

POLITECNICO DI MILANO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE & AMBIENTALE



SCUOLA DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E TERRITORIALE

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

SULL'INTERAZIONE TRA
DISSIPAZIONE INTERNA ED AGGIUNTA
IN UNA STRUTTURA INTELAIATA

Gianluca LISI
899754

RELATORE:
Prof. Antonio Capsoni

ANNO ACCADEMICO 2018/2019

Prima di iniziare mi è doveroso dedicare queste righe per ringraziare le persone che hanno contribuito al raggiungimento di questo traguardo.

Vorrei ringraziare innanzi tutto il mio relatore Antonio Capsoni per avermi continuamente messo alla prova ed essere riuscito a riaccendere in me la passione per la conoscenza che, dopo tutti questi anni di studio, si era un po' persa.

Un ringraziamento all'ing. Hadi Faridani per i consigli sulla modellazione non lineare.

Ringrazio i miei genitori per avermi sempre sostenuto economicamente e soprattutto moralmente. Vi ringrazio per tutte le chiamate fatte recandomi in università che in qualche modo hanno cercato di sopperire alla distanza. Prometto che cercherò di essere più presente.

Ringrazio mia sorella per il sostegno silenzioso ma ugualmente importante. Nonostante le differenze caratteriali e la distanza siamo riusciti a creare un buon rapporto.

Ringrazio Livia per essere la mia complice in tutto. Insieme, nel giro di pochi mesi, siamo già riusciti ad ottenere 2 lauree ed oltrepassare il circolo polare artico.

Infine, vorrei ringraziare tutti i miei amici che in un modo o nell'altro mi hanno accompagnato in questi anni.

Indice

Sommario	1
Abstract	1
Introduzione	3
Introduction	5
1 Il problema sismico	7
1.1 Il Principio variazionale di Hamilton ed equazione del moto	9
1.2 Coordinate modali	11
1.3 Azione sismica di riferimento	13
1.4 Analisi elastico-lineari	14
1.4.1 Analisi statica	14
1.4.2 Analisi dinamica	15
1.5 Non linearità del problema sismico	18
1.5.1 Forza elasto-plastica	18
1.5.2 Forza dissipativa viscosa	23
2 Il problema ad 1-gdl	27
2.1 Stato dell'arte	27
2.2 Metodo di analisi	28
2.2.1 Sismi di riferimento	29
2.2.2 Algoritmo di risoluzione	30
2.3 Comportamento accoppiato tra dissipazione strutturale e dissipa- zione viscosa	32
2.4 Proposta di un alternativo fattore di correzione dello smorzamento η	41
2.5 Conclusioni	45
2.6 Analisi concettuale di una struttura	46

3	Gli effetti dell'introduzione di smorzatori viscosi in un sistema ad n-gdl	49
3.1	Stato dell'arte	49
3.2	Telaio a 7 piani	51
3.2.1	Analisi senza smorzatori	54
3.2.2	Analisi con smorzatori	55
3.2.3	Conclusioni	89
3.3	Ottimizzazione dei dissipatori	91
3.3.1	Telaio a 7 piani	91
3.3.2	Telaio a 15 piani	97
3.3.3	Considerazioni finali	110
4	Gli effetti della dissipazione plastica in un sistema ad n-gdl	111
4.1	Passaggio da 1-gdl a n-gdl	111
4.2	Metodologia di analisi	113
4.2.1	Sisma di riferimento	114
4.3	Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi	115
4.4	Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi ed alla base delle colonne	120
4.5	Risultati delle analisi	125
5	Gli effetti combinati della dissipazione viscosa e di quella plastica in un sistema ad n-gdl	127
5.1	Metodologia di analisi	127
5.2	Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi	129
5.3	Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi ed alla base delle colonne	134
5.4	Risultati delle analisi	139
6	Caso studio	141
6.1	Caratteristiche generali	141
6.2	Azioni statiche	148
6.2.1	Azione sismica	148
6.3	Modellazione del problema	150
6.4	Telaio CD"A" sismo-resistente	151
6.4.1	Comportamento lineare al sisma	152
6.4.2	Comportamento non lineare al sisma	154
6.5	Telaio CD"B" resistente ai soli carichi statici	157
6.5.1	Comportamento elastico al sisma	159
6.6	Comportamento non lineare al sisma	161
6.6.1	Spostamenti	165

6.7	Ricerca dei piani ottimali per il posizionamento dei dissipatori . . .	167
6.8	Telaio CD"B" con dissipatori progettati per mantenere la struttura in campo elastico	169
6.8.1	Taglio di piano	170
6.8.2	Spostamenti	172
6.9	Telaio CD"B" con dissipatori progettati per utilizzare le risorse non lineari	174
6.9.1	Comportamento non lineare	175
6.9.2	Taglio di piano	178
6.9.3	Spostamenti	179
6.10	Conclusioni	181

Bibliografia		185
---------------------	--	------------

Elenco delle figure

1.1	mappa di pericolosità sismica del territorio nazionale (https://www.tpi.it/news/rischio-sismico-italia/)	8
1.2	significato fisico dell'eq. del moto [3, p. 14]	11
1.3	legame elastoplastico [10]	19
1.4	comportamento elastico ed elasto-plastico a confronto	20
1.5	formulazione del <i>Force Reduction Factor</i> [15]	22
1.6	legame forza-spostamento al variare di α	24
1.7	confronto tra i due metodi di equivalenza	26
2.1	schema dell'analisi	28
2.2	spettri di risposta considerati	29
2.3	legame $\mu - q$ per spettro numero 1	33
2.4	fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 1	34
2.5	legame $\mu - q$ per spettro numero 2	35
2.6	fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 2	36
2.7	legame $\mu - q$ per spettro numero 3	37
2.8	fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 3	38
2.9	legame $\mu - q$ per spettro numero 4	39
2.10	fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 4	40
2.11	α in funzione di χ per differenti periodi	42
2.12	$1/\eta$ valutato per differenti valori dell'esponente α	43
2.13	confronto tra $\alpha(T)$ ottenuto numericamente e quello proposto con la nuova formulazione	44
2.14	$\frac{1}{\eta}$ al variare del periodo per spettro n. 4	45
2.15	progettazione concettuale di una struttura	48
3.1	valore di θ_j per differenti tipologie di controventi. Immagine proposta da Hwang, Lin e Wu [8]	50
3.2	gradi di libertà locali di ogni elemento	51
3.3	caratteristiche del telaio	53
3.4	frequenza propria del sistema al variare di ψ	54
3.5	primo autovettore modale al variare di ψ	55

3.6	PSD di Kanai-Tajimi filtrata per il sisma di Kobe	58
3.7	smorzamento globale e frequenza propria per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	61
3.8	vibrazione in risonanza per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	62
3.9	vibrazione in risonanza per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	63
3.10	deviazione standard del taglio di piano per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	64
3.11	deviazione standard del taglio di piano per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	65
3.12	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	66
3.13	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	67
3.14	deviazione standard del taglio di base	68
3.15	smorzamento globale e frequenza propria per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	69
3.16	vibrazione in risonanza per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	70
3.17	vibrazione in risonanza per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	71
3.18	deviazione standard del taglio di piano per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	72
3.19	deviazione standard del taglio di piano per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	73
3.20	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	74
3.21	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	75
3.22	deviazione standard del taglio di base	76
3.23	distribuzione continua dei dissipatori per telaio tipo "shear"	77
3.24	smorzamento globale e frequenza propria per telaio tipo "shear" con distribuzione continua dei dissipatori	78
3.25	vibrazione in risonanza per telaio tipo "shear" con distribuzione continua dei dissipatori	79

3.26	deviazione standard del taglio di piano per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	80
3.27	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	81
3.28	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori	82
3.29	deviazione standard del taglio di base	83
3.30	distribuzione continua dei dissipatori per telaio a travi deformabile .	83
3.31	smorzamento globale e frequenza propria per telaio a travi deformabili con distribuzione continua dei dissipatori	84
3.32	vibrazione in risonanza per telaio a travi deformabili con distribuzione continua dei dissipatori	85
3.33	deviazione standard del taglio di piano per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	86
3.34	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	87
3.35	deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori	88
3.36	deviazione standard del taglio di base	89
3.37	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	92
3.38	ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.5$	93
3.39	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	94
3.40	ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.75$	95
3.41	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	96
3.42	ottimizzazione degli smorzatori per telaio shear	97
3.43	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	99
3.44	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	100
3.45	ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.5$	101
3.46	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	103

3.47	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	104
3.48	ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.75$	105
3.49	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	107
3.50	smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta	108
3.51	ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.75$	109
4.1	differenza tra 1-gdl e n-gdl	112
4.2	distribuzione delle cerniere plastiche	113
4.3	accelerogrammi utilizzati per l'analisi	114
4.4	confronto tra la forma modale elastica e la forma modale considerando le cerniere plastiche come cerniere	115
4.5	diminuzione del taglio di base e del momento a confronto	116
4.6	duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale	116
4.7	spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento	117
4.8	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	118
4.9	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	119
4.10	confronto tra la forma modale elastica e la forma modale plastica	120
4.11	diminuzione del taglio di base e del momento a confronto	121
4.12	duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale	121
4.13	spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento	122
4.14	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	123
4.15	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	124
5.1	disposizione dei dissipatori e delle cerniere plastiche nel telaio	128
5.2	diminuzione del taglio di base e del momento a confronto	129
5.3	duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale	129
5.4	spostamento massimo di ogni piano normalizzato per lo spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento	131
5.5	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	132
5.6	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	133

5.7	diminuzione del taglio di base e del momento a confronto	134
5.8	duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale	134
5.9	spostamento massimo di ogni piano normalizzato per lo spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento	136
5.10	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	137
5.11	distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento	138
6.1	definizione dei corpi costituenti l'edificio e del sistema di riferimento	142
6.2	spettro di risposta orizzontale	149
6.3	spettro di risposta verticale	149
6.4	spettro di risposta orizzontale degli accelerogrammi considerati	150
6.5	massimo taglio di piano in direzione x	152
6.6	massimo taglio di piano in direzione y	152
6.7	involuppo degli spostamenti massimi in direzione x	153
6.8	involuppo degli spostamenti massimi in direzione y	153
6.9	massimo taglio di piano in direzione x	154
6.10	massimo taglio di piano in direzione y	154
6.11	rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x	155
6.12	rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y	155
6.13	massimo spostamento di piano in direzione x	156
6.14	massimo spostamento di piano in direzione y	156
6.15	rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x	156
6.16	rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y	157
6.17	modi di vibrare del telaio CD"B"	158
6.18	massimo taglio di piano in direzione x	159
6.19	massimo taglio di piano in direzione y	159
6.20	involuppo degli spostamenti massimi in direzione x	160
6.21	involuppo degli spostamenti massimi in direzione y	160
6.22	massimo inter-story drift per sismi aventi come direzione principale la x	161
6.23	massimo inter-story drift per sismi aventi come direzione principale la y	161
6.24	livello delle cerniere plastiche in direzione x	162
6.25	livello delle cerniere plastiche in direzione y	163
6.26	massimo taglio di piano in direzione x	164

6.27	massimo taglio di piano in direzione y	164
6.28	rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x	165
6.29	rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y	165
6.30	massimo spostamento di piano in direzione x	166
6.31	massimo spostamento di piano in direzione y	166
6.32	rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x	166
6.33	rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y	167
6.34	direzione x	168
6.35	direzione y	168
6.36	posizione dei dissipatori	169
6.37	massimo taglio di piano in direzione x	171
6.38	massimo taglio di piano in direzione y	171
6.39	rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x	171
6.40	rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y	172
6.41	massimo spostamento di piano in direzione x	172
6.42	massimo spostamento di piano in direzione y	173
6.43	rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x	173
6.44	rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y	173
6.45	Posizione dei dissipatori	174
6.46	livello delle cerniere plastiche in direzione x	176
6.47	livello delle cerniere plastiche in direzione y	177
6.48	massimo taglio di piano in direzione x	178
6.49	massimo taglio di piano in direzione y	178
6.50	rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x	179

6.51	rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y	179
6.52	massimo spostamento di piano in direzione x	180
6.53	massimo spostamento di piano in direzione y	180
6.54	rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x	180
6.55	rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y	181

Sommario

Oggigiorno, progetti architettonici sempre più complessi ed audaci rendono necessario lo sviluppo di approcci innovativi per la protezione sismica degli edifici. Tra questi spiccano i dissipatori viscosi che sono dispositivi cilindro/pistone in cui la laminazione di un fluido attraverso un circuito idraulico permette la dissipazione di energia.

L'utilizzo di questi dispositivi non ha ancora una base normativa solida a cui poter fare riferimento, soprattutto per quanto riguarda il comportamento di questi dispositivi quando la struttura da proteggere ha un comportamento non lineare.

Per questo motivo, il lavoro svolto in questa tesi di laurea magistrale ha indagato l'interazione tra le risorse di smorzamento interne, non lineari, proprie della struttura e lo smorzamento generato da i dissipatori viscosi. In particolare, al fine di una più chiara comprensione dei punti chiave del problema, il comportamento sismico di strutture dotate di dissipatori viscosi viene studiato inizialmente utilizzando un approccio ad 1 grado di libertà. In seguito si è considerato un telaio con più gradi di libertà, aggiungendo, quindi, le variabili di posizionamento dei dissipatori e delle non linearità all'interno della struttura.

Si studieranno poi dei criteri di ottimizzazione del posizionamento dei dissipatori all'interno del telaio e si confronteranno differenti distribuzioni delle non linearità. Infine, tutti i risultati appresi verranno validati, sia dal punto di vista dell'efficienza sia da quello della fattibilità economica, nel dimensionamento e verifica di un telaio complesso.

Abstract

Nowadays, innovative approaches to protect buildings from seismic need to be developed in response to more and more complex and daring architectural projects. Viscous dampers stand out among these approaches. They are cylinder/piston devices in which the lamination of a fluid inside an hydraulic circuit allows to dissipate energy.

The usage of these devices lacks of a solid normative base to which it is possible to refer, especially with regards to the behaviour of these devices when structures to protect adopt a non-linear behaviour.

For this reason, the research performed in this Master Degree Thesis investigated the interaction between the inherent, non-linear, dissipation and the one generated by the usage of viscous dampers. In particular, in order to have a clearer understanding, the seismic behaviour of structures equipped with viscous dampers is studied, initially, using a 1 degree of freedom approach. Then, a frame having more degrees of freedoms is considered, adding, thus, the variables of viscous damper position and distribution of the non-linearity within the structure.

Successively, criteria for optimal design of viscous dampers within the frame will be studied and different plastic hinges distributions will be compared.

Finally, all the results obtained will be validated in the design and verification of a complex frame, both from the point of view of efficiency and from the one of economic feasibility.

Introduzione

Il lavoro svolto in questa tesi di laurea magistrale mira ad indagare l'utilizzo di approcci innovativi per la protezione sismica degli edifici. Si vuole, infatti, valutare l'interazione tra la dissipazione interna non lineare, propria delle strutture, e la dissipazione fornita dall'introduzione di dissipatori viscosi.

Nel primo capitolo è dedicato alla formulazione analitica del problema sismico, con una particolare considerazione sulle non linearità presenti e sugli approcci utilizzabili secondo normativa.

Nel secondo capitolo viene studiato il comportamento di una massa ad un grado di libertà, collegata ad una molla elasto-plastica ed un dissipatore viscoso lineare, soggetta a sisma. Il legame $q-\mu$ () è analizzato per differenti valori di dissipazione viscosa e periodo osservando come la risulta debolmente influenzata dalla presenza dei dissipatori aggiunti. Successivamente si applicheranno i risultati ottenuti per dimensionare concettualmente una struttura semplice.

Nel terzo capitolo viene definito il problema dello smorzamento su strutture aventi più gradi di libertà, valutando gli effetti di differenti distribuzioni di dissipatori su due telai di 7 piani dotati di differente rapporto tra rigidità delle colonne e delle travi. L'oggetto dell'analisi è la dipendenza di smorzamento globale e frequenza propria della struttura, al primo modo, in funzione del quantitativo di dissipazione aggiunta. È inoltre valutata, mediante un'analisi in frequenza, la deformata corrispondente al primo modo di vibrare in risonanza e la deviazione standard del taglio di piano dovuto all'introduzione di una PSD (Power Spectral Density) rappresentante il sisma di Kobe (1995). Le conoscenze ottenute nella prima parte del capitolo verranno unite allo studio di due telai di differente altezza aventi 7 e 15 piani per definire la distribuzione ottimale dei dissipatori in base allo smorzamento ricercato.

Nel quarto capitolo è studiato il comportamento non lineare di un telaio semplice costituito da 7 piani, ipotizzando due differenti distribuzioni delle cerniere plastiche: la prima distribuzione considera solo gli estremi delle travi, mentre la seconda sia gli estremi delle travi che la base delle colonne. Si osserva come la prima distribuzione risulta poco efficace in termini di diminuzione del taglio di base, rendendo dunque necessario il raggiungimento di uno stato non lineare anche alla base delle colonne.

Nel quinto capitolo è riproposta l'analisi effettuata nel capitolo precedente introducendo dei dissipatori viscosi al fine di ottenere una dissipazione globale aggiunta del 20%. Si valuteranno pregi e limiti di applicabilità dell'approccio ad 1-gdl.

Nel sesto capitolo ed ultimo capitolo viene dimensionata una struttura intelaiata complessa secondo tre differenti approcci. Il primo approccio consiste nel dimensionare la struttura in CD"A" (classe di duttilità alta) garantendo il soddisfacimento del comportamento sotto carichi statici ed al sisma attraverso le sole capacità di resistenza e di dissipazione non lineare della struttura. Il secondo approccio consiste nel dimensionare la struttura per resistere ai soli carichi statici secondo un approccio CD"B" (classe di duttilità media) e successivamente introdurre dissipatori viscosi in modo da poter garantire il soddisfacimento dei vincoli sismici, mantenendo la struttura in campo lineare. Il terzo approccio è analogo al secondo con la differenza che per resistere all'azione sismica vengono sfruttate anche le risorse non lineari della struttura. Il confronto tra questi tre approcci di dimensionamento permette di condurre un'analisi delle richieste del telaio nelle due direzioni principali. Si è osservato che il dimensionamento in una direzione è dominato dalla ricerca di una riduzione degli spostamenti interpiano, mentre nell'altra, è dominato dalla diminuzione della richiesta di duttilità. Infine, è stata effettuata una breve analisi di tipo economico per dimostrare l'efficacia dell'utilizzo dei dissipatori come alternativa valida per il conceptual design di una struttura.

Introduction

The research performed in this Master Degree Thesis aims to investigate the usage of innovative approaches in order to protect buildings from earthquakes. The goal is to evaluate the interaction between non-linear inherent dissipation, proper of structures, and the one provided from the introduction of viscous dampers.

The first chapter is dedicated to the analytic formulation of the seismic problem, with a particular consideration on the non linearity inside and on the approaches permitted in the normative.

In the second chapter the behaviour of a 1 dof mass, connected to the ground with a non-linear spring and a viscous damper, subjected to a ground motion is studied. The behaviour of $q-\mu$ is analysed for different values of viscous dissipation and period, resulting in a low dependence from viscous dissipation. Successively the results are applied to the conceptual design of a simple structure.

In the third chapter the introduction of viscous dampers in structures having more degrees of freedom is studied considering different distributions on two frames characterised by different stiffness between beams and columns. The aim of the analysis is the study of the dependence of global damping and frequency, at first mode, from the point of view of local dashpot quantitative and position. A frequency analysis allows to evaluate the deformed shape correspondent to the first resonances and the standard deviation of the story shear generated by a PSD (Power Spectral Density) representing the earthquake of Kobe (1995). The knowledge obtained in the first part of this chapter is matched with the study of two simple frames of 7 and 15 stories to define the optimal distribution based on the global damping researched.

In the fourth chapter the behaviour of a seven stories frame is studied taking into account different plastic hinges distributions: the first one involves only the beam ends and the second one also the base columns. At the end of the analysis it is observed that the first distribution is less efficient compared to second one in terms of base shear decrease. Therefore a non linear behaviour is necessary also at the columns base to reach an higher behaviour factor.

In the fifth chapter the previous analysis is performed again with the introduction of local dash-pots with the aim to reach a 20% of global damping. Advantages and disadvantages of the approach at 1 dof are then evaluated.

In the sixth chapter a huge frame system is designed following three different approaches. The first approach consists in the design of the structure in DCH (Ductility Class High) guaranteeing a good behaviour both in terms of static and seismic loads only with its resistance and non linear inherent dissipation. The second approach consists in the design of the structure only for static loads following a DCM (Ductility Class Medium) approach and successively introducing local dash-pot with the aim to resist to the earthquake maintaining the structure in linear field. The third approach is analogue to the second one with the difference that the frame can reach its non-linear behaviour to resist at seismic actions. The comparison between these three approaches of design allows to conduct an analysis of the frame requirements in the two principal directions. It is observed that in one direction the design is governed by the need of a decrease of the inter-story displacement, while in the other one it is necessary to decrease the local ductility required. At the end a short economical analysis is performed to demonstrate the effectiveness of the usage of local dash-pots as a valid alternative in the conceptual design of a structure.

Capitolo 1

Il problema sismico

L'azione sismica consiste nel moto vibratorio del terreno che può essere ondulatorio oppure sussultorio in ragione della collocazione dell'epicentro. In merito a ciò l'ordinanza P.C.M. n.3274 del 20 marzo 2003 classifica tutti i comuni italiani in 4 categorie principali, indicative del loro rischio sismico. Il rischio sismico viene calcolato in base alla *PGA* (Peak Ground Acceleration, ovvero il picco di accelerazione al suolo) con una probabilità di eccedenza del 10% in 50 anni riferita a suoli rigidi. Le zone sismiche sono classificate in:

- ZONA 1: con *PGA* maggiori di 0.25g
- ZONA 2: con *PGA* comprese tra 0.15g e 0.25g
- ZONA 3: con *PGA* comprese tra 0.05g e 0.15g
- ZONA 4: con *PGA* inferiore di 0.05g

Come si può osservare in figura 1.1, buona parte del territorio italiano è a rischio sismico. Dal 1 luglio 2009 con l'entrata in vigore delle Norme Tecniche per le Costruzioni del 2008, confermato successivamente nelle attuali Norme Tecniche per le costruzioni 2018 [1], per ogni costruzione ci si deve riferire ad una accelerazione di riferimento "propria", individuata sulla base delle coordinate geografiche dell'area di progetto e in funzione della vita nominale dell'opera. Un valore di pericolosità di base viene dunque definito per ogni punto del territorio nazionale, su una maglia quadrata di 5 km di lato, indipendentemente dai confini amministrativi comunali. La comprensione degli effetti del sisma su una struttura richiede lo studio della sua risposta dinamica. A tal fine è necessario disporre di un'appropriata formulazione analitica del problema e delle equazioni del moto che saranno introdotte nel paragrafo seguente.



ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA E VULCANOLOGIA

Mapa di pericolosità sismica del territorio nazionale

(riferimento: Ordinanza PCM del 28 aprile 2006 n.3519, All.1b)

espressa in termini di accelerazione massima del suolo

con probabilità di eccedenza del 10% in 50 anni

riferita a suoli rigidi ($V_{s30} > 800$ m/s; cat.A, punto 3.2.1 del D.M. 14.09.2005)

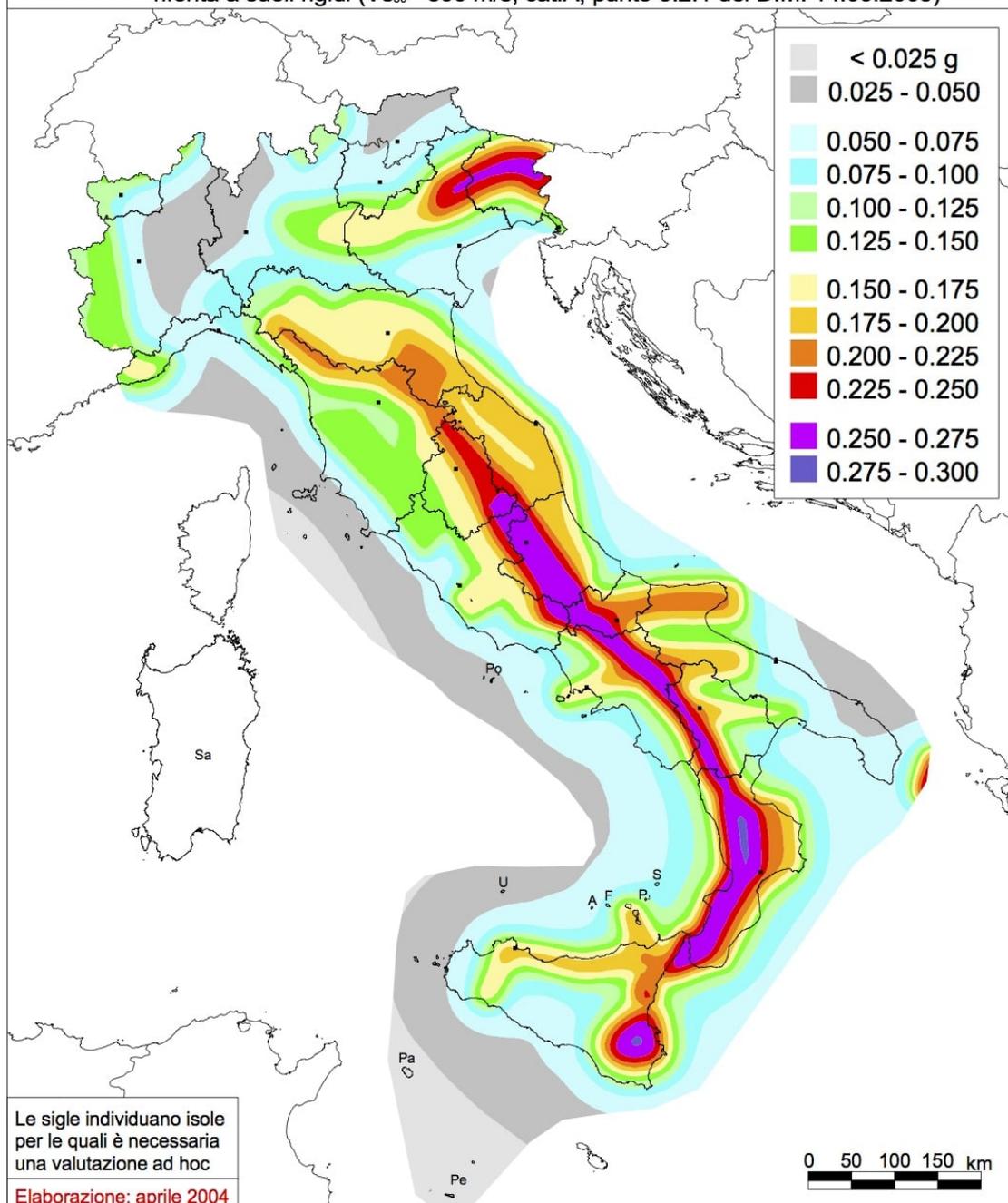


Figura 1.1: mappa di pericolosità sismica del territorio nazionale
(<https://www.tpi.it/news/rischio-sismico-italia/>)

1.1 Il Principio variazionale di Hamilton ed equazione del moto

L'equazioni del moto di un sistema ad N gdl è ricavabile tramite il principio variazionale di Hamilton. Considerando un sistema fisico descritto da N coordinate generalizzate $\mathbf{q} = [q_1(t), \dots, q_N(t)]^T$ che evolve tra due stati $\mathbf{q}(t_1)$ e $\mathbf{q}(t_2)$ nell'intervallo $[t_1, t_2]$, il moto del sistema rispetta il principio di Hamilton secondo il quale il percorso compiuto minimizza l'azione S definita come:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), t) dt \quad (1.1)$$

Dove L è la Lagrangiana del sistema conservativo, definita come differenza tra l'energia cinetica T e l'energia potenziale U .

$$L = T(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), t) - U(\mathbf{q}(t), t) \quad (1.2)$$

In presenza di sole forze conservative, si va a perdere la dipendenza diretta dal tempo e possiamo scrivere:

$$L = T(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) - U(\mathbf{q}(t)) \quad (1.3)$$

Considerando una piccola perturbazione del percorso che si annulla sugli estremi del percorso, la perturbazione del funzionale dell'azione S risulta:

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} L(\mathbf{q}(t) + \delta\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}(t) + \delta\dot{\mathbf{q}}) - L(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) dt \quad (1.4)$$

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \delta\dot{\mathbf{q}} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \delta\mathbf{q} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} dt$$

$$\delta S = [\delta\mathbf{q} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \delta\mathbf{q} \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} \right) dt \quad (1.5)$$

Per il principio di variazione di Hamilton, δS deve essere nullo per ogni traiettoria.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = 0 \quad (1.6)$$

Nel caso in cui siano presenti anche forze non conservative, la 1.6 diventa:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q} \quad (1.7)$$

Dove \mathbf{Q} è il vettore rappresentante le componenti lagrangiane delle sollecitazioni \mathbf{F}_i applicate in \mathbf{P}_i , definito come:

$$Q_h = \sum_{i=1}^M \mathbf{F}_i * \frac{\partial \mathbf{P}_i}{\partial q_h} \quad (1.8)$$

Le principali energie governanti il problema sono:

- Energia elastica:

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{k} \mathbf{q} \quad (1.9)$$

- Energia cinetica:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{q}} \quad (1.10)$$

Introduciamo, infine, la componente generalizzata delle sollecitazioni dovute a smorzatori viscosi:

$$\mathbf{Q}_d = -\mathbf{c} \dot{\mathbf{q}} \quad (1.11)$$

È norma comune definire un'energia fittizia, definita funzione di dissipazione di Rayleigh, dovuta agli smorzatori in grado di garantire la medesima equazione del moto.

- Funzione di dissipazione di Rayleigh:

$$D = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{c} \dot{\mathbf{q}} \quad (1.12)$$

Grazie all'introduzione della funzione di Rayleigh è possibile riscrivere l'equazione del moto nella forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \mathbf{Q} \quad (1.13)$$

È interessante osservare come in un sistema in cui la unica forza non conservativa è generata dai dissipatori viscosi, dunque ben rappresentabile con la funzione di Rayleigh, la funzione di Rayleigh D rappresenta proprio la variazione dell'energia totale:

$$D = -\frac{d}{dt}(T + U) \quad (1.14)$$

Introducendo 1.9, 1.10 ed 1.11, in 1.13 si ottiene:

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{k} \mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (1.15)$$

Il significato fisico di questo sistema di equazioni risulta di immediata interpretazione considerando la seconda legge di Newton accoppiata al principio di D'Alambert. Considerando il telaio avente un grado di libertà in 1.2 possiamo riconoscere nell'equazione del moto un equilibrio dinamico.

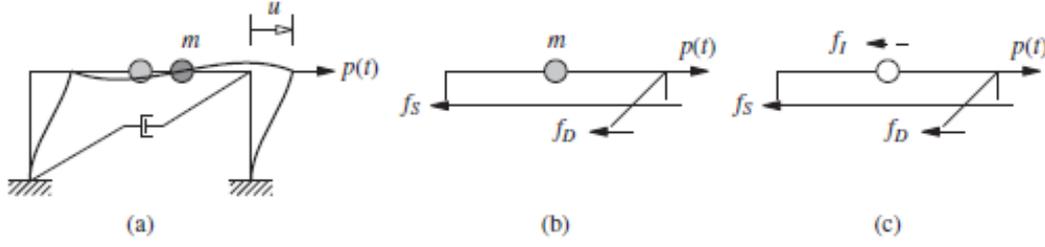


Figura 1.2: significato fisico dell'eq. del moto [3, p. 14]

- Forza elastica $f_s = kq$
- Forza smorzante $f_d = c\dot{q}$
- Forza d'inerzia $f_i = m\ddot{q}$
- Forza esterna $p = Q$

Nel caso del problema sismico il moto verrà prodotto da una accelerazione imposta. L'equazione governante sarà quindi:

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + kq = m\mathbf{L}\ddot{u}_g \quad (1.16)$$

dove \ddot{u}_g è l'accelerazione sismica del terreno ed \mathbf{L} è un vettore booleano che prende in considerazione solo i gradi di libertà traslazionali nella direzione del sisma.

1.2 Coordinate modali

L'equazione del moto consiste quindi in un sistema di n equazioni differenziali, generalmente accoppiate, del secondo ordine. Si considera l'equazione delle vibrazioni libere di un sistema, ovvero l'equazione espressa in forma omogenea, non smorzata:

$$m\ddot{q} + kq = 0 \quad (1.17)$$

Cercando una soluzione nella forma: $q = \phi e^{\lambda t}$ si ottiene il problema quadratico agli autovalori:

$$(m\lambda^2 + k)\phi e^{\lambda t} = \mathbf{0} \quad (1.18)$$

Le soluzioni del problema saranno gli autovalori $\lambda_i = \pm i\omega_i$ e i rispettivi autovettori ϕ_i . È dimostrabile che gli autovettori del problema hanno le seguenti proprietà:

$$\phi_i^T m \phi_j = M_i \delta_{ij} \quad (1.19)$$

$$\phi_i^T k \phi_j = K_i \delta_{ij} \quad (1.20)$$

Dove δ_{ij} è la delta di Kronecker, definita come:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (1.21)$$

Definendo $\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_n]$ e dalle proprietà 1.19 e 1.20 si può disaccoppiare il sistema di equazioni differenziali. Si definisce quindi:

$$\Phi^T \mathbf{m} \Phi = \mathbf{M} \quad (1.22)$$

$$\Phi^T \mathbf{k} \Phi = \mathbf{K} \quad (1.23)$$

Introducendo le coordinate modali:

$$\mathbf{q} = \sum_{i=1}^n \phi_i y_i(t) = \Phi \mathbf{y}(t) \quad (1.24)$$

Premoltiplicando per Φ^T , il problema sismico nel caso non smorzato viene riscritto nella forma:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{y}(t) = \Phi^T \mathbf{m} \mathbf{L} \ddot{u}_g(t) \quad (1.25)$$

Ovvero:

$$M_i \ddot{y}_i(t) + K_i y_i(t) = \phi_i^T \mathbf{m} \mathbf{L} \ddot{u}_g(t) \quad (1.26)$$

Introducendo lo smorzamento, si definisce:

$$\mathbf{C} = \Phi^T \mathbf{c} \Phi \quad (1.27)$$

In generale la matrice \mathbf{C} non risulta diagonale. È possibile forzare la diagonalizzazione della matrice di smorzamento in 2 modi:

- Definendo la matrice di smorzamento come proporzionale alla matrice di massa ed alla matrice di rigidità:

$$\mathbf{c} = \alpha \mathbf{m} + \beta \mathbf{k} \quad (1.28)$$

- Definendo arbitrariamente uno smorzamento modale:

$$C_i = \bar{C}_i \quad (1.29)$$

Imporre la diagonalizzabilità della matrice di smorzamento nel caso di strutture aventi dissipatori viscosi risulta un'operazione che potrebbe portare ad una scarsa accuratezza dei risultati finali.

1.3 Azione sismica di riferimento

La definizione dell'azione sismica viene definita in normativa da: *Aggiornamento delle «Norme Tecniche per le Costruzioni» (NTC 2018)*[1]:

Le azioni sismiche di progetto, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, si definiscono a partire dalla “pericolosità sismica di base” del sito di costruzione e sono funzione delle caratteristiche morfologiche e stratigrafiche che determinano la risposta sismica locale. La pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione orizzontale massima attesa a_g in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale (di categoria A come definita al § 3.2.2), nonché di ordinate dello spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente $S_e(T)$, con riferimento a prefissate probabilità di eccedenza P_{V_R} come definite nel § 3.2.1, nel periodo di riferimento V_R , come definito nel § 2.4.

La normativa definisce lo spettro di accelerazione orizzontale elastico come:

$$\begin{aligned}
 0 \leq T < T_B \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left[\frac{T}{T_b} + \frac{1}{\eta \cdot F_0} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right] \\
 T_B \leq T < T_c \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \\
 T_C \leq T < T_d \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C}{T} \right) \\
 T_D \leq T \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

Dove:

T è il periodo proprio di vibrazione;

S è il coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;

η è il fattore che altera lo spettro elastico per coefficienti di smorzamento viscosi convenzionali ξ diversi dal 5%, mediante la relazione:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55 \tag{1.31}$$

F_0 è il fattore che quantifica l'amplificazione spettrale massima, su sito di riferimento rigido orizzontale, ed ha valore minimo pari a 2.2;

T_C è periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro;

T_B è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante, dato dalla relazione:

$$T_B = T_C/3 \tag{1.32}$$

T_D è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro, espresso in secondi mediante la relazione:

$$T_D = 4 \cdot \frac{a_g}{g} + 1.6 \quad (1.33)$$

1.4 Analisi elastico-lineari

Le strutture sottoposte a sisma possono essere analizzate utilizzando l'ipotesi di materiale elastico-lineare; tale ipotesi permette notevoli semplificazioni al problema. Le principali tipologie di analisi elastico-lineari sono:

- Analisi statica;
- Analisi dinamica.

1.4.1 Analisi statica

L'analisi lineare statica è una procedura semplificata basata sulla rappresentazione dell'azione sismica come un sistema di forze statiche applicate sulle singole masse costituenti la struttura. Come riportato in normativa [1]:

L'entità delle forze si ottiene dall'ordinata dello spettro di progetto corrispondente al periodo T_1 e la loro distribuzione sulla struttura segue la forma del modo di vibrare principale nella direzione in esame, valutata in modo approssimato. La forza da applicare a ciascuna massa della costruzione è data dalla formula seguente:

$$F_i = F_h z_i \frac{W_i}{\sum_j z_j W_j} \quad (1.34)$$

Dove:

$F_h = S_d(T_1)W\lambda/g$;

F_i è la forza da applicare alla massa i -esima;

W_i e W_j sono i pesi, rispettivamente, della massa i e della massa j ;

z_i e z_j sono le quote, rispetto al piano di fondazione, delle masse i e j ;

$S_d(T_1)$ è l'ordinata dello spettro di risposta di progetti

W è il peso complessivo della costruzione λ è un coefficiente pari a 0.85

se $T_1 \leq 2T_C$ e la costruzione ha almeno tre orizzontamenti, uguale a 1.0 in tutti gli altri casi;

g è l'accelerazione di gravità;

1.4.2 Analisi dinamica

L'analisi dinamica consiste nell'applicazione dell'equilibrio dinamico. Tale analisi può essere svolta integrando direttamente l'equazione del moto oppure in maniera semplificata utilizzando un approccio modale. Questo secondo approccio si basa sui seguenti punti chiave:

- Analisi modale per determinare le caratteristiche dei modi di vibrare;
- Calcolo degli effetti dell'azione sismica per ciascuno dei modi di vibrare;
- Combinazione degli effetti.

La forzante sismica può essere definita direttamente attraverso lo spettro di risposta oppure mediante la generazione di sismi spettro-compatibili.

Analisi modale con spettro di risposta

L'analisi modale con spettro di risposta consiste in un certo numero di analisi statiche corrispondenti ai modi di vibrare presi in considerazione. Il metodo è utilizzabile solo nel caso in cui il sistema sia disaccoppiabile e, nonostante non sia richiesta l'analisi dinamica esplicita dei sistemi modali ad un grado di libertà, tale metodo è comunque classificato come analisi dinamica. Il metodo è sintetizzabile nei seguenti passaggi:

- Applicazione delle forze statiche del modo n-esimo: $F_n = S_a(T_n)\mathbf{\Gamma}_n\mathbf{M}\boldsymbol{\phi}_n$
- Combinazione delle risposte modali massime

Nella combinazione delle risposte modali massime, la normativa [1] prevede l'utilizzo della combinazione quadratica completa (CQC), definita come:

$$E = \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} E_i E_j} \quad (1.35)$$

con:

E_j valore dell'effetto relativo al modo j ;

ρ_{ij} coefficiente di correlazione tra il modo i ed il modo j definito come:

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j} (\beta_{ij} \xi_i + \xi_j) \beta_{ij}^{3/2}}{(\beta_{ij}^2)^2 + 4\xi_i \xi_j \beta_{ij} (1 + \beta_{ij}^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2) \beta_{ij}^2} \quad (1.36)$$

ξ_i smorzamento viscoso del modo i ;

β_{ij} rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia $i - j$ di modi.

$$\beta_{ij} = T_j/T_i \quad (1.37)$$

Nell'applicazione del metodo, è richiesto di considerare tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% ed un numero di modi per cui la massa partecipante totale sia superiore allo 85%.

Risoluzione dell'equazione del moto

Nel caso in cui si utilizzino dei sismi simulati, con la forzante sismica definita in maniera discreta, la soluzione al problema richiede l'utilizzo di metodi numerici come per esempio l'algoritmo proposto da Newmark nel lontano 1959, ancora attualissimo. Tale algoritmo consiste in uno sviluppo di una famiglia del metodo *time-stepping*. Nel caso monodimensionale il metodo è basato sulle seguenti equazioni:

$$m\ddot{u}_{i+1} + c\dot{u}_{i+1} + ku_{i+1} = p_{i+1} \quad (1.38)$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{u}_{i+1} \quad (1.39)$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta t\dot{u}_i + [(0.5 - \beta)\Delta t^2]\ddot{u}_i + [\beta\Delta t^2]\ddot{u}_{i+1} \quad (1.40)$$

Dove i parametri β e γ definiscono la variazione dell'accelerazione nel passo temporale. Generalmente si utilizza γ pari a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{6} \leq \beta \leq \frac{1}{4}$. Si può dimostrare che per $\gamma = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{4}$ si ottiene la stessa formulazione ottenibile utilizzando un'accelerazione costante nel passo temporale. Per $\gamma = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{6}$ si ottiene la medesima formulazione ottenibile da un'accelerazione lineare nel passo temporale. Definendo la stabilità dell'algoritmo come la condizione per cui un piccolo errore ad un passo temporale determina errori cumulativi più piccoli nei passi temporali successivi, il metodo risulta incondizionatamente stabile se:

$$1/2 \leq \gamma \leq 2\beta \quad (1.41)$$

Nel caso in cui la condizione di stabilità incondizionata non sia rispettata, il metodo risulta stabile se:

$$\Delta t \leq \left(\frac{\gamma}{2} - \beta\right)^{1/2} \frac{1}{\omega_{max}} \quad (1.42)$$

Dove ω_{max} è il massimo autovalore.

Nel caso di sistemi lineari, è possibile risolvere il sistema di equazioni senza iterazioni. Riscrivendo l'equazione 1.40 possiamo esprimere:

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}(u_{i+1} - u_i) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_i - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_i \quad (1.43)$$

Sostituendo la 1.43 nell'equazione 1.39 si ha:

$$\dot{u}_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(u_{i+1} - u_i) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{u}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{u}_i \quad (1.44)$$

Sostituendo 1.43 e 1.44 in 1.38 si ha:

$$\tilde{k}u_{i+1} = \tilde{p}_{i+1} \quad (1.45)$$

Dove:

$$\tilde{k} = k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}m \quad (1.46)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{i+1} = p_{i+1} + & \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2}m + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}c \right] u_i + \left[\frac{1}{\beta\Delta t}m + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) c \right] \dot{u}_i + \\ & \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) m + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c \right] \ddot{u}_i \end{aligned} \quad (1.47)$$

Si può quindi ottenere senza iterazioni la soluzione:

$$u_{i+1} = \frac{\tilde{p}_{i+1}}{\tilde{k}} \quad (1.48)$$

L'algoritmo definito nel caso monodimensionale è applicabile anche per problemi aventi n gradi di libertà compiendo precedentemente una trasformazione in coordinate modali. Il disaccoppiamento delle equazioni nel termine smorzante è applicabile solo nei casi definiti nel paragrafo relativo alle coordinate modali. Nei casi in cui non sia possibile un disaccoppiamento del problema, bisognerà utilizzare l'algoritmo nella sua forma n -dimensionale.

1.5 Non linearità del problema sismico

Le non linearità presenti nel problema sismico sono associabili alla forza di ripristino dalla struttura ed alla forza degli smorzatori.

1.5.1 Forza elasto-plastica

Il legame costitutivo elastico lineare non permette di cogliere a pieno le capacità dissipative della struttura soggetta al problema sismico. Per questo motivo, l'implementazione di una legge costitutiva elasto-plastica risulta necessaria. In accordo con Khan e Huang [10]:

La deformazione plastica ha le seguenti caratteristiche:

1. La deformazione plastica è associata alla dissipazione di energia, quindi è irreversibile. [...]
 $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$
Dove ε_{ij} è il tensore infinitesimo di deformazione [...].
 2. Grazie alle sue caratteristiche di dissipazione la deformazione plastica è dipendente dalla storia o dal percorso. In altre parole, non c'è corrispondenza uno-a-uno tra sforzo-deformazione durante la deformazione plastica [...].
- ... il legame costitutivo per le deformazioni plastiche si assume essere omogeneo nel tempo (invariante rispetto la scala del tempo) [...].
 $\sigma_{ij} = C_{ijhk}(\varepsilon_{hk} - \varepsilon_{hk}^p)$
Dove C_{ijhk} è il tensore elastico del 4 ordine.

Effettuate le considerazioni di base, al fine di una maggiore comprensione del presente elaborato, di seguito viene presentata una breve trattazione analitica della formulazione incrementale elasto-plastica così come presentata da Khan e Huang nel libro *Continuum Theory of Plasticity* [10].

Le seguenti 4 ipotesi sono state fornite da Prager (1949)

1. *Continuità*. Si assume che il carico neutro non causi deformazioni plastiche.
2. *Unicità*. Assicura che, per un determinato set di incrementi infinitesimi di trazione sul corpo, lo sforzo e la deformazione incrementale risultante sarà unica. Questa condizione è espressa matematicamente da:

$$\dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p > 0 \quad (1.49)$$

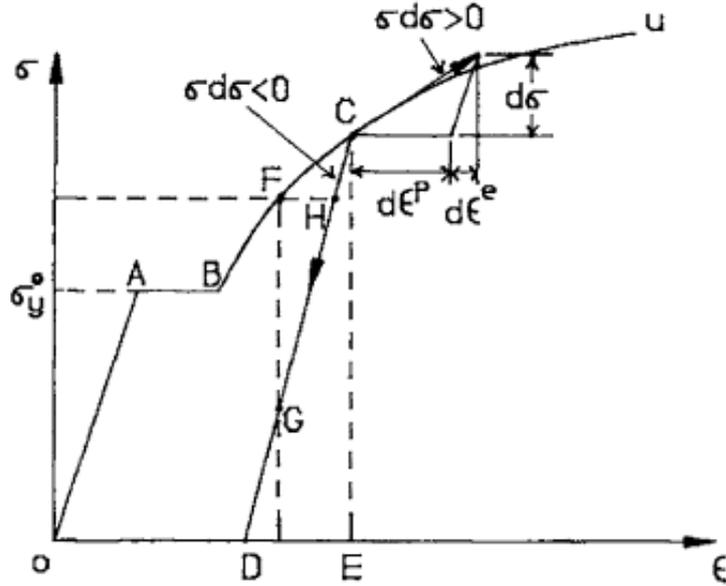


Figura 1.3: legame elastoplastico [10]

3. *Irreversibilità*. Richiede che l'incremento del lavoro plastico sia positivo:

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p > 0 \quad (1.50)$$

4. *Consistenza*. Durante la deformazione plastica lo stato tensionale o il punto di sforzo nello spazio tensionale deve rimanere sulla superficie di snervamento. In altre parole, caricando da un punto in stato deformativo plastico si è ancora in un altro stato deformativo plastico.

In aggiunta a queste quattro assunzioni, ce ne sono altre due che nascono dalla derivazione della condizione di normalità del postulato di Drucker's. Esse sono l'esistenza di una superficie di snervamento e la linearità del legame tra $\dot{\sigma}$ e $\dot{\epsilon}$.

Effettuare analisi non lineari su strutture aventi molti gradi di libertà risulta un processo critico a causa della potenza di calcolo richiesta per le analisi e per la difficoltà intrinseca nell'individuare un legame costitutivo capace di cogliere a pieno le reali capacità dissipative della struttura. A tali difficoltà si aggiunge la necessità di poter maneggiare in maniera semplice i risultati in modo da favorire il *Conceptual design* della struttura. A favore di ciò, la normativa (Eurocodice 8 [6] ed NTC 2018 [1]) prevede la possibilità di effettuare analisi lineari ed introduce due valori, funzioni della tipologia strutturale e del periodo proprio della struttura, con lo scopo di tenere in considerazione le non linearità. Tale approccio si basa su una

idealizzazione della struttura come un oscillatore semplice avente un singolo grado di libertà, collegato ad una molla avente comportamento elasto-perfettamente-plastico. Con riferimento alla figura 1.4, si definisce:

$$q = \frac{F_L}{F_{NL}} \quad (1.51)$$

$$\mu = \frac{\delta_{NL}}{\delta_y} \quad (1.52)$$

Dove F_L è la forza che il sisma richiederebbe se l'oscillatore lavorasse solo in campo elastico, F_{NL} è la forza di snervamento della molla elasto-plastica, δ_{NL} è lo spostamento massimo dell'oscillatore con molla elasto-plastica e δ_y è lo spostamento che porta alla prima plasticizzazione. Il q-factor viene anche chiamato *Force Reduction Factor*.

È riconosciuto come la legge "equal energy" fornisca una buona stima per il *Force Reduction Factor* a bassi periodi mentre la legge "equal displacement" per i lunghi periodi. L'equazione 1.53 è il *Force Reduction Factor* fornito da "equal energy" mentre l'equazione 1.54 da "equal displacement"

$$q = \sqrt{2\mu - 1} \quad (1.53)$$

$$q = \mu \quad (1.54)$$

La normativa [1] fornisce il seguente legame tra i due parametri:

$$\mu = \begin{cases} q & \text{se } T_1 > T_c \\ 1 + (q - 1)\frac{T_1}{T_c} & \text{se } T_1 \leq T_c \end{cases} \quad (1.55)$$

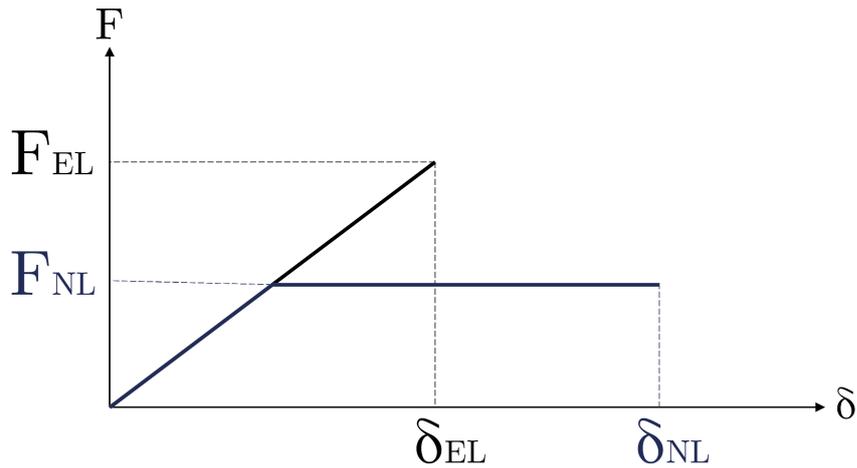


Figura 1.4: comportamento elastico ed elasto-plastico a confronto

Dove T_c è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro e T_1 il periodo del primo modo di vibrare. Una formulazione di questo tipo permette al professionista un semplice impiego della dissipazione plastica della struttura; tuttavia, un tale approccio può risultare in alcuni casi una stima alquanto imprecisa.

Al fine di cogliere in maniera meno approssimata il comportamento non lineare, sono state proposte differenti formulazione del q-factor in funzione della duttilità μ . Di seguito la proposta da Miranda e Bertero [11]:

$$R_\mu = \frac{\mu - 1}{\phi} + 1 \geq 1 \quad (1.56)$$

Dove ϕ è funzione di μ , T e delle condizioni del suolo nel sito.

Per *Rock sites*

$$\phi = 1 + \frac{1}{10T - \mu T} - \frac{1}{2T} \exp\left[-\frac{3}{2}(\ln T - \frac{3}{2})^2\right] \quad (1.57)$$

Per *Alluvium sites*

$$\phi = 1 + \frac{1}{12T - \mu T} - \frac{2}{5T} \exp\left[-2(\ln T - \frac{1}{5})^2\right] \quad (1.58)$$

Per *Soft soil sites*

$$\phi = 1 + \frac{T_g}{3T} - \frac{3T_g}{4T} \exp\left[-3\left(\ln \frac{T}{T_g} - \frac{1}{4}\right)^2\right] \quad (1.59)$$

Dove T_g è il periodo predominante del sisma, definito come il periodo rispetto il quale la massima velocità relativa di un sistema lineare smorzato al 5% è massima per tutto l'intervallo dei periodi. Una ulteriore formulazione che è stata proposta è quella di Watanabe e Kawashima [15].

$$q = (\mu - 1)\psi(T) + 1 \quad (1.60)$$

dove:

$$\psi(T) = \frac{T - a}{ae^{bT}} + 1 \quad (1.61)$$

I vantaggi di questa formulazione, rispetto ad altre, sono la sua semplicità e il chiaro significato fisico dei parametri (a, b) che la definiscono. Nella equazione 1.5 possiamo riconoscere in a il periodo dove R_μ è uguale a μ (punto P) ed in $\frac{1}{b}$ il periodo compreso tra il punto P ed il massimo valore di R_μ (punto Q). Tali parametri sono stati definiti dagli autori in funzione della tipologia del suolo (classificato in *stiff*, *moderate* e *soft*) e del fattore di duttilità μ che si intende utilizzare.

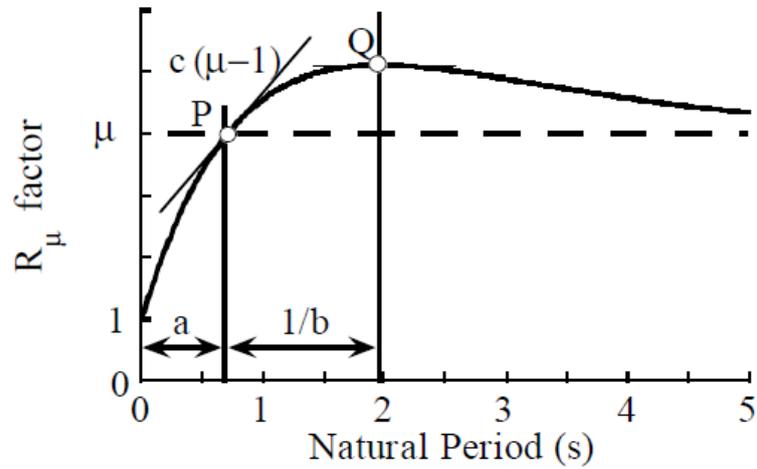


Figura 1.5: formulazione del *Force Reduction Factor* [15]

Classe di duttilità

Per poter attingere alle risorse strutturali non lineari è necessario dover garantire un comportamento duttile degli elementi che la compongono. Così come ricordato da Izzo [9, p. 16]:

per garantire un comportamento duttile è importante, quindi, che la struttura sia progettata secondo le seguenti regole:

- dimensionare gli sforzi così da avere un comportamento prevalentemente flessionale invece che tagliente, limitando la fragilità tipica delle parti sottoposte a sollecitazioni da taglio;
- preferire la plasticizzazione nelle travi rispetto a quella dei pilastri, dando a questi ultimi una sovrarresistenza;
- assicurare l'integrità dei nodi trave-pilastro anche in condizioni di sisma violento;
- accentuare la duttilità locale in quelle zone in cui si prevede la concentrazione di deformazioni plastiche.

Il principale problema della progettazione in zona sismica è la valutazione della duttilità strutturale dal quale sarà possibile definire quello che è il fattore di comportamento proprio della struttura. Per le edifici di nuova realizzazione, la normativa permette di progettare utilizzando due differenti livelli di dissipazione:

- Classe di duttilità media (CD"B");
- Classe di duttilità alta (CD"A").

La differenza tra le due classi risiede nella entità delle plasticizzazioni a cui è possibile fare affidamento in fase di progettazione. Le strutture progettate in CD"B" sono caratterizzate da inferiori dettagli costruttivi e prescrizioni, garantendo tuttavia una minore duttilità e conseguentemente un minore fattore di comportamento. La scelta di progettare utilizzando una piuttosto che l'altra classe di duttilità è del progettista che dovrà valutare, in base alle caratteristiche della struttura e dell'azione sismica di progetto, quale delle due opzioni risulterà economicamente la più conveniente.

1.5.2 Forza dissipativa viscosa

Una seconda tipologia di non linearità presente nel problema sismico si genera nel momento in cui si utilizzano dissipatori a comportamento non lineare con la velocità. Il tipico legame utilizzato è esprimibile nella forma:

$$F = Cv^\alpha \quad (1.62)$$

Dove:

v è la velocità relativa tra gli estremi del dissipatore;

C è la costante di smorzamento;

α è un coefficiente generalmente pari a 0.2.

In figura 1.6 si osserva la risposta stazionaria in termini forza-spostamento in forma adimensionale di un dissipatore soggetto ad un carico sinusoidale. L'energia dissipata in ogni ciclo corrisponde proprio all'area del legame. Si osserva come per $\alpha = 1$ la risposta stazionaria risulta una circonferenza, mentre al diminuire dell'esponente la risposta tende ad avere forma quadrata. Si può dunque verificare come l'utilizzo di dissipatori non lineari risulta una soluzione senza dubbio efficace in quanto l'energia dissipata a parità di spostamenti e forza massima restituita è maggiore rispetto a quella dissipata da dissipatori lineari.

La valutazione della risposta, nella forma non lineare, presenta notevoli complessità. In letteratura sono presenti formulazioni in grado di fornire uno smorzamento lineare equivalente e quindi risolvere l'equazione del moto nella sua forma classica. Di seguito le due più utilizzate.

- Equivalenza dell'energia dissipata;
- Equivalenza della potenza dissipata.

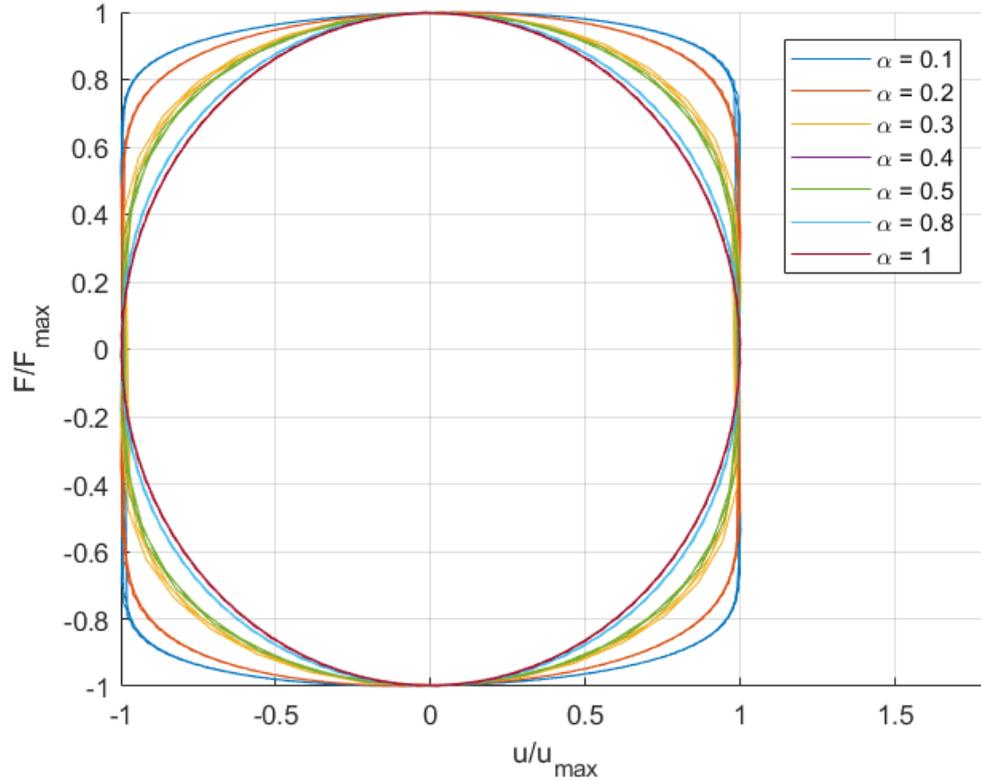


Figura 1.6: legame forza-spostamento al variare di α

Equivalenza dell'energia dissipata

Il criterio di equivalenza si basa sull'uguaglianza dell'energia dissipata in un ciclo di spostamenti armonico a regime in condizioni di risonanza tra il dissipatore non lineare e quello lineare equivalente. Si calcola l'energia dissipata da un dissipatore non lineare sottoposto ad una storia di spostamenti armonici nella forma:

$$u(t) = u_0 \sin(\Omega t) \quad (1.63)$$

Dove Ω è la frequenza della forzante. L'energia dissipata in un ciclo a regime risulta:

$$E_D = \oint f_D du = \int_0^T f_D \dot{u} dt = \int_0^T c |\dot{u}|^{1+\alpha} \quad (1.64)$$

La soluzione dell'integrale è:

$$E_D = \pi \beta c \Omega^\alpha u_0^{1+\alpha} \quad (1.65)$$

Dove:

$$\beta = \frac{2^{2+\alpha}\Gamma^2(1 + \alpha/2)}{\pi\Gamma(2 + \alpha)} \quad (1.66)$$

Γ è la funzione gamma di Eulero esprimibile nelle forme:

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (1.67)$$

$$\Gamma(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!n^z}{z(z+1)\cdots(z+n)} \quad (1.68)$$

La soluzione del problema lineare è la ben nota:

$$E_D = \pi c_{eq,1} \Omega u_0^2 \quad (1.69)$$

Si evidenzia come il coefficiente β presenta valore unitario nel caso di $\alpha = 1$ divenendo quindi il caso lineare. Uguagliando 1.65 e 1.69 si ha:

$$c_{eq} = c \frac{\beta}{(\Omega u_0)^{1-\alpha}} \quad (1.70)$$

Equivalenza della potenza dissipata

Il criterio di equivalenza si basa sull'uguaglianza della potenza dissipata in un ciclo di spostamenti armonico a regime in condizioni di risonanza tra il dissipatore non lineare e quello lineare equivalente. La potenza dissipata dal dissipatore non lineare consiste in:

$$\Pi_D = \oint f_D d\dot{u} = 2 \int_0^{\dot{u}_0} c \dot{u}^\alpha d\dot{u} = \frac{2}{1+\alpha} c \dot{u}_0^{1+\alpha} \quad (1.71)$$

Nel dissipatore lineare la potenza dissipata è pari a:

$$\Pi_D = \oint f_D d\dot{u} = 2 \int_0^{\dot{u}_0} c_{eq,2} \dot{u} d\dot{u} = c_{eq,2} \dot{u}_0^2 \quad (1.72)$$

Uguagliando 1.71 e 1.72 si ottiene:

$$c_{eq,2} = c \frac{2}{1+\alpha} \frac{1}{\dot{u}_0^{1-\alpha}} \quad (1.73)$$

Esprimendo \dot{u}_0 come Ωu_0 lo smorzamento lineare equivalente risulta:

$$c_{eq,2} = c \frac{2}{1+\alpha} \frac{1}{\Omega u_0^{1-\alpha}} \quad (1.74)$$

Confronto tra i due metodi di equivalenza

Confrontando le espressioni 1.70 e 1.74 si osserva come le due espressioni differiscono solo per un coefficiente dipendente da α . Possiamo esprimere la dissipazione equivalente come:

$$c_{eq} = \kappa \frac{c}{(\Omega u_0)^{1-\alpha}} \quad (1.75)$$

Nell'ipotesi dell'approccio in energia:

$$\kappa_E = \beta \quad (1.76)$$

Nell'ipotesi dell'approccio in potenza:

$$\kappa_P = \frac{2}{1+\alpha} \quad (1.77)$$

In figura 1.7 i due approcci a confronto, si osserva come il coefficiente ottenuto nell'approccio in potenza risulta più alto di quello ottenuto con l'approccio in energia.

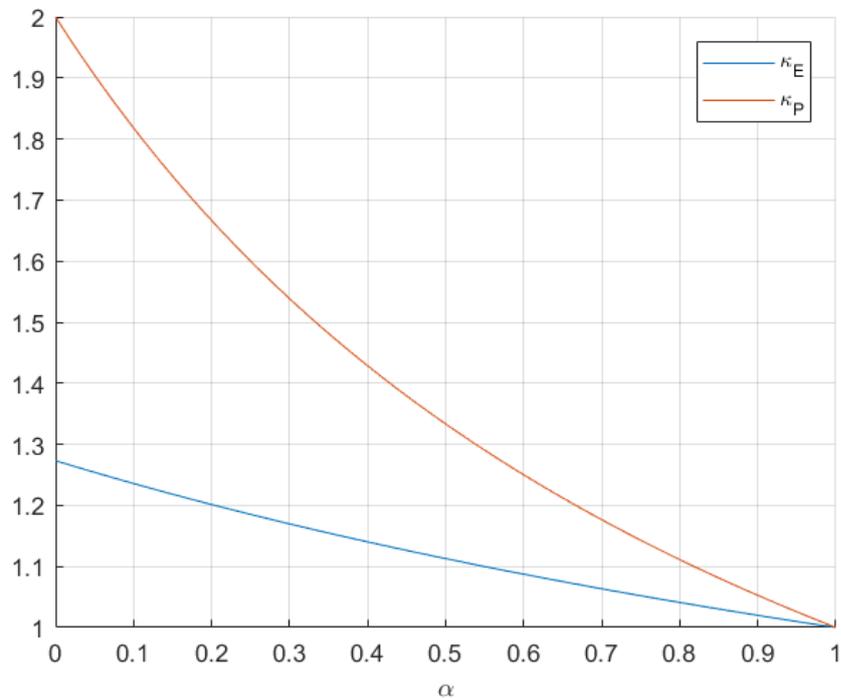


Figura 1.7: confronto tra i due metodi di equivalenza

Capitolo 2

Il problema ad 1-gdl

Il seguente capitolo ha lo scopo di valutare il comportamento accoppiato della dissipazione interna non lineare propria della struttura e della dissipazione viscosa generata dall'introduzione di dissipatori. L'obiettivo è di fornire un comportamento statistico chiaro ed utilizzabile nella professione.

2.1 Stato dell'arte

Il problema oggetto di studio è stato precedentemente affrontato da Palermo et al. nell'articolo «Force reduction factor for building structures equipped with added viscous dampers» [12]. Gli autori hanno studiato il comportamento di un sistema costituito da una massa collegata a terra tramite una molla elasto-plastica ed un dissipatore ed hanno sottoposto il sistema a sisma. Le analisi sono state effettuate imponendo la condizione di "*uguale sicurezza strutturale*" nel quale si impone che la domanda, in termini di duttilità, di un sistema con un più alto smorzamento globale risulti pari a quella di un sistema avente il solo smorzamento inerente. Il principale risultato ottenuto si basa sulla definizione di:

$$\alpha(\xi) = \frac{R_\xi}{R_5} \quad (2.1)$$

Dove R_ξ è il fattore di struttura per un generico smorzamento globale ξ e R_5 è il fattore di struttura per uno smorzamento globale del 5%. Tale coefficiente ha un valore leggermente inferiore a 1 per periodi $T < 1.5s$ e leggermente superiore a 1 per periodi $T > 1.5s$. Con "leggermente" si intende una variazione dell'ordine del 5%.

2.2 Metodo di analisi

In virtù delle informazioni fornite precedentemente, il set di variabili utilizzate per la modellazione sono:

- *sisma*
- $T[s] = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
- $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$
- $q = \frac{F_{EL}}{F_y}$
- $\mu = \frac{u_{NL}}{u_y}$

In alternativa a ξ si potrebbe utilizzare come variabile oggetto della modellazione il parametro $\chi(\xi) = \frac{10}{5+\xi[\%]}$. Nella definizione di smorzamento bisogna distinguere lo smorzamento isteretico ξ_h , proprio della struttura, da quello viscoso ξ_v , dovuto all'introduzione degli smorzatori. Le analisi sono state effettuate considerando come smorzamento isteretico lineare $\xi_h = 5\%$. La definizione dei sismi di riferimento viene approfondita nel paragrafo successivo. Le analisi sono state eseguite per ogni sisma a periodo e smorzamento fissato. Inizialmente viene eseguita un'analisi elastica dal quale si ricava lo spostamento massimo $u_{EL}(\xi, T)$ e la massima forza elastica $F_{EL}(\xi, T)$. Si definisce quindi la forza di snervamento $F_{NL} = \frac{F_{EL}}{q}$ dove q è il fattore di struttura scelto. Si esegue quindi l'analisi plastica dove si ricava lo spostamento massimo $u_{NL}(\xi, T, q)$ e conseguentemente il fattore di duttilità $\mu = \frac{u_{NL}}{u_y}$. Vengono consideranti differenti valori del fattore di comportamento q fino ad ottenere con buona discretizzazione il grafico $\mu - q$. Si varia dunque lo

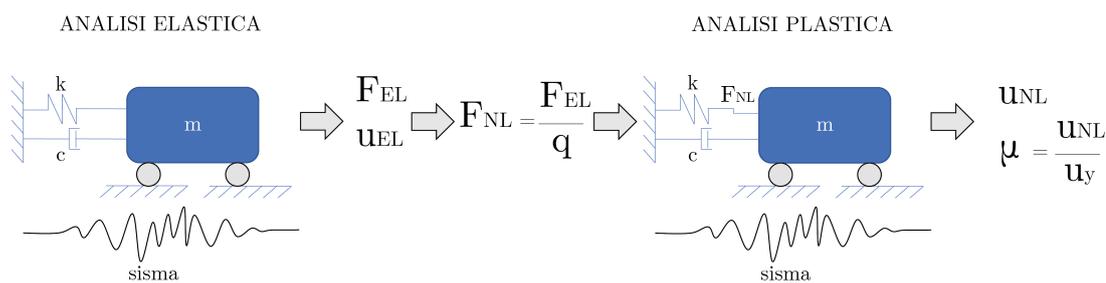


Figura 2.1: schema dell'analisi

smorzamento ξ e si esegue la medesima analisi. Le analisi sono state eseguite per differenti valori del periodo T .

La principale differenza rispetto quanto effettuato da Palermo et al. [12] consiste nel non avere imposto la duttilità μ , ma il fattore di comportamento q . I risultati ottenuti da ognuno dei sismi sono stati opportunamente ordinati in modo da poter ottenere i principali parametri statistici. Ad ogni valore di q a periodo e smorzamento fissato viene associato un unico valore di μ ottenuto come media del fattore di duttilità ottenuto da ognuno dei sismi. Avremo quindi:

$$\mu = E[\mu_1(q, \xi, T), \dots, \mu_N(q, \xi, T)] \quad (2.2)$$

dove $E[.]$ è l'operatore media. Al fine di una maggiore comprensione statistica si valuta anche il fattore di dispersione I_μ definito come rapporto tra la deviazione standard σ_μ e la duttilità μ .

2.2.1 Sismi di riferimento

I sismi utilizzati nell'analisi sono stati generati partendo da quattro differenti spettri di risposta. Si è deciso di utilizzare spettri definiti in normativa per la città di Udine allo Stato Limite di Collasso (SLC) e si è variata la vita nominale della struttura e la categoria del suolo al fine di valutarne la dipendenza dai parametri spettrali. In figura 2.2 sono presentati gli spettri di risposta utilizzati nell'analisi.

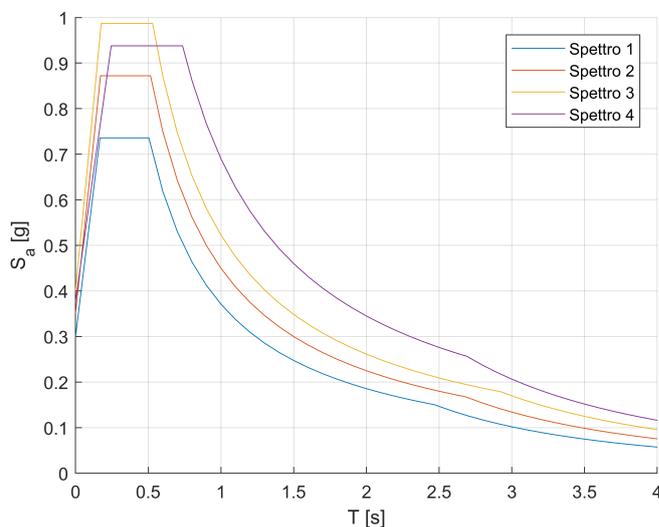


Figura 2.2: spettri di risposta considerati

Gli spettri di risposta sono caratterizzati dai parametri definiti in tabella 2.1. Per la generazione dei sismi, si è utilizzato SIMQKE (<http://gelfi.unibs.it/software/>)

Spettro n.	categoria sottosuolo	PGA [g]	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]	Tempo di ri- torno [anni]
1	C	0.30	0.17	0.50	2.47	28
2	C	0.35	0.17	0.52	2.68	49
3	C	0.40	0.18	0.53	2.96	82
4	D	0.38	0.25	0.74	2.69	50

Tabella 2.1: principali parametri degli spettri di risposta

`simqke/simqke_gr.htm`). La NTC 2018 [1] prevede che i sismi generati debbano avere durata di almeno 25s partendo da zero ed arrivando a zero con parte stazionaria di almeno 10s. Nel rispetto della normativa è deciso di utilizzare sismi con durata complessiva di 30s, aventi uguale durata di crescita e decrescita pari a 10s. Si è impostato un numero di cicli per approssimarsi allo spettro di risposta pari a 3 in modo da avere un buon compromesso tra l'approssimazione dello spettro di risposta e l'artificiosità dei sismi. Sono stati generati 84 sismi da ognuno degli spettri di risposta.

2.2.2 Algoritmo di risoluzione

L'analisi del problema elasto-plastico con smorzatori aggiunti prevede la risoluzione di un numero consistente di equazioni del moto in forma non lineare. La risoluzione di queste equazioni può avvenire solo in forma numerica nel dominio del tempo.

Il problema è stato affrontato partendo dall'algoritmo di Newmark, avente lo scopo di risolvere l'equazione espressa in maniera lineare, implementandolo con l'algoritmo di Newton-Raphson, che terrà in conto delle non linearità nella rigidità, ed il "*return mapping*" che permette di rimanere sulla superficie di plasticità della molla. Viene ora presentata una sintetizzazione dell'algoritmo utilizzato con l'obiettivo di chiarirne i punti chiave.

1. Calcoli iniziali

- (a) definizione dello stato iniziale:
 - $(f_s)_0 = 0$ sforzo iniziale della molla
 - $(k)_0 = k_0$ rigidità iniziale della molla
 - $u_{pl,0} = 0$ deformazione plastica iniziale
 - $\lambda_0 = 0$ variabile plastica iniziale
- (b) $\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - (f_s)_0}{m}$
- (c) definizione di Δt
- (d) $a_1 = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}m + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}c$
 $a_2 = \frac{1}{\beta\Delta t}m + (\frac{\gamma}{\beta} - 1)c$
 $a_3 = (\frac{1}{2\beta} - 1)m + \Delta t(\frac{\gamma}{2\beta} - 1)c$

2. per ogni istante temporale $i = 1, \dots, n$

(a) per $j = 1$

- $u_{i+1}^{(j)} = u_i$
- $(f_s)_{i+1}^{(j)} = (f_s)_i$
- $(k_T)_{i+1}^{(j)} = (k_T)_i$
- $u_{pl,i+1}^{(j)} = u_{pl,1}$

(b) $\tilde{p}_{i+1} = p_{i+1} + a_1 u_i + a_2 \dot{u}_i + a_3 \ddot{u}_i$

(c) per ogni iterazione j

- $R_{i+1}^{(j)} = \tilde{p}_{i+1} - (f_s)_i + 1^{(j)} - a_1 u_{i+1}^{(j)}$
- Valutazione della convergenza (quando è positiva andare oltre ai seguenti sottopunti)
 - $k = k_0$
 - $k_T = k + a_1$
 - $u_{tr} = u_{i+1} + R/k_T$
 - $\sigma_{tr} = k(u_{tr}^{(j)} - u_{pl,i+1}^{(j)})$
 - $\phi_{tr} = |\sigma_{tr}| - f_y$
 - se $\phi > 0$
 - * $k = 0$
 - * $k_T = k + a_1$
 - * $\Delta\lambda^{(j)} = \phi_{tr}/k_0$
 - * $\sigma = (1 - \Delta\lambda^{(j)} \frac{k_0}{|\sigma_{tr}|}) |\sigma_{tr}|$
 - * $u_{i+1}^{(j)} = u_{i+1}^{(j)} + R/k_T$
 - * $u_{pl,i+1}^{(j)} = u_{pl,i+1}^{(j)} + \Delta\lambda^{(j)} (|\sigma_{tr}|/\sigma_{tr})$
 - * $R_{i+1}^{(j)} = \tilde{p}_{i+1} - (\sigma)_i + 1^{(j)} - a_1 u_{i+1}^{(j)}$
 - se $\phi < 0$
 - * $u_{(i+1)}^{(j)} = u_{tr}$
 - * $\sigma^{(j)} = \sigma_{tr}$
 - * $\Delta\lambda^{(j)} = 0$

(d) Calcolo velocità ed accelerazione:

$$\dot{u}_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(u_{i+1} - u_i) + (1 - \frac{\gamma}{\beta})\dot{u}_i + \Delta t(1 - \frac{\gamma}{2\beta})\ddot{u}_i$$

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}(u_{i+1} - u_i) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_i - (\frac{1}{2\beta} - 1)\ddot{u}_i$$

2.3 Comportamento accoppiato tra dissipazione strutturale e dissipazione viscosa

Si presentano nelle figure 2.3, 2.5, 2.7 e 2.9 il legame $\mu - q$ per differenti periodi in funzione di differenti quantitativi di smorzamento. Si osserva come il fattore di duttilità abbia una dipendenza trascurabile rispetto allo smorzamento introdotto. Si può dunque affermare che:

$$\mu(\xi, T, q) \simeq \mu(T, q) \quad (2.3)$$

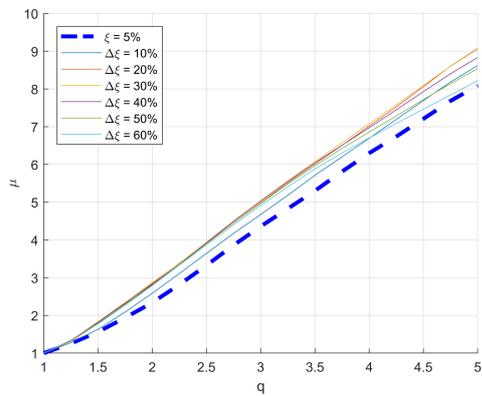
In particolare è validata in maggior misura se si considerano periodi sufficientemente alti. Tale ipotesi è in accordo con quanto affermato da Palermo et al. [12] che sostiene differenze nell'ordine del 5%.

È interessante osservare come l'approccio utilizzato da Palermo et al. [12] risulti molto simile ma concettualmente differente rispetto quello utilizzato in questo elaborato in quanto gli autori hanno valutato a parità di duttilità il valore medio del fattore di struttura per differenti periodi e smorzamento, mentre nella presente tesi si è valutato a parità di fattore di comportamento q il valore medio della duttilità per differenti periodi e smorzamento. Questo comporta un risultato scontato ma fondamentale ovvero l'invertibilità del legame.

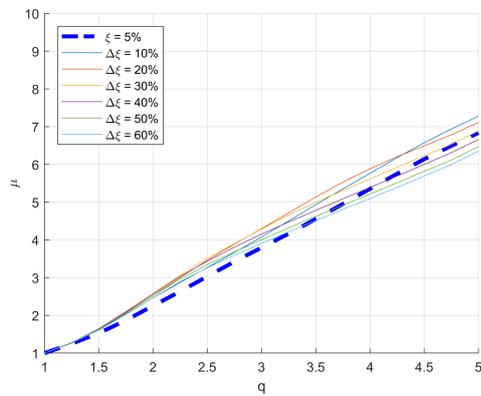
Nelle figure 2.4, 2.6, 2.8 e 2.10 è presentato il fattore di dispersione I_μ per differenti periodi e differenti quantitativi di smorzamento introdotto. Ad un aumento dello smorzamento introdotto corrisponde una diminuzione della dispersione dei dati rispetto al valore medio.

$$I_\mu(\xi = 5\%, T) \leq I_\mu(\xi \geq 5\%, T) \quad (2.4)$$

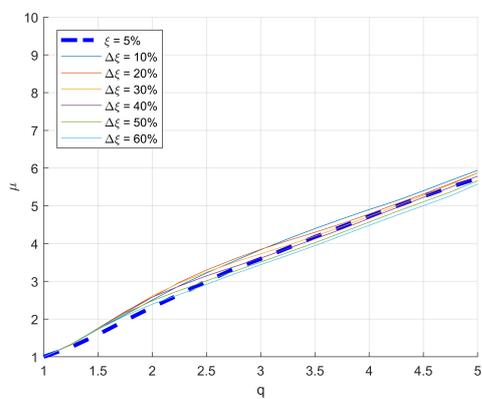
Questo implica un maggiore fattore di confidenza fornito dall'introduzione dei dissipatori. Non si osserva dipendenza dalla PGA del sisma.



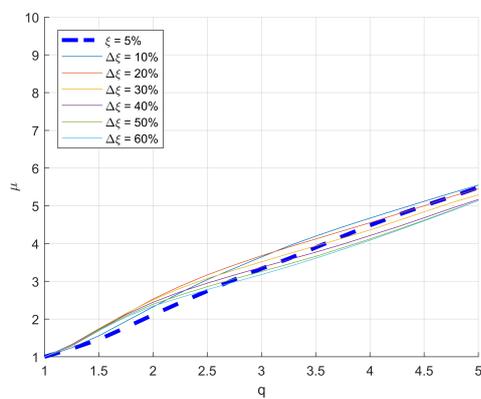
(a) $T = 0.5$ s



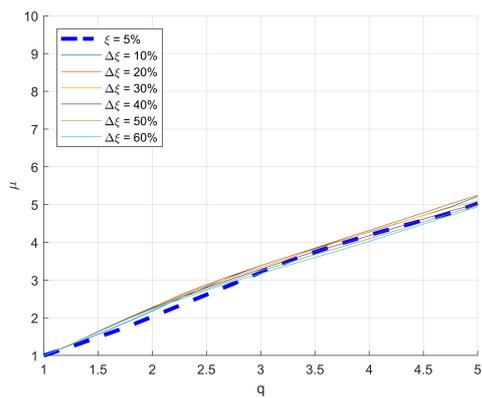
(b) $T = 1.0$ s



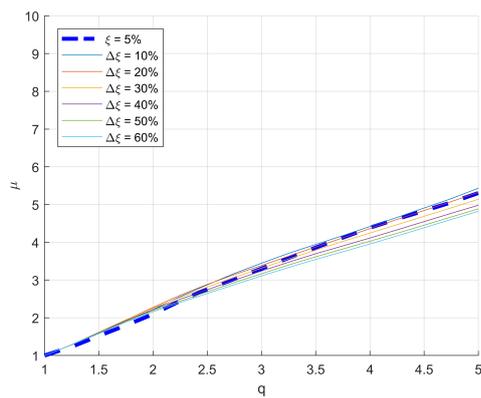
(c) $T = 1.5$ s



(d) $T = 2.0$ s



(e) $T = 2.5$ s



(f) $T = 3.0$ s

Figura 2.3: legame $\mu - q$ per spettro numero 1

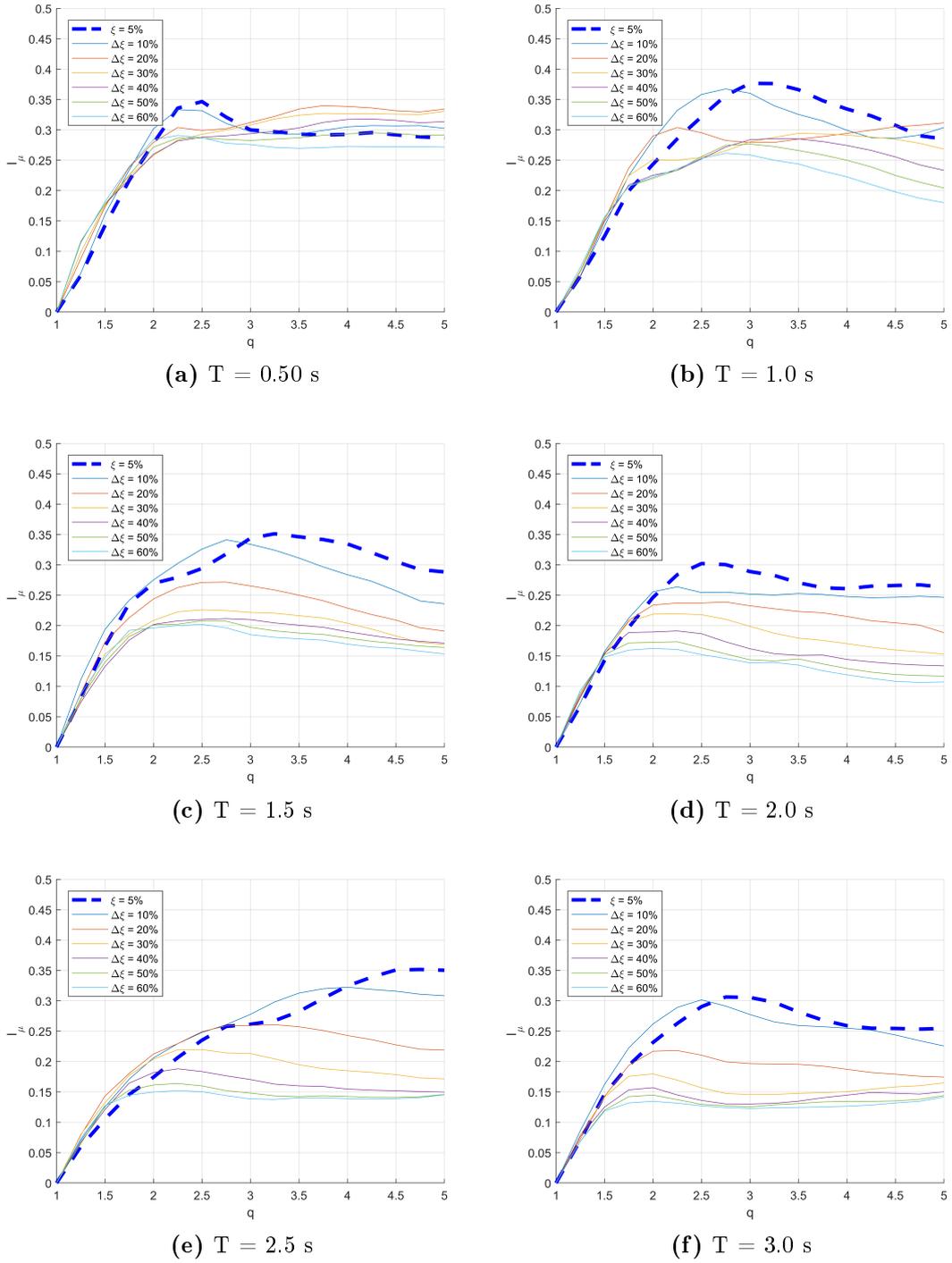
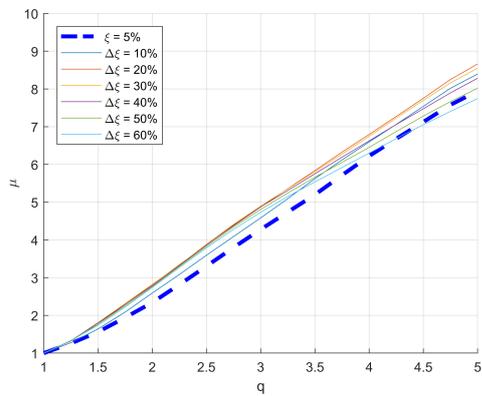
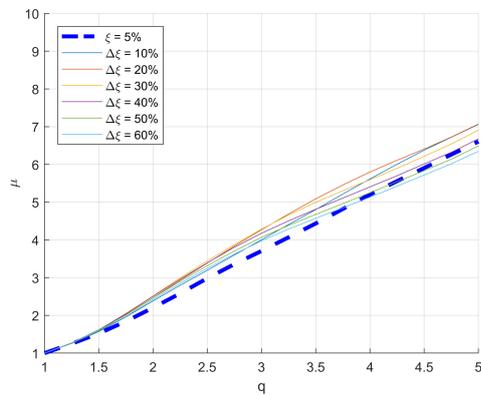


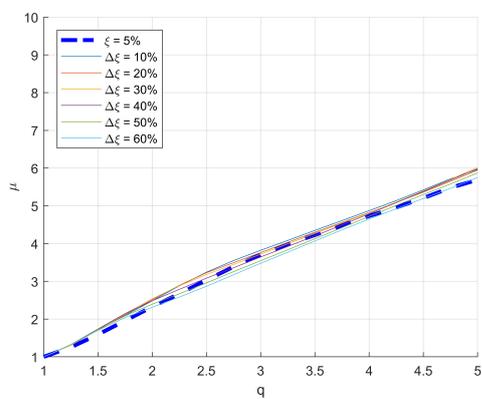
Figura 2.4: fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 1



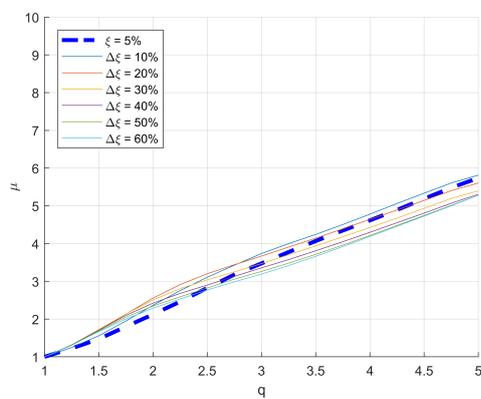
(a) $T = 0.5 \text{ s}$



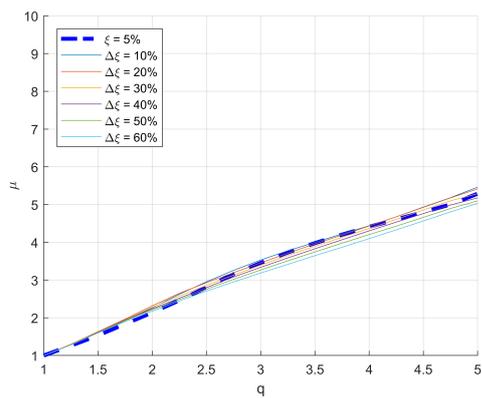
(b) $T = 1.0 \text{ s}$



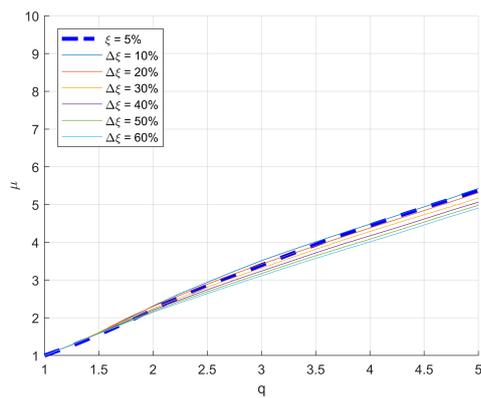
(c) $T = 1.5 \text{ s}$



(d) $T = 2.0 \text{ s}$



(e) $T = 2.5 \text{ s}$



(f) $T = 3.0 \text{ s}$

Figura 2.5: legame $\mu - q$ per spettro numero 2

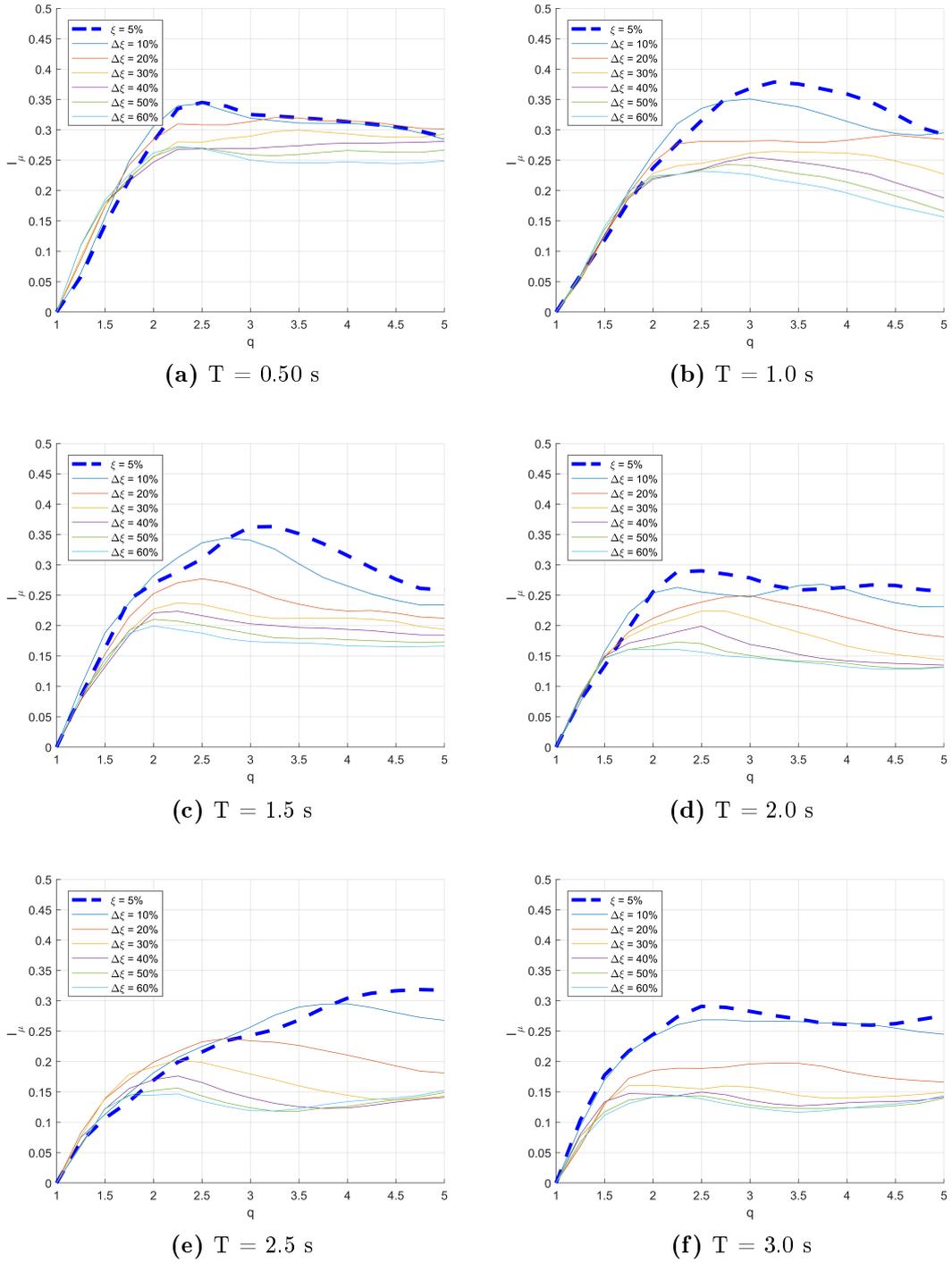
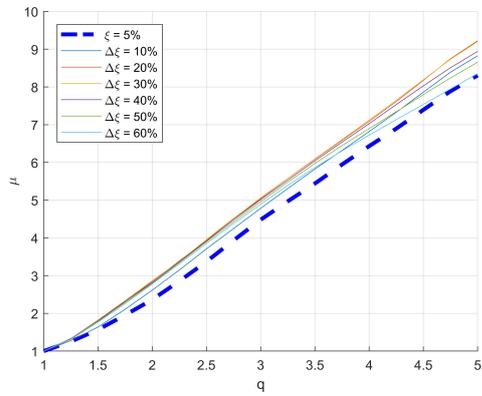
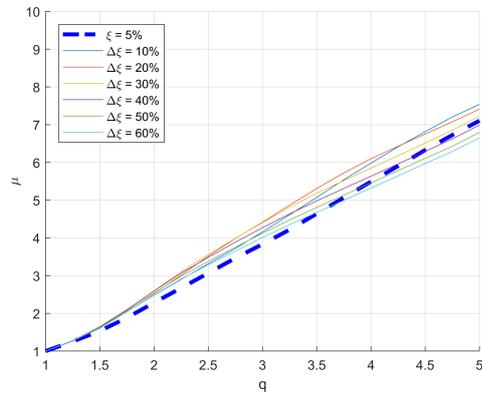


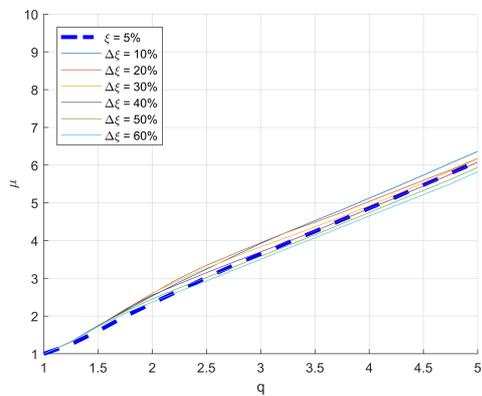
Figura 2.6: fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 2



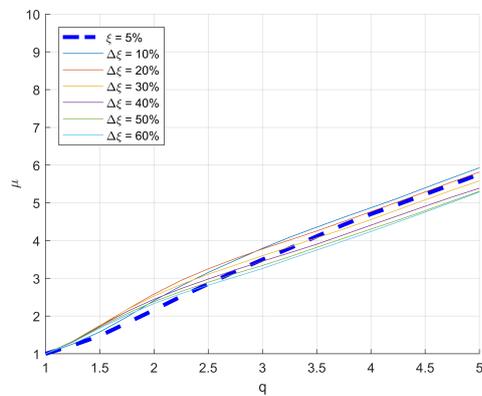
(a) $T = 0.5$ s



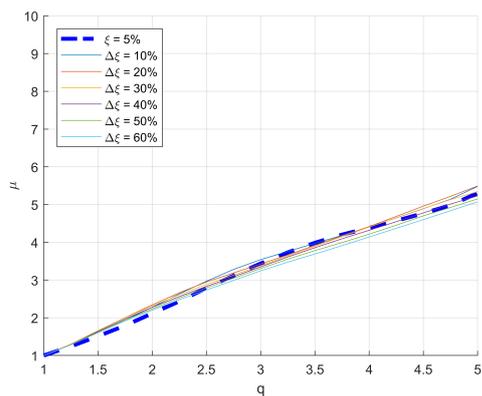
(b) $T = 1.0$ s



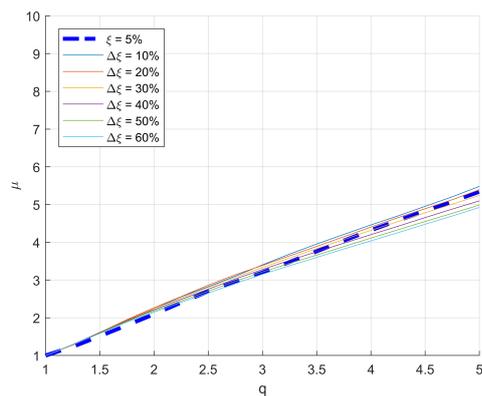
(c) $T = 1.5$ s



(d) $T = 2.0$ s



(e) $T = 2.5$ s



(f) $T = 3.0$ s

Figura 2.7: legame $\mu - q$ per spettro numero 3

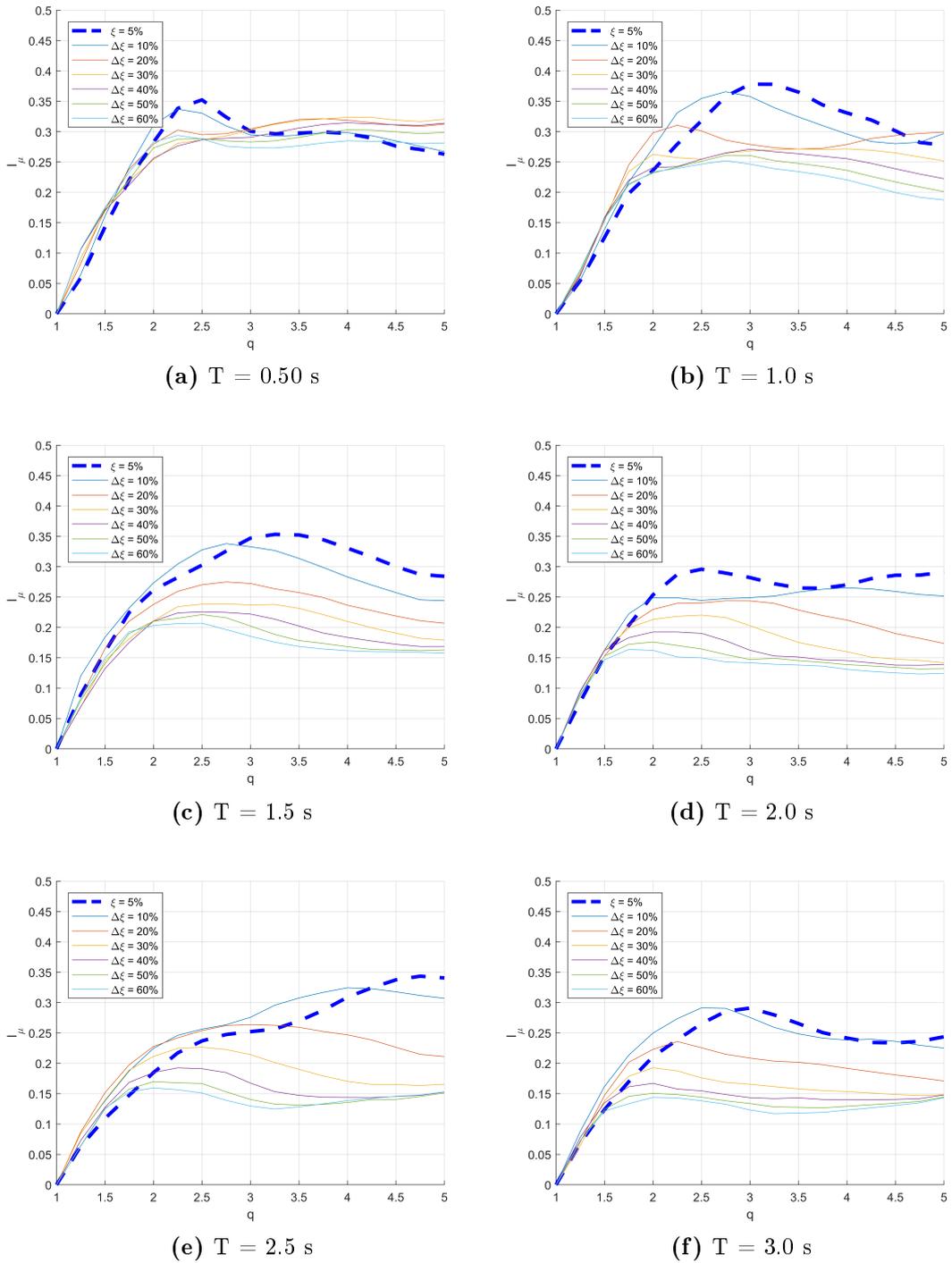
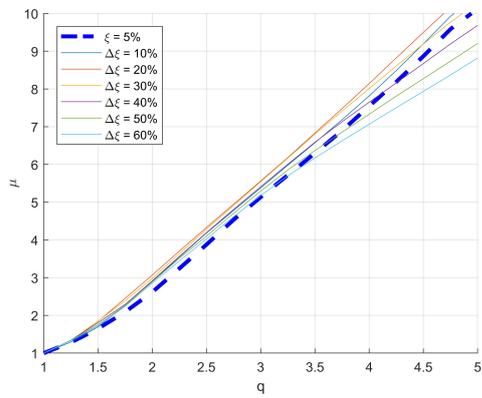
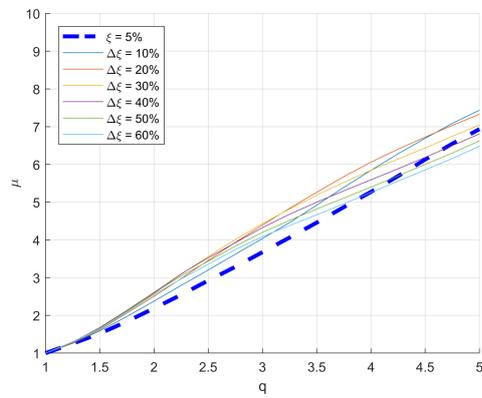


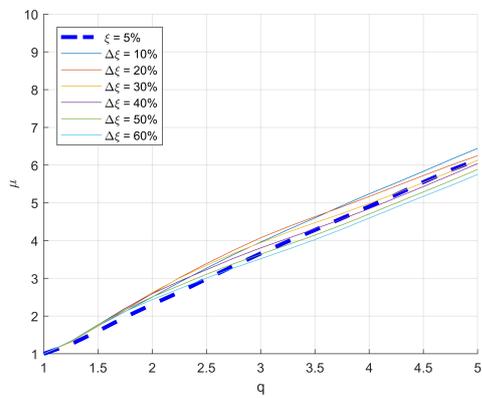
Figura 2.8: fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 3



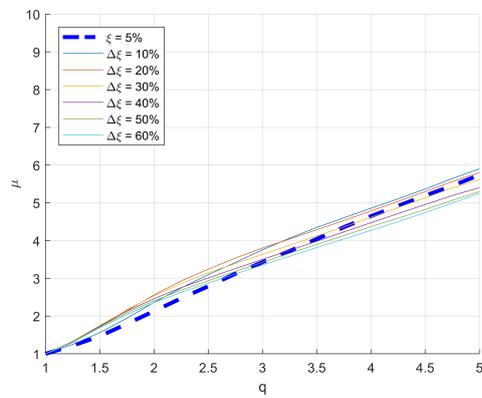
(a) $T = 0.5 \text{ s}$



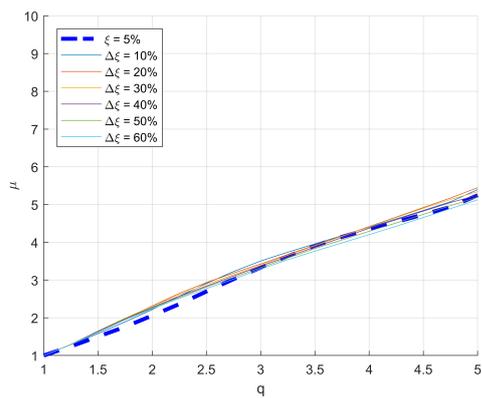
(b) $T = 1.0 \text{ s}$



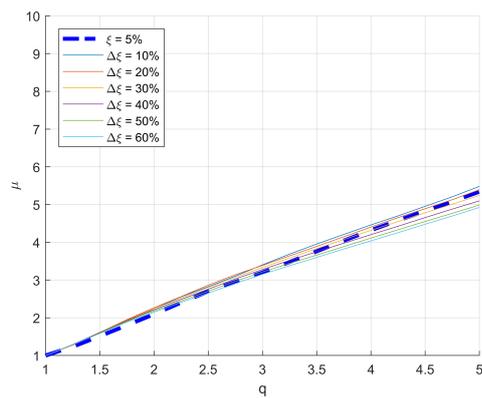
(c) $T = 1.5 \text{ s}$



(d) $T = 2.0 \text{ s}$



(e) $T = 2.5 \text{ s}$



(f) $T = 3.0 \text{ s}$

Figura 2.9: legame $\mu - q$ per spettro numero 4

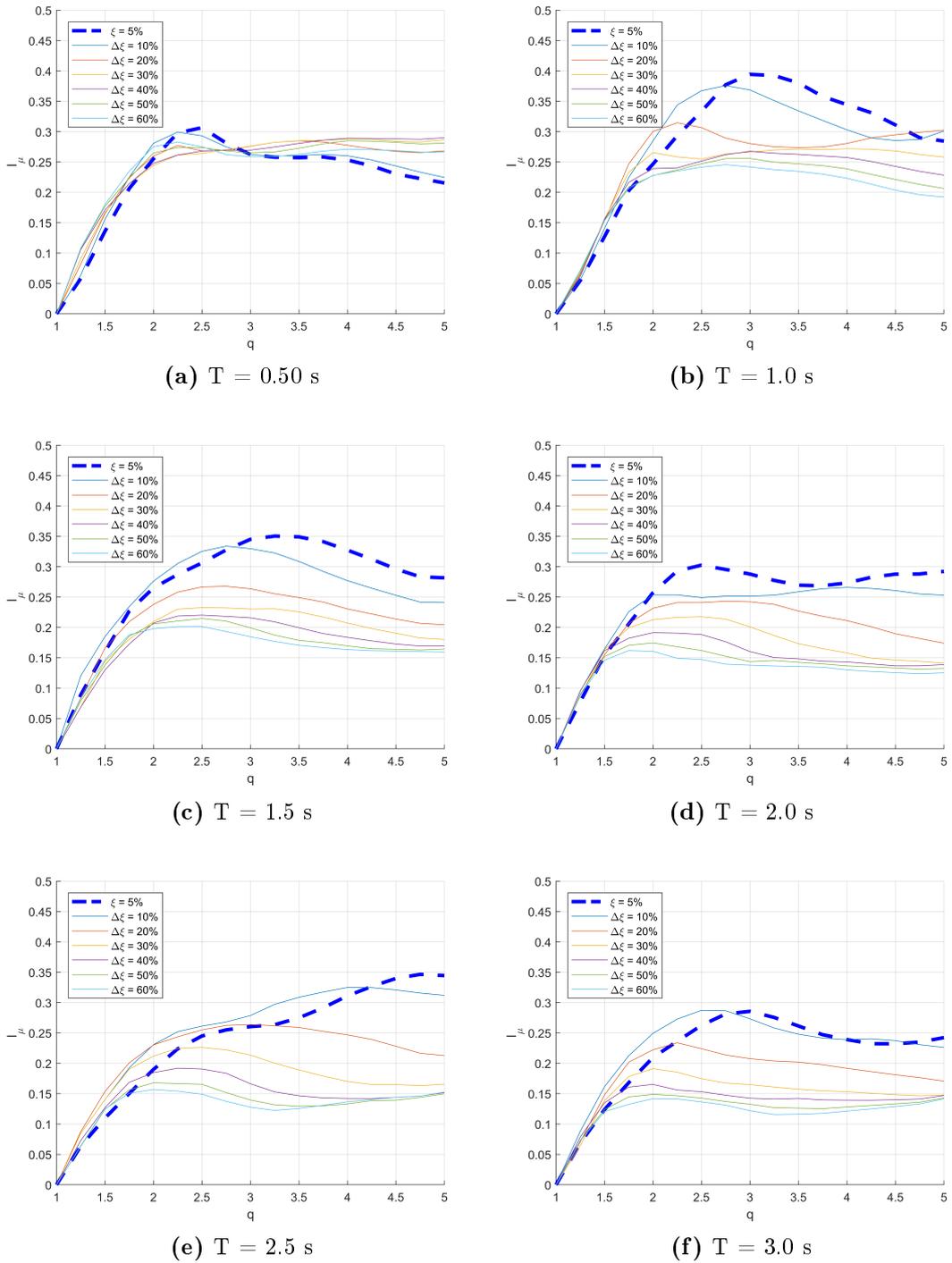


Figura 2.10: fattore di dispersione $I_\mu = \sigma_\mu/\mu$ per spettro numero 4

2.4 Proposta di un alternativo fattore di correzione dello smorzamento η

Per tenere in considerazione gli effetti che uno smorzamento globale maggiore di quello standard (5%) ha sulla struttura, la normativa [1] prevede la possibilità di utilizzare il coefficiente η definito come:

$$\eta = \frac{F_5}{F_\xi} \quad (2.5)$$

Dove F_5 è la forza elastica calcolata per uno smorzamento globale del 5% mentre F_ξ è la medesima forza calcolata per un generico smorzamento globale ξ . La normativa propone l'utilizzo di:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi[\%]}} \quad (2.6)$$

Dalle analisi effettuate risulta che tale coefficiente è eccessivamente cautelativo. Si è dunque deciso di procedere con la ricerca di una funzione η capace di cogliere in misura maggiore i vantaggi che l'impiego di dissipatori viscosi è in grado di garantire. A tal fine, si propone l'utilizzo di:

$$\eta = \left(\frac{10}{5 + \xi(\%)} \right)^{\alpha(\xi, T)} \quad (2.7)$$

Il parametro $\alpha(\xi, T)$ può essere ricavato in maniera empirica. Invertendo l'equazione 2.7 e tenendo in considerazione la 2.5 si ha:

$$\alpha(\xi, T) = \log_{\chi(\xi)} \left(\frac{F_5(T)}{F_\xi(\xi, T)} \right) \quad (2.8)$$

Dove: $\chi(\xi) = \frac{10}{5 + \xi(\%)}$.

Per definirne il comportamento statistico, si definisce:

$$\alpha(\xi, T) = \log_{\chi(\xi)} \left(E \left[\frac{F_5(T)}{F_\xi(\xi, T)} \right]_1, \dots, \frac{F_5(T)}{F_\xi(\xi, T)} \right)_N \quad (2.9)$$

Dove N è il numero totale di sismi considerati. In figura 2.11 α viene valutato sui sismi definiti precedentemente aventi differenti PGA. Si osserva come α sia debolmente influenzato da χ e dunque da ξ . Mediando il comportamento su $\chi(\xi)$ si può definire:

$$\alpha(T) = E_{\chi(\xi)} [\alpha(\xi, T)] \quad (2.10)$$

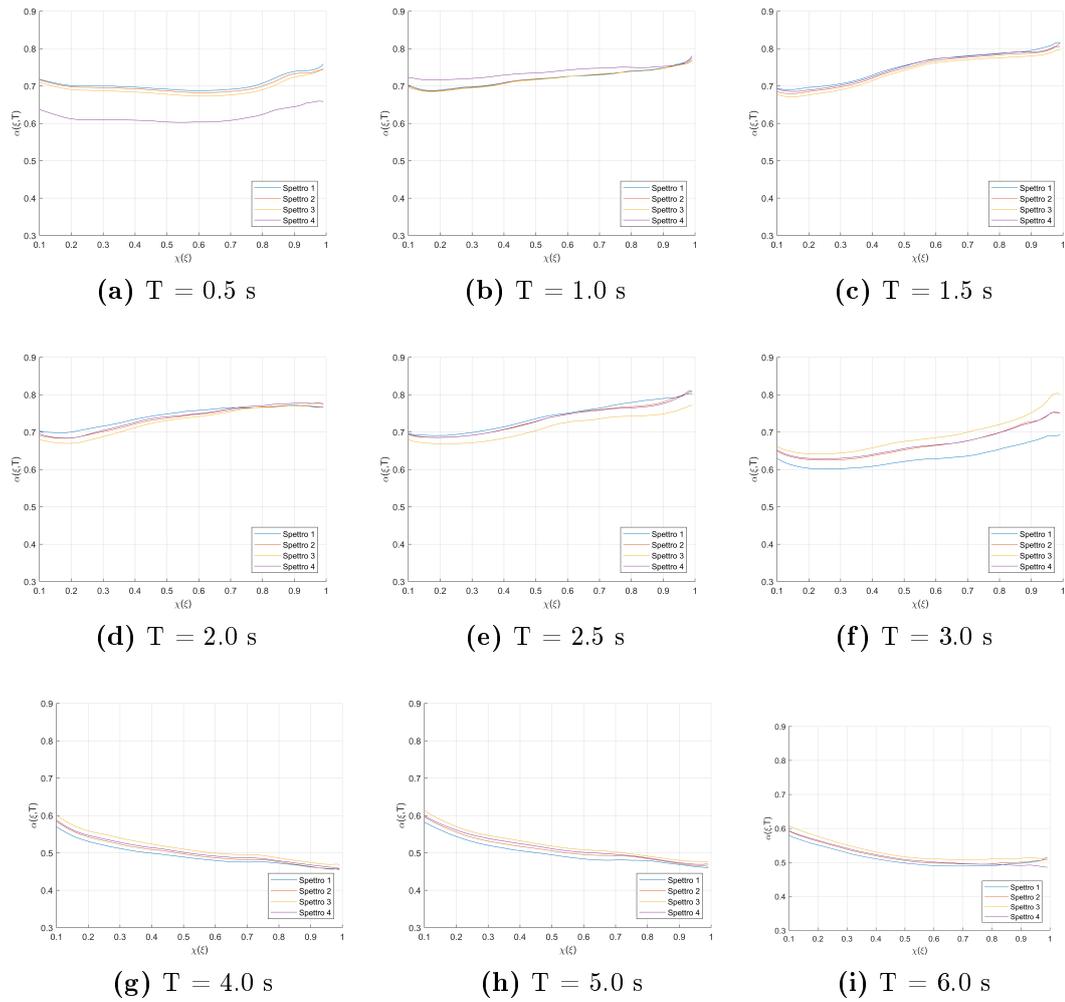


Figura 2.11: α in funzione di χ per differenti periodi

Dalle analisi empiriche si propone:

$$\alpha(T) = \begin{cases} 0.5 \cdot \frac{T}{T_B} & T \leq T_B \\ 0.5 + 0.2 \cdot \frac{T - T_B}{T_C - T_B} & T_B < T \leq T_C \\ 0.7 & T_C < T \leq T_D \\ 0.7 - 0.2 \cdot \frac{T - T_D}{T_C} & T_D < T \leq T_D + T_C \\ 0.5 & T > T_D + T_C \end{cases} \quad (2.11)$$

Dove:

T_B è l'inizio del tratto ad accelerazione costante dello spettro;

T_C è l'inizio del tratto a velocità costante dello spettro;

T_D è l'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro.

Si confrontano in figura 2.13 i risultati numerici di $\alpha(T)$ con quello proposto. Si è indicato con "numerico medio" il valore definito nell'equazione 2.10 mentre con "numerico minimo" il valore ottenuto valutando il minimo su $\chi(\xi)$.

$$\alpha(T) = \min_{\chi(\xi)} [\alpha(\xi, T)] \quad (2.12)$$

Data la debole dipendenza di α rispetto a χ non si osserva una forte differenza tra il valore medio e quello minimo nei valori numerici. In figura 2.12 è presentato l'inverso del fattore di smorzamento $\eta(\xi)$ per periodi compresi nel tratto a velocità costante dello spettro ($\alpha = 0.7$) e per alti periodi ($\alpha = 0.5$). Il valore espresso in normativa coincide con quello ad alti periodi, dunque l'utilizzo di un unico η corrispondente ad alti periodi fornisce una sottostima eccessivamente cautelativa per strutture aventi periodo non troppo alto.

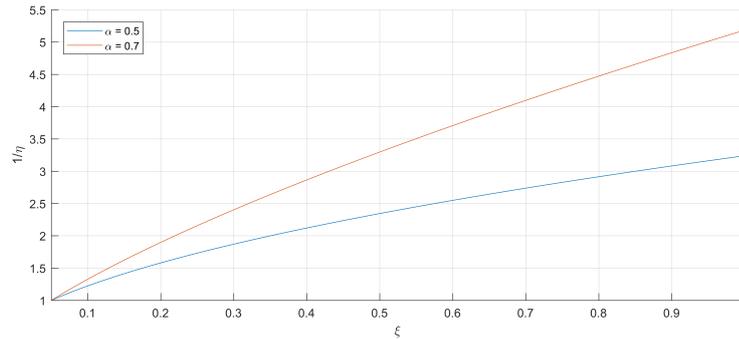
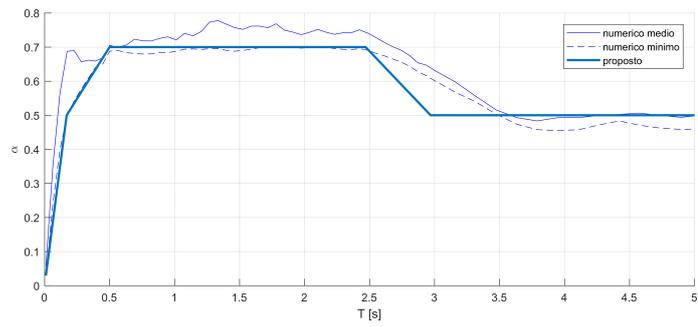
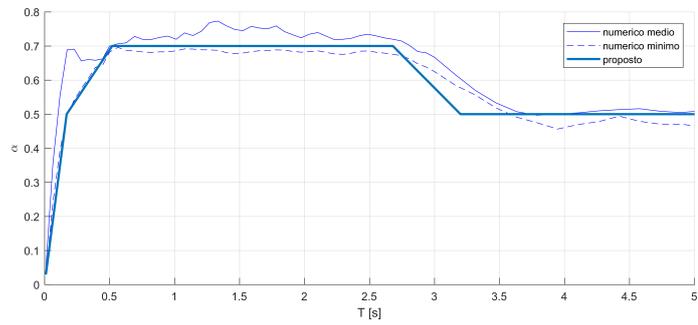


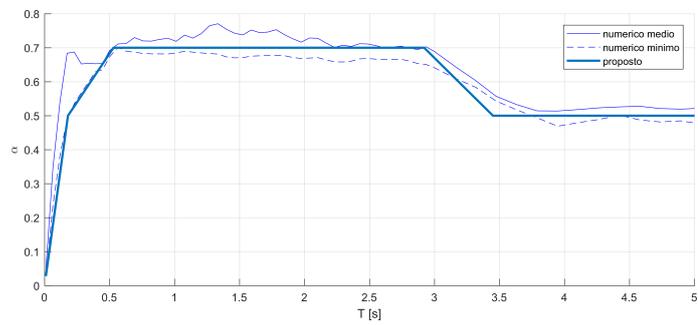
Figura 2.12: $1/\eta$ valutato per differenti valori dell'esponente α



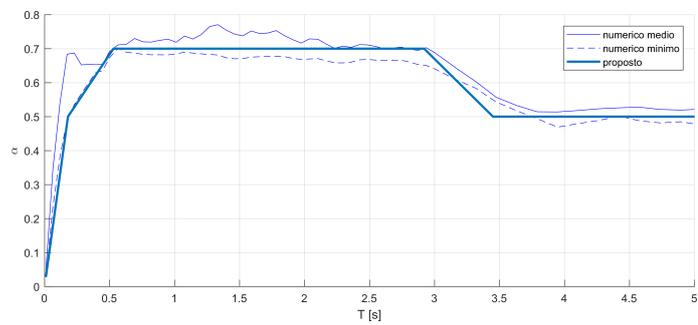
(a) spetro n. 1



(b) spetro n. 2



(c) spetro n. 3



(d) spetro n. 4

Figura 2.13: confronto tra $\alpha(T)$ ottenuto numericamente e quello proposto con la nuova formulazione

In figura 2.14 si evidenziano i vantaggi in termini di $\frac{1}{\eta}$ predetti da questa formulazione. Si osserva che per periodi compresi tra T_C e T_D questa formulazione fornisce un vantaggio pari a:

$$\left| \frac{\eta(T) - \eta_{NTC}}{\eta_{NTC}} \right| = 1 - \left(\frac{10}{10 + \Delta\xi[\%]} \right)^{0.2} \quad (2.13)$$

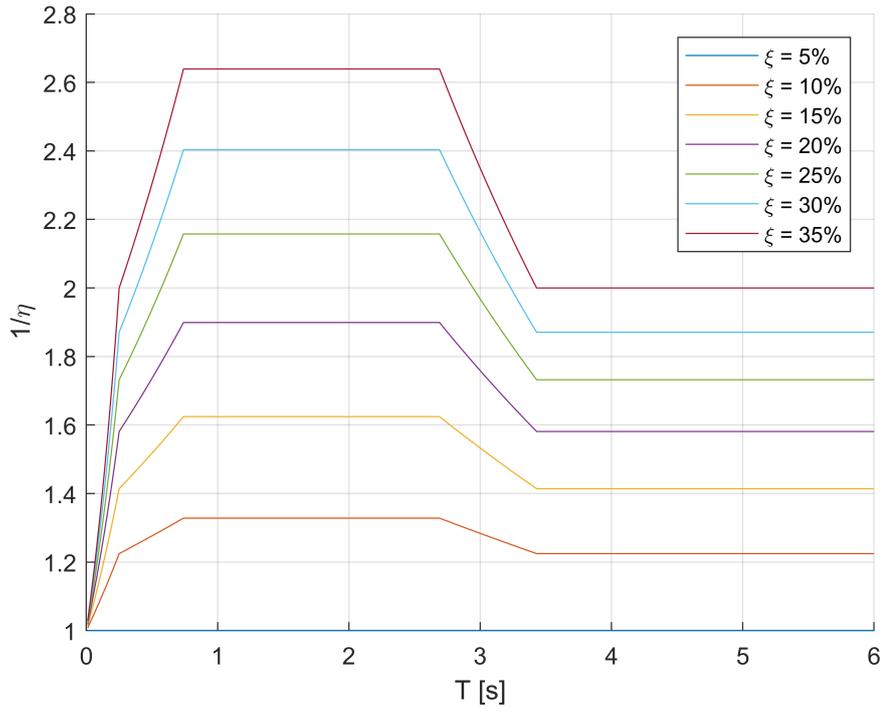


Figura 2.14: $\frac{1}{\eta}$ al variare del periodo per spettro n. 4

2.5 Conclusioni

Le analisi del sistema ad un grado di libertà permettono un primo approccio fondamentale per la comprensione del problema.

Considerando il problema accoppiato di dissipazione strutturale elasto-plastica e dissipazione viscosa si è osservato che il comportamento non lineare è poco influenzato dal valore dello smorzamento globale. Questa informazione risulta fondamentale per il *conceptual design* delle strutture. Considerando la massima forza sismica agente sulla struttura considerata elastica F_{ed}^{EL} si hanno due contributi indipendenti capaci di resistere a tale forza. Il primo contributo è lo smorzamento viscoso aggiunto, tenuto in considerazione dal parametro $\eta(\xi)$, mentre il secondo contributo è tenuto in considerazione dal fattore di comportamento $q(\mu)$.

La forza resistente che dovrà garantire la struttura sarà dunque:

$$F_{rd} \leq \frac{\eta}{q} \cdot F_{ed}^{EL} \quad (2.14)$$

È possibile definire un fattore di comportamento effettivo pari a:

$$q_{eff} = q \cdot \frac{1}{\eta} \quad (2.15)$$

Considerando la sola dissipazione dovuta all'aumento dello smorzamento globale, si è definita, partendo da quella proposta in normativa, una formulazione semplice per tenere in considerazione gli effetti dissipativi ottenuti dall'aggiunta di dissipatori viscosi. La formulazione proposta consiste in:

$$\eta = \left(\frac{10}{5 + \xi[\%]} \right)^{\alpha(T)} \quad (2.16)$$

Dove α è definito nell'equazione 2.11.

Il principale pregio di questa formulazione è la capacità di considerare la variabilità degli effetti dissipativi con il periodo, fornendo quindi una migliore approssimazione del comportamento reale.

2.6 Analisi concettuale di una struttura

Questa sezione ha come obiettivo l'applicazione delle informazioni apprese fino a questo momento per lo studio concettuale di una struttura. Le azioni agenti sul portale si possono dividere in 2 macro-categorie:

- Azioni statiche;
- Azioni dinamiche.

Nelle azioni statiche rientrano quelli che sono i pesi permanenti strutturali, permanenti portati ed i carichi variabili statici quali per esempio neve e folla. Nelle azioni dinamiche vi sono principalmente il sisma ed il vento. Al fine di questa analisi il carico da vento non sarà oggetto di considerazione. Nel dimensionamento dovuto alle azioni statiche bisognerà garantire sia lo Stato Limite di Esercizio (SLE) sia lo Stato Limite Ultimo (SLU).

Risulta chiaro come il dimensionamento di base deve essere effettuato partendo dalle azioni statiche in quanto queste permettono la fruibilità della struttura stessa. Nel dimensionamento iniziale, bisogna tuttavia considerare anche i vincoli imposti dalla normativa riguardanti il sisma; nella valutazione primaria si impongono quindi tutte le prescrizioni minime sulla duttilità, garantendo quindi una la struttura avente classe di duttilità "B". Partendo dalla struttura correttamente dimensionata secondo quanto detto, si valuta il comportamento sismico considerando il fattore di struttura permesso per la tipologia

strutturale a cui la struttura appartiene. Si osserva che le azioni sismiche non possono essere disaccoppiate da quelle statiche, per questo motivo è possibile dunque definire le forze agenti all'interno di ogni elemento della struttura come:

$$E_{ed} = E_{statico} + E_{sismico} \quad (2.17)$$

Qualora sia già in grado di resistere al sisma, la struttura dimensionata è quella che permette il miglior compromesso tecnico-economico; in caso contrario si hanno principalmente tre strade disponibili:

- Passaggio a CD"A";
- CD"B" con sezioni aumentate;
- CD"B" con dissipatori.

Le prime due possibilità sono quelle più classiche, mentre la terza risulta di concezione piuttosto recente. La prima consiste nell'introdurre una serie di accorgimenti tecnici e vincoli tali da poter garantire un passaggio alla classe di duttilità superiore. In questa situazione, si ha:

$$E_{statico} + \frac{1}{q_A} \cdot E_{sismico} \leq E_{rd} \quad (2.18)$$

La seconda possibilità consiste nell'aumentare la dimensione delle sezioni affinché si possa garantire:

$$E_{statico} + \frac{1}{q_B} \cdot E_{sismico} \leq E_{rd} \quad (2.19)$$

Si osserva come l'applicazione del fattore di comportamento ha effetto solo sul termine sismico.

La terza possibilità, infine, consiste nell'introduzione dissipatori. Per motivi di novità tecnologica e di mancanza di solide basi normative a riguardo questa opzione risulta essere scarsamente applicata nel *conceptual design* delle strutture. Questa situazione porta ad avere:

$$E_{statico} + \frac{\eta}{q_B} \cdot E_{sismico} \leq E_{rd} \quad (2.20)$$

Nei capitoli successivi verrà trattata la distribuzione dei dissipatori viscosi all'interno della struttura stessa; in questa sezione ci si limita a considerare solo il loro effetto in termini di smorzamento globale. In figura 2.15 uno schema del *conceptual design* definito precedentemente.



Figura 2.15: progettazione concettuale di una struttura

Definite quelle che sono le tre situazioni che permettono un dimensionamento sicuro della struttura, bisogna stabilire dei criteri oggettivi per capire quando è preferibile la situazione 2.18 rispetto a 2.19 oppure a 2.20. Il criterio selettivo principale è senza dubbio di tipo economico. Sarà necessario effettuare un'analisi costi-benefici della vita utile delle tre differenti situazioni. Nel definire quale sarà la situazione ottimale, i parametri fondamentali da tenere in considerazione sono:

- Le strutture in CD"A" sono soggette a forze sismiche più basse a sfavore di una richiesta di duttilità più alta;
- Le strutture in CD"B" sono soggette a forze sismiche più alte a favore di una richiesta di duttilità più bassa;
- Miglior comportamento delle strutture CD"B" per sismi allo SLE in quanto per la maggior parte dei casi lavorano in campo elastico o comunque non utilizzano una eccessiva componente dissipativa plastica;
- Innalzamento della soglia elastica nella struttura con dissipatori;
- Maggiori dettagli costruttivi nelle CD"A";
- Alto costo dei dissipatori.

Si evidenzia, infine, la possibilità di utilizzare un approccio misto tra il mero aumento delle sezioni rimanendo in CD"B" e l'utilizzo di dissipatori viscosi.

Capitolo 3

Gli effetti dell'introduzione di smorzatori viscosi in un sistema ad n-gdl

L'introduzione di dissipatori viscosi all'interno di una struttura modifica sostanzialmente il suo comportamento in caso di sisma. L'effetto principale ricercato dal progettista che vuole introdurre dissipatori viscosi è un aumento dello smorzamento modale della struttura. Tuttavia, vi è un effetto secondario non trascurabile corrispondente ad un aumento delle frequenze proprie dovuto all'aumento dell'impedenza dinamica della struttura. Questi due effetti sono dipendenti dalla posizione e dal quantitativo di dissipazione fornita dai dissipatori. Il presente capitolo ha il fine di analizzare questi due fenomeni con l'obiettivo di definire dei criteri di ottimizzazione sulla posizione e sul quantitativo di dissipazione introducibile.

3.1 Stato dell'arte

Il progettista che vuole introdurre dissipatori all'interno di edifici costituiti da un certo numero di gradi di libertà deve necessariamente confrontarsi con approcci semplificati, capaci di cogliere in maniera soddisfacente il comportamento della struttura. Nelle *FEMA 356: Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings* [7] vi è una formulazione semplice capace di valutare lo smorzamento globale in funzione delle caratteristiche strutturali, della posizione e del quantitativo di smorzamento introdotto.

$$\xi_d = \frac{T \sum_j C_j \cos^2(\theta_j) \phi_{r,j}^2}{4\pi \sum_i m_i \phi_i^2} \quad (3.1)$$

Dove:

T è il periodo del modo considerato;

C_j è la costante di smorzamento del dissipatore j-esimo;

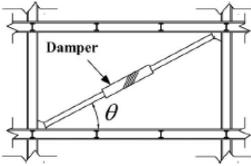
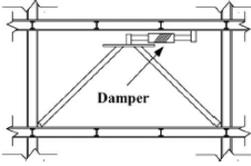
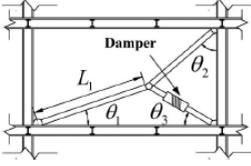
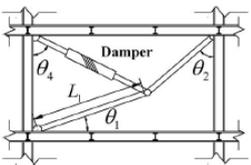
Installation configuration		Magnification factor f
Diagonal-brace damper		$\cos \theta$
K-brace damper		1
Lower toggle-brace damper		$\frac{\sin \theta_2 \sin (\theta_1 + \theta_3)}{\cos (\theta_1 + \theta_2)}$
Upper toggle-brace damper		$\frac{\sin \theta_2 \cos (\theta_4 - \theta_1)}{\cos (\theta_1 + \theta_2)} + \sin \theta_4$

Figura 3.1: valore di θ_j per differenti tipologie di controventi.
Immagine proposta da Hwang, Lin e Wu [8]

θ_j è l'inclinazione della forza del dissipatore j-esimo rispetto all'orizzontale;

$\phi_{r,j}$ è lo spostamento modale relativo tra i nodi del dissipatore j-esimo;

m_i è la massa del piano i-esimo;

ϕ_i è lo spostamento modale del piano i-esimo.

Non è indicato il limite di validità di tale formulazione, la cui individuazione sarà tra gli obiettivi di questo capitolo.

In letteratura sono stati proposti differenti distribuzioni dei dissipatori lungo l'altezza dell'edificio. Ricordiamo le più interessanti:

- UD (Uniform Distribution): lo smorzamento viene introdotto in maniera uniforme all'interno dell'edificio. Questa formulazione è la più semplice ed è caratterizzata da il minore impatto sulla variazione della forma modale in risonanza, tuttavia porta all'utilizzo di un quantitativo di dissipatori viscosi superiore rispetto ad altre soluzioni. Tale distribuzione risulta non logica nel momento in cui si considerano edifici irregolari in altezza (Chintanapakdee e Chopra [2] e De Stefano e Pintucchi [5]).

- SSPD (Storey Shear Proportional Distribution): lo smorzamento viene introdotto in proporzione al taglio di piano. Questa formulazione è stata proposta da Pekcan, Mander e Chen [13].
- SSSE (Storey Shear Strain Energy): lo smorzamento viene introdotto in proporzione all'energia di deformazione accumulata da ogni piano. Tale distribuzione è stata proposta da Hwang, Lin e Wu [8].

3.2 Telaio a 7 piani

Al fine di una maggiore comprensione degli effetti dei dissipatori su sistemi aventi più gradi di libertà, si è scelto di analizzare un semplice telaio avente 7 piani. Il sistema, oggetto dell'analisi, è costituito da 2 colonne incastrate al piede avente altezza interpiano $h = 3m$ e 7 travi, una per ogni piano, aventi luce $l = 6m$. Le masse di piano sono state considerate come concentrate (figura 3.3(c)) ed aventi tutte il medesimo valore. Ad ognuna delle masse è stato associato un grado di libertà. Si è scelto di lavorare con gradi di libertà assoluti e per questo motivo la matrice di massa del sistema risulta diagonale.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Per la realizzazione della matrice di rigidezza, si sono utilizzati gli elementi finiti di Eulero-Bernoulli aventi sola rigidezza flessionale.



Figura 3.2: gradi di libertà locali di ogni elemento

Il sistema è costituito da 14 elementi colonna e 7 elementi trave. I gradi di libertà locali di ogni elemento sono rappresentati in figura 3.2, a cui viene associata la rigidezza:

$$\mathbf{k}_{loc,i} = EI_i \begin{bmatrix} 12/l_i^3 & -6/l_i^2 & -12/l_i^3 & -6/l_i^2 \\ -6/l_i^2 & 4/l_i & 6/l_i^2 & 2/l_i \\ -12/l_i^3 & 6/l_i^2 & 12/l_i^3 & 6/l_i^2 \\ -6/l_i^2 & 2/l_i & 6/l_i^2 & 4/l_i \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Ad ogni grado di libertà locale di ciascun elemento è stato associato un grado di libertà globale. I gdl globali sono definiti in figura 3.3(a). Definendo come \mathbf{x} i gradi di libertà traslazionali e \mathbf{y} i gradi di libertà di rotazionali dei nodi, si ha:

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_7]^T \quad (3.4)$$

$$\mathbf{y} = [x_8, \dots, x_{21}]^T \quad (3.5)$$

È possibile scomporre la matrice di rigidezza globale in:

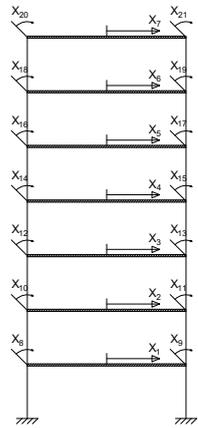
$$\mathbf{k}_{glob} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{UU} & \mathbf{k}_{KU} \\ \mathbf{k}_{UK} & \mathbf{k}_{KK} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

L'equazione del moto coinvolge solo i gradi di libertà del vettore \mathbf{x} ; è possibile, dunque, scrivere il sistema:

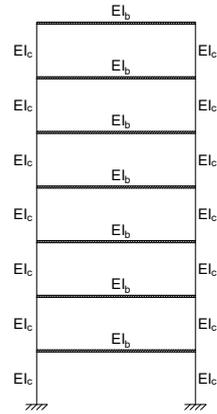
$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{UU} & \mathbf{k}_{KU} \\ \mathbf{k}_{UK} & \mathbf{k}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

La matrice di rigidezza sarà quindi:

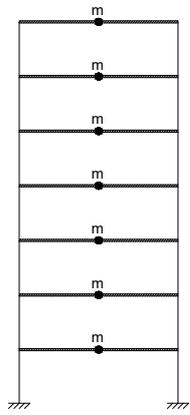
$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{UU} - \mathbf{k}_{KU} \mathbf{k}_{KK}^{-1} \mathbf{k}_{UK} \quad (3.8)$$



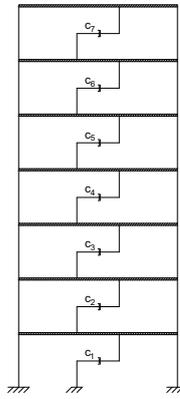
(a) gdl della struttura



(b) rigidezza elementi



(c) masse



(d) smorzatori introdotti

Figura 3.3: caratteristiche del telaio

3.2.1 Analisi senza smorzatori

Al fine di caratterizzare il telaio, le analisi iniziali sono state svolte senza considerare i dissipatori. I parametri che gestiscono il problema sono quindi:

- m massa di piano
- EI_c rigidezza delle colonne
- EI_b rigidezza delle travi

Le analisi sono state eseguite considerando la massa di piano come assegnata, in particolare si è definito $m = 27t$. È possibile caratterizzare il telaio considerando solo 2 parametri:

- $\psi = \frac{EI_b}{EI_c}$ rapporto tra la rigidezza delle travi e quella delle colonne
- $f = f(\bar{m}, EI_c, \psi)$ frequenza propria del sistema

Per la caratterizzazione del telaio si è deciso di definire arbitrariamente $f = 1.25Hz$ per $\psi = 0.75$ ottenendo quindi la rigidezza dei pilastri. È possibile osservare nelle figure 3.4 e 3.5 come il telaio per $\psi = 0$ si comporti come due travi di Bernoulli in parallelo, mentre per $\psi \rightarrow \infty$ il comportamento coincide con quello di un telaio tipo "shear".

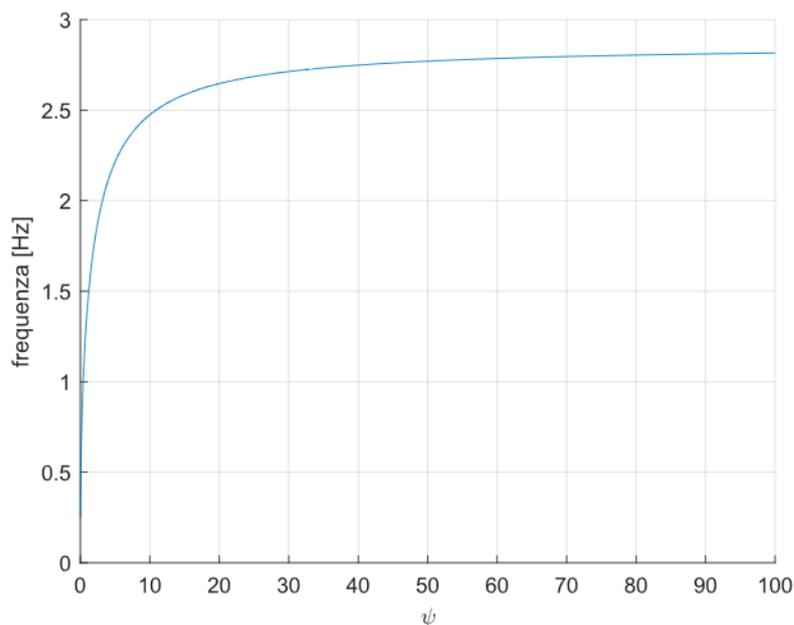


Figura 3.4: frequenza propria del sistema al variare di ψ

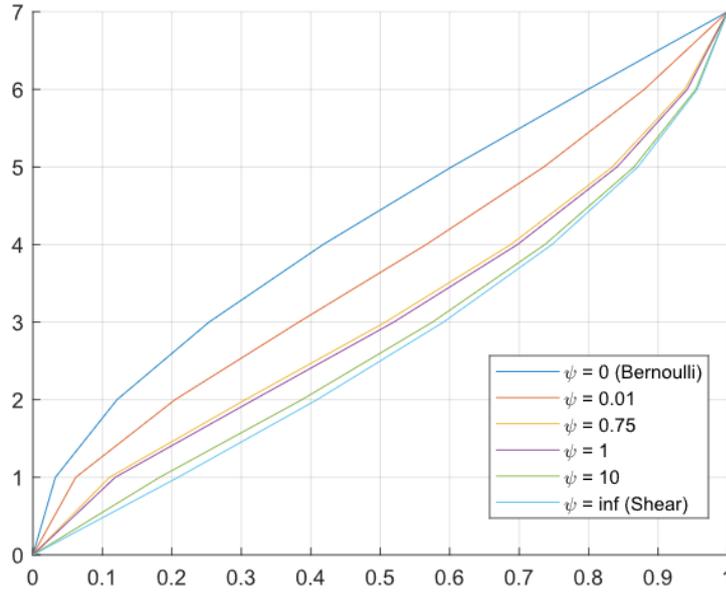


Figura 3.5: primo autovettore modale al variare di ψ

3.2.2 Analisi con smorzatori

La matrice di smorzamento è stata definita componendo 2 contributi. Il primo contributo è quello dovuto allo smorzamento modale, in particolare si è scelto uno smorzamento ξ pari al 5%. La matrice di smorzamento espressa in coordinate modali è espressa come:

$$\mathbf{C}_{mod} = 2\xi\mathbf{\Omega} \quad (3.9)$$

Dove $\mathbf{\Omega}$ è la matrice diagonale costituita dalle frequenze proprie del sistema. La matrice di smorzamento espressa in coordinate modali è legata alla matrice di smorzamento espressa in coordinate globali dalla relazione:

$$\mathbf{C}_{mod} = \mathbf{\phi}^T \mathbf{c}_{mod} \mathbf{\phi} \quad (3.10)$$

Dove $\mathbf{\phi}$ è la matrice avente come colonna i -esima l'autovettore associato alla i -esima frequenza propria. Invertendo la relazione 3.10, si ottiene

$$\mathbf{c}_{mod} = \mathbf{\phi}^{T-1} \mathbf{C}_{mod} \mathbf{\phi}^{-1} \quad (3.11)$$

Il secondo contributo è quello fornito dai dissipatori viscosi aggiunti alla struttura.

Facendo riferimento ad una distribuzione dei dissipatori come definita in figura 3.3(d), la matrice di smorzamento viscosa risulta:

$$\mathbf{c}_{visc} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Si può dunque scrivere la matrice di smorzamento complessiva come:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{visc} + \mathbf{c}_{mod} \quad (3.13)$$

Verranno eseguite tre differenti tipologie di analisi.

La prima analisi consiste nell'individuazione della frequenza modale del sistema ed il relativo smorzamento. Partendo dall'equazione delle vibrazioni libere:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3.14)$$

Si cerca una soluzione nella forma $\mathbf{x} = \boldsymbol{\phi}e^{\omega t}$, quindi la si introduce nell'equazione 3.14 e si ottiene il problema quadratico agli autovalori:

$$(\mathbf{m}\omega^2 + \mathbf{c}\omega + \mathbf{k})\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (3.15)$$

In un sistema ad n gdl, la soluzione di questo problema è costituita da $2n$ autovalori complessi e coniugati:

$$\omega_i = Re(\omega_i) \pm iIm(\omega_i) \quad (3.16)$$

Introducendo la notazione che si utilizza nel caso ad un grado di libertà, l'autovalore risultante si riscrive nella forma:

$$\omega_i = -\omega_{N,i}\xi_i \pm i\omega_{N,i}\sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (3.17)$$

Confrontando le equazioni 3.16 e 3.17 si ha:

$$\omega_{N,i} = \sqrt{Re^2(\omega_i) + Im^2(\omega_i)} \quad (3.18)$$

$$\xi_i = \frac{-Re(\omega_i)}{\omega_{N,i}} \quad (3.19)$$

La seconda analisi consiste nell'individuare il modo di vibrare in risonanza tramite un'analisi in frequenza. Partendo dall'equazione del moto, si introduce una forzante complessa nella forma $\mathbf{F}_{sism} = -\mathbf{m}\mathbf{L}e^{i\omega t}$ e si cerca una soluzione nella forma $\mathbf{x} = \mathbf{X}e^{i\omega t}$, dunque sostituendola nell'equazione del moto si ottiene:

$$(-\mathbf{m}\omega^2 + i\mathbf{c}\omega + \mathbf{k})\mathbf{X}e^{i\omega t} = -\mathbf{m}\mathbf{L}e^{i\omega t} \quad (3.20)$$

La soluzione al problema sarà dunque:

$$\mathbf{X} = -\mathbf{H}(\omega)\mathbf{m}\mathbf{L} \quad (3.21)$$

Dove $\mathbf{H}(\omega) = (-\mathbf{m}\omega^2 + i\mathbf{c}\omega + \mathbf{k})^{-1}$ è la *frequency response function* del telaio.

La terza analisi effettuata permette di definire il comportamento statistico di alcuni parametri in output dando come input sismico la *Filtered Kanai-Tajimi Power Spectral Density*. La PSD di Kanai-Tajimi [14] è uno dei modelli più popolari per rappresentare il movimento sismico: essa modella la risposta di un oscillatore soggetto a vibrare avendo come input sismico un rumore bianco (sisma su un letto di rocce). I parametri del modello sono la frequenza propria ω_g e lo smorzamento ξ_g . A questa è stata introdotta la funzione di filtro da Clough e Penzien [4]; il filtro permette di rimuovere le frequenze più basse che potrebbero portare ad avere spostamenti e velocità non nulle alla fine del sisma. I parametri del filtro sono la frequenza propria ω_{LC} e lo smorzamento ξ_{LC} . La formulazione della Kanai-Tajimi PSD filtrata risulta:

$$G(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2} \frac{(\omega/\omega_{LC})^4}{[1 - (\omega/\omega_{LC})^2]^2 + 4\xi_{LC}^2(\omega/\omega_{LC})^2} G_0 \quad (3.22)$$

Si è deciso di considerare il sisma avvenuto a Kobe (1995), la cui PSD è rappresentata in figura 3.6, dove si sono assunti i seguenti parametri.

- $G_0 = 0.003Hz^{-1}$
- $\omega_g = 12rad/s$
- $\xi_g = 0.3$
- $\omega_{LC} = \omega_g/15$
- $\xi_{LC} = 0.8$

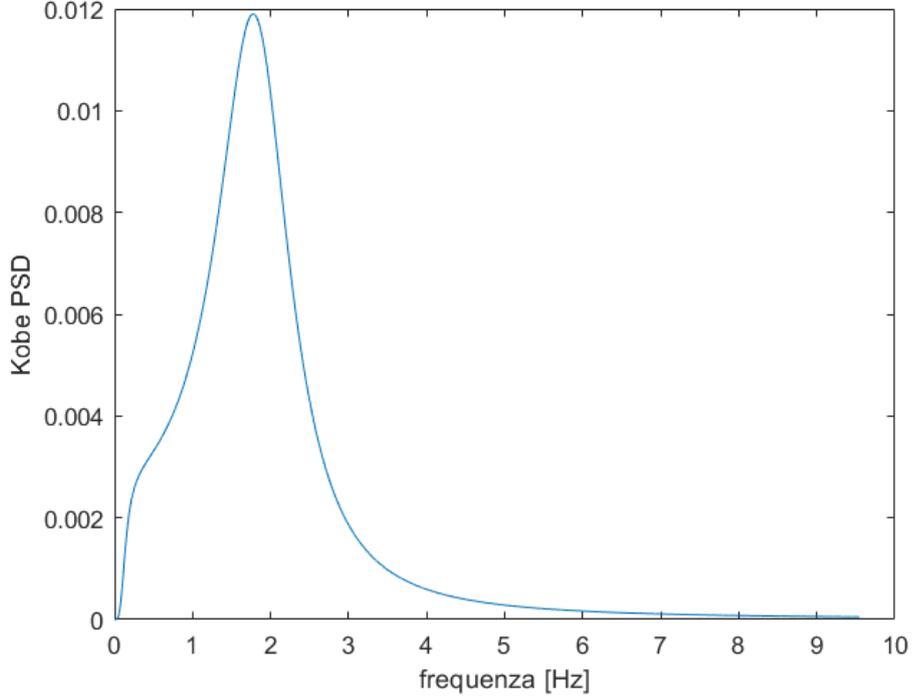


Figura 3.6: PSD di Kanai-Tajimi filtrata per il sisma di Kobe

Partendo dalla risposta nel dominio della frequenza:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(f) = \mathbf{H}(f)\tilde{\mathbf{p}}^{(j)}(f) \quad (3.23)$$

Considerando periodi T abbastanza grandi, tale relazione è valida anche per trasformate finite di Fourier:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(f, T) = \mathbf{H}(f)\tilde{\mathbf{p}}^{(j)}(f, T) \quad (3.24)$$

Moltiplicando ambi i membri per il complesso coniugato:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(f, T)\tilde{\mathbf{x}}^{*(j)T}(f, T) = \mathbf{H}(f)\tilde{\mathbf{p}}^{(j)}(f, T)\tilde{\mathbf{p}}^{*(j)T}(f, T)\mathbf{H}^{*T}(f) \quad (3.25)$$

Dividendo per $2T$ e passando al limite dell'operatore media si ottiene:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E[\tilde{\mathbf{x}}^{(j)}(f, T)\tilde{\mathbf{x}}^{*(j)T}(f, T)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \mathbf{H} E[\tilde{\mathbf{p}}^{(j)}(f, T)\tilde{\mathbf{p}}^{*(j)T}(f, T)] \mathbf{H}^{*T} \quad (3.26)$$

Da cui la relazione:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{X}}(f) = \mathbf{H}(f)\mathbf{S}_{\mathbf{P}}(f)\mathbf{H}^{*T}(f) \quad (3.27)$$

Ricordando che la forzante sismica è monocorrelata e pari a $\mathbf{p}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{L}\ddot{u}_g$ e considerando il generico parametro di risposta $Z(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t)$, la PSD del output sarà quindi:

$$S_Z(f) = \mathbf{H}(f)\mathbf{M}\mathbf{L}S_{\ddot{u}_g}(f)\mathbf{L}^T\mathbf{M}^T\mathbf{H}^{*T}(f) \quad (3.28)$$

Si definisce la funzione di autocorrelazione come:

$$R_X(\tau) = E[X(t_j)X(t_k)] \quad (3.29)$$

Dove $\tau = t_k - t_j$.

Dal teorema di Wiener-Khinchine si ha che la densità spettrale di potenza è la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione:

$$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f)e^{-i2\pi f\tau} df \quad (3.30)$$

Confrontando 3.29 e 3.30 per $\tau = 0$, si ha:

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f)df \quad (3.31)$$

Sono stati scelti come parametri in output la deviazione standard del taglio alla base e del taglio di piano.

Infine, la prima e la terza analisi vengono unite in modo da ottenere la deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale ottenuto introducendo i dissipatori. Confrontando i risultati di questa analisi con quelli ottenuti utilizzando solo lo smorzamento modale, è possibile valutare quanto un'analisi semplificata, utilizzando lo smorzamento globale, è in grado di approssimare il comportamento reale.

Distribuzione parziale dei dissipatori

Si è analizzato il comportamento del telaio introducendo i dissipatori solo su porzioni di esso. In particolare, definendo:

$$\mathbf{c}_* = [c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7] \quad (3.32)$$

Sono state studiate le seguenti distribuzioni di dissipatori nel telaio:

$$\text{caso (1) } \mathbf{c}_* = [c, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\text{caso (2) } \mathbf{c}_* = [c, c, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\text{caso (3) } \mathbf{c}_* = [c, c, c, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\text{caso (4) } \mathbf{c}_* = [c, c, c, c, 0, 0, 0]^T$$

$$\text{caso (5) } \mathbf{c}_* = [c, c, c, c, c, 0, 0]^T$$

$$\text{caso (6) } \mathbf{c}_* = [c, c, c, c, c, c, 0]^T$$

$$\text{caso (7) } \mathbf{c}_* = [c, c, c, c, c, c, c]^T$$

Questa analisi permette di valutare gli effetti delle discontinuità nello smorzamento del telaio.

Telaio tipo "shear"

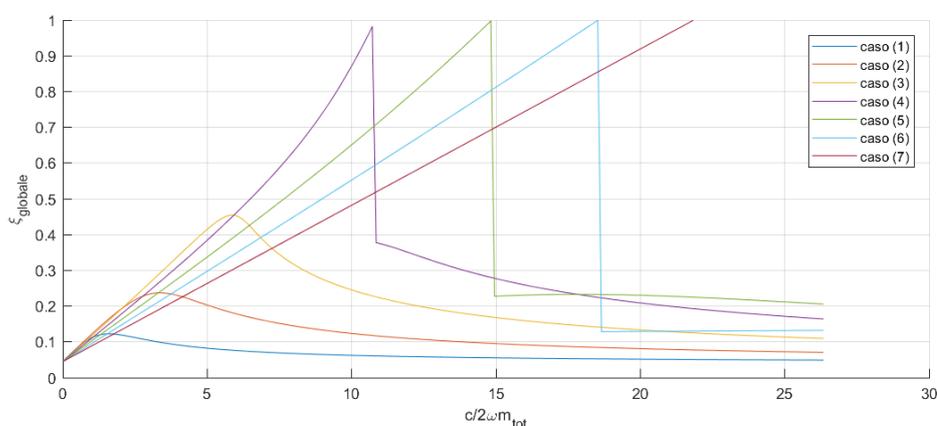
Il primo caso oggetto di analisi è il telaio tipo "shear". Essendo la rigidità delle travi infinitamente superiore rispetto a quella delle colonne, la rotazione dei nodi risulta impedita. Per questa sua semplicità, questa particolare tipologia di telaio è ampiamente utilizzata nelle analisi sismiche.

Dalla prima analisi, in figura 3.7, si nota come l'introduzione di smorzatori nei casi (1),(2),(3) genera una variazione continua dello smorzamento globale e della frequenza; nei casi (4),(5) e (6), invece, si osserva che, raggiunto il massimo livello di smorzamento possibile, si ha un vero e proprio cambiamento del modo di vibrare della struttura in risonanza con relativo cambio di frequenza. Tale comportamento è confermato dalla seconda analisi, in figura 3.8 e 3.9, dove si osserva chiaramente un cambio di comportamento nel primo modo di vibrare in risonanza in funzione dello smorzamento introdotto. Il caso (7) presenta una debole variazione del comportamento in risonanza, ciò è dovuto al fatto che la matrice di smorzamento e la matrice di rigidità presentano una forma simile.

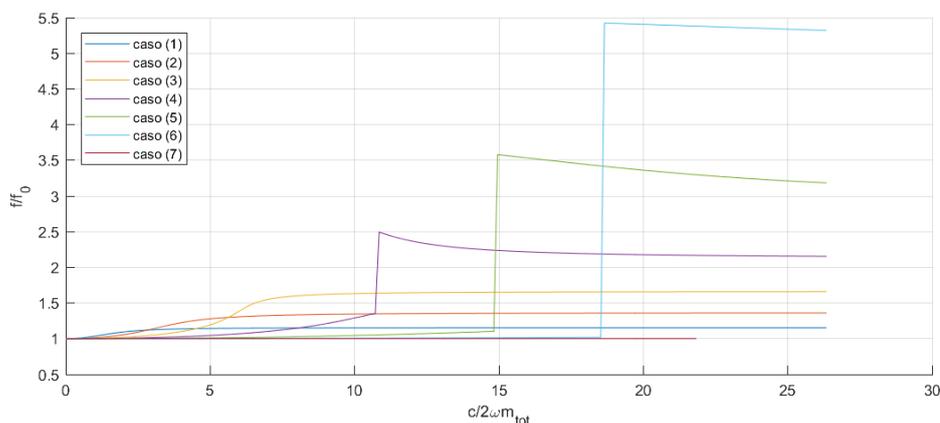
La terza analisi, in figura 3.10 e 3.11, permette una valutazione del telaio soggetto a tutte le frequenze interessate dal sisma. Si definisce un comportamento abbastanza chiaro del taglio sulle colonne che, fino al piano ove sono presenti i dissipatori, risulta monotono decrescente; mentre, per i piani superiori, il taglio aumenta (casi (1), (2) e (3)) oppure risulta pressoché costante (casi (4), (5) e (6)). È di particolare interesse osservare come il taglio al piano ove non sono più introdotti i dissipatori può arrivare a superare il taglio ai piani inferiori. Ciò comporta che nel conceptual design della struttura per i piani

ove sono introdotti i dissipatori la forza agente sulle colonne risulterà ridotta rispetto a quelle dei piani ove non vi sono i dissipatori.

Si osserva in figura 3.14 come il taglio alla base risulta essere inferiore, a parità di dissipazione totale aggiunta, nel caso (1) ed aumenta con l'aggiunta di dissipatori nei piani superiori. Nell'figure 3.12 e 3.13 è presentata la deviazione standard in funzione dello smorzamento globale ottenuto che viene rappresentato solo per il tratto in cui la relazione tra ξ e lo smorzamento introdotto è monotono crescente, in modo da avere un legame biettivo tra di loro. Si nota come il comportamento per il taglio di base e quello ai piani 1, 2 risulta ben approssimato in tutti i casi. Al contrario, nei piani superiori il taglio risulta discretamente approssimato solo nei casi ove i dissipatori sono presenti fino al piano superiore del piano considerato.

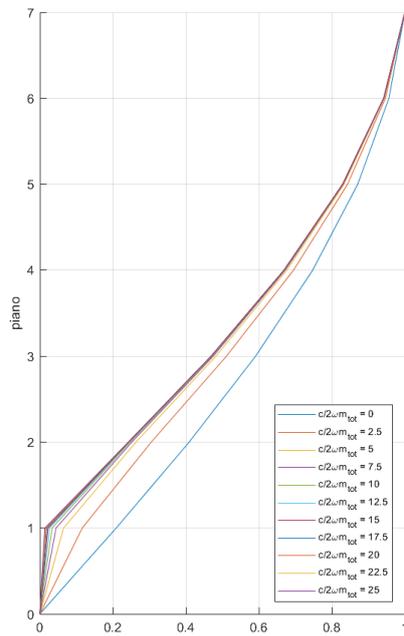


(a) smorzamento globale ottenibile in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

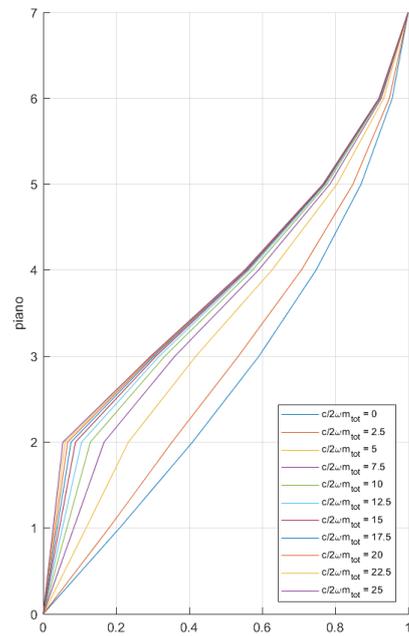


(b) frequenza propria della struttura in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

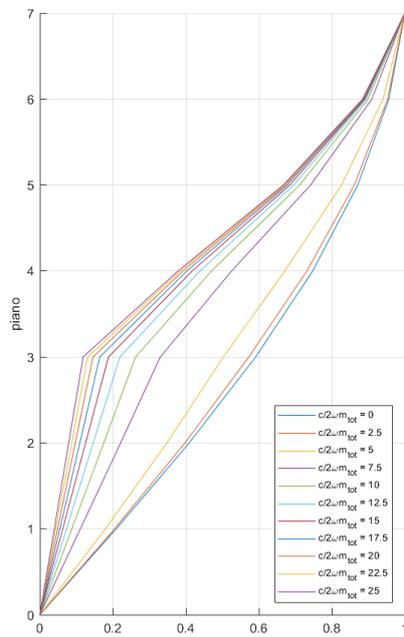
Figura 3.7: smorzamento globale e frequenza propria per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



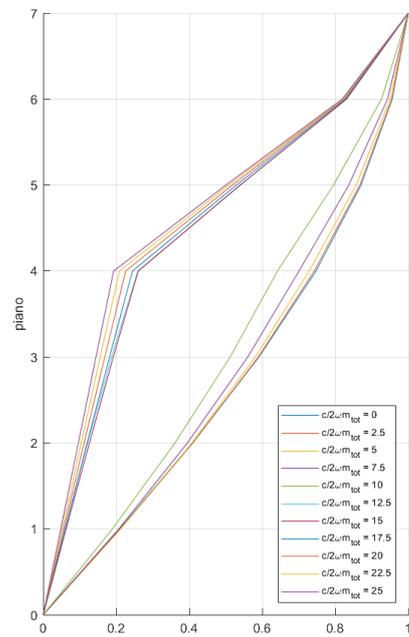
(a) caso (1)



(b) caso (2)

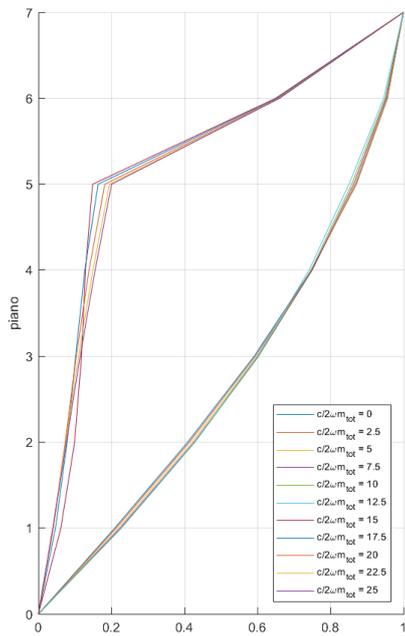


(c) caso (3)

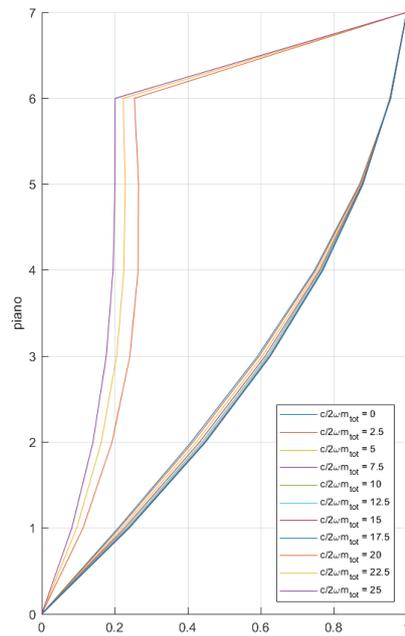


(d) caso (4)

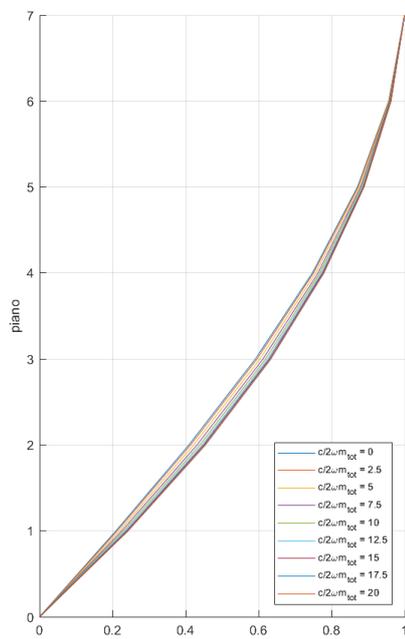
62
Figura 3.8: vibrazione in risonanza per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



(a) caso (5)

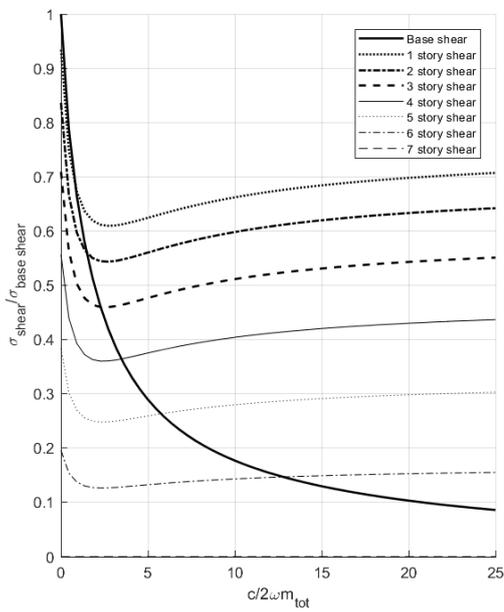


(b) caso (6)

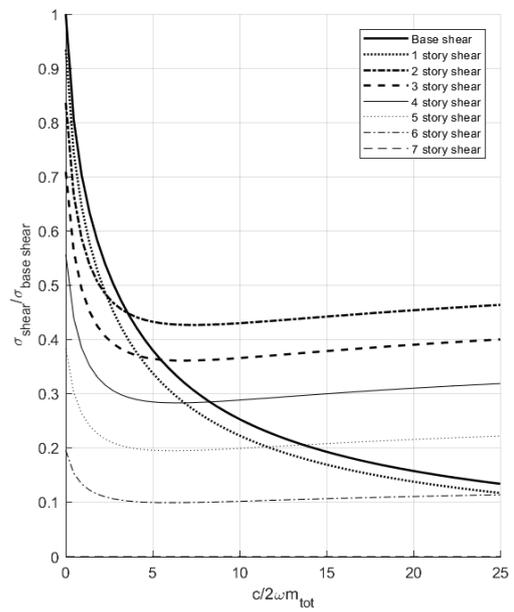


(c) caso (7)

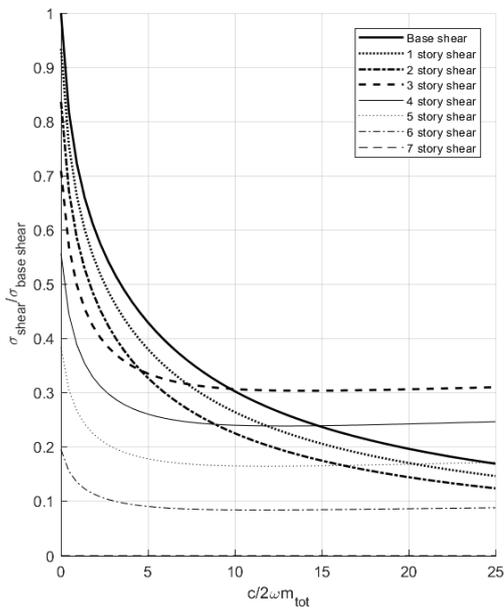
63
Figura 3.9: vibrazione in risonanza per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



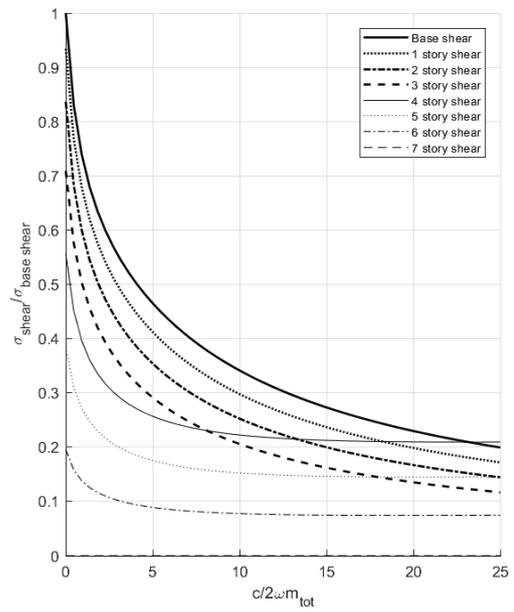
(a) caso (1)



(b) caso (2)

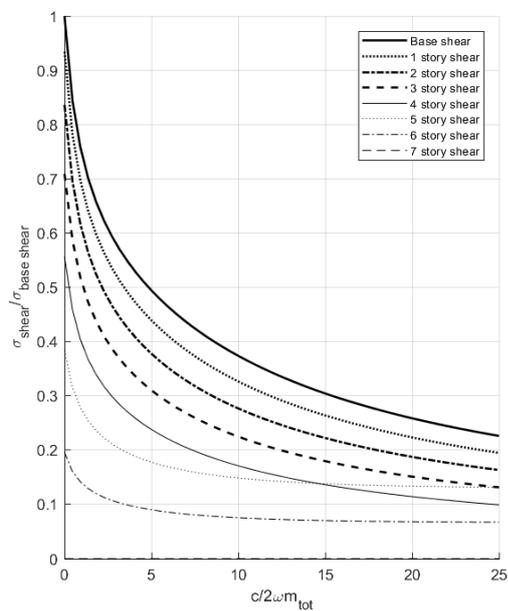


(c) caso (3)

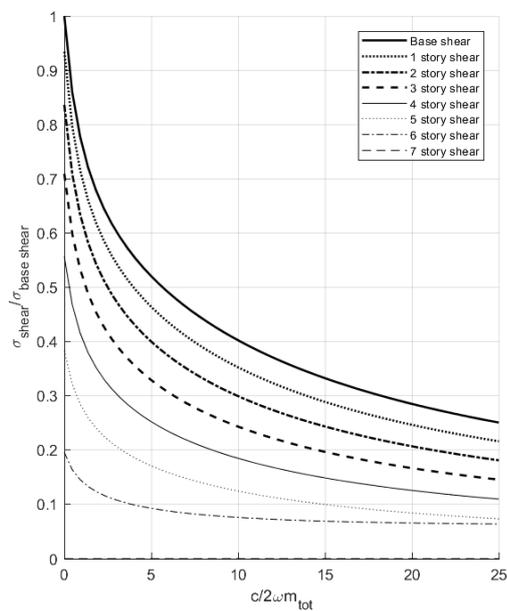


(d) caso (4)

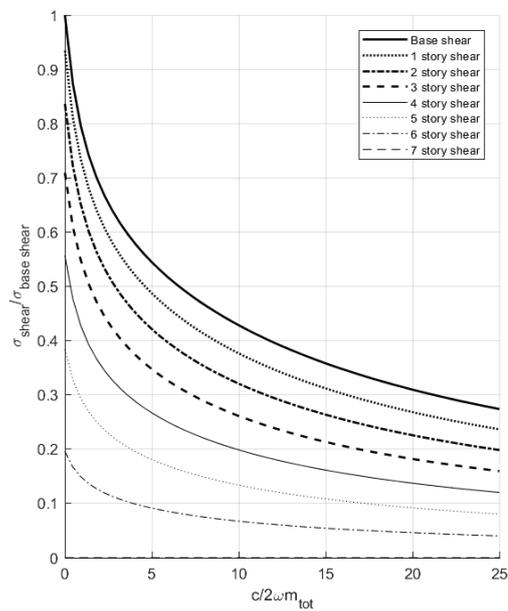
Figura 3.10: deviazione standard del taglio di piano per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



(a) caso (5)

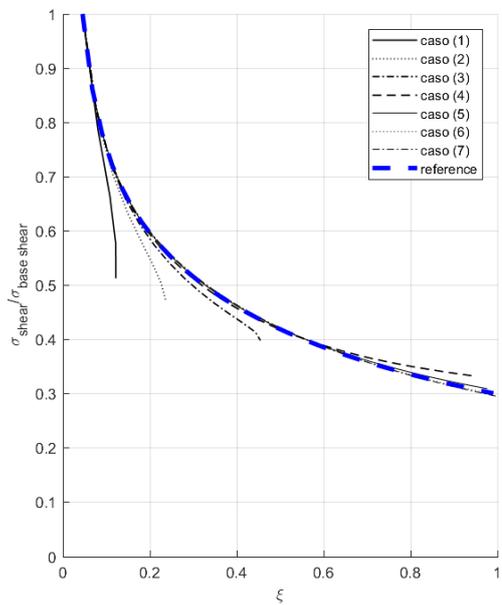


(b) caso (6)

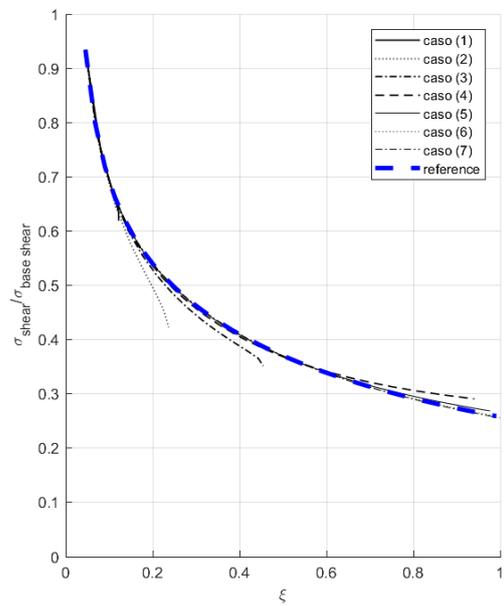


(c) caso (7)

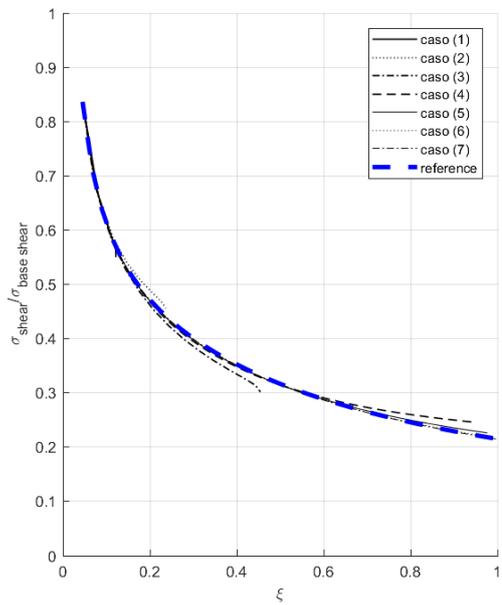
Figura 3.11: deviazione standard del taglio di piano per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



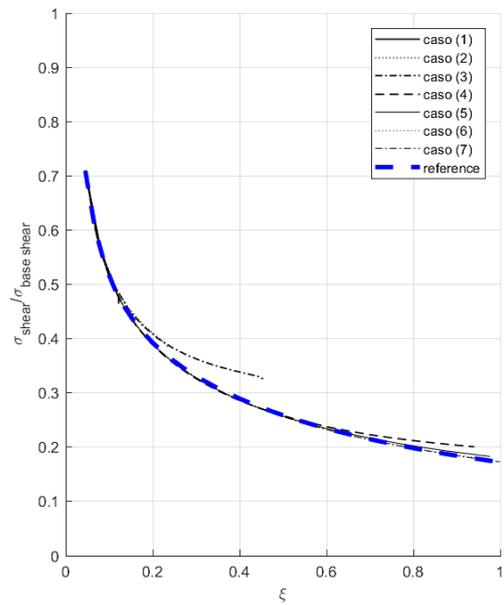
(a) σ taglio di base



(b) σ taglio al I piano

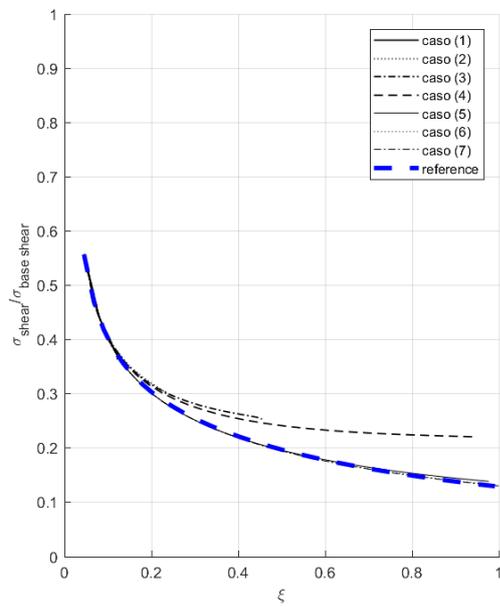


(c) σ taglio al II piano

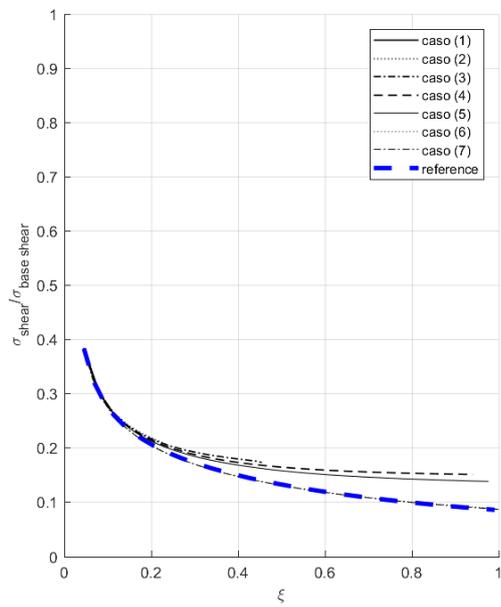


(d) σ taglio al III piano

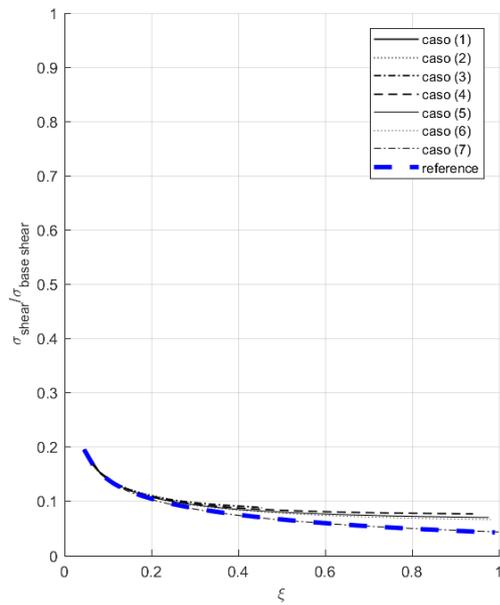
Figura 3.12: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



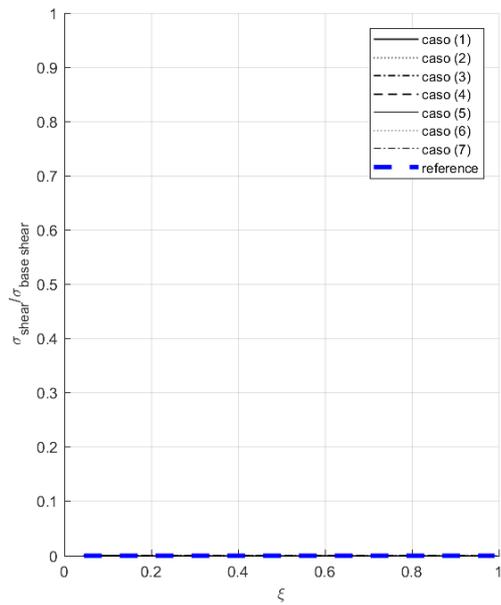
(a) σ taglio al IV piano



(b) σ taglio al V piano



(c) σ taglio al VI piano



(d) σ taglio al VII piano

Figura 3.13: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori

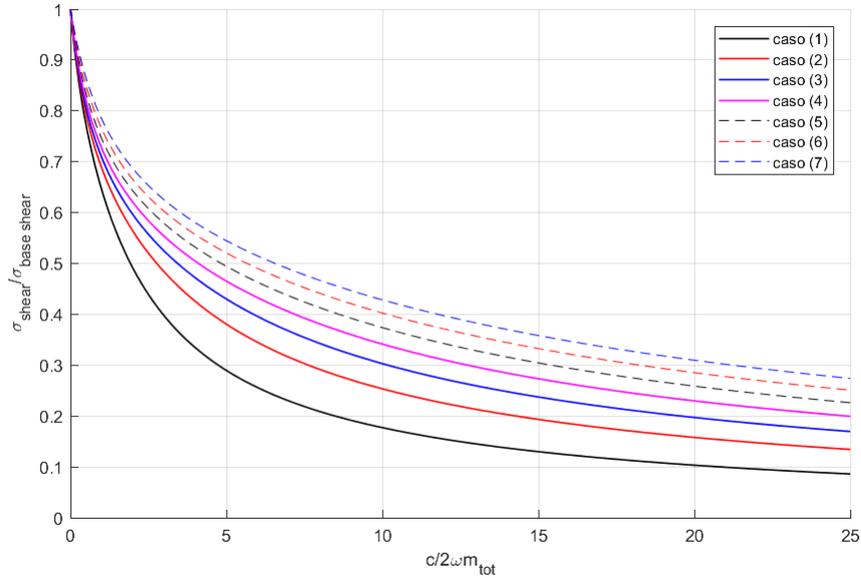


Figura 3.14: deviazione standard del taglio di base

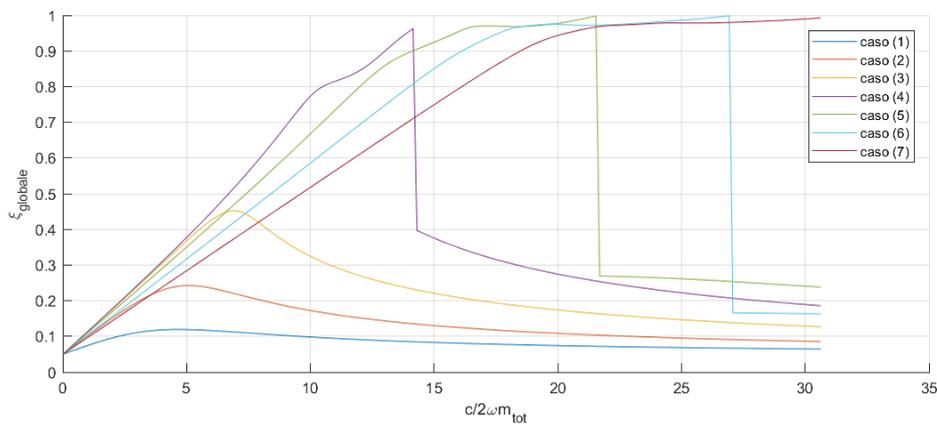
Telaio con travi deformabili

Il secondo caso oggetto di analisi è il telaio avente rapporto tra rigidezza delle travi e quella delle colonne pari a $\psi = 0.75$. Essendo le rigidezze comparabili, ad uno spostamento orizzontale di piano corrisponde anche una rotazione dei nodi. Così come già osservato nel telaio tipo *shear*, dalla prima analisi 3.15, si nota come l'introduzione di smorzatori nei casi (1),(2),(3) genera una variazione continua dello smorzamento globale e della frequenza; nei casi (4), (5) e (6) invece inizialmente si ha una variazione continua del modo di vibrare e successivamente un cambiamento repentino, simile al telaio analizzato precedentemente, dovuto, nel caso (4), alla sovrapposizione di 2 frequenze, mentre nel caso (5) e (6), al raggiungimento dello smorzamento critico $\xi = 1$, oltre il quale il primo modo di vibrare diventa uno superiore. Il caso (7) non presenta questo cambio repentino in quanto tutti i modi risultano smorzati criticamente.

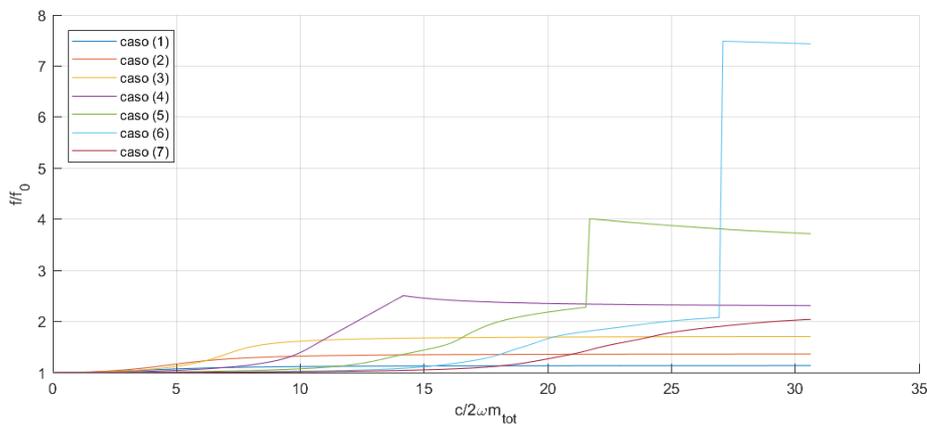
Queste conclusioni sono confermate dalla seconda analisi, in figura 3.16 e 3.17, in particolare nel caso (5) (figura 3.17(a)) si osservano differenti modi di vibrare al variare dello smorzamento introdotto.

Le principali differenze rispetto al telaio *shear* si osservano nella terza tipologia di analisi. La deviazione standard del taglio alla base in figura 3.22 nel caso (1) non presenta comportamento monotono decrescente, ciò è dovuto alla possibilità di rotazione dei nodi, infatti, nonostante la traslazione del primo piano risulti ampiamente ridotta dai dissipatori, la rotazione dei nodi genera per equilibrio un taglio alla base. Ponendo attenzione sulle figure 3.18 e 3.19 nei casi (1),(2) e (3) e (4) la deviazione standard del taglio di piano, con l'aumentare dello smorzamento introdotto, arriva a superare quella del taglio di base. Nei casi (5), (6) e (7) non si avrà invece superamento del taglio di

base. Si osserva che il comportamento per cui il taglio al piano ove non vi sono più i dissipatori arriva a superare il taglio al piano inferiore, già osservato nel telaio tipo *shear*, è confermato anche per telaio a nodi deformabili. In figura 3.20 e 3.21 è rappresentata la varianza del taglio in funzione dello smorzamento globale ottenuto. Così come fatto precedentemente, lo smorzamento globale ottenuto viene rappresentato solo per il tratto in cui la relazione tra ξ e lo smorzamento introdotto è monotono crescente. Quindi valgono tutte le considerazioni fatti nel caso "*shear*", eccezione fatta per il taglio di base che risulta non ben approssimato per alti valori di smorzamento.

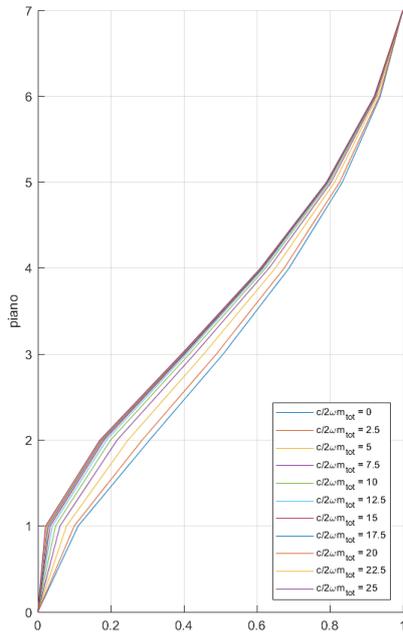


(a) smorzamento globale ottenibile in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

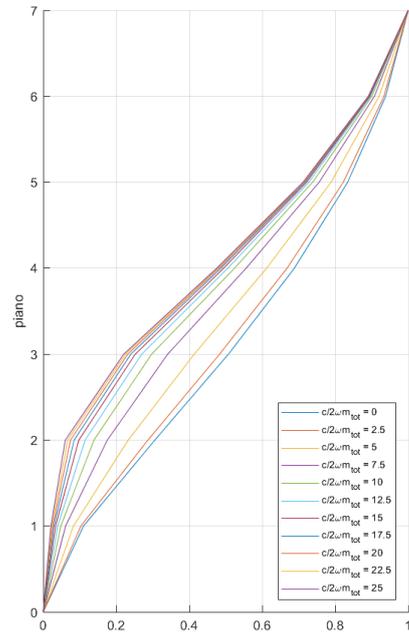


(b) frequenza propria della struttura in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

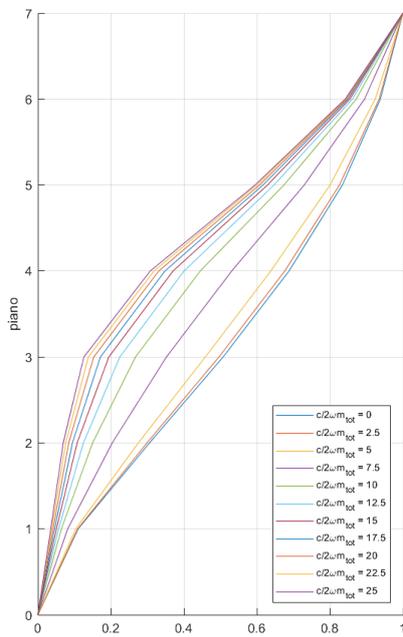
Figura 3.15: smorzamento globale e frequenza propria per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



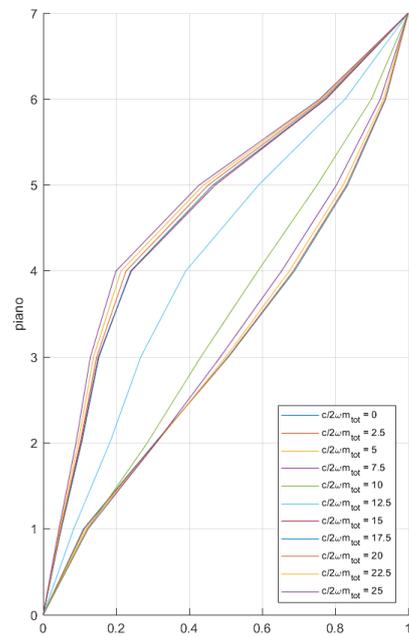
(a) caso (1)



(b) caso (2)

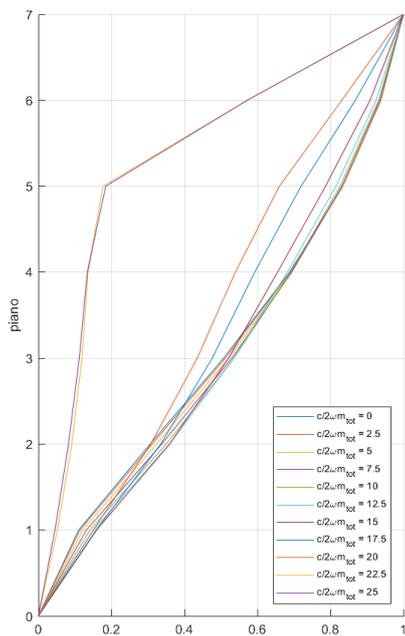


(c) caso (3)

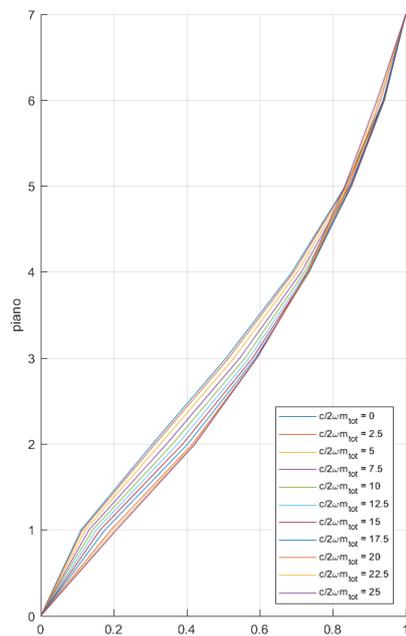


(d) caso (4)

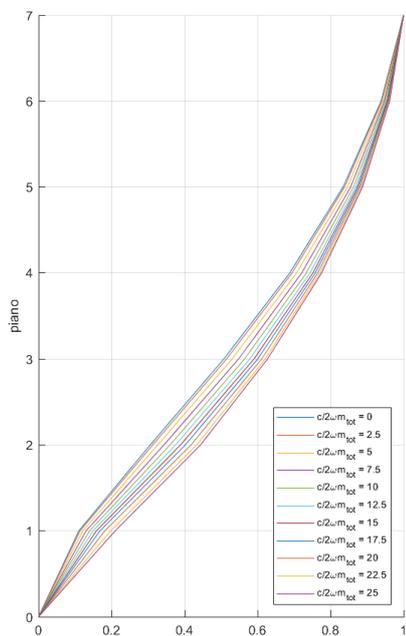
70
Figura 3.16: vibrazione in risonanza per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



(a) caso (5)

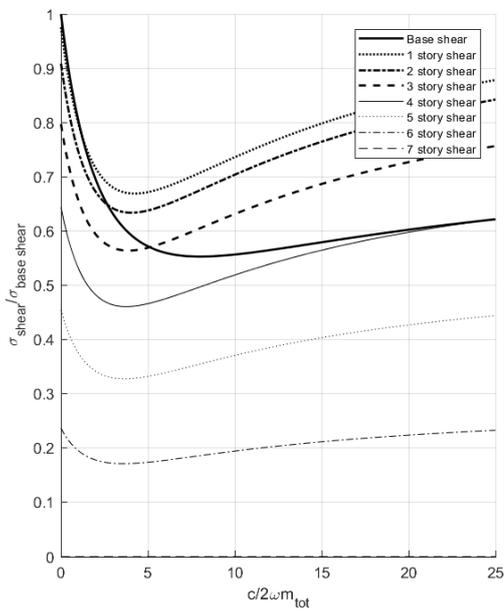


(b) caso (6)

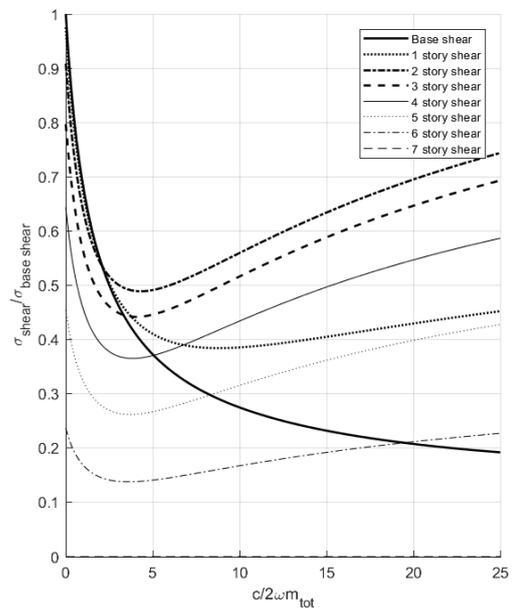


(c) caso (7)

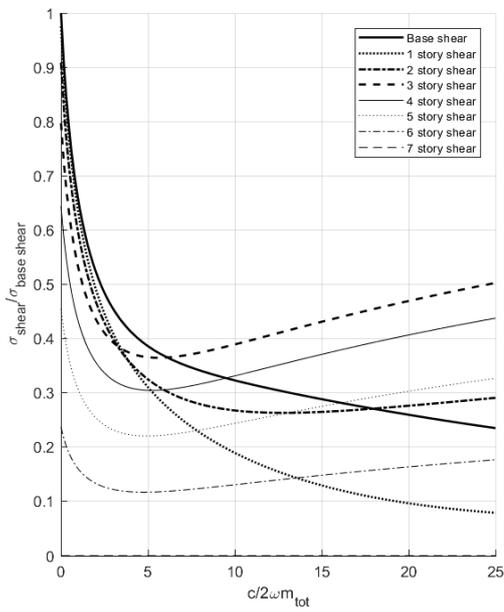
71
Figura 3.17: vibrazione in risonanza per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



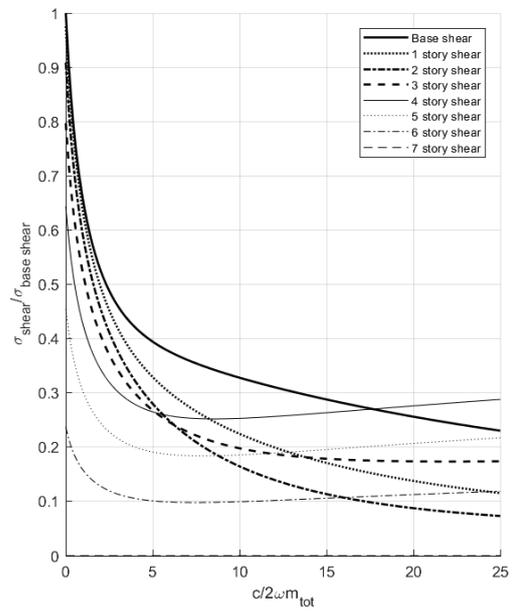
(a) caso (1)



(b) caso (2)

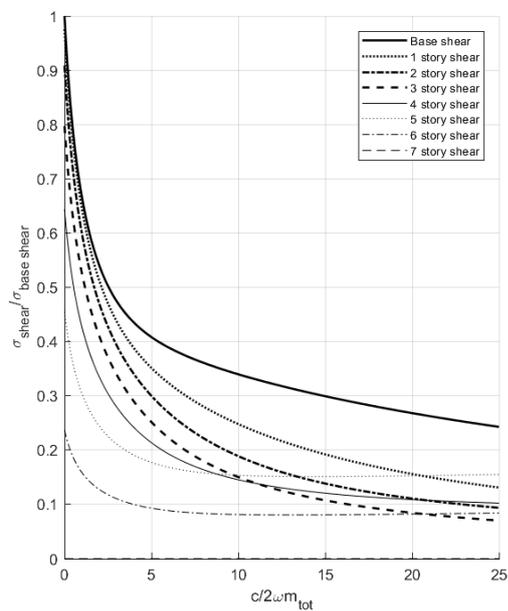


(c) caso (3)

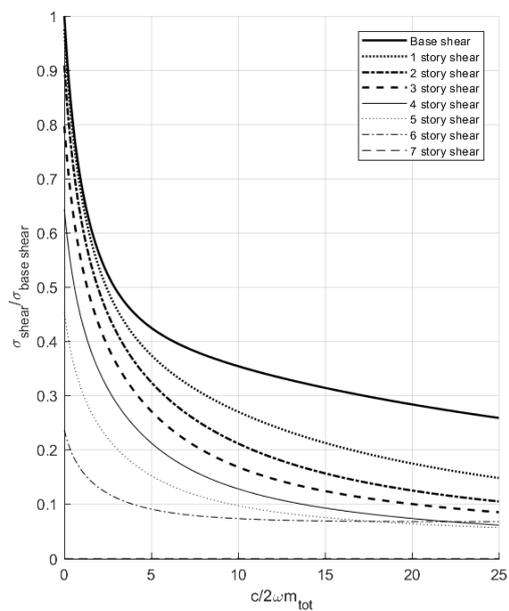


(d) caso (4)

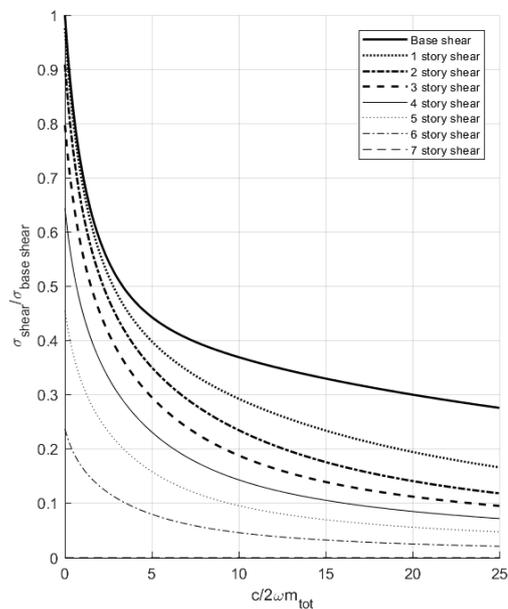
Figura 3.18: deviazione standard del taglio di piano per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



(a) caso (5)

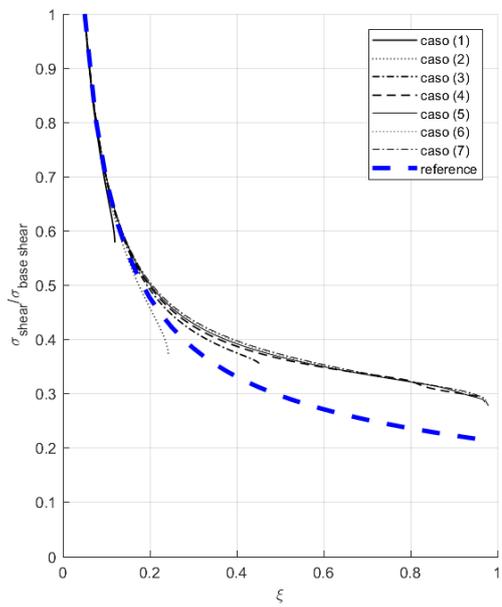


(b) caso (6)

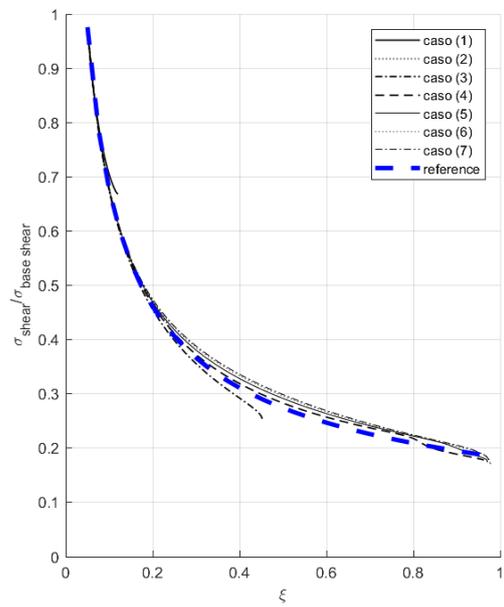


(c) caso (7)

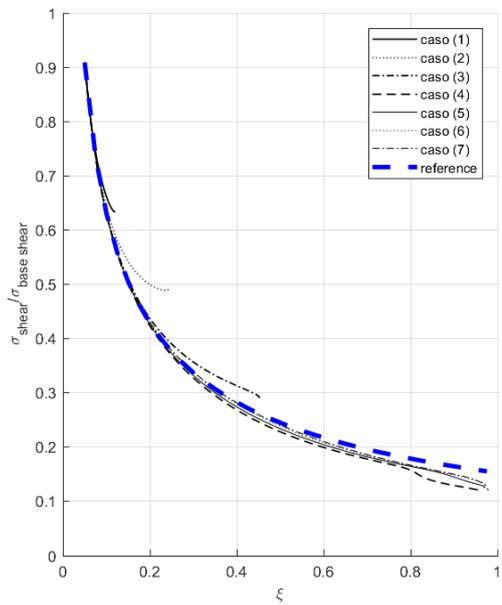
Figura 3.19: deviazione standard del taglio di piano per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



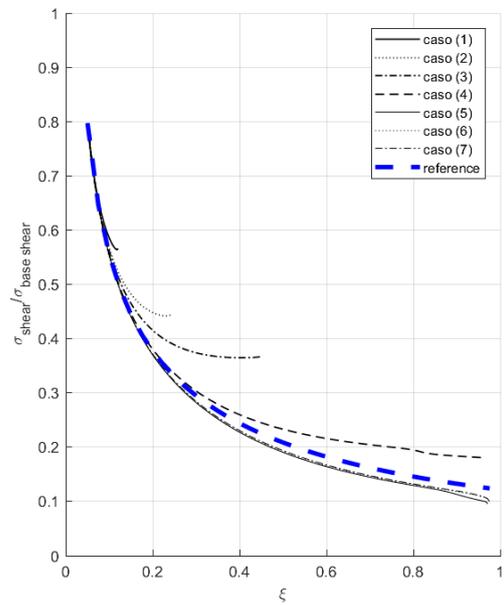
(a) σ taglio di base



(b) σ taglio al I piano

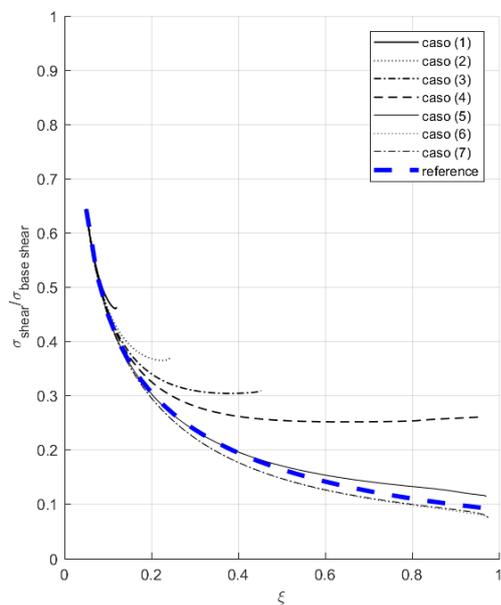


(c) σ taglio al II piano

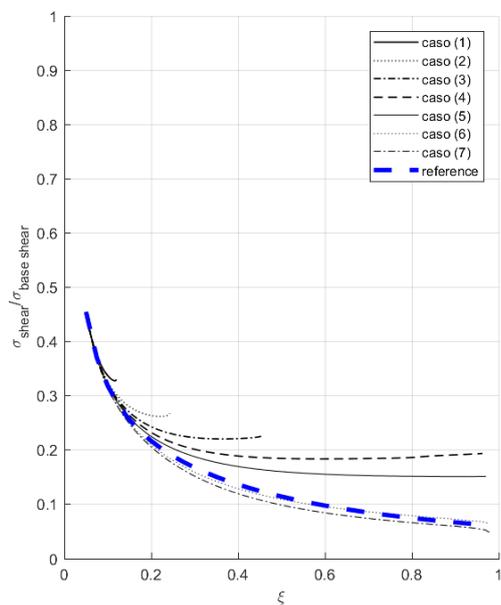


(d) σ taglio al III piano

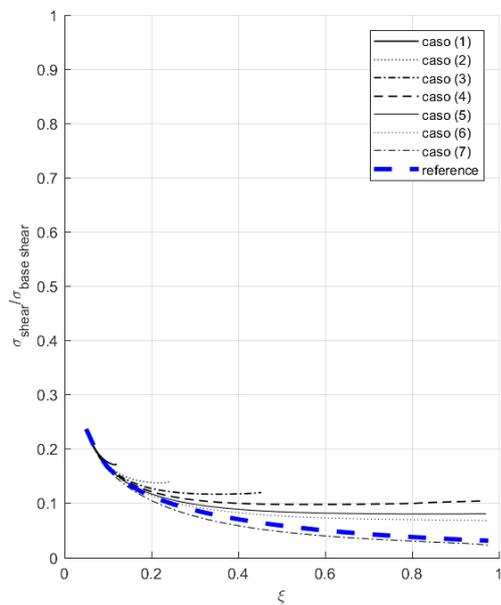
Figura 3.20: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



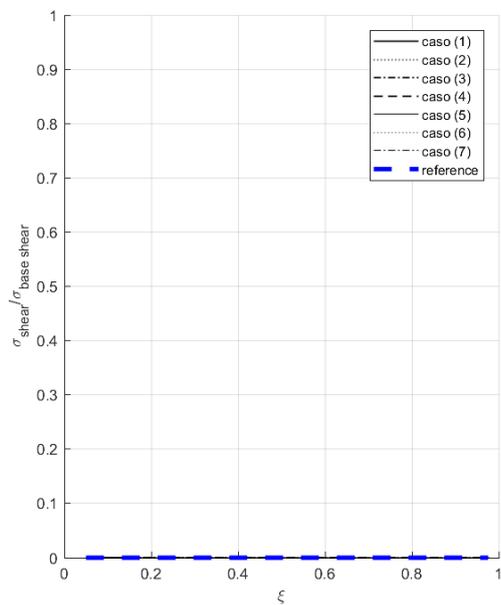
(a) σ taglio al IV piano



(b) σ taglio al V piano



(c) σ taglio al VI piano



(d) σ taglio al VII piano

Figura 3.21: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori

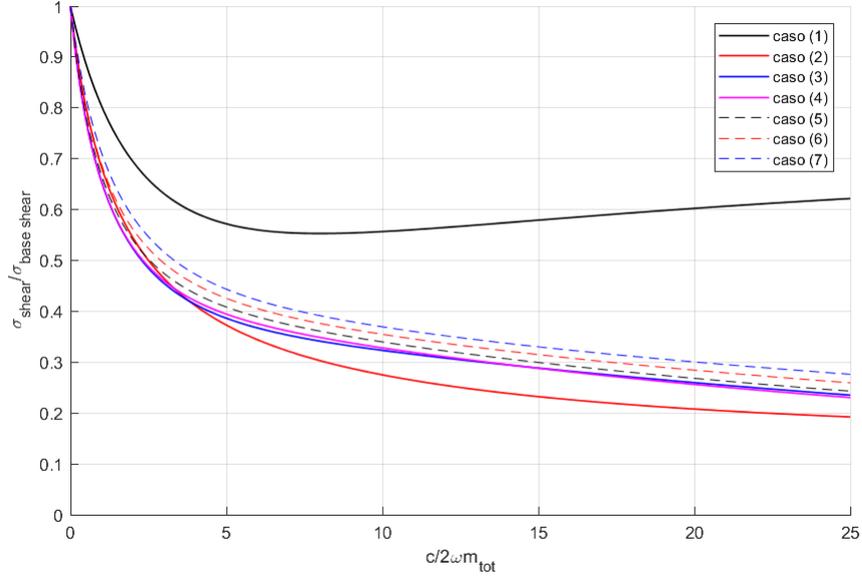


Figura 3.22: deviazione standard del taglio di base

Distribuzione continua dei dissipatori

In questa sezione si è analizzato il comportamento del telaio introducendo i dissipatori secondo ben precisi schema logici. A titolo di riferimento, il primo caso analizzato è la **distribuzione uniforme (UNIF)**. Questa distribuzione ha il vantaggio di essere di semplice concezione e particolarmente conveniente nella pratica. I risultati vengono solo presentati a titolo comparativo in quanto è già stata studiata come caso (7) della sottosezione precedente. Il secondo caso analizzato è quello proposto da Pekcan, Mander e Chen [13] e consiste nel distribuire gli smorzatori in proporzione allo taglio di piano. Tale distribuzione viene chiamata **Storey Shear Proportional Distribution (SSPD)**. Il taglio di piano è proporzionale a:

$$V_j \propto \sum_{i=j}^{tetto} m_i \phi_i \quad (3.33)$$

Dove m_i è la massa del piano i -esimo e ϕ_i è la componente dell'autovettore modale al piano i -esimo. Si può esprimere lo smorzamento introdotto al piano j -esimo come:

$$C_j = \alpha \sum_{i=j}^{tetto} m_i \phi_i \quad (3.34)$$

Dove α è una costante di proporzionalità. Infine, è stato considerato il metodo proposto da Hwang, Lin e Wu [8], basato sull'introduzione dello smorzamento in proporzione all'energia di deformazione di ogni piano. Tale metodo viene chiamato **Storey Shear**

Strain Energy (SSSE); utilizzando l'ipotesi di telaio tipo "*shear*" lo smorzamento verrà introdotto all'interno della struttura nella forma:

$$C_j = \alpha \phi_{rj} \sum_{i=j}^{tetto} m_i \phi_i \quad (3.35)$$

Dove $\phi_{rj} = \phi_j - \phi_{j-1}$.

Telaio tipo "*shear*"

Come fatto precedentemente, si è analizzato come prima opzione un telaio aventi travi indeformabili. In figura 3.23 sono mostrate le distribuzioni dei dissipatori nei casi SSPD e SSSE.

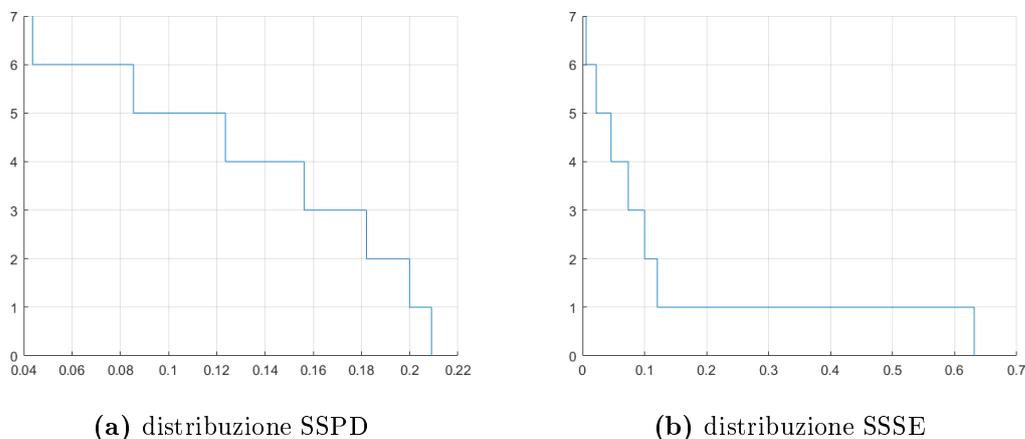
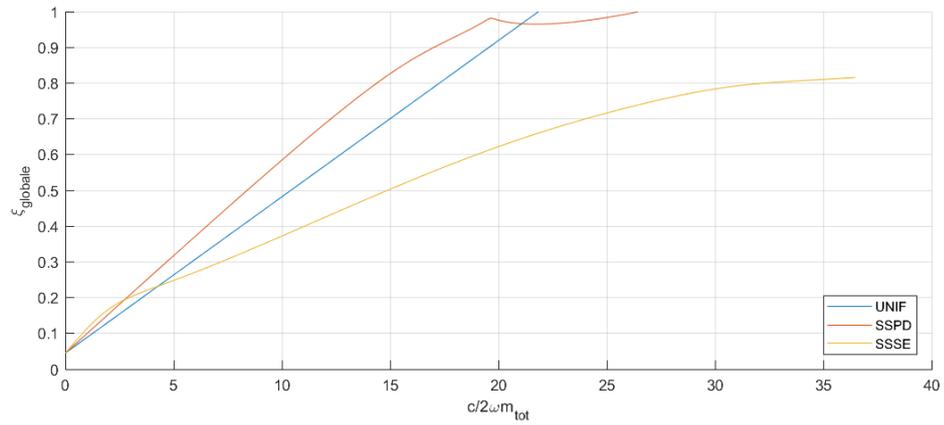


Figura 3.23: distribuzione continua dei dissipatori per telaio tipo "*shear*"

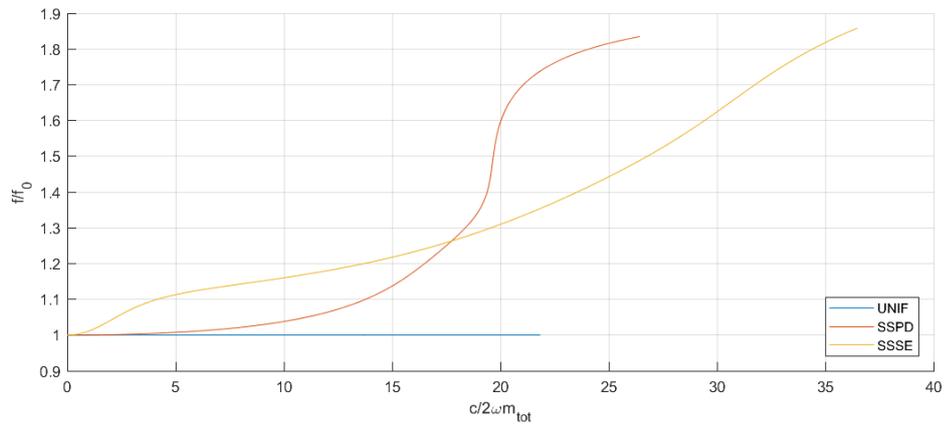
La distribuzione SSSE presenta una forte concentrazione di dissipazione al piano inferiore, ciò comporta una modifica sostanziale del modo di vibrare in risonanza che tenderà ad attivare il meno possibile i dissipatori al 1 piano. Analizzando la varianza del taglio in funzione dello smorzamento introdotto, in figura 3.26, si osserva come nei casi UNIF e SSPD vi è un ordine ove, per qualsiasi valore di smorzamento introdotto, il taglio al piano i -esimo risulta sempre maggiore di quello al piano $i+1$. Nel caso SSSE tale comportamento risulta vero solo per i piani superiori alla base, a causa della forte concentrazione di dissipazione al piano terra.

Ponendo attenzione sulle figure 3.27 e 3.28 rappresentanti la varianza del taglio in funzione dello smorzamento adimensionale ottenibile, ad eccezione del taglio di base nel caso SSSE, il comportamento risulta ben approssimabile effettuando un'analisi considerando il solo smorzamento modale.

Confrontando le analisi, si conclude come la distribuzione SSPD in questo caso è quella che permette di ottenere il maggior smorzamento globale in funzione dello smorzamento introdotto.

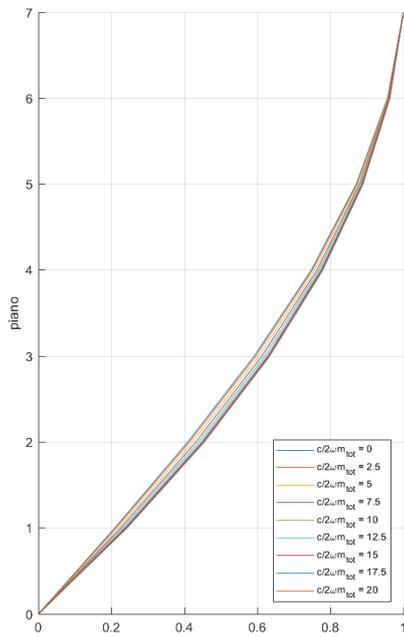


(a) smorzamento globale ottenibile in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

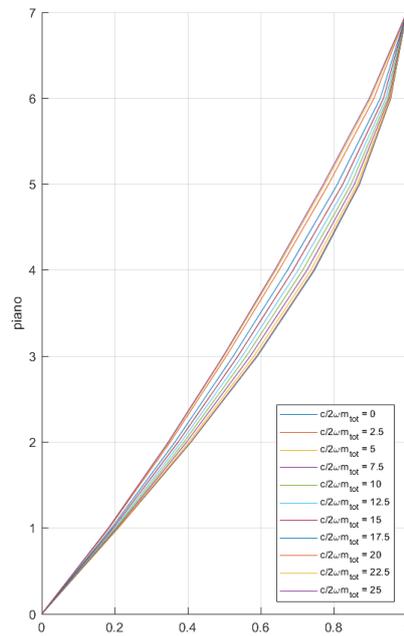


(b) frequenza propria della struttura in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

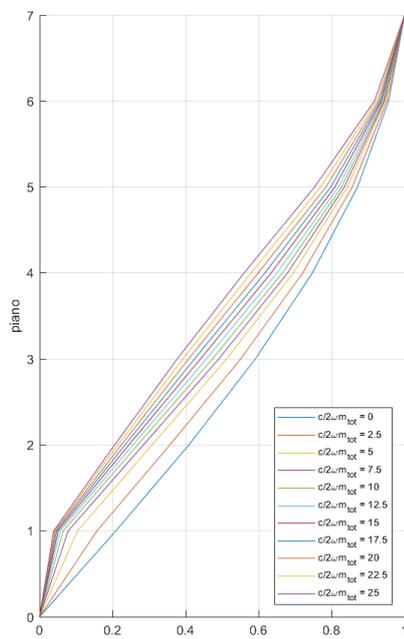
Figura 3.24: smorzamento globale e frequenza propria per telaio tipo "shear" con distribuzione continua dei dissipatori



(a) UNIF

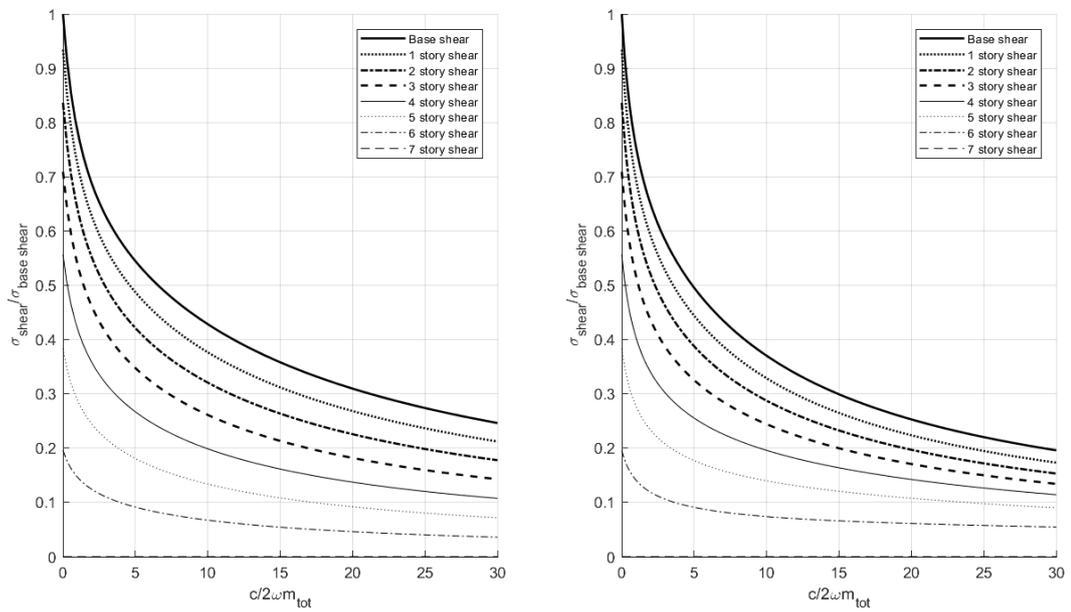


(b) SSPD



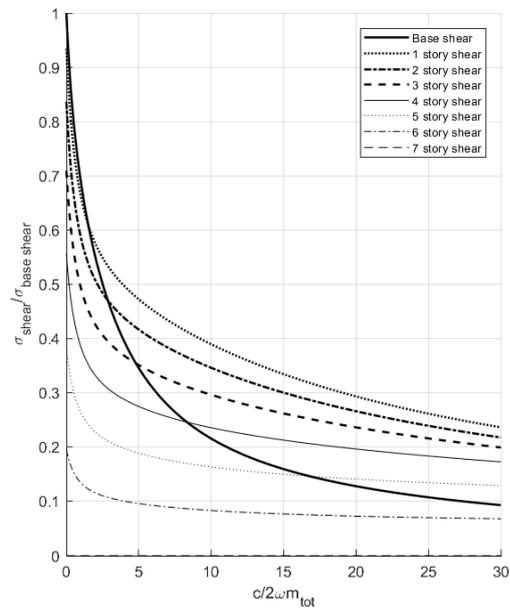
(c) SSSE

79
Figura 3.25: vibrazione in risonanza per telaio tipo "shear" con distribuzione continua dei dissipatori



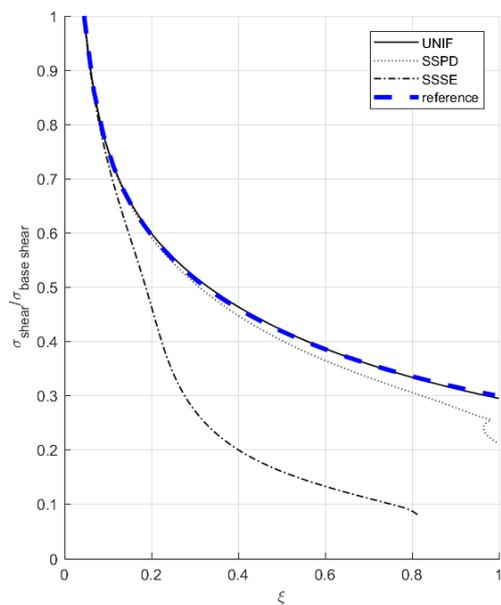
(a) UNIF

(b) SSPD

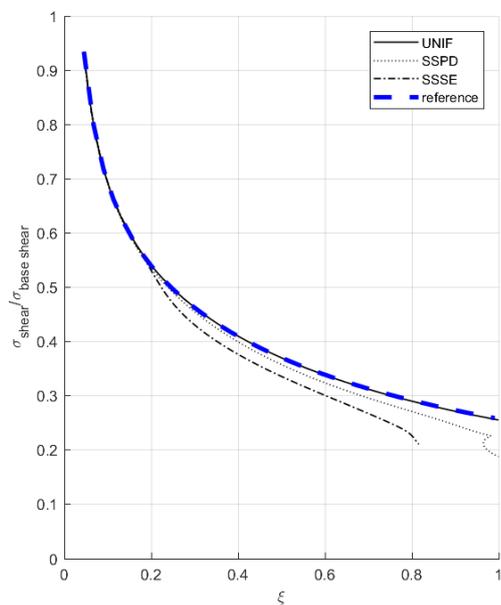


(c) SSSE

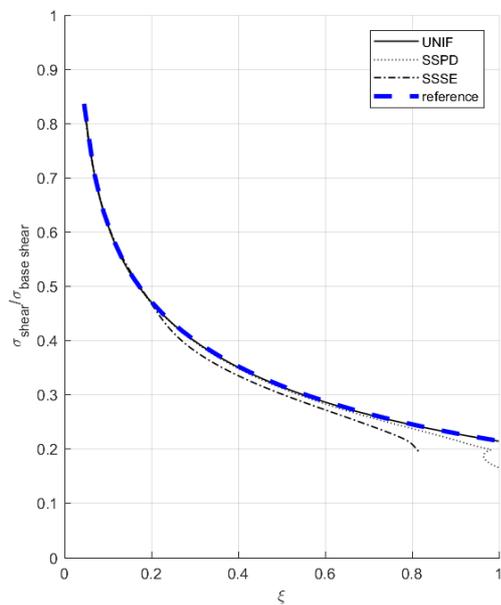
Figura 3.26: deviazione standard del taglio di piano per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



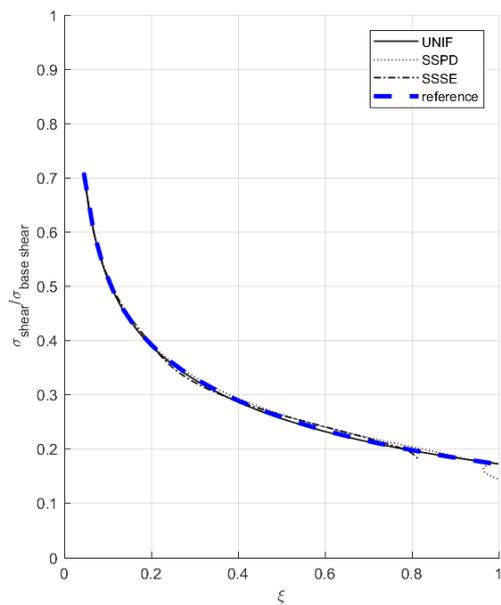
(a) σ taglio di base



(b) σ taglio al I piano

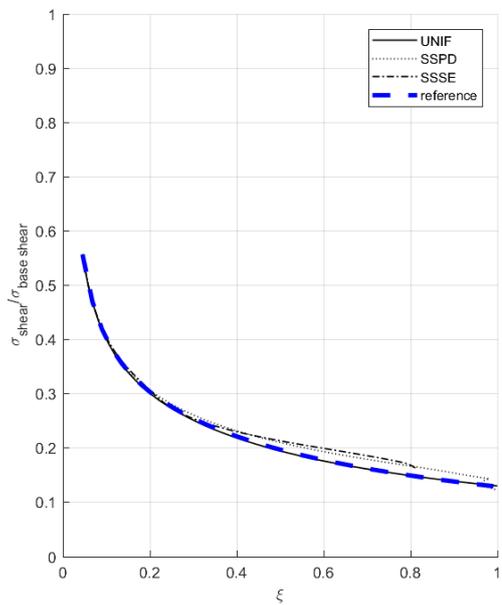


(c) σ taglio al II piano

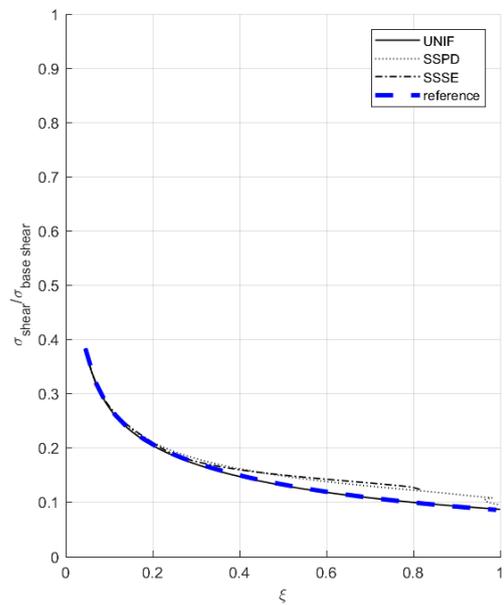


(d) σ taglio al III piano

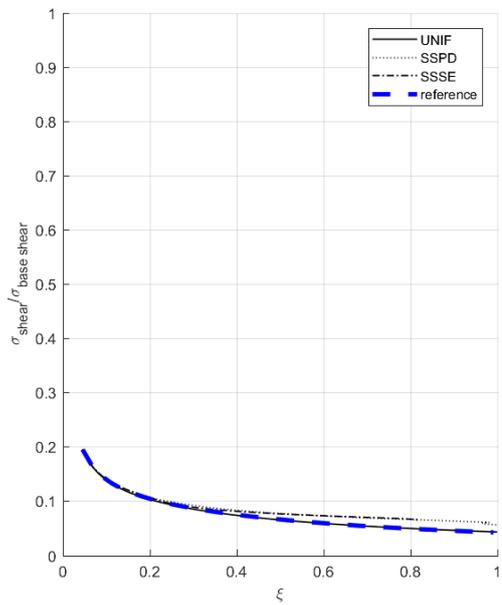
Figura 3.27: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori



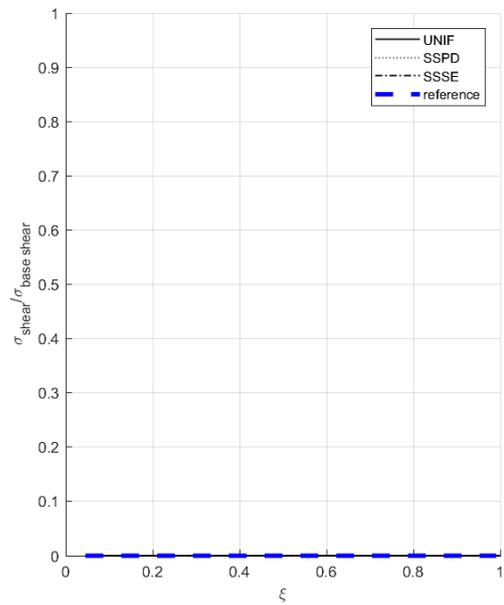
(a) σ taglio al IV piano



(b) σ taglio al V piano



(c) σ taglio al VI piano



(d) σ taglio al VII piano

Figura 3.28: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio tipo "shear" con distribuzione parziale dei dissipatori

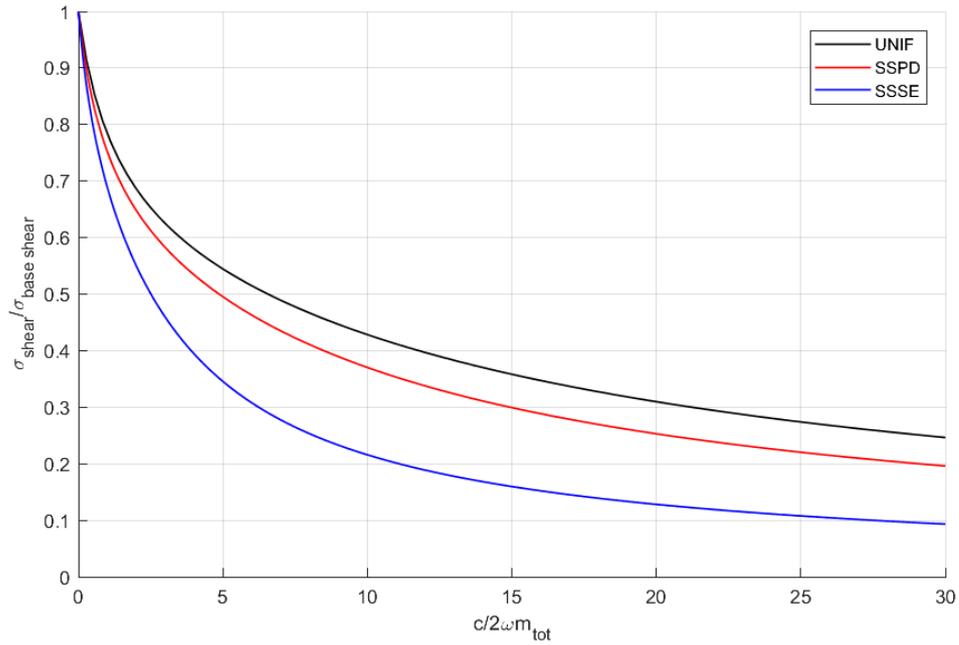


Figura 3.29: deviazione standard del taglio di base

Telaio con travi deformabili

In figura 3.30 vi è le distribuzione dei dissipatori nei casi SSPD e SSSE. Si osserva come la distribuzione SSPD è molto simile a quella del telaio tipo "shear", mentre la distribuzione SSSE presenta un minimo di dissipazione al terzo piano.

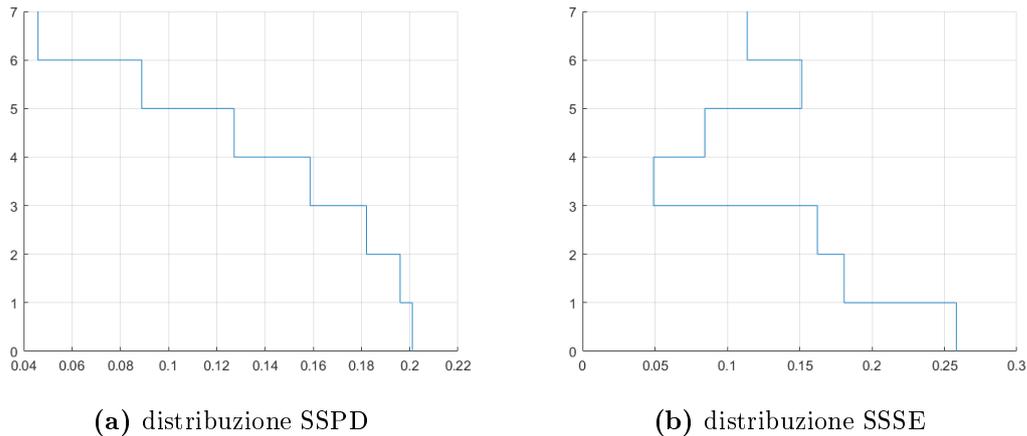
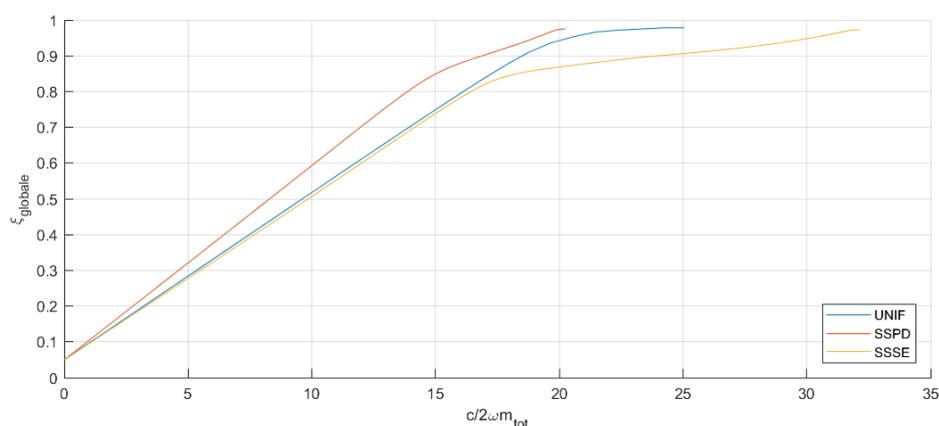


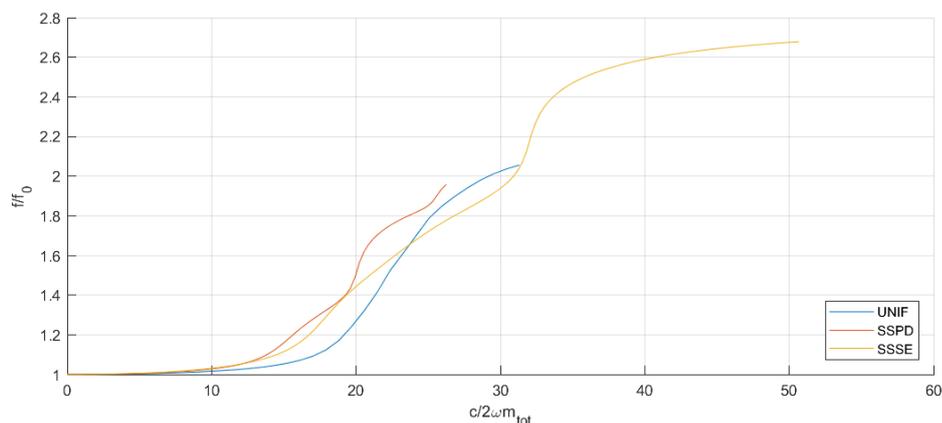
Figura 3.30: distribuzione continua dei dissipatori per telaio a travi deformabile

Analizzando la figura 3.32 non si osserva nessuna variazione sostanziale del modo di vibrare in risonanza. Come si evince dalla figura 3.31, a parità di smorzamento introdotto, lo smorzamento globale ottenibile è più alto nel caso SSPD. Così come nel telaio tipo "shear".

Si osserva in figura 3.33, un ordine della varianza del taglio decrescente partendo dal taglio di base a salire nei casi UNIF e SSPD mentre nel caso SSSE il taglio al III piano per alti valori di smorzamento introdotto arriva a superare quello ai piani superiori. Ciò è dovuto al minimo di dissipazione introdotta al terzo piano. Analizzando il taglio di base in funzione dello smorzamento globale ottenuto in figure 3.34 e 3.35, si osserva in generale una buona approssimazione ottenibile introducendo il solo smorzamento modale, fatta eccezione per il taglio di base che verrebbe sottostimato nei casi UNIF e SSPD.

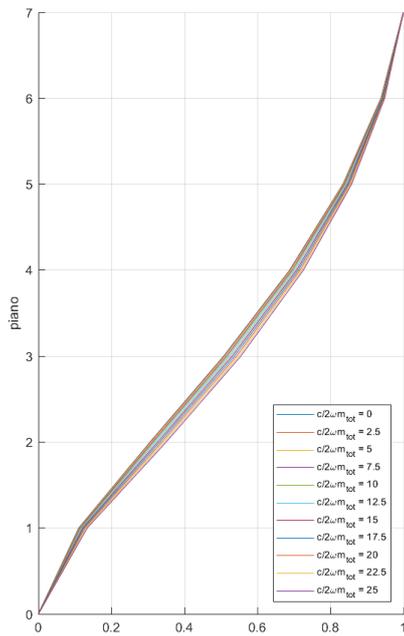


(a) smorzamento globale ottenibile in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

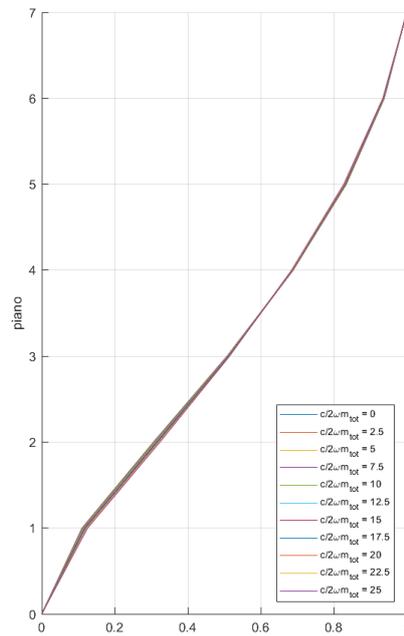


(b) frequenza propria della struttura in funzione dello smorzamento viscoso introdotto

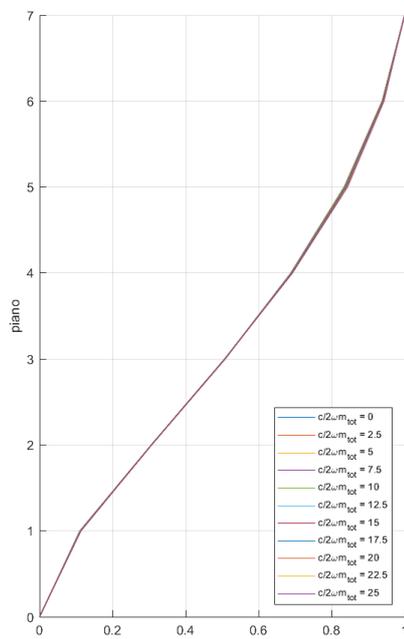
Figura 3.31: smorzamento globale e frequenza propria per telaio a travi deformabili con distribuzione continua dei dissipatori



(a) UNIF

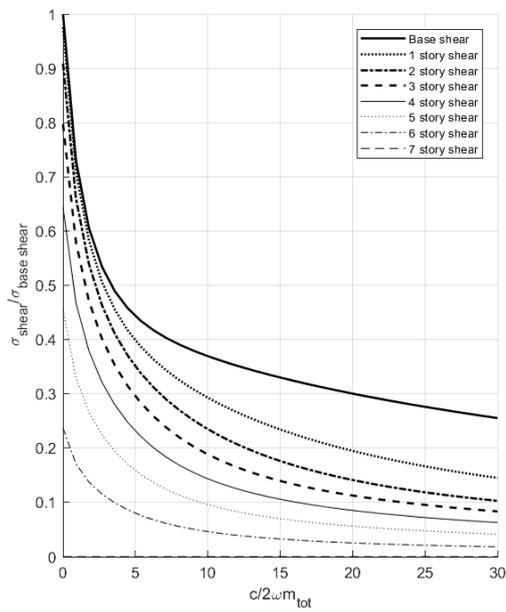


(b) SSPD

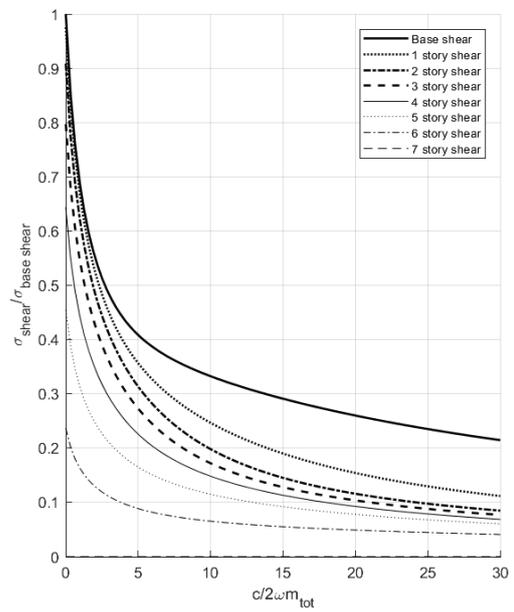


(c) SSSE

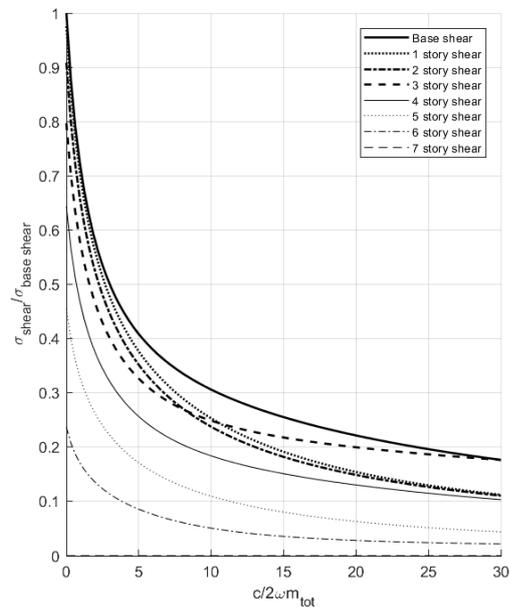
85
Figura 3.32: vibrazione in risonanza per telaio a travi deformabili con distribuzione continua dei dissipatori



(a) UNIF

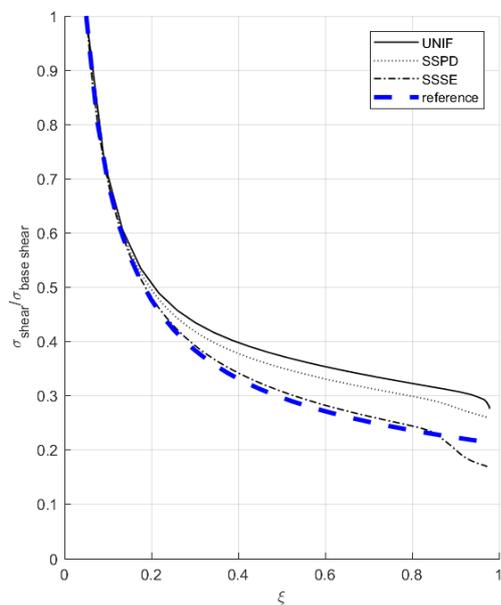


(b) SSPD

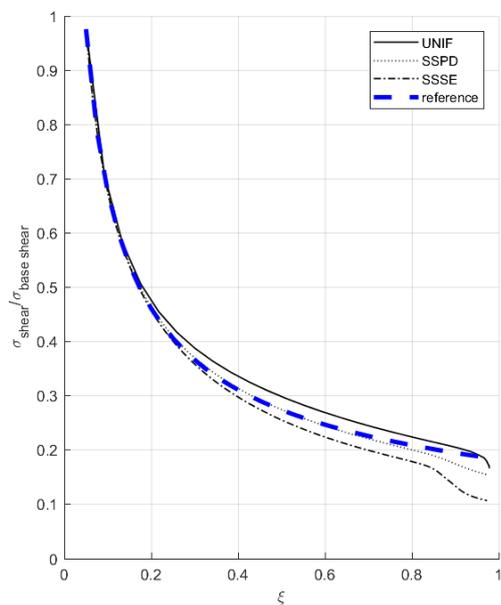


(c) SSSE

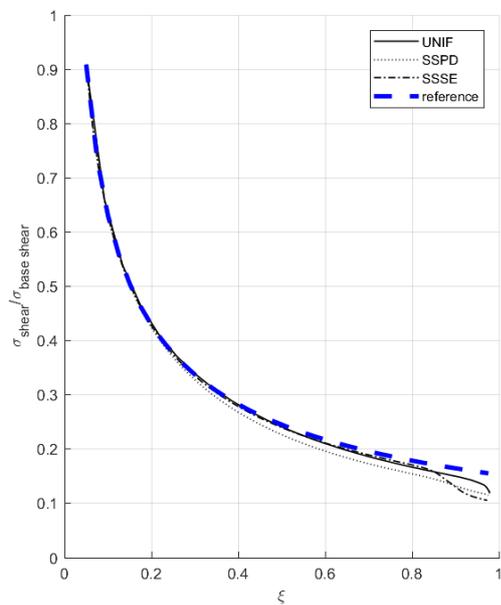
Figura 3.33: deviazione standard del taglio di piano per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



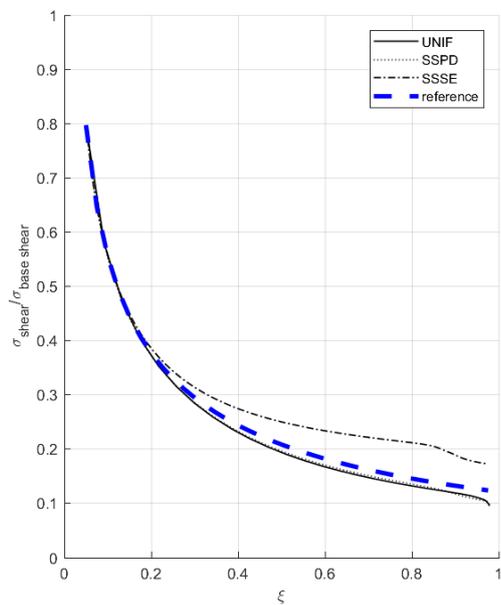
(a) σ taglio di base



(b) σ taglio al I piano

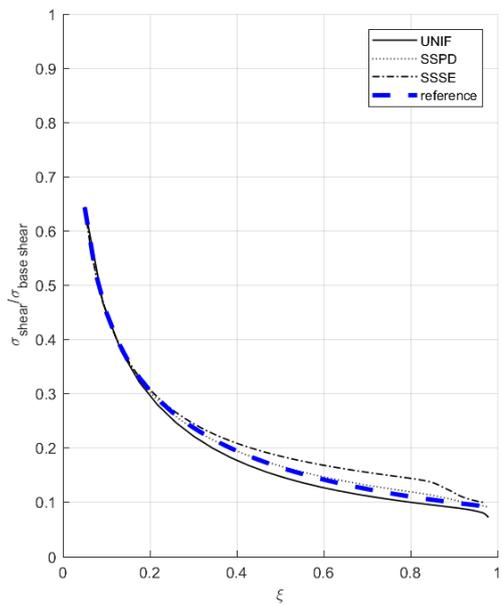


(c) σ taglio al II piano

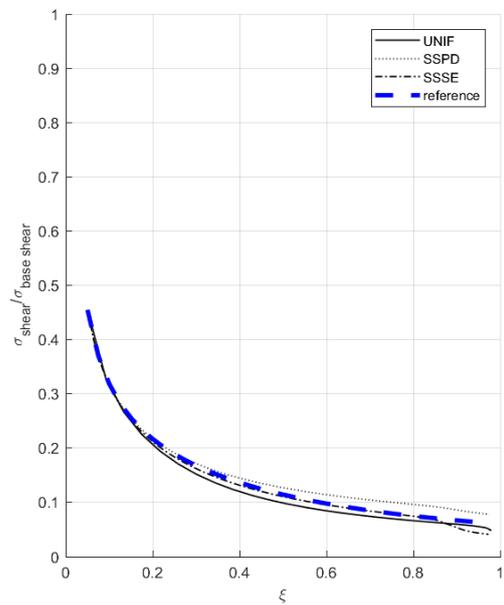


(d) σ taglio al III piano

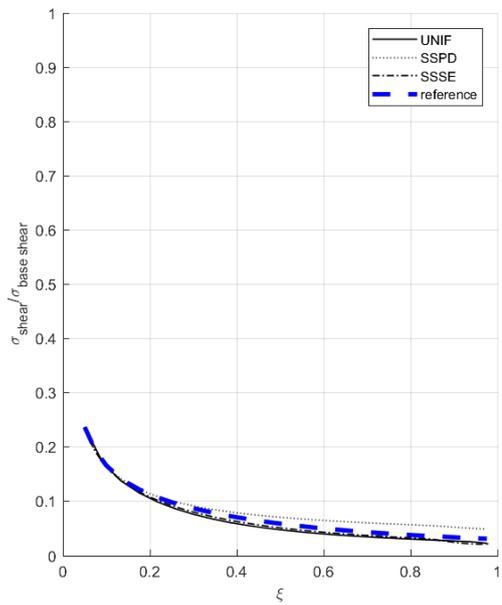
Figura 3.34: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori



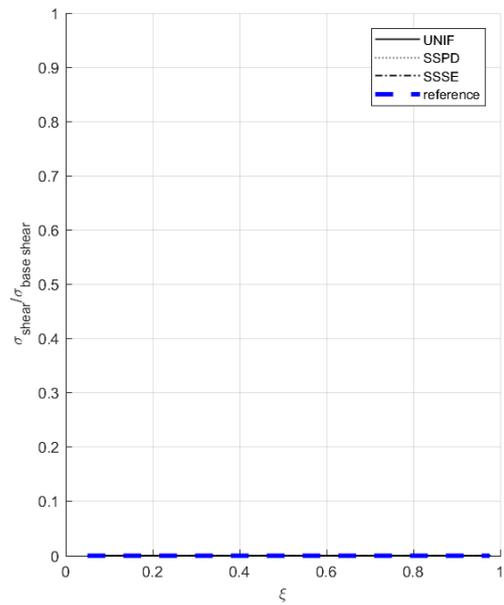
(a) σ taglio al IV piano



(b) σ taglio al V piano



(c) σ taglio al VI piano



(d) σ taglio al VII piano

Figura 3.35: deviazione standard del taglio di piano in funzione dello smorzamento globale introdotto per telaio a travi deformabili con distribuzione parziale dei dissipatori

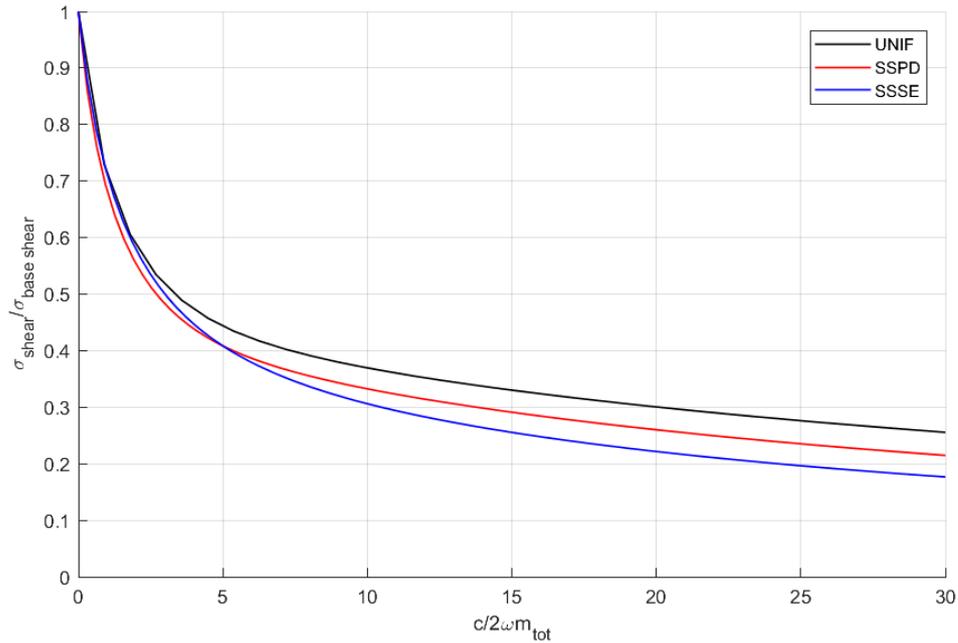


Figura 3.36: deviazione standard del taglio di base

3.2.3 Conclusioni

Mettendo a confronto le analisi eseguite nei paragrafi precedenti, è possibile trarre le seguenti conclusioni. L'introduzione dei dissipatori modifica sostanzialmente il primo modo di vibrare della struttura che cercherà di coinvolgere sempre meno, all'aumentare del quantitativo di dissipazione introdotta, i piani dissipati. La variazione del modo di vibrare porterà un aumento della frequenza al primo modo. Analizzando in contemporanea i grafici in cui viene presentato lo smorzamento globale al primo modo ottenuto in funzione dello smorzamento introdotto e quello in cui è definita la frequenza al primo modo in funzione dello smorzamento introdotto, si possono identificare 3 differenti situazioni:

- Lo smorzamento globale cresce all'aumentare dello smorzamento introdotto fino ad un massimo e poi decresce in maniera continua fino al modale base del 5%. In questo caso si osserva che la frequenza propria aumenta fino a raggiungere un asintoto che corrisponde al caso in cui i piani in cui sono presenti gli smorzatori sono perfettamente rigidi.
- Lo smorzamento globale cresce all'aumentare dello smorzamento introdotto fino al raggiungimento dello smorzamento critico e successivamente si ha un salto nello smorzamento globale che diviene poi decrescente. In questo caso vi è associato ad un salto (aumento) della frequenza al primo modo. Ciò è dovuto al fatto che il

primo modo iniziale risulta completamente smorzato quindi la frequenza del primo modo diviene una frequenza che precedentemente era superiore alla prima.

- Lo smorzamento globale cresce all'aumentare dello smorzamento introdotto fino ad un massimo, non coincidente con lo smorzamento critico, oltre il quale vi è un crollo. In questo caso osserviamo che la frequenza aumenta fino al picco, in cui è presente un punto angoloso, e successivamente decresce. Questa situazione è dovuta al fatto che la frequenza al primo modo iniziale raggiunge una frequenza propria superiore che è in fase di decrescita, a causa dell'aumento della dissipazione introdotta, divenendo, da quel punto in poi, la prima frequenza.

Si osserva, in generale, che, a parità di smorzamento introdotto per ottenere il maggior smorzamento globale possibile, risulta conveniente introdurre gli smorzatori solo su porzioni dell'edificio. In particolare, si può definire una ottimizzazione del procedimento considerando solo il grafico dello smorzamento globale in funzione della dissipazione introdotta.

Con riferimento al grafico del taglio di piano fornito dal solo contributo elastico in funzione della dissipazione introdotta si osserva che, nel caso di dissipatori distribuiti in maniera discreta, il taglio al piano immediatamente superiore alla disomogeneità di dissipazione, sopra certi valori di smorzamento, risulterà superiore a quello dei piani inferiori. Discorso analogo si può fare nel caso di dissipatori distribuiti su tutto il telaio, ma con zone in cui vi è una forte concentrazione di smorzamento rispetto a quelle adiacenti.

Confrontando il taglio di piano in funzione dello smorzamento globale ottenuto, si osserva che nei piani dove sono presenti i dissipatori si riesce ad ottenere una buona approssimazione utilizzando il solo smorzamento modale, mentre nei piani senza dissipatori si ottiene invece una stima per difetto del taglio.

Confrontando il telaio "*shear*" con quello a travi deformabili si osserva un comportamento meno organizzato nel secondo caso, dovuto alla non somiglianza tra la matrice di rigidità e quella di smorzamento. Tali differenze risultano non propriamente trascurabili ma comunque limitate per quanto concerne il comportamento globale.

3.3 Ottimizzazione dei dissipatori

Grazie alle analisi svolte nei paragrafi precedenti, è ora possibile procedere con senso critico all'ottimizzazione dei dissipatori da introdurre all'interno della struttura. Per raggiungere questo obiettivo, si è presa in esame la sola analisi dell'equazione quadratica agli autovalori rivolgendo l'attenzione alla frequenza propria e lo smorzamento associati al primo modo. Si sono utilizzati i valori di ψ , rappresentante il rapporto tra le rigidità delle travi e delle colonne, pari a 0.5, 0.75 ed infinito. Sono state considerate 2 differenti altezze per l'edificio: la prima è di 21m, distribuiti egualmente su un telaio di 7 piani, mentre la seconda è di 45m, distribuiti in 15 piani. Entrambe le strutture hanno altezza interpiano pari a 3m e travi aventi luce di 6m.

3.3.1 Telaio a 7 piani

Per perseguire l'obiettivo di ottimizzazione, le distribuzioni dei dissipatori considerate sono:

- Dissipatori su un solo piano
- Dissipatori su due piani adiacenti
- Dissipatori su tre piani adiacenti
- Dissipatori su quattro piani adiacenti

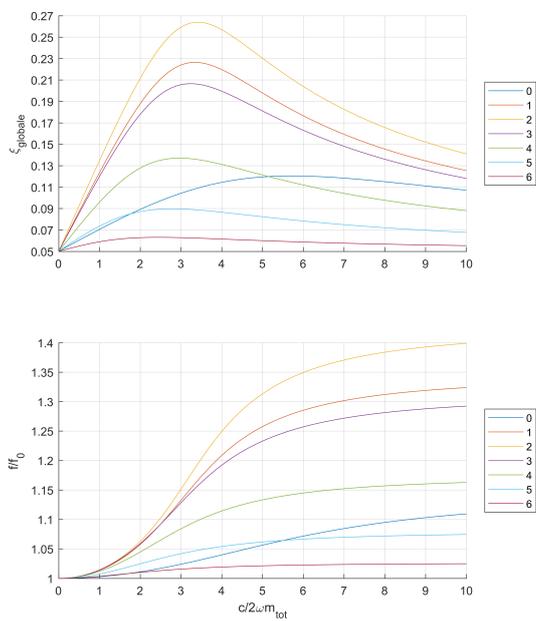
Non si è valutata la possibilità di considerare dissipatori distribuiti su più di quattro piani in quanto si è già ampiamente dimostrato nell'analisi precedente che lo smorzamento ottimale è inferiore o, al più, uguale a questa distribuzione.

Telaio a travi deformabili ($\psi = 0.5$)

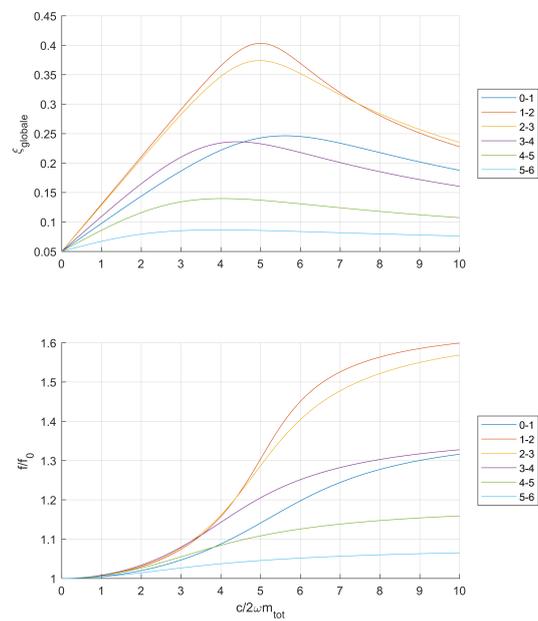
Per analizzare l'efficienza nello smorzamento globale di ogni piano si può vedere il grafico in figura 3.37(a) rappresentante il caso in cui i dissipatori sono introdotti solo su un piano. L'efficienza di alcuni piani rispetto ad altri può essere facilmente prevista osservando che a maggiori spostamenti inter-piano modali corrisponde una maggiore efficienza in termini di smorzamento globale aggiunto. In tabella 3.1, a sinistra vi è la variazione interpiano degli autovettori modali e la corrispondente classifica di efficienza. Si osserva che il piano 4 è più efficiente rispetto al piano 0 solo fino a $\frac{c}{2\omega m_{tot}}$ pari a circa 5. L'efficienza dei piani risulta confermata nei casi in cui si aggiungono più dissipatori. Si confrontano in figura 3.38 le migliori situazioni ottenibili per le varie distribuzioni dei dissipatori. L'ottimizzazione viene presentata in forma numerica in tabella 3.1 a destra.

Telaio a travi deformabili ($\psi = 0.75$)

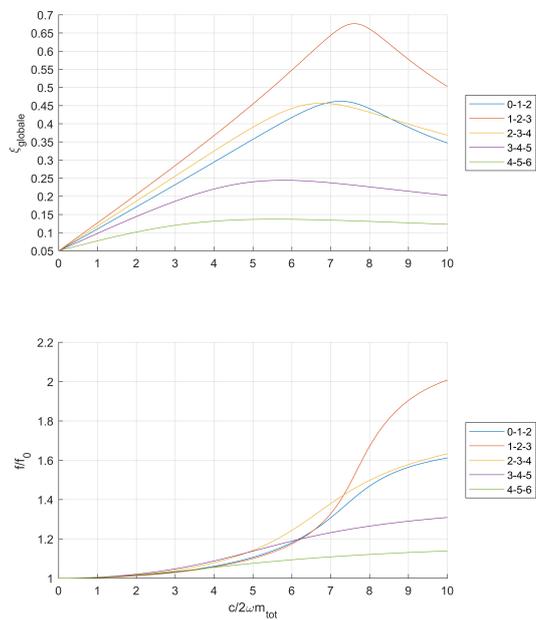
Anche in questa situazione valgono tutte le considerazioni generali effettuate per il telaio a $\psi = 0.5$, con la differenza che il piano 4 è più efficiente rispetto al piano 0 solo



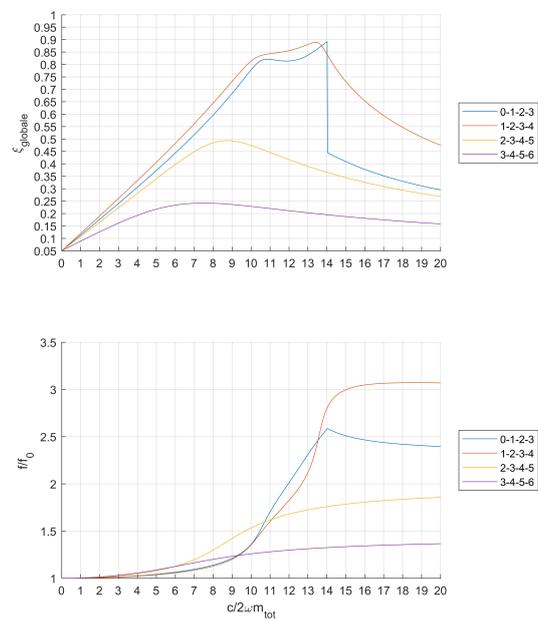
(a) dissipatori distribuiti su 1 piano



(b) dissipatori distribuiti su 2 piani



(c) dissipatori distribuiti su 3 piani



(d) dissipatori distribuiti su 4 piani

Figura 3.37: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta

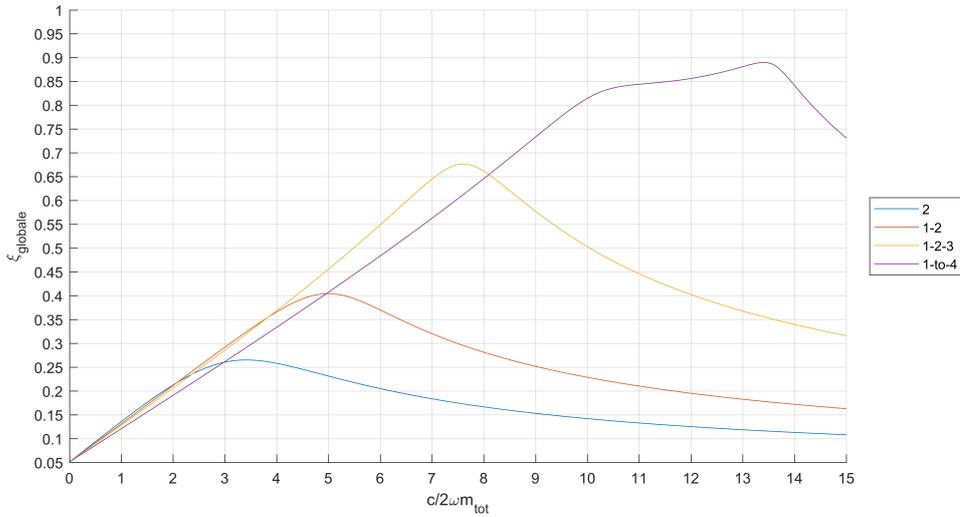
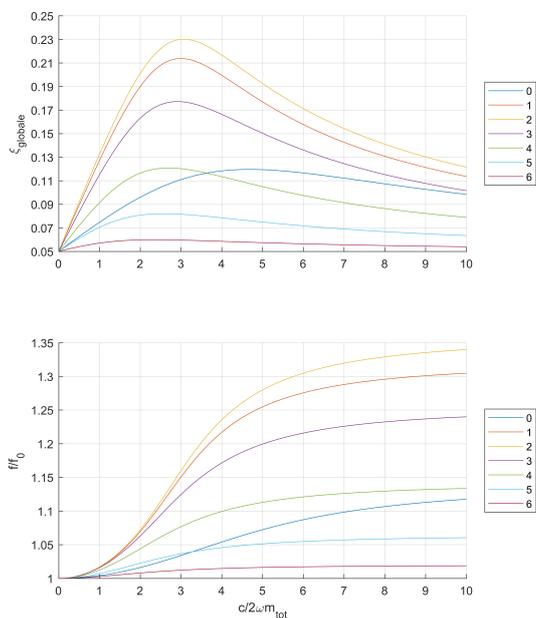


Figura 3.38: ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.5$

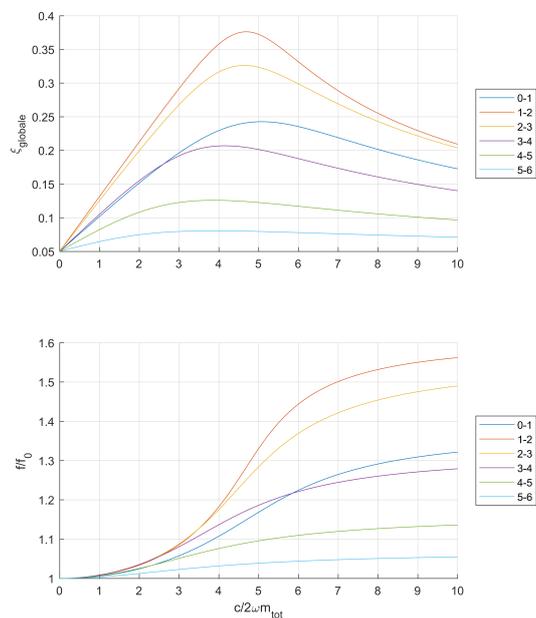
piano	ϕ_{rel}	classifica		
0	9.9%	VI	ξ_{glob}	piano ottimale dissipatori
1	18.8%	II	5% – 23%	2
2	20.1%	I	23% – 37%	1-2
3	18.4%	III	37% – 67%	1-to-3
4	15.1%	IV	67% – 89%	1-to-4
5	10.9%	V		
6	6.9%	VII		

Tabella 3.1

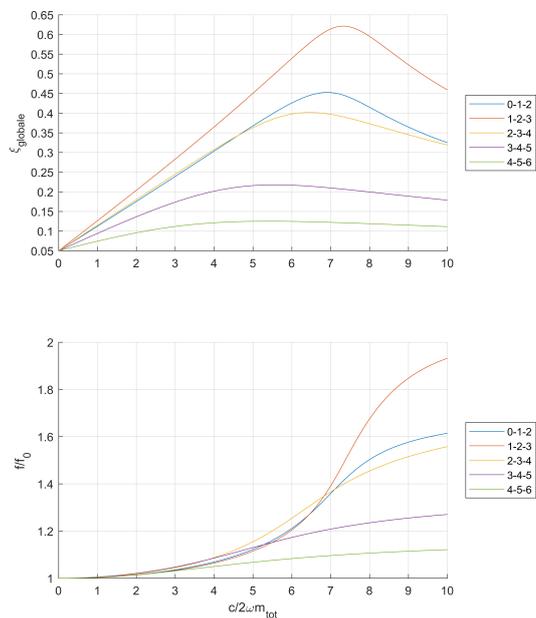
fino a $\frac{c}{2\omega m_{tot}}$ pari a circa 3.5. L'efficienza dei piani risulta confermata nei casi in cui si aggiungono più dissipatori. La variazione dell'autovettore modale interpiano è presentata in tabella 3.2 a sinistra. In figura 3.40 si confrontano le migliori situazioni ottenibili per le varie distribuzioni dei dissipatori e in tabella 3.2, a destra, viene presentata la versione numerica dell'ottimizzazione.



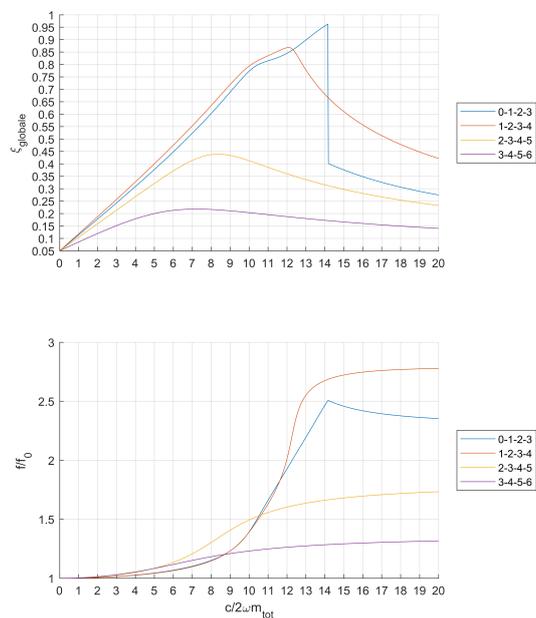
(a) dissipatori distribuiti su 1 piano



(b) dissipatori distribuiti su 2 piani



(c) dissipatori distribuiti su 3 piani



(d) dissipatori distribuiti su 4 piani

Figura 3.39: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta

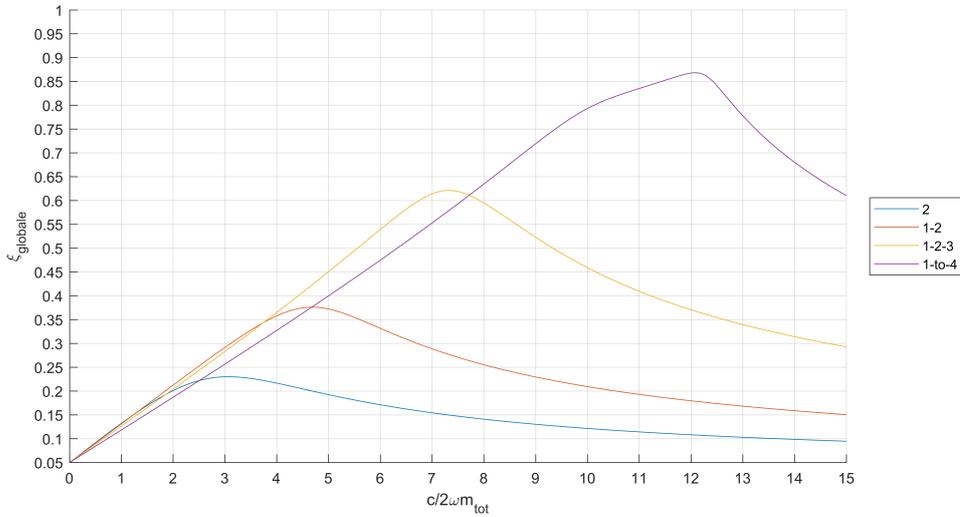


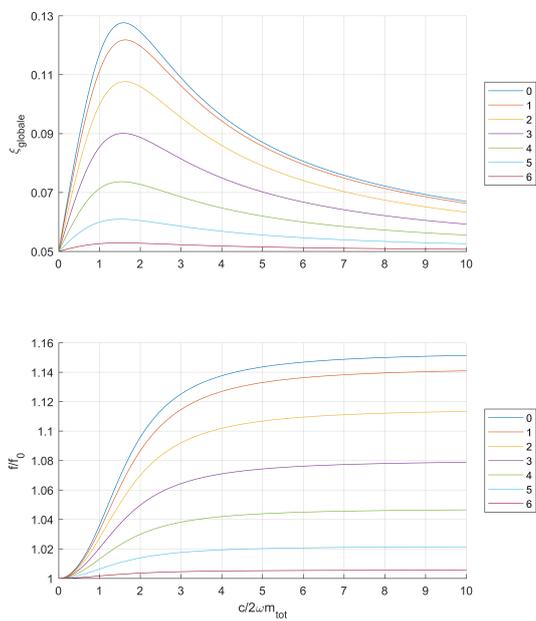
Figura 3.40: ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.75$

piano	ϕ_{rel}	classifica		
0	11.0%	VI	ξ_{glob}	piano ottimale dissipatori
1	19.5%	II	5% – 19%	2
2	20.2%	I	19% – 35%	1-2
3	18.1%	III	35% – 62%	1-to-3
4	14.6%	IV	62% – 86%	1-to-4
5	10.4%	V		
6	6.2%	VII		

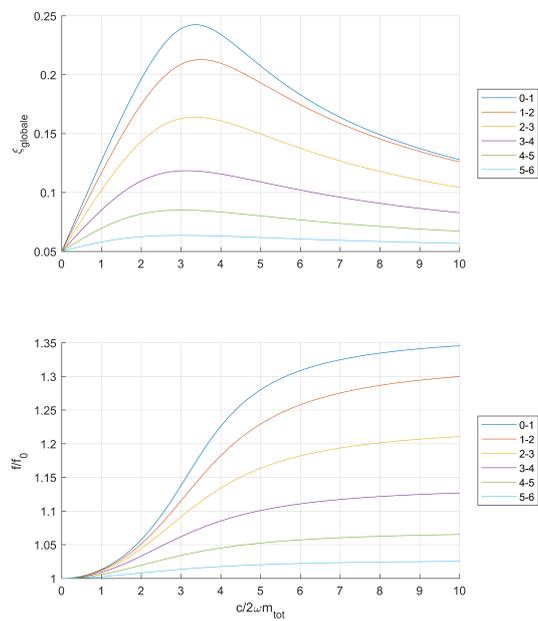
Tabella 3.2

Telaio "shear"

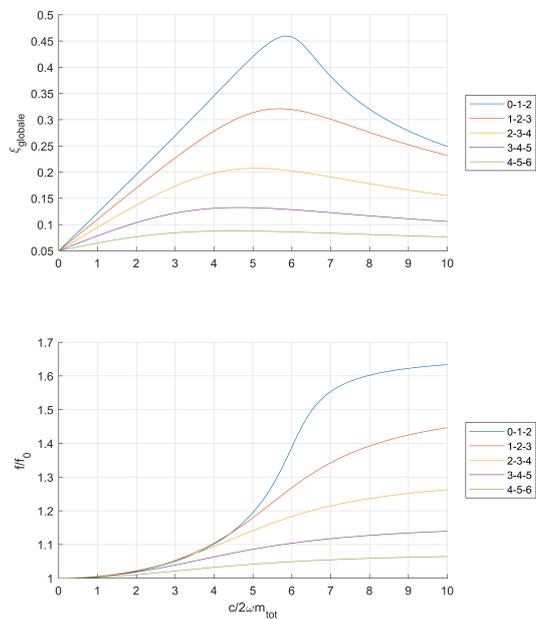
Questa tipologia di telaio presenta minore efficienza nello smorzamento globale rispetto al telaio avente travi deformabili. In figura 3.41(a), è presentato lo smorzamento globale ottenuto in funzione dello smorzamento inserito su un solo piano. Si osserva come il piano più efficiente in questo caso sia il piano terra e l'efficienza decresce salendo con i piani. In tabella 3.3, a sinistra, è presentata la variazione interpiano del primo autovettore modale. In figura 3.42 le migliori situazioni ottenibili per le varie distribuzioni dei dissipatori ed in tabella 3.3, a destra, l'ottimizzazione viene presentata in forma numerica.



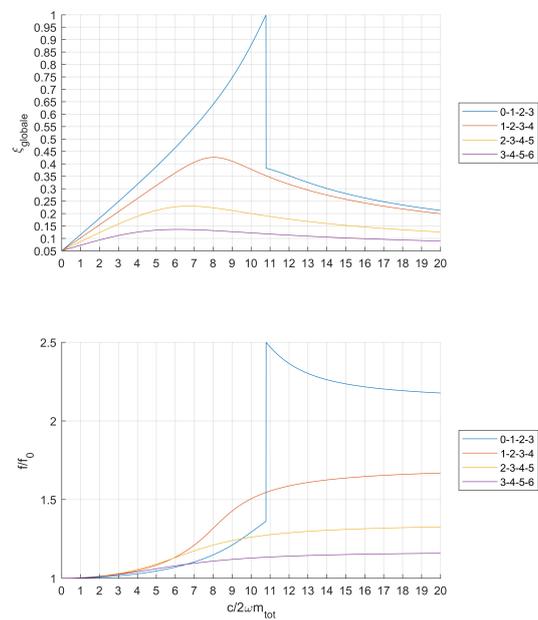
(a) dissipatori distribuiti su 1 piano



(b) dissipatori distribuiti su 2 piani



(c) dissipatori distribuiti su 3 piani



(d) dissipatori distribuiti su 4 piani

Figura 3.41: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta

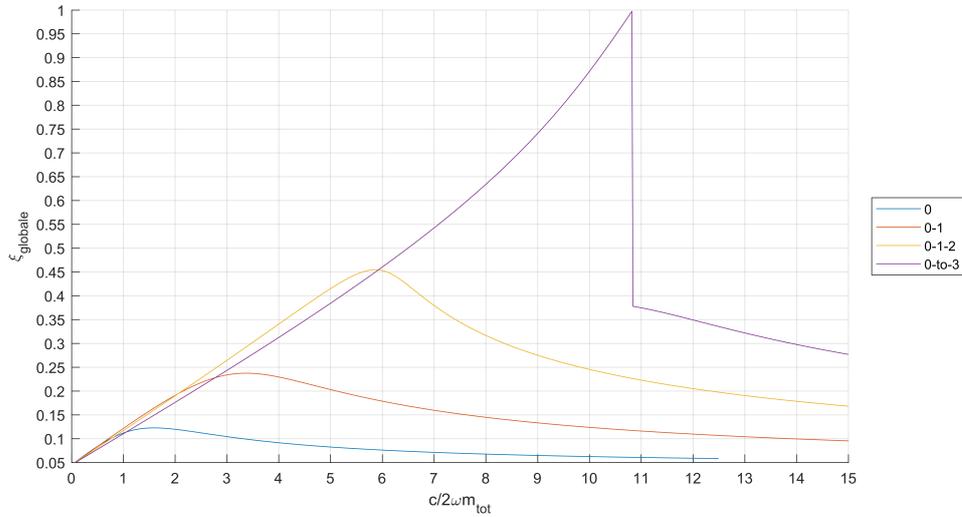


Figura 3.42: ottimizzazione degli smorzatori per telaio shear

piano	ϕ_{rel}	classifica	ξ_{glob}	piano ottimale dissipatori
0	20.9%	VI		
1	20.0%	II	5% – 11%	0
2	18.2%	I	11% – 20%	0-1
3	15.6%	III	20% – 45%	0-to-2
4	12.4%	IV	45% – 1%	0-to-3
5	8.5%	V		
6	4.4%	VII		

Tabella 3.3

3.3.2 Telaio a 15 piani

Verranno considerate distribuzioni di dissipatori da un solo piano a salire fino a otto piani adiacenti seguendo la stessa logica espressa nel telaio a 7 piani. Si è deciso di non considerare distribuzioni dei dissipatori sopra gli otto piani in quanto tali soluzioni, anche se permetterebbero di ottenere smorzamento più prossimo a quello critico, risulterebbero sconvenienti nel range della normale pratica progettuale. Si è utilizzata la stessa massa di piano e rigidità delle colonne definite per il telaio precedente. Il periodo corrispondente a $\psi = 0.5$ è 2.04s, per $\psi = 0.75$ si ha periodo 1.73s mentre per il telaio shear si ha 0.72s.

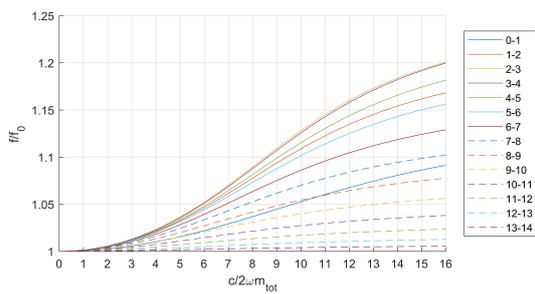
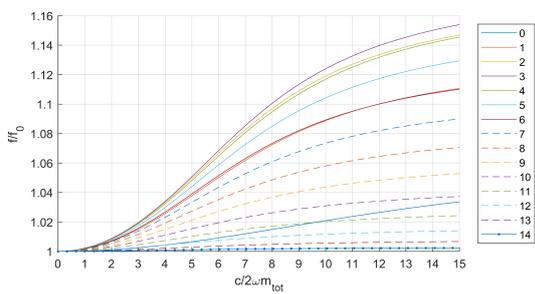
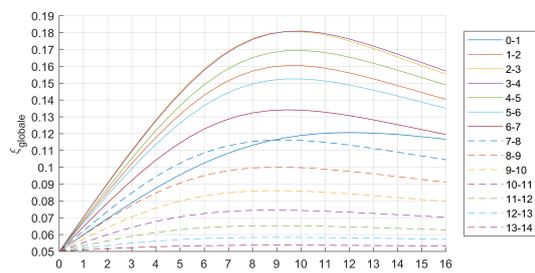
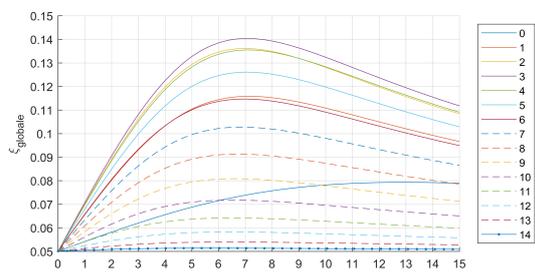
Telaio a travi deformabili ($\psi = 0.5$)

In figura 3.43(a) è presentato lo smorzamento globale ottenibile in funzione dello smorzamento introdotto. Considerando il caso in cui i dissipatori sono introdotti in un solo

piano, si osserva l'efficienza dei piani, anche in questo caso, segue lo stesso schema logico del telaio a 7 piani ovvero ad uno spostamento inter-piano modale maggiore corrisponde una maggiore efficienza. Nella tabella 3.4, a sinistra, viene presentato in forma numerica lo spostamento inter-piano corrispondente ad ogni piano. In figura 3.45 sono presentate le situazioni migliori per ogni distribuzione ed in tabella 3.4, a destra, si ha l'ottimizzazione in forma numerica.

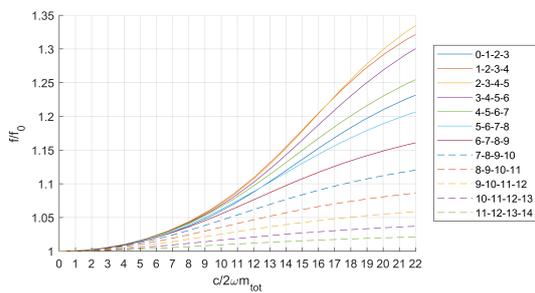
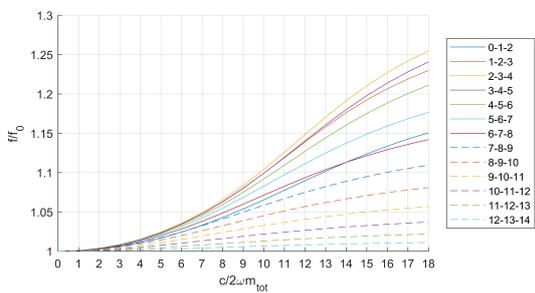
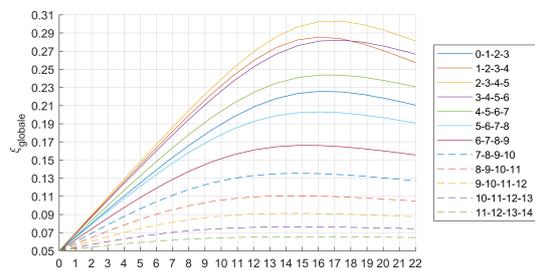
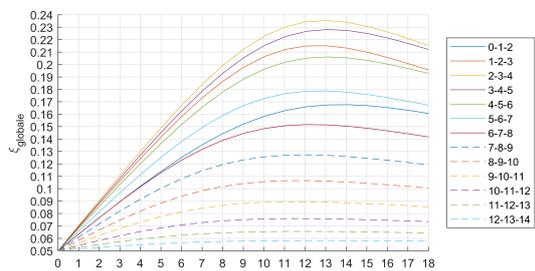
piano	ϕ_{rel}	classifica		
0	4.5%	XI		
1	8.7%	VI		
2	9.9%	II		
3	10.0%	I		
4	9.8%	III	ξ_{glob}	piano ottimale dissipatori
5	9.4%	IV	5% – 11%	3
6	8.8%	V	11% – 14%	2-3
7	8.1%	VII	14% – 19%	2-to-4
8	7.3%	VIII	19% – 26%	2-to-5
9	6.4%	IX	26% – 31%	2-to-6
10	5.5%	X	31% – 48%	1-to-6
11	4.5%	XII	48% – 71%	1-to-7
12	3.4%	XIII	71% – 92%	1-to-8
13	2.4%	XIV		
14	1.5%	XV		

Tabella 3.4



(a) dissipatori distribuiti su 1 piano

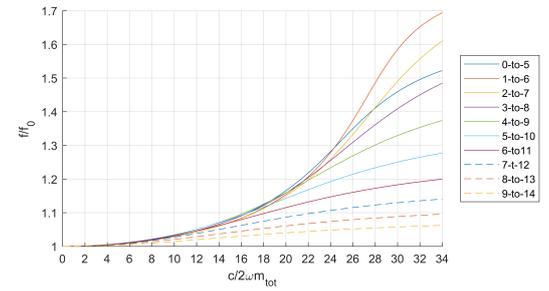
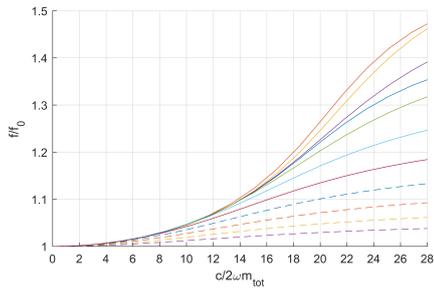
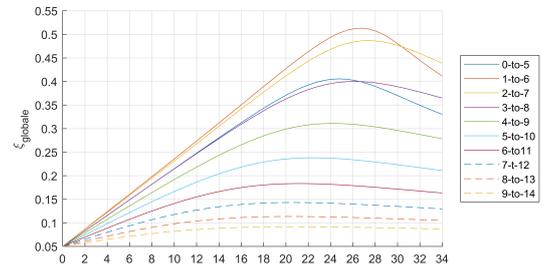
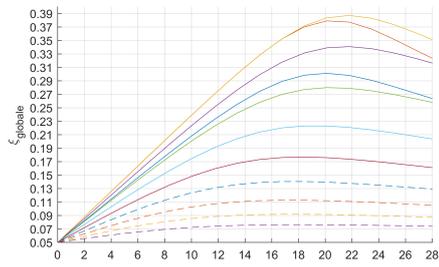
(b) dissipatori distribuiti su 2 piani



(c) dissipatori distribuiti su 3 piani

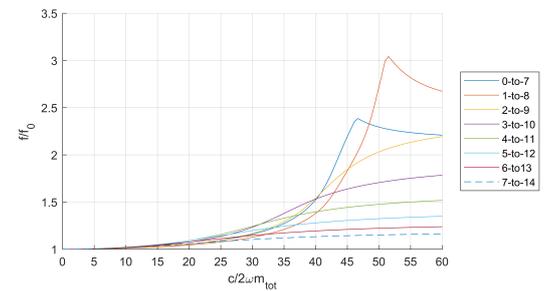
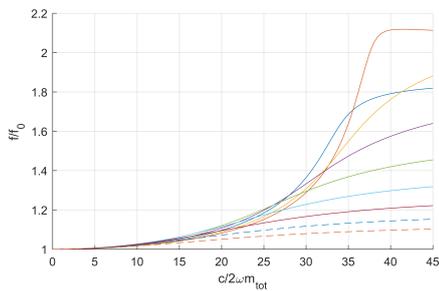
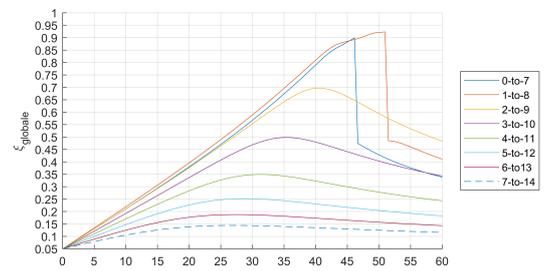
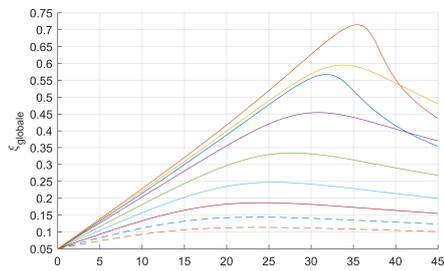
(d) dissipatori distribuiti su 4 piani

Figura 3.43: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta



(a) dissipatori distribuiti su 5 piano

(b) dissipatori distribuiti su 6 piani



(c) dissipatori distribuiti su 7 piani

(d) dissipatori distribuiti su 8 piani

Figura 3.44: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta

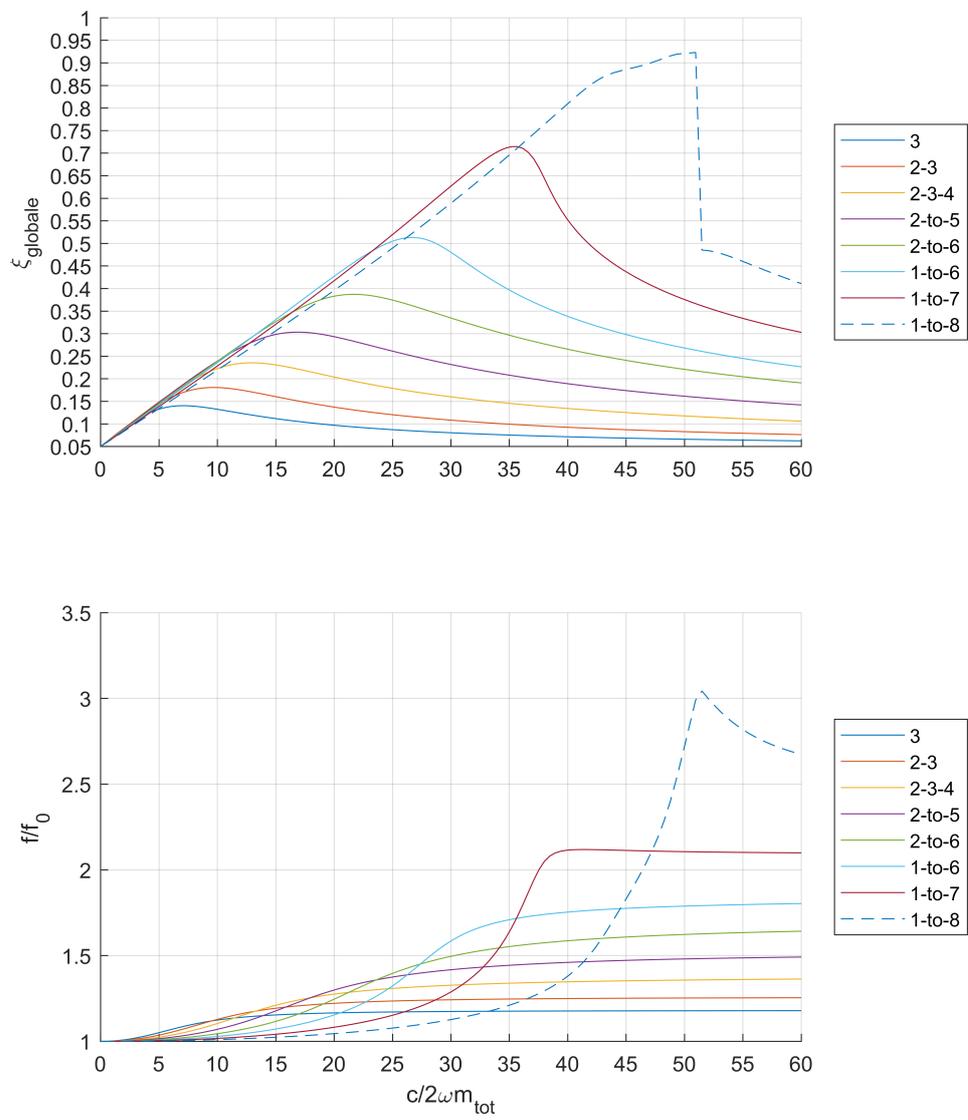


Figura 3.45: ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.5$

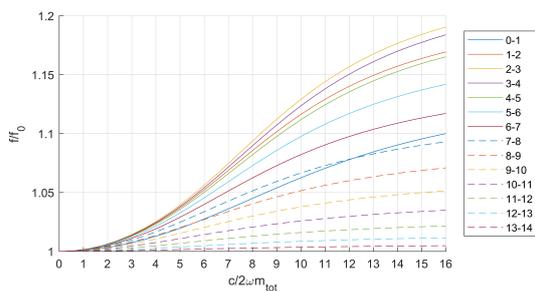
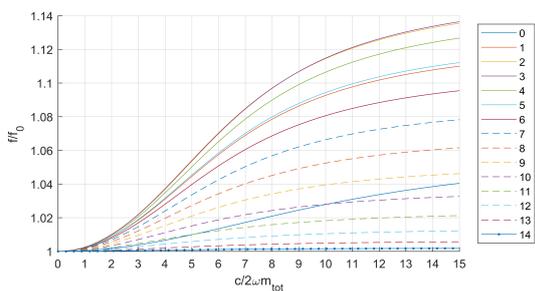
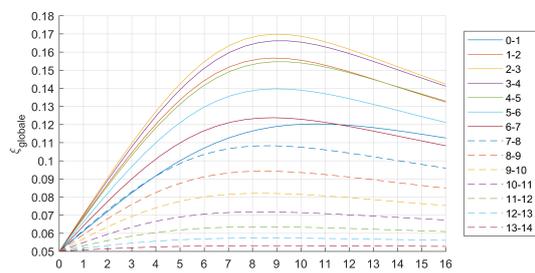
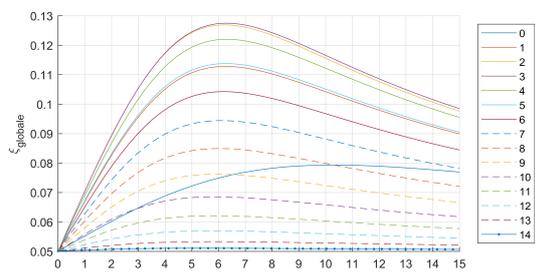
Telaio a travi deformabili ($\psi = 0.75$)

Valgono tutte le considerazioni effettuate precedentemente per il caso $\psi = 0.5$. In tabella 3.5, a sinistra, lo spostamento interpiano modale e relativa classifica dei piani aventi il maggiore spostamento. In figura 3.45 sono presentate le situazioni migliori per ogni distribuzione in modo da poter visualizzare graficamente le situazioni ottimali ed in tabella 3.5, a destra, si ha l'ottimizzazione in forma numerica.

piano	ϕ_{rel}	classifica		
0	5.0%	XI		
1	9.2%	V		
2	10.1%	I		
3	10.0%	II		
4	9.7%	III		
5	9.2%	IV		
6	8.6%	VI		
7	8.0%	VII		
8	7.2%	VIII		
9	6.3%	IX		
10	5.4%	X		
11	4.4%	XII		
12	3.3%	XIII		
13	2.3%	XIV		
14	1.3%	XV		

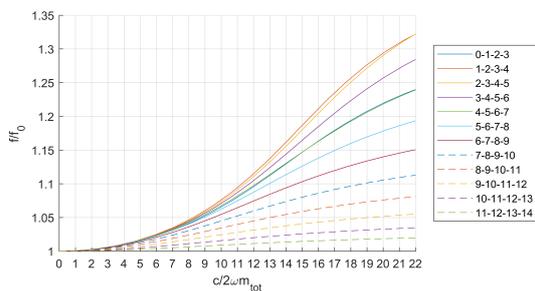
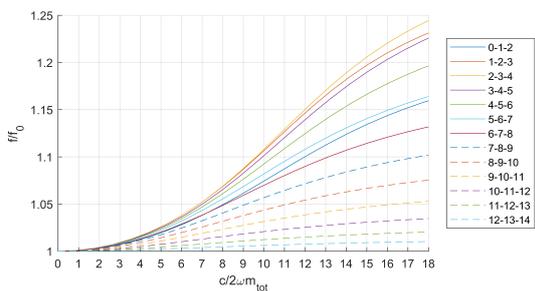
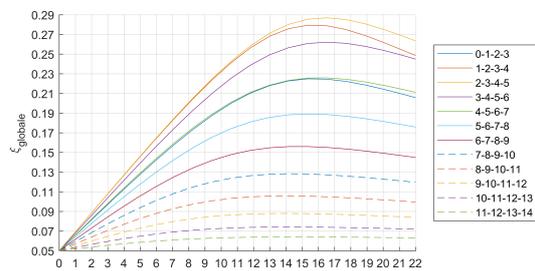
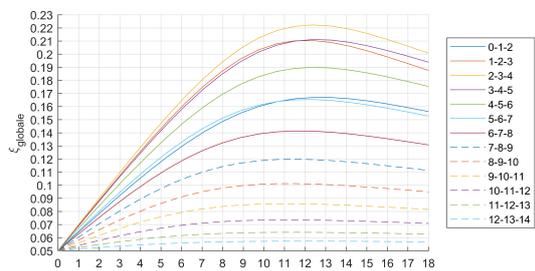
ξ_{glob}	piano ottimale dissipatori
5% – 10%	3
10% – 15%	2-3
15% – 20%	2-to-4
20% – 25%	2-to-5
25% – 31%	2-to-6
31% – 48%	1-to-6
48% – 70%	1-to-7
71% – 91%	1-to-8

Tabella 3.5



(a) dissipatori distribuiti su 1 piano

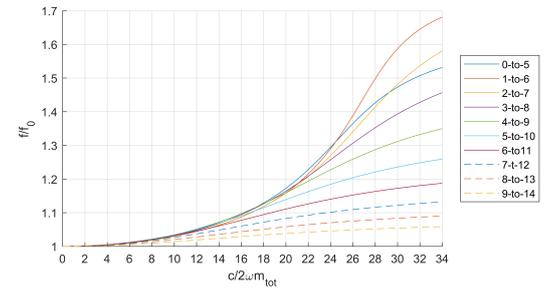
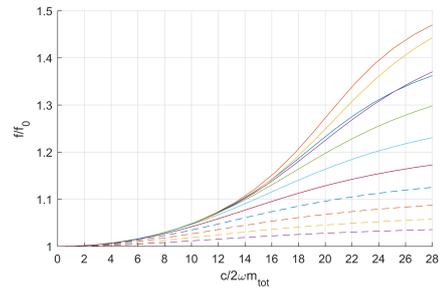
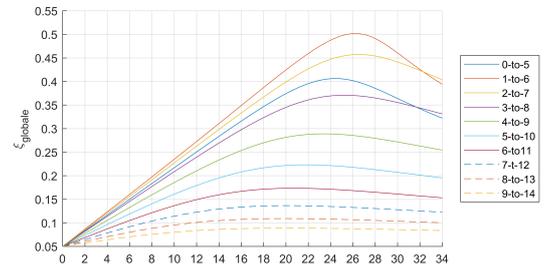
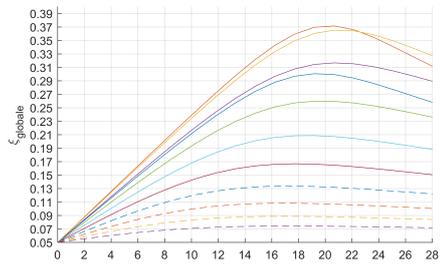
(b) dissipatori distribuiti su 2 piani



(c) dissipatori distribuiti su 3 piani

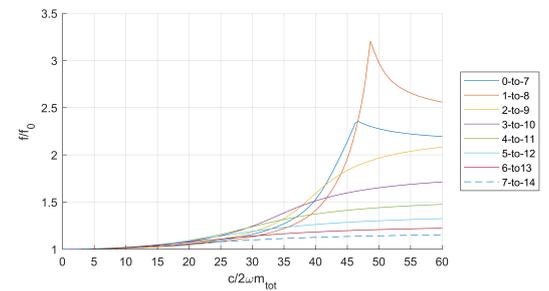
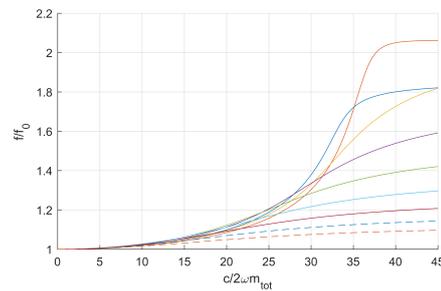
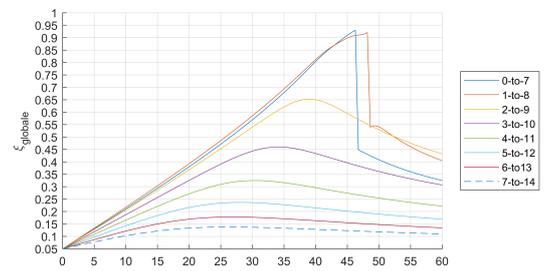
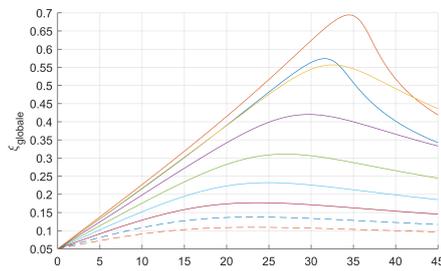
(d) dissipatori distribuiti su 4 piani

Figura 3.46: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta



(a) dissipatori distribuiti su 5 piano

(b) dissipatori distribuiti su 6 piani



(c) dissipatori distribuiti su 7 piani

(d) dissipatori distribuiti su 8 piani

Figura 3.47: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta

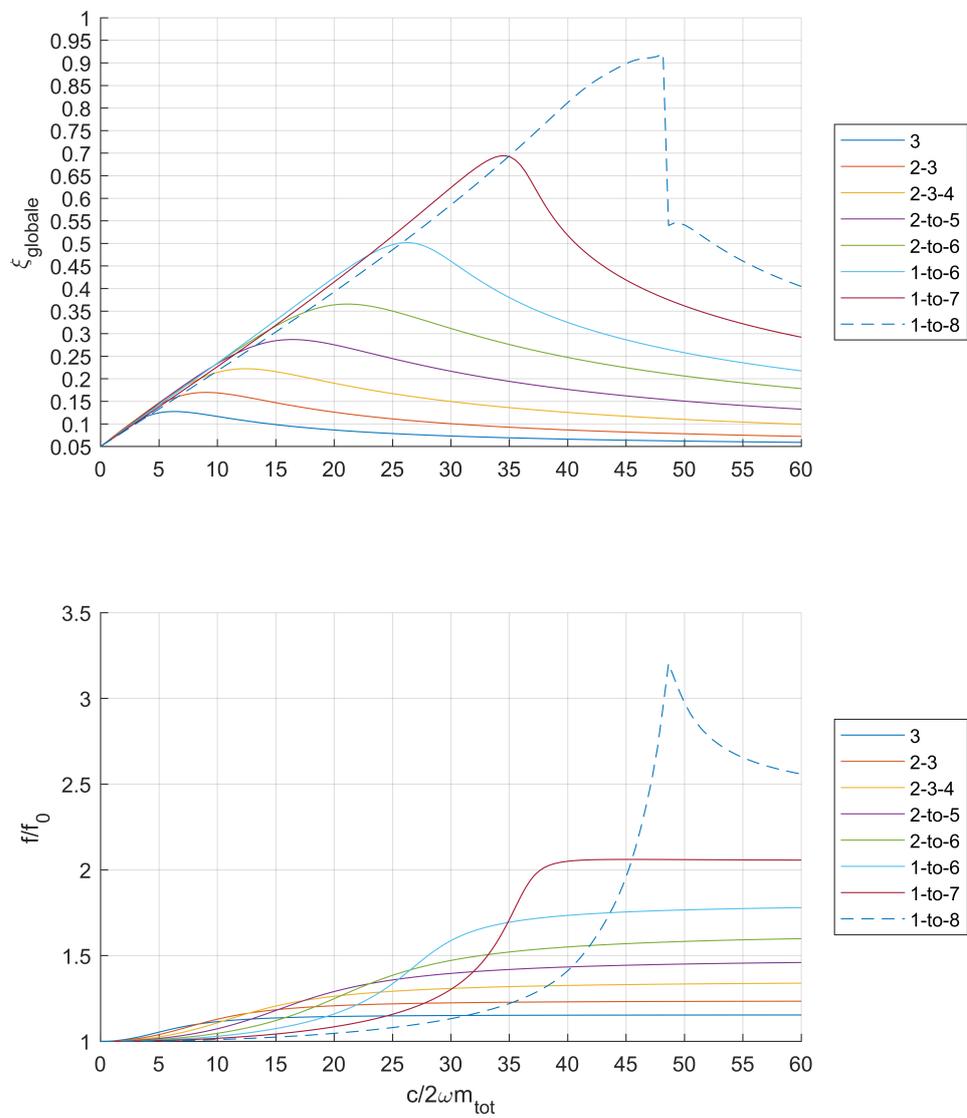


Figura 3.48: ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.75$

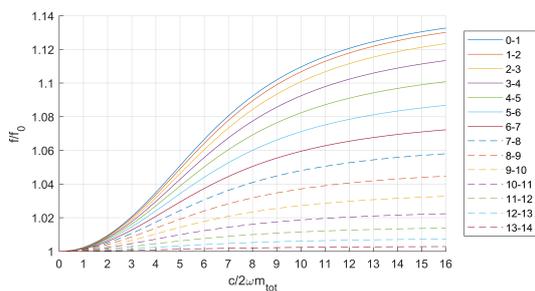
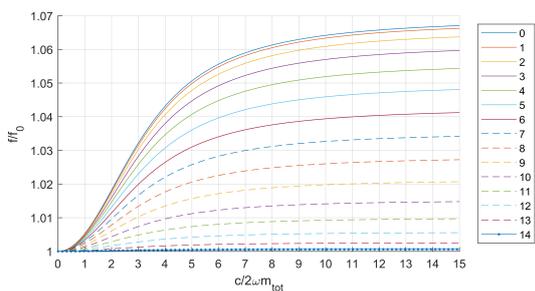
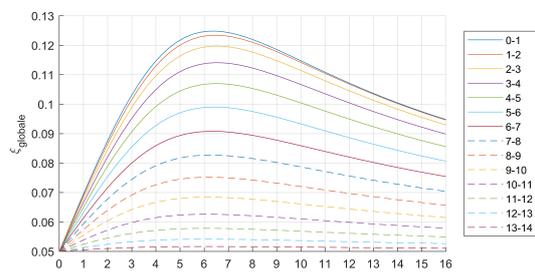
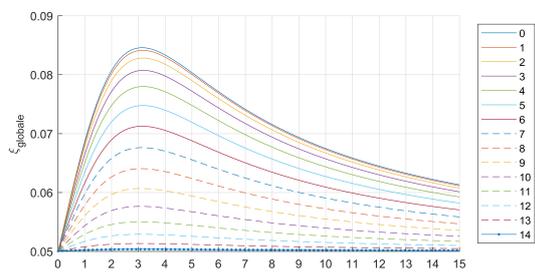
Telaio "shear"

Valgono tutte le considerazioni effettuate precedentemente con la differenza che per il telaio tipo "shear" il maggiore spostamento interpiano si ha al piano terra. In tabella 3.6, a sinistra, lo spostamento inter-piano al primo modo e relativa classifica. In figura 3.45 sono presentate le situazioni migliori per ogni distribuzione in modo da potersi visualizzare graficamente la situazione ottimale ed in tabella 3.5, a destra, si ha l'ottimizzazione in forma numerica. Si osserva, come per il telaio a 7 piani, che la versione a travi rigide è l'unica in grado di raggiungere lo smorzamento critico per il numero di combinazioni considerate.

piano	ϕ_{rel}	classifica		
0	10.1%	I		
1	10.0%	II		
2	9.8%	III		
3	9.5%	IV		
4	9.1%	V		
5	8.6%	VI		
6	8.0%	VII		
7	7.4%	VIII		
8	6.6%	IX		
9	5.8%	X		
10	4.9%	XI		
11	4.0%	XIII		
12	3.0%	XIII		
13	2.0%	XIV		
14	1.0%	XV		

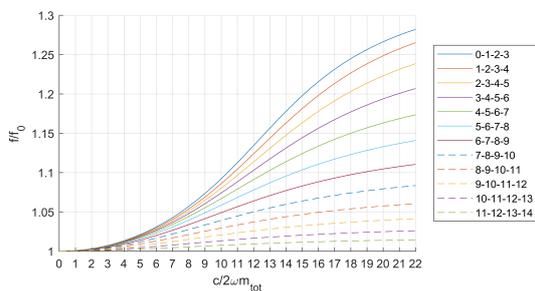
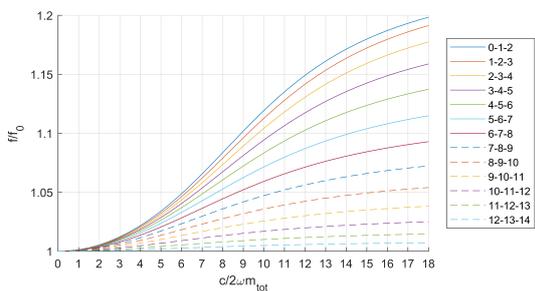
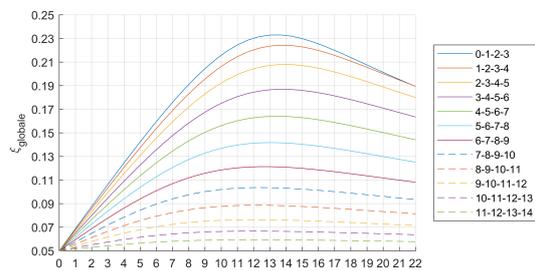
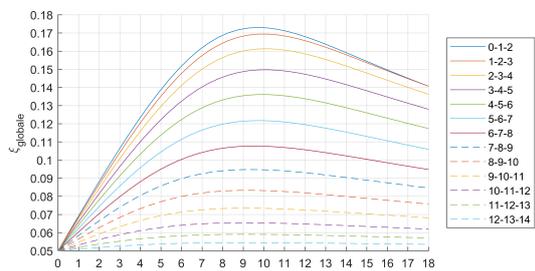
ξ_{glob}	piano ottimale dissipatori
5% – 8%	0
8% – 12%	0-1
12% – 16%	0-1-2
16% – 21%	0-to-3
21% – 29%	0-to-4
29% – 40%	0-to-5
40% – 65%	0-to-6
65% – 100%	0-to-7

Tabella 3.6



(a) dissipatori distribuiti su 1 piano

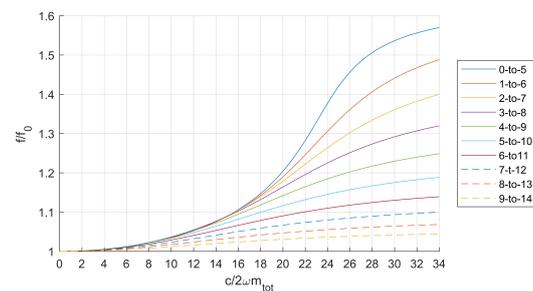
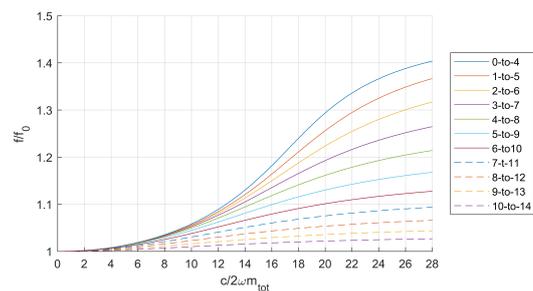
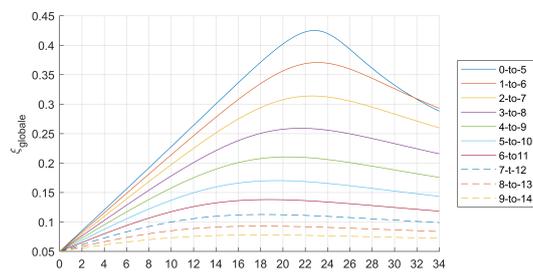
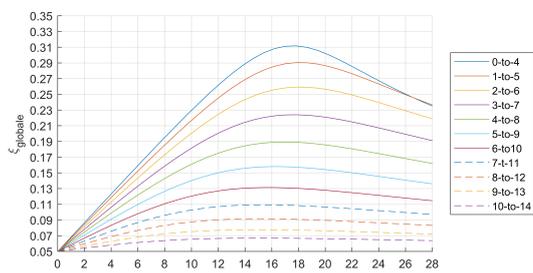
(b) dissipatori distribuiti su 2 piani



(c) dissipatori distribuiti su 3 piani

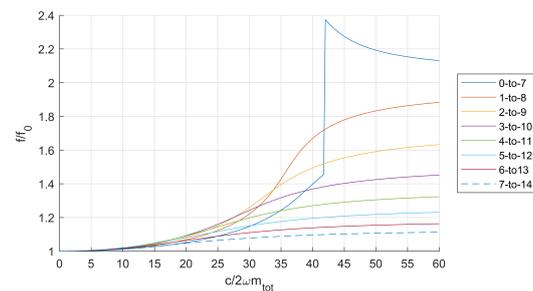
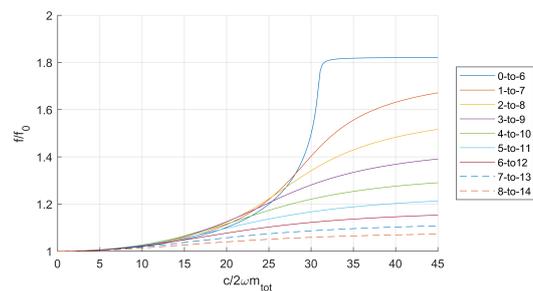
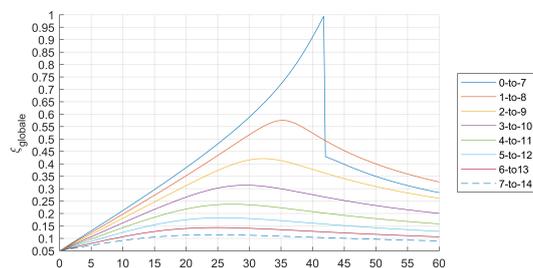
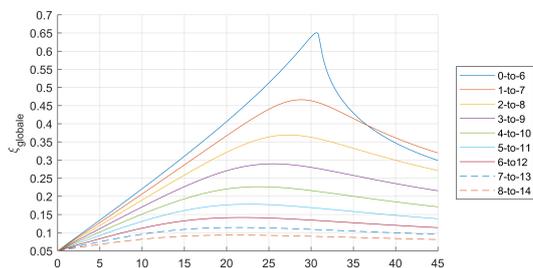
(d) dissipatori distribuiti su 4 piani

Figura 3.49: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta



(a) dissipatori distribuiti su 5 piano

(b) dissipatori distribuiti su 6 piani



(c) dissipatori distribuiti su 7 piani

(d) dissipatori distribuiti su 8 piani

Figura 3.50: smorzamento globale e frequenza in funzione della dissipazione viscosa introdotta

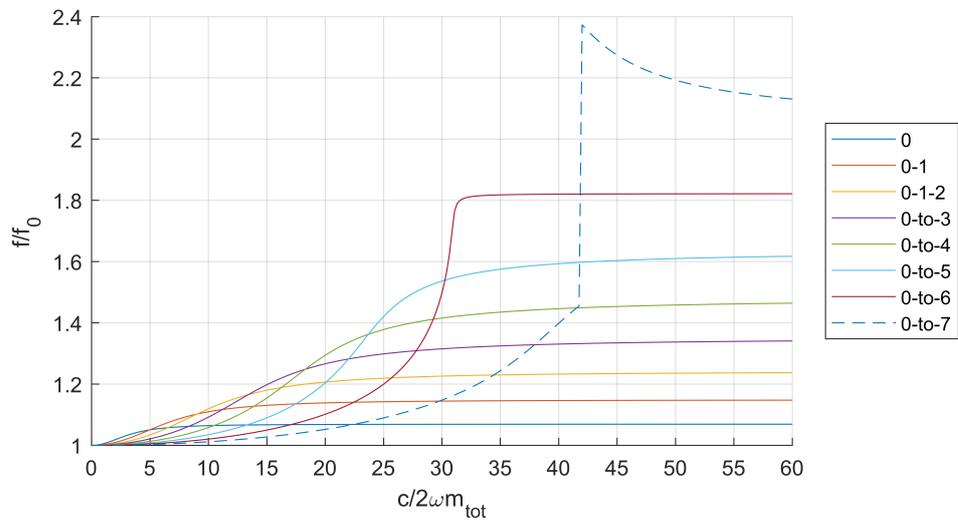
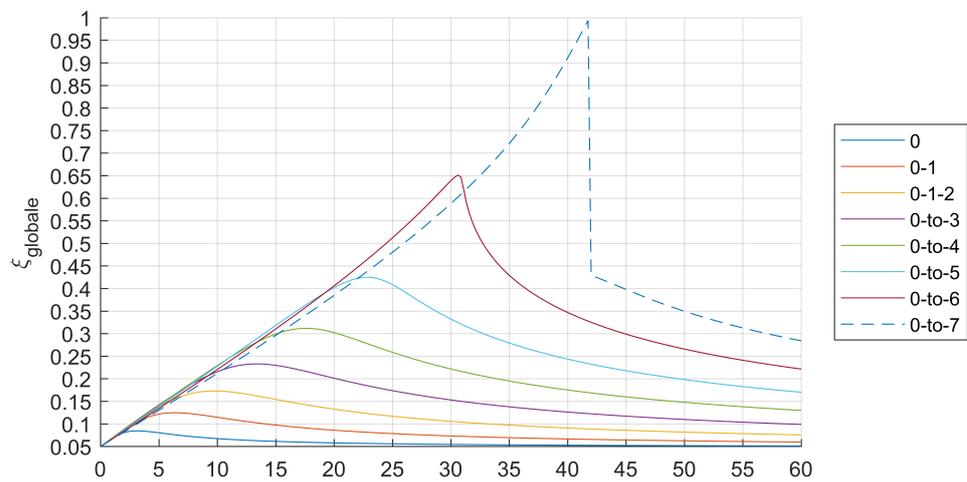


Figura 3.51: ottimizzazione degli smorzatori per telaio $\psi = 0.75$

3.3.3 Considerazioni finali

Considerando i dati emergenti in questo capitolo è possibile affermare che l'efficienza dei dissipatori in ogni piano è direttamente collegata alla variazione interpiano dell'autovettore modale principale, ovvero ad alti spostamenti interpiano corrisponde una maggiore efficienza. In generale, più le travi sono deformabili, maggiore è lo smorzamento globale raggiungibile con un numero contenuto di dissipatori. Si è osservato come la distribuzione ottimale dei dissipatori è funzione diretta dello smorzamento globale che si vuole raggiungere ed, in particolare, più è alto lo smorzamento ricercato, più il numero di piani che si deve coinvolgere è superiore.

Nella definizione di smorzamento ottimale ci si è basati sul concetto secondo cui, a parità di smorzamento introdotto, l'utilizzo di un minor numero di dispositivi di dissipazione genera il minor costo e quindi risulta più ottimale.

Per telai tipo "shear", il piano più efficiente è quello di base e l'efficienza decresce salendo; questa tipologia di telaio è l'unica in grado di raggiungere lo smorzamento critico introducendo dissipatori su un numero di piani pari alla metà dei piani del telaio, arrotondati per eccesso.

Per telai a travi deformabili non si osservano differenze concettuali sostanziali tra ψ pari a 0.5 ed a 0.75. La gerarchia delle efficienze esclude il piano terra che presenta una variazione dello spostamento interpiano contenuto, in favore dei piani superiori. Questa tipologia di telaio, per i casi considerati, prima di raggiungere lo smorzamento critico al primo modo, presenta sovrapposizione nella frequenza con frequenze proprie superiori che, per alti valori di smorzamento, diverranno esse stesse il primo modo.

Una dimostrazione teorica delle considerazioni effettuate fino ad ora è possibile utilizzando la formula per il calcolo dello smorzamento globale in funzione dei dissipatori introdotti ad ogni piano, proposta nelle *FEMA 356: Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*.

$$\xi_d = \frac{T \sum_j C_j \cos^2(\theta_j) \phi_{r,j}}{4\pi \sum_i m_i \phi_i^2} \quad (3.36)$$

Con significato dei parametri definito ad inizio capitolo. Tale formula è valida nel tratto ove vi è comportamento lineare tra smorzamento globale e smorzamento introdotto. Nei casi considerati si è utilizzato $\theta_j = 0$ su ogni piano. Analizzando questa formula si comprende chiaramente come l'introduzione di un unico dissipatore ove è presente lo spostamento modale relativo maggiore risulta la situazione ottimale nel limite di validità della formula, ovvero fino alla fine del tratto lineare. Successivamente, il caso ottimale risulta quello ove si aggiungono dissipatori nei due piani aventi il maggiore spostamento relativo tra i dissipatori e si prosegue in questo modo fino ad ottenere lo smorzamento globale ricercato.

Capitolo 4

Gli effetti della dissipazione plastica in un sistema ad n-gdl

L'obiettivo di questo capitolo è l'investigazione del legame tra il fattore di struttura q e la duttilità μ per sistemi aventi più gradi di libertà.

4.1 Passaggio da 1-gdl a n-gdl

Per applicare i risultati ottenuti in un sistema ad un grado di libertà a sistemi aventi più gradi di libertà occorre tenere conto di una molteplicità di fattori. Si definisce il fattore di struttura per un sistema ad 1 gdl come il rapporto tra la massima forza di un oscillatore ideale elastico $V_{EL,1gdl}$ e la massima forza di un oscillatore ideale avente uguale massa, periodo e smorzamento, ma con legame elastico-perfettamente plastico $V_{NL,1gdl}$.

$$q_{1gdl} = \frac{V_{EL,1gdl}}{V_{NL,1gdl}(\mu)} \quad (4.1)$$

La duttilità in un sistema ad 1 gdl è definita come la massima domanda in termini di spostamento $u_{NL,1gdl}$, divisa per lo spostamento che porta a snervamento u_y .

$$\mu = \frac{u_{NL,1gdl}}{u_{y,1gdl}} \quad (4.2)$$

Nel sistema ad n-gdl, l'utilizzo di un solo termine per definire la duttilità risulta una forzatura; per questo motivo, come si evince dalla figura 4.1, alcuni autori [16] preferiscono definire la duttilità interpiano.

$$\mu_i = \frac{\Delta u_i}{\Delta u_{y_i}} \quad (4.3)$$

Risulta particolarmente complicata una definizione dello spostamento interpiano di snervamento. Un ulteriore fattore che bisogna tenere in considerazione nel passaggio dall'oscillatore a n-gdl a quello avente 1-gdl è l'influenza dei modi superiori che producono un

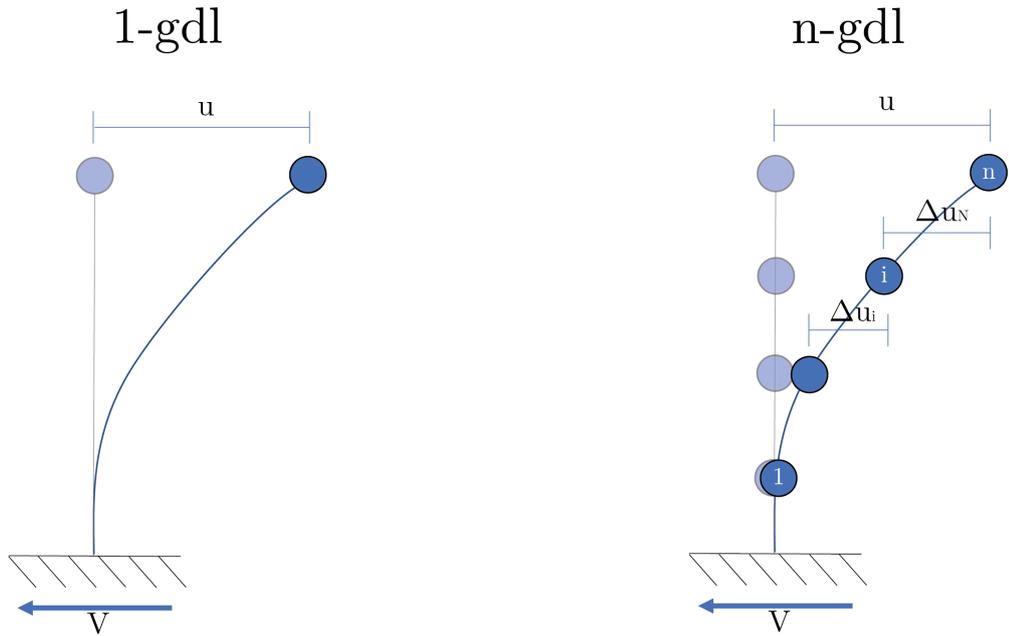


Figura 4.1: differenza tra 1-gdl e n-gdl

taglio di base nel caso n-gdl $V_{NL_{ngdl}}(\mu)$ superiore rispetto al sistema equivalente ad 1-gdl $V_{NL_{1gdl}}(\mu)$. Per tenere conto dei modi superiori, si definisce il *modification factor* come:

$$R_M = \frac{V_{NL_{1gdl}}(\mu)}{V_{NL_{ngdl}}(\mu)} \quad (4.4)$$

Si può dunque scrivere il fattore di struttura nel caso n-gdl come:

$$q_{ngdl} = \frac{V_{EL_{1gdl}}}{V_{NL_{ngdl}}(\mu)} = \frac{V_{EL_{1gdl}}}{V_{NL_{1gdl}}(\mu)} \cdot \frac{V_{NL_{1gdl}}}{V_{NL_{ngdl}}(\mu)} = q_{1gdl} \cdot R_M \quad (4.5)$$

Il modification factor è stato studiato da Chopra [3] e Zerbin et al. [16], i quali hanno osservato che decresce quando vi è:

- Aumento del periodo e, conseguentemente, del numero di piani;
- Aumento della duttilità.

4.2 Metodologia di analisi

Per lo studio della distribuzione spaziale della duttilità si è analizzato il telaio a 7 piani definito nel capitolo precedente, caratterizzato da una massa di piano di 27 t, rapporto tra la rigidezza delle travi e delle colonne di 0.75 e un periodo proprio di 0.8 s. Si sono ipotizzate due differenti distribuzioni delle cerniere plastiche:

- Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi;
- Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi ed alla base delle colonne.

Le cerniere plastiche sono state definite con legame elasto-perfettamente plastico. Le analisi sono state eseguite imponendo il momento di snervamento delle cerniere plastiche come frazione del momento elastico. Sono stati valutati:

- Legame tra $\frac{M_{EL}}{M_{NL}} - q$ con q definito come $\frac{V_{EL}}{V_{NL}}$;
- Legame $\mu - q$ con μ definito come $\frac{u_{NL}}{u_y}$ in sommità;
- Deformata corrispondente allo spostamento massimo in sommità;
- Distribuzione del fattore di struttura lungo l'altezza dell'edificio;
- Distribuzione della duttilità lungo l'altezza dell'edificio.

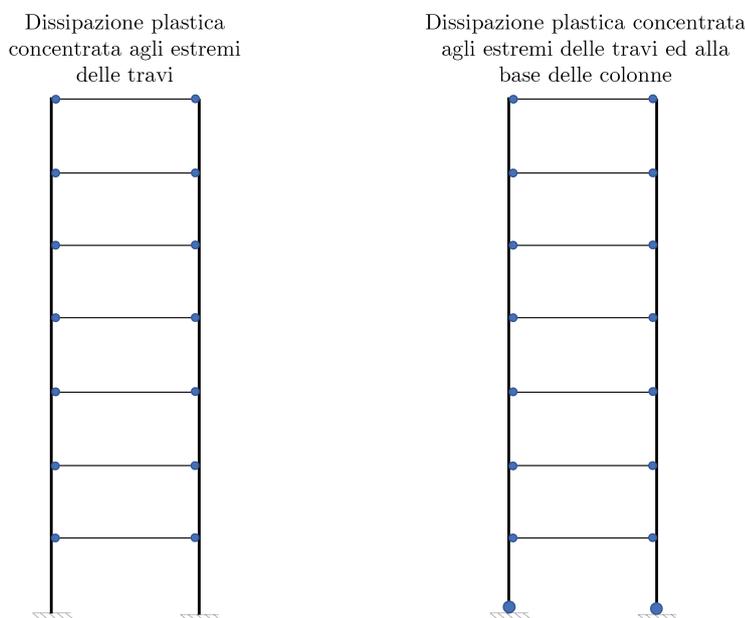
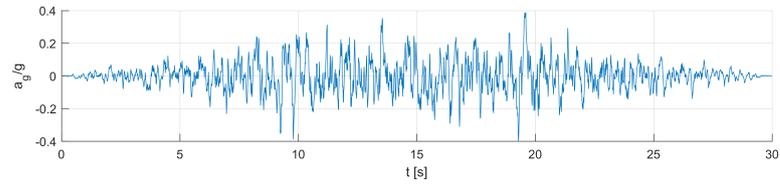


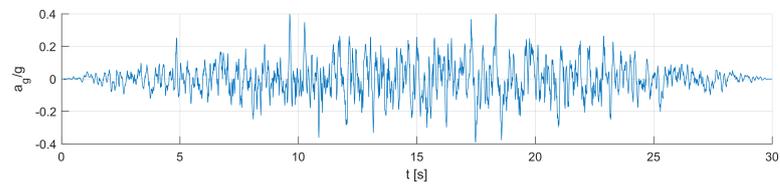
Figura 4.2: distribuzione delle cerniere plastiche

4.2.1 Sisma di riferimento

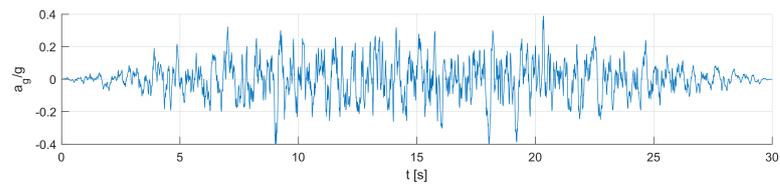
Per la valutazione del comportamento non lineare della struttura, sono stati considerati 4 sismi generati tramite SIMQKE, dallo spettro n. 3 definito in figura 2.2. Tale spettro corrisponde allo SLC della città di Udine per un periodo di ritorno di 82 anni ed una vita nominale della struttura di 50 anni. La PGA corrispondente è di 0.40g.



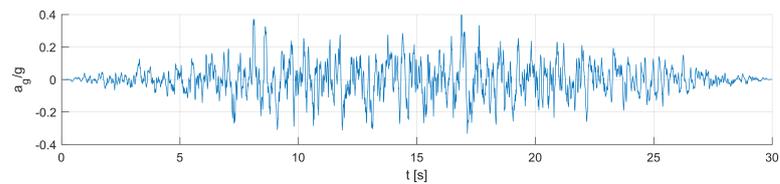
(a) sisma 1



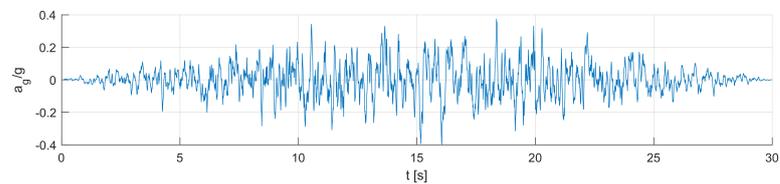
(b) sisma 2



(c) sisma 3



(d) sisma 4



(e) sisma 5

Figura 4.3: accelerogrammi utilizzati per l'analisi

4.3 Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi

La distribuzione delle cerniere plastiche nelle sole travi comporta che il telaio, durante il comportamento plastico, ha ancora risorse elastiche che lo collegano a terra. Ciò si traduce, durante il sisma, nel continuo passaggio dalla forma modale elastica ad una forma che si può definire "plastica". Si osserva come il raggiungimento della forma modale perfettamente plastica è una soluzione totalmente teorica e può avvenire solo nel caso in cui il momento di snervamento delle travi risulti nullo ed analizzabile quindi come se le cerniere plastiche fossero cerniere elastiche.

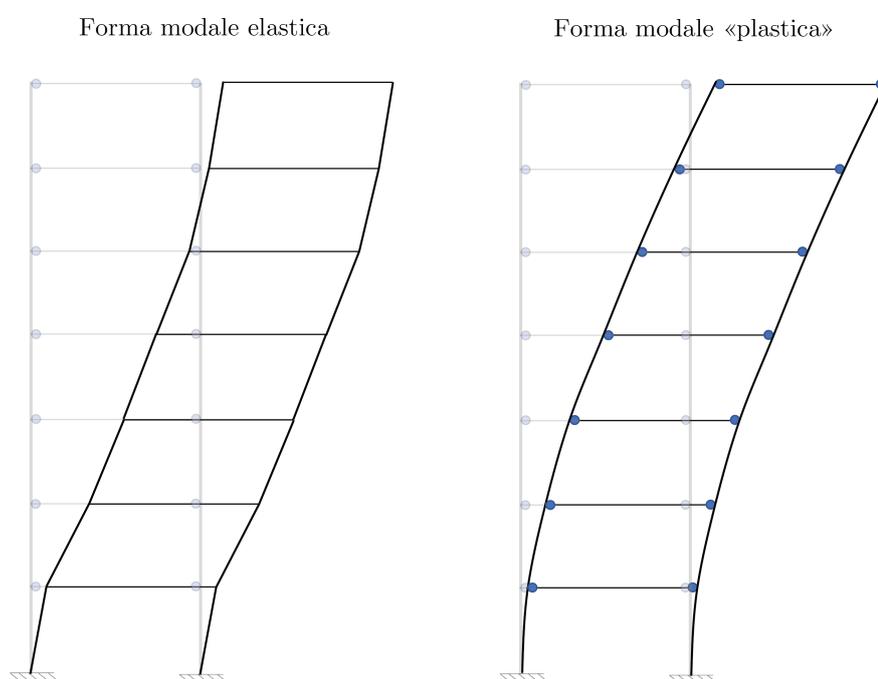


Figura 4.4: confronto tra la forma modale elastica e la forma modale considerando le cerniere plastiche come cerniere elastiche

Si analizza in primo luogo il legame tra il rapporto del momento elastico, il momento di snervamento ed il fattore di struttura, definito come il rapporto tra il taglio di base dell'analisi elastica e quello dell'analisi non lineare (presentato in figura 4.5). Si osserva che non vi è un'eccessiva dispersione dei valori rispetto alla retta ottenuta mediante regressione lineare.

Si analizza in figura 4.6 il legame tra il fattore di comportamento e la duttilità. Si osserva una dispersione dei dati tipica nel rapporto $q - \mu$. Anche in questo caso è stata eseguita una regressione lineare la cui pendenza risulta in linea con le analisi ad 1 gdl.

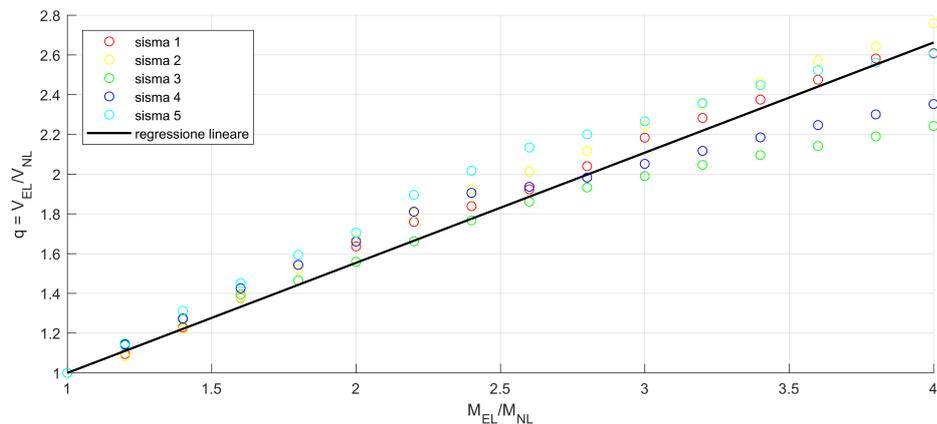


Figura 4.5: diminuzione del taglio di base e del momento a confronto

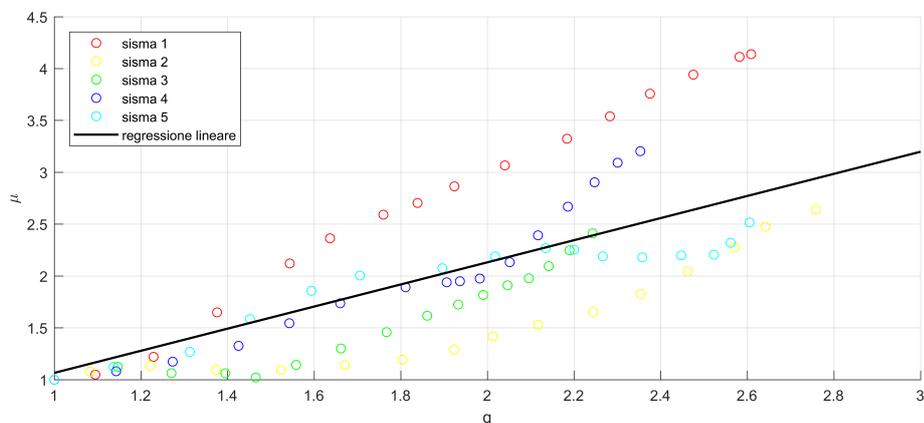
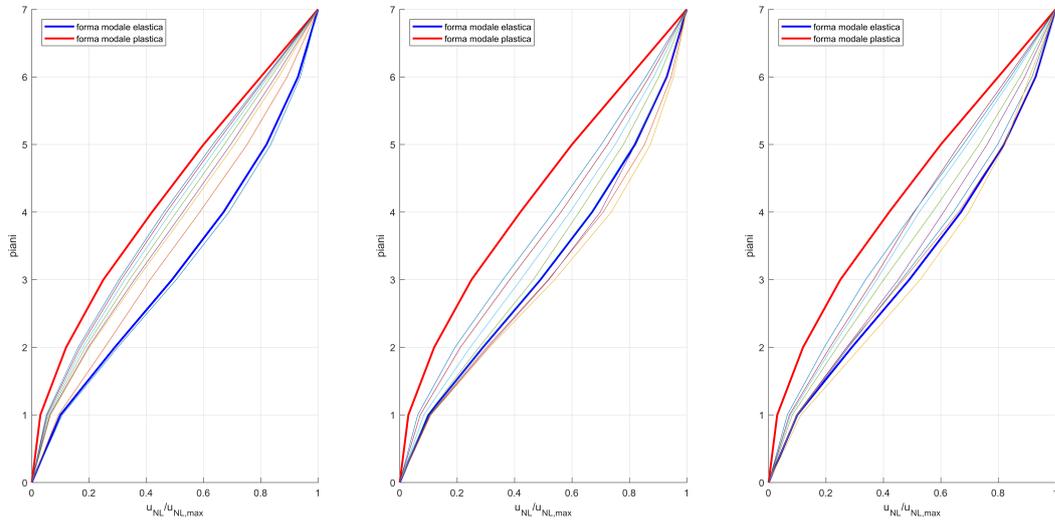


Figura 4.6: duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale

In figura 4.7 vi è la distribuzione degli spostamenti massimi di ogni piano normalizzati per lo spostamento massimo. Si osserva in generale la tendenza ad assumere la forma modale "plastica" all'aumentare di μ . Per bassi valori di duttilità lo spostamento massimo differisce leggermente rispetto a quella che è la forma modale elastica; ciò è dovuto alla presenza di modi superiori.

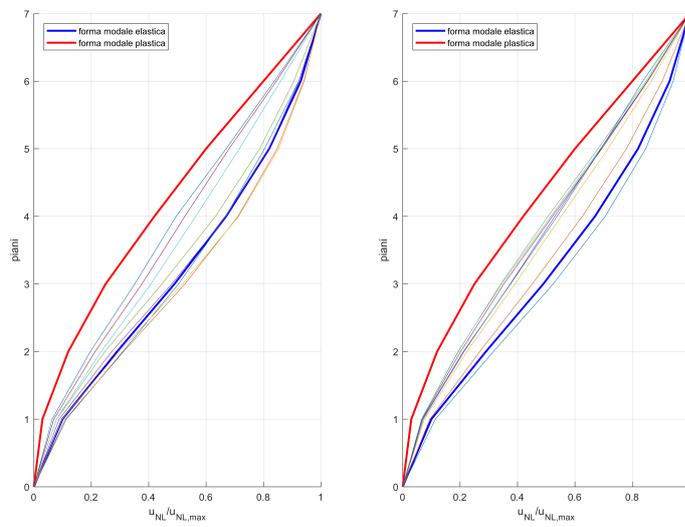
Nelle figure 4.8 e 4.9 a sinistra vi è il rapporto tra il taglio elastico $V_{EL,i}$ ed il taglio non lineare $V_{NL,i}$ per l' i -esimo piano per differenti valori di q ; al piano 0 si ha per definizione q . A destra viene presentato il rapporto tra lo spostamento non lineare $u_{NL,i}$ e lo spostamento di snervamento $u_{y,i}$ definito come rapporto tra lo spostamento elastico ed il fattore di struttura ($u_{y,i} = \frac{u_{EL,i}}{q}$); al piano 6 si ha per definizione μ . Le non linearità sono distribuite omogeneamente su ogni piano per quanto riguarda le forze, mentre la duttilità richiesta è ampiamente maggiore ai piani superiori.



(a) sisma 1

(b) sisma 2

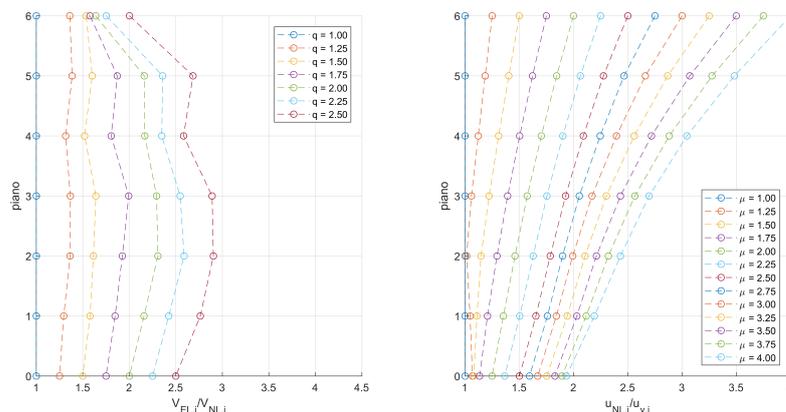
(c) sisma 3



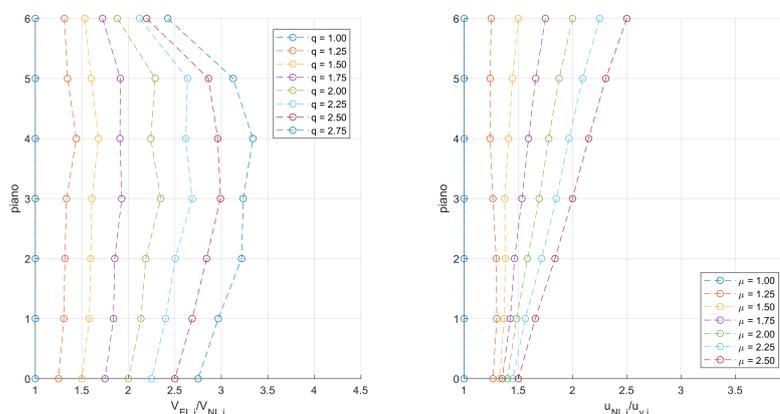
(d) sisma 4

(e) sisma 5

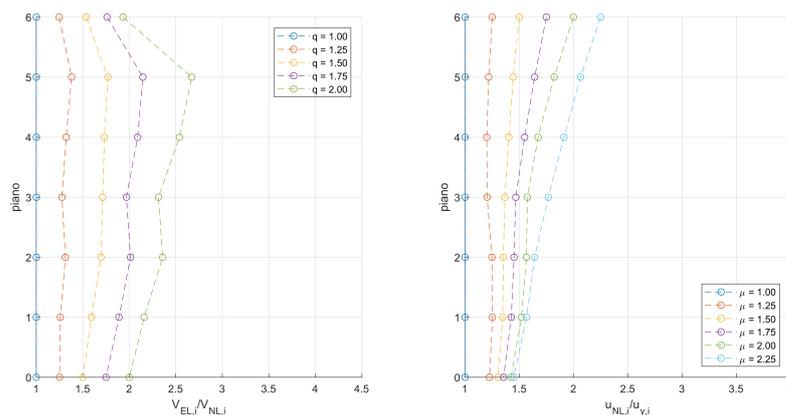
Figura 4.7: spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento



(a) sisma 1

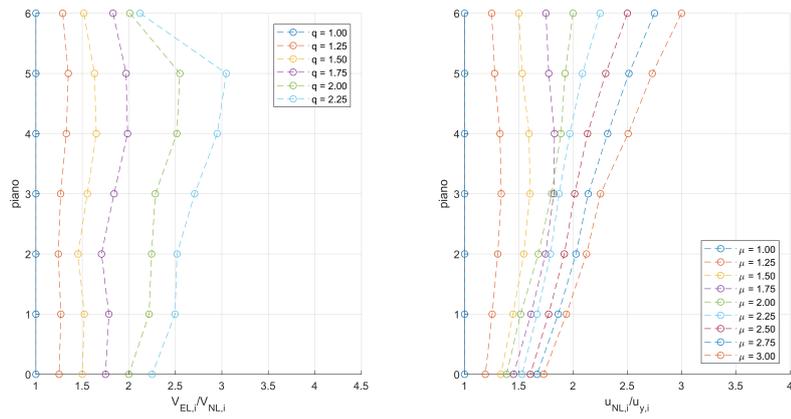


(b) sisma 2

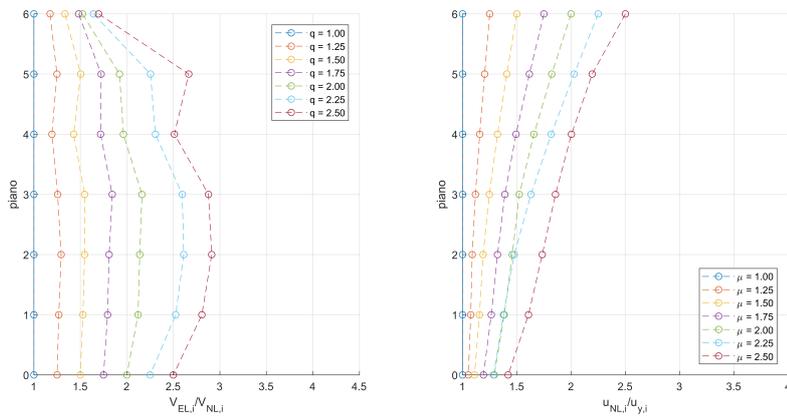


(c) sisma 3

Figura 4.8: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento



(a) sisma 4



(b) sisma 5

Figura 4.9: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento

4.4 Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi ed alla base delle colonne

La distribuzione delle cerniere plastiche nelle sole travi comporta che il telaio durante il comportamento plastico non ha più risorse elastiche che lo collegano a terra. La forma modale "plastica" in questo caso è costituita da una rotazione rigida del telaio.

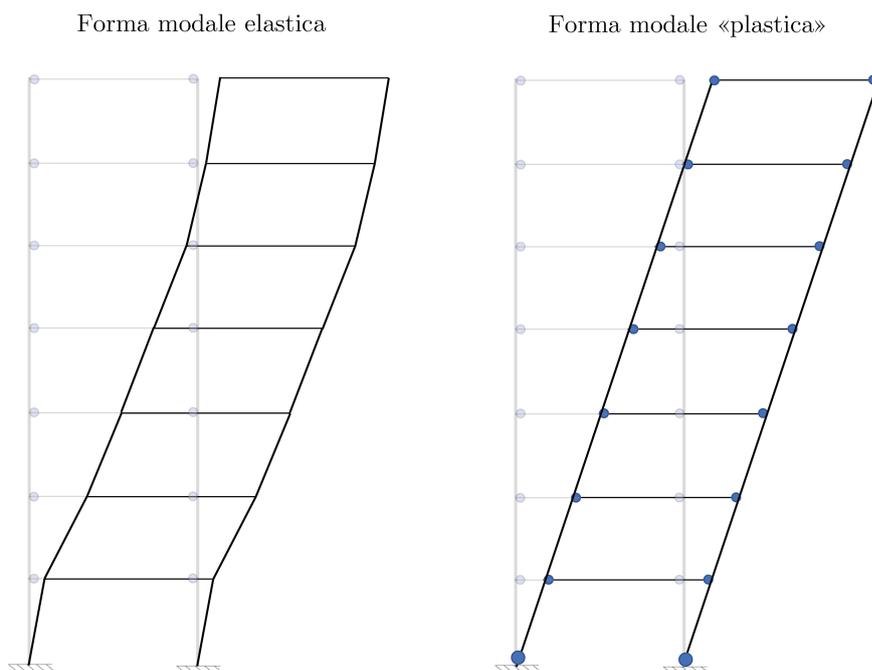


Figura 4.10: confronto tra la forma modale elastica e la forma modale plastica

Si analizza in primo luogo il legame tra il rapporto del momento elastico, il momento di snervamento ed il fattore di struttura definito come il rapporto tra il taglio di base dell'analisi elastica e quello dell'analisi non lineare (rappresentato in figura 4.11). Anche in questo caso non vi è un'eccessiva dispersione dei valori rispetto alla retta ottenuta mediante regressione lineare. Si osserva, inoltre, che la retta di regressione lineare ha una pendenza più prossima all'unità rispetto a quando la non linearità è distribuita nelle sole travi.

Si analizza in figura 4.12 il legame tra il fattore di struttura e la duttilità. La dispersione dei dati è la tipica del rapporto $q - \mu$. Anche in questo caso è stata eseguita una regressione lineare la cui pendenza risulta in linea con le analisi ad 1 gdl.

In figura 4.13 viene presentata la distribuzione degli spostamenti massimi di ogni piano normalizzati per lo spostamento massimo. Anche in questo caso si osserva, in generale, la tendenza ad assumere la forma modale "plastica" all'aumentare di μ . Per

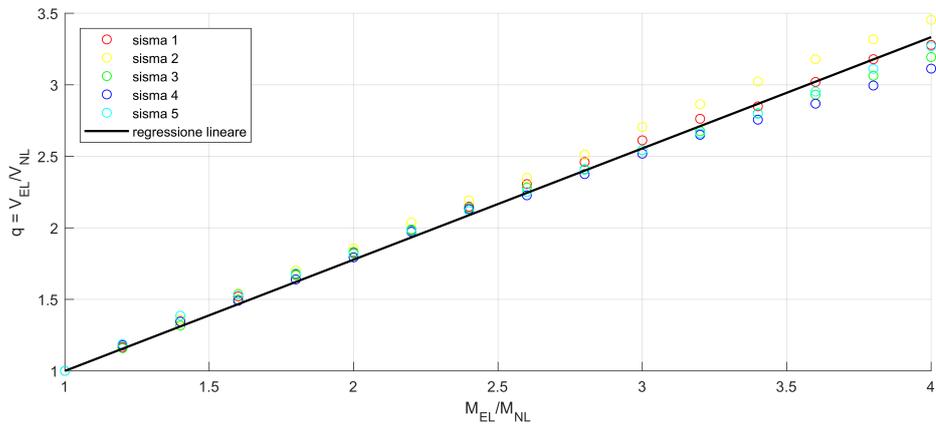


Figura 4.11: diminuzione del taglio di base e del momento a confronto

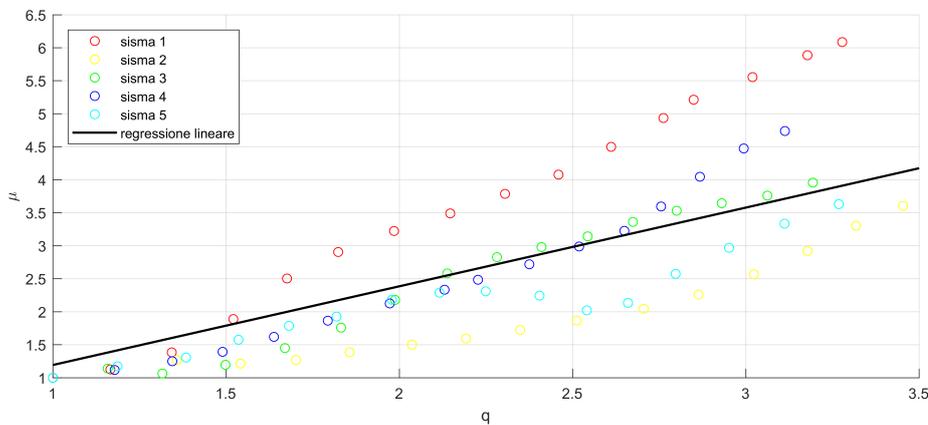
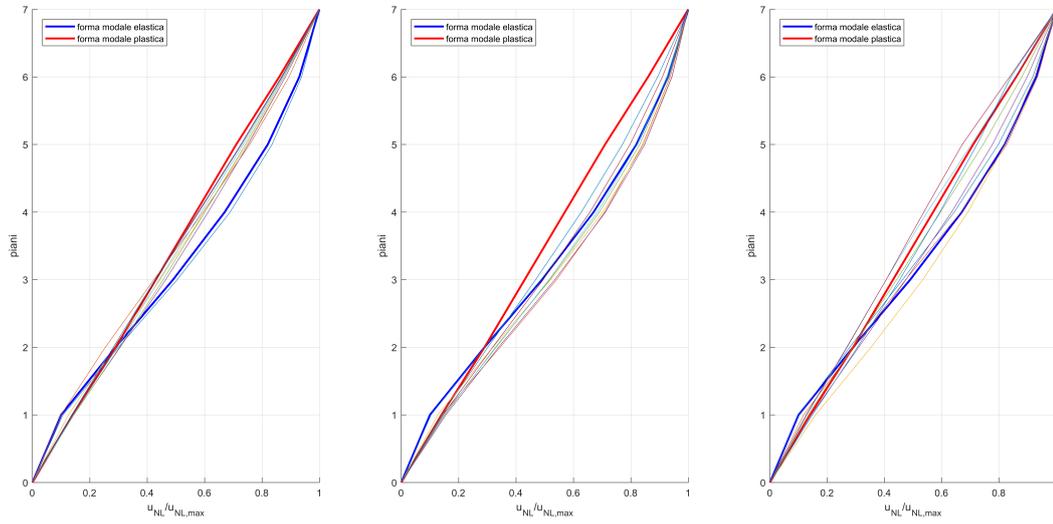


Figura 4.12: duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale

bassi valori di duttilità si osserva una combinazione tra il modo elastico e quello "plastico", in particolare si ha la porzione inferiore che presenta rotazione rigida dovuta alla plasticizzazione delle cerniere alla base, mentre la porzione superiore risulta più simile al comportamento elastico.

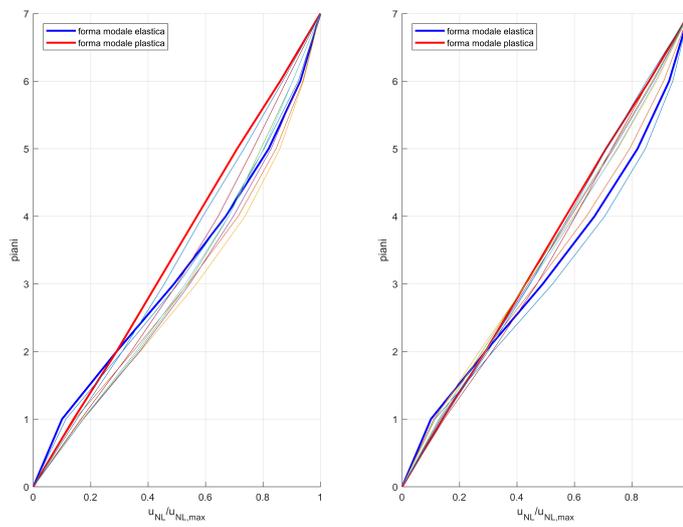
Nelle figure 4.14 e 4.15 a sinistra è presentato il rapporto tra il taglio elastico $V_{EL,i}$ ed il taglio non lineare $V_{NL,i}$ per l' i -esimo piano per differenti valori di fattore di struttura. A destra viene presentato il rapporto tra lo spostamento delle analisi non lineari $u_{NL,i}$ e lo spostamento di snervamento u_y definito precedentemente. Si osserva come le non linearità risultino distribuite in maniera più omogenea su ogni piano rispetto alla distribuzione delle cerniere plastiche solo nelle travi.



(a) sisma 1

(b) sisma 2

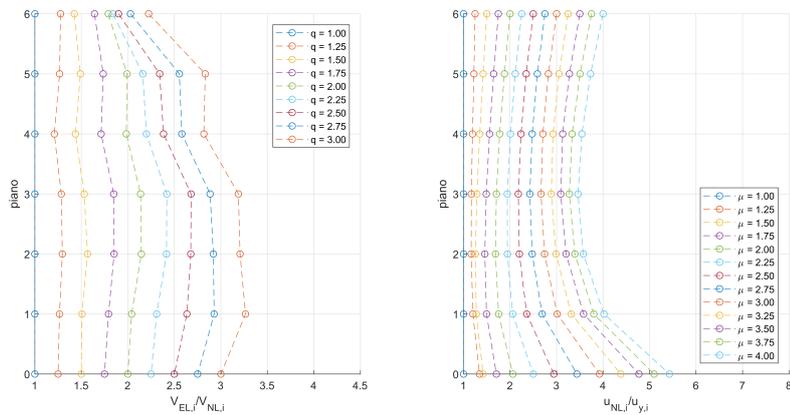
(c) sisma 3



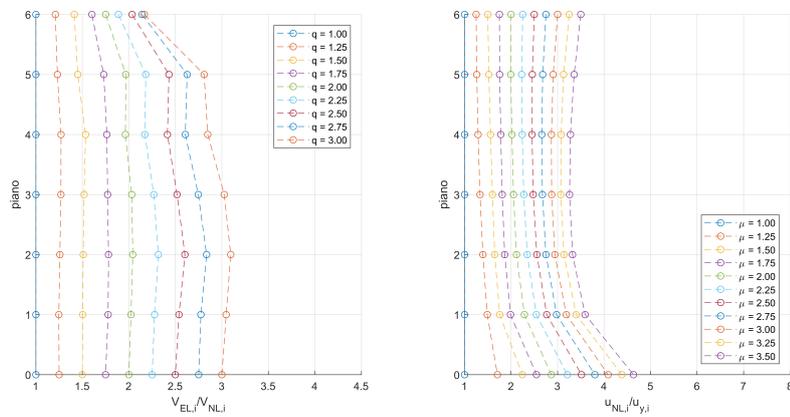
(d) sisma 4

(e) sisma 5

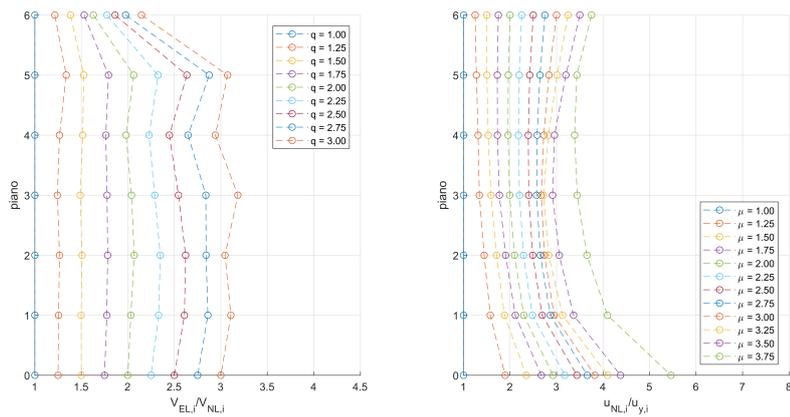
Figura 4.13: spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento



(a) sisma 1

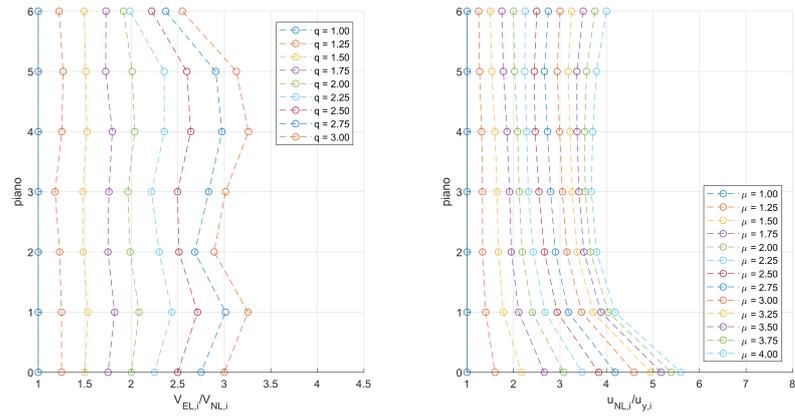


(b) sisma 2

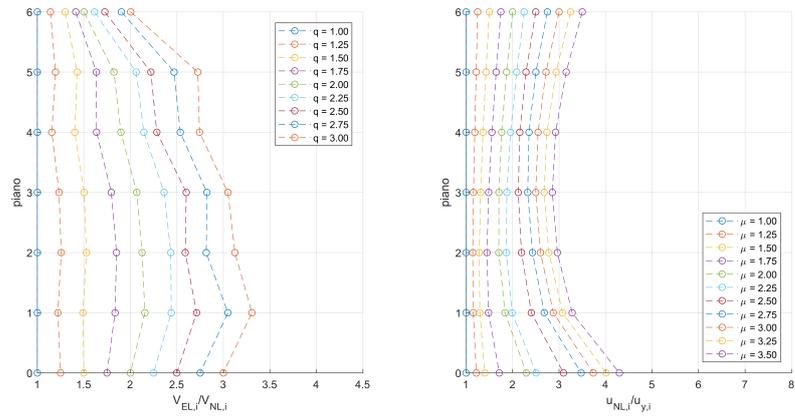


(c) sisma 3

Figura 4.14: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento



(a) sisma 4



(b) sisma 5

Figura 4.15: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento

4.5 Risultati delle analisi

Le analisi effettuate in questo capitolo hanno permesso di valutare differenti fattori da tenere in considerazione quando si progetta una struttura in zona sismica.

La distribuzione delle plasticizzazioni all'interno della struttura influenza in forte misura il comportamento non lineare della struttura. Il legame rappresentante il rapporto tra momento elastico e momento non lineare ed il fattore di comportamento presenta una pendenza $(q-1)/(\frac{M_{EL}}{M_{NL}}-1)$ di 0.55 per le cerniere plastiche distribuite ai soli estremi delle travi e di 0.78 nel caso si considerano cerniere plastiche anche alla base delle colonne. In generale, si può affermare che, maggiore è la porzione di struttura rimanente in campo elastico, minore sarà il fattore di struttura applicabile.

Valutando il legame tra il fattore di comportamento q e la duttilità μ si osserva un aumento della duttilità richiesta, a parità di fattore di comportamento, per il telaio avente cerniere plastiche distribuite anche alla base delle colonne. In particolare la stima ai minimi quadrati delle rette di regressione ha fornito una pendenza nel legame $q-\mu$ di 1.07 per le cerniere plastiche nelle sole travi e di 1.19 nel caso di cerniere plastiche anche alla base delle colonne. Ciò è dovuto alla presenza della componente elastica che limita il comportamento plastico.

Si è valutata la deformata corrispondente allo spostamento massimo non lineare. In generale si è visto che minore è la duttilità, più la deformata sarà simile alla forma modale corrispondente al primo modo in campo elastico; si osservano delle discrepanze dovute all'effetto dei modi superiori al primo. Per alte duttilità la deformata ha la tendenza a raggiungere una forma simile a quella che si avrebbe considerando tutte le cerniere plastiche come cerniere. Si può dunque ipotizzare un legame del tipo:

$$\frac{\mathbf{u}}{u_{max}}(\mu) = \phi_{EL} + (1 - \frac{1}{\mu})(\phi_{PL} - \phi_{EL}) \quad (4.6)$$

Si osserva una tendenza ad avere comportamenti combinati tra le due forme dovuta al rientro in campo elastico delle cerniere ai piani superiori mentre nella porzione inferiore la struttura è ancora in campo non lineare.

Si osserva in generale, per entrambe le distribuzioni delle non linearità, una riduzione del taglio di piano abbastanza omogenea su tutta l'altezza del telaio; la maggior riduzione si ha sui piani centrali nel caso di cerniere plastiche nelle sole travi mentre nei piani inferiori se si considera la possibilità di formazione delle cerniere plastiche anche sulle colonne alla base. Il minimo è sempre al sesto piano. Per quanto riguarda la duttilità, si osserva una maggiore richiesta nei piani superiori nel caso di cerniere plastiche solo nelle travi mentre risulta tendenzialmente distribuito omogeneamente sull'altezza nel caso considerante le cerniere plastiche anche alla base.

Capitolo 5

Gli effetti combinati della dissipazione viscosa e di quella plastica in un sistema ad n-gdl

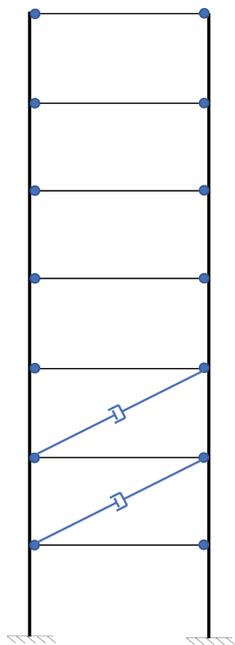
L'obiettivo di questo capitolo è lo studio dell'influenza dei dissipatori viscosi sulla dissipazione plastica in un sistema ad n-gdl. In virtù dei risultati ottenuti per il sistema ad 1 gdl con differenti quantitativi di smorzamento viscoso aggiunto, viene valutato, per una disposizione ottimizzata dei dissipatori all'interno del telaio, la distribuzione spaziale delle non linearità all'interno dell'edificio e successivamente si effettua un confronto con i risultati ottenuti nel capitolo relativo alla dissipazione plastica per un sistema ad n-gdl.

5.1 Metodologia di analisi

L'approccio utilizzato è il medesimo definito al capitolo precedente; si è studiato il medesimo telaio, caratterizzato da 7 piani con massa di piano pari a 27 t e periodo proprio di 0.8 s, al quale sono stati introdotti dissipatori con lo scopo di ottenere uno smorzamento globale aggiunto pari al 20%. Il telaio viene sottoposto ai sismi definiti precedentemente e presentati in figura 4.3. Per la struttura oggetto dell'analisi, lo smorzamento ottimale si ottiene distribuendo i dissipatori solo sui piani 1 e 2, introducendo per ognuno dei piani un quantitativo di dissipazione in orizzontale pari a 4385 kNs/m . Così come fatto precedentemente, si considerano due differenti situazioni di distribuzione della dissipazione non lineare: nel primo caso le cerniere plastiche sono concentrate solo agli estremi delle travi, mentre nel secondo caso si considera la possibilità di formazione delle cerniere plastiche anche alla base delle colonne. In figura 5.1, è presentata la struttura oggetto dell'analisi specificando la posizione dei dissipatori viscosi e quella delle cerniere plastiche. Le analisi sono state eseguite con MIDAS GEN effettuando, per ognuno dei sismi, inizialmente un'analisi elastica ottenendo lo spostamento, il taglio massimo di piano ed il massimo momento agente su ogni elemento. Successivamente, viene considerata la pos-

sibilità di formazione di cerniere plastiche introducendo cerniere plastiche aventi come momento di snervamento una percentuale del momento massimo elastico.

Dissipazione plastica
concentrata agli estremi
delle travi



Dissipazione plastica concentrata
agli estremi delle travi ed alla
base delle colonne

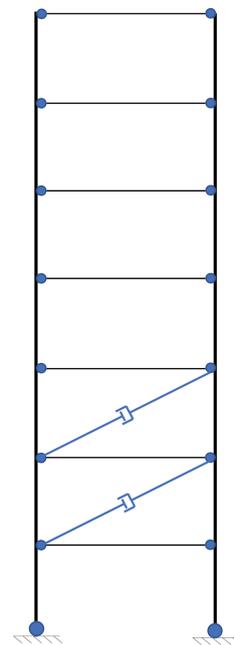


Figura 5.1: disposizione dei dissipatori e delle cerniere plastiche nel telaio

5.2 Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi

Si analizza in primo luogo il legame tra il rapporto del momento elastico ed il momento di snervamento ed il fattore di struttura definito come il rapporto tra il taglio di base dell'analisi elastica e quello dell'analisi non lineare in figura 5.2. Non si osserva una grande dipendenza del taglio di base dal momento di snervamento delle travi.

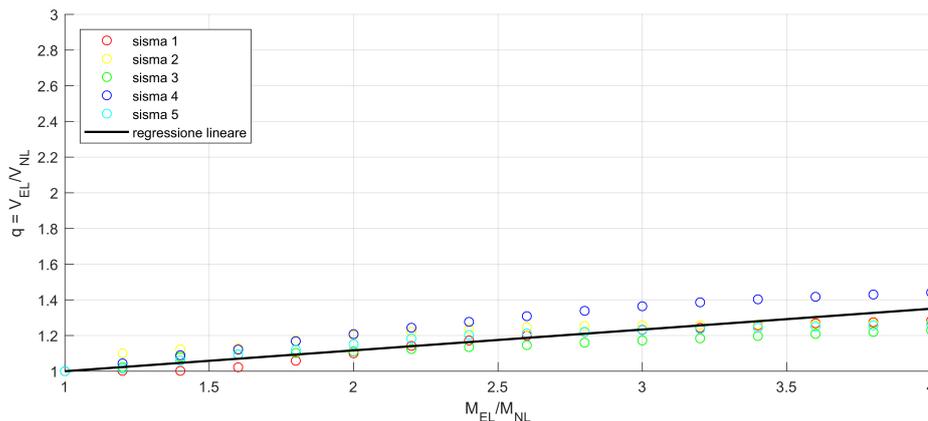


Figura 5.2: diminuzione del taglio di base e del momento a confronto

Si analizza in figura 5.3 il legame tra il fattore di comportamento e la duttilità. Si osserva una dispersione dei dati inferiore rispetto al caso senza dissipatori; tuttavia, l'impossibilità del fattore di comportamento nel raggiungere alti valori rende questa opzione poco conveniente.

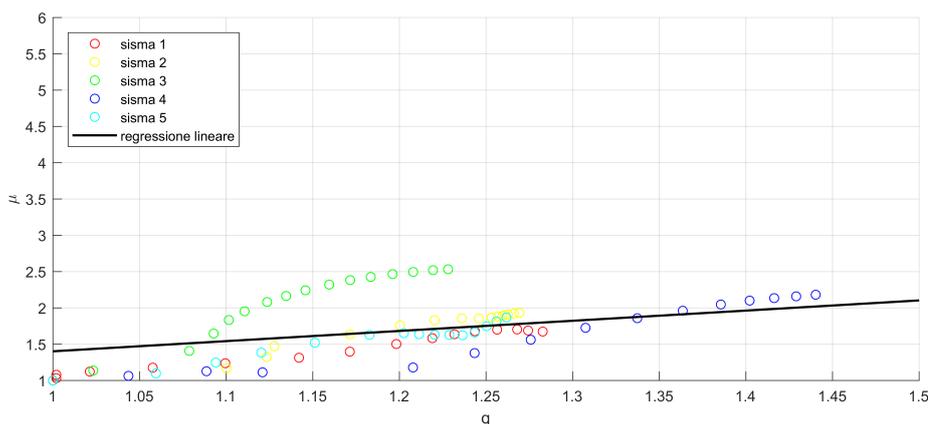
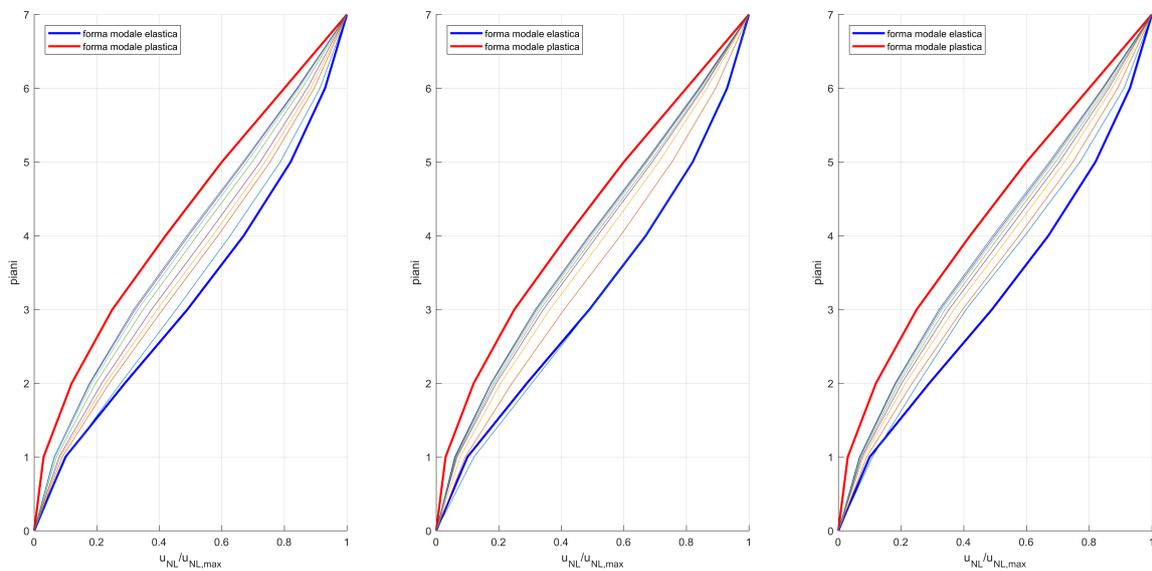


Figura 5.3: duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale

In figura 5.4 è presentata la deformata corrispondente al massimo spostamento per differenti valori di duttilità; così come nel caso senza dissipatori, si osserva la tendenza del telaio, all'aumentare della duttilità, a raggiungere una deformata sempre più prossima alla forma modale "plastica", ovvero quella che considera tutte le cerniere plastiche come cerniere vere e proprie.

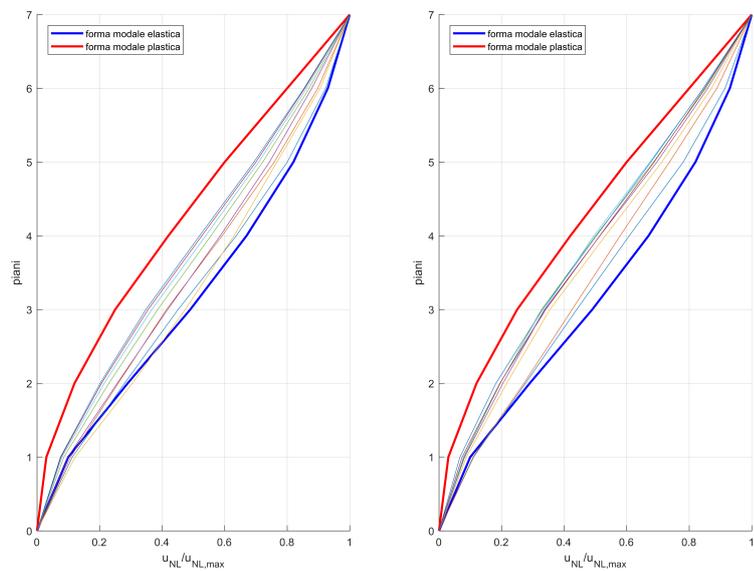
Nelle figure 5.5 e 5.6 è presentato a sinistra il rapporto tra il taglio al piano i -esimo elastico ed il corrispondente non lineare, mentre a destra il rapporto tra lo spostamento al piano i -esimo non lineare ed il corrispondente spostamento di snervamento. Si osserva che il taglio al piano terra presenta la minore variazione rispetto a quello dei piani superiori, per questo motivo l'utilizzo del solo taglio di base per valutare gli effetti del fattore di struttura risulta molto limitativo per edifici ad n -gdl. Per quanto riguarda la distribuzione delle duttilità si osserva un comportamento analogo a quanto osservato nell'analisi senza dissipatori viscosi aggiunti.



(a) sisma 1

(b) sisma 2

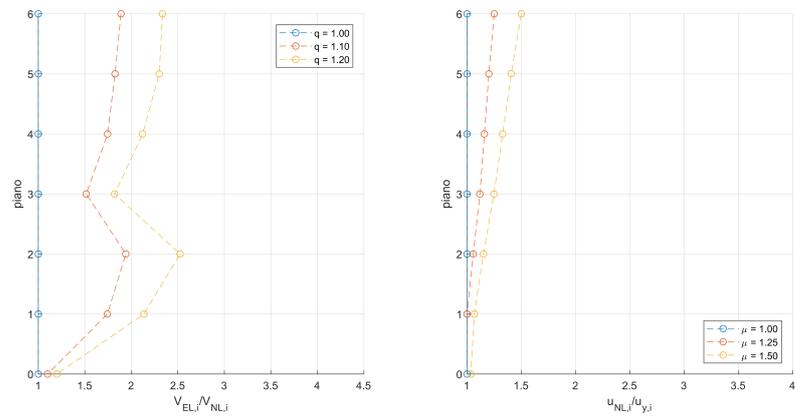
(c) sisma 3



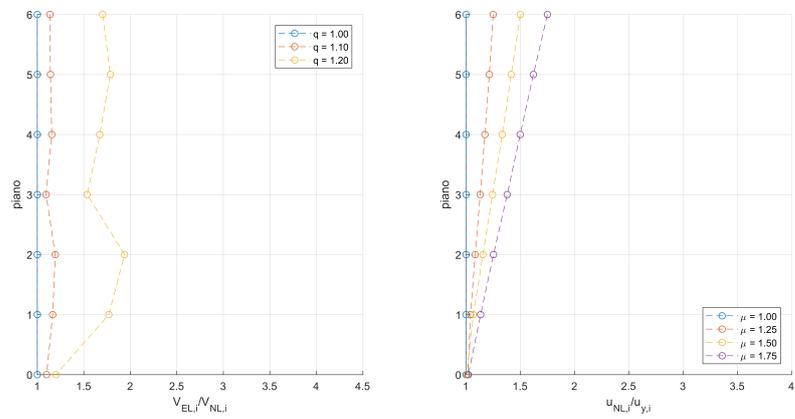
(d) sisma 4

(e) sisma 5

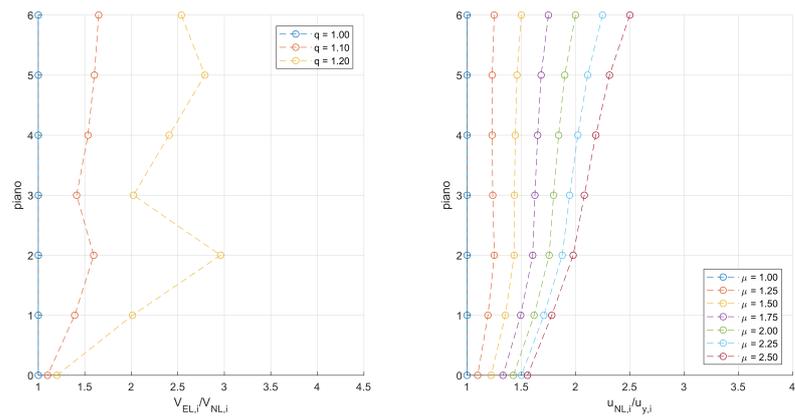
Figura 5.4: spostamento massimo di ogni piano normalizzato per lo spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento



(a) sisma 1

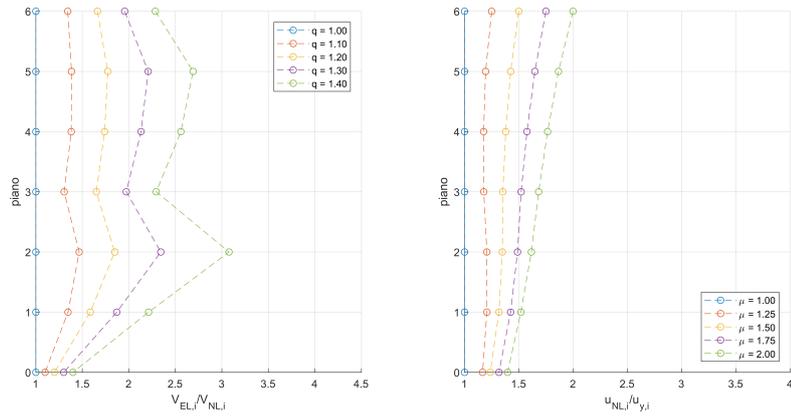


(b) sisma 2

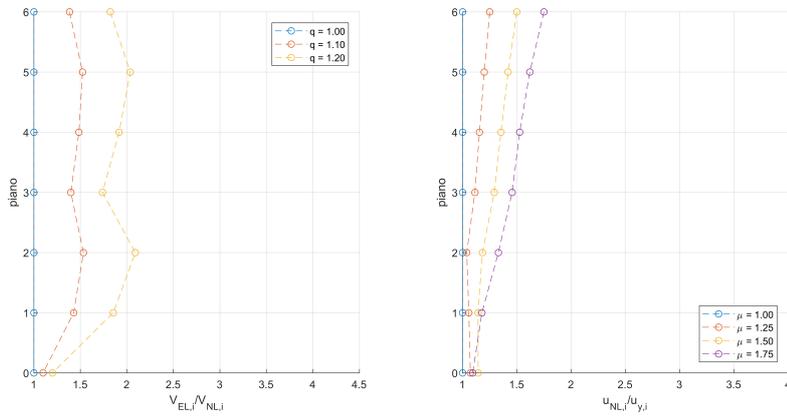


(c) sisma 3

Figura 5.5: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento



(a) sisma 4



(b) sisma 5

Figura 5.6: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento

5.3 Dissipazione plastica concentrata agli estremi delle travi ed alla base delle colonne

Analogamente alla sezione precedente, si analizza in primo luogo il legame tra il rapporto del momento elastico ed il momento di snervamento ed il fattore di struttura definito come il rapporto tra il taglio di base dell'analisi elastica e quello dell'analisi non lineare in figura 5.7. Rispetto al caso senza dissipatori, si osserva una minore pendenza della retta di regressione lineare, ma non eccessivamente inferiore come invece succede nel caso di cerniere plastiche nelle sole travi.

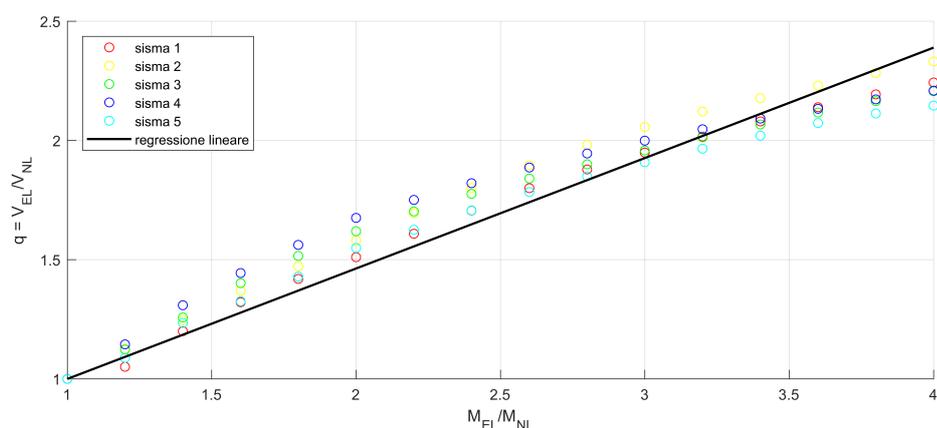


Figura 5.7: diminuzione del taglio di base e del momento a confronto

Si analizza in figura 5.8 il legame tra il fattore di struttura e la duttilità. La dispersione dei dati è inferiore rispetto al caso senza dissipatori.

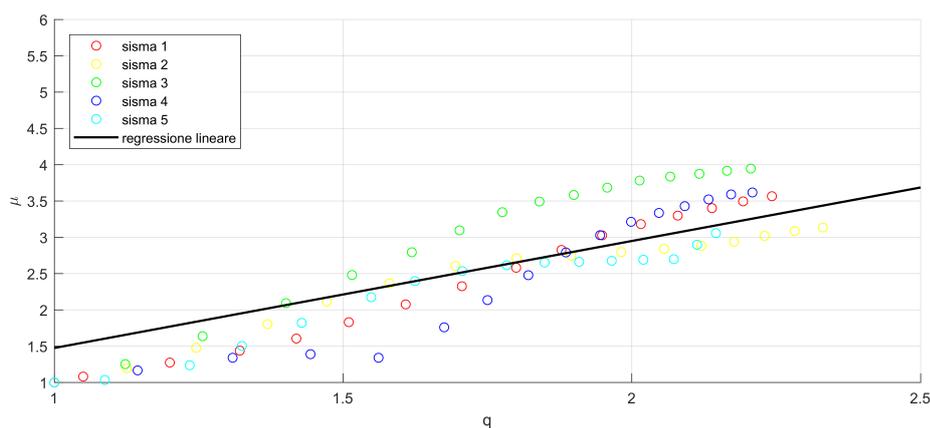
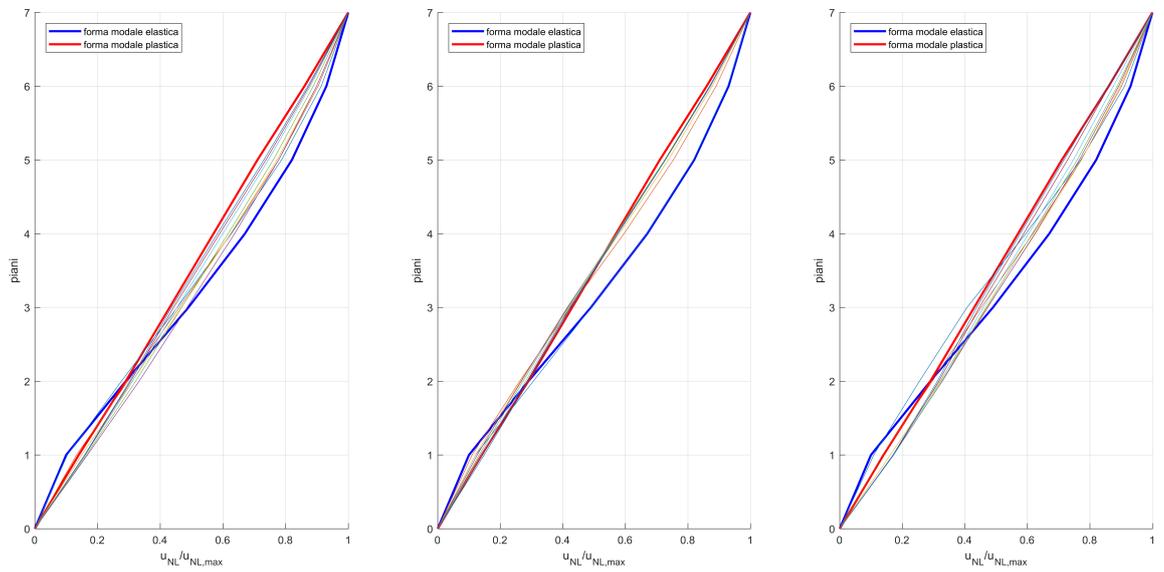


Figura 5.8: duttilità e fattore di comportamento nel caso n-dimensionale

In figura 5.9 è presentata la deformata corrispondente al massimo spostamento per differenti valori di duttilità, così come nel caso senza dissipatori si osserva la tendenza del telaio, all'aumentare della duttilità, a raggiungere una deformata sempre più prossima alla forma modale "plastica".

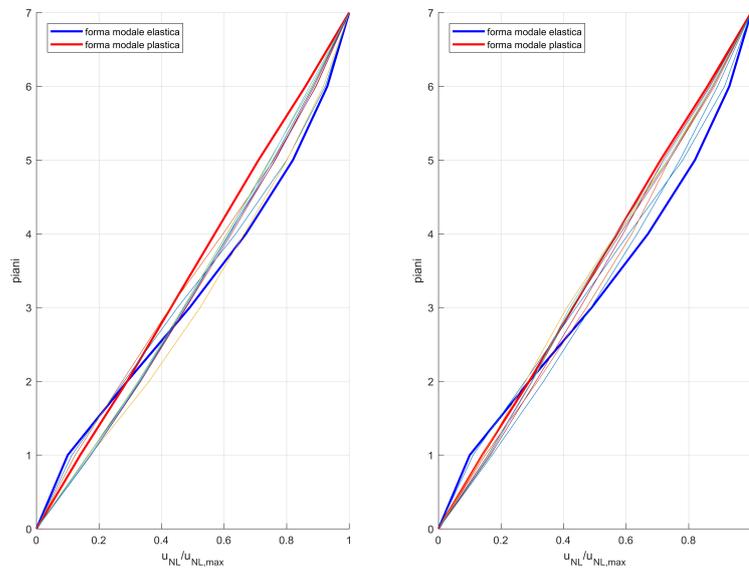
Nelle figure 5.10 e 5.11 è presentato a sinistra il rapporto tra il taglio al piano i -esimo elastico ed il corrispondente non lineare, mentre a destra il rapporto tra lo spostamento al piano i -esimo non lineare ed il corrispondente spostamento di snervamento. Si osserva una concentrazione della diminuzione del taglio ottenuto dalle analisi non lineari nel piano ove sono presenti i dissipatori. In generale risulta cautelativo affermare che è possibile scalare tutti i tagli di piano elastici per il fattore di struttura sul taglio di base. Per quanto riguarda la distribuzione delle duttilità si osserva un comportamento analogo a quanto osservato dall'analisi del telaio senza dissipatori viscosi aggiunti.



(a) sisma 1

(b) sisma 2

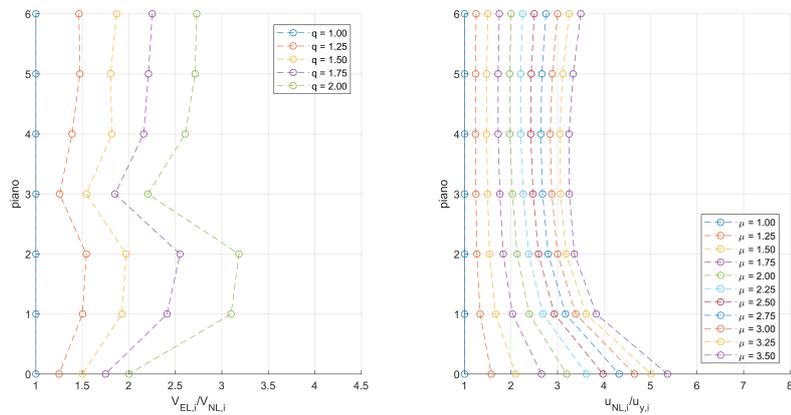
(c) sisma 3



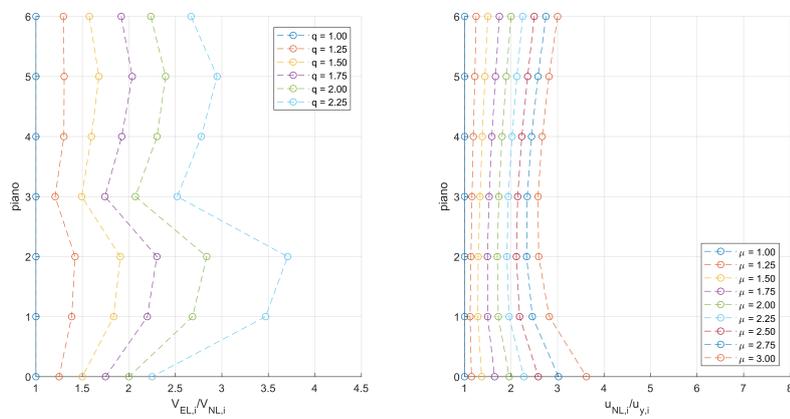
(d) sisma 4

(e) sisma 5

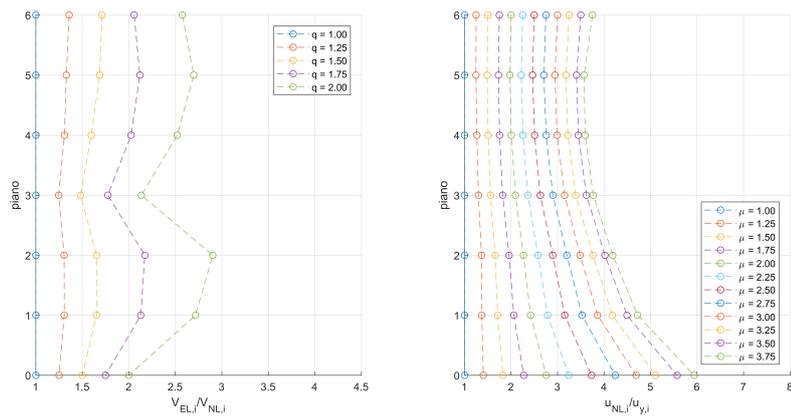
Figura 5.9: spostamento massimo di ogni piano normalizzato per lo spostamento massimo per differenti valori del momento di snervamento



(a) sisma 1

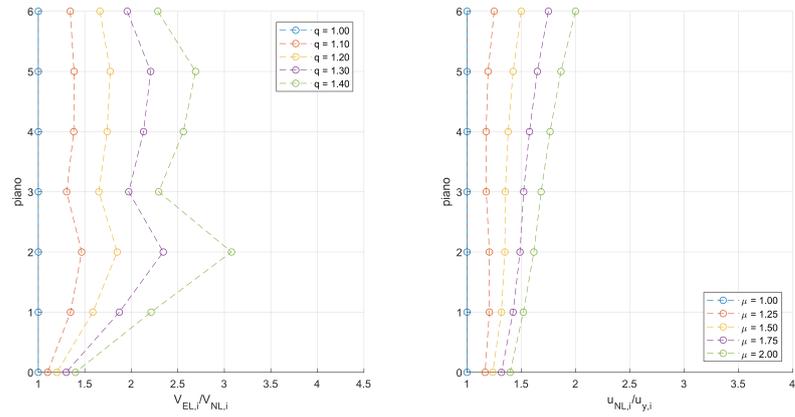


(b) sisma 2

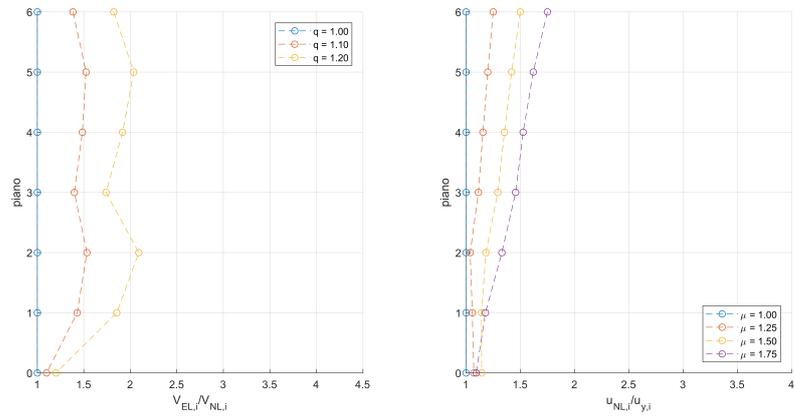


(c) sisma 3

Figura 5.10: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento



(a) sisma 4



(b) sisma 5

Figura 5.11: distribuzione in elevazione delle duttilità per differenti valori del fattore di comportamento

5.4 Risultati delle analisi

Confrontando i risultati ottenuti nel caso senza dissipatori ed in quello con dissipatori aggiunti si osserva in generale una riduzione del fattore di struttura, definito sul taglio di base, a parità di rapporto tra il momento elastico ed il momento di snervamento utilizzato. In particolare, se si considera il caso di cerniere plastiche distribuite nelle sole travi, si osserva una pendenza della retta di regressione lineare pari a 0.12 avendo quindi uno scarso effetto della dissipazione plastica sul taglio di base, mentre se si considera la possibilità di formazione delle cerniere plastiche sia nelle travi che alla base delle colonne, si ha una pendenza della retta di regressione di 0.46. Tale pendenza permette di ottenere valori del fattore di struttura aventi una certa influenza nel comportamento sismico della struttura.

Per quanto riguarda il legame $q - \mu$ dalla regressione lineare si ottiene una pendenza del rapporto $\frac{\mu}{q}$ di 1.40 nel caso di cerniere plastiche nelle sole travi e 1.47 per cerniere plastiche sia nelle travi sia alla base delle colonne. Si osserva che tali valori risultano oltre quella differenza del 5% proposta da Palermo et al. [12] nel caso monodimensionale a causa dello scarso numero di sismi utilizzati per ottenerne il comportamento statistico.

Così come nel caso senza dissipatori, si osserva la tendenza del telaio ad assumere una deformata corrispondente allo spostamento massimo simile alla forma modale che si avrebbe considerando tutte le cerniere plastiche come cerniere vere e proprie.

Per quanto riguarda la distribuzione delle non linearità si ha in generale una maggiore diminuzione del taglio corrispondente al piano ove sono presenti i dissipatori, mentre, per quanto riguarda gli spostamenti, non si osservano differenze sostanziali della distribuzione delle non linearità rispetto al caso senza dissipatori.

Capitolo 6

Caso studio

Al fine di dimostrare l'efficacia di quanto presentato nell'elaborato, si è deciso di dimensionare un edificio con struttura a telaio bi-direzionale secondo tre differenti approcci. Il primo approccio, quello più classico, consiste nel dimensionare la struttura in CD"A" (classe di duttilità alta) garantendo il soddisfacimento del comportamento sotto carichi statici ed al sisma attraverso le sole capacità di resistenza e dissipative della struttura. Il secondo approccio consiste nel dimensionare la struttura per resistere ai soli carichi statici secondo un approccio CD"B" (classe di duttilità media) e successivamente introdurre dissipatori viscosi in modo da poter garantire il soddisfacimento dei vincoli sismici mantenendo la struttura in campo lineare. Il terzo approccio è analogo al secondo con la differenza che per resistere all'azione sismica vengono sfruttate anche le risorse non lineari della struttura.

6.1 Caratteristiche generali

L'edificio è costituito da 10 piani fuori terra con una altezza complessiva tra il terreno e l'asse del solaio all'ultimo piano di 53.3m. Il primo piano ha altezza di 5.95 m, dal secondo al nono piano l'altezza è di 5.10 m e l'ultimo piano ha altezza di 6.55m. La struttura è costituita da 2 corpi, il "corpo A" si sviluppa in maniera regolare fino al settimo piano, successivamente si ha un restringimento (inferiore al 15%) all'ottavo e nono piano, non presenta il decimo piano. Il "corpo B" presenta un lieve aumento di area tra il primo ed il secondo piano, successivamente vi è uno sviluppo regolare in altezza fino al nono piano mentre al decimo piano è presente una riduzione del numero di pilastri. Al fine del dimensionamento in accordo con l'ipotesi di telaio bi-direzionale, si sono definite le travi principali nel piano tipo. In direzione x vi sono 7 travi di estremità (X1-(...)-X7), 7 travi centrali (XC1-(...)-XC7), mentre in direzione y si hanno 4 travi (Y1-(...)-Y4). Vi sono, inoltre, le 4 travi inclinate (I1-(...)-I4) e le 4 travi di bordo (P). Vi sono, inoltre, le travi secondarie (x) ed (y). Le travi sono stadi differenziate utilizzando per ogni trave il pedice "a" per il primo piano, "b" per i piani dal secondo al settimo, "c" per l'ottavo ed il nono piano e "d" per il decimo piano. Per il dimensionamento dei pilastri si è

utilizzato un acciaio S355 mentre per il dimensionamento delle travi un acciaio S275. Il dimensionamento verrà eseguito secondo gli standard europei.

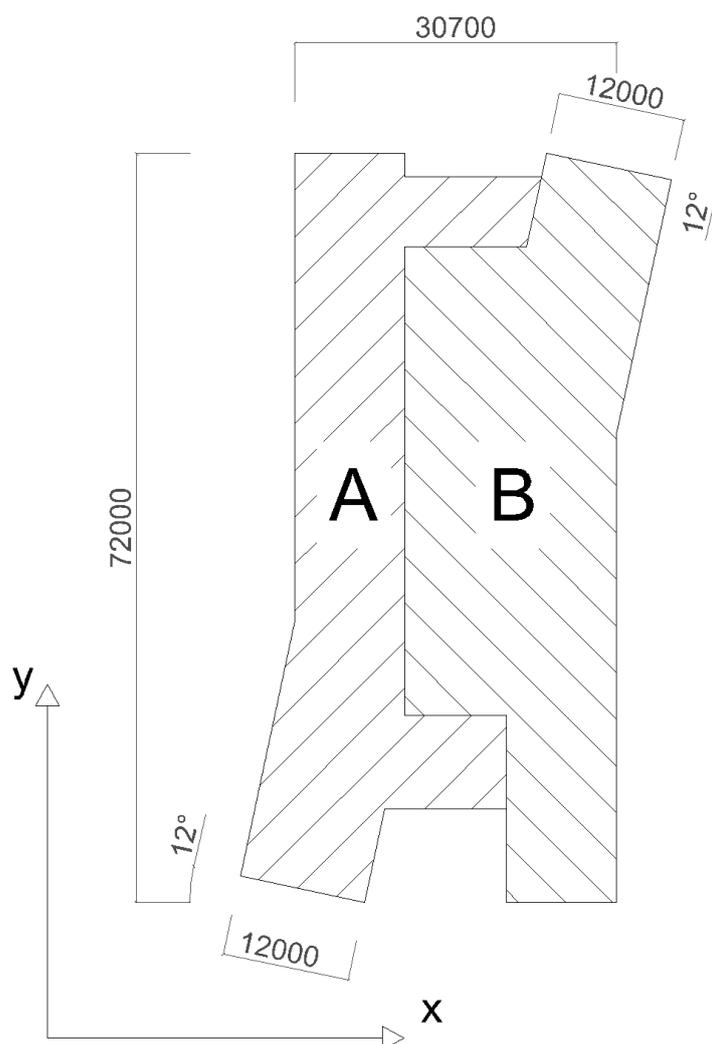
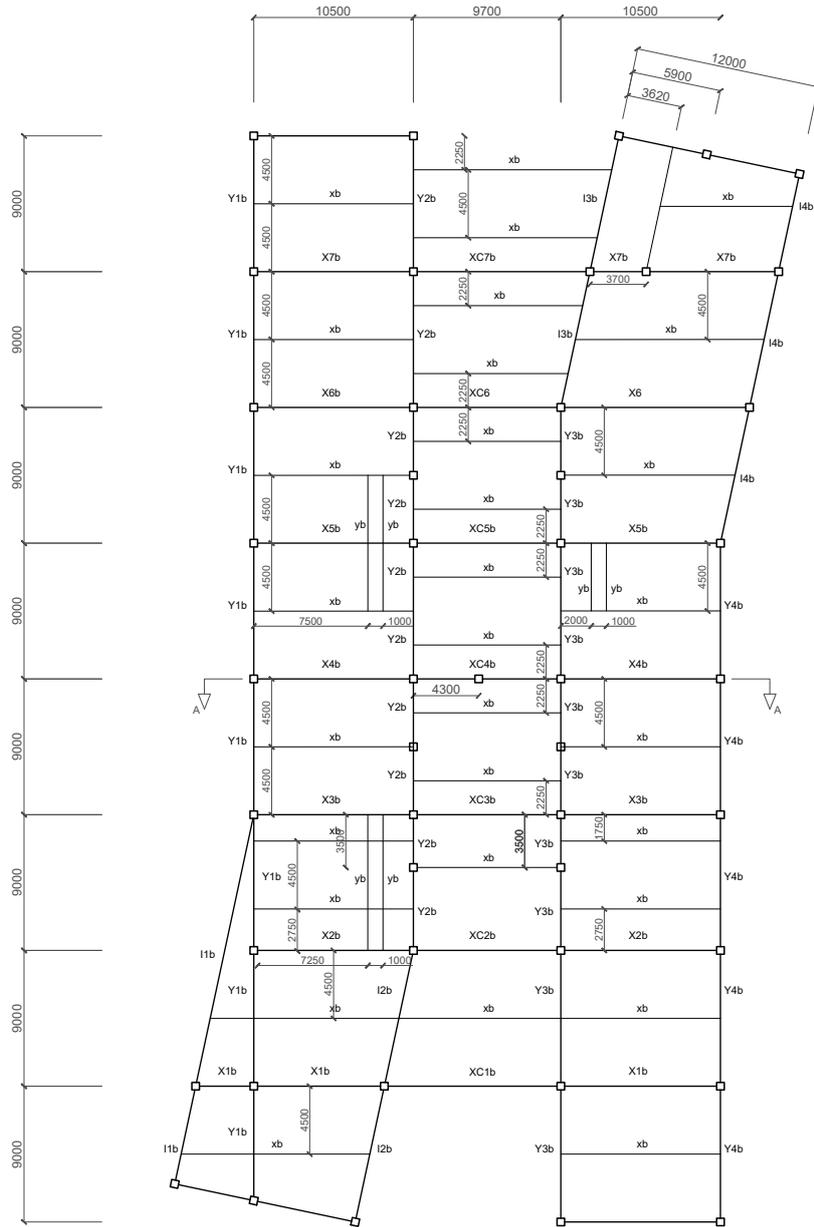


Figura 6.1: definizione dei corpi costituenti l'edificio e del sistema di riferimento

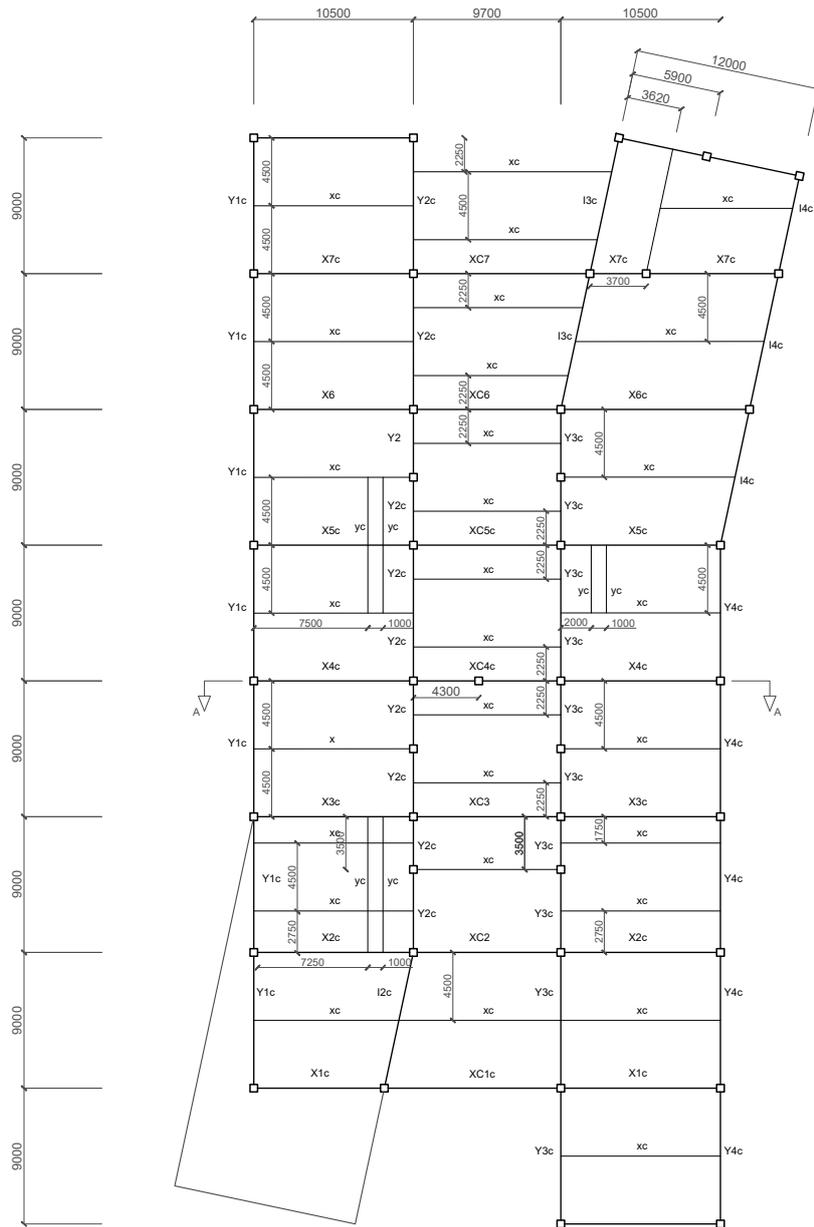
PIANI da 2 a 7

scala 1:500



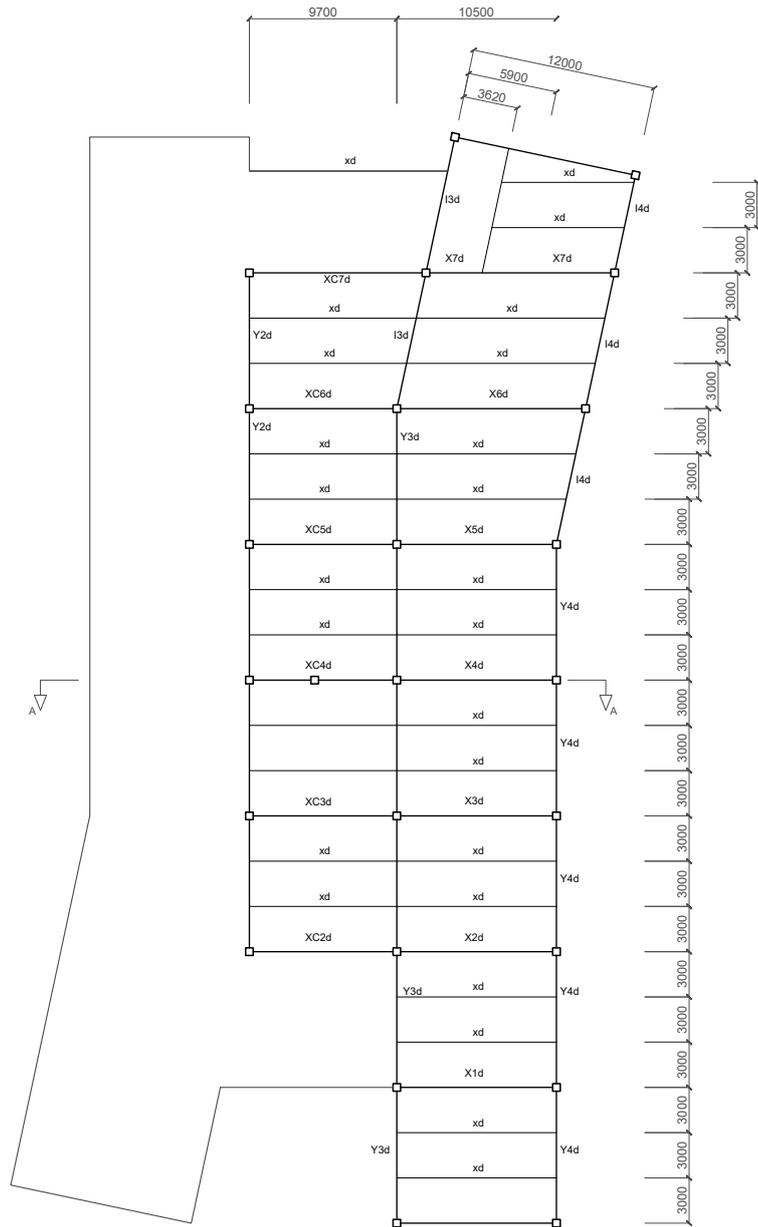
PIANI 8 - 9

scala 1:500



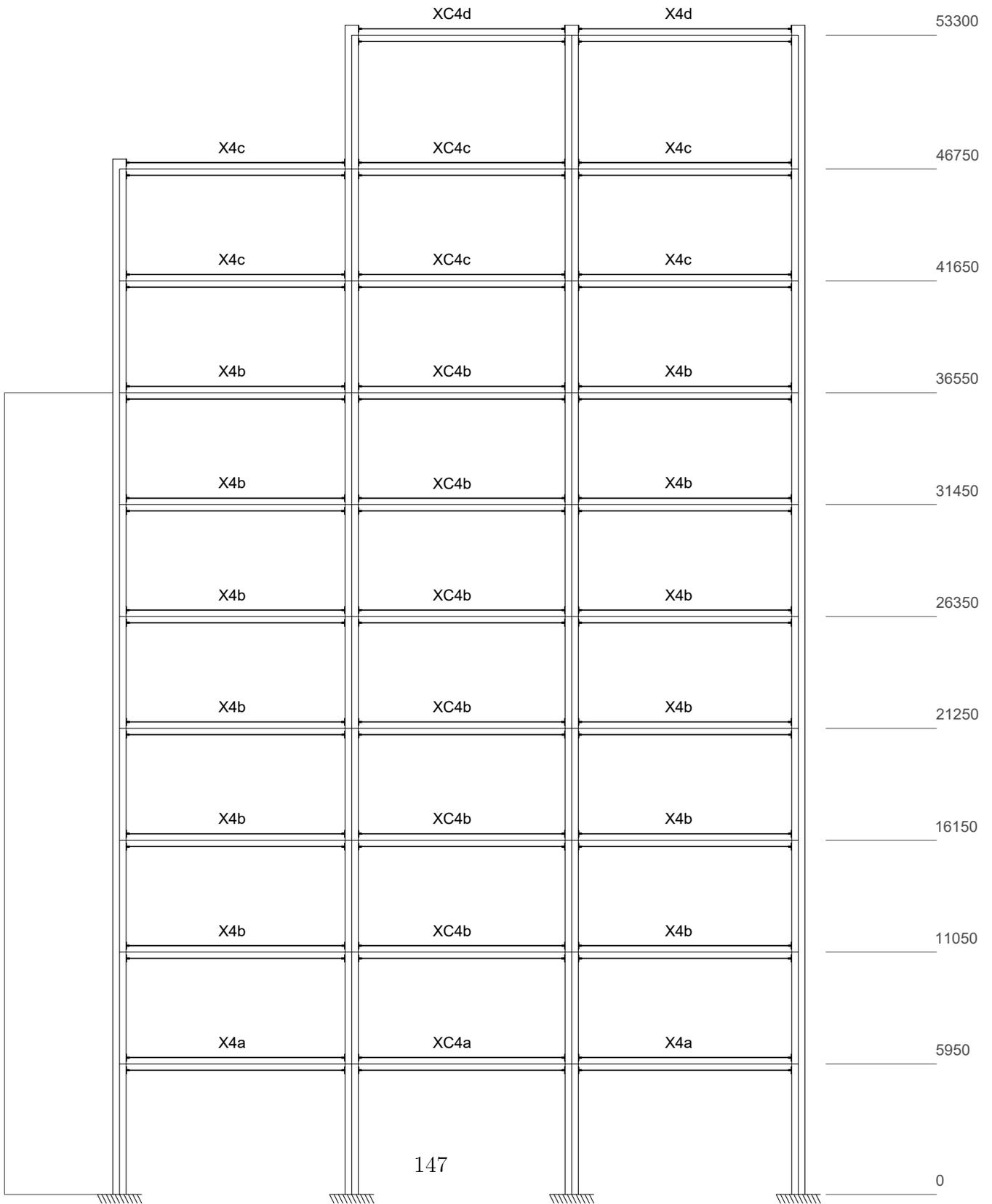
PIANO 10

scala 1:500



SEZIONE A - A

scala 1:250



6.2 Azioni statiche

I carichi permanenti considerati sono di 2kN/m^2 sia per lo strutturale (G1) dovuto al solaio che per i non strutturali (G2) mentre il peso di travi e colonne è stato aggiunto successivamente nel corso del dimensionamento. Si è utilizzato come carico variabile Q un valore di 3kN/m^2 mentre il peso della neve è stato stimato di 1.3kN/m^2 .

Per la definizione del carico da vento si è considerata una velocità base del vento di 25 m/s in un terreno categoria IV.

6.2.1 Azione sismica

Si considera come massa sismica la combinazione:

$$G_1 + G_2 + 0.3 \cdot Q + 0.2 \cdot Q_{snow} \quad (6.1)$$

Le masse di piano corrispondenti a tale combinazione per i carichi fissi della struttura sono: L'azione sismica orizzontale del sito è stata definita mediante lo spettro di risposta

piano	massa [t]
1	850
2 - to - 7	920
8 - 9	850
10	450

Tabella 6.1: masse di piano non consideranti il peso di travi e colonne

in figura 6.2 avente le caratteristiche riportate in tabella 6.2. L'azione sismica verticale, definita anch'essa attraverso lo spettro di risposta, presenta i parametri riportati in tabella 6.3.

PGA [g]	$S \cdot F_0$	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]
0.49	2.5	0.15	0.44	3.60

Tabella 6.2: parametri caratterizzanti lo spettro di risposta orizzontale

PGA [g]	$S \cdot F_0$	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]
0.44	2.25	0.05	0.20	3.6

Tabella 6.3: parametri caratterizzanti lo spettro di risposta verticale

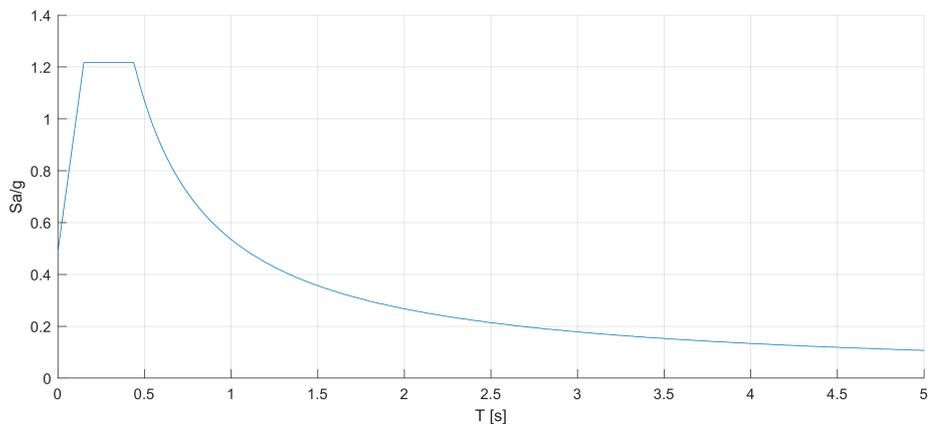


Figura 6.2: spettro di risposta orizzontale

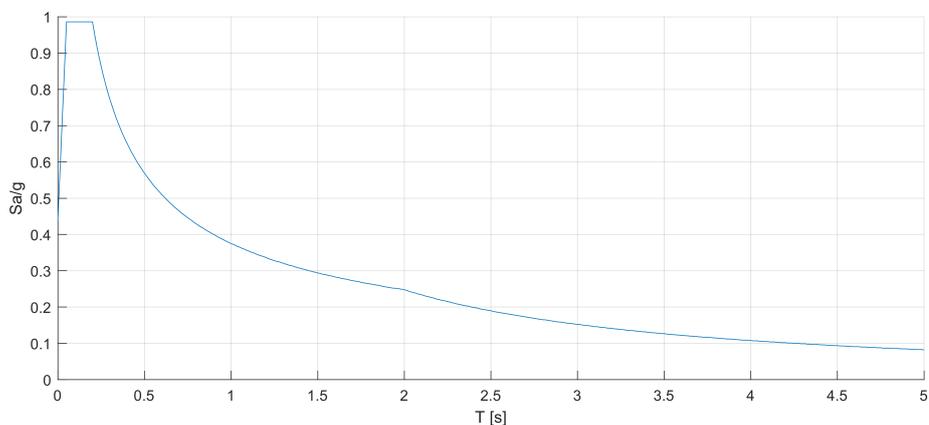


Figura 6.3: spettro di risposta verticale

Per le verifiche ed il dimensionamento sono state utilizzate cinque triple, due per la direzione orizzontale ed uno per la direzione verticale, di sismi spettro-compatibili. Al fine di garantire la regola del 30% di interazione degli effetti sismici, si utilizzeranno le combinazioni sismiche:

$$sisma\ ix = 1.0 \cdot E_{i,x} + 0.7 \cdot E_{i,y} + 0.7 \cdot E_{i,z} \quad (6.2)$$

$$sisma\ iy = 0.7 \cdot E_{i,x} + 1.0 \cdot E_{i,y} + 0.7 \cdot E_{i,z} \quad (6.3)$$

Nelle verifiche oltre alle verifiche di resistenza dei materiali bisognerà porre attenzione allo spostamento interpiano; nel caso in esame si è imposto un valore limite di pari a $\Delta u/h \leq 0.0015$.

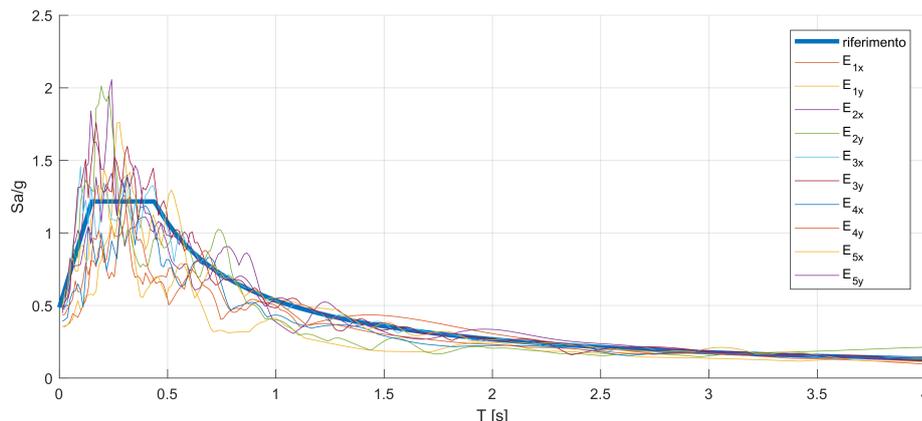


Figura 6.4: spettro di risposta orizzontale degli accelerogrammi considerati

6.3 Modellazione del problema

Per la modellazione si è scelto di utilizzare il software MIDAS Gen 2020. I carichi sono assegnati come "floor loads" che ripartisce i carichi sulle travi secondo un algoritmo avente lo scopo di riprodurre la ripartizione che genererebbe il solaio. Gli elementi costituenti i dissipatori sono introdotti come elemento "general link", in particolare sono "seismic control device - viscous/oil damper". Vengono considerati solo dissipatori aventi legame lineare con la velocità. Le analisi non lineari vengono effettuate utilizzando uno smorzamento globale di tipo Rayleigh proporzionale sia alla rigidezza che alla massa. I parametri sono settati in modo da avere uno smorzamento globale del 2% sui modi governanti il comportamento sismico. Le cerniere plastiche delle travi sono modellate come elasto-perfettamente plastiche senza interazione tra i momenti di snervamento nelle due direzioni e l'azione assiale. Le cerniere plastiche dei pilastri sono modellate anch'esse come elasto-perfettamente plastiche ma aventi interazione tra momenti nelle due direzioni e con l'azione assiale. Il calcolo dei vari parametri delle cerniere plastiche è effettuato direttamente dal programma. Per le verifiche di duttilità, si impone che le cerniere plastiche possano avere come massima rotazione:

- $D_u/D_y \leq 2.5$ per sezioni CD"B"
- $D_u/D_y \leq 4$ per sezioni CD"A"

La scelta di modellare le cerniere come elastiche-perfettamente plastiche è dovuta alla ricerca di un metodo di analisi che non richiedesse capacità e tempi di calcolo troppo onerosi. Il dimensionamento viene fatto eseguire in automatico dal software attraverso il comando "Steel Optimal Design" che individuerà, attraverso un processo iterativo, le sezioni che rappresentano il miglior compromesso tra il soddisfacimento delle verifiche di resistenza locali ed il volume totale di materiale introdotto. Le sezioni tra cui il programma può scegliere sono state definite a priori.

6.4 Telaio CD"A" sismo-resistente

La prima ipotesi di dimensionamento del telaio è quella più classica consistente in un telaio sismo-resistente, ovvero capace di resistere ai carichi sismici attraverso la formazione di cerniere plastiche. A tale scopo si è deciso di dimensionare la struttura in classe di duttilità alta CD"A". Il dimensionamento è stato eseguito in campo elastico e successivamente mediante analisi non lineari si è perfezionato. Il telaio finale dimensionato presenta i parametri sismici definiti nelle tabelle 6.4 e 6.5. Il peso complessivo di pilastri e travi è di 2345 t.

piano	massa [t]
1	1100
2 - to - 7	1170
8 - 9	1000
10	510

Tabella 6.4: masse di piano del telaio CD"A"

modo	T [s]	massa partecipante [%]		
		trasl. x	trasl. y	rot. z
1	2.24	0.1	77.4	0.8
2	1.88	77.0	0.0	1.1
3	1.67	1.0	0.9	73.9
4	0.83	0.1	10.6	1.0
5	0.75	8.2	0.4	2.7
6	0.69	2.9	0.4	9.5
7	0.51	0.0	3.9	0.2
8	0.48	4.3	0.0	0.4
9	0.44	0.1	0.1	4.2
10	0.36	0.0	2.3	0.0

Tabella 6.5: modi di vibrare del telaio CD"A"

6.4.1 Comportamento lineare al sisma

Taglio di piano

Nelle figure 6.5 e 6.6 viene presentato il taglio di piano causato dai sismi. In direzione x il taglio è maggiore rispetto alla direzione y a causa maggiore rigidezza. Mediando il valore del del taglio di base sui vari sismi si ottengono i risultati in tabella. Tali valori permetteranno di stimare quello che è il reale fattore di struttura del telaio.

direzione	taglio di base [KN]
x	36500
y	28000

Tabella 6.6

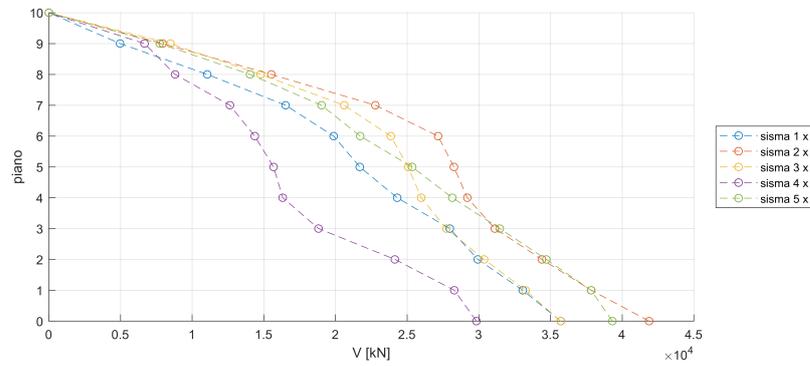


Figura 6.5: massimo taglio di piano in direzione x

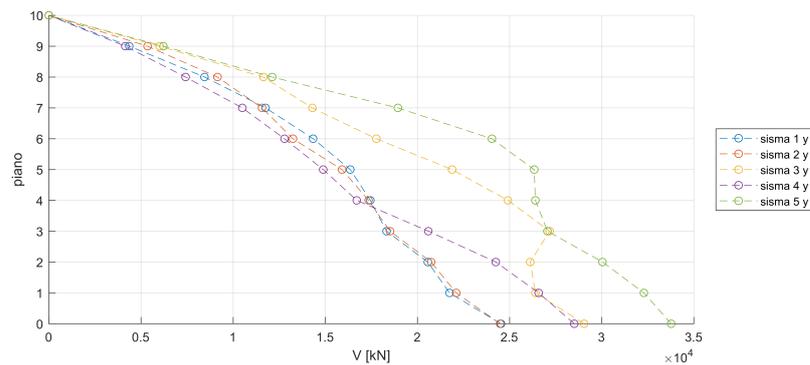


Figura 6.6: massimo taglio di piano in direzione y

Spostamenti

In figura 6.7 e 6.8 gli spostamenti massimi dovuti ad ogni sisma. Ponendo attenzione sullo spostamento in sommità e mediando sui sismi, si ottengono i risultati presentati in tabella.

direzione	spostamento in sommità [m]
x	0.63
y	0.60

Tabella 6.7

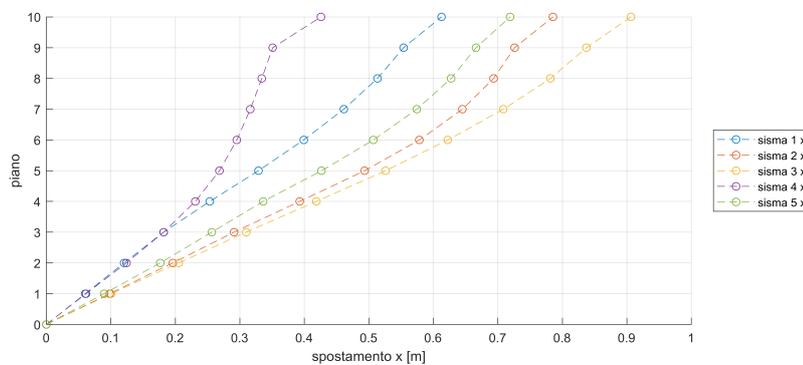


Figura 6.7: involuppo degli spostamenti massimi in direzione x

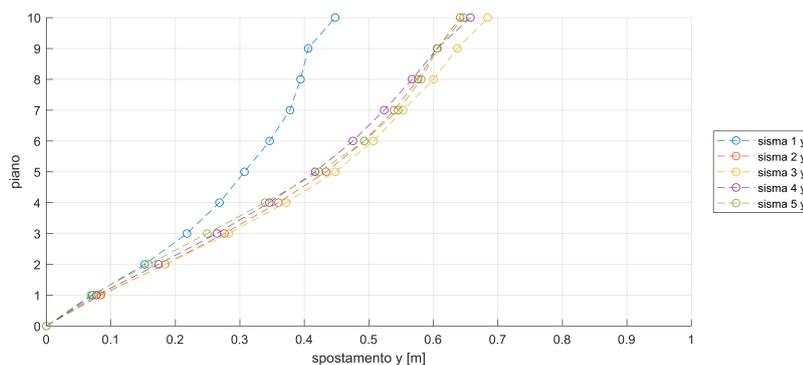


Figura 6.8: involuppo degli spostamenti massimi in direzione y

6.4.2 Comportamento non lineare al sisma

Si riportano i risultati ottenuti dalle analisi non lineari.

Taglio di piano

Si valuta il taglio di piano medio nelle due direzioni e rapportando il taglio di base del telaio elastico e quello non lineare si ottiene una stima di quello che è il fattore di comportamento q .

direzione	taglio di base [kN]	V_{EL}/V_{NL}
x	31000	1.17
y	21000	1.35

Tabella 6.8

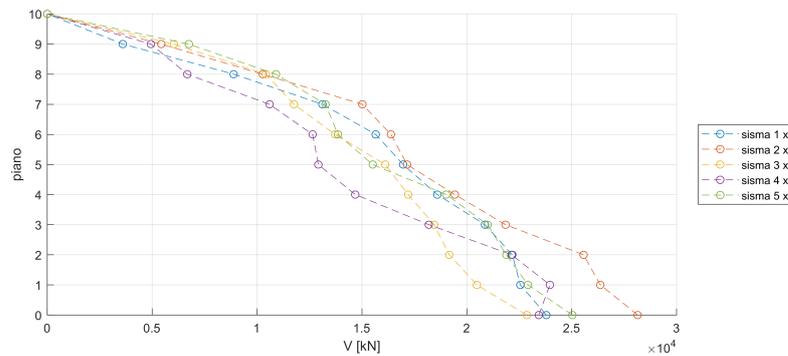


Figura 6.9: massimo taglio di piano in direzione x

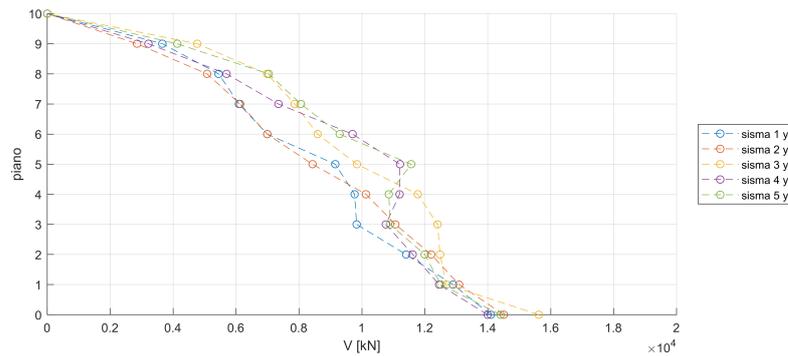


Figura 6.10: massimo taglio di piano in direzione y

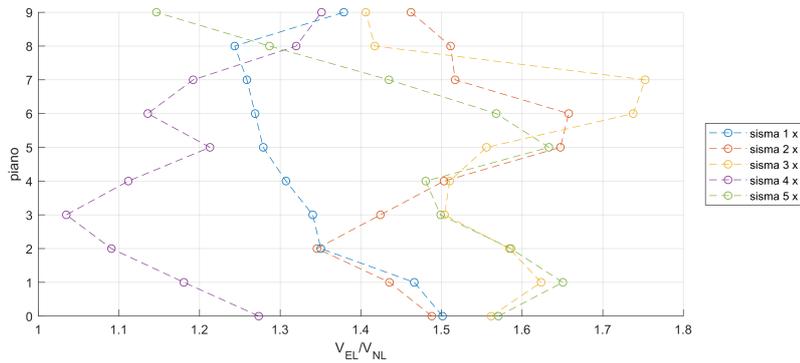


Figura 6.11: rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x

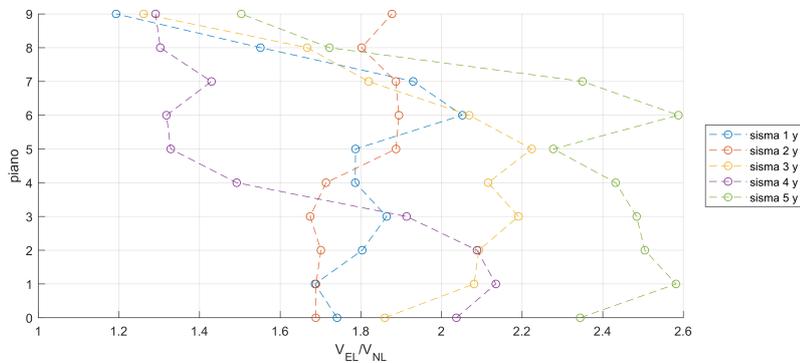


Figura 6.12: rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y

Spostamenti

Gli spostamenti ottenuti dalle analisi non lineari risultano ridotti rispetto a quelli ottenuti dalle analisi elastiche. Di interesse è il rapporto tra spostamento in sommità elastico mediato sui sismi ed il corrispondente non lineare.

direzione	spostamento in sommità [u]	u_{EL}/u_{NL}
x	0.56	1.23
y	0.54	1.29

Tabella 6.9

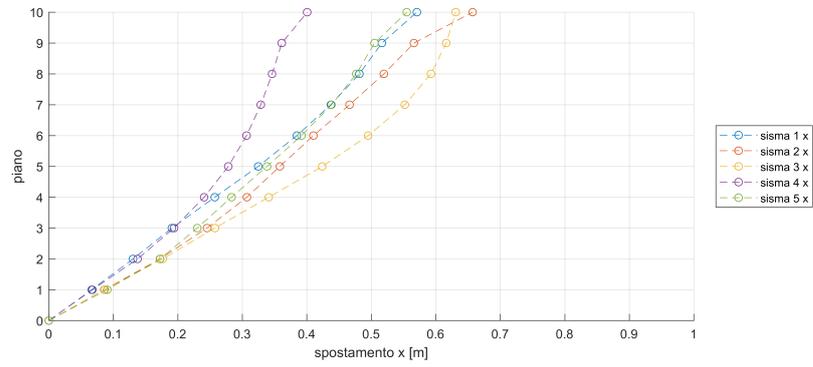


Figura 6.13: massimo spostamento di piano in direzione x

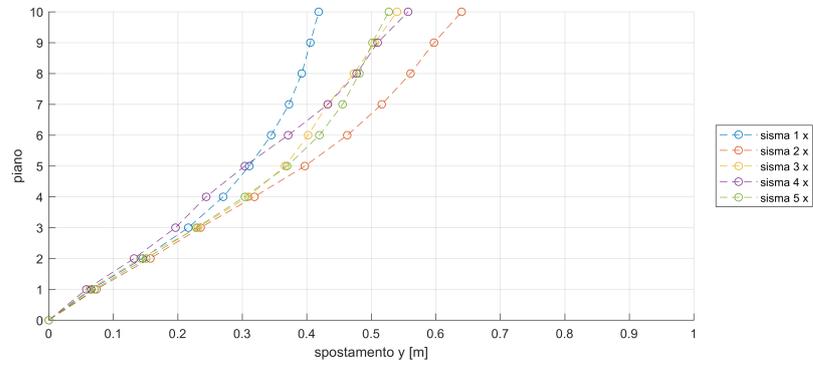


Figura 6.14: massimo spostamento di piano in direzione y

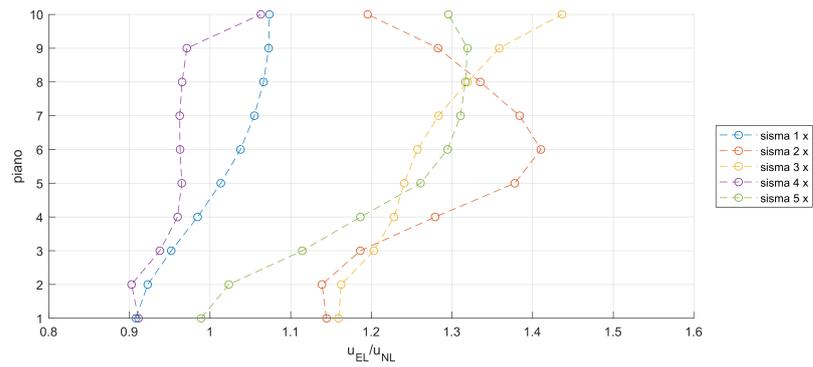


Figura 6.15: rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x

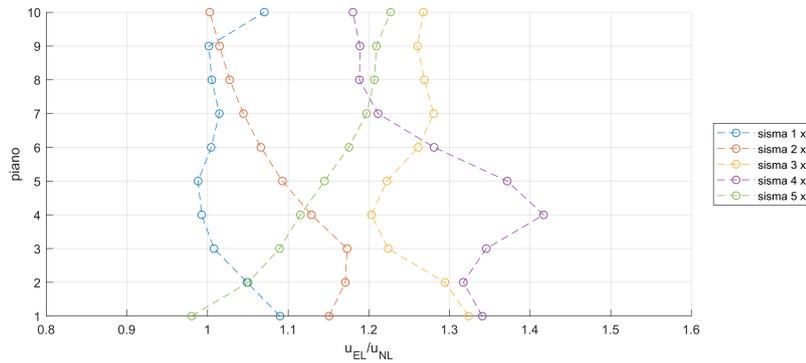


Figura 6.16: rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y

6.5 Telaio CD"B" resistente ai soli carichi statici

La filosofia alla base dimensionamento di questo telaio consiste nel definire una struttura resistente ai soli carichi statici, introducendo successivamente i dissipatori con lo scopo di proteggere la struttura dalle azioni sismiche e permettere il soddisfacimento dei requisiti di progetto. La struttura progettata staticamente possiede i parametri sismici presentati nelle tabelle 6.10 e 6.11. Si osserva come la struttura dimensionata per resistere ai soli carichi statici presenti una bassa rigidità ai carichi orizzontali e ciò è dimostrato dagli alti periodi ai primi modi. Il peso complessivo di travi e pilastri è di 2055 t.

piano	massa [t]
1	1050
2 - to - 7	1150
8 - 9	1050
10	510

Tabella 6.10: masse di piano del telaio CD"B" progettato per carichi statici

modo	T [s]	massa partecipante [%]		
		trasl. x	trasl. y	rot. z
1	2.78	0.0	81.5	0.7
2	2.14	71.2	0.0	9.1
3	1.96	9.4	0.7	69.1
4	0.93	0.0	9.2	0.4
5	0.79	8.2	0.1	1.8
6	0.74	2.2	0.2	9.6
7	0.56	0.0	3.0	0.2
8	0.51	3.7	0.0	0.8
9	0.47	0.3	0.1	3.5
10	0.39	0.0	1.8	0.0

Tabella 6.11: modi di vibrare del telaio CD"B" progettato per carichi statici

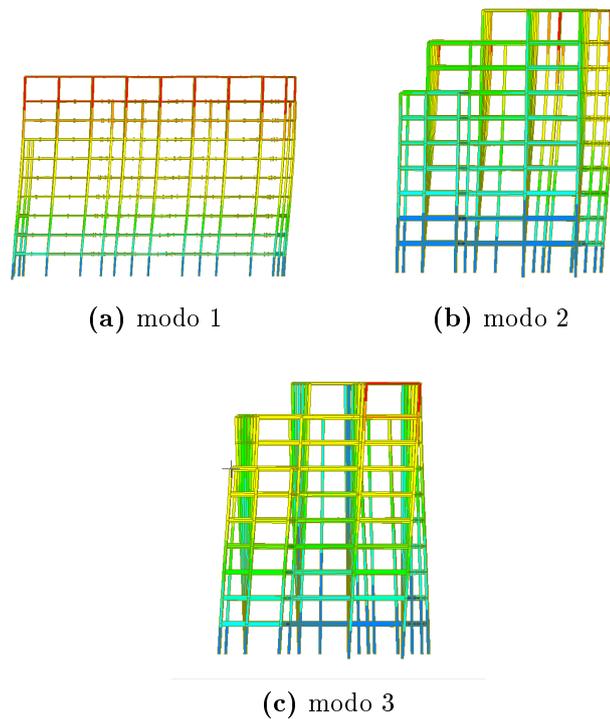


Figura 6.17: modi di vibrare del telaio CD"B"

6.5.1 Comportamento elastico al sisma

Taglio di piano

Nelle figure 6.18 e 6.19 viene presentato il taglio di piano causato dai sismi. In direzione x il taglio è maggiore rispetto alla direzione y a causa maggiore rigidezza. Tali valori ci saranno comodi come confronto per le successive analisi in modo da stimare quello che è il reale fattore di struttura del telaio.

direzione	taglio di base [kN]
x	31000
y	20500

Tabella 6.12

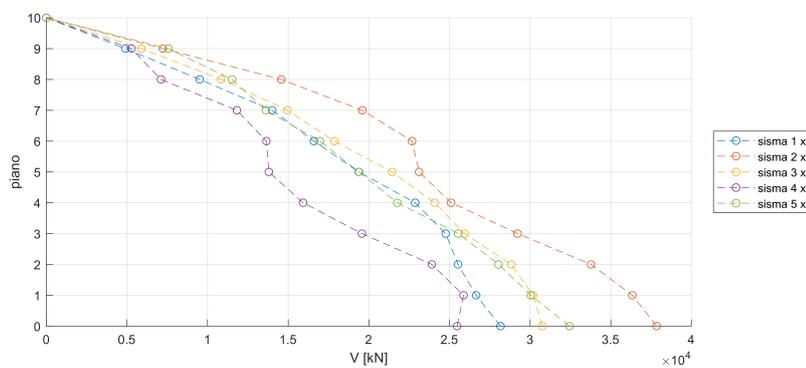


Figura 6.18: massimo taglio di piano in direzione x

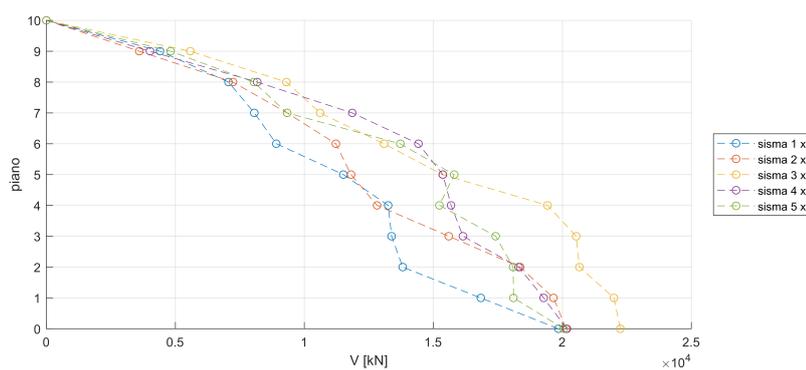


Figura 6.19: massimo taglio di piano in direzione y

Spostamenti

Particolare attenzione bisogna porre sugli spostamenti in quanto a periodi così alti generalmente vi è un elevato spostamento in sommità che potrebbe risultare dominante al fine del dimensionamento dei dissipatori. Mediando sui sismi si ottiene:

direzione	spostamento in sommità [m]
x	0.69
y	0.62

Tabella 6.13

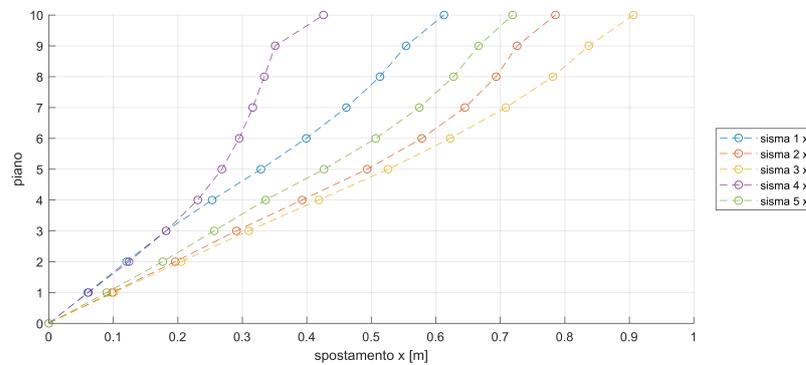


Figura 6.20: involuppo degli spostamenti massimi in direzione x

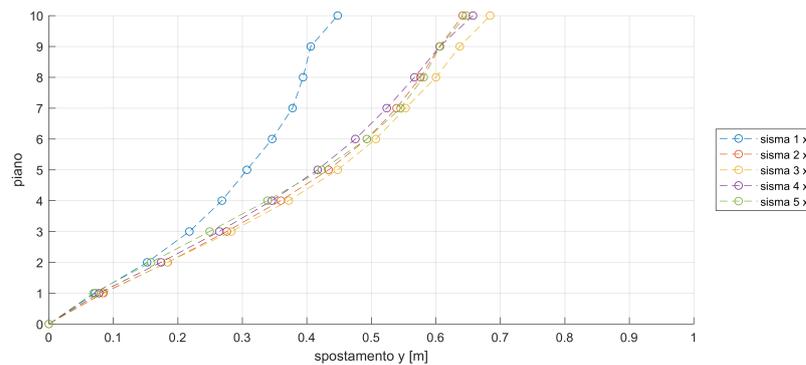


Figura 6.21: involuppo degli spostamenti massimi in direzione y

Un parametro importante su cui bisogna porre la propria attenzione è il rapporto tra lo spostamento interpiano e l'altezza del piano stesso. Si osserva come in entrambe le direzioni, in particolare in direzione x, vi è un superamento del valore limite di 0.015.

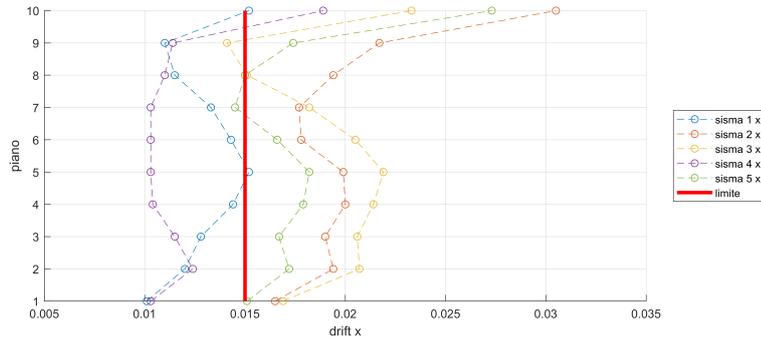


Figura 6.22: massimo inter-story drift per sismi aventi come direzione principale la x

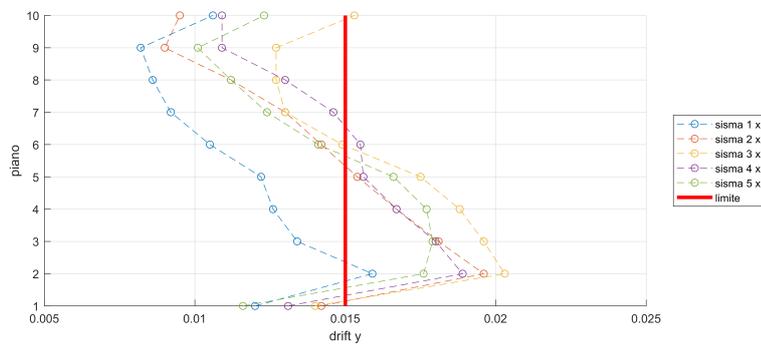


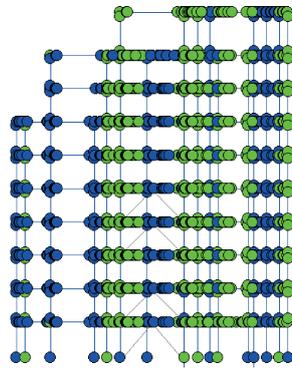
Figura 6.23: massimo inter-story drift per sismi aventi come direzione principale la y

6.6 Comportamento non lineare al sisma

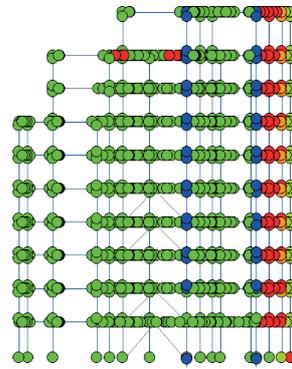
Prima di introdurre i dissipatori, si valuta il comportamento non lineare della struttura al sisma. Si sono settati come colori di riferimento:

- BLU: $1 \leq \theta_u/\theta_y \leq 2.5$
- VERDE CHIARO $2.5 < \theta_u/\theta_y \leq 4$
- VERDE $4 < \theta_u/\theta_y \leq 6$
- ARANCIONE $6 < \theta_u/\theta_y \leq 8$
- ROSSO $\theta_u/\theta_y > 8$

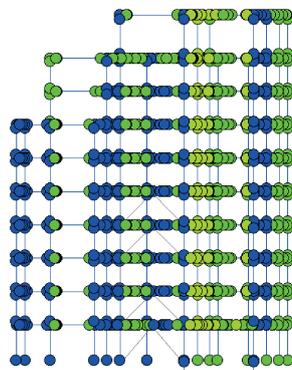
Si osserva, in generale la formazione di un numero consistente di cerniere plastiche in entrambe le direzioni, tuttavia quelle critiche risultano solo in direzione y. Le cerniere rosse in x sono dovute al contributo del sisma nell'altra direzione.



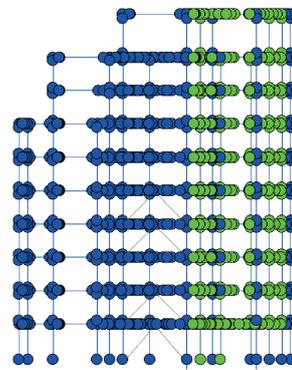
(a) sisma 1 direzione x



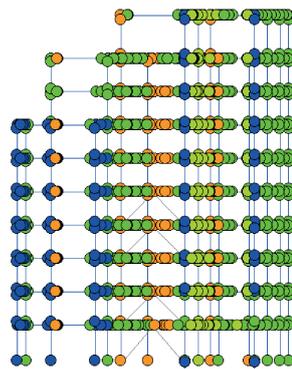
(b) sisma 2 direzione x



(c) sisma 3 direzione x

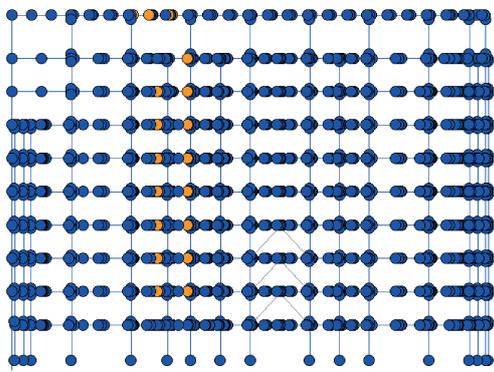


(d) sisma 4 direzione x

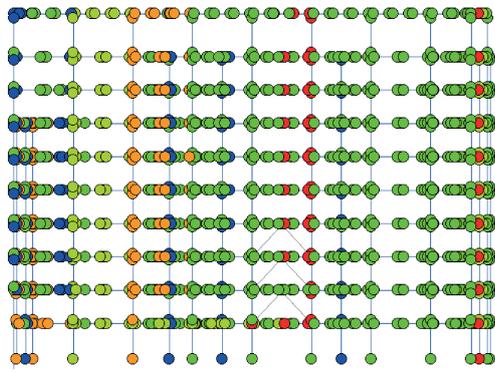


(e) sisma 5 direzione x

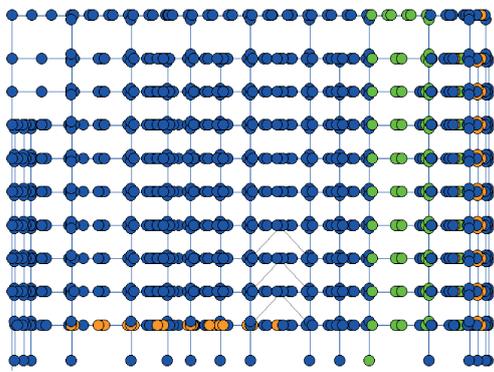
Figura 6.24: livello delle cerniere plastiche in direzione x



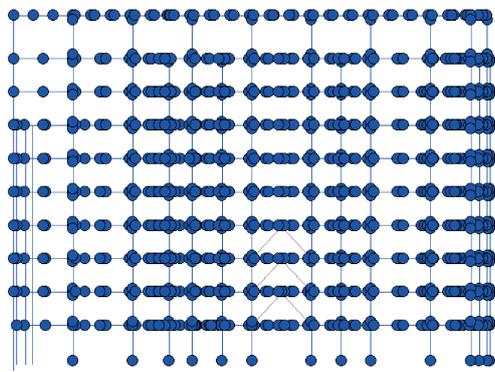
(a) sisma 1 direzione y



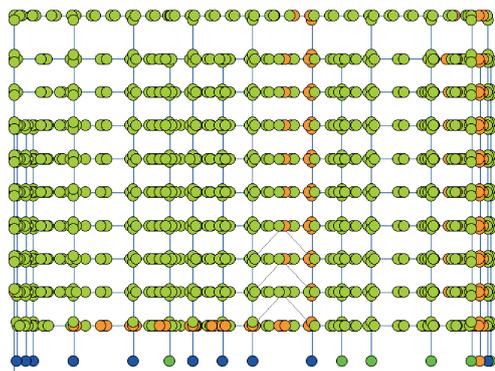
(b) sisma 2 direzione y



(c) sisma 3 direzione y



(d) sisma 4 direzione y



(e) sisma 5 direzione y

Figura 6.25: livello delle cerniere plastiche in direzione y

Taglio di piano

Si valuta ora il taglio di piano medio nelle due direzioni e rapportando il taglio di base del telaio elastico e quello non lineare si ottiene una stima di quello che è il fattore di comportamento q .

direzione	taglio di base [kN]	V_{EL}/V_{NL}
x	24500	1.25
y	14500	1.41

Tabella 6.14

Tali valore di q risultano potenziali in quanto si è utilizzato un legame costitutivo per le cerniere plastiche elastico-perfettamente plastico senza nessun limite di duttilità.

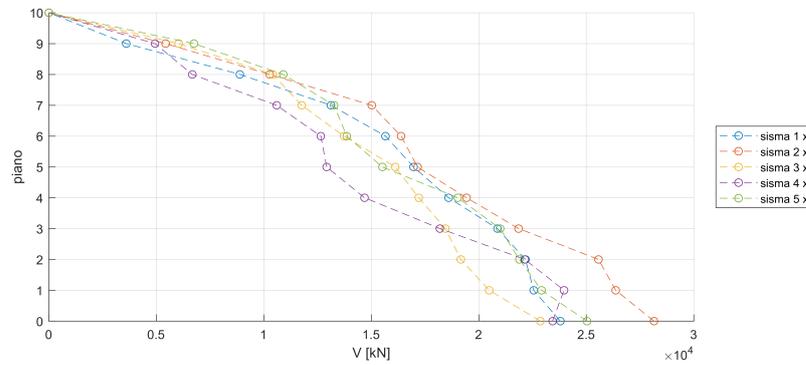


Figura 6.26: massimo taglio di piano in direzione x

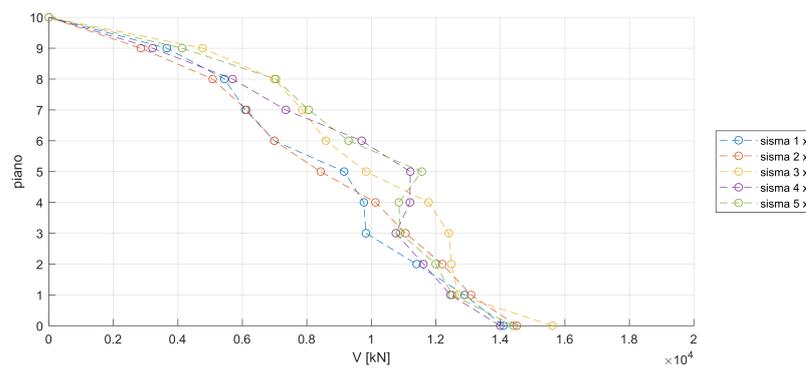


Figura 6.27: massimo taglio di piano in direzione y

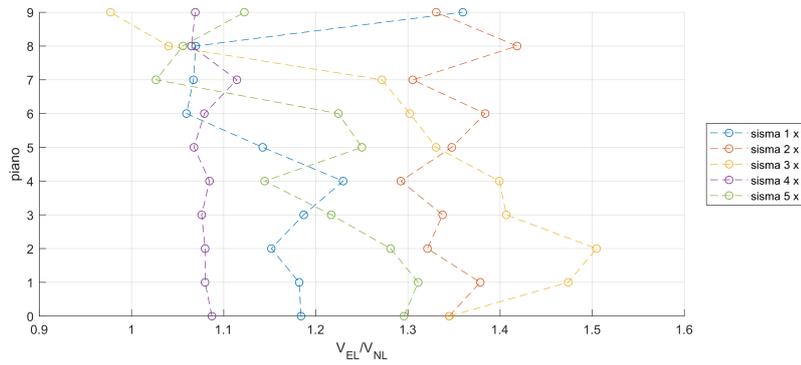


Figura 6.28: rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x

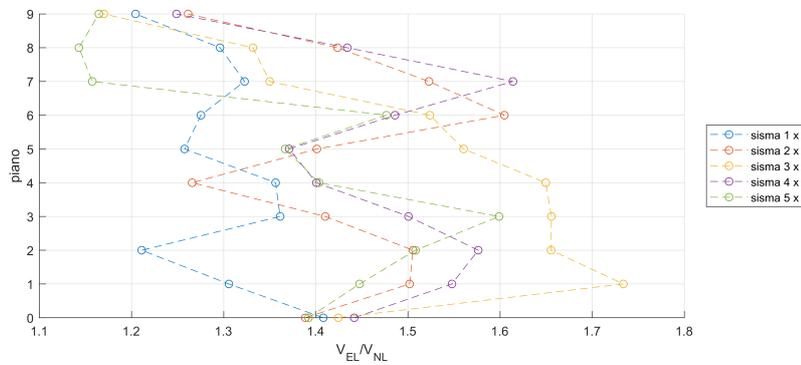


Figura 6.29: rapporto tra il taglio di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y

6.6.1 Spostamenti

Gli spostamenti ottenuti dalle analisi non lineari risultano ridotti rispetto a quelli ottenuti dalle analisi elastiche. In particolare, si valuta il rapporto tra spostamento in sommità elastico ed il corrispondente non lineare.

direzione	spostamento in sommità [u]	u_{EL}/u_{NL}
x	0.56	1.23
y	0.54	1.29

Tabella 6.15

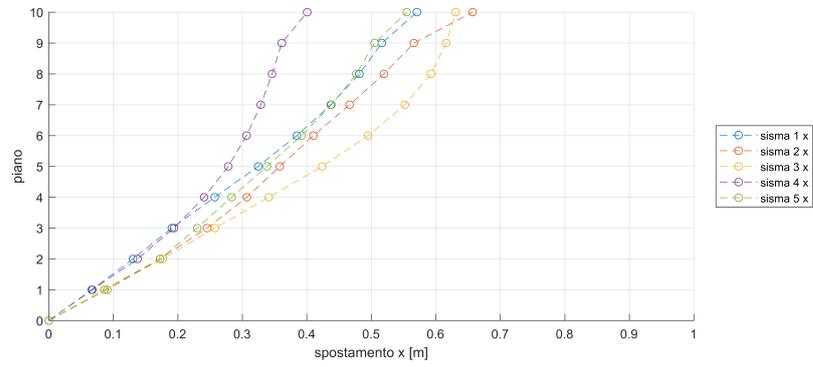


Figura 6.30: massimo spostamento di piano in direzione x

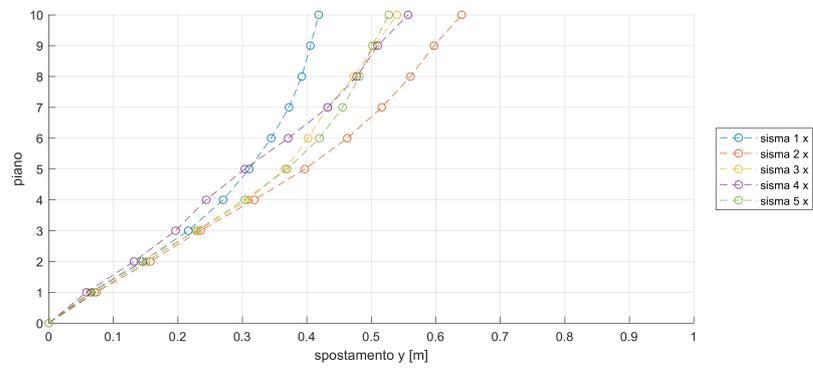


Figura 6.31: massimo spostamento di piano in direzione y

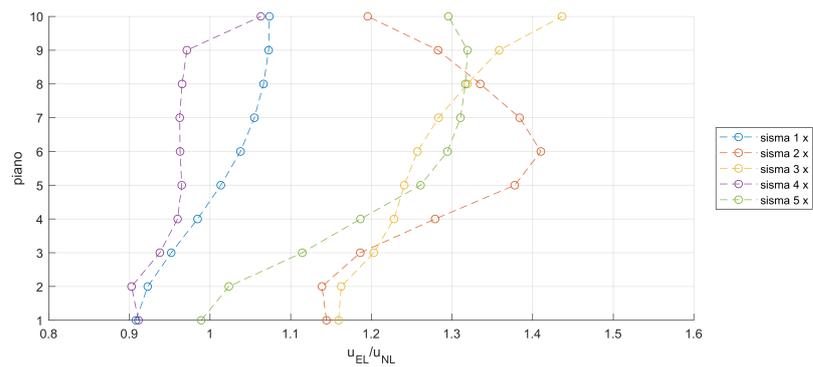


Figura 6.32: rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione x

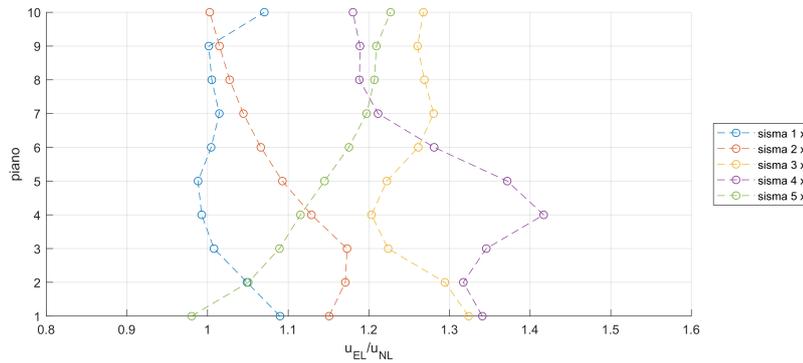
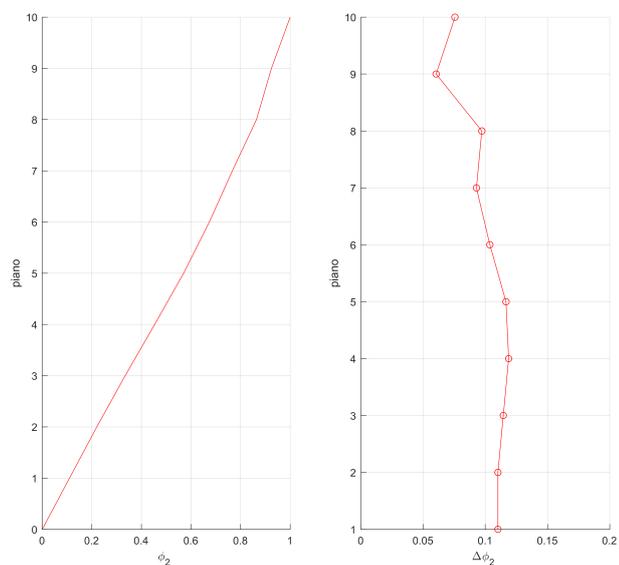


Figura 6.33: rapporto tra spostamento di piano elastico ed il corrispondente non lineare in direzione y

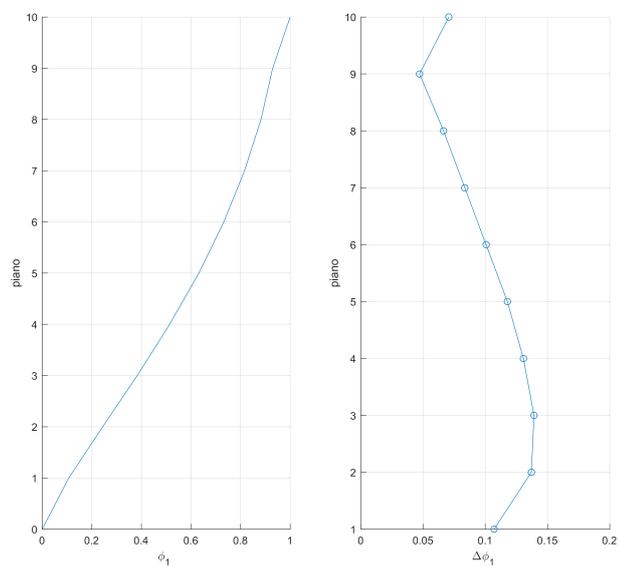
6.7 Ricerca dei piani ottimali per il posizionamento dei dissipatori

Uno dei principali problemi a cui il progettista sarà chiamato a trovare una soluzione è l'individuazione dei piani ottimali in cui introdurre i dissipatori. Per rispondere a questa domanda è necessario analizzare il comportamento modale della struttura, in particolare, si sono considerati i primi modi nelle due direzioni. Come già dimostrato nell'elaborato, la scelta ottimale risulta quella avente il maggior spostamento modale inter-piano. La direzione x presenta una forma modale quasi lineare nei primi piani, infatti gli spostamenti inter-piano risultano distribuiti in maniera quasi omogenea nei primi sei piani. La distribuzione dei dissipatori ottimali risulta quindi abbastanza indifferente alla posizione. La direzione y , invece, presenta una forma modale più concentrata nei piani compresi tra il secondo ed il quarto che saranno dunque fondamentali per una distribuzione ottimale dei dissipatori. I ragionamenti svolti fino ad ora sono validi nel caso in cui si considera un quantitativo di dissipazione non eccessivo sui singoli piani. Nel caso si introducesse un quantitativo di dissipazione locale eccessivo si modificherebbe il comportamento in risonanza della struttura modificandone la forma ed aumentando la frequenza propria del telaio e conseguentemente le forze sismiche agenti su di esso.



(a) forma modale (b) spostamento interpiano

Figura 6.34: direzione x



(a) forma modale (b) spostamento interpiano

Figura 6.35: direzione y

6.8 Telaio CD"B" con dissipatori progettati per mantenere la struttura in campo elastico

In questa sezione ci si pone l'obiettivo di dimensionare i dissipatori da posizionare nella struttura dimensionata per i soli carichi statici affinché assorbano la maggior parte delle forze sismiche permettendo al telaio di lavorare in campo elastico durante il sisma. Il metodo utilizzato per il dimensionamento dei dissipatori è di tipo iterativo mediante analisi lineari sui sismi. Si è introdotto un certo quantitativo di dissipazione in entrambe le direzioni verificando se sono soddisfatte tutte le verifiche. Nell'introduzione dei dissipatori si è posta particolare attenzione a non introdurre eccessiva dissipazione sui singoli piani, non cambiando quindi il modo di vibrare in risonanza della struttura. Ciò comporta la necessità di un posizionamento dei dissipatori in accordo con quanto già dimostrato in questo elaborato. Come mostrato in figura 6.36 sono stati posizionati i dissipatori sui piani dal primo al sesto nella direzione x e dal primo all'ottavo per la direzione y. Si è scelto di introdurre il medesimo quantitativo di dissipazione su ogni piano. Si è scoperta

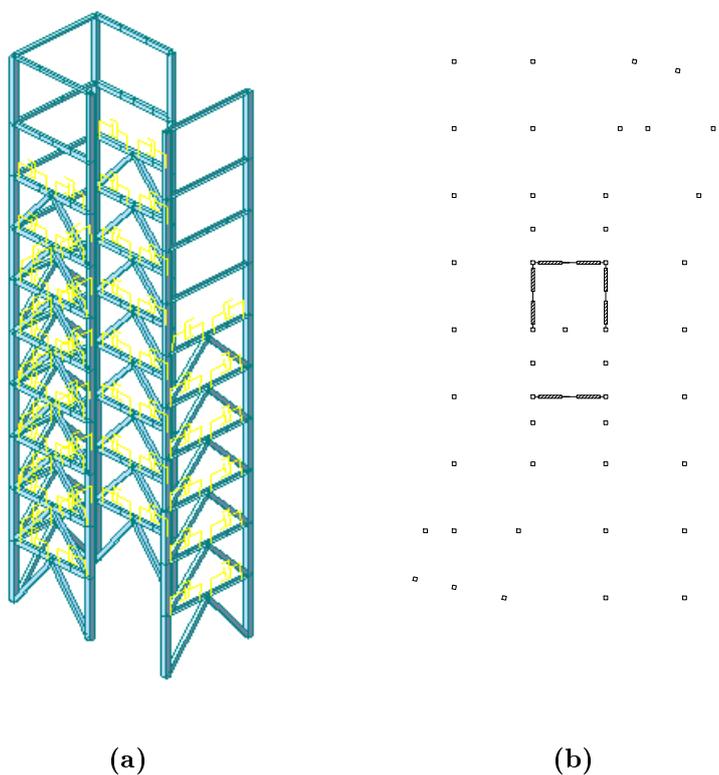


Figura 6.36: posizione dei dissipatori

l'impossibilità di ottenere un quantitativo di smorzamento globale capace di risponde-

re a tutte le verifiche sismiche utilizzando solo i dissipatori, infatti, è stato necessario un aumento delle dimensioni di un numero esiguo di elementi in direzione y al fine di poter soddisfare tutte le verifiche. Tali aumenti di sezioni risultano dell'ordine del 2% della massa globale di travi e pilastri e non modificano sostanzialmente i modi di vibrare principali della struttura; per questo vengono considerate "modifiche trascurabili". Dalle analisi risulta la necessità di raggiungere una dissipazione aggiunta come presentato in tabella.

modo	direzione	$\Delta\xi$ [%]	C_{TOT} [kN s/m]
1	y	50	800000
2	x	16	312000

Tabella 6.16: dissipazione aggiunta, nelle due direzioni, necessaria per rimanere in campo elastico

Il valore di smorzamento globale in direzione y risulta senza dubbio irragionevole. Tuttavia, questo dimensionamento permetterà valutazioni interessanti sulla diminuzione del taglio di piano e sugli spostamenti.

6.8.1 Taglio di piano

Si è ottenuta una diminuzione del taglio di base rispetto alla condizione senza dissipatori. I maggiori effetti sono stati ricercati in direzione y in quanto era la situazione che presentava i maggiori momenti nelle travi.

direzione	taglio di base [KN]	$V_{EL}/V_{EL,DISS}$
x	21000	1.47
y	14900	1.37

Tabella 6.17

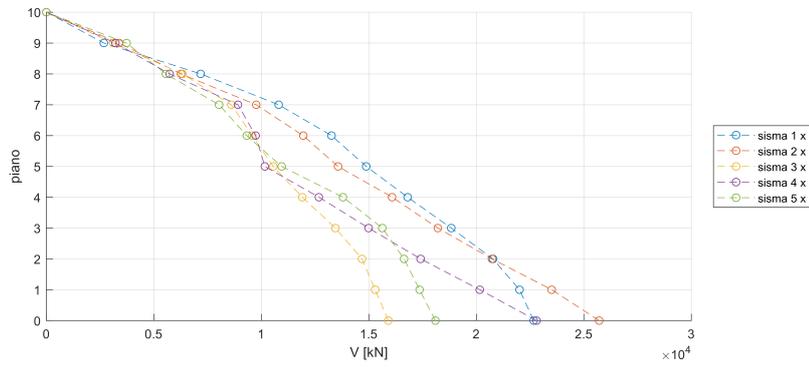


Figura 6.37: massimo taglio di piano in direzione x

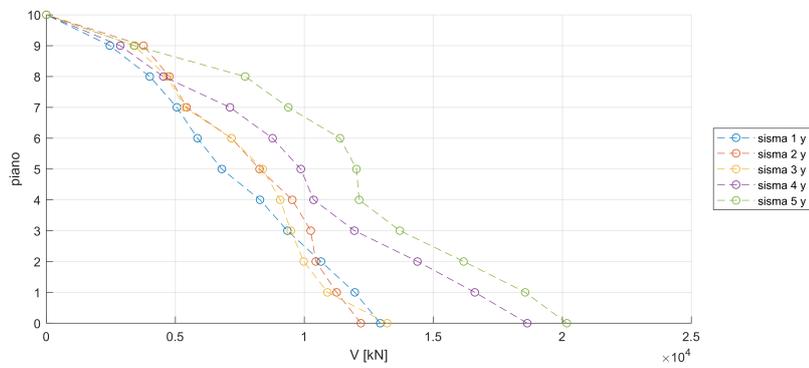


Figura 6.38: massimo taglio di piano in direzione y

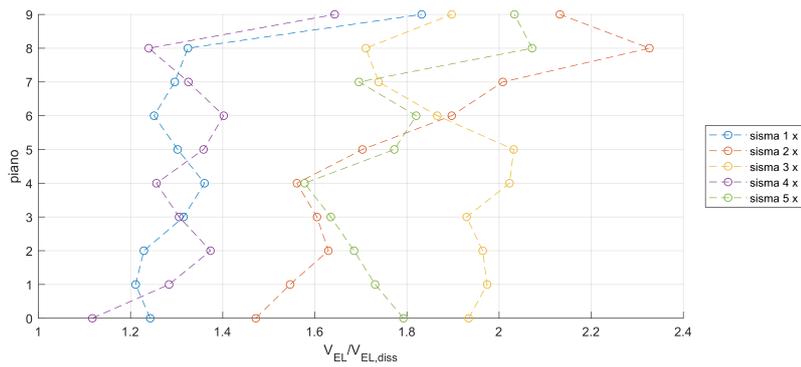


Figura 6.39: rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x

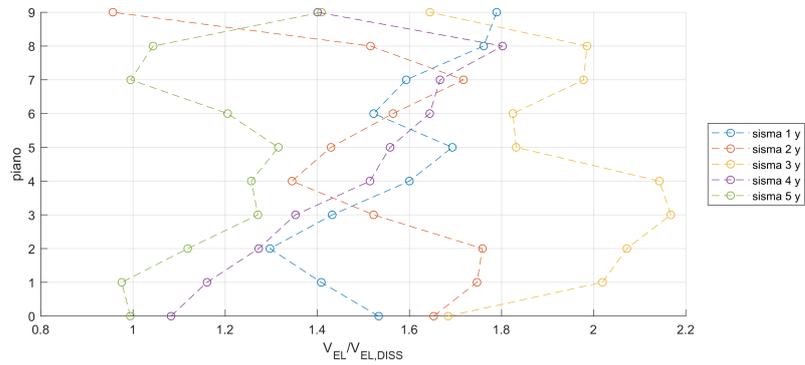


Figura 6.40: rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y

6.8.2 Spostamenti

L'introduzione dei dissipatori all'interno della struttura ha permesso una forte riduzione dello spostamento massimo al sisma. Valutandone i valori medi si ha:

direzione	spostamento in sommità [u]	$u_{EL}/u_{EL,DISS}$
x	0.33	2.06
y	0.22	3.03

Tabella 6.18

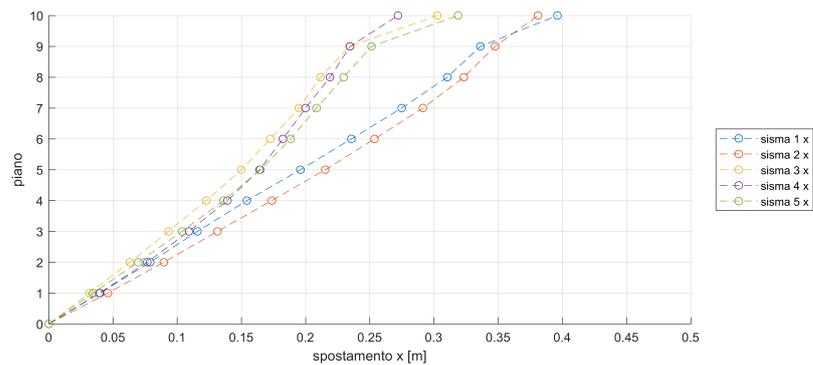


Figura 6.41: massimo spostamento di piano in direzione x

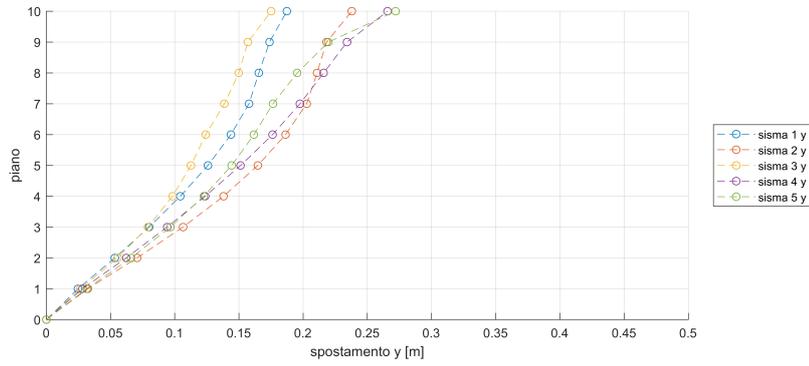


Figura 6.42: massimo spostamento di piano in direzione y

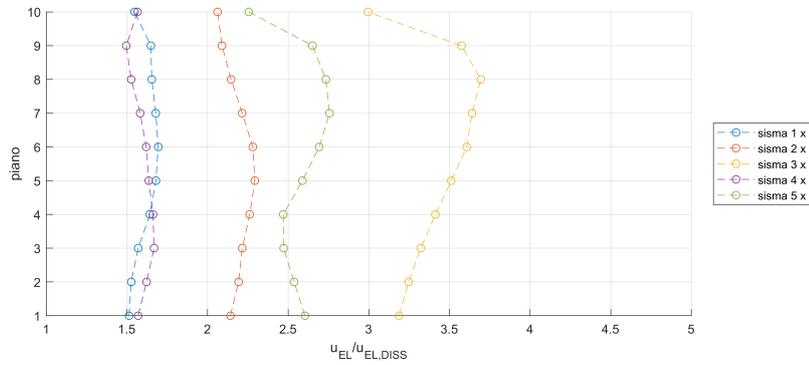


Figura 6.43: rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x

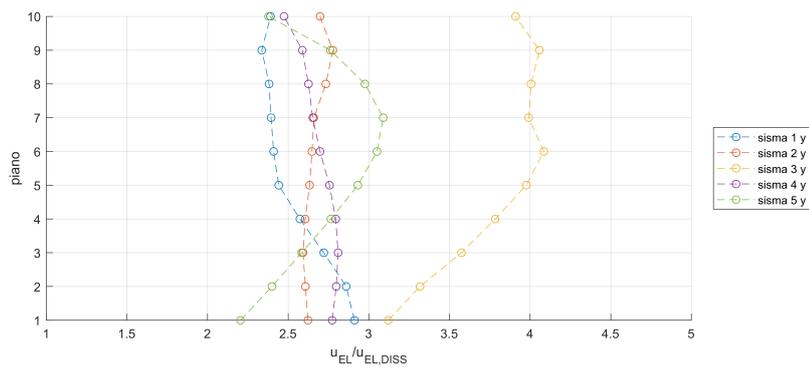


Figura 6.44: rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y

6.9 Telaio CD"B" con dissipatori progettati per utilizzare le risorse non lineari

In questa sezione ci si pone come obiettivo il dimensionamento dei dissipatori da posizionare nella struttura dimensionata per i soli carichi statici affinché, in collaborazione con la dissipazione interna non lineare della struttura, permettano di soddisfare tutte le verifiche sismiche. Si è scelta come zona di posizionamento dei dissipatori in pianta il medesimo utilizzato nella sezione precedente. Tuttavia, visto le inferiori richieste di dissipazione, si è scelto di introdurre i dissipatori solo su 3 piani sia per la direzione x che per la direzione y. In accordo con quanto mostrato in figura 6.45 si sono scelti il secondo, terzo e quarto piano. Il dimensionamento è stato eseguito in maniera iterativa sulle analisi non lineari, tarando i dissipatori sul soddisfacimento delle verifiche per un sisma e successivamente verificando gli altri sismi. Tarare il dimensionamento iniziale dei dissipatori su uno solo dei sismi per ogni direzione a causa degli alti tempi di calcolo necessari al compimento delle analisi, infatti, il calcolo mediante integrazione diretta di un sistema con così tanti gradi di libertà avente sia non linearità nella matrice di rigidezza

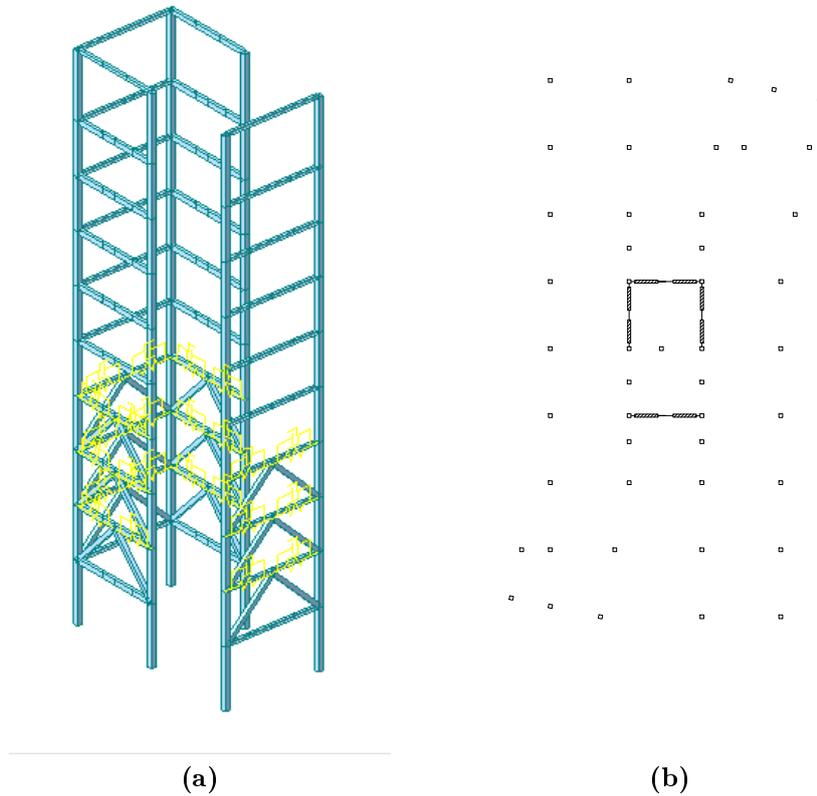


Figura 6.45: Posizione dei dissipatori

sia una matrice di smorzamento non classica risulta alquanto oneroso. Così come fatto nel caso precedentemente, i dissipatori sono stati introdotti con il medesimo quantitativo in ogni piano. Per il soddisfacimento di tutte le verifiche è stato necessario introdurre una dissipazione aggiuntiva come presentato in tabella 6.19.

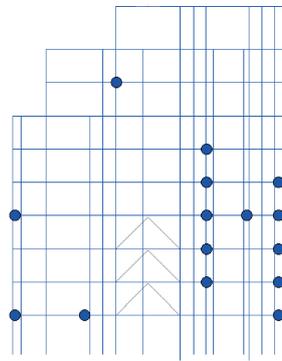
modo	direzione	$\Delta\xi$ [%]	C_{TOT} [kN s/m]
1	y	16.0	180000
2	x	8.5	150000

Tabella 6.19: dissipazione aggiunta nelle due direzioni

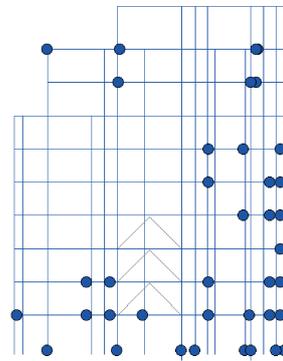
Si osserva come potendo sfruttare tutte le risorse non lineari della struttura il si è potuto introdurre un quantitativo di dissipazione ampiamente inferiore rispetto al lavorare solo in campo lineare.

6.9.1 Comportamento non lineare

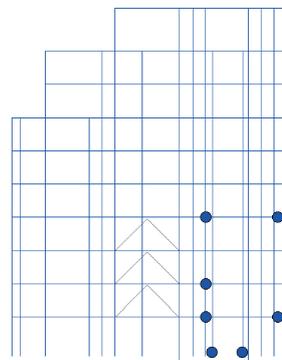
Come fatto per il telaio senza i dissipatori, si valuta la posizione delle cerniere plastiche formatesi durante il sisma. Si osserva come il comportamento della struttura in direzione x attiva uno scarso numero di cerniere plastiche, rendendo il comportamento prossimo a quello lineare, mentre in direzione y si sfruttano notevolmente le risorse non lineari.



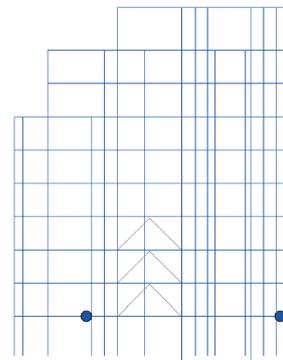
(a) sisma 1 direzione x



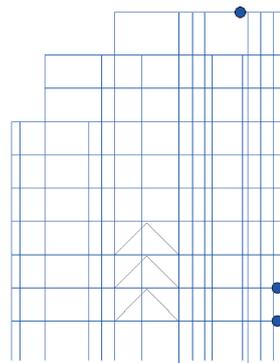
(b) sisma 2 direzione x



(c) sisma 3 direzione x

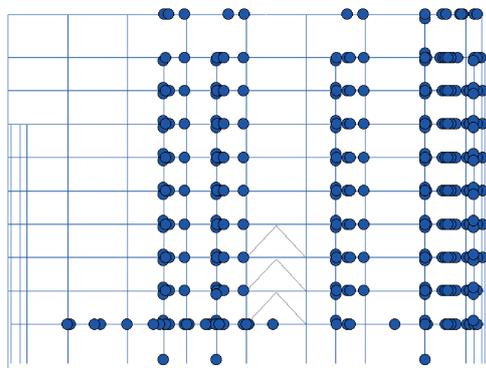


(d) sisma 4 direzione x

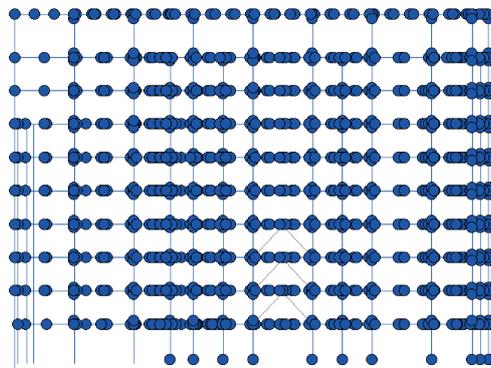


(e) sisma 5 direzione x

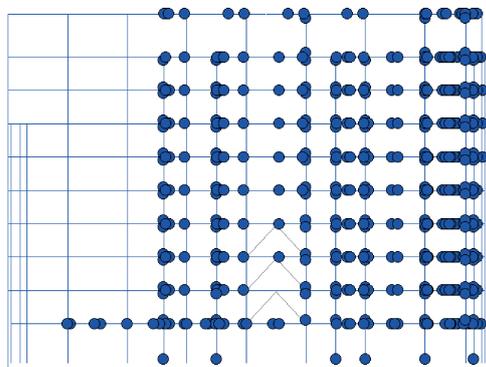
Figura 6.46: livello delle cerniere plastiche in direzione x



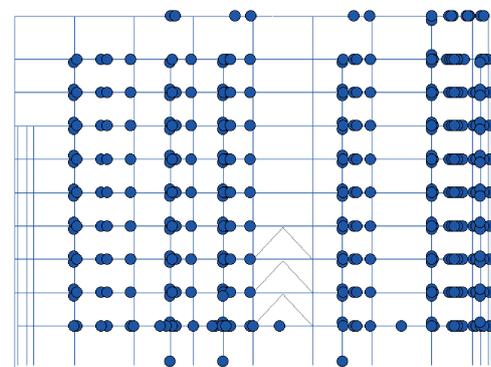
(a) sisma 1 direzione y



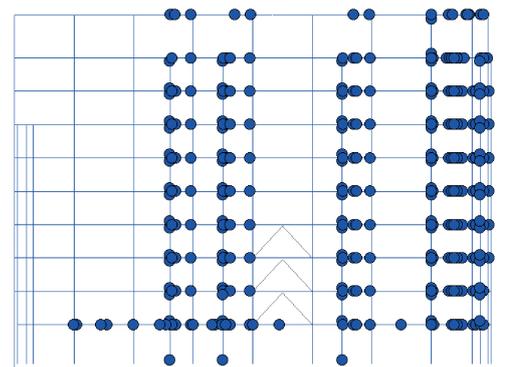
(b) sisma 2 direzione y



(c) sisma 3 direzione y



(d) sisma 4 direzione y



(e) sisma 5 direzione y

Figura 6.47: livello delle cerniere plastiche in direzione y

6.9.2 Taglio di piano

Così come già osservato nelle altre analisi, il taglio di piano presenta variazioni contenute. In particolare, ponendo attenzione sul rapporto tra tagli di base ottenuto nella struttura elastica senza dissipatori ed il corrispondente ottenuto dalle analisi non lineari nella struttura con i dissipatori si ottengono per le due direzioni una media sui sismi di:

direzione	taglio di base [kN]	$V_{EL}/V_{NL,DISS}$
x	22900	1.35
y	14500	1.42

Tabella 6.20

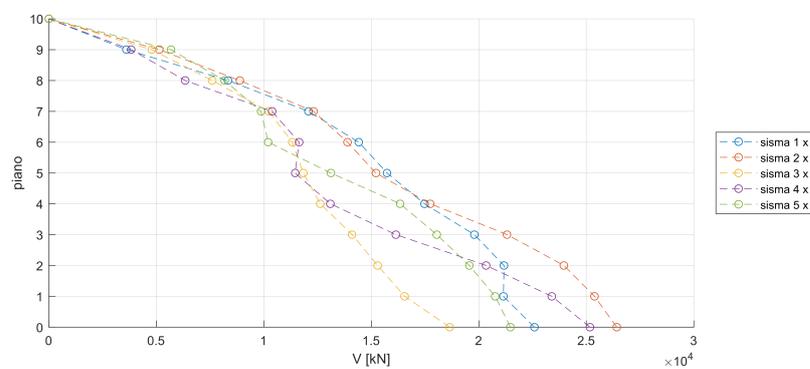


Figura 6.48: massimo taglio di piano in direzione x

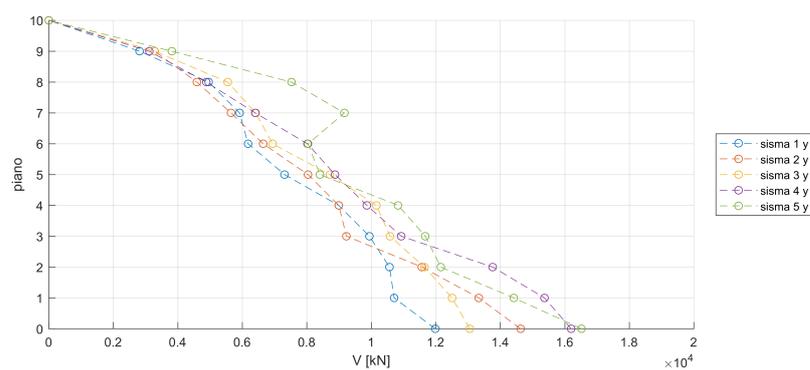


Figura 6.49: massimo taglio di piano in direzione y

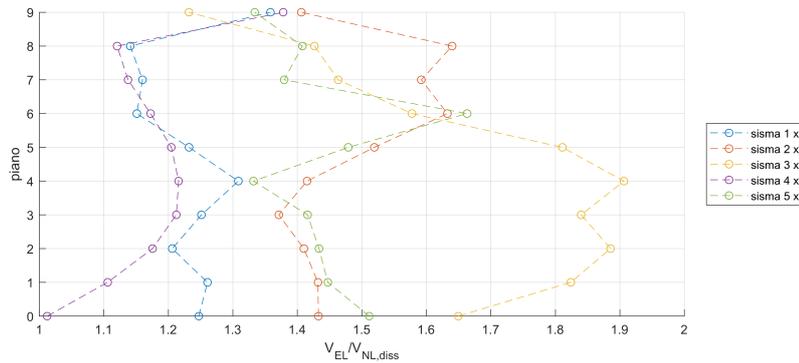


Figura 6.50: rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x

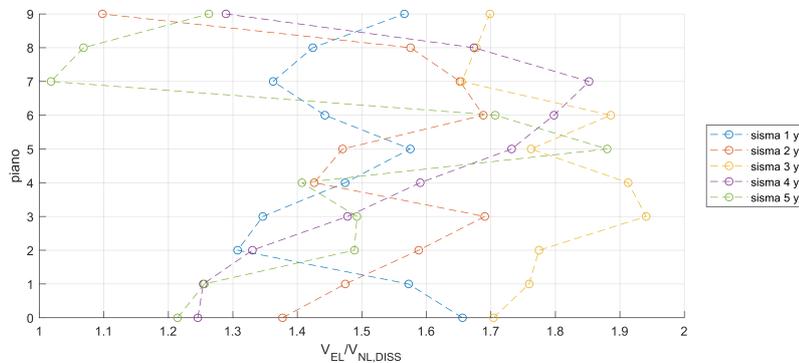


Figura 6.51: rapporto tra il taglio di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y

6.9.3 Spostamenti

L'introduzione dei dissipatori all'interno della struttura ha permesso anche nel caso non lineare una riduzione di quelli che sono gli spostamenti massimi dovuti al sisma. In particolare, mediando il rapporto tra gli spostamenti massimi in sommità ottenuti dalle analisi lineari nella struttura senza dissipatori ed i corrispettivi non lineari della struttura dissipata, si ottiene:

direzione	spostamento in sommità [u]	$u_{EL}/u_{NL,DISS}$
x	0.42	1.66
y	0.31	2.20

Tabella 6.21

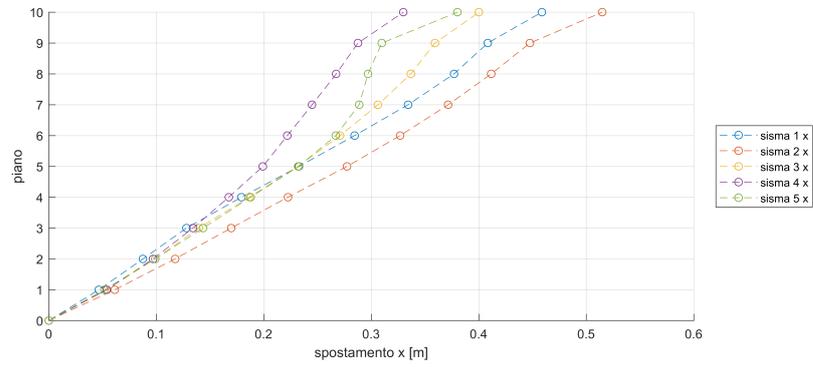


Figura 6.52: massimo spostamento di piano in direzione x

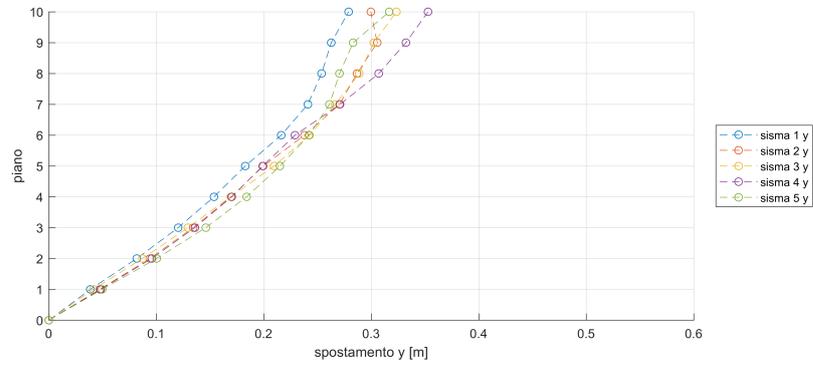


Figura 6.53: massimo spostamento di piano in direzione y

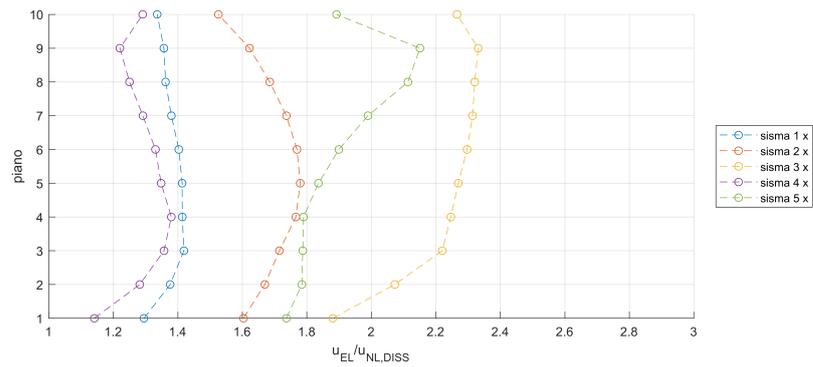


Figura 6.54: rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione x

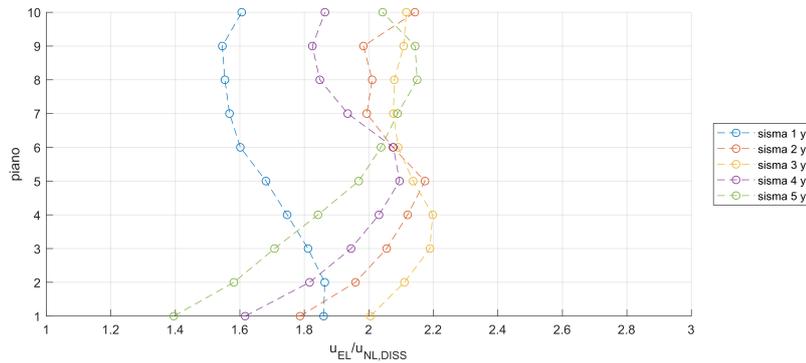


Figura 6.55: rapporto tra spostamento di piano elastico della struttura senza dissipatori ed il corrispondente per la struttura con dissipatori in direzione y

6.10 Conclusioni

Le analisi svolte in questo capitolo ed in generale in tutto l'elaborato consentono numerosi spunti di riflessione. In primo luogo si vuole porre attenzione sull'impossibilità di un numero puro quale è q di cogliere tutti quelli che sono gli effetti non lineari di strutture complesse. Tale valore risulta di difficile valutazione e per questo motivo l'ingegnere che deve approcciarsi al dimensionamento di una struttura dovrà stare molto attento e cautelativo nella sua applicazione. Si è osservato come nel telaio preso in esame, avente dimensioni non trascurabili, la definizione del fattore q proposto in normativa era senza dubbio sovrastimato. La filosofia alla base della struttura CD"B" progettata per resistere ai soli carichi statici e l'aggiunta di dissipatori per contenere le azioni sismiche è per sua natura anti-sismica in quanto in questo modo si arriva ad ottenere una struttura dotata di periodi fondamentali molto alti e conseguentemente azioni sismiche di moderata intensità. Ricordando la notazione utilizzata:

- EL: struttura CD"B" progettata per resistere ai carichi statici valutata mediante analisi lineari;
- NL: struttura CD"B" progettata per resistere ai carichi statici valutata mediante analisi non lineari;
- EL,DISS: struttura CD"B" progettata per resistere ai carichi statici con i dissipatori progettati per resistere al sisma mantenendo la struttura in campo elastico valutata mediante analisi lineari;
- NL,DISS: struttura CD"B" progettata per resistere ai carichi statici con i dissipatori progettati per resistere al sisma sfruttando le risorse non lineari valutata mediante analisi non lineari;

Iniziando l'analisi dalla direzione x si è osservato che la struttura non presentava forti criticità in termini di richieste di duttilità quanto in termini di limitazione degli spostamenti massimi inter-piano. Riportando quelli che sono i rapporti in sommità tra il telaio senza dissipatori valutato elasticamente e la struttura in oggetto si ha:

struttura	$u_{EL}[m]$	u_{EL}/u_i
EL	0.69	1.00
NL	0.56	1.23
EL,DISS	0.33	2.07
NL,DISS	0.42	1.66

Tabella 6.22

Per il telaio NL,DISS è stato necessario introdurre i dissipatori allo scopo di diminuire gli spostamenti inter-piano. Anche per il telaio EL,DISS l'obiettivo iniziale si pensava fosse diminuire gli spostamenti interpiano, tuttavia, si è mostrata la necessità di introdurre un maggior quantitativo di dissipazione per coprire anche il superamento del momento di limite di alcune travi.

Per quanto riguarda la direzione y la situazione critica si è avuta nelle travi per la presenza di cerniere plastiche con eccessiva richiesta di capacità rotazionale. Confrontando i rapporti medi tra il taglio di base del telaio senza dissipatori valutato elasticamente e la struttura in oggetto si ha:

struttura	$V_{EL}[kN]$	V_{EL}/V_i
EL	20500	1.00
NL	14500	1.41
EL,DISS	14900	1.37
NL,DISS	14500	1.42

Tabella 6.23

La domanda in termini di riduzione del taglio di base risulta praticamente la medesima nelle tre strutture, tuttavia la struttura NL ottiene tale riduzione da risorse non lineari che la struttura non possiede realmente mentre la struttura EL,DISS ha ottenuto tale riduzione dai dissipatori aggiunti e la struttura NL,DISS sia dai dissipatori che dalle non linearità. Si può dunque affermare l'effettiva efficacia dei dissipatori nel collaborare con le capacità dissipative intrinseche della struttura permettendo di alzare la capacità limite. È interessante osservare come anche il telaio progettato in CD"A" sismo-resistente possieda in direzione y un fattore di comportamento q valutato sul taglio di base con valore analogo, tuttavia, date le sezioni esclusivamente di classe I, è in grado di contenere

le richieste di duttilità in rotazione delle cerniere plastiche. Da questo si può concludere che, con questa modellazione semplificata delle cerniere plastiche, il telaio in esame non riesce ad esplicare maggiori risorse non lineari.

Confrontando il risparmio in termine di materiale riportato in tabella 6.24. Si evidenzia come in questo caso è stato possibile ottenere una notevole diminuzione del materiale introdotto nella struttura progettata con i dissipatori (250 t) a fronte di una richiesta di 360000 kN s/m di dissipazione aggiunta. Eseguendo una breve, ma esplicativa, analisi economica considerante 1500 €/t e per l'acciaio ed $1 \text{ €/} \frac{\text{kNs}}{\text{m}}$ per gli smorzatori si ottengono valori analoghi. L'approccio avrebbe fornito risultati analoghi considerando anche cerniere plastiche aventi una maggiore raffinatezza in quanto un miglioramento ottenuto nel comportamento non lineare del telaio CD"A" si otterrebbe anche nel telaio CD"B". Si evidenzia come nel caso di sismi limite la struttura CD"A" risulterebbe maggiormente danneggiata rispetto a quella con dissipatori in quanto per esplicare le risorse non lineari deve fornire una elevata risposta plastica locale.

Si vuole, infine, porre attenzione sull'innalzamento della soglia elastica che i dissipatori forniscono in quanto essi proteggono la struttura anche in campo elastico lineare. Considerando sismi di minore entità rispetto al caso limite ma che richiederebbero comunque lo sviluppo di non linearità nella struttura CD"A" sismo-resistente, la struttura CD"B" con dissipatori potrebbe continuare a lavorare in campo elastico in quanto la protezione che essi forniscono vi è sempre a priori e non dipende dal raggiungimento di una soglia minima.

struttura	acciaio [t]	dissipazione [kN s/m]
CD"A"	2345	/
CD"B" non lineare con dissipatori	2095	360000

Tabella 6.24

Bibliografia

- [1] *Aggiornamento delle «Norme Tecniche per le Costruzioni» (NTC 2018)*. 2018.
- [2] Chatpan Chintanapakdee e Anil K. Chopra. «Seismic Response of Vertically Irregular Frames: Response History and Modal Pushover Analyses». In: *DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:8(1177)* (2004).
- [3] Anil K. Chopra. *Dynamic of structures: Theory and applications to earthquake engineering*. 2007.
- [4] R. W. Clough e J. Penzien. *Dynamics of Structures*. 1993.
- [5] Mario De Stefano e Barbara Pintucchi. «A review of research on seismic behaviour of irregular building structures since 2002». In: *Bull Earthquake Eng 6:285–308* (2008).
- [6] *Eurocode 8: Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures*. 1996.
- [7] *FEMA 356: Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*. 2000.
- [8] Jenn-Shin Hwang, Wang-Chuen Lin e Nian-Juan Wu. «Comparison of distribution methods for viscous damping coefficients to building». In: *Structure and Infrastructure Engineering, Vol. 9* (2013).
- [9] G. Izzo. *Comportamento sismico di edifici in cemento armato*. 2008.
- [10] Akhtar S. Khan e Sujian Huang. *Continuum Theory of Plasticity*. 1995.
- [11] Eduardo Miranda e V. Vitelmo Bertero. «Evaluation of Strength Reduction Factor for Earthquake Resistant Design». In: *Earthquake Spectra, Vol. 10, No. 2* (1994).
- [12] Michele Palermo et al. «Force reduction factor for building structures equipped with added viscous dampers». In: *Bull Earthquake Eng 11:1661-1681* (2013).

- [13] G. Pekcan, J. B. Mander e S.S. Chen. *Design and retrofit methodology for building structures with supplemental energy dissipating systems*. Technical Report MCEER-99-0021. University at Buffalo, State University of New York Department of Civil, Structural e Environmental Engineering Ketter Hall Buffalo, New York 14260-4300, 1999.
- [14] H. Tajimi. *A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake*. 1960.
- [15] Gakuho Watanabe e Kazuhiko Kawashima. «An evaluation of the Force Reduction Factor in the Force-Based Seismic Design». In: *Institute of Technology, O-Okayama, Meguro, Tokyo, Japan,152-8552* ().
- [16] Matteo Zerbin et al. «Ductility reduction factor formulations for seismic design of RC wall and frames structures». In: *Engineering Structures 178* 102-115 (2019).