

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

Corso di Laurea Magistrale in Civil Engineering – Structures



**EFFETTO DELLA RUGOSITA' SULLA RISPOSTA
DINAMICA DI UN IMPALCATO DA PONTE:
ANALISI NUMERICA E SPERIMENTALE**

Relatore: prof.ssa Maria Gabriella Mulas

Co-relatori: Ing. Monica Longo, Ing. Francesco Basone

Elaborato di laurea di:

Michele RISO matr:991989

Andrea SGAMBATI matr:992273

Anno accademico 2022/2023

RINGRAZIAMENTI

Vorremmo esprimere la nostra profonda gratitudine a tutti coloro che hanno contribuito in modo significativo alla realizzazione di questa tesi.

Innanzitutto, è doveroso ringraziare la società Sacertis S.r.l., ed in particolare il Prof. Mancini, l'Ing. Basone e l'Ing. Longo, per il loro prezioso supporto, e per aver messo a nostra disposizione i dati sperimentali e il modello a elementi finiti, necessari per affrontare le analisi svolte. La loro collaborazione è stata fondamentale per indirizzarci nel lavoro svolto, e il confronto con professionisti affermati e competenti ha contribuito in maniera sostanziale alla nostra crescita lavorativa e personale.

Un ringraziamento particolare va riservato alla Professoressa Mulas, per la sua guida esperta e il continuo sostegno che ci ha fornito in questi mesi di lavoro. La Professoressa Mulas ci ha affiancati in ogni aspetto della tesi, condividendo con noi la sua conoscenza e offrendoci preziosi consigli, dimostrando un impegno e una disponibilità costante. Siamo estremamente grati della fiducia che ci ha concesso, mettendo a nostra disposizione il codice di ricerca INTER, fondamentale per il successo del lavoro. La sua guida ci ha permesso di arricchire e coronare il nostro percorso universitario, e per questo le saremo sempre riconoscenti.

Dobbiamo infine ringraziare le nostre rispettive famiglie e i nostri cari, per il sostegno e l'affetto che ci hanno dimostrato in tutti questi anni. Siete stati per noi una fonte di ispirazione e ci siete sempre stati, nei momenti migliori e in quelli peggiori. Grazie.

Michele Riso, Andrea Sgambati

Dicembre, 2023

ABSTRACT

La rugosità della pavimentazione stradale è uno dei fattori che influenzano la risposta dinamica di ponti e viadotti, sottoposti ai carichi del traffico veicolare. Come conseguenza del passaggio ripetuto di veicoli, le pavimentazioni sono soggette a un avanzamento del fenomeno di degrado, che comporta un aumento della rugosità e di pari passo una diminuzione della regolarità del manto stradale. Si rendono necessari interventi di ispezione e ripristino frequenti per il mantenimento di condizioni di regolarità contenute all'interno di un dominio di ammissibilità, al fine di garantire il confort e la sicurezza d'uso della struttura.

L'obiettivo del lavoro presentato è quello di investigare l'influenza della regolarità della pavimentazione stradale sulla risposta dinamica degli impalcati da ponte. Prendendo in esame una struttura strumentata per mezzo di un sistema di monitoraggio in continuo, si vuole individuare una correlazione tra la risposta strutturale, espressa in termini di accelerazione, e il livello di regolarità della pavimentazione, evidenziando la necessità di interventi di manutenzione. Il lavoro si appoggia alle potenzialità di un codice di ricerca (INTER) dedicato all'analisi dell'interazione e di un software commerciale. Il caso studio è rappresentato da un viadotto di luce complessiva pari a 60m, composto da quattro campate, di cui si conoscono i dati raccolti da inclinometri e accelerometri triassiali MEMS in condizioni di pre- e post-ripavimentazione. Sono stati eseguiti test statici e dinamici per l'ottenimento di un modello a elementi finiti aggiornato e validato con il software SAP2000. Le matrici strutturali del sistema e le tabelle d'incidenza del viadotto vengono estratte dal modello a elementi finiti e, in seguito a manipolazioni e adattamenti, vengono inserite in input a INTER. L'interazione tiene conto dell'influenza della rugosità della pavimentazione, e adotta un modello di veicolo implementato ad hoc per il caso studio: si è definito un modello meccanico articolato a 13 GdL che simuli le caratteristiche del mezzo impiegato in fase di esecuzione delle prove dinamiche, rappresentato da un autoarticolato a quattro assi. I profili di rugosità introdotti sono generati a partire dalla formulazione della funzione di densità di potenza spettrale riportata nell'Eurocodice 1. È stato effettuato un confronto diretto numerico-sperimentale sulla storia temporale di accelerazione registrata dai sensori in seguito a prove dinamiche a input noto. Analisi preliminari evidenziano l'importanza di considerare la rugosità nella stima della risposta accelerometrica di un viadotto, e la capacità del programma di ricerca di individuare le condizioni di regolarità della pavimentazione presenti in sito. Il procedimento può essere semplificato dall'individuazione di parametri sintetici della risposta strutturale.

Parole chiave: Rugosità, interazione veicolo-struttura, risposta dinamica, monitoraggio, INTER, SAP2000

SOMMARIO

1 INTRODUZIONE.....	18
1.1 ASPETTI GENERALI	18
1.2 REVIEW BIBLIOGRAFICA	19
1.3 OBIETTIVI DELLA TESI	26
1.4 LAYOUT DI TESI	27
2 IL CASO STUDIO.....	29
2.1 GEOMETRIA DEL VIADOTTO.....	29
2.1.1 <i>Travi longitudinali</i>	31
2.1.2 <i>Soletta</i>	32
2.1.3 <i>Cordoli laterali</i>	33
2.1.4 <i>Travi trasversali</i>	33
2.1.5 <i>Pile</i>	34
2.1.6 <i>Cuscinetti d'appoggio elastomerici</i>	36
2.2 MATERIALI.....	37
2.3 CARICHI AGENTI SULLA STRUTTURA	38
2.4 MODI DI VIBRARE SPERIMENTALI	39
2.5 SISTEMI DI MONITORAGGIO	39
2.5.1 <i>Convenzioni di segno</i>	42
2.5.2 <i>Taratura della strumentazione</i>	42
2.5.3 <i>Acquisizione delle letture dei sensori</i>	43
2.5.4 <i>Accelerometri MEMS</i>	43
2.6 PROVE DINAMICHE EFFETTUATE.....	44
3 RUGOSITÀ	50
3.1 CLASSIFICAZIONE DELLE CLASSI DI TESSITURA	54
3.2 CARATTERIZZAZIONE DI UNA PAVIMENTAZIONE STRADALE.....	58
3.2.1 <i>Indice IRI</i>	58
3.2.2 <i>Power Spectral Density</i>	59
4 MODELLO A ELEMENTI FINITI DEL VIADOTTO	67

4.1	IL MODELLO M1	68
4.1.1	<i>Verifica del modello M1</i>	69
4.2	IL MODELLO M2	72
4.3	IL MODELLO M3	77
4.4	IL MODELLO M4	82
4.5	IL MODELLO M5: MODEL UPDATING	89
5	MODELLI DEL VEICOLO	93
5.1	SISTEMA DI FORZE VIAGGIANTI	94
5.2	SOLUZIONE ANALITICA DEL PROBLEMA.....	96
5.2.1	<i>Linea d influenza ($\alpha = 0$)</i>	98
5.2.2	<i>Applicabilità della soluzione</i>	99
5.3	SOLUZIONE NUMERICA	99
5.3.1	<i>Confronto tra soluzione numerica ed analitica</i>	100
5.4	SISTEMA MECCANICO	101
5.4.1	<i>Modello a 2 GdL</i>	104
5.4.2	<i>Sistema meccanico a 7 GdL</i>	107
5.4.3	<i>Sistema meccanico a 13 GdL</i>	111
6	EQUAZIONI DEL MOTO.....	117
6.1	SCELTA DELLE COORDINATE LIBERE.....	117
6.2	EQUAZIONE DI LAGRANGE	119
6.3	ENERGIA CINETICA	120
6.4	ENERGIA POTENZIALE	121
6.5	FUNZIONE DI RAYLEIGH	122
6.6	PROBLEMA ACCOPPIATO.....	123
6.7	CONTRIBUTO STATICO ALL'EQUAZIONE DEL MOTO	124
6.8	DISACCOPIAMENTO DEL PROBLEMA	127
6.9	METODI DI INTEGRAZIONE PER IL PROBLEMA DISACCOPIATO	128
6.10	PROCEDURA STS	128

7 IL CODICE INTER: PROCEDIMENTO DI ESTRAZIONE DEI DATI DA SAP2000 E SUA VALIDAZIONE.....	134
7.1 IL PROGRAMMA “ <i>READSTIFFNESSMASS.M</i> ”: PREPROCESSING DEI DATI	135
7.2 VALIDAZIONE.....	137
7.3 VERIFICA STATICA.....	138
7.4 VERIFICHE DINAMICHE	139
7.4.1 <i>Il Modello M2: trave monodimensionale</i>	141
7.4.2 <i>Il modello M5: Campata 3D</i>	143
7.4.3 <i>Il modello M5: Viadotto 3D</i>	149
7.5 VALIDAZIONE DEL MODELLO DEL VEICOLO A 13 GDL	151
8 CONFRONTO TRA LA RISPOSTA SPERIMENTALE E LA RISPOSTA NUMERICA.....	156
8.1 CONFRONTO NUMERICO-SPERIMENTALE IN ASSENZA DI RUGOSITÀ	158
8.2 CONFRONTO NUMERICO-SPERIMENTALE CON INSERIMENTO DELLA RUGOSITÀ	161
8.3 CLASSE A: Gdn0 = 10 – 6 m3 (LIMITE INFERIORE).....	163
8.3.1 <i>Prova su corsia di marcia</i>	164
8.3.2 <i>Prova su corsia di sorpasso</i>	166
8.4 CLASSE A: Gdn0 = 16 * 10 – 6 m3 (MEDIA GEOMETRICA).....	168
8.4.1 <i>Prova su corsia di marcia</i>	168
8.4.2 <i>Prova su corsia di sorpasso</i>	170
8.5 CLASSE B: Gdn0 = 80 * 10 – 6 m3 (MEDIA GEOMETRICA).....	172
8.5.1 <i>Prova su corsia di marcia</i>	172
8.6 NUMERO DI ITERAZIONI E VALUTAZIONE DELL'ERRORE	174
8.7 SINTESI DEI RISULTATI.....	176
8.8 PROVE DINAMICHE A 40 KM/H.....	179
8.9 INCERTEZZE DELLE ANALISI	181
8.10 FORMULAZIONE DELLA PSD DI HONDA.....	183
8.11 CONFRONTO DELLE POWER SPECTRAL DENSITY	184
9 CONFRONTO PRE E POST RIPAVIMENTAZIONE	187
9.1 MONITORAGGIO IN CONTINUO.....	189
10 CONCLUSIONI.....	200

10.1	SVILUPPI FUTURI.....	202
	APPENDICE A: ANALISI CINEMATICA DEL VEICOLO A 13 GDL.....	205
	APPENDICE B: PROGRAMMA READSTIFFNESSMASS.M.....	216
	APPENDICE C: INPUT E OUTPUT DI INTER.....	222

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 2-1: Caratteristiche geometriche delle travi delle campate di estremità	32
Tabella 2-2: Caratteristiche geometriche delle travi delle campate intermedie	32
Tabella 2-3: Caratteristiche geometriche dei traversi di testata	34
Tabella 2-4: Caratteristiche geometriche dei traversi intermedi	34
Tabella 2-5: Caratteristiche geometriche della pila preesistente	36
Tabella 2-6: Caratteristiche geometriche della pila incamiciata	36
Tabella 2-7: Caratteristiche geometriche degli elastomeri delle campate 2 e 3	37
Tabella 2-8: Caratteristiche geometriche degli elastomeri delle campate 1 e 4	37
Tabella 2-9: Modi sperimentali del viadotto	39
Tabella 3-1: Definizione di tessitura secondo Normativa ISO e normativa ISO [23] E ASTM [24]	51
Tabella 3-2: Descrizione di un profilo di rugosità secondo ISO [23] AIPCR [24]	52
Tabella 3-3: Classificazione delle caratteristiche geometriche della tessitura di una pavimentazione stradale [25]	54
Tabella 3-4: Definizione di irregolarità stradale ISO [23] e AIPCR [24]	55
Tabella 3-5: Definizione di megatessitura ISO [23] e AIPCR [25]	56
Tabella 3-6: Definizione di macrotessitura ISO [23] e AIPCR [25]	57
Tabella 3-7: Definizione di microtessitura ISO [23] e AIPCR [25]	58
Tabella 3-8: Valori limite dello spettro di densità di potenza di spostamenti e velocità in funzione della frequenza	62
Tabella 3-9: Valori limite dello spettro di densità di potenza di spostamenti e velocità in funzione della frequenza angolare	63
Tabella 4-1: Modi di vibrare del modello M1	72
Tabella 4-2: Modi di vibrare del modello M2	76
Tabella 4-3: Modi di vibrare del modello M3	81
Tabella 4-4: Proprietà meccaniche dei link rigidi	83
Tabella 4-5: Rigidezze dell'elastomero "Fisso U2+U3"	85
Tabella 4-6: Rigidezze dell'elastomero "neoprene C1 C4"	85
Tabella 4-7: Rigidezze dell'elastomero "neoprene C2 C3"	85
Tabella 4-8: Modi di vibrare del modello M4	89
Tabella 4-9: Modi di vibrare del viadotto	92
Tabella 5-1: Valori dello spostamento in mezzeria del modello M2 al passare di una forza viaggiante	100
Tabella 5-2: Parametri del sistema meccanico a 2GDL	106

Tabella 5-3: Frequenze naturali del sistema meccanico a 2GDL.....	106
Tabella 5-4: Parametri meccanici del modello a 7 GDL.....	110
Tabella 5-5: Frequenze naturali del sistema a 7 GDL.....	110
Tabella 5-6: Parametri meccanici e geometrici del modello a 13 GDL.....	115
Tabella 5-7: Frequenze naturali del sistema meccanico a 13 GDL.....	116
Tabella 7-1: Caratteristiche delle prove dinamiche in fase di verifica.....	140
Tabella 7-2: Caratteristiche delle prove dinamiche svolte per il modello M2.....	142
Tabella 7-3: Caratteristiche principali delle prove dinamiche svolte per la campata 2 del modello M5.....	144
Tabella 7-4: Caratteristiche delle prove dinamiche svolte; veicolo a 2GdL con valori di rigidezza k_s diversi.....	148
Tabella 7-5: Caratteristiche della prova dinamica svolta sul modello M5.....	149
Tabella 7-6: Caratteristiche delle prove dinamiche effettuate per la validazione del modello del veicolo a 13 GDL.....	151
Tabella 8-1: Caratteristiche principali delle analisi svolte.....	159
Tabella 8-2: Caratteristiche principali delle analisi dinamiche svolte per la prova su corsia di marcia.....	162
Tabella 8-3: Caratteristiche principali delle analisi dinamiche svolte per la prova su corsia di sorpasso.....	163
Tabella 8-4: numero di iterazioni effettuate.....	174
Tabella 8-5: Parametri sintetici delle analisi eseguite per la prova su corsia di marcia.....	176
Tabella 8-6: Parametri sintetici delle analisi eseguite per la prova su corsia di sorpasso.....	176
Tabella 8-7: Caratteristiche numeriche delle analisi svolte.....	179
Tabella 8-8: Caratteristiche delle analisi dinamiche svolte per il confronto sulla PSD selezionata.....	186
Tabella 9-1: Media geometrica delle accelerazioni massime in direzione verticale e relativa variazione percentuale.....	194
Tabella 9-2: Media geometrica delle deviazioni standard in direzione verticale e relativa variazione percentuale.....	194
Tabella 9-3: Media geometrica delle accelerazioni massime in direzione trasversale e relativa variazione percentuale.....	195
Tabella 9-4: Media geometrica delle deviazioni standard in direzione trasversale e relativa variazione percentuale.....	195

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1-1:VBI system [2]	20
Figura 2-1: Vista longitudinale del viadotto	29
Figura 2-2: Vista in pianta del viadotto.....	30
Figura 2-3:Sezioni trasversali del viadotto: (a) sezione trasversale delle campate 1 e 4; (b) sezione trasversale delle campate 2 e 3	30
Figura 2-4: Sezioni trasversali (a) travi delle campate estremità; (b) travi delle campate intermedie.....	31
Figura 2-5:Stratigrafia della soletta dell'impalcato	33
Figura 2-6:Sezione del traverso (a) di testata; (b) intermedio.....	33
Figura 2-7: Vista trasversale di una pila.....	35
Figura 2-8: Sezioni trasversali della pila (a) incamiciata; (b) preesistente	35
Figura 2-9: Schema longitudinale della posizione dei sensori.....	40
Figura 2-10: Vista in pianta della posizione dei sensori	40
Figura 2-11: Convenzioni di segno dell'accelerometro.....	42
Figura 2-12:Esempio di dati forniti: accelerometro C3.1.1; (a) accelerazioni in direzione x; (b) accelerazioni in direzione y; (c) accelerazioni in direzione z	44
Figura 2-13: Campata 2, accelerometro C2.1.4: accelerazione in (a) direzione x; (b) direzione y; (c) direzione z.....	45
Figura 2-14: Accelerazioni trasversali relative alla campata 2, sensori: (a) C1.1.5 adiacente all'appoggio; (b) C2.1.3 in mezzzeria; (c) C2.1.5 adiacente all'appoggio	46
Figura 2-15: Accelerazioni longitudinali relative alla capata 2, sensori: (a) C.2.1.3; (b) C.2.1.4; (c) C2.1.5.....	47
Figura 2-16: Accelerazioni verticali relative alla campata 2: (a) sensore C2.1.3; (b) sensore C2.1.4; (c) sensore C2.1.5	48
Figura 3-1: Rappresentazione di un profilo longitudinale di una superficie stradale	53
Figura 3-2: Rappresentazione di un profilo stradale per sovrapposizione di curve sinusoidali	53
Figura 3-3: Classi di pavimentazione suddivise in base al valore dell'indice IRI [22]	59
Figura 3-4: Classificazione della PSD in funzione degli spostamenti [34][35].....	62
Figura 3-5: spettri di densità di potenza associati al profilo di (a) rugosità A-B; (b) rugosità B-C; (c) rugosità C-D; (d) rugosità D-E.....	64
Figura 3-6: profili di rugosità (a) A-B; (b) B-C; (c) C-D; (d) D-E	65
Figura 3-7: Profili di rugosità in accordo con la formulazione da EC1	66
Figura 4-1: Rappresentazione del modello M1 su SAP2000, vista longitudinale	68
Figura 4-2: Sezioni trasversali del modello M1: (a) campate 1 e 4; (b) campate 2 e 3	69

Figura 4-3:Diagrammi di azione interna del modello M1 dovuti al peso proprio: (a) Momento flettente; (b) Taglio.....	69
Figura 4-4: Modi di vibrare del modello M1	72
Figura 4-5: Rappresentazione del modello M2 su SAP2000, vista longitudinale	73
Figura 4-6: Sezioni trasversali del modello M2: (a) campate 1 e 4; (b) campate 2 e 3	73
Figura 4-7: Vista estrusa del modello M2: (a) con altezza costante; (b)con altezza variabile.	74
Figura 4-8: Diagrammi di azione interna del modello M1 dovuti al peso proprio: (a) Momento flettente; (b) Momento flettente; (b) Taglio	74
Figura 4-9: Modi di vibrare del modello M2	75
Figura 4-10: Vista tridimensionale del modello M3	77
Figura 4-11: Vista in pianta del modello M3	77
Figura 4-12: Sezione dei traversi (a) di testata; (b) intermedi.....	78
Figura 4-13: Modello M3, dettaglio di travi longitudinali e trasversali della campata 2.....	78
Figura 4-14: Sezioni trasversali tipo del modello M3: (a) campate 1 e 4; (b) campate 2 e 3 ..	79
Figura 4-15: Modi di vibrare del modello M3	81
Figura 4-16: Vista tridimensionale del modello M4	82
Figura 4-17: Vista in pianta del modello M4	82
Figura 4-18: collegamento pila-impalcato	83
Figura 4-19: Sezioni trasversali delle pile del modello M4: (a) sezione con incamiciatura; (b) sezione preesistente	84
Figura 4-20: modi di vibrare del M4	88
Figura 4-21: Vista tridimensionale del modello M5	90
Figura 4-22: Vista in pianta del modello M5	90
Figura 4-23: Rappresentazione dei valori della rigidezza dopo il model updating.....	91
Figura 4-24: Modi di vibrare del viadotto	92
Figura 5-1: Trave semplicemente appoggiata con una forza P viaggiante	95
Figura 5-2: Sezione trasversale del viadotto	99
Figura 5-3: rappresentazione di trave semplicemente appoggiata	100
Figura 5-4: Spostamento in mezzeria al variare del tempo della prova, modello M2	101
Figura 5-5: Esempio di modello a 2 GDL[36]	104
Figura 5-6: Modello del veicolo a 7 GDL.....	107
Figura 5-7: Modello del sistema meccanico a 13 GDL	111
Figura 6-1: Diagramma di flusso della procedura STS.....	133
Figura 7-1: Confronto INTER-SAP di (a) Spostamenti verticali; (b) Rotazioni attorno all'asse x; dovuti a un carico nodale di 100kN posizionato in mezzeria	138

Figura 7-2: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante pari a 400kN su una trave monodimensionale semplicemente appoggiata; (b) FFT della storia temporale degli spostamenti.....	142
Figura 7-3: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante pari a 400kN su un telaio bidimensionale; (b) FFT della storia temporale degli spostamenti.....	142
Figura 7-4: : (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante pari a 400kN su una trave con appoggi elasticamente cedevoli; (b) FFT della storia temporale degli spostamenti.....	143
Figura 7-5: Analisi di sensitività per la scelta delle funzioni di forma: spostamento in mezzzeria causato da una forza viaggiante di 400 kN a 16.67 m/s.....	145
Figura 7-6: Analisi di sensitività per la scelta delle funzioni di forma: spostamento in mezzzeria causato da una forza viaggiante di 400 kN a 20 m/s.....	145
Figura 7-7: Analisi di sensitività per la scelta delle funzioni di forma: spostamento in mezzzeria causato da una forza viaggiante di 400 kN a 20 m/s.....	146
Figura 7-8: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 16.67 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento	146
Figura 7-9: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 20 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento	146
Figura 7-10: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 30 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento	147
Figura 7-11: Spostamenti causati da un veicolo a 2 GDL con diversi valori di rigidezza ks; v=16.67m/s.....	148
Figura 7-12: (a) Storia temporale dello spostamento a L/4 della campata 2 causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 16.67 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento	149
Figura 7-13: (a) Storia temporale dello spostamento a L/2 della campata 2 causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 16.67 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento	150
Figura 7-14: : Storia temporale dello spostamento all'appoggio causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 16.67 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento	150
Figura 7-15: (a) Spostamento in mezzzeria, prova a 10m/s; (b) Spostamento in mezzzeria, prove a diversa velocità.....	152
Figura 7-16: Prova a 10m/s: (a) Forze di contatto delle ruote di sinistra della parte motrice; (b) Forze di contatto delle ruote di sinistra del rimorchio	153
Figura 7-17: Prova a 20m/s: (a) Forze di contatto delle ruote di sinistra della parte motrice; (b) Forze di contatto delle ruote di sinistra del rimorchio	153
Figura 7-18: Prova a 30m/s: (a) Forze di contatto delle ruote di sinistra della parte motrice; (b) Forze di contatto delle ruote di sinistra del rimorchio	153
Figura 7-19: Prova a 10m/s: (a) Spostamenti della ruota anteriore sinistra della parte motrice; (b) Spostamenti della ruota anteriore sinistra del rimorchio	154

Figura 7-20: Prova a 20m/s: (a) Spostamenti della ruota anteriore sinistra della parte motrice; (b) Spostamenti della ruota anteriore sinistra del rimorchio	155
Figura 7-21: Prova a 30 m/s: (a) Spostamenti della ruota anteriore sinistra della parte motrice; (b) Spostamenti della ruota anteriore sinistra del rimorchio	155
Figura 8-1: Rappresentazione di profili di rugosità appartenente alla classe B generati con seed differenti	157
Figura 8-2: : Prova di marcia con velocità $v = 16.67$ m/s: storie di accelerazione numerica in corrispondenza dei sensori: (a) C.2.1.3; (b) C.2.2.3.....	158
Figura 8-3: Storie temporali di accelerazione relative alla prova di marcia: (a) risposta sperimentale del sensore C2.1.3; (b) risposta numerica del sensore C2.1.3 in assenza di rugosità; (c) risposta sperimentale del sensore C2.2.3; (d) risposta numerica del sensore C2.2.3 in assenza di rugosità.....	159
Figura 8-4: Storie temporali di accelerazione relative alla prova di sorpasso: (a) risposta sperimentale del sensore C2.1.3; (b) risposta numerica del sensore C2.1.3 in assenza di rugosità; (c) risposta sperimentale del sensore C2.2.3; (d) risposta numerica del sensore C.2.2.3 in assenza di rugosità.....	160
Figura 8-5: Profilo di rugosità appartenente alla classe A: $G_d(n_0)=10^{-6} m^3$	163
Figura 8-6: Prova su corsia di marcia con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente al limite inferiore della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.1.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.1.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3 ...	164
Figura 8-7: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio.....	165
Figura 8-8: Prova su corsia di sorpasso con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente al limite inferiore della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.2.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.2.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3.....	166
Figura 8-9: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio.....	167
Figura 8-10: Profilo di rugosità appartenente alla classe A: $G_d(n_0)=16* 10^{-6} m^3$	168
Figura 8-11: Prova su corsia di marcia con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente alla media geometrica della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.1.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.1.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3 ...	169
Figura 8-12: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio.....	170
Figura 8-13: Prova su corsia di sorpasso con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente alla media geometrica della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.2.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.2.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3	171
Figura 8-14: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio.....	171

Figura 8-15: Profilo di rugosità appartenente alla classe B: $G_d (n_0)=80*10^{-6} m^3$	172
Figura 8-16: Prova su corsia di marcia con velocità $v = 16.667 m/s$ e rugosità appartenente alla media geometrica della classe B: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.1.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.1.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3 ...	173
Figura 8-17: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio.....	173
Figura 8-18: (a) Andamento dell'errore in funzione della posizione dell'ente viaggiante; (b) numero di iterazioni in funzione della posizione dell'ente viaggiante.....	175
Figura 8-19: Massimi di accelerazione per diverse classi di rugosità: (a) prova di marcia; (b) prova di sorpasso	177
Figura 8-20: deviazione standard delle accelerazioni verticali calcolata su base secondo per diverse classi di rugosità: (a) prova di marcia; (b) prova di sorpasso	178
Figura 8-21: Abbassamento massimo registrato dai punti di contatto al variare della rugosità: (a) prova di marcia; (b) prova di sorpasso.....	178
Figura 8-22: Confronto numerico-sperimentale effettuato per la prova su corsia di marcia con velocità di $v = 11.11 m/s$; storie temporali di accelerazione dei sensori: (a) C2.1.3 sperimentale; (b) C2.1.3 numerico; (c) C2.2.3 sperimentale; (d) C2.2.3 numerico	180
Figura 8-23: Confronto numerico-sperimentale effettuato per la prova su corsia di sorpasso con velocità di $v = 11.11 m/s$; storie temporali di accelerazione dei sensori: (a) C2.2.3 sperimentale; (b) C2.2.3 numerico; (c) C2.1.3 sperimentale; (d) C2.1.3 numerico	180
Figura 8-24: analisi di sensibilità della risposta accelerometrica al variare delle rigidità k_s	182
Figura 8-25: Densità spettrale di potenza secondo Honda: classe A/B.....	183
Figura 8-26: Profilo di rugosità appartenente alla classe AB.....	184
Figura 8-27: (a) Confronto delle PSD; (b) Confronto delle PSD in scala logaritmica	184
Figura 8-28: Confronto dei profili di rugosità.....	185
Figura 8-29: Storia temporale di accelerazione del sensore C2.1.3 al passaggio del veicolo a 13 GdL sulla corsia di marcia, $v = 16.67 m/s$: (a) PSD EC1; (b) PSD secondo Honda.....	186
Figura 9-1: Accelerazione verticale su sensore C.2.1.3, esempio di (a) RMS; (B) valore massimo; (c) Deviazione standard calcolati su base secondo	190
Figura 9-2: Valori di massimi delle accelerazioni verticali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione.....	191
Figura 9-3: Valori di STD delle accelerazioni verticali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione.....	191
Figura 9-4: Valori di RMS delle accelerazioni verticali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione.....	192
Figura 9-5: Valori di massimo delle accelerazioni trasversali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione.....	192
Figura 9-6: Valori di STD delle accelerazioni trasversali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione.....	192

Figura 9-7: Valori di RMS delle accelerazioni trasversali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione.....	193
Figura 9-8: PDF normale con filtro a 0.005g: (a) accelerazioni massime; (b) STD	196
Figura 9-9: PDF normale con filtro a 0.01g: (a) accelerazioni massime; (b) STD	196
Figura 9-10: (a)massimi (b) minimi in direzione verticale	198
Figura 9-11:(a) massimi (b) minimi in direzione trasversale.....	198
Figura 9-12: Misurazioni di STD calcolata su base secondo del sensore C2.1.3 nelle tre direzioni.....	199
Figura 9-13: Misurazioni di STD calcolata su base secondo del sensore C2.1.3 nelle tre direzioni.....	199
Figura A-1: Sistema meccanico a 13 GDL	205
Figura A-2: Vista in pianta del sistema meccanico a 13 GDL.....	205
Figura A-3: Configurazione in seguito all'applicazione di q_9	207
Figura A-4: Configurazione in seguito all'applicazione di q_{10}	208
Figura A-5: Configurazione in seguito all'applicazione di q_{11}	209
Figura A-6: Configurazione in seguito all'applicazione di (a) q_{12} (b) q_{13}	210

1 INTRODUZIONE

Questo lavoro di tesi mira a mostrare e analizzare, da un punto di vista numerico e sperimentale, l'influenza della rugosità del manto stradale sulla risposta dinamica degli impalcati da ponte. In questo capitolo si inquadra il problema affrontato e si analizzano nel dettaglio gli obiettivi e il contenuto del lavoro.

1.1 Aspetti generali

Il tema del monitoraggio strutturale di ponti e grandi infrastrutture di trasporto mantiene ad oggi una attualità e una rilevanza significativa, legata da una parte alla necessità di indagare strutture preesistenti e talora vetuste, soggette quindi a un fenomeno di degrado in stato avanzato ed esteso, dall'altra all'evolversi dei mezzi automobilistici, di numero, dimensioni e peso in continuo aumento. Lo stato di usura dell'opera è oggetto di analisi, in quanto a esso è associata una diminuzione sensibile del confort di guida e di pari passo un incremento dei costi d'uso dal lato degli utenti e dei costi di sorveglianza e manutenzione dal lato degli enti stradali.

L'interazione che sussiste tra un veicolo in marcia e il comportamento strutturale di un ponte, soggetto alle forze dinamiche trasmesse dal veicolo, rappresenta un complesso problema ingegneristico. Il ponte, sottoposto ai carichi derivanti dal passaggio di un veicolo, si deforma imprimendo un moto alle ruote del mezzo che accompagnano il ponte nel suo movimento. Tale moto è causa di forze inerziali aggiuntive, generate dal moto delle masse ed impresse nuovamente all'impalcato del ponte, che subisce quindi spostamenti maggiori; l'interazione viene poi amplificata dalla presenza di un profilo stradale rugoso, che comporta una componente di spostamento aggiuntiva impressa al mezzo. In generale, la risposta dinamica di un ponte dipende dalle proprie caratteristiche geometriche e di massa, oltre che dalle proprietà dinamiche, e da differenti parametri legati alle caratteristiche del carico dinamico a esso trasmesso. La valutazione della risposta è di fondamentale importanza nella analisi dello stato dell'opera, in quanto le sollecitazioni di natura dinamica possono comportare un'eccessiva usura ed un accelerato deterioramento della struttura: il carico dinamico trasmesso dal veicolo è superiore al valore statico

corrispondente al suo peso, e le variazioni attorno a questo valore assumono ordini di grandezza notevoli.

Varie proprietà del moto dei veicoli e dell'interazione veicolo-struttura possono influire sulla risposta di una struttura. Tra i principali fattori che si possono elencare ci sono:

- Velocità di transito dei veicoli;
- Carichi pesanti o, meglio, transito di veicoli pesanti;
- Elevati volumi di traffico;
- Corrispondenza tra la frequenza naturale associata al veicolo in transito e quella associata alla struttura. In tale situazione si ha la massima amplificazione dinamica, associata quindi agli spostamenti massimi registrati dal ponte;
- Profilo di rugosità della pavimentazione della struttura e sua legge di variazione spaziale, considerata sia in direzione longitudinale che trasversale. Tale parametro regola il contatto che avviene tra veicolo e struttura e le condizioni di compatibilità che descrivono l'interazione tra i due sottosistemi. In letteratura non viene ad oggi riportata una metodologia univoca per trattare la rugosità del manto stradale, malgrado il suo studio e la successiva modellazione siano stati negli anni tema di grande ricerca e sviluppo. Nel corso di questo lavoro si indaga una procedura sperimentale numerica adatta a rappresentare gli effetti delle irregolarità del profilo stradale.

È necessario descrivere l'interazione che avviene tra veicolo e struttura, in maniera tale da costruire un modello predittivo attendibile della risposta dinamica di un ponte alla sollecitazione dinamica imposta dal traffico veicolare, e che tenga conto della storia d'uso della pavimentazione e del suo degrado. A tale scopo, è necessario trovare un equilibrio tra grado di complessità e sofisticatezza del modello rappresentante il veicolo e quello rappresentante la struttura. Nell'ambito dell'ingegneria civile, infatti, è molto diffusa l'eccessiva semplificazione del modello del veicolo preso in esame, spesso analizzato in termini di forza o massa viaggiante (trascurando quindi le caratteristiche propriamente dinamiche dei carichi da esso trasmessi alla struttura), in favore dello sviluppo di modelli particolarmente articolati e dettagliati per la rappresentazione della struttura. Ai fini dell'analisi proposta vengono sviluppati due modelli la cui raffinatezza possa essere considerata dello stesso ordine di grandezza, oltre ad una descrizione accurata della superficie di interazione, elemento accoppiante dei due sottosistemi.

1.2 Review bibliografica

Per quanto riguarda la modellazione dell'interazione tra veicolo e struttura, che può essere sostanzialmente ricondotta ai punti dove avviene il contatto tra i due

sottosistemi, la procedura appare complessa ed articolata. La difficoltà principale risiede nella dipendenza dal tempo delle matrici strutturali del sistema. In letteratura sono presenti vari rimandi a metodi diversi, sviluppati a partire dalla seconda metà del secolo scorso fino a oggi, di cui si riportano quelli salienti e di maggior interesse pratico.

Un approccio derivato dalle nozioni proprie dell'ingegneria aeronautica, mutate poi in applicazioni civili, venne proposto da Blejwas et al. [1] nel 1979. Le equazioni del moto relative al sottosistema rappresentato dal veicolo ed a quello rappresentato dal ponte vengono qui presentate in forma disaccoppiata; l'accoppiamento viene introdotto matematicamente per mezzo dei moltiplicatori di Lagrange, attraverso i quali vengono rappresentate le forze di contatto, e dalle equazioni di vincolo sviluppate coerentemente con le ipotesi definite a monte della procedura. Queste vengono implementate in una procedura numerica, attraverso la quale le forze di contatto vengono determinate per ciascun punto nel tempo. Note quindi le forze scambiate tra i due sottosistemi, il metodo proposto da Blejwas utilizza metodi di integrazione numerica per fornire un output sotto forma di accelerazione di ogni sottosistema. Il metodo è limitato dall'approssimazione grossolana introdotta sia in sede di modellazione del veicolo che nella valutazione del modello della struttura, entrambi con scarso livello di raffinatezza.

Il metodo proposto nel 1995 da Yang et al. [2] consiste nell'identificazione di un elemento finito di interazione veicolo-struttura (VBI element, ossia vehicle-bridge interaction element). L'introduzione di tale elemento ha come scopo lo sviluppo di una procedura, efficace dal punto di vista computazionale, per la simulazione della risposta dinamica di un generico sistema ponte-veicolo. L'elemento di interazione è formato da un elemento di tipo trave (appartenente quindi al modello del ponte) e dalle unità di sospensione del veicolo, che vi poggiano direttamente: tale elemento, identificato con il termine di sottostruttura (substructure), tiene inoltre conto dei profili di rugosità longitudinale e trasversale del manto stradale, fondamentali nell'identificazione della risposta dinamica del ponte. (Figura 1-1)

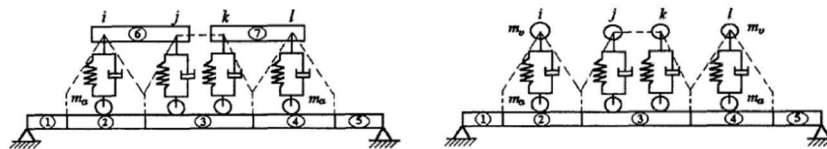


Figura 1-1: VBI system [2]

Per quanto riguarda le porzioni del ponte che non sono interessate in maniera diretta dalle forze di interazione imposte dal veicolo, esse possono essere rappresentate da elementi di tipo trave convenzionali; le rimanenti parti devono essere rappresentate dall'elemento di interazione. La rugosità della pavimentazione viene introdotta nella

definizione della condizione di vincolo tra ponte e veicolo (condizione di contatto continuo, il battistrada dello pneumatico non può distaccarsi dalla superficie di contatto con la superficie sottostante). Combinando le equazioni di moto dei due sottosistemi, aggiungendo quindi la condizione di vincolo, si giunge alla formulazione accoppiata del moto dell'elemento di interazione; con il metodo di condensazione dinamica, i gradi di libertà associati al veicolo in moto vengono eliminati o, meglio, condensati al livello degli elementi (element level). In questo modo, le procedure di assemblaggio convenzionali possono essere sfruttate per risalire alle equazioni di moto dell'elemento di interazione, le quali presentano esattamente la stessa formulazione degli elementi di tipo trave che costituiscono il ponte. Operativamente, solamente le equazioni associate alla struttura sono perciò assemblate e risolte. Ai fini dell'applicazione del metodo della condensazione dinamica, è fondamentale individuare la relazione che intercorre tra i gradi di libertà dipendenti (slave) e quelli indipendenti (master). La condensazione dinamica deve essere effettuata per ogni elemento di contatto ad ogni passo temporale, introducendo una limitazione all'utilizzo dell'elemento di interazione definito.

Il concetto di VBI element è stato oggetto di molte indagini, solitamente eseguiti assumendo la validità dei risultati ottenuti dai precursori Yang et al. [2] in sede di verifica, ma al contempo introducendo migliorie che ne superassero i limiti. È il caso del metodo proposto nel 2011 da Azimi et al. [3], che considera un modello di ponte formato da elementi di tipo trave, sopra i quali transitano veicoli il cui moto viene assunto a velocità costante. Con riferimento ai risultati di Yang et al. [2], questo metodo garantisce maggiore accuratezza dei risultati; inoltre, le funzioni di interpolazione, che nei lavori precedenti erano responsabili solamente del trasferimento delle forze verticali, permettono di trasferire anche momenti. Le matrici strutturali del sistema sono aggiornate e ri-triangolarizzate ad ogni passo temporale, essendo ritenuta questa una procedura più efficiente di un procedimento iterativo.

Un approccio analitico per la modellazione dell'interazione veicolo-struttura riportato in letteratura e redatto da Tan et al. [4] nel 1998, analizza la risposta dinamica del sistema in seguito al passaggio di un singolo veicolo, di passaggi successivi di più veicoli o del transito di una coda di automobili. Rappresenta quindi un'evoluzione dello stato dell'arte nell'ambito della modellazione, ferma fino a questo punto a modelli piuttosto grezzi e poco raffinati rappresentanti i veicoli. I modelli per il ponte ed il veicolo (il primo schematizzato mediante un sistema di travi monodimensionali suddivise in due ordini ed orientate lungo due direzioni perpendicolari; il secondo rappresentato da un modello tridimensionale a sette gradi di libertà e dotato di unità di sospensione formate da sistemi non lineari di molle e smorzatori) sono caratterizzati da sistemi di equazioni distinte, e l'interazione è ricondotta ai soli punti di contatto tra il battistrada degli pneumatici ed il manto stradale. Viene introdotto per tali punti un sistema di equazioni ibrido, contenente informazioni riguardanti il ponte, il veicolo e l'effetto legato alla rugosità, risolvibile tramite il Wilson θ Method per ogni singolo

intervallo temporale. La non linearità del sistema di equazioni ibrido è introdotta dal modello del veicolo, e nello specifico dalla rappresentazione delle sue sospensioni.

Un metodo simile a quello introdotto da Tan et al. [4] venne sviluppato nel 1998 da Henchi et al. [5], che consiste nella risoluzione del sistema completo accoppiato, la cui soluzione viene data ad ogni passo temporale senza alcuna iterazione, sfruttando un algoritmo esplicito per risolvere il sistema dinamico accoppiato. Tale algoritmo utilizza un metodo di sovrapposizione modale per descrivere la struttura del ponte, mentre le componenti fisiche del veicolo sono descritte seguendo la formulazione di Lagrange. I vettori del sistema accoppiato sono quindi costituiti sia da componenti modali che fisiche. Le prime sono rappresentate dai gradi di libertà nello spazio modale del ponte (l'approccio modale introduce una limitazione dovuta all'inabilità di considerare la non linearità del problema), mentre le seconde dai gradi di libertà del modello del veicolo, inteso come sistema lineare di massa-molla-smorzatore discreto. Il modello tiene conto della rugosità della pavimentazione stradale attraverso la funzione di densità spettrale di potenza; caratteristiche del metodo sono la velocità costante di ciascun veicolo, la presenza di veicoli multipli in posizioni diverse, transitanti lungo diverse traiettorie, ed il comportamento dinamico lineare dei veicoli e del ponte. Il tempo di calcolo e la memoria di archiviazione richiesta al calcolatore sono ridotti; il metodo risulta di facile e compatta implementazione numerica; non è richiesta nessuna fattorizzazione della matrice globale.

Riprendendo i risultati teorici ottenuti da Henchi et al. [5], una procedura completamente computerizzata fu introdotta nel 2007 da Cai et al. [6]. L'accoppiamento è individuato dalle forze di interazione che scaturiscono dal transito del veicolo sul ponte, e possono essere descritte in funzione della deformazione misurata dall'unità di sospensione del veicolo. Analogamente al modello precedente, il ponte viene descritto sfruttando il metodo di sovrapposizione modale, mentre le componenti fisiche del veicolo sono descritte seguendo la formulazione di Lagrange. Innovazione fondamentale risiede nella definizione delle condizioni di vincolo, per le quali viene considerato possibile il distacco del battistrada dello pneumatico dalla superficie del manto stradale: in questo caso la forza applicata nel punto di contatto d'interesse viene posta pari a zero. Le matrici del sistema relative al ponte vengono ricavate per via diretta da un software ad elementi finiti (il software ANSYS) ed inserite all'interno di MATLAB, software che risolve le equazioni del moto con il metodo di Runge-Kutta.

Un approccio per la modellazione del sistema formato da veicolo e struttura, fondato dalla risoluzione di due sistemi di equazioni disaccoppiate del moto del veicolo e del ponte, fu proposto nel 1994 da Green e Cebon [7]. La risoluzione dell'equazione di moto associata alla risposta dinamica di un ponte (sotto le ipotesi di smorzamento lineare viscoso, legame costitutivo elastico lineare, piccoli spostamenti, deformazioni tangenziali e inerzia rotazionale trascurabili) sfrutta l'integrale di convoluzione associato ai carichi puntuali trasferiti dal veicolo transitante; viene inoltre supposto di

poter esprimere lo spostamento dinamico $y(x, t)$ in termini di risposta modale del ponte, sfruttando il criterio di sovrapposizione. Per la risoluzione dell'integrale di convoluzione si adotta un approccio nel dominio delle frequenze, ricorrendo alla Fast Fourier Transform (FFT), permettendo di risolvere l'integrale in tempi più brevi rispetto ad una risoluzione del dominio temporale. Per tener conto dell'interazione dinamica che intercorre tra veicolo e struttura, a priori ignorata essendo i carichi imposti dagli pneumatici assegnati direttamente alla struttura, si ricorre ad un procedimento iterativo.

La controparte nel dominio temporale di tale approccio, sostanzialmente di carattere iterativo (con iterazioni eseguite sull'intera time-history), fu inizialmente proposta nel 1981 da Hawk e Ghali [8], poi sviluppata e raffinata in diversi lavori a seguire. Il primo tentativo di definizione di una procedura iterativa nel dominio temporale (IDSM – iterative dynamic sub-structuring method) tratta i due sistemi formati da veicolo e struttura in maniera separata mediante sovrapposizione modale, e l'interazione è limitata ai soli punti di contatto, definiti in base alla storia di carico imposta dal veicolo; nell'approccio descritto si trascura quindi l'effetto della rugosità della pavimentazione, essendo lo spostamento verticale del ponte coincidente con quello del veicolo, depurato perciò della componente di spostamento imposta dalla variazione di quota riscontrabile al livello del manto stradale. Le forze considerate applicate ai due sistemi sono in questo modello rappresentate nel caso della struttura dai carichi imposti dal transito del veicolo, mentre al veicolo vengono applicate sollecitazioni, in termini di spostamenti, assimilabili ad effetti dovuti ad un'accelerazione sismica. I modelli implementati per rappresentare il ponte ed il veicolo sono piuttosto grezzi, in quanto consistono rispettivamente di un reticolo di travi ed un sistema di travi che poggia su un insieme molle elastiche.

L'effetto della rugosità del manto stradale venne introdotto in lavori successivi, che riprendono i concetti fondamentali fissati da Hawk e Ghali, approcciando il problema con una soluzione di carattere iterativo sull'intera time-history. Esempio di quanto detto è rappresentato dalla procedura implementata successivamente nel 1999 da Marchisiello et al. [9]. Il ponte viene modellato mediante approccio modale, mentre il modello impiegato per il veicolo è tridimensionale e presenta sette gradi di libertà. L'influenza della rugosità della pavimentazione viene riconosciuta come parametro fondamentale per l'individuazione della risposta dinamica di un ponte, specialmente a seguito del progresso tecnologico che comporta veicoli più pesanti e strutture sempre più snelle ed alleggerite. Il modello è definito per ricavare la risposta di un ponte ad una sollecitazione riconducibile ad una molteplicità di veicoli che transitano in più corsie.

Il metodo diretto, introdotto nel 2012 da Neves et al. [10], rappresenta un'alternativa ai metodi proposti e fondati sull'iterazione per l'analisi dinamica dell'interazione (verticale) che avviene tra veicolo e struttura. Lo sviluppo di tale metodo mira ad una

semplificazione per il caso di analisi di sistemi strutturali di grandi dimensioni, in quanto non richiede che le matrici del sistema siano frequentemente aggiornate e fattorizzate. Il metodo presuppone che ad ogni istante temporale le equazioni di moto della struttura e del veicolo siano completate da equazioni di compatibilità, che legano gli spostamenti nodali del veicolo agli spostamenti dei rispettivi punti sulla superficie di contatto (imponendo che slittamento e separazione siano impediti), ed inoltre riassumono in esse le caratteristiche di rugosità del manto stradale: sono infatti definite in maniera tale che la differenza tra uno spostamento ad un nodo del veicolo ed il rispettivo spostamento della superficie della struttura sia uguale all'imperfezione del manto stradale, ed in maniera tale che lo slittamento ed il distacco siano impediti. In questo modo le equazioni di moto e compatibilità formano un unico sistema con incognite le forze di contatto e gli spostamenti, risolvibile in maniera diretta, evitando iterazioni e quindi riducendo l'onere computazionale. La procedura presentata da Neves et al. [10] viene implementata nel programma a elementi finiti FEMIX. Le equazioni del moto del sistema veicolo-struttura vengono esplicitate con il metodo alfa di integrazione numerica, che si riduce al metodo di Newmark se il parametro alfa viene posto uguale a zero. Fondamentale importanza assume l'efficacia dello strumento di calcolo, in quanto la rapidità di risoluzione del sistema di equazioni lineari rappresenta una percentuale ingente del tempo totale di risoluzione del problema.

Nell'ambito della risoluzione disaccoppiata delle equazioni del moto dei due sottosistemi, si fa riferimento, all'interno del lavoro proposto, alle procedure sviluppate da Feriani e Mulas [11][12][40], di carattere prettamente iterativo all'interno del dominio temporale. Si discutono due diversi approcci. Il primo analizza i due sottosistemi (veicolo e struttura) all'interno dell'intera time-history del problema (WTH, Whole Time); il secondo metodo prevede invece che l'integrazione venga effettuata con una procedura Single Time Step, integrando le equazioni del moto all'interno del singolo passo temporale (STS). Entrambe le procedure hanno come obiettivo quello di ottenere la convergenza dell'algoritmo e una modellazione precisa sia del ponte che del veicolo, utilizzando un approccio generale che si adatti a diversi tipi di veicoli e viadotti. Si ipotizza che la posizione del veicolo lungo la direzione trasversale x rimanga invariata durante il suo movimento, essendo la traiettoria disegnata rettilinea in direzione longitudinale. Le forze che agiscono sul ponte, trasmesse dalle ruote del veicolo transitante, presentano una dipendenza temporale, e l'input del veicolo è composto dalle storie temporali di spostamenti e velocità nei punti di contatto del ponte. L'intera procedura si appoggia sulla definizione di un programma di ricerca, sviluppato ad hoc con linguaggio di programmazione FORTRAN, che si occupa di scambiare i dati tra il modello del ponte e del veicolo in maniera iterativa, fino ad arrivare a convergenza. Tale programma consta di una serie di routine, ognuna che si occupa di una mansione precisa ed ognuna compilata singolarmente, poi combinate e implementate al caso analizzato. Trattandosi di un

processo iterativo, bisogna effettuare delle verifiche di convergenza, il cui controllo viene impostato sui valori assunti dalle forze di contatto per ogni ruota.

La procedura di maggior interesse, nonché quella implementata nello studio dell'interazione dinamica veicolo-struttura nel corso del lavoro di tesi, è rappresentata dalla procedura STS (Single Time Step), essendo questa più generale e flessibile, capace di essere adattata anche a casi con comportamenti non lineari del ponte o del veicolo. Come avviene anche per la procedura WTH (Whole Time History), il ponte e il veicolo sono considerati sistemi separati, ognuno implementato con le proprie matrici strutturali ed equazioni del moto. La procedura STS utilizza le equazioni di moto di Lagrange in forma incrementale e l'integrazione Step-by-Step, sfruttando il metodo di integrazione diretta di Newmark ad accelerazione costante. Poiché l'integrazione numerica avviene contemporaneamente sia per il ponte che per il veicolo, è necessario scegliere un passo temporale che soddisfi i requisiti di stabilità e precisione dell'algoritmo per entrambi i sistemi. Il controllo di convergenza viene effettuato sul valore dell'incremento delle forze di contatto: quando il valore calcolato è minore di un valore di tolleranza prefissato il processo di iterazione viene interrotto, le variabili pertinenti vengono aggiornate e può essere eseguito un nuovo passo temporale.

Recentemente sono stati sviluppati diversi metodi che si basano sull'utilizzo esclusivo di software commerciali a elementi finiti, in grado di fornire una modellazione dettagliata del ponte, del veicolo e dell'elemento accoppiante, ovvero la pavimentazione stradale, e di risolvere l'integrazione delle equazioni del moto direttamente. Questo nuovo filone di ricerca risponde alle esigenze di ridurre gli sforzi di programmazione e di snellire il processo di integrazione, limitando gli sforzi computazionali alla modellazione dei due sottosistemi coinvolti e quindi eliminando la necessità di appoggiarsi a codici di ricerca esterni. Il metodo proposto da Kwasniewski et al.[13] (2006) rappresenta un lavoro precursore in questo ambito di ricerca: viene proposto un metodo di analisi a elementi finiti dell'interazione veicolo-struttura che si appoggia all'utilizzo del programma commerciale LS-DYNA e del supercomputer che si trova presso la Florida State University. Lo sviluppo e l'implementazione di un dettagliato modello FE di un camion con sistemi di sospensione tridimensionali, ruote pneumatiche e rotanti e algoritmi di contatto appropriati, hanno consentito una rappresentazione realistica del carico dinamico effettivo del veicolo. Il lavoro presenta un processo di validazione del metodo per mezzo di dati sperimentali, ricorrendo a un confronto numerico-sperimentale in seguito a prove statiche e dinamiche a input noto.

Il metodo di analisi introdotto da Huang et al. [14] (2014) si basa sull'impiego del software commerciale ANSYS per investigare la risposta dinamica di un ponte a trave scatolare con tracciato curvilineo in seguito al passaggio di un modello di veicolo a 12 gradi di libertà. I modelli di veicolo e ponte derivano dall'impiego di elementi non

lineari predefiniti implementati all'interno del software FE, e le forze di contatto vengono derivate dagli spostamenti e velocità impressi alla base del veicolo, dovuti alla presenza di un profilo rugoso. Il metodo è stato verificato sulla base di un confronto numerico-sperimentale diretto, simulando numericamente le condizioni osservate in sito in fase di effettuazione di prove dinamiche standard.

Il lavoro di Yao et al. [15] (2018) presenta un metodo per modellare la rugosità della superficie stradale in un sistema di interazione VBI, simulandola per mezzo di due forze esterne che agiscono su entrambi i sottosistemi di veicolo e ponte. Il metodo presentato viene inserito nel framework di software commerciali di elementi finiti (FE) generici, quali ABAQUS e ANSYS. Rispetto ai modelli FE accoppiati e non accoppiati, l'approccio proposto non richiede lo sviluppo di codici FE personalizzati; presenta inoltre il vantaggio di non richiedere elementi di dimensioni particolarmente ridotte nella modellazione FE, necessari nel caso degli approcci convenzionali per simulare l'irregolarità nel profilo della superficie stradale, che potrebbe risultare in operazioni computazionali onerose.

I lavori di Oliva et al. [16] (2013), Lu et al. [17] (2020) e Aboudeh e Redmond [18] (2022) propongono un framework di analisi numerica inquadrato nell'ambiente di ABAQUS, impiegato per la potente interfaccia grafica offerta in fase di modellazione e visualizzazione degli output dell'analisi. Il software commerciale mette inoltre a disposizione dei modelli predefiniti di materiali ed elementi non lineari, in grado di gestire una più complessa analisi non lineare dell'interazione, evitando lo scambio di dati tra più strumenti di analisi. Il contatto veicolo-struttura viene gestito attraverso un "penalty method", integrato in ABAQUS con un risolutore che introduce delle molle virtuali tra le superfici di contatto. I lavori proposti presentano un processo di validazione del modello sviluppato, facendo principalmente ricorso al confronto con la soluzione in forma chiusa del modello VBI introdotta da Yang et al. [2].

1.3 Obiettivi della tesi

L'obiettivo principale dell'elaborato proposto è lo studio numerico e sperimentale dell'interazione dinamica tra struttura e veicolo transitante su di essa, al fine di indagare il ruolo della rugosità e dello stato del manto stradale sulla risposta strutturale di un viadotto. Il caso studio è rappresentato da un viadotto autostradale strumentato, composto da quattro campate per una lunghezza complessiva di 60 m; il viadotto è dotato di un sistema di monitoraggio in continuo, per mezzo del quale è possibile stabilire una correlazione tra la risposta strutturale, espressa solitamente in termini di accelerazione, e il livello di asperità della superficie stradale, evidenziando così la necessità di interventi di manutenzione. Le campate sono assimilabili a campate

isostatiche in semplice appoggio, e l'accoppiamento tra di esse viene ridotto alla sola influenza di pile e giunti di collegamento.

L'elaborato può essere diviso in due macrosezioni: nella prima parte viene definito il mezzo numerico impiegato per lo sviluppo delle analisi e vengono presentati i risultati da esso scaturiti, messi a confronto con dati sperimentali estratti da prove a input noto. In seconda battuta ci si sposta sull'interpretazione dei soli dati sperimentali provenienti dal sistema di monitoraggio, dei quali si hanno acquisizioni per un lasso temporale superiore a tre anni, periodo nel quale si possono individuare osservazioni relative a condizioni pre-ripavimentazione e post-ripavimentazione: a partire da essi si può delineare una correlazione tangibile tra stato di degrado del manto stradale e risposta dinamica del viadotto. L'obiettivo è quindi quello di evidenziare il ruolo della rugosità di una pavimentazione stradale, generalmente trascurato o sottostimato, e di fornire uno strumento di analisi affidabile e versatile per la determinazione della risposta delle grandi infrastrutture.

Le analisi numeriche vengono svolte mediante risoluzione disaccoppiata delle equazioni del moto dei due sottosistemi rappresentati da veicolo e struttura, utilizzando le procedure sviluppate da Feriani e Mulas [11][12][40]. Lo studio è stato affrontato sfruttando le potenzialità di un software commerciale, il SAP2000, e di un codice di ricerca precedentemente sviluppato, denominato INTER, scritto in linguaggio di programmazione Fortran 90. Le matrici strutturali ed i dati relativi ai nodi sono stati estratti dal software SAP2000 e successivamente elaborati per essere utilizzati come dati di input per il codice di ricerca INTER, all'interno del quale sono implementati due diversi approcci di risoluzione delle equazioni del moto: i metodi WTH e STS già citati.

Una novità fondamentale del lavoro è legata proprio allo scambio di dati tra il programma di ricerca e uno dei software strutturali di più vasto utilizzo, che permette la modellazione di una vasta gamma di sistemi strutturali. Il modello agli elementi finiti del viadotto realizzato, aggiornato e validato in seguito a prove di carico di natura statica e dinamica, è stato pensato in maniera tale da mantenere coerenza e riproducibilità dei dati provenienti dal sistema di monitoraggio.

1.4 Layout di Tesi

Il lavoro si articola in 10 capitoli e 3 appendici. Nel primo si delineano gli aspetti generali delle analisi affrontate e gli obiettivi del lavoro, dando un inquadramento della tesi e dei metodi impiegati. Nel secondo capitolo si descrive nel dettaglio il caso studio analizzato, riportandone le proprietà geometriche, i materiali impiegati e le azioni a cui è sottoposta l'opera. Trattandosi di un viadotto strumentato, dotato di un sistema di monitoraggio in continuo, si descrivono inoltre le principali caratteristiche

dell'impianto di sensori installati sulla struttura e si introduce la nomenclatura adottata. Nel terzo capitolo viene svolta una ricerca approfondita sulle caratteristiche e sulle definizioni della rugosità di un profilo, evidenziando i principali fattori che determinano la regolarità del manto stradale; si affronta inoltre nel dettaglio la classificazione offerta da normativa per le varie classi di regolarità di un profilo stradale. Il capitolo 4 descrive lo sviluppo di modelli a elementi finiti, necessari per offrire una controparte numerica ai dati raccolti sperimentalmente; si analizzano modelli a complessità crescente, partendo dal caso più semplice di un modello monodimensionale per arrivare al caso più completo del modello tridimensionale del viadotto. Il capitolo 5 viene dedicato alla definizione dei modelli di veicolo impiegati in fase di analisi, partendo dal caso più semplice di una forza viaggiante (di intensità, posizione e velocità note) fino ad arrivare alla descrizione del veicolo a 13 GDL che è stato implementato appositamente e utilizzato nelle prove di carico. Nel capitolo 6 si introduce la formulazione del problema accoppiato che descrive l'interazione veicolo struttura, con la derivazione delle equazioni del moto associate ai modelli di veicolo e struttura. Si procede poi al disaccoppiamento forzato del sistema, necessario per l'integrazione numerica, che viene affrontata seguendo un procedimento iterativo nel dominio temporale, inquadrato nel metodo di integrazione diretta di Newmark ad accelerazione costante; si descrive inoltre nel dettaglio la procedura di integrazione STS, adottata per tutte le analisi svolte. Il capitolo 7 presenta le prove di verifica svolte per validare il procedimento di estrazione, formattazione e trasmissione dei dati strutturali dal software commerciale SAP2000 al codice di ricerca INTER: viene inoltre presentato il processo di validazione del modello del veicolo a 13GdL introdotto. Il capitolo 8 viene dedicato al confronto numerico-sperimentale effettuato per prove a input noto: si ricerca la riproducibilità mediante mezzi numerici della risposta accelerometrica osservata sperimentalmente, investigando le condizioni della pavimentazione all'epoca delle prove effettuate in sito. Nel capitolo 9 si indagano gli effetti della rugosità della pavimentazione, concentrando l'attenzione sui dati sperimentali che derivano dal monitoraggio in continuo; si ricercano dei parametri sintetici in grado di descrivere con sufficiente precisione l'influenza dell'irregolarità del manto stradale e si determina quantitativamente l'incremento accelerometrico avvertito in seguito al degrado della pavimentazione. Nell'ultimo capitolo si traggono alcune conclusioni e osservazioni del lavoro svolto, delineando anche alcuni possibili sviluppi futuri.

2 IL CASO STUDIO

Il caso studio è rappresentato da un viadotto autostradale strumentato per mezzo di un sistema di monitoraggio in continuo, di cui si conoscono dati accelerometrici di pre e post ripavimentazione, ovvero in condizioni di irregolarità notevole del manto stradale e condizioni di regolarità ottimali. Inoltre, è nota la risposta della struttura in seguito a prove di carico statiche standard, effettuate al fine di validare il modello matematico FE della struttura aggiornato e di tarare il sistema di monitoraggio, e prove di carico dinamiche a input noto.

Viene effettuata di seguito una breve descrizione del viadotto, oltre che dello schema di posizionamento degli accelerometri triassiali MEMS.

2.1 Geometria del viadotto

Il viadotto, ubicato nel nord Italia, è costituito da quattro campate, come mostrato in Figura 2-1 e Figura 2-2, realizzate in appoggio su tre pile e due spalle, e si sviluppa in direzione longitudinale per una lunghezza complessiva di 60.1 metri; la campata 1 ha una lunghezza di 9.1 m, la campata 4 è lunga 9 m e le campate 2 e 3 misurano 21 m. Il viadotto ha un unico verso di percorrenza, da nord a sud: l'impalcato viene quindi ripartito in una corsia di marcia e una corsia di sorpasso, ciascuna di larghezza $b = 3.75m$, e una corsia d'emergenza di larghezza $b_e = 3.25m$.

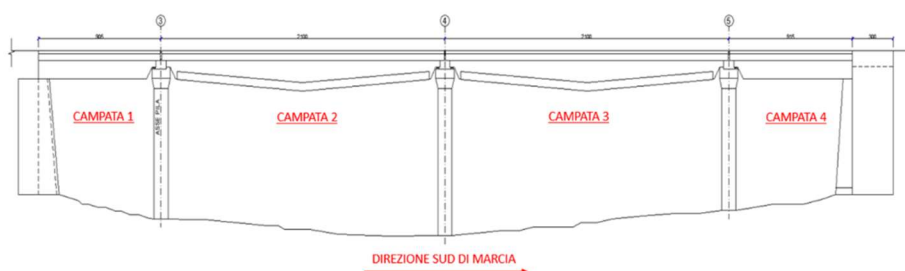


Figura 2-1: Vista longitudinale del viadotto

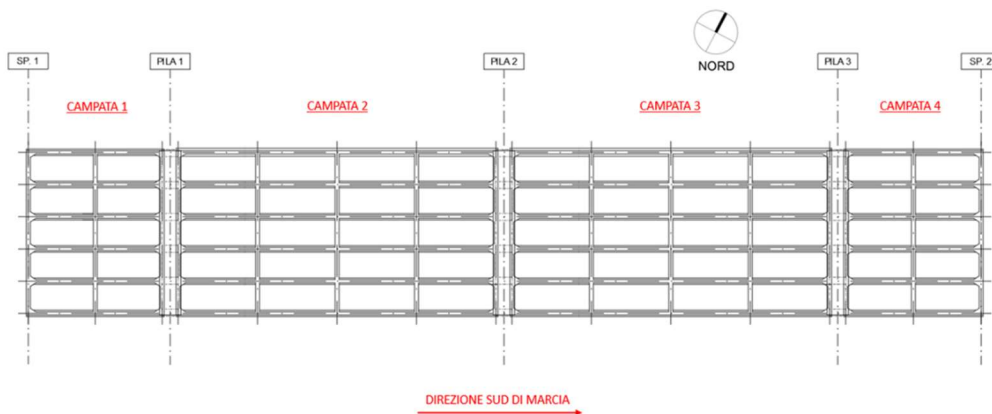


Figura 2-2: Vista in pianta del viadotto

Lo schema strutturale del viadotto è pressoché isostatico: l'accoppiamento (lieve) tra le campate è dovuto unicamente alla presenza delle pile e dei giunti sotto-pavimentati. L'impiego di questi giunti viene solitamente limitato al caso di strutture con varchi di piccola dimensione, laddove è necessario garantire spostamenti longitudinali contenuti in un range massimo di $\pm 25\text{mm}$. Questa tipologia di giunti presenta il vantaggio di essere di facile costruzione ed installazione, oltre ad essere anche economicamente vantaggiosi, e di garantire una alta durabilità, dovuta all'assenza di elementi al livello della pavimentazione che possano entrare a contatto con il traffico veicolare.

La sezione trasversale dell'opera, raffigurata in Figura 2-3, è caratterizzata da sei travi longitudinali, su cui poggia la soletta dell'impalcato.

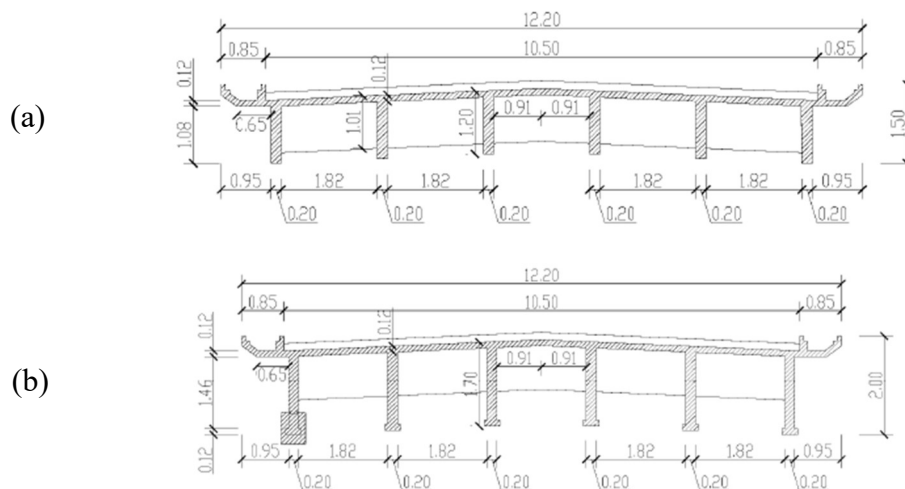


Figura 2-3: Sezioni trasversali del viadotto: (a) sezione trasversale delle campate 1 e 4; (b) sezione trasversale delle campate 2 e 3

Nel viadotto descritto è presente un rinforzo di trave longitudinale, effettuato per la nervatura di estremità a sinistra della sezione trasversale del viadotto (visibile in Figura 2.3.b)) lungo l'intero sviluppo in direzione longitudinale delle campate centrali, vale a dire le campate 2 e 3. Viene quindi introdotta un'asimmetria nella sezione trasversale dell'impalcato, altrimenti perfettamente simmetrica, che influisce sensibilmente sulla risposta flessio-torsionale del viadotto.

2.1.1 Travi longitudinali

Le travi longitudinali sono realizzate in calcestruzzo armato, e coprono l'intera luce tra due appoggi consecutivi del viadotto. Nelle campate di estremità, vale a dire le campate 1 e 4, le travi presentano altezza costante; nelle campate centrali (2 e 3) si ha invece un'altezza variabile della sezione, che presenta dimensioni maggiori in corrispondenza della mezzeria, per garantire maggiore resistenza ai momenti flettenti positivi, e minori in corrispondenza degli appoggi. Un'ulteriore differenza evidenziabile fra le travi delle campate di estremità e quelle delle campate intermedie risiede nella presenza per le ultime di un bulbo all'estremità inferiore dell'elemento.

Nella Figura 2-4.a e Figura 2-4.b si riportano, a titolo di esempio, le sezioni trasversali delle travi longitudinali per la campata-tipo. Si riportano inoltre nella Tabella 2-1 e Tabella 2-2 le principali caratteristiche geometriche delle travi indicate.

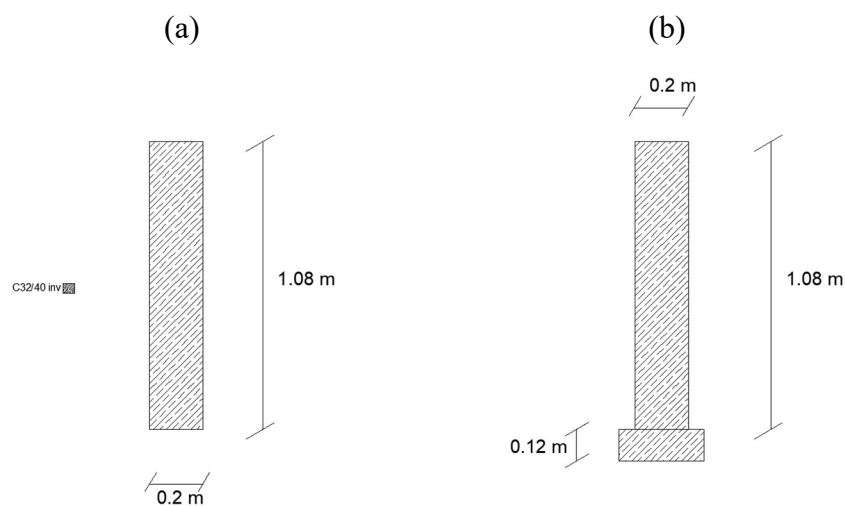


Figura 2-4: Sezioni trasversali (a) travi delle campate estremità; (b) travi delle campate intermedie

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Altezza trave	H	1.08	m
Larghezza trave	B	0.2	m
Area sezione trasversale	A	0.216	m ²
Momento d'inerzia torsionale	J_t	$1.034 \cdot 10^{-3}$	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse x	J_x	0.0312	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse y	J_y	$2.96 \cdot 10^{-3}$	m ⁴

Tabella 2-1: Caratteristiche geometriche delle travi delle campate di estremità

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Altezza trave	H	1.2	m
Larghezza trave	B	0.2	m
Area sezione trasversale	A	0.24	m ²
Momento d'inerzia torsionale	J_t	$2.548 \cdot 10^{-3}$	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse x	J_x	0.021	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse y	J_y	$7.200 \cdot 10^{-3}$	m ⁴

Tabella 2-2: Caratteristiche geometriche delle travi delle campate intermedie

2.1.2 Soletta

La soletta dell'impalcato è realizzata in calcestruzzo armato e ha uno spessore complessivo pari a 20 cm. Questo spessore si divide in due porzioni: una preesistente, realizzata con calcestruzzo opera in elevazione C32/40, che misura 8 cm, ed un inspessimento realizzato in una successiva fase di manutenzione e ripristino delle proprietà meccaniche della struttura, realizzata in C40/50, che misura 12 cm. Sopra la soletta viene posato il manto stradale. Essendo la struttura in esame dotata di giunti sotto-pavimentati, il manto stradale risulta continuo per l'intera lunghezza del viadotto. Nella Figura 2-5 si riporta la stratigrafia della soletta dell'impalcato.

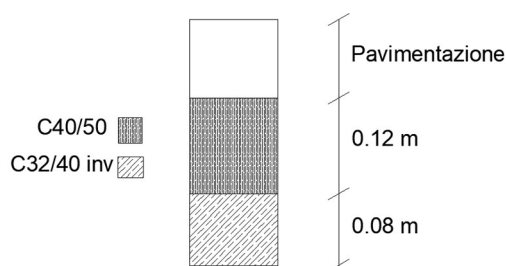


Figura 2-5: Stratigrafia della soletta dell'impalcato

2.1.3 Cordoli laterali

I cordoli laterali sono elementi rettangolari in calcestruzzo armato e sono disposti ai lati della soletta in direzione parallela all'asse dell'impalcato. Nella modellazione a elementi finiti del viadotto, che verrà analizzata nel dettaglio nel Capitolo 4, si è preferito introdurre tali elementi come carichi distribuiti per unità di lunghezza invece che come elementi resistenti, derivando il peso del cordolo dalle sue dimensioni geometriche e dal peso specifico del calcestruzzo.

2.1.4 Travi trasversali

I traversi sono elementi rettangolari in calcestruzzo armato che collegano le travi longitudinali della sezione trasversale, e hanno lo scopo di irrigidire l'impalcato nei confronti delle azioni torcenti. I traversi vengono disposti in direzione trasversale rispetto all'asse dell'impalcato, e vengono posizionati in corrispondenza degli appoggi di ciascuna campata e in posizione intermedia. Nella Figura 2-6 vengono riportate le sezioni trasversali di un traverso di testata e di uno intermedio, accompagnate dalle loro proprietà geometriche, illustrate nella Tabella 2-3 e Tabella 2-4.

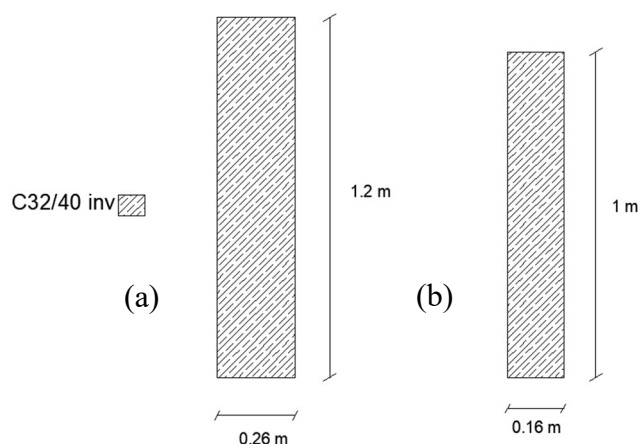


Figura 2-6: Sezione del traverso (a) di testata; (b) intermedio

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Altezza trave	H	1	m
Larghezza trave	B	0.16	m
Area sezione trasversale	A	0.16	m ²
Momento d'inerzia torsionale	J_t	$1.02 \cdot 10^{-3}$	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse x	J_x	0.0125	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse y	J_y	$2.813 \cdot 10^{-3}$	m ⁴

Tabella 2-3: Caratteristiche geometriche dei traversi di testata

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Altezza trave	H	1.2	m
Larghezza trave	B	0.26	m
Area sezione trasversale	A	0.312	m ²
Momento d'inerzia torsionale	J_t	$5.47 \cdot 10^{-3}$	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse x	J_x	0.036	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse y	J_y	$1.563 \cdot 10^{-3}$	m ⁴

Tabella 2-4: Caratteristiche geometriche dei traversi intermedi

2.1.5 Pile

Il viadotto poggia su un terreno non pianeggiante, per cui l'altezza delle pile è variabile in direzione trasversale: come raffigurato nella Figura 2-7, le pile poggiano su un terreno con un'inclinazione di circa 30°. Ciascuna pila è composta da sei fusti, tutti con la medesima sezione trasversale, a meno dell'incamiciatura effettuata per alcune sezioni nel corso di interventi di ripristino delle proprietà meccaniche della struttura.

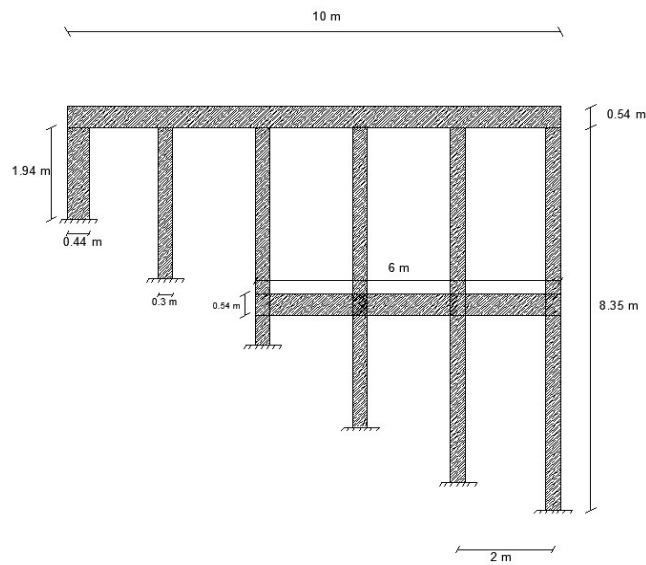


Figura 2-7: Vista trasversale di una pila

Sono inoltre presenti, per ciascuna pila, un traverso posizionato in corrispondenza dell'estremità superiore dei fusti e uno intermedio. Nella Figura 2-8.a e Figura 2-8.b si rappresenta la sezione trasversale dei fusti delle pile, con e senza incamicatura in C40/50. Se ne riportano inoltre le principali caratteristiche geometriche nella Tabella 2-5 e Tabella 2-6.

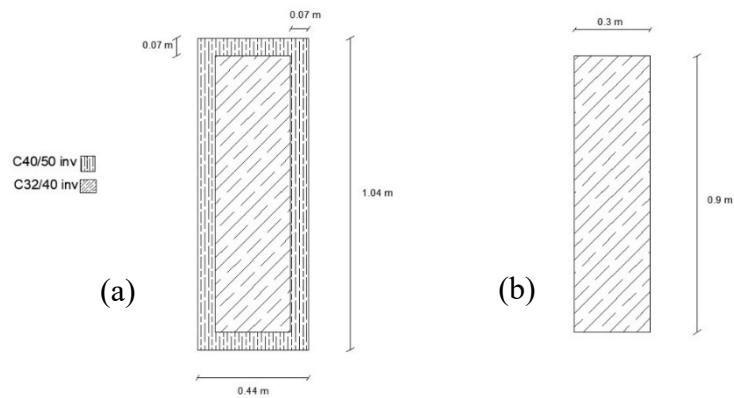


Figura 2-8: Sezioni trasversali della pila (a) incamicciata; (b) preesistente

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Altezza trave	H	0.9	m
Larghezza trave	B	0.44	m
Area sezione trasversale	A	0.396	m ²
Momento d'inerzia torsionale	J_t	$6.403 \cdot 10^{-3}$	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse x	J_x	0.0182	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse y	J_y	$2.025 \cdot 10^{-3}$	m ⁴

Tabella 2-5. Caratteristiche geometriche della pila preesistente

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Altezza trave	H	1.04	m
Larghezza trave	B	0.44	m
Area sezione trasversale	A	0.4578	m ²
Momento d'inerzia torsionale	J_t	0.0225	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse x	J_x	0.4678	m ⁴
Momento d'inerzia rispetto all'asse y	J_y	$7.673 \cdot 10^{-3}$	m ⁴

Tabella 2-6: Caratteristiche geometriche della pila incamiciata

2.1.6 Cuscinetti d'appoggio elastomerici

I cuscinetti d'appoggio sono degli elementi in grado di assorbire spostamenti, rotazioni e vibrazioni provenienti dall'impalcato della struttura, e di redistribuire i carichi alle pile e alle spalle del viadotto. I cuscinetti impiegati nel caso studio sono appoggi in elastomero armato: sono quindi costituiti da un blocco, di forma rettangolare, in elastomero, al cui interno si trovano delle lamiere in acciaio. Vengono interposti tra l'impalcato del viadotto e le strutture d'appoggio sottostanti in corrispondenza delle estremità delle travi longitudinali. Vengono impiegati un totale di 24 elastomeri, con caratteristiche differenti a seconda che si analizzi una campata

centrale o di estremità; si riportano in Tabella 2-7 e 2-8 le principali caratteristiche geometriche dei due gruppi di elastomeri:

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Larghezza in pianta	B	150	mm
Altezza in pianta	L	600	mm
Spessore del blocco in elastomero	H	63	mm

Tabella 2-7: Caratteristiche geometriche degli elastomeri delle campate 2 e 3

Descrizione	simbolo	Valore	U.D.M.
Larghezza in pianta	B	150	mm
Altezza in pianta	L	450	mm
Spessore del blocco in elastomero	H	63	mm

Tabella 2-8: Caratteristiche geometriche degli elastomeri delle campate 1 e 4

2.2 Materiali

Il viadotto è realizzato in calcestruzzo armato; i calcestruzzi utilizzati sono il C32/40 e il C40/50.

Per quanto riguarda l'acciaio, dai documenti storici emerge che è stato impiegato un acciaio di tipo RUMI 5000 per le armature longitudinali delle travi, caratterizzato da una tensione di snervamento di 500 MPa, mentre per le armature restanti si è fatto uso di un acciaio semiduro AQ42, con una tensione di snervamento pari a 320 MPa.

Le proprietà meccaniche dei materiali impiegati sono:

- Calcestruzzo opera in elevazione C32/40, impiegato per la realizzazione della soletta, delle travi longitudinali, delle travi trasversali e delle pile del viadotto:

$$R_{ck} \geq 40.0 \text{ MPa resistenza caratteristica cubica a 28 gg;}$$

$$f_{ck} = 33.2 \text{ MPa resistenza caratteristica cilindrica;}$$

$f_{cd} = 18.8$ MPa resistenza a compressione di calcolo;

$E_{cm} = 36536$ MPa modulo elastico.

- Calcestruzzo opera in elevazione C40/50, utilizzato in fase di manutenzione e di ripristino delle proprietà meccaniche della struttura per effettuare incamiciature e inspessimenti delle sezioni preesistenti:

$R_{ck} \geq 50.0$ MPa resistenza caratteristica cubica a 28 gg;

$f_{ck} = 42.5$ MPa resistenza caratteristica cilindrica;

$f_{cd} = 24.1$ MPa resistenza a compressione di calcolo;

$E_{cm} = 38516$ MPa modulo elastico .

- Acciaio RUMI 5000 per barre di diametro $\phi = 26$ mm:

$f_{yk} \geq 320$ MPa tensione caratteristica di snervamento;

$f_{yd} \geq 278$ MPa tensione di snervamento di calcolo.

- Acciaio FeB44k per interventi di incamiciatura:

$f_{yk} \geq 430$ MPa tensione caratteristica di snervamento;

$f_{yd} \geq 374$ MPa tensione di snervamento di calcolo.

2.3 Carichi agenti sulla struttura

I carichi agenti sulla struttura, suddivisi in carichi permanenti strutturali (peso proprio degli elementi strutturali), carichi permanenti non strutturali (classe in cui rientra il peso proprio di tutti gli elementi non strutturali che gravano sull'impalcato del viadotto) e carichi variabili (derivanti dal traffico veicolare), sono:

- Peso proprio degli elementi strutturali, derivato dalle dimensioni geometriche e dal peso per unità di volume del calcestruzzo ($\gamma = 25 \frac{kN}{m^3}$);
- Peso della pavimentazione, ottenuto considerando la larghezza di competenza di ciascuna trave longitudinale appartenente alla sezione trasversale ($\gamma = 3 \frac{kN}{m^3}$);
- Peso del cordolo, derivato dalle dimensioni geometriche dello stesso e dal peso per unità di volume del calcestruzzo ($\gamma = 25 \frac{kN}{m^3}$);
- Peso delle barriere situate sul viadotto ($\gamma = 1.6 \frac{kN}{m}$);

- Carichi statici con intensità e posizione noti, posizionati sull'impalcato del viadotto in sede di prove statiche;
- Carichi viaggianti con intensità e velocità note, fatti transitare sull'impalcato del viadotto in sede di prove dinamiche;
- Carichi derivanti dal traffico veicolare.

2.4 Modi di vibrare sperimentali

Si dispone dei primi due modi di vibrare flessio-torsionali delle campate centrali, osservati sperimentalmente. Si riportano schematicamente nella Tabella 2-9 le frequenze associate a tali modi di vibrare.

N° Campata	Frequenza [Hz]	Modo di vibrare
Campata 2	6.1	Modo flessio-torsionale
	7.34	Modo flessio-torsionale
Campata 3	6.1	Modo flessio-torsionale
	7.34	Modo flessio-torsionale

Tabella 2-9: Modi sperimentali del viadotto

2.5 Sistemi di monitoraggio

Il monitoraggio in continuo del viadotto viene effettuato per mezzo dell'installazione di dispositivi in grado di misurare le accelerazioni subite dall'impalcato, oltre che le rotazioni rilevate. Si parla dunque di accelerometri triassiali ed inclinometri, disposti secondo il seguente schema:

- 40 inclinometri biassiali, ovvero 5 inclinometri per ognuna delle travi di bordo per ciascuna campata, disposti su supporto a staffa sull'anima delle travi principali;
- 6 inclinometri biassiali, ovvero 2 inclinometri disposti sulla testa di ciascuna pila;
- 6 inclinometri biassiali, ovvero 2 inclinometri disposti su ciascuna base di una pila;

- 6 inclinometri biassiali, 3 su ogni spalla (di cui 2 in testa ed 1 sulla base della spalla);
- 24 accelerometri triassiali, installati sulle travi di bordo di ciascun impalcato;
- 6 accelerometri triassiali, ovvero 2 accelerometri disposti sulla testa di ciascuna pila;
- 6 accelerometri triassiali, ovvero 2 accelerometri disposti su ciascuna base pila;
- 6 accelerometri triassiali, 3 su ogni spalla (di cui 2 sulla testa della spalla ed 1 sulla base della spalla).

Tale disposizione è illustrata nello schema riportato in Figura 2-9 e 2-10, in cui si rappresentano le diverse tipologie di sensori installati ed il loro posizionamento in direzione longitudinale.

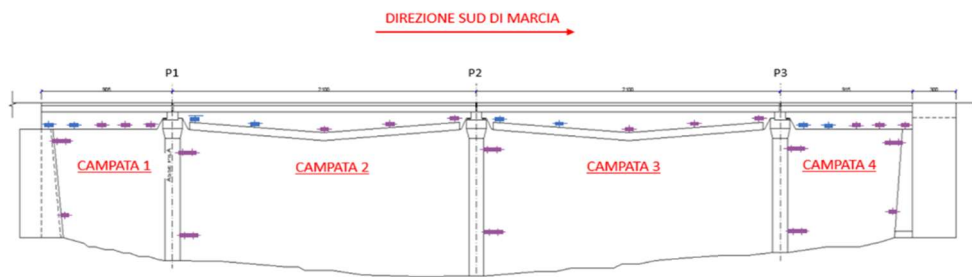


Figura 2-9: Schema longitudinale della posizione dei sensori.

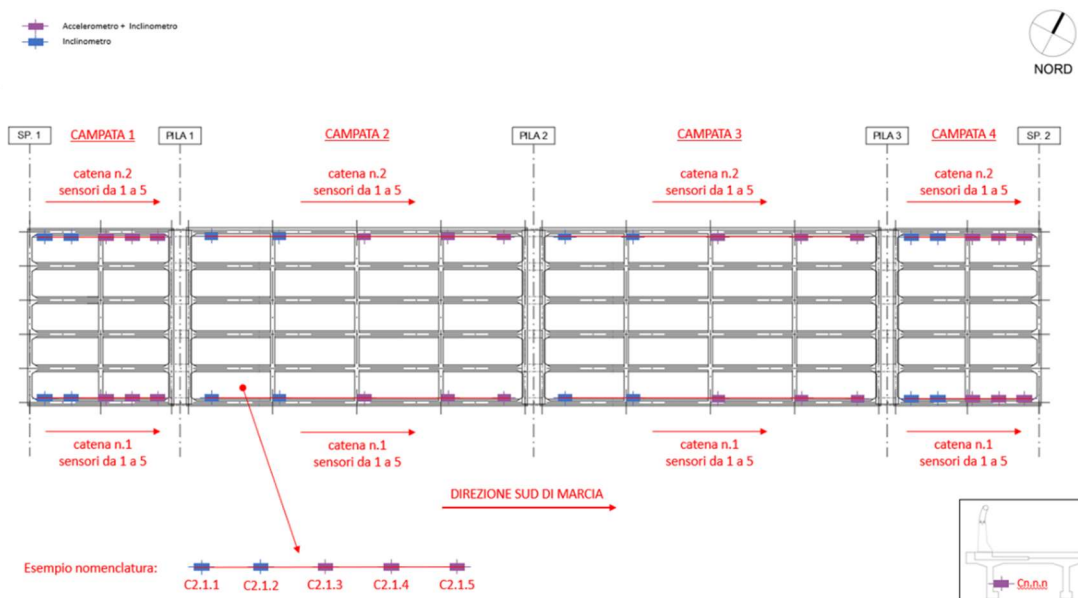


Figura 2-10: Vista in pianta della posizione dei sensori

Gli inclinometri e accelerometri MEMS sono installati su ciascuna delle quattro campate, e sono distribuiti in due distinte catene, disposte in corrispondenza degli estremi destro e sinistro della sezione trasversale. Ciascuna delle due catene è composta, per ogni campata, da 5 sensori, di cui 3 dotati di accelerometro e inclinometro e 2 dotati solamente di inclinometro.

Per consentire una trattazione facilitata ed un riconoscimento univoco, a ciascun sensore viene attribuita una nomenclatura predefinita, descritta di seguito.

L'etichetta associata a ciascun sensore si presenta nella forma:

Ct.C.S

dove:

- **Ct**: campata, che identifica l'insieme dei sensori precablati forniti in cantiere installati su ciascuna campata. La numerazione va da 1 (lato Nord) a 4 (lato Sud) ($t = 1, 2, 3, 4$);
- **C**: catena che identifica l'insieme dei sensori applicati sulla medesima trave. La numerazione va da 1 (catena sulla trave di destra percorrendo il viadotto in senso di marcia) a 2 (catena sulla trave di sinistra) ($C = 1, 2$);
- **S**: sensore all'interno della catena. La numerazione va da 1 (primo sensore lato Nord) a 5 (ultimo sensore della catena lato Sud) ($S = 1, 2, \dots, 5$).

Le catene installate su pile e spalle presentano sensori disposti sia in testa che alla base dell'elemento. Tutti i sensori sono dotati sia di inclinometro che di accelerometro e la loro nomenclatura è contraddistinta dal seguente formato:

Ei.C.S

dove:

- **Ei**: Elemento monitorato:
 - **Pila**: sigla P_i con P = Pila ed i = numero identificativo della pila;
 - **Spalla**: sigla S_i con S = Spalla ed i = numero identificativo della spalla, es S_1 (spalla lato Nord) e S_2 (spalla lato Sud);
- **C**: catena che identifica l'insieme dei sensori applicati sul medesimo elemento strutturale;
- **S**: sensore all'interno della catena.

Le analisi presentate nel seguito considerano le accelerazioni registrate dagli accelerometri triassiali MEMS posizionati sull'impalcato del viadotto, trascurando le misure rilevate dagli inclinometri, che sono state utilizzate tuttavia in fase di aggiornamento e taratura del modello FE.

2.5.1 Convenzioni di segno

Gli accelerometri triassiali MEMS sono dotati di tre assi di misura X e Y e Z orientati come mostrato in Figura 2-11. L'asse X corrisponde all'asse di misura in direzione trasversale all'impalcato, l'asse Y corrisponde all'asse di misura in direzione longitudinale, parallelo allo sviluppo del ponte, l'asse Z corrisponde all'asse verticale.

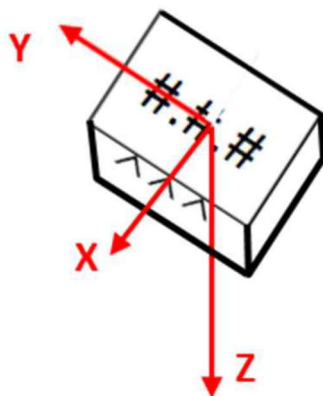


Figura 2-11: Convenzioni di segno dell'accelerometro

2.5.2 Taratura della strumentazione

Gli accelerometri MEMS sono oggetto di taratura, effettuata su ciascun pezzo e per ciascun asse di misura, prima dell'uscita delle unità produttive nelle condizioni di utilizzo finale.

La procedura prevede di misurare le accelerazioni lette dal dispositivo quando quest'ultimo è disposto in 6 diverse posizioni. Per ciascuna posizione l'uscita attesa è nota a priori, e corrisponde all'accelerazione di gravità lungo i tre assi di misura. È quindi possibile, risolvendo ai minimi quadrati un sistema lineare sovradimensionato, ottenere una matrice di guadagni 3×3 (G) ed un vettore di 3 offset (O) da applicare ai dati grezzi misurati dai dispositivi (riportati nell'unità di riferimento propria dei sensori [LSB¹]) per ottenere il valore di accelerazione in [g] su ciascuno dei tre assi.

Dal punto di vista pratico, la casa di produzione dei sensori fornisce un catalogo con riportati la matrice di guadagni G ed il vettore di offset O associati a ciascun sensore, definito in maniera univoca mediante un numero seriale (sn). È quindi necessario individuare il numero seriale associato a ciascun sensore installato sulla struttura, per

¹ Least Significant Bit, unità di misura dei sensori

poi procedere con la risoluzione di un sistema lineare 3x3, con valori noti definiti dal vettore di offset associato. Il sistema di equazioni si presenta nella seguente forma:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{meas} \\ y_{meas} \\ z_{meas} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{off} \\ y_{off} \\ z_{off} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Dove:

- x , y e z sono i valori delle accelerazioni in g;
- I parametri A , B , C , D , E , F , G , H , e I dipendono dal numero seriale del sensore utilizzato;
- x_{meas} , y_{meas} e z_{meas} sono i valori delle accelerazioni che si misurano in LSB;
- x_{off} , y_{off} e z_{off} sono i valori di offset che dipendono dal numero seriale del sensore utilizzato e si misurano in g.

2.5.3 Acquisizione delle letture dei sensori

L'acquisizione delle letture di ciascun accelerometro avviene in continuo con una frequenza di 100Hz (100 dati di acquisizione per ogni secondo) sui tre assi di misura. Il processo di campionamento effettuato a una frequenza di 100Hz per ciascuna delle direzioni dei sensori di accelerazione installati genera un considerevole volume di dati (equivalente a 18000 dati al minuto per ciascun sensore), i quali richiedono una gestione e un'interpretazione accurata mediante la sintesi delle informazioni in parametri di interesse, quali l'accelerazione massima e la deviazione standard. Il network di sensori installati sulla struttura analizzata è collegato tramite connessioni cablate ad una centralina, posizionata in corrispondenza di una spalla del viadotto. Questa si occupa di immagazzinare e filtrare le informazioni ridondanti trasmesse dalle unità periferiche (ovvero i sensori), e successivamente di trasmettere i dati raccolti ad una piattaforma cloud, rendendoli quindi fruibili per gli utenti. Si tratta comunque di set di dati di dimensioni notevoli, per cui è necessario avvalersi di un linguaggio di programmazione (*Python*) che sia in grado di trattare ed elaborare dataset pesanti.

2.5.4 Accelerometri MEMS

Nel corso della trattazione della tesi sono di notevole importanza gli accelerometri che sono stati installati sull'impalcato del viadotto, i quali forniscono dati nelle tre direzioni di misura, trasversale (x), longitudinale (y) e verticale (z).

Si riporta nella Figura 2-12 un esempio di dati accelerometrici, registrati per il medesimo sensore, lungo i tre assi di misura.

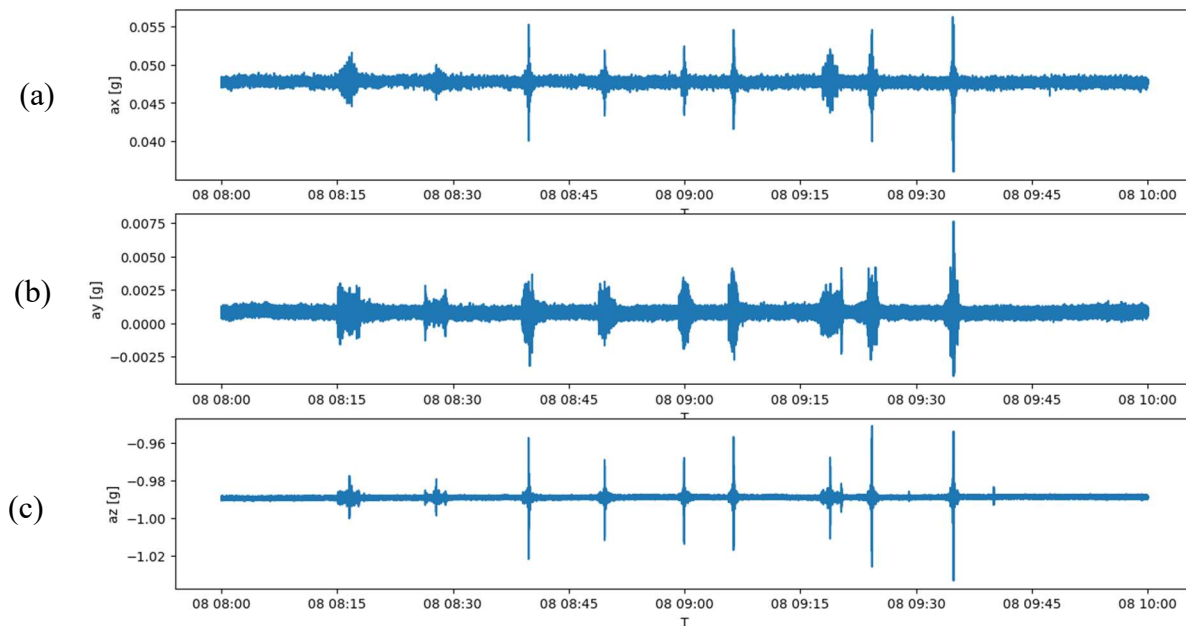


Figura 2-12: Esempio di dati forniti: accelerometro C3.1.1; (a) accelerazioni in direzione x; (b) accelerazioni in direzione y; (c) accelerazioni in direzione z

2.6 Prove dinamiche effettuate

Diverse prove dinamiche sono state effettuate in sito in notturna, in condizione di traffico veicolare assente, in un periodo precedente (circa un anno) un intervento di ripavimentazione del viadotto (si fa riferimento alla notte tra il 7 e l'8 Giugno 2021). Si può quindi ragionevolmente assumere che le condizioni del manto stradale fossero caratterizzate da uno stato di degrado esteso. L'input, in termini di carico veicolare viaggiante sulla struttura, velocità e istante di percorrenza, è noto: si conoscono le caratteristiche dell'autocarro che è stato fatto transitare a velocità costante (e lungo una traiettoria rettilinea) sul viadotto, e se ne conoscono gli istanti di entrata ed uscita. Si può quindi ottenere, attraverso le misure accelerometriche fornite dai sensori, una rappresentazione della risposta dinamica della struttura analizzata al variare della velocità e della posizione del mezzo.

Le prove effettuate in sito si possono suddividere in:

- Prove su corsia di marcia;
- Prove su corsia di sorpasso.

Per entrambe le corsie sono state effettuate delle prove con diverse velocità ($20 \frac{km}{h}$, $40 \frac{km}{h}$ e $60 \frac{km}{h}$).

Per ciascun sensore, e per ciascuna prova, sono state riprodotte le storie temporali di accelerazione registrate lungo i tre assi di misura, accompagnate dalle indicazioni relative all'accelerazione massima ed alla deviazione standard misurate nella finestra temporale di riferimento, riportate nella legenda.

In Figura 2-13 sono riportati, a titolo esemplificativo, alcuni grafici che rappresentano le accelerazioni nelle tre direzioni di misura ricavate dal sensore C.2.1.4.

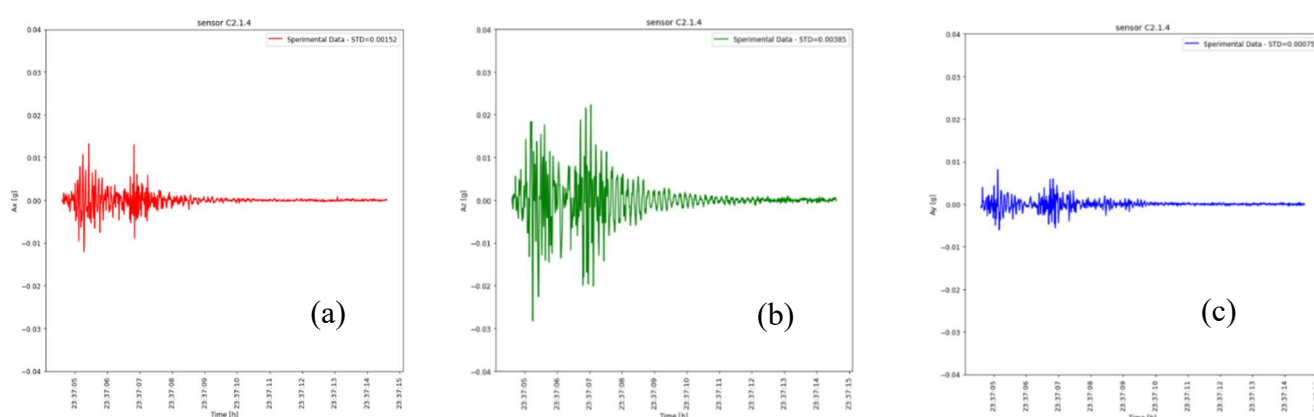


Figura 2-13: Campata 2, accelerometro C2.1.4: accelerazione in (a) direzione x; (b) direzione y; (c) direzione z

Il dato deve essere sempre depurato da errori di misurazione e dall'influenza di fattori ambientali come umidità e temperatura: nel caso delle prove in esame, tuttavia, essendo queste eseguite su finestre temporali molto ridotte, è possibile supporre che temperatura e umidità rimangano costanti, esulando dalla verifica dell'influenza dei fattori ambientali. Per agevolare la lettura e l'interpretazione del dato, le misurazioni ottenute sono state depurate della loro media: in tal modo si sono ottenute, per ciascun asse di misura, delle storie temporali di accelerazione a media nulla, quindi traslate sull'asse delle ascisse.

Analizzando i diversi dataset e i grafici ottenuti dalle prove a carico noto è possibile dedurre alcune osservazioni di carattere generale; si fa riferimento nel seguito alla prova eseguita sulla corsia di marcia a 60 km/h , ma le osservazioni possono essere estese anche alle altre prove considerate.

- Le accelerazioni registrate in direzione trasversale (lungo l'asse di misura x) risultano generalmente di intensità contenuta, con massimi nell'ordine del

centesimo di g^2 (Figura 2-14). Ciò può essere ricondotto sia alla geometria della struttura, sia alla traiettoria rettilinea seguita dal mezzo nel corso delle prove dinamiche: questa condizione geometrica si traduce quindi nell'assenza di effetti centrifughi, avendo come diretta conseguenza una mancata sollecitazione in termini di accelerazione in direzione trasversale. Per le campate 2 e 3 tali accelerazioni risultano comunque più significative. Le accelerazioni massime in ciascuna campata sono registrate dal sensore di mezzeria (vale a dire il sensore C.i.j.3) e vanno diminuendo all'avvicinarsi agli appoggi, dove si registra l'accelerazione minima (vale a dire il sensore C.i.j.5). Si riportano, a titolo esemplificativo, nella Figura 2-14 le accelerazioni trasversali registrate dai sensori della catena di destra, posizionati in prossimità degli appoggi e della mezzeria della campata 2 (vale a dire i sensori C1.1.5, installato sulla campata 1 ma adiacente all'appoggio in comune tra le due campate, C2.1.3 C2.1.5).

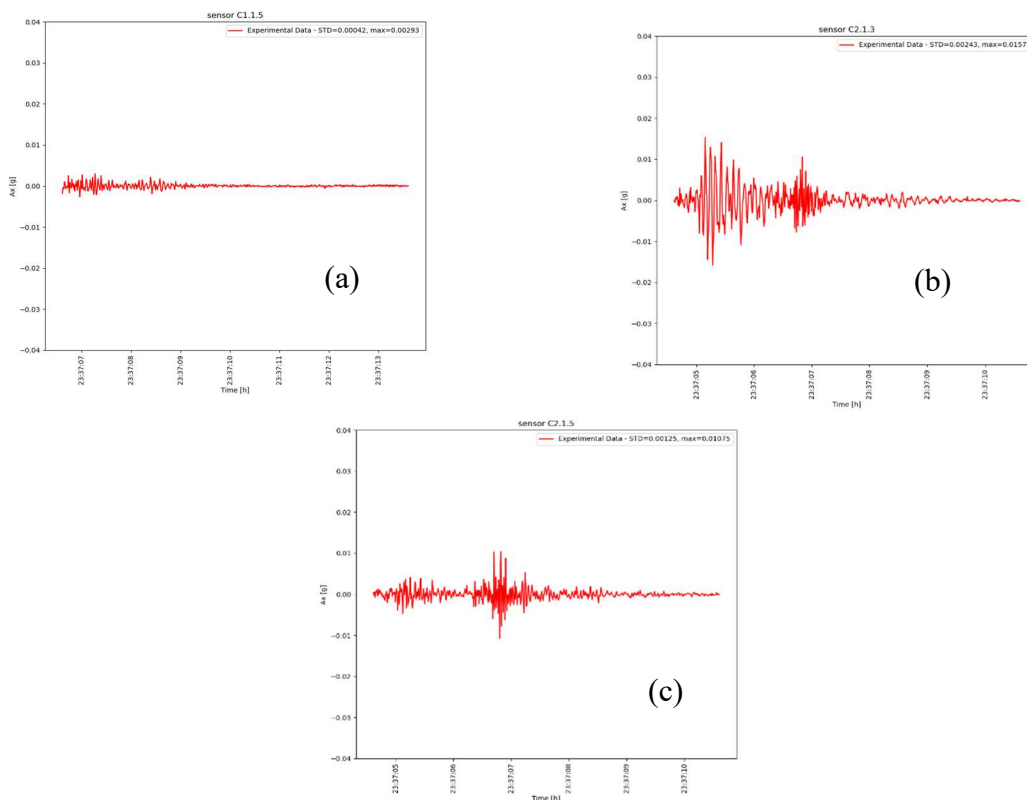


Figura 2-14: Accelerazioni trasversali relative alla campata 2, sensori: (a) C1.1.5 adiacente all'appoggio; (b) C2.1.3 in mezzeria; (c) C2.1.5 adiacente all'appoggio

² Accelerazione di gravità $\cong 9.806 \frac{m}{s^2}$

- Analogamente, le accelerazioni registrate in direzione longitudinale (lungo l'asse di misura y) appaiono di intensità contenuta, presentando massimi nell'ordine del centesimo di g . La presenza di giunti sotto-pavimentati, che garantiscono quindi la continuità del manto stradale per l'intera lunghezza dell'impalcato, previene sollecitazioni significative che potrebbero essere dovute all'impatto degli pneumatici contro dei giunti affioranti. Si osserva una leggera amplificazione dei valori di accelerazione se si considerano le prove effettuate in corsia di marcia invece che quelle effettuate in corsia di sorpasso. Si riportano nella Figura 2-15 le accelerazioni longitudinali misurate dai tre sensori della catena di destra della campata 2 (vale a dire i sensori C2.1.3, C2.1.4 e C2.1.5).

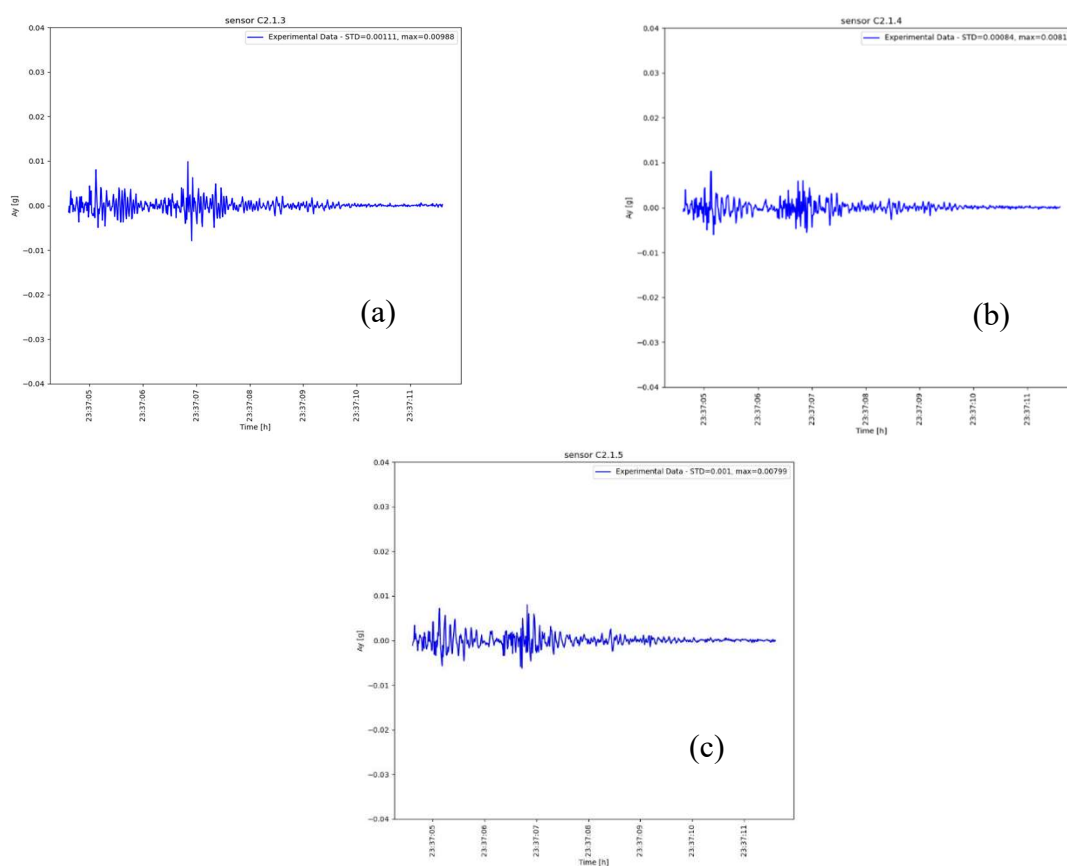


Figura 2-15: Accelerazioni longitudinali relative alla capata 2, sensori: (a) C.2.1.3; (b) C.2.1.4; (c) C2.1.5

- Il maggior interesse pratico si riscontra nelle accelerazioni registrate in direzione verticale (lungo l'asse di misura z). Si osserva che le accelerazioni massime vengono registrate dal sensore di mezzeria di campata, vale a dire il sensore C.i.j.3 (osservabile in Figura 2-16.a, Figura 2-16.b, Figura 2-16.c). In generale, inoltre, si osservano accelerazioni più significative sulla catena più direttamente caricata (catena 1 nel caso di prova di marcia e catena 2 nel caso di prova di sorpasso). Si riportano in Figura 2-16 le accelerazioni verticali registrate dai sensori della catena di destra della campata 2 (vale a dire i sensori C2.1.3, C2.1.4 e C2.1.5).

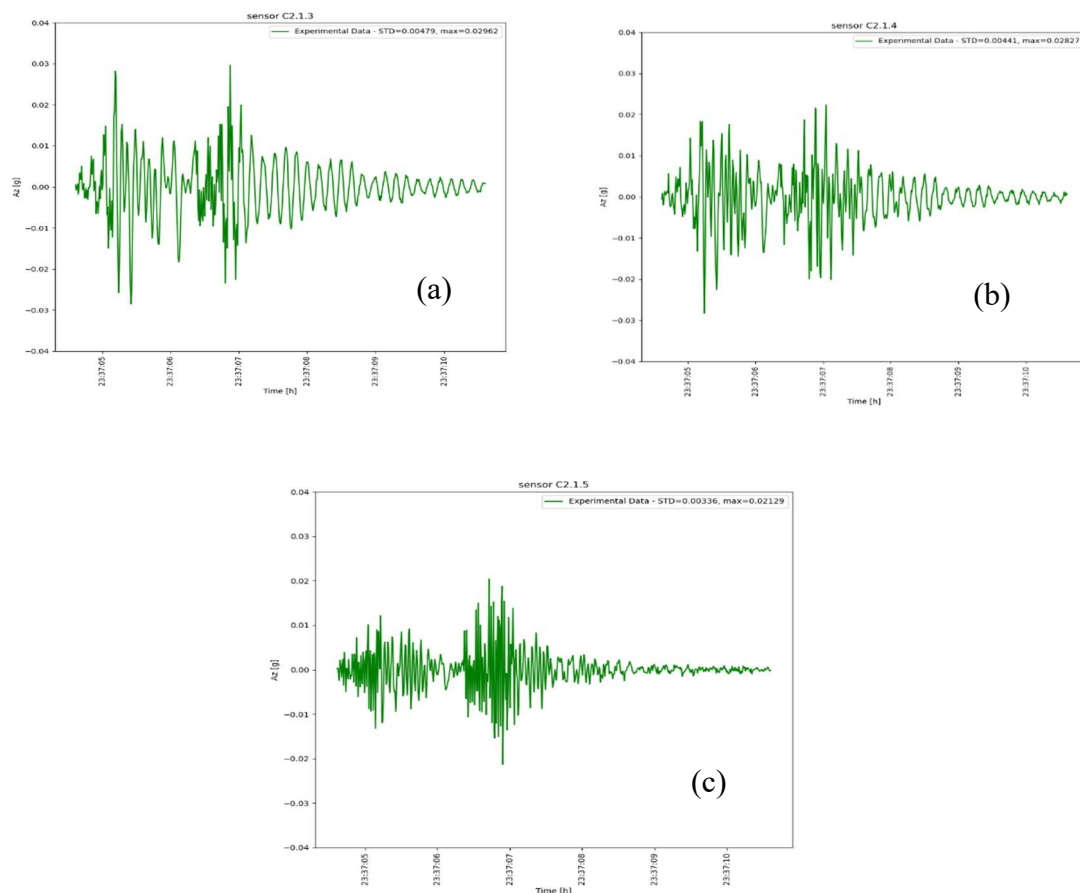


Figura 2-16: Accelerazioni verticali relative alla campata 2: (a) sensore C2.1.3; (b) sensore C2.1.4; (c) sensore C2.1.5

I capitoli seguenti del lavoro, per alleggerire la trattazione, riporteranno solamente i risultati accelerometrici relativi alla campata 2 del viadotto. Si è infatti osservato, analizzando i dati sperimentali derivanti dalle rilevazioni effettuate in continuo, che le accelerazioni registrate dai sensori installati sulle campate di estremità offrono raramente segni indicativi della variabilità del dato in funzione della velocità e della posizione del mezzo transitante, e presentano valori di accelerazione ridotti se messi in relazione a quelli osservati per le campate centrali; si deve infatti tener conto del

fatto che, oltre a presentare una luce piuttosto modesta, le campate 1 e 4 risentono dell'influenza delle spalle. Le due campate centrali presentano, dall'altra parte, caratteristiche geometriche e meccaniche pressoché analoghe; sarebbe quindi del tutto equivalente prendere in esame una o l'altra.

L'attenzione verrà inoltre focalizzata principalmente sui sensori di mezzera della suddetta campata, in quanto sono quelli che percepiscono maggiormente le sollecitazioni imposte dai veicoli transitanti sull'impalcato. Si è infine scelto di dare maggior peso alle prove dinamiche effettuate a una velocità di 60 km/h , in quanto è quella che più si avvicina alle reali condizioni d'uso del viadotto autostradale.

3 RUGOSITÀ

Un'opera stradale deve essere valutata come una struttura di tipo evolutivo, le cui proprietà fondamentali, che ne regolano le caratteristiche e l'interazione con i veicoli viaggianti, variano per via degli effetti del tempo e del degrado dovuto all'uso. Fondamentale rilevanza assume, dunque, l'analisi dello stato della pavimentazione e della qualità dell'opera stradale, ai fini di monitorare e programmare gli interventi di manutenzione atti all'ottimizzazione delle prestazioni dell'infrastruttura presa in esame. Per valutare lo stato di degrado delle opere stradali e della loro pavimentazione è necessario effettuare una classificazione delle stesse basata su criteri oggettivi e misurabili [19].

Una pavimentazione stradale deve rispettare determinati parametri, legati alla sua funzionalità. Le principali caratteristiche indice dello stato di una pavimentazione sono la portanza, ossia la capacità di sopportare i carichi gravanti su di essa e la loro ripartizione nel tempo; la rumorosità, legata al rotolamento (prescindendo quindi da quella del motore), intesa come parametro di confort e di sicurezza sia per gli utenti dell'infrastruttura sia per l'ambiente circostante; la regolarità quale indice del dissesto del manto stradale e del rispetto della quota dei piani di progetto; la rugosità, focus della tesi e dell'analisi dell'interazione che intercorre tra la struttura ed i veicoli che vi circolano. Le ultime tre assumono particolare importanza in fase di valutazione del confort e della sicurezza di transito, e devono essere garantite con un grado di accettabilità prefissato, ai fini di consentire un uso efficiente dell'opera stradale. La norma "C.N.R. – Norme tecniche – Istruzioni sulla pianificazione della manutenzione stradale – B.U. n.125/88" [20] individua tra le caratteristiche superficiali delle pavimentazioni la regolarità e la rugosità, mentre assegna alla portanza la definizione di caratteristica strutturale. Tali caratteristiche sono connesse ai fenomeni di degrado superficiale della sovrastruttura, che possono presentarsi sotto forma di svariati difetti nel tracciato longitudinale e trasversale della pavimentazione stradale [21]:

- eccessive ondulazioni longitudinali e trasversali, generalmente connesse al processo di stesura nel manto bituminoso e a una mancata o insufficiente vibrazione;
- avvallamenti e ormaie dovute all'usura della pavimentazione e al cedimento del sottofondo;

- fessurazioni indotte dalle condizioni di carico e da fenomeni atmosferici;
- ingobbimenti e rigonfiamenti;
- difetti nella struttura della pavimentazione, individuabili sia a livello della microstruttura sia della macrostruttura, quali fenomeni di essudazione di bitume e scagliatura della superficie.

La regolarità longitudinale è correlata al comfort di guida e alla sicurezza d'uso, poiché le irregolarità della superficie producono accelerazioni verticali di natura vibrazionale che riducono la comodità dei passeggeri in modo proporzionale alla velocità di guida [21]. Le frequenze più fastidiose per il corpo umano, nel caso di accelerazioni verticali, assumono valori di frequenza pari a circa 5Hz, mentre se si fa riferimento alle accelerazioni orizzontali le frequenze meno tollerate assumono valori pari a circa 1Hz [22]. Sistemi di sospensioni adeguati fungono da filtro meccanico nei confronti delle vibrazioni imposte al veicolo.

In generale, è possibile distinguere e classificare l'entità dell'ammaloramento delle opere stradali a seconda che si tratti di un degrado di natura funzionale (se la struttura mantiene la propria efficienza ma ne viene intaccata l'aderenza o la regolarità, compromettendo la comodità e in parte la sicurezza di transito) o di natura strutturale (se la pavimentazione riscontra rotture o cedimenti dovuti alle condizioni di carico gravose e ripetute).

Per caratterizzare una pavimentazione è necessario fare riferimento a diverse definizioni e concetti, riportati concisamente di seguito assieme ai rimandi trovati in letteratura. La letteratura scientifica riporta svariate definizioni riguardanti la tessitura di una pavimentazione stradale: vengono riportate nella Tabella 3-1 quelle estratte dalla normativa ISO (International Organization for Standardization) [23] e della normativa ASTM E 867 (American Society for Testing and Materials) [24]:

ISO 13473-1	ASTM E 867
<i>"Pavement Texture: The deviation of a pavement surface from a true planar surface, with a texture wavelength less than 0.5mm".</i>	<i>"Travelled surface roughness: The deviations of a surface from a true planar surface with characteristic dimensions that affect vehicle dynamics, ride quality, dynamic loads, and drainage, for example, longitudinal profile, transverse profile, and cross slope".</i>

Tabella 3-1: Definizione di tessitura secondo Normativa ISO e normativa ISO [23] E ASTM [24]

La tessitura di una pavimentazione viene definita quindi come deviazione della superficie stradale rispetto a una superficie idealmente piana di riferimento. Tale deviazione è dettata dalla dimensione e dalla scabrezza superficiale degli elementi costituenti del conglomerato bituminoso, oltre che dalla distribuzione spaziale caotica ed aleatoria degli stessi. Il veicolo transitante è dunque vincolato a seguire un tracciato scabro ed irregolare, e subisce delle sollecitazioni aggiuntive dovute alla tessitura di una pavimentazione. Tali sollecitazioni sono di disturbo alla comodità di guida dell'utente, oltre a rappresentare un possibile fattore di rischio e di maggior dispendio in termini di costi e di consumo energetico.

Dal punto di vista della rappresentazione grafica delle caratteristiche di tessitura di un'opera di infrastruttura di trasporto, è possibile rappresentare schematicamente il profilo di rugosità di una pavimentazione stradale considerando l'intersezione tra una superficie (descritta dalla funzione $F(x, y, z) = 0$), rappresentativa della tessitura stradale, con un piano verticale contenente il tracciato altimetrico del profilo: il risultato di tale intersezione consta di una curva bidimensionale che descrive l'andamento della superficie stradale, come mostrato in Figura 3-1. Tale rappresentazione viene riportata nella normativa di riferimento: vengono di seguito riportate in Tabella 3-2 le definizioni di profilo stradale fornite dalla normativa Europea ISO 13473-1 [23] e dai diversi rapporti dall'Associazione Internazionale Permanente dei Congressi della Strada (AIPCR) [24]:

ISO 13473	AIPCR
<p><i>"Profile: two-dimensional sample of the pavement texture generated if a sensor, such as the tip of a needle or a laser spot, continuously touches or shines on the pavement surface while it is moved along a line on the surface".</i></p> <p><i>"The profile of a surface is described by two coordinates: one in the surface plane, called distance (the abscissa), and the other in a direction normal to the surface plane, called amplitude (the ordinate). Texture amplitude: the (minimum) distance between periodically repeated parts of the curve. For normal surface profiles, a profile analysed by its Fourier components contains a continuous distribution of wavelengths".</i></p>	<p><i>"Longitudinal profile: the perpendicular deviations of the road surface from an established reference parallel to the lane direction, usually measured in the wheel tracks".</i></p> <p><i>"Texture Amplitude and Wavelength: The profile of the surface is described by its displacement along the surface and its displacement in the direction normal to the surface. The former is called distance and the latter is called amplitude here. The distance may be in a longitudinal or lateral (transverse) direction in relation to the direction of travel, or any direction between these. Texture wavelength is defined as the (minimum) distance between periodically repeated parts of the curve in its direction along the surface plane".</i></p>

Tabella 3-2: Descrizione di un profilo di rugosità secondo ISO [23] AIPCR [24]

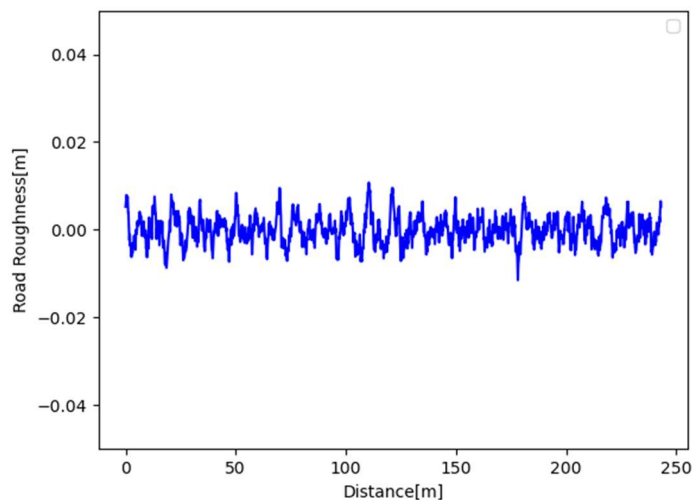


Figura 3-1: Rappresentazione di un profilo longitudinale di una superficie stradale

Il profilo è quindi descrivibile mediante una coppia di coordinate (y,z) , dove y rappresenta la distanza percorsa sulla superficie piatta e $z(y)$ rappresenta il valore dell'ampiezza, misurata in direzione ortogonale rispetto alla superficie, in corrispondenza del punto a distanza y [23], come illustrato in Figura 3-1.

Essendo il profilo rappresentato da una funzione assimilabile a un segnale aleatorio, può essere studiato sfruttando i risultati teorici relativi all'analisi di Fourier, mediante la sovrapposizione di svariate curve sinusoidali con diverse lunghezze d'onda e ampiezze, ciascuna con una propria fase iniziale [33], in modo da distinguere gli effetti della rugosità della pavimentazione (Figura 3-2).

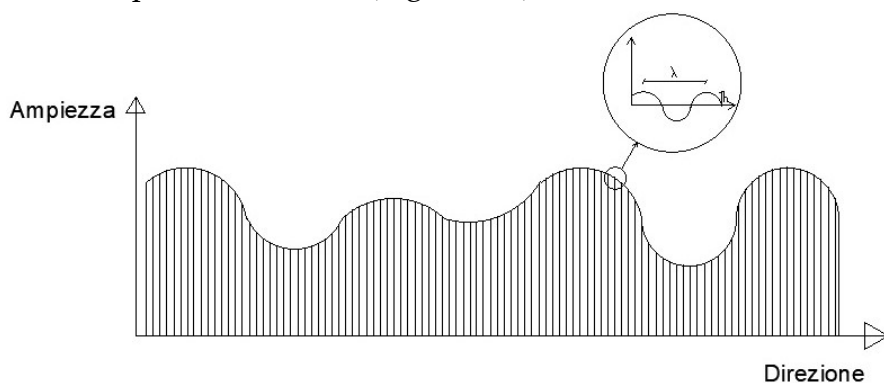


Figura 3-2: Rappresentazione di un profilo stradale per sovrapposizione di curve sinusoidali

Sulla base di tale rappresentazione, in letteratura è riportata una classificazione delle caratteristiche geometriche che descrivono la tessitura di una pavimentazione, introdotta nel corso del XVIII Congresso Mondiale di Strade (Bruxelles, 1987) dal

Comitato Tecnico delle Caratteristiche Superficiali dell'AIPCR [25], riportata schematicamente nella tabella 3-3.

Dominio	Intervallo di dimensioni	
	Orizzontale	Verticale
Microtessitura	0 – 0.5 mm	0 – 0.2 mm
Macrotessitura	0.5 – 50 mm	0.2 – 10 mm
Megatessitura	50 – 500 mm	1 – 50 mm
Regolarità superficiale		
Onde corte	0.5 – 5 m	1 – 20 mm
Onde medie	5 – 15 m	5 – 50 mm
Onde lunghe	15 – 50 m	10 – 200 mm

Tabella 3-3: Classificazione delle caratteristiche geometriche della tessitura di una pavimentazione stradale [25]

3.1 Classificazione delle classi di tessitura

In base al criterio di classificazione introdotto nella Tabella 3-3, si opera una distinzione tra le classi di tessitura descritte nel seguito. Ciascuna definizione viene accompagnata dalle definizioni riportate dalla normativa Europea ISO 13473-1 [23] e dai diversi rapporti dall'Associazione Internazionale Permanente dei Congressi della Strada (AIPCR) [24].

- Irregolarità: Le imperfezioni della pavimentazione stradale che hanno dimensioni che vanno da 0,50 m a 50 m vengono definite irregolarità [23]. È forse quindi più lecito parlare di irregolarità macroscopiche piuttosto che di difetti riconducibili alla composizione della microstruttura di una pavimentazione, considerato l'ampio intervallo di lunghezze d'onda nelle quali sono contenute [21]. Le irregolarità hanno un impatto significativo sul comfort di guida, essendo collegate principalmente a fenomeni di natura vibrazionale, e sull'entità del fenomeno di degrado della pavimentazione, acuito ed accelerato a causa dell'insorgere di moti parassiti quali l'amplificazione del rollio e del beccheggio associati all'abitacolo dell'autoveicolo, e di localizzazione dello stato di sforzo in corrispondenza delle sezioni danneggiate [20]. Oltre a danneggiare il confort di marcia e la sicurezza a causa del deterioramento del contatto pneumatico-pavimentazione, le irregolarità possono comportare danneggiamenti indiretti all'infrastruttura, ostacolando ad esempio il corretto deflusso delle acque meteorologiche accumulate [21]. Tale

dominio di tessitura è generalmente riconducibile a carenze strutturali, derivanti da errori in fase di progettazione o da deficienze nelle caratteristiche meccaniche dei materiali impiegati nella realizzazione della pavimentazione, dovute sia all'utilizzo di materiali scadenti sia a difetti di lavorazione degli stessi. Viene riportata nella Tabella 3-4 la definizione di irregolarità stradale fornita dalla normativa Europea ISO 13473-1[23] e quella fornita dall'Associazione Internazionale Permanente dei Congressi della Strada (AIPCR) [19]:

ISO 13473	AIPCR
<p><i>UNEVENNESS: "The deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimension along the surface of 0.5 m to 50 m, corresponding to wavelengths with one-third-octave bands including the range 0.63 m to 50 m of centre wavelengths. NOTE 1 - Pavement characteristics at wavelengths longer than 0.5m are considered to be above that of texture and are referred to here as "unevenness"."</i></p>	<p><i>UNEVENNESS: "Unevenness is the deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimensions along the surface of more than 0.5 m (corresponding to texture wavelengths higher than 0.5 m)".</i></p>

Tabella 3-4: Definizione di irregolarità stradale ISO [23] e AIPCR [24]

- **Megatessitura:** tale classe si riferisce alla tipologia di tessitura caratterizzata da ampiezza compresa tra i 50 mm e i 500 mm [23], comparabile alle dimensioni della superficie di contatto tra uno pneumatico e la strada. L'aderenza pneumatico-pavimentazione non viene intaccata in maniera notevole dal degrado della pavimentazione al livello della megatessitura, ma questa comporta amplificazioni delle vibrazioni imposte al veicolo, e conseguenti riduzioni significative del confort di guida e della sicurezza d'uso dell'infrastruttura [27]. Inoltre, un degrado del manto stradale al livello della megatessitura comporta disturbi uditivi per il conducente, amplificando il rumore di rotolamento degli pneumatici ed accelerando il logorio di questi ultimi, oltre ad influenzare notevolmente i fenomeni correlati allo smaltimento delle acque superficiali. Il degrado della megatessitura è legato principalmente alla eterogeneità, in termini di dimensioni e caratteristiche superficiali, dei materiali impiegati nella realizzazione dell'opera, ma può essere ricondotto in parte anche alle modalità impiegate per la messa in opera degli stessi. Viene riportata nella Tabella 3-5 la definizione di megatessitura fornita dalla normativa Europea ISO 13473-1[23] e quella fornita dall'Associazione Internazionale Permanente dei Congressi della Strada (AIPCR) [24]:

ISO 13473	AIPCR
<p><i>MEGATEXTURE: "The deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimensions along the surface of 50mm to 500mm, corresponding to texture wavelengths with one-third-octave bands including the range 63 mm to 500 mm of centre wavelengths".</i></p>	<p><i>MEGATEXTURE: "Pavement megatexture is the deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimensions along the surface of 50-500 mm (corresponding to texture wavelengths with third-octave bands including the range 63-500 mm of center wavelengths). Peak-to-peak amplitudes usually vary in the range 0.1-50 mm. This type of texture is the texture which has wavelengths in the same order of size as a tire/road interface (often created by potholes or 'waviness')".</i></p>

Tabella 3-5: Definizione di megatessitura ISO [23] e AIPCR [25]

Gli ultimi due campi di tessitura, ovvero quelli legati ad una lunghezza d'onda limitata rappresentati da macrotessitura e microtessitura, sono i principali fattori a cui può essere ricondotto il fenomeno dell'aderenza pneumatico-pavimentazione, e per questo motivo sono associati al concetto di rugosità di una pavimentazione. La normativa italiana "C.N.R. – Norme tecniche – Istruzioni sulla pianificazione della manutenzione stradale – B.U. n.125/88" [20] descrive l'aderenza come "attitudine a fornire adeguato contatto pneumatico-pavimentazione, in qualsiasi condizione meteorologica e di guida".

- **Macrotessitura:** La macrotessitura attiene soprattutto alla superficie di rocce e minerali, caratterizzata da una rugosità dovuta all'insieme delle asperità intergranulari. Tale classe di tessitura corrisponde ad un campo di lunghezze d'onda comprese tra 0.5 mm e 50 mm, con ampiezze verticali tra 0.1 mm e 20 mm [23]. La macrotessitura si rivela una componente fondamentale per assicurare la sicurezza di transito alle alte velocità: permette infatti il corretto drenaggio delle acque, assicurando quindi un contatto stabile tra il battistrada e la pavimentazione stradale. Tra le asperità della macrotessitura si instaura una rete di micro-canali con duplice funzionalità: da un lato accomodano l'accumulo delle acque meteorologiche, arginando la formazione di velo idrico sulla superficie del manto stradale, e dall'altro forniscono una via di fuga e di smaltimento per le acque, fondamentale per garantire il deflusso superficiale libero e quello forzato (espulsione dell'acqua dovuto alla pressione generata dal contatto battistrada-pavimentazione). La valutazione della macrotessitura è più agevole rispetto ad altre classi di tessitura, e può essere effettuata ad esempio con il metodo dell'altezza in sabbia [28], da cui viene determinato il parametro HS ("profondità media di tessitura"). La regolarità della macrotessitura può

essere ricondotta alla composizione petrografica del conglomerato bituminoso ed alla sua messa in opera. Viene riportata nella Tabella 3-6 la definizione di macrotestitura fornita dalla normativa Europea ISO 13473-1[23] e quella fornita dall'Associazione Internazionale Permanente dei Congressi della Strada (AIPCR) [25]:

ISO 13473	AIPCR
<p><i>MACROTEXTURE: "The deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimensions along the surface of 0.5 mm to 50 mm, corresponding to texture wavelengths with one-third-octave bands including the range 0.5 mm of centre wavelengths. NOTE 1 – Peak-to-peak amplitudes normally vary in the range 0.1mm to 20mm. This type of texture is the texture which has wavelengths of the same order of size as tyre tread elements in the tyre/road interface".</i></p>	<p><i>MACROTEXTURE: "Pavement macrotexture is the deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimensions along the surface of 0.5-50 mm (corresponding to texture wavelengths with third-octave bands including the range 0.5-50 mm of center wavelengths). Peak-to-peak amplitudes may (normally) vary in the range 0.1-20 mm. This type of texture is the texture which has wavelengths in the same order of size as tire tread elements in the tire/road interface".</i></p>

Tabella 3-6: Definizione di macrotestitura ISO [23] e AIPCR [25]

- **Microtestitura:** La microtestitura è un'area della tessitura che ha un limite dimensionale superiore fissato a 0.5 mm, e presenta ampiezze verticali del profilo che variano da 1 µm a 0.5 mm [23]. La microtestitura rappresenta il parametro fondamentale per la valutazione dell'aderenza pneumatico-pavimentazione a velocità moderate, oltre che al logorio ed al consumo degli pneumatici. La caratteristica di tessitura descritta svolge principalmente un ruolo importante nell'incrementare l'aderenza degli pneumatici alle basse velocità [20]. Ciò avviene grazie alla capacità degli inerti di penetrare nella gomma del battistrada, rompendo il velo idrico che si forma tra pneumatico e pavimentazione e garantendo un contatto asciutto tra le due superfici: si genera una pressione di contatto localizzata ed elevata, che da luogo a una forza di attrito radente significativa [20]. La sostanziale differenza riscontrabile in prima istanza rispetto agli effetti legati alla macrotestitura di una pavimentazione è che, mentre quest'ultima regola gli aspetti quantitativi dell'aderenza, la microtestitura ne regola gli aspetti qualitativi. La microtestitura è sostanzialmente determinata dalla resistenza alla frantumazione e dalla natura petrografica degli inerti utilizzati nella composizione dello strato superficiale di una pavimentazione. Viene riportata nella Tabella 3-7 la definizione di microtestitura fornita dalla normativa Europea ISO 13473-1[23] e quella fornita dall'Associazione Internazionale Permanente dei Congressi della Strada (AIPCR) [25]:

ISO 13473	AIPCR
<p><i>MICROTEXTURE: “the deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimensions along the surface of less than 0.5mm, corresponding to texture wavelengths up to 0.5mm expressed as one-third-octave centre wavelengths. NOTE 1 – Peak-to-peak amplitudes normally vary in the range 0.001 mm to 0.5 mm. This type of texture is the texture which makes the surface feel more or less harsh but which is usually too small to be observed by the eye. It is produced by the surface properties (sharpness and harshness) of the individual chippings or other particles of the surface which come in direct contact with the tyres”.</i></p>	<p><i>MICROTEXTURE: “Pavement microtexture is the deviation of a pavement surface from a true planar surface with the characteristic dimensions along the surface of less than 0.5 mm (corresponding to texture wavelengths with third-octave bands with no more than 0.4 mm of center wavelengths). Peak-to-peak amplitudes usually vary in the range 0.001-0.5 mm. This type of texture is the texture which makes the surface feel more or less harsh but which is normally too small to be observed by the eye”.</i></p>

Tabella 3-7: Definizione di microtessitura ISO [23] e AIPCR [25]

3.2 Caratterizzazione di una pavimentazione stradale

Fino alla metà degli anni Ottanta del secolo scorso, la metodologia riportata in letteratura sul tema della misura dei parametri di rugosità della pavimentazione stradale si fondava sull'impiego di sistemi RTRRMS (Response-Type Road Roughness Measuring Systems) [28]. Il funzionamento di tali sistemi si basa sulla misura dei movimenti accumulati dalle sospensioni di un veicolo viaggiante, riportate per unità di distanza percorsa: essendo il dato relativo alla frequenza dei movimenti registrati dai dispositivi di misura, posizionati sulle sospensioni del veicolo, assimilabile a quello delle accelerazioni avvertite all'interno del veicolo stesso, tale valore è utilizzabile anche come indice della qualità di transito [30]. Il dato rilevato, rappresentato come detto dalle vibrazioni accumulate dal veicolo, permette di risalire al movimento imposto al veicolo per mezzo della rugosità superficiale della pavimentazione: normalizzato per la distanza trascorsa restituisce una misura detta ARS (Average Rectified Slope) misurata in [m/km]. L'abbandono di tali apparecchiature è dovuto principalmente alla scarsa rappresentatività del dato ai fini del confronto, dovuta alla grande variabilità intrinseca delle misure ottenute in termini di risposta dinamica: i metodi di misura, infatti, non risultano stabili nel tempo, oltre a restituire dati non riproducibili mediante un'apparecchiatura analoga, o addirittura con un dispositivo costruito con criteri e materiali identici [22].

3.2.1 Indice IRI

La necessità di riportare i risultati ottenuti a una scala di misura della regolarità standard ha fatto strada all'introduzione di un indice sintetico, capace di restituire valori stabili nel tempo, standardizzati e riproducibili: l'IRI (International Roughness Factor), definito nel corso dell'“International Road Roughness Experiment” tenutosi a

Brasilia nel 1986, organizzato dalla World Bank [31]. L'IRI può essere valutato utilizzando un unico profilo longitudinale che viene acquisito con una frequenza di campionamento adeguata e una risoluzione di misurazione che può essere regolata in base al livello di regolarità della pavimentazione. La procedura di calcolo dell'indice viene descritta in maniera estensiva dalla normativa americana ASTM E 1926-08, che ne definisce i parametri di lettura e descrive il rapporto con i "Golden Car Parameters", riferiti al modello "Quarter Car Simulation" [30], sistema meccanico a due gradi di libertà composto da una massa sospesa (rappresentante la scocca del veicolo) e una massa non sospesa, collegate da un sistema di molla e smorzatore in parallelo raffigurante le sospensioni del veicolo (sistema che verrà presentato al Paragrafo 5.2). È quindi possibile, a partire dal valore dell'indice IRI ottenuto, risalire a una delle sei classi di pavimentazione, organizzate gerarchicamente a seconda del livello di regolarità registrato e riportate in Figura 3-3.

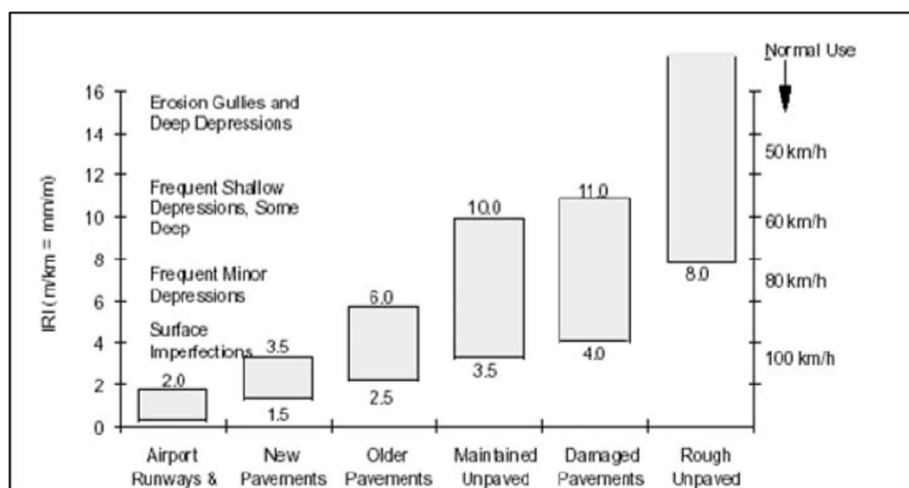


Figura 3-3: Classi di pavimentazione suddivise in base al valore dell'indice IRI [22]

L'indice IRI, nonostante rappresenti un mezzo utile e flessibile per la determinazione del livello di regolarità di una superficie stradale, rimane un parametro riassuntivo di carattere generale e fortemente dipendente dalla lunghezza del profilo misurato, non in grado di indagare a pieno le caratteristiche dei dissesti che hanno generato un determinato livello di regolarità. È infatti possibile riscontrare casi di pavimentazioni stradali diverse, caratterizzate da tipologie di irregolarità differenti, accomunate da un medesimo indice IRI

3.2.2 Power Spectral Density

Un approccio alternativo, sovente trovato in letteratura, richiama la teoria dei segnali [32], che si presta a descrivere fenomeni in campi differenti. Il profilo longitudinale di

una superficie stradale diventa quindi definibile mediante un processo aleatorio stazionario ed ergodico. È possibile rappresentare il profilo longitudinale di una superficie stradale tramite la media di una funzione di densità di potenza (PSD – power spectral density), calcolata sugli spostamenti verticali lungo il tracciato, e ottenuta attraverso la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione del processo stocastico.

La necessità di individuare un criterio di valutazione e classificazione delle pavimentazioni, e quindi di definire univocamente la formulazione più adatta a descrivere la funzione di densità spettrale di potenza, generalizzabile idealmente a ogni tipologia di pavimentazione indagata, si traduce nella stesura di norme atte a tale scopo. In questo testo si fa riferimento alle indicazioni contenute all'interno della norma ISO 8606 "Mechanical vibration-Road surface profiles-reporting of measured data" [34] per la classificazione e valutazione dello stato dell'infrastruttura stradale. Tale norma definisce due possibili procedure di ottenimento dei dati relativi al profilo di rugosità di una pavimentazione: il primo metodo consiste nella determinazione della funzione di densità spettrale associata agli spostamenti (displacement PSD), mentre il secondo fa riferimento alla valutazione della funzione di densità spettrale associata alle accelerazioni (acceleration PSD). Le indicazioni da normativa impongono di descrivere il profilo longitudinale di rugosità con l'una o con l'altra procedura, o alternativamente con entrambe, prediligendo il metodo basato sulla definizione della funzione di densità degli spostamenti.

Se si fa riferimento al metodo basato sulla definizione della PSD degli spostamenti verticali, essa viene riportata con la formula (3.1) all'interno della norma ISO 8606, e ripresa all'interno dell'Eurocodice 1, "Actions of structures, Part 2. Traffic loads on bridges, EN1991-2, Annex B" [35]:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (3.1)$$

Dove:

- $G_d(n)$ è la densità di potenza spettrale misurata in m^3 ;
- n è la frequenza spaziale misurata in *cicli/m*;
- n_0 è la frequenza spaziale di riferimento, pari a 0.1 *cicli/m*;
- w è l'esponente della PSD interpolato, e si assume pari a 2.

La normativa prevede, in questo caso, che alla PSD espressa in funzione della frequenza spaziale sia affiancata la funzione di densità spettrale valutata in funzione della frequenza spaziale angolare Ω [$\frac{rad}{m}$].

$$G_d(\Omega) = G_d(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w} \quad (3.2)$$

Dove:

- $G_d(\Omega)$ è la densità spettrale di potenza misurata in m^3 ;
- n è la frequenza spaziale misurata in *cicli/m*;
- $\Omega = 2\pi n$ è la frequenza angolare spaziale misurata in *rad/m*;
- Ω_0 è la frequenza angolare spaziale di riferimento pari a 1 rad/m ;
- w è l'esponente della PSD interpolato, e si assume pari a 2.

È possibile determinare lo spettro di densità di potenza relativo alle velocità, espresso in funzione della variazione della coordinata verticale della pavimentazione stradale per unità di distanza percorsa:

$$G_v(n) = G_d(n)(2\pi n)^2 \quad (3.3)$$

O alternativamente, sussistendo la relazione $\Omega = 2\pi n$:

$$G_v(\Omega) = G_d(\Omega)(\Omega)^2 \quad (3.4)$$

A partire dall'equazione (3.1), è possibile risalire a una classificazione delle pavimentazioni, operata all'interno della normativa ISO 8680 [23], che ne descrive il grado di regolarità. La classificazione viene fatta inserendo il profilo stradale analizzato in una di otto classi di regolarità stradale, definite in funzione di un valore limite superiore ed uno inferiore della densità di potenza spettrale calcolata sugli spostamenti per la frequenza di riferimento. Si individuano classi decrescenti in termini di qualità della pavimentazione all'avanzare del carattere alfabetico ad esse associato, per cui la classe A raggruppa le pavimentazioni con caratteristiche molto buone, mentre la classe H racchiude le pavimentazioni più degradate e con il grado di regolarità peggiore. Nel caso specifico dell'analisi di una pavimentazione da ponte, preso in esame nel corso di questo lavoro, sono significative solamente le prime cinque classi (A, B, ..., E); trattandosi poi di un viadotto autostradale, è buona norma mantenere un livello di regolarità molto elevato, non superando la classe B. La qualità del manto stradale si distingue quindi in molto buona per le pavimentazioni appartenenti alla classe A, buona per quelle raggruppate dalla classe B, media per le superfici in classe C, scarsa per quelle in classe D e molto scarsa per i tratti stradali che

ricadono all'interno della classe E. In Figura 3-4 viene riportata la classificazione appena descritta in funzione della PSD degli spostamenti.

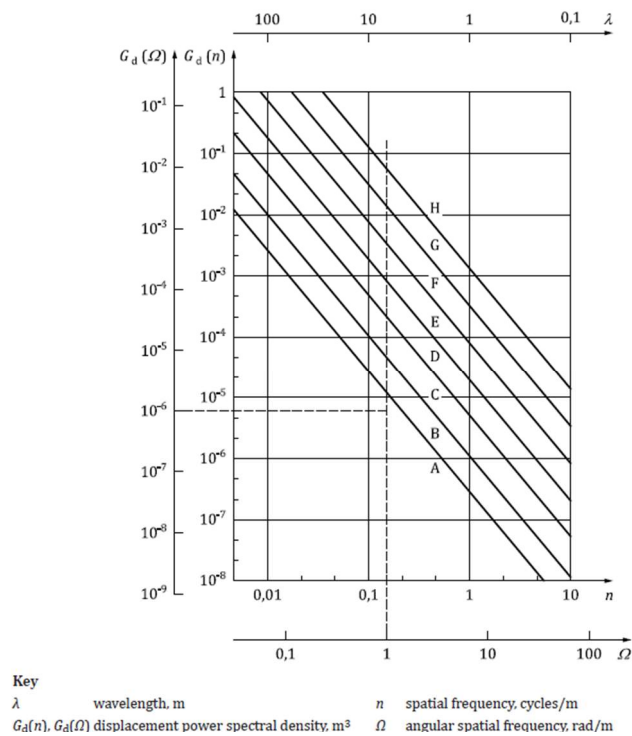


Figura 3-4: Classificazione della PSD in funzione degli spostamenti [34][35]

Si riportando inoltre i valori limite dello spettro di densità di potenza associato agli spostamenti e di quello associato alle velocità, estratti da normativa ed indicati nella Tabella 3-8 e Tabella 3-9.

Classe stradale	Qualità della pavimentazione	$G_d(n_0)$ [$10^{-6}m^3$]			$G_v(n)$ [$10^{-6}m$]
		limite inferiore	media geometrica	limite superiore	Media geometrica
A	Molto buona	-	16	32	6,3
B	buona	32	64	128	25,3
C	media	128	256	512	101,1
D	scarsa	512	1024	2048	404,3
E	Molto scarsa	2048	4096	8192	1617,0

Tabella 3-8: Valori limite dello spettro di densità di potenza di spostamenti e velocità in funzione della frequenza

Classe stradale	Qualità della pavimentazione	$G_d(\Omega_0) [10^{-6}m^3]$			$G_v(\Omega) [10^{-6}m]$
		limite inferiore	media geometrica	limite superiore	Media geometrica
A	Molto buona	-	1	2	1
B	buona	2	4	8	4
C	media	8	16	32	16
D	scarsa	32	64	128	64
E	Molto scarsa	128	256	512	256

Tabella 3-9: valori limite dello spettro di densità di potenza di spostamenti e velocità in funzione della frequenza angolare

Se si prende in esame l'equazione (3.1) è evidente come, al tendere della frequenza a zero, la funzione di potenza di densità spettrale presenti un asintoto verticale e assuma valori illimitati. Risulta pertanto necessaria l'introduzione di un intervallo di frequenza, definito da un valore massimo e da uno minimo, al quale circoscrivere il dominio di definizione della PSD. Tale range può essere fissato a partire dai seguenti valori limite ripresi da lavori di letteratura[12][13][36] e definiti da Cantieni [42] in seguito a un confronto eseguito su dati sperimentali e lo spettro EC1, in cui si è osservato che i dati sperimentali possono essere interpolati con una retta nel piano logaritmico fino a una frequenza angolare di $\Omega_{min} = 0.5 * 10^{-1} rad/m$:

$$f_{min} = \frac{1}{\lambda_{max}} = 0,08 \text{ ciclo/m} \quad (3.5)$$

$$f_{max} = \frac{1}{\lambda_{min}} = 4 \text{ cicli/m} \quad (3.6)$$

Essendo:

$$\lambda_{max} = 12,5m \quad (3.7)$$

$$\lambda_{min} = 0,025m \quad (3.8)$$

Si può quindi ricavare un profilo di rugosità, descritto in funzione della coordinata longitudinale e di quella verticale, selezionando una delle cinque classi di pertinenza

(con i suoi parametri distintivi) e applicando la trasformata inversa di Fourier, in cui la casualità è interamente determinata dall'assegnazione della fase.

Si riportano, nella Figura 3-5 gli spettri di densità di potenza ricavati per i quattro limiti tra le classi di pavimentazioni, ossia quelli associati a profili di rugosità appartenenti ai limiti AB, BC, CD e DE, ovvero corrispondenti a pavimentazioni di classe molto buona/buona, buona/media, media/scarsa e scarsa/molto scarsa. E' importante osservare che la scala è diversa per i quattro grafici riportati.

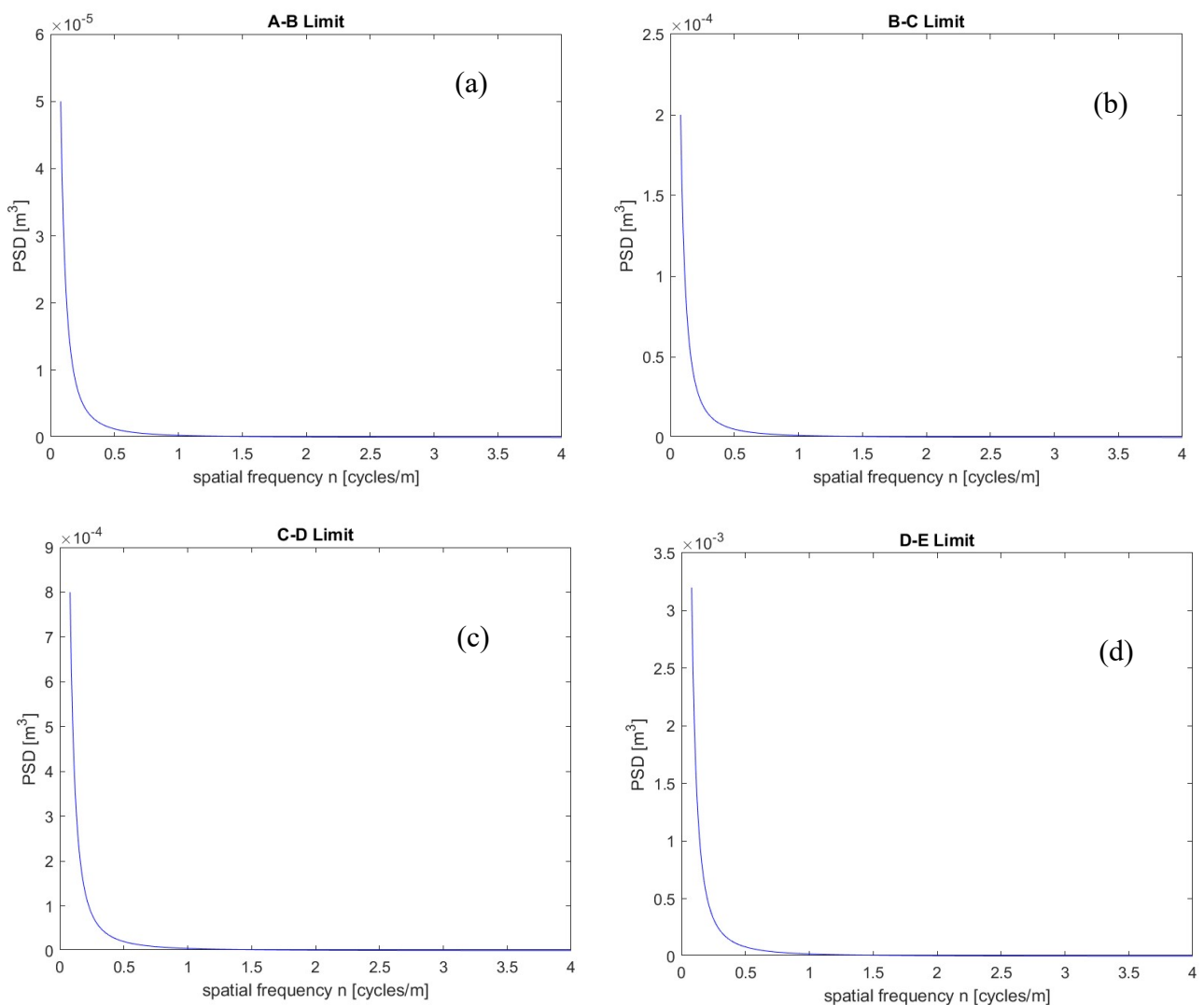


Figura 3-5: spettri di densità di potenza associati al profilo di (a) rugosità A-B; (b) rugosità B-C; (c) rugosità C-D; (d) rugosità D-E

Si riportano infine, nella Figura 3-6, quattro esempi di profili di rugosità calcolati in accordo con le prescrizioni fornite da Eurocodice 1, con qualità della pavimentazione rispettivamente appartenente al limite AB, BC, CD e DE.

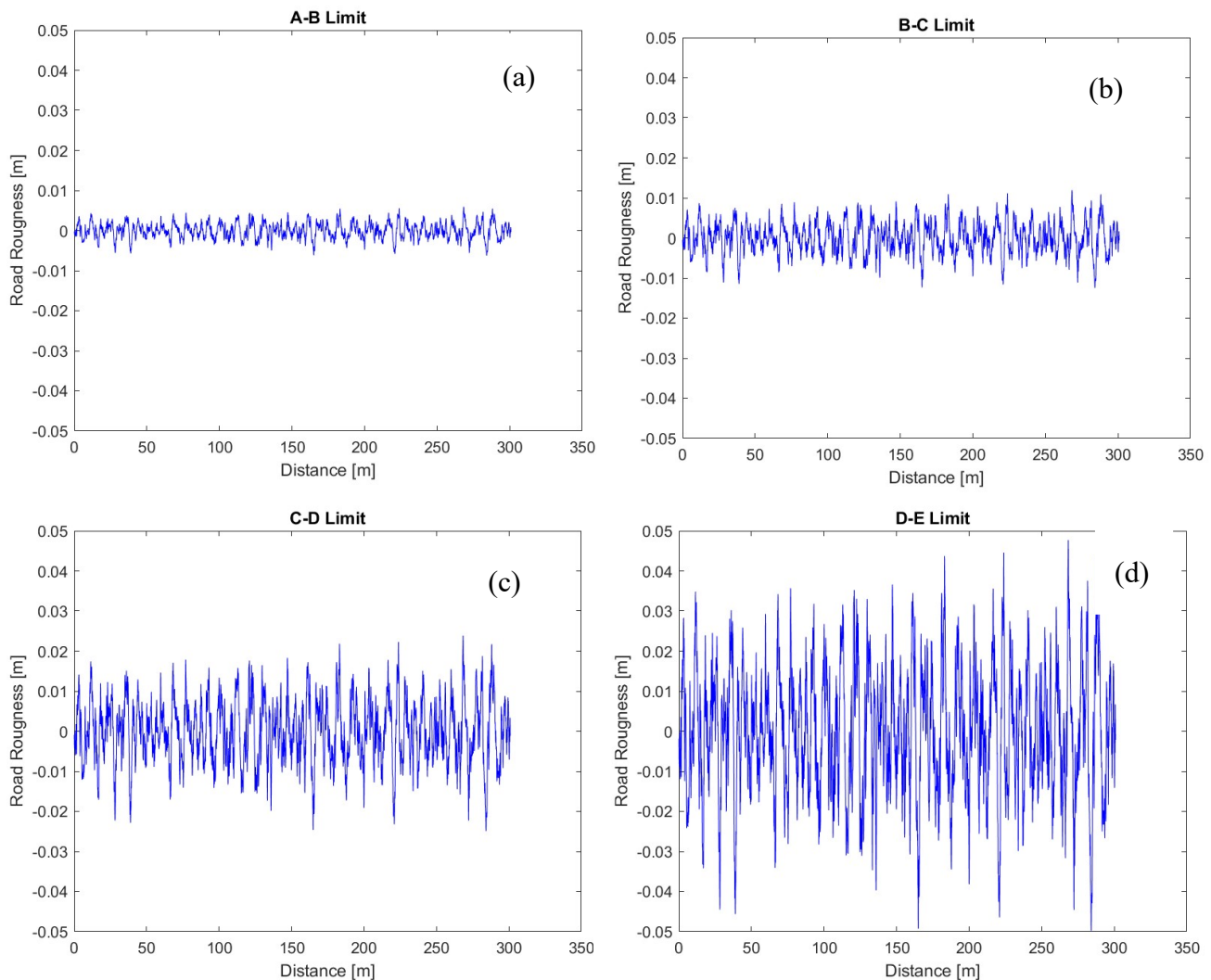


Figura 3-6: profili di rugosità (a) A-B; (b) B-C; (c) C-D; (d) D-E

Tali profili sono stati ottenuti mediante il programma *Rugosità.for*, scritto in Fortran 90, in grado di calcolare la trasformata inversa di Fourier della PSD assegnata. Questo programma è stato utilizzato svariate volte nel corso dell'analisi, in quanto può generare profili di rugosità stradale diversi: è infatti implementata la possibilità di simulazione di profili generati a partire da input di manto stradale liscio, presenza di un dosso nel tracciato longitudinale del ponte, e profili di rugosità generati a partire da spettri di densità di potenza formulati da diversi autori.

In Figura 3-7 vengono riportati 4 profili di rugosità, generati a partire dall'equazione (3.1), con diversi livelli di regolarità: vengono raffigurati profili appartenenti ai limiti tra la classe A e B, classe B e C, classe C e D e classe D ed E.

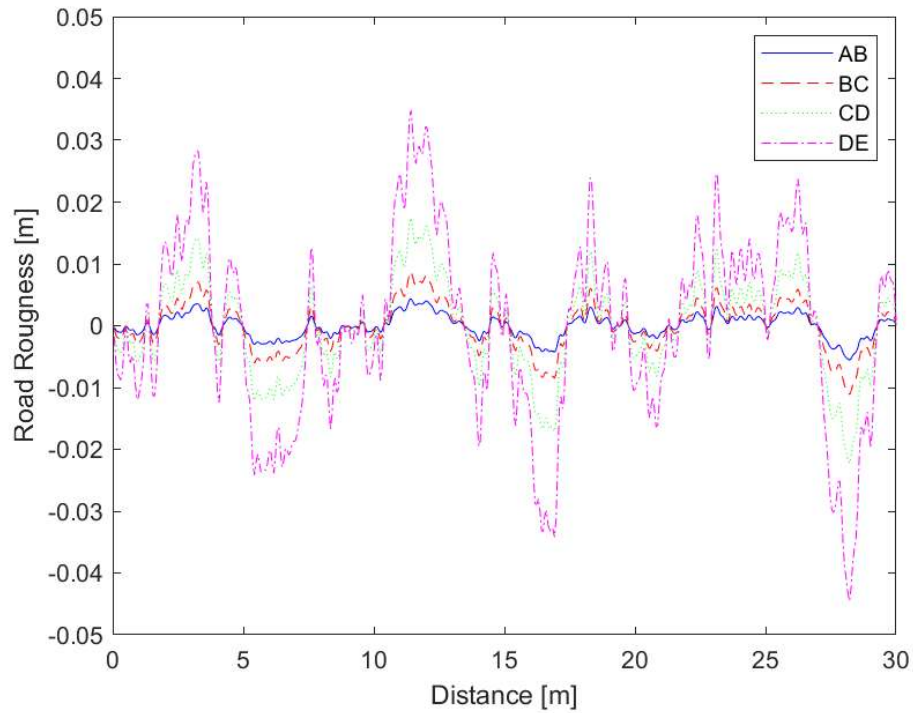


Figura 3-7: Profili di rugosità in accordo con la formulazione da EC1

4 MODELLO A ELEMENTI FINITI DEL VIADOTTO

Le analisi presentate nel corso di questo lavoro sono state eseguite su un modello a elementi finiti predisposto e validato dalla società Sacertis s.r.l., sulla base di risultati sperimentali ottenuti dal monitoraggio dell'opera d'arte ad essa affidata. Per avvicinarsi al modello finale (M5), e per comprendere i criteri con cui è stato costruito, sono stati definiti dei modelli a complessità crescente, denominati M1, M2, M3, M4, ciascuno validato mediante verifiche statiche elementari. I modelli più semplici sono stati inoltre fondamentali per validare la correttezza del procedimento di trasferimento dei dati dal software a elementi finiti SAP2000 al programma INTER, impiegato per gestire l'interazione dinamica veicolo-struttura.

Il modello M1, il più semplice per geometria e modellazione, è costituito da una trave unifilare per ciascuna campata, semplicemente appoggiata ai suoi estremi; le caratteristiche geometriche della sezione trasversale sono quelle di una singola nervatura, di cui si trascura l'altezza variabile. Il modello è caratterizzato da una perfetta doppia simmetria (ovviamente in direzione trasversale, essendo il modello monodimensionale, ma anche in direzione longitudinale, in quanto si trascura la lieve differenza di lunghezza che si misura tra le campate di estremità). Il modello M2 è ancora un modello unifilare, ma questa volta la sezione trasversale viene considerata nella sua interezza; si sviluppano due varianti del modello, una in cui viene considerata l'altezza variabile nelle campate centrali e una, di più semplice verifica, in cui l'altezza variabile viene trascurata. Il modello è caratterizzato nuovamente da una doppia simmetria. Il modello M3 rappresenta il passaggio di transizione a un modello tridimensionale, essendo questo modellato tramite due gruppi di elementi di tipo trave con orditure perpendicolari tra loro, posizionati a formare una griglia di elementi quadrangolari; si introducono all'interno del modello le reali dimensioni geometriche dell'impalcato, oltre ai carichi statici non strutturali. Si mantiene un singolo asse di simmetria, in quanto viene trascurato il rinforzo di trave longitudinale, rendendo la sezione perfettamente simmetrica in direzione trasversale. Nel modello M4 si introducono le pile del viadotto, e quindi si passa da uno schema strutturale in semplice appoggio con vincoli elastici a uno con vincoli elasticamente cedevoli, con la

cedevolezza che è determinata dalle caratteristiche meccaniche dei cuscinetti elastomerici di appoggio. La discretizzazione in direzione longitudinale segue, per tutti e quattro i modelli presentati, i criteri di discretizzazione adottati nel modello validato.

Per ogni modello si è rispettata la nomenclatura di base riportata nella descrizione del viadotto e del sistema di monitoraggio, in modo tale da mantenere coerenza e omogeneità nel riportare i dati acquisiti. Per ciascun modello vengono riportati i modi di vibrare e le frequenze proprie ad essi associate; per i modelli elementari (costituiti da un solo elemento di tipo trave per ogni campata) si perde la capacità di catturare il comportamento torsionale dell'impalcato, che invece risulta di notevole importanza per la struttura reale.

L'origine degli assi viene imposta, per ciascun modello, in corrispondenza della spalla a Nord, vale a dire in prossimità della campata 1.

4.1 Il modello M1

Il primo modello sviluppato, denominato M1, elementare per la sua geometria, è di tipo unifilare: ciascuna campata viene quindi schematizzata da una singola trave (visibile in Figura 4-1), semplicemente appoggiata alle sue estremità e dotata di sezione trasversale comprendente un solo travetto in calcestruzzo (si trascura la presenza di barre di armatura, che in fase di calcolo vengono comunque omogeneizzate al calcestruzzo). La struttura possiede 64 nodi, per un totale di 180 gradi di libertà. Sono stati poi aggiunti 12 Special Joints (nodi inseriti dall'utente che non interrompono la continuità dell'asta, ma permettono di leggere spostamenti e accelerazioni in posizioni prefissate), 3 per ogni campata, la cui ascissa longitudinale coincide con la posizione dei sensori sull'impalcato. Poiché il veicolo si muove di moto rettilineo uniforme, le forze orizzontali applicate alla superficie di contatto possono essere trascurate: sono assenti quindi sollecitazioni lungo l'asse longitudinale della trave, e gli unici gradi di libertà interessati dal moto del veicolo sono quelli flessionali (abbassamento e rotazioni).

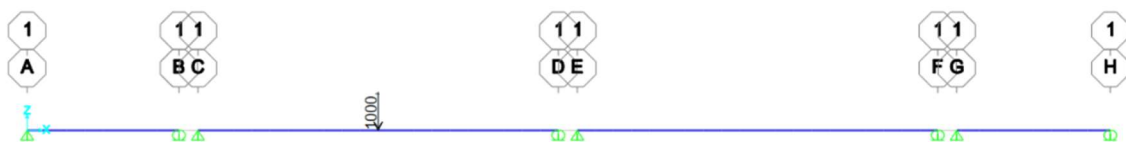


Figura 4-1: Rappresentazione del modello M1 su SAP2000, vista longitudinale

Le sezioni trasversali sono riportate in Figura 4-2. Si è considerata una sezione trasversale costante per l'intera lunghezza di ciascuna campata, e sono state assegnate come segue: le campate di estremità, vale a dire le campate 1 e 4, sono state definite con la sezione in Figura 4-2.a, mentre le campate centrali, vale a dire le campate 2 e 3, sono state definite con la sezione in Figura 4-2.b, in cui si individua un bulbo alla base del travetto (così come si trova nella sezione trasversale effettiva del viadotto).

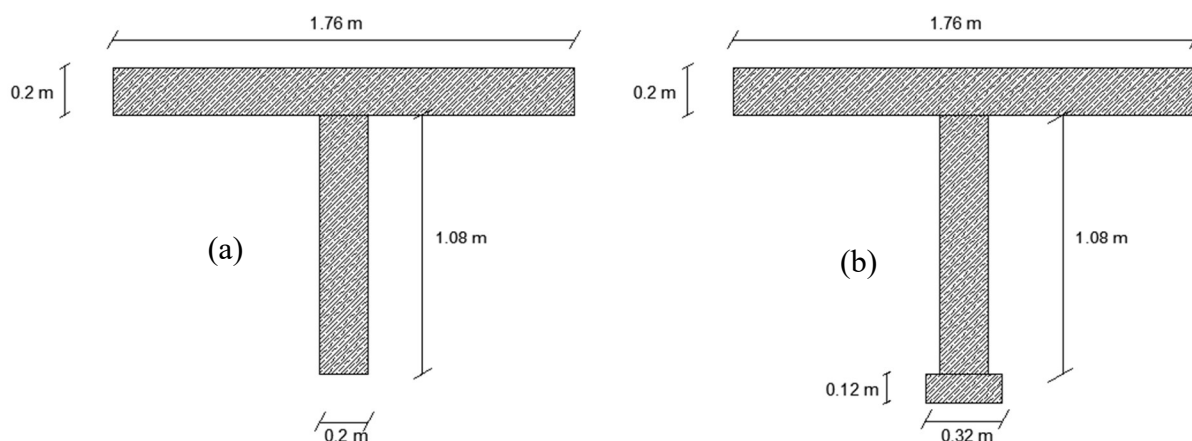


Figura 4-2: Sezioni trasversali del modello M1: (a) campate 1 e 4; (b) campate 2 e 3

Il modello è simmetrico sia in direzione trasversale che in direzione longitudinale (si è trascurata la lieve differenza di lunghezza delle campate di estremità). Si riportano in Figura 4-3 i diagrammi delle azioni interne (momento flettente verticale e taglio) della struttura dovute al peso proprio: le campate sono perfettamente isostatiche, dal momento che si trascura l'interazione reciproca, inevitabilmente introdotta dalla presenza di pile e giunti che in prima fase non vengono considerati.

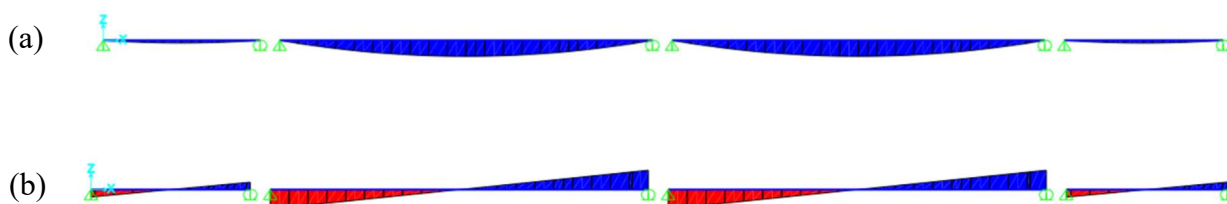


Figura 4-3: Diagrammi di azione interna del modello M1 dovuti al peso proprio: (a) Momento flettente; (b) Taglio

4.1.1 Verifica del modello M1

Sono state eseguite due verifiche statiche del modello, elementari dal punto di vista ingegneristico ma utili per individuarne l'attendibilità. Le verifiche effettuate vengono descritte estensivamente solamente nel corso di questo paragrafo; quando si

analizzeranno i modelli successivi, essendo le verifiche effettuate le medesime, la loro descrizione verrà omessa.

- La prima verifica consiste nel confronto del peso proprio della struttura, valutato analiticamente sulla base dei disegni di progetto, con la somma delle reazioni vincolari verticali, restituite direttamente dal software ad elementi finiti. Le informazioni sulla geometria e materiali della struttura sono fornite da SAP2000, e quindi facilmente confrontabili con quelle pensate in fase di modellazione. Il calcolo analitico del peso viene svolto moltiplicando il volume complessivo degli elementi che compongono la struttura per il relativo peso specifico. Le reazioni vincolari sono invece valutate direttamente da SAP2000 quando si dà in input al software un solo "Load Case"³: il "Dead Load", ossia il peso proprio della struttura.

La somma delle reazioni vincolari verticali vale:

$$R_z = \sum_{i=1}^n R_{zi} = 941.152 \text{ kN} \quad ; \quad n = 8 \quad (4.1)$$

Il valore ricalcolato del peso proprio, W_{self} , che coincide con il valore delle reazioni vincolari vale:

$$W_{self} = V * \gamma_{cls} = 941.15 \text{ kN} \quad (4.2)$$

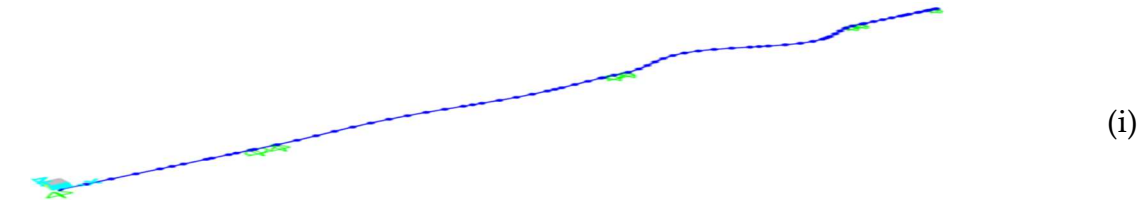
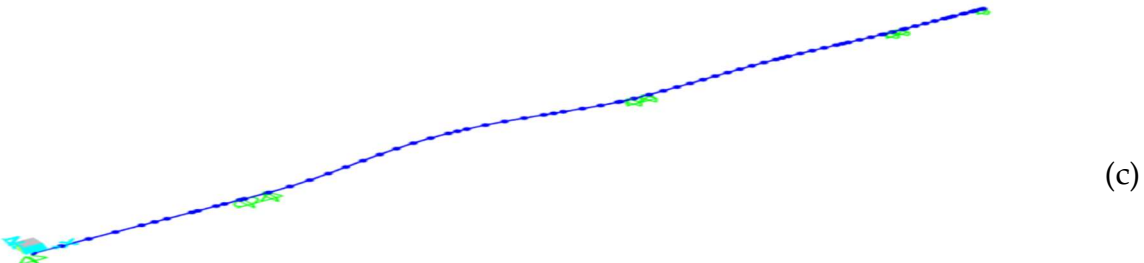
- La seconda verifica di natura statica consiste nella valutazione della freccia in mezzeria, ottenuta in seguito all'applicazione di un carico statico di 1000 kN nella sezione di mezzeria di una campata (in questo caso si è applicato il carico alla campata 2, ma si potrebbero ottenere i medesimi risultati se il carico venisse imposto a qualsiasi altra delle tre campate). Il valore numerico determinato da SAP2000 è di 0.0321 m. Il calcolo in forma chiusa della freccia in mezzeria fornisce:

$$U_3 = \frac{Pl^3}{48EI} = (10^3 \text{ kN} * (19.95 \text{ m})^3) / (48 * 36536000 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} * 0.1464 \text{ m}^4) = 0.0321 \text{ m} \quad (4.3)$$

Infine, si sono determinati i modi di vibrare del modello M1. Le deformate modali sono riportate nella Figura 4-4 ((a)-(m)). I modi di vibrare risultano sempre accoppiati, avendo stessa frequenza e deformata "antisimmetrica" (per la stessa frequenza si

³ Caso di carico

registra un modo di vibrare analogo per due campate uguali, con la stessa forma ma concavità in verso opposto); questo risulta evidente dal momento che il viadotto è dotato di una perfetta simmetria in direzione longitudinale. Si osserva inoltre l'assenza di modi flessio-torsionali, direttamente riconducibile alla geometria semplice del modello. Per brevità, essendo i modi accoppiati, si riportano solamente sei delle dodici deformate modali; ciascuna deformata modale viene accompagnata da una stringata descrizione e dalla frequenza ad essa associata, riportate nella Tabella 4-1. Il primo modo di vibrare ha frequenza pari a 6.822 Hz.



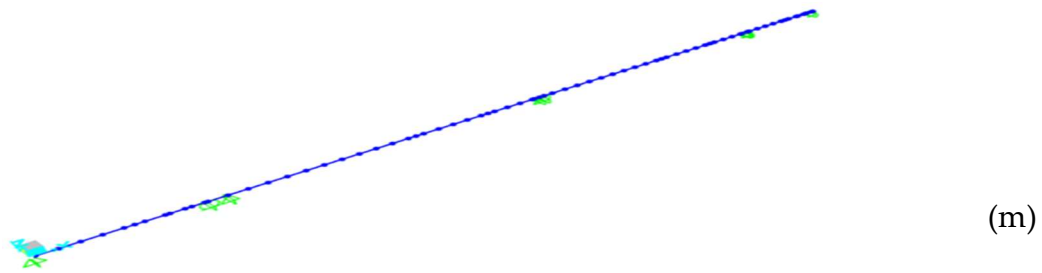


Figura 4-4: Modi di vibrare del modello M1

n	Frequenze (Hz)	Descrizione
(a)	6.822	Prima flessione verticale campata 2
(b)	6.822	Prima flessione verticale campata 3
(c)	14.581	Prima flessione laterale campata 2
(d)	14.581	Prima flessione laterale campata 3
(e)	26.144	Seconda flessione verticale campata 2
(f)	26.144	Seconda flessione verticale campata 3
(g)	28.06	Prima flessione verticale campata 4
(h)	28.06	Prima flessione verticale campata 1
(i)	38.217	Seconda flessione laterale campata 2
(l)	38.217	Seconda flessione laterale campata 2
(m)	47.212	Modo Assiale
(n)	47.212	Modo Assiale

Tabella 4-1: Modi di vibrare del modello M1

4.2 Il modello M2

Il secondo modello, in Figura 4-5, simile in termini di geometria, materiali e vincoli a quello precedentemente discusso, differisce da esso per via della definizione della sezione trasversale che riassume in sé la geometria completa di tutti i travetti che compongono la sezione dell'impalcato. La struttura possiede 64 nodi, per un totale di 180 gradi di libertà. Sono stati poi aggiunti 12 Special Joints, 3 per ogni campata, con ascissa longitudinale pari alla posizione dei sensori sull'impalcato.

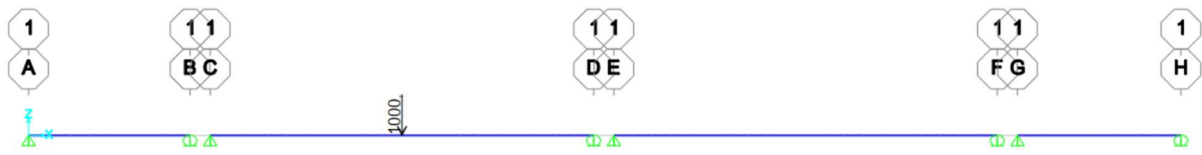


Figura 4-5: Rappresentazione del modello M2 su SAP2000, vista longitudinale

Le campate di estremità, la 1 e la 4, sono state definite con la sezione in Figura 4-6.a, mentre le campate centrali, la campata 2 e la 3, sono state definite con la sezione in Figura 4-6.b, in cui si individua un bulbo alla base di ciascun travetto. La sezione trasversale misura 10.5m in larghezza (si trascura la presenza delle barriere di sicurezza) ed è composta da sei travetti che si sviluppano in direzione longitudinale. Si è trascurato il rinforzo di trave presente nelle campate centrali, adottando in questa fase preliminare una modellazione simmetrica in direzione longitudinale e trasversale.

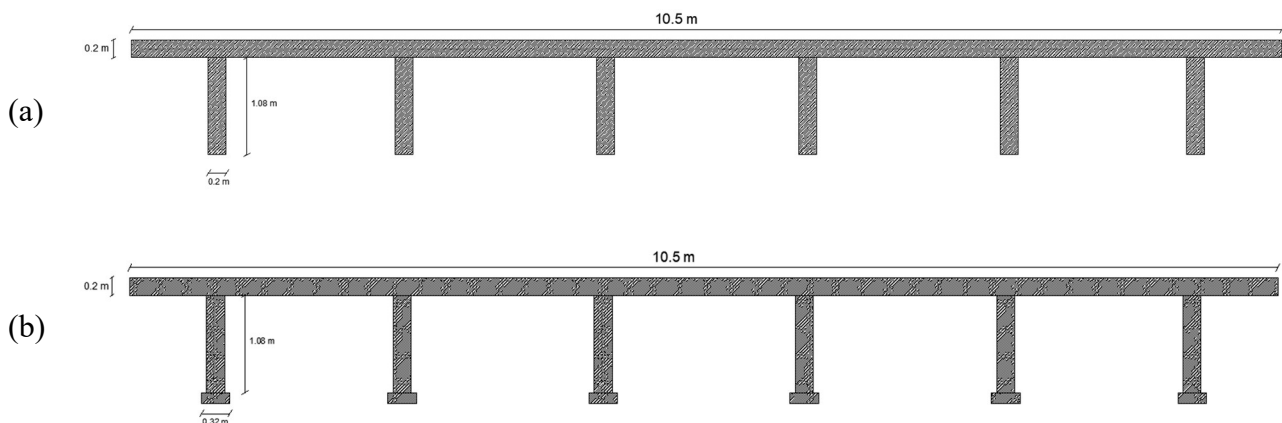


Figura 4-6: Sezioni trasversali del modello M2: (a) campate 1 e 4; (b) campate 2 e 3

Sono state sviluppate due varianti di questo modello: la prima, utile perlopiù in fase di verifica statica, in cui si trascura l'altezza variabile della sezione nelle campate medie (facilitando la verifica di deformabilità della struttura in seguito all'applicazione di un carico puntuale in mezzogiorno, essendo l'inerzia della trave costante per tutta la sua lunghezza), come mostrato in Figura 4-7.a. La seconda, che più si avvicina alla reale geometria della struttura, presenta altezza variabile della sezione in direzione longitudinale, come mostrato in Figura 4-7.b.

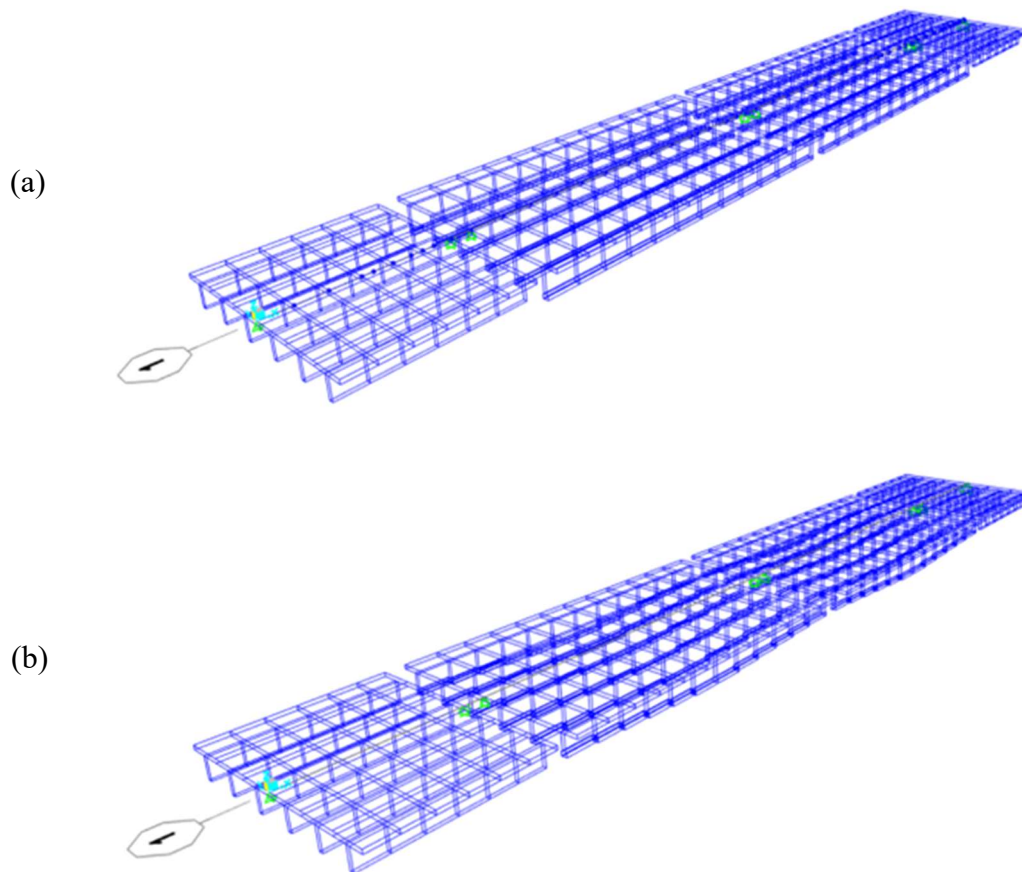


Figura 4-7: Vista estrusa del modello M2: (a) con altezza costante; (b) con altezza variabile

La struttura definita è nuovamente composta da campate isostatiche e isolate, come testimoniato, in Figura 4-8, dai diagrammi delle azioni interne dovute al solo peso proprio del viadotto:

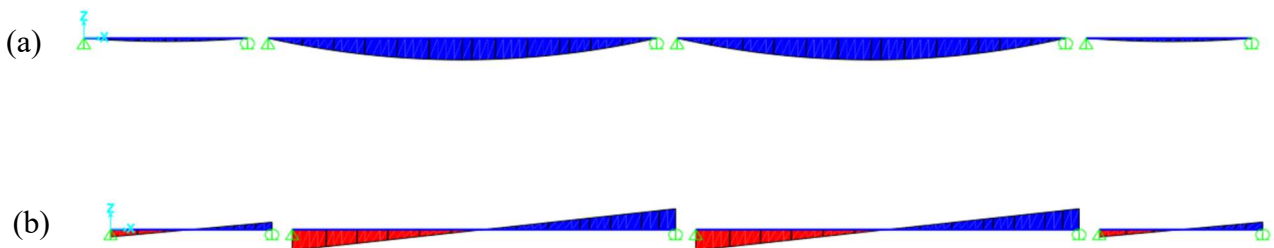


Figura 4-8: Diagrammi di azione interna del modello M1 dovuti al peso proprio: (a) Momento flettente; (b) Momento flettente; (b) Taglio

Analogamente a quanto fatto per il modello M1, sono state effettuate alcune verifiche statiche. Nella verifica del peso proprio del modello la somma delle reazioni verticali vale $R_z = 5526.64 \text{ kN}$, coincidente con il valore di $W_{self} = V * \gamma_{cls} = 5526.64 \text{ KN}$. La

freccia in mezzeria calcolata da SAP2000 vale 0.0483 m, valore che coincide con quello teorico.

Le deformate modali sono riportate nella Figura 4-9 ((a)-(m)); sono stati rappresentati i modi relativi al modello con travi ad altezza variabile nelle campate centrali. I modi di vibrare risultano ancora una volta accoppiati, avendo mantenuto anche in questa seconda fase di modellazione una perfetta simmetria in direzione longitudinale; si osserva inoltre nuovamente l'assenza di modi flessio-torsionali. Per brevità, essendo i modi accoppiati, si riportano solamente sei delle dodici deformate modali; ciascuna deformata modale viene accompagnata da una stringata descrizione e dalla frequenza ad essa associata, riportate nella Tabella 4-2. Il primo modo di vibrare ha frequenza pari a 7.89 Hz.

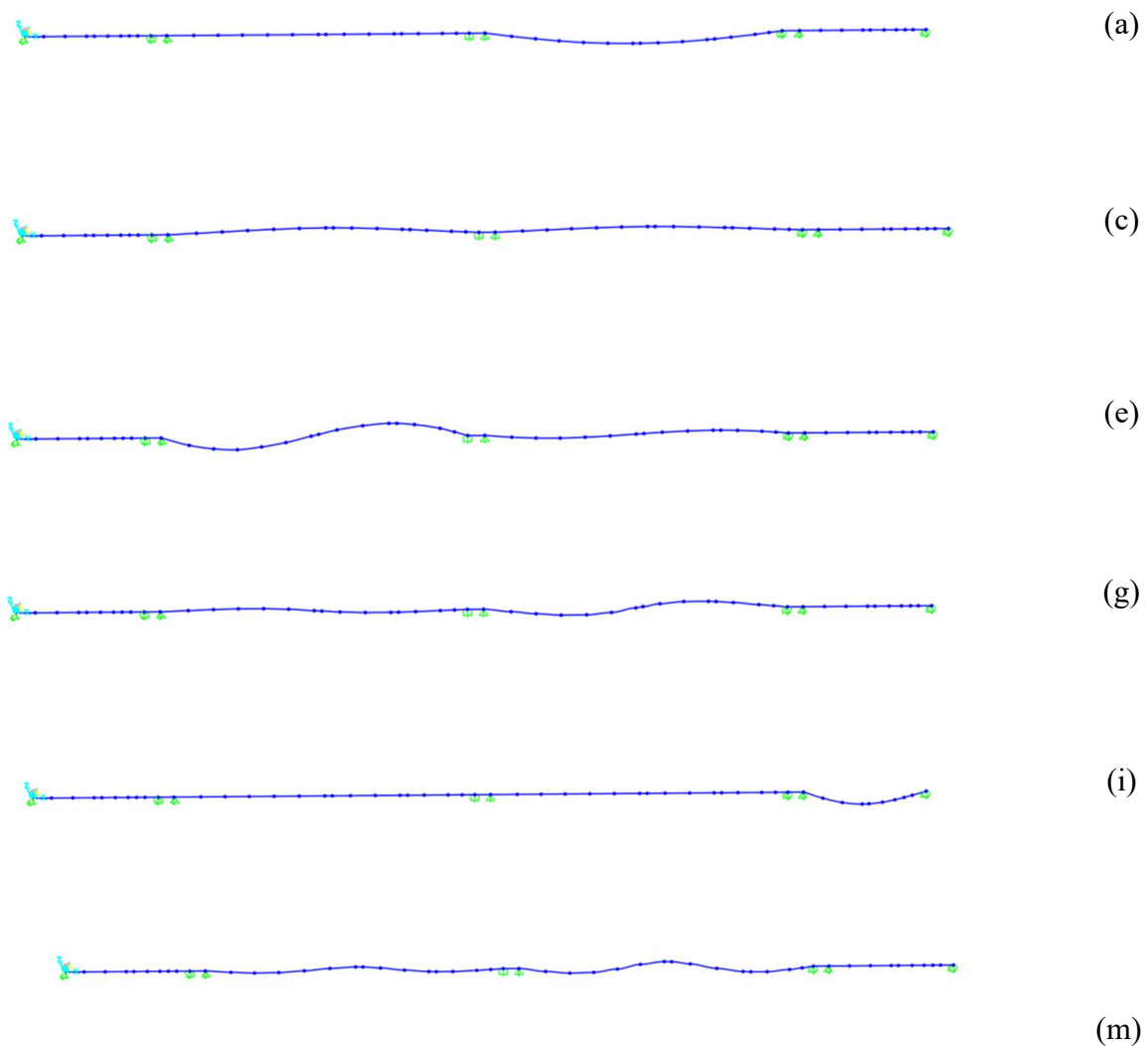


Figura 4-9: Modi di vibrare del modello M2

n	Frequenze (Hz)	Descrizione
(a)	7.89	Prima flessione verticale campata 3
(b)	7.89	Prima flessione verticale campata 2
(c)	13.062	Prima flessione laterale campata 2
(d)	13.062	Prima flessione laterale campata 3
(e)	24.988	Seconda flessione verticale campata 2
(f)	24.988	Seconda flessione verticale campata 3
(g)	25.745	Seconda flessione laterale campata 3
(h)	27.307	Seconda flessione laterale campata 2
(i)	27.307	Prima flessione verticale campata 4
(l)	27.897	Prima flessione verticale campata 1
(m)	36.902	Terza flessione laterale campata 3
(n)	36.902	Terza flessione laterale campata 2

Tabella 4-2: Modi di vibrare del modello M2

4.3 Il modello M3

Il modello M3, mostrato nella Figura 4-10 e Figura 4-11, pur non considerando il rinforzo di trave longitudinale, è costituito da una struttura tridimensionale, caratterizzata dalla modellazione dell'impalcato del viadotto per mezzo di allineamenti longitudinali monodimensionali di tipo frame. A ciascun elemento longitudinale sono state assegnate le caratteristiche meccaniche della sezione, priva di barre di armatura, costituita dalla trave longitudinale corrispondente più la porzione di soletta collaborante in direzione longitudinale.

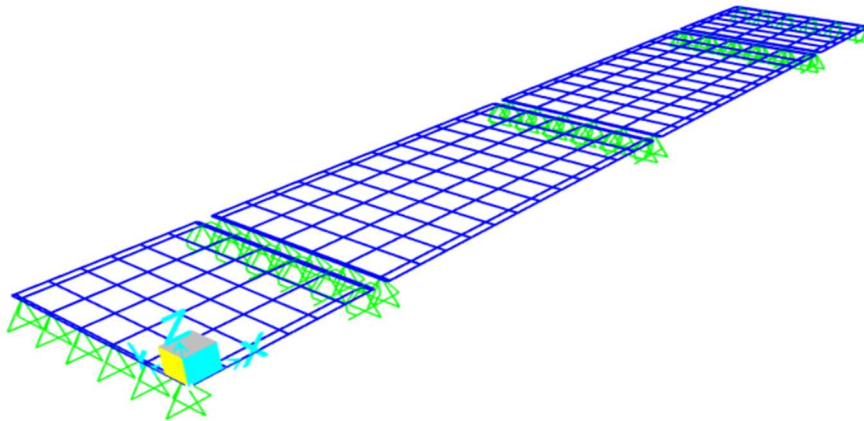


Figura 4-10: Vista tridimensionale del modello M3

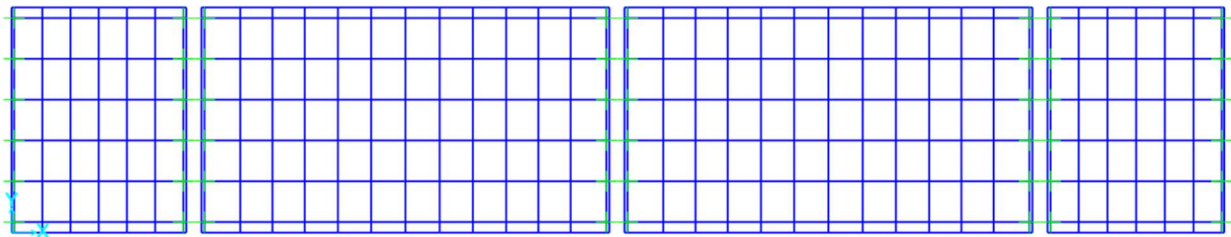


Figura 4-11: Vista in pianta del modello M3

In direzione trasversale, ciascuna campata è dotata di traversi di testata e traversi intermedi (Figura 4-12): per quanto riguarda le campate di estremità (campate 1 e 4), si osserva la presenza di un solo traverso intermedio, posto in mezzeria della campata, mentre per le campate intermedie (campate 2 e 3) se ne osservano tre (come mostrato in Figura 4-13, in cui i frame rappresentanti i traversi sono di colore rosso). Per riprodurre l'effettivo comportamento dell'impalcato si sono inoltre aggiunti degli

elementi frame con orditura parallela a quella dei traversi, con lo scopo di replicare il contributo irrigidente della soletta. Tali elementi derivano da uno studio “trial and error”, condotto confrontando la risposta del modello M3 con quella di un modello in cui sono stati impiegati elementi di tipo piastra per riprodurre il comportamento della soletta: su SAP2000 non è infatti possibile definire una classe di carichi veicolari viaggianti se si adottano elementi shell, entrando in contrasto con la necessità di determinare un modello in grado di offrire una controparte numerica ai risultati delle prove effettuate in sito. Per non considerare due volte il peso della soletta, di cui si è già tenuto conto nella definizione della sezione degli elementi longitudinali, si è assegnato agli elementi trasversali un materiale privo di peso. Si sono infine aggiunti due allineamenti longitudinali di rigidità trascurabile, situati alle due estremità della sezione trasversale dell’impalcato, con il fine di applicare i carichi derivanti dalla presenza delle barriere di sicurezza e dei cordoli. Ogni campata del viadotto è stata suddivisa in un numero variabile di elementi con lunghezza diversa, in base alla geometria della struttura e alla posizione dei sensori: la struttura è composta complessivamente da 688 elementi di tipo trave e 424 nodi (di cui 24 sono Special Joints), per un totale di 2304 gradi di libertà. Dimensioni così elevate rendono difficile lo studio della trasmissione dei dati dal SAP2000 al codice INTER descritto nel Capitolo 7. Con questa chiave di lettura è quindi evidente l’utilità e l’importanza rivestita dai modelli monodimensionali.

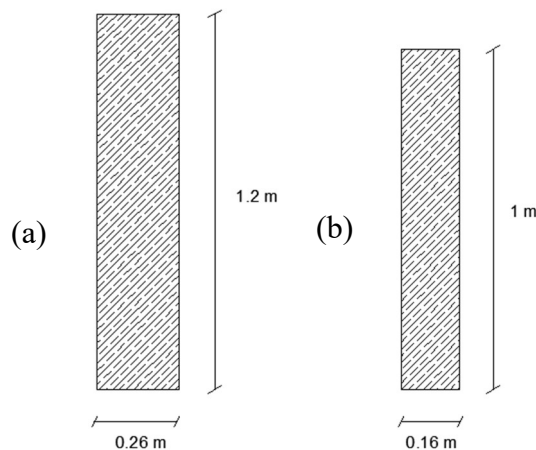


Figura 4-12: Sezione dei traversi (a) di testata; (b) intermedi

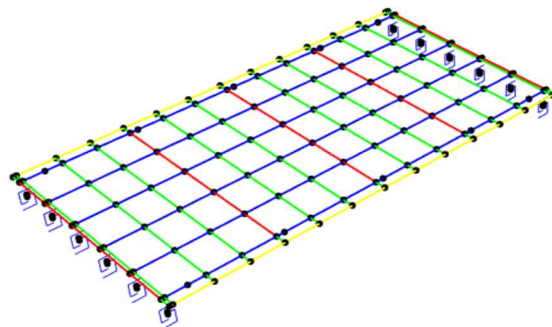


Figura 4-13: Modello M3, dettaglio di travi longitudinali e trasversali

Gli elementi longitudinali delle campate di estremità, la 1 e la 4, sono stati definiti con la sezione in Figura 4-14.a, mentre quelli delle campate centrali, la campata 2 e la 3, sono stati definiti con la sezione in Figura 4-14.b. (le campate centrali presentano altezza variabile delle travi longitudinali, per cui la sezione mostrata in figura non è rappresentativa delle campate intere).

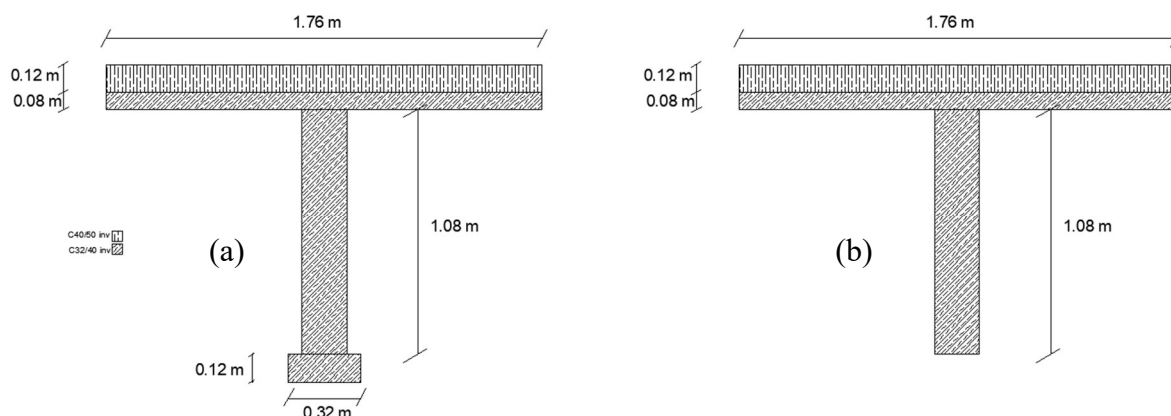
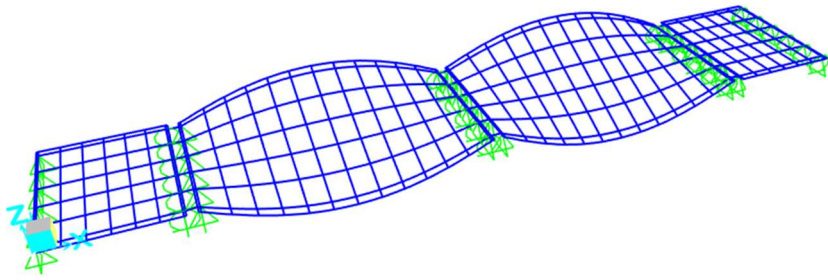


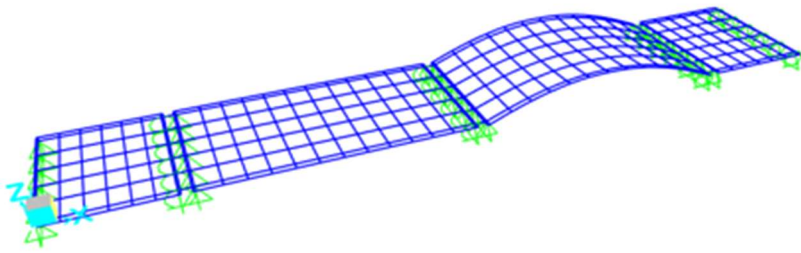
Figura 4-14: Sezioni trasversali tipo del modello M3: (a) campate 1 e 4; (b) campate 2 e 3

Per questo modello, contrariamente ai modelli precedenti, è stata condotta esclusivamente la verifica statica relativa al peso proprio dell'impalcato, non essendo l'inerzia costante; ciò ha reso, difatti, impossibile l'utilizzo di relazioni in forma chiusa. Nella verifica del peso proprio del modello la somma delle reazioni verticali vale $R_z = 6298.06 \text{ kN}$, coincidente con il valore di $W_{self} = V * \gamma_{cls} = 6298.055 \text{ kN}$. 48.

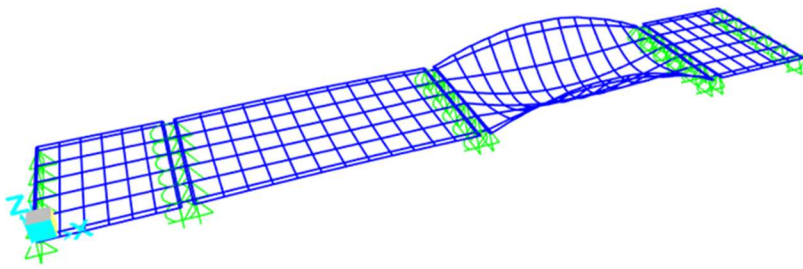
Come risulta evidente se si analizza la Figura 4-10, che mostra il modello definito in vista tridimensionale, in questa fase si utilizzano ancora vincoli rigidi, trascurando la modellazione delle pile, che verrà affrontata come ultimo passaggio. Le prime deformate modali sono riportate nella Figura 15((a)-(m)). L'introduzione di un modello tridimensionale permette di descrivere il comportamento flessorio torsionale dell'impalcato del viadotto. Essendo stato trascurato il rinforzo di trave nelle campate centrali, si osserva una perfetta simmetria in direzione trasversale, mentre in direzione longitudinale si ha una lieve dissimmetria legata alla lunghezza leggermente diversa delle campate di estremità (la campata 1 misura 9.1 m, mentre la campata 4 è lunga 9m). Questa condizione geometrica si traduce in un accoppiamento quasi perfetto dei modi di vibrare. Si è deciso comunque di riportare solamente sei delle prime dodici deformate modali, dal momento che le rimanenti sei presentano una forma analoga e differiscono solamente per la frequenza a esse associata; ciascuna deformata modale viene accompagnata da una stringata descrizione e dalla frequenza ad essa associata, riportate nella Tabella 4-3. La frequenza del primo modo, un modo accoppiato flessorio-torsionale, è pari a 5.755 Hz.



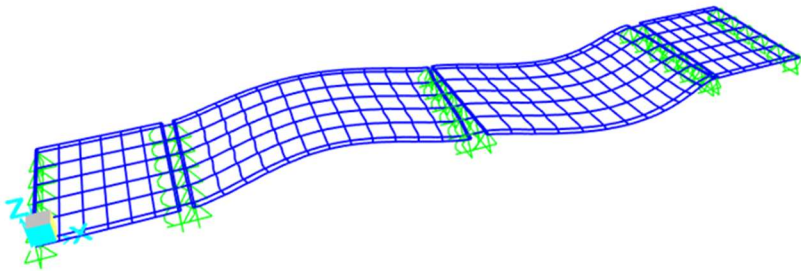
(a)



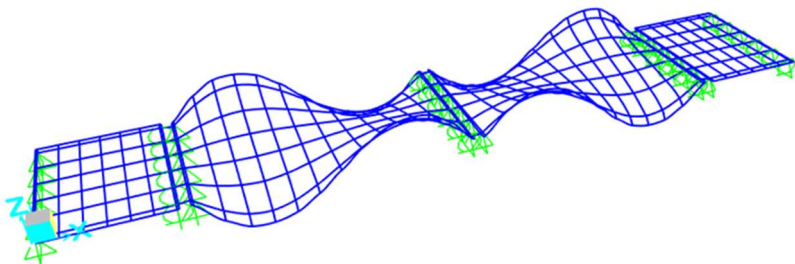
(c)



(e)



(g)



(i)

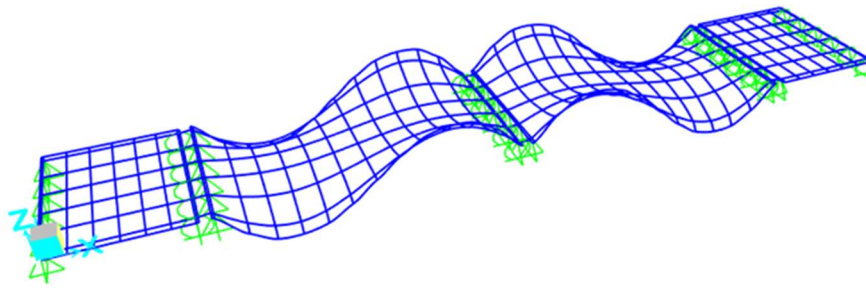


Figura 4-15: Modi di vibrare del modello M3

n	Frequenze (Hz)	Descrizione
(a)	5.755	Primo modo flessio-torsionale
(b)	5.765	Secondo modo flessio-torsionale
(c)	5.852	Primo modo flessionale della campata 3
(d)	5.903	Primo modo flessionale della campata 2
(e)	12.376	Modo flessio-torsionale della campata 3
(f)	12.394	Modo flessio-torsionale della campata 2
(g)	18.646	Primo modo flessionale laterale
(h)	18.636	Secondo modo flessionale laterale
(i)	19.245	Terzo modo flessio-torsionale
(l)	19.248	Quarto modo flessio-torsionale
(m)	19.740	Quinto modo flessio-torsionale
(n)	19.743	Sesto modo flessio-torsionale

Tabella 4-3: Modi di vibrare del modello M3

4.4 Il modello M4

La naturale evoluzione del modello presentato nel paragrafo precedente consiste nell'introduzione delle pile su cui poggia l'impalcato del viadotto (Figura 4-16 e 4-17). Il modello è composto da 797 elementi di tipo trave e 598 nodi, con l'aggiunta di 40 Special Joints per rappresentare i sensori posizionati sull'impalcato e sulle pile del viadotto, per un totale di 3012 gradi di libertà.

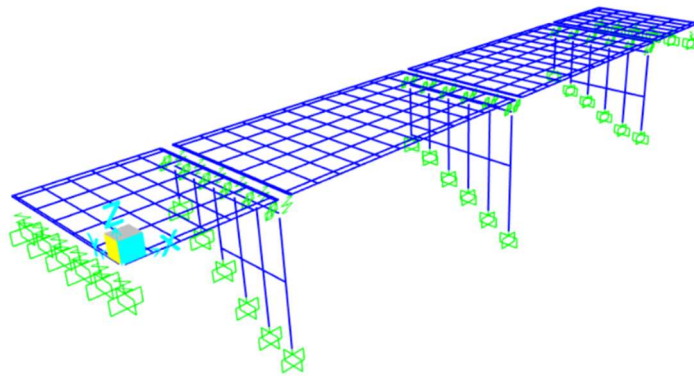


Figura 4-16: Vista tridimensionale del modello M4

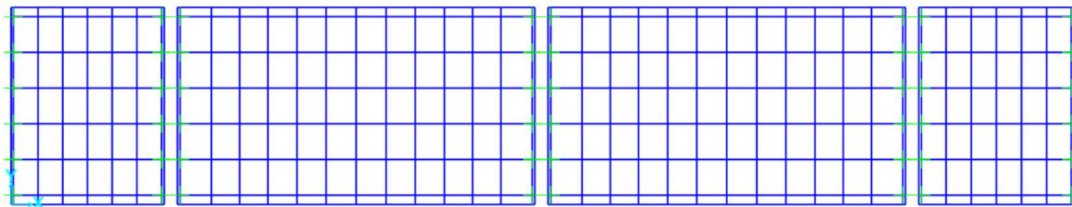


Figura 4-17: Vista in pianta del modello M4

Il modello M4 differisce da quello M3 per la presenza di elementi monodimensionali di tipo frame disposti con orditura verticale, in direzione perpendicolare rispetto al piano dell'impalcato, le cui proprietà sono state dedotte dai documenti storici di progetto, accompagnati dalle tavole tecniche, da cui si è potuti risalire alla geometria degli elementi. Ciascun fusto di ogni pila è stato descritto mediante l'utilizzo di elementi frame posizionati lungo l'asse baricentrico della sezione. Il collegamento tra

la testa della pila e l'impalcato è stato eseguito tramite link lineari rigidi (come mostrato in Figura 4-18 e in Tabella 4-4) con le seguenti proprietà:

Direzione	Rigidità rotazionale		Rigidità traslazionale	
	Valore	Unità	Valore	Unità
Asse x	10^8	kN	10^8	kN/m
Asse y	10^8	kN	10^8	kN/m
Asse z	10^8	kN	10^8	kN/m

Tabella 4-4: Proprietà meccaniche dei link rigidi

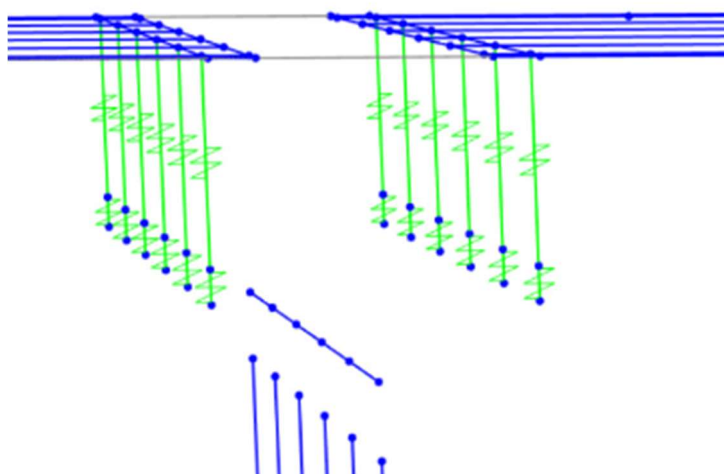


Figura 4-18: collegamento pila-impalcato

Questa scelta progettuale è stata dettata dalla necessità di conciliare le esigenze di modellazione con quelle numeriche imposte dal codice INTER. Come verrà infatti spiegato più avanti, il codice riceve in input le informazioni strutturali del modello, tra cui i numeri di equazione associati a ogni nodo della mesh. I numeri di equazione dei nodi appartenenti all'impalcato del viadotto non possono, per come è stato scritto il codice, presentare valori negativi (se un nodo è caratterizzato da equazioni negative significa che la sua cinematica è vincolata a quella di un altro nodo della mesh; si tratta di una relazione "master-slave" che intercorre tra i due nodi del modello). Poiché SAP2000 non permette, se il collegamento effettuato è di tipo "rigid body"⁴, di gestire

⁴ Collegamento che vincola la cinematica di due nodi

la gerarchia dei nodi, assegnando a un nodo del collegamento il ruolo di “*slave*” e all’altro quello di “*master*”, si è optato per un collegamento effettuato per mezzo di elementi sufficientemente rigidi da limitare gli spostamenti relativi tra i due nodi collegati, ma non troppo da causare un eccessivo mal condizionamento della matrice di rigidità della struttura.

In Figura 4-19 sono rappresentate le sezioni trasversali degli elementi costituenti il fusto delle pile. In seguito ad interventi di manutenzione e di ripristino delle proprietà meccaniche delle sezioni, alcuni elementi verticali hanno subito incrementi di sezione, operati impiegando un calcestruzzo di elevazione C40/50 per realizzare un’incamiciatura della sezione preesistente.

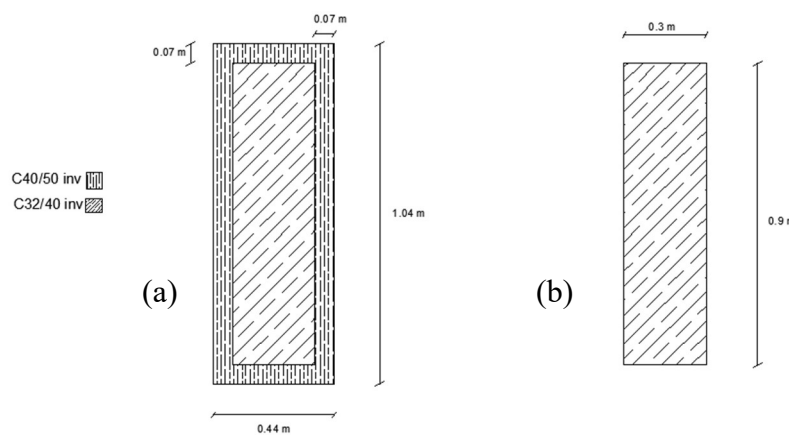


Figura 4-19: Sezioni trasversali delle pile del modello M4: (a) sezione con incamiciatura; (b) sezione preesistente

Le pile sono perfettamente incastrate al loro estremo inferiore; in prossimità dell’estremo superiore, l’impalcato del viadotto poggia su gruppi di sei elastomeri (per ogni campata e per ogni pila), modellati a partire dalle informazioni contenute negli storici di progetto, e tenendo conto del loro avanzato stato di degrado (che ne compromette quindi le caratteristiche di elasticità e resistenza). Dal punto di vista pratico, la modellazione dei cuscinetti d’appoggio elastomerici è stata affrontata attraverso l’impiego di link elastici lineari, le cui proprietà di rigidità sono state calcolate a partire dalle proprietà di catalogo e da rilevazioni sullo stato di usura degli elastomeri. I link si possono suddividere in tre gruppi. Un primo gruppo di link elastici (denominato “*Fisso U2+U3*”) schematizza il comportamento di una cerniera elasticamente cedevole in direzione verticale, impedendo le traslazioni lungo entrambi gli assi orizzontali: è necessario per garantire le corrette condizioni di vincolo a ciascuna campata ed evitare labilità della struttura. Gli altri due gruppi di link elastici (denominati “*neoprene C1C4*” e “*neoprene C2 C3*”) impediscono le traslazioni in direzione trasversale, ma permettono traslazioni in direzione longitudinale. Questi ultimi differiscono per le proprietà di rigidità, che variano a seconda che il cuscinetto

elastomerico sia posizionato in una campata di estremità o in una campata centrale. Si riportano nelle Tabelle 4-5, 4-6 e 4-7 le rigidzze degli elementi impiegati.

Direzione	Rigidzza rotazionale		Rigidzza traslazionale	
	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>
Asse x	10	kN	Fissato	-
Asse y	10	kN	Fissato	-
Asse z	10	kN	10 ⁷	kN/m

Tabella 4-5: Rigidzze dell'elastomero "Fisso U2+U3"

Direzione	Rigidzza rotazionale		Rigidzza traslazionale	
	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>
Asse x	21	kN	Fissato	-
Asse y	21	kN	18000	kN/m
Asse z	21	kN	627178	kN/m

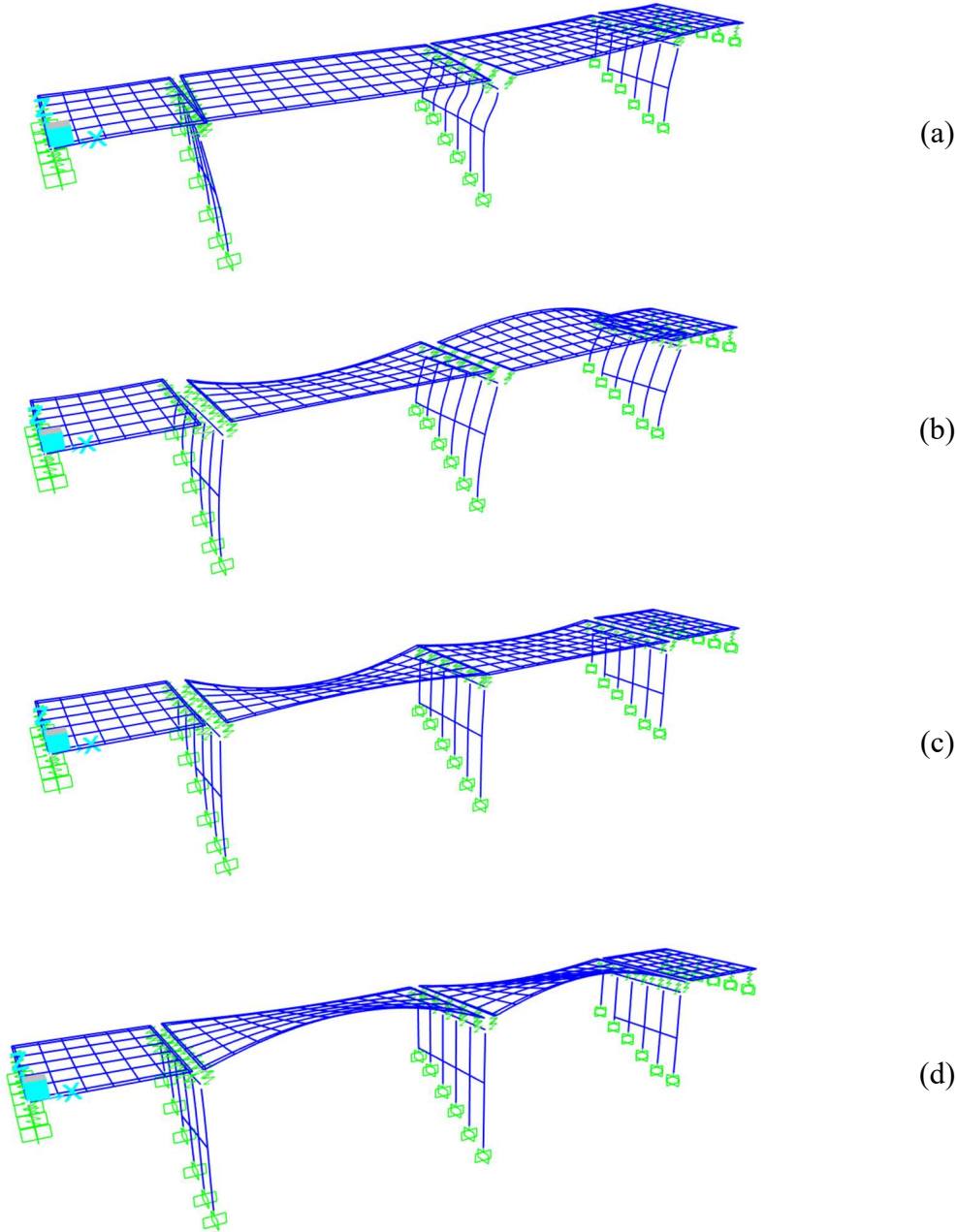
Tabella 4-6: Rigidzze dell'elastomero "neoprene C1 C4"

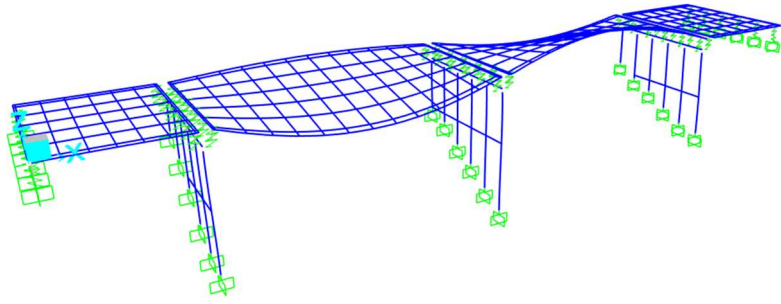
Direzione	Rigidzza rotazionale		Rigidzza traslazionale	
	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità</i>
Asse x	33	kN	Fissato	-
Asse y	33	kN	21000	kN/m
Asse z	33	kN	1102041	kN/m

Tabella 4-7: Rigidzze dell'elastomero "neoprene C2 C3"

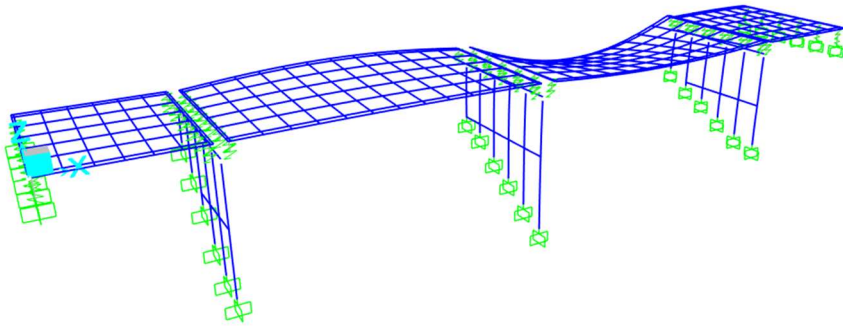
Le prime 12 deformate modali sono riportate nella Figura 4-20 ((a)-(n)). L'impalcato del viadotto è simmetrico in direzione trasversale, avendo trascurato il rinforzo di trave longitudinale; l'introduzione delle pile e l'asimmetria in direzione longitudinale

comportano un disaccoppiamento dei modi di vibrare, che differiscono quindi dai modelli precedenti. Ciascuna deformata modale viene accompagnata da una stringata descrizione e dalla frequenza ad essa associata, riportate nella Tabella 4-8. Il primo modo di vibrare, un modo flessionale sul piano orizzontale, ha frequenza pari a 4.295 Hz.

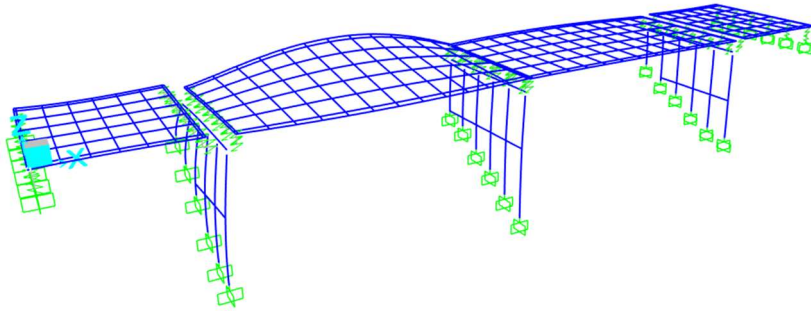




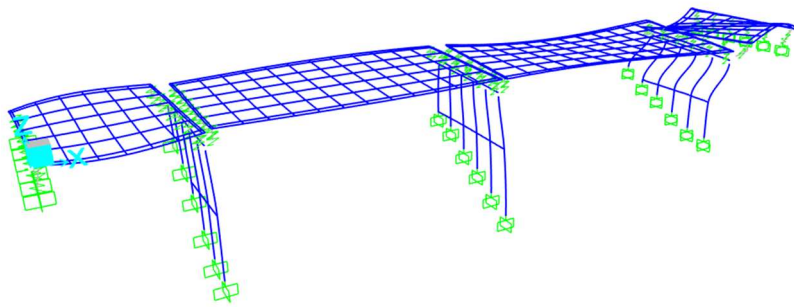
(e)



(f)



(g)



(h)

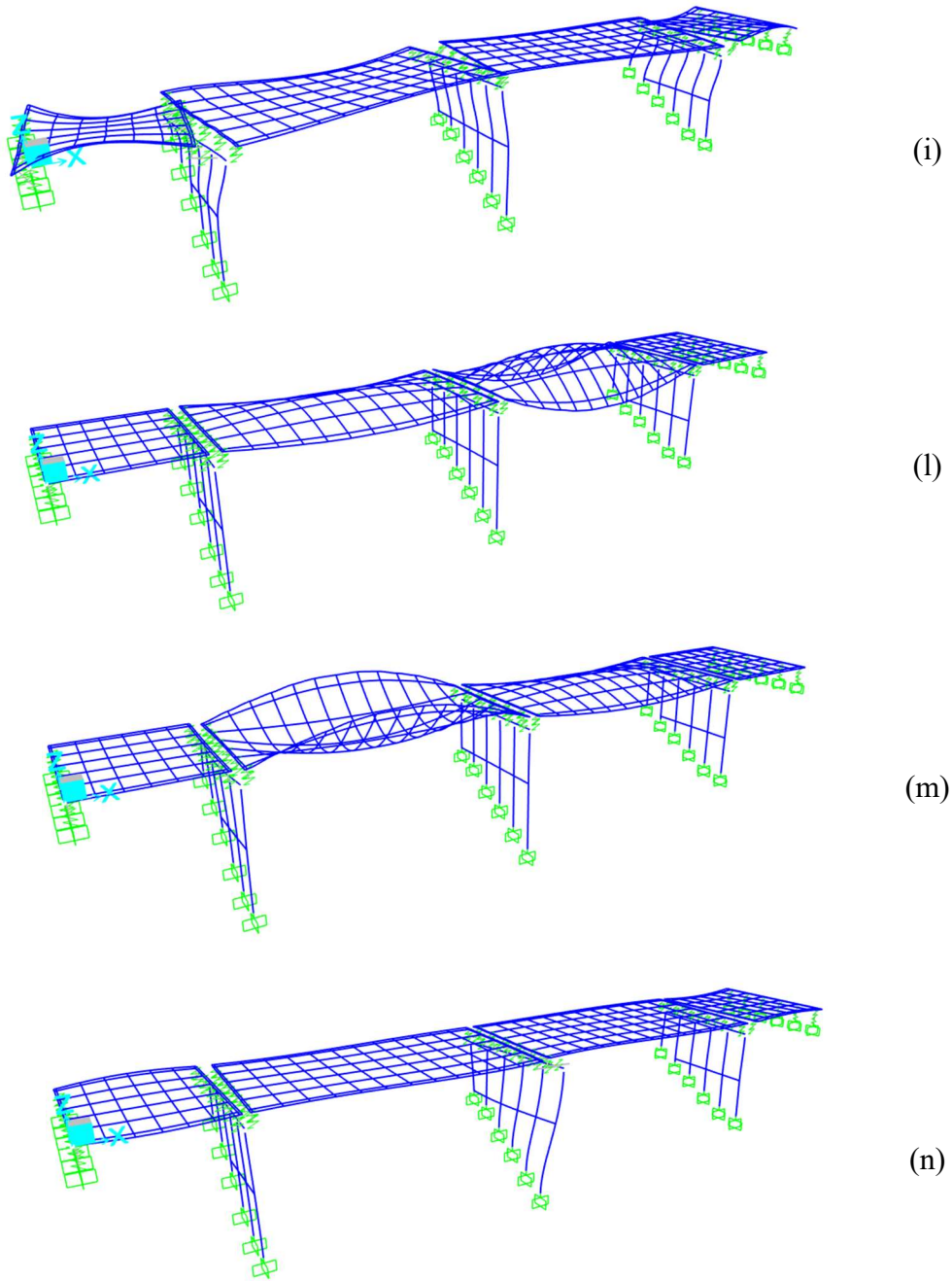


Figura 4-20: modi di vibrare del M4

n	Frequenze (Hz)	Descrizione
(a)	4.295	Modo flessionale trasversale
(b)	4.698	Modo flessio-torsionale
(c)	5.511	Modo flessio-torsionale
(d)	5.753	Modo flessio-torsionale
(e)	5.764	Modo flessio-torsionale
(f)	7.582	Modo flessio-torsionale della campata 3
(g)	6.488	Modo flessio-torsionale della campata 2
(h)	7.653	Modo flessionale laterale
(i)	8.940	Modo flessionale laterale
(l)	12.434	Modo flessio-torsionale
(m)	12.458	Modo flessio-torsionale
(n)	16.112	Modo flessionale laterale

Tabella 4-8: Modi di vibrare del modello M4

4.5 Il modello M5: model updating

Il modello M5, impiegato per le analisi di interazione dinamica, è stato sviluppato dalla società Sacertis S.r.l., che lo ha validato con i dati relativi alle prove statiche e dinamiche eseguite in sito.

Nelle Figura 4-21 e Figura 4-22 si osservano, rispettivamente, la vista tridimensionale e in pianta del viadotto. La geometria del modello è analoga a quella adottata nel modello M4, a meno dell'introduzione del rinforzo di trave nelle campate centrali. I dati registrati dai sensori durante le prove di carico eseguite in data 07/06/2021 e 08/06/2021, sono stati utilizzati per aggiornare il modello agli elementi finiti del viadotto, implementato nel codice di calcolo SAP2000. Un algoritmo di ottimizzazione finalizzato a ricalibrare il modello di analisi agli elementi finiti è stato utilizzato per modificare le proprietà meccaniche degli elementi che compongono il modello numerico al fine di approssimare al meglio gli output registrati dai sensori posti sulla struttura. L'algoritmo può essere diviso in diverse fasi: la prima riguarda l'interpretazione dei risultati delle prove di carico, la seconda riguarda l'individuazione delle possibili cause che hanno prodotto uno scostamento rispetto alla previsione iniziale e nella terza e ultima fase, dopo aver identificato i parametri da

modificare, viene eseguito l'aggiornamento del modello FE utilizzando una procedura di best-fitting.

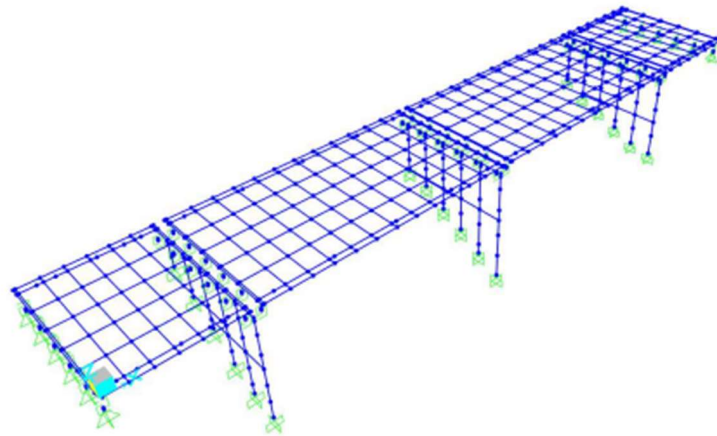


Figura 4-21: Vista tridimensionale del modello M5

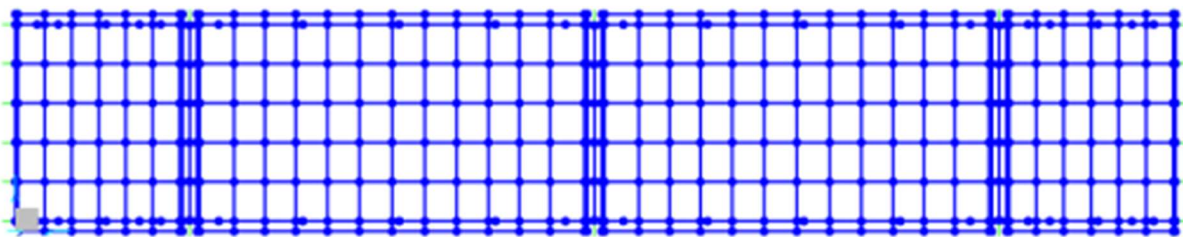


Figura 4-22: Vista in pianta del modello M5

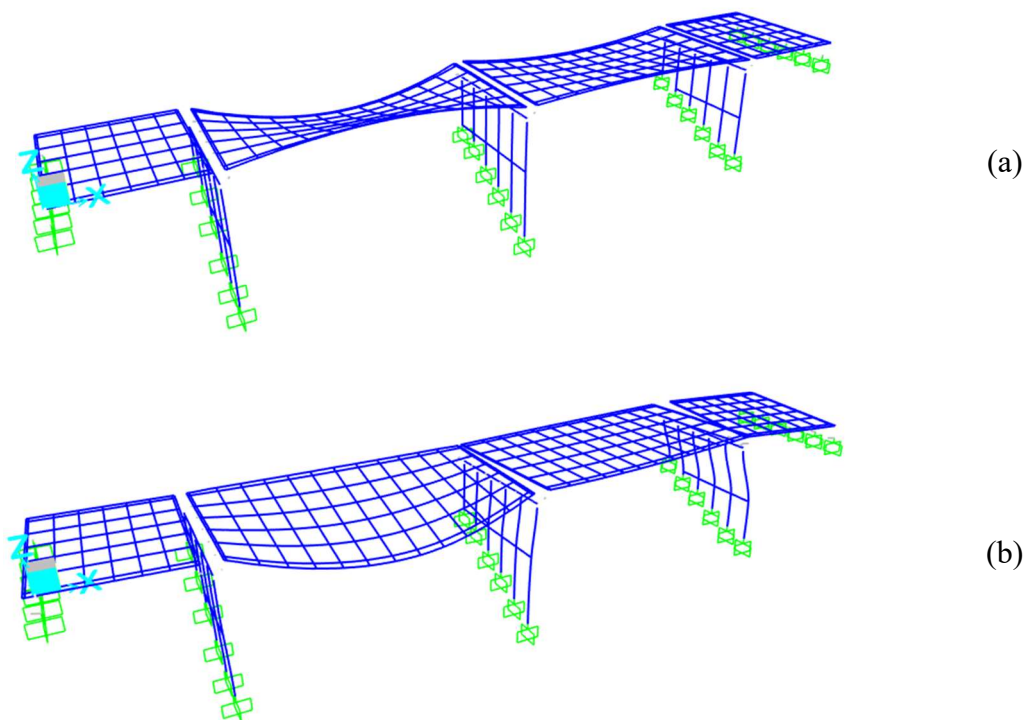
La Figura 4-23 riassume i risultati della procedura di aggiornamento del modello, che ha comportato la modifica delle caratteristiche di flessibilità degli elementi strutturali in base ai dati forniti dai sensori. In generale, l'analisi ha rivelato che tutte le campate del viadotto presentano un avanzato stato di degrado, con una riduzione della rigidezza delle travi principali e dei traversi di ripartizione. Nello specifico, la riduzione della rigidezza è stata quantificata in termini percentuali e varia in funzione della direzione: in direzione longitudinale, le travi principali presentano una riduzione della rigidezza flessionale compresa tra il 10% e il 50% per tutte le campate, mentre in direzione trasversale i traversi mostrano una riduzione della rigidezza compresa tra il 10% e l'85%. A seguito degli interventi di ripristino, le travi interessate hanno recuperato la loro rigidezza iniziale. Il modello M5 tiene conto dell'asimmetria in direzione trasversale e della riduzione di rigidezza degli elementi, che viene inserita

all'interno del modello per mezzo di "property modifiers" (letteralmente modificatori di proprietà), imposti all'inerzia dei frame.



Figura 4-23: Rappresentazione dei valori della rigidezza dopo il model updating

Il modello finale M5 è stato verificato per mezzo dei modi di vibrare sperimentali, descritti nel paragrafo 2.4. Si dispone dei primi due modi di vibrare sperimentali flesso-torsionali delle due campate centrali, e si riportano nella Figura 4-24 ((a)-(d)) e nella Tabella 4-9 i rispettivi modi numerici e una loro breve descrizione.



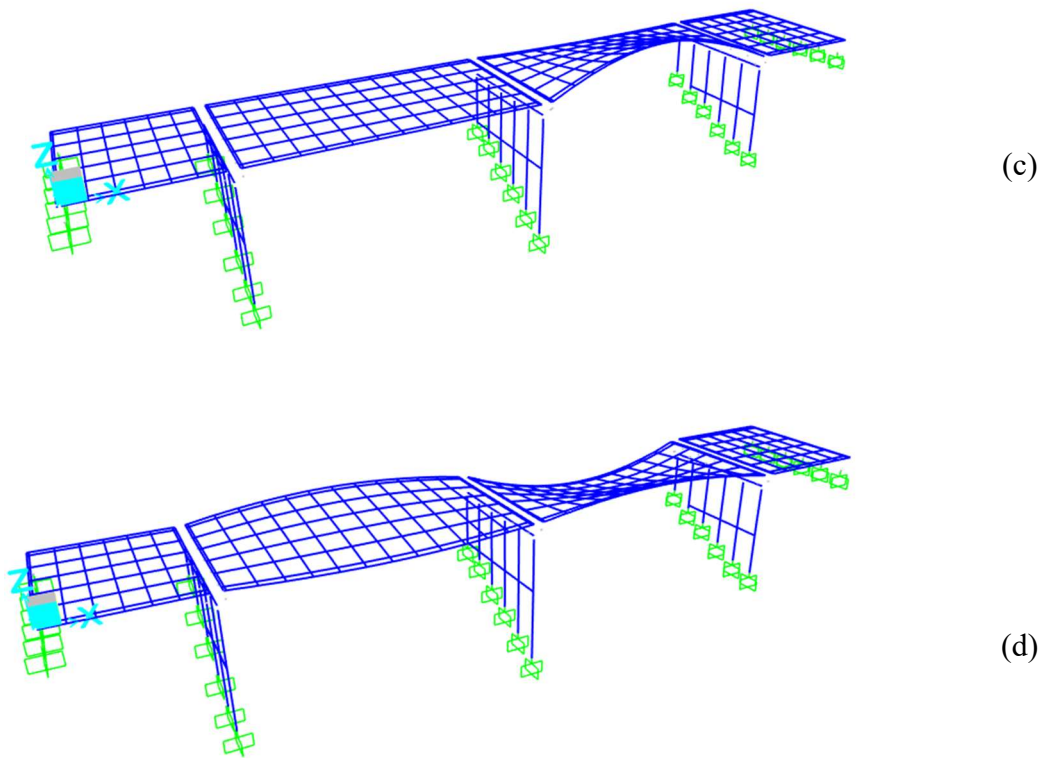


Figura 4-24: Modi di vibrare del viadotto

n	Frequenze(Hz)	Descrizione
(a)	6.032	Modo flesso-torsionale campata 2
(b)	7.213	Modo flesso-torsionale campata 2
(c)	6.116	Modo flesso-torsionale campata 3
(d)	7.146	Modo flesso-torsionale campata 3

Tabella 4-9: Modi di vibrare del viadotto

5 MODELLI DEL VEICOLO

Il progetto e la verifica di un'infrastruttura di attraversamento devono essere effettuati prendendo in esame il quadro di carichi, statici e dinamici, agenti sulla struttura, oltre agli effetti generati da agenti atmosferici ed esterni al sistema formato da ponte e veicolo transitante. La classe più importante di carichi dinamici agenti in condizioni di servizio è rappresentata dal transito di autoveicoli; il carico da traffico veicolare deve essere studiato tenendo conto dell'accoppiamento dinamico del sistema veicolo-struttura. Il ponte, infatti, sottoposto ai carichi derivanti dal passaggio di un veicolo, si deforma imprimendo un moto alle ruote del mezzo che seguono il ponte nel suo movimento. Tale moto è causa di forze inerziali aggiuntive, generate dal moto delle masse e impresse nuovamente all'impalcato del ponte, che varia la propria deformazione. Il moto in direzione verticale del veicolo è inoltre influenzato dal profilo di rugosità del manto stradale, componente aggiuntiva che incrementa gli effetti dinamici imposti dal transito del mezzo.

In letteratura è possibile individuare molteplici modalità di schematizzazione e rappresentazione del sistema meccanico costituente il veicolo viaggiante, in modo da simulare le reali condizioni di funzionamento e le effettive condizioni di interazione tra veicolo e struttura. Nel seguito si presentano le principali soluzioni, trattate per macrocategorie: è infatti possibile suddividere i modelli di veicolo in sistemi di forze viaggianti lungo il profilo longitudinale dell'impalcato della struttura, di intensità costante e pari al peso del mezzo, e in più articolati sistemi meccanici, costituiti da corpi rigidi dotati di massa e collegati tra loro da sistemi di molle e smorzatori viscosi in parallelo, atti a schematizzare il comportamento di sospensioni e pneumatici. La prima macrocategoria risulta particolarmente utile ai fini di verificare e validare le metodologie di analisi impiegate nel corso dell'elaborato, in quanto è possibile confrontare i risultati ottenuti per via numerica a quelli ricavati per mezzo di risoluzione di problemi in forma chiusa. Il modello meccanico di veicolo è invece in grado di fornire la risposta di accelerazione in diverse posizioni del veicolo ed è quindi anche adatto per studiare gli effetti delle vibrazioni del veicolo sul corpo umano o la

diminuzione della durata della vita da fatica del veicolo causata dalle vibrazioni; l'introduzione di un sistema meccanico è inoltre fondamentale per la possibilità di valutare gli effetti dinamici introdotti da un profilo rugoso.

5.1 Sistema di forze viaggianti

Tale modello consiste nella rappresentazione del veicolo per mezzo di forze viaggianti lungo il profilo longitudinale dell'impalcato del ponte, di intensità costante e pari al peso del mezzo. È possibile suddividere ulteriormente i modelli appartenenti a questa categoria, individuando modelli costituiti da una sola forza, associata ad un unico punto di contatto tra veicolo ed impalcato, e modelli comprendenti più forze (generalmente una per ogni pneumatico del veicolo o alternativamente una per ogni assale). Se si fa riferimento al primo caso, ossia a quello di un unico punto di contatto, la forza viene valutata come:

$$F = m g \quad (5.1)$$

Se si considera invece un veicolo schematizzato da un insieme di forze viaggianti, il peso del veicolo può essere distribuito equamente sugli n punti di contatto (equazione 5.2) o assegnato a partire dalla forza trasmessa da ciascuna ruota.

$$F_i = \frac{m g}{n} ; i = 1, \dots, n \quad (5.2)$$

Questo modello non tiene conto delle forze d'inerzia e non risulta adeguato allo studio dell'interazione veicolo-struttura in presenza di un profilo di rugosità della pavimentazione, in quanto le forze di contatto sono costanti e indipendenti dal tempo e dal moto alla base (ossia il moto del veicolo risulta essere indipendente dagli spostamenti e deformazioni subiti dal ponte). Si tratta quindi di una soluzione del problema dinamico di prima approssimazione, in quanto si sta trascurando l'interazione tra veicolo e struttura.

Il modello delle forze viaggianti risulta utile per la validazione della metodologia implementata al fine di simulare le prove sperimentali tramite software FEM: a tale scopo si fa ricorso al confronto con la soluzione in forma chiusa di un caso di carico dinamico semplificato [37]. Tra i numerosi problemi legati alle vibrazioni di strutture e solidi soggetti a un carico viaggiante, il più semplice da affrontare riguarda l'analisi delle tensioni in una trave semplicemente appoggiata, attraversata da una forza con intensità costante che si sposta con velocità uniforme c (Figura 5.1). La soluzione

generale può essere particolarizzata, data l'influenza di diversi fattori, quali l'intensità della forza viaggiante e la velocità di transito, e vale sotto le seguenti ipotesi:

- Il comportamento della trave è descritto dall'equazione differenziale di Eulero-Bernoulli;
- Il legame costitutivo del materiale è elastico lineare (la legge di Hooke);
- Vale il postulato di Saint-Venant;
- La trave ha sezione trasversale costante e massa per unità di lunghezza costante;
- La massa del carico viaggiante è piccola rispetto alla massa della trave; ciò significa che solamente gli effetti gravitazionali del carico vengono presi in analisi;
- Il carico si muove a velocità costante, da sinistra a destra;
- Lo smorzamento della trave è proporzionale alla velocità di vibrazione (smorzamento viscoso);
- Lo schema statico della trave è di semplice appoggio;
- All'istante iniziale, la trave è a riposo nella configurazione iniziale.

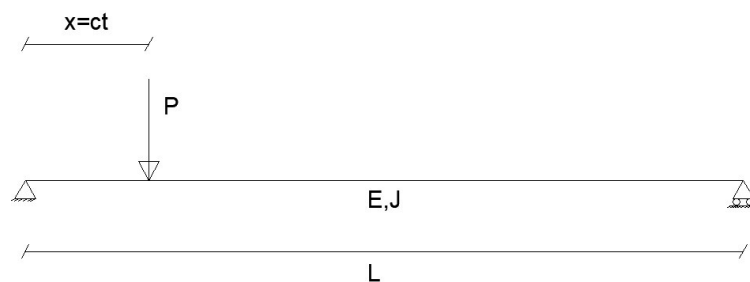


Figura 5-1: Trave semplicemente appoggiata con una forza P viaggiante

L'equazione del moto della trave è data da:

$$EJ \frac{\delta v^4(x, t)}{\delta x^4} + \mu \frac{\delta v^2(x, t)}{\delta t^2} + 2 \mu \omega_b \frac{\delta v(x, t)}{\delta t} = \delta(x - ct) P \quad (5.3.a)$$

Con le condizioni al contorno:

$$v(0, t) = 0; \quad v(l, t) = 0;$$

$$\frac{\delta v^2(0, t)}{\delta t^2} = 0; \quad \frac{\delta v^2(l, t)}{\delta t^2} = 0 \quad (5.3.b)$$

E le condizioni iniziali:

$$v(x, 0) = 0; \quad \frac{\delta v(x, t)}{\delta t} = 0 \quad (5.3.c)$$

Con:

- x coordinata spaziale misurata a partire dall'origine, situata nell'estremo sinistro della trave;
- $v(x, t)$ è lo spostamento trasversale della trave;
- J momento di inerzia costante;
- μ massa per unità di lunghezza;
- ω_b frequenza circolare della trave.;
- P forza concentrata con intensità costante;
- L lunghezza della trave;
- c velocità costante del carico viaggiante.

5.2 Soluzione analitica del problema

Ogni termine dell'equazione differenziale 5.3.a viene moltiplicato per $\sin\left(\frac{j\pi x}{l}\right)$ e integrato rispetto a x tra 0 e l . Per risolvere l'equazione, sono state utilizzate le trasformate di Fourier del seno:

$$V(j, t) = \int_0^l v(x, t) \sin\left(\frac{j\pi x}{l}\right) dx, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (5.4.a)$$

$$v = \frac{2}{l} \sum_{j=1}^{\infty} V(j, t) \sin\left(\frac{j\pi x}{l}\right) \quad (5.4.b)$$

Dove $V(j,t)$ è la trasformata di $v(x,t)$.

Richiamando le condizioni al contorno (5.3.b) e iniziali (5.3.c) precedentemente definite, si ottiene la seguente equazione:

$$\frac{j^4 \pi^4}{l^4} EJV(j, t) + \mu * \ddot{V}(j, t) + 2 * \mu * \omega_b * \dot{V}(j, t) = P \sin\left(\frac{j\pi ct}{l}\right) \quad (5.5)$$

Si definiscono inoltre:

- $\omega_j^2 = \frac{j^4 \pi^4}{l^4} \frac{EJ}{\mu}$ frequenza circolare del j-esimo modo di vibrare di una trave semplicemente appoggiata;
- $f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} = \frac{j^2 \pi}{2 l^2} * \left(\frac{EJ}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$ frequenza naturale del sistema associata al j-esimo modo di vibrare;
- $\omega = \frac{\pi c}{l}$ frequenza legata alla velocità di transito dell'ente viaggiante.

Introducendo la variabile p appartenente al piano complesso dell'equazione 5.5 si ottiene:

$$V^*(j, p) = \frac{Pj\omega}{\mu} \frac{p}{p^2 + j^2 \omega^2} \frac{1}{p^2 + \omega_b p + \omega_j^2} \quad (5.6)$$

Per rendere la trattazione più semplice si possono introdurre due parametri adimensionali:

- $\alpha = \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{c}{c_r}$ effetto della velocità;
- $\beta = \frac{\omega_b}{\omega_1} = \frac{\theta}{2\pi}$ effetto dello smorzamento.

Inoltre, si definiscono:

- $T_1 = \frac{1}{f_1}$ periodo della prima vibrazione libera;
- $T = \frac{l}{c}$ tempo di attraversamento della trave semplicemente appoggiata;
- $c_r \cong \frac{\pi}{l} \left(\frac{EJ}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$ velocità critica di attraversamento, ossia la velocità tale per cui si ha $\omega_1 = \omega$;

- $\theta = \frac{\omega b}{f_1}$ decremento logaritmico dello smorzamento della trave;
- $v_0 = \frac{2Pl^3}{\pi^4 EJ}$ freccia in mezzeria causata da una forza statica P.

In base all'intensità di smorzamento si definisce la frequenza circolare della trave smorzata, che dipende dall'intensità dello smorzamento:

- $\omega_j'^2 = \omega_j^2 - \omega_b^2$ nel caso di smorzamento debole
- $\omega_j'^2 = \omega_b^2 - \omega_j^2$ nel caso di smorzamento forte

Lo spostamento trasversale $v(x, t)$ ha espressione:

$$v(x, t) = v_0 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2 [j^2 [(j^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2 \beta^2]} [j^2 (j^2 - \alpha^2) \sin(j\omega t) - \frac{j\alpha [j^2 [(j^2 - \alpha^2)^2 - 2\beta^2]}{(j^4 - \beta)^{\frac{1}{2}}} e^{-\omega_b t} \sin(\omega_j' t) - 2j\alpha\beta (\cos j\omega t - e^{8\omega_b t} \cos \omega_j' t)] \sin\left(\frac{j\pi x}{l}\right) \quad (5.7)$$

La soluzione generale può quindi essere particolarizzata e semplificata, a seconda delle caratteristiche dinamiche della struttura e del carico viaggiante considerato.

5.2.1 Linea d influenza ($\alpha = 0$)

La linea di influenza, ricavata imponendo $\alpha = 0$ all'interno dell'equazione 5.7, rappresenta la legge di variazione di spostamento su una sezione prefissata \bar{x} prodotta dal carico P al variare della posizione del carico stesso.

$$v(\bar{x}, t) = v_0 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^4} \sin\left(\frac{j\pi \bar{x}}{l}\right) \sin(j\omega t) \quad (5.8)$$

L'equazione 5.9 è quindi l'equazione della linea d'influenza degli spostamenti verticali della trave nella coordinata \bar{x} , espressa sotto forma di espansione in serie di Fourier.

5.2.2 Applicabilità della soluzione

La teoria esposta nei paragrafi precedenti è in grado di fornire una prima approssimazione del comportamento sperimentale di molte classi di viadotti ferroviari ed autostradali. Tali viadotti, che presentano in molti casi uno schema statico caratterizzato da campate semplicemente appoggiate, hanno generalmente una massa di molti ordini di grandezza superiore a quella dei veicoli che vi transitano, con le prime frequenze naturali piuttosto piccole. Per tali motivi, è possibile trascurare in prima approssimazione l'effetto legato alle sospensioni del veicolo, la cui modellazione richiede uno sforzo computazionale maggiore, e ridurre il veicolo transitante sul viadotto ad una forza con intensità costante viaggiante con velocità costante.

Se si considera inoltre lo smorzamento debole delle strutture reali, oltre che la possibilità di raggiungere velocità molto inferiori a quella critica, si ottiene l'equazione 5.9, che rappresenta un'espressione della deformata dinamica della struttura ritenuta soddisfacente per gli scopi pratici della teoria ivi esposta:

$$v(x,t) = v_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \sin(\omega t) \quad (5.9)$$

5.3 Soluzione numerica

La soluzione numerica, eseguita con il software a elementi finiti SAP 2000, prevede la valutazione della deformata dinamica di una trave semplicemente appoggiata, con sezione trasversale costante (riportata in Figura 5-2) che riassume in sé l'intera geometria della sezione dell'impalcato del viadotto oggetto di studio (Modello M2), al passaggio di una forza viaggiante con intensità e velocità costante. Viene presa in considerazione la sola campata 2, di lunghezza pari a 21 m e semplicemente appoggiata agli estremi (Figura 5-3), in accordo con le ipotesi fondamentali definite per l'applicabilità della soluzione analitica in forma chiusa.

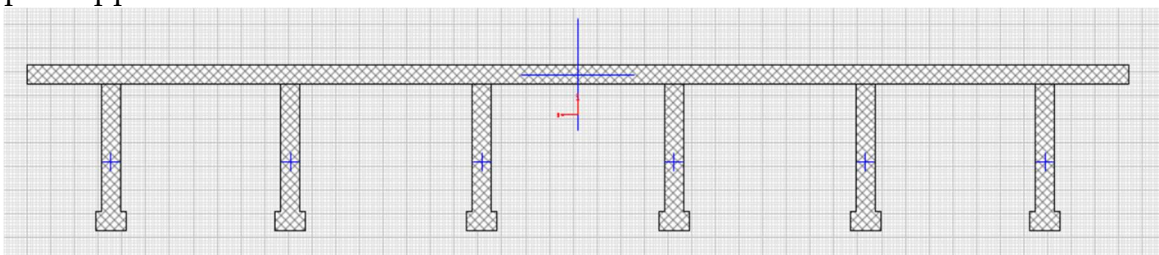


Figura 5-2: Sezione trasversale del viadotto

L'analisi è stata svolta utilizzando un approccio di integrazione diretta lineare nel dominio del tempo, con il metodo di Newmark con $\beta = 0.25$ e $\gamma = 0.5$, a partire da condizioni iniziali nulle.

La forza viaggiante, di intensità pari a 100 kN, attraversa la campata del viadotto lungo una traiettoria rettilinea e alla velocità costante di 60 km/h, impiegando quindi un tempo di $T = 1.26$ s per arrivare all'estremo destro della struttura.



Figura 5-3: rappresentazione di trave semplicemente appoggiata

5.3.1 Confronto tra soluzione numerica ed analitica

Si confronta la soluzione in forma chiusa con quella numerica, ottenuta in output dal software FE. In particolare, si analizza lo spostamento in mezzzeria (sezione $x = 10.5$ m) misurato nell'istante di tempo $t = \frac{T}{2} = 0.63$ s. Nella Tabella 5-1 vengono riportati i due valori della freccia e l'errore introdotto dal calcolo in forma chiusa.

	Soluzione in forma chiusa	Soluzione numerica	Errore
$v\left(\frac{l}{2}, \frac{T}{2}\right)$	$3.717 * 10^{-4} \text{ m}$	$3.875 * 10^{-4} \text{ m}$	4.25%

Tabella 5-1: Valori dello spostamento in mezzzeria del modello M2 al passare di una forza viaggiante

Lo scostamento che si osserva tra le due soluzioni è molto contenuto; risulta pertanto evidente che la procedura di analisi numerica implementata su SAP2000 è in grado di rappresentare in maniera accurata la risposta strutturale di un modello (seppur semplice) di viadotto sottoposto all'azione di una forza viaggiante.

Nella Figura 5-4 si rappresenta lo spostamento in mezzzeria normalizzato per il valore di $v_0 = \frac{2Pl^3}{\pi^4 EJ}$, al variare del tempo della prova, valutato per tre casi: si analizzano la linea d'influenza (caratterizzata da velocità nulla della forza, $\alpha = 0$) ed il caso di una forza che viaggia a una velocità di $v = 16.667$ m/s ($\alpha = \frac{c}{c_r} = \frac{16.667}{333.34} = 0.05$), valutato numericamente con SAP2000 e analiticamente per mezzo della soluzione in forma chiusa.

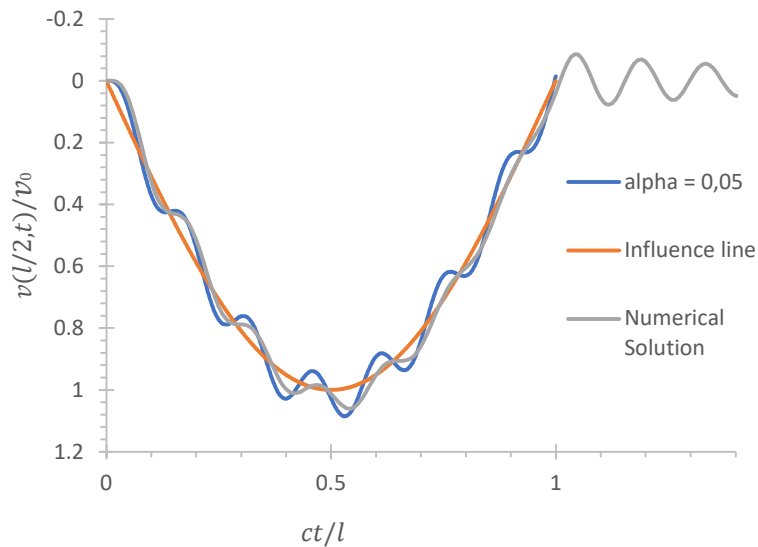


Figura 5-4: Spostamento in mezzeria al variare del tempo della prova, modello M2

5.4 Sistema meccanico

Al fine di descrivere con maggior precisione il comportamento di un veicolo è necessario passare alla definizione di un sistema meccanico articolato, formato da corpi rigidi dotati di massa e collegati tra loro da sistemi di molle e smorzatori viscosi in parallelo.

Le ipotesi fondamentali, su cui si basa la definizione del sistema meccanico rappresentante il veicolo, sono:

- Il veicolo transita sul ponte a velocità costante, seguendo una traiettoria rettilinea;
- Il moto in direzione verticale è disaccoppiato da quello in direzione orizzontale (sia longitudinale che trasversale);
- La superficie di contatto tra veicolo ed impalcato viene ridotta ad un singolo punto privo di massa;
- Il contatto tra battistrada dello pneumatico e superficie stradale è perfetto: non si ha compenetrazione o distacco dei due elementi;
- I vincoli del sistema, sia quelli interni che quelli esterni, sono lisci, bilateri ed olonomi.

Le equazioni del moto per un sistema così definito possono essere ricavate direttamente per mezzo delle equazioni di Lagrange e si presentano nella forma:

$$\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{q}} + \underline{\underline{K}}\underline{q} = \underline{Q} \quad (5.10)$$

Dove $\underline{\underline{M}}$, $\underline{\underline{C}}$ e $\underline{\underline{K}}$ sono le matrici di massa, smorzamento e rigidezza, rispettivamente, \underline{Q} rappresenta il vettore delle componenti generalizzate delle forze e \underline{q} è il vettore delle coordinate libere del sistema. Quest'ultimo può essere suddiviso in un sotto vettore comprendente le sole coordinate dei punti di contatto \underline{q}_{cv} (che possono essere considerate vincolate per il veicolo, in quanto si sta assumendo perfetta aderenza tra pneumatici e superficie stradale nei punti di contatto), ed un sotto vettore composto dalle coordinate "libere" \underline{q}_v , ossia le coordinate associate alle masse del veicolo.

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{q}_v \\ \underline{q}_{cv} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Applicando tale suddivisione al vettore delle coordinate libere, e adottando un criterio analogo per la riscrittura delle matrici del sistema, si ottengono le seguenti espressioni:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{v,v} & \underline{\underline{M}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{M}}_{cv,v} & \underline{\underline{M}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{q}}_v \\ \ddot{\underline{q}}_{cv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}}_{v,v} & \underline{\underline{C}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{C}}_{cv,v} & \underline{\underline{C}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}}_v \\ \dot{\underline{q}}_{cv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{v,v} & \underline{\underline{K}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{K}}_{cv,v} & \underline{\underline{K}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_v \\ \underline{q}_{cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_v \\ \underline{Q}_{cv} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Dove:

- $\underline{\underline{M}}_{cv,cv}$, $\underline{\underline{C}}_{cv,cv}$ e $\underline{\underline{K}}_{cv,cv}$ sono le matrici associate alle coordinate dei punti di contatto. Le matrici $\underline{\underline{M}}_{cv,cv}$, $\underline{\underline{M}}_{cv,v}$ e $\underline{\underline{M}}_{v,cv}$ sono formate da termini nulli, in quanto si è supposto che il contatto tra veicolo e struttura venga ridotto a punti singoli privi di massa;
- $\underline{\underline{M}}_{v,v}$, $\underline{\underline{C}}_{v,v}$ e $\underline{\underline{K}}_{v,v}$ sono le matrici associate alle coordinate libere delle masse del veicolo;
- \underline{Q}_v rappresenta il vettore delle componenti generalizzate delle forze relative alle coordinate "libere". Si osserva che tale vettore risulta nullo, in quanto non vi sono forze applicate direttamente sulle masse;
- \underline{Q}_{cv} rappresenta il vettore delle componenti generalizzate delle forze relative alle coordinate "vincolate".

È quindi possibile suddividere il sistema di equazioni 5.12 in due sottosistemi:

$$\underline{\underline{M}}_{v,v} * \ddot{\underline{q}}_v + \underline{\underline{C}}_{v,v} * \dot{\underline{q}}_v + \underline{\underline{K}}_{v,v} * \underline{q}_v = \underline{Q}_v - \underline{\underline{C}}_{v,cv} * \dot{\underline{q}}_{cv} - \underline{\underline{K}}_{v,cv} * \underline{q}_{cv} \quad (5.13)$$

$$\underline{\underline{C}}_{cv,v} * \underline{\dot{q}}_v + \underline{\underline{C}}_{cv,cv} * \underline{\dot{q}}_{cv} + \underline{\underline{K}}_{cv,v} * \underline{q}_v + \underline{\underline{K}}_{cv,cv} * \underline{q}_{cv} = \underline{Q}_{cv} \quad (5.14)$$

In questo modo le equazioni del moto di un veicolo possono essere agevolmente integrate in due passi: una volta integrate le equazioni di moto del ponte, i termini a destra dell'uguale nell'equazione 5.13 risultano noti, ed è quindi possibile integrare l'equazione per ricavare i valori del vettore delle coordinate libere associate alle masse del veicolo. Note tali coordinate, è possibile risolvere l'equazione 5.14 per \underline{Q}_{cv} , ricavando quindi le forze di contatto che il veicolo trasmette alla struttura.

Una volta identificati i parametri del modello, è possibile condurre un'analisi modale per calcolare le frequenze naturali del sistema. Questa analisi viene svolta sul sottosistema che contiene le coordinate libere delle masse, escludendo quindi quelle relative ai punti di contatto. Tuttavia, è importante osservare che la matrice di smorzamento non è proporzionale, in quanto i modi del sistema non smorzato non disaccoppiano la matrice $\underline{\underline{C}}$. Per questo motivo è necessario risolvere il seguente problema agli autovalori complesso:

$$\left(\lambda^2 \underline{\underline{M}} + \lambda \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{K}} \right) \underline{\psi} = 0 \quad (5.15)$$

Dove con λ si indicano gli autovalori mentre con $\underline{\psi}$ gli autovettori. Tale problema ammette soluzioni non banali se:

$$\det \left(\lambda^2 \underline{\underline{M}} + \lambda \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{K}} \right) = 0 \quad (5.16)$$

Espandendo il determinante, si ottiene un polinomio di grado $2N$, dove N è il numero di gradi di libertà del sistema, noto come equazione caratteristica. L'equazione caratteristica ammette come soluzioni N coppie di autovalori complessi e coniugati, che possono essere scritti come:

$$\lambda_n, \underline{\lambda}_n = -\zeta_n \omega_n \pm i \omega_{nD} \quad (5.17)$$

Dove:

- Il termine $\omega_n = |\lambda_n|$ rappresenta la n-esima frequenza circolare non smorzata.
- Il termine $\omega_{nD} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}$ è la corrispondente frequenza smorzata.

- Il termine $\zeta_n = -\frac{Re(\lambda_n)}{|\lambda_n|}$ rappresenta lo smorzamento modale.

Dalla pulsazione circolare è possibile ricavare la frequenza naturali del sistema attraverso la seguente formula:

$$f_D = \frac{\omega_D}{2\pi} \quad (5.18)$$

Nel corso di questo elaborato sono stati adottati e trattati diversi modelli, presentati con complessità e numero di gradi di libertà crescenti, sovente trovati in letteratura e impiegati per diverse applicazioni pratiche.

5.4.1 Modello a 2 GdL

Il modello a 2 gradi di libertà rappresenta il sistema meccanico più semplice, nonché uno tra i più impiegati per la sua versatilità e semplicità nel ricavare le equazioni di moto. Tale modello compare in svariate applicazioni pratiche: ad esempio nella definizione del parametro indice della rugosità (IRI – International Roughness Index) introdotto nel capitolo 3. Il modello, descritto in Figura 5-5, rappresenta un quarto di veicolo (quarter car model), schematizzato per mezzo di una massa ammortizzata (“sprung mass”) che rappresenta l’abitacolo del veicolo, collegata per mezzo di un sistema di molla e smorzatore viscoso in parallelo ad una massa non ammortizzata (“unsprung mass”), che riproduce il complesso degli ammortizzatori. Quest’ultima è infine collegata a terra per mezzo di un altro sistema di molla e smorzatore in parallelo, che descrive il comportamento degli pneumatici del veicolo, riproducendone la deformabilità.

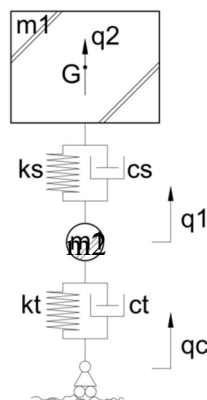


Figura 5-5: Esempio di modello a 2 GDL[36]

Il vettore delle coordinate libere del veicolo risulta quindi:

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{q}_v \\ \underline{q}_{cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_c \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Seguendo un criterio di suddivisione analogo, è possibile esprimere le matrici del sistema nel seguente modo:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{v,v} & \underline{\underline{M}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{M}}_{cv,v} & \underline{\underline{M}}_{cv,cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}}_{v,v} & \underline{\underline{C}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{C}}_{cv,v} & \underline{\underline{C}}_{cv,cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_s + c_t & -c_s & -c_t \\ -c_s & c_s & 0 \\ -c_t & 0 & c_t \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{v,v} & \underline{\underline{K}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{K}}_{cv,v} & \underline{\underline{K}}_{cv,cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s + k_t & -k_s & -k_t \\ -k_s & k_s & 0 \\ -k_t & 0 & k_t \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Nei simboli utilizzati all'interno delle equazioni (5.20), (5.21) e (5.22) il pedice *s* indica le quantità riferite al blocco delle sospensioni (suspension), mentre il pedice *t* indica le quantità riferite al punto di contatto (tyre), come indicato in Figura 5-4. La matrice di massa *M*, riportata nell'equazione 5.20, risulta diagonale, in quanto i corpi dotati di massa sono tra loro indipendenti. Le matrici di massa si ricavano svolgendo un'analisi cinematica del sistema, e derivando le equazioni del moto direttamente dalle equazioni di Lagrange.

Nel caso di veicolo a due gradi di libertà, l'equazione del moto può essere scritta nel seguente modo [36]:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + c_t & -c_s & -c_t \\ -c_s & c_s & 0 \\ -c_t & 0 & c_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + k_t & -k_s & -k_t \\ -k_s & k_s & 0 \\ -k_t & 0 & k_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_c \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Il sistema di equazioni (5.23) viene suddiviso in due sottosistemi:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + c_t & -c_s \\ -c_s & c_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + k_t & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -c_t \\ 0 \end{bmatrix} [\dot{q}_c] - \begin{bmatrix} -k_t \\ 0 \end{bmatrix} [q_c] \quad (5.24)$$

$$\begin{bmatrix} -c_t \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + [c_t][\dot{q}_c] + \begin{bmatrix} -k_t \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + [k_t][q_c] = [F_c] \quad (5.25)$$

I sistemi (5.24) e (5.25) possono essere risolti in sequenza, come riportato nel paragrafo precedente, per ricavare il vettore delle coordinate libere e in seconda battuta il vettore delle forze di contatto impresse dal veicolo alla struttura. I parametri del modello, forniti da Green e Cebon [7], sono riportati nella Tabella 5.2.

Descrizione	Simbolo	Valore	Unità di misura
Rigidezza sospensioni	k_s	1,80E+04	kN/m
Rigidezza pneumatici	k_t	7,20E+04	kN/m
Smorzamento sospensione	c_s	1,44E+07	Kg/s
Smorzamento pneumatico	c_t	1,44E+07	Kg/s
Massa sospensione	m_1	4000	Kg
Massa abitacolo	m_2	36000	Kg

Tabella 5-2: Parametri del sistema meccanico a 2GDL

Le frequenze naturali del sistema a 2 gradi di libertà vengono riportate nella Tabella 5.3.

Modo	Frequenza naturale smorzata [Hz]	Modo
1	3.173	Traslazione verticale della massa sospesa e della massa non sospesa
2	23.176	Traslazione verticale della massa sospesa e della massa non sospesa

Tabella 5-3: Frequenze naturali del sistema meccanico a 2GDL

5.4.2 Sistema meccanico a 7 GdL

Il sistema a 7 gradi di libertà illustrato nella Figura 5-6 è basato sui modelli proposti da Green e Cebon [7] e da Henchi, Fafard, Talbot e Dhatt [5]. Questo modello è composto da 5 corpi, ognuno dotato di massa propria. Il corpo superiore (m_5) rappresenta l'abitacolo, mentre i quattro corpi inferiori (m_1, m_2, m_3, m_4) rappresentano il peso combinato delle sospensioni. Il corpo rigido del veicolo, che ne rappresenta l'abitacolo, ha 3 gradi di libertà che gli permettono di muoversi verticalmente e di ruotare intorno agli assi longitudinale(x) e trasversale(y). La massa m_5 è collegata a ciascuna delle masse delle sospensioni tramite un sistema molla-smorzatore, che simula l'effetto delle sospensioni del veicolo. Le masse delle sospensioni, con un solo grado di libertà verticale, sono a loro volta connesse al terreno tramite un altro sistema in parallelo che rappresenta il comportamento degli pneumatici.

Le coordinate libere del sistema possono essere suddivise separando le coordinate dinamiche associate alle masse dei corpi rigidi da quelle associate ai punti di contatto.

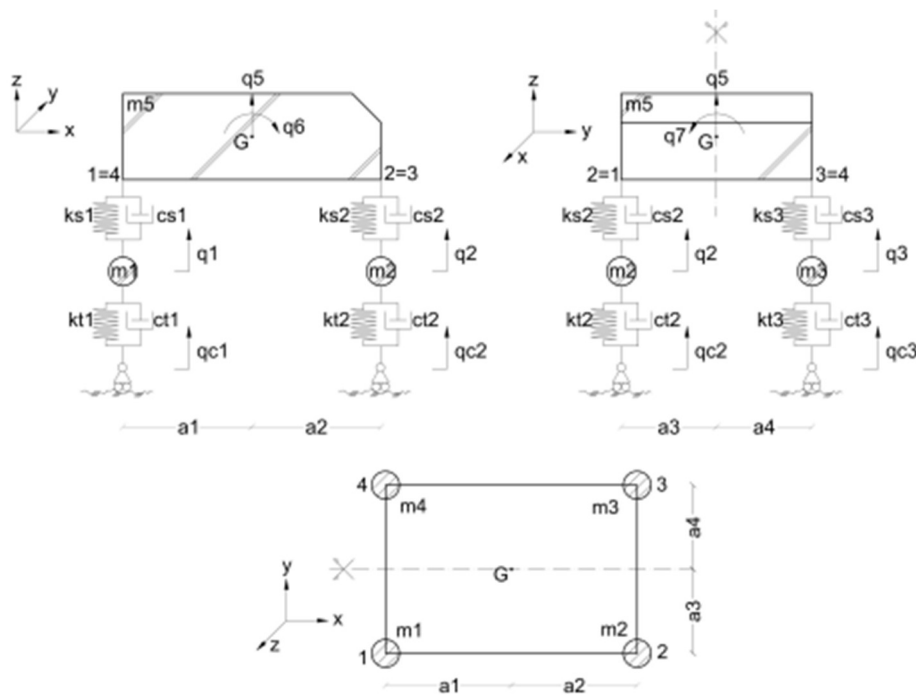


Figura 5-6: Modello del veicolo a 7 GDL

$$q = \begin{bmatrix} \frac{q_v}{q_{cv}} \end{bmatrix} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6 \quad q_7 \mid q_{c1} \quad q_{c2} \quad q_{c3} \quad q_{c4}]^T \quad (5.26)$$

La Figura 5-6 mostra chiaramente che le prime 5 coordinate libere corrispondono agli spostamenti verticali; q_6 rappresenta la rotazione attorno all'asse trasversale y ,

“beccheggio”, e q_7 rappresenta la rotazione attorno all'asse longitudinale x, nota come rollio.

Utilizzando la stessa suddivisione delle coordinate libere, di seguito sono presentate le matrici relative al sistema considerato. La matrice di massa M è:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{y,v} & \underline{\underline{M}}_{y,cv} \\ \underline{\underline{M}}_{cv,v} & \underline{\underline{M}}_{cv,cv} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{M}}_{y,v} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{gx} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

La matrice 4×4 $\underline{\underline{M}}_{cv,cv}$ e le 7×4 $\underline{\underline{M}}_{y,cv} = \underline{\underline{M}}_{cv,v}^T$ sono nulle, poiché non vengono applicate masse ai gradi di libertà associati ai punti di contatto. La diagonalità della matrice $\underline{\underline{M}}_{y,v}$ è il risultato della scelta delle coordinate libere. I termini I_{gx} e I_{gy} rappresentano le inerzie rotazionali del corpo del veicolo rispetto a un asse baricentrico parallelo rispettivamente a x e y. La matrice di smorzamento è:

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}}_{y,v} & \underline{\underline{C}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{C}}_{cv,v} & \underline{\underline{C}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\underline{\underline{C}}_{y,v} = \begin{bmatrix} c_{s1} + c_{t1} & 0 & 0 & 0 & -c_{s1} & -a_1 c_{s1} & a_3 c_{s1} \\ 0 & c_{s2} + c_{t2} & 0 & 0 & -c_{s2} & a_2 c_{s2} & a_3 c_{s2} \\ 0 & 0 & c_{s3} + c_{t3} & 0 & -c_{s3} & a_2 c_{s3} & -a_4 c_{s3} \\ 0 & 0 & 0 & c_{s4} + c_{t4} & -c_{s4} & -a_1 c_{s4} & a_4 c_{s4} \\ -c_{s1} & -c_{s2} & -c_{s3} & -c_{s4} & c_{s1} + c_{s2} + c_{s3} + c_{s4} & a_1(c_{s1} + c_{s4}) - a_2(c_{s2} + c_{s3}) & a_4(c_{s3} + c_{s4}) - a_3(c_{s1} + c_{s2}) \\ -a_1 c_{s1} & a_2 c_{s2} & a_2 c_{s3} & -a_1 c_{s4} & a_1(c_{s1} + c_{s4}) - a_2(c_{s2} + c_{s3}) & a_1^2(c_{s1} + c_{s4}) + a_2^2(c_{s2} + c_{s3}) & a_2 a_3 c_{s2} - a_1 a_3 c_{s1} + a_1 a_4 c_{s4} - a_2 a_4 c_{s3} \\ a_3 c_{s1} & a_3 c_{s2} & a_4 c_{s3} & a_4 c_{s4} & a_4(c_{s3} + c_{s4}) - a_3(c_{s1} + c_{s2}) & a_2 a_3 c_{s2} - a_1 a_3 c_{s1} + a_1 a_4 c_{s4} - a_2 a_4 c_{s3} & a_1^2(c_{s3} + c_{s4}) + a_2^2(c_{s1} + c_{s2}) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$\underline{\underline{C}}_{cv,cv} = \begin{bmatrix} c_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{t2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{t3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{t4} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$\underline{\underline{C}}_{v,cv} = \underline{\underline{C}}_{cv,v}^T = \begin{bmatrix} -c_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{t2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{t3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{t4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

In maniera analoga si ottiene la matrice di rigidezza:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{y,v} & \underline{K}_{y,cv} \\ \underline{K}_{cv,v} & \underline{K}_{cv,cv} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

$$\underline{K}_{y,v} = \begin{bmatrix} k_{s1} + c_{t1} & 0 & 0 & 0 & -k_{s1} & -a_1 k_{s1} & a_3 k_{s1} \\ 0 & k_{s2} + k_{t2} & 0 & 0 & -k_{s2} & a_2 k_{s2} & a_3 k_{s2} \\ 0 & 0 & k_{s3} + k_{t3} & 0 & -k_{s3} & a_2 k_{s3} & -a_4 k_{s3} \\ 0 & 0 & 0 & k_{s4} + k_{t4} & -k_{s4} & -a_1 k_{s4} & a_4 k_{s4} \\ -k_{s1} & -k_{s2} & -k_{s3} & -k_{s4} & k_{s1} + k_{s2} + k_{s3} + c_{s4} & a_1(k_{s1} + k_{s4}) - a_2(k_{s2} + k_{s3}) & a_4(k_{s3} + k_{s4}) - a_3(k_{s1} + k_{s2}) \\ -a_1 k_{s1} & a_2 k_{s2} & a_2 k_{s3} & -a_1 k_{s4} & a_1(k_{s1} + k_{s4}) - a_2(k_{s2} + k_{s3}) & a_1^2(k_{s1} + k_{s4}) + a_2^2(c_{t2} + c_{s3}) & a_2 a_3 k_{s2} - a_1 a_3 k_{s1} + a_1 a_4 k_{s4} - a_2 a_4 k_{s3} \\ a_3 k_{s1} & a_3 k_{s2} & a_4 k_{s3} & a_4 k_{s4} & a_4(k_{s3} + k_{s4}) - a_3(k_{s1} + k_{s2}) & a_2 a_3 k_{s2} - a_1 a_3 k_{s1} + a_1 a_4 k_{s4} - a_2 a_4 k_{s3} & a_4^2(k_{s3} + k_{s4}) + a_3^2(k_{s1} + k_{s2}) \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$\underline{K}_{cv,cv} = \begin{bmatrix} k_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{t2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{t3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{t4} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$\underline{K}_{v,cv} = \underline{K}_{cv,v}^T = \begin{bmatrix} -k_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{t2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{t3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{t4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Il sistema di equazioni in forma compatta risulta essere:

$$\begin{bmatrix} \underline{M}_{v,v} & \underline{M}_{v,cv} \\ \underline{M}_{cv,v} & \underline{M}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}}_v \\ \underline{\ddot{q}}_{cv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C}_{v,v} & \underline{C}_{v,cv} \\ \underline{C}_{cv,v} & \underline{C}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_v \\ \underline{\dot{q}}_{cv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{v,v} & \underline{K}_{v,cv} \\ \underline{K}_{cv,v} & \underline{K}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_v \\ \underline{q}_{cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_v \\ \underline{Q}_{cv} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

Questo sistema può essere suddiviso in due sottosistemi:

$$\underline{M}_{v,v} \underline{\ddot{q}}_v + \underline{C}_{v,v} \underline{\dot{q}}_v + \underline{K}_{v,v} \underline{q}_v = \underline{Q}_v - \underline{C}_{v,cv} \underline{\dot{q}}_{cv} - \underline{K}_{v,cv} \underline{q}_{cv} \quad (5.37.a)$$

$$\underline{C}_{cv,v} \underline{\dot{q}}_v + \underline{C}_{cv,cv} \underline{\dot{q}}_{cv} + \underline{K}_{cv,v} \underline{q}_v + \underline{K}_{cv,cv} \underline{q}_{cv} = \underline{Q}_{cv} \quad (5.37.b)$$

Il primo insieme di equazioni 5.37.a descrive la risposta del veicolo in funzione del moto del ponte; mentre il secondo insieme di equazioni 5.37.b permette, nota la risposta del veicolo, di calcolare le forze di contatto trasmesse al ponte.

I parametri delle matrici, tratti dai lavori di Green e Cebon [7], e sono riportati nella Tabella 5-4. Le frequenze naturali del sistema sono riportate in Tabella 5-5. Con le dimensioni riportate il veicolo risulta doppiamente simmetrico.

Descrizione	simbolo	valore	U.D.M.
Rigidezze sospensioni	$k_{s1} = k_{s2} = k_{s3} = k_{s4}$	$4.5 * 10^3$	$\frac{kN}{m}$
Rigidezze pneumatici	$k_{t1} = k_{t2} = k_{t3} = k_{t4}$	$1.8 * 10^4$	$\frac{kN}{m}$
Smorzamento sospensioni	$c_{s1} = c_{s2} = c_{s3} = c_{s4}$	$3.6 * 10^4$	$\frac{Kg}{s}$
Smorzamento pneumatici	$c_{t1} = c_{t2} = c_{t3} = c_{t4}$	$3.6 * 10^4$	$\frac{Kg}{s}$
Masse sospensioni	$m_1 = m_2 = m_3 = m_4$	1000	Kg
Massa abitacolo	m_5	36000	Kg
Inerzia al beccheggio dell'abitacolo	I_{gy}	144000	Kgm^2
Inerzia al rollio dell'abitacolo	I_{gx}	51117	Kgm^2
Distanza longitudinale dal baricentro	$a_1 = a_2$	1	m
Distanza trasversale dal baricentro	$a_3 = a_4$	0.85	m

Tabella 5-4: Parametri meccanici del modello a 7 GDL

Modo	Frequenza naturale smorzata [Hz]	Modi
1	1.63	Beccheggio
2	2.32	Rollio
3	3.13	Traslazione verticale, le masse non sospese e la massa sospesa si muovono nella stessa direzione
4	23.17	Rollio + asse anteriore
5	23.17	Rimbalzo (axle hop) dell'asse anteriore
6	23.17	Rimbalzo (axle hop) dell'asse posteriore
7	23.17	Rollio + asse posteriore

Tabella 5-5: Frequenze naturali del sistema a 7 GDL

5.4.3 Sistema meccanico a 13 GdL

In questo lavoro di tesi si è implementato un veicolo che simula le caratteristiche geometriche e meccaniche del mezzo impiegato per le prove dinamiche sperimentali. Il sistema meccanico composto da 13 gradi di libertà trae origine dal veicolo descritto da Gou et al. [38] ed è rappresentato in Figura 5-7. Il modello consiste in un autocarro a quattro assi indipendenti, il cui corpo è costituito da due componenti rigide dotate di massa, che rappresentano rispettivamente la parte motrice e il rimorchio del veicolo. Al fine di simulare l'accoppiamento tra il rimorchio e la parte motrice, è stata introdotta una cerniera tridimensionale lungo l'asse longitudinale del veicolo, che consente le rotazioni sia in direzione longitudinale che trasversale, ma limita gli spostamenti nella direzione verticale.

Il corpo del modello è connesso a otto masse mediante molle e smorzatori viscosi collegati in parallelo, i quali rappresentano il peso complessivo del sistema di sospensioni. A loro volta, tali elementi sono collegati a terra attraverso sistemi in parallelo che rappresentano il comportamento meccanico degli pneumatici.

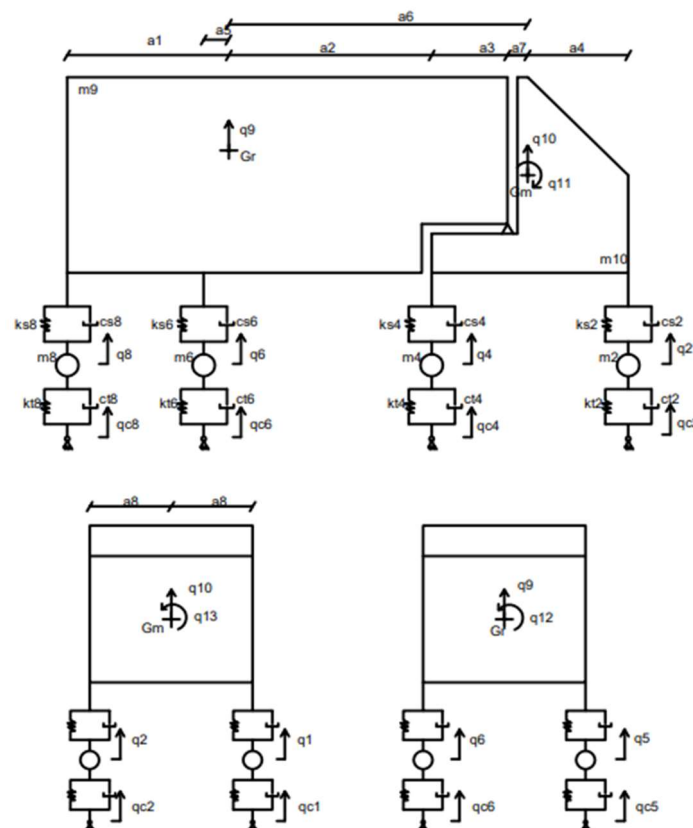


Figura 5-7: Modello del sistema meccanico a 13 GDL

Le coordinate libere del veicolo sono 13 in totale. Le prime 8 sono le coordinate del veicolo associate alle traslazioni verticali delle masse non ammortizzate. Le coordinate q_9 e q_{10} corrispondono rispettivamente alla traslazione verticale del rimorchio ed a quella della motrice del veicolo. Infine, le ultime 3 coordinate corrispondono rispettivamente al rollio della motrice, al beccheggio della motrice ed al beccheggio del rimorchio. Il vettore delle coordinate può essere scritto come segue, dividendo nuovamente le coordinate libere in coordinate proprie del solo veicolo e coordinate dei punti di contatto:

$$q = \begin{bmatrix} \underline{q}_v \\ \underline{q}_{cv} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

$$\underline{q}_v = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6 \quad q_7 \quad q_8 \quad q_9 \quad q_{10} \quad q_{11} \quad q_{12} \quad q_{13}]^T$$

$$\underline{q}_{cv} = [q_{c1} \quad q_{c2} \quad q_{c3} \quad q_{c4} \quad q_{c5} \quad q_{c6} \quad q_{c7} \quad q_{c8}]^T \quad (5.39)$$

L'analisi cinematica, per il cui svolgimento integrale si rimanda all'appendice A, permette, mediante l'espressione in forma estesa delle equazioni di Lagrange, dell'energia potenziale e della funzione di dissipazione, di ottenere le matrici del sistema, le quali vengono di seguito presentate:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{v,v} & \underline{\underline{M}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{M}}_{cv,v} & \underline{\underline{M}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$\underline{\underline{M}}_{v,v} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_9 + \frac{I_{gry}}{a_6^2} & -\frac{I_{gry}}{a_6^2} & -\frac{I_{gry} * a_7}{a_6^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_{gry}}{a_6^2} & m_{10} + \frac{I_{gry}}{a_6^2} & \frac{I_{gry} * a_7}{a_6^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_{gry} * a_7}{a_6^2} & \frac{I_{gry} * a_7}{a_6^2} & +\frac{I_{gry} * a_7^2}{a_6^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{grx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{grx} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

La matrice $M_{cv,cv}$ e le matrici $\underline{\underline{M}}_{v,cv} = \underline{\underline{M}}_{cv,v}^T$ sono formate da valori nulli, poiché non sono applicate masse ai gradi di libertà associati ai punti di contatto. In questo caso, la matrice non assume una forma diagonale a causa della presenza del vincolo interno.

La matrice di smorzamento invece è composta da:

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}}_{y,v} & C_{v,cv} \\ \underline{\underline{C}}_{cv,v} & \underline{\underline{C}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Con la matrice $\underline{\underline{C}}_{y,v}$ è riportata in appendice A.

Le altre sottomatrici che compongono la matrice di smorzamento risultano:

$$C_{cv,cv} = \begin{bmatrix} c_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{t3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{t4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t8} \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

$$C_{v,cv} = C_{cv,v}^T = \begin{bmatrix} -c_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{t3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{t4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{t5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{t6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{t7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{t8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

In maniera analoga la matrice di rigidezza è composta da:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{y,v} & K_{v,cv} \\ \underline{\underline{K}}_{cv,v} & \underline{\underline{K}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Con la matrice $\underline{\underline{K}}_{y,v}$ è riportata in appendice A.

Le altre sottomatrici che compongono la matrice di rigidezza risultano:

$$K_{cv,cv} = \begin{bmatrix} k_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{t3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{t4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t8} \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

$$K_{v,cv} = K_{cv,v}^T = \begin{bmatrix} -k_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{t3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{t4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{t5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{t6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{t7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{t8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

Si può quindi esprimere l'equazione del moto come:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{v,v} & \underline{\underline{M}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{M}}_{cv,v} & \underline{\underline{M}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\ddot{q}}}_v \\ \underline{\underline{\ddot{q}}}_{cv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}}_{v,v} & \underline{\underline{C}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{C}}_{cv,v} & \underline{\underline{C}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\dot{q}}}_v \\ \underline{\underline{\dot{q}}}_{cv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{v,v} & \underline{\underline{K}}_{v,cv} \\ \underline{\underline{K}}_{cv,v} & \underline{\underline{K}}_{cv,cv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{q}}_v \\ \underline{\underline{q}}_{cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{Q}}_v \\ \underline{\underline{Q}}_{cv} \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Questo sistema può essere suddiviso in due sottosistemi:

$$\underline{\underline{M}}_{v,v} \underline{\underline{\ddot{q}}}_v + \underline{\underline{C}}_{v,v} \underline{\underline{\dot{q}}}_v + \underline{\underline{K}}_{v,v} \underline{\underline{q}}_v = \underline{\underline{Q}}_v - \underline{\underline{C}}_{v,cv} \underline{\underline{\dot{q}}}_{cv} - \underline{\underline{K}}_{v,cv} \underline{\underline{q}}_{cv} \quad (5.49.a)$$

$$\underline{\underline{C}}_{cv,v} \underline{\underline{\dot{q}}}_v + \underline{\underline{C}}_{cv,cv} \underline{\underline{\dot{q}}}_{cv} + \underline{\underline{K}}_{cv,v} \underline{\underline{q}}_v + \underline{\underline{K}}_{cv,cv} \underline{\underline{q}}_{cv} = \underline{\underline{Q}}_{cv} \quad (5.49.b)$$

Nella Tabella 5-6 sono riportati i parametri del veicolo: si riportano i valori estrapolati dal lavoro di Gou et al.[38] per quanto concerne le costanti di rigidezza e di smorzamento dei sistemi di sospensione, non essendo stato possibile risalire a quelle relative al veicolo utilizzato nelle prove sperimentali. I parametri geometrici e di massa, in Tabella 5-6, sono stati invece individuati con una procedura di best-fitting, avendo a disposizione informazioni riguardanti i quattro carichi assali dell'autoveicolo e le distanze misurate tra di essi. In tal modo si è riusciti a replicare in maniera sufficientemente accurata ed attendibile i carichi statici trasmessi dal veicolo alla struttura, e di conseguenza a simulare le oscillazioni dinamiche delle forze di contatto in seguito all'interazione con la struttura. Con le dimensioni introdotte il modello presenta un solo asse di simmetria.

DESCRIZIONE	simbolo	valore	U.D.M.
Rigidezze sospensioni anteriori	$k_{s1} = k_{s2}$	$4 * 10^3$	$\frac{kN}{m}$
Rigidezze sospensioni posteriori	$k_{s3} = k_{s4} = k_{s5} = k_{s6} = k_{s7} = k_{s8}$	$8 * 10^3$	$\frac{kg}{s}$
Rigidezze pneumatici anteriori	$k_{t1} = k_{t2}$	$2.25 * 10^3$	$\frac{kg}{s}$
Rigidezze pneumatici posteriori	$k_{t3} = k_{t4} = k_{t5} = k_{t6} = k_{t7} = k_{t8}$	$8 * 10^3$	$\frac{kg}{s}$
Smorzamento sospensioni	$c_{s1} = c_{s2} = c_{s3} = c_{s4} = c_{s5} = c_{s6} = c_{s7} = c_{s8}$	$2 * 10^4$	$\frac{kg}{s}$
rigidezze pneumatici	$c_{t1} = c_{t2} = c_{t3} = c_{t4} = c_{t5} = c_{t6} = c_{t7} = c_{t8}$	$2 * 10^4$	$\frac{kg}{s}$
Masse sospensioni anteriori	$m_1 = m_2$	445	<i>Kg</i>
Masse sospensioni posteriori	$m_3 = m_4 = m_5 = m_6 = m_7 = m_8$	890	<i>Kg</i>
Massa rimorchio	m_9	30000	<i>Kg</i>
Massa motrice	m_{10}	3770	<i>Kg</i>
Inerzia al beccheggio del rimorchio	I_{gmy}	17395	<i>Kgm</i> ²
Inerzia al rollio del rimorchio	I_{grx}	53462	<i>Kgm</i> ²
Inerzia al beccheggio della motrice	I_{gmy}	3020	<i>Kgm</i> ²
Inerzia al rollio della motrice	I_{grx}	8153	<i>Kgm</i> ²
Distanza baricentro rimorchio asse 4	a_1	1.6	<i>m</i>
Distanza baricentro rimorchio asse 2	a_2	1.915	<i>m</i>
Distanza baricentro del motrice asse 2	a_3	0.95	<i>m</i>
Distanza baricentro del motrice asse 1	a_4	0.99	<i>m</i>
Distanza baricentro del rimorchio asse 3	a_5	0.245	<i>m</i>
Distanza baricentro del rimorchio cerniera 3D	a_6	2.765	<i>m</i>
Distanza baricentro del motrice cerniera 3D	a_7	0.1	<i>m</i>
Semi distanza trasversale tra gli assi	a_8	0.9575	<i>m</i>

Tabella 5-6: Parametri meccanici e geometrici del modello a 13 GDL

Come precedentemente illustrato per il veicolo e 2 e 7 GDL, è possibile calcolare le frequenze naturali del sistema (riportate in Tabella 5-7) mediante l'analisi modale.

Modo	Frequenza naturale smorzata [Hz]	Modo
1	3.16	Beccheggio della motrice
2	4.33	Beccheggio del rimorchio
3	5.66	Rollio della motrice
4	6.41	Rollio del rimorchio
5	8.04	Traslazione verticale, le masse non sospese e le masse sospese si muovono nella stessa direzione
6	19.46	Rollio della motrice + asse anteriore
7	19.46	Rimbalzo (axle hop) dell'asse anteriore della motrice
8	21.36	Rollio del rimorchio + asse anteriore
9	21.82	Rimbalzo (axle hop) dell'asse anteriore del rimorchio
10	22.17	Rimbalzo (axle hop) dell'asse posteriore del rimorchio
11	21.34	Rollio della motrice + asse posteriore
12	22.46	Rimbalzo (axle hop) dell'asse posteriore del rimorchio
13	23.46	Rollio del rimorchio+ asse posteriore

Tabella 5-7: Frequenze naturali del sistema meccanico a 13 GDL

6 EQUAZIONI DEL MOTO

La derivazione delle equazioni del moto qui presentata è tratta da [11][12]. Le equazioni del moto governano il comportamento meccanico del ponte stradale e del veicolo che lo percorre. Esse sono formulate sulla base delle seguenti ipotesi, che consentono di rappresentare l'interazione tra il veicolo e la struttura attraverso un sistema di forze concentrate che agiscono in direzione verticale:

- L'analisi della struttura si basa sulla configurazione di equilibrio statico raggiunta al termine dell'analisi lineare;
- I veicoli viaggiano a velocità costante lungo una traiettoria rettilinea e parallela all'asse del ponte;
- Il moto orizzontale dei veicoli è indipendente dal movimento verticale;
- L'area di contatto tra lo pneumatico del veicolo e la superficie stradale è considerata come un punto privo di massa;
- Il contatto tra la ruota e la superficie del ponte è considerato perfetto.
- I vincoli interni ed esterni sono considerati lisci, bilaterali e olonomi.

6.1 Scelta delle coordinate libere

Come visto nel capitolo 4, il ponte è stato modellato con il metodo agli elementi finiti, mentre il veicolo è descritto come un sistema di corpi rigidi dotati di massa, collegati tra loro tramite molle e smorzatori viscosi. La risposta dinamica del sistema accoppiato (ponte + veicolo), è descritta da un insieme finito di coordinate lagrangiane rappresentate dal vettore \underline{q} :

$$\underline{q} = \begin{pmatrix} \tilde{q}_p \\ \tilde{q}_v \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Dove:

- $\underline{\tilde{q}}_p$ rappresenta le coordinate libere del ponte
- $\underline{\tilde{q}}_v$ rappresenta le coordinate libere del veicolo

Considerando l'ipotesi di vincoli bilaterali e l'assunzione che l'area di contatto tra lo pneumatico e la superficie stradale sia rappresentata da un punto privo di massa, diventa possibile esprimere gli spostamenti e le velocità dei punti di contatto del veicolo in relazione agli spostamenti, alle velocità e alla rugosità dei punti corrispondenti del ponte. Pertanto, diventa necessario suddividere il vettore che contiene le coordinate lagrangiane del ponte secondo il seguente schema:

$$\underline{\tilde{q}}_p = \begin{pmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

Dove:

- \underline{q}_c rappresenta le coordinate del ponte direttamente caricate dalla forza di contatto trasmessa dal veicolo
- \underline{q}_p rappresenta le restanti coordinate.

Durante il transito del veicolo sul ponte, nel generico istante di tempo t , i punti di contatto potrebbero non coincidere con i nodi del modello ad elementi finiti. Poiché non è ragionevole aggiornare la mesh del ponte ad ogni passo di integrazione per far coincidere i punti di contatto con i nodi del modello, diventa necessario interpolare la soluzione all'interno dell'elemento finito considerato, utilizzando opportune funzioni di forma. A questo scopo, si definisce un nuovo insieme di coordinate libere \underline{q}_{cp} che consentono di descrivere le posizioni verticali dei punti di contatto relativi al ponte.

Il vettore \underline{q}_{cp} , che dipende da \underline{q}_v tramite opportune funzioni di forma \underline{N} , vale:

$$\underline{q}_{cp} = \underline{N}\underline{q}_c \quad (6.3)$$

In maniera analoga, si opera una partizione sulle coordinate libere del veicolo:

$$\underline{\tilde{q}}_v = \begin{pmatrix} \underline{q}_{cv} \\ \underline{q}_v \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

Dove:

- \underline{q}_{cv} rappresenta le coordinate associate ai punti di contatto relativi al veicolo;
- \underline{q}_v rappresenta le coordinate libere necessarie per descrivere la posizione dei corpi rigidi che compongono il modello.

La posizione del punto di contatto generico lungo la sua traiettoria rettilinea può essere descritta nel tempo da una funzione $x(t)$. In un dato istante temporale, la rugosità della superficie stradale è rappresentata dalla funzione di rugosità $r(x(t))$. Gli spostamenti dei punti di contatto relativi al ponte e quelli relativi al veicolo non sono indipendenti, ma sono legati dal vincolo di perfetta aderenza. Pertanto, all'istante di tempo t , lo spostamento del veicolo è dato dalla somma del corrispondente spostamento del ponte e dalla rugosità della superficie stradale:

$$\underline{q}_{cv} = \underline{r}(x(t)) + \underline{q}_{cp} = \underline{r}(x(t)) + \underline{N}(x(t))\underline{q}_c \quad (6.5)$$

La matrice delle funzioni di forma che varia per ogni posizione assunta dal punto di contatto all'interno dell'elemento, è dipendente dal tempo. Indicando con un punto la derivata temporale e con un apice quella spaziale, la velocità dei punti di contatto può essere espressa come segue:

$$\dot{\underline{q}}_{cv} = \dot{\underline{r}} + \underline{N}\dot{\underline{q}}_c + \dot{\underline{N}}\underline{q}_c = c\underline{r}' + \underline{N}\dot{\underline{q}}_c + c\underline{N}'\underline{q}_c \quad (6.6)$$

Dove:

- c indica la velocità del veicolo.
- Primo e terzo termine dell'equazione sono noti come termini convettivi.

Tenendo conto delle equazioni 6.5 e 6.6, il sistema accoppiato ponte-veicolo può essere descritto dalle seguenti coordinate lagrangiane:

$$\underline{q} = \begin{pmatrix} \underline{q}_b \\ \underline{q}_c \\ \underline{q}_v \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

6.2 Equazione di Lagrange

Le equazioni del moto per sistemi discreti, conservativi e con vincoli lisci e olonomi, possono essere ottenute direttamente dalle equazioni di Lagrange. Indicando con q_k le coordinate libere che descrivono la configurazione del sistema rispetto all'equilibrio C_0 e considerando solo piccole oscillazioni intorno a C_0 , le equazioni del moto possono essere scritte nel seguente modo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k + Q_{D,k} \quad k = 1, \dots, n_{dof} \quad (6.8)$$

Dove:

- L rappresenta la funzione Lagrangiana data da $L = T - V$;
- T è l'energia cinetica del sistema;
- V è l'energia potenziale del sistema;
- Q_k è la componente generalizzata della forza esterna;
- $Q_{D,k}$ è la componente generalizzata della forza di smorzamento.

Nel caso considerato, la forzante è determinata dalle forze di contatto scambiate tra i due sistemi, quindi il termine Q_k è nullo. La componente generalizzata della forza dissipativa può essere espressa in termini della funzione di dissipazione di Rayleigh (D):

$$Q_{D,k} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} \quad k = 1, \dots, n_{dof} \quad (6.9)$$

L'equazione di Lagrange diventa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{dL}{d\dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad k = 1, \dots, n_{dof} \quad (6.10)$$

Pertanto, per descrivere le equazioni di moto è necessario definire:

- $T = T_p + T_v$;
- $V = V_p + V_v$;
- $D = D_p + D_v$.

6.3 Energia cinetica

Per sistemi a vincoli fissi l'energia cinetica T è rappresentata dalla seguente forma quadratica:

$$T = \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T \underline{M} \underline{\dot{q}} \quad (6.11)$$

L'energia cinetica del ponte è data da:

$$T_p = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p^T & \underline{\dot{q}}_c^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p \\ \underline{\dot{q}}_c \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Nell'ipotesi di piccole oscillazioni, la matrice di massa M è una matrice simmetrica a coefficienti costanti e definita positiva, con valori corrispondenti alla configurazione di equilibrio. Per il sistema del veicolo, considerando la massa totale M e tenendo

presente che i punti di contatto sono privi di massa, l'energia cinetica può essere espressa come segue:

$$T_v = \frac{1}{2} (\underline{\dot{q}}_v^T \underline{m}_{v,v} \underline{\dot{q}}_v + Mc^2) \quad (6.13)$$

L'equazione (6.13) definita è composta da due termini: il primo rappresenta l'energia cinetica associata agli spostamenti verticali delle masse del veicolo, il secondo quella associata alla traslazione lungo la direzione di marcia.

6.4 Energia potenziale

L'energia potenziale si ricava dallo sviluppo in serie del potenziale elastico in un intorno della configurazione di equilibrio C_0 :

$$V(q) = V_0 + \frac{dV}{dq} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} + \dots = \frac{1}{2} \underline{q}^T \underline{K} \underline{q} \quad (6.14)$$

Nel caso in esame, occorre considerare il contributo offerto dalle forze conservative, dovute ai carichi statici applicati ai sistemi. L'energia potenziale dei carichi gravitazionali può essere calcolata, a meno del segno, come il lavoro compiuto da queste forze per gli spostamenti associati:

$$V^{(G)} = -W \quad (6.15)$$

Per il sistema del veicolo, considerando il vettore $W_0 = [0 \quad W_{0,v}^T]^T$ che rappresenta i carichi gravitazionali e ricordando che, secondo l'equazione 6.14, le coordinate dei punti di contatto del veicolo possono essere espressi in funzione delle corrispondenti coordinate del ponte, l'energia potenziale può essere scritta come segue:

$$V_v = \frac{1}{2} \left[\left(\underline{r}^T + \underline{\dot{q}}_c^T \underline{N}^T \right) \quad \underline{q}_v^T \right] \begin{bmatrix} \underline{k}_{cv,cv} & \underline{k}_{cv,v} \\ \underline{k}_{cv,v} & \underline{k}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\underline{r} + \underline{N} \underline{\dot{q}}_c \right) \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} - [0 \quad \underline{W}_{0,v}^T] \begin{bmatrix} \left(\underline{r} + \underline{N} \underline{\dot{q}}_c \right) \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

L'energia potenziale del viadotto è data da:

$$V_p = \frac{1}{2} \left[\underline{q}_p^T \quad \underline{q}_c^T \right] \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \end{bmatrix} - \left[\underline{Q}_{o,p}^T \quad \underline{Q}_{o,c}^T \right] \begin{bmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

6.5 Funzione di Rayleigh

Si definisce la funzione di dissipazione come la metà della potenza dissipata dagli smorzatori s presenti nel sistema:

$$D = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^s c_r \dot{z}_r^2 \quad (6.18)$$

Dove:

- c_r è la costante di smorzamento;
- z_r è l'allungamento dello smorzatore.

Indicando con n il numero delle coordinate libere, per la linearità del problema si esprime \dot{z}_r come segue:

$$\dot{z}_r = \sum_{i=1}^n \frac{\partial z_r}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (6.19)$$

Per il sistema veicolo la funzione di dissipazione è data da:

$$D_v = \frac{1}{2} \left[\underline{\dot{r}}^T + \underline{\dot{q}}_c^T \underline{N}^T + \underline{q}_c^T \underline{N}^T \quad \underline{\dot{q}}_v^T \right] \begin{bmatrix} \underline{c}_{cv,cv} & \underline{c}_{cv,v} \\ \underline{c}_{v,cv} & \underline{c}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\underline{\dot{r}} + \underline{N} \underline{\dot{q}}_c + \underline{\dot{N}} \underline{q}_c \right) \\ \underline{\dot{q}}_v \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

Quella del sistema ponte vale:

$$D_p = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p^T & \underline{\dot{q}}_c^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} \\ \underline{c}_{c,p} & \underline{c}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p \\ \underline{\dot{q}}_c \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

In conclusione, l'energia cinetica, l'energia potenziale e l'energia di dissipazione del sistema accoppiato sono date da:

$$T = T_p + T_v = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p^T & \underline{\dot{q}}_c^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p \\ \underline{\dot{q}}_c \end{bmatrix} + \frac{1}{2} (\underline{\dot{q}}_v^T \underline{m}_{v,v} \underline{\dot{q}}_v + M c^2) \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} V = V_p + V_v = & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{q}_p^T & \underline{q}_c^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Q}_{o,p}^T & \underline{Q}_{o,c}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\underline{r}^T + \underline{\dot{q}}_c^T \underline{N}^T \right) \quad \underline{q}_v^T \right] \begin{bmatrix} \underline{k}_{cv,cv} & \underline{k}_{cv,v} \\ \underline{k}_{cv,v} & \underline{k}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\underline{r} + \underline{N} \underline{q}_c \right) \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} 0 & \underline{W}_{o,v}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\underline{r} + \underline{N} \underline{q}_c \right) \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$D = D_p + D_v = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{q}_p^T & \dot{q}_c^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} \\ \underline{c}_{c,p} & \underline{c}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_p \\ \dot{q}_c \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{r}^T + \dot{q}_c^T \underline{N}^T + \underline{q}_c^T \underline{N}^T & \dot{q}_v^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{c}_{cv,cv} & \underline{c}_{cv,v} \\ \underline{c}_{v,cv} & \underline{c}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r} + \underline{N}\dot{q}_c + \underline{N}\dot{q}_c \\ \dot{q}_v \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

6.6 Problema accoppiato

Le equazioni del moto vengono ottenute utilizzando le equazioni di Lagrange. Le equazioni vengono esplicitate in termini dell'energia cinetica, dell'energia potenziale e della forza dissipativa. Attraverso le seguenti relazioni:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_k} \right) = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \quad (6.25)$$

$$\frac{dL}{dq_k} = \frac{dT}{dq_k} - \frac{dV}{dq_k} = - \frac{dV}{dq_k} \quad (6.26)$$

Tenendo conto che l'energia potenziale non dipende dalla velocità, e che l'energia cinetica è indipendente dallo spostamento. Le equazioni di Lagrange possono essere riscritte nella seguente forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad k = 1, \dots, n_{dof} \quad (6.27)$$

Nella (6.27), T, V e D rappresentano l'energia cinetica, l'energia potenziale e la funzione di dissipazione totali del sistema accoppiato. Derivando queste quantità rispetto al vettore q , definito all'equazione (6.7), si ottiene:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} & 0 \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{m}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_p \\ \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_v \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

$$\frac{dV}{dq} = \begin{bmatrix} \underline{k}_{p,p} & \underline{k}_{p,c} & 0 \\ \underline{k}_{c,p} & \underline{k}_{c,c} + \underline{N}^T \underline{k}_{cv,cv} \underline{N} & \underline{N}^T \underline{k}_{cv,v} \\ 0 & \underline{k}_{cv,v}^T & \underline{N} \\ & \underline{k}_{v,v} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_p \\ q_c \\ q_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{k}_{cv,cv} \underline{r} \\ \underline{k}_{cv,v}^T \underline{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Q}_{o,p} \\ \underline{Q}_{o,p} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{W}_{o,v} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

$$\frac{dD}{d\dot{q}} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} & 0 \\ \underline{c}_{c,p} & \underline{c}_{c,c} + \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{N} & \underline{N}^T \underline{c}_{cv,v} \\ 0 & \underline{c}_{cv,v}^T & \underline{N} \\ & \underline{c}_{v,v} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_p \\ \dot{q}_c \\ \dot{q}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \underline{c}_{p,c} & 0 \\ 0 & \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{N} & 0 \\ 0 & \underline{c}_{cv,v}^T & \underline{N} \\ 0 & \underline{c}_{v,v} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_p \\ q_c \\ q_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{r} \\ \underline{c}_{cv,v}^T \underline{r} \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} & 0 \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{m}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}}_p \\ \underline{\ddot{q}}_c \\ \underline{\ddot{q}}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} & 0 \\ \underline{c}_{c,p} & \underline{c}_{c,c} + \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{N} & \underline{N}^T \underline{c}_{cv,v} \\ 0 & \underline{c}_{cv,v}^T \underline{N} & \underline{c}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p \\ \underline{\dot{q}}_c \\ \underline{\dot{q}}_v \end{bmatrix} \\
& + \left(\begin{bmatrix} \underline{k}_{p,p} & \underline{k}_{p,c} & 0 \\ \underline{k}_{c,p} & \underline{k}_{c,c} + \underline{N}^T \underline{k}_{cv,cv} \underline{N} & \underline{N}^T \underline{k}_{cv,v} \\ 0 & \underline{k}_{cv,v}^T \underline{N} & \underline{k}_{v,v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \underline{c}_{p,c} & 0 \\ 0 & \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{\dot{N}} & 0 \\ 0 & \underline{c}_{cv,v}^T \underline{\dot{N}} & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} \underline{Q}_{o,b} \\ \underline{Q}_{o,c} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{W}_{0,v} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{k}_{cv,cv} \underline{r} \\ \underline{k}_{cv,v}^T \underline{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{\dot{r}} \\ \underline{c}_{cv,v}^T \underline{\dot{r}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6.31}$$

È possibile scrivere le equazioni in forma compatta come segue:

$$\underline{M} \underline{\ddot{q}} + \underline{C} \underline{\dot{q}} + (\underline{K} + \underline{K}_c) \underline{q} = \underline{Q}_0 + \underline{Q}_\omega(t) - \underline{Q}_r(t) - \underline{Q}_{\dot{r}}(t) \tag{6.32}$$

Dove:

- \underline{Q}_0 è il vettore delle forze statiche del ponte;
- \underline{Q}_ω è il vettore delle forze statiche associate al peso del veicolo;
- \underline{Q}_r è il vettore delle forze derivanti dal profilo di rugosità;
- $\underline{Q}_{\dot{r}}$ è il vettore delle forze derivanti dalla variazione longitudinale del profilo di rugosità.

Le matrici \underline{M} , \underline{C} e \underline{K} definite nel sistema accoppiato (6.32) sono tutte simmetriche; mentre la matrice di massa è a coefficienti costanti, nelle matrici di rigidezza e di smorzamento viene introdotta la dipendenza temporale dalle funzioni di forma $N(x(t))$. La matrice di rigidezza è composta da un termine derivato dall'energia potenziale (\underline{K}) e uno legato alla funzione di dissipazione (\underline{K}_c): quest'ultimo non è simmetrico e presenta una dipendenza temporale, ma può essere trascurato ipotizzando che lo smorzamento degli pneumatici o il termine connettivo \underline{N}' (o entrambi) siano nulli, simmetrizzando il problema.

6.7 Contributo statico all'equazione del moto

La risposta del sistema accoppiato è determinata sia dalla soluzione statica che da quella dinamica. Grazie alla linearità del problema, è possibile studiare separatamente le due risposte e applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Questo approccio consente di suddividere le coordinate libere del sistema in due componenti: q_0 rappresenta le deformazioni statiche del ponte, mentre q_d rappresenta la risposta dinamica accoppiata dei due sistemi.

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{q}_p \\ \underline{q}_c \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{q}_{dp} \\ \underline{q}_{dc} \\ \underline{q}_{dv} \end{bmatrix} = \underline{q}_0 + \underline{q}_d \quad (6.33)$$

Dal momento che le coordinate \underline{q}_0 descrivono la soluzione statica del ponte e quindi le derivate temporali sono nulle:

$$\underline{\dot{q}} = \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p \\ \underline{\dot{q}}_c \\ \underline{\dot{q}}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_{dp} \\ \underline{\dot{q}}_{dc} \\ \underline{\dot{q}}_{dv} \end{bmatrix} = \underline{\dot{q}}_d \quad (6.34)$$

$$\underline{\ddot{q}} = \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}}_p \\ \underline{\ddot{q}}_c \\ \underline{\ddot{q}}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}}_{dp} \\ \underline{\ddot{q}}_{dc} \\ \underline{\ddot{q}}_{dv} \end{bmatrix} = \underline{\ddot{q}}_d \quad (6.35)$$

Considerando la suddivisione delle coordinate (6.7) l'energia cinetica T, l'energia potenziale V e l'energia di dissipazione possono essere espresse come segue:

$$T = T_p + T_v = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_{dp}^T & \underline{\dot{q}}_{dc}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_{dp} \\ \underline{\dot{q}}_{dc} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} (\underline{q}_v^T \underline{m}_{v,v} \underline{\dot{q}}_v + M c^2) \quad (6.36)$$

$$\begin{aligned} V = V_p + V_v = & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (q_{0p} + q_{dp})^T & (q_{0c} + q_{dc})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{k}_{p,p} & \underline{k}_{p,c} \\ \underline{k}_{c,p} & \underline{k}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (q_{0p} + q_{dp}) \\ (q_{0c} + q_{dc}) \end{bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} \underline{Q}_{o,p}^T & \underline{Q}_{o,c}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (q_{0p} + q_{dp}) \\ (q_{0c} + q_{dc}) \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\underline{r}^T + (q_{0c} + q_{dc})^T \underline{N}^T \right) \underline{q}_v^T \right] \begin{bmatrix} \underline{k}_{cv,cv} & \underline{k}_{cv,v} \\ \underline{k}_{v,cv} & \underline{k}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\underline{r} + \underline{N}(q_{0c} + q_{dc}) \right) \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} 0 & \underline{W}_{o,v}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\underline{r} + \underline{N}(q_{0c} + q_{dc}) \right) \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.37)$$

$$\begin{aligned} D = D_p + D_v = & \frac{1}{2} \left[\left(\underline{\dot{r}}^T + \underline{\dot{q}}_{dc} \underline{N}^T \right) \right. \\ & \left. + \underline{q}_{dc}^T \underline{\dot{N}}^T \right) \underline{\dot{q}}_v^T \begin{bmatrix} \underline{c}_{cv,cv} & \underline{c}_{cv,v} \\ \underline{c}_{v,cv} & \underline{c}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\underline{\dot{r}} + \underline{N} \underline{\dot{q}}_{dc} + \underline{\dot{N}} \underline{q}_{dc} \right) \\ \underline{\dot{q}}_v \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_{dp}^T & \underline{\dot{q}}_{dc}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} \\ \underline{c}_{c,p} & \underline{c}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_{dp} \\ \underline{\dot{q}}_{dc} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.38)$$

Nell'equazione 6.37 gli ultimi due termini includono la condizione di equilibrio statico, che può essere espressa come:

$$\underline{K} \underline{q}_0 - \underline{Q}_0 = 0 \quad (6.39)$$

Si definisce una funzione di rugosità modificata r^* ottenuta sommando la funzione di rugosità precedente r alla deformata statica del ponte nel punto generico, che viene determinata interpolando gli spostamenti statici dei nodi all'interno dell'elemento finito mediante le funzioni di forma. In termini analitici, questa funzione di rugosità può essere espressa come:

$$\underline{r}^*(x(t)) = \underline{N} \underline{q}_{0c} + \underline{r}(x(t)) \quad (6.40)$$

La sua derivata prima vale:

$$\underline{\dot{r}}^*(x(t)) = \underline{\dot{N}} \underline{q}_{0c} + \underline{\dot{r}}(x(t)) \quad (6.41)$$

Sostituendo l'equazione (6.40) all'interno di quella di Lagrange (6.8) e considerando le equazioni (6.36), (6.37) e (6.38) si ottiene:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} & 0 \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{m}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}}_{dp} \\ \underline{\ddot{q}}_{dc} \\ \underline{\ddot{q}}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} & 0 \\ \underline{c}_{c,p} & \underline{c}_{c,c} + \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{N} & \underline{N}^T \underline{c}_{cv,v} \\ 0 & \underline{c}_{cv,v}^T \underline{N} & \underline{c}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_p \\ \underline{\dot{q}}_c \\ \underline{\dot{q}}_v \end{bmatrix} \\ & + \left(\begin{bmatrix} \underline{k}_{p,p} & \underline{k}_{p,c} & 0 \\ \underline{k}_{c,p} & \underline{k}_{c,c} + \underline{N}^T \underline{k}_{cv,cv} \underline{N} & \underline{N}^T \underline{k}_{cv,v} \\ 0 & \underline{k}_{cv,v}^T \underline{N} & \underline{k}_{v,v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \underline{c}_{p,c} & 0 \\ 0 & \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{\dot{N}} & 0 \\ 0 & \underline{c}_{cv,v}^T \underline{\dot{N}} & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{q}_{dp} \\ \underline{q}_{dc} \\ \underline{q}_{dv} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{W}_{0,v} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{k}_{cv,cv} \underline{r}^* \\ \underline{k}_{cv,v}^T \underline{r}^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{\dot{r}}^* \\ \underline{c}_{cv,v}^T \underline{\dot{r}}^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.42)$$

In forma matriciale si ottiene:

$$\underline{M} \underline{\ddot{q}}_d + \underline{C} \underline{\dot{q}}_d + \left(\underline{K} + \underline{K}_c \right) \underline{q}_d = \underline{Q}_\omega(t) - \underline{Q}_{r^*}(t) - \underline{Q}_{\dot{r}^*}(t) \quad (6.43)$$

L'equazione (6.43) governa il problema di interazione veicolo-struttura. Poiché le matrici di rigidità e smorzamento dipendono dal tempo attraverso la matrice delle funzioni di forma, questa equazione non è di facile integrazione, anche nel caso di un problema simmetrico. La difficoltà risiede nella necessità di ri-assemblare le matrici menzionate ad ogni passo, con il carico computazionale che ne consegue.

Per superare questo problema, è possibile effettuare un disaccoppiamento dei due sistemi, come verrà mostrato nel paragrafo successivo.

6.8 Disaccoppiamento del problema

L'equazione del moto (6.42) descrive la risposta dinamica del sistema accoppiato composto dal ponte e dal veicolo. L'accoppiamento delle equazioni dipende da termini misti presenti nelle matrici di rigidezza e smorzamento, che collegano le coordinate libere dei due sottosistemi. Una possibile strategia di soluzione si basa sul disaccoppiamento forzato dalle equazioni, associato a opportune strategie iterative.

Il disaccoppiamento può essere ottenuto spostando i termini misti di accoppiamento e i termini dipendenti dal tempo al secondo membro dell'equazione, trattandoli come forzanti esterne:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} & 0 \\ \underline{m}_{c,p} & \underline{m}_{c,c} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{m}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}}_{dp} \\ \underline{\ddot{q}}_{dc} \\ \underline{\ddot{q}}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} & 0 \\ \underline{c}_{c,p} & \underline{c}_{c,c} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{c}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_{dp} \\ \underline{\dot{q}}_{dc} \\ \underline{\dot{q}}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{k}_{p,p} & \underline{k}_{p,c} & 0 \\ \underline{k}_{c,p}^T & \underline{k}_{c,c} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{k}_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_{dp} \\ \underline{q}_{dc} \\ \underline{q}_v \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{W}_{0,v} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{k}_{cv,cv} \underline{r}^* \\ \underline{k}_{cv,v}^T \underline{r}^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{r}^* \\ \underline{c}_{cv,v}^T \underline{r}^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T (\underline{c}_{cv,cv} \underline{N} \underline{\dot{q}}_{dc} + \underline{c}_{v,v} \underline{\dot{q}}_v) \\ \underline{c}_{cv,v}^T \underline{N} \underline{\dot{q}}_{dc} \end{bmatrix} \\
 & - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T (\underline{k}_{cv,cv} \underline{N} \underline{q}_{dc} + \underline{k}_{cv,v} \underline{q}_v) \\ \underline{c}_{cv,v}^T \underline{N} \underline{q}_{dc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{c}_{cv,cv} \underline{N} \underline{q}_{dc} \\ \underline{c}_{cv,v}^T \underline{N} \underline{q}_{dc} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (6.44)$$

Nell'equazione (6.44), le prime due righe delle matrici corrispondono all'equazione del moto del ponte, mentre l'ultima riga rappresenta l'equazione del moto del veicolo. Per semplicità, è possibile riscrivere queste equazioni nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} \underline{m}_{p,p} & \underline{m}_{p,c} \\ \underline{m}_{p,c}^T & \underline{m}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{q}}_{db} \\ \underline{\ddot{q}}_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{c}_{p,p} & \underline{c}_{p,c} \\ \underline{c}_{p,c}^T & \underline{c}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_{db} \\ \underline{\dot{q}}_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{k}_{p,p} & \underline{k}_{p,c} \\ \underline{k}_{p,c}^T & \underline{k}_{c,c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_{db} \\ \underline{q}_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{N}^T \underline{f} \end{bmatrix} \quad (6.45)$$

$$\underline{m}_{v,v} \underline{\ddot{q}}_v + \underline{c}_{v,v} \underline{\dot{q}}_v + \underline{k}_{v,v} \underline{q}_v = \underline{W}_{0,v} + \underline{f}_v \quad (6.46)$$

Dove:

- Il vettore \underline{f} che contiene le forzanti a cui è soggetto il ponte è dato da:

$$\underline{f}_p = -[\underline{k}_{cv,cv} (\underline{r}^* + \underline{N} \underline{q}_{dc}) + \underline{c}_{cv,cv} (\underline{r}^* + \underline{N} \underline{\dot{q}}_{dc} + \underline{N} \underline{\dot{q}}_{dc}) + \underline{c}_{cv,v} \underline{\dot{q}}_v + \underline{k}_{cv,v} \underline{q}_v] \quad (6.47)$$

- Il vettore \underline{f}_v che contiene le forzanti che sollecitano il veicolo è dato da:

$$\underline{f}_v = -[\underline{k}_{cv,v}^T (\underline{r}^* + \underline{N} \underline{q}_{dc}) + \underline{c}_{cv,v}^T (\underline{r}^* + \underline{N} \underline{\dot{q}}_{dc} + \underline{N} \underline{\dot{q}}_{dc})] \quad (6.48)$$

Il vettore (6.48), che agisce sul ponte, è composto da tre termini fisicamente distinti: il primo dipende dagli spostamenti e dalle velocità della rugosità modificata; il secondo

dipende dagli spostamenti e dalle velocità dei punti di contatto \underline{q}_{dc} e il terzo è causato dal movimento del veicolo.

Per quanto riguarda la forza che agisce sul veicolo, questa dipende sia dalla rugosità superficiale che dagli spostamenti e dalle velocità dei punti di contatto.

Con questa trasformazione, le matrici dei due sottosistemi risultano essere simmetriche; sono state quindi separate le equazioni del moto dei due sottosistemi. I due sistemi non possono essere però risolti in maniera indipendente, in quanto intrinsecamente connessi, e devono essere risolti attraverso una procedura iterativa.

6.9 Metodi di integrazione per il problema disaccoppiato

Le equazioni del moto (6.45) e (6.46) sono derivate dall'equazione di equilibrio dinamico del sistema accoppiato, a cui sono state aggiunte delle ipotesi semplificative che hanno permesso di trasportare a secondo membro i termini responsabili della non simmetria e della dipendenza temporale del problema, difatti disaccoppiando i due sottosistemi; così facendo sono stati ottenuti due sistemi di equazioni separati, caratterizzati da matrici simmetriche e a coefficienti costanti. I due sistemi non possono però essere integrati separatamente, poiché gli spostamenti del ponte contribuiscono alla determinazione della forzante del veicolo, e viceversa le forze di contatto che il veicolo trasmette al ponte ne determinano le oscillazioni.; si necessita quindi di una procedura iterativa con integrazione passo-passo.

All'interno del programma INTER sono stati implementati due procedimenti iterativi di integrazione, basati sul metodo di integrazione di Newmark con accelerazione costante: la procedura WTH (Whole Time History), che prevede che l'iterazione venga effettuata su tutto il dominio temporale, e la procedura STS (Single Time Step), che prevede che l'iterazione venga effettuata all'interno del singolo passo di integrazione. Nel paragrafo che segue si descrive schematicamente il funzionamento della procedura STS, fulcro del lavoro di tesi, rimandando a lavori precedenti [36][11][12] per una più completa descrizione del metodo WTH.

6.10 Procedura STS

La procedura STS (single time step) prevede che l'iterazione venga eseguita ad ogni passo di integrazione. L'iterazione viene portata avanti fino al soddisfacimento del criterio di convergenza, definito in termini di forze di contatto. La procedura si appoggia sulla definizione di due moduli distinti (quello del viadotto e quello del veicolo). Si utilizza la seguente notazione:

- j è il numero di iterazione all'interno dello stesso passo;
- k è il passo d'integrazione;
- Il pedice cb indica i punti di contatto appartenenti all'impalcato del viadotto;
- Il pedice N indica i nodi della mesh del modello;
- Il pedice cv indica i punti di contatto appartenenti al veicolo;
- Il vettore \underline{r} indica il contributo aggiuntivo di spostamento dovuto alla rugosità.

La procedura può essere riassunta nel seguente modo:

1. Alla prima iterazione di ciascun passo ($j = 1$) il veicolo viene spostato nella posizione corrispondente alla fine del passo, e la forza di contatto trasmessa dal mezzo al viadotto è pari al valore che aveva all'ultima iterazione del passo precedente ($k-1$).

$$\underline{f}_{cb}^{j,k} = \underline{f}_{cb}^{k-1} \quad (6.49)$$

Alle iterazioni successive, fino al soddisfacimento del criterio di convergenza, la forza di contatto assume il valore al termine dell'iterazione precedente nel passo corrente.

$$\underline{f}_{cb}^{j,k} = \underline{f}_{cb}^{j-1,k} \quad (6.50)$$

2. Le forze di contatto sono applicate nei punti in cui si verifica il contatto pneumatico-impalcato, che in generale non sono coincidenti con i nodi della mesh del modello FE; è quindi necessario trasformarle in forze nodali, facendo ricorso ad una matrice di funzioni di forma opportunamente definita.

$$\underline{P}_N^{j,k} = \left(\underline{N}^k \right)^T \underline{f}_{cb}^{j,k} \quad (6.51)$$

Le funzioni di forma⁵ hanno il compito di trasportare le forze dai punti di contatto ai punti della mesh ad essi adiacenti: la matrice delle funzioni di forma è quindi dipendente dalla posizione dell'ente viaggiante, e deve essere ricalcolata alla prima iterazione di ogni passo, rimanendo però costante per tutte le iterazioni successive.

⁵ All'interno del codice INTER sono state introdotte delle funzioni di forma lineari, basate sul modello di trave di Eulero-Bernoulli, e bidimensionali (funzioni isoparametriche per elementi con quattro nodi, funzioni ricavate dal modello di piastra alla Kirchhoff e funzioni che ripartiscono il carico ai quattro nodi adiacenti in maniera proporzionale all'area del rettangolo avente come vertici il punto di contatto ed il nodo analizzato)

3. Si può quindi calcolare l'incremento di carichi efficaci applicati al viadotto, valutato come differenza tra il valore dei carichi efficaci all'iterazione ed al passo corrente e quello alla fine del passo precedente; se ci si trova alla prima iterazione ($j = 1$) a questo valore va aggiunto il termine dovuto alle condizioni iniziali ($\underline{P}_N^{k,C.I}$).

$$\Delta \underline{P}_N^{j,k} = \underline{P}_N^{j,k} - \underline{P}_N^{k-1} + \underline{P}_N^{k,C.I} \quad (6.52)$$

4. Si risolve il sistema di equazioni del moto del ponte in forma incrementale attraverso il metodo di Newmark:

$$\underline{\hat{K}}_b \Delta \underline{q}_b^{j,k} = \Delta \underline{P}_N^{j,k} \quad (6.53)$$

Dove:

- $\underline{\hat{K}}_b$ è la matrice di rigidità efficace del viadotto, valutata in funzione della matrice di massa, di rigidità e di smorzamento della struttura
 - $\Delta \underline{q}_b^{j,k}$ è l'incremento di spostamenti nodali della struttura
5. A partire dalla quantità calcolata $\Delta \underline{q}_b^{j,k}$, si può risalire agli spostamenti, velocità ed accelerazioni nodali del viadotto al passo corrente:

$$\underline{q}_b^{j,k} = \underline{q}_b^{k-1} + \sum_{i=1}^j \Delta \underline{q}_{b,i}^{j,k} \quad (6.54)$$

$$\underline{\dot{q}}_b^{j,k} = \underline{\dot{q}}_b^{k-1} + \sum_{i=1}^j \Delta \underline{\dot{q}}_{b,i}^{j,k} \quad (6.55)$$

$$\underline{\ddot{q}}_b^{j,k} = \underline{\ddot{q}}_b^{k-1} + \sum_{i=1}^j \Delta \underline{\ddot{q}}_{b,i}^{j,k} \quad (6.56)$$

6. Noti gli spostamenti e le velocità dei nodi della struttura, si può risalire agli spostamenti e velocità dei punti di contatto attraverso la matrice di funzioni di forma definita in precedenza:

$$\underline{q}_{cb}^{j,k} = \underline{N}^k \underline{q}_c^{j,k} \quad (6.57)$$

$$\underline{\dot{q}}_{cb}^{j,k} = \underline{N}^k \underline{\dot{q}}_c^{j,k} \quad (6.58)$$

7. Agli spostamenti dei punti di contatto viene quindi sommato il contributo della rugosità per risalire agli spostamenti impressi al veicolo; trattandosi di un problema scritto in forma incrementale, la rugosità viene presa in considerazione solamente alla prima iterazione di ciascun passo ($j = 1$).

$$\underline{q}_{cv}^{j,k} = \underline{q}_{cb}^{j,k} + \underline{r}^k \quad (6.59)$$

8. Noti gli spostamenti e le velocità dei punti di contatto del veicolo, è possibile risalire al vettore dei carichi efficaci che sollecitano il mezzo $\underline{f}_{cv}^{j,k}$; come già visto per il modulo del viadotto, nel caso in cui ci si trovi alla prima iterazione del passo corrente è necessario considerare il contributo dovuto alle condizioni iniziali $\underline{f}_{cv}^{k,C.I.}$.
9. Si risolve il sistema di equazioni del moto del veicolo in forma incrementale attraverso il metodo di Newmark; i contributi della forza statica e delle condizioni iniziali vengono considerati solo alla prima iterazione.

$$\underline{\hat{K}}_v \Delta \underline{q}_v^{j,k} = \Delta \underline{f}_v^{j,k} \quad (6.60)$$

Dove:

- $\underline{\hat{K}}_v$ è la matrice di rigidezza efficace del veicolo, valutata in funzione della matrice di massa, di rigidezza e di smorzamento del mezzo;
 - $\Delta \underline{q}_v^{j,k}$ è l'incremento di spostamento delle coordinate libere del veicolo.
10. Noti gli spostamenti e le velocità delle coordinate libere del veicolo, è possibile ricalcolare le forze di contatto che il mezzo trasmette alla struttura. Si effettua quindi il controllo sulla convergenza della soluzione, considerato in termini di forza di contatto:

$$err = \frac{1}{n_{pc}} \sum_{i=1}^{n_{pc}} \frac{|\Delta f_{cb}^{j,k}|}{F_i} \leq toll \quad (6.61)$$

Dove:

- n_{pc} è il numero totale di punti di contatto;
- $\Delta f_{cb}^{j,k}$ è l'incremento della forza di contatto tra l'iterazione attuale e quella precedente;
- F_i è il valore dell' i -esima forza statica;
- $toll$ è il valore di tolleranza impostato dall'utente.

Ad ogni iterazione viene calcolata la media dell'incremento della forza di contatto normalizzata per il peso totale del veicolo, dato dalla somma delle sue forze statiche. Si imposta un controllo con un valore di tolleranza fissato dall'utente. Se il controllo non viene soddisfatto, si incrementa il contatore j , che tiene traccia del numero di iterazione, e si ripete la procedura; se invece la verifica è soddisfatta si incrementa il contatore k , passando a un nuovo passo di integrazione. In genere si inseriscono anche dei criteri legati al numero massimo di iterazioni, selezionate dall'utente: le analisi descritte nel seguito sono state effettuate considerando un numero massimo di iterazioni pari a 15 e una tolleranza per il criterio di convergenza pari a 0.001.

Dal punto di vista operativo, come rappresentato in Figura 6-1, la procedura può essere suddivisa in tre macrofasi:

- *Tratto rigido prima del viadotto*: il veicolo viene fatto transitare su un tratto rigido, avente le stesse caratteristiche del viadotto in termini di rugosità della pavimentazione. Il tratto rigido, di lunghezza pari a 7 volte la lunghezza dell'impalcato⁶, ha lo scopo di far esaurire gli effetti dovuti alle condizioni iniziali del moto prima dell'ingresso del veicolo sul viadotto;
- *Interazione dinamica veicolo-struttura*: il veicolo entra sul viadotto e si studia l'interazione che intercorre tra i due sottosistemi;
- *Oscillazioni libere*: il veicolo abbandona il viadotto, che continua ad oscillare per effetto delle forze d'inerzia. Si ritorna alla configurazione di equilibrio statico iniziale solamente quando le oscillazioni vengono annullate dalle forze di smorzamento.

⁶ Valore ricavato nel lavoro precedente [30]

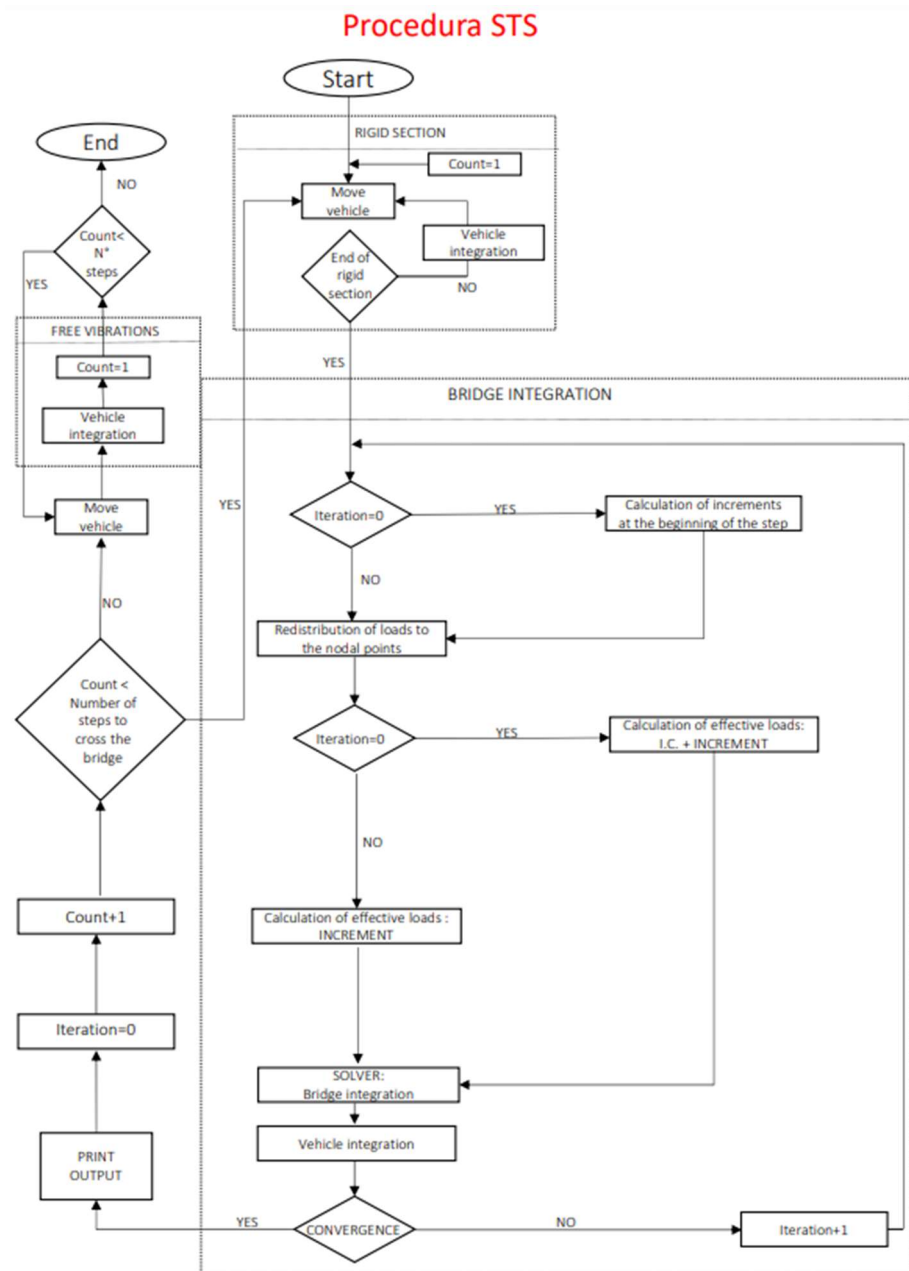


Figura 6-1: Diagramma di flusso della procedura STS

7 IL CODICE INTER: PROCEDIMENTO DI ESTRAZIONE DEI DATI DA SAP2000 E SUA VALIDAZIONE

La risoluzione delle equazioni del moto disaccoppiate viene eseguita, nell'ambito della tesi, appoggiandosi a un programma di ricerca scritto in linguaggio Fortran, creato appositamente per la trattazione del problema di interazione dinamica veicolo-struttura: il programma INTER, sviluppato in lavori precedenti [36][11][12][39] e di cui si riportano solamente gli aspetti salienti, rimandando per una più completa descrizione ai contenuti dell'Appendice C. Il programma riceve in ingresso informazioni riguardanti i modelli di ponte e veicolo e di rugosità, e restituisce la storia temporale di spostamenti, velocità ed accelerazioni delle coordinate libere dei due sistemi, oltre all'intensità delle forze di contatto (scindendole in componente statica e componente dinamica) e altri parametri, quali numero di iterazioni e valori degli errori.

La versione aggiornata del programma INTER è in grado di comunicare con il software strutturale SAP 2000 v23: è stato necessario estrarre correttamente le matrici strutturali del viadotto, fornite in output dal software FE, e formattarle in maniera coerente con il procedimento di lettura dei dati proprio del programma. È necessario quindi un sistema di preprocessing dei dati forniti da SAP, valido per i diversi modelli, più o meno complessi ed articolati, impiegati in fase di verifica del procedimento di trasmissione dei dati e in fase di analisi. Un programma ad hoc, sviluppato in MATLAB, è stato dedicato all'estrazione e riscrittura degli output forniti dal software strutturale. Tale programma si divide in cinque sezioni principali, descritte nel seguito; lo script del programma viene riportato integralmente all'interno dell'Appendice B.

7.1 Il Programma “*ReadStiffnessMass.m*”: preprocessing dei dati

La prima sezione del programma è dedicata alla lettura delle informazioni strutturali del modello, appositamente estratte da SAP 2000 per mezzo di cinque file di output. Un primo file con estensione .TXE⁷ contiene le informazioni riguardanti le equazioni associate ai gradi di libertà del sistema; in particolare viene assegnato un numero di equazione positivo per ciascun grado di libertà non vincolato associato a ogni nodo del modello, un numero di equazione nullo se il grado di libertà è vincolato, e un numero di equazione negativo qualora la cinematica del grado di libertà in analisi risulti vincolata internamente a un altro nodo della mesh. Un secondo file con estensione .TXK⁸ riporta la matrice di rigidezza del sistema, che risulta essere quadrata, simmetrica e di dimensione n (pari al numero di gradi di libertà attivi del modello). Un terzo file con estensione .TXM⁸ riporta la matrice di massa del sistema, anch'essa quadrata di dimensione n e diagonale. Un quarto file con estensione .TXC⁸ contiene informazioni riguardo le equazioni “*constrained*”, ossia quelle caratterizzate da un numero negativo. Infine, un file con estensione .TXA⁸ contiene le chiavi di lettura dei file precedentemente descritti: viene riportata all'interno del file una breve descrizione di tutte le informazioni contenute nei restanti quattro file e una concisa spiegazione del criterio di assegnazione dei numeri di equazione. Il programma MATLAB, chiedendo all'utente di selezionare uno qualsiasi dei numerosi file generati nell'analisi di un modello da SAP 2000, è in grado di estrarre tutte le informazioni necessarie e di tradurle in formato matriciale, per poi formattarle nella struttura richiesta in lettura da INTER.

Le successive tre sezioni sono dedicate alla scrittura dei tre file di input necessari per l'integrazione delle equazioni del moto, rappresentati dalla matrice di massa, la matrice di rigidezza ed una “*connectivity table*”⁸, contenente le informazioni principali sulla posizione geometrica dei nodi della mesh e le equazioni ad essi associate.

Lo sforzo principale di preprocessing dei dati riguarda la matrice di rigidezza, la quale viene restituita da SAP 2000 come matrice simmetrica di dimensione $n \times n$ e deve essere trasformata in una matrice a semi banda raddrizzata, di dimensioni pari a $n \times m$ (in cui n rappresenta ancora il numero di gradi di libertà attivi del sistema mentre m definisce

⁷ Enriched Text File, file testuale che può essere visualizzato con qualsiasi editor di testo

⁸ Tabella delle incidenze

la larghezza di banda, ossia la massima distanza tra due elementi non nulli appartenenti alla stessa riga della matrice) considerando unicamente la matrice triangolare superiore (analogo ragionamento potrebbe essere fatto con la matrice triangolare inferiore, essendo la matrice di partenza simmetrica). La matrice di rigidezza si presenta quindi, in seguito a tale procedimento, con la diagonale principale trasferita nella prima colonna, e tutti i valori della matrice triangolare superiore traslati a cascata. Per facilitare il procedimento di lettura della matrice, il programma INTER è dotato di un algoritmo che acquisisce i valori a blocchi di sei colonne. La struttura finale della matrice di rigidezza, salvata ed immagazzinata in un file di input denominato "*Stiffm.txt*", è quindi a blocchi, in cui ciascun blocco è costituito da sei colonne ed n righe ed è preceduto da una riga di intestazione, in cui viene riportato il numero di colonna corrispondente.

La matrice di massa risulta di più semplice scrittura: è infatti caratterizzata dall'essere una matrice quadrata diagonale, dal momento che il modello analizzato è stato definito lavorando con masse concentrate. Per tale motivo, e dal momento che la lettura viene effettuata da INTER considerando in ingresso un vettore di dimensione n , è sufficiente adottare un meccanismo simile a quello descritto in precedenza per la matrice di rigidezza, trasladando i valori situati sulla diagonale principale sulla prima colonna e generando così un vettore di dimensione n , salvato in un file testuale denominato "*Massma.txt*".

La "*connectivity table*", o tabella delle incidenze, richiede un passaggio intermedio, in quanto non è possibile estrarre da SAP 2000 un file univoco contenente sia le informazioni sulla geometria e posizione dei nodi della mesh sia il numero di equazioni associate ai gradi di libertà degli stessi. È stata quindi implementata un'ulteriore elaborazione dei dati. Viene costruito un file in formato .xlsx su Microsoft Excel che riporta le principali informazioni dei nodi del modello: per ogni nodo vengono definite le coordinate geometriche nelle tre direzioni, lungo gli assi x, y e z , e le condizioni di vincolo ad essi assegnate, espresse in valori booleani. In particolare, per ciascun grado di libertà di ogni nodo (vale a dire i gradi traslazionali nelle tre direzioni e le rotazioni attorno ad i tre assi), viene assegnato valore unitario qualora il grado di libertà risulti vincolato da un vincolo a terra, mentre viene assegnato valore nullo se tale grado di libertà risulta libero. Il foglio di lavoro di Excel viene quindi unito alle informazioni estratte dal file con estensione .TXE, restituendo un quadro completo della geometria, numero di equazioni e condizioni di vincolo propri del modello analizzato, appositamente salvato in un file di testo denominato "*Connec.txt*". Questo file, passato in input a INTER, è alla base del processo di selezione dei nodi utili (ossia direttamente caricati dall'ente viaggiante) operato dalla subroutine *Ponte.for*.

La sezione finale del programma MATLAB è dedicata alla verifica della corretta lettura e rielaborazione della matrice di rigidezza. La verifica si basa sulla valutazione degli spostamenti nodali della struttura indotti dall'applicazione di un carico statico di intensità e posizione noti. Sfruttando le informazioni sulle equazioni associate ai gradi di libertà del modello, è possibile costruire un vettore di forze esterne applicate alla struttura, rappresentato da un vettore di dimensione n (pari al numero di GdL del modello numerico) con tutti valori nulli ad eccezione del valore nella posizione corrispondente al numero di equazione direttamente caricato. Si può pensare, ad esempio, ad una struttura scarica, ad eccezione di un singolo nodo caricato da una forza verticale diretta lungo l'asse z , di intensità nota; si fa riferimento all'equazione corrispondente alla traslazione verticale del nodo in questione con la lettera r . Riproducendo tale condizione di carico su SAP 2000 e su MATLAB, definendo un vettore delle forze F di dimensione n ed il cui unico valore non nullo è in posizione r , è possibile confrontare i due risultati in termini di spostamenti nodali. Il primo è frutto dell'analisi strutturale; dall'altra parte il vettore di spostamenti q viene calcolato da MATLAB risolvendo il sistema:

$$\underline{K} * \underline{q} = \underline{F} \quad (7.1)$$

I due risultati devono essere coincidenti affinché la verifica possa considerarsi soddisfatta.

7.2 Validazione

Prima di eseguire le analisi si è proceduto a verificare la corretta implementazione della procedura di passaggio dei dati riguardanti modello del viadotto e del veicolo al programma INTER. Si può suddividere questa fase di verifica in due macrosezioni.

La prima necessità è quella di verificare l'interfacciabilità di INTER con il software strutturale ad elementi finiti SAP2000, ovvero la possibilità di trasmettere correttamente a INTER le informazioni strutturali del modello del viadotto: a tale scopo sono state eseguite verifiche di natura statica, applicando un carico statico ad una struttura semplificata e valutandone gli spostamenti, e dei test dinamici, caratterizzati dal passaggio di una forza viaggiante di intensità nota, su modelli del viadotto a complessità crescente, partendo dal caso del modello unifilare M2, per poi passare al caso più completo ed esaustivo, rappresentato dal modello del viadotto tridimensionale M5.

La seconda verifica concerne la formulazione e implementazione del veicolo a 13 gradi di libertà. Per separare le due verifiche, per queste ultime analisi si è fatto riferimento ad una struttura precedentemente validata ed implementata all'interno del programma INTER [36], riducendo le incertezze dei risultati ottenuti alle sole caratteristiche del mezzo.

7.3 Verifica statica

All'interno del programma INTER è stato inserito un flag per attivare una verifica statica, analoga a quella vista nel programma di preprocessing definito in Matlab; all'interno subroutine *Matr.for* la verifica può essere attivata imponendo il valore della variabile locale *ick* uguale a uno. Così facendo viene seguito un percorso che chiama il risolutore contenuto nella subroutine *Symsol.for*, avendo cura di definire un vettore dei carichi F analogo a quanto prima descritto per il programma MATLAB. Questa verifica risulta particolarmente utile per accertarsi che, oltre ad una corretta scrittura dei file di input, ne venga operata anche una corretta lettura e memorizzazione da parte di INTER, a cui sono stati quindi correttamente passati i dati necessari a svolgere le analisi. Si riportano nella Figura 7-1.a e Figura 7-1.b, rispettivamente, i grafici della traslazione verticale e della rotazione attorno all'asse trasversale dei nodi appartenenti alla campata 2 del ponte monodimensionale (Modello M2), a cui si è applicato un carico nodale verticale di intensità pari $100kN$ in mezzeria (con segno concorde alla direzione della forza di gravità), ottenuti con SAP2000 e con il codice INTER. Essendo il modello perfettamente isostatico le rimanenti campate mantengono la configurazione di equilibrio statica indeformata. I grafici mostrano la perfetta coincidenza delle due soluzioni.

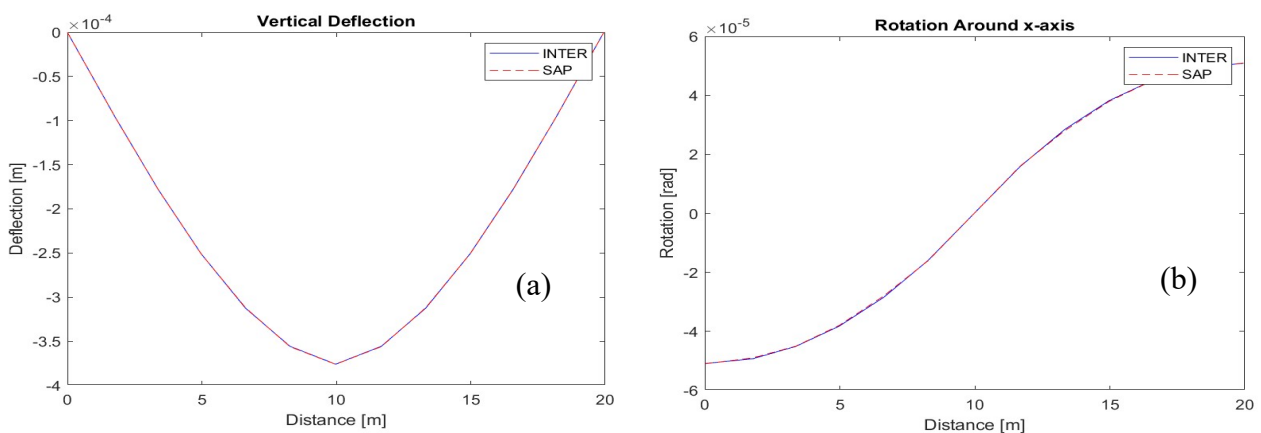


Figura 7-1: Confronto INTER-SAP di (a) Spostamenti verticali; (b) Rotazioni attorno all'asse x ; dovuti a un carico nodale di $100kN$ posizionato in mezzeria

La matrice di smorzamento $\underline{\underline{C}}$ viene assemblata direttamente all'interno del codice INTER tramite la teoria di Rayleigh, come combinazione lineare delle matrici di massa e di rigidità:

$$\underline{\underline{C}} = \alpha \underline{\underline{M}} + \beta \underline{\underline{K}} \quad (7.2)$$

I coefficienti α e β sono valutati in funzione del coefficiente di smorzamento ν e delle prime due pulsazioni proprie del sistema:

$$\alpha = 2\nu \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad (7.3)$$

$$\beta = 2\nu \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \quad (7.4)$$

Dove:

- ω_1 e ω_2 sono le prime due pulsazioni proprie del sistema;
- Il valore del coefficiente di smorzamento ν viene impostato pari a 0.02, coerentemente con quanto rilevato sperimentalmente. Il valore del coefficiente di smorzamento rimarrà costante in tutte le analisi presentate in seguito (sia in INTER che su SAP2000); le variazioni della matrice di smorzamento sono quindi da attribuire unicamente alle differenti matrici di massa e di rigidità dei vari modelli analizzati e ai diversi valori delle pulsazioni proprie del sistema.

7.4 Verifiche dinamiche

Il capitolo dedicato alle verifiche dinamiche si concentra sul passaggio di una forza viaggiante, di intensità, velocità e posizione note, sui modelli M2 e M5: si è partiti dal caso, più semplice sia in termini di modellazione che di interpretazione dei risultati, di un modello unifilare del viadotto a cui sono state imposte diverse condizioni di vincolo, per arrivare al caso del modello aggiornato e validato per mezzo del processo di model updating.

In tutte le prove presentate è ovviamente assente la rugosità, priva di effetto nel passaggio di una forza viaggiante. Nel quadro della validazione del procedimento di estrazione, formattazione e trasmissione a INTER delle informazioni strutturali fornite in output da SAP2000, l'assenza della rugosità rappresenta una prerogativa fondamentale, in quanto si confronta la risposta strutturale del viadotto in termini di

spostamenti nodali valutata tramite il codice di ricerca e il software FE, in grado di gestire una forza viaggiante ma non di interporre una superficie rugosa tra veicolo e struttura.

Nella Tabella 7-1 vengono riportate le principali caratteristiche delle prove dinamiche effettuate con INTER in fase di verifica: l'integrazione delle equazioni del moto è stata effettuata per tutti i casi con la procedura STS (Single Time Step) e con un passo temporale costante ($dt = 0.01s^9$); il passo di integrazione è stato impostato con lo stesso valore anche per le analisi svolte su SAP2000.

caso	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	modello	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	rugosità
1	0.01	0.1667	16.67	M2; appoggi rigidi	1D	-	-
2	0.01	0.1667	16.67	M2; appoggi elastomerici	1D	-	-
3	0.01	0.1667	16.67	M2; telaio 2D	1D	-	-
4	0.01	0.1	10	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	-
5	0.01	0.1	10	M5; Campata 2	Kirchoff	Centrata	-
6	0.01	0.1	10	M5; Campata 2	SF4	Centrata	-
7	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	-
8	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	Kirchoff	Centrata	-
9	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	SF4	Centrata	-
10	0.01	0.2	20	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	-
11	0.01	0.2	20	M5; Campata 2	Kirchoff	Centrata	-
12	0.01	0.2	20	M5; Campata 2	SF4	Centrata	-
13	0.01	0.3	30	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	-
14	0.01	0.3	30	M5; Campata 2	Kirchoff	Centrata	-
15	0.01	0.3	30	M5; Campata 2	SF4	Centrata	-
16	0.01	0.3	30	M5	SF4	Centrata	-

Tabella 7-1: Caratteristiche delle prove dinamiche in fase di verifica

⁹ Il parametro dt non è di semplice determinazione: bisogna bilanciare l'accuratezza della soluzione con la velocità dell'analisi, oltre a evitare fenomeni di non convergenza. Per passi di integrazione compresi tra 0.05 e 0.005 la soluzione risulta ben approssimata [30]; per passi più grandi si ha una perdita di accuratezza, per passi più piccoli si hanno problemi di convergenza.

7.4.1 Il Modello M2: trave monodimensionale

Il caso più semplice è quello di un modello unifilare: si prende in considerazione il modello M2 con altezza delle travi longitudinali variabile nelle campate centrali. Le verifiche sono state concentrate su una singola campata (campata 2), isolata dalla restante porzione del modello. Sono state prese in esame diverse condizioni di vincolo: si è passati dalla condizione di trave semplicemente appoggiata a quella di telaio bidimensionale, passando per l'introduzione di elementi elastomerici di appoggio, atti a schematizzare il comportamento reale dei cuscinetti elastomerici installati su pile e spalle del viadotto. La forzante è limitata al solo caso di una forza viaggiante.

La velocità dell'ente viaggiante è costante per tutte le prove e pari a $v = 16.67 \text{ m/s}$. Questa velocità è stata selezionata per molte analisi svolte nell'elaborato di tesi, in quanto coincide con la velocità adottata per alcune delle prove sperimentali (quelle che più si avvicinano alle reali condizioni d'uso del viadotto autostradale). L'intensità della forza viaggiante è anch'essa costante e pari a 400 kN . Le funzioni di forma, impiegate per la redistribuzione dei carichi dai punti di contatto ai nodi del modello e degli spostamenti nodali ai punti di contatto, sono le Shape Functions monodimensionali di Eulero-Bernoulli.

Per ogni prova si è analizzata la storia temporale dello spostamento, misurato in corrispondenza della sezione di mezzeria della struttura al passaggio del mezzo; si riporta inoltre la trasformata di Fourier della suddetta storia temporale. Si riportano i grafici relativi alle seguenti tre prove:

1. Forza viaggiante, con intensità di 400 kN e velocità di 16.67 m/s , transitante su una trave monodimensionale semplicemente appoggiata (Figura 7-2.a e 7-2.b);
2. Forza viaggiante, con intensità di 400 kN e velocità di 16.67 m/s , transitante su una trave monodimensionale vincolata da appoggi elasticamente cedevoli, definiti coerentemente con le caratteristiche degli elastomeri rinvenute dagli storici di progetto (Figura 7-3.a e 7-3.b);
3. Forza viaggiante, con intensità di 400 kN e velocità di 16.67 m/s , transitante sull'elemento orizzontale di un telaio bidimensionale, con pilastri incastrati alla base (Figura 7-4.a e 7-4.b).

Le caratteristiche principali delle prove svolte vengono riportate nella Tabella 7-2:

caso	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	modello	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	rugosità
1	0.01	0.1667	16.67	M2; appoggi rigidi	1D	-	-
2	0.01	0.1667	16.67	M2; appoggi elastomerici	1D	-	-
3	0.01	0.1667	16.67	M2; telaio 2D	1D	-	-

Tabella 7-2: Caratteristiche delle prove dinamiche svolte per il modello M2

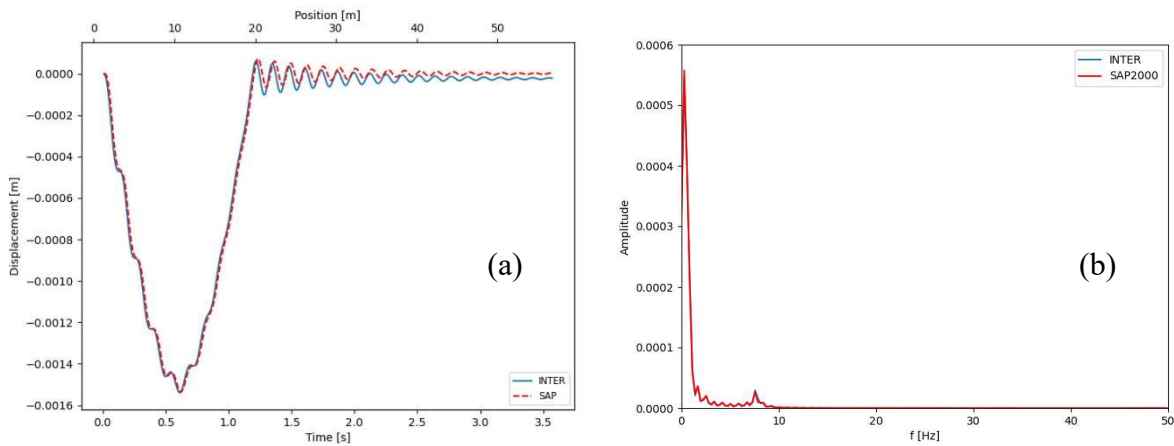


Figura 7-2: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante pari a 400kN su una trave monodimensionale semplicemente appoggiata; (b) FFT della storia temporale degli spostamenti

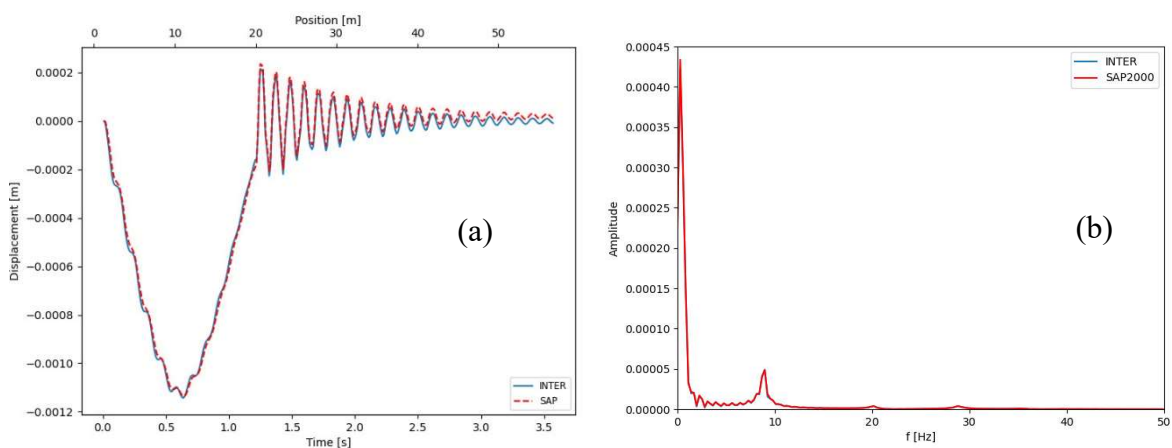


Figura 7-3: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante pari a 400kN su un telaio bidimensionale; (b) FFT della storia temporale degli spostamenti

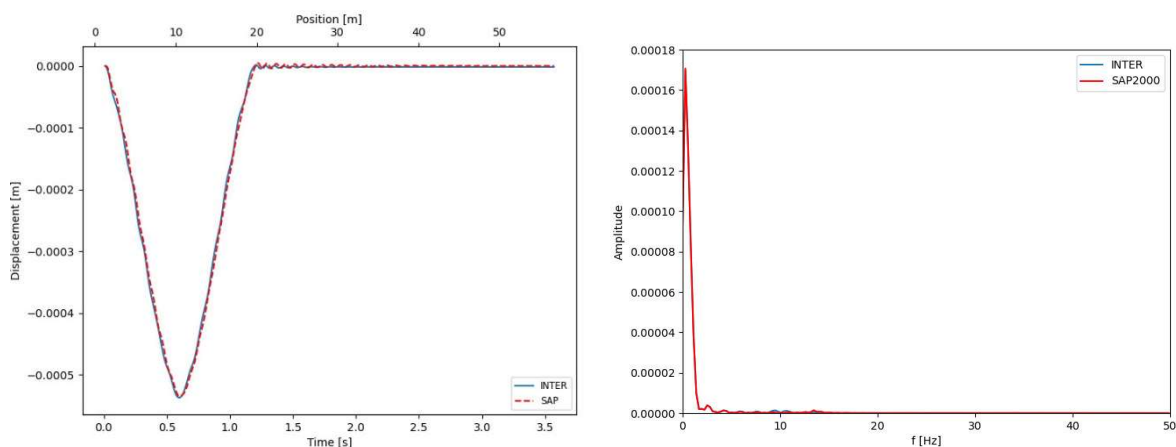


Figura 7-4: : (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante pari a 400kN su una trave con appoggi elasticamente cedevoli; (b) FFT della storia temporale degli spostamenti

I risultati delle prove mostrano un ottimo grado di somiglianza tra la risposta di INTER e quella di SAP2000, indicando che la formattazione e la lettura delle informazioni strutturali necessarie per l'integrazione delle equazioni del moto sono state implementate correttamente. Gli spostamenti misurati per i due modelli semplicemente appoggiati sono di entità confrontabile, con un incremento delle vibrazioni libere dettato dalla presenza dei vincoli elasticamente cedevoli; la risposta in frequenza presenta ampiezze confrontabili per i due casi, con la presenza di un picco in corrispondenza della prima frequenza naturale del modello associata ad un modo flessionale verticale (rispettivamente pari a 7.89 Hz per la trave con appoggi rigidi e 9.08 Hz per il modello con appoggi elasticamente cedevoli). Il telaio bidimensionale comporta un incremento significativo di rigidità del modello, e conseguentemente spostamenti di entità più contenuta e frequenze più elevate.

7.4.2 Il modello M5: Campata 3D

Il passaggio successivo della validazione si concentra sulle analisi eseguite su un modello tridimensionale del viadotto; si fa riferimento al modello di una campata (campata 2) isolata dal modello M5. La struttura, modellata per mezzo di un graticcio di elementi trave, è vincolata da appoggi elasticamente cedevoli, incastrati in corrispondenza della loro estremità inferiore. Essendo stata estratta dal modello aggiornato e validato in seguito al processo di model updating, la campata presenta tutte le caratteristiche del viadotto sperimentale, comprese le modifiche apportate alle rigidità degli elementi e i carichi statici aggiuntivi derivati dagli elementi non strutturali situati sull'impalcato. Per tutte le analisi effettuate si riporta la storia temporale di spostamento misurata in corrispondenza della sezione di mezzeria della campata, facendo riferimento a una delle due nervature centrali della sezione

trasversale, situata ad una distanza $x = 6.585m$ dall'estremo sinistro dell'impalcato; per ciascuna prova è stata inoltre determinata la FFT della risposta in termini di spostamento. Sono state svolte prove a velocità differenti, considerando un profilo stradale privo di rugosità:

- Prova a $16.67 m/s$ (Figura 7-8);
- Prova a $20 m/s$ (Figura 7-9);
- Prova a $30 m/s$ (Figura 7-10).

Tutte le prove analizzate sono state eseguite facendo transitare una forza viaggiante di intensità pari a $400 kN$ sul viadotto; la traiettoria dell'ente viaggiante, che viaggia di moto rettilineo uniforme, è stata allineata con l'asse longitudinale dell'impalcato, a una distanza $x = 5.575m$ dal suo estremo sinistro.

Le caratteristiche principali delle prove svolte vengono riportate nella Tabella 7.3:

caso	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	modello	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	rugosità
7	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	-
8	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	Kirchoff	Centrata	-
9	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	SF4	Centrata	-
10	0.01	0.2	20	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	-
11	0.01	0.2	20	M5; Campata 2	Kirchoff	Centrata	-
12	0.01	0.2	20	M5; Campata 2	SF4	Centrata	-
13	0.01	0.3	30	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	-
14	0.01	0.3	30	M5; Campata 2	Kirchoff	Centrata	-
15	0.01	0.3	30	M5; Campata 2	SF4	Centrata	-

Tabella 7-3: Caratteristiche principali delle prove dinamiche svolte per la campata 2 del modello M5

La presentazione dei risultati delle prove dinamiche eseguite viene preceduta da una breve analisi di sensitività della risposta strutturale del modello al variare delle funzioni di forma impiegate. Le Figure 7-5, 7-6 e 7-7 riportano le storie di spostamento registrate da INTER al variare delle funzioni di forma impiegate e della velocità dell'ente viaggiante; a queste viene aggiunta la storia temporale di spostamento fornita in output da SAP2000 in seguito ad analisi eseguite nelle medesime condizioni. Esiste un elevato grado di somiglianza tra le risposte registrate impiegando le diverse funzioni di forma, indice dell'attendibilità e intercambiabilità delle stesse.

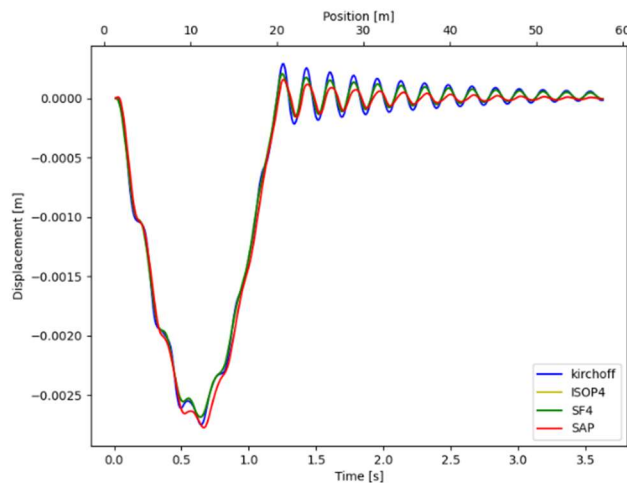


Figura 7-5: Analisi di sensitività per la scelta delle funzioni di forma: spostamento in mezzeria causato da una forza viaggiante di 400 kN a 16.67 m/s

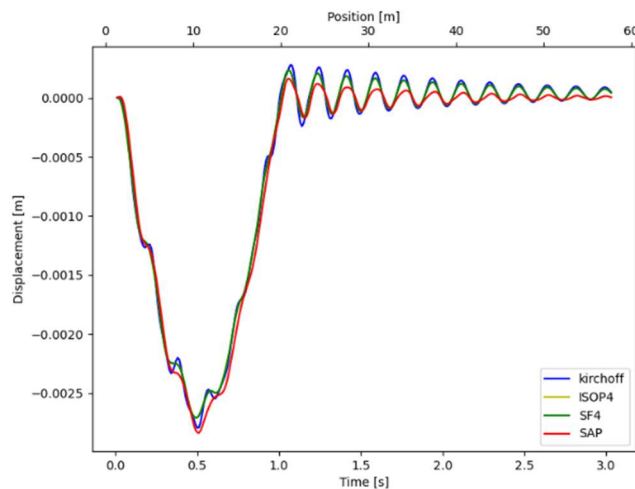


Figura 7-6: Analisi di sensitività per la scelta delle funzioni di forma: spostamento in mezzeria causato da una forza viaggiante di 400 kN a 20 m/s

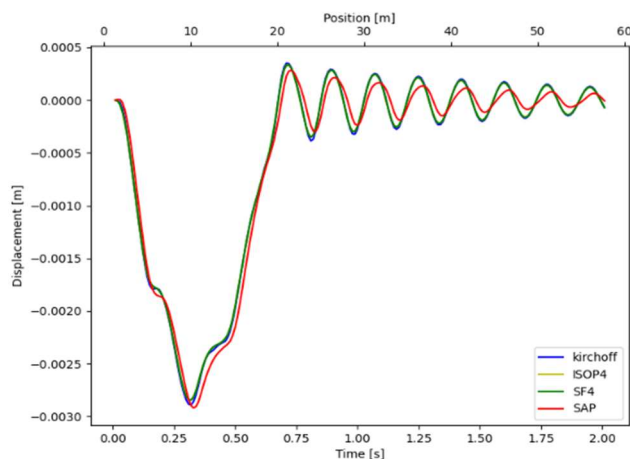


Figura 7-7: Analisi di sensitività per la scelta delle funzioni di forma: spostamento in mezzeria causato da una forza viaggiante di 400 kN a 20 m/s

Nelle Figure 7-8, 7-9 e 7-10 si fa dunque riferimento solamente alle analisi in cui sono state adottate le funzioni di forma ISO P4.

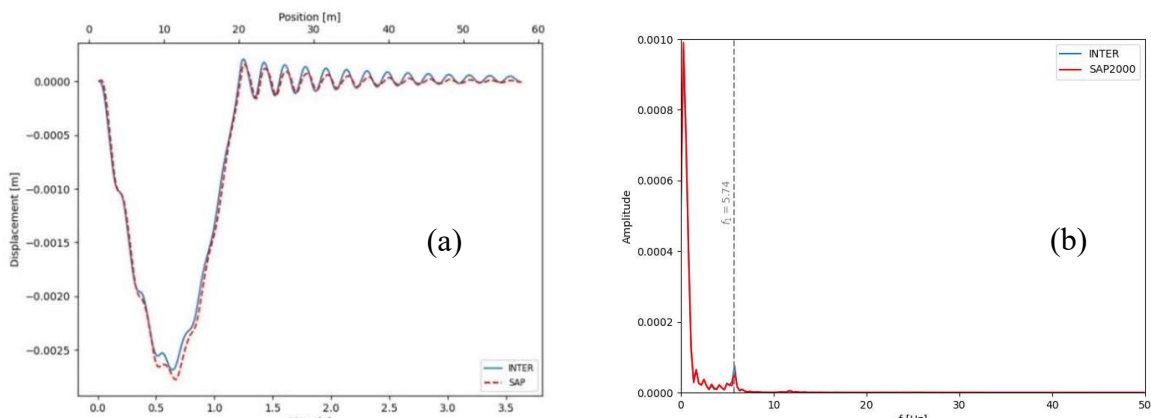


Figura 7-8: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 16.67 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento

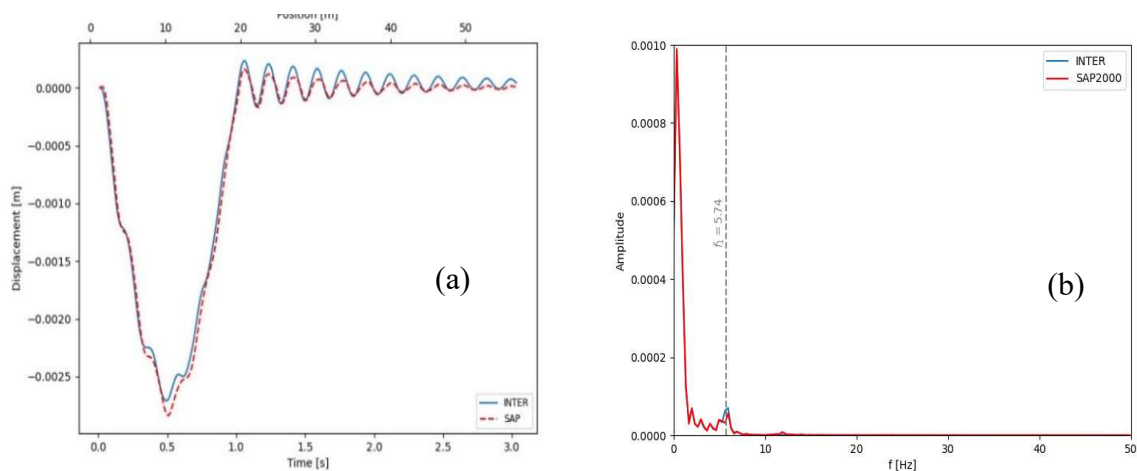


Figura 7-9: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 20 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento

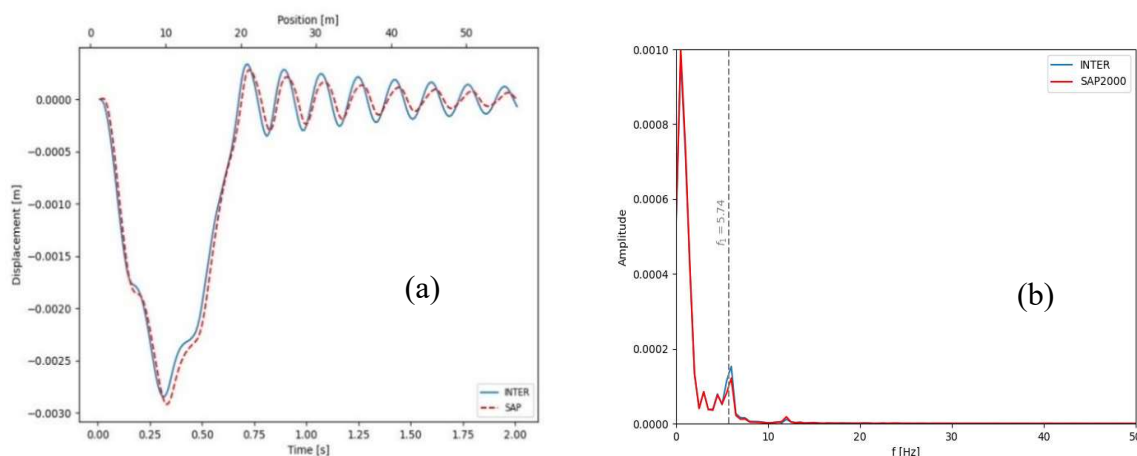


Figura 7-10: (a) Storia temporale dello spostamento causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 30 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento

Le Figure 7-8.a, 7-9.a e 7-10.a mostrano una buona compatibilità tra la risposta di INTER e quella di SAP2000. Lo spostamento massimo, che coincide con il passaggio della forza in mezzzeria aumenta all'aumentare della velocità, mantenendo però dei valori di entità paragonabile in tutti i casi analizzati; le successive oscillazioni libere mostrano ampiezze crescenti all'aumentare della velocità di transito. Nelle Figure 7-8.b, 7-9.b e 7-10.b si è riportata con una linea verticale tratteggiata la prima frequenza naturale del modello del viadotto: il passaggio del mezzo sul nodo di cui si rappresenta lo spostamento comporta la presenza del picco più elevato, mentre i rimanenti picchi sono riconducibili alla sollecitazione dei modi di vibrare della struttura.

Si è infine valutata l'influenza dell'introduzione del sistema meccanico più semplice da adottare per schematizzare il veicolo transitante, individuato nel modello *Quarter Car* (modello a 2 GdL). In assenza di rugosità, è stato condotto uno studio di sensitività per valutare l'influenza degli effetti dinamici introdotti dal sistema di ammortizzatori del veicolo, facendo variare la rigidità della molla k_s , misurata in kN/m, interposta tra la massa sospesa, che schematizza l'abitacolo del mezzo, e la massa non sospesa, riferita al sistema di ammortizzatori; la rigidità della molla k_t , che rappresenta la deformabilità degli pneumatici, non è stata modificata. Sono state eseguite tre prove, tutte a una velocità costante pari a $v = 16.67 \text{ m/s}$; per tutte le prove si è adottata la procedura STS con passo temporale $dt = 0.01\text{s}^{10}$. La traiettoria dell'ente viaggiante è

¹⁰ Il passo temporale dt deve essere coincidente per il modello del viadotto e per quello del veicolo

sempre presa coincidente con l'asse longitudinale dell'impalcato. Si è imposto un numero massimo di iterazioni $maxiter = 15$ e un valore di tolleranza sull'errore pari a $toll = 0.0001$.

Le caratteristiche principali delle prove eseguite vengono riportate nella Tabella 7-4:

caso	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	modello	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	k_s [kN/m]
17	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	180
18	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	18000
19	0.01	0.1667	16.67	M5; Campata 2	ISO P4	Centrata	180000

Tabella 7-4: Caratteristiche delle prove dinamiche svolte; veicolo a 2GdL con valori di rigidezza k_s diversi

Nella Figura 7-11 si riportano le tre curve relative alle storie temporali di spostamento delle analisi effettuate:

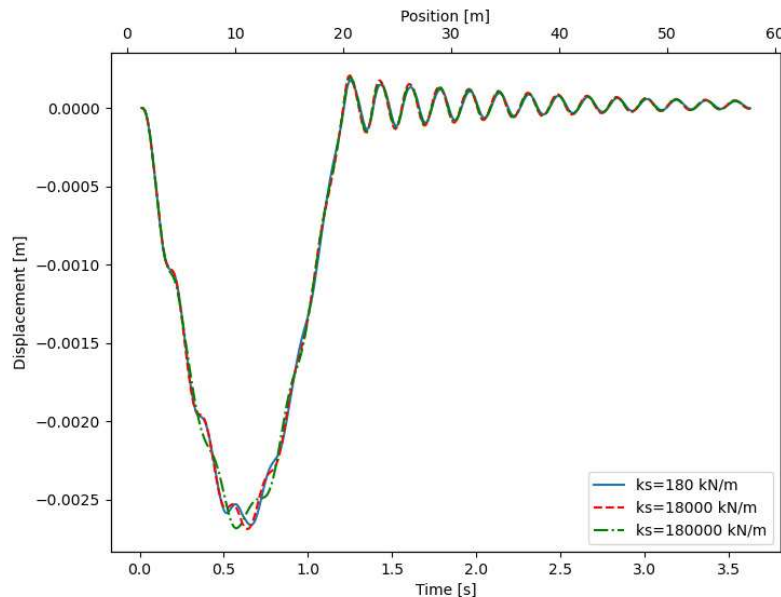


Figura 7-11: Spostamenti causati da un veicolo a 2 GDL con diversi valori di rigidezza k_s ; $v=16.67\text{m/s}$

Si conclude che l'influenza della rigidezza del sistema di ammortizzamento è sufficientemente contenuta. Gli effetti dinamici che nascono dall'interazione veicolo-struttura sono ridotti dall'assenza di rugosità del manto stradale.

7.4.3 Il modello M5: Viadotto 3D

La fase di verifica della struttura si conclude con l'implementazione del modello del viadotto completo (M5). La verifica effettuata è simile a quelle viste finora: si analizzano le storie di spostamento misurate in diverse sezioni della struttura al passaggio di una forza di intensità costante pari a 400 kN e velocità $v = 16.67\text{ m/s}$; la traiettoria dell'ente viaggiante, che viaggia di moto rettilineo uniforme, è stata allineata con l'asse longitudinale dell'impalcato, a una distanza $x = 5.575\text{ m}$ dal suo estremo sinistro. Le sezioni considerate appartengono alla campata 2, e si trovano rispettivamente ad un quarto della sua luce ($L/4$), a metà della sua luce ($L/2$) e all'appoggio lontano (L). Vengono riportati nelle Figure 7-12, 7-13 e 7-14 i risultati ottenuti in termini di storie temporali di spostamento e di FFT di queste ultime; le storie temporali di spostamento sono rappresentate in funzione del tempo e della distanza percorsa dal mezzo, facilmente individuabile essendo la velocità di transito costante; le linee verticali tratteggiate indicano l'istante di ingresso e di uscita dalla campata 2.

Le caratteristiche principali dell'analisi vengono riportate in Tabella 7.5:

caso	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	modello	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	rugosità
16	0.01	0.1667	16.67	M5	ISO P4	Centrata	-

Tabella 7-5: Caratteristiche della prova dinamica svolta sul modello M5

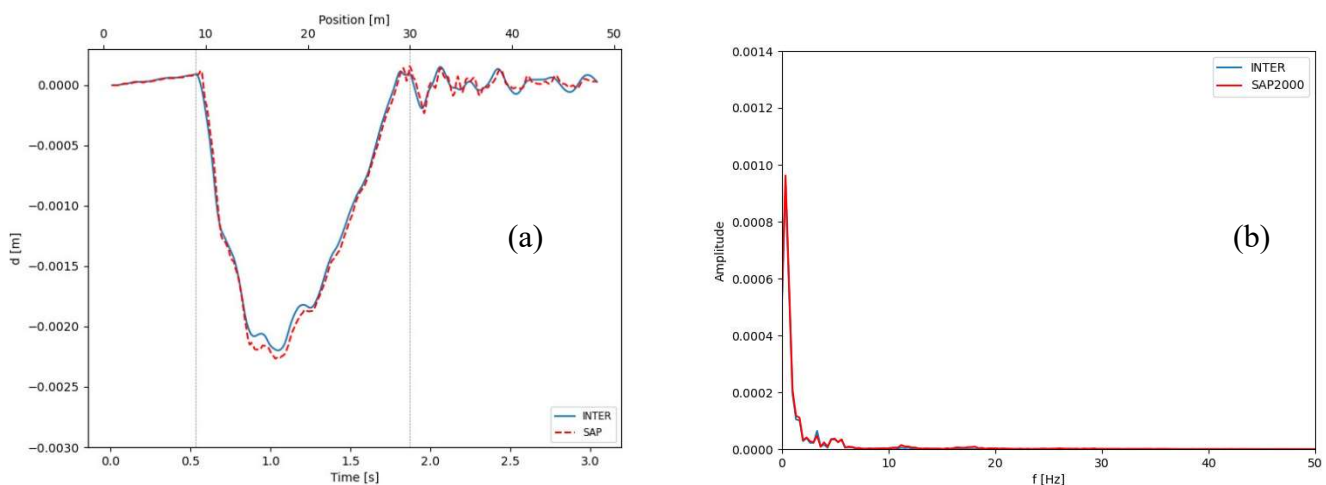


Figura 7-12: (a) Storia temporale dello spostamento a $L/4$ della campata 2 causato da una forza viaggiante di 400 kN con velocità di 16.67 m/s ; (b) FFT della storia temporale di spostamento

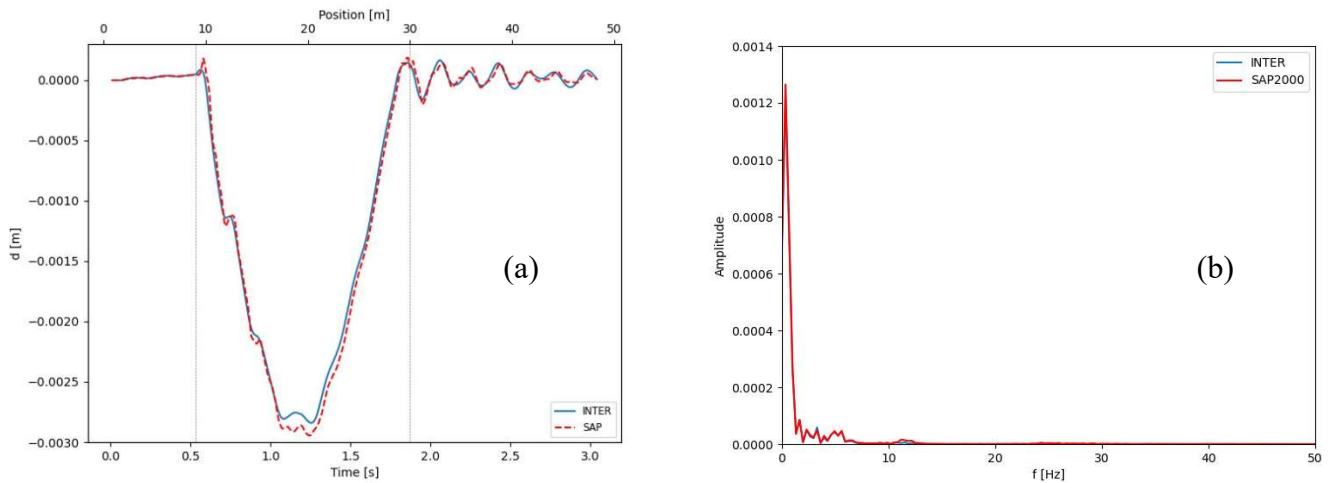


Figura 7-13: (a) Storia temporale dello spostamento a $L/2$ della campata 2 causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 16.67 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento

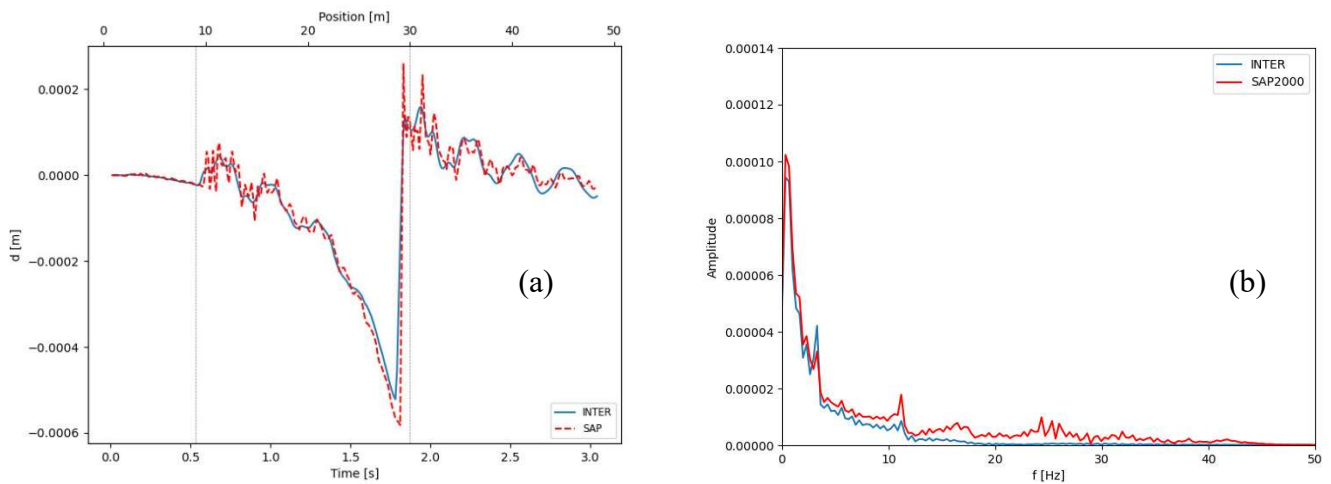


Figura 7-14: : Storia temporale dello spostamento all'appoggio causato da una forza viaggiante di 400kN con velocità di 16.67 m/s; (b) FFT della storia temporale di spostamento

Lo spostamento massimo si osserva in mezzeria della campata, e coincide con il passaggio della forza in corrispondenza della sezione di mezzeria; lo spostamento minimo si osserva invece all'appoggio, dove la presenza di appoggi elasticamente cedevoli comporta uno spostamento verticale non nullo, seppur di entità contenuta. In corrispondenza dell'appoggio è evidente che il software SAP coglie maggiormente i contributi alle frequenze elevate rispetto al codice INTER, comportando una maggiore oscillazione della storia temporale di spostamento.

7.5 Validazione del modello del veicolo a 13 GDL

La verifica del veicolo implementato nel corso di questo lavoro è stata effettuata utilizzando i risultati relativi alla campata di un viadotto, di lunghezza $L = 30.3m$, descritto in letteratura [36], già validato ed impiegato in INTER. Si sono quindi fatti transitare, a pari velocità e su un profilo liscio, un veicolo a 13 GdL e quattro assi ed un sistema di otto forze viaggianti, con intensità pari alla metà del corrispondente carico statico assale del mezzo a 13 GdL, disposte rispettando le distanze longitudinali e trasversali misurate tra le ruote dello stesso. L'asse dell'ente viaggiante è stato allineato con l'asse longitudinale dell'impalcato del viadotto, ad una distanza $x = 7.740m$ dall'estremo sinistro dell'impalcato. Le analisi in INTER sono state effettuate con la procedura iterativa STS e adottando un passo temporale costante di $dt = 0.01s$; sono state impiegate le funzioni di forma ISOP4.

Le analisi sono state eseguite a:

- 10 m/s;
- 20 m/s;
- 30 m/s.

Nella Tabella 7.6 vengono riportate schematicamente le informazioni principali delle prove effettuate:

caso	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	modello	Shape Function s	Posizione dell'ente viaggiante	rugosità
20	0.01	0.1	10	Modello di letteratura [36]	ISO P4	Centrata	-
21	0.01	0.2	20	Modello di letteratura [36]	ISO P4	Centrata	-
22	0.01	0.3	30	Modello di letteratura [36]	ISO P4	Centrata	-

Tabella 7-6: Caratteristiche delle prove dinamiche effettuate per la validazione del modello del veicolo a 13 GDL

Si riportano in Figura 7-15.a e b i diagrammi dello spostamento verticale misurato nella mezzeria della struttura al variare della velocità di transito: la prima raffigura lo spostamento misurato per una velocità di transito di 10 m/s, mentre la seconda sovrappone le curve relative a tutte le prove. La durata delle prove è equivalente al tempo impiegato dal veicolo per transitare su una lunghezza pari a due volte quella del ponte. Quando il veicolo attraversa il viadotto, quest'ultimo si deforma e manifesta una freccia massima che aumenta all'aumentare della velocità, mantenendo valori di entità paragonabile nei tre casi analizzati. Successivamente la struttura continua ad oscillare per effetto delle forze d'inerzia, e si osservano delle ampiezze di vibrazione libera crescenti all'aumentare della velocità di transito; tali vibrazioni sono in ogni caso di minore entità nel caso del sistema di forze viaggianti.

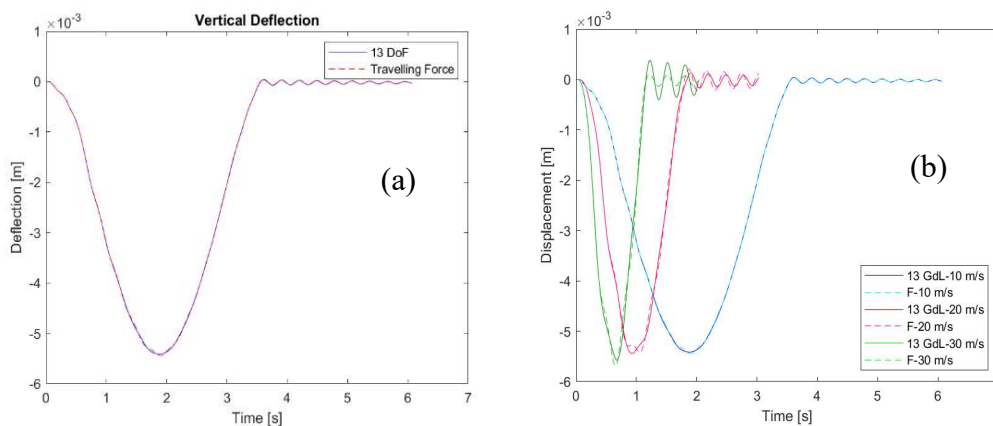


Figura 7-15: (a) Spostamento in mezzeria, prova a 10m/s; (b) Spostamento in mezzeria, prove a diversa velocità

Se si analizza la prova effettuata ad una velocità di 10 m/s, le risposte in termini di spostamenti sono quasi perfettamente sovrapponibili. Si nota una piccola oscillazione del sistema meccanico complesso attorno alla soluzione dell'insieme di forze transianti in corrispondenza del passaggio sulla mezzeria del ponte, riconducibile agli effetti dinamici propri dei sistemi di smorzatori (assenti nel caso delle forze viaggianti, per le quali gli effetti dinamici vengono ridotti a zero). Gli andamenti delle forze di contatto associate agli assi della motrice e del rimorchio, messe a confronto con le forze statiche degli stessi assi, sono descritti nelle Figure 7-16, 7-17 e 7-18; si prende in esame solamente la ruota sinistra di ciascun asse, essendo la forza trasmessa da entrambe le ruote dell'asse uguale. Il valore della forza di contatto oscilla intorno al valore della forza statica prodotta dal peso del veicolo, con oscillazioni crescenti proporzionalmente alla velocità di transito, ma comunque di moderata intensità. Le forze vengono riportate in funzione della posizione del punto di contatto anteriore, e l'intervallo spaziale è pari alla lunghezza del ponte incominciando dal termine del tratto rigido.

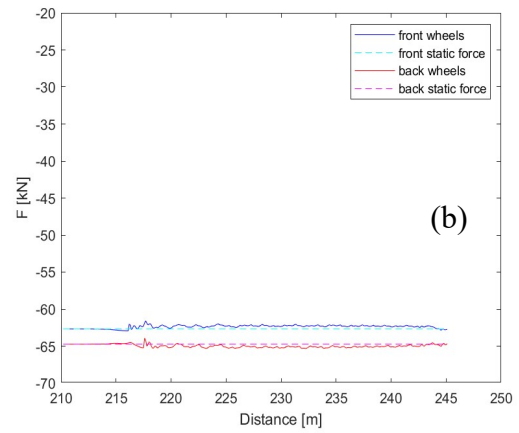
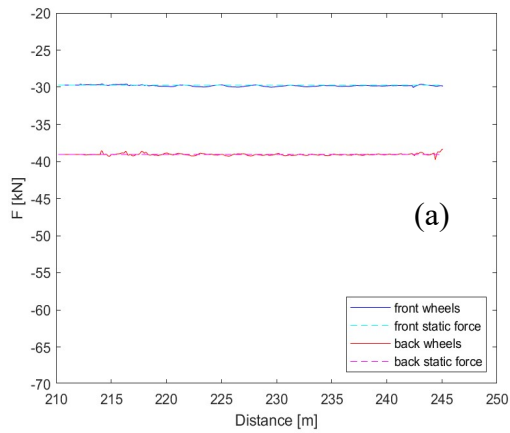


Figura 7-16: Prova a 10m/s: (a) Forze di contatto delle ruote di sinistra della parte motrice; (b) Forze di contatto delle ruote di sinistra del rimorchio

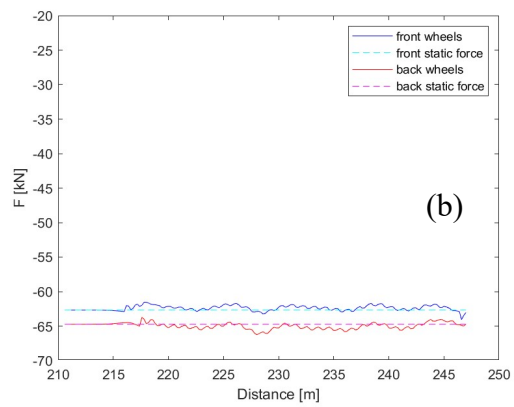
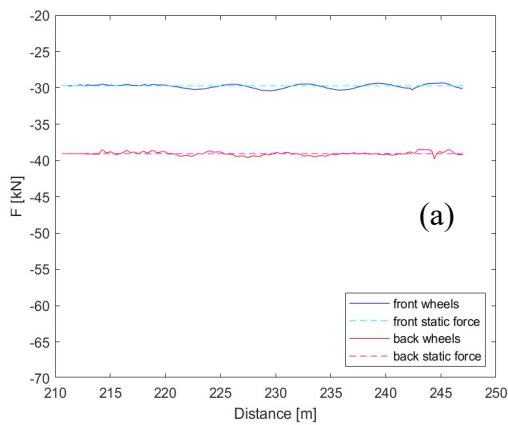


Figura 7-17: Prova a 20m/s: (a) Forze di contatto delle ruote di sinistra della parte motrice; (b) Forze di contatto delle ruote di sinistra del rimorchio

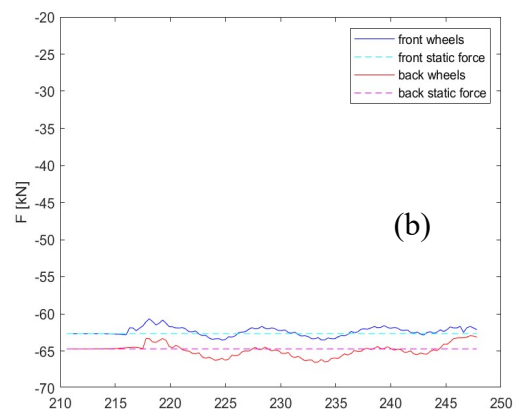
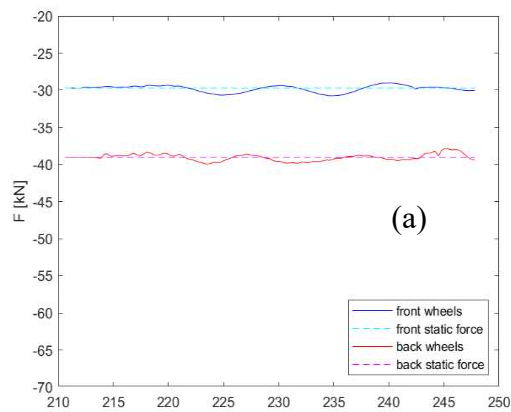


Figura 7-18: Prova a 30m/s: (a) Forze di contatto delle ruote di sinistra della parte motrice; (b) Forze di contatto delle ruote di sinistra del rimorchio

Gli spostamenti delle coordinate libere associate alla ruota di sinistra dell'asse anteriore della motrice e dell'asse anteriore del rimorchio, affiancati agli spostamenti dei corpi rigidi raffiguranti motrice e rimorchio, sono riportati nelle Figure 7-19,7-20 e 7-21. Si è scelto di rappresentare solamente una ruota per asse, e solamente due assi per prova, essendo il profilo stradale liscio sotto entrambe le file di pneumatici; escludendo effetti di eccentricità dei modelli, gli spostamenti della ruota sinistra e di quella destra appartenenti al medesimo asse sono uguali. Gli spostamenti vengono tracciati in funzione della posizione del punto di contatto anteriore, e l'intervallo spaziale rappresentato copre la lunghezza del ponte incominciando dal termine del tratto rigido.

Si può far riferimento alla descrizione del modello a 13 GdL, rappresentato schematicamente in Figura 5-7, per l'interpretazione della numerazione assegnata alle coordinate libere. Per l'ipotesi di perfetta aderenza, il punto di contatto segue perfettamente la deformazione del ponte; lo spostamento della sospensione oscilla attorno al valore dello spostamento del punto di contatto, con oscillazioni di ampiezza modesta, manifestando uno spostamento relativo poco significativo; Il corpo del veicolo, avendo una massa molto maggiore, oscilla con periodo maggiore.

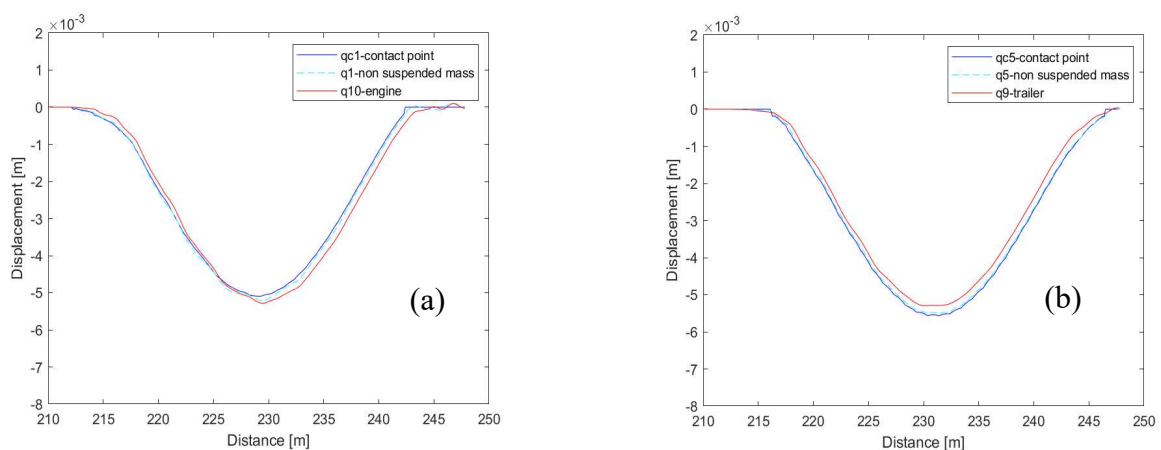


Figura 7-19: Prova a 10m/s: (a) Spostamenti della ruota anteriore sinistra della parte motrice; (b) Spostamenti della ruota anteriore sinistra del rimorchio

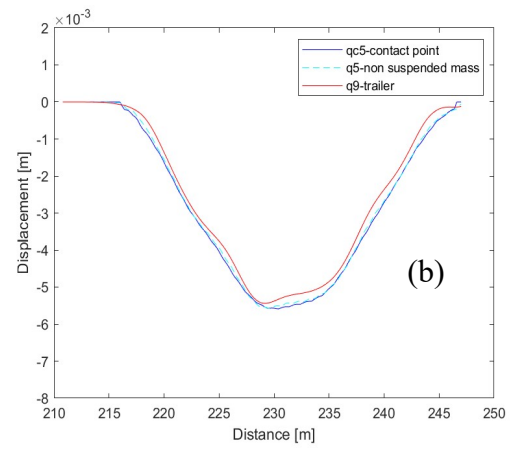
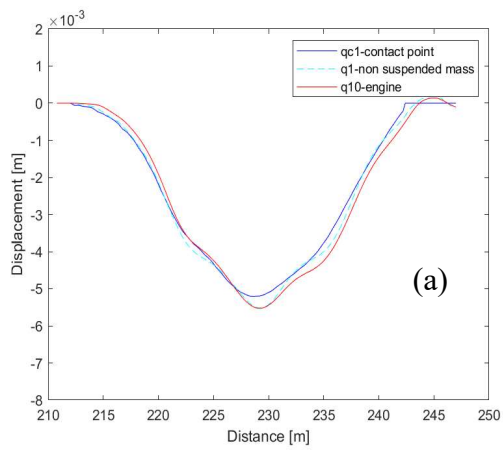


Figura 7-20: Prova a 20m/s: (a) Spostamenti della ruota anteriore sinistra della parte motrice; (b) Spostamenti della ruota anteriore sinistra del rimorchio

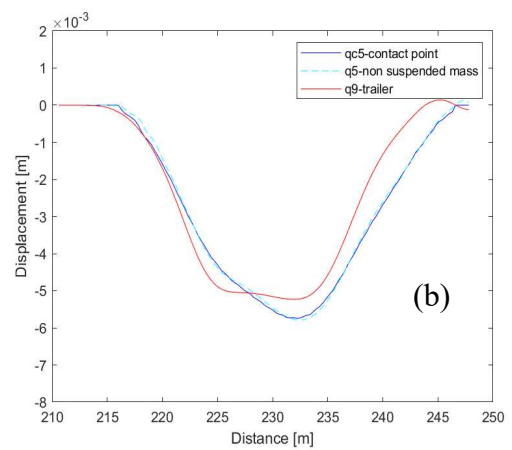
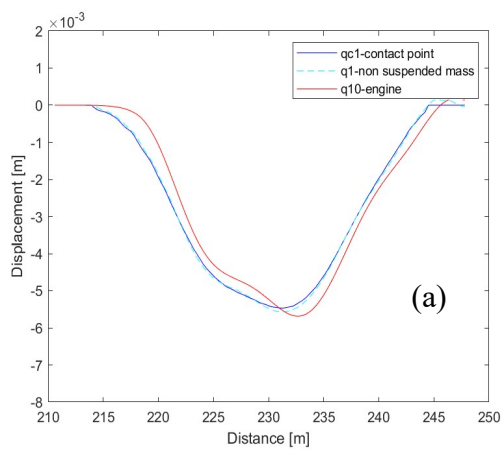


Figura 7-21: Prova a 30 m/s: (a) Spostamenti della ruota anteriore sinistra della parte motrice; (b) Spostamenti della ruota anteriore sinistra del rimorchio

8 CONFRONTO TRA LA RISPOSTA SPERIMENTALE E LA RISPOSTA NUMERICA

Questo elaborato di tesi mira a confrontare la risposta strutturale di un viadotto misurata sperimentalmente e la sua controparte numerica. Le prove dinamiche effettuate offrono infatti la possibilità di valutare le storie temporali di accelerazione in condizioni particolarmente favorevoli: si conoscono le caratteristiche principali del mezzo impiegato, la velocità e la traiettoria designate per la prova, il periodo di esecuzione della prova (che offre informazioni sullo stato di degrado e regolarità della pavimentazione stradale) e la posizione dei sensori installati sull'impalcato del viadotto. Tutti questi fattori garantiscono un certo grado di riproducibilità della prova per mezzi numerici, e consentono quindi, in seguito alla corretta implementazione delle informazioni strutturali derivanti dal modello FE, di eseguire una serie di analisi sul codice INTER, facendo variare la posizione del mezzo e soprattutto i profili longitudinali di rugosità interposti tra l'ente viaggiante e la struttura. L'obiettivo è, in assenza di dati certi sulla rugosità presente in sito al momento delle prove, di individuarne la possibile classe di appartenenza, impostando un lavoro di tipo probabilistico; il confronto numerico-sperimentale si innesta in un quadro di validazione della modellazione numerica presentata, in quanto rappresenta una verifica dell'approccio impiegato sulla base di dati sperimentali. L'attenzione viene posta principalmente sulle prove dinamiche eseguite a una velocità di $v = 16.67 \text{ m/s}$, essendo tale velocità quella che più si avvicina alle reali condizioni d'uso del viadotto; si analizza in seguito il caso delle prove eseguite con una velocità di $v = 11.11 \text{ m/s}$, riportate come verifica dei risultati ottenuti.

Tutte le analisi eseguite coinvolgono l'utilizzo del modello di veicolo a 13 gradi di libertà, sviluppato e implementato appositamente per questo lavoro e descritto nel paragrafo 5.4. Le principali caratteristiche meccaniche di tale modello traggono origine da lavori di letteratura [38], mentre le caratteristiche geometriche e di massa sono state adattate al mezzo impiegato nelle prove sperimentali, rispettandone le distanze misurate tra i quattro assi e le forze statiche trasmesse all'impalcato.

Il mezzo viene fatto transitare sulla corsia di marcia e sulla corsia di sorpasso del viadotto, facendo variare la rugosità: nel quadro delle classi di rugosità riportate dalla normativa ISO 8606 [34], si considerano profili appartenenti alle classi A e B, corrispondenti a pavimentazioni con regolarità molto buona e buona. Trattandosi di un viadotto autostradale risulta infatti di fondamentale importanza il mantenimento di un buon grado di regolarità della pavimentazione, in modo tale da prevenire riduzioni eccessive del confort e della sicurezza d'uso dell'infrastruttura, oltre a evitare un elevato rumore di rotolamento degli pneumatici, che ostacola il verificarsi delle condizioni di guida ideali. Si rendono dunque necessari interventi di ripavimentazione piuttosto frequenti, per evitare che la classe di regolarità della pavimentazione non scenda mai sotto una soglia limite. Sono stati generati diversi profili appartenenti alle due classi: per ogni livello di regolarità della pavimentazione, individuato mediante la densità di potenza spettrale associata alla frequenza di riferimento ($G_d(n_0)$) nell'equazione (3.1), sono stati considerati 20 profili diversi, ognuno con un diverso seed¹¹ di generazione. L'impiego di profili generati con seed differenti implica l'ottenimento di storie temporali di accelerazione diverse, sia per forma sia per valori massimi, che seppur simili oscillano intorno a un valore medio. Si riportano, in Figura 8-1, a titolo di esempio, tre profili appartenenti alla stessa classe di regolarità (classe B), ma generati con fasi differenti.

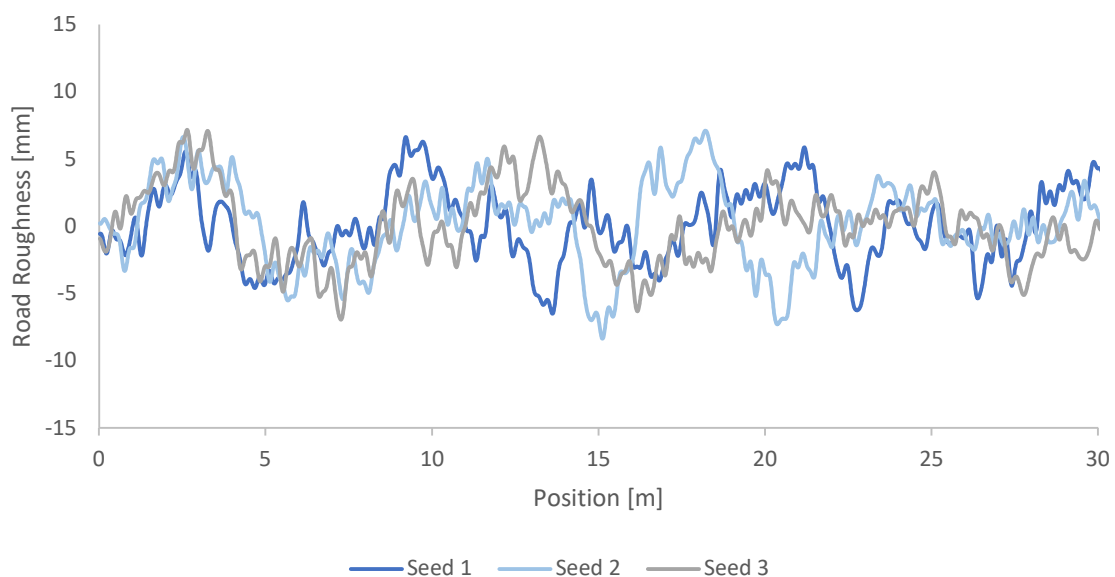


Figura 8-1: Rappresentazione di profili di rugosità appartenente alla classe B generati con seed differenti

¹¹ La casualità associata ai profili generati è interamente contenuta all'interno della fase: se due profili vengono generati con una diversa fase si osserveranno due andamenti altimetrici differenti. Se si considerano due profili appartenenti a due classi di rugosità differenti, ma generati con la stessa fase, la forma è analoga ma i due profili possiedono un'ampiezza diversa.

8.1 Confronto numerico-sperimentale in assenza di rugosità

Per poter valutare l'influenza della rugosità di una pavimentazione sulla risposta dinamica di un impalcato da ponte è innanzitutto necessario valutare la risposta dello stesso in condizioni di perfetta regolarità del manto stradale. Per questa fase iniziale delle analisi si può fare riferimento indifferentemente alla risposta accelerometrica numerica fornita in output dal software a elementi finiti SAP2000 oppure a quella calcolata per mezzo del programma di ricerca INTER: in condizioni di profilo liscio, infatti, gli effetti dinamici vengono ridotti alla sola influenza della presenza di masse sospese e non sospese, collegate tra loro per mezzo di sistemi molla-smorzatore. Essendo però i contributi del rollio e del beccheggio della parte motrice e del rimorchio del mezzo trascurabili, ed essendo gli spostamenti e le velocità imposti al veicolo di entità sufficientemente contenuta, gli effetti dinamici sono estremamente ridotti. Si può quindi concludere che in assenza di rugosità, e in particolare per le basse velocità (si è visto nel paragrafo 7.5 che all'aumentare della velocità dell'ente viaggiante si osserva un incremento dei contributi di forza dinamici), un sistema di forze viaggianti rappresenta una schematizzazione soddisfacente del comportamento del veicolo. Essendo SAP2000 in grado di gestire il caso di una o più forze viaggianti, definite con una propria intensità e velocità, è possibile osservare un buon grado di somiglianza tra le storie temporali di accelerazione estratte dal software FE e quelle restituite in output da INTER. In Figura 8-2 vengono riportate, a titolo di esempio, le storie di accelerazione registrate dai sensori di mezzzeria della campata 2 (rispettivamente C2.1.3, posizionato sulla catena di destra adiacente alla corsia di marcia, e C2.2.3, posizionato sulla catena di sinistra adiacente alla corsia di sorpasso) al passaggio del mezzo, il cui asse è stato posizionato in corrispondenza della linea media della corsia di marcia ($x = 5.948m$), a una velocità di $v = 16.67m/s$.

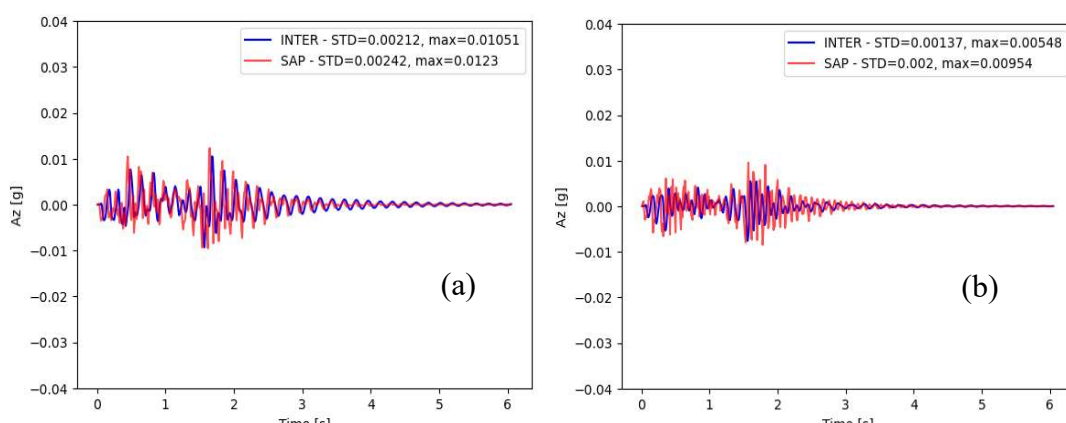


Figura 8-2: : Prova di marcia con velocità $v = 16.67 m/s$: storie di accelerazione numerica in corrispondenza dei sensori: (a) C.2.1.3; (b) C.2.2.3

In INTER l'analisi è stata eseguita seguendo la procedura di integrazione STS, adottando un passo temporale $dt = 0.01s$; la scelta delle funzioni di forma è ricaduta su quelle dell'elemento isoparametrico con quattro nodi (ISO P4); si imposta un valore

di iterazione massima $maxiter = 15$, di tolleranza dell'errore numerico pari a $toll = 0.0001$ e un valore del coefficiente di smorzamento ν pari a 0.02 . Si riportano nella Tabella 8.1 le caratteristiche principali della analisi dinamica svolte in assenza di rugosità:

caso	Veicolo	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	rugosità
23	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	-
24	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di sorpasso	-

Tabella 8-1: Caratteristiche principali delle analisi svolte

Nelle Figure 8-3 e 8-4 si riportano le storie temporali di accelerazione sperimentale (quindi in condizioni di irregolarità notevole del manto stradale) e numerica (in assenza di rugosità), rispettivamente per le prove eseguite sulla corsia di marcia ($x = 5.948m$) e sulla corsia di sorpasso ($x = 2.2m$), alla velocità $v = 16.67m/s$. Si delinea in questo modo un confronto diretto tra la risposta accelerometrica misurata in sito e quella fornita in output dal mezzo numerico in assenza di rugosità, evidenziandone le differenze che possono essere ricondotte alle diverse condizioni di regolarità del manto stradale considerate per le due prove.

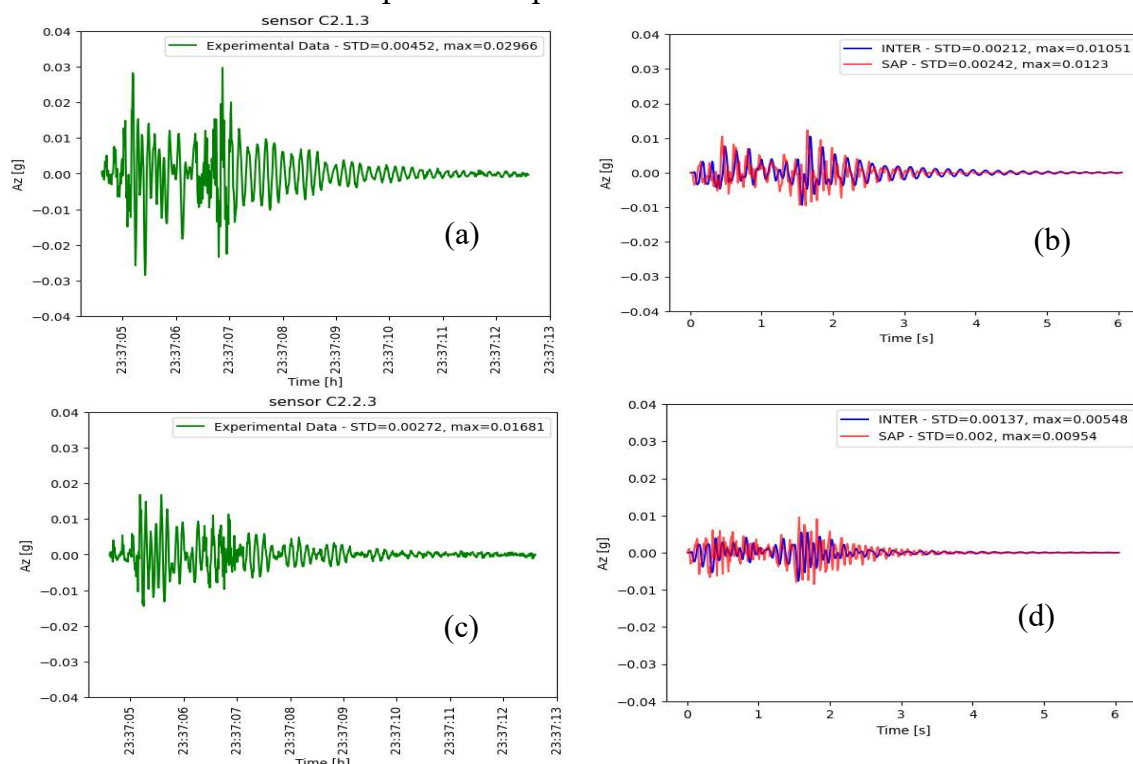


Figura 8-3: Storie temporali di accelerazione relative alla prova di marcia: (a) risposta sperimentale del sensore C2.1.3; (b) risposta numerica del sensore C2.1.3 in assenza di rugosità; (c) risposta sperimentale del sensore C2.2.3; (d) risposta numerica del sensore C2.2.3 in assenza di rugosità

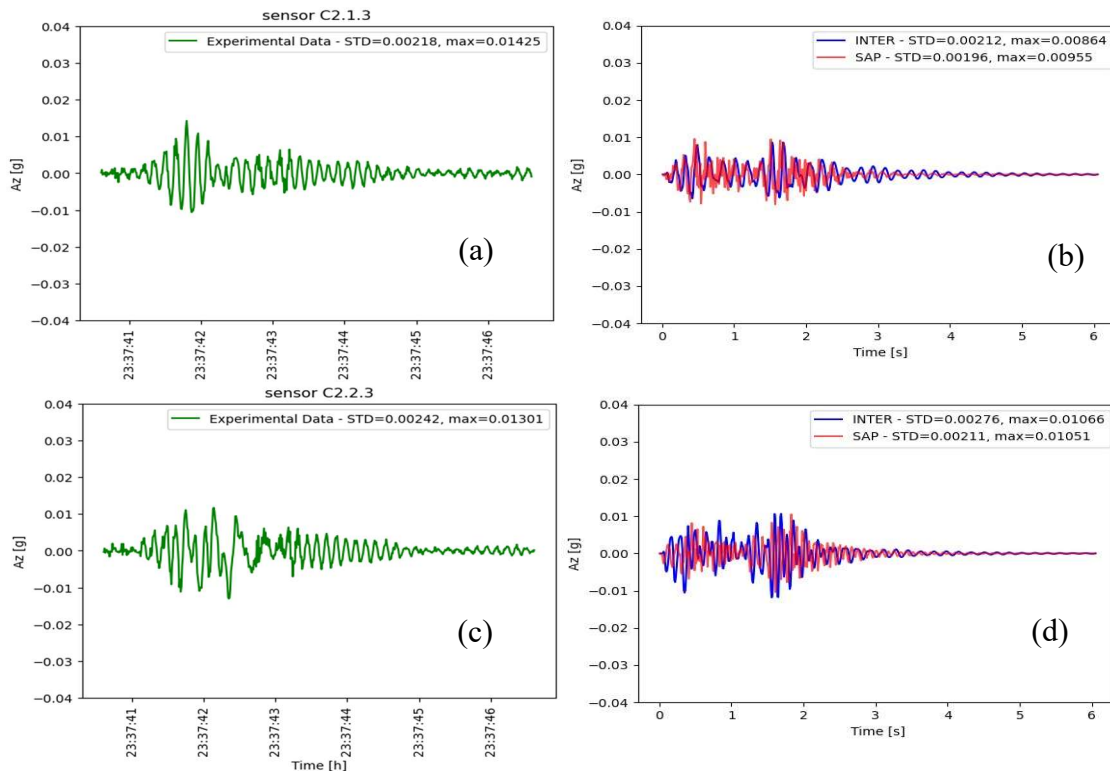


Figura 8-4: Storie temporali di accelerazione relative alla prova di sorpasso: (a) risposta sperimentale del sensore C2.1.3; (b) risposta numerica del sensore C2.1.3 in assenza di rugosità; (c) risposta sperimentale del sensore C2.2.3; (d) risposta numerica del sensore C2.2.3 in assenza di rugosità

La differenza che si osserva tra la risposta della prova sperimentale eseguita sulla corsia di sorpasso e quella della prova eseguita sulla corsia di marcia è evidente: se si prende in esame la risposta accelerometrica registrata in seguito alla prova effettuata sulla corsia di marcia, si nota una marcata differenza tra i valori letti dal sensore situato sulla catena di destra e quello sulla catena di sinistra, che riporta valori di accelerazione più contenuti (il valore massimo registrato dal sensore C2.2.3 è di 0.0168g, mentre quello registrato dal sensore C2.1.3 è di 0.0297g). Le storie di accelerazione sperimentale riportate per la prova eseguita sulla corsia di sorpasso presentano invece valori confrontabili per i due sensori di mezzeria, situati sulle due catene ai lati dell'impalcato del viadotto (il valore massimo registrato dal sensore C2.2.3 è di 0.0130g, mentre quello registrato dal sensore C2.1.3 è di 0.0143g). È in questo senso apprezzabile l'influenza del rinforzo di trave, effettuato per ripristinare le proprietà meccaniche della nervatura situata in corrispondenza dell'estremo sinistro dell'impalcato: nonostante nella prova sulla corsia di sorpasso il mezzo sia posizionato molto vicino alla catena di sinistra, la presenza della trave rinforzata implica valori accelerometrici confrontabili ai due lati dell'impalcato.

L'entità delle accelerazioni lette è inoltre di due ordini di grandezza differenti: mentre per la prova su corsia di marcia si osservano accelerazioni sperimentali con valori notevoli, che si differenziano per un fattore moltiplicativo vicino a tre rispetto alla controparte numerica eseguita in assenza di rugosità, per la prova su corsia di sorpasso si osservano valori di accelerazione sufficientemente contenuti e poco distanti da quelli forniti in output da INTER e SAP. A partire da queste osservazioni si può ipotizzare un discorso qualitativo sulle condizioni di regolarità del manto stradale: trattandosi di un viadotto autostradale ubicato in un tratto interessato da traffico intenso di autocarri e mezzi pesanti, si può pensare che la maggior parte del traffico veicolare si concentri sulla corsia di marcia (in particolar modo il traffico di mezzi pesanti, i quali non possono effettuare operazioni di sorpasso su viadotti come quello in questione), comportando un'usura più estesa e concentrata sulla corsia di marcia rispetto a quella di sorpasso.

8.2 Confronto numerico-sperimentale con inserimento della rugosità

Il passaggio successivo consiste nell'introduzione di diversi profili di rugosità: si ragiona distintamente per le prove eseguite su corsia di marcia e quelle eseguite su corsia di sorpasso, analizzando livelli di irregolarità progressivamente crescenti. Per ciascun livello di regolarità vengono eseguite 20 analisi, che vengono etichettate con un carattere alfabetico univoco (ad esempio, facendo riferimento alla Tabella 8-2, il caso 25 viene suddiviso in 20 sotto casi 25.a, 25.b, ..., 25.v), differenti tra loro per via del seed di generazione dei profili. Il codice INTER permette all'utente di inserire due profili identici, che vengono interposti tra le due file di pneumatici e la struttura, o di assegnare a ciascuna fila di ruote un diverso profilo; nelle analisi presentate sono stati inseriti solamente profili appartenenti alla stessa classe di regolarità, in quanto si è ipotizzato che all'interno della stessa corsia si possa osservare un livello di dissesto ragionevolmente uniforme, ma si è differenziata l'analisi inserendo un solo profilo sotto entrambe le file di pneumatici o diverse combinazioni di coppie di profili con fase variabile.

La presentazione dei risultati delle analisi viene proposta riportando una delle 20 storie temporali di accelerazione per il sensore maggiormente sollecitato ottenute in output per ciascun livello di regolarità, affiancata alla time-history sperimentale corrispondente, in modo da offrire un confronto numerico-sperimentale diretto. Nella legenda di ciascun grafico vengono riportate l'accelerazione massima e la deviazione standard calcolata su base secondo: i due parametri riportati sono considerati rappresentativi della risposta accelerometrica di una struttura, in quanto forniscono informazioni rilevanti sullo stato vibrazionale registrato. Trattandosi di un approccio

statistico, non si è ricercata la perfetta corrispondenza delle storie temporali numeriche e sperimentali; si è piuttosto preferito raccogliere le informazioni derivanti dalle 20 analisi svolte per ciascuna classe di regolarità e condensarle in un fuso di accelerazione, costruito prendendo il valore massimo e il valore minimo complessivi registrati ad ogni istante temporale. È stato quindi possibile risalire a un dominio di accelerazione proprio della classe di regolarità considerata, nel quale inquadrare le storie di accelerazione sperimentali.

Vengono inoltre riportati gli spostamenti delle coordinate libere associate alla ruota anteriore destra dell'abitacolo e di quelle associate alla ruota anteriore destra del rimorchio al variare della coordinata longitudinale $y(t)$. La storia di spostamento dei punti di contatto è strettamente collegata al profilo di rugosità su cui transita il mezzo, che in alcuni casi determina la componente principale del moto impresso ai veicoli.

Si riportano nella Tabella 8-2 le caratteristiche principali della analisi dinamiche svolte per la prova nella corsia di marcia, con rugosità variabile:

caso	Veicolo	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	Rugosità ($G_d(n_0)$ [m^3])
25a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	EC1 A: $G_d(n_0) = 10^{-6}$
26a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	EC1 A: $G_d(n_0) = 16 * 10^{-6}$
27a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	EC1 A/B: $G_d(n_0) = 32 * 10^{-6}$
28a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	EC1 B: $G_d(n_0) = 80 * 10^{-6}$
29a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	EC1 B/C: $G_d(n_0) = 126 * 10^{-6}$

Tabella 8-2: Caratteristiche principali delle analisi dinamiche svolte per la prova su corsia di marcia

Si riportano infine nella Tabella 8-3 le caratteristiche principali della analisi dinamiche svolte per la prova nella corsia di sorpasso, con rugosità variabile:

caso	Veicolo	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	Rugosità ($G_d(n_0)$ [m^3])
25a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di sorpasso	EC1 A: $G_d(n_0) = 10^{-6}$
26a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di sorpasso	EC1 A: $G_d(n_0) = 16 * 10^{-6}$
27a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di sorpasso	EC1 A/B: $G_d(n_0) = 32 * 10^{-6}$
28a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di sorpasso	EC1 B: $G_d(n_0) = 80 * 10^{-6}$
29a-v	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di sorpasso	EC1 B/C: $G_d(n_0) = 126 * 10^{-6}$

Tabella 8-3: Caratteristiche principali delle analisi dinamiche svolte per la prova su corsia di sorpasso

8.3 Classe A: $G_d(n_0) = 10^{-6} m^3$ (limite inferiore)

Il primo caso analizzato riguarda una pavimentazione stradale ottimale, con livelli di regolarità estremamente alti. È solitamente il caso di pavimentazioni che hanno subito da poco un intervento di ripavimentazione, integrale o parziale, o che sono sollecitate da traffico veicolare leggero e poco frequente (Figura 8-5). Vengono analizzate separatamente le due prove eseguite a una velocità di $v = 16.67 m/s$, rispettivamente sulla corsia di marcia e su quella di sorpasso.

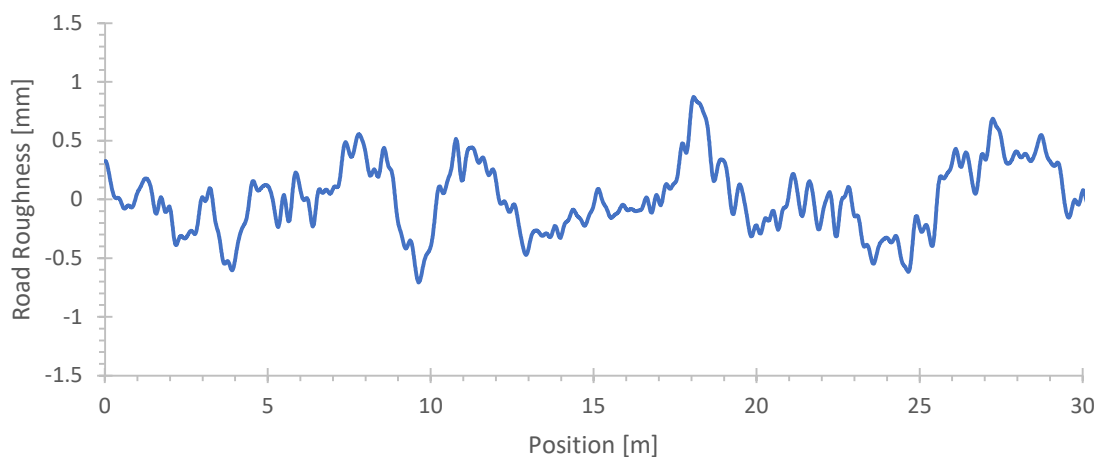


Figura 8-5: Profilo di rugosità appartenente alla classe A: $G_d(n_0) = 10^{-6} m^3$

8.3.1 Prova su corsia di marcia

La prova sperimentale eseguita sulla corsia di marcia è caratterizzata evidentemente da una condizione di regolarità sub-ottimale: inserendo in INTER dei profili di rugosità appartenenti al limite inferiore della classe A, si osservano valori di accelerazione piuttosto contenuti. Come evidente dalla Figura 8-6, la storia temporale di accelerazione numerica è una sottostima di quella osservata sperimentalmente, e presenta dei valori massimi che si aggirano intorno a un terzo di quelli letti in sito. I grafici vengono tracciati in funzione del tempo, dal momento dell'ingresso del veicolo nella campata 2: per i dati sperimentali si è mantenuta l'indicazione del "datetime"¹² relativa all'istante di esecuzione della prova, mentre per i grafici numerici l'istante zero coincide con l'ingresso del veicolo nella campata.

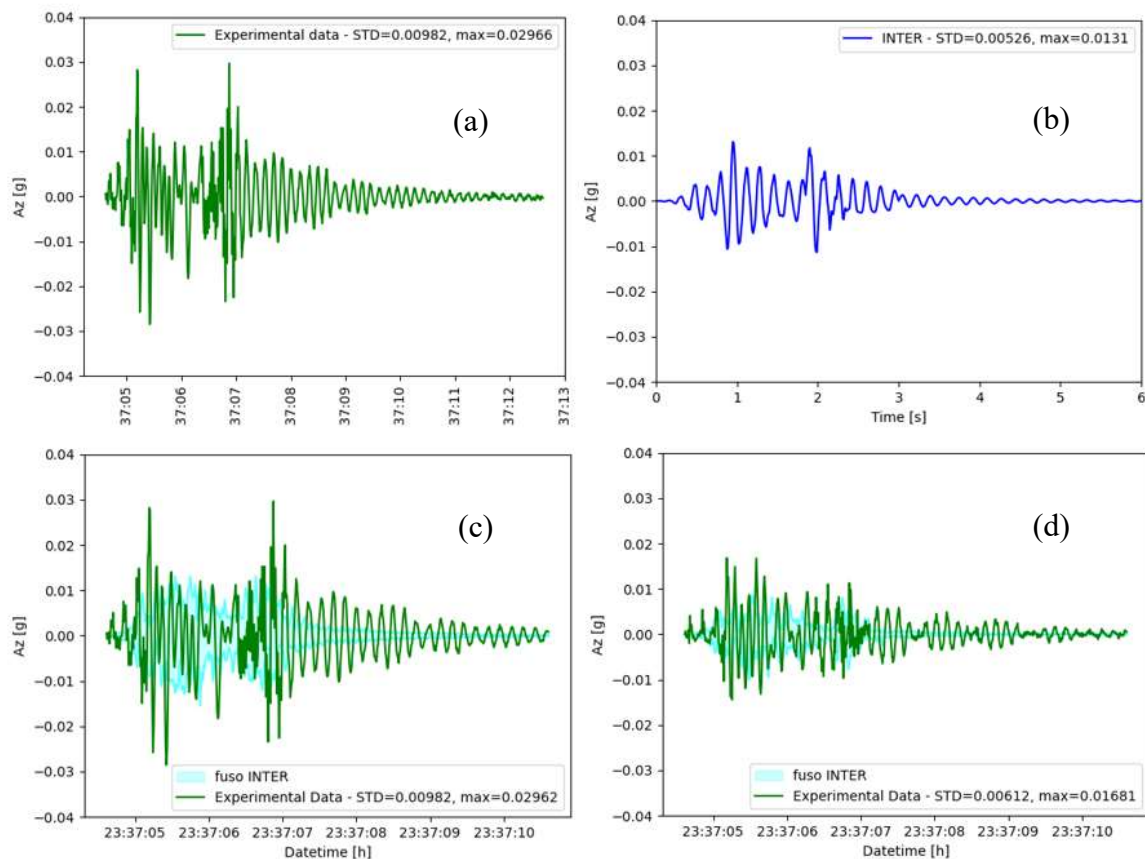


Figura 8-6: Prova su corsia di marcia con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente al limite inferiore della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.1.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.1.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3

¹² Valore di orario; attribuito per ora, minuto e secondo

In Figura 8-7.a e 8-7.b vengono mostrati, rispettivamente, gli spostamenti delle coordinate libere associate alla ruota anteriore destra dell'abitacolo e di quelle associate alla ruota anteriore destra del rimorchio. Gli spostamenti vengono tracciati in funzione della posizione del punto di contatto anteriore del veicolo; si rappresentano le storie di spostamento registrate dopo la fine del tratto rigido che precede la struttura, impostando l'origine dell'asse delle ascisse in corrispondenza dell'ingresso delle ruote anteriori del veicolo sulla campata. La numerazione delle coordinate libere segue i criteri definiti nel capitolo 5 (Figura 5-7): si riporta per ciascun grafico lo spostamento del punto di contatto, della massa non sospesa (massa degli ammortizzatori) e della massa sospesa (della parte motrice o del rimorchio) corrispondenti. Il punto di contatto, per ipotesi di perfetta aderenza, subisce degli spostamenti dati dalla somma dell'abbassamento del ponte, dovuto al peso proprio del mezzo transitante, e del profilo di rugosità, che impone al veicolo uno spostamento aggiuntivo.

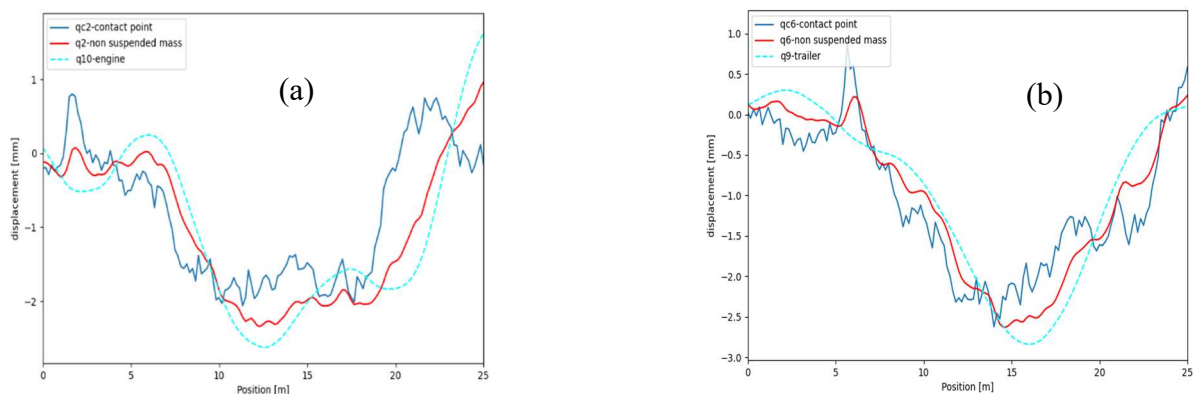


Figura 8-7: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio

La massa associata alla sospensione attenua l'andamento dello spostamento dei punti di contatto; lo stesso vale per la massa della motrice e del rimorchio del veicolo, che oscillano con ampiezza maggiore. Gli spostamenti massimi si aggirano intorno a 2 millimetri e mezzo, coerentemente con gli spostamenti misurati in assenza di rugosità: le oscillazioni attorno a tali valori sono legate all'introduzione dell'irregolarità superficiale, che comporta un aumento, seppur di entità contenuta, dell'interazione che sussiste tra i due sistemi.

8.3.2 Prova su corsia di sorpasso

La prova effettuata sulla corsia di sorpasso è invece caratterizzata da un livello di regolarità molto buono: si osserva, in Figura 8-8, che inserendo un profilo in classe A ci si avvicina già molto a una corrispondenza con i valori di massimo e deviazione standard osservati sperimentalmente. I grafici vengono tracciati in funzione del tempo, dal momento dell'ingresso del veicolo nella campata 2. Si riporta inoltre il fuso di accelerazione relativo al limite inferiore della classe A (Figura 8-8.c e 8-8.d): il profilo di accelerazione sperimentale risulta quasi interamente inscritto al dominio definito numericamente, indicando che, a parità di modello FE implementato e a parità di imposizioni sui parametri numerici, la prova eseguita sulla corsia di sorpasso si avvicina molto di più a una condizione di "best fitting" rispetto a quella eseguita sulla corsia di marcia.

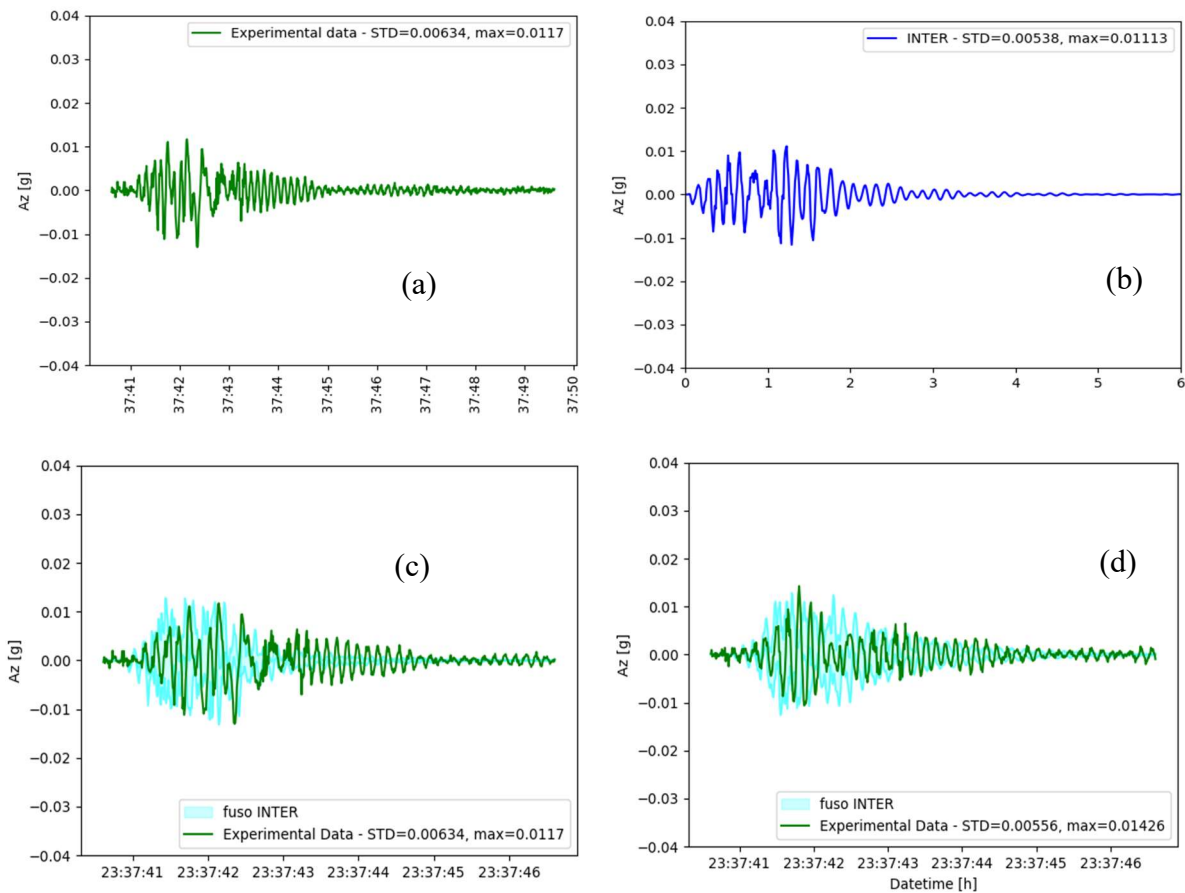


Figura 8-8: Prova su corsia di sorpasso con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente al limite inferiore della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.2.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.2.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3

In Figura 8-9 vengono mostrati gli spostamenti delle coordinate libere associate alla ruota anteriore destra dell'abitacolo e di quelle associate alla ruota anteriore destra del rimorchio, rappresentati in funzione dell'ascissa longitudinale dopo il tratto rigido.

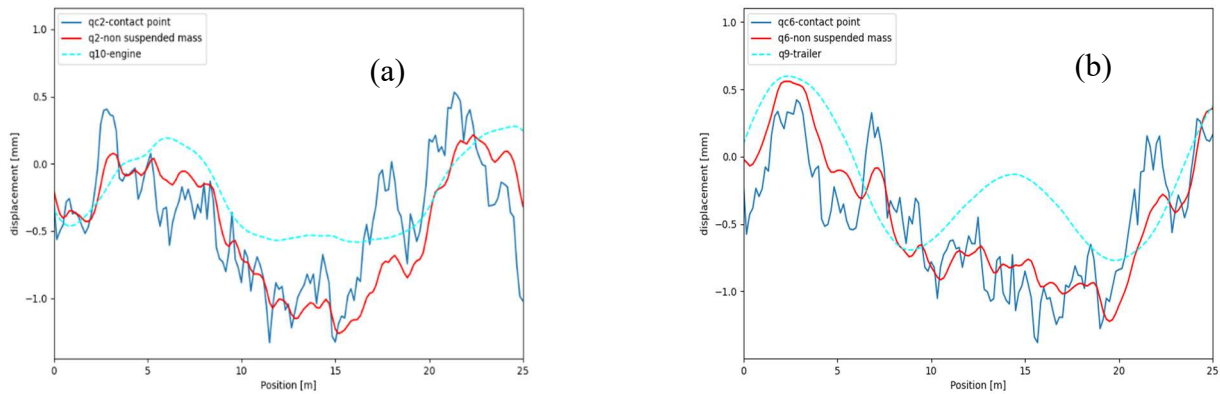


Figura 8-9: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio

Anche per la prova effettuata sulla corsia di sorpasso si osserva che i punti di contatto seguono gli abbassamenti subiti dall'impalcato del viadotto, a cui va aggiunta una componente di spostamento legata al profilo di rugosità considerato. In questo caso gli spostamenti presentano valori massimi nell'ordine del millimetro e mezzo: la differenza con i valori di abbassamento osservati per la prova di marcia è direttamente riconducibile alla presenza della trave rinforzata, situata in prossimità della corsia di sorpasso.

8.4 Classe A: $G_d(n_0) = 16 * 10^{-6} m^3$ (media geometrica)

Il secondo caso analizzato rientra ancora nel quadro della classe A, qualificandosi quindi come pavimentazione dal grado di regolarità molto buono, ma si posiziona nella media geometrica della stessa. I risultati che scaturiscono dalle analisi effettuate sulle due corsie vengono presentati separatamente. Si riporta in Figura 8-10, a titolo di esempio, un dettaglio di 30m di pavimentazione a metà della classe di rugosità A.

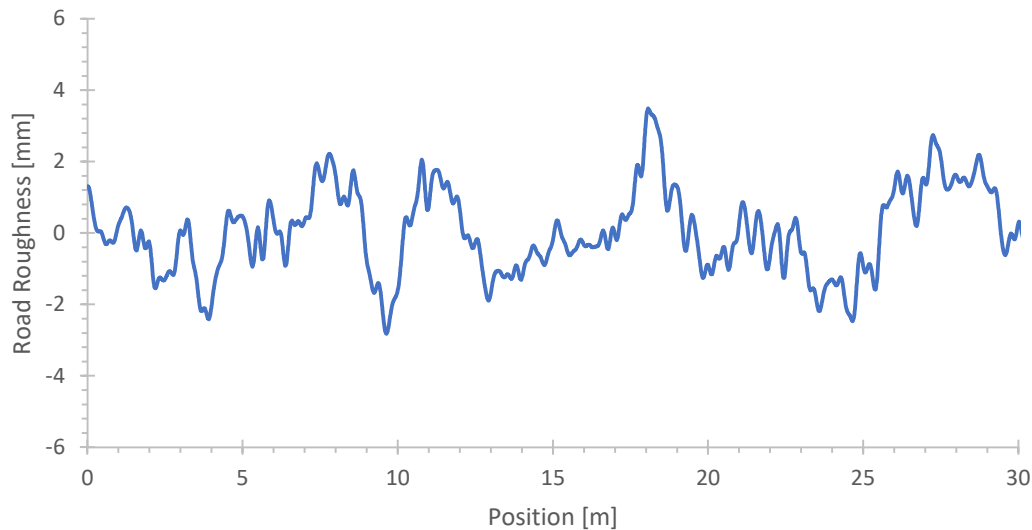


Figura 8-10: Profilo di rugosità appartenente alla classe A: $G_d(n_0)=16*10^{-6} m^3$

8.4.1 Prova su corsia di marcia

Il veicolo viene fatto transitare su profili diversi, generati a partire da un valore di $G(n_0)$ pari alla media geometrica della classe A. Una pavimentazione stradale appartenente a tale classe presenta irregolarità del manto con ampiezze massime comprese tra i due e i quattro millimetri. È evidente quindi, essendo gli spostamenti massimi registrati in mezzeria in condizioni di profilo liscio dello stesso ordine di grandezza, che la rugosità è motivo di sollecitazioni aggiuntive non trascurabili. In particolare, facendo riferimento alla Figura 8-11, si osserva una storia temporale di accelerazione con valori di massimi e deviazione standard pressoché raddoppiati rispetto alla risposta numerica fornita in output da INTER in assenza di rugosità. Si registra, ciononostante, un valore massimo di 0.0201g, a fronte di un valore massimo sperimentale di 0.0297g. A testimonianza della discrepanza tra valori numerici e sperimentali, il fuso numerico costruito per questa classe di rugosità (Figura 8-11.c e 8-11.d) non è in grado di contenere interamente i picchi sperimentali.

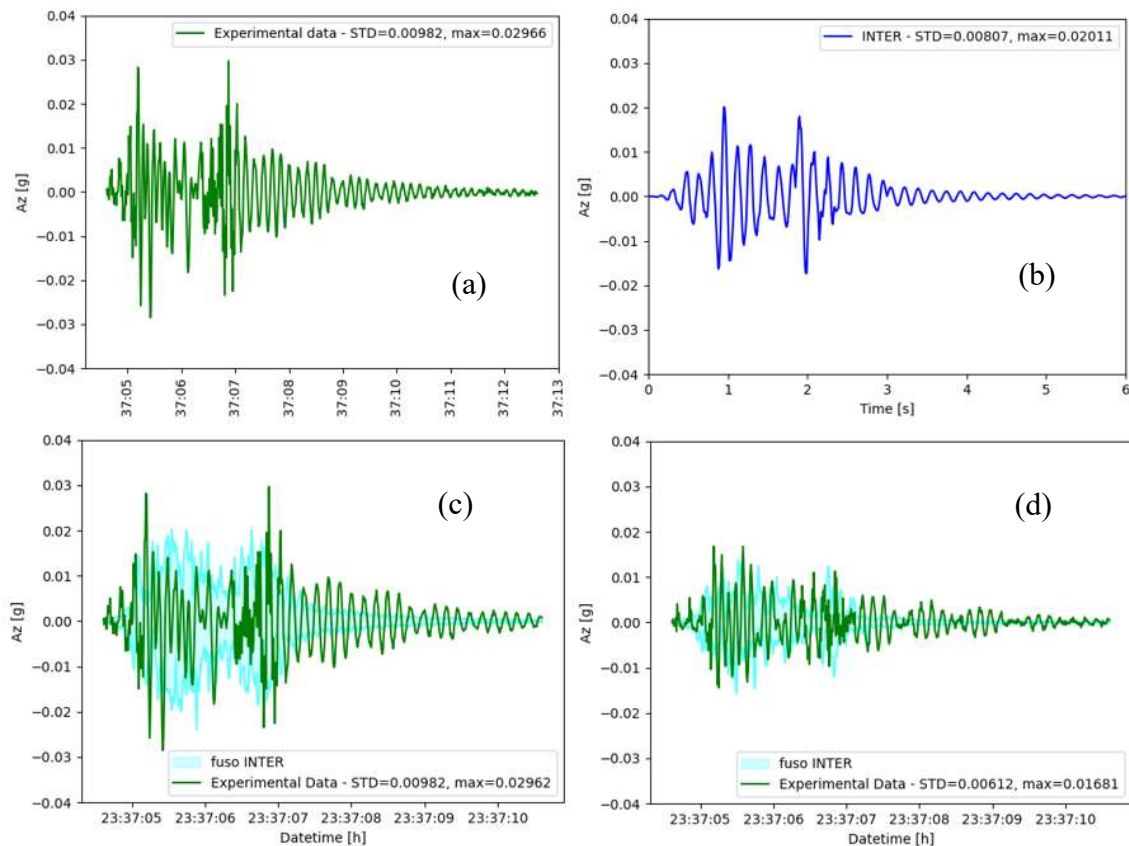


Figura 8-11: Prova su corsia di marcia con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente alla media geometrica della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.1.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.1.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3

In Figura 8-12.a e 8-12.b vengono mostrati gli spostamenti delle coordinate libere associate alla ruota anteriore destra dell'abitacolo e di quelle associate alla ruota anteriore destra del rimorchio.

Se confrontati con gli spostamenti registrati con un profilo appartenente al limite inferiore della classe A, gli spostamenti dei punti di contatto e delle masse del veicolo mostrano una distinzione meno netta delle due componenti che li definiscono: la componente di abbassamento dell'impalcato del viadotto è infatti mascherata dall'influenza della rugosità della pavimentazione, che è fonte di oscillazioni che variano tra i due e i quattro millimetri. Le masse degli ammortizzatori presentano spostamenti che seguono quelli dei punti di contatto, attenuandone l'andamento

irregolare; le masse della motrice e del rimorchio, avendo massa maggiore, oscillano con un periodo più ampio.

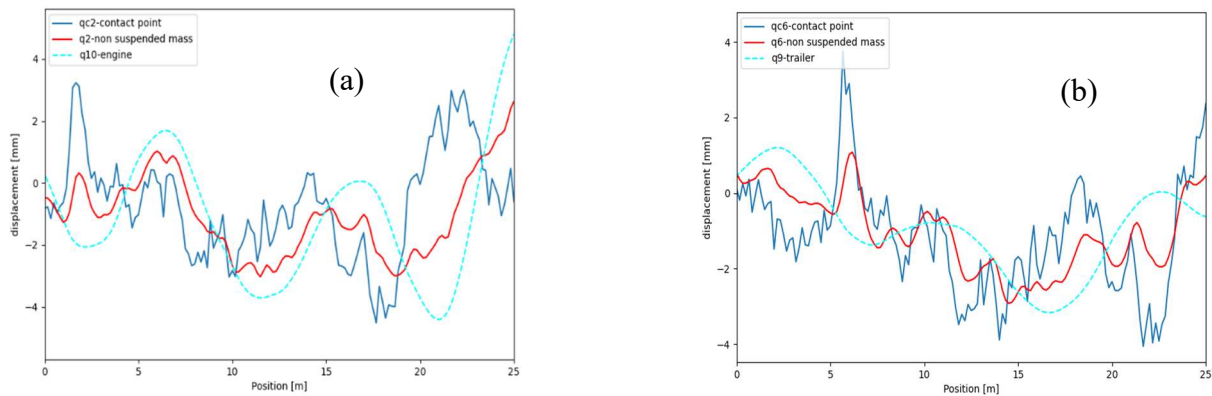


Figura 8-12: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio

8.4.2 Prova su corsia di sorpasso

Per quanto riguarda la prova eseguita sulla corsia di sorpasso, il quadro accelerometrico sperimentale viene riprodotto con buona accuratezza dalle analisi numeriche eseguite nel contesto della classe di regolarità A: si era infatti visto che già per un profilo ottimo, caratterizzato da irregolarità superficiali quasi trascurabili, i valori di massimo e deviazione standard calcolata su base secondo (parametri sintetici fondamentali per valutare la risposta in termini di accelerazione) numerici erano accomunabili a quelli sperimentali. Inserendo un profilo appartenente alla media geometrica della classe A si osserva un buon grado di somiglianza tra le due curve (Figura 8-13.a e 8-13.b), ed è possibile costruire un dominio numerico che racchiude interamente le storie temporali di accelerazione sperimentali (Figura 8-13.c e 8-13.d).

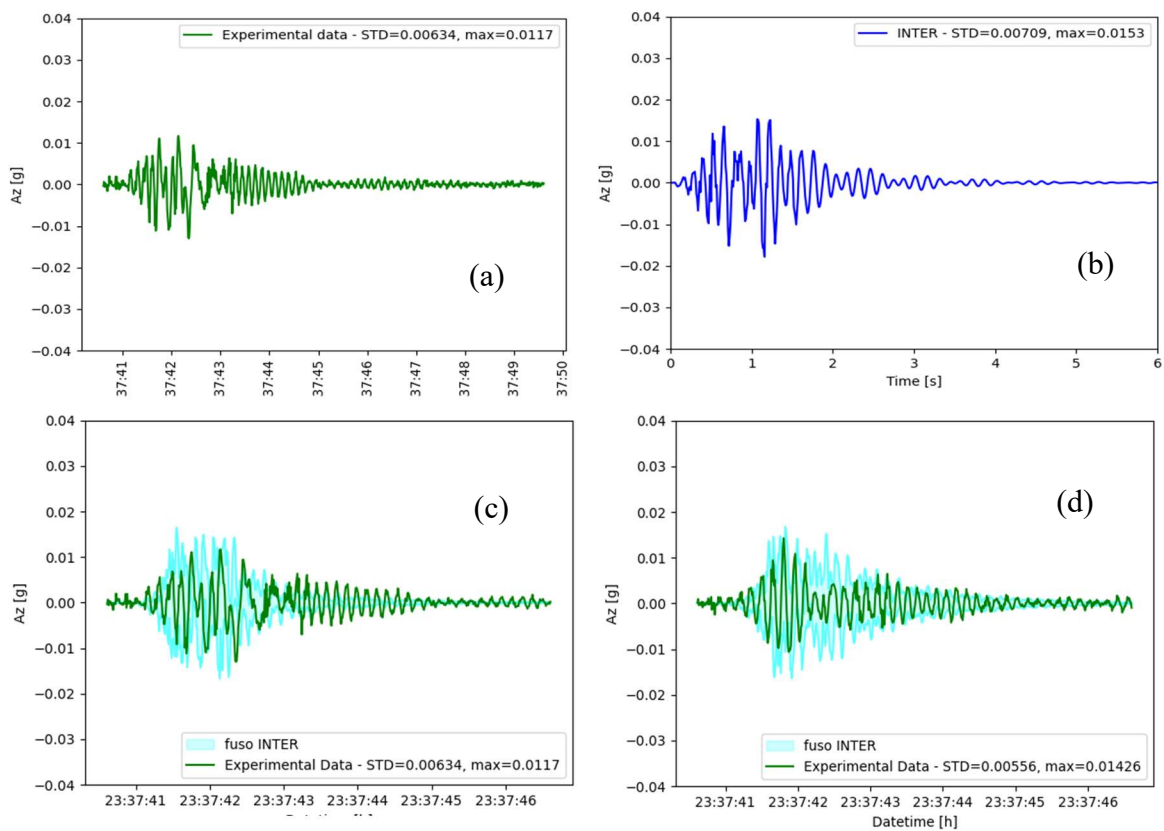


Figura 8-13: Prova su corsia di sorpasso con velocità $v = 16.67$ m/s e rugosità appartenente alla media geometrica della classe A: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.2.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.2.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3

Si riportano in Figura 8-14 le storie di spostamento della ruota anteriore destra della motrice e della ruota anteriore destra del rimorchio, in funzione della distanza longitudinale $y(t)$. Gli spostamenti misurati sono nell'ordine di $\pm(2 \div 4)$ millimetri, coerentemente con il profilo di rugosità impiegato; si osservano abbassamenti meno pronunciati di quelli registrati per la prova sulla corsia di marcia.

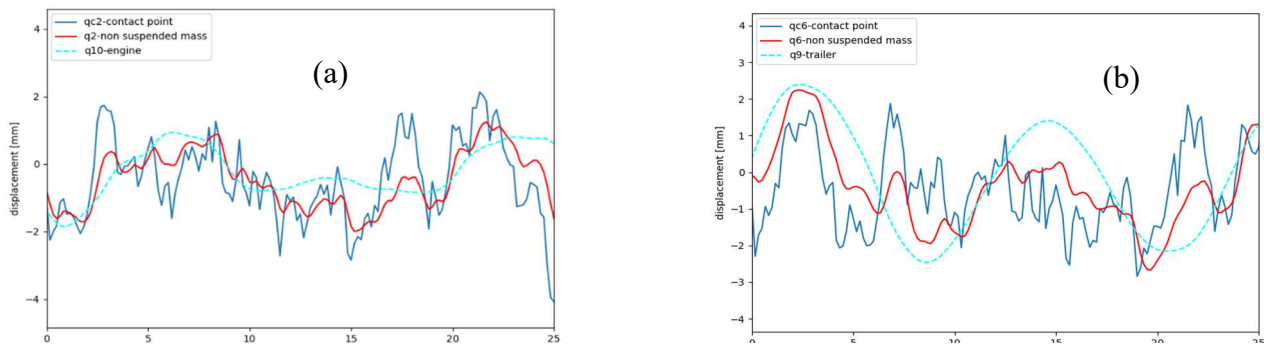


Figura 8-14: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio

8.5 Classe B: $G_d(n_0) = 80 * 10^{-6} m^3$ (media geometrica)

Si analizza infine il caso di una pavimentazione appartenente alla media geometrica della classe di regolarità B: una pavimentazione stradale che ricade in questo intervallo di regolarità viene definita buona da normativa. Le macro-asperità raggiungono ampiezze nell'ordine del centimetro; le forze dinamiche trasmesse dal veicolo all'impalcato del viadotto assumono quindi intensità importanti, determinando sollecitazioni aggiuntive rilevanti. Si riporta in Figura 8-15 il dettaglio di 30m di un profilo di rugosità appartenente alla classe B. Per il caso analizzato correntemente si guardano solamente i risultati relativi alla prova eseguita su corsia di marcia.

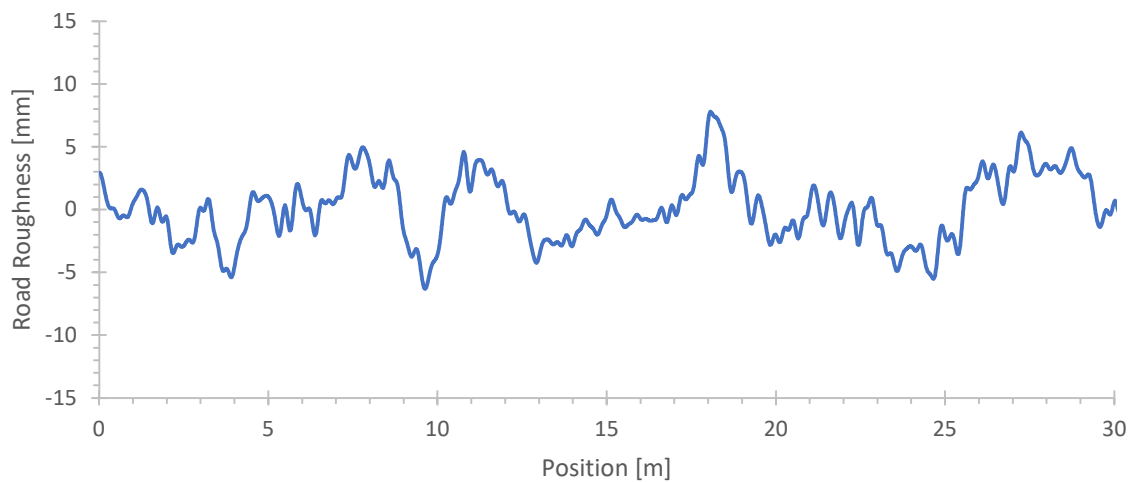


Figura 8-15: Profilo di rugosità appartenente alla classe B: $G_d(n_0)=80*10^{-6} m^3$

8.5.1 Prova su corsia di marcia

Analizzando diverse combinazioni di profili, generati con fase diversa e posizionati sotto le due file di ruote dell'autocarro, si raggiungono valori di accelerazione massima che si avvicinano a quelli osservati sperimentalmente. In Figura 8-16.a e 8-16.b, rispettivamente, vengono riportate la storia temporale di accelerazione sperimentale e la sua controparte numerica: per la prima si osserva un valore massimo di accelerazione pari a 0.0297g, mentre la time history numerica registra un massimo di 0.0318g; la deviazione standard numerica calcolata su base secondo eccede quella sperimentale, presentando un valore di 0.0128g rispetto al valore di 0.0098g misurato per la prova in sito. In Figura 8-16.c e 8-16.d vengono riportati i fusi di accelerazione costruiti per i sensori di mezzeria delle due catene della campata 2 (sensori C2.1.3 e C2.2.3): tale dominio racchiude con sufficiente precisione le accelerazioni sperimentali, indicando un buon grado di corrispondenza tra le condizioni rilevate in sito e quelle inserite in input al codice INTER.

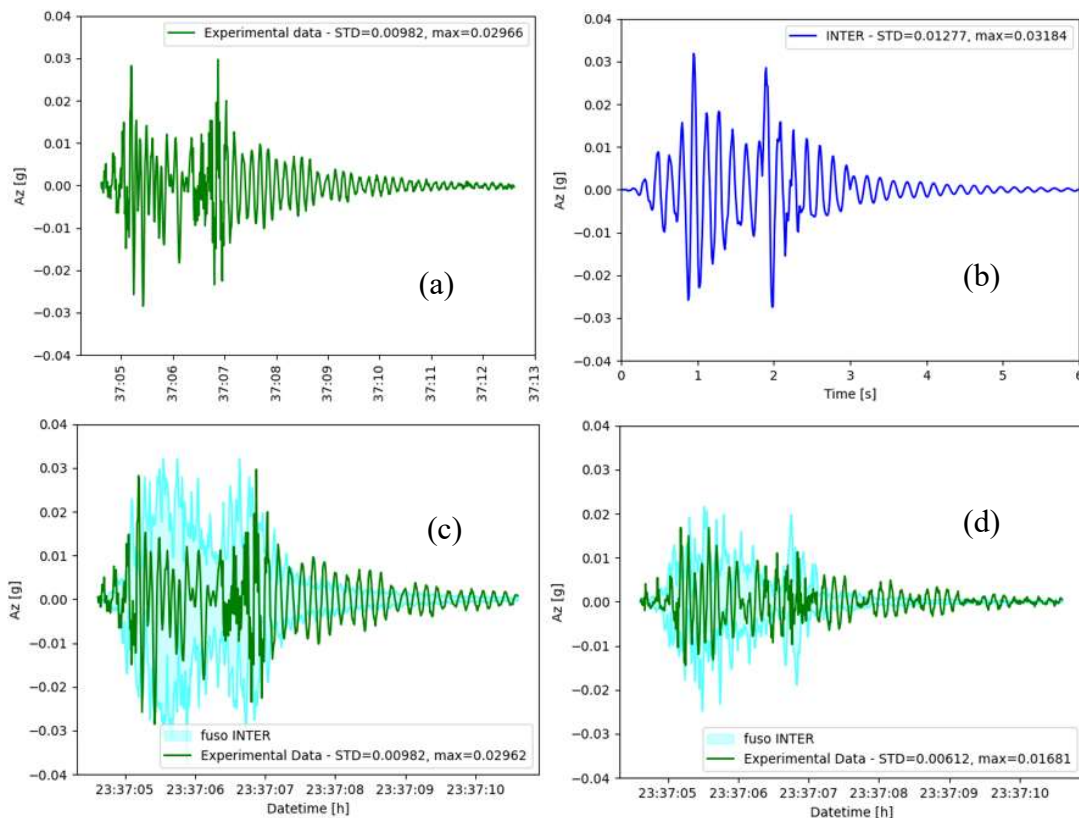


Figura 8-16: Prova su corsia di marcia con velocità $v = 16.667 \text{ m/s}$ e rugosità appartenente alla media geometrica della classe B: (a) storia temporale di accelerazione sperimentale del sensore C2.1.3; (b) storia temporale di accelerazione numerica del sensore C2.1.3; (c) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.1.3; (d) fuso numerico di accelerazione del sensore C2.2.3

Si riportano in Figura 8-17 gli spostamenti legati alla ruota anteriore destra della parte motrice e alla ruota anteriore destra del rimorchio al variare della posizione longitudinale del mezzo

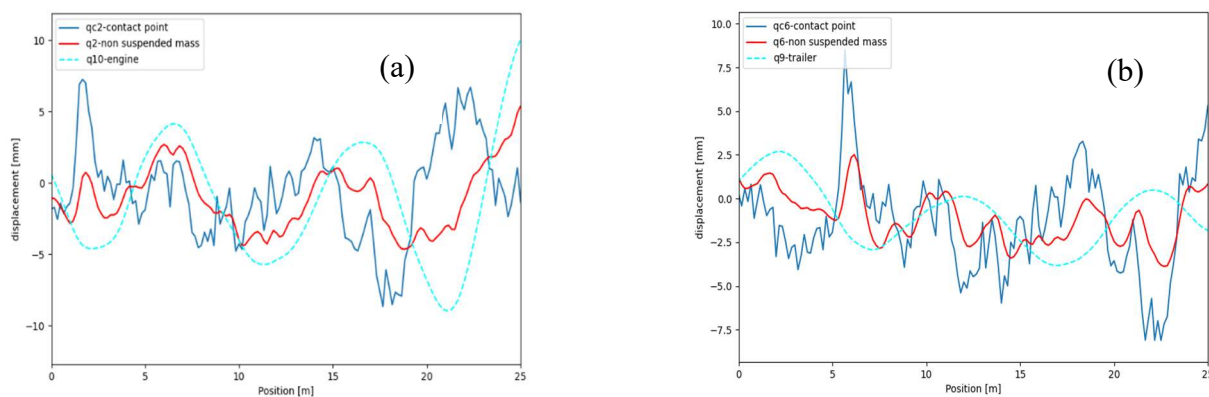


Figura 8-17: Storie di spostamento dei punti di contatto: (a) ruota anteriore destra della motrice; (b) ruota anteriore destra del rimorchio

Si osservano spostamenti nell'ordine del centimetro: le oscillazioni legate alle irregolarità superficiali del manto stradale rappresentano la componente principale di tali spostamenti, essendo le macro-asperità della pavimentazione di ampiezza maggiore rispetto all'abbassamento dell'impalcato dovuto al solo peso statico del veicolo transitante.

8.6 Numero di iterazioni e valutazione dell'errore

Le analisi eseguite nell'ambito del confronto numerico-sperimentale sono state effettuate considerando come valore di tolleranza per il criterio di convergenza dell'algoritmo di integrazione un valore pari a 0.0001. Si è inoltre impostato un valore di iterazioni massime eseguibile all'interno del singolo passo di integrazione pari a 15. Si riporta in Tabella 8-4 il numero di iterazioni massimo registrato per le analisi effettuate per ciascun livello di regolarità della pavimentazione introdotto:

Rugosità ($G_d(n_0)$ [m^3])	Numero massimo di iterazioni effettuate (STS)		
	Prova su corsia di marcia	Prova su corsia di sorpasso	n. passi di iterazione
Profilo liscio	0	0	0
EC1 A: $G_d(n_0) = 10^{-6}$	1	1	14
EC1 A: $G_d(n_0) = 16 * 10^{-6}$	1	1	455
EC1 A/B: $G_d(n_0) = 32 * 10^{-6}$	1	1	458
EC1 B: $G_d(n_0) = 80 * 10^{-6}$	1	1	464
EC1 B/C: $G_d(n_0) = 126 * 10^{-6}$	1	1	464

Tabella 8-4: numero di iterazioni effettuate

Il numero massimo di iterazioni per la procedura STS raggiunge al massimo l'unità, anche nel caso più gravoso dal punto di vista computazionale, individuato nel profilo EC1 B/C. La procedura può quindi essere considerata molto efficiente ed economica,

richiedendo un tempo di esecuzione modesto per l'ottenimento di risultati significativi.

In Figura 8-18 vengono riportati gli andamenti dell'errore computazionale e del numero di iterazioni in funzione della distanza percorsa dal mezzo transitante; il caso analizzato è quello di una prova eseguita sulla corsia di marcia, considerando un profilo derivato dalla classe di regolarità B, con velocità pari a $v = 16.67 \text{ m/s}$. A ogni passo di integrazione (che coincide con il passo spaziale, essendo il metodo di integrazione un metodo Step-by-Step) la procedura impiega al massimo un'iterazione a riportare l'errore sotto la soglia di tolleranza prestabilita.

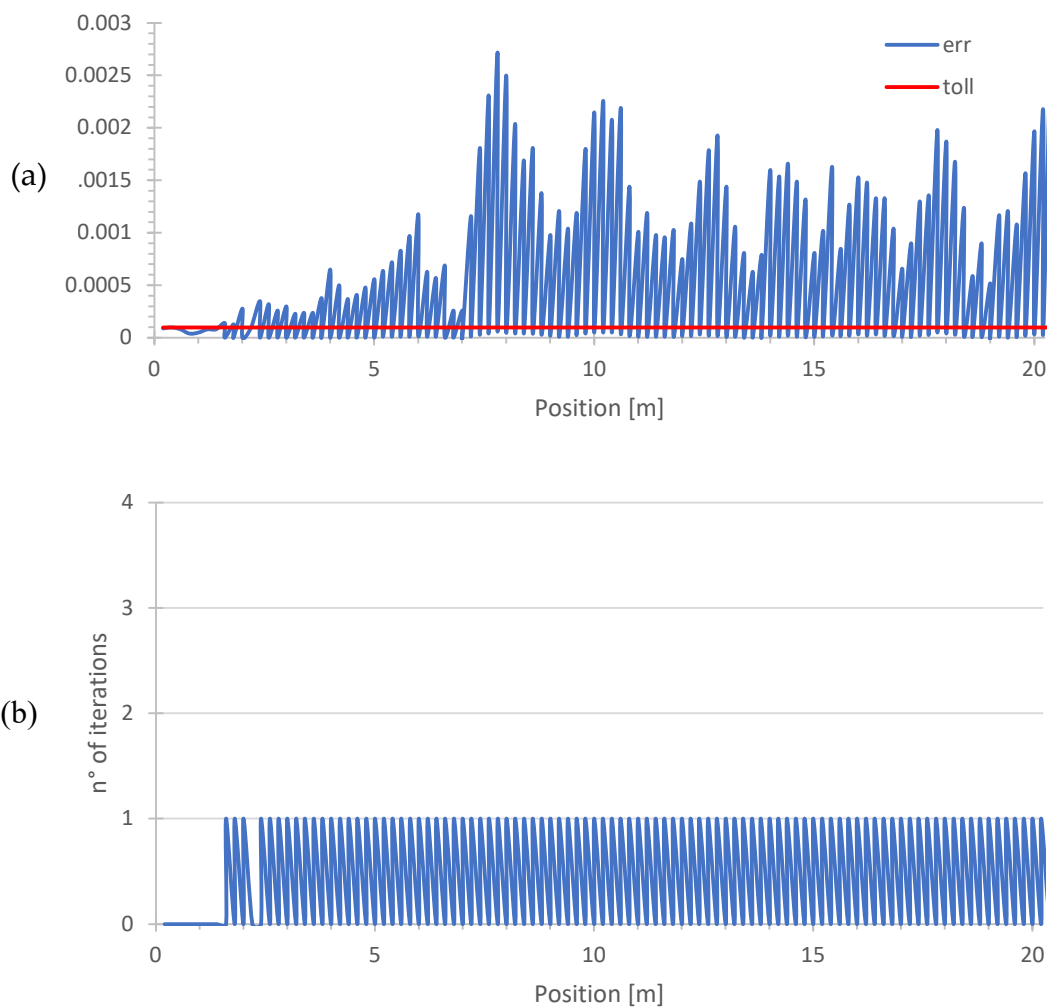


Figura 8-18: (a) Andamento dell'errore in funzione della posizione dell'ente viaggiante; (b) numero di iterazioni in funzione della posizione dell'ente viaggiante

8.7 Sintesi dei risultati

Nella Tabella 8-5 e 8-6 vengono riportati alcuni parametri letti per ciascuna prova, distinguendo le prove eseguite su corsia di marcia da quelle eseguite su corsia di sorpasso: si analizzano in particolare, per ciascuna classe di rugosità, l'accelerazione massima media, la deviazione standard media calcolata su base secondo e il massimo abbassamento dei punti di contatto del veicolo (in valore assoluto) derivanti dalle 20 analisi svolte per ciascun livello di regolarità. Si osserva un andamento monotonicamente crescente di tutti i parametri selezionati al crescere dell'irregolarità superficiale misurata, a testimonianza dell'incremento di sollecitazione che viene letto dall'impalcato del viadotto.

Caso	Rugosità ($G_d(n_0)$ [m^3])	Accelerazione massima [g]	STD [g]	Spostamenti massimi [m]
Sperimentale	Target	0.02966	0.00982	-
25	EC1 A: $G_d(n_0) = 10^{-6}$	0.0131	0.0051	0.0029851
26	EC1 A: $G_d(n_0) = 16 * 10^{-6}$	0.0209	0.0082	0.0051835
27	EC1 A/B: $G_d(n_0) = 32 * 10^{-6}$	0.0236	0.0093	0.0073306
28	EC1 B: $G_d(n_0) = 80 * 10^{-6}$	0.0319	0.0125	0.011591
29	EC1 B/C: $G_d(n_0) = 126 * 10^{-6}$	0.0370	0.0145	0.0145641

Tabella 8-5: Parametri sintetici delle analisi eseguite per la prova su corsia di marcia

Caso	Rugosità ($G_d(n_0)$ [m^3])	Accelerazione massima [g]	STD [g]	Spostamenti massimi [m]
Sperimentale	Target	0.01301	0.00634	-
30	EC1 A: $G_d(n_0) = 10^{-6}$	0.0114	0.0045	0.0013805
31	EC1 A: $G_d(n_0) = 16 * 10^{-6}$	0.0149	0.0058	0.00441
32	EC1 A/B: $G_d(n_0) = 32 * 10^{-6}$	0.0191	0.0075	0.0062367

Tabella 8-6: Parametri sintetici delle analisi eseguite per la prova su corsia di sorpasso

I valori riportati nelle tabelle sono stati rappresentati graficamente: la Figura 8-19 riporta le accelerazioni massime, condensate in un fuso di accelerazione costruito a partire dalle 20 analisi effettuate per ciascuna classe di regolarità della pavimentazione. Il fuso è stato costruito prendendo il valore minore e il valore

maggiore di accelerazione massima osservata per ogni classe di regolarità, costituenti le frontiere del dominio, e includendo la media geometrica delle accelerazioni; si riporta inoltre l'accelerazione massima osservata sperimentalmente, che interseca le curve in prossimità della media geometrica della classe B per la prova sulla corsia di marcia, e a metà della classe A per la prova sulla corsia di sorpasso, coerentemente con quanto visto quando si sono analizzate le storie temporali di accelerazione ed i relativi fusi numerici. Nella Figura 8-20 vengono riportati i valori di deviazione standard calcolata su base secondo al variare della classe di rugosità: è importante osservare che tali valori sono dipendenti dalla forma della storia temporale di accelerazione, determinata in buona parte dal profilo di rugosità impiegato; si nota quindi una dispersione maggiore dei valori. Nella Figura 8-21 si riporta infine l'abbassamento massimo osservato per i punti di contatto: la differenza tra prova su corsia di marcia e quella su corsia di sorpasso rimane sempre nell'ordine del millimetro, coerentemente con quanto osservato in assenza di rugosità. Le informazioni contenute nei grafici permettono di confermare che l'accelerazione massima può essere assunta come parametro sintetico per il confronto numerico-sperimentale: si osserva infatti una dispersione molto contenuta dei valori di accelerazione attorno alla media geometrica al variare della fase con cui viene generato il profilo, indice della facilità di estrazione di tale parametro (fondamentale nell'ambito del monitoraggio), che permette di arrivare a target con un numero limitato di analisi. Anche il valore di deviazione standard è indicativo dello stato di una pavimentazione, e può rappresentare un parametro di controllo significativo, specialmente nell'ambito di un monitoraggio sperimentale in continuo; dal punto di vista numerico è però maggiormente affetto da variabilità, legata all'andamento altimetrico del profilo di rugosità impiegato, e necessita quindi di un numero di analisi più elevato per fornire risultati indicativi del dissesto di una pavimentazione stradale.

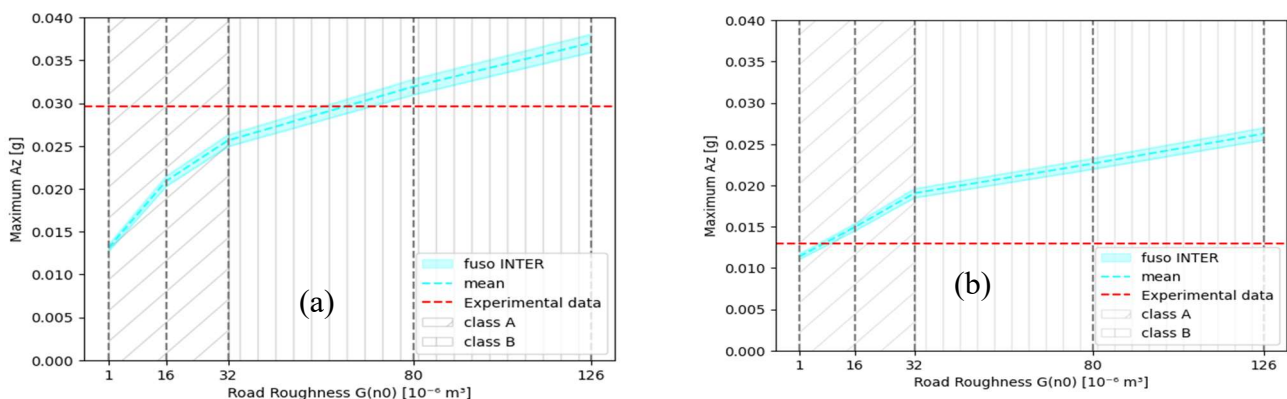


Figura 8-19: Massimi di accelerazione per diverse classi di rugosità: (a) prova di marcia; (b) prova di sorpasso

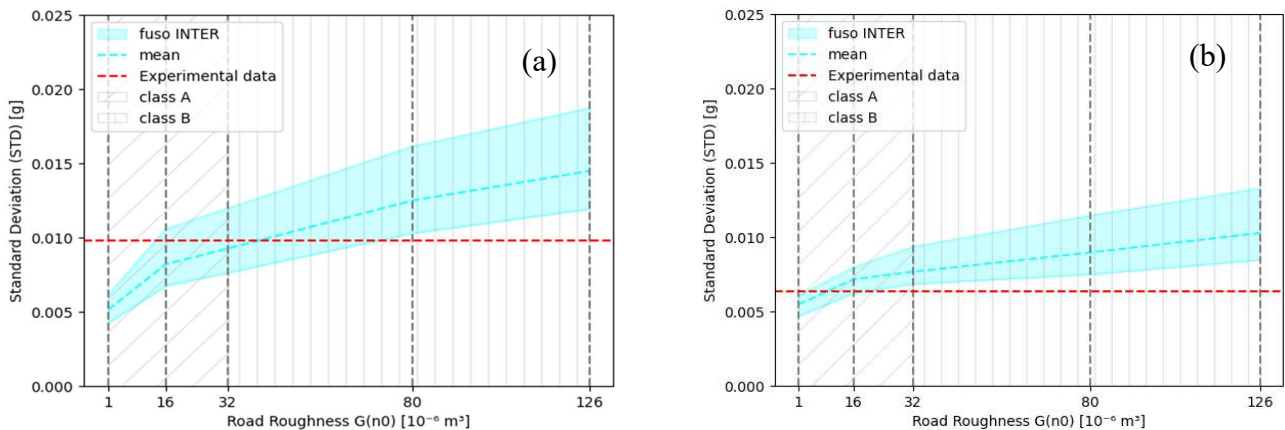


Figura 8-20: deviazione standard delle accelerazioni verticali calcolata su base secondo per diverse classi di rugosità: (a) prova di marcia; (b) prova di sorpasso

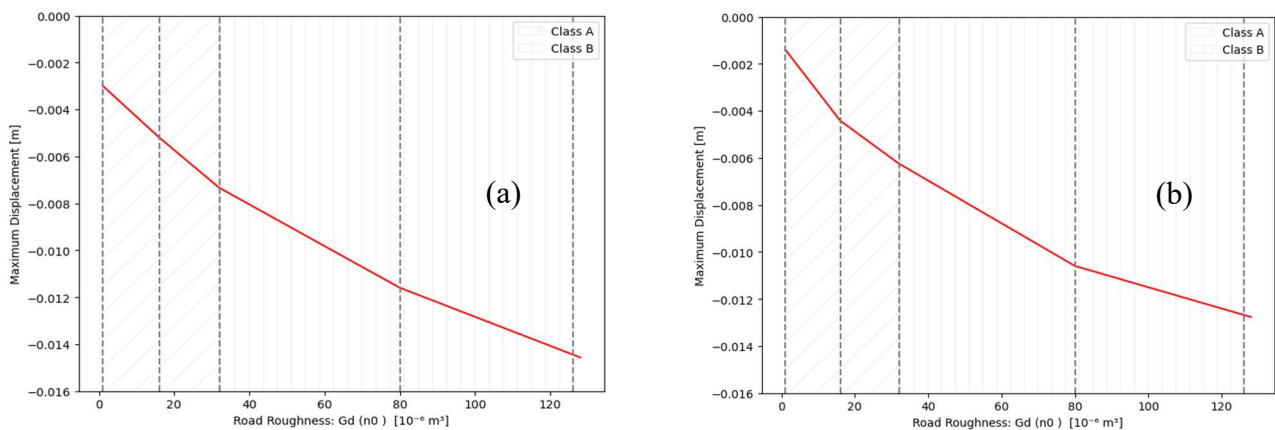


Figura 8-21: Abbassamento massimo registrato dai punti di contatto al variare della rugosità: (a) prova di marcia; (b) prova di sorpasso

Dalle analisi effettuate è stato possibile individuare con un buon grado di accuratezza il livello di regolarità della pavimentazione nelle due corsie che compongono l'impalcato: si assegna alla corsia di marcia un livello di regolarità a metà della classe B, mentre la corsia di sorpasso soddisfa il confronto numerico-sperimentale in seguito all'introduzione di un profilo appartenente alla media geometrica della classe A.

Il mezzo numerico presentato rappresenta quindi uno strumento in grado di identificare le condizioni della pavimentazione stradale di un viadotto, anche in assenza di letture precise e puntuali del profilo di rugosità sperimentale. L'utente è in grado, concentrandosi sulla variazione dei due parametri sintetici individuati, di evidenziare il contributo dinamico legato all'introduzione di un livello di irregolarità progressivamente crescente con sforzi computazionali contenuti.

8.8 Prove dinamiche a 40 km/h

Per corroborare i risultati ottenuti dalle prove eseguite a 60 km/h, si riportano in Figura 8-22 e 8-23 le storie temporali di accelerazione sperimentali misurate per le prove dinamiche a 40 km/h, rispettivamente per la prova su corsia di marcia e per quella su corsia di sorpasso; vengono rappresentate le risposte accelerometriche di entrambi i sensori di mezzeria della campata 2 (C2.1.3 e C2.2.3), affiancate alla rispettiva controparte numerica, ottenuta in output da INTER considerando le condizioni di regolarità della pavimentazione target ottenute nel corso delle precedenti analisi.

Si analizza quindi la prova di marcia utilizzando un profilo appartenente alla media geometrica della classe di regolarità B, mentre per la prova di sorpasso si seleziona un profilo appartenente alla media geometrica della classe A.

Le principali caratteristiche numeriche delle analisi svolte su INTER sono riportate nella Tabella 8-7:

caso	Veicolo	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	Rugosità ($G_d(n_0)$ [m^3])
33	13 GdL	0.01	0.1111	11.11	ISO P4	Corsia di marcia	EC1 B: $G_d(n_0) = 80 * 10^{-6}$
34	13 GdL	0.01	0.1111	11.11	ISO P4	Corsia di sorpasso	EC1 A: $G_d(n_0) = 16 * 10^{-6}$

Tabella 8-7: Caratteristiche numeriche delle analisi svolte

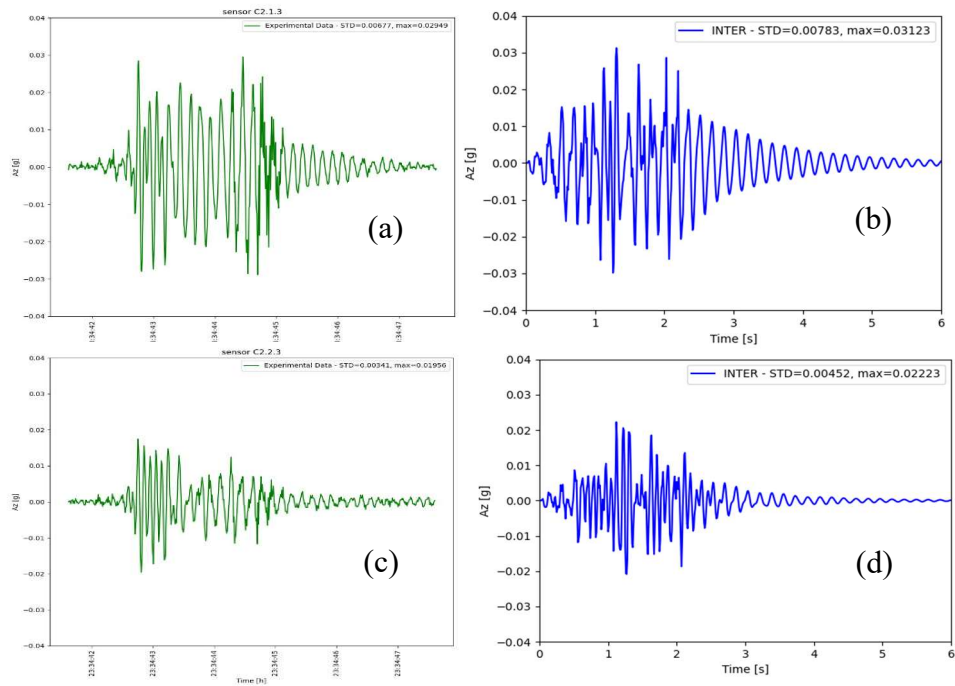


Figura 8-22: Confronto numerico-sperimentale effettuato per la prova su corsia di marcia con velocità di $v = 11.11 \text{ m/s}$; storie temporali di accelerazione dei sensori: (a) C2.1.3 sperimentale; (b) C2.1.3 numerico; (c) C2.2.3 sperimentale; (d) C2.2.3 numerico

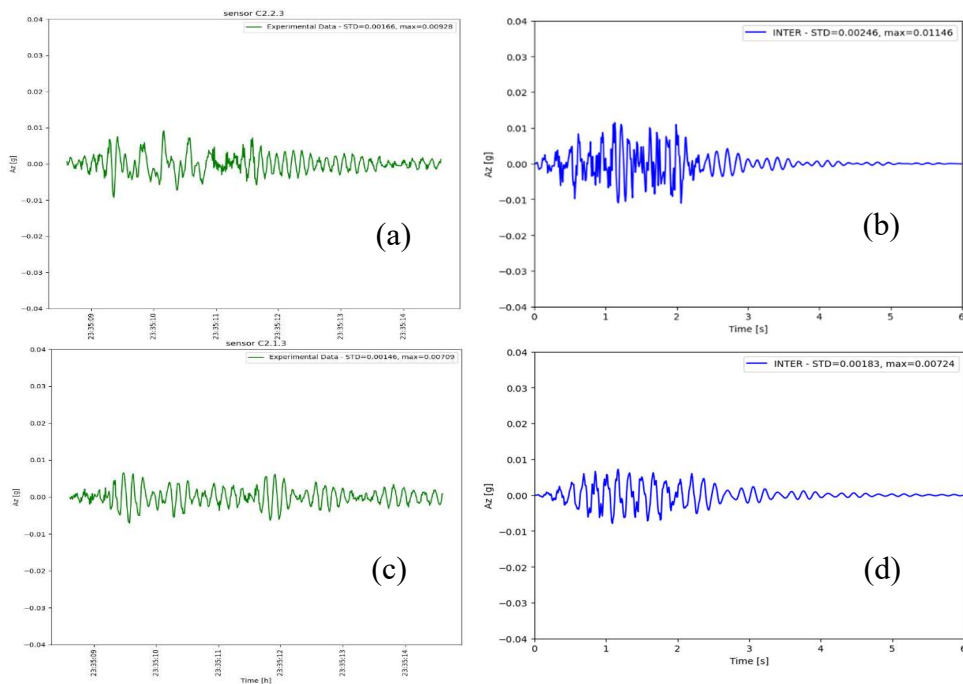


Figura 8-23: Confronto numerico-sperimentale effettuato per la prova su corsia di sorpasso con velocità di $v = 11.11 \text{ m/s}$; storie temporali di accelerazione dei sensori: (a) C2.2.3 sperimentale; (b) C2.2.3 numerico; (c) C2.1.3 sperimentale; (d) C2.1.3 numerico

È importante osservare che per entrambe le prove si è riportata la storia temporale di accelerazione numerica ottenuta con un singolo seed di generazione del profilo di rugosità: si giustifica quindi la differenza nella forma della risposta accelerometrica riscontrabile nel confronto sperimentale-numerico; i due parametri sintetici (l'accelerazione massima e la deviazione standard calcolata su base secondo, riportati nella legenda dei grafici) vengono sovrastimati in entrambi i casi dalla risposta numerica, con valori che però presentano un ordine di grandezza comparabile con quelli misurati in sito. I risultati ottenuti appaiono coerenti con le considerazioni e le conclusioni sulla classe di regolarità propria del viadotto al momento delle prove in sito, confermando la buona corrispondenza numerico-sperimentale e l'affidabilità dei parametri sintetici individuati.

8.9 Incertezze delle analisi

È importante osservare che, nonostante si sia trovata una buona corrispondenza tra i risultati numerici e i dati sperimentali, questa è in parte figlia delle incertezze sistematiche che gravano sul problema in esame. Tali incertezze derivano sia dalle informazioni ricavate dalle prove effettuate in sito sia dalla modellazione numerica del problema, la cui precisione è strettamente collegata alla definizione del modello a elementi finiti del viadotto e del modello meccanico del veicolo implementato.

Dal punto di vista sperimentale, le maggiori incertezze sono legate alle condizioni di esecuzione della prova: si conoscono infatti la velocità media del veicolo, che però difficilmente può essere mantenuta perfettamente costante per tutta la durata della prova, la sua posizione, che però è nuovamente una indicazione di carattere generale, in quanto non si conoscono con precisione le coordinate trasversali dei punti di contatto veicolo-struttura, e la traiettoria seguita. Il veicolo viaggia teoricamente di moto rettilineo uniforme, ma è difficile pensare che la traiettoria perfettamente rettilinea sia stata mantenuta per tutta la lunghezza del viadotto. In aggiunta alle incertezze elencate, che potrebbero comportare un errore di entità comunque contenuta, va annoverata la mancata misurazione, per mezzo di profilometri ad alta precisione, del profilo di rugosità longitudinale proprio della pavimentazione al momento della prova. Le informazioni riguardanti lo stato di degrado e di irregolarità del manto stradale sono state dedotte dal periodo di esecuzione delle prove, di poco precedente rispetto a un intervento di ripavimentazione del viadotto: tali informazioni hanno permesso la formulazione di un'ipotesi della classe di regolarità della pavimentazione, che non trovano però un riscontro certo nei dati sperimentali.

Dal lato numerico le maggiori incertezze derivano dal modello del veicolo implementato: le caratteristiche meccaniche del mezzo, quali rigidità e costanti di smorzamento degli ammortizzatori, sono state infatti riprese da lavori di letteratura

[38], in mancanza delle schede tecniche dell'autocarro che è stato fatto transitare in sito. È stata condotta un'analisi di sensitività per valutare quanto tali caratteristiche possano influenzare l'output numerico: in particolare, si è fatta variare la rigidità k_s delle molle che collegano le masse sospese (abitacolo e rimorchio) e le masse non sospese (che rappresentano la massa degli ammortizzatori), e si è valutata la risposta in termini di accelerazioni massime al passaggio del mezzo sul viadotto, facendo variare la rugosità. Nel paragrafo 7.4.2 si è già presentata un'analisi di questo tipo, ma con alcune semplificazioni: si era preso in esame un modello di veicolo "Quarter Car", dotato di 2 gradi di libertà, e si era trascurata la rugosità del manto stradale, concludendo che la variazione della rigidità k_s non comportava significative amplificazioni dinamiche della risposta (valutata in termini di spostamento in mezzeria della campata 2). Nel caso del veicolo a 13 GdL si osserva una crescita lineare delle accelerazioni massime all'aumentare della rigidità k_s (Figura 8-24), con una pendenza della retta che dipende dal profilo di rugosità analizzato: nel caso di un profilo liscio si osserva una pendenza pressoché nulla, che descrive l'insensibilità del sistema veicolo-struttura alle variazioni di rigidità delle molle; se si inserisce un profilo di rugosità la retta varia la propria pendenza, che aumenta all'aumentare dell'irregolarità superficiale.

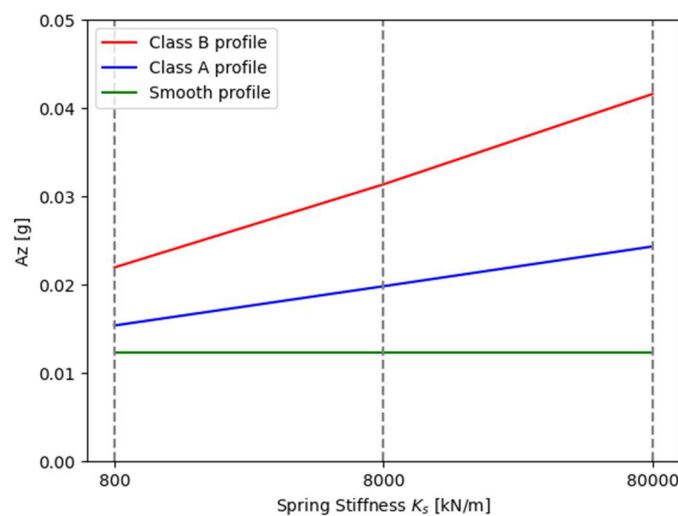


Figura 8-24: analisi di sensitività della risposta accelerometrica al variare delle rigidità k_s

8.10 Formulazione della PSD di Honda

Al fine di valutare l'effetto dell'adozione della formulazione della rugosità proposta da EC1, si riporta nel paragrafo corrente l'analisi di sensitività della risposta del viadotto al variare della formulazione della PSD, studiando il confronto tra un profilo di rugosità generato seguendo l'equazione (3.1) riportata all'interno dell'Eurocodice ed un profilo generato a partire da una definizione alternativa per la densità spettrale di potenza, formulata da Honda et al. [41].

Tale formulazione può essere espressa come:

$$S_r(\Omega) = \frac{a}{\Omega^2 + \beta^2} \quad (8.4)$$

Dove:

- Ω è la frequenza angolare spaziale, misurata in $[rad/m]$;
- Ω_0 è la frequenza angolare spaziale di riferimento, pari a $1rad/m$;
- Il parametro a si calcola come $a = \frac{G(\Omega_0)}{\Omega_0^{-2}}$ e si misura in $[m^3/ciclo]$;
- $\beta = 0.08$ cicli/m.

Il caso selezionato per il confronto della risposta del viadotto è quello di un profilo appartenente al limite delle classi di regolarità A e B: per la formulazione da Eurocodice si considera quindi un valore di $G(n_0) = 32 * 10^{-6}m^3$, mentre se si fa riferimento alla definizione di Honda si ha $G(\Omega_0) = 2m^3$ e $\Omega_0 = 1rad/m$. Lo spettro risultante da questa formulazione viene rappresentato in Figura 8-25:

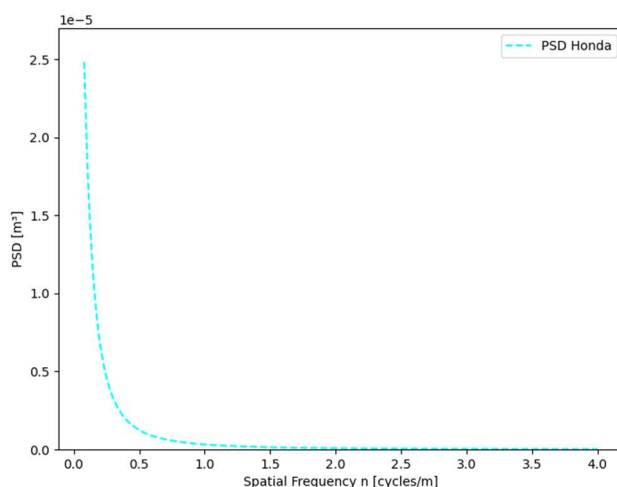


Figura 8-25: Densità spettrale di potenza secondo Honda: classe A/B

Noto lo spettro di densità di potenza è possibile risalire ad un profilo di rugosità appartenente al limite tra la classe A e la classe B calcolando la trasformata inversa di Fourier a partire da un valore di fase casuale. Si riporta in Figura 8-26 un esempio di profilo ottenuto con l'espressione proposta da Honda.

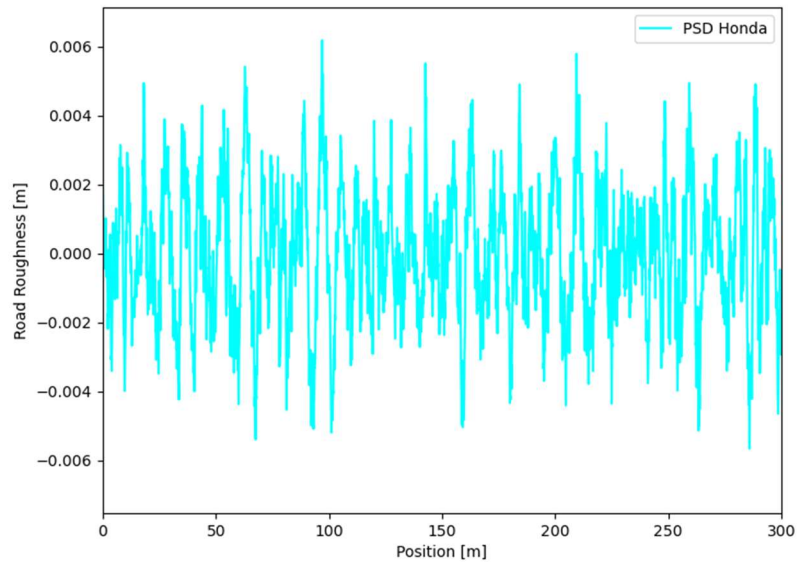


Figura 8-26: Profilo di rugosità appartenente alla classe AB

8.11 Confronto delle Power Spectral Density

In Figura 8-27 viene proposto un confronto tra le PSD ottenute seguendo le due diverse formulazioni:

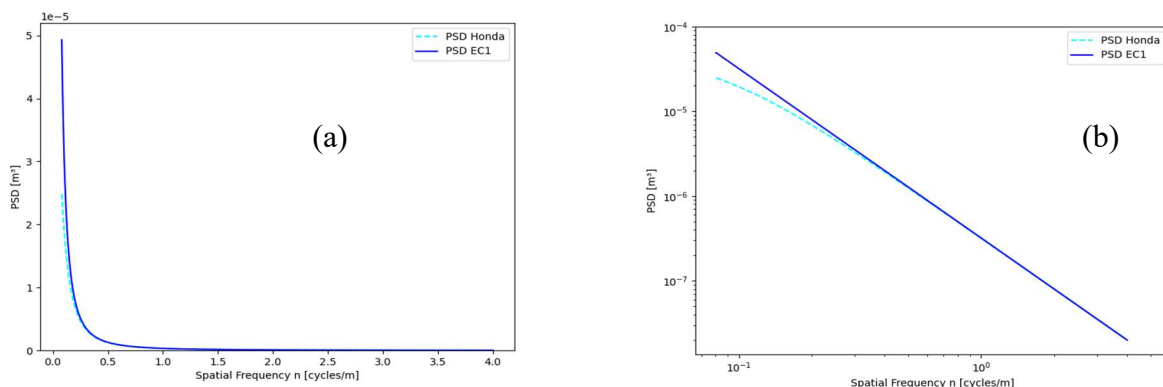


Figura 8-27: (a) Confronto delle PSD; (b) Confronto delle PSD in scala logaritmica

Se si fa riferimento alla rappresentazione delle PSD in scala logaritmica (Figura 8-25.b), si osserva che l'andamento della curva ottenuta seguendo le indicazioni riprese dall'Eurocodice è lineare ed analoga a quella mostrata in Figura 3-4. La curva proposta da Honda è perfettamente sovrapponibile a quella da Eurocodice per le frequenze spaziali elevate, mentre presenta un asintoto orizzontale al tendere della frequenza al valore nullo. Entrambe le curve vengono troncate in corrispondenza dei valori limite di frequenza spaziale:

$$n_{min} = \frac{1}{\lambda_{max}} = 0,08 \text{ ciclo/m} \quad (8.5)$$

$$n_{max} = \frac{1}{\lambda_{min}} = 4 \text{ cicli/m} \quad (8.6)$$

Si riporta infine, in Figura 8-28, un dettaglio di 30m di due profili di rugosità, generati con la stessa fase a partire dalle formulazioni di Honda e dell'EC1:

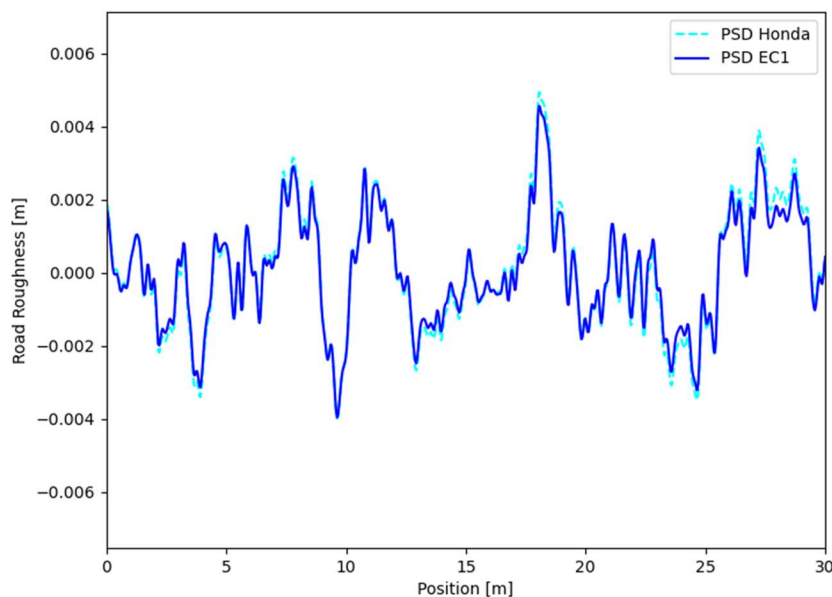


Figura 8-28: Confronto dei profili di rugosità

I due profili sono quasi perfettamente sovrapponibili, indice dell'elevato grado di somiglianza tra le due formulazioni. Questi due profili sono stati implementati separatamente all'interno del codice INTER, nel quadro di due analisi dinamiche con input coincidente a meno delle informazioni legate alla rugosità del manto stradale. L'analisi considerata è di una prova effettuata su corsia di marcia ($x = 5.948m$) a una

velocità di $v = 16.67\text{m/s}$. Nella Tabella 8-8 vengono riportate concisamente le principali caratteristiche delle prove dinamiche effettuate:

caso	Veicolo	Passo temporale [s]	Passo spaziale [m]	Velocità [m/s]	Shape Functions	Posizione dell'ente viaggiante	rugosità
35	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	EC1 A/B
36	13 GdL	0.01	0.1667	16.67	ISO P4	Corsia di marcia	Honda A/B

Tabella 8-8: Caratteristiche delle analisi dinamiche svolte per il confronto sulla PSD selezionata

Nella Figura 8-29 vengono rappresentate le storie temporali di accelerazione lette dal sensore di mezzzeria della campata 2, situato sulla catena di destra (C2.1.3), per le due analisi considerate. Le due risposte sono quasi perfettamente coincidenti, a testimonianza dell'ottimo grado di somiglianza delle due formulazioni. Si può quindi concludere che la densità spettrale di potenza valutata con la formula (3.1), fornita da Eurocodice, è rappresentativa delle formulazioni matematiche della regolarità di una pavimentazione, e la sua implementazione nel quadro numerico del codice INTER garantisce attendibilità dei risultati.

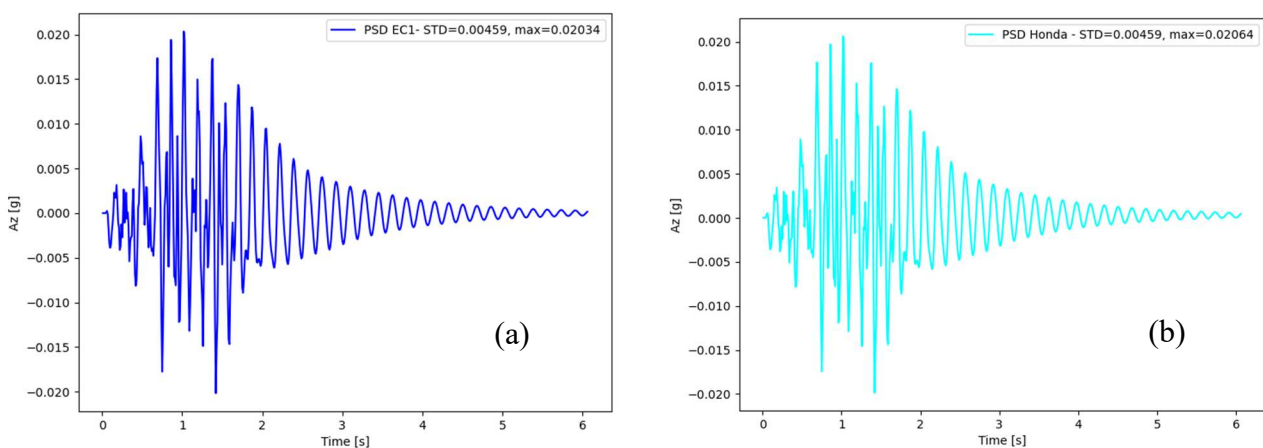


Figura 8-29: Storia temporale di accelerazione del sensore C2.1.3 al passaggio del veicolo a 13 GdL sulla corsia di marcia, $v = 16.67\text{ m/s}$: (a) PSD EC1; (b) PSD secondo Honda

9 CONFRONTO PRE E POST RIPAVIMENTAZIONE

L'indagine condotta nell'ambito del confronto numerico-sperimentale ha evidenziato l'effetto dell'introduzione di un profilo stradale rugoso, che comporta il raggiungimento di stati vibrazionali di entità significativa se confrontati con i dati accelerometrici registrati in assenza di scabrezza e imperfezioni del manto stradale.

L'aspetto qualitativo è evidente: l'introduzione di un substrato rugoso, interposto tra gli pneumatici del mezzo e l'impalcato del viadotto, comporta un aumento significativo dell'interazione che intercorre tra i due sottosistemi, in quanto determina una componente di spostamento aggiuntiva impressa al veicolo. Maggiore è lo spostamento imposto, maggiori sono gli effetti dinamici risultanti, che amplificano le forze di contatto statiche e, conseguentemente, i livelli accelerometrici e di vibrazione registrati lato viadotto.

L'aspetto quantitativo è di più complessa interpretazione. Il monitoraggio di una struttura strumentata è, per definizione, basato sulla raccolta ed elaborazione di notevoli quantità di dati, che permettono di cogliere differenti aspetti della risposta strutturale dell'opera. In questo vasto insieme di informazioni è pertanto necessario indirizzare la ricerca, individuando uno o più parametri sintetici, di semplice estrazione e interpretazione, che possano fornire informazioni di rilievo per il fenomeno studiato. La semplicità e l'immediatezza del significato fisico di tali parametri rappresentano un vantaggio notevole, riducendo i tempi di analisi e le incertezze legate alla variabilità del dato, e garantendone la riproducibilità. La ricerca di questi parametri è poi complicata dalle numerose variabili in gioco, necessariamente presenti quando si studia un'opera civile: è spesso complesso, infatti, scindere gli effetti legati a diversi fattori e caratteristiche della struttura, quali fattori ambientali, variabilità dei carichi e il degrado della struttura e della pavimentazione,

che possono comportare conseguenze simili al livello della risposta strutturale e talvolta si influenzano vicendevolmente.

Nel caso delle prove dinamiche in sito, effettuate nel corso di due giorni, è stato possibile trascurare alcune aleatorietà, dovute alle variazioni delle condizioni ambientali in termini di temperatura e umidità, e ricondursi quindi con più certezza agli effetti propri della regolarità del manto stradale. Le prove sono state inoltre condotte in condizioni di input noto, eliminando le incertezze legate alle condizioni di traffico. Avendo riprodotto numericamente con un buon grado di attendibilità le prove sperimentali, è stato possibile selezionare due parametri significativi per la valutazione dell'influenza del dissesto della pavimentazione: l'accelerazione massima e la deviazione standard calcolata su base secondo. Il primo è stato selezionato per via della poca variabilità e dispersione dei dati attorno alla loro media geometrica: ciò significa che, individuata una classe di rugosità da inserire all'interno del codice numerico, è sufficiente eseguire un numero di analisi limitato per arrivare a valori rappresentativi di accelerazione massima. La deviazione standard calcolata su base secondo rappresenta un altro buon parametro di confronto, nonostante sia in parte dipendente dalla fase con cui viene generato il profilo di rugosità: misurando la dispersione del dato, dipende dalla forma della storia temporale di accelerazione, determinata a sua volta dalle sollecitazioni impresse dall'ente viaggiante. È dunque necessario condurre diverse analisi, a parità di classe di regolarità della pavimentazione, per arrivare a una media geometrica valutata per la STD di accelerazione che sia confrontabile con quella misurata sperimentalmente. L'unione dei due parametri sintetici descritti ha permesso di indagare le condizioni di regolarità della pavimentazione al momento dell'esecuzione delle prove in sito, arrivando a valori numerici confrontabili con quelli sperimentali.

Il presente capitolo mostra l'attendibilità di questi due parametri sintetici anche nel più complesso quadro del monitoraggio in continuo. Appoggiandosi ai dati forniti dalla società Sacertis S.r.l., si è indagato l'effetto della rugosità della pavimentazione prendendo in esame finestre temporali più ampie appartenenti a un periodo precedente a un intervento di ripavimentazione del viadotto e a un periodo successivo. Trattandosi di dati raccolti in condizioni di normale utilizzo della struttura, l'input in termine di traffico veicolare (numero di veicoli transitanti, peso, velocità e traiettoria) non è noto. Bisogna operare una distinzione tra gli orari diurni e quelli notturni, così come tra giorni feriali e giorni festivi: le condizioni di traffico sono infatti notevolmente diverse, in quanto si ha un maggior volume di traffico nei giorni feriali e in orari diurni, mentre si osserva un minor numero di mezzi circolanti nei giorni festivi e nelle fasce orarie che vanno dalle 22:00 alle 06:00. Si considerano inoltre finestre temporali caratterizzate da condizioni ambientali variabili, a seconda che si analizzi un periodo estivo o invernale: agli effetti legati alla rugosità della pavimentazione vanno quindi

aggiunti quelli derivanti dagli agenti atmosferici, che influenzano in parte la risposta strutturale del viadotto.

9.1 Monitoraggio in continuo

Il monitoraggio in continuo dell'opera analizzata viene eseguito per mezzo del network di accelerometri ed inclinometri precablati, installati sull'impalcato e sulle strutture di appoggio del viadotto e collegati a una centralina posizionata in corrispondenza della spalla lato Nord (per una più completa descrizione si rimanda al capitolo 2 dell'elaborato, in cui si descrive nel dettaglio il caso studio e il sistema di monitoraggio). L'acquisizione dei dati da parte dei sensori viene eseguita con una frequenza di campionamento di 100 Hz, comportando la lettura di 100 valori accelerometrici per ogni secondo e per tutte e tre le direzioni di misura.

I dati forniti sono stati esaminati nel dettaglio per mezzo dei due parametri sintetici selezionati (l'accelerazione massima e la deviazione standard), a cui si aggiunge il valore efficace (RMS – Root Mean Square). I tre parametri calcolati su base secondo, derivano quindi da 100 acquisizioni. Si è infatti considerato che, supposta una velocità di transito media di $v = 100 \text{ km/h} = 27.78 \text{ m/s}$ (che rappresenta una sottostima della effettiva velocità raggiungibile su un tratto autostradale), l'influenza del passaggio di un singolo mezzo letta da ciascun sensore si esaurisce in un secondo di tempo: la campata più lunga misura 21m di luce, e ciascuna campata può essere considerata ragionevolmente isostatica e isolata dalle altre, per cui un mezzo che viaggia di moto rettilineo uniforme a 100 km/h attraversa la campata in meno di un secondo, esaurendo il suo effetto sul sensore considerato in questo lasso temporale.

L'acquisizione dei dati viene in parte discretizzata dall'impiego di accelerometri "intelligenti", capaci di applicare un filtro alle informazioni ricevute in ingresso: se le accelerazioni lette sono inferiori a una determinata soglia, la trasmissione dei dati alla centralina viene temporaneamente interrotta, in maniera tale da evitare l'immagazzinamento e accumulo di informazioni superflue. Questo si traduce in alcuni buchi temporali in cui non si hanno informazioni sulle accelerazioni registrate, diminuendo in parte il volume di dati da analizzare.

Si riportano in Figura 9-1, a titolo esemplificativo, i grafici a dispersione relativi al valore di accelerazione massima, deviazione standard e RMS calcolati su base secondo in una finestra temporale di tre giorni (tra il giorno 08/02/2021 e il giorno 10/02/21): ciascun indicatore rappresenta il valore dei parametri calcolati sulla base di 100 letture accelerometriche, relative al secondo analizzato.

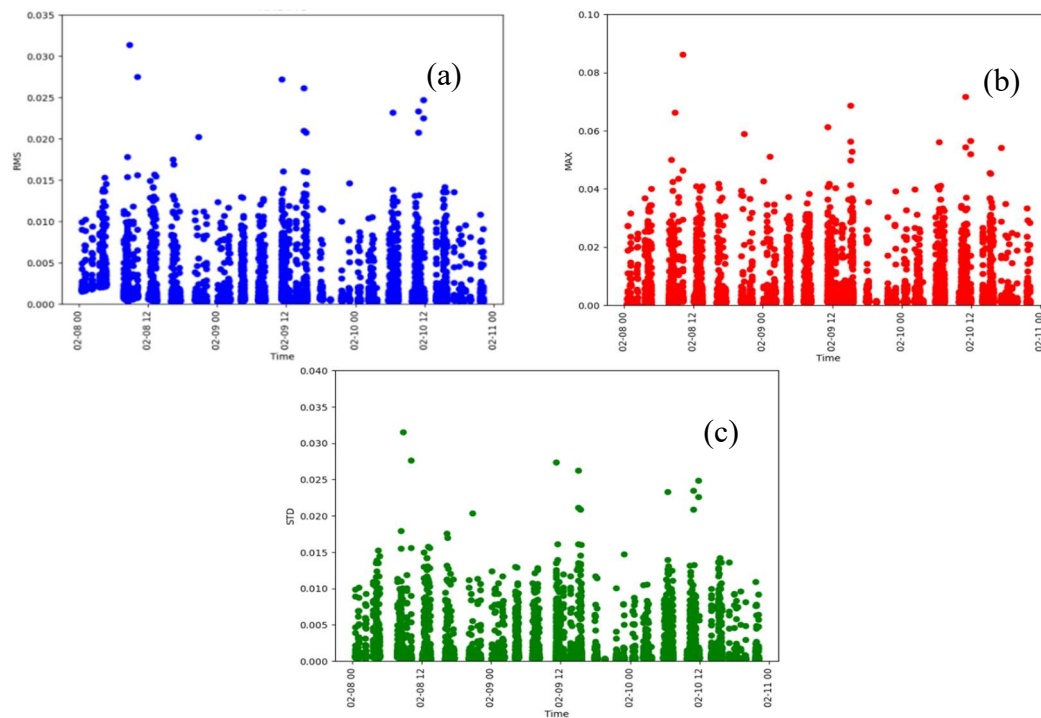


Figura 9-1: Accelerazione verticale su sensore C.2.1.3, esempio di (a) RMS; (b) valore massimo; (c) Deviazione standard calcolati su base secondo

Le finestre temporali considerate nel seguito corrispondono, rispettivamente, al periodo di esecuzione delle prove dinamiche (21-23 Luglio 2021), a un periodo di poco precedente a un intervento di ripavimentazione del viadotto (8-10 Febbraio 2022) e a un periodo di qualche settimana successivo rispetto all'intervento di ripavimentazione (8-10 Marzo 2022). Si analizza sempre il sensore di mezzera della campata 2 (in particolare si guarda il sensore C2.1.3, situato sulla catena di destra, adiacente alla corsia di marcia), in quanto i sensori di mezzera delle campate centrali registrano i valori più elevati di accelerazione. Si mantiene in questo modo anche una certa continuità con le analisi presentate nel corso dell'elaborato.

L'obiettivo dell'analisi è quello di investigare la correlazione tra l'aumento dei livelli di accelerazione registrati dagli accelerometri installati sull'impalcato del viadotto e l'evolversi delle condizioni di regolarità del manto stradale, indagando la variazione temporale dei parametri sintetici. Si hanno quindi informazioni pertinenti a diverse condizioni della rugosità della pavimentazione, che presentano differenze notevoli: in condizione di pavimentazione degradata si osservano elevati valori di massimo, di deviazione standard e RMS, che indicano accelerazioni di notevole entità, con un elevato grado di dispersione del dato; nel periodo successivo alla ripavimentazione si

osservano accelerazioni di entità più contenuta e una minore dispersione del dato, indice della minor sollecitazione dinamica subita dall'impalcato del viadotto. Si riportano in Figura 9-2, 9-3 e 9-4 i grafici relativi ai valori registrati in direzione verticale di accelerazione massima, STD e RMS calcolati su base secondo per le tre finestre temporali analizzate. Per i grafici dell'accelerazione massima e della deviazione standard si riporta il valore più elevato dei parametri registrato in fase di esecuzione delle prove dinamiche (ossia il valore di massimo e STD relativo al sensore C2.1.3 al passaggio dell'autocarro da 44 tonnellate sulla corsia di marcia, a una velocità di $v = 60 \text{ km/h} = 16.67 \text{ m/s}$), rappresentato da una linea orizzontale tratteggiata.

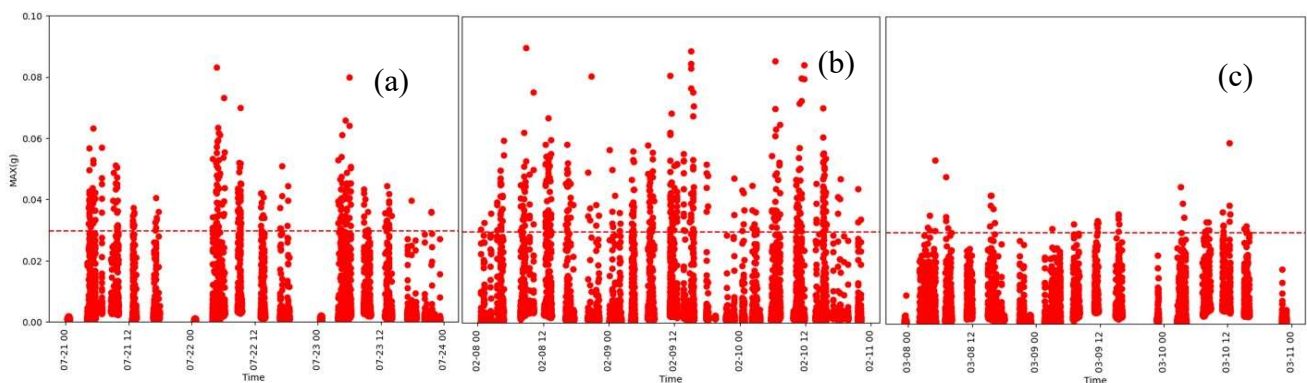


Figura 9-2: Valori di massimi delle accelerazioni verticali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione

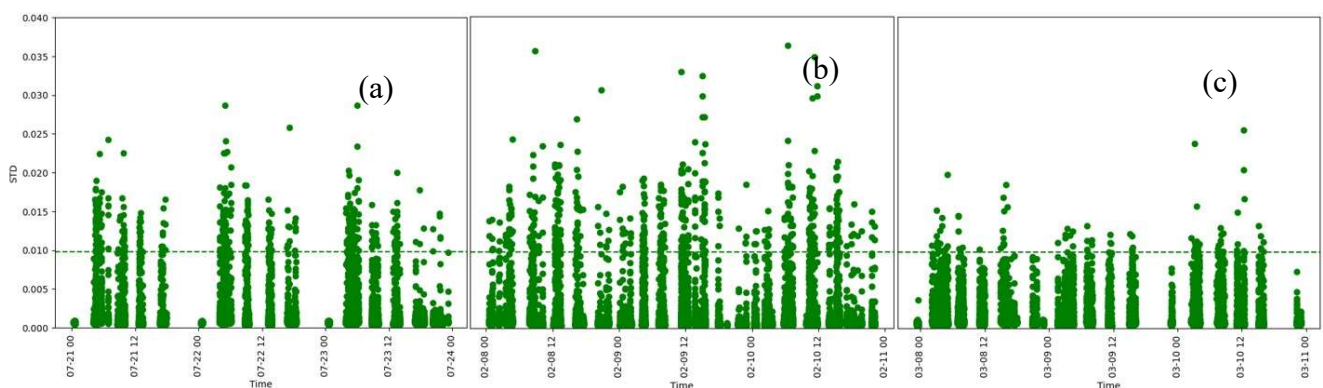


Figura 9-3: Valori di STD delle accelerazioni verticali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione

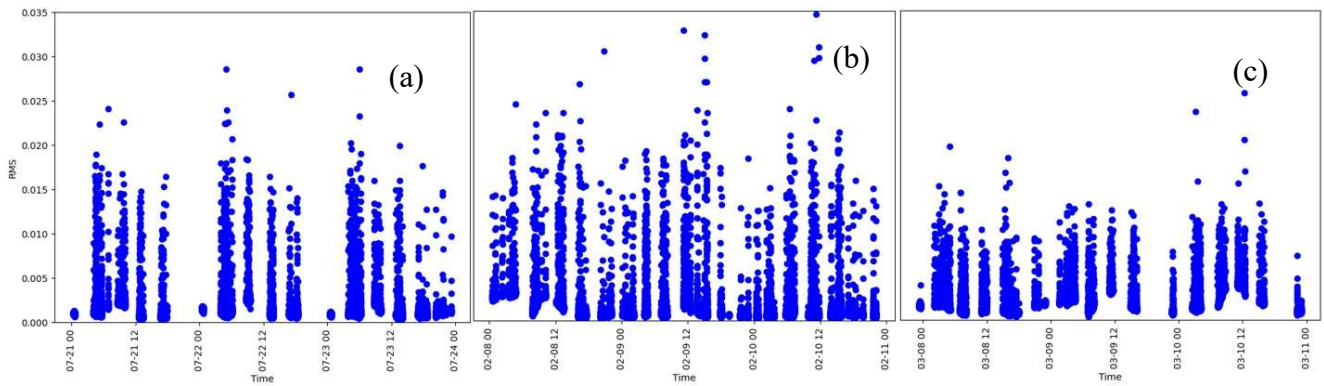


Figura 9-4: Valori di RMS delle accelerazioni verticali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione

Le Figure 9-5, 9-6 e 9-7 riportano i grafici relativi ai valori registrati in direzione trasversale di accelerazione massima, STD e RMS calcolati su base secondo.

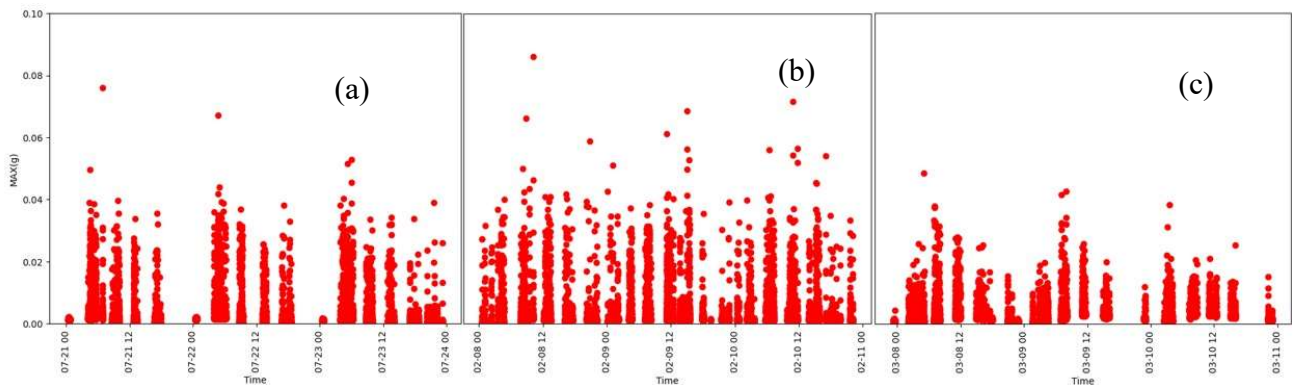


Figura 9-5: Valori di massimo delle accelerazioni trasversali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione

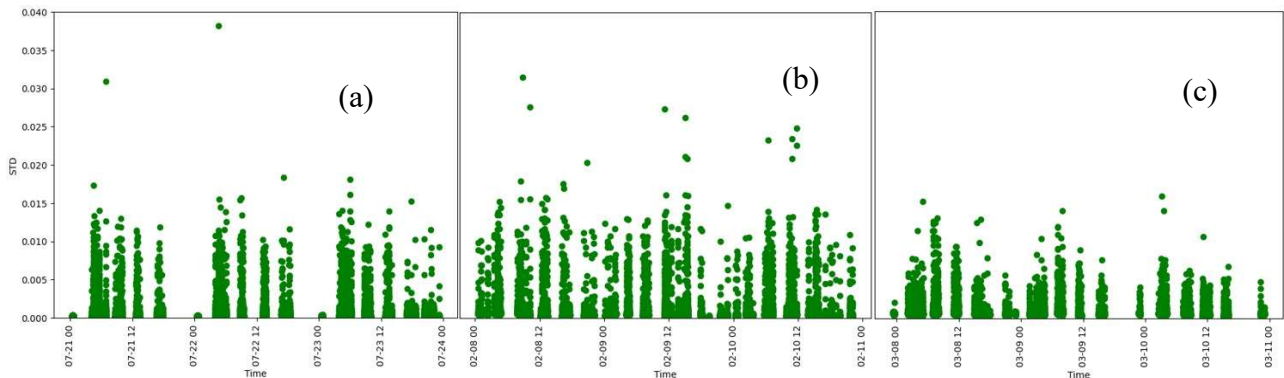


Figura 9-6: Valori di STD delle accelerazioni trasversali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione

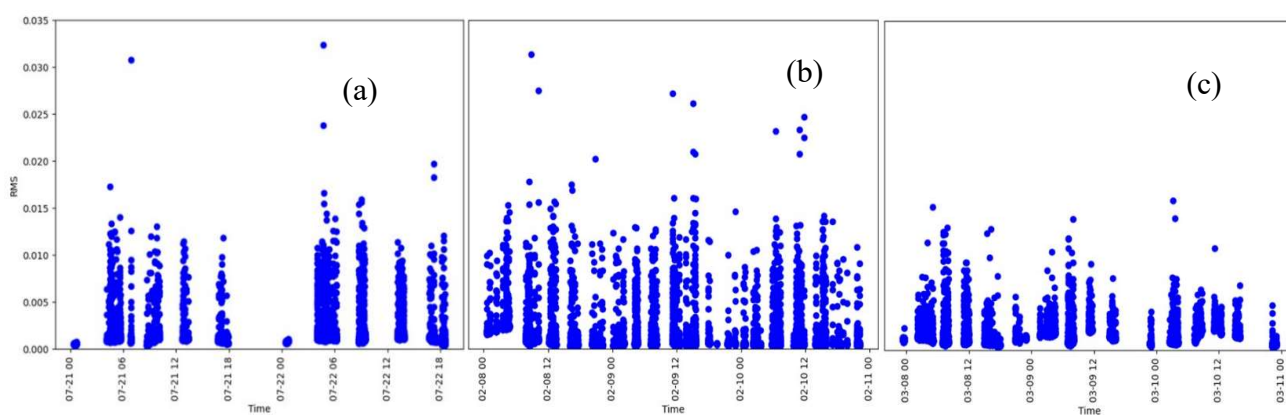


Figura 9-7: Valori di RMS delle accelerazioni trasversali nella finestra: (a) pre-ripavimentazione (2021); (b) pre-ripavimentazione (2022); (c) post ripavimentazione

Le finestre temporali analizzate sono composte interamente da giorni feriali, escludendo i giorni festivi. In esse è possibile evidenziare la differenza tra la risposta accelerometrica negli orari diurni, con valori di massimo, STD e RMS elevati, e quella negli orari notturni, di intensità più contenuta. Se si analizzano i primi due sub-plot relativi a ciascun parametro sintetico (sia in direzione verticale sia trasversale) si osserva una discrepanza poco marcata, indice delle condizioni simili di regolarità della pavimentazione; il terzo, relativo al periodo successivo all'intervento di ripavimentazione, vede dei valori di ordine di grandezza minori per tutti e tre i parametri sintetici, fornendo un'immagine chiara del cambiamento dettato dalle diverse condizioni del manto stradale. Confrontando le ultime due finestre, la variazione, evidente per tutti e tre i parametri, può essere ricondotta alla ripavimentazione del viadotto, in quanto si stanno considerando periodi temporali molto vicini tra loro, con pari condizioni ambientali. L'analisi qualitativa dei risultati mostra che le condizioni di regolarità del manto stradale hanno un'influenza significativa sulle letture di accelerazione, facilmente osservabile graficamente. Pertanto, un'analisi di monitoraggio completa delle condizioni strutturali di un'opera di attraversamento, deve necessariamente tener conto dell'interazione dinamica introdotta da una superficie di pavimentazione rugosa, la quale comporta incrementi accelerometrici e di sollecitazione al decrescere della sua qualità.

Infine, i dati presentati sono stati oggetto di uno studio statistico, volto a determinare quantitativamente l'incremento di accelerazione osservabile tra condizioni di regolarità ottimali e condizioni precedenti all'intervento di ripavimentazione. A tal fine si è applicato un filtro alle informazioni lette, eliminando sistematicamente i massimi di accelerazione minori di una determinata soglia; insieme ai massimi vengono eliminati anche i valori di deviazione standard relativi al secondo

considerato. Si sono analizzate due condizioni di filtro, applicate sia alle accelerazioni in direzione verticale sia alle accelerazioni in direzione trasversale:

- Accelerazione massima inferiore a 0.005g;
- Accelerazione massima inferiore a 0.01g.

Tali condizioni sono state imposte per eliminare il rumore dello strumento, che fornisce valori dei parametri sintetici poco rappresentativi, che tuttavia influenzano i valori statistici. Si riportano in Tabella 9-1 e 9-2 le medie geometriche dei massimi e della STD in direzione verticale, valutate per le tre finestre temporali analizzate, applicando i due filtri statistici: si osservano valori crescenti dei parametri sintetici all'aumentare del dissesto della pavimentazione, coerentemente con i risultati che derivano dal confronto numerico-sperimentale e dalle osservazioni in Figura 9-2, 9-3 e 9-4. Si riportano poi in Tabella 9-3 e 9-4 i medesimi dati registrati in direzione trasversale.

	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>
Finestra Temporale	Media delle accelerazioni massime [g]		Variazione percentuale (%)	
<i>Pre ripavimentazione (2021)</i>	0.0168	0.0225	48.7	27.8
<i>Pre ripavimentazione (2022)</i>	0.0193	0.0271	70.8	53.9
<i>Post ripavimentazione (2022)</i>	0.0113	0.0176	-	-

Tabella 9-1: Media geometrica delle accelerazioni massime in direzione verticale e relativa variazione percentuale

	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>
Finestra Temporale	Media delle deviazioni standard (STD) [g]		Variazione percentuale (%)	
<i>Pre ripavimentazione (2021)</i>	0.0061	0.0091	56.4	40
<i>Pre ripavimentazione (2022)</i>	0.0069	0.0097	76.9	49.2
<i>Post ripavimentazione (2022)</i>	0.0039	0.0065	-	-

Tabella 9-2: Media geometrica delle deviazioni standard in direzione verticale e relativa variazione percentuale

	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>
Finestra Temporale	Media delle accelerazioni massime [g]		Variazione percentuale (%)	
<i>Pre ripavimentazione (2021)</i>	0.0148	0.0203	39.6	27.7
<i>Pre ripavimentazione (2022)</i>	0.0154	0.0217	45.3	36.5
<i>Post ripavimentazione (2022)</i>	0.0106	0.0159	-	-

Tabella 9-3: Media geometrica delle accelerazioni massime in direzione trasversale e relativa variazione percentuale

	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>	<i>Filtro 0.005g</i>	<i>Filtro 0.01g</i>
Finestra Temporale	Media delle deviazioni standard (STD) [g]		Variazione percentuale (%)	
<i>Pre ripavimentazione (2021)</i>	0.0048	0.0067	37.1	28.8
<i>Pre ripavimentazione (2022)</i>	0.0052	0.0074	48.6	42.2
<i>Post ripavimentazione (2022)</i>	0.0035	0.0052	-	-

Tabella 9-4: Media geometrica delle deviazioni standard in direzione trasversale e relativa variazione percentuale

I risultati in termini di accelerazione massima e STD sono stati ulteriormente investigati ipotizzando una distribuzione della funzione di densità di probabilità associata ai due parametri. La funzione di densità di probabilità (PDF) indica la probabilità che la variabile casuale (in questo caso rappresentata dai due parametri sintetici) appartenga ad un certo intervallo dello spazio campionario, ottenuta calcolando l'integrale della PDF nell'intervallo specificato. Una funzione di densità di probabilità è caratterizzata da due proprietà fondamentali:

1. Una PDF non può mai assumere valori negativi, in quanto la probabilità che la variabile casuale cada all'interno di un qualsiasi intervallo deve essere non-negativa;
2. L'area totale sottesa alla funzione è pari a 1.

Si è ipotizzata una PDF normale (o gaussiana), appoggiandosi al teorema del limite centrale: "la somma (o la media) di un grande numero di variabili aleatorie indipendenti e dotate della stessa distribuzione è approssimativamente normale,

indipendentemente dalla distribuzione sottostante". La distribuzione gaussiana è una distribuzione di probabilità continua, simmetrica e determinata da due parametri: la media geometrica e la deviazione standard, che determina la dispersione del dato attorno alla media.

i riportano in Figura 9-8 e 9-9 le funzioni di densità di probabilità costruite per l'accelerazione massima verticale e la deviazione standard corrispondente, applicando rispettivamente il filtro statistico a 0.005g e 0.01g.

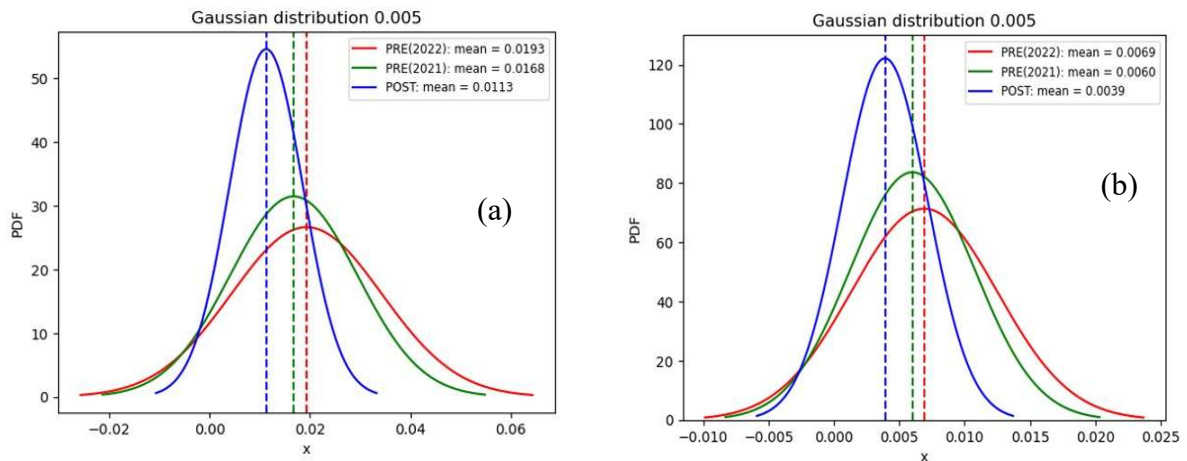


Figura 9-8: PDF normale con filtro a 0.005g: (a) accelerazioni massime; (b) STD

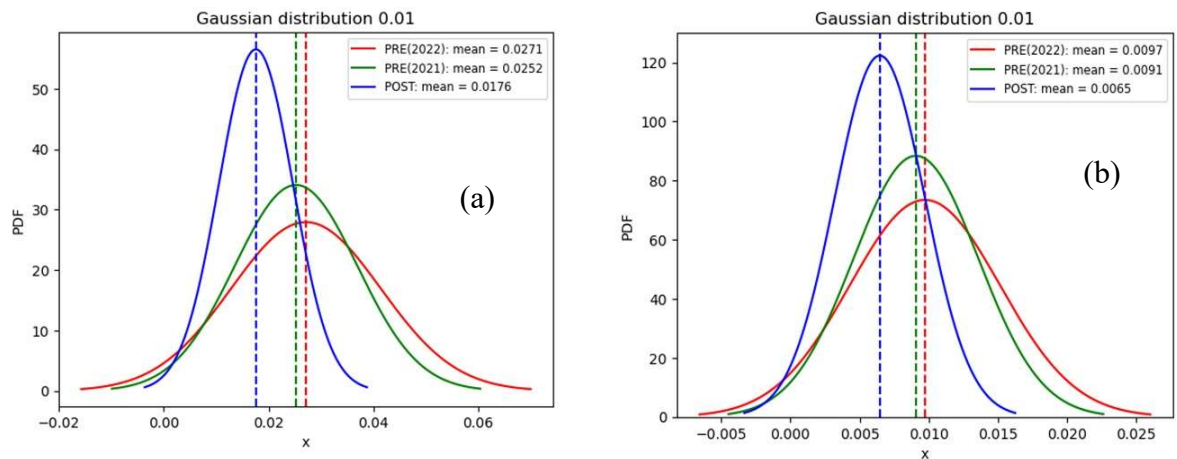


Figura 9-9: PDF normale con filtro a 0.01g: (a) accelerazioni massime; (b) STD

La variazione dei due parametri sintetici è deducibile dai grafici, in cui il valore medio per le tre finestre temporali considerate è rappresentato dalle linee tratteggiate verticali. È evidente l'aumento della dispersione attorno alla media geometrica. Le condizioni di pre-ripavimentazione, rispettivamente del periodo di esecuzione delle prove dinamiche e del periodo immediatamente precedente all'intervento di manutenzione, sono caratterizzate da valori dello stesso ordine di grandezza, a testimonianza della similarità delle proprietà di regolarità della pavimentazione (anche se la differenza parla di un ulteriore degrado intervenuto).

I parametri di massimo e deviazione standard, calcolati su base secondo, possono quindi essere considerati rappresentativi dell'influenza del degrado e dell'irregolarità della pavimentazione misurata, e offrono un quadro sintetico ed efficace dell'interazione dinamica che intercorre tra un veicolo transitante e la struttura sottostante.

Si è infine analizzata la variazione temporale dei due parametri selezionati in una finestra più ampia, relativa a un anno solare di monitoraggio strutturale, considerando il range 01/11/2021 – 31/10/2022. Il periodo temporale analizzato racchiude quindi l'intervento di ripavimentazione del viadotto e permette di studiare la variazione dei parametri sintetici in un arco temporale più esteso. In particolare, si è selezionato un "pacchetto" di dati al giorno, analizzando una fascia oraria comune per tutte le osservazioni (11:00:00 – 15:00:00 (UTC)), considerando due giorni feriali selezionati in maniera casuale per ciascuna settimana appartenente all'anno solare.

Si riportano in Figura 9-10 e 9-11 i diagrammi relativi alle rilevazioni di accelerazione massima e minima del sensore C2.1.3, misurata in direzione verticale e trasversale. L'intervento di ripavimentazione è segnalato dalle linee verticali tratteggiate, e comporta una variazione netta del parametro nelle due direzioni di misura, con una diminuzione sensibile dei livelli vibrazionali. Nel periodo successivo alla ripavimentazione si osservano valori lentamente crescenti, per effetto del progressivo degrado della regolarità del manto stradale, e caratterizzati da un'oscillazione quasi sinusoidale, diretta conseguenza degli effetti termici avvertiti dalla struttura.

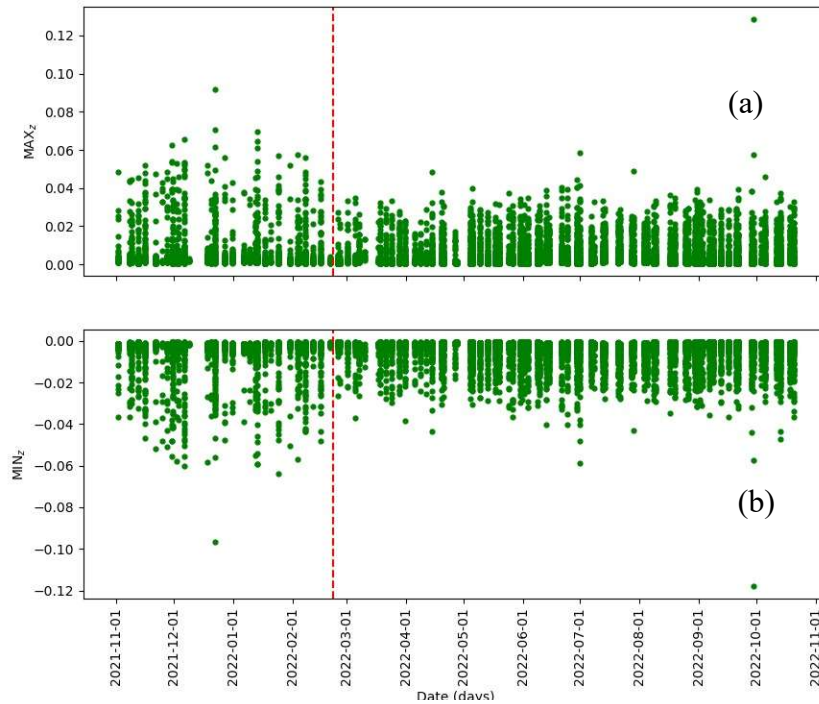


Figura 9-10: (a) massimi (b) minimi in direzione verticale

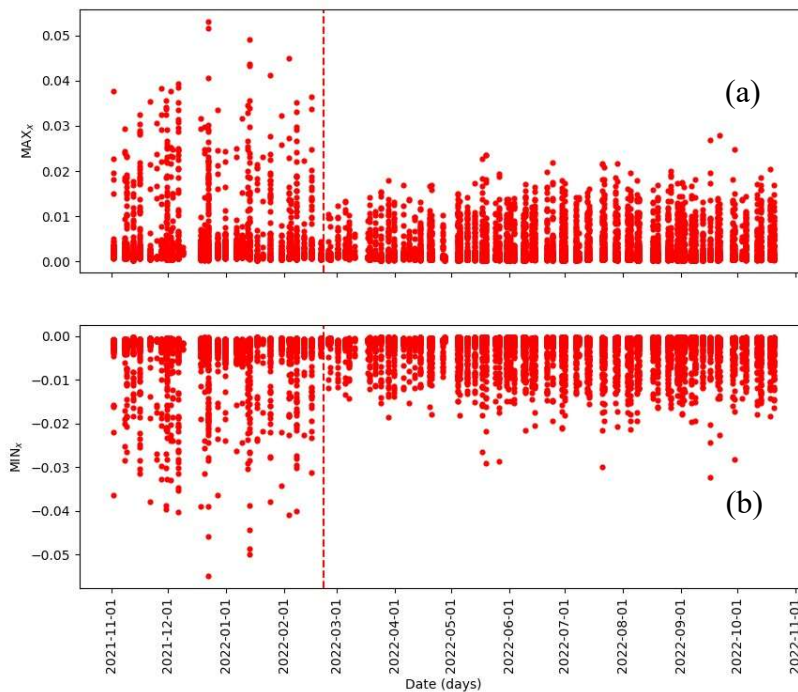


Figura 9-11: (a) massimi (b) minimi in direzione trasversale

Si riportano infine in Figura 9-12 e 9-13 i grafici relativi ai valori di deviazione standard calcolata su base secondo nelle tre direzioni, accompagnati dal modulo della STD. I dati analizzati sono riferiti alle letture dei due sensori di mezzogiorno della campata 2 (rispettivamente il sensore C2.1.3, situato sulla catena di destra, e il sensore C2.2.3, situato sulla catena di sinistra). La differenza nella risposta accelerometrica del

viadotto al variare delle condizioni di regolarità della pavimentazione è evidente per entrambi i parametri sintetici, che rappresentano quindi degli indicatori efficaci dell'interazione dinamica veicolo-struttura.

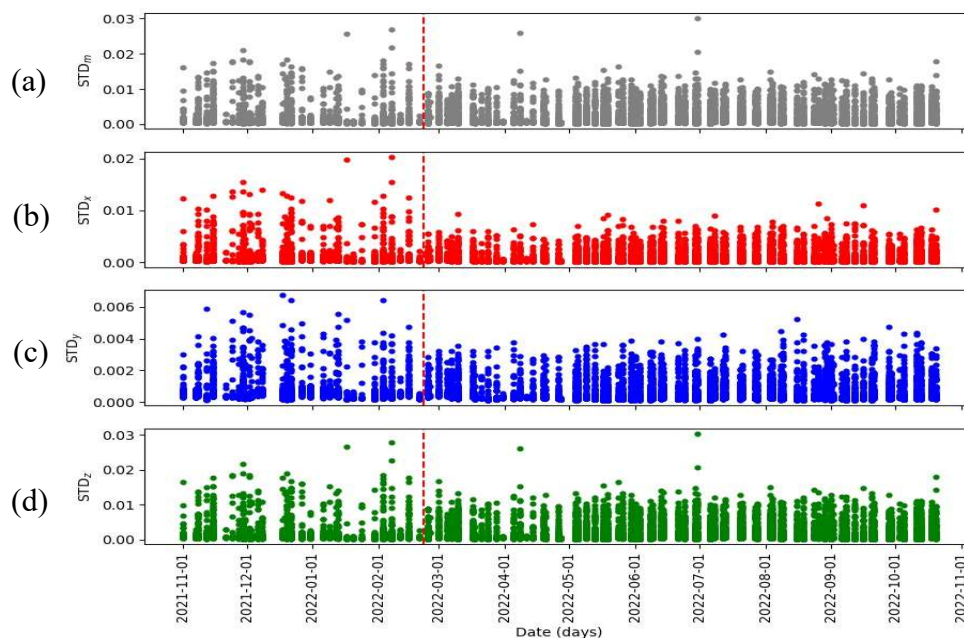


Figura 9-12: Misurazioni di STD calcolata su base secondo del sensore C2.1.3; (a) modulo del STD; (b) direzione trasversale; (c) direzione longitudinale; (d) direzione verticale.

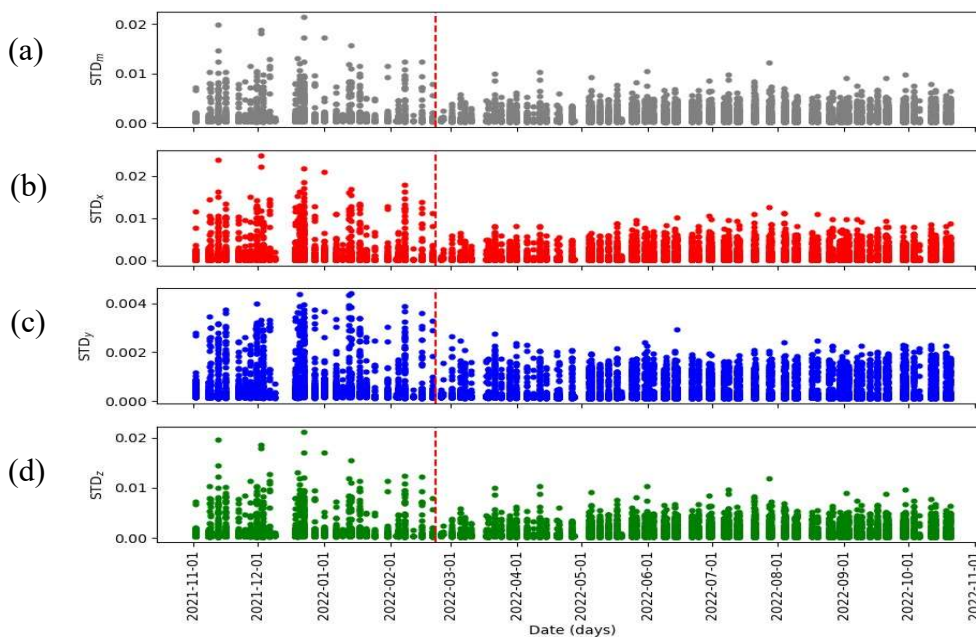


Figura 9-13: Misurazioni di STD calcolata su base secondo del sensore C2.2.3; (a) modulo del STD; (b) direzione trasversale; (c) direzione longitudinale; (d) direzione verticale.

10 CONCLUSIONI

Il lavoro presentato ha l'obiettivo di approfondire lo studio dell'interazione dinamica che intercorre tra un viadotto e un veicolo transitante, con particolare enfasi sul ruolo della rugosità della pavimentazione stradale. Gli effetti legati alla presenza di una superficie di contatto rugosa, generalmente trascurati o sottostimati, introducono una componente di interazione dinamica non trascurabile tra veicolo e struttura, crescente all'avanzare dell'ammaloramento delle condizioni di regolarità del manto stradale. La presenza di un profilo non regolare comporta l'introduzione di un moto aggiuntivo imposto alla base del veicolo, che amplifica le forze di contatto che questo trasmette all'impalcato del viadotto influenzandone l'integrità nel tempo. Un aspetto di interesse di questo lavoro risiede nella possibilità di confrontare i risultati ottenuti numericamente con dati sperimentali, provenienti da un network di accelerometri installati su un viadotto studio: la struttura analizzata è oggetto di un monitoraggio strutturale in continuo, che genera un considerevole volume di dati, raccolti in differenti condizioni di regolarità della pavimentazione.

L'interazione dinamica è stata studiata per mezzo del codice di ricerca INTER, precedentemente sviluppato e validato, in grado di gestire autonomamente l'integrazione numerica dei due sottosistemi: il programma richiede in input i dati strutturali di un modello a elementi finiti del viadotto e le informazioni pertinenti a un modello di veicolo, oltre ad un profilo di rugosità definito in funzione di una coordinata longitudinale e di una verticale. Nel corso del lavoro di tesi è stata implementata la possibilità di far interfacciare il codice INTER con il software a elementi finiti SAP2000, da cui si estraggono le matrici strutturali del viadotto, che vengono formattate nella struttura richiesta in input dal codice appoggiandosi alla scrittura di un programma ad hoc in MATLAB. La correttezza del procedimento di estrazione e trasmissione dei dati è stata accertata per mezzo di verifiche statiche e dinamiche, effettuate su modelli monodimensionali e tridimensionali del viadotto: si è verificata la buona compatibilità dei risultati restituiti in output da SAP2000 e INTER in termini di risposta strutturale del sistema, analizzando le storie temporali degli spostamenti nodali.

Il corpo principale del lavoro si è articolato in due fasi. In una prima fase si è analizzato il confronto diretto numerico-sperimentale, effettuato sulla base di misure accelerometriche in condizioni di input noto. Si è fatto riferimento a prove dinamiche effettuate in sito in un quadro di ammaloramento avanzato del manto stradale, eseguite facendo transitare un autocarro di dimensioni e peso noto di moto rettilineo uniforme, a diverse velocità e posizionandolo nelle due corsie che compongono l'impalcato del viadotto. L'impiego di un modello a elementi finiti tridimensionale del viadotto, validato e aggiornato, ha garantito un buon grado di riproducibilità delle condizioni d'utilizzo osservate sperimentalmente per mezzi numerici, permettendo lo sviluppo di analisi dinamiche con lo scopo di investigare le condizioni di regolarità della pavimentazione stradale presenti in sito. Essendo nota la forzante del sistema, e avendo sviluppato appositamente un modello meccanico a 13 gradi di libertà del veicolo, in grado di simulare con buona precisione le caratteristiche del mezzo impiegato per le prove in sito, è stato possibile riprodurre numericamente le prove sperimentali; si è quindi studiata l'interazione dinamica veicolo-struttura al variare delle condizioni di regolarità della pavimentazione, prese in accordo con la classificazione riportata nell'Eurocodice 1. Non conoscendo a priori il profilo di rugosità sperimentale, si è applicato un approccio di tipo probabilistico alle analisi, inserendo diverse combinazioni di profili, generati a partire da valori di fase differenti, e appartenenti a diverse classi di regolarità. Si è quindi cercato di inquadrare la storia temporale di accelerazione sperimentale in un fuso generato numericamente, a partire dalle risposte fornite in output dal programma INTER in seguito ad un elevato numero di analisi, individuando l'ambito di appartenenza della regolarità della pavimentazione presente in sito all'epoca delle prove dinamiche. Sono stati inoltre evidenziati nella risposta due parametri sintetici fondamentali, in grado di descrivere con buona accuratezza e precisione l'influenza della rugosità misurata numericamente: l'accelerazione massima e la deviazione standard calcolata su base secondo.

Si è poi passati allo studio qualitativo e quantitativo dei dati sperimentali raccolti dal sistema di monitoraggio in continuo, collocandosi in un quadro di sollecitazione più complesso e di più difficile riproduzione per mezzi numerici. Si è analizzato un periodo temporale più ampio, in cui la risposta accelerometrica dei sensori installati sull'impalcato del viadotto è diretta conseguenza di un traffico veicolare incognito, sia per numero che per peso e velocità dei mezzi transitanti. In questa fase del lavoro si è verificata l'attendibilità dei due parametri sintetici individuati dalle analisi numeriche, osservandone la variazione sperimentale: si è valutato il valore dei parametri calcolati per ogni secondo di osservazione, selezionando delle finestre temporali limitate ad alcune ore di giorni feriali, riconducendosi quindi a condizioni di traffico accomunabili, e si sono rappresentati i risultati in appositi grafici a dispersione. Nel periodo controllato si colloca un intervento di ripavimentazione del viadotto, che ne evidenzia una variazione netta della risposta strutturale, riconducibile unicamente agli

effetti della regolarità del manto stradale. I valori di accelerazione massima e deviazione standard calcolati su base secondo manifestano variazioni notevoli in seguito all'intervento di ripristino delle condizioni di regolarità della pavimentazione, riportando differenze percentuali notevoli.

Il lavoro di tesi ha evidenziato che trascurare la rugosità impedisce di ottenere stime affidabili e realistiche dei livelli di vibrazione di un viadotto; l'interazione tra veicolo e struttura emerge come un elemento essenziale che deve essere considerato nell'analisi delle accelerazioni nel dominio temporale. L'utilizzo del programma di ricerca INTER permette all'utente di risalire allo stato di degrado della pavimentazione stradale in qualsiasi momento storico, individuando una classe di rugosità di appartenenza; si riesce in questo modo ad arginare un limite del lavoro, legato alla mancanza di misurazioni puntuali del profilo stradale in sito. Un punto di forza del lavoro risiede nell'impiego di un modello a elementi finiti tridimensionale della struttura e di un modello meccanico articolato del mezzo, attraverso i quali è possibile valutare l'influenza della rugosità sulla risposta in accelerazione del viadotto e confrontare i livelli di accelerazione attesi con i dati sperimentali. Il mezzo numerico presentato può consentire quindi di individuare eventuali comportamenti anomali della struttura: per confermare la presenza di anomalie, dovrebbero essere condotte analisi sia statiche che dinamiche, verificando eventuali superamenti simultanei di soglie fissate su altri parametri di monitoraggio, sia statici che dinamici. Le analisi preliminari hanno dimostrato che è possibile semplificare il processo attraverso l'identificazione e l'analisi di parametri sintetici, consentendo la costruzione di un flusso di analisi computazionalmente sostenibile che tenga conto della rugosità della superficie.

Si è costruita quindi una piattaforma di partenza per impostare uno studio di monitoraggio informato, che tenga conto dell'interazione introdotta dall'ammaloramento del manto stradale e che ne monitori lo stato di avanzamento, guidando alla determinazione di uno stato limite di esercizio, il cui raggiungimento evidenzia la necessità di effettuare interventi di ripristino e manutenzione.

10.1 Sviluppi futuri

Il lavoro presentato si è focalizzato sullo studio delle accelerazioni registrate in direzione verticale; dai risultati sperimentali illustrati nel capitolo 9 è però evidente che la variazione accelerometrica che si avverte in seguito ad un intervento di ripavimentazione viene sentita in maniera quasi analoga anche in direzione trasversale, sottolineando la necessità di indagarne le cause e le possibili ripercussioni. Le accelerazioni trasversali sono di particolare interesse quando si analizzano strutture con tracciati non rettilinei, che inducono quindi una componente di moto centrifuga al

mezzo transitante, che sollecita maggiormente il comportamento flessio-torsionale dell'impalcato.

Si è inoltre limitata l'analisi alla risposta strutturale del viadotto, non approfondendo gli effetti vibrazionali avvertiti dal conducente e dai passeggeri del veicolo in seguito al passaggio del mezzo su una pavimentazione rugosa. Il programma di ricerca INTER consente di valutare tali effetti, essendo i sistemi meccanici che rappresentano i veicoli dotati di un grado di complessità sufficientemente elevato, e può costituire un mezzo di confronto numerico diretto se affiancato a misure sperimentali derivanti dall'impiego di mezzi strumentati. In questo senso potrebbe risultare di interesse condurre analisi del contenuto in frequenza delle risposte, che consentirebbero un approfondimento della risposta del veicolo e della struttura.

Appendice A: Analisi cinematica del veicolo a 13 GDL

GDL

In questa appendice viene presentata la derivazione del modello del veicolo a 13 GDL, introdotto nel capitolo 5. Il modello, composto da un insieme di corpi rigidi dotati di massa, collegati tra loro attraverso molle e smorzatori viscosi, è raffigurato in Figura A-1 e Figura A-2.

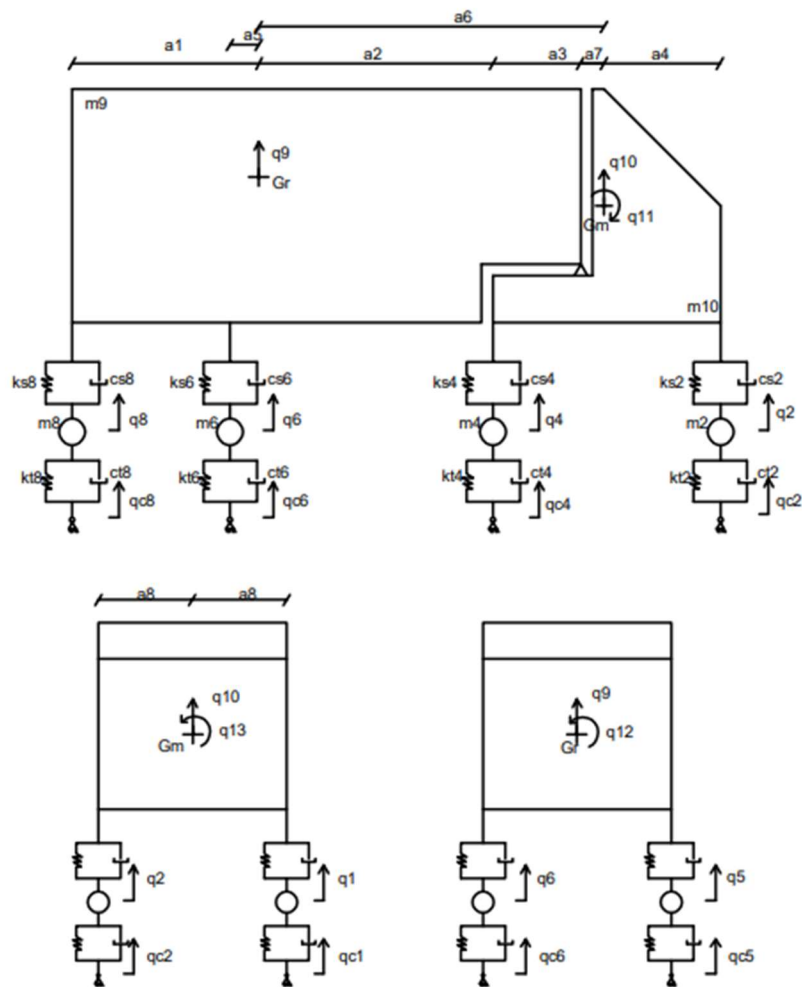


Figura A-1: Sistema meccanico a 13 GDL

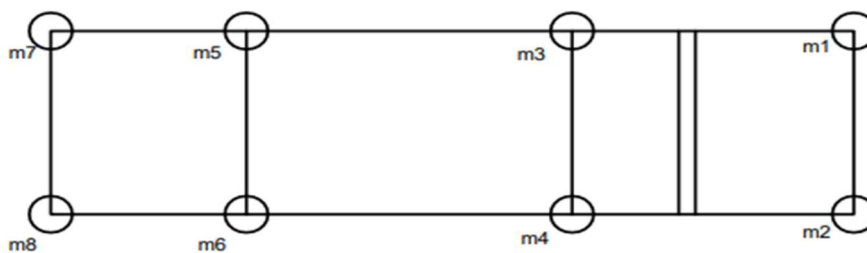


Figura A-2: Vista in pianta del sistema meccanico a 13 GDL

A.1 Analisi cinematica

Un oggetto rigido nello spazio ha a disposizione 6 gradi di libertà, di cui 3 sono relativi ai movimenti traslatori e 3 ai movimenti rotazionali. Tuttavia, nel contesto dell'ipotesi di un veicolo che si muove lungo una traiettoria rettilinea a velocità costante, gli spostamenti in direzione longitudinale e trasversale, così come la rotazione intorno all'asse verticale, possono essere trascurati. Ogni corpo rigido che compone il modello possiede quindi 3 gradi di libertà, che non sono però completamente indipendenti: l'introduzione del vincolo interno introdotto dalla cerniera tridimensionale comporta infatti una dipendenza di alcuni gradi di libertà. Se si analizza il piano xz , è possibile dimostrare che, bloccando la rotazione e la traslazione verticale della parte motrice, la configurazione del rimorchio è definita unicamente dalla sua traslazione verticale. In altre parole, per descrivere la configurazione del sistema composto da motrice e rimorchio nel piano, sono sufficienti 3 coordinate libere.

Il vettore delle coordinate può essere scritto come segue, dividendo nuovamente le coordinate libere in coordinate proprie del solo veicolo e coordinate dei punti di contatto:

$$q = \begin{bmatrix} \underline{q_v} \\ \underline{q_{cv}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \underline{q_v} &= [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6 \quad q_7 \quad q_8 \quad q_9 \quad q_{10} \quad q_{11} \quad q_{12} \quad q_{13}]^T \\ \underline{q_{cv}} &= [q_{c1} \quad q_{c2} \quad q_{c3} \quad q_{c4} \quad q_{c5} \quad q_{c6} \quad q_{c7} \quad q_{c8}]^T \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Le prime 8 sono le coordinate del veicolo associate alle traslazioni verticali delle masse non sospese; Le coordinate q_9 e q_{10} corrispondono rispettivamente alla traslazione verticale del rimorchio e a quella della motrice del veicolo. Infine, le ultime 3 coordinate corrispondono rispettivamente al rollio della motrice, al beccheggio della motrice e al beccheggio del rimorchio.

A.1.1 Applicazione di q_9

La coordinata libera q_9 corrisponde a una traslazione verso l'alto del baricentro del rimorchio. Se si bloccano tutte le rotazioni e gli spostamenti associati alle altre coordinate libere, si ottiene la configurazione del sistema mostrata in Figura A-3.

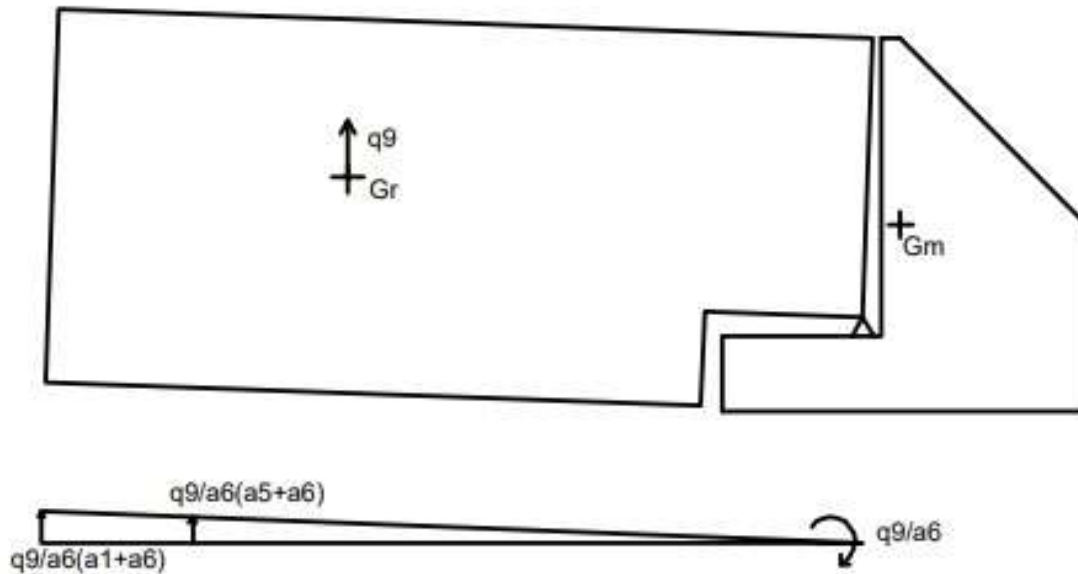


Figura A-3: Configurazione in seguito all'applicazione di q_9

Si osserva che, per effetto della traslazione verticale del suo baricentro, il rimorchio subisce una rotazione con centro di istantanea rotazione posizionato nella cerniera tridimensionale che collega il rimorchio alla parte motrice.

Gli spostamenti e le rotazioni che ne derivano sono mostrati in figura A-3, e possono essere descritti come:

$$\begin{cases} w_6 = w_5 = (a_6 + a_5) \frac{q_9}{a_6} \\ w_8 = w_7 = (a_6 + a_1) \frac{q_9}{a_6} \\ \theta_R = \frac{q_9}{a_6} \end{cases} \quad (A.3)$$

A.1.2 Applicazione di q_{10}

La coordinata libera q_{10} è associata alla traslazione verso l'alto del baricentro della motrice; bloccando tutti gli spostamenti e le rotazioni associati alle alte coordinate libere del modello si ottiene la configurazione del sistema mostrata in figura A-4.

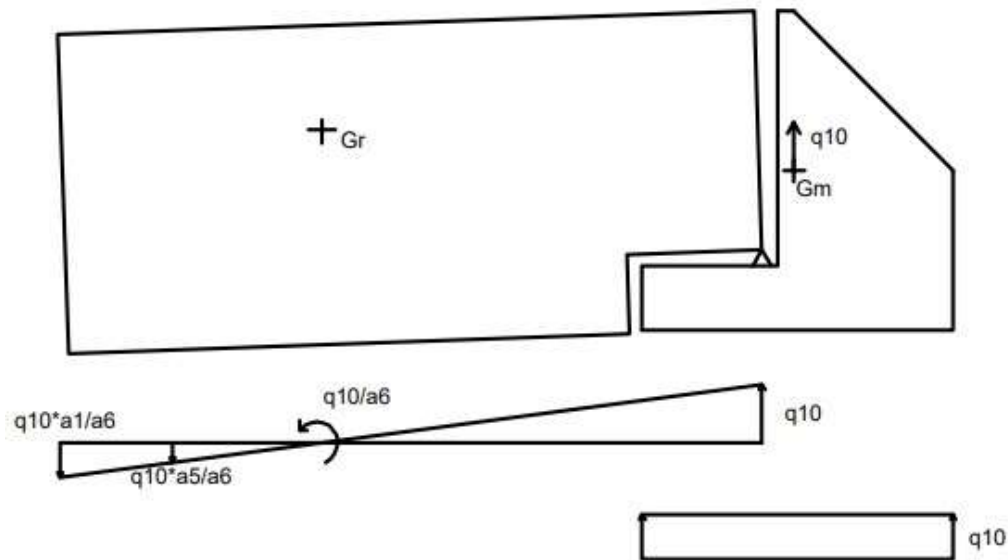


Figura A-4: Configurazione in seguito all'applicazione di q_{10}

La parte motrice del veicolo trasla rigidamente verso l'alto, e tutti i suoi punti subiscono uno spostamento verticale. Di conseguenza, il rimorchio è costretto a compiere una rotazione intorno al suo centro di massa. Gli spostamenti e le rotazioni causati sono mostrati in Figura A-4 e possono essere descritti come:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = q_{10} \\ w_5 = w_6 = -\frac{q_{10}}{a_6} * a_5 \\ w_8 = w_7 = -\frac{q_{10}}{a_6} * a_5 \\ \theta_R = \frac{q_{10}}{a_6} \end{array} \right. \quad (A.4)$$

A.1.3 Applicazione di q_{11}

La coordinata libera q_{11} è associata alla rotazione della motrice intorno all'asse x nel suo centro di massa. Bloccando tutti gli spostamenti e le rotazioni associate alle altre coordinate libere si ottiene la configurazione del sistema mostrata in Figura A-5.

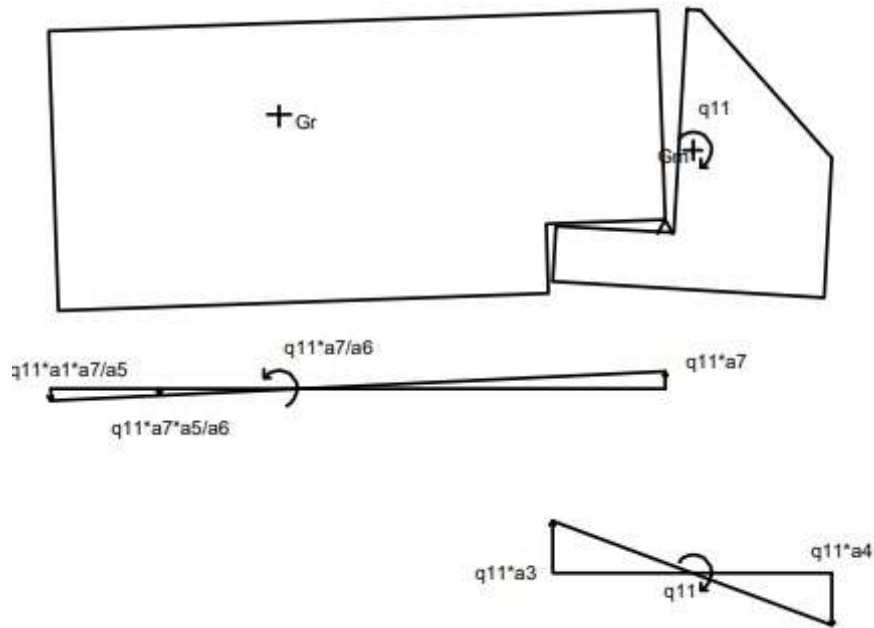


Figura A-5: Configurazione in seguito all'applicazione di q_{11}

A causa della rotazione della parte motrice intorno al suo centro di massa, la cerniera tridimensionale subisce una traslazione verticale. Questo comporta una rotazione del rimorchio in direzione opposta alla motrice, mentre la posizione del suo centro di massa rimane immutata. Gli spostamenti e le rotazioni causati sono mostrati in Figura A-5 e possono essere descritti come:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 = w_2 = -q_{11} * a_4 \\ w_3 = w_4 = q_{11} * a_3 \\ w_5 = w_6 = -\frac{q_{11}}{a_6} * a_7 * a_5 \\ w_8 = w_7 = -\frac{q_{11}}{a_6} * a_1 * a_7 \\ \theta_R = -\frac{q_{11}}{a_6} * a_7 \\ \theta_M = q_{11} \end{array} \right. \quad (A.5)$$

A.1.4 Applicazione di q_{12} e q_{13}

Le coordinate libere q_{12} e q_{13} corrispondono alle rotazioni lungo l'asse longitudinale y (rollio) rispettivamente del rimorchio e della motrice. Gli spostamenti e le rotazioni causate sono mostrati in Figura A.6.a e A.6b e possono essere descritti come:

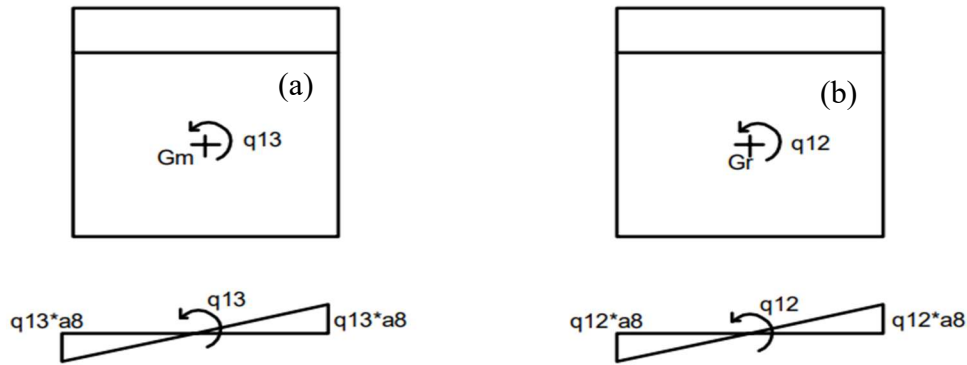


Figura A-6: Configurazione in seguito all'applicazione di (a) q_{12} (b) q_{13}

$$\begin{cases} w_6 = w_8 = -q_{12} * a_8 \\ w_5 = w_7 = q_{12} * a_8 \\ w_2 = w_4 = -q_{13} * a_8 \\ w_1 = w_3 = q_{13} * a_8 \\ \phi_R = q_{12} \\ \phi_M = q_{13} \end{cases} \quad (A.6)$$

Applicando il principio della sovrapposizione degli effetti è possibile ricavare tutti gli spostamenti dei punti relativi alle coordinate libere:

$$\begin{cases} w_1 = q_{10} - q_{11} * a_4 + q_{13} * a_8 \\ w_2 = q_{10} - q_{11} * a_4 - q_{13} * a_8 \\ w_3 = q_{10} + q_{11} * a_3 + q_{13} * a_8 \\ w_4 = q_{10} + q_{11} * a_3 - q_{13} * a_8 \\ w_5 = \frac{q_9}{a_6} (a_6 + a_5) - \frac{q_{10}}{a_6} * a_5 - q_{11} * \frac{a_7}{a_6} * a_5 + q_{12} * a_8 \\ w_6 = \frac{q_9}{a_6} (a_6 + a_5) - \frac{q_{10}}{a_6} * a_5 - q_{11} * \frac{a_7}{a_6} * a_5 - q_{12} * a_8 \\ w_7 = \frac{q_9}{a_6} (a_6 + a_1) - \frac{q_{10}}{a_6} * a_1 - q_{11} * \frac{a_7}{a_6} * a_1 + q_{12} * a_8 \\ w_8 = \frac{q_9}{a_6} (a_6 + a_1) - \frac{q_{10}}{a_6} * a_1 - q_{11} * \frac{a_7}{a_6} * a_1 - q_{12} * a_8 \\ \theta_R = \frac{q_9}{a_6} - \frac{q_{10}}{a_6} - \frac{q_{11}}{a_6} * a_7 \\ \theta_M = q_{11} \\ \phi_R = q_{12} \\ \phi_M = q_{13} \end{cases} \quad (A.7)$$

A.2 Energia cinetica

L'energia cinetica di un corpo si ottiene sommando due contributi: il primo è legato alla velocità del baricentro della massa considerata, mentre il secondo è legato alla velocità angolare. Formalmente, l'equazione dell'energia cinetica si presenta come segue:

$$T = \frac{1}{2}mV_g^2 + \frac{1}{2}I_g\omega^2 \quad (\text{A.8})$$

L'energia cinetica totale è data dalla somma dei contributi delle singole masse:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 + T_7 + T_8 + T_9 + T_{10} \quad (\text{A.9})$$

Noti gli spostamenti e le rotazioni è possibile quindi dedurre:

$$T_1 = \frac{1}{2}m_1\dot{q}_1^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2}m_2\dot{q}_2^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2}m_3\dot{q}_3^2$$

$$T_4 = \frac{1}{2}m_4\dot{q}_4^2$$

$$T_5 = \frac{1}{2}m_5\dot{q}_5^2$$

$$T_6 = \frac{1}{2}m_6\dot{q}_6^2$$

$$T_7 = \frac{1}{2}m_7\dot{q}_7^2$$

$$T_8 = \frac{1}{2}m_8\dot{q}_8^2$$

(A.10)

$$T_9 = \frac{1}{2}m_9\dot{q}_9^2 + \frac{1}{2}I_{gry} \left(\frac{\dot{q}_9}{a_6} - \frac{\dot{q}_{10}}{a_6} - \frac{\dot{q}_{11}}{a_6} a_7 \right)^2 + \frac{1}{2}I_{grx}\dot{q}_{12}^2$$

$$T_{10} = \frac{1}{2}m_{10}\dot{q}_{10}^2 + \frac{1}{2}I_{gmy}\dot{q}_{11}^2 + \frac{1}{2}I_{gmx}\dot{q}_{13}^2$$

A.3 Energia potenziale

L'energia potenziale è espressa come:

$$V_{\text{molla}} = \frac{1}{2} k_{\text{molla}} \Delta L^2 \quad (\text{A.11})$$

Dove:

k_{molla} è la costante elastica della molla;

ΔL è l'allungamento della molla.

L'energia potenziale elastica è data dalla somma dei contributi di tutte le molle presenti nel sistema, e può essere espressa come:

$$\begin{aligned}
 V &= V_{s1} + \dots + V_{s8} + V_{t1} + \dots + V_{t8} \\
 V_{t1} &= \frac{1}{2} K_{t1} (q_1 - q_{c1})^2 \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 V_{t8} &= \frac{1}{2} K_{t8} (q_8 - q_{c8})^2 \\
 V_{s1} &= \frac{1}{2} k_{s1} (w_1 - q_1)^2 = \frac{1}{2} k_{s1} (q_{10} - q_{11} a_4 + q_{13} a_8 - q_1)^2 \\
 V_{s2} &= \frac{1}{2} k_{s2} (q_{10} - q_{11} a_4 - q_{13} a_8 - q_1)^2 \\
 V_{s3} &= \frac{1}{2} k_{s3} (q_{10} + q_{11} a_3 + q_{13} a_8 - q_3)^2 \\
 V_{s4} &= \frac{1}{2} k_{s4} (q_{10} + q_{11} a_3 - q_{13} a_8 - q_4)^2 \\
 V_{s5} &= \frac{1}{2} k_{s5} \left[(a_6 + a_5) \frac{q_9}{a_6} - \frac{q_{10}}{a_6} a_5 + q_{11} \frac{a_7}{a_6} a_5 + q_{12} a_8 - q_5 \right]^2 \\
 V_{s6} &= \frac{1}{2} k_{s6} \left[(a_6 + a_5) \frac{q_9}{a_6} - \frac{q_{10}}{a_6} a_5 + q_{11} \frac{a_7}{a_6} a_5 - q_{12} a_8 - q_6 \right]^2 \\
 V_{s7} &= \frac{1}{2} k_{s7} \left[(a_6 + a_1) \frac{q_9}{a_6} - \frac{q_{10}}{a_6} a_1 + q_{11} \frac{a_7}{a_6} a_1 + q_{12} a_8 - q_7 \right]^2
 \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$V_{s8} = \frac{1}{2} k_{s8} \left[(a_6 + a_1) \frac{q_9}{a_6} - \frac{q_{10}}{a_6} a_1 + q_{11} \frac{a_7}{a_6} a_1 - q_{12} a_8 - q_8 \right]^2$$

A.4 Funzione di Rayleigh

La funzione di Reyleigh è definita come metà della potenza dissipata da uno smorzatore:

$$D = \frac{1}{2} c \dot{z}^2 \quad (\text{A.13})$$

Dove:

\dot{z} rappresenta la velocità di allungamento, calcolata come differenza delle velocità misurate agli estremi dello smorzatore;

c rappresenta la costante di smorzamento.

$$D = D_{s1} + \dots + D_{s8} + D_{t1} + \dots + D_{t8}$$

$$D_{t1} = \frac{1}{2} c_{t1} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{c1})^2$$

$$D_{t8} = \frac{1}{2} c_{t8} (\dot{q}_8 - \dot{q}_{c8})^2$$

$$D_{s1} = \frac{1}{2} C_{s1} (\dot{w}_1 - \dot{q}_1)^2 = \frac{1}{2} C_{s1} (\dot{q}_{10} - \dot{q}_{11} a_4 + \dot{q}_{13} a_8 - \dot{q}_1)^2$$

$$D_{s2} = \frac{1}{2} c_{s2} (\dot{q}_{10} - \dot{q}_{11} a_4 - \dot{q}_{13} a_8 - \dot{q}_1)^2$$

$$D_{s3} = \frac{1}{2} c_{s3} (\dot{q}_{10} + \dot{q}_{11} a_3 + \dot{q}_{13} a_8 - \dot{q}_3)^2$$

$$D_{s4} = \frac{1}{2} c_{s4} (q_{10} + q_{11} a_3 - q_{13} a_8 - q_4)^2$$

(A.14)

$$D_{s5} = \frac{1}{2} c_{s5} \left[(a_6 + a_5) \frac{\dot{q}_9}{a_6} - \frac{\dot{q}_{10}}{a_6} a_5 + \dot{q}_{11} \frac{a_7}{a_6} a_5 + \dot{q}_{12} a_8 - \dot{q}_5 \right]^2$$

$$D_{s6} = \frac{1}{2} c_{s6} \left[(a_6 + a_5) \frac{\dot{q}_9}{a_6} - \frac{\dot{q}_{10}}{a_6} a_5 + \dot{q}_{11} \frac{a_7}{a_6} a_5 - \dot{q}_{12} a_8 - \dot{q}_6 \right]^2$$

$$D_{s7} = \frac{1}{2} c_{s7} \left[(a_6 + a_1) \frac{\dot{q}_9}{a_6} - \frac{\dot{q}_{10}}{a_6} a_1 + \dot{q}_{11} \frac{a_7}{a_6} a_1 + \dot{q}_{12} a_8 - \dot{q}_7 \right]^2$$

$$D_{s7} = \frac{1}{2} c_{s7} \left[(a_6 + a_1) \frac{\dot{q}_9}{a_6} - \frac{\dot{q}_{10}}{a_6} a_1 + \dot{q}_{11} \frac{a_7}{a_6} a_1 - \dot{q}_{12} a_8 - \dot{q}_8 \right]^2$$

Matrice di smorzamento C

$c_{t1} + c_{s1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-c_{s1}$	$c_{s1} * a_4$	0	$-c_{s1} * a_8$
$c_{t2} + c_{s2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-c_{s2}$	$c_{s2} * a_4$	0	$c_{s2} * a_8$
$c_{t3} + c_{s3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-c_{s3}$	$-c_{s3} * a_3$	0	$-c_{s3} * a_8$
$c_{t4} + c_{s4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-c_{s4}$	$-c_{s4} * a_3$	0	$c_{s4} * a_8$
$c_{t5} + c_{s5}$	0	0	0	0	0	0	$-c_{s5} * (a_6 + a_5)$	$c_{s5} * \left(\frac{a_5}{a_6}\right)$	$c_{s5} * \left(\frac{a_7 * a_5}{a_6}\right)$	$-c_{s5} * a_8$	0	0
$c_{t6} + c_{s6}$	0	0	0	0	0	0	$-c_{s6} * (a_6 + a_5)$	$c_{s6} * \left(\frac{a_5}{a_6}\right)$	$c_{s6} * \left(\frac{a_7 * a_5}{a_6}\right)$	$c_{s6} * a_8$	0	0
$c_{t7} + c_{s7}$	0	0	0	0	0	0	$-c_{s7} * (a_6 + a_1)$	$c_{s7} * \left(\frac{a_1}{a_6}\right)$	$c_{s7} * \left(\frac{a_7 * a_1}{a_6}\right)$	$-c_{s7} * a_8$	0	0
$c_{t8} + c_{s8}$	0	0	0	0	0	0	$-c_{s8} * (a_6 + a_1)$	$c_{s8} * \left(\frac{a_1}{a_6}\right)$	$c_{s8} * \left(\frac{a_7 * a_1}{a_6}\right)$	$c_{s8} * a_8$	0	0
							$(c_{s5} + c_{s6}) * \frac{(a_6 + a_5)^2}{a_6^2} + (c_{s7} + c_{s8}) * \frac{(a_6 + a_1)^2}{a_6^2}$	$-(c_{s5} + c_{s6}) * \frac{a_5}{a_6} * (a_6 + a_5) - (c_{s7} + c_{s8}) * \frac{a_1}{a_6} * (a_6 + a_1)$	$-(c_{s5} + c_{s6}) * \frac{a_5 * a_7}{a_6^2} * (a_6 + a_5) - (c_{s7} + c_{s8}) * \frac{a_1 * a_7}{a_6^2} * (a_6 + a_1)$	$(c_{s5} - c_{s6}) * a_8 * \frac{(a_6 + a_5)}{a_6} + (c_{s7} - c_{s8}) * a_8 * \frac{(a_6 + a_1)}{a_6}$	0	0
							$c_{s1} + c_{s2} + c_{s3} + c_{s4} + (c_{s5} + c_{s6}) * \frac{a_5^2}{a_6^2} + (c_{s7} + c_{s8}) * \frac{a_1^2}{a_6^2}$	$-(c_{s1} + c_{s2}) * a_4 - (c_{s3} + c_{s4}) * a_3 + (c_{s5} + c_{s6}) * \frac{a_5^2 * a_7}{a_6^2} + (c_{s7} + c_{s8}) * \frac{a_1^2 * a_7}{a_6^2}$	$(c_{s1} + c_{s2}) * a_4^2 + (c_{s3} + c_{s4}) * a_3^2 + (c_{s5} + c_{s6}) * \frac{a_5^2 * a_7^2}{a_6^2} + (c_{s7} + c_{s8}) * \frac{a_1^2 * a_7^2}{a_6^2}$	$(c_{s6} - c_{s5}) * \frac{a_5 * a_8}{a_6} + (c_{s8} - c_{s7}) * \frac{a_1 * a_8}{a_6}$	$(c_{s1} - c_{s2} + c_{s3} - c_{s4}) * a_8$	0
										$(c_{s6} - c_{s5}) * \frac{a_7 * a_8 * a_5}{a_6} + (c_{s8} - c_{s7}) * \frac{a_7 * a_8 * a_1}{a_6}$	$(c_{s2} - c_{s1}) * a_4 * a_8 + (c_{s3} - c_{s4}) * a_3 * a_8$	0
										$(c_{s5} + c_{s6} + c_{s7} + c_{s8}) * a_8^2$	0	0
												$(c_{s1} + c_{s2} + c_{s3} + c_{s4}) * a_8^2$

Appendice B: Programma ReadStiffnessMass.m

```
clear all
clc

%% Lettura delle matrici di SAP
[file,selpath] = uigetfile('*.');

Del=extractAfter(file, '.');
Del=strcat('.',Del);
ProjectName=erase(file,Del);

ProjectNameK=strcat(ProjectName, '.TXK');
filenameK =strcat(selpath,ProjectNameK);
opts = detectImportOptions(filenameK, 'FileType', 'text');
ProjectNameM=strcat(ProjectName, '.TXM');
filenameM =strcat(selpath,ProjectNameM);
T = readtable(filenameK,opts);
A=table2array(T);
RowNo=max(A(:,1));
ColNo=max(A(:,2));
K=zeros(RowNo,ColNo);
for i=1:size(A,1)
    K(A(i,1),A(i,2))=A(i,3);
    K(A(i,2),A(i,1))=A(i,3);
end

opts = detectImportOptions(filenameM, 'FileType', 'text');
T = readtable(filenameM,opts);
A=table2array(T);
RowNo=max(A(:,1));
ColNo=max(A(:,2));
```



```

M=zeros(RowNo,ColNo);
for i=1:size(A,1)
    M(A(i,1),A(i,2))=A(i,3);
    M(A(i,2),A(i,1))=A(i,3);
end

ProjectNameE=strcat(ProjectName, '.TXE');
filenameE =strcat(selpath,ProjectNameE);

fid = fopen(filenameE);
temp = textscan(fid, '%d', 'Headerlines',1, 'delimiter', '\n');
fclose(fid);
Result=double(reshape(temp{1},7,[]));
C=Result(:,2:end);
maxDOF=max(C(:));
for i=1:max(C(:))
    [row,col]=find(C==i);
    JointNo=Result(row,1);

if col==1
    DOF='UX';
elseif col==2
    DOF='UY';
elseif col==3
    DOF='UZ';
elseif col==4
    DOF='RX';
elseif col==5
    DOF='RY';
elseif col==6
    DOF='RZ';
end
H=strcat('Joint-',num2str(JointNo),',',DOF);
Title{i}=H;
end

Joint_DOF =
table(Result(:,1),Result(:,2),Result(:,3),Result(:,4),Result(:,5),Result(:,6),Result(:,7),
'VariableNames',{'Joint','Ux','Uy','Uz','Rx','Ry','Rz'});
format short

```

```

Tabella_incidenze=table2array(Joint_DOF);
rig_incidenze=size(Tabella_incidenze,1);
col_incidenze=size(Tabella_incidenze,2);
dimensione = size(K,1);

%% Verifica calcolo analitico

valore_non_nullo = -100;

% Inizializzazione del vettore delle forze con tutti gli elementi a zero
F = zeros(dimensione, 1);

% Assegnamento dell'unico elemento non nullo
F(428) = valore_non_nullo;

q=K\F;

%% Calcolo dimensione di banda
lband=zeros(1,dimensione);
for i=1:dimensione
    for j=i:dimensione
        if K(i,j)~=0
            lband(i)=j-i+1;
        end
    end
end
mband=1;
for i=1:dimensione
    if lband(1,i)>mband
        mband=lband(1,i);
    end
end

%% Scrittura Matrice di rigidezza in semibanda raddrizzata

K_semibanda=zeros(dimensione,dimensione);
for i=1:dimensione
    for j=i:dimensione

```

```

        jj=j-i+1;
        K_semibanda(i,jj)=K(i,j);
    end
end
K_semi_orlata=zeros(dimensione,mband);
for i=1:dimensione
    for j=1:mband
        K_semi_orlata(i,j)=K_semibanda(i,j);
    end
end

%% Formattazione della matrice di massa nel file di testo Massma.txt

output_filename = strcat(selpath, 'Massma.txt');
mid = fopen(output_filename, 'w');
for i=1:dimensione
    formatted_number = sprintf('%12.6E', M(i, i));
    fprintf(mid, '%12s', formatted_number);
    fprintf(mid, '\n');
end

%% Formattazione della tabella di incidenze (BC, coordinate ed equazioni dei nodi)
nel file di testo Connec.txt

path= ''; %inserire il path del file excel contenente la tabella di connettività
FileExcel = path;
Connectivity_table = readtable(FileExcel);
Connectivity = table2array(Connectivity_table);
nodi = size(Connectivity,1);
number_col = size(Connectivity,2);
BC = 7;

output_filename = strcat(selpath, 'Connec.txt');
eid = fopen(output_filename, 'w');

fprintf(eid, '\n');
fprintf(eid, '\n');
fprintf(eid, ' GENERATED NODAL DATA');

```

```

fprintf(eid, '\n');
fprintf(eid, '0NODE    BOUNDARY CONDITION CODES                NODAL POINT COORDINATES');
fprintf(eid, '\n');
fprintf(eid, ' NUMBER  X      Y      Z      XX      YY      ZZ                X                Y
Z          T');
fprintf(eid, '\n');
for i=1:nodi
    for j=1:BC
        fprintf(eid, '%5d', Connectivity(i,j));
    end
    for k=BC+1:number_col
        fprintf(eid, '%13.3f', Connectivity(i, k));
    end
    fprintf(eid, '\n');
end
fprintf(eid, '\n');
fprintf(eid, '\n');

fprintf(eid, ' EQUATION NUMBERS');
fprintf(eid, '\n');
Variabili={'N', 'X', 'Y', 'Z', 'XX', 'YY', 'ZZ'};
fprintf(eid, '%5s', Variabili{:});
fprintf(eid, '\n');
for i=1:rig_incidenze
    for j=1:col_incidenze
        fprintf(eid, '%5d', Tabella_incidenze(i,j));
    end
end
fprintf(eid, '\n');
end

%% Formattazione della matrice di rigidezza nel file di testo Stiffm.txt

blocchi = split_into_blocks(K_semi_orlata, dimensione, mband);
write_blocks_to_file(blocchi, dimensione);

%% FUNZIONI PER LA SCRITTURA DELLA MATRICE DI RIGIDEZZA

function blocchi = split_into_blocks(K, dimensione, mband)

```

```

    jh = min(6, mband); % Numero di colonne per blocco (massimo 6 o meno se mband <
6)

    num_blocchi = floor(mband / jh); % Numero totale di blocchi completi con jh
colonne
    colonne_rimaste = rem(mband, jh); % Numero di colonne rimanenti dopo i blocchi
completi

    if colonne_rimaste==0
        blocchi = cell(1, num_blocchi);
    else
        blocchi = cell(1, num_blocchi + 1);
    end

    for indice_blocco = 1:num_blocchi
        inizio_colonna = (indice_blocco - 1) * jh + 1;
        fine_colonna = inizio_colonna + jh - 1;

        blocco_corrente = K(:, inizio_colonna:fine_colonna);

        blocchi{indice_blocco} = blocco_corrente;
    end

    if colonne_rimaste > 0
        inizio_colonna = num_blocchi * jh + 1;
        fine_colonna = mband;

        blocco_corrente = K(:, inizio_colonna:fine_colonna);

        blocchi{num_blocchi + 1} = blocco_corrente;
    end
end

function write_blocks_to_file(blocchi, dimensione)
    [filename, filepath] = uinputfile('*.txt', 'Seleziona il percorso e il nome del
file'); %scelta del percorso del file. Si apre la directory e l'utente deve
selezionare il path desiderato e dare il nome del file

    if isequal(filename,0) || isequal(filepath,0)
        disp('Operazione annullata dall''utente.');
```

```

        return;
    end

    fullpath = fullfile(filepath, filename);
    kid = fopen(fullpath, 'w');

    num_blocchi = length(blocchi);

    for indice_blocco = 1:num_blocchi
        blocco_corrente = blocchi{indice_blocco};
        [~, num_colonne] = size(blocco_corrente);

        % Scrittura di una riga vuota tra i blocchi
        fprintf(kid, '\n');

        % Scrittura della riga di intestazione per il blocco corrente
        intestazione = (indice_blocco - 1) * 6 + 1 : indice_blocco*6;
        fprintf(kid, ' ');
        fprintf(kid, '%14i', intestazione);

        fprintf(kid, '\n');

        % Scrittura dei dati per ogni riga del blocco corrente
        for i = 1:dimensione
            fprintf(kid, '%4d ', i); % Scrittura del numero di riga a sinistra

            for j = 1:num_colonne
                fprintf(kid, '%14.7E', blocco_corrente(i, j)); % Scrittura dei
valori della riga
            end

            fprintf(kid, '\n');
        end
    end

    fclose(kid);
end

```

Appendice C: Input e Output di INTER

Il programma INTER ha una struttura piuttosto complessa, resa però accessibile all'utente da un'interfaccia semplice e di immediata comprensione. Si sottolineano di seguito alcuni accorgimenti di cui tener conto nell'esecuzione del programma, accompagnati dalla descrizione dei file di input da inserire e di quelli di output restituiti da INTER. Questi file devono essere contenuti all'interno della stessa cartella in cui si trova il programma, rispettivamente nella sottocartella "Input" e "Output".

Una volta compilato il programma e lanciata l'analisi in debug, si apre una finestra del terminale in cui viene richiesto all'utente di inserire il nome del file di input da utilizzare. Il nome è sempre "*ndati*", indipendentemente dai vari parametri e informazioni contenuti al suo interno, che devono essere tarati a seconda del caso studio analizzato.

C.1 File di input

I file di input, generati dall'utente e inseriti nell'apposita cartella, sono sei: *ndati*, *nveic*, *roughness.dat*, *Matrm.txt*, *Stiffm.txt* e *Connec.txt*. Si descrivono in seguito le caratteristiche principali di ciascuno di essi, specificandone lo scopo e l'utilizzo.

C.1.1 File *ndati*

Questo è il file principale per l'analisi strutturale, e contiene informazioni riguardanti il modello numerico del ponte ed il nome del veicolo analizzato. Il file contiene le seguenti informazioni:

- **nveicX**: nome del file del veicolo da aprire per l'analisi, corrispondente al nome del modello del veicolo adottato;
- **itertype**: procedura di iterazione adottata. Assume il valore 1 se la procedura impiegata è quella STS, 2 se è quella WTH;
- **debug**: variabile logica che attiva la stampa degli output di debug;
- **titolo**: titolo del progetto. È rimasto invariato rispetto alle versioni precedenti del programma;
- **nnodi**: numero di nodi presenti nel modello numerico del viadotto;

- **kcoord**: numero di coordinate trasversali in cui avviene il contatto pneumatici-struttura. È pari a uno se si impiega una forza viaggiante o un modello meccanico a 2GdL, pari a due se il veicolo ha due file di ruote;
- **xk**: valore di tali coordinate, elencate in colonna;
- **ny**: numero di coordinate longitudinali selezionate per l'analisi;
- **ykk**: valore di tali coordinate, elencate in riga e separate da una virgola;
- **nx**: numero di coordinate trasversali selezionate per l'analisi;
- **xkk**: valore di tali coordinate, elencate in riga e separate da una virgola;
- **beam**: tipo di funzioni di forma selezionate;
- **dmesh**: dimensione di discretizzazione trasversale impiegata nel modello numerico;
- **neqb, mband, ll**: numero di equazioni del modello, larghezza della semibanda, variabile logica utilizzata dal risolutore contenuto nella subroutine *Symsol.for*;
- **istampa**: variabile logica che attiva la stampa di informazioni aggiuntive;
- **damp, omega1, omega2**: coefficiente di smorzamento e prime due frequenze proprie del ponte, utilizzate per impostare lo smorzamento alla Rayleigh;
- **beta, gamma, deltat**: valori dei parametri di Newmark e passo di integrazione selezionato;
- **velf, xl, tol**: velocità di transito del veicolo, lunghezza del ponte e valore della tolleranza;
- **rug**: variabile logica che attiva la subroutine di lettura della rugosità;
- **krug, kbr, kfv**: moltiplicatore per la lunghezza del tratto rigido prima del viadotto, per la lunghezza del viadotto e per il tratto successivo all'uscita del veicolo dal viadotto.

Di seguito viene riportato un esempio di scrittura del file *ndati*:


```

nveic13          !veicolo utilizzato
1                !procedura di iterazione (1-STS 2-WTH)
0                !debug per stampe. =1 se attive
ponte6          !titolo
150             !numero di nodi
2               !numero di coordinate trasversali di contatto (kcoord)
4.9905          !valore di tali coordinate (in colonna)
6.9055          !valore di tali coordinate (in colonna)
3               !numero di coordinate longitudinali
10.5,15.5,19.125 !valore di tali coordinate
2               !numero di coordinate trasversali
0.525,10.625    !valore di tali coordinate
3               !tipo di funzioni di forma
2.02            !dimensioni mesh
810,786,0       !numero di equazioni, larghezza della semibanda, l1
0               !flag per stampe (1=stampa)
0.02,19.54,20.06 !smorzamento, prime due frequenze proprie del ponte
0.25,0.5,0.01  !beta, gamma, deltat
16.667,20.25,0.01,15 !velocità iniziale, lunghezza del ponte, tolleranza,maxiter
1               !rugosità
7,1,4           !krug,kbr,kfv

```

C.1.2 File *nveicX*

Il file *nveicX* rappresenta l'input per il veicolo impiegato, e ha una struttura diversa a seconda che si analizzi il caso di una forza viaggiante o di un sistema meccanico. Gli schemi del file sono i seguenti:

Forza Viaggiante

- **nvei**: numero di forze viaggianti;
- **kgdl**: numero di gradi di libertà (0 nel caso di forza viaggiante);
- **d**: distanza in direzione longitudinale tra le forze;
- **iaccgr**, **McontF**: Il primo è un operatore logico che, se impostato pari a 0 impone al programma di assegnare i valori alle forze viaggianti così come vengono letti, se impostato pari a 1 richiede che vengano moltiplicati per l'accelerazione di gravità. McontF rappresenta quindi, rispettivamente, le masse associate a ciascuna forza (espresse in tonnellate) nel caso in cui iaccgr=1, e il valore delle forze (espresse in kN) nel caso in cui iaccgr=0. Questi parametri vengono riportati in riga, separati da una virgola.

Di seguito viene riportato un esempio di scrittura del file *nveic* per un sistema di forze viaggianti

```

8                !numero di veicoli
0                !numero di gradi di libertà (<0 => forza)
distanze
0,1.94,0,2.16,0,1.355,0
0,-0.2971547E+02,-0.2971547E+02,-0.3906306E+02,-0.3906306E+02,-0.6268238E+02,-0.6268238E+02,-0.6473912E+02,-0.6473912E+02

```

Sistema meccanico

- **nvei**: numero di veicoli;
- **kgdl**: numero di gradi di libertà associati al veicolo;
- **d**: distanze in direzione longitudinale tra i punti di contatto;
- **rec**: nome del veicolo;
- **m**: masse (espresse in tonnellate) ed inerzie del corpo del veicolo;
- **ks**: costanti di rigidità delle sospensioni;
- **cs**: costanti di smorzamento delle sospensioni;
- **mu**: masse associate alle sospensioni (masse non sospese, espresse in tonnellate);
- **kt**: costanti di rigidità degli pneumatici;
- **ct**: costanti di smorzamento degli pneumatici;
- **geom**: parametri geometrici del veicolo. L'ordine di assegnazione e scrittura di tali parametri segue la definizione operata all'interno del capitolo X;
- **beta, gamma, deltat**: valori delle costanti di Newmark e passo temporale. È importante verificare la coincidenza di questi dati con quelli riportati nel file *ndati*.

Di seguito viene riportato un esempio di scrittura del file *nveicX* per un sistema meccanico a 13 gradi di libertà:

```
1                                !numero di veicoli
13                               !numero di gradi di libertà (=0 => forza)
distanze
0,1.94,0,2.16,0,1.355,0
veicolo 1
30,3.77,17.395,3.020,53.462,8.153    !M,I,Teta(beccheggio),Tfi(rollio)
4000,4000,8000,8000,8000,8000,8000,8000 !Ks
20,20,20,20,20,20,20,20           !Cs
0.445,0.445,0.890,0.890,0.890,0.890,0.890,0.890 !Mu
2250,2250,8000,8000,8000,8000,8000,8000 !kt
20,20,20,20,20,20,20,20           !Ct
1.6,1.915,0.95,0.99,0.245,2.765,0.1,0.9575 !geom
0.25,0.5,0.01                     !beta, gamma, deltat
```

C.1.3 File roughness.dat

Il file *roughness.dat* è il file di output generato da un programma esterno, anch'esso sviluppato in Fortran, che ha come obiettivo la generazione di profili di rugosità a partire dalle normative di riferimento. Questo file di output diviene file di input per il programma INTER. La struttura è definita come segue: la prima riga del file, la riga di intestazione, contiene il titolo del profilo, che viene generato automaticamente dal programma dedicato alla rugosità stradale, e la normativa di riferimento utilizzata per

la generazione del profilo; nella seconda riga si trova il numero di punti che compongono il profilo; nella terza riga si trova il passo di generazione spaziale per il profilo considerato; seguono due colonne contenenti, rispettivamente, la coordinata longitudinale del profilo e la corrispondente misura altimetrica.

È importante notare che, nel caso in cui i punti di contatto si trovino lungo due coordinate trasversali differenti (quindi nel caso di veicoli a più di quattro gradi di libertà o nel caso di più forze affiancate), è necessario introdurre un secondo file (*roughness2.dat*) per il secondo profilo di rugosità. La struttura di questo secondo file è equivalente a quella appena descritta.

Di seguito viene riportato un esempio di scrittura del file *roughness.dat*:

```
roughness 1_ec1
28079
0.19295E-01
0.0192949      0.001024399185553
0.0385897      0.000934948737267
0.0578846      0.000784245145041
0.0771795      0.000609883223660
0.0964744      0.000417838135036
0.1157692      0.000230659497902
0.1350641      0.000049692618632
0.1543590      -0.000099259079434
0.1736539      -0.000228344171774
0.1929487      -0.000331165763782
0.2122436      -0.000408368563512
0.2315385      -0.000475397886476
0.2508333      -0.000524839211721
0.2701282      -0.000573316880036
0.2894231      -0.000619424507022
0.3087180      -0.000666400650516
0.3280128      -0.000714018300641
.....
```

C.2 File di Output

I file restituiti in output dal programma sono molteplici, ognuno con la sua funzione specifica. Oltre ai file che vengono restituiti automaticamente quando viene fatto girare INTER, sono presenti anche dei file che possono essere attivati dalle variabili logiche *debug* e *istampa*, definite nel file di input *ndati*. Si descrivono brevemente nel seguito i file più di rilievo e la loro funzione.

C.2.1 File titolo.out

Il nome di questo file viene assegnato dal programma, e coincide con il titolo del progetto che si inserisce in input. Il file contiene tutte le informazioni riguardanti le

operazioni svolte fino alla chiamata della subroutine *newmark*, incaricata di svolgere l'integrazione vera e propria del sistema. Alcune tra le informazioni fondamentali contenute nel file si annoverano le stampe dei dati contenuti nei file *ndati* e *nveic*, necessari per una verifica della corretta lettura ed assimilazione degli stessi, e le operazioni di selezione dei nodi utili e delle equazioni ad essi associati.

C.2.2 File *titolo.spn*

I file generati per gli spostamenti in direzione verticale, pari al numero di sezioni trasversali che si è scelto di analizzare, sono caratterizzati da un valore crescente dell'ultima cifra nell'estensione del file (ad esempio, se il numero di sezioni trasversali è pari a tre, l'ultimo file generato sarà denominato *titolo.sp3*). Il nome del file viene assegnato dal programma, e coincide con il titolo del progetto che si inserisce in input. All'interno dei file si trovano gli spostamenti verticali dei nodi, caratterizzati dalla coordinata trasversale *xkk* specificata in input, appartenenti a ciascuna sezione identificata dalla coordinata longitudinale *ykk* definita nel file *ndati*. Se ad esempio si è scelto di analizzare due punti per ciascuna sezione trasversale, il file *titolo.spn* corrispondente alla sezione analizzata sarà costituito da tre colonne: la prima che specifica l'istante di tempo, dipendente quindi dal passo di discretizzazione temporale scelto, mentre le due colonne successive contengono gli spostamenti nodali (per ogni istante) dei due punti.

C.2.3 File *titolo.acn*

Il discorso per i file di accelerazione è analogo a quello affrontato per i file degli spostamenti. Il risultato è rappresentato da un numero di file pari al numero *ny* di sezioni trasversali da analizzare, composti da $nx+1$ colonne; la prima colonna contiene gli istanti temporali mentre le restanti colonne riportano le accelerazioni nodali (per ogni istante) dei punti *xkk*.

C.2.4 File *Ftot.txt*

Il file *Ftot.txt* è il file di output che riguarda le forze di contatto che il veicolo trasmette alla struttura sottostante. Questo file viene scritto solamente nel caso in cui si analizzi un sistema meccanico; nel caso di una forza viaggiante viene lasciato vuoto. Nelle prime due righe si trovano i nomi ed i valori delle forze di contatto statiche, in numero pari al numero di ruote (o punti di contatto) del veicolo analizzato, che rimanendo costanti per tutta l'analisi vengono stampate una sola volta. Nella restante porzione del file si trovano i risultati dell'analisi dinamica, proposti in forma matriciale, con tante righe quanti sono gli istanti dell'analisi. Se si guarda la generica riga, il primo valore si riferisce alla posizione in direzione longitudinale del punto di contatto più avanzato (dipendente dall'istante temporale analizzato); seguono quindi due blocchi, ciascuno composto da un numero di elementi pari al numero di punti di contatto del

veicolo. Il primo blocco riporta le forze dinamiche trasmesse da ciascuna ruota, mentre il secondo contiene le forze totali, somma del contributo statico e di quello dinamico.

C.2.5 File Mult.txt

Il file *Mult.txt* si riaggancia al file *Ftot.txt*, ma ne ricava informazioni diverse. La forma è molto simile: il file presenta i risultati dell'analisi dinamica in forma matriciale, con tante righe quanti sono gli istanti dell'analisi. Se si guarda la generica riga, il primo valore si riferisce alla posizione in direzione longitudinale del punto di contatto più avanzato; segue un blocco, composto da un numero di elementi pari al numero di punti di contatto del veicolo, in cui si riportano i moltiplicatori dinamici delle forze, ossia i quozienti adimensionali determinati dal rapporto $F_{totale}/F_{statica}$.

C.2.6 File Profilo-SPgdl.txt

Il file *SPgdl.txt* è generato dalla subroutine *newmark_ve* presente all'interno del modulo relativo al veicolo. Questo file presenta i risultati in formato matriciale e rispetta la struttura seguente: la prima colonna rappresenta l'istante temporale, seguita da tre blocchi di colonne. Il primo gruppo di colonne, in numero pari al numero di ruote del veicolo, riporta gli spostamenti totali (somma della deformazione del ponte e del contributo della rugosità) a cui è soggetta ciascuna ruota. L'ordine in cui questi risultati sono presentati corrisponde all'ordine di numerazione delle ruote stesse. Il secondo gruppo di colonne è analogo al primo, ma riporta le velocità dei punti menzionati al posto degli spostamenti. Infine, il terzo gruppo di colonne ha un numero di colonne pari al numero di gradi di libertà del veicolo e rappresenta gli spostamenti di questi ultimi ad ogni istante temporale.

C.2.7 File Rugosita.txt

Il file *Rugosita.txt*, la cui scrittura viene presa a carico dalla subroutine *dati_rug*, contenuta nel modulo relativo alla velocità, permette di effettuare un controllo sulla corretta interpolazione del profilo dato in input al programma. Questo file contiene, infatti, sia il profilo di rugosità contenuto all'interno del file di input *roughness.dat* che il profilo di rugosità interpolato. Nello specifico, i dati sono presentati in forma matriciale e sono contenute in sei colonne. Le prime due colonne contengono l'ascissa e l'ordinata del profilo di input; viene poi riportato il passo spaziale con cui si effettua l'analisi, il profilo di rugosità interpolato ed infine i profili di velocità ed accelerazione calcolati in base all'interpolazione effettuata. La verifica della corretta interpolazione è semplice: è sufficiente graficare i due profili di rugosità (quello dato in input e quello interpolato) e verificare che le due curve coincidano. Questo file viene scritto

solamente se si analizza il caso di un sistema meccanico: se si guarda una forza viaggiante il file rimane vuoto.

C.2.8 File iterazioni.txt

Il file *iterazioni.txt* contiene le informazioni relative alle iterazioni effettuate nel corso dello svolgimento dell'analisi dinamica. Nel caso di procedura STS, il file elenca per ogni passo di integrazione il numero di iterazioni effettuate al passo, il numero di iterazioni totali, l'errore calcolato ad ogni iterazione, la tolleranza impostata e letta dal file *ndati* ed infine il valore della forza di contatto calcolata.

Bibliografia

- [1] Blejwas TE, Feng CC, Ayre RS, *Dynamic interaction of moving vehicle and structures*. J Sound Vib 1979; 67(4): 513-521
- [2] Yang YB, Lin BH, *Vehicle bridge interaction analysis by dynamic condensation method*. J Struct Engng, ASCE 1995 121(11): 1636-1642
- [3] Azimi H, Galal K, Pakau OA, *A modified numerical VBI element for vehicles with constant velocity including road irregularities*. Engng Struct 2011; 33: 2212-2220
- [4] Tan GH, Brameld GH, Thambiratnam DP, *Development of an analytical model for treating bridge-vehicle interaction*. Engng Struct 1998; 20(1-2): 54-61
- [5] K. Henchi, M. Fafard, M. Talbot and G. Dhatt, *An efficient algorithm for dynamic analysis of bridges under moving vehicles using a coupled modal and physical approach*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 212, No. 4, 663-683, 1998
- [6] Cai CS, Shi XM, Araujo M, Chen SR, *Effect of approach span condition on vehicle-induced dynamic response of slab-on-girder road bridges*. Engng Struct 2007; 29: 3210-3226
- [7] M.F. Green and D. Cebon, *Dynamic response of highway bridges to heavy vehicle loads: theory and experimental validation*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 170, No. 1, 51-78, 1994
- [8] Hawk H, Ghali A, *Dynamic response of bridges to multiple track loading*. Can J Civil Engng 1981; 8: 392-401
- [9] Marchesiello S, Fasana A, Garibaldi L, Piombo BAD, *Dynamics Of Multi-Span Continuous Straight Bridges Subject To Multi-Degrees Of Freedom Moving Vehicle Excitation*. J Sound Vib 1999; 224(3): 541-56
- [10] Neves SGM, Azevedo AFM, Calcada R, *A direct method for analyzing the vertical vehicle-structure interaction*. Engng Struct 2012; 34: 414-420
- [11] A.Feriani, M.G. Mulas and G. Lucchini, *Vehicle-bridge interaction analysis: an uncoupled approach*, in P. Sas, B. Bergen, editors, Proceedings of ISMA 2008

International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, 609-623, 2008

[12] A.Feriani, M.G. Mulas and L.Candido, Iterative procedures for the uncoupled analysis of vehicle-bridge dynamic interaction, in P. Sas, B. Bergen, editors, Proceedings of the 2010 International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, 1371-1386, 2010

[13] Leslaw Kwasniewski, Hongyi Li, Jerry Wekezer, Jerzy Malachowski, "*Finite element analysis of vehicle-bridge interaction*", Finite Elements in Analysis and Design 42 (2006) 950-959;

[14] Xinyi Huang, Weidong Zhuo, Guangping Shang, "*ANSYS-Based Spatial Coupled Vibration Analysis Method of Vehicle-Bridge Interaction System*" (2006);

[15] Zhang Yao, Zhao Hai Sheng, Lie Seng Tjhen, "*A Simple Approach for Simulating the Road Surface Roughness Involved in Vehicle-Bridge Interaction Systems*", International Journal of Structural Stability and Dynamics (2018);

[16] Javier Oliva, José M. Coicolea, Pablo Antolín, Miguel A. Astiz, "*Relevance of a complete road surface description in vehicle-bridge interaction dynamics*" (2013);

[17] Xuzhao Lu, Chul-Woo Kim, Kai-Chun Chang, "*Finite Element Analysis Framework for Dynamic Vehicle-Bridge Interaction System Based on ABAQUS*", International Journal of Structural Stability and Dynamics (2020);

[18] Omar R. Abuodeh, Laura Redmond, "*A Framework for Developing Efficient Vehicle-Bridge Interaction Models within a Commercial Finite Element Software*", IMAC (2022)

[19] Quaderni Tecnici per la salvaguardia delle infrastrutture – Volume V

[20] C.N.R. – Norme tecniche – Istruzioni sulla pianificazione della manutenzione stradale – B.U. n.125/88

[21] Ing. Andrea Localzo – Misura e caratterizzazione della regolarità in ambito urbano, ed in particolare per le pavimentazioni lapidee della città di Napoli – dottorato di ricerca

[22] Prof. Ing. Francesco Canestrari - REGOLARITÀ DELLE PAVIMENTAZIONI STRADALI – documento online

- [23] ISO 13473-1 – Characterization of pavement texture by use of surface profiles – determination of Mean Profile Depth – settembre 1997
- [24] ASTM E 867-89
- [25] AIPCR - Comité Technique des Caracteristiques de Surface – XIX Congres mondial de la route, Marrakech 1991;
- [26] Chiara Leri - Modello per la previsione dell'aderenza sulle pavimentazioni stradali in funzione delle caratteristiche superficiali di macrotessitura - Tesi di Laurea aa 2013-2014
- [27] Riccardo Rossano - L'ADERENZA IN AMBITO STRADALE: fattori di influenza e metodi di misura – tesi di laurea aa 2014-2015
- [28] Michael W Sayers, Thomas D. Gillespie, and William D. O. Paterson - Guidelines for Conducting and Calibrating Road Roughness Measurements - World Bank Technical Paper Number 46
- [29] Vittorio Castagnetta – Microtappeto a freddo di tipo “Slurry Seal” per la manutenzione stradale e per la sicurezza del traffico – Rassegna del Bitume, estratto dal numero 11/89
- [30] Micheal W. Sayers – Two Quarter-Car Models for Defining Road Roughness: IRI and HRI – Transportation research record 1215
- [31] Michael W Sayers, Thomas D. Gillespie, and Cesar A. V. Queiroz - The International Road Roughness Experiment: Establishing Correlation and a Calibration Standard for Measurements - World Bank Technical Paper Number 45
- [32] Reyhaneh Hesami, Kerry J. McManus – Signal Processing Approach to Road Roughness Analysis and Measurement
- [33] Jorge Marcondes, Gary J. Burgess, R. Harichandran, Mark B. Snyder – Spectral Analysis of Highway Pavement Roughness
- [34] ISO 8608 – Mechanical Vibration–Road Surface profiles–Reporting of measured data – september 2001

- [35] Eurocode 1 - Actions of structures, Part 2. Traffic loads on bridges, EN1991-2, Annex B
- [36] A. Maneo, Procedura di integrazione iterative nell'analisi dell'interazione veicolo-struttura, 2015/2016, Tesi di Laurea Magistrale, Politecnico di Milano, Italia
- [37] Fryba L, Vibration of solids and structures under moving loads, 1999
- [38] W.H. Guo, Y.L. Xu, Fully computerized approach to study cable-stayed bridge-vehicle interaction, Journal of Sound and Vibration, v 248, n 4, p 745-761, December 6, 2001, Academic Press
- [39] M.G. Mulas, L'integrazione diretta delle equazioni del moto: I metodi passo passo, Politecnico di Milano, Scuola Master F.lli Pesenti, Corso di Master: Progettazione sismica delle strutture sostenibili in calcestruzzo
- [40] Anna Feriani, Maria G. Mulas and Emanuele Poli, An uncoupled iterative approach for bridge-vehicle coupled systems, Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EURODDN 2011, p 1289-1296, 2011
- [41] H.Honda, Y.Kajikawa, T.Kobori, Spectra of road surface roughness on bridges, Journal of the Structural Division 1982, Vol. 108, No. 9, 1956-1966
- [42] R. Cantieni, Dynamic behaviour of highway bridges under the passage of heavy vehicles, Swiss federal laboratories for materials testing and researching (EMPA) Report N0. 220, Dubendorf (1992)