

Questo fenomeno comporta una riduzione della pressione totale nella regione a pressione minore ed è uno dei fattori che concorre al fenomeno dell'instabilità di scia.

- **Accoppiamento rotore-diffusore**

Il processo di diffusione deve essere effettuato con lo scopo di limitare le perdite energetiche. Obiettivo non facilmente raggiungibile poiché il flusso in uscita dall'impeller è instazionario, disuniforme e spesso sono presenti forti zone di distacco. È normale in macchine caricate avere separazioni molto importanti nei canali palari e ciò comporta una forte disuniformità del flusso allo scarico sia lungo l'altezza di pala sia lungo il passo. A tal proposito nel 1960 Senoo e Dean[3] svilupparono una teoria per spiegare l'accoppiamento del componente rotorico con quello statorico tramite un modello jet and wake. Il modello, considerando il fluido incomprimibile e la velocità nota in direzione e verso ma non modulo, descriveva la modalità con cui il fluido partendo da due flussi separati, scia e getto, evolveva verso una condizione di uniformità. Nel suo sviluppo si è tenuto in considerazione sia l'attrito a parete sia gli sforzi di taglio tra getto e scia. Questo ha permesso di quantificarne le perdite e predire l'aumento di pressione statica in accordo con i dati sperimentali. In un secondo momento il modello fu migliorato da Jhonston e Dean che lo resero applicabile a diverse geometrie e valido per diversi valori di comprimibilità. Eckardt nel 1979 condusse una campagna sperimentale delle teorie appena citate e giunse ad una importante conclusione per i diffusori palettati: il flusso appare completamente uniforme per valori del rapporto dei raggi di hub e tip pari a circa 1.2; questo implica la presenza, nella maggior parte dei casi, di un flusso fortemente instazionario nei diffusori palettati ma lo stesso lo si può dire di quelli lisci in cui questa instabilità può essere causa dell'innescò dello stallo. Sia l'approccio teorico che quello sperimentale sono in grado di definire e quantificare le perdite di miscelamento tra getto e scia che portano alla formazione di un flusso uniforme.

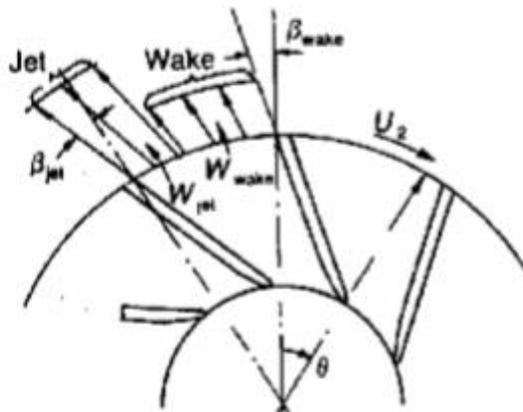


Figura 2.4: Modello Jet and Wake

- **Il fattore di slittamento**

Nella realtà un compressore presenta un numero finito di pale che non possono guidare perfettamente il flusso lungo l'attraversamento dei condotti mobili. Per questo motivo si instaura un moto vorticoso causa del fenomeno dello slittamento. Questo problema riguarda solo le giranti radiali e non va confuso con la differenza tra angolo cinematico e geometrico in uscita da una schiera. Per far sì che il flusso segua la direzione imposta dalle pale deve essere presente una forza data dalla differenza di pressione tra la pressure side e la suction side del canale. Nella parte interna del canale l'energia necessaria è fornita dalla forza di Coriolis mentre all'uscita sia la differenza di pressione che la forza di Coriolis tendono ad annullarsi e il flusso non potendo più seguire la pala si inclina all'indietro[3]. Questo fenomeno prende il nome di scorrimento o slip factor ed è indipendente dalla portata processata. Esso dipende da svariati fattori tra cui il numero delle pale  $N$ , l'angolo geometrico di scarico  $\beta_2$  il rapporto tra i diametri di ingresso e uscita dalla girante per valori intorno all'unità. La figura 2.5 mette in evidenza come tale deviazione comporti una riduzione del lavoro fornito dalla macchina, diminuendo la componente tangenziale della velocità assoluta.

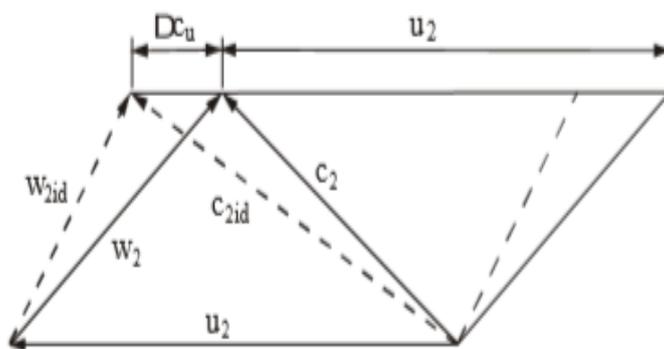


Figura 2.5: Deviazione dei triangoli di velocità

Per valutare la variazione del triangolo di velocità si definisce un coefficiente  $\psi$ , detto slip factor:

$$\psi = \frac{c_{2w}}{c_{2w id}} \quad (2.1)$$

dato dal rapporto tra la componente tangenziale della velocità assoluta reale all'uscita del rotore e quella ideale.

### 2.2.2 Flusso nella voluta

Il flusso all'interno della voluta varia a seconda della condizione operativa considerata. È

importante valutare la velocità tangenziale per analizzarne il corretto funzionamento; è infatti tale componente di velocità a definire la direzione del flusso e l'incremento di pressione a cavallo della voluta. Se non è possibile trascurare l'effetto dell'attrito a parete le particelle di fluido che si trovano, ad un certo istante, in diversi punti della sezione trasversale, ossia a raggi diversi, avranno percorso un cammino differente al suo interno e di conseguenza presenteranno un rallentamento molto diverso. Se la sezione della voluta è dimensionata sulla base della conservazione del momento della quantità di moto, inevitabilmente si avrà una diminuzione di pressione lungo la traiettoria. Se le sezioni saranno modificate per contenere tale effetto, gli attriti ridurranno la velocità maggiormente verso l'esterno della voluta. La componente radiale invece dà origine ad un moto di swirl, come mostrato in figura 2.6, che si propaga per l'intera lunghezza del componente. La sezione trasversale mostra un incremento graduale lungo il suo sviluppo fino al raggiungimento dell'outlet per garantire un accoppiamento fluidodinamico perfetto nel punto di design. In condizioni di off design invece il comportamento varia a seconda della portata massica considerata: per un valore di portata minore rispetto quello nominale, la voluta si comporta come un diffusore, la velocità tangenziale diminuisce e la pressione statica aumenta. Per portate maggiori della condizione di on design il comportamento è esattamente opposto. La voluta in questo caso si comporta come un ugello.

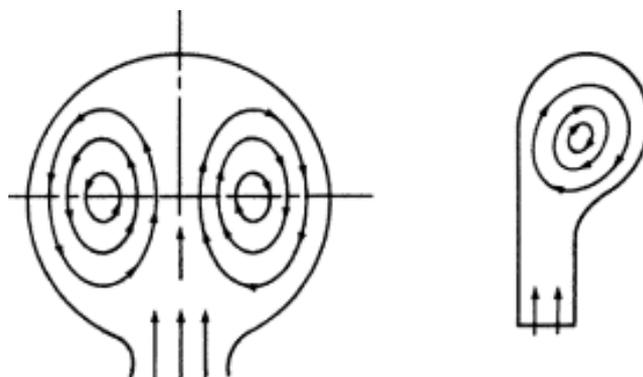


Figura 2.6: Il flusso nella voluta

Infine, è bene accennare al fatto che a causa della disuniformità del flusso in ingresso nella voluta sono generalmente presenti forti correnti secondarie, simmetriche o meno a seconda della configurazione centrata o no della voluta stessa.

### 2.2.3 Il diagramma h-s

In questo paragrafo si riporta l'analisi monodimensionale del compressore e si descrivono i bilanci energetici a cavallo dei componenti appena introdotti, visualizzandone la trasformazione su un piano h-s [3].

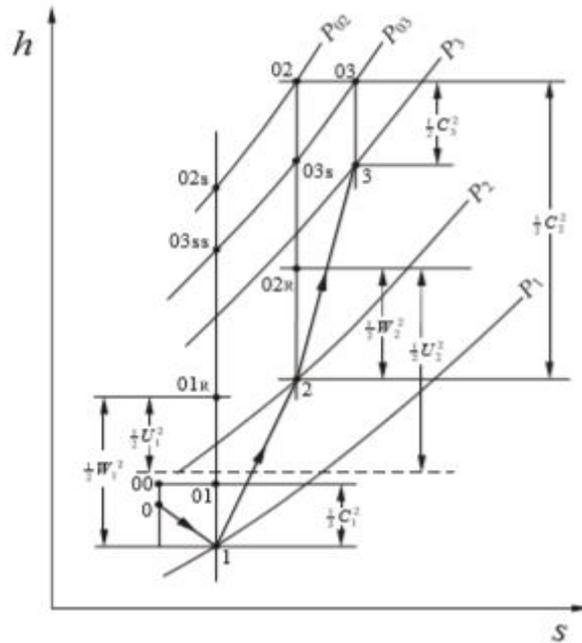


Figura 2.7: Diagramma h-s

In figura sono riportati i punti termodinamici rappresentativi del flusso nel compressore; ciascun componente è caratterizzato da una trasformazione energetica.

- Zona di ingresso o inducer, tratto 0-1. Si tratta di un organo statico non è quindi presente nessuno scambio di lavoro; l'entalpia totale rimane costante e la pressione statica diminuisce.

$$h_{t0} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_{t1} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \quad (2.2)$$

- Rotore, tratto 1-2: il contenuto energetico del fluido aumenta così come la sua entalpia e la pressione statica. Il lavoro specifico è valutato considerando la trasformazione adiabatica, ipotesi che è ritenuta valida per l'intera trattazione.

$$L_{1-2} = (h_2 - h_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (2.3)$$

Poiché l'unico componente in grado di compiere lavoro è la girante, il lavoro fornito al fluido nel tratto 1-2 coincide con il lavoro fornito nell'intero stadio:

$$\Delta h_{1-2} = \Delta h_{t0-4} = L_{ip} \quad (2.4)$$

La potenza, invece, risulta pari a:

$$W = M_f \omega \quad (2.5)$$

Dividendo la potenza per la portata in massa e sfruttando il teorema di Carnot si ottiene la relazione del lavoro euleriano che esprime l'energia ceduta dal fluido come somma di tre termini:

$$L_{sp} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad (2.6)$$

Il primo considera la variazione dell'energia cinetica assoluta del fluido, il secondo è legato all'effetto della compressione statorica mentre l'ultimo risulta rilevante nel caso di macchina radiale. Considerando la notazione del lavoro euleriano per l'energia si dimostra che l'entalpia totale nel moto relativo ossia la rotalpia, si conserva in un rotore di turbomacchina.

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} - u_1 c_{1u} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} - u_2 c_{2u} \quad (2.7)$$

- Diffusore, tratto 2-3. L'energia cinetica è convertita in energia di pressione statica, trattandosi di un componente statico non è presente alcun contributo energetico.

$$h_{t1} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_{t2} \quad (2.8)$$

- Voluta, tratto 3-4. Il flusso viene convogliato nel collettore di mandata e non essendo presente alcun organo rotante l'entalpia totale si conserva. Tale trasformazione non è presente nel grafico.
- 

$$h_{t3} = h_3 + \frac{c_3^2}{2} = h_4 + \frac{c_4^2}{2} = h_{t4} \quad (2.9)$$

### 2.3 Prestazioni del compressore

Quando parliamo di prestazioni di una turbomacchina intendiamo tutti quei parametri che ne rappresentano il comportamento, quali: la portata di fluido processata, la pressione e la temperatura allo scarico. È importante nella scelta del componente non limitarsi all'analisi di soli questi valori ma tenere in considerazione anche le instabilità di funzionamento che possono inficiare notevolmente le prestazioni della macchina. Per procedere nell'analisi delle performance è necessario definire delle variabili adimensionali al fine di svincolare l'analisi dalla geometria e dalle dimensioni del compressore. Un parametro di fondamentale

importanza è il rapporto di compressione total-to-total  $\beta_c$ :

$$\beta_{cTT} = \frac{P_{T2}}{P_{T1}} \quad (2.10)$$

dove  $P_{T1}$  e  $P_{T2}$  sono rispettivamente la pressione totale all'aspirazione e allo scarico. E' possibile introdurre un ulteriore rapporto di compressione, total-to-static in cui il contributo cinetico all'outlet viene trascurato. Generalmente è preferibile procedere nei calcoli utilizzando le grandezze totali ma talvolta la loro acquisizione può risultare problematica e pertanto le grandezze statiche sono di più facile utilizzo. Un altro parametro non dimensionale di interesse è il numero di Reynolds, definito come segue:

$$Re = \frac{ND^2}{\nu} \quad (2.11)$$

Nella relazione  $N$ ,  $\nu$  e  $D$  identificano rispettivamente il regime di rotazione della girante, la viscosità cinematica e la dimensione caratteristica assunta pari al diametro del rotore.

Quando il fluido di lavoro è un aeriforme e le velocità sono significative la variazione di pressione è associata a variazioni di temperatura e densità. Con riferimento ad una generica sezione della macchina, alla velocità periferica  $U$  e alla velocità del suono  $a$ , si introduce un nuovo parametro adimensionale che chiameremo Numero di Mach periferico:

$$Ma = \frac{U}{a} \quad (2.12)$$

Così facendo la velocità del corpo in moto viene valutata assumendo come unità di misura la velocità del suono svincolandosi dal sistema di riferimento. In aerodinamica il numero di Mach ha un significato fisico di estrema importanza, poiché esprime il comportamento del fluido dal punto di vista della compressibilità. Se  $Ma < 0.3$  le perturbazioni di pressione, che viaggiano alla velocità del suono, si diffondono in tutte le direzioni ed intorno al corpo la pressione rimane praticamente inalterata. Il comportamento dell'aria in questo caso detto è incomprimibile. Quando  $Ma > 0.3$  le variazioni di pressione restano localizzate intorno al corpo provocando un aumento di pressione con conseguente aumento di sollecitazione sul materiale. In questo caso l'aria è assunta comprimibile. Per rappresentare la curva caratteristica del compressore non si utilizzano le variabili adimensionali precedentemente introdotte ma si preferisce far ricorso a grandezze normalizzate per poter slegare la performance della macchina dalla sua geometria e dalle caratteristiche del flusso. In questo modo la curva caratteristica è espressa in funzione di parametri detti corretti ed è in grado di descrivere il comportamento di una determinata macchina di taglia definita che processa un fluido noto, qualsiasi siano le condizioni all'aspirazione, quindi anche in off design. La procedura di scaling è applicata alla velocità di rotazione  $\omega$  e alla portata massica  $\dot{m}$ .

- Velocità di rotazione corretta:

$$N_{cr} = \frac{n\sqrt{T_0}}{\sqrt{T_{T1}}} \quad (2.13)$$

- Portata massica corretta:

$$M_{cr} = \frac{M_c P_0 \sqrt{T_{T1}}}{P_{T1} \sqrt{T_0}} \quad (2.14)$$

dove  $T_0$  e  $P_0$  sono le condizioni di riferimento assunte pari a 293.15 K per la temperatura e 0.980 bar per la pressione.  $T_{T1}$  e  $P_{T1}$  sono rispettivamente la temperatura totale e la pressione totale nella sezione di ingresso. Queste definizioni sono ampiamente utilizzate nel settore delle turbomacchine e sono messe in relazione per rappresentare graficamente la mappa di funzionamento del compressore. L'ultimo parametro utile da introdurre è l'efficienza total-to-total isoentropica definita come rapporto tra il lavoro ideale fornito dal compressore e quello reale.

- Efficienza total-to-total isoentropica:

$$\eta_{cTT} = \frac{T_{T2is} - T_{T1}}{T_{T2} - T_{T1}} \quad (2.15)$$

### 2.3.1 Mappa di funzionamento

La mappa di funzionamento è ottenuta introducendo relazioni tra i parametri corretti appena definiti. L'effetto utile della macchina è quello di incrementare il rapporto di compressione che può essere espresso in funzione della portata e della velocità di rotazione corretta. Per individuare il punto di progetto è necessario accoppiare alla caratteristica del compressore, detta caratteristica interna, quella relativa al circuito, esterna, in cui esso è inserito. Il punto di funzionamento è quello in cui la portata e il salto di pressione fornito dal compressore sono pari a quelli richiesti dal circuito ed è individuato dall'intersezione delle due caratteristiche.

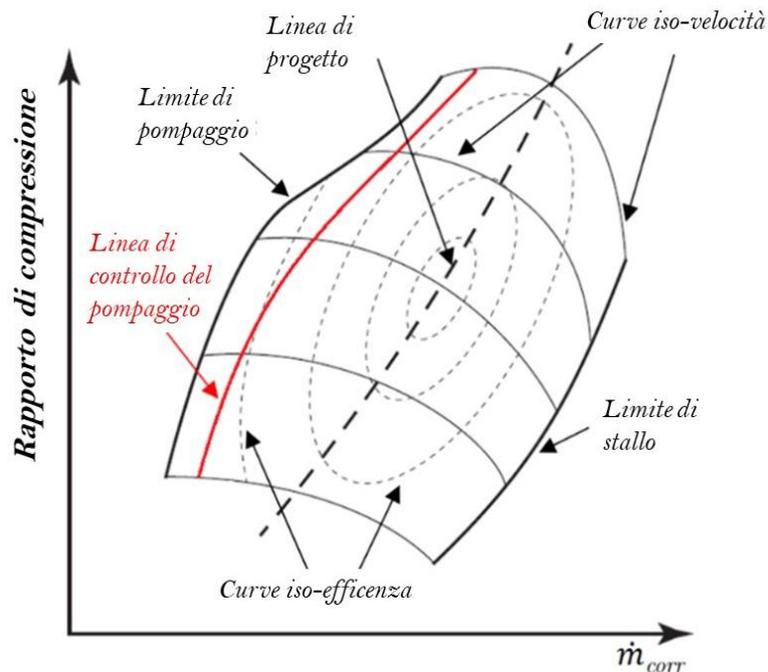


Figura 2.8: Mappa di funzionamento

In un punto qualsiasi del campo sono perciò note le seguenti grandezze:

- Portata di aria in massa
- Rapporto di compressione
- Regime di rotazione del compressore, quindi anche della turbina
- Rendimento e di conseguenza temperatura di mandata e potenza assorbita dal compressore.

La figura 2.8 mostra i due limiti operativi entro cui può variare la portata processata, un limite inferiore detto di pompaggio ed uno superiore, per portate elevate, detto di stallo. La linea di pompaggio è il luogo dei punti in cui l'equilibrio aereodinamico interno del compressore viene meno e si verifica un violento e rumoroso rifiuto della portata all'aspirazione con effetti talvolta distruttivi per le pale della girante. Nei motori da competizione, che dovevano durare alcune ore, era accettabile un funzionamento al di là del pompaggio per un tempo ridotto. A destra le prestazioni sono limitate dalla linea di stallo o saturazione (choking line) in cui vengono raggiunte le condizioni soniche e il conseguente blocco della portata all'ingresso della palettatura. Tale portata rappresenta il limite massimo gestibile dalla macchina nelle assegnate condizioni dell'ambiente di aspirazione ed assume pertanto un andamento verticale. Nella pratica il progettista non utilizza le curve a isola iso rendimento che sono

difficilmente maneggiabili dal punto di vista numerico ma preferisce utilizzare le curve dei rapporti di temperatura del compressore, che hanno un andamento pressoché rettilineo. Lavorare con i rapporti di temperatura e pressione è uguale a lavorare con i rendimenti, per cui esiste perfetta equivalenza.

### 2.3.2 Fenomeni di instabilità

Come accennato nel paragrafo precedente, il compressore funziona in corrispondenza del punto della caratteristica in cui la portata erogata corrisponde a quella richiesta dal sistema esterno. Il corretto funzionamento è però anche legato al fatto che il punto di design sia o meno su un ramo stabile della caratteristica manometrica. Il punto è stabile quando la caratteristica del compressore ha pendenza inferiore di quella della caratteristica esterna: infatti, in tal caso, al diminuire della portata la pressione fornita dal compressore risulta maggiore di quella necessaria e la velocità del gas può aumentare, riportando la portata a quella di normale funzionamento. Il sistema è pertanto in grado di reagire a piccole perturbazioni tornando nel punto di equilibrio iniziale. La linea che unisce tutti i massimi delle caratteristiche manometriche tracciate per diversi regimi di rotazione è detta linea di pompaggio: tale linea separa i punti di funzionamento stabile, ramo discendente, da quelli di funzionamento instabile, ramo ascendente.

- **pompaggio**

Si tratta di un fenomeno di instabilità globale che coinvolge l'intero sistema compressore-circuito esterno: in certe condizioni di funzionamento una perturbazione invece di essere smorzata, risulta accentuata dal sistema. Questo fenomeno è tipico delle basse portate e pone un limite inferiore di utilizzo della turbomacchina. Il pompaggio si verifica quando la curva di funzionamento del compressore diventa nulla, ossia quando il rapporto di compressione raggiunge il punto di massimo per una certa velocità di rotazione. Una ulteriore riduzione di  $\beta_c$  fa sì che la pressione finale sia minore di quella del circuito di mandata, provocando una oscillazione del gas trattato dal compressore che rifluisce verso l'aspirazione. L'inversione del flusso provoca una riduzione della pressione di mandata ed il ciclo di compressione riprende normalmente. Il pompaggio può essere classificato in quattro categorie:

- Mild-surge: prevede fluttuazioni di pressioni periodiche basate sulla frequenza di risonanza di Helmotz e non causa inversione del flusso
- Classic-surge: causa oscillazioni maggiori a frequenze minori. Anche in questo caso non è presente una inversione del flusso.
- Modified-surge: combinazione tra stallo rotante e classic-surge
- Deep-surge: questa tipologia è più aggressiva e può comportare l'inversione del flusso

flusso

Le oscillazioni innescate dal pompaggio sono dell'ordine di qualche Hertz, valori prossimi a quelli della frequenza naturale dei componenti della macchina e ciò può causare notevoli danni alle pale e alle tenute. Il pompaggio è connesso all'aumento di fenomeni vibratorii, spostamenti assiali dell'albero, fluttuazioni di pressione e variazioni di temperatura in mandata.

- **Stallo**

Un altro fenomeno di instabilità completamente indipendente dal pompaggio è lo stallo rotante. Può avvenire sia in stadi assiali che centrifughi ma in questi ultimi non comporta un eccessivo decadimento delle prestazioni per la presenza del contributo centrifugo. Si tratta di un fenomeno di instabilità locale che coinvolge la sola macchina e non il sistema in cui essa è inserita. Lo stallo consiste nel distacco della vena fluida dalle superfici delle pale e si verifica quando la componente meridiana della velocità assoluta, legata alla portata, diminuisce rendendo l'angolo di incidenza troppo elevato. In questo modo il flusso relativo diventa eccessivamente tangenziale e provoca il distacco della vena fluida dal dorso della pala. A causa di piccole imperfezioni del profilo, ogni pala è differente dalle altre e anche per disuniformità del flusso il distacco può iniziare prima su una o due pale (pale A e B), bloccando a livello locale il passaggio del fluido e diminuendo la portata smaltita a valori modesti. La corrente di gas viene allora ridistribuita sulle pale adiacenti riducendo l'incidenza del flusso sulle pale precedentemente stallate (pala C) e aumentandola su quelle che seguono, avvicinandole alla condizione di stallo. Da questo fenomeno di instabilità ciclica prende il nome lo stallo rotante.

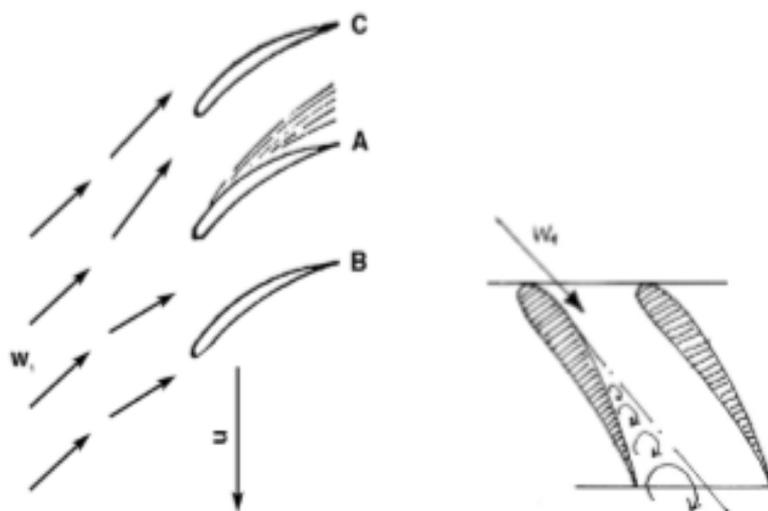


Figura 2.9:Lo stallo rotante

Il distacco procede, come mostrato in figura, dalla pala B alla pala C mentre la velocità di rotazione  $u$  della girante è orientata nel verso opposto; la sezione in cui si ha lo stallo si sposta progressivamente, ruotando, in direzione opposta a quella di rotazione. A differenza del pompaggio che comporta notevoli variazioni di portata, lo stallo ne provoca variazioni modeste. Questo fenomeno è estremamente dannoso dal punto di vista strutturale poiché induce pulsazioni periodiche di frequenza elevata sollecitando ciclicamente le palette del rotore fino a rottura per fatica. Le due situazioni di anomalia con cui si può manifestare lo stallo sono le seguenti:

- Stallo progressivo: le prestazioni peggiorano lievemente e spesso la presenza dello stallo è indicata soltanto da un cambiamento di rumore della macchina senza fenomeni pulsatori. Spesso si manifesta sotto forma di una alternanza di regioni non stallate e di celle di flusso stagnante lungo la circonferenza che ruotano con la girante sia per un osservatore inerziale che non. Le celle sono solitamente simmetriche, come mostrato in figura, e partono dalla periferia (stallo parziale) per poi svilupparsi su tutta l'altezza di pala (stallo a tutta altezza).

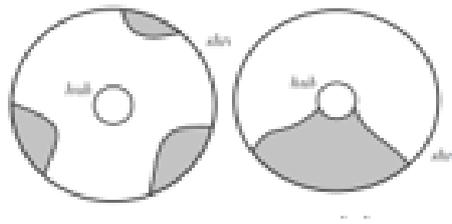


Figura 2.10:Tipologie di stallo

- Stallo istantaneo: si ha un crollo notevole delle performance, il rapporto di compressione diminuisce drasticamente e la rumorosità aumenta.

### 2.3.3 Tecniche per aumentare la stabilità del compressore

Per estendere il campo operativo del compressore alle basse portate è possibile ricorrere a trattamenti specifici della cassa in corrispondenza dell'imbocco del diffusore. Si sostituiscono le pareti lisce con pareti scanalate di varia forma in grado di modificare il flusso sulle pale nella regione di strato limite[8]. Deve essere tenuto in considerazione che modifiche del genere possono compromettere però le prestazioni del compressore.

## Capitolo 3

# 3 La fluidodinamica computazionale

### 3.1 CFD

La CFD è l'analisi di sistemi che coinvolgono fluidi in movimento, scambio termico e i fenomeni a loro relativi, come ad esempio reazioni chimiche, attraverso l'uso di simulazioni computazionali. La tecnica è versatile e performante e può essere applicata a svariati campi di utilizzo. Oggi la CFD ricopre un ruolo importante nel settore ingegneristico ed è comunemente utilizzata per complementare studi teorici e sperimentali. In particolare, la CFD presenta alcuni vantaggi rispetto all'approccio sperimentale:

- Tempi ridotti di progettazione,
- Analisi o valutazioni preliminari di sistemi in condizioni difficili da replicare ad esempio, oggetti di dimensione elevata, temperature e pressioni estremamente alte,
- Riduzione di costi, limitando il numero di prove sperimentali necessarie alla caratterizzazione del componente,
- Valutazione di grandezze del sistema difficili da misurare direttamente.

Nata negli anni '60, tale tecnica permette al progettista di aver informazioni fondamentali che possono essere di aiuto nella delicata fase di progettazione. Attraverso la simulazione fluidodinamica è possibile confrontare l'effetto di diverse forme per i componenti e identificare la soluzione che garantisce le migliori prestazioni del dispositivo, fin dalle prime fasi del lavoro. Si comprende, da tali motivazioni, come ormai la CFD sia diventata un procedimento standard per lo studio di tutti quei sistemi complessi il cui funzionamento prevede l'elaborazione di un fluido e nel nostro caso, del compressore centrifugo oggetto di studio. Il flusso all'interno del compressore è estremamente complesso, la velocità in prossimità del rotore raggiunge valori elevati e per questo motivo non è pensabile utilizzare l'ipotesi di fluido incomprimibile, il numero di Mach in gran parte del dominio raggiunge valori superiori a 0.3 e per velocità di rotazioni elevate il moto diventa anche transonico ( $M=0.75$ ). Le variazioni di densità non possono essere trascurate e la viscosità e la turbolenza assumono un ruolo fondamentale nella definizione del problema. In questo capitolo verranno introdotte le equazioni di conservazione necessarie alla corretta rappresentazione di un sistema fluidodinamico comprimibile e poi illustrare le equazioni RANS e il modello di turbolenza adottato  $k\omega$ SST.

### 3.2 Equazioni di conservazione per fluidi comprimibili

Le equazioni di conservazione permettono di rappresentare il comportamento di ogni sistema fluidodinamico nello spazio e nel tempo. Da un punto di vista matematico esse sono equazioni non lineari alle derivate parziali formulabili sulla base di due approcci: euleriano e lagrangiano. In questa trattazione sarà considerato il solo approccio euleriano che permette di descrivere le proprietà del flusso quali la velocità, la densità e la pressione come funzioni dello spazio, ossia del vettore posizione  $x$  e del tempo  $t$ . L'osservatore è solidale ad un sistema di riferimento inerziale e fotografa il campo di velocità, pressione, densità a ciascun istante temporale, senza focalizzarsi sulla singola particella fluida. Ogni equazione di conservazione descrive il trasporto di una generica proprietà[9]. La forma generale può essere così espressa:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \mathbf{u}) - \nabla \cdot (\gamma \nabla \phi) = q_v \quad (3.1)$$

Dove  $\phi$  rappresenta la grandezza scalare trasportata,  $\gamma$  il coefficiente diffusivo e  $q_v$  il termine di sorgente o pozzo della grandezza  $\phi$ . A ciascun termine è associato un preciso significato fisico:

- $\frac{\partial \phi}{\partial t}$  rappresenta la derivata temporale,
- $\nabla \cdot (\phi \mathbf{u})$  il termine convettivo di natura iperbolica.
- $\nabla \cdot (\gamma \nabla \phi)$  definisce il contributo diffusivo e rappresenta il trasporto della variabile  $\phi$  dovuto alla presenza del gradiente
- $q_v$ , eventuali termini di sorgente o pozzo che indicano la distruzione o produzione della grandezza  $\phi$ .

Le equazioni di conservazione possono essere scritte in forma integrale oppure in forma differenziale. La forma conservativa è definita su uno spazio detto volume di controllo su cui è possibile effettuare un bilancio di una generica grandezza fisica. Concettualmente la forma differenziale la si ottiene facendo tendere la dimensione del volume di controllo ad un valore infinitesimo. Mediante il teorema di Gauss è possibile trasformare la forma differenziale che agisce sull'intero volume in un integrale di superficie.

#### 3.2.1 Conservazione della massa

La conservazione della massa è uno dei principi base della meccanica del continuo. L'equazione di conservazione della massa o continuità può essere ottenuta dalla (3.1) sostituendo alla generica grandezza  $\phi$  la densità  $\rho$  e ponendo a zero il termine di sorgente:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (3.2)$$

### 3.2.2 Conservazione della quantità di moto

Per descrivere l'equazione della quantità di moto sostituiamo  $\phi$  con il prodotto delle grandezze  $\rho u$ :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \cdot u) = \rho g + \nabla \cdot \sigma \quad (3.3)$$

I termini di sorgente nella parte RHS dell'equazione rappresentano le forze presenti nel sistema divise in due categorie, forze di volume e forze di superficie:

- Le forze di volume includono la forza di gravità ed eventuali forze esterne.
- le forze di superficie sono rappresentate dal tensore degli sforzi di Cauchy, pari alla somma della pressione  $p$  e degli sforzi viscosi  $\tau$ , dove  $I$  indica il tensore unitario.,  $\sigma = -pI + \tau$ . Per un fluido newtoniano  $\tau$  può essere espresso come segue

$$\tau = 2\mu D - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot u)I \quad (3.4)$$

$$D = \frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^T] \quad (3.5)$$

Nella relazione  $\mu$  e  $D$  sono rispettivamente la viscosità dinamica e la parte simmetrica del tensore velocità.

Sostituendo (3.4) e (3.5) in (3.3) si ottiene la formulazione completa dell'equazione della quantità di moto, riportata di seguito:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \otimes u) = \rho g - \nabla \left( p + \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot u \right) + \nabla \cdot [\mu(\nabla u + (\nabla u)^T)] \quad (3.6)$$

Tale equazione differenziale alle derivate parziali prende il nome di equazione di Navier-Stocks. Trattandosi di una formulazione vettoriale, può essere decomposta in tre equazioni scalari, una per componente spaziale.

### 3.2.3 Conservazione dell'energia

L'equazione dell'energia deriva dal primo principio della termodinamica e la sua formulazione la si ottiene sostituendo al generico scalare  $\phi$  il prodotto della densità  $\rho$  per

l'energia specifica  $e$ :

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e u) = Q_{vol} + \nabla \cdot Q_s \quad (3.7)$$

$Q_s$  rappresenta la sorgente di superficie, al cui interno sono racchiusi i seguenti termini:

- Il lavoro degli sforzi di pressione  $\nabla \cdot (-\rho u)$  e degli sforzi viscosi  $\nabla \cdot (\tau u)$
- Il flusso di calore  $\dot{Q}$ , dove  $q$  è definito dalla legge di Fourier, in cui compare la conduttività termica  $\lambda$ , proprietà di ciascun materiale che dipende dal suo stato termodinamico. In questa trattazione sarà considerata costante.

$Q_{vol}$  tiene conto di tutti quei contributi di generazione e distruzione di energia che avvengono all'interno del volume di controllo, tra essi il principale è legato al termine gravitazionale  $\rho g u$ . Tenendo conto di quanto detto, la relazione (3.7) può essere così espressa:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e u) = \rho g \cdot u - \nabla \cdot (\rho u) - \nabla \cdot \left( \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot u) u \right) + \\ \nabla \cdot (\mu (\nabla u + (\nabla u)^T) \cdot u) + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \rho Q \end{aligned} \quad (3.8)$$

Quando si lavora con un sistema termodinamico comprimibile è preferibile adottare la formulazione entalpica dell'equazione, piuttosto che quella basata sull'energia interna. Il legame tra energia interna e entalpia è così espresso:

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (3.9)$$

La relazione tra entalpia specifica totale e energia cinetica totale è derivata nel seguente

$$h_0 = h + \frac{1}{2} (u \cdot u) = u + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} (u \cdot u) = e + \frac{p}{\rho} \quad (3.10)$$

E permette di ottenere la formulazione su base entalpica utilizzata nei principali solutori comprimibili di OpenFOAM:

$$\frac{\partial(\rho h_0)}{\partial t} - \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u h_0) = \rho g \cdot u + \nabla \cdot (\sigma \cdot u) - \nabla \cdot q + \rho Q \quad (3.11)$$

### 3.3 RANS

L'osservazione di flussi turbolenti è una esperienza quotidiana che viene identificata con il moto non stazionario, apparentemente caotico e tridimensionale di un fluido in cui sono presenti strutture coerenti di differenti dimensioni. Le strutture più grandi trasportano la maggior parte dell'energia e sono le responsabili del trasporto della quantità di moto, del calore, della massa e sono direttamente influenzate dalla dimensione del dominio; le strutture più piccole invece sono dominate dalla viscosità. Il trasferimento di energia dalle grandi alle piccole scale avviene tramite i termini non lineari di pressione con un processo non viscoso che quindi non dissipa energia. La maggior parte dell'energia del flusso risiede nelle scale di dimensioni maggiori, mentre la dissipazione si verifica nella scala più piccola e le prime sono in costante equilibrio con le ultime attraverso il range inerziale. Purtroppo, quando un flusso è caratterizzato da un elevato numero di Reynolds la differenza di dimensioni delle strutture vorticosi comincia a diventare importante ed in qualche punto della cascata energetica bisogna operare un taglio, ossia decidere quali scale si è disposti a calcolare e quali a modellare. La tecnica più ovvia è quella di simularle tutte con un metodo denominato DNS, direct numerical simulation, un approccio del genere, però, comporta un tempo computazionale troppo elevato e elevate capacità di calcolo e memoria. Per applicazioni ingegneristiche è possibile avvalersi di uno dei seguenti approcci:

- RANS (Reynolds Average Navier Stocks) sono equazioni di Navier Stocks dove le grandezze non sono più istantanee ma mediate in un certo periodo di tempo, piccolo rispetto ai fenomeni da investigare e sufficientemente grande rispetto ai fenomeni della turbolenza. Attualmente questo tipo di modellistica è quello standard a livello industriale poiché permette di simulare flussi in scala 1:1 con un costo accettabile e risultati accurati.
- LES: Large Eddy Simulation, dove tutte le strutture più grandi ma comunque nel range inerziale vengono esplicitamente simulate con una griglia adeguatamente fitta mentre le scale di sottogriglia vengono parametrizzate con un modello. Il vantaggio fondamentale di questo approccio è che le scale di moto nel range inerziale si trovano nel mezzo della cascata energetica e sono già state rese omogenee dalla successiva frammentazione delle strutture più grandi. La loro dinamica sarà quindi indipendente dalla geometria del problema e avrà un carattere universale.

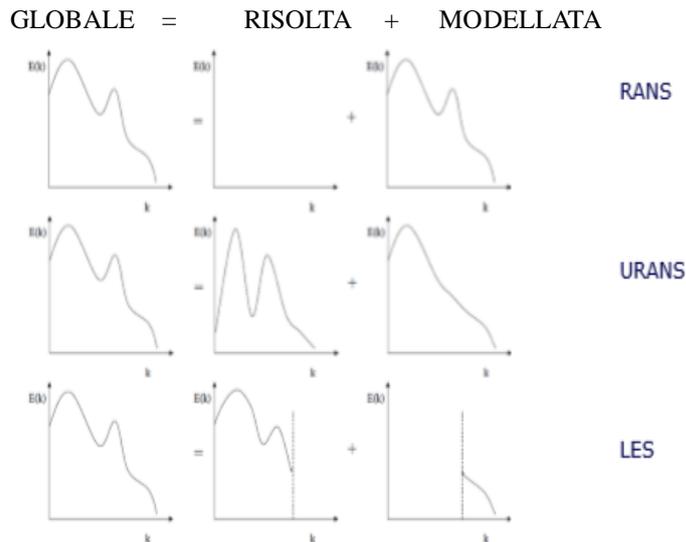


Figura 3.1: RANS, LES, DNS

Per molte applicazioni ingegneristiche la sola conoscenza delle grandezze medie può essere sufficiente per la risoluzione del problema. L'approccio RANS permette infatti di ridurre notevolmente i tempi di calcolo. Qualunque segnale dipendente dal tempo può essere decomposto in un valore medio ed una fluttuazione; nel caso in cui il valore medio sia costante allora si può porre:

$$\varphi = \overline{\varphi} + \varphi' \quad (3.12)$$

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi dt \quad (3.13)$$

dove la componente instazionaria del fenomeno è racchiusa nella fluttuazione. La decomposizione appena illustrata è detta media alla Reynolds [5] e può essere applicata alla pressione e alle altre variabili dipendenti delle equazioni di Navier stocks. Questo approccio non è però sufficiente se si considera un fluido comprimibile, in tal caso le variazioni di densità devono essere considerate attraverso la decomposizione di Favre. Applicando entrambe le decomposizioni alle equazioni di conservazione precedentemente introdotte otteniamo:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{u}_i) = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\rho} \left( \bar{e} + \frac{\bar{u}_i \bar{u}_j}{2} \right) + \frac{\overline{\rho u_i'' u_i''}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} \bar{u}_j \left( \bar{h} + \frac{\bar{u}_i \bar{u}_j}{2} + \bar{u}_j \frac{\overline{\rho u_i'' u_j''}}{2} \right) \right) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{u}_i (\bar{\sigma}_{ij} - \overline{\rho u_i'' u_i''}) \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\bar{q}_j - \overline{\rho u_i'' h''} \right. \\ \left. + \bar{\sigma}_{ij} u_i'' - \frac{\overline{\rho u_j'' (u_i'' u_j'')}}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

L'equazione della variazione della quantità di moto così espressa prende il nome di RANS con media di Favre. Il set di equazioni presenta due termini nuovi:

- Il tensore degli sforzi di Reynolds, un tensore simmetrico contenente gli sforzi di Reynolds che deriva dalla decomposizione del termine convettivo non lineare.
- I flussi turbolenti di entalpia che rappresentano il trasporto di calore aggiuntivo rispetto a quello laminare e la sua presenza è strettamente dipendente dalle fluttuazioni turbolente del flusso. Esso induce un aumento netto della diffusione termica rispetto al caso di moto puramente laminare.

Per poter risolvere flussi turbolenti con le equazioni RANS è necessario sviluppare dei modelli di turbolenza per predire gli sforzi di Reynolds, i termini di trasporto e chiudere il problema. L'ipotesi di Boussinesq permette ciò legando gli sforzi del tensore di Reynolds al tensore di velocità di deformazione medio tramite un parametro denominato viscosità turbolenta:

$$\tau'_{ij} = \overline{-\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.17)$$

dove  $\delta_{ij}$  il delta di Kronecker,  $k$  l'energia cinetica turbolenta per unità di massa e il tensore di velocità medio pari a:

$$\widehat{D}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.18)$$

Il trasporto di massa, calore e altre proprietà scalari può essere modellato in maniera simile. L'ipotesi di Boussinesq mostra che il trasporto della quantità di moto turbolenta è assunto

proporzionale al gradiente medio di velocità. Per analogia, il trasporto turbolento di una grandezza scalare è proporzionale al gradiente del valore medio della grandezza trasportata.

$$-\overline{\rho u_i' \phi'} = \Gamma_t \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (3.19)$$

Il medesimo meccanismo caratterizza anche il trasporto turbolento della massa e del calore ed è logico aspettarsi che il valore della diffusività turbolenta sia simile al valore della viscosità turbolenta. Questa assunzione è nota come analogia di Reynolds e permette di introdurre un numero di Smith e Prandtl definiti nel seguente modo:

$$\sigma_t = \frac{\mu_t}{\Gamma_t} \quad (3.20)$$

### 3.4 Menter k- $\omega$ SST

I più comuni modelli di turbolenza sono classificati in base al numero di equazioni di trasporto aggiuntive che devono essere risolte insieme alle RANS. I modelli a due equazioni danno ottimi risultati nel caso in cui il flusso sia semplice e con un numero ridotto di zone di ricircolo, qualora siano presenti flussi caratterizzati da rapidi cambiamenti di direzione, swirl e avversi gradienti di pressione, i risultati predetti con questi modelli risultano meno accurati. Per questo motivo sono stati sviluppati modelli avanzati di turbolenza per simulare flussi in turbomacchine e di aereodinamica esterna. Il modello k $\omega$ SSt nasce dall'unione del modello k $\omega$  proposto da Wilcox e un modello k $\epsilon$  modificato in modo da far apparire  $\omega$  nelle equazioni. Lo scopo è quello di unire l'efficacia del modello di Wilcox vicino a parete con la ridotta sensibilità del k $\epsilon$  nella condizione di free stream[5]. Il modello è composto dalle seguenti equazioni:

- Equazione dell'energia cinetica turbolenta k:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = P - \beta * \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} [(v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (3.21)$$

- Equazione per  $\omega$ :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{v_t} P - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\partial \omega_2}{\partial \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.22)$$

$$\text{con } P = 2v_t S^2 \quad (3.23)$$

$$S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad (3.24)$$

$$S_{ij} = 0.5 \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.25)$$

La funzione F1 assume valore unitario in prossimità della parete permettendo l'attivazione del modello k- $\omega$  di Wilcox mentre assume valore pari a 0 lontano dalla stessa. La viscosità turbolenta è così definita:

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega_1, \Omega F_2)} \quad (3.26)$$

Dove  $\omega$  è il modulo della vorticità. Nello strato limite la funzione F2 è pari a 1 e  $\Omega > \omega \cdot a_1$ . In questo modo viene limitata la viscosità turbolenta al fine di considerare l'effetto di trasporto degli sforzi di Reynolds, importante nel caso in cui è presente un gradiente avverso di pressione. F2 in analogia a F1, lontano dalla parete diminuisce e la viscosità turbolenta assume il medesimo valore assunto nel modello k  $\omega$  standard. È presente una funzione peso per ottenere i valori di parametri usati nelle equazioni:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (3.27)$$

Dove  $\phi_1$  rappresenta il primo valore e descrive il comportamento all'interno dello strato limite e  $\phi_2$  il secondo che ne valuta il comportamento al di fuori.

Per concludere le funzioni F1 e F2 sono così definite:

$$\begin{aligned} F_1 &= \tanh(\arg_1^4) \\ \arg_1 &= \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \\ CD_{k\omega} &= \max \left( 2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \\ F_2 &= \tanh(\arg_2^4) \\ \arg_2 &= \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Le costanti sono qui elencate:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} k^2}{\sqrt{\beta^*}} = 0.5532 \\ \gamma_2 &= \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} k^2}{\sqrt{\beta^*}} = 0.4403 \\ \sigma_{K1} &= 0.85 \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5 \quad \beta_1 = 0.075 \\ \sigma_{K2} &= 1.0 \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856 \quad \beta_2 = 0.00828 \\ \beta^* &= 0.09 \quad k = 0.41 \quad \alpha_1 = 0.075 \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3.5 Boundary layer

Il compressore centrifugo è una macchina a fluido caratterizzata da una aereodinamica interna, ossia il flusso è vincolato ad attraversare superfici materiali, nel nostro caso dei canali palari e non è libero di muoversi liberamente. Per tale motivo è estremamente importante valutare non solo il campo di moto lontano dalla parete ma anche il comportamento in prossimità della stessa, dove l'effetto inerziale non è più quello dominante. La regione prossima alla parete, dove gli sforzi viscosi non sono più trascurabili prende il nome di strato limite ed è caratterizzata da una velocità media  $U$  funzione dei seguenti parametri:

$$U = f(y, \rho, \mu, \tau_w) \quad (3.30)$$

Dove  $y$  rappresenta la distanza dalla parete,  $\rho$  la densità del flusso,  $\mu$  la viscosità e  $\tau$  lo sforzo viscoso. La formula (3.30) prende il nome di legge di parete e attraverso una analisi dimensionale è possibile metterne in evidenza due importanti gruppi:

$$y^+ = \frac{y}{\delta_v}; \quad U^+ = \frac{U}{U_\tau} \quad (3.31)$$

Si noti come la scala di velocità appropriata sia  $U_\tau$  ossia la friction velocity. Lontano dalla parete invece, è lecito aspettarsi che la velocità non sia più influenzata dalla viscosità ma dall'effetto ritardante dello sforzo a parete. Adimensionalizzate le variabili in gioco il profilo di velocità all'interno dello strato limite può essere considerato come funzione della distanza dalla parete, in particolare si possono identificare tre zone:

- Andamento di tipo lineare  $y^+ < 5$   $u^+ = y^+$   
Le strutture vorticoso turbolente in prossimità della parete terminano il loro moto e il fluido è dominato dagli effetti viscosi. Il substrato viscoso è estremamente sottile e lo shear stress può essere assunto all'incirca costante e pari a  $\tau_w$ . La relazione lineare  $u^+ = y^+$  tra la velocità e la distanza del fluido dalla parete è anche nota come substrato lineare.
- Andamento di tipo logaritmico  $30 < y^+ < 500$   
Al di fuori del substrato viscoso esiste una regione in cui gli sforzi viscosi e turbolenti sono entrambi importanti.  $\tau$  varia poco con la distanza dalla parete e all'interno di questa regione può essere assunto costante e pari allo sforzo di taglio  $\tau_w$ . Il legame tra  $u^+$  e  $y^+$  è espresso come segue:

$$u^+ = \frac{1}{k} \log y^+ + B \quad (3.32)$$

I valori numerici delle costanti sono ottenuti da prove sperimentali;  $k$  e  $B$  sono parametri universali validi per tutti i flussi turbolenti caratterizzati da un elevato numero di Reynolds. Per il legame logaritmico della formula, essa prende il nome di legge logaritmica e  $y^+$  è detto substrato logaritmico.

- Zona di buffer  $10 < y^+ < 30$   
Nella zona compresa tra le due precedenti gli sforzi viscosi e quelli turbolenti presentano il medesimo ordine di grandezza.

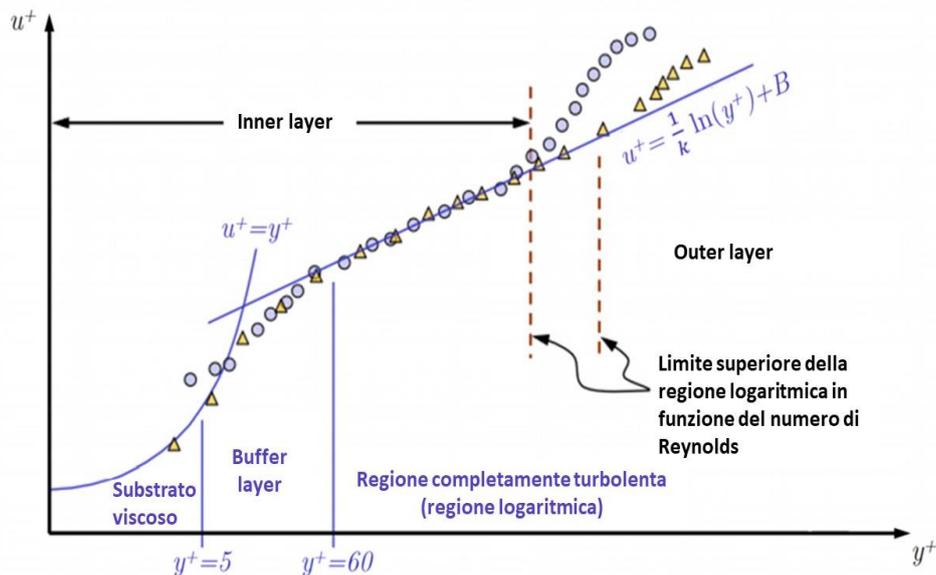


Figura 3.2: Lo strato limite

Le tre zone appena descritte costituiscono il 10 %, 20% dello spessore dello strato limite totale. Questa regione prende il nome di inner region e si contrappone alla outer region in cui l'aspetto dominante è quello inerziale ed il flusso è libero da ogni aspetto viscoso.

### 3.6 OpenFOAM

Nel lavoro di tesi è stato utilizzato il software OpenFOAM sia per le simulazioni stazionarie che per l'accoppiamento 1D-3D instazionario. OpenFOAM (*Open Field Operation and Manipulation*) è principalmente un toolbox C++ utilizzato per customizzare ed estendere soluzioni software per la simulazione. Scritto per sistemi Unix/Linux rilasciato con licenza "GNU General Public License" è usato principalmente per creare eseguibili, denominati applications divisi in due categorie, Solvers, progettati per risolvere problemi basati sulla meccanica del continuo, inclusa la Fluidodinamica Computazionale e Utilities: scritti per agevolare il trattamento e l'analisi dei dati. OpenFOAM è stato sviluppato negli anni 80 a Londra, nell'Imperial College con lo scopo di creare una piattaforma di calcolo più flessibile rispetto quella esistente scritta in linguaggio Fortran. Prima di diventare un software

OpenFOAM nel 2004 veniva venduto con il nome di FOAM dalla compagnia inglese Nabla Ltd. La versione in uso è stata compilata dai sorgenti in modo da poter usufruire degli aggiornamenti più recenti. La versione è la 5.x ed è modificata giornalmente dalla OpenFOAM Foundations. Punto di forza del programma è la possibilità di personalizzare i solutori, basandosi infatti sulla struttura già presente è possibile modificare gli algoritmi implementati con una conoscenza base di fisica e programmazione. Il programma è strutturato in cartelle ed è diviso in 3 ambienti principali:

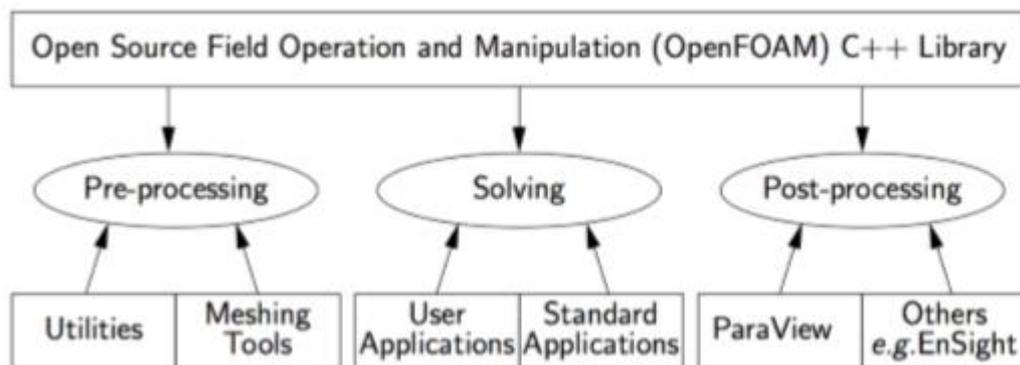


Figura 3.3: Ambienti di lavoro

- Pre processing: in questa fase vengono effettuate tutte quelle operazioni utili alla generazione della mesh, la pulizia della geometria, l'estrazione del volume fluido.
- Solving, nella fase di calcolo sono risolte le equazioni rappresentative del problema secondo gli schemi numerici presenti nella cartella fv-schemes.
- Post processing: con l'ausilio dell'ambiente Paraview è possibile condurre analisi scientifiche statiche e di tipo interattivo.

### 3.6.1 Struttura dei Solver

OpenFOAM è scritto in C++, un linguaggio di programmazione ad oggetti che permette di racchiudere tutte le procedure per lo svolgimento di un problema fluidodinamico in un singolo punto del codice sorgente denominato classe. Tale struttura rende il codice più facilmente gestibile e riduce la possibilità di commettere errori. Le classi definiscono tipi di dati personalizzati in funzione dei problemi da risolvere, facilitando la scrittura e la comprensione delle applicazioni. Sono il mezzo naturale per tradurre l'astrazione di un tipo definito dall'utente che combina la rappresentazione dei dati con le funzioni che li manipolano. Ogni classe è costituita da una prima parte detta dichiarazione in cui vengono descritti i dati e l'interfaccia, e una seconda parte detta definizione dei metodi in cui le funzioni membro sono implementate. Le dichiarazioni si collocano in Header file con

estensione .H indipendenti dai file .C che contengono le implementazioni dei metodi. In ogni cartella OpenFOAM, indipendentemente dalla versione in uso, è presente una directory SRC, Library Source Folder, che contiene tutti gli oggetti utilizzati dal programma durante il running. Consideriamo come esempio il solver rhoSimpleFoam, solutore tipico di fluidi turbolenti e comprimibili. Nel solver è presente un file .C, rhoSimpleFoam.C, in cui vengono richiamate tutte le funzioni .H mediante il comando #include. Questa operazione permette di snellire la definizione di alcune classi raccogliendo le parti comuni che possono essere utilizzate nella cartella Include. Utilizzando il comando #include è possibile includere i file dove richiesto. È inoltre presente una ulteriore cartella Make all'interno della quale sono riposti i file necessari alla creazione della libreria files che contiene tutti i file .C necessari alla creazione e options che contiene le informazioni necessarie alla compilazione e i file.H presenti in altre parti del programma.

### 3.6.2 Struttura delle cartelle

In questo paragrafo viene illustrata la generica struttura di una cartella di lavoro in OpenFOAM. L'utente rinomina la cartella Case a proprio piacimento e questa diventa la Directory principale in cui verranno inserite le sottocartelle e i file necessari al funzionamento del programma. La cartella principale contiene al suo interno non meno di tre sottocartelle così nominate: 0, Constant, System.

- Constant contiene una descrizione completa della mesh e le specifiche fisiche del caso in esame, ad esempio le proprietà di trasporto, il modello di turbolenza.
- La directory System contiene tutti i parametri necessari per il calcolo della soluzione; al suo interno sono presenti minimo tre file: ControlDict, fvSchemes e fvSolution. Per quanto riguarda il primo vi si definiscono i parametri utili per il run, inclusi il tempo di inizio e fine procedura, gli step di calcolo e i parametri di stampa e salvataggio output. Nel secondo si descrive la modalità di discretizzazione adottata mentre in fvSolution sono inserite le tolleranze, gli algoritmi di controllo e i fattori di sottorilassamento necessari per procedere alla fase computazionale.
- La cartella 0 è utile per definire le condizioni iniziali delle variabili del problema definendone le dimensioni, il campo interno e il campo delle condizioni al contorno.

Nei capitoli successivi saranno illustrati con maggior dettaglio i contenuti di ogni cartella

## Capitolo 4

### 4 La mesh e il modello fisico

In questo capitolo sarà introdotto il compressore oggetto di studio. Ne verranno spiegate peculiarità e principali caratteristiche. Sarà inoltre illustrata la procedura per la generazione della mesh con particolare attenzione anche ai software utilizzati. La trattazione verterà poi sulle differenti opzioni presenti in OpenFOAM per gestire interfacce di turbomacchine e si concluderà con la spiegazione del modello fisico del componente.

#### 4.1 Caratteristiche del compressore IHI RHF3

Il compressore oggetto di studio è caratterizzato da dimensioni contenute e elevati regimi di rotazione, può infatti raggiungere 220000 giri/min. Tale unità trova applicazione nel settore automotive per autovetture a benzina. La girante del compressore è realizzata in lega di alluminio, alufont, materiale particolarmente indicato per la contenuta massa specifica, la buona lavorabilità e il costo ridotto rispetto ad altre leghe, come ad esempio le leghe di titanio. Il compressore è dotato inoltre di un diffusore non palettato.

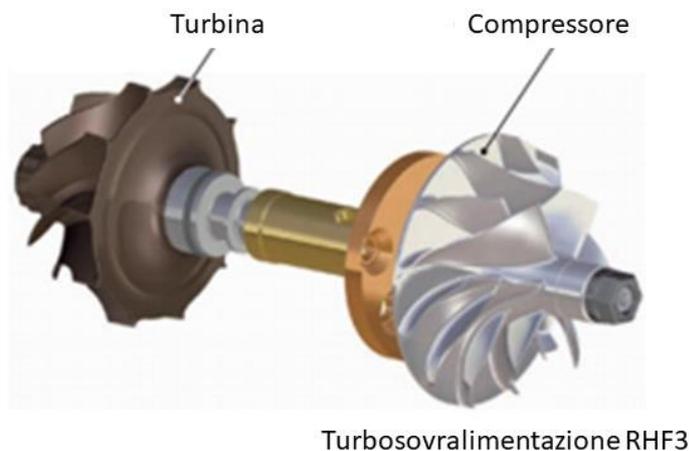


Figura 4.1:La sovralimentazione a gas di scarico IHI RHF3[13]

Come mostrato in figura 4.1, la girante è costituita da 10 pale di cui 5 pale Splitter ovvero mezza palette aventi lo scopo di condurre maggiormente il flusso in uscita dal rotore limitando il fenomeno dello scorrimento sempre presente nelle macchine operatrici centrifughe.

## 4.2 Discretizzazione spaziale e qualità

Generare una mesh significa suddividere il dominio fisico in una serie di elementi discreti detti celle o volumi di controllo sui quali vengono risolte le equazioni introdotte nel capitolo 3. Il numero di celle è un compromesso tra l'onere computazionale richiesto dalla simulazione e la capacità di cogliere i fenomeni caratteristici del fluido. Avere un numero eccessivo di celle comporta un tempo di computazione eccessivo e talvolta non è neanche richiesto avere un grado di dettaglio così elevato sull'intero dominio. Le celle non devono essere sprecate in zone del fluido poco importanti, ma addensate nelle zone di interesse come ad esempio, strato limite o zone di rapida variazione delle grandezze fluidodinamiche. La griglia e quindi la soluzione può essere rifinita aumentando la densità di celle nelle zone di studio. Ciascuna grandezza di interesse, nella griglia di calcolo, è associata al centro della cella. La qualità della mesh gioca un ruolo importante nella stabilità e nell'accuratezza del risultato; è essenziale valutarne sempre la buona riuscita. A tal proposito, i parametri da tenere in considerazione sono i seguenti:

- **La non ortogonalità**

Questo parametro è rappresentato dall'angolo che il vettore  $A$  forma con il vettore  $D$  normale alla faccia di due celle adiacenti. Una mesh è detta ortogonale se la normale alla faccia è parallela al vettore  $A$ . L'angolo generato può variare da  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . Nonostante siano presenti correzioni durante il run time, questo errore non può essere completamente eliminato e determina un aumento del tempo di calcolo.

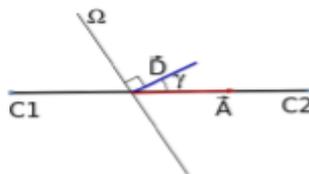


Figura 4.2: Non-ortogonalità

- **La skewness**

La skewness è un parametro che controlla la qualità della mesh attraverso la sua stessa geometria. Da un punto di vista matematico può essere espressa nel seguente modo: come rapporto tra il modulo di  $b$  e il modulo di  $A$ . Dove il vettore  $A$  è la congiungente i centri cella di due domini avente una faccia in comune e  $M$  è dato dall'intersezione tra questo vettore con la faccia della cella. Sia inoltre  $b$  la distanza di  $M$  con il centro della faccia. La skewness è uno dei principali parametri utilizzati nell'analisi di qualità di una mesh. Essa determina quanto una faccia o una cella sia siano simili alla geometria ideale, ad esempio triangolo equilatero o rettangolo equiangolo. Tanto più il valore è prossimo allo zero,

tanto tanto la qualità sarà maggiore, in caso contrario le celle appariranno distorte e degenerate.

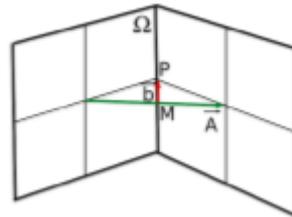


Figura 4.3: La skewness

- **Aspect Ratio**

L'aspect ratio indica il rapporto tra la lunghezza dello spigolo più lungo e quello di lunghezza minore della geometria. Tanto più il valore sarà elevato tanto più gli elementi saranno distorti. In situazioni di fluido multidimensionale, quando non è presente alcuna direzione di preferenza, è consigliabile adottare un Aspect Ratio il più possibile vicino al valore unitario, valori maggiori possono essere utilizzati in problemi essenzialmente monodimensionali.

- **Smoothness**

È importante evitare variazioni brusche di dimensioni tra una cella e quelle adiacente. È sconsigliato avere differenze relative maggiori del 20%. Per ovviare a tale problema è possibile in CfMesh definire delle geometrie di raffinamento così da poter gestire in prima persona la graduale variazione di dimensione della griglia di calcolo. È importante, discretizzare in maniera adeguata il comportamento del flusso in prossimità della parete attraverso una griglia graduale per evitare brusche variazioni delle grandezze oggetto di studio.

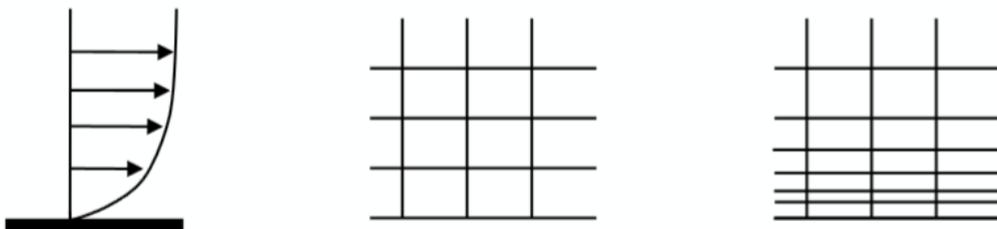


Figura 4.4: Smoothness

### **4.3 Dal CAD alla mesh di volume**

In questo paragrafo si illustra la procedura adottata per l'ottenimento della mesh finale del compressore centrifugo a partire dal suo modello CAD. Per realizzare la mesh di volume finale è necessario seguire i passi qui riportati:

1. Preparazione e pulizia della geometria
2. Posizionamento reciproco dei componenti
3. Chiusura del dominio
4. Estrazione multipla del volume fluido.
5. Creazione STL
6. Generazione della mesh di volume

#### **4.3.1 Preparazione e pulizia della geometria**

La prima attività condotta ha riguardato la valutazione della geometria del compressore. Questa fase è di notevole importanza in quanto il CAD deve essere di qualità elevata per poter estrarre un dominio fluido il più rappresentativo possibile del modello fisico. L'università di Genova ha fornito gli step dello statore e del rotore del compressore IHI RHF3 e una tavola per poter definire le quote dei componenti. Purtroppo non sono state indicazioni riguardo il loro reciproco accoppiamento. Lo statore presenta una lavorazione meccanica interna che è stata eseguita grazie ad un software di modellazione 3D. Si è prestata particolare attenzione alla pulizia e alla qualità delle superfici, nel dettaglio le pale sono state ridisegnate senza modificarne i parametri caratteristici. Le feature di viti e dettagli superflui alla simulazione fluidodinamica sono state eliminate per facilitare l'estrazione del volume fluido. Trattandosi di un lavoro di validazione delle condizioni di funzionamento del compressore, sono state aggiunte due semisfere alla sezione di ingresso e di uscita della macchina rappresentanti l'ambiente esterno necessario per effettuare il flussaggio virtuale.

#### **4.3.2 Posizionamento reciproco dei componenti**

I file step di statore e rotore sono stati importati in un assieme per poterne vincolare le reciproche posizioni. Il sistema di riferimento è stato posizionato nell'intersezione tra la base del rotore e l'asse di rotazione dello stesso per facilitare il setup della simulazione.

### 4.3.3 Chiusura del dominio

Per poter essere estratto il volume fluido deve essere chiuso. I bordi dei fori del dado e della base dello statore sono stati estratti e riempiti nel software CAD.

### 4.3.4 Estrazione multipla del volume fluido

A questo punto il volume fluido è pronto per essere estratto. Dovendo però simulare la fluidodinamica di una turbomacchina è necessario dividere il dominio in una componente rotorica, in moto, e una statorica fissa nello spazio. Per comodità il volume fluido è stato diviso in tre domini definiti rispettivamente:

- INLET → Rappresenta l'inducer del compressore e appartiene al dominio statorico. È pertanto caratterizzato da velocità di rotazione nulla.
- ROTORE → Costituisce il corpo centrale della macchina e include la girante, il cui moto verrà simulato mediante l'approccio MRF.
- STATORE → Somma di diffusore e voluta, assieme all'INLET rappresenta la parte fissa del compressore.

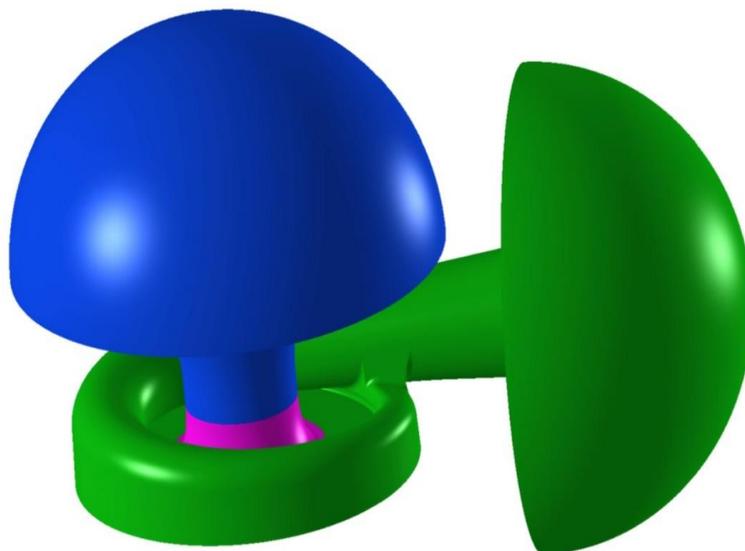


Figura 4.5: Domini della geometria

### 4.3.5 Creazione STL

Per la creazione degli STL è stato utilizzato SALOME, una piattaforma CAE che integra soluzioni open source per la simulazione, meshing, il calcolo numerico e la visualizzazione dei risultati. Ogni singolo step viene caricato nel programma ed è molto importante in questa fase accertarsi della qualità del body importato per evitare problematiche nella creazione della mesh superficiale. SALOME presenta due ambienti principali:

- L'ambiente geometry in cui vengono selezionate le patch di ogni componente oggetto di studio e definite le geometrie che saranno poi discretizzate in 2D.
- L'ambiente meshing che permette di creare gli STL dei domini di calcolo mediante l'uso di svariati algoritmi e parametri.

La geometria è stata divisa in un numero elevato di STL per aver poi la possibilità di raffinare maggiormente solo i componenti più critici, limitando l'onere computazionale. Ogni singolo gruppo superficiale è stato discretizzato con i medesimi algoritmi garantendo in questo modo una geometria uniforme. Il programma fornisce come output un file .hdf del caso e gli STL generati. La procedura è stata applicata a tutti e tre le suddivisioni del compressore.

### 4.3.6 Generazione della mesh di volume

La mesh è stata realizzata con CfMesh, una libreria multiplatforma installabile su OpenFOAM che richiede come input una geometria superficiale triangolare e un mesh template posto all'interno della cartella System. Il programma permette di realizzare mesh cartesiane, non strutturate e poliedriche sia 3D che 2D. CfMesh può sfruttare differenti formati ma è consigliare adottare il formato fms che può salvare in un unico file tutte le entità geometriche del caso. Gli STL devono essere quindi posti in una cartella, denominata Geo, all'interno di Constant e concatenati grazie ad un apposito comando. La geometria.fms è così fornita al meshdict che a seconda dei parametri inseriti genererà un prima mesh del compressore. Si è scelto di realizzare una mesh cartesiana strutturata 3D caratterizzata da tre boundary layer per ogni dominio. Il meshdict è essere diviso in due sezioni, una obbligatoria e una opzionale. Nel setup obbligatorio è necessario definire due input per poter avviare il processo:

- surfaceFile, in cui viene indicato il percorso relativo alla geometria .fms che deve essere discretizzata in una griglia di calcolo 3D.
- maxCellSize che definisce la dimensione massima della cella di default.

Utilizzare una dimensione uniforme di cella non è soddisfacente nella maggior parte dei casi, per questo motivo sono state utilizzate sorgenti di raffinamento locale per discretizzare in

maniera appropriata la geometria. In particolare, il comando opzionale `localRefinement` ha permesso di infittire localmente ogni dettaglio limitando il numero globale di celle.

#### 4.4 Merge meshing

Realizzate le mesh dei tre domini è necessario definire come unire i tre sottosistemi per ottenere la griglia spaziale finale del compressore. OpenFOAM permette di fondere mesh con il comando `mergeMeshes`: per applicare correttamente l'opzione è necessario identificare la cartella `MASTERCASE`, rappresentante il dominio principale e le cartelle `ADDCASE` le cui geometrie saranno fuse al corpo di base. Di seguito sono riportati i comandi utilizzati nel procedimento:

- **Fusione ROTORE INLET**  

```
mergeMeshes ROTORE/ INLET
cd ROTORE
rm -rf 1
cd .. mergeMeshes -overwrite ROTORE/INLET
```
- **Fusione ROTORE STATORE**  

```
mergeMeshes ROTORE/ STATORE
cd ROTORE
rm -rf 1
cd .. mergeMeshes -overwrite ROTORE/STATORE
```

L'operazione crea all'interno della cartella `Constant` del dominio `MASTERCASE`, il file `Polymesh` rappresentante la mesh totale del compressore divisa nelle seguenti sottocartelle:

- **Points**: Contiene le coordinate di tutti i nodi sotto forma di una lista. Ciascun punto è individuato nello spazio 3D da un vettore, le cui dimensioni sono espresse in metri.
- **Faces**: elenca le facce presenti nella griglia numerandole secondo la regola della mano destra, come mostrato in figura.

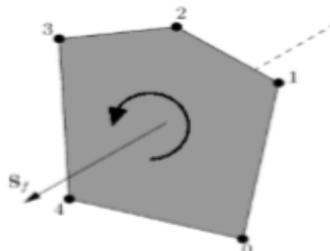


Figura 4.6: Numerazione dei vertici

- Owner e Neighbour: ogni cella è catalogata in base alla al volume di appartenenza o proprietario e in base alle celle adiacenti.
- Boundary: contiene tutte le patch presenti nella mesh, dichiarate attraverso il loro nome.

## 4.5 Caratteristiche della griglia

Per le analisi stazionarie è stata adottata una griglia di calcolo caratterizzata da 5800000 elementi. Tale scelta deriva dalla volontarietà di discretizzare nel dettaglio il dominio ROTORE del compressore. L'uso di raffinamenti locali ha permesso di rappresentare ottimamente il profilo di pala limitando la dimensione di cella solo nelle zone interessate. Dovendo discretizzare componenti geometrici inferiori a 1 mm si è preferito infittire localmente la mesh per non aumentare drasticamente il numero di celle. Le semisfere di ingresso e uscita sono caratterizzate da uguale dimensione così da poter cogliere in egual modo la fluidodinamica del compressore. Lo strato limite a parete è stato descritto con tre boundary layer ottimizzati, grazie ad una opportuna opzione nel MeshDict.

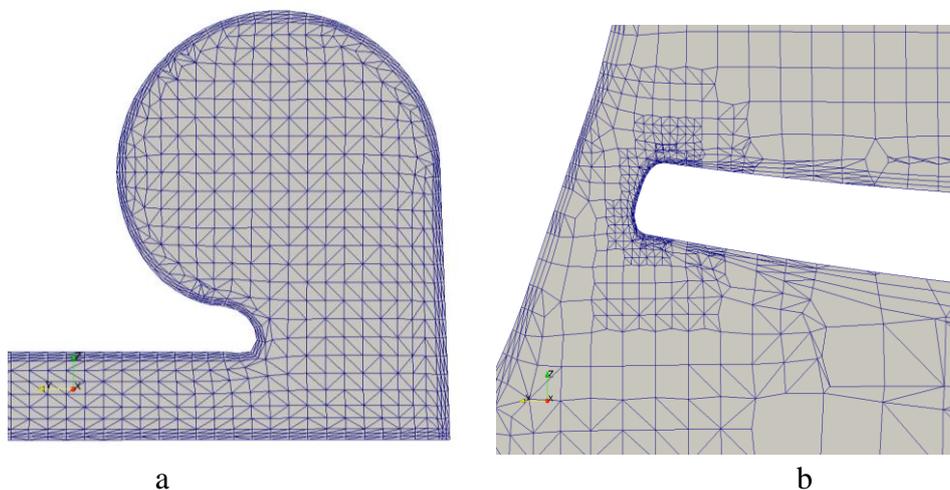


Figura 4.7: Dettagli della mesh.

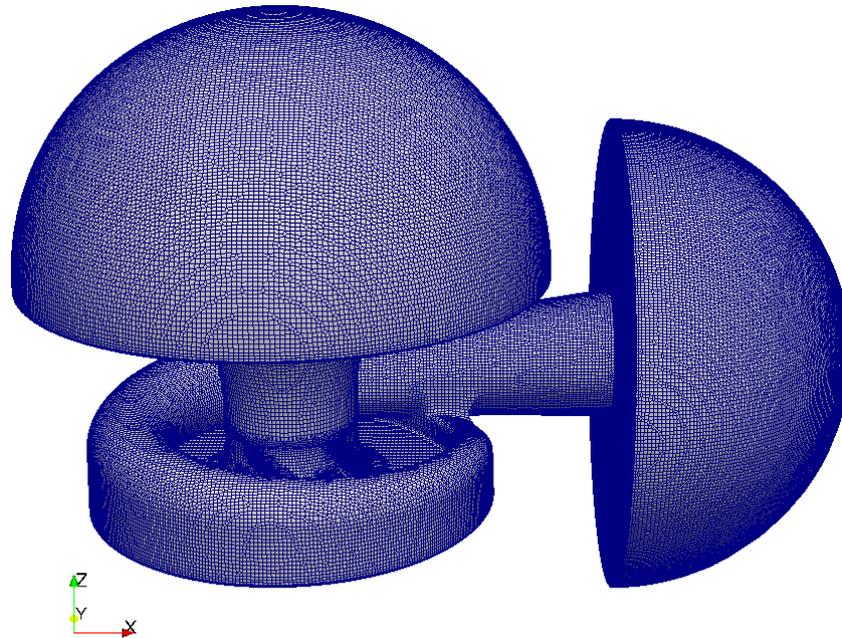


Figura 4.8: La mesh finale

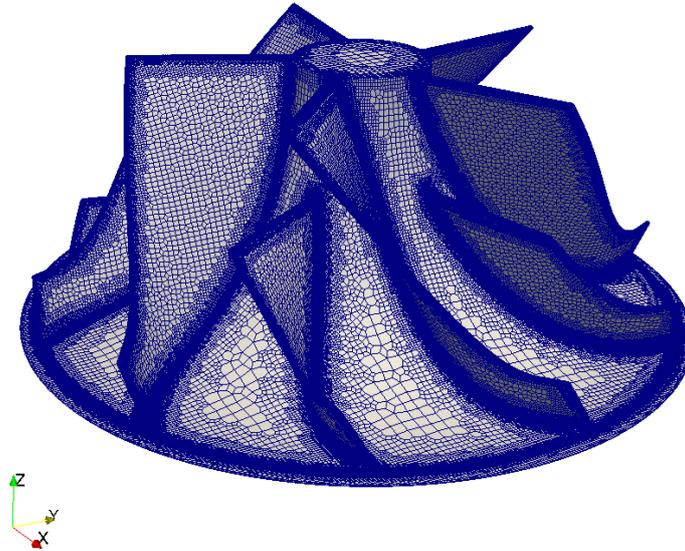


Figura 4.9: La mesh della girante

#### 4.6 Modellazione delle interfacce

Il compressore è caratterizzato da una sezione di inlet e una di outlet, rappresentati mediante una boundary di tipo patch, questa condizione non contiene informazioni topologiche o geometriche della mesh e ben si presta a rappresentare l'ingresso e l'uscita del dominio. Le pareti caratterizzate da una condizione no slip sono rinominate attraverso una patch wall. Per

quanto riguarda le interfacce, OpenFOAM permette di modellarle sulla base di due approcci:

- MRF (Multiple Reference Frame) noto anche come approccio frozen rotor permette di ottenere una soluzione stazionaria congelando la posizione reciproca dei componenti. Quando il modello è implementato, il sistema di riferimento viene modificato all'interfaccia ma la posizione di ogni cella di calcolo rimane fissa sull'intero dominio computazionale. Il metodo MRF permette di ridurre il tempo di calcolo ma non è in grado di cogliere fenomeni di interazione tra i due sistemi di riferimento. Inoltre, le perdite dovute al miscelamento del flusso non vengono correttamente modellate.
- Mixing Plane: il modello si presenta come una alternativa al metodo MRF per simulare sistemi di riferimento rotativi. Invece di considerare i componenti fissi in una posizione relativa congelata, il modello calcola una soluzione per ogni sistema di riferimento definendo una media circonferenziale dei flussi all'interfaccia. Non viene valutata alcuna interazione transitoria ma un flusso medio è calcolato all'interfaccia dei componenti. Solitamente il modello mixing plane necessita di maggior tempo per giungere a convergenza.

In questa trattazione si è utilizzato l'approccio MRF e si sono modellate le interfacce dei tre domini con il metodo Arbitrary Mesh Interface. Le AMI sono condizioni introdotte in OpenFOAM utili a simulare mesh non connesse e adiacenti, questo metodo è ampiamente usato nel campo turbomacchinistico dove è necessario individuare una zona in movimento e una statica accoppiate mediante una condizione al contorno detta cyclicAMI. Ogni cyclicAMI deve essere inizializzata indicandone l'interfaccia di connessione e la tipologia di trasformazione. È di seguito riportato un esempio di template:

```
rotore_interfacciaStatore
{
    type            cyclicAMI;
    inGroups        1 (cyclicAMI);
    nFaces          13899;
    startFace       17479616;
    matchTolerance  0.0001;
    transform        coincidentFullMatch;
    neighbourPatch  statore_interfacciaRotore;
}
```

Listato 4.1: cyclicAMI

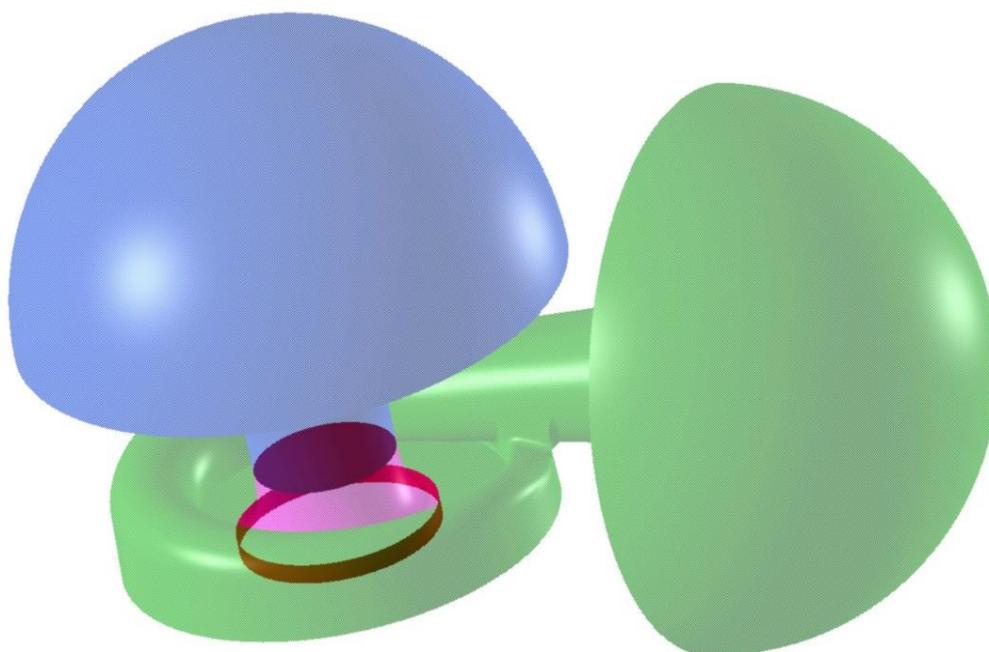


Figura 4.10: Interfacce dei domini.

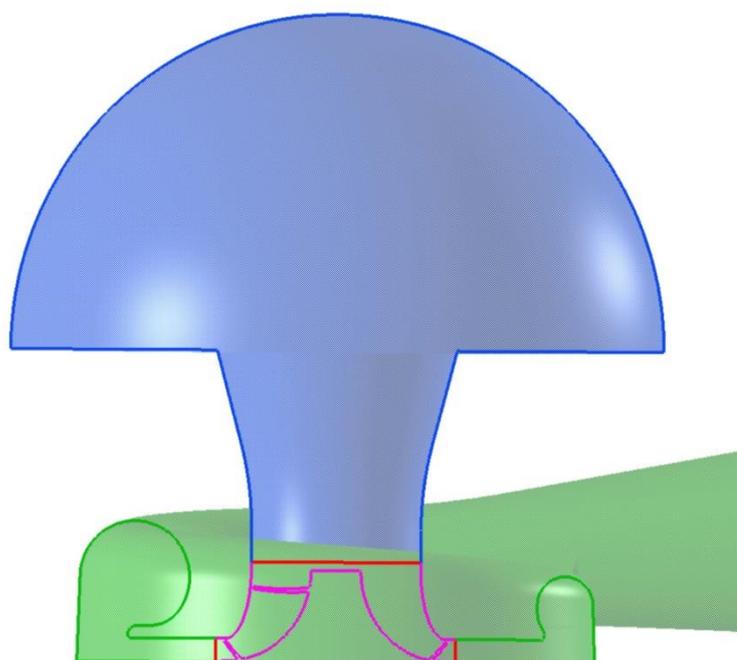


Figura 4.11: Sezione della geometria del compressore.

Dopo aver realizzato la mesh, è importante accertarsi della qualità della griglia digitando a terminale il comando `checkMesh` che permette di visualizzare sul monitor i parametri rappresentativi di qualità discussi nei paragrafi precedenti. È in ogni caso consigliabile, per sicurezza, effettuare anche un controllo visivo in `paraView`, con il comando `paraFoam`.

#### 4.7 Il modello e le sue proprietà fisiche

Definita la geometria e la mesh del compressore è ora necessario capire come modellare, da un punto di vista fisico, il fluido processato dalla macchina. OpenFOAM, a tal proposito, include una vasta gamma di solutori che permettono di risolvere differenti classi di problemi. Le equazioni e gli algoritmi differiscono tra un solutore e l'altro e l'utilizzatore è tenuto a fare delle scelte di modellazione iniziali per definire i parametri fisici del caso. Il fluido di lavoro è aria, le cui proprietà fisiche vengono inserite nel dizionario `Thermophysical Properties` nella cartella `Constant`. Un modello termofisico, in OpenFOAM, è costruito a partire da un sistema pressione-temperatura da cui le altre grandezze vengono derivate[4]. Le opzioni su cui si basa la simulazione devono essere inserite in un apposito template dove parole input definiscono la scelta del modello termofisico adottato. È possibile osservare il setup del lavoro di validazione nel Listato 4.2.

```
thermoType
{
    type            hePsiThermo;
    mixture         pureMixture;
    transport       sutherland;
    thermo          hConst;
    equationOfState perfectGas;
    specie          specie;
    energy          sensibleEnthalpy;
}
```

Listato 4.2: Thermophysical Properties

Il fluido di lavoro è aria, una miscela perfetta di composizione nota e costante, caratterizzata da massa molare pari a  $28.9 \frac{kg}{kmol}$ . Il comportamento volumetrico può essere descritto grazie all'equazione dei gas perfetti,  $PV = nRT$ , dove  $R$  è la costante dei gas. Tale assunzione è più che legittima e date le condizioni termodinamiche del caso è possibile trascurare qualsiasi effetto di gas reale. Il termine `PsiThermo` dichiara che il solutore dovrà tener conto della compressibilità  $\varphi = (RT^{-1})$  e pertanto includerà l'intera famiglia dei solver comprimibili. Proprietà quali la viscosità dinamica, la conduttività e la diffusività termica necessarie alla risoluzione dell'equazione dell'energia sono dichiarate tramite il modello di trasporto. In questo caso si è scelto di utilizzare il modello di Sutherland per calcolare la viscosità  $\mu$  funzione della temperatura  $T$ . La scelta di quale formulazione dell'equazione dell'energia utilizzare va effettuata a questo punto del setup. Simulando il comportamento di un fluido comprimibile e turbolento la decisione è ricaduta sulla formulazione entalpica, in particolare, `sensibleEnthalpy` non essendo presenti transizioni di fase

## Capitolo 5

### 5 Setup

In questo capitolo è presentato il setup numerico utilizzato nelle simulazioni stazionarie di validazione delle prestazioni del compressore. Verranno inoltre illustrate le condizioni al contorno scelte per rappresentare al meglio la fisica del problema. A seguire è fornita una breve spiegazione riguardo i solutori utilizzati nel lavoro di tesi, con particolare attenzione alle modifiche apportate e agli algoritmi da essi risolti.

#### 5.1 Condizioni al contorno

Per ottenere una soluzione unica del sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali è necessario definire le condizioni al contorno per ogni grandezza nella cartella 0 ancor prima di eseguire il solutore. Le condizioni al contorno sono classificabili nelle seguenti categorie:

- Condizione al contorno di Neumann che impone il valore della derivata di una soluzione sul contorno del dominio
- Condizione al contorno di Dirichlet che specifica i valori che la soluzione deve assumere su una superficie
- Condizione mista che altro non è che una combinazione lineare delle due precedenti.

È inoltre possibile semplificare il problema utilizzando condizioni al contorno cicliche o di simmetria che permettono di ridurre il dominio computazionale. Dovendo simulare il comportamento di una macchina a flusso continuo si è scelto di imporre:

- |                       |                                 |
|-----------------------|---------------------------------|
| • <b>Inlet</b>        | • <b>Outlet</b>                 |
| Pressione Totale      | Pressione zeroGradient          |
| Temperatura Totale    | Temperatura inletOutlet         |
| Velocità zeroGradient | Velocità flowRateOutletVelocity |

Definito il modello fisico e geometrico è giunto il momento di illustrare gli schemi numerici e gli algoritmi utili alla discretizzazione delle equazioni introdotte nei capitoli 3.

## 5.2 Gli algoritmi SIMPLE, PIMPLE e PISO

Per risolvere le equazioni di Navier Stokes è necessario utilizzare tecniche numeriche in grado di gestire l'accoppiamento tra la pressione e la velocità. Questa procedura è comunemente svolta da tre possibili algoritmi [9]:

- SIMPLE, Semi-Implicit-Method-Of-Pressure-Linked-Equations, utilizzato per la risoluzione di problemi stazionari.
- PISO, Pressure-Implicit-Split-Operator, adatto a fenomeni tempo varianti con una limitazione sul numero di Courant
- PIMPLE che combina entrambi gli algoritmi per trattare problemi instazionari con minor vincoli riguardo il passo temporale.

### 5.2.1 SIMPLE

L'algoritmo SIMPLE proposto da Patankar e Spalding nel 1972 risolve l'equazione della quantità di moto con lo scopo di ottenere una approssimazione del campo di velocità e si avvale di una equazione detta pressure correction, per garantire la conservazione della massa ad ogni step. L'algoritmo non presenta la derivata temporale e permette di analizzare il solo comportamento stazionario del fenomeno. Ponendo pari a 1 il passo temporale  $\Delta t$ , si indica che il loop SIMPLE verrà risolto una sola volta. Cambiando, in ogni caso, il time step non influenzeremo il risultato della simulazione. È estremamente importante stimare il valore dei fattori di sottorilassamento per ottenere una convergenza veloce e una buona stabilità. L'algoritmo così definito non è consistente per renderlo tale si deve attivare nel file fvSolution l'omonima opzione. I principali passaggi possono essere così descritti:

- L'equazione della quantità di moto viene risolta a partire dal campo di pressione del time step precedente e vengono applicati i fattori di sottorilassamento definiti nel dizionario fvOptions
- Viene risolta e definita l'equazione della pressione
- Calcolati i valori corretti di flusso e sottorilassato il caso della pressione.

### 5.2.2 PISO

Rispetto al SIMPLE, il PISO permette di trattare casi instazionari con un approccio pressione velocità consistente. Sulla base di questi due criteri addizionali non necessitiamo di

sottorilassare le equazioni ma per contro dobbiamo soddisfare un criterio di stabilità: il numero di Courant che non deve essere superiore all'unità. In questo modo l'informazione relativa ad una cella può raggiungere le celle adiacenti in un solo passo temporale. Il numero di Courant è così definito:

Dipende dalla velocità locale  $U$  della cella, dal passo temporale  $\Delta t$  e la distanza tra celle  $\Delta x$ . In OpenFOAM il calcolo è basato sul volume della cella e non sul parametro  $\Delta x$ . L'algoritmo risolve i seguenti step:

- Viene risolta l'equazione della quantità di moto in base al campo di pressione al time step precedente. Tale processo prende il nome di momentum predictor
- La matrice della pressione viene assemblata e calcolato il campo di pressione stimato in una fase definita pressure solution.
- Lo step finale definisce l'explicit velocity correction in cui vengono corretti i flussi e il campo di velocità in modo esplicito così da includere il nuovo campo di pressione.

### 5.2.3 PIMPLE

L'algoritmo PIMPLE è uno dei più utilizzati nei solutori di OpenFOAM perché combina i vantaggi degli algoritmi precedentemente introdotti. Il principale punto di forza è che permette di utilizzare un numero di Courant  $\gg 1$  incrementando il passo temporale. I principali passi dell'algoritmo sono:

- Una prima soluzione stazionaria viene ricercata in un time step utilizzando i fattori di sottorilassamento
- Trovata la soluzione a regime, è necessario garantire la convergenza delle componenti esplicite delle equazioni attraverso un processo iterativo definito outer corrections loops.
- Raggiunto un criterio di tolleranza all'interno della soluzione instazionaria, si termina il loop esterno e si procede con l'iterazione temporale.
- Ogni passo è ripetuto fino al raggiungimento della convergenza.

L'algoritmo PIMPLE in OpenFOAM è in grado di lavorare in modalità PISO ponendo pari a 0 il parametro `nOuterCorrectors`.

## 5.3 Solutori di OpenFOAM

Nel paragrafo precedente sono state introdotte le ipotesi su cui si basano i nostri calcoli e le loro giustificazioni. Verranno ora illustrati i solutori di OpenFOAM in grado di rispettare tali ipotesi. In particolare, saranno descritti i solver usati come riferimento per l'implementazione di quelli finali utilizzati nel lavoro di tesi.

### 5.3.1 rhoSimpleFoam

Per simulare un flusso comprimibile, turbolento e stazionario il solutore che viene generalmente utilizzato è il rhoSimpleFoam. Questo solutore è basato sull'algoritmo SIMPLE e consente di trattare anche regimi di moto transonici. Come introdotto nel paragrafo x, il solutore è costituito da file headers.H e un file costruttore principale.C in cui sono richiamate tutte le funzioni necessarie alla sua corretta esecuzione. Le equazioni di conservazione inserite mediante la struttura #include sono:

- Equazione della quantità di moto UEqn
- Equazione dell'energia EEqn
- Equazione della pressione differente a seconda che la formulazione sia consistente o meno

Tutte le equazioni, inoltre, sono accumulate dall'uso dei relaxation factor o fattori di sottorilassamento particolarmente utili in caso di simulazione stazionaria. Il loro uso consente di avere una numerica più robusta e una convergenza più stabile. Di seguito sono illustrati i passaggi presenti nel codice del solutore:

- 1- Entrati in starting time loop viene risolta l'equazione della quantità di moto:

$$\nabla \cdot (\phi U) - \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla U) - \nabla \cdot (\mu_{eff} dev((\nabla U)^T)) = -\nabla p \quad (5.1)$$

dove phi indica la quantità di moto ossia il prodotto di  $\rho U$ ,  $\mu_{eff}$  la viscosità dinamica e dev la componente deviatorica del tensore a cui è applicato. U, T p sono rispettivamente il campo di pressione, temperatura e velocità. L'equazione viene discretizzata e risolta sotto forma di un sistema lineare del tipo  $[C]\{U\} = \{R\}$ . Come si può vedere dal codice la matrice C viene costruita e vengono applicati i fattori di sottorilassamento alla UEqn() ed infine calcolato il campo di velocità intermedio a partire dal precedente time step della pressione tramite l'equazione  $[UEqn]U^* = -\nabla p_n$ .

- 2- Come secondo passaggio viene risolta l'equazione dell'energia, nel nostro caso nella formulazione entalpica come indicato nel file Thermophysical Properties. La valutazione delle due possibilità, entalpia o energia interna, avviene tramite il costrutto ? :.

```
fvScalarMatrix EEqn
(
    fvm::div(phi, he)
    + (
        he.name() == "e"
        ? fvc::div(phi, volScalarField("Ek", 0.5*magSqr(U) + p/rho))
        : fvc::div(phi, volScalarField("K", 0.5*magSqr(U)))
    )
    - fvm::laplacian(turbulence->alphaEff(), he)
    ==
    fvOptions(rho, he)
);
```

Listato 5.1: rhoSimpleFoam EEqn.H

Dove

$K = \frac{1}{2}[U]^2$  è l'energia cinetica,

$\alpha_{eff} = \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_T}{Pr_T}$  la viscosità dinamica e  $\nu$  quella cinematica.

Il procedimento è il medesimo del passo precedente, lo scopo è quello di ottenere un sistema lineare di equazioni algebriche  $[D]\{h\} = \{Q\}$  discretizzando ogni singolo termine presente nell'equazione. La matrice D viene assemblata, sono applicati i relaxation factor ed infine risolta l'equazione  $[EE]\{h\} = \{Q\}$ .

- 3- Dopo l'equazione della quantità di moto e dell'energia è giunto il momento di risolvere l'equazione di continuità. Il bilancio dei flussi di massa, calcolato con il campo di velocità intermedio non è soddisfatto e per tale motivo è necessario introdurre una variabile  $\Delta u$  funzione della pressione per correggere il campo di velocità precedente. Per avere una equazione funzione della sola pressione il fattore correttivo viene espresso come funzione di p. Come sempre otteniamo un sistema lineare:

$$[C]\{p\} = \{R\}$$

Riscrivibile nel seguente modo,  $[A]\{p\} = \{R\} - [N]\{p\} = [H]$  per metterne in luce i termini rappresentativi.

- A matrice diagonale i cui elementi sono uguali a quelli della matrice C
  - H contiene i termini espliciti meno la parte non diagonale di C
- 4- A questo punto è necessario calcolare i componenti delle matrici prima introdotte. rAU identifica i termini della matrice A mentre HbyA rappresenta il rapporto tra A e H.
- 5- Dopo aver costruito le strutture matriciali deve essere valutato il regime di moto. Il solutore consente di simulare flussi subsonici e transonici mediante l'introduzione di un opportuno fattore di comprimibilità. Nel caso in cui il numero di Mach sia maggiore di 1 è consigliabile cambiare solutore. Sono possibili due vie:
- Caso transonico, se il numero di Mach è all'incirca pari a 0.7-0.8 il flusso viene calcolato considerando un fattore di comprimibilità e viene assemblata la matrice della pressione p risolvendo l'equazione x. Solo nel caso transonico vengono poi applicati i relaxation factors alla matrice pEqn ottenuta dalla discretizzazione di x e x

$$\phi_d = \Psi \times HbyA \times Superficie \quad (5.3)$$

$$\nabla \cdot (\phi_d p) - \nabla \cdot (rAU \nabla p) = 0 \quad (5.4)$$

- Caso subsonico, quando  $Mu < 0.3$  le equazioni da considerare sono le seguenti:

$$\phi_{HbyA} = \rho \times HbyA \times Superficie \quad (5.5)$$

$$\phi_{HbyA} - \nabla \cdot (rAU \nabla p) = 0 \quad (5.6)$$

- 6- Si fissano i riferimenti per la pressione.
- 7- L'equazione della pressione viene risolta.
- 8- Per evitare gli errori di non ortogonalità della mesh l'utente può definire il numero di volte che desidera ripetere il procedimento a partire dalla creazione della matrice pEqn fino al punto 7.
- 9- Si applicano i relaxation factor a p.
- 10- La velocità viene corretta con il campo di pressione appena determinato:

$$U = HbyA - rAU \nabla p \quad (5.7)$$

11- In presenza di un volume devono essere effettuate considerazioni ulteriori per garantire il rispetto delle equazioni di conservazione.

12- Si sottovaluta la densità.

### 5.3.2 Accoppiamento pressione velocità

Analizziamo ora come il solutore rhoSimpleFoam gestisce l'accoppiamento pressione velocità per comprenderne meglio le equazioni risolte. Partendo dall'equazione della quantità di moto, dopo averne discretizzato i termini, possiamo esprimerla in funzione della grandezza phi:

$$A_p \phi_p + \sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} = Q_\phi \quad (5.8)$$

In cui  $Q$  rappresenta i termini di sorgente e  $nb$  la totalità dei termini diffusivi e convettivi. Per risolvere l'equazione nell'incognita della velocità  $U$  è necessario utilizzare il campo di pressione relativo al time step precedente. In questo modo il campo di velocità calcolato è quello intermedio e non corretto poiché non tiene conto del valore aggiornato della pressione. Così facendo, la totalità dei flussi entranti ed uscenti da una singola cella non verifica la conservazione della massa e la loro somma non sarà pari a 0 ma ad una quantità  $Q_m^*$ , dove \* indica che il flusso è stato calcolato usando il campo di velocità intermedio.

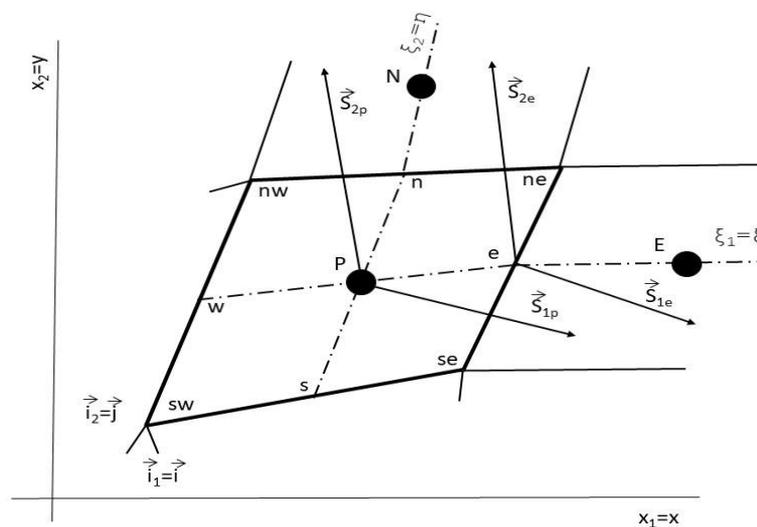


Figura 5.1: Discretizzazione cella

$$\dot{m}_e^* - \dot{m}_w^* + \dot{m}_n^* - \dot{m}_s^* = Q_m^* \quad (5.9)$$

I flussi dovranno essere corretti per soddisfare l'equazione di continuità. Di seguito si riporta la correzione:

$$m_e^{**} = (\rho^* + \rho')(U^* + U')A_{face} \quad (5.10)$$

Che è possibile riscrivere anche nel seguente modo, dove con ' è stata indicata la grandezza corretta:

$$m_e^{**} = \dot{m}_e^* + \dot{m}'_e = \dot{m}_e^* + (\rho^*U' + \rho'U^* + \rho'U')A_{face} \quad (5.11)$$

I termini di ordine superiore possono essere trascurati. Assumendo che la differenza di velocità dipenda dalla differenza di pressione si può scrivere:

$$U' = -\frac{A_{face}}{A_{cell}}\Delta p \quad (5.12)$$

Dove  $\Delta p$  indica la differenza di pressione tra la cella considerata e quella adiacente avente in comune la faccia di qui si sta calcolando l'area. La correzione della densità può essere definita come:

$$\rho' = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)p' = C_p p' \quad (5.13)$$

Utilizziamo queste correzioni nella formula x :

$$\dot{m}'_e = -\rho^* \frac{A_{face}}{A_{cell}}\Delta p + U^* A_{face} C_p p' \quad (5.14)$$

Analizzando in dettaglio il risultato, è possibile osservare come la formula sia composta da due termini; il primo legato alla differenza di pressione tra due celle adiacenti che definisce il contributo diffusivo. Il secondo termine che identifica la convezione ed esprime il valore della pressione sulla faccia in comune delle due celle. Il termine di diffusione deriva dalla correzione sulla velocità mentre il convettivo dalla correzione della densità. Normalizziamo l'espressione rispetto al coefficiente di  $p'$ :

$$\dot{m}'_e = -\frac{1}{Ma^2}\Delta p + p' \quad (5.15)$$

Nel caso di flusso subsonico il secondo termine risulta trascurabile. Possiamo concludere che in presenza di un numero di Mach minore di 0.7 domina il fattore diffusivo, in caso contrario per  $Ma$  maggiori sarà la convezione a dominare. Sostituendo nell'equazione iniziale quanto detto:

$$A_p p'_p + \sum_{nb} A_{nb} p'_{nb} = -Q_m^* \quad (5.16)$$

si ottiene una formulazione nella solo incognita  $p'$ .

### 5.3.3 MRFrhoSimpleFoam

Il solutore rhoSimpleFOAM non si è mostrato robusto per poter risolvere problemi stazionari applicati a turbomacchine. Per questo motivo è stato implementato un solver stazionario capace di simulare macchine rotanti mediante l'uso di un approccio MRF, Multiple Reference Frame, che verrà spiegato nel seguente paragrafo. Le grandezze spaziali e cinematiche saranno accompagnate da un pedice  $i$  o  $r$  a seconda del sistema di riferimento adottato per la loro determinazione: inerziale o relativo.

- **Multiple Reference Frame**

Quando è necessario simulare una geometria posta in rotazione, come nel caso di un compressore automobilistico, l'approccio MRF permette di ottenere simulazioni stazionarie senza muovere fisicamente e numericamente la mesh. Questo approccio, anche noto come frozen rotor [15] permette di ottenere risultati accettabili con un minor onere computazionale. Per un vettore posizione posto nel sistema di riferimento inerziale vale la seguente relazione:

$$\left[ \frac{dr}{dt} \right]_I = \left[ \frac{dr}{dt} \right]_R + \omega \times r \quad (5.17)$$

$$u = u_{rel} + \omega \times r \quad (5.18)$$

Dove  $\omega$  è la velocità angolare e I e R indicano rispettivamente il sistema di riferimento inerziale e quello in moto rotatorio. La zona di rotazione viene definita digitando a terminale il comando topoSet che crea una cellZone sulla base delle opzioni definite nell'omonimo dict nella cartella System. In questo caso la zona rotorica è stata generata mediante la sorgente cylinderToCell che necessita come input il raggio della base e due P1,P2. È estremamente importante accertarsi della qualità della Cellzone generata nell'ambiente Paraview per evitare errori di discretizzazione che porterebbero alla mancata convergenza. La cellZone per poter essere utilizzata nel modello MRF deve prima essere inizializzata. Ciò è possibile includendo nella directory principale la cartella MRFproperties in cui devono essere definiti i seguenti parametri

- CellZone: dove deve essere indicato il nome della cellZone creata, nel caso del compressore il rotore.
- Active: yes o no a seconda se si vuole attivare l'opzione
- Non rotating patches: tra parentesi devono essere elencate tutte le interfacce cyclicAMI incluse nella definizione di cellZone che però non sono coinvolte nella rotazione.

- Origin, Axis e omega che permettono di collocare l'asse di rotazione nello spazio e di definire la velocità di rotazione in radianti/s.

```

MRF1
{
  cellZone      rotore;
  active        yes;

  nonRotatingPatches
  ("statore_interfacciaRotore|inlet_interfacciaRotore|rotore_interfacciaLaterale");

  origin      (0 0 0);
  axis        (0 0 1);
  omega       table
(
  (0 0)
  (1000 0)
  (3000 -6237.71)
);
}

```

Listato5.2: MRFProperties

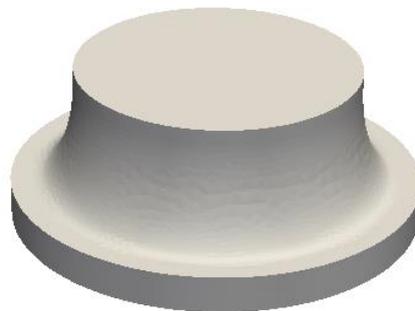


Figura 5.2: CellZone

- **Equazioni MRF**

Come precedentemente accennato, il Multiple Reference Frame permette di trattare componenti rotanti mediante un approccio stazionario. Per iniziare ricaviamo la grandezza cinematica accelerazione  $\vec{a}$  in un sistema rotante non inerziale [10]. Per far ciò è necessario prima definire il legame tra i vettori posizione e velocità per i due sistemi di riferimento:

$$\left[ \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right]_I = \left[ \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right]_R + \vec{\Omega} \times \vec{r} \Rightarrow \vec{u}_I = \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (5.19)$$

Dalla relazione x è possibile poi ricavare il termine accelerazione attraverso una operazione di derivazione nel tempo:

$$\left[ \frac{\partial \vec{u}_I}{\partial t} \right]_I = \left[ \frac{\partial \vec{u}_R}{\partial t} \right]_R + \vec{\Omega} \times \vec{u}_I \quad (5.20)$$

Sviluppando l'equazione ne mettiamo in luce ogni termine caratteristico:

$$\left[ \frac{\partial \vec{u}_f}{\partial t} \right]_I = \left[ \frac{\partial \vec{u}_R}{\partial t} \right]_R + \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} \times \vec{r} + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (5.21)$$

Tenendo conto di quanto fatto si riscrivono le equazioni di Navier Stocks nel sistema di riferimento inerziale con velocità assoluta  $\vec{u}_I$ , per semplicità è riportato il caso di un fluido incomprimibile dove è stata adottata l'ipotesi di viscosità cinematica costante:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}_I}{\partial t} + \vec{u}_I \cdot \nabla \vec{u}_I = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla \cdot \nabla (\vec{u}_I) \\ \nabla \cdot \vec{u}_I = 0 \end{cases} \quad (5.22)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}_I}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}_I \otimes \vec{u}_I) - (\nabla \cdot \vec{u}_I) \vec{u}_I = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla \cdot \nabla (\vec{u}_I) \\ \nabla \cdot \vec{u}_I = 0 \end{cases} \quad (5.23)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}_I}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}_I \otimes \vec{u}_I) = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla \cdot \nabla (\vec{u}_I) \\ \nabla \cdot \vec{u}_I = 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

Il passo successivo è scrivere il sistema nella formulazione non inerziale utilizzando la velocità relativa  $\vec{u}_r$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}_R}{\partial t} + \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} \times \vec{r} + \nabla \cdot (\vec{u}_R \otimes \vec{u}_R) + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla \cdot \nabla (\vec{u}_f) \\ \nabla \cdot \vec{u}_R = 0 \end{cases} \quad (5.25)$$

Il termine convettivo di velocità può essere espresso secondo una differente formulazione:

$$\nabla \cdot (\vec{u}_R \otimes \vec{u}_R) = \nabla \cdot (\vec{u}_R \otimes \vec{u}_I) - \vec{\Omega} \times \vec{u}_R \quad (5.26)$$

Per ottenere la seguente relazione:

$$\nabla \cdot (\vec{u}_R \otimes \vec{u}_R) + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} = \nabla \cdot (\vec{u}_R \otimes \vec{u}_I) + \vec{\Omega} \times \vec{u}_I \quad (5.27)$$

Le equazioni di Navier Stokes possono essere, finalmente, espresse tramite la velocità convettiva assoluta per un sistema di riferimento non inerziale:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}_R}{\partial t} + \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} \times \vec{r} + \nabla \cdot (\vec{u}_R \otimes \vec{u}_I) + \vec{\Omega} \times \vec{u}_I = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla \cdot \nabla (\vec{u}_f) \\ \nabla \cdot \vec{u}_R = 0 \end{cases} \quad (5.28)$$

- **EE.Eqn**

Il solutore rhoSimpleFoam permette di simulare flussi comprimibili, stazionari e turbolenti come descritto nel paragrafo 3.2. Nonostante, le ipotesi di base del nostro problema sembrano rispettate da tale solver, le prime simulazioni effettuate presentavano problematiche riguardo l'equazione dell'energia. Il compressore IHI, essendo una turbo macchina operatrice, aumenta la pressione di mandata del fluido incrementando la temperatura dell'aria nel collettore di scarico, come mostrato in figura 5.3.

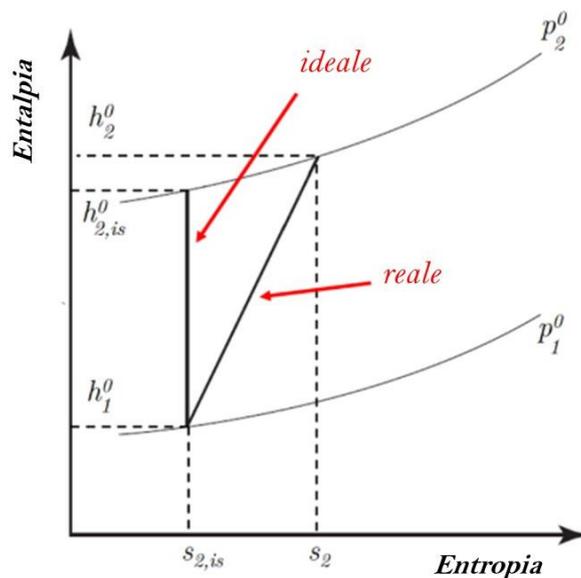


Figura 5.3: Compressione reale e ideale

Tale effetto non era però riscontrabile nelle prime simulazioni CFD effettuate. Considerando una generica compressione politropica, la temperatura minima  $T_2$ , di fine processo può essere così calcolata:

$$T_2 = \frac{P_2}{P_1}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot T_1 \quad (5.30)$$

Applicata la relazione ai casi delle curve caratteristiche con velocità di rotazione 60000 e 90000 rpm si è osservato come il valore di temperatura  $T_2$  fosse ben al di sotto di quello fisico accettabile. Il problema poteva solo essere nella risoluzione dell'equazione dell'energia.

Riportiamo per chiarezza la sua formulazione entalpica:

$$\frac{\partial(\rho h_0)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u h_0) = \rho g \cdot u + \nabla \cdot (\sigma \cdot u) - \nabla \cdot q + \rho Q \quad (5.31)$$

L'equazione è generalmente implementata trascurando il contributo meccanico e gravitazionale; quest'ultimo può essere benissimo eliminato nel caso di studio ma è dall'assenza del primo che nascono le problematiche qui evidenziate. Il compressore, tramite la girante, incrementa l'energia del fluido e presenta quindi un lavoro meccanico che non può essere assolutamente trascurato. Le modifiche sono state implementate nel nuovo solutore MRFrhoSimpleFoam nel seguente modo:

---

```

{
  volScalarField& he = thermo.he();
  volSymmTensorField Teff = - turbulence->devRhoReff();

  URel == U;
  MRF.makeRelative(URel);

  fvScalarMatrix EEqn
  (
    fvm::div(phi, he)
    - fvm::Sp(fvc::div(phi), he)
    - fvm::laplacian(turbulence->alphaEff(), he)
    ==
    (
      he.name() == "e"
      ? - fvc::div(phi, volScalarField("Ekp", 0.5*magSqr(U) + p/rho))
      : - fvc::div(phi, volScalarField("K", 0.5*magSqr(U))) + fvc::div( Teff.T() & U ) - fvc::div(
p*(U-URel)
    )
  )
  + fvOptions(rho, he)

```

---

### Listato 5.3: MRFrhoSimpleFoam EEqn.H

Il codice presenta delle novità rispetto al solutore standard rhoSimpleFoam: viene introdotta la velocità URel e resa relativa sottraendole il termine di trascinamento  $\omega r$ . All'equazione dell'energia, utilizzata nella sua formulazione entalpica, è stata aggiunto il termine di sorgente  $\sigma$ , tensore dello sforzo meccanico, scomposto nello scalare p e nel tensore degli sforzi viscosi  $\tau$ . In questo modo è possibile tener conto dell'incremento di temperatura a opera del processo di compressione.

### 5.3.4 Solutore rhoPimpleFoam

Il solutore rhoPimpleFoam è utilizzato per simulare flussi comprimibili, turbolenti e instazionari. Basato sull'algoritmo ibrido PIMPLE permette di gestire numeri di Courant più elevati impostando un passo temporale maggiore rispetto alla modalità PISO. Tale solutore è stato utilizzato come base per l'implementazione del Coupled Solver MRFRhoPimpleFoam nello studio dell'accoppiamento 1D-3D. Sarò ora presentata una breve spiegazione delle equazioni risolte nel codice.

- 1- Nel primo passaggio si valuta se all'interno del dizionario fvSolution i loop di soluzione siano minori o pari a 1, in tal caso viene risolta l'equazione di continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \phi = 0 \quad (5.32)$$

Dove  $\phi$  è il flusso, ossia il prodotto della densità  $\rho$  per la velocità  $U$ .

- 2- Viene risolta l'equazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi U) - \nabla(\mu_{eff} \nabla U) - \nabla \cdot (\mu_{eff} dev((\nabla U)^T)) = -\nabla p \quad (5.33)$$

I termini sono i medesimi dell'equazione presentata nel solutore stazionario. L'espressione viene risolta nell'incognita  $U$  e si riconduce il problema ad un sistema lineare. Essa viene risolta come spiegato in x e viene determinato il campo di velocità intermedio

- 3- Ora è il turno dell'equazione dell'energia, risolta nella formulazione entalpica, per scelta.

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi h) + \nabla \cdot (\phi K) - \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot (\alpha_{eff} \nabla h) = 0 \quad (5.34)$$

La matrice EEqn viene assemblata, applicati i fattori di sottorilassamento all'entalpia e infine risolta il sistema lineare così definito:

$$[EEqn]\{h\} = \{Q\} \quad (5.35)$$

- 4- Al punto 4, deve essere determinato il valore corretto del flusso, il procedimento è lo stesso svolto nel passo tre del solutore rhoSimpleFoam
- 5- Gli elementi della matrice  $[A]$  sono calcolati e nominati rAU.

- 6- Viene definito il rapporto dei componenti di [H] e [A] con il nome  $HbyA$ .
- 7- La procedura si divide in due possibili vie a seconda del regime di moto. Nel caso subsonico il flusso è definito come:

$$\phi_{HbyA} = \rho \times (HbyA \times Superficie + ddtPhiCorr) \quad (5.36)$$

In cui si aggiunge un termine di correzione  $ddtPhiCorr$  legato alla non stazionarietà del problema. Se invece, si ricade nel caso transonico, viene introdotto il fattore di comprimibilità utile alla definizione del seguente flusso:

$$\phi_d = \psi \times (HbyA \times Superficie + ddtPhiCorr) \quad (5.37)$$

- 8- Si assembla la matrice della pressione che, nei due casi, è così definita:

- caso subsonico

$$\frac{\partial(\psi p)}{\partial t} \nabla \cdot \phi_{HbyA} + \nabla \cdot (\rho rAU \nabla p) = 0 \quad (5.38)$$

- caso transonico

$$\frac{\partial(\psi p)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_d p) + \nabla \cdot (\rho rAU \nabla p) = 0 \quad (5.39)$$

- 9- L'equazione della pressione viene risolta.
- 10- Per ridurre gli errori dovuti alla non ortogonalità della mesh, i punti 8 e 9 possono essere risolti tante volte quante richiesto dall'utilizzatore. Al termine del loop si ottiene il valore corretto di flusso.
- 11- L'equazione di continuità è nuovamente calcolata e sottorilassata.
- 12- Tenendo conto del punto 11 è ricalcolata la densità
- 13- Utilizzando il campo di pressione corretto si valuta la nuova velocità:
- $$U = HbyA - rAU \nabla p \quad (5.40)$$
- 14- I punti dal 4 al 13 possono essere ripetuti più volte. Essi costituiscono il loop della pressione.
- 15- I punti dal 2 al 14 definiscono invece il loop pressione velocità. Il numero di volte che si desidera ripetere l'algoritmo deve essere definito dall'utente nel dizionario

fvSolutions.

## 5.4 Schemi numerici in OpenFOAM

Dopo aver descritto il modello geometrico e fisico del compressore è necessario definire il modello numerico in base a cui le equazioni di conservazione vengono discretizzate. I modelli di discretizzazione permettono di approssimare il valore delle derivate temporali e spaziali secondo gli schemi presenti nella cartella fvSchemes in System. In particolare, è necessario definire modelli numerici:

- Per le derivate temporali
- Gradienti
- Divergenze
- Laplaciani
- Interpolazioni
- Componente normale del gradiente alla faccia

Per familiarizzare con la terminologia è possibile osservare la figura x dove sono riportate le principali grandezze utilizzate nella trattazione.

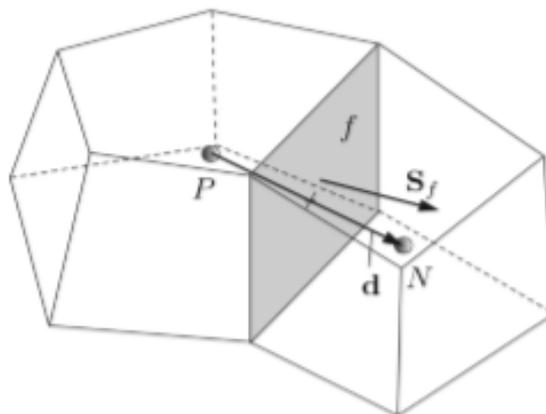


Figura 5.4: Parametrici caratteristici della cella

### 5.4.1 Schemi per la derivata temporale

Ogni qual volta che risolviamo un caso instazionario è necessario scegliere quale metodo numerico si preferisce adottare per descrivere la variazione della grandezza nel tempo. Due dei metodi più utilizzati sono Euler e Crank-Nicholson. Il primo è un metodo del primo ordine, implicito con caratteristica di boundedness, mentre Crank-Nicholson appartiene al secondo ordine. Le derivate seconde rispetto al tempo sono specificate nel sottodizionario `d2dt2Schemes` in cui è disponibile la sola opzione Euler. Qualora si decida di approcciare il problema da un punto di vista stazionario deve essere scelto lo schema `steady state`. Per completezza sono riportati tutti i possibili schemi disponibili in OpenFOAM, con la loro terminologia originale.

Schema	Descrizione
Euler	First order, bounded, implicit
Local Euler	Local time, first order, bounded implicit
Crank Nicholson ( $\psi$ )	Second Order, bounded, implicit
Backward	Second order, implicit
Stady State	Non risolve le derivate temporali

Tabella 5.1: Schemi per la derivata temporale

### 5.4.2 Schema per il gradiente

L'operatore matematico gradiente è presente in ogni solutore di OpenFOAM. Per discretizzarlo è stato scelto il metodo Gauss Linear dove con Gauss si intende il processo di integrazione sul volume  $V$  del gradiente di una grandezza  $\phi$ , sfruttando il teorema della divergenza che richiede l'integrazione dei valori dal centro alla faccia della cella:

$$\int_V \nabla \phi dV = \int_S \phi dS \quad (5.41)$$

Poiché lavoriamo nel dominio discreto:

$$\int_S \phi dS = \sum_f S_f \phi_f \quad (5.42)$$

Dove il pedice f indica che la grandezza è stata calcolata sulla faccia e non al centro e V è il volume di una generica cella. Lo schema di interpolazione è identificato dal termine linear che indica il metodo delle differenze finite centrate:

$$\phi_f = f_x \phi_P + (1 - f_x) \phi_N \quad (5.43)$$

Dove  $f_x = FN/PN$  e  $F_n$  definisce la distanza tra la faccia f e il punto N e  $P_n$  la distanza tra i rispettivi punti P e N. Il termine gradiente, in definitiva, è discretizzato come segue:

$$\nabla \phi \rightarrow \sum_f S_f \phi_f = \sum_f S_f \left[ \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}} \phi_P + \left( 1 + \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}} \right) \phi_N \right] \quad (5.44)$$

Schema	Descrizione
Gauss <interpolationScheme>	Second order, Gaussian integration
LeastSquares	Second order, least squares
Fourth	Fourth order, lease squares
cellLimited <gradScheme>	Cell limited version of one of the above schemes
faceLimited <gradScheme>	Face limited version of one of the above schemes

Tabella 5.2: Schemi disponibili in OpenFOAM per il gradiente

### 5.4.3 Schema per la divergenza

Il sotto dizionario divSchemes contiene tutti i termini in cui è presente l'operatore divergenza. Per tutti i campi è stato utilizzato lo schema bounded gauss upwind tranne che per il termine viscoso e quelli nuovi implementati. Con il termine Gauss, così come per il gradiente si intende un procedimento che trasforma l'integrale di volume in integrale di superficie, applicando il teorema di Gauss e in un secondo momento permette di passare da un dominio continuo a uno discreto:

$$\nabla \cdot (\phi U) \rightarrow \int_V \nabla \cdot (\phi U) dV = \int_S dS \cdot (\phi U) = \sum_f S_f \cdot (\phi U)_f \quad (5.45)$$

Con il termine upwind calcoleremo il flusso nel seguente modo:

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P, & \text{se } F \geq 0 \\ \phi_N, & \text{se } F < 0 \end{cases} \quad (5.46)$$

Se invece è stato scelto un metodo linear il flusso è valutato nello stesso modo del gradiente:

$$\phi_f = \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}} \phi_P + \left(1 + \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}}\right) \phi_N \quad (5.47)$$

Schema	Descrizione
Linear	Second order, unbounded
SkewLinear	Second order, (more) unbounded, skewness correction
CubicCorrected	Fourth order, unbounded
Upwind	First order, bounded
LinearUpwind	First/second order, bounded
QUICK	First/second order, bounded
TVD schemes	First/second order, bounded
SFCD	Second order, bounded
NVD schemes	First/second order, bounded

Tabella 5.3: Schemi per la divergenza disponibili in OpenFOAM

#### 5.4.4 Schema per il laplaciano

L'unica scelta possibile è lo schema di tipo gaussiano. Insieme alla dicitura Gauss deve essere specificato lo schema di interpolazione del coefficiente di diffusione e del gradiente normale alla superficie. Integriamo su un volume  $V$  e applichiamo il teorema di Gauss:

$$\nabla \cdot (\mu_{eff} U) \rightarrow \int_V \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla U) dV = \int_S dS \cdot (\mu_{eff} \nabla U) \quad (5.48)$$

Passiamo come sempre dal continuo al discreto:

$$\int_S dS \cdot (\mu_{eff} \nabla U) = \sum_f \mu_{eff} S_f \cdot (\nabla U)_f \quad (5.49)$$

Il prodotto tra i gradienti di velocità e la superficie è implicito quando il vettore unione dei punti N e P centri di due celle adiacenti è ortogonale al piano della faccia e quindi parallelo a  $S_f$ .

$$S_f \cdot (\nabla U)_f = |S_f| \frac{(\nabla U)_N - (\nabla U)_P}{|PN|} \quad (5.50)$$

Inserendo l'espressione trovata nell'equazione x:

$$\sum_f \mu_{eff} S_f \cdot (\nabla U)_f = \sum_f \mu_{eff} |S_f| \frac{(\nabla U)_N - (\nabla U)_P}{|PN|} \quad (5.60)$$

Il coefficiente di diffusione è definito dal termine linear, stesso schema utilizzato sia per il gradiente che per la divergenza.

$$\mu_{eff} = \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}} \mu_{eff_P} + \left( -\frac{\overline{fN}}{\overline{PN}} \right) \mu_{eff_N} \quad (5.61)$$

Schema	Descrizione
Corrected	Unbounded, second order, conservative
Uncorrected	Bounded, first order, non-conservative
Limited ( $\psi$ )	Blend of corrected and uncorrected
Bounded	First order for bounded scalars
Fourth	Unbounded, fourth order, conservative

Tabella 5.4: Schemi disponibili in OpenFOAM per il laplaciano

### 5.4.5 Schemi di interpolazione

Il comando `InterpolationSchemes` permette di definire lo schema numerico dei valori dal centro della cella alla faccia. Con il termine `linear` definiamo la modalità di discretizzazione del metodo di interpolazione. Considerando una generica grandezza  $\phi$  essa sarà valutata sulla faccia nel seguente modo:

$$\phi_f = \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}} \phi_P + \left(1 - \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}}\right) \phi_N \quad (5.62)$$

Dove P e N sono i centri delle due celle collegata alla faccia in esame. Questo tipo di interpolazione definisce il metodo di discretizzazione delle differenze centrate.

## Capitolo 6

# 6 Simulazioni 3D del compressore IHI RHF3

Questo capitolo è interamente dedicato ai risultati delle simulazioni stazionarie del compressore IHI RHF3. I risultati sono stati comparati con i dati sperimentali forniti dall'università di Genova: il lavoro ha permesso di stimare le prestazioni del compressore nell'intero range di funzionamento. La discussione sarà poi focalizzata sull'analisi dei risultati per comprendere se effettivamente la simulazione RANS sia in grado di prevedere il comportamento di una turbomacchina e con quali limitazioni.

### 6.2 Il setup della simulazione

Le condizioni al contorno utilizzate nella validazione sono riportate nella tabella 6.1. L'inlet rappresentando l'ambiente da cui il compressore aspira l'aria è stato caratterizzato da pressione e temperatura Totale atmosferica, rispettivamente pari a 101325 Pa e 293 K. All'outlet è stata imposta la portata massica effettiva che varia nell'intero campo di funzionamento a pari velocità di rotazione  $\omega$ . Si noti bene come non siano state utilizzate le grandezze corrette nel setup della simulazione, ma bensì quelle effettive, ossia misurate al banco prova durante la campagna sperimentale. Nessuno scambio termico è stato considerato nel processo di validazione, l'ipotesi di adiabaticità è applicata a tutte le pareti del compressore.

Temperatura Totale Inlet	293.15
Pressione Totale Inlet	101325 Pa
Velocità flowRateOutletVelocity	Da 0.008 a 0.08 kg/s

Tabella 6.1: Condizioni al contorno

Sono state effettuate 25 simulazioni, una per punto sperimentale utilizzando il solutore MRFrhoSimpleFoam. Il processo di validazione ha riguardato le prime tre curve caratteristiche, rispettivamente con velocità pari a 60000, 90000, 120000 e 163000 rpm. La convergenza delle simulazioni è valutata sulla base dei residui e sulla stabilità della pressione totale all'outlet, monitorata tramite una opportuna funzione scritta nel Control Dict. Per evitare di inizializzare condizioni al contorno eccessivamente brusche, nelle curve a rpm maggiori, è stata utilizzata una tabella che permette di incrementare linearmente la grandezza a cui è riferita. L'utilizzatore può sceglierne l'iterazione iniziale e finale a proprio piacimento.

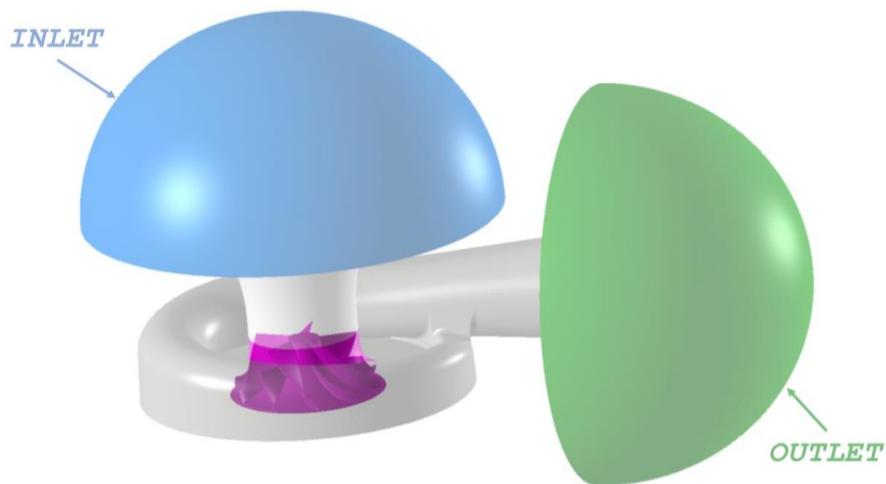


Figura 6.2: Condizioni al contorno

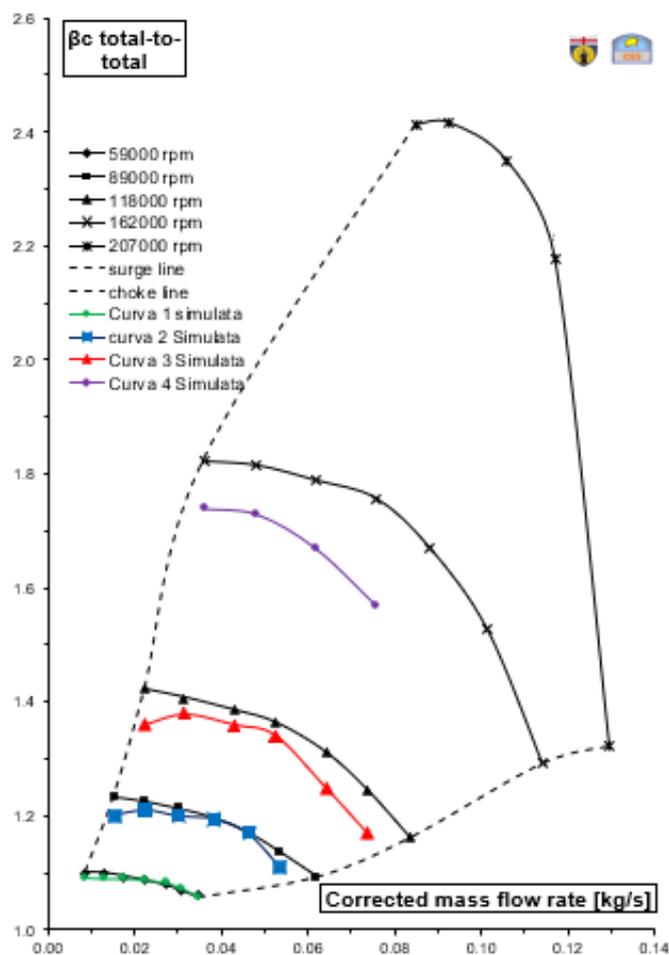


Figura 6.3: Curve sperimentali e simulate.

## 6.3 Risultati

Si osservi come l'andamento delle curve sperimentali riesca a essere riprodotto dalle simulazioni 3D, con differente accuratezza a seconda del regime considerato. La curva a 60000 rpm, presenta una sovrapposizione quasi totale con il caso sperimentale ad eccezione del punto a minor portata collocato sulla linea di pompaggio. Con l'aumentare della velocità di rotazione la pressione appare sottostimata, in particolare nell'intorno delle linee di funzionamento limite. I punti operativi caratterizzati da una portata compresa tra il 35% e il 65% della portata massica sono stimati con un errore pari:

- < 1% per n = 60000 rpm
- $\cong$  1% per n = 90000 rpm
- $\cong$  2% per n = 120000 rpm
- $\cong$  12% per n = 160000 rpm

L'errore aumenta via via che la portata diminuisce a pari velocità di rotazione e raggiunge il valore massimo nel punto estremo in prossimità della linea di pompaggio:

- $\cong$  1% per n = 60000 rpm
- $\cong$  2.5% per n = 90000 rpm
- $\cong$  4.5% per n = 120000 rpm

Avvicinandosi alla linea di stallo la portata di aria da comprimere aumenta e con essa anche il numero di Mach. Il solutore riesce a gestire correttamente campi di moto subsonici mentre il regime transonico è risolto con qualche difficoltà. I primi risultati a portata massima non hanno fornito un risultato fisico accettabile e non potevano essere pertanto oggetto di studio. Si sono così delineate due possibili vie da percorrere per capirne le motivazioni. In un primo caso ridurre la portata massica processata nel punto considerato del 5% e effettuare una simulazione instazionaria, nel secondo utilizzare un differente solutore. In entrambi i casi è importante accertarci del corretto significato fisico delle simulazioni finali. Il solutore utilizzato per gestire tali criticità è il modello MRFSONicFoam che permette di simulare flussi transonici e supersonici senza alcuna difficoltà. Le simulazioni sono così state effettuate una seconda volta utilizzando entrambi tali approcci. Il complesso campo di moto è stato analizzato in Paraview tramite apposite funzioni di post Processing. L'analisi si è soffermata sulla variazione del numero di Mach a differenti regimi di rotazione e sull'andamento di grandezze termodinamiche all'interno del compressore. I confronti sono effettuati a pari curva iso-velocità mostrando l'evolversi di variabili, quali pressione e temperatura con il diminuire della portata massica. In ogni grafico è stata adottata la seguente convenzione di colori: il blu rappresenta il valore minore della grandezza, mentre il rosso il suo modulo massimo. I parametri sono stati confrontati utilizzando la medesima scala di valori.

- **Analisi delle simulazioni**

L'analisi dei risultati continua con l'osservazione dei vari campi calcolati dalle simulazioni CFD. Per prima cosa osserviamo l'evolversi dei glifi al diminuire della portata massica processata per il regime di rotazione 90000 rpm. L'analisi prende come riferimento per lo studio dei risultati i punti :  $\dot{m}= 0.0156 \frac{kg}{s}$  e  $\dot{m}= 0,054 \frac{kg}{s}$  della curva 90000 rpm.

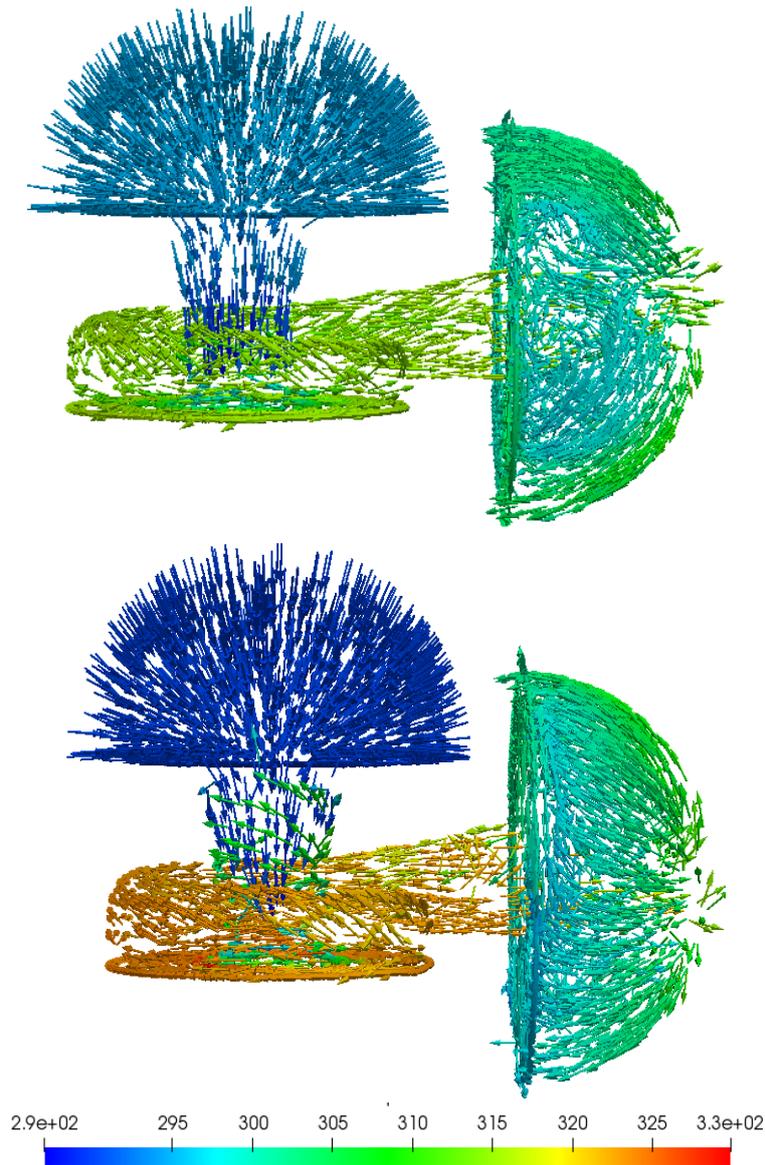


Figura 6.4: Andamento dei glifi.

La figura 6.3 mette a confronto due punti operativi della curva 90000 rpm:  $\dot{m}= 0,054 \frac{kg}{s}$  definisce il funzionamento a portata 85% del valore massimo mentre  $\dot{m}= 0.0156 \frac{kg}{s}$  l'estremo

in prossimità del limite di pompaggio. Da un punto di vista teorico, tale zona è caratterizzata da instabilità ossia fenomeni tipicamente instazionari che non possono essere colti dal solutore MRFRhoSimpleFoam, poiché stazionario. L'insorgere del pompaggio può essere monitorato, in una prova sperimentale, tramite l'acquisizione della temperatura alla bocchetta di aspirazione [12], che aumenta notevolmente a causa dei ripetuti fenomeni di back flow della portata di fluido dal collettore di mandata. Quello che si osserva da un punto di vista numerico è una variazione dei glifi nell'inducer. Muovendosi verso la linea di pompaggio, parte del flusso cambia la direzione di moto e si dirige verso la sezione di ingresso, incrementandone la temperatura. Tale fenomeno è presente per ogni regime di rotazione e rappresenta l'imminente innescarsi del fenomeno di back flow tipico di questa instabilità. È possibile visualizzare in dettaglio ciò che accade attraverso l'opzione streamlines che permette di rappresentare l'andamento delle linee di flusso nel rotore.

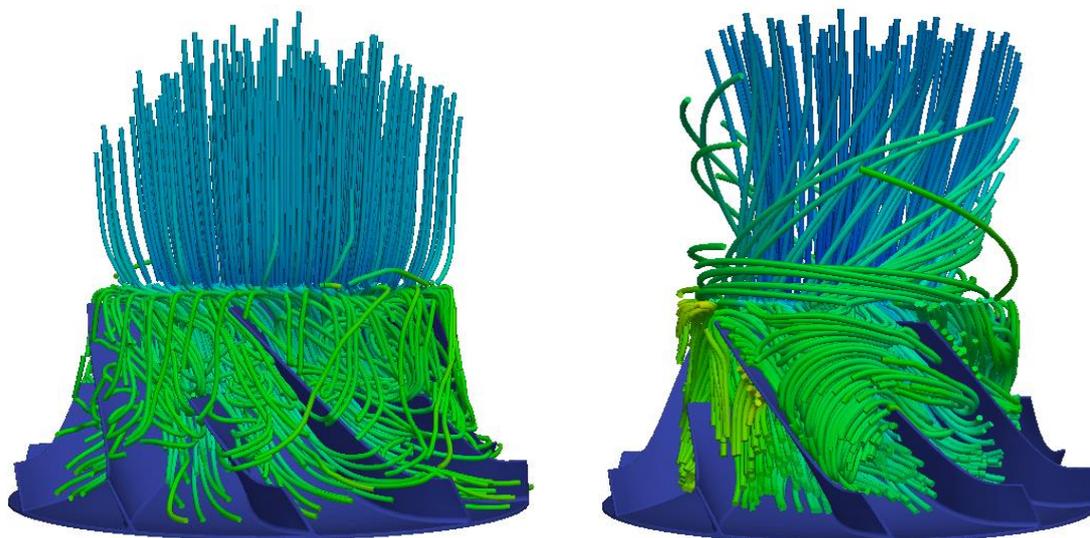


Figura 6.5: Streamlines nel rotore



Il campo di moto è caratterizzato per ogni punto di funzionamento da fenomeni vorticosi e ricircoli particolarmente accentuati verso la zona di pompaggio che appare più caotica e disordinata. La curva oggetto di studio è stata correttamente simulata fino ad un valore di portata pari all'85% il valore massimo corrispondente. Oltre tale limite le simulazioni non presentavano più alcun significato fisico e si è utilizzato il solutore instazionario MRFsonicFoam, presentato in seguito. Visualizziamo a tal proposito l'andamento del numero di Mach assoluto e relativo nel compressore centrifugo. Le maggiori velocità di

rotazione sono raggiunte nella parte iniziale della curva caratteristica, quando la portata è massima per via del minor gradiente di pressione tra l'ingresso e l'uscita del compressore. Le elevate velocità di rotazione causano lo sviluppo di un regime di moto transonico, che coinvolge in particolare i bordi di uscita delle pale. La figura mostra l'andamento del numero di Mach per le due condizioni operative caratterizzate da  $n= 90000$  rpm nel diffusore.

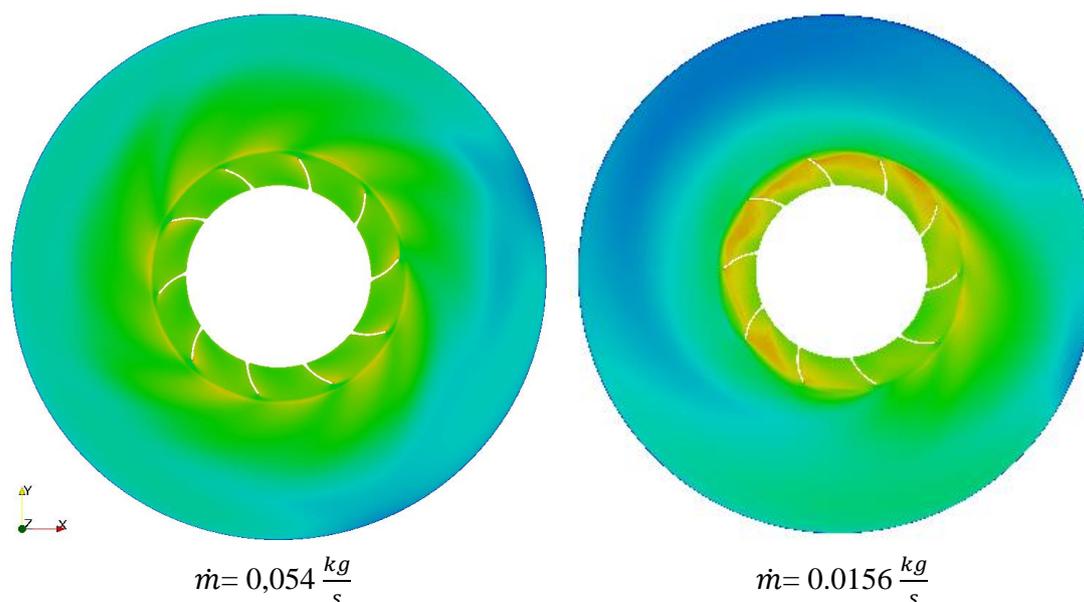


Figura 6.6: Numero di Mach all'ingresso del diffusore

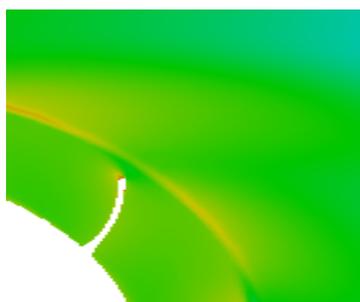


Figura 6.7: Dettaglio

Il numero di Mach raggiunge il valore massimo sul bordo di uscita delle pale, all'ingresso del diffusore. Si osserva come il flusso sia fortemente disuniforme in prossimità del pompaggio. Analizzando il corrispettivo campo di pressione si verifica un forte distacco di vena fluida in una regione limitata del rotore come mostrato in figura 6.7.

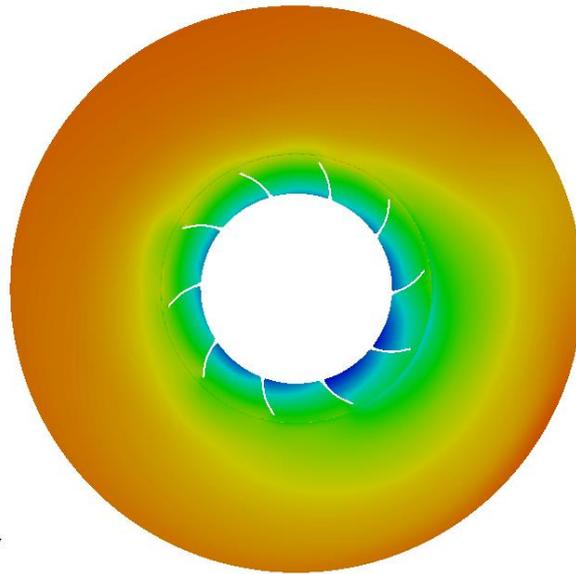


Figura 6.8: Campo di pressione  $\dot{m}= 0.0156 \frac{kg}{s}$

Nella valutazione delle grandezze bisogna tener conto della diffusività artificiale introdotta dagli schemi numerici del primo ordine che smorza tutti i gradienti delle variabili analizzate. Non considerando alcuna variazione temporale, le simulazioni stazionarie falliscono nel predire le bolle di ricircolazione e qualsiasi fenomeno instazionario nell'intorno del tip di pala. Il numero di Mach relativo invece non mostra alcuna particolare problematica.

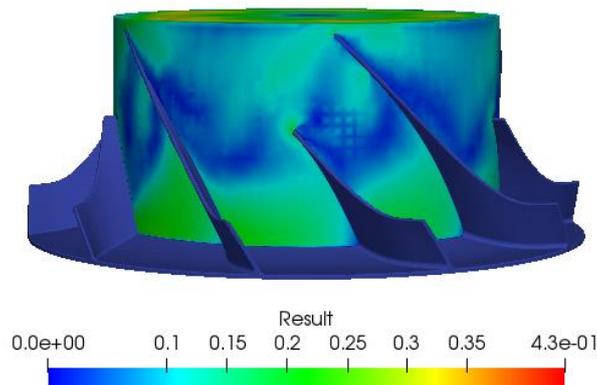


Figura 6.9: Numero di mach relativo

Visualizziamo infine l'incremento di pressione su un sezione parallela all'asse fittizio di rotazione della girante: la pressione del flusso aumenta fino a raggiungere il valore massimo all'interno della voluta.

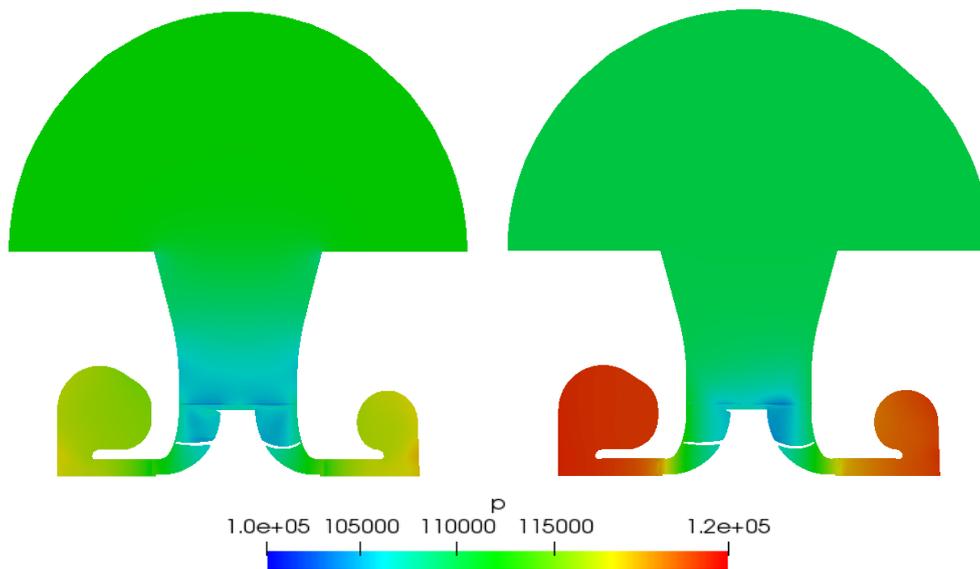


Figura 6.10: Campo di pressione

Vengono ora analizzati i punti critici delle curve a 90000 e 120000 rpm

- **Simulazione critica:  $n=120000$  rpm,  $m = 0.0753 \frac{kg}{s}$**

Il solutore ha mostrato dei limiti nella risoluzione dei campi di moto posizionati nell'intorno nel punto di stallo, per tale motivo la simulazione è stata effettuata, riducendo del 5% il valore effettivo della portata compressa per ottenere un punto di funzionamento a regime da cui effettuare una simulazione tempo variante.

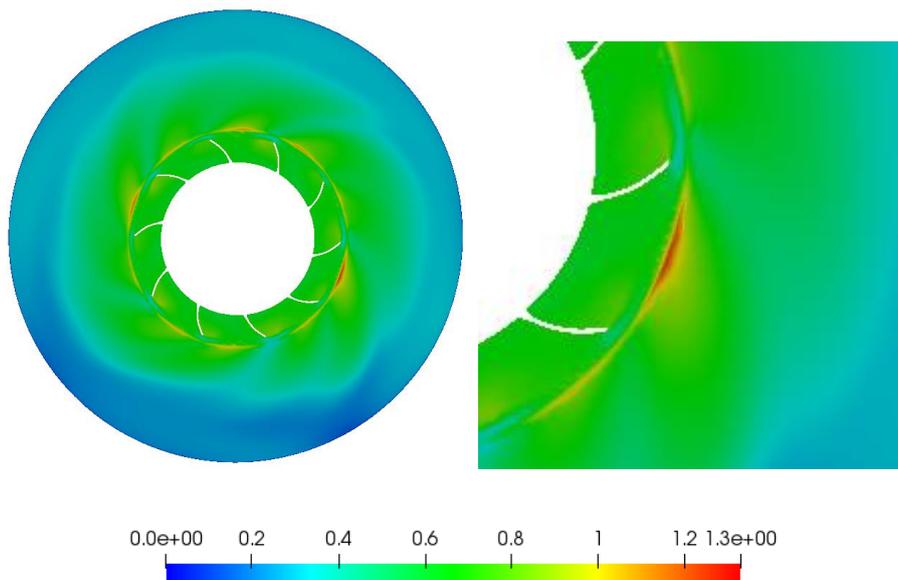


Figura 6.11: Numero di Mach all'ingresso del diffusore

La scelta del solutore è ricaduta sul modello MRFSonicFoam, in grado di gestire numeri di Mach elevati senza problemi. In figura 6.11 si mostra l'andamento del numero di Mach assoluto in ingresso al diffusore. Si osservi come il regime di moto, in prossimità della linea di stallo, non sia più solamente subsonico e transonico. Il valore del numero di Mach nell'intorno dell'unità suggerisce il possibile innesco di fenomeni dissipativi quali onde d'urto nella sezione di ingresso al diffusore. Una seconda osservazione riguarda la fluidodinamica nell'inducer. Con il diminuire del rapporto di compressione, il flusso convogliato nella girante aumenta la propria velocità assoluta raggiungendo un numero di Mach pari a 0.9. Avendo effettuato la simulazione con una portata fittizia ridotta è possibile aspettarsi che a pieno regime il Mach possa raggiungere valori unitari nella sezione di gola, provocando il blocco sonico del componente.

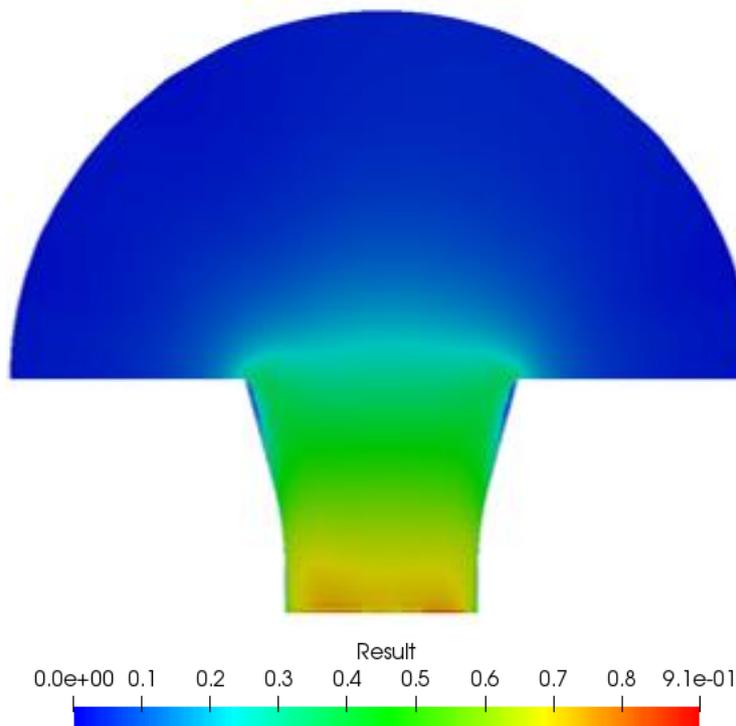


Figura 6.12: Numero di Mach all'ingresso dell'inducer

- **Simulazione critica:  $n=90000$  rpm,  $\dot{m}= 0,0634 \frac{kg}{s}$**

Un mancato riscontro fisico è stato verificato anche nella curva a 90000 rpm. Il solutore MRFrhoSimpleFoam non si è dimostrato in grado di rappresentare la fluidodinamica del punto operativo. La simulazione instazionaria è stata inizializzata a partire dal caso a regime antecedente per verificare le motivazioni alla base della problematica. Si mostra in figura 6.12 il paragone dei campi di pressione ottenuti con il solutore MRFrhoSimpleFoam e MRFSonicFoam.

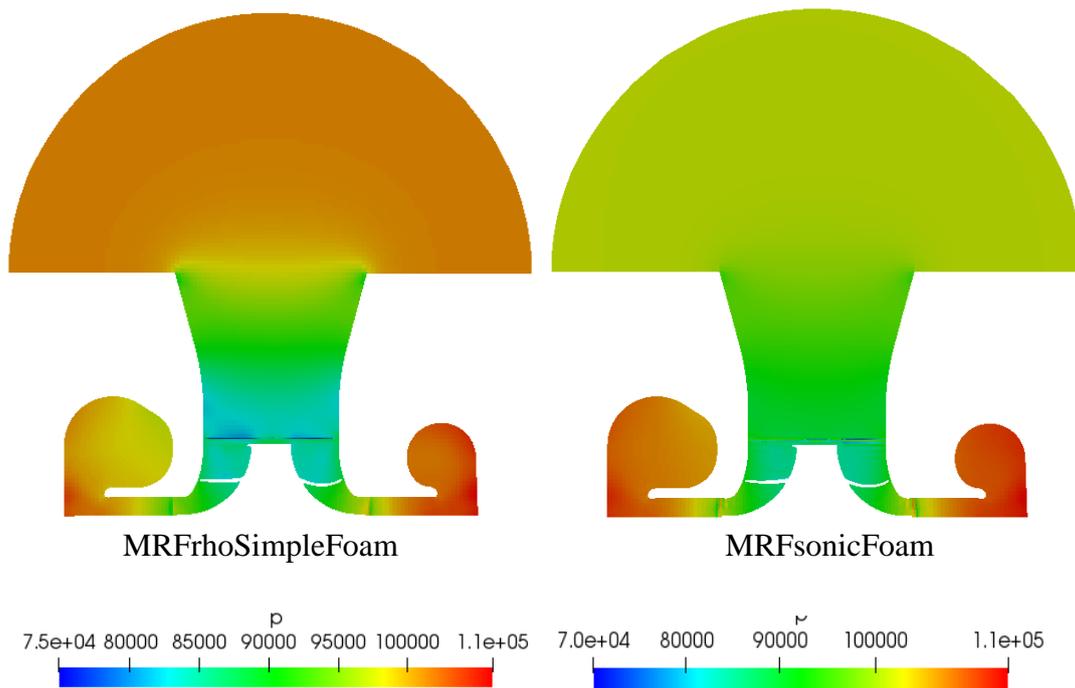


Figura 6.13: Confronto campi di pressione

Analizzando il regime di moto non si sono riscontrare criticità particolari come il caso precedente. Il regime di moto è transonico con valore massimo circa pari a 0.67 per quanto riguarda il numero di Mach assoluto. La non riuscita della simulazione potrebbe esser legata a un triplice motivo. Alla geometria non totalmente fedele al caso originale, non essendo state fornite tutte le quote relative ai componenti. È possibile infatti che anche lievi variazioni geometriche comportino notevoli modifiche dei campi misurati, in secondo luogo la presenza di un regime transonico non facilmente gestibile da un algoritmo SIMPLE e per concludere la possibile presenza di fenomeni instazionari che non possono essere rappresentati tramite un solutore steady state.

## Capitolo 7

# 7 Coupling 1D-3D

Le simulazioni CFD 3D permettono di ottenere un elevato grado di dettaglio delle prestazioni del componente ma richiedono risorse e tempo di calcolo a volte eccessivo. Da tale motivo nasce l'esigenza di accoppiare un dominio 3D, nel nostro caso il compressore centrifugo, con una simulazione 1D per ottenere un risultato in grado di riprodurre il funzionamento di un impianto o l'evoluzione di un fenomeno fisico in un tempo minore. I modelli monodimensionali permettono di semplificare la geometria rappresentandone il dominio in una sola coordinata spaziale, descrivendo la fluidodinamica non più in tre dimensioni ma solo nella direzione più rappresentativa. L'accoppiamento 3D-1D è stato effettuato grazie al programma di termofluidodinamica 1D Gasdyn, sviluppato dal gruppo ICE del Politecnico di Milano.

### 7.1 Il modello 1D

#### Modello monodimensionale

Le ipotesi di moto monodimensionale, implementate anche in Gasdyn, sono le seguenti:

- Flusso instazionario nel tempo
- Fluido comprimibile
- Moto 1D
- Moto non isoentropico
- Processo non adiabatico per la presenza dei flussi di calore attraverso le pareti del condotto

Come conseguenza di queste assunzioni le proprietà dell'aria possono essere considerate costanti lungo una qualsiasi sezione del condotto analizzato, assumendole funzioni del tempo  $t$  e della coordinata spaziale  $x$ . Per un fluido comprimibile che attraversa un tratto di condotto variabile è possibile ricavare le equazioni di continuità, conservazione della quantità di moto e dell'energia.

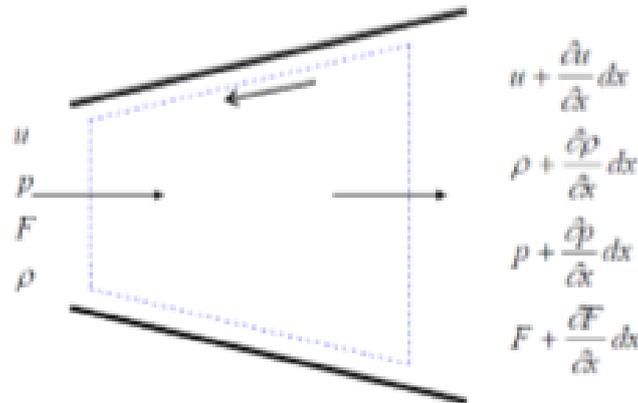


Figura 7.1: Volume di controllo

Il sistema non lineare iperbolico in forma non conservativa è definito dalle seguenti equazioni di conservazione a cui sono state aggiunte le relazioni che descrivono il comportamento del gas, trattato come perfetto. Per la determinazione del sistema non sono stati considerati i termini legati al lavoro meccanico, di entità nulla nel caso di condotti.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} = 0 \\ \frac{\partial(\rho u F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)F}{\partial x} - p \frac{dF}{dx} + f \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 \cdot \pi D = 0 \\ \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) - a^2 \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) - \rho (k-1) \left( \dot{q} - \frac{\Delta H_{react}}{\rho} + uG \right) = 0 \\ \frac{p}{\rho} = RT, \quad e = c_v T \quad \text{con } c_v, c_p = \text{cost.} \end{array} \right. \quad (7.1)$$

Il sistema appena introdotto può essere risolto con il Metodo delle Caratteristiche [11]; ma, come verrà spiegato in seguito, tale metodo presenta lo svantaggio di una accuratezza al I ordine che impedisce di cogliere le oscillazioni di grandezze a elevata frequenza. Per tale motivo sono stati sviluppati metodi numerici in grado di rappresentare fenomeni dissipativi quali le onde d'urto con maggior accuratezza ma che necessitano, per poter essere applicati, di una formulazione conservativa del sistema lineare iperbolico. Per ottenere tale formulazione è necessario definire quali grandezze si conservano a cavallo degli urti e scrivere nuovamente le variabili in un differenziale comune. Da notare che questa scrittura si avvale della formulazione dell'impulso che altro non è che una combinazione lineare tra la conservazione della quantità di moto e l'equazione di continuità.

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u F)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(\rho u F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 F + p F)}{\partial x} - p \frac{dF}{dx} + \rho G F = 0 \\ \frac{\partial(\rho e_0 F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h_0)}{\partial x} - \rho \dot{q} F - \Delta H_{react} F = 0 \end{cases} \quad (7.2)$$

Per poter applicare i metodi Shock Capturing è necessario riscrivere il sistema in forma matriciale. Il procedimento mette in evidenza 4 vettori:

- Vettore delle variabili conservate in cui sono presenti tre variabili indipendenti, il cui flusso si conserva a cavallo dell'onda d'urto.

$$\vec{W}(x, t) = \begin{bmatrix} \rho F \\ \rho u F \\ \rho e_0 F \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

- Vettore dei flussi delle variabili conservate. Il flusso di massa, l'impulso e il flusso di entalpia totale si conservano durante l'onda d'urto

$$\vec{F}(\vec{W}) = \begin{bmatrix} \rho u F \\ (\rho u^2 + p) F \\ \rho u h_0 F \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

- Vettore dei termini sorgente

$$\vec{B}(\vec{W}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -p \frac{dF}{dx} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

$$\vec{C}(\vec{W}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho G F \\ -(\rho \dot{q} + \Delta H_{react}) F \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

Il vettore B contiene i termini di sorgente delle forze di pressione dovute alla variazione di sezione mentre il vettore C gli effetti di scambio termico e attrito. Il sistema in forma matriciale appare così definito:

$$\frac{\partial \vec{W}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}(\vec{W})}{\partial x} + \vec{B}(\vec{W}) + \vec{C}(\vec{W}) = \vec{0} \quad (7.6)$$

Per chiudere il problema è necessario considerare anche la legge che definisce il comportamento del gas, sia esso perfetto o ideale.

## 7.2 Metodi numerici

Non è possibile determinare analiticamente una soluzione del problema iperbolico alle derivate parziali delle equazioni di conservazione. È quindi necessario utilizzare un metodo numerico appropriato. Il primo algoritmo messo a disposizione per la risoluzione di questi problemi si deve a Riemann che nel 1858 sviluppò il metodo delle caratteristiche. Esso però presenta delle limitazioni:

- Assunzione del modello di gas perfetto a calori specifici costanti.
- Approssimazione lineare: la soluzione viene determinata tra nodi successivi del dominio discretizzato con una accuratezza del I ordine.
- Impossibilità di cogliere discontinuità: il metodo numerico non è in grado di cogliere eventuali discontinuità sempre presenti nel caso di onde d'urto e distribuisce il fenomeno su svariati nodi della griglia computazionale.

Per questo motivo tale metodo non è stato utilizzato in questo lavoro, sebbene sia comunque presente nel codice di calcolo Gsdyn. Nuovi metodi sono stati sviluppati a partire dagli anni 90, i così detti Shock Capturing, che permettono di sopperire alle precedenti limitazioni. In particolare, presentano un ordine di accuratezza superiore al primo garantendo migliori risultati. Tali metodi permettono di catturare correttamente i fenomeni di discontinuità presenti nel flusso a partire dalla formulazione conservativa.

Si dividono in due categorie:

- Metodi upwind o basati sul metodo delle caratteristiche che orientano lo schema di calcolo in funzione della direzione del flusso permettendo di ottenere un migliore risultato ma per contro necessitano di tempi di calcolo maggiori. Essi risolvono il problema di Riemann ad ogni nodo della discretizzazione.
- Metodi non upwind o simmetrici: sono insensibili alla direzione del flusso e applicano in tutti i nodi lo stesso schema alle differenze finite per discretizzare le derivate parziali. Se è necessario garantire un risultato affidabile in poco tempo sono sicuramente i metodi più appropriati.

## 7.3 Il problema di Riemann

### 7.3.1 Descrizione fisica del tubo d'urto

L'idea fondamentale del tubo d'urto è la seguente: si consideri un lungo condotto mono dimensionale, chiuso alle estremità e diviso in due regioni di uguale dimensione tramite un diaframma. Ciascuna regione è riempita con il medesimo gas in condizioni termodinamiche diverse (pressione, densità, temperatura). La regione a pressione maggiore è detta driven section mentre quella a bassa pressione working section. Al tempo  $t=0$  il gas è fermo, a  $t>0$  il diaframma viene eliminato e un flusso ad elevata velocità si propaga nella working section.

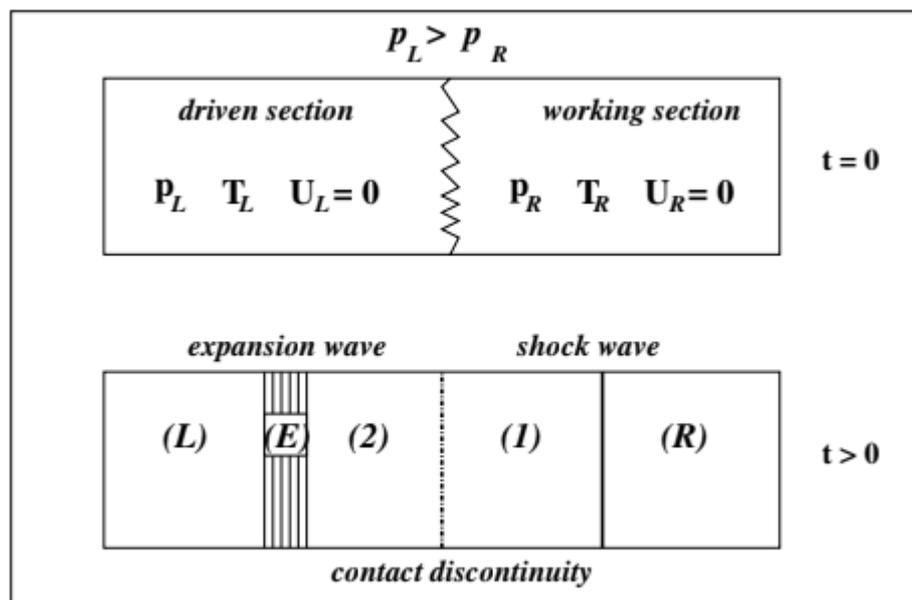


Figura 7.2: Il tubo d'urto

Analizziamo più in dettaglio il problema. Al tempo  $t=0$  il diaframma si rompe dando origine ad un processo che tende a rendere omogenea la pressione nell'intero tubo. Il gas ad alta pressione si espande attraverso un'onda di rarefazione e fluisce nella working section, spingendo il fluido ivi presente. Il processo di espansione è continuo e avviene in una regione ben definita detta expansion fan, che si diffonde nel dominio indicato con la lettera L e che incrementa il proprio spessore con l'avanzare del tempo. La compressione del gas a bassa pressione genera un'onda d'urto che si propaga nella parte destra del condotto dove una discontinuità di contatto divide il gas espanso da quello compresso. Tale superficie può essere vista come una membrana fittizia in moto costante verso la parte destra del tubo.

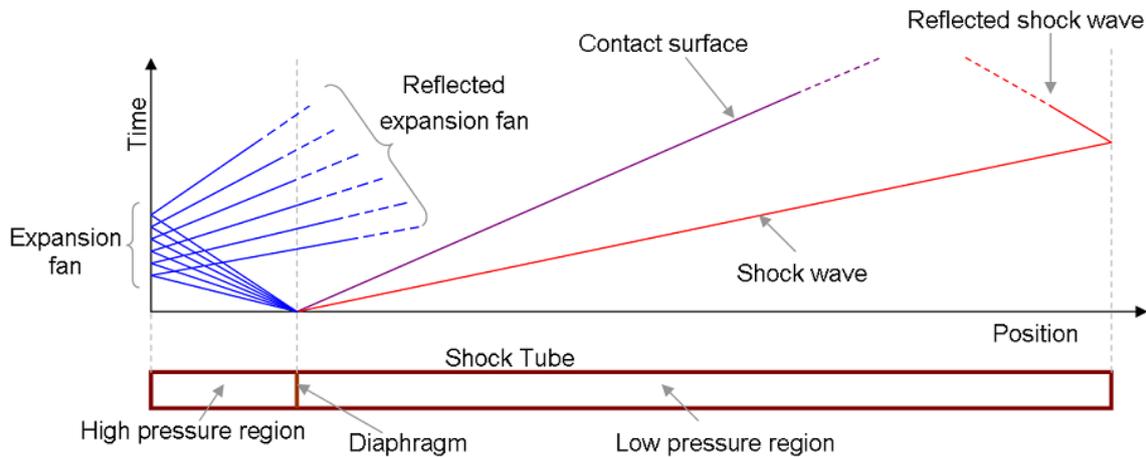


Figura 7.3: Sistema di onde

Dopo questa breve e semplificata trattazione è utile notare come vi siano delle grandezze discontinue a cavallo dell'onda d'urto e della membrana. La difficoltà del problema risiede proprio in tale discontinuità. Al fine di semplificare la trattazione del tubo d'urto introduciamo due ipotesi: la lunghezza infinita del tubo per evitare di considerare la riflessione delle onde all'estremità, e il diaframma completamente rimosso all'istante temporale  $t=0$ . Considerando queste semplificazioni è possibile descrivere il flusso comprimibile nel tubo attraverso un sistema di equazioni differenziali 1D alle derivate parziali che prende il nome di Equazioni di Eulero. Indicando con  $\rho$  la densità del gas e con  $E$  l'energia totale, il sistema è così definito:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho U \\ E \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + p \\ (E + p)U \end{pmatrix} = 0 \quad (7.7)$$

Con:

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \rho U \\ E \end{pmatrix} = W(x, t) \quad (7.8)$$

$$\begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + p \\ (E + p)U \end{pmatrix} = F(W) \quad (7.9)$$

Per chiudere il problema e aver un numero di equazioni pari al numero di incognite deve essere aggiunta la relazione caratterizzante il comportamento del fluido. Il sistema può essere scritto in forma conservativa, con  $W(x, t)$  vettore delle incognite e la rispettiva condizione iniziale, dove  $x$  rappresenta una generica ascissa del diagramma:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} F(W) = 0 \quad (7.10)$$

$$W(x, 0) = \begin{cases} (\rho_L, \rho_L U_L, E_L), & x \leq x_0 \\ (\rho_R, \rho_R U_R, E_R), & x > x_0 \end{cases} \quad (7.11)$$

I pedici  $r$  e  $l$  rappresentano il dominio a destra e sinistra della discontinuità. Il vettore  $W$  contiene le grandezze conservative mentre  $F(W)$  i flussi conservativi. Il sistema iperbolico non lineare e la condizione iniziale a tratti definiscono il Problema di Riemann che presenta una soluzione analitica esatta per le equazioni di Eulero. Inoltre, la soluzione è autosimilare, ossia si espande uniformemente nello spazio con l'aumentare del tempo senza modificare la propria forma. In altre parole, la soluzione dipende solo dal rapporto  $x/t$  e non dalle singole variabili. Da un punto di vista numerico il risultato può essere trovato per via iterativa attraverso il metodo proposto da Godunov.

### 7.3.2 Il solutore HLLC

Il sistema viene risolto numericamente grazie all'utilizzo del solutore upwind HLLC [14] basato sulla teoria di Godunov che ipotizzò di sostituire i set di dati iniziali e discretizzati con funzioni costanti a tratti in cui sono presenti punti di discontinuità per  $x = l^\pm 0.5$ , come mostrato in figura 7.4

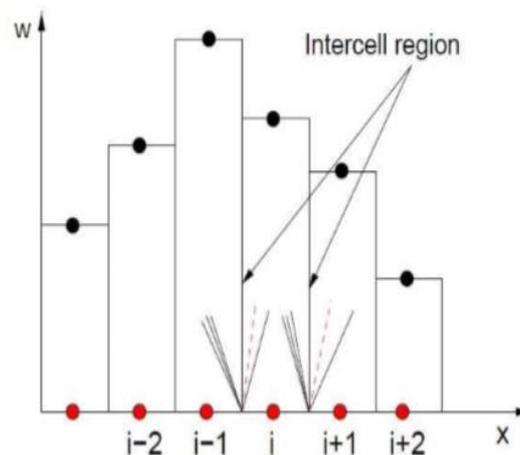


Figura 7.4: Ricostruzione della soluzione sul dominio con il metodo di Godunov

Questa assunzione, ben si presta per essere utilizzata in solutori basati sull'approccio Finite Volume Method e identifica, in prossimità dell'interfaccia fra due celle di calcolo, una serie di problemi di Riemann. La regione compresa tra due celle è inoltre sorgente di un sistema di tre onde: due che viaggiano alla velocità del suono, l'onda di compressione e di rarefazione

e un segnale lento identificato come una discontinuità di superficie. Il solutore HLLC fu in origine proposto da Harten, Lax e successivamente modificato da Toro. Il metodo permette di ottenere una soluzione esatta del problema di Riemann senza ricorrere a procedure iterative, riducendo i tempi di calcolo. Il sistema d'onde è mostrato nella figura seguente.

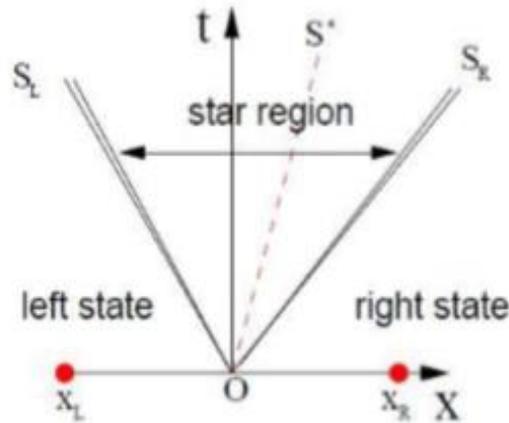


Figura 7.5: Sistema centrato di onde generato dal problema di Riemann

Il sistema definisce quattro differenti regioni: due regioni rispettivamente a destra e a sinistra di  $S_L$  e  $S_R$  e due regioni comprese tra la discontinuità di contatto e i segnali a velocità elevata. Nell'attraversamento della superficie di contatto i campi di temperatura e densità sono discontinui mentre la pressione e la velocità appaiono costanti sull'intera regione star region. Tutte le variabili conservative sono discontinue a cavallo dei due segnali  $S_L$  e  $S_R$ . Il solutore, quindi, sulla base della posizione di ciascuna onda rispetto alla regione di contatto tra due celle adiacenti, determina il valore delle variabili conservative:

$$W(x, t) = \begin{cases} W_L & \text{se } \frac{x}{t} < S_L \\ W_{*L} & \text{se } S_L \leq \frac{x}{t} \leq S^* \\ W_{*R} & \text{se } S^* \leq \frac{x}{t} \leq S_R \\ W_R & \text{se } \frac{x}{t} > S_R \end{cases} \quad (7.11)$$

Dove  $W$  rappresenta il vettore delle variabili conservative. Inoltre, assumendo i campi di velocità e pressione costanti sul dominio star region, il valore di tali variabili, nella regione è definito come:

$$(\rho)_K^* = \rho_K \frac{S_K - u_K}{S_K - S^*} \quad (7.12)$$

$$(\rho U)_K^* = \rho_K \frac{S_K - u_K}{S_K - S^*} \begin{bmatrix} S^* \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

$$(\rho e_0)_K^* = \rho_K \frac{S_K - u_K}{S_K - S^*} \left[ e_K + (S^* - u_K) \left( S^* + \frac{p_K}{\rho_K (S_K - u_K)} \right) \right] \quad (7.14)$$

L'indice  $k$  rappresenta lo stato a destra o sinistra della discontinuità. A partire dai valori delle grandezze conservative calcolati tra le celle, il solutore assegna il corrispettivo valore di flusso in accordo alla seguente equazione:

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{HLLC} = \begin{cases} F_L & \\ F_{*L} = F_L + S_L(W_L^* - W_L) & \\ F_{*R} = F_R + S_R(W_R^* - W_R) & \\ F_R & \end{cases} \quad (7.15)$$

Adottando la stessa convenzione della posizione delle discontinuità del sistema (7.11). I valori della velocità delle tre onde  $S_L$ ,  $S_R$  e  $S^*$  sono valutati adottando la formula di Davis e Batten:

$$S_R = u_R - a_R, \quad S_L = u_L - a_L \quad (7.16)$$

$$S^* = \frac{p_R - p_L}{\rho_L(S_L - u_L) - \rho_R(S_R - u_R)} + \frac{\rho_L u_L(S_L - u_L) - \rho_R u_R(S_R - u_R)}{\rho_L(S_L - u_L) - \rho_R(S_R - u_R)} \quad (7.17)$$

Il solutore HLLC di Riemann applicato ad un sistema di equazioni 1D può essere riassunto come segue:

$$W_i^{n+1} = W_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i-\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}}) - \Delta t C_i^m \quad (7.18)$$

## 7.4 Coupling

Le simulazioni mono e multidimensionali sono considerate allo stato dell'arte tecnologie affidabili e di fondamentale importanza nella fase di progettazione. Per poter comunicare le variazioni termofluidodinamiche tipiche di un dominio 3D in un dominio monodimensionale, il gruppo ICE del Politecnico di Milano ha sviluppato una modalità di accoppiamento definita "strict coupling". Tale procedura permette ai due codici di comunicare vicendevolmente ad ogni passo temporale in modo che ad ogni dominio siano note le informazioni dell'altro. Per non compromettere la stabilità della soluzione sono state adottate tecniche avanzate per accoppiare una regione multidimensionale con una 1D. L'approccio si basa sulla soluzione del problema di Riemann per ogni cella la cui faccia appartiene alla superficie di contorno, come mostrato in figura 7.6. All'inizio di ogni passo temporale, la media delle variabili conservative di ciascun centro cella è assegnata all'ultimo nodo del dominio 1D, mentre le

variabili relative al nodo  $n-1$  sono assegnate a sinistra del problema locale di Riemann. Tutte le facce che costituiscono il contorno 1D-3D identificano un problema di Riemann che viene risolto adottando il solutore HLLC. In qualsiasi regime di moto, sia esso subsonico o supersonico, il problema di Riemann viene risolto per ogni cella producendo, in certe condizioni, un profilo non uniforme all'interfaccia.

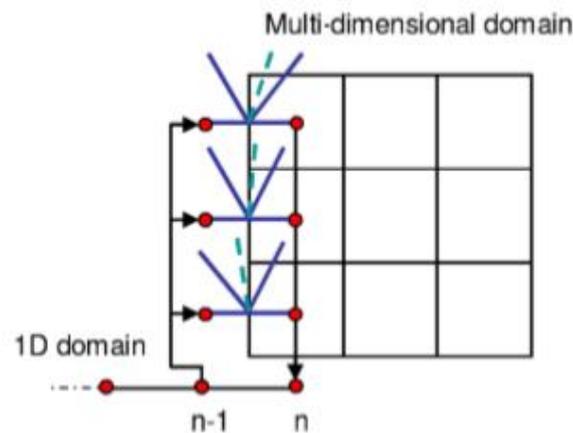


Figura 7.6: Interfaccia 1D-3D

### 7.4.1 Setup

- 1D

Lo schema 1D è costituito da un condotto di ingresso, da un sistema di acquisizione e un condotto di uscita. L'utilizzo di una valvola permette di modificare la curva resistente del sistema cambiando il punto di funzionamento del compressore. L'ingresso è caratterizzato da pressione e temperatura ambiente mentre alla sezione di uscita è stata imposta la condizione no reflecting wave. In questo modo non sono considerate eventuali riflessioni di onde dall'estremità del condotto.

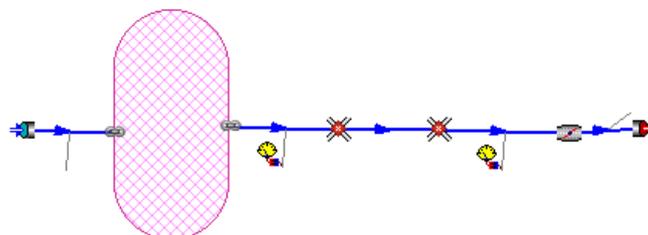


Figura 7.7: Dominio 1D

- **3D**

Il dominio 3D è costituito dal compressore, ora privato delle semisfere di ingresso e uscita in quanto le condizioni al contorno verranno comunicate dal sistema 1D.

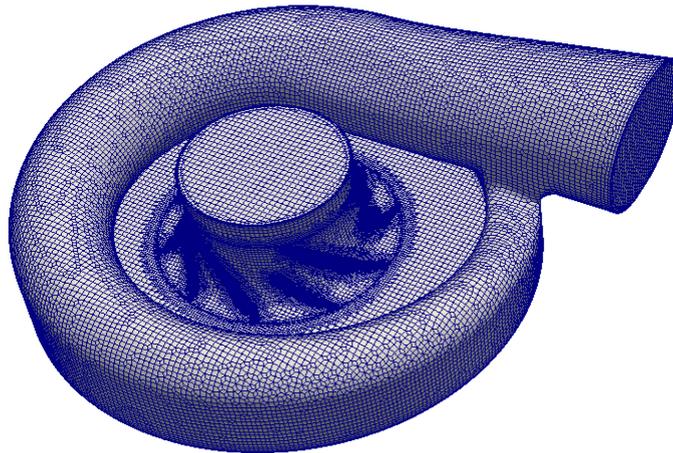


Figura 7.8: Geometria 3D

- **Codice sviluppato**

Il codice del solutore 3D è stato implementato e compilato nella cartella Coupled Solver della libreria LibICE, come spiegato nell'appendice A posta in conclusione al lavoro. Il solver MRFrhoPimpleFoam permette di simulare correttamente la fluidodinamica instazionaria di una turbomacchina, tenendo conto dell'incremento di temperatura conseguente il processo di compressione. Prima di essere implementato nella libreria del gruppo di ricerca ICE, è stato opportunamente testato e comparato con esito positivo al solutore base di OpenFOAM rhoPimpleFoam.

#### 7.4.2 Simulazioni

Implementato il codice, i due domini sono stati accoppiati. Purtroppo, al variare della velocità di rotazione la simulazione 1D-3D si è mostrata instabile. In particolare, è stata evidenziata la presenza di instabilità provenienti dalla sezione di outlet che non hanno permesso l'applicazione del corretto codice numerico sviluppato.

## Capitolo 8

### Conclusioni e sviluppi futuri

Il solutore stazionario sviluppato MRFrhoSimpleFoam si mostra particolarmente indicato per simulare le prestazioni del compressore fino ad un regime di rotazione pari a 120000 rpm. L'operazione di validazione si considera superata con esito positivo quando l'errore commesso è minore del 3%, in tal caso l'approccio MRF si ritiene capace di prevedere il comportamento sperimentale della turbomacchina. In tabella si riportano, contrassegnati con un pallino verde i punti che hanno superato la prova di validazione.

	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5	Punto 6	Punto 7
<b>Curva 1</b>							
<b>Curva 2</b>							
<b>Curva 3</b>							
<b>Curva 4</b>							

Tabella 8.1: Esito validazione

Si osservi come le criticità siano localizzate agli estremi del campo di funzionamento e siano più accentuate all'aumentare del regime di rotazione. I punti in prossimità del pompaggio presentano un campo di moto fortemente disuniforme e con distacchi di vena. Inoltre, trattandosi di un caso limite di funzionamento il solutore stazionario non è in grado di cogliere fenomeni tempo varianti quali bolle di ricircolazione e instabilità al tip di pala. I punti invece a portata elevata non sempre hanno fornito un risultato fisicamente accettabile. La motivazione va ricercata nel regime di moto che si instaura al variare delle curve iso-velocità e nelle imprecisioni della geometria fornita. La mancanza di alcune quote relative all'accoppiamento dei componenti si è mostrata critica nei punti di funzionamento a massima portata. Con l'aumento della velocità di rotazione, il campo di moto evolve da un regime subsonico a transonico fino a raggiungere condizioni quasi soniche nella curva a 120000 rpm. Per quanto riguarda il regime di 60000 rpm il numero di Mach presenta un valore massimo pari 0.45 pertanto il solutore è in grado di rappresentare la fluidodinamica del sistema anche nella condizione di portata massima. Ciò non è più verificato per le due curve successive, caratterizzate da un numero di Mach più elevato. Il solutore basato sull'algoritmo SIMPLE non si mostra più adeguato a predire il comportamento della turbomacchina ed è stato necessario adottare due diverse strategie. In un primo caso ridurre la portata massica processata nel punto considerato del 5% e effettuare una simulazione instazionaria, nel

secondo inizializzare il solutore tempo variante con il risultato stazionario del punto precedente. Tale procedimento ha permesso di investigare le ragioni alla base di tale problematica. In particolare, si sono evidenziate tre possibili cause: incertezze legate alla geometria del componente, presenza di fenomeni instazionari che non possono essere colti dal solutore steady state ed infine l'insorgere di un campo di moto transonico-sonico di difficile risoluzione numerica. Il lavoro illustrato si propone come primo passo nello sviluppo e applicazione di un solutore comprimibile per simulazioni 3D e 1D-3D di compressori centrifughi utilizzati nel settore automotive. Nell'ottica di uno sviluppo futuro, l'obiettivo prefissato è di estendere il range di applicabilità del solutore fino alle portate massime in prossimità del limite di stallo, rendendo l'algoritmo SIMPLE in grado di gestire un più vasto regime di moto. L'obiettivo è quello di avere una visione di insieme estesa anche a regimi superiori riducendo l'errore ora presente per il regime di rotazione 160000 rpm. I punti critici potranno essere prima simulati con il solver MRFSonicFoam per accertarsi delle motivazioni sovra esposte, nel range critico di funzionamento. Il solutore MRFrhoSimpleFoam e le analisi fin qui condotte hanno creato delle prime fondamenta solide per i futuri lavori del gruppo di ricerca ICE del Politecnico di Milano. Anche l'accoppiamento 1D-3D sarà oggetto di ulteriore sviluppo futuro. Il solutore implementato MRFrhoPimpleFoam dovrà essere applicato ai regimi operativi del compressore IHI RFH3 permettendo di simulare la fluidodinamica instazionaria della turbomacchina. Il lavoro futuro permetterà di investigare le instabilità di funzionamento del compressore centrifugo partendo anche in questo caso dalla solida base del codice implementato e compilato correttamente.

# Bibliografia

- [1] Ferrari Giancarlo. Motori a Combustione interna. Il Capitello, 4. Edizione, 2008
- [2] U. R. Vercelli G. A. Pignone. Motori ad alta potenza specifica. Firenze, 2010
- [3] L. B. Vestri. Analisi dello stallo di diffusore in compressori centrifughi per applicazioni ad alta pressione, Tesi di dottorato, 2008
- [4] OpenFOAM Foundation. UserGuide: Version 3.0.1, 2015
- [5] H. K. Versteeg, W. Malalasekera. An Introduction to COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS. Second edition, 2007
- [6] G. Cornetti. Macchine a fluido. Il capitello, 2011
- [7] F.Pavirani. Evaluating the effect of fuel spray/gas interaction on engine performances by means of 1D-3D simulations: development and application to a Moto3 racing motorbike, 2016
- [8] OpenFOAM Foundation. Programmer's Guide: Version 3.0.1, 2015
- [9] T. Holtzmann. Mathematics, Numerics, Derivaton and OpenFOAM, ResearchGate, 2016
- [10] E. Mancuso. Direct efficiency evaluation of an automotive radial turbine, 2018
- [11] A. Orsenigo. 1D Thermo-fluid dynamics simulation of a turbocharged heavy duty CI engine: performances and emissions.
- [12] M. Capobianco, S. Marelli, F. Polidori. Sulla Misura delle curve prestazionali dei sistemi di sovralimentazione per MCI automobilistici, Giornata internazionale di studio MIS-MAX X, 2008.
- [13] A Powerful Run with a Compact Engine. IHI Engineering Review, 2017
- [14] G. Montenegro, A. Onorati, F. Piscaglia, G. D'Errico. Integrated 1D-MultiD Fluid Dynamic Models for the simulations of I.C.E Intake and Exhaust Systems, SAE 2007

- [15] B. Bartolec. Numerical simulation of the flow in a multi stage axial compressor. Master's thesis, 2017
- [16] [www.iceg.unige.it](http://www.iceg.unige.it). Sito web.

# Appendice A

## A.1 LibICE e i CoupledSolver

La libreria LibICE è stata sviluppata dal gruppo ICE del Politecnico di Milano per analizzare problemi complessi di motori a combustione interna. Si presenta come una estensione del codice sorgente di OpenFOAM e come il software open source è strutturata in cartelle. All'interno della directory src è presente la cartella couplingTo1D che include tutti gli strumenti necessari per accoppiare un dominio multidimensionale ad uno 1D.



Figura A.1: Cartelle LibICE

I principali tool sono divisi a seconda del solver di competenza mentre la cartella bc contiene la dichiarazione della condizione al contorno della temperatura, `temperature1DFvPatchScalarField`, applicata alle patch che si interfacciano con il dominio monodimensionale. Il passaggio di informazioni nello spazio e nel tempo tra i due domini è gestito da un `solverWrapper`, che contiene nell'omonima cartella tutti i file necessari all'operazione. La directory `CoupledSolver` include tutti i solutori dedicati al processo di accoppiamento e i solver appositamente implementati dall'utilizzatore. Nel nostro caso il solutore `MRFrhoPimpleFOAM`, la cui implementazione sarà spiegata nel prossimo capitolo. La strategia è quella di considerare il `coupledSolver` come una generica application di OpenFOAM, caratterizzata da una funzione main e da differenti dichiarazioni di classi. Le principali member function di un `CoupledSolver` sono: `evolve()`, `setTimeStep()`, `setBoundaryValues()`, `getVectorBCValues()`, `dtMin()`. La funzione `evolve()` contiene il loop PIMPLE che si occuperà di risolvere iterativamente le equazioni di conservazione, garantendo il rispetto del numero di Courant. All'interno di `setBoundaryValues()` sono presenti invece le istruzioni riguardo la procedura per la soluzione del Problema di Riemann all'interfaccia. Le rimanenti funzioni permettono la realizzazione dell'accoppiamento e la gestione del tempo.

## A.2 Implementazione del Solver MRFrhoPimpleFoam

In questo paragrafo verrà descritta l'implementazione del Solver `MRFrhoPimpleFoam` utilizzato nelle simulazioni instazionarie 1D-3D, nella cartella Coupled Solver della libreria LibICE. Per prima cosa è stata creata la directory principale in cui inserire il file.C e gli headers.H necessari al suo corretto funzionamento. Come template di riferimento è stato considerato il costruttore `rhoPimpleFoam.C` opportunamente modificato sulla base della teoria MRF, come spiegato nel paragrafo 5.3.3. Come ogni solutore, sono state dichiarate le

grandezze del codice, che includono il nome della classe e le funzioni da essa utilizzate, nella sezione Class rhoPimpleFoamSolver Declaration del file principale.H. L'operazione è possibile grazie all'uso di uno speciale puntatore, autoPtr<type> che riconduce alla corrispondente classe presente in OpenFOAM. Le grandezze e classi così dichiarate devono poi essere inizializzate per poter compilare in maniera corretta il codice. Di seguito si riportano per chiarezza gli estratti di codice relativi a questa fase di implementazione. Si noti come informazioni riguardanti il numero di Courant, il passo temporale  $\Delta t$  siano rimasti inalterati e pari al loro costrutto originale.

---

```

turbulence_
(
    compressible::turbulenceModel::New
    (
        rho_,
        U_,
        phi_,
        thermo_
    )
),
dpdt_
dpdt_
(
    fvc::DDt(surfaceScalarField("phiU", phi_/fvc::interpo-
late(rho_)),
    thermo_.p())
),
K_("K", 0.5*magSqr(U_)),
K_("K", 0.5*magSqr(U_)),

URel_
(
    IObject
    (
        "URel",
        runTime_.timeName(),
        mesh_,
        IObject::NO_READ,
        IObject::AUTO_WRITE
    ),
    U_
),
),

```

---

Listato A.1: Estratto codice MRFrhoPimpleFoam.C

---

```

class rhoMRFPimpleSolver
:
    public coupledSolver
{
    // Private data
    //- Time
    //- Time
    Time runTime_;
    //- Mesh
    //- Mesh
    fvMesh mesh_;

    //- Pimple
    pimpleControl pimple_;
    bool adjustTimeStep_;
    bool adjustTimeStep_;
    scalar maxCo_;
    scalar maxCo_;
    scalar maxDeltaT_;
    scalar maxDeltaT_;
    fv::options& fvOptions_;
    fv::options& fvOptions_;

    autoPtr<fluidThermo> pThermo_;
    //- Thermo
    //- Thermo
    fluidThermo& thermo_;
    //- Pressure field
    //- Pressure field
    volScalarField& p_;
    //- Density field
    //- Density field
    volScalarField rho_;
    //- Velocity field
    //- Velocity field
    volVectorField U_;
    //- Flux field
    //- Flux field
    surfaceScalarField phi_;

    //- pressureControl
    pressureControl pressureControl_;
    //- Turbulence RAS model
    //- Turbulence RAS model
    autoPtr<compressible::turbulenceModel> turbulence_;
    volScalarField dpdt_;
    volScalarField dpdt_;

    volScalarField K_;

    volVectorField URel_;
    //- Flux field
    //- Flux field
    volScalarField T_1d_;

```

```

        //IOMRFZoneList MRF_;
        //IOMRFZoneList MRF_;
        scalar cumulativeContErr_;
// Private Member Functions
// Private Member Functions
        //- Disallow default bitwise copy construct
        //- Disallow default bitwise copy construct
        rhoMRFPimpleSolver(const rhoMRFPimpleSolver&);
        //- Disallow default bitwise assignment
        //- Disallow default bitwise assignment
        void operator=(const rhoMRFPimpleSolver&);
public:
public:
public:
        //- Runtime type information
        //- Runtime type information
        TypeName("rhoMRFPimpleSolver");
// Constructors
// Constructors
// Constructors
        //- Construct from components
        //- Construct from components
        rhoMRFPimpleSolver
        (
            int argc,
            char *argv[],
            const dictionary& dict
        );
// Destructor
// Destructor
        virtual ~rhoMRFPimpleSolver()
        virtual ~rhoMRFPimpleSolver()
        {}
// Member Functions
// Member Functions
        void setTimeStep(scalar );
        //- Evolve the flow model
        //- Evolve the flow model
        void evolve();
        //- Override boundary values with Riemann problem solution
        //- Override boundary values with Riemann problem solution
        void setBoundaryValues(word ,scalar ,scalar ,scalar ,scalar
);
        //- Get boundary scalar values for 1D
        //- Get boundary scalar values for 1D
        scalar getScalarBCValues(const word& ,const word& ) const;
        //- Get boundary vector values for 1D
        //- Get boundary vector values for 1D
        scalar getVectorBCValues(const word& ,const word& ) const;
        //- Get time step given CFL
        //- Get time step given CFL
        scalar dtMin(const scalar) const;
};

```

---

## Listato A.2: MRFrhoPimpleFoam.H

All'interno della sezione evolve sono state inserite le equazioni risolte dal modello per ordine di esecuzione. Ad ogni passo temporale le equazioni di conservazione della massa, dell'energia, della quantità di moto verranno risolte sulla base dell'algoritmo PIMPLE. Per compilare il codice ed eseguirlo devono essere modificate i file Make e Options posti nella directory Make del solver. In Options sono indicati i link delle librerie mancanti per la compilazione del solutore mentre in Files i comandi le linee di codice relative alla loro esecuzione.

---

```
EXE_INC = \  
-I$(LIB_SRC)/transportModels/compressible/lnInclude \  
-I$(LIB_SRC)/thermophysicalModels/basic/lnInclude \  
-I$(LIB_SRC)/TurbulenceModels/turbulenceModels/lnInclude \  
-I$(LIB_SRC)/TurbulenceModels/compressible/lnInclude \  
-I$(LIB_SRC)/finiteVolume/cfdTools \  
-I$(LIB_SRC)/finiteVolume/lnInclude \  
-I$(LIB_SRC)/meshTools/lnInclude \  
-I$(LIB_SRC)/sampling/lnInclude \  
-I$(LIB_SRC)/fvOptions/lnInclude  
EXE_LIBS = \  
EXE_LIBS = \  
-lcompressibleTransportModels \  
-lfluidThermophysicalModels \  
-lspecie \  
-lturbulenceModels \  
-lcompressibleTurbulenceModels \  
-lfiniteVolume \  
-lmeshTools \  
-lsampling \  
-lfvOptions
```

---

Figura A.3: File Options

Infine, digitando a terminale i seguenti comandi:

```
wclean  
wmake
```

il nuovo solutore sarà compilato all'interno della libreria LibICE.

# Lista delle figure

Figura 1.1:Fasi del motore a 4 tempi.....	6
Figura 1.2:Confronto tra un ciclo ideale e uno indicato per un motore 4 tempi .....	7
Figura 1.3:Confronto ciclo alimentato e aspirato .....	9
Figura 1.4: Sovralimentazione a gas di scarico .....	10
Figura 1.5: Curve caratteristiche sperimentali.....	12
Figura 1.6: Schema dell'impianto sperimentale.....	13
Figura 2.1:I componenti di un compressore centrifugo.....	15
Figura 2.2:Il diffusore.....	17
Figura 2.3:Triangoli di velocità .....	19
Figura 2.4: Modello jet and wake.....	20
Figura 2.5: Deviazione dei triangoli di velocità .....	21
Figura 2.6: Flusso nella voluta .....	22
Figura 2.7: Diagramma h-s.....	23
Figura 2.8: Mappa di funzionamento .....	27
Figura 2.9: Lo stallo rotante .....	17
Figura 2.10:Tipologie di stallo .....	30
Figura 3.1: RANS, LES, DNS.....	36
Figura 3.2:Lo strato limite.....	41
Figura 3.3: Ambienti di lavoro .....	42
Figura 4.1: La sovralimentazione a gas di scarico IHI RHF3 .....	44
Figura 4.2: Non ortogonalità .....	45
Figura 4.3: La skewness .....	46
Figura 4.4: Smoothness.....	46
Figura 4.5:Domini della geometria.....	48
Figura 4.6 Numerazione dei vertici .....	50
Figura 4.7: Dettagli della mesh.....	51
Figura 4.8: La mesh finale.....	52
Figura 4.9: La mesh della girante .....	52
Figura 4.10: Interfacce dei domini.....	54
Figura 4.11: Sezione del compressore .....	54
Figura 5.1:Discretizzazione cella.....	62
Figura 5.2: CellZone .....	65
Figura 5.3: Compressore ideale e reale .....	67
Figura 5.4: Parametri caratteristici di cella .....	71
Figura 6.1: Condizioni al contorno .....	78
Figura 6.3: Curve sperimentali e simulate .....	78
Figura 6.4: Andamento glifi .....	80
Figura 6.5: Streamlines nel rotore .....	81
Figura 6.6: Numero di Mach all'ingresso del diffusore .....	82
Figura 6.7:Dettagli .....	82

Figura 6.8: Campo di pressione .....	83
Figura 6.9: Numero di Mach relativo.....	83
Figura 6.10: Campo di pressione .....	83
Figura 6.11: Numero di Mach in ingresso del diffusore .....	84
Figura 6.12: Numero di Mach in ingresso all'inducer .....	85
Figura 6.13: Confronto campi di pressione .....	86
Figura 7.3: Sistema di onde .....	92
Figura 7.4: Ricostruzione della soluzione sul dominio con il metodo di Godunov.....	93
Figura 7.5: Sistema centrato di onde generato dal problema di Riemann.....	94
Figura 7.6: Interfaccia 1D-3D .....	96
Figura 7.7: Dominio 1D .....	96
Figura 7.8: Geometria 3D.....	97
Figura A.1: Cartelle LibICE .....	104
Figura 31: Cartella MRFrhoPimpleFoam.....	106

# Lista delle tabelle

Tabella 5.1: Schemi per la derivata temporale .....	72
Tabella 5.2: Schemi disponibili in OpenFOAM per il gradiente.....	73
Tabella 5.3: Schemi disponibili in OpenFOAM per la divergenza .....	74
Tabella 5.4: Schemi disponibili in OpenFOAM per il laplaciano .....	75
Tabella 8.1: Esito validazione.....	98

# Listati

Listato 5.1: rhoSimpleFoam.EEqn.H .....	60
Listato 5.2: MRFProperties .....	65
Listato 5.3:MRFrhoSimpleFoam EEqn.H.....	68
Listato 4.1: cyclicAMI .....	53
Listato 4.2: Thermophysical Properties.....	55
Listato A.1: Estratto codice MRFrhoPimpleFoam.C .....	103
Listato A.2: MRFrhoPimpleFoam.H .....	105
Listato A.3:File Options .....	106

# Indice dei caratteri

- **Lettere greche**

$\alpha$	Diffusività termica
$\beta$	Rapporto di compressione
$\gamma$	Cp/cv
$\delta$	Delta di Kronecker
$\varepsilon$	Dissipazione turbolenta
$\eta$	Efficienza
$\kappa$	Energia cinetica turbolenta
$\mu$	Viscosità dinamica
$\nu$	Viscosità cinematica
$\phi$	Generica grandezza scalare
$\pi$	Pi greco
$\rho$	Densità
$\sigma$	Tensore degli sforzi
$\tau$	Sforzo viscoso
$\omega$	

- **Acronimi**

<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics
<i>RANS</i>	Reynolds Average Navier Stocks
<i>ICE</i>	Internal Combustion Engine
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation
<i>DNS</i>	Direct Numerical Simulation
<i>Pmi</i>	Pressione media indicata
<i>Pme</i>	Pressione media effettiva
<i>PMI</i>	Punto Morto Inferiore
<i>PMS</i>	Punto Morto Superiore

- **Simboli matematici**

$\partial$	Derivata parziale
$D$	Derivata totale
$\nabla$	Operatore nabra
$\cdot$	Prodotto interno
$\overline{\phi}$	Media alla Reynolds
$\tilde{\phi}$	Media di Favre

- **Simboli**

$A$	Area
$a$	Velocità del suono
$c_p$	Calore specifico a pressione costante
$c_v$	Calore specifico a volume costante
$d$	diametro
$e$	Energia totale specifica
$f$	flusso
$F$	Flusso nel modello 1D
$g$	Accelerazione di gravità
$h$	Entalpia specifica
$L$	Lunghezza
$m$	Massa
$MM$	Massa Molare
$Nu$	Numero di Nusselt
$p$	Pressione
$Pr$	Numero di Prandtl
$\dot{Q}$	Calore scambiato
$R$	Costante dei gas
$Re$	Numero di Reynolds
$q$	Flusso termico
$S$	Velocità dell'onda
$T$	Temperatura
$t$	tempo
$u$	Vettore velocità
$W$	Vettore delle variabili conservative